

ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. П. Г. ДЕМИДОВА

На правах рукописи

АНИКИН РОМАН АНАТОЛЬЕВИЧ

**ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ЭФФЕКТЫ  
НЕЙТРИНО В АКТИВНОЙ СРЕДЕ**

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

**ДИССЕРТАЦИЯ**  
на соискание ученой степени кандидата  
физико-математических наук

Научный руководитель  
доктор физ.-мат. наук  
профессор каф. теор. физики  
МИХЕЕВ Н. В.

Ярославль — 2014

## АННОТАЦИЯ

Детально исследован процесс  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  радиационного «распада» нейтрино в сильном магнитном поле с учетом вклада связанной электрон-позитронной пары в дисперсию фотона второй моды. Анализ показывает, что учет вклада позитрония в поляризационный оператор фотона приводит к существенному изменению закона дисперсии. Дисперсионная линия с учетом вклада позитрония расщепляется на две линии, которые с ростом поперечного импульса фотона асимптотически стремятся к спектральной линии свободной, покоящейся относительно друг друга электрон-позитронной пары и к спектральной линии позитрония. Проведен численный расчет вероятности процесса  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ , из которого видно, что в сильном магнитном поле учет влияния позитрония в дисперсию фотона значительно усиливает вероятность радиационного распада нейтрино  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ .

Кроме того в диссертации показано, что при наличии магнитного момента у дираковского нейтрино и при достаточно сильном магнитном поле в оболочке сверхновой мог бы иметь место характерный эффект существенного ослабления начального пика интенсивности нейтринного сигнала, предсказываемого моделями сверхновой. Например, при типичных значениях параметров среды и при значении магнитного момента нейтрино  $\sim 10^{-13} \mu_B$ , то есть на порядок меньше существующего астрофизического предела, уменьшение нейтринного сигнала в 10 раз реализовалось бы уже при величине магнитного поля порядка критического  $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс.

Примечательно, что, как показал анализ, временная эволюция единственного наблюдавшегося нейтринного сигнала от сверхновой *SN1987A* возможно подтверждает указанное ослабление начального нейтринного пика.

Если при взрыве сверхновой рождается магнитар с полоидальным магнитным полем, то при его вращении вокруг оси, не совпадающей с магнитным моментом, и при “удачной” ориентации оси вращения нейтринный сигнал будет иметь пульсирующий характер, то есть может наблюдаться своего рода нейтринный пульсар.

Также исследовано влияние внешней активной среды на собственно-энергетический оператор нейтрино во внешней активной среде. В качестве активной среды рассмотрена плотная плазма и внешнее магнитное поле - замагниченная плазма. Вычислен плазменный вклад в собственно-энергетический оператор нейтрино, определяющий его магнитный момент. В отличие от методик вычисления магнитного момента в плазме, представленных в литературе ранее, показано, что только часть дополнительной энергии нейтрино обусловлена наличием у него магнитного момента.

Получено выражение для плазменного вклада в магнитный момент нейтрино, которое существенно упрощается в ультрарелятивистской и зарядово симметричной плазме. Показано, что в отличии от утверждения, сделанного ранее авторами работы [69], присутствие плазмы не приводит к усилению магнитного момента нейтрино. Более того, магнитный момент оказывается подавленным массой нейтрино  $m_\nu$ , а в зарядово симметричной плазме – еще и дополнительным температурным фактором  $T/m_W^2 \ll 1$ .

Объём диссертации: 113 страниц. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, содержит 19 рисунков и список литературы из 134 наименований.

## Оглавление

Введение	6
Глава I	
<b>Индукцированный замагниченной плазмой магнитный момент нейтрино</b>	<b>12</b>
1. Собственно-энергетический оператор нейтрино в плазме	12
2. Определение оператора $\Sigma(p)$ в замагниченной плазме	14
3. Магнитный момент нейтрино в замагниченной плазме	19
Глава II	
<b>Магнитный момент дираковского нейтрино и динамика взрыва сверхновой</b>	<b>28</b>
1. Проблемы описания динамики взрыва сверхновой	28
2. Магнитный момент как возможное решение вопросов динамики взрыва сверхновой	30
2.1. Процессы переворота спиральности нейтрино в ядре сверхновой . . . . .	30
2.2. Дополнительная энергия нейтрино в веществе оболочки сверхновой . . . . .	34
2.3. Переворот спиральности нейтрино в слабо замагниченной плазме . . . . .	41
3. Временная эволюция нейтринного сигнала от сверхновой	44
3.1. Временная эволюция нейтринного потока . . . . .	44
3.2. Нейтринный сигнал от сверхновой <i>SN1987A</i> . . . . .	48
3.3. О возможности существования нейтринного пульсара . . .	49
Глава III	
<b>Радиационный «распад» безмассового нейтрино</b>	<b>53</b>

<b>1. Дисперсия частиц во внешней активной среде</b>	<b>53</b>
1.1. Дисперсия в среде: основные определения . . . . .	53
1.2. Поляризационный оператор фотона во внешнем магнитном поле . . . . .	54
<b>2. Радиационный распад безмассового нейтрино с учетом вклада позитрония в поляризационном операторе фотона</b>	<b>61</b>
2.1. Излучение фотона безмассовым нейтрино $\nu \rightarrow \nu\gamma$ . . . . .	61
2.2. Кинематика процесса $\nu \rightarrow \nu\gamma$ . . . . .	62
2.3. Амплитуда процесса $\nu \rightarrow \nu\gamma$ . . . . .	71
2.4. Поляризационный оператор фотона с учетом позитрония .	78
2.5. Дисперсия фотона и радиационный распад нейтрино с учетом позитрония . . . . .	85
2.6. Средние потери энергии и импульса нейтрино . . . . .	87
<b>Заключение</b>	<b>94</b>
<b>Литература</b>	<b>97</b>

## Введение

В последние десятилетия одной из наиболее бурно развивающихся физических наук является космомикрoфизика, или астрофизика элементарных частиц, лежащая на стыке физики элементарных частиц, астрофизики и космологии [1–3]. Существенным стимулом её развития стало понимание важной роли квантовых процессов в динамике астрофизических объектов, а также в ранней Вселенной. В свою очередь, экстремальные физические условия – наличие горячей плотной плазмы и сильных электромагнитных полей – существующие внутри таких объектов, должны оказывать заметное влияние на протекание квантовых процессов, открывая или значительно усиливая реакции, кинематически запрещённые или сильно подавленные в вакууме. В связи с этим наблюдается устойчивый интерес к исследованиям взаимодействий элементарных частиц во внешней активной среде.

Следует отметить, что в настоящее время астрофизические и космологические наблюдения становятся важным источником получения эмпирической информации по существующим или гипотетическим частицам и их взаимодействиям. «Небесные лаборатории» дополняют ускорительные и неускорительные эксперименты, особенно в области физики частиц, включающей слабо взаимодействующие частицы. Среди них нейтрино — одна из интереснейших частиц. Астрофизика и космология играют фундаментальную роль в физике нейтрино, поскольку свойства звёзд и Вселенной в целом дают некоторые из наиболее сильных ограничений на нестандартные свойства этих слабо взаимодействующих частиц.

В настоящее время одним из приоритетных направлений исследова-

ний является изучение плазмы, находящейся в экстремальных состояниях. Такие состояния, как правило, возникают либо при высокой температуре или плотности, либо в сверхсильных внешних полях. Плазма, находящаяся в этих условиях, зачастую обладает совершенно новыми и необычными свойствами, изучение которых необходимо для описания как поведения самой плазмы, так и объектов, в которых она присутствует. Соответствующие условия для возникновения такой плазмы могли возникать на первых этапах эволюции Вселенной, когда она была очень горячей. Похожая ситуация может также реализоваться в мощных звёздных катаклизмах и внутри компактных астрофизических объектов, обладающих очень высокой плотностью. Экстремальные значения физических параметров – температуры, плотности, интенсивности магнитного поля, компонентного состава, – возникающие при взрывах сверхновых [4, 5], позволяют характеризовать эти объекты как уникальные естественные лаборатории для изучения физических свойств плазмы при условиях, которые в настоящее время не могут быть реализованы в наземных экспериментах [6–8].

Наряду с горячей плотной плазмой значимое влияние на квантовые процессы может оказывать другая компонента активной астрофизической среды – сильное магнитное поле. Однако указанное влияние поля является существенным только в случае его достаточно большой интенсивности. Существует естественный масштаб величины магнитного поля, так называемое *критическое значение*  $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс. Имеются аргументы в пользу того, что поля указанного и даже большего масштаба могут существовать в астрофизических объектах. Наибольший интерес представляют два класса звёзд, которые, по-видимому, являются

остатками взрывов сверхновых. Это так называемые повторные источники мягких гамма-всплесков (SGR) [9, 10] и аномальные рентгеновские пульсары (АХР) [11, 12], которые интерпретируются как магнитары [13] — нейтронные звёзды с магнитными полями величиной  $\sim 10^{14} - 10^{15}$  Гс. Обсуждаются модели астрофизических процессов и объектов с магнитными полями, достигающими  $10^{16} - 10^{18}$  Гс, как тороидального [14–18], так и полоидального типа [13, 19, 21].

Энергетические потери в звёздах через излучение слабовзаимодействующих частиц определяют ещё один метод в исследованиях свойств нейтрино [22–26]. Нейтринные потери важны при изучении эволюции звёзд, и они учитываются в соответствующих вычислениях. За счёт каких-либо новых взаимодействий нейтрино со звёздной средой (таких, как взаимодействия с участием предполагаемого дипольного магнитного момента нейтрино) или при наличии новых маломассивных элементарных частиц (например, аксионов или намбу-голдстоуновских бозонов) звёзды могли бы быстрее терять свою энергию. Наблюдения за свойствами звёзд и сравнение их с теоретическими предсказаниями даёт возможность вывести ограничения на вклады таких возможных энергетических потерь и механизмов переноса энергии, и, в результате, ограничить величину этих новых предложенных взаимодействий частиц ([27–34] и др.).

Одним из подобных «новых» свойств нейтрино может быть, как уже было указано выше, магнитный момент нейтрино, значительный интерес к которому возник после знаменательного события — вспышки *SN1987A* — в связи с моделированием взрыва сверхновой, в котором гигантский исходящий поток нейтрино фактически определяет энергетику процесса. Как известно, при взрыве сверхновой гигантские потоки нейтрино

по сути определяют энергетику процесса, а это означает, что такая микроскопическая характеристика нейтрино как магнитный момент может оказывать решающее влияние на макроскопические свойства подобного астрофизического события.

Например, в таких явлениях как взрывы сверхновых или при слиянии нейтронных звёзд определяющую роль играют процессы с участием нейтрино. Слабое взаимодействие с веществом (большие длины свободного пробега) даже в астрофизических условиях позволяет нейтрино, огромным потоком движущимся сквозь плотную плазму и сильное магнитное поле, быть основной составляющей в процессе, через который сверхновые теряют свою энергию. Здесь большое значение имеет величина магнитного момента нейтрино. Именно процессы с его участием могут оказывать влияние на динамику взрывов сверхновых.

Среди квантовых процессов, свойства которых существенно, а иногда принципиально меняются под воздействием сильного внешнего магнитного поля, особый интерес представляют петлевые процессы, где в конечном и начальном состояниях присутствуют только электрически нейтральные частицы, такие как нейтрино и фотоны. Воздействие внешнего поля на эти процессы обусловлено, во-первых, чувствительностью заряженных виртуальных фермионов к влиянию поля, при этом, как уже отмечалось, основную роль здесь играет электрон – частица с максимальным удельным зарядом  $e/m_e$ . Во-вторых, сильное магнитное поле существенно меняет дисперсионные свойства фотонов, а значит, и кинематику процессов.

Исследование петлевых процессов, к которым относятся поляризационный оператор фотона во внешнем поле, распады  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ ,  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  и

т. д., имеет длительную историю. Поляризационный оператор фотона во внешнем магнитном поле исследовался в начале 70-х годов в работах [36–39] (см. также [40]). Фотон-нейтринные процессы  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ ,  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$  изучались в случаях как сильных, так и относительно слабых полей, а также в общем случае в работах [41–54].

Как уже отмечалось, исследования нейтринных и электромагнитных процессов в сильном магнитном поле представляют интерес в свете возможных применений в астрофизике и космологии ранней Вселенной, где возможны такие экстремальные физические условия. Эти исследования являются интересными также и с концептуальной точки зрения, поскольку затрагивают фундаментальные проблемы квантовой теории поля, в частности с точки зрения выяснения границ применимости теории возмущений.

Настоящая диссертация посвящена исследованию электрослабых процессов с участием дираковского нейтрино во внешней активной среде — горячей плотной плазме и сильном внешнем магнитном поле.

В первой главе диссертации исследовано влияние замагниченной плазмы на дисперсионные свойства нейтрино. Проанализирован вклад в магнитный момент нейтрино, обусловленный присутствием замагниченной плазмы. Показано, что плазменный вклад в магнитный момент нейтрино, так же как и в вакууме, подавлен его массой.

Вторая глава диссертации посвящена изучению такого важного свойства нейтрино как его магнитный момент на основе анализа нейтринной светимости сверхновых, а также возможному влиянию магнитного момента на динамику взрыва сверхновых. Рассматриваются только дираковские нейтрино, поскольку в этом случае взаимодействие магнитного

момента с фотонами переводит активные левые нейтрино в правые, которые стерильны по отношению к слабому взаимодействию и могут свободно покидать центральную область сверхновой. Майорановские нейтрино в данном случае не представляют интереса, так как правые антинейтринные состояния при этом не стерильны. Исследуется процесс переворота спиральности нейтрино в условиях ядра сверхновой. В этой главе показано, что наличие магнитного момента у нейтрино  $\sim 10^{-13} \mu_B$  а также наличие достаточно сильного магнитного поля может объяснить механизм передачи оболочке сверхновой дополнительной энергии необходимой для взрыва, а также может привести к пульсирующему нейтринному сигналу.

В третьей главе диссертации исследован процесс радиационного «распада» нейтрино  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  относительно высоких энергий,  $E \gg m_e$ , в сильном магнитном поле с учетом вклада связанной электрон-позитронной пары (позитрония) в дисперсию фотона. Учет вклада позитрония в поляризационный оператор фотона в сильном магнитном поле приводит к существенному изменению закона дисперсии в окрестности циклотронного резонанса. Показано, что вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  с учетом вклада позитрония, существенно увеличивается.

## Глава I

### Индукцированный замагниченной плазмой магнитный момент нейтрино

#### 1. Собственно-энергетический оператор нейтрино в плазме

Важнейшим событием последних десятилетий в нейтринной физике является, несомненно, разрешение загадки солнечных нейтрино в уникальном эксперименте на тяжеловодном детекторе Нейтринной обсерватории в Садбери, Канада [55–57]. Подтвердив ключевую идею Б. Понтекорво о нейтринных осцилляциях [58, 59], этот эксперимент, а также эксперименты с атмосферными [64–66] и реакторными [67] нейтрино доказывают тем самым наличие массы покоя у нейтрино и смешивания в лептонном секторе. В связи с этим становится актуальным вопрос о возможном влиянии на дисперсионные свойства нейтрино внешней активной среды, которая может быть представлена как плотной горячей плазмой, так и магнитным полем. Кроме того, процесс решения проблемы солнечных нейтрино заметно стимулировал прогресс физики Солнца в различных её аспектах (см. [68]) а также ряда наук, изучающих свойства материи на уровне микромира – физики ядерных реакций, радиохимии и др.

Другим направлением нейтринной астрофизики, где также взаимодействуют сразу несколько отраслей физической науки, является регистрация нейтрино от взрыва сверхновой. На данный момент имеется единственный зарегистрированный нейтринный сигнал от сверхновой

*SN1987A* в Большом Магеллановом Облаке, когда 4 подземных нейтринных детектора – Камиоканде-2, ИМБ, ЛСД и Баксанский сцинтилляционный телескоп – впервые зафиксировали электронные антинейтрино от сверхновой в реакции  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ .

Взрывы сверхновых можно назвать уникальными естественными лабораториями для изучения фундаментальных свойств материи при экстремальных физических условиях. При этом одним из важнейших факторов, практически полностью определяющих энергетику процесса, является присутствие гигантских потоков нейтрино. Это означает, что наличие микроскопических характеристик нейтрино, определяемых его дисперсией в активной среде, могло бы оказывать решающее влияние на макроскопические свойства указанных астрофизических событий.

В качестве ещё одной естественной лаборатории для фундаментальной физики можно рассматривать раннюю Вселенную, где роль нейтрино также высока. В связи с вышеизложенным наблюдается устойчивый рост интереса к физике нейтрино в условиях внешней активной среды.

Исследование влияния активной среды на дисперсию нейтрино основано на вычислении собственно-энергетического оператора нейтрино  $\Sigma(p)$ , вычисление которого проводилось ранее в целом ряде работ. В частности, вклад внешнего магнитного поля в собственно-энергетический оператор нейтрино был исследован в работах [73–77].

Поскольку в реальных астрофизических условиях наряду с сильным магнитным полем также существует и плотная горячая плазма, представляет интерес исследование дисперсионных свойств нейтрино во внешней активной среде, в качестве которой выступает одновременно плазма и поле.

Собственно-энергетический оператор нейтрино в замагниченной плазме также активно исследовался ранее, например, в работах [71, 80–82].

Следует отметить, что ценность вычисления собственно-энергетического оператора состоит еще в том, что из него можно извлечь также аномальный магнитный момент нейтрино. Однако имеющиеся в настоящее время результаты для магнитного момента нейтрино в замагниченной плазме вызывают сомнение, поскольку в них магнитный момент нейтрино либо имеет гигантское усиление фактором  $1/m_\nu$ , либо совсем не зависит от массы нейтрино [69]. Такие результаты, как справедливо было отмечено в работе [81], скорее запутывают ситуацию с магнитным моментом нейтрино, чем проясняют её.

## 2. Определение оператора $\Sigma(p)$ в замагниченной плазме

Знание собственно-энергетического оператора нейтрино  $\Sigma(p)$  позволяет решить по меньшей мере две важных задачи:

1. Из собственно-энергетического оператора нейтрино легко определяется дополнительная энергия, приобретаемая нейтрино в среде. Астрофизическая среда, как правило, несимметрична по ароматам: в ней присутствуют электроны и позитроны, но отсутствуют мюоны и тау-лептоны. За счёт этого нейтрино разных ароматов приобретают различную дополнительную энергию, что и является определяющим фактором влияния среды на осцилляции аромата нейтрино;
2. Ценность вычисления собственно-энергетического оператора состоит ещё в том, что из него можно извлечь также аномальный маг-

нитный момент нейтрино.

В дальнейшем мы рассмотрим каждую из указанных выше задач.

В реальных астрофизических условиях внешняя активная среда, как правило, представлена двумя компонентами: сильным магнитным полем и плотной горячей плазмой. Поэтому наибольший интерес представляет исследование дисперсионных свойств нейтрино в среде, содержащей одновременно и плазму, и поле. Однако в связи со значительной вычислительной сложностью такого исследования, первоначально были выполнены работы, где предполагалось доминирование одной из двух указанных компонент внешней активной среды, либо сильного магнитного поля, либо плотной горячей плазмы.

Вычисление собственно-энергетического оператора нейтрино в горячей плотной плазме без учёта магнитного поля проводилось в работах [70–72]. Вклад внешнего магнитного поля без учёта плазмы в собственно-энергетический оператор нейтрино был исследован в работах [73–75, 77, 79]. Серия статей [80–83] была посвящена анализу оператора  $\Sigma(p)$  с учётом обеих компонент среды, как поля, так и плазмы, при доминировании влияния последней, то есть вклад поля учитывался в виде малых поправок. Наконец, в работах [84, 85] вычисление оператора  $\Sigma(p)$  в замагниченной плазме проводилось в широком диапазоне значений интенсивности магнитного поля.

Собственно-энергетический оператор нейтрино  $\Sigma(p)$  может быть определён через инвариантную амплитуду перехода  $\nu \rightarrow \nu$  соотношением

$$\mathcal{M}(\nu \rightarrow \nu) = -\bar{U}(p) \Sigma(p) U(p) = -\text{Sp} [\Sigma(p) \rho(p)], \quad (1.1)$$

где  $p^\alpha = (E, \mathbf{p})$  – 4-импульс нейтрино,  $\rho(p) = U(p)\bar{U}(p)$  – матрица плотности нейтрино.  $U(p)$  – биспинорные амплитуды, решения уравнения Дирака. Дополнительная энергия  $\Delta E$ , приобретаемая нейтрино во внешней активной среде, определяется через инвариантную амплитуду (1.1) следующим образом:

$$\Delta E = -\frac{1}{2E} \mathcal{M}(\nu \rightarrow \nu) = \frac{1}{2E} \text{Sp} [\Sigma(p) \rho(p)] . \quad (1.2)$$

Детальное описание техники вычисления собственно-энергетического оператора нейтрино  $\Sigma(p)$  во внешнем электромагнитном поле и в замагниченной плазме может быть найдено, например, в работах [75, 77, 86–88]. Удобно представить оператор  $\Sigma(p)$  в замагниченной плазме в виде разложения по линейно независимым ковариантным структурам [88]:

$$\begin{aligned} \Sigma(p) = & \left[ \mathcal{A}_L(p\gamma) + \mathcal{B}_L(u\gamma) + \mathcal{C}_L e(p\tilde{F}\gamma) \right] \gamma_L + \\ & + \left[ \mathcal{A}_R(p\gamma) + \mathcal{B}_R(u\gamma) + \mathcal{C}_R e(p\tilde{F}\gamma) \right] \gamma_R + \\ & + m_\nu [\mathcal{K}_1 + i\mathcal{K}_2 e(\gamma F\gamma)] . \end{aligned} \quad (1.3)$$

Здесь  $\gamma_L = (1 + \gamma_5)/2$  и  $\gamma_R = (1 - \gamma_5)/2$  – соответственно левый и правый киральные проекционные операторы,  $u^\alpha$  – 4-вектор скорости среды,  $\mathcal{A}_R, \mathcal{B}_R, \mathcal{C}_R, \mathcal{A}_L, \mathcal{B}_L, \mathcal{C}_L, \mathcal{K}_1, \mathcal{K}_2$  – численные коэффициенты,  $F^{\mu\nu}$  и  $\tilde{F}^{\mu\nu}$  – тензор и дуальный тензор электромагнитного поля,  $e$  – элементарный заряд. Здесь и далее у 4-векторов и тензоров, стоящих внутри круглых скобок, тензорные индексы полагаются свернутыми последовательно, например:  $(p\tilde{F}\gamma) = (p_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} \gamma_\nu)$ . Следует иметь в виду, что под термином “замагниченная плазма” мы понимаем ситуацию, когда в системе покоя плазмы,  $u^\alpha = (1, \mathbf{0})$ , электромагнитное поле сводится к чисто магнитному. Под ковариантностью оператора  $\Sigma(p)$  в этом случае следует пони-

мать тот факт, что существует множество систем отсчёта, движущихся параллельно магнитному полю, в которых оператор (1.3) сохраняет свою форму, и электромагнитное поле остаётся чисто магнитным. Таким образом, в общем случае пространственная часть 4-вектора скорости среды отлична от нуля и параллельна магнитному полю.

Заметим, что коэффициенты  $\mathcal{A}_L$ ,  $\mathcal{A}_R$  и  $\mathcal{K}_1$  в формуле (1.3), содержащие ультрафиолетовую расходимость, не имеют самостоятельного значения, поскольку не дают вклада в энергию реального нейтрино во внешней среде на однопетлевом уровне с учётом вакуумной перенормировки волновой функции и массы нейтрино.

Изменение энергии нейтрино, обусловленное его рассеянием вперед в среде, может быть выражено через собственно-энергетический оператор нейтрино

$$\Delta E = \frac{1}{4E} Sp \{ ((p\gamma) + m_\nu) (1 + (s\gamma) \gamma_5) \Sigma(p) \}, \quad (1.4)$$

где 4-мерный вектор спина  $s^\mu$  имеет вид

$$s^\mu = \left( \frac{(\mathbf{p} \boldsymbol{\xi})}{m_\nu}, \boldsymbol{\xi} + \frac{(\mathbf{p} \boldsymbol{\xi}) \mathbf{p}}{m_\nu(E + m_\nu)} \right), \quad (1.5)$$

$\boldsymbol{\xi}$  - удвоенное среднее значение спина в системе покоя нейтрино. С учетом выражения (1.3) имеем

$$\begin{aligned} \Delta E &= \frac{m_\nu^2}{2E} (A_L + A_R + 2K_1) + \\ &+ B_L \frac{1 - (\boldsymbol{\xi} \mathbf{v})}{2} + B_R \frac{1 + (\boldsymbol{\xi} \mathbf{v})}{2} - \\ &- \frac{m_\nu}{2} (C_L - C_R + 4K_2) [(\boldsymbol{\xi} \mathbf{B}_t) + \frac{m_\nu}{E} (\boldsymbol{\xi} \mathbf{B}_l)], \end{aligned} \quad (1.6)$$

где  $m_\nu$  - масса нейтрино,  $E$  - энергия нейтрино в вакууме,  $\mathbf{B}_l$  и  $\mathbf{B}_t$  - продольный и поперечный относительно направления движения нейтри-

но векторы напряженности магнитного поля соответственно,  $\mathbf{v}$  - вектор скорости нейтрино.

Следует отметить, что в выражении (1.6), вообще говоря, все коэффициенты  $A_R, B_R, C_R, A_L, B_L, C_L, K_1, K_2$  зависят от магнитного поля, но только последнее слагаемое, содержащее коэффициенты  $C_R, C_L, K_2$ , определяет магнитный момент нейтрино. Чтобы в этом убедиться найдём дополнительную энергию нейтрино в магнитном поле за счёт наличия у него магнитного момента  $\mu_\nu$ . Эта поправка к энергии может быть найдена из лагранжиана

$$\Delta L_{int}^{(\mu)} = -\frac{i\mu_\nu}{2} (\bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi) F^{\mu\nu}, \quad (1.7)$$

где  $\Psi$  - поле нейтрино,  $F^{\mu\nu}$  - тензор внешнего поля,  $\sigma_{\mu\nu} = (\gamma_\mu \gamma_\nu - \gamma_\nu \gamma_\mu)/2$ .

Подставляя этот лагранжиан в определение дополнительной энергии

$$\Delta E^{(\mu)} = - \int dV \langle \Delta L_{int}^{(\mu)} \rangle, \quad (1.8)$$

получаем

$$\Delta E^{(\mu)} = -\mu [(\boldsymbol{\xi} \mathbf{B}_t) + \frac{m_\nu}{E} (\boldsymbol{\xi} \mathbf{B}_1)]. \quad (1.9)$$

Таким образом, в дополнительной энергии нейтрино в замагниченной плазме (1.6) магнитному моменту соответствует только одно слагаемое, пропорциональное  $((\boldsymbol{\xi} \mathbf{B}_t) + \frac{m_\nu}{E} (\boldsymbol{\xi} \mathbf{B}_1))$ .

Некорректность определения магнитного момента нейтрино в [69], вероятно, состояла в том, что авторы предполагали, что вся дополнительная энергия нейтрино в замагниченной плазме, связанная с зависимостью от спина и магнитного поля, определяет магнитный момент нейтрино. Однако реально, как мы видим, только одна структура в дополнительной энергии нейтрино соответствует магнитному моменту.

Сравнение выражения для дополнительной энергии (1.6) с (1.9), показывает, что для определения магнитного момента нейтрино в замагниченной плазме достаточно найти коэффициенты  $C_L, C_R$  и  $K_2$ , через которые магнитный момент выражается следующим образом:

$$\mu_\nu = \frac{m_\nu}{2} (C_L - C_R + 4K_2). \quad (1.10)$$

### 3. Магнитный момент нейтрино в замагниченной плазме

В этом разделе вычисляются слагаемые собственно-энергетического оператора нейтрино  $\Sigma(p)$ , которые дают вклад в магнитный момент нейтрино. В замагниченной плазме магнитный момент нейтрино содержит два вклада: чисто полевой вклад и вклад плазмы.

Для того, чтобы вычислить плазменный вклад в собственно-энергетический оператор  $\Sigma(p)$ , достаточно найти амплитуду процесса рассеяния нейтрино вперед в замагниченной плазме:

$$M_{(\nu \rightarrow \nu)} = -\bar{U}(p) \Sigma(p) U(p). \quad (1.11)$$

В реальных астрофизических условиях основной вклад в ту часть амплитуды, которая обуславливает магнитный момент нейтрино, даёт рассеяние нейтрино на плазменных электронах и позитронах. Амплитуда процесса рассеяния  $\nu \rightarrow \nu$  в замагниченной плазме, а значит и собственно-энергетический оператор нейтрино, может быть представлена в виде суммы трёх слагаемых, соответствующих трём диаграммам на рис.1:

$$\Sigma(p) = \Sigma^W(p) + \Sigma^\Phi(p) + \Sigma^Z(p). \quad (1.12)$$

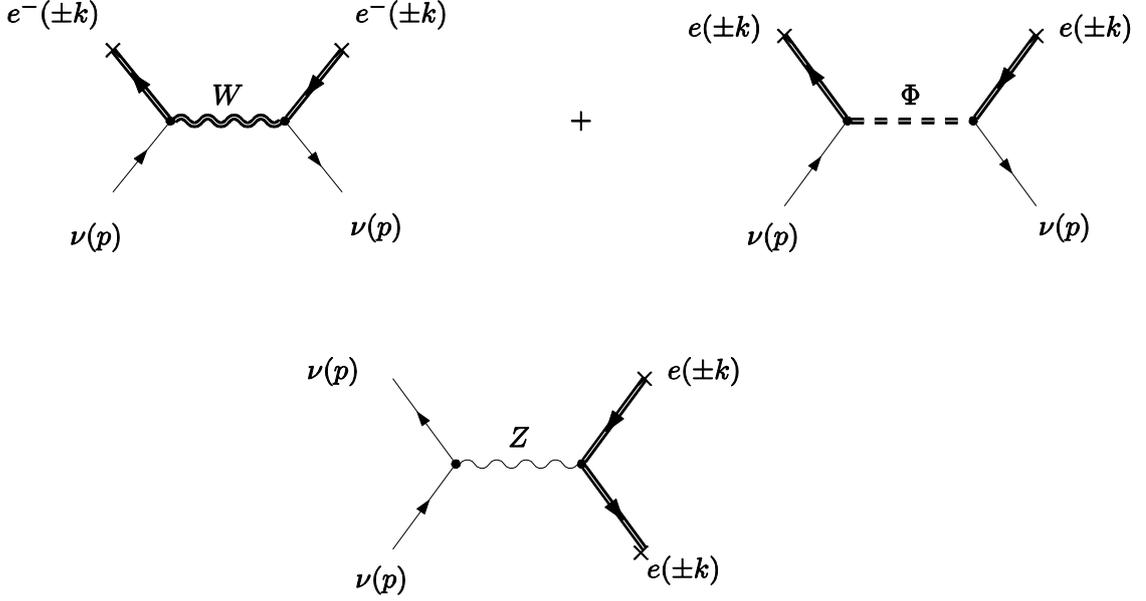


Рис. 1. Диаграммы Фейнмана, обуславливающие вклад замагниченной плазмы в амплитуду процесса рассеяния нейтрино вперед. Жирные линии соответствуют заряженным частицам.

Опуская детали вычислений, выпишем вклад в собственно-энергетический оператор  $\Sigma(p)$ , обусловленный процессом обмена  $W$ -бозоном.

$$\begin{aligned}
 \Sigma^W(p) &= \frac{i g^2}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{e^{-z}}{\omega_n} \times \\
 &\times \left( f(\omega_n) G_{\beta\alpha}^W(p-k) - \tilde{f}(\omega_n) G_{\beta\alpha}^W(p+k) \right) \times \\
 &\times \gamma_\alpha [\hat{k}_\parallel (L_n(2z) \Pi_- - L_{n-1}(2z) \Pi_+) + \\
 &+ 2\hat{k}_\perp L_{n-1}^1(2z)] \gamma_\beta \gamma_L, \tag{1.13}
 \end{aligned}$$

где  $g$  - константа электрослабого взаимодействия в стандартной модели,  $z = k_{\perp}^2/\beta$ ,  $\beta = eB$ . 4-импульс  $k^\alpha = (\omega, \mathbf{k})$ , разбит на два двумерных импульса: вектор в минковском подпространстве (0,3)  $k_{\parallel}^\alpha = (\omega, 0, 0, k_3)$ ,  $q_{\parallel}^2 = \omega^2 - k_3^2$  и вектор в плоскости поперечной магнитному полю  $k_{\perp}^\alpha = (0, k_1, k_2, 0)$ .  $\hat{k}_{\parallel} = (k\tilde{\varphi}\tilde{\varphi}\gamma) = \omega_n\gamma_0 - k_3\gamma_3$ ,  $\hat{k}_{\perp} = (k\varphi\varphi\gamma) = k_1\gamma_1 + k_2\gamma_2$ ,  $\varphi_{\alpha\beta} = F_{\alpha\beta}/B$  и  $\tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \varepsilon_{\alpha\beta\rho\sigma}\varphi_{\rho\sigma}/2$  - безразмерные тензор и дуальный тензор внешнего магнитного поля соответственно. Отметим, что вычисления проводятся в калибровке  $A^\mu = (0, 0, Bx, 0)$ , где магнитное поле направлено вдоль третьей оси  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ .  $\Pi_{\pm} = \frac{1}{2}(1 \pm i\gamma_1\gamma_2)$  - проекционные операторы,  $G_{\beta\alpha}^W(q)$  - Фурье-образ трансляционно инвариантной части пропагатора W-бозона,  $f(\omega_n)$  и  $\tilde{f}(\omega_n)$  - функции распределения электронов и позитронов. В системе покоя плазмы они имеют вид

$$f(\omega_n) = [e^{(\omega_n - \mu)/T} + 1]^{-1}, \quad \tilde{f}(\omega_n) = [e^{(\omega_n + \mu)/T} + 1]^{-1},$$

где  $\mu$  и  $T$  - химический потенциал и температура плазмы соответственно,  $\omega_n = \sqrt{m^2 + k_3^2} + 2\beta n$  - энергия электрона (позитрона) на  $n$ -ом уровне Ландау.

Присоединенные полиномы Лагерра в выражении (1.13) определены следующим образом:

$$L_k^l(x) = \frac{e^x x^{-l}}{k!} \frac{d^k}{dx^k} (e^{-x} x^{k+l}).$$

Аналогично для вклада, обусловленного процессом рассеяния нейтри-

но с обменом заряженным скалярным  $\Phi$ -бозоном:

$$\begin{aligned}
 \Sigma^\Phi(p) &= -\frac{i g^2}{2} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} \frac{e^{-z}}{\omega_n} \times \\
 &\times \left( f(\omega_n) G^\Phi(p-k) - \tilde{f}(\omega_n) G^\Phi(p+k) \right) \times \\
 &\times \left\{ \frac{m_e^2 m_\nu}{m_W^2} (L_n(2z) \Pi_- - L_{n-1}(2z) \Pi_+) - \right. \\
 &- [\hat{k}_\parallel (L_n(2z) \Pi_- - L_{n-1}(2z) \Pi_+) + \\
 &\left. + 2\hat{k}_\perp L_{n-1}^1(2z)] \left( \frac{m_e^2}{m_W^2} \gamma_L - \frac{m_\nu^2}{m_W^2} \gamma_R \right) \right\}. \tag{1.14}
 \end{aligned}$$

Здесь  $G^\Phi(q)$  – Фурье-образ трансляционно инвариантной части пропагатора  $\Phi$ -бозона.

Отметим, что выписанные вклады соответствуют только электронному типу нейтрино, для других типов нейтрино  $\nu_\mu, \nu_\tau$  вклад с обменами заряженными бозонами равен нулю  $\Sigma^W(p) = \Sigma^\Phi(p) = 0$ .

В феймановской калибровке трансляционно инвариантные части пропагаторов  $W$  и  $\Phi$ -бозонов в формализме собственного времени могут представлены в виде однократного интеграла

$$\begin{aligned}
 G_{\mu\nu}^W(q) &= - \int_0^{+\infty} \frac{ds}{\cos(\beta s)} e^{-i\Omega} (\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \Lambda_{\mu\nu} \cos(2\beta s) - \\
 &- \varphi_{\mu\nu} \sin(2\beta s)), \tag{1.15}
 \end{aligned}$$

$$G^\Phi(q) = \int_0^{+\infty} \frac{ds}{\cos(\beta s)} e^{-i\Omega}, \tag{1.16}$$

$$\Omega = (m_W^2 - q_\parallel^2) s + \frac{\text{tg}(\beta s)}{\beta} q_\perp^2, \tag{1.17}$$

где  $\Lambda_{\mu\nu} = \varphi_{\mu\tau} \varphi_{\nu}^{\tau}$ ,  $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = \tilde{\varphi}_{\mu\tau} \tilde{\varphi}_{\nu}^{\tau}$ .

Далее будем рассматривать реалистичную физическую ситуацию, когда масса  $W$ -бозона является самым большим параметром задачи. Это означает, что параметры, характеризующие замагниченную плазму, удовлетворяют условию:

$$m_e^2, \mu^2, T^2, eB \ll m_W^2. \quad (1.18)$$

Если плазма зарядово несимметричная, то в пропагаторах  $W$  и  $\Phi$ -бозона достаточно удерживать лидирующий вклад в разложении по обратным степеням  $m_W^2$ :

$$G_{\beta\alpha}^W \simeq \frac{i g_{\beta\alpha}}{m_W^2}, \quad G^{\Phi} \simeq -\frac{i}{m_W^2}.$$

После несложных вычислений для вкладов в собственно - энергетический оператор находим:

$$\Sigma^W(p) \simeq \sqrt{2} G_F \left( \dots - \frac{n_e^0 - \tilde{n}_e^0}{EB} (p \tilde{F} \gamma) \right) \gamma_L, \quad (1.19)$$

$$\begin{aligned} \Sigma^{\Phi}(p) \simeq & \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left\{ \dots + \frac{n_e^0 - \tilde{n}_e^0}{EB} (p \tilde{F} \gamma) \left( \frac{m_e^2}{m_W^2} \gamma_L + \frac{m_{\nu}^2}{m_W^2} \gamma_R \right) - \right. \\ & \left. - \frac{ie}{4\pi^2} m_{\nu} \frac{m_e^2}{m_W^2} \int_0^{+\infty} \frac{dk}{\omega_0} (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)) (\gamma F \gamma) \right\}, \quad (1.20) \end{aligned}$$

где многоточие соответствует слагаемым, не дающим вклада в магнитный момент нейтрино,  $\omega_0$  – энергия электрона (позитрона) на основном ( $n=0$ ) уровне Ландау,  $n_e^0, \tilde{n}_e^0$  – плотность электронов и позитронов соответственно на основном уровне Ландау, причём их разность определяется

следующим интегралом

$$n_e^0 - \tilde{n}_e^0 = \frac{eB}{2\pi^2} \int_0^{+\infty} dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)). \quad (1.21)$$

Сравнивая результаты (1.19) и (1.20) с параметризацией (1.3), получаем искомые коэффициенты  $C_L, C_R$  и  $K_2$

$$C_L^W = -\frac{eG_F}{\sqrt{2}\pi^2 E} \int_0^{+\infty} dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)), \quad (1.22)$$

$$C_R^W = K_2^W = 0, \quad (1.23)$$

$$C_L^\Phi = -\frac{m_e^2}{2m_W^2} C_L^W, \quad C_R^\Phi = -\frac{m_\nu^2}{2m_W^2} C_L^W, \quad (1.24)$$

$$K_2^\Phi = -\frac{eG_F}{4\sqrt{2}\pi^2} \frac{m_e^2}{m_W^2} \int_0^{+\infty} \frac{dk}{\omega_0} (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)). \quad (1.25)$$

Как и следовало ожидать, вклады, обусловленные обменом заряженным скаляром, подавлены малыми факторами  $m_\nu^2/m_W^2$  и  $m_e^2/m_W^2$ .

Интересующая нас часть  $\Sigma^Z$ , обусловленная вкладом от рассеяния нейтрино на заряженных фермионах плазмы с обменом Z-бозоном, легко вычисляется:

$$\Sigma_f^Z = \sqrt{2} G_F \left( \dots - \frac{T_3^f}{BE} (n_f^0 - \tilde{n}_f^0) (p \tilde{F} \gamma) \right) \gamma_L. \quad (1.26)$$

Здесь  $n_f^0, \tilde{n}_f^0$  – плотность заряженных фермионов и антифермионов на основном уровне Ландау соответственно,  $T_3^f$  – третья компонента изоспина заряженного фермиона. Многоточие соответствует слагаемым, не дающим вклада в магнитный момент нейтрино. Учитывая, что наибольшая концентрация на основном уровне Ландау соответствует электронам

и позитронам, из выражения (1.26) находим искомые коэффициенты  $C_L$ ,  $C_R$  и  $K_2$

$$C_L^Z = \frac{e G_F}{2\sqrt{2} \pi^2 E} \int_0^{+\infty} dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)), \quad (1.27)$$

$$C_R^Z = K_2^Z = 0. \quad (1.28)$$

Таким образом, магнитный момент нейтрино, индуцированный зарядово несимметричной плазмой, определяется в основном коэффициентами  $C_L^Z$  и  $C_L^W$ . Окончательно для  $C_L$  получаем:

$$C_L \simeq C_L^W + C_L^Z \simeq \mp \frac{e G_F}{2\sqrt{2} \pi^2 E} \int_0^{+\infty} dk (f(\omega_0) - \tilde{f}(\omega_0)). \quad (1.29)$$

Верхний знак в этом выражении соответствует электронному нейтрино  $\nu_e$ , нижний знак - мюонному и тау нейтрино,  $\nu_\mu, \nu_\tau$ . Здесь мы отбросили вклады, пропорциональные  $1/m_W^4, 1/m_W^6$  и т.д.

Интеграл в выражении (1.29) легко вычисляется в ультрарелятивистской плазме. В этом случае для плазменного вклада в магнитный момент нейтрино  $\Delta\mu_\nu^{pl}$  получаем простое выражение:

$$\Delta\mu_\nu^{pl} = \frac{C_L m_\nu}{2} \simeq \mp \frac{e G_F m_\nu \mu}{4\sqrt{2} \pi^2 E}. \quad (1.30)$$

Здесь  $\mu$  – химический потенциал электронов ультрарелятивистской плазмы.

Полевой вклад в магнитный момент нейтрино вычислялся ранее во многих работах, например [74, 77]. Выражение для магнитного момента нейтрино в широком диапазоне энергий нейтрино и напряженности магнитного поля,  $m_l^2/m_W^2 \ll (eB)^2 p_\perp^2/m_W^6 \ll 1$  может быть извлечено из работы [77]

$$\Delta\mu_\nu^f \simeq \mu_\nu^0 \left\{ 1 + \frac{4\chi^2}{3} \left( \ln \frac{1}{\chi} - \frac{17}{3} + \ln 3 + 2\gamma_E + i\pi \right) \right\}. \quad (1.31)$$

Здесь  $\mu_\nu^0$  магнитный момент нейтрино в вакууме [97], [98]

$$\mu_\nu^0 = \frac{3 e G_F m_\nu}{8 \sqrt{2} \pi^2}, \quad (1.32)$$

$m_\nu$  - масса нейтрино,  $p_\perp$  – поперечный по отношению к магнитному полю импульс нейтрино,  $\chi^2 = (eB)^2 p_\perp^2 / m_W^6$ ,  $\gamma_E = 0,577 \dots$  - постоянная Эйлера. В силу малости динамического параметра  $\chi$  в реальных астрофизических условиях,  $\chi \ll 1$ , полевой вклад в магнитный момент  $\Delta\mu_\nu^f$  приближенно равен вакуумному магнитному моменту  $\mu_\nu^0$ ,  $\Delta\mu_\nu^f \approx \mu_\nu^0$ .

Сумма магнитных моментов нейтрино от полевого вклада и плазменного дадут магнитный момент нейтрино в замагниченной плазме, который в условиях ультрарелятивистской плазмы равен:

$$\mu_\nu = \Delta\mu_\nu^f + \Delta\mu_\nu^{pl} \simeq \frac{3 e G_F m_\nu}{8 \sqrt{2} \pi^2} \left( 1 \mp \frac{2}{3} \frac{\mu}{E} \right). \quad (1.33)$$

$\mu$  – химический потенциал электронов ультрарелятивистской плазмы. Следует отметить, что в слабо замагниченной плазме он имеет вид

$$\mu \simeq (3\pi^2 (n_e - \tilde{n}_e))^{1/3},$$

в то время как в сильно замагниченной плазме, когда из двух компонент активной среды доминирующим является магнитное поле, и электроны плазмы оккупируют преимущественно основной уровень Ландау, химический потенциал равен

$$\mu \simeq 2\pi^2 \frac{(n_e - \tilde{n}_e)}{eB},$$

где  $n_e$  и  $\tilde{n}_e$  – полная концентрация электронов и позитронов соответственно.

Еще одна ситуация, когда можно провести аналитические вычисления магнитного момента нейтрино до конца – это физические условия

зарядово симметричной электрон-позитронной плазмы. В этом случае вклад от диаграмм с обменом  $Z$ -бозоном исчезает, следовательно нейтрино типов  $\nu_\mu$  и  $\nu_\tau$  не имеют дополнительного магнитного момента, индуцированного замагниченной плазмой.

Для электронного нейтрино в зарядово симметричной  $e^-e^+$  плазме магнитный момент определяется выражением:

$$\mu_{\nu_e} \simeq \frac{3e G_F m_\nu}{8\sqrt{2} \pi^2} \left( 1 + \frac{4\pi^2}{9} \frac{T^2}{m_W^2} \right). \quad (1.34)$$

Как можно видеть, в реальных астрофизических условиях, когда  $T \ll m_W$ , плазменный вклад в магнитный момент нейтрино оказывается подавленным.

## Глава II

# Магнитный момент дираковского нейтрино и динамика взрыва сверхновой

### 1. Проблемы описания динамики взрыва сверхновой

В данной главе мы проводим анализ процесса двукратной конверсии спиральности нейтрино,  $\nu_L \rightarrow \nu_R \rightarrow \nu_L$ , в условиях сверхновой, где первая стадия реализуется за счет взаимодействия магнитного момента нейтрино с электронами и протонами плазмы в ядре сверхновой, а вторая стадия возникает за счёт резонансной конверсии спиральности нейтрино в магнитном поле оболочки. Кроме того, рассматривается вопрос о возможности стимулирования затухающей ударной волны за счет данного процесса, что может оказаться полезным в задачах моделирования взрывающихся сверхновых.

При численном моделировании взрыва сверхновой возникают две основные проблемы [1, 4, 89]. Во-первых, еще не до конца разработан механизм стимулирования затухающей ударной волны, без которого взрыв, по-видимому, не может состояться. Напомним, что основной причиной затухания ударной волны является потеря энергии на диссоциацию ядер вещества оболочки сверхновой. Вторая проблема состоит в том, что даже в случае «успешного» теоретического взрыва сверхновой энерговыделение оказывается существенно меньше наблюдаемой кинетической энергии оболочки  $\sim 10^{51}$  эрг, что известно как проблема FOE (ten to the Fifty One Ergs). Таким образом, для согласованного описания динамики взрыва необходимо, чтобы исходящий из центральной части сверхновой

нейтринный поток за счет какого-либо механизма передавал оболочке энергию масштаба  $\sim 10^{51}$  эрг.

Одним из возможных способов решения указанных проблем является механизм, впервые предложенный А. Даром [91] и основанный на предположении о существовании у нейтрино не слишком малого магнитного момента. Левые нейтрино электронного типа  $\nu_e$ , рождающиеся в большом количестве в ядре сверхновой, частично превращаются в правые нейтрино за счёт взаимодействия магнитного момента нейтрино с электронами и протонами плазмы. В свою очередь правые нейтрино, стерильные относительно слабого взаимодействия, свободно покидают центральную часть сверхновой, если магнитный момент нейтрино не слишком велик,  $\mu_\nu < 10^{-11} \mu_B$ , где  $\mu_B$  — магнетон Бора. Часть этих нейтрино может снова превратиться в левые за счет взаимодействия магнитного момента нейтрино с магнитным полем в оболочке сверхновой. По существующим представлениям величина магнитного поля может достигать здесь масштаба критического значения  $B_e = m_e^2/e \simeq 4,41 \cdot 10^{13}$  Гс и даже превышать его. Вновь рождающиеся левые нейтрино, поглощаясь в ходе бета-процессов,  $\nu_e n \rightarrow e^- p$ , могут передавать оболочке сверхновой дополнительную энергию, таким образом стимулируя ударную волну.

В настоящее время, по нашему мнению, появились основания для более детального рассмотрения механизма Дара. В недавней работе [34] было показано, что в предыдущих статьях на данную тему оценки для потока и светимости правых нейтрино из центральной части сверхновой были существенно занижены.

Считается, что сверхновые типа II образуются в конце эволюции массивной звезды ( $M > 8 M_\odot$ ), когда внутри неё заканчивается всё

ядерное горючее. Под влиянием гравитации центральная часть звезды коллапсирует и переходит в нейтронную звезду. При образовании нейтронной звезды освобождается энергия гравитационной связи порядка  $\sim 0,15 M_{\odot} c^2 = 3 \cdot 10^{53}$  эрг; и только лишь небольшая доля ( $\sim 10^{51}$  эрг) требуется для того, чтобы «сдуть» внешние слои звезды, фактически бóльшую часть её массы. Однако, практически всю энергию уносят нейтрино, которые очень слабо взаимодействуют с веществом и разработанные модели взрыва сверхновой сталкиваются с трудностями при решении вопроса передачи энергии уносимой нейтрино, к веществу оболочки, которая требуется для того чтобы сбросить ее.

В этой главе будет показано, что наличие у нейтрино магнитного момента  $\sim 10^{-13} \mu_B$ , а также присутствие достаточно сильного магнитного поля может объяснить механизм передачи оболочке сверхновой дополнительной энергии необходимой для взрыва, а также может привести к пульсирующему нейтринному сигналу.

## **2. Магнитный момент как возможное решение вопросов динамики взрыва сверхновой**

### **2.1. Процессы переворота спиральности нейтрино в ядре сверхновой**

При ненулевом значении магнитного момента нейтрино возможны процессы переворота спиральности,  $\nu_L \longleftrightarrow \nu_R$ , реализация которых в условиях замагниченной плазмы астрофизических объектов может, в случае дираковского нейтрино, оказаться важным фактором для механизма потерь энергии такими объектами. В минимально расширенной стандартной модели с массивными нейтрино величина магнитного мо-

мента нейтрино [97, 98] имеет вид

$$\mu_\nu^{(SM)} = \frac{3e G_F m_\nu}{8\pi^2 \sqrt{2}} = 3.20 \times 10^{-19} \left( \frac{m_\nu}{1 \text{ эВ}} \right) \mu_B, \quad (2.1)$$

где  $\mu_B = e/2m_e$  – магнетон Бора. С учетом существующих ограничений на массы нейтрино эту величину можно считать ненаблюдаемо малой. С другой стороны, различные нетривиальные расширения стандартной модели, такие, как нарушенная лево-правая симметрия [99–103] допускают существенно бóльшие значения магнитного момента нейтрино [104, 105]

Магнитный момент нейтрино в общем случае представляет собой матрицу  $\mu_{\nu_i \nu_j} \equiv \mu_\nu^{ij}$ , содержащую как диагональные, так и переходные магнитные моменты, где  $\nu_i, \nu_j$  – состояния нейтрино с определённой массой. Нейтринные состояния  $\nu_\ell$  с определёнными ароматами  $\ell$ , рождающиеся в слабых процессах, являются суперпозициями состояний  $\nu_i$ :

$$\nu_\ell = \sum_i U_{\ell i}^* \nu_i, \quad (2.2)$$

где  $U_{\ell i}$  – унитарная матрица лептонного смешивания Понтекорво–Маки–Накагавы–Сакаты [58–61], аналогичная матрице Кабиббо–Кобаяши–Маскава [62, 63]. Далее мы будем рассматривать для простоты диагональный магнитный момент нейтрино  $\mu_\nu$ . Расширение на общий случай матрицы магнитных моментов  $\mu_\nu^{ij}$  не представляет сложности и состоит в том, что величина магнитного момента во всех последующих выражениях должна рассматриваться как эффективное значение. Например, для процессов с начальными электронными нейтрино под  $\mu_\nu$  следует понимать величину

$$\mu_\nu \rightarrow \mu_{\nu_e} \equiv \left( \sum_i \left| \sum_j \mu_\nu^{ij} U_{ej} \right|^2 \right)^{1/2}. \quad (2.3)$$

Аналогичные подстановки следует использовать для начальных мюонного и тау-нейтрино.

Значительный интерес к магнитному моменту нейтрино возник после знаменательного события вспышки сверхновой *SN1987A* [106–111] в связи с моделированием взрыва сверхновой, в котором гигантский исходящий поток нейтрино фактически определяет энергетику процесса. Это означает, что такая микроскопическая характеристика нейтрино, как магнитный момент, могла бы оказывать решающее влияние на макроскопические свойства этих астрофизических событий.

В литературе обсуждаются два возможных механизма реализации процесса переворота спиральности нейтрино  $\nu_L \longleftrightarrow \nu_R$  в астрофизических условиях.

1. *Механизм рассеяния* обусловлен взаимодействием магнитного момента дираковского нейтрино с микроскопическим электромагнитным полем виртуального плазмона. Например, в ядре сверхновой захваченные левые нейтрино, взаимодействуя с плазмоном, который может как рождаться, так и поглощаться, способны конвертировать в правые нейтрино:

$$\nu_L \rightarrow \nu_R + \gamma^*, \quad \nu_L + \gamma^* \rightarrow \nu_R. \quad (2.4)$$

Эти правые нейтрино стерильны по отношению к слабому взаимодействию, что может быть важным, например, при учёте потерь энергии звездами. Слишком большой поток правых нейтрино, рождающихся в таких взаимодействиях, из ядра сверхновой может не оставить достаточного количества энергии для объяснения наблюдаемой нейтринной светимости сверхновой. Таким образом, отсюда может быть установлена верхняя граница на магнитный момент нейтрино [29, 32–34]. Наибо-

лее последовательно вклад процесса переворота спиральности нейтрино в светимость ядра сверхновой был исследован в работе [35]. Здесь вместо модели однородного шара, которая использовалась в предыдущих исследованиях, были рассмотрены реалистичные модели с радиальными распределениями и временной эволюцией физических параметров в ядре сверхновой. Из условия, что влияние излучения правых нейтрино на масштаб полного времени охлаждения должно быть ограниченным, были получены верхние пределы на усреднённый по ароматам магнитный момент нейтрино дираковского типа:

$$\bar{\mu}_\nu < (1.1 - 2.7) \times 10^{-12} \mu_B, \quad (2.5)$$

в зависимости от модели взрыва.

2. *Механизм осцилляций*  $\nu_L \leftrightarrow \nu_R$  может реализоваться при взаимодействии магнитного момента нейтрино с макроскопическим магнитным полем в оболочке сверхновой. Поток правых нейтрино, исходящий из ядра сверхновой, попадает в область оболочки сверхновой между нейтриносферой (радиуса  $R_\nu$ ) и зоной стагнации ударной волны (радиуса  $R_s$ ). По существующим представлениям типичные значения этих величин меняются незначительно за время стагнации, и могут быть оценены как  $R_\nu \sim 20\text{--}50$  км,  $R_s \sim 100\text{--}200$  км. Если в рассматриваемой области присутствует достаточно сильное магнитное поле порядка критического значения  $B_e = m_e^2/e \simeq 4.41 \times 10^{13}$  Гс, то имеет место явление осцилляций спиральности нейтрино.

Интересная возможность сочетания обоих указанных механизмов была впервые предложена Даром [91], рассмотревшим процесс двукратной конверсии спиральности нейтрино,  $\nu_L \rightarrow \nu_R \rightarrow \nu_L$ , в условиях сверхновой, где первая стадия реализуется за счет взаимодействия магнитного

момента нейтрино с электронами и протонами плазмы в ядре сверхновой, а вторая стадия возникает за счет переворота спина нейтрино в магнитном поле оболочки. В работе [92] была дополнительно учтена возможность резонансной конверсии правых нейтрино в левые,  $\nu_R \rightarrow \nu_L$ , не рассмотренная в [91]. В работе [35] идея Дара была реанимирована на основе новой уточненной оценки [34] для потока и светимости правых нейтрино из центральной части сверхновой (ранее использовавшиеся данные были существенно занижены). Были определены условия, при которых механизм двукратной конверсии спиральности нейтрино мог бы стимулировать затухающую ударную волну при взрыве сверхновой.

## 2.2. Дополнительная энергия нейтрино в веществе оболочки сверхновой

Вычислим вклад в дополнительную энергию нейтрино от взаимодействия нейтрино с электронами и нуклонами оболочки сверхновой, а также вклад обусловленный магнитным моментом нейтрино в магнитном поле оболочки.

Дополнительная энергия, которую приобретает нейтрино взаимодействуя с веществом, обусловлена процессами его когерентного рассеяния вперёд на электронах и нуклонах. Сначала рассмотрим рассеяние на электронах. Ограничиваясь локальным пределом слабого взаимодействия левого нейтрино с электронами, когда пропагаторы промежуточных  $W$  и  $Z$ -бозонов “стягиваются” в точку, как это показано на рис. 2, соответствующий эффективный локальный лагранжиан можно представить в виде

$$\mathcal{L}_{\nu,e}^{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\Psi}_{\nu_e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \Psi_{\nu_e}] [\bar{\Psi}_e \gamma^\alpha (C_V + C_A \gamma_5) \Psi_e], \quad (2.6)$$

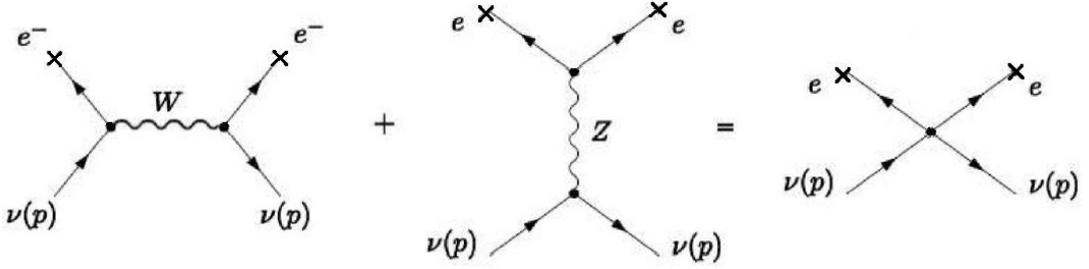


Рис. 2. Диаграммы Фейнмана, иллюстрирующие переход к эффективному  $\nu - e^-$  взаимодействию в локальном пределе

где константы  $C_V$ ,  $C_A$  для электронного нейтрино равны:

$$C_V = \frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W, \quad C_A = \frac{1}{2}. \quad (2.7)$$

Амплитуда процесса рассеяния нейтрино вперед на электронах плазмы в локальном пределе определяется следующим выражением:

$$\mathcal{M}_{\nu,e}^{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu] \int \text{Sp}(\hat{q} + m_e) \gamma^\alpha (C_V + C_A \gamma_5) \frac{d^3 q f_e(q)}{2q_0 (2\pi)^3}, \quad (2.8)$$

где  $q$  - 4-вектор импульса электрона, а  $f_e(q)$  - функция распределения электронов среды. Будем полагать это распределение равновесным, при этом функция распределения Ферми–Дирака записывается в виде

$$f_e(q) = \left( \exp \frac{(q u) - \mu_e}{T} + 1 \right)^{-1}, \quad (2.9)$$

где  $\mu_e$  - химический потенциал,  $T$  - температура плазмы,  $u^\alpha$  - 4-вектор скорости среды, описывающий ее движение как целое.

Поскольку  $\text{Sp}(\hat{q} + m_e) \gamma^\alpha (C_V + C_A \gamma_5) = 4q^\alpha C_V$ , получаем

$$\mathcal{M}_{\nu,e}^{eff} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} [\bar{\nu} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \nu] C_V 2 \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} f_e(q) \frac{q^\alpha}{q_0}, \quad (2.10)$$

Возникший интеграл является релятивистским ковариантом и легко вычисляется:

$$2 \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} f_e(q) \frac{q_\alpha}{q_0} = u^\alpha N_e, \quad (2.11)$$

где  $N_e$  – концентрация электронов в системе покоя среды, где  $u^\alpha = (1, \mathbf{0})$ . Подставляя значение интеграла (2.11) в амплитуду (2.10) и учитывая, что  $C_V = 1/2 + 2 \sin^2 \theta_W$  окончательно получим

$$\mathcal{M}_{\nu,e}^{eff} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} (\bar{\nu} \hat{u}(1 + \gamma_5)\nu) (1 + 4 \sin^2 \theta_W) N_e. \quad (2.12)$$

Теперь рассмотрим рассеяние нейтрино вперед на нуклонах. Ограничиваясь локальным пределом слабого взаимодействия левого нейтрино с протонами и нейтронами (рис. 3), соответствующий эффективный локальный лагранжиан записываем в виде

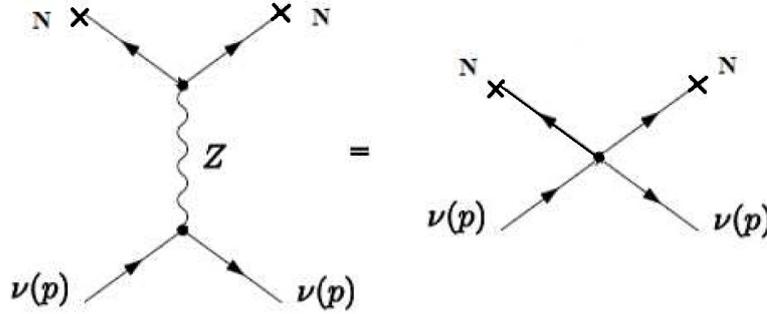


Рис. 3. Диаграммы Фейнмана, иллюстрирующие переход к эффективному  $\nu - N$ -взаимодействию в локальном пределе

$$\mathcal{L}_{\nu,N}^{eff} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} [\bar{\Psi}_{\nu_e} \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \Psi_{\nu_e}] [\bar{\Psi}_N \gamma^\alpha (2T_3(1 + \gamma_5) - 4Q_N \sin^2 \theta_W) \Psi_e], \quad (2.13)$$

$T_3$  - третья компонента изоспина, а  $Q_N$  - электрический заряд нуклонов.

С учетом этого амплитуду процесса можно представить в виде

$$\mathcal{M}_{\nu,N}^{eff} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\nu] \int \text{Sp} \left( \hat{q} + m_N \right) \gamma^\alpha (2T_3(1+\gamma_5) - 4Q_N \sin^2 \theta_W) \frac{d^3q f_N(q)}{2q_0(2\pi)^3}. \quad (2.14)$$

Вычисляя шпур и интегрируя по импульсам нуклонов, получаем

$$\mathcal{M}_{\nu,N}^{eff} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu}\gamma_\alpha(1+\gamma_5)\nu] [2T_3 - 4Q_N \sin^2 \theta_W] N_N u^\alpha, \quad (2.15)$$

где  $N_N$  - концентрация нуклонов. Учитывая, что для протона  $T_3 = \frac{1}{2}$ ;  $Q_p = 1$ , а для нейтрона  $T_3 = -\frac{1}{2}$ ;  $Q_n = 0$ , получим

$$\mathcal{M}_{\nu,N}^{eff} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} [\bar{\nu}\hat{u}(1+\gamma_5)\nu] [N_p(1 - 4\sin^2 \theta_W) - N_n], \quad (2.16)$$

где  $N_p$  и  $N_n$  - концентрации протонов и нейтронов соответственно в системе покоя плазмы.

Полная амплитуда взаимодействия нейтрино есть сумма вычисленных амплитуд (2.12) и (2.16) и с учетом электронейтральности плазмы  $N_p = N_e$  может быть представлена в виде

$$\mathcal{M}_{\nu,f}^{tot} = -\frac{G_F}{2\sqrt{2}} (\bar{\nu}\hat{u}(1+\gamma_5)\nu) (2N_p - N_n). \quad (2.17)$$

Введя обозначения  $Y_e = N_p/N_B$ , где  $N_B$  - концентрация барионов  $N_B = N_p + N_n$ , амплитуду можно привести к виду

$$\mathcal{M}_{\nu,f}^{tot} = -\frac{3G_F}{2\sqrt{2}} N_B (\bar{\nu}\hat{u}(1+\gamma_5)\nu) \left( Y_e - \frac{1}{3} \right). \quad (2.18)$$

Используя связь амплитуды с массовым оператором

$$\mathcal{M} = -\bar{\nu}\Sigma\nu, \quad (2.19)$$

получим

$$\Sigma_{\nu,f}^{tot} = \frac{3G_F}{2\sqrt{2}} N_B \hat{u}(1+\gamma_5) \left( Y_e - \frac{1}{3} \right). \quad (2.20)$$

Зная массовый оператор, можно восстановить дополнительную энергию  $\Delta E$ , которую нейтрино приобретает при рассеянии вперед на фермионах плазмы

$$\Delta E = \int d^3x \langle \bar{\Psi} \Sigma \Psi \rangle = \frac{\text{Sp}(\rho \Sigma)}{2E}, \quad (2.21)$$

где

$$\rho = \frac{1}{2} (\hat{p} + m)(1 + \hat{s}\gamma_5), \quad (2.22)$$

поляризационная матрица плотности нейтрино, а 4-мерный вектор спина  $s^\mu$  имеет вид

$$s^\mu = \left( \frac{(\mathbf{p} \boldsymbol{\xi})}{m}, \boldsymbol{\xi} + \frac{(\mathbf{p} \boldsymbol{\xi}) \mathbf{p}}{m(E + m)} \right), \quad \boldsymbol{\xi} = \lambda \frac{\mathbf{p}}{p}, \quad \lambda = \pm 1, \quad (2.23)$$

для ультрарелятивистского нейтрино, вектор  $s^\mu$  равен

$$s^\mu \approx \frac{\lambda}{m} (E, \mathbf{p}), \quad (2.24)$$

с учетом (2.24) выражение (2.22) приобретает вид

$$\rho = \frac{1}{2} \hat{p} (1 + \lambda \gamma_5). \quad (2.25)$$

Подставляя в формулу (2.21) выражение для матрицы плотности (2.25) и значение массового оператора из формулы (2.20), найдем дополнительную энергию нейтрино

$$\Delta E = \frac{3 G_F}{2 \sqrt{2}} N_B \left( Y_e - \frac{1}{3} \right) (1 - \lambda). \quad (2.26)$$

Дополнительная энергия, которую приобретает левое нейтрино соответствует,  $\lambda = -1$

$$\Delta E_{LL} = \frac{3 G_F}{\sqrt{2}} N_B \left( Y_e - \frac{1}{3} \right). \quad (2.27)$$

Соответственно для правого нейтрино при  $\lambda = +1$

$$\Delta E_{RR} = 0. \quad (2.28)$$

Далее рассмотрим взаимодействия магнитного момента нейтрино с внешним магнитным полем, которое описывается лагранжианом

$$\mathcal{L}_\nu^{(\mu)} = -\frac{i\mu}{2} (\bar{\Psi} \sigma_{\mu\nu} \Psi) F^{\mu\nu}. \quad (2.29)$$

Дополнительная энергия, обусловленная лагранжианом (2.29), в системе координат, где ось  $z$  направлена вдоль магнитного поля имеет вид

$$\Delta E^{(\mu)} = -\frac{\mu B}{2E} (\bar{U} \Sigma_3 U), \quad (2.30)$$

где  $\Sigma_3 = i\gamma_1\gamma_2$ . В произвольной системе координат выражение (2.30) можно переписать в ковариантной форме

$$\Delta E^{(\mu)} = -\frac{\mu \mathbf{B}}{2E} (\bar{U} \boldsymbol{\Sigma} U), \quad \boldsymbol{\Sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma} & 0 \\ 0 & \boldsymbol{\sigma} \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  - матрицы Паули.

Биспинорные амплитуды  $U$  являются решениями уравнения Дирака

$$U^\lambda = \begin{pmatrix} \sqrt{E+m} \varphi^\lambda \\ \lambda \sqrt{E+m} \varphi^\lambda \end{pmatrix}, \quad (2.32)$$

$\varphi^\lambda$  - собственные функции удвоенного оператора спиральности нейтрино

$$(\boldsymbol{\sigma} \mathbf{p}) \varphi^\lambda = \lambda p \varphi^\lambda,$$

где  $\mathbf{p}$  - импульс нейтрино. В системе координат, где ось  $z$  направлена вдоль импульса нейтрино, функции  $\varphi^\lambda$  имеют вид

$$\varphi^R = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \varphi^L = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}. \quad (2.33)$$

Биспиноры  $U^\lambda$  в ультрарелятивистском пределе соответственно равны

$$U_R = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad U_L = \sqrt{E} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}. \quad (2.34)$$

Таким образом, дополнительная энергия при распространении нейтрино в магнитном поле с переворотом спиральности  $\nu_R \rightarrow \nu_L$  равна

$$\Delta E_{RL}^{(\mu)} = -\frac{\mu \mathbf{B}}{2E} (\bar{U}_R \boldsymbol{\Sigma} U_L) = -\frac{\mu \mathbf{B}}{2E} (U_R^+ \gamma_0 \boldsymbol{\Sigma} U_L). \quad (2.35)$$

Подставляя значения  $U_{L,R}$  из (2.34) и проводя несложные вычисления, получим

$$\Delta E_{RL}^{(\mu)} = -\mu B_{\perp}, \quad (2.36)$$

где  $B_{\perp}$  - поперечная к направлению импульса нейтрино составляющая вектора магнитного поля. Аналогично вычисляя дополнительную энергию при переходе левого нейтрино в правое  $\nu_L \rightarrow \nu_R$ , получим

$$\Delta E_{LR}^{(\mu)} = -\mu B_{\perp}. \quad (2.37)$$

Нетрудно убедиться, что если нейтрино сохраняет свою спиральность, то дополнительная энергия от взаимодействия магнитного момента с внешним магнитным полем равна нулю

$$\Delta E_{LL}^{(\mu)} = 0, \quad \Delta E_{RR}^{(\mu)} = 0. \quad (2.38)$$

Объединяя все полученные результаты, можно записать оператор дополнительной энергии в виде матрицы

$$\Delta E^{(\mu)} = - \begin{pmatrix} 0 & \mu B_{\perp} \\ \mu B_{\perp} & C_L \end{pmatrix}, \quad (2.39)$$

где диагональный элемент  $C_L$  равен

$$C_L = \frac{3G_F}{\sqrt{2}} N_B \left( \frac{1}{3} - Y_e \right) \quad (2.40)$$

и обусловлен когерентным рассеянием нейтрино на фермионах плазмы.

### 2.3. Переворот спиральности нейтрино в слабо замагниченной плазме

Влияние магнитного поля на нейтрино, обладающее магнитным моментом, удобнее всего проиллюстрировать с помощью уравнения эволюции спиральности нейтрино во внешнем магнитном поле. С учетом дополнительной энергии, которую левые нейтрино электронного типа  $\nu_e$  приобретают в веществе оболочки сверхновой, уравнение эволюции спиральности может быть записано в виде [93–95]

$$i \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_L \end{pmatrix} = \left[ \hat{E}_0 + \Delta E \right] \begin{pmatrix} \nu_R \\ \nu_L \end{pmatrix}, \quad (2.41)$$

где  $\Delta E$  - дополнительная энергия, вычисленная выше (2.39), слагаемое  $\hat{E}_0$  пропорционально единичной матрице и несущественно для дальнейшего анализа.

Следует пояснить, почему мы используем выражение (2.40) для дополнительной энергии левых электронных нейтрино в неполяризованной среде, хотя в поле масштаба  $B_e$ , вообще говоря, должна возникать по меньшей мере частичная поляризация электронов. Справедливость применимости в данном случае приближения неполяризованной среды видна из следующих соображений. Как известно, состояния электронов в магнитном поле, соответствующие всем уровням Ландау, кроме основного, являются двукратно вырожденными относительно проекции спина на направление поля и, таким образом, не дают вклада в поляризацию среды. Следовательно, для оценки степени поляризации достаточно оценить долю электронов, заселяющих основной уровень Ландау, спины которых некомпенсированы. Для типичных условий рассматриваемой области оболочки сверхновой химический потенциал электронов имеет масштаб:

$\tilde{\mu}_e \simeq 5\text{--}10$  МэВ [96], следовательно, относя концентрацию электронов, заселяющих основной уровень Ландау,  $n_0 \simeq eB\tilde{\mu}_e/(2\pi^2)$ , к полной концентрации электронов,  $n_e \simeq \tilde{\mu}_e^3/(3\pi^2)$ , в качестве оценки для степени поляризации среды получаем:

$$P \sim \frac{n_0}{n_e} \lesssim \frac{eB}{\tilde{\mu}_e^2} \sim 10^{-2} \frac{B}{B_e}. \quad (2.42)$$

Таким образом, при рассматриваемых значениях величины магнитного поля  $B \sim B_e$  использование приближения неполяризованной среды является оправданным. Более строгое условие слабой замагниченности плазмы, при котором влиянием магнитного поля на поляризацию среды можно пренебречь, формулируется в виде:

$$B \ll \frac{(3\pi^2 n_e)^{2/3}}{e} \simeq 0.6 \times 10^{16} \text{ Гс} \left( \frac{n_e}{10^{33} \text{ см}^{-3}} \right)^{2/3}. \quad (2.43)$$

Выражение (2.40) для дополнительной энергии левых нейтрино  $C_L$  заслуживает специального анализа. Примечательной является возможность для этой величины обращаться в ноль именно в интересующей нас области оболочки сверхновой [92]. А это, в свою очередь, является условием резонансного перехода  $\nu_R \rightarrow \nu_L$  в виде  $Y_e = 1/3$ . Необходимо заметить, что в оболочке сверхновой реализуются значения  $Y_e$ , характерные для коллапсирующего вещества,  $Y_e \sim 0.4\text{--}0.5$ . Однако ударная волна, вызывая диссоциацию тяжелых ядер, делает вещество более прозрачным для нейтрино, что ведет к так называемой “короткой” нейтринной вспышке и, как следствие, к значительной делептонизации вещества в этой области. Согласно существующим представлениям, в радиальном распределении величины  $Y_e$  как показано на рис. 4 возникает характерный провал, где  $Y_e$  может падать вплоть до значений  $\sim 0.1$  [90, 96]. Таким образом, неизбежно существует точка, где  $Y_e$  принимает

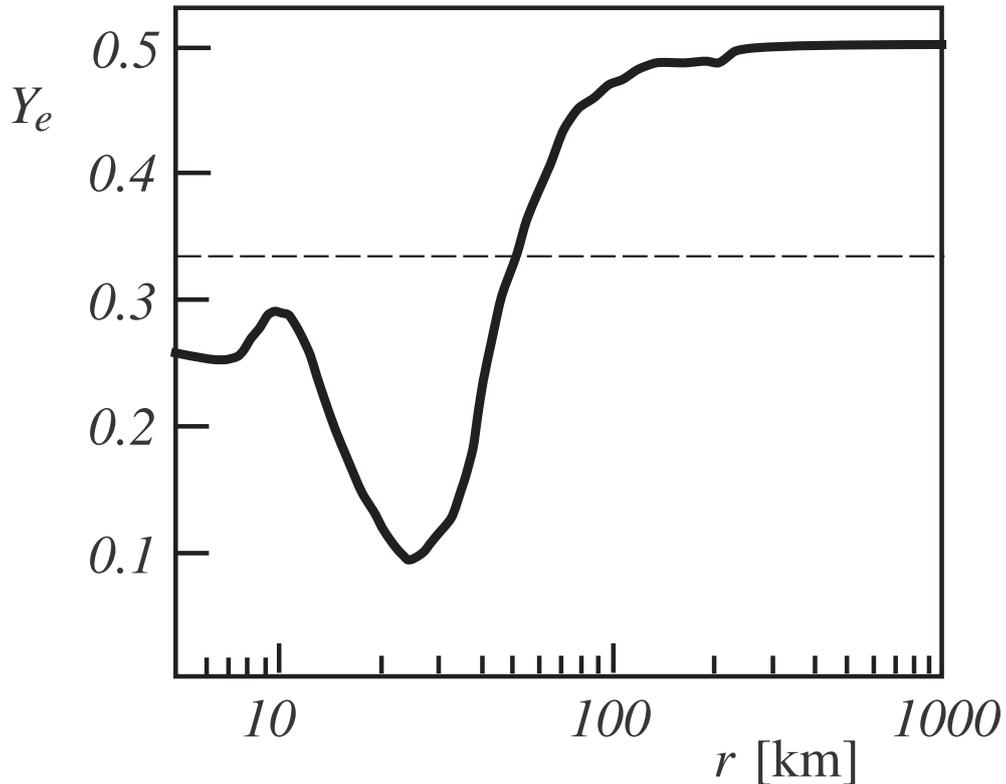


Рис. 4. Качественное поведение зависимости  $Y_e(r)$  через  $0,1 - 0,2$  сек после формирования ударной волны, с типичным «провалом», образованным за счет «короткой» нейтринной вспышки. Штриховая линия соответствует значению  $Y_e = 1/3$

значение  $1/3$ . Примечательно, что имеется только одна такая точка с  $dY_e/dr > 0$  [90,96].

Отметим, что условие  $Y_e = 1/3$  является необходимым, но все же еще не достаточным условием резонансной конверсии правых нейтрино в левые,  $\nu_R \rightarrow \nu_L$ . Необходимо также выполнение условия адиабатичности, смысл которого сводится к тому, что при смещении от точки резонанса на расстояние порядка длины осцилляций диагональный элемент  $C_L$  в уравнении (2.41) по крайней мере не должен существенно превышать недиагональный элемент  $\mu_\nu B_\perp$ . Если ввести безразмерный параметр  $g$ ,

это условие можно представить в виде:

$$\Delta C_L = \frac{1}{g} \mu_\nu B_\perp, \quad (2.44)$$

где буквальная адиабатичность процесса соответствует предел  $g \rightarrow \infty$ . Изменение диагонального элемента на расстоянии порядка длины осцилляций можно записать также в виде

$$\Delta C_L \approx \frac{\partial C_L}{\partial r} \Delta r = \frac{\partial C_L}{\partial r} \frac{\pi}{\mu_\nu B_\perp}, \quad (2.45)$$

где  $\Delta r$  – длина осцилляций. Следовательно,

$$B_\perp \approx \frac{1}{\mu_\nu} \sqrt{\frac{\partial C_L}{\partial r}}, \quad (2.46)$$

в предположении, что параметр  $g$  порядка единицы. Более точное условие адиабатичности основанное на численном решении уравнения (2.41) приведено ниже в формуле (2.48)

### 3. Временная эволюция нейтринного сигнала от сверхновой

#### 3.1. Временная эволюция нейтринного потока

Существует возможность реализации процесса переворота спиральности дираковского нейтрино, обладающего магнитным моментом, которая может привести к интересным наблюдательным следствиям при детальном исследовании ожидаемого нейтринного сигнала от предстоящего взрыва сверхновой. По существующим представлениям при взрыве галактической сверхновой на расстоянии до 10 кПс ожидаемое число нейтринных событий в детекторе Супер-Камиоканде составит  $\sim 10^4$ , что позволит с хорошей точностью зарегистрировать временную эволюцию нейтринного потока.

При наличии достаточно сильного магнитного поля в оболочке сверхновой возможна не только вышеуказанная конверсия правых нейтрино в левые,  $\nu_R \rightarrow \nu_L$  [91, 92], но и превращение активных электронных нейтрино и антинейтрино основного нейтринного потока в стерильную по отношению к слабому взаимодействию форму  $\nu_L \rightarrow \nu_R, \bar{\nu}_R \rightarrow \bar{\nu}_L$ .

Численный анализ уравнения (2.41) показывает, что после прохождения резонансной области ( $Y_e = 1/3$ ) в результате указанной конверсии поток левых нейтрино ослабляется фактором  $W_{LL}$ , который имеет смысл вероятности выживания левых нейтрино,  $\nu_{eL} \rightarrow \nu_{eL}$ , или, иными словами, коэффициента прозрачности. На рис. 5 показано характерное изменение  $W_{LL}$  при прохождении точки резонанса (помещённой в начало координат) для различных значений магнитного поля. Видно, что оболочка сверхновой в присутствии достаточно сильного магнитного поля оказывается практически непрозрачной для активных электронных нейтрино и антинейтрино, что может привести к ослаблению ожидаемого нейтринного сигнала от сверхновой.

Более детальный анализ численного решения уравнения (2.41) позволяет установить связь между интенсивностью магнитного поля и параметрами среды в оболочке сверхновой с одной стороны и вероятностью выживания активных нейтрино  $W_{LL}$  с другой стороны. Используя типичные масштабы параметров в рассматриваемой области [90, 96]:

$$\frac{dY_e}{dr} \sim 10^{-7} \text{ см}^{-1}, \quad \rho \sim 10^{10} \text{ г/см}^3, \quad (2.47)$$

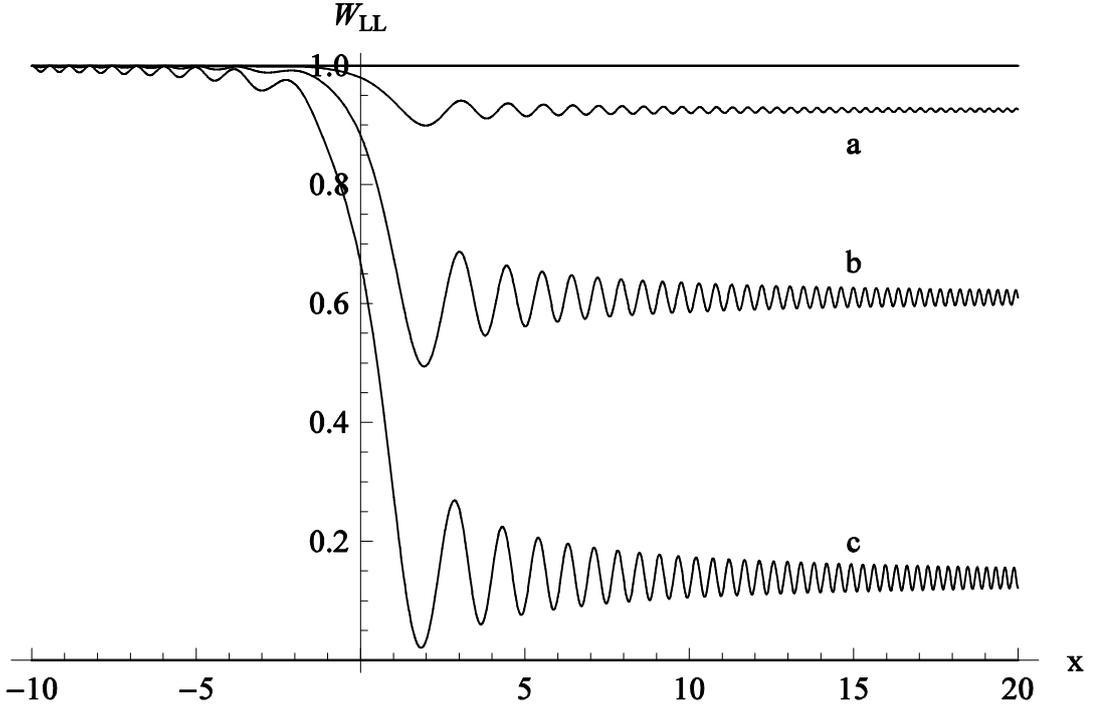


Рис. 5. Характер изменения с расстоянием  $x$  (в условных единицах) величины  $W_{LL}$  – вероятности выживания левых нейтрино,  $\nu_{eL} \rightarrow \nu_{eL}$ , (коэффициента прозрачности) при прохождении точки резонанса, помещённой в начало координат, для нескольких значений магнитного поля: (a)  $B = 0.2 B_e$ ; (b)  $B = 0.5 B_e$ ; (c)  $B = B_e$ . Для определенности магнитный момент нейтрино предполагается равным  $10^{-13} \mu_B$ , плотность  $10^{10} \text{ г/см}^3$ , градиент электронной фракции  $dY_e/dr \simeq 10^{-7} \text{ см}^{-1}$

находим аппроксимационную формулу:

$$\frac{B_{\perp}(t)}{B_e} = f(W_{LL}) \left( \frac{10^{-13} \mu_B}{\mu_{\nu}} \right) \times \left( \frac{\rho(t)}{10^{10} \text{ г/см}^3} \right)^{1/2} \left( \frac{dY_e}{dr}(t) \times 10^7 \text{ см} \right)^{1/2}. \quad (2.48)$$

Здесь фактор

$$f(W_{LL}) = 0.88 \frac{(1 - W_{LL})^{0.62}}{(W_{LL})^{0.13}}, \quad (2.49)$$

полученный путем численного моделирования, характеризует степень адиабатичности процесса конверсии. Буквальная адиабатичность соот-

ветствует пределу  $f \rightarrow \infty$ , когда  $W_{LL} \rightarrow 0$ , при этом происходит полная конверсия левых нейтрино в правые,  $W_{LR} = (1 - W_{LL}) \rightarrow 1$ .

Консервативное значение  $10^{-13} \mu_B$ , введённое в формуле (2.48) в качестве масштаба для магнитного момента нейтрино, выбрано на порядок меньше предела (2.5) с тем, чтобы поток стерильных нейтрино, рождающихся в ядре сверхновой за счёт первого из указанных механизмов конверсии  $\nu_L \rightarrow \nu_R$ , не искажал динамику взрыва сверхновой. Таким образом, мы можем использовать параметры модели взрыва без учёта влияния магнитного момента нейтрино.

Как показал анализ, основанный на подробных данных по радиальным распределениям и эволюции во времени физических параметров в ядре сверхновой, полученных в конкретной модели успешного взрыва, градиент электронной фракции  $dY_e/dr$ , входящий в уравнение (2.48), достаточно быстро растёт в точке  $Y_e = 1/3$  со временем, и, таким образом, при фиксированной интенсивности магнитного поля оболочка через некоторое время становится более прозрачной для активных нейтрино. Это означает, что нейтринный сигнал от сверхновой может быть ослаблен в течение некоторого ограниченного отрезка времени после коллапса.

Таким образом, при наличии магнитного момента у дираковского нейтрино и при достаточно большом магнитном поле в оболочке сверхновой мог бы иметь место характерный эффект существенного ослабления начального пика интенсивности нейтринного сигнала, предсказываемого моделями сверхновой. Например, уменьшение нейтринного сигнала в 10 раз ( $W_{LL} = 0.1$ ) при типичных значениях параметров среды реализова-

лось бы при величине магнитного поля

$$B_{\perp} = 4.9 \times 10^{13} \text{ Гс} \left( \frac{10^{-13} \mu_{\text{B}}}{\mu_{\nu}} \right) \times \\ \times \left( \frac{\rho}{10^{10} \text{ г/см}^3} \right)^{1/2} \left( \frac{dY_e}{dr} \times 10^7 \text{ см} \right)^{1/2}. \quad (2.50)$$

Заметим, что обсуждаемые в литературе [14, 15, 18–21] возможные величины магнитного поля, генерируемого в оболочке сверхновой, достигают  $10^{16}$  Гс.

### 3.2. Нейтринный сигнал от сверхновой *SN1987A*

Представляет интерес сравнение наблюдательных предсказаний обсуждаемого эффекта с единственным на данный момент нейтринным сигналом от сверхновой *SN1987A*, когда 3 подземных нейтринных детектора: Камиоканде-2 [106, 107], ИМБ [108, 109] и Баксанский сцинтилляционный телескоп [112] впервые зафиксировали электронные антинейтрино в реакции  $\bar{\nu}_e + p \rightarrow n + e^+$ . Нейтринный сигнал, зафиксированный детектором ЛСД [111] на 4 часа 43 мин раньше трех указанных детекторов, требует отдельного рассмотрения, и мы его не учитываем.

Следует признать, что статистика нейтринных событий от *SN1987A*, разумеется, недостаточна для уверенных заключений о временной эволюции потока нейтрино: детектор Камиоканде зафиксировал 11 событий (еще одно событие отнесено к фону), детектор ИМБ – 8 событий, и Баксанский телескоп – 5 событий (еще одно отнесено к фону). Объединение данных всех трех детекторов для исследования временной эволюции нейтринного сигнала представляет собой серьезную проблему. Во-первых, точность временной привязки сигналов была различной: у ИМБ она составляла  $\pm 50$  мс, у Камиоканде  $\pm 1$  мин, у Баксанского телескопа  $\pm 2$

с. Во-вторых, детекторы имели различный порог чувствительности: при энергии позитронов менее 27 МэВ эффективность их регистрации детектором ИМБ падала ниже 30%, у детекторов Камиоканде и Баксанского соответствующие пороги составляли 7 и 9 МэВ.

Простейшее, и вместе с тем небезосновательное решение проблемы временной привязки сигналов состоит в том, что первые события в сериях от различных детекторов объявляются совпадающими по времени, и производится соответствующий временной сдвиг [110]. Основанием для такого решения служит то, что, согласно существующим моделям взрыва сверхновой [90, 96], светимость ядра сверхновой через электронные антинейтрино достигает максимума за время около 30 мс после отскока, и затем после 200 мс достаточно быстро убывает. Таким образом, вероятность регистрации антинейтрино, родившихся именно на этом временном отрезке, максимальна. Совмещая во времени первые события во всех трех детекторах, и выбирая этот момент за начало отсчета времени  $t = 0$ , мы получаем массив из 24 событий [106, 109, 112] во временном интервале от 0 до 12.4 с, причем 17 событий приходится на первые 3 с. Однако временное распределение этих событий не обнаруживает какого-либо начального пика. Таким образом, не исключено, что временная эволюция единственного наблюдавшегося нейтринного сигнала от сверхновой *SN1987A* подтверждает описанное выше ослабление начального пика.

### **3.3. О возможности существования нейтринного пульсара**

Укажем на еще одно возможное интересное проявление магнитного момента нейтрино. Если при взрыве сверхновой рождается магнитар с полоидальным магнитным полем порядка  $10^{14} - 10^{15}$  Гс, то, учитывая,

что в формулы (2.41), (2.48) входит поперечная составляющая магнитного поля  $B_{\perp}$ , нейтрино могут избежать конверсии своей спиральности только в узкой области вблизи полюсов. При вращении рождающегося магнитара вокруг оси, не совпадающей с его магнитным моментом, и если нам “повезет” с ориентацией оси вращения, нейтринный сигнал будет иметь пульсирующий характер, то есть может наблюдаться своего рода нейтринный пульсар.

Следует заметить, что описанное влияние сильного магнитного поля при наличии магнитного момента у нейтрино на временную эволюцию нейтринного сигнала является, строго говоря, неполным без учёта эффектов осцилляций нейтринных ароматов [113]. Комплексное воздействие указанных эффектов на поток нейтрино требует специального исследования. Можно указать на возможное проявление смешивания ароматов нейтрино. Поскольку выражение (2.40) относится только к электронному нейтрино, в амплитуде рассеяния которого на электронах среды присутствуют каналы обмена как нейтральным  $Z$ -бозоном, так и заряженным  $W$ -бозоном. Для мюонного и тау-нейтрино, которые рассеиваются на электронах только через обмен нейтральным  $Z$ -бозоном, дополнительная энергия имеет вид

$$C_L^{\mu,\tau} = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} N_B (1 - Y_e), \quad (2.51)$$

т.е. нигде не обращается в нуль, и указанный резонансный переход невозможен. Учитывая, что в нейтринном потоке, исходящем из ядра сверхновой, возможны резонансные осцилляции аромата в верхних слоях звезды, в потоке нейтрино, достигающих Земли, может иметь место дефицит не только нейтрино электронного аромата, но скорее других типов нейтрино,  $\nu_{\mu}$  и  $\nu_{\tau}$ . Таким образом, для реставрации потока нейтрино от сверх-

новой необходимы детекторы, чувствительные ко всем типам нейтрино. Реставрированный таким образом поток нейтрино от сверхновой будет иметь пульсирующий характер во времени, с глубиной пульсаций  $\sim 30\%$ , как это качественно проиллюстрировано на рис. 6

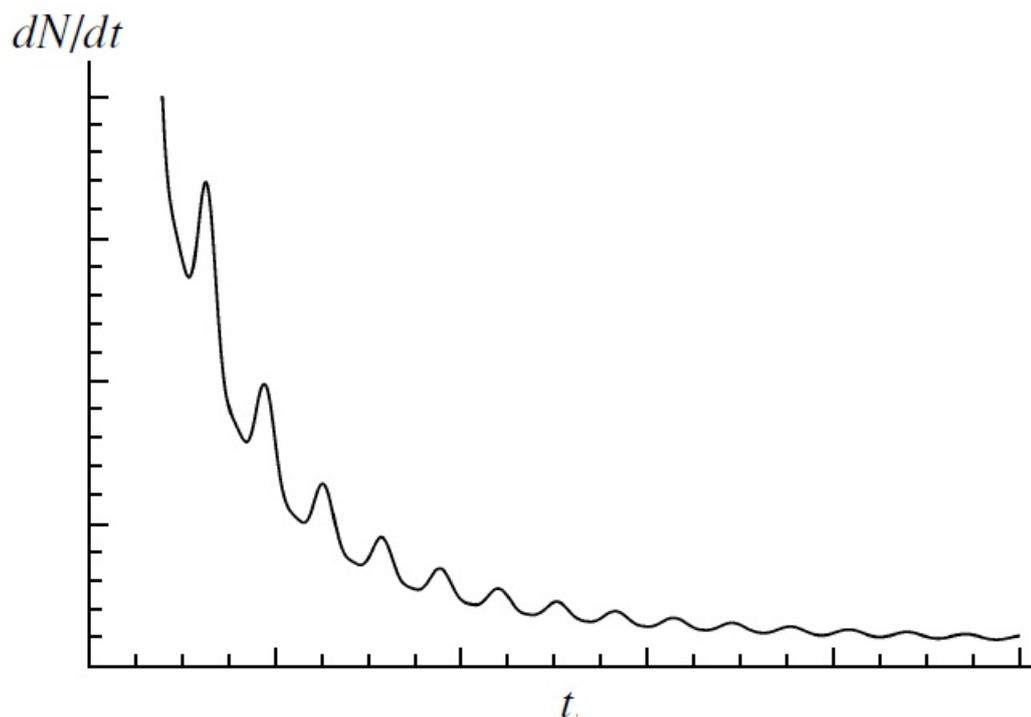


Рис. 6. Иллюстрация пульсирующего характера нейтринного сигнала при вращении рождающегося магнитара вокруг оси, не совпадающей с его магнитным моментом — нейтринного пульсара

В заключение отметим, что при наличии магнитного момента у дираковского нейтрино и при достаточно большом магнитном поле в оболочке сверхновой мог бы иметь место характерный эффект существенного ослабления начального пика интенсивности нейтринного сигнала, предсказываемого моделями сверхновой. Например, при типичных значениях параметров среды и при значении магнитного момента нейтрино

$\sim 10^{-13} \mu\text{В}$ , то есть на порядок меньше существующего астрофизического предела, уменьшение нейтринного сигнала в 10 раз реализовалось бы уже при величине магнитного поля порядка критического  $B_e$ .

Примечательно, что, как показал анализ, временная эволюция единственного наблюдавшегося нейтринного сигнала от сверхновой *SN1987A* возможно подтверждает указанное ослабление начального нейтринного пика.

Если при взрыве сверхновой рождается магнитар с полоидальным магнитным полем, то при его вращении вокруг оси, не совпадающей с магнитным моментом, и при “удачной” ориентации оси вращения нейтринный сигнал будет иметь пульсирующий характер, то есть может наблюдаться своего рода нейтринный пульсар.

## Глава III

### Радиационный «распад» безмассового нейтрино

#### 1. Дисперсия частиц во внешней активной среде

##### 1.1. Дисперсия в среде: основные определения

Дисперсионные эффекты в веществе существенно влияют на распространение частиц с небольшими массами (фотоны, нейтрино), в то время как другие частицы остаются практически нечувствительными к влиянию среды (например, аксионы и другие Намбу-Голдстоуновские бозоны). Анализируя существующую связь между рассеянием вперёд и коэффициентом преломления, можно получить и исследовать законы дисперсии фотонов и нейтрино.

В соответствии с общими понятиями квантовой теории поля частицы есть квантованные возбуждения соответствующих полей: фотоны – электромагнитного поля, электроны – электрон-позитронного поля и так далее. Обычно удобно описывать эти поля с помощью плоских волн, характеризующихся частотой  $\omega$  и волновым вектором  $\mathbf{k}$ . Тогда возбуждения данных мод обладают временным и пространственным поведением, которое описывается фактором  $\exp[-i(\omega t - \mathbf{k}\mathbf{x})]$ . Частота при заданном волновом векторе определяется дисперсионным соотношением. Поскольку  $(\omega, \mathbf{k})$  – это 4-вектор, то исходя из лоренц-инвариантности, получаем, что в вакууме величина  $\omega^2 - \mathbf{k}^2 = m^2$  одинакова для всех частот и  $m$  есть масса частицы. Одним из следствий этого ковариантного дисперсионного соотношения является то, что распады вида  $1 \rightarrow 2 + 3$  возможны

только при условии  $m_1 > m_2 + m_3$ , чтобы в системе покоя частицы 1 было достаточно энергии для рождения конечных состояний.

В среде соотношения дисперсии, как правило, преобразуются за счёт когерентных взаимодействий с “фоном”. В простейшем случае частица приобретает эффективную массу, вызванную присутствием среды. Например, у фотонов в нерелятивистской плазме соотношение дисперсии будет иметь вид  $\omega^2 = \omega_P^2 + \mathbf{k}^2$ , где  $\omega_P$  есть так называемая *плазменная частота*, определяемая выражением

$$\omega_P^2 = \frac{4\pi \alpha n_e}{m_e}, \quad (3.1)$$

здесь  $n_e$  – концентрация электронов. Появление у фотона в среде эффективной массы ведёт к тому, что при условии  $\omega_P^2 > 4m_\nu^2$  становится кинематически разрешённым распад  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ , который может происходить в звёздах. Фактически этот плазменный процесс является основным механизмом излучения нейтрино в широком диапазоне температур и плотностей, включая, например, физические условия внутри белых карликов и красных гигантов. Наряду с горячей плотной плазмой значимое влияние на дисперсионные свойства частиц может оказывать другая компонента активной астрофизической среды – сильное магнитное поле. Однако указанное влияние поля является существенным только в случае его достаточно большой интенсивности.

## 1.2. Поляризационный оператор фотона во внешнем магнитном поле

Дисперсионные свойства фотона в магнитном поле определяются его поляризационным оператором, который может быть получен из ампли-

туды  $\mathcal{M}_{\gamma \rightarrow \gamma}$  перехода фотон-фотон:

$$\mathcal{M}_{\gamma \rightarrow \gamma} = \varepsilon_{\alpha}^* \Pi_{\alpha\beta} \varepsilon_{\beta}, \quad (3.2)$$

описываемого диаграммой Фейнмана, изображённой на рис. 7.

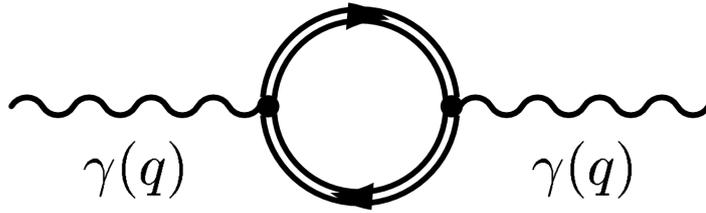


Рис. 7. Поляризационный оператор фотона в сильном магнитном поле

Здесь двойная линия в петле соответствует точному пропагатору заряженного фермиона в магнитном поле. При этом доминирующую роль играет электрон как частица с максимальным удельным зарядом  $e/m_e$ , наиболее чувствительная к влиянию внешнего поля. Поляризационный оператор фотона во внешнем поле исследовался в целом ряде работ (см., например, [36–40]). Удобно представить поляризационный оператор в форме

$$\Pi_{\alpha\beta} = \sum_{\lambda=1}^3 \frac{b_{\alpha}^{(\lambda)} b_{\beta}^{(\lambda)}}{(b^{(\lambda)})^2} \Pi^{(\lambda)}(q), \quad (3.3)$$

где  $\Pi^{(\lambda)}$  – собственные значения поляризационного оператора,  $b_{\alpha}^{(\lambda)}$  – его

собственные векторы, образующие ортогональный базис:

$$\begin{aligned} b_\alpha^{(1)} &= (q\varphi)_\alpha, & b_\alpha^{(2)} &= (q\tilde{\varphi})_\alpha, \\ b_\alpha^{(3)} &= q^2(q\varphi\varphi)_\alpha - q_\alpha(q\varphi\varphi q), & b_\alpha^{(4)} &= q_\alpha. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Функции  $\Pi^{(\lambda)}(q)$  можно записать в виде [40]

$$\begin{aligned} \Pi^{(\lambda)}(q) &= -\frac{\alpha}{\pi} \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[ \frac{\beta t}{\sin \beta t} \varrho^{(\lambda)} e^{-i\Omega} - q^2 \frac{1-u^2}{2} e^{-i\Omega_0} \right] + \Pi^{(\text{vac})}(q^2), \\ \varrho^{(1)} &= \frac{q_\parallel^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right) - q_\perp^2 \frac{\cos \beta t u - \cos \beta t}{\sin^2 \beta t}, \\ \varrho^{(2)} &= q_\parallel^2 \frac{1-u^2}{2} \cos \beta t - \frac{q_\perp^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right), \\ \varrho^{(3)} &= \frac{q^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right), \end{aligned} \quad (3.5)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega &= \Omega_0 + \frac{q_\perp^2}{2} \left( \frac{\cos \beta t u - \cos \beta t}{\beta \sin \beta t} - \frac{1-u^2}{2} t \right), \\ \Omega_0 &= t \left( m_e^2 - q^2 \frac{1-u^2}{4} \right), \quad q_\parallel^2 = \omega^2 - k_3^2, \quad q_\perp^2 = -\mathbf{k}_\perp^2. \end{aligned}$$

В выражениях (3.5) произведено вычитание вакуумного поляризационного оператора, в результате чего интеграл по  $t$  стал сходящимся, затем был добавлен перенормированный вакуумный поляризационный оператор. Функция  $\Pi^{(\text{vac})}(q^2)$  описывает поляризацию вакуума в отсутствии поля и имеет вид (см., например, [114])

$$\Pi^{(\text{vac})}(q^2) = \frac{\alpha}{2\pi} q^2 v(q^2), \quad (3.6)$$

$$v(q^2) = \int_0^1 du (1-u^2) \ln \left( 1 - \frac{q^2}{4m_e^2} (1-u^2) \right). \quad (3.7)$$

Как показывает анализ уравнений дисперсии реального фотона в магнитном поле,

$$q^2 - \Pi^{(\lambda)}(q) = 0, \quad (\lambda = 1, 2, 3), \quad (3.8)$$

только две поперечные поляризации,  $\lambda = 1, 2$ , являются физическими, тогда как фотон с третьей поляризацией,  $\lambda = 3$ , физическим не является. Действительно, подставляя выражение для  $\Pi^{(3)}(q)$  в уравнение (3.8), видим, что оно имеет единственное решение  $q^2 = 0$ . При этом из (3.4) следует, что базисный вектор  $b_\alpha^{(3)}$  пропорционален 4-импульсу фотона  $q_\alpha$ , то есть соответствующий оператор электромагнитного поля пропорционален полной дивергенции и может быть устранён калибровочным преобразованием.

Векторы поляризации фотонов с определённым законом дисперсии пропорциональны собственным векторам  $b_\alpha^{(1,2)}$ :

$$\varepsilon_\alpha^{(1)} = \sqrt{\mathcal{Z}_1} \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{q_\perp^2}}, \quad \varepsilon_\alpha^{(2)} = \sqrt{\mathcal{Z}_2} \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}}. \quad (3.9)$$

Множители  $\sqrt{\mathcal{Z}_\lambda}$  учитывают *перенормировку волновых функций фотонов*

$$\mathcal{Z}_\lambda^{-1} = 1 - \frac{\partial \Pi^{(\lambda)}}{\partial q_\parallel^2}. \quad (3.10)$$

Эти перенормировки особенно существенны в окрестности *циклотронных резонансов*

$$q_\parallel^2 = \left( \sqrt{m_e^2 + 2neB} + \sqrt{m_e^2 + 2n'eB} \right)^2, \quad (3.11)$$

где функции  $\Pi^{(\lambda)}(q)$  имеют корневые сингулярности.

Следует заметить, что в названиях двух поляризационных состояний фотона в магнитном поле (3.9) существует несогласованность. По терминологии классической работы Адлера [115] это так называемые “продольная”  $\parallel$  и “поперечная”  $\perp$  фотонные моды,  $\varepsilon_\alpha^{(1)} = \varepsilon_\alpha^{(\parallel)}$  и  $\varepsilon_\alpha^{(2)} = \varepsilon_\alpha^{(\perp)}$ . Эти обозначения были основаны на расположении вектора напряжённости *магнитного поля* электромагнитной волны фотона по отношению к плоскости, образованной вектором внешнего магнитного поля  $\mathbf{B}$  и импульсом фотона  $\mathbf{q}$ . Позднее некоторые авторы, по-видимому, рассудили, что более естественно основываться на расположении вектора напряжённости *электрического поля* электромагнитной волны фотона по отношению к указанной плоскости, и стали использовать противоположные обозначения (см., например, [50, 116]). В результате в некоторых работах (см., например, [117]), обозначения оказались перепутанными и, ссылаясь на статью [115], авторы в действительности использовали обозначения статьи [116]. Иногда предпринимались также попытки ввести другие обозначения для двух фотонных поляризаций,  $B$  и  $C$ , I и II (см., например, [118]) или  $\sigma$  и  $\pi$ -поляризации (с точностью до калибровочного преобразования) (см., например, [119]). Мы используем обозначения  $\varepsilon_\alpha^{(1,2)}$  (см. (3.9)).

В пределе сильного поля в кинематической области  $q_\parallel^2 \ll eB$  выражения для функций  $\Pi^{(\lambda)}(q)$  существенно упрощаются и могут быть запи-

саны в виде

$$\begin{aligned} \Pi^{(1)}(q) &= -\frac{\alpha}{3\pi} q_{\perp}^2 + \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \left( \ln \frac{B}{B_e} - C - \gamma_E + \frac{3}{2} v(q^2) \right) + \\ &+ O\left(\frac{1}{eB}\right), \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \Pi^{(2)}(q) &= -\frac{2\alpha}{\pi} eB H\left(\frac{q_{\parallel}^2}{4m_e^2}\right) + \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \left( \ln \frac{B}{B_e} - C - \gamma_E + \frac{3}{2} v(q^2) \right) + \\ &+ O\left(\frac{1}{eB}\right), \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\Pi^{(3)}(q^2) = \frac{\alpha}{3\pi} q^2 \left( \ln \frac{B}{B_e} - C - \gamma_E + \frac{3}{2} v(q^2) \right) + O\left(\frac{1}{eB}\right), \quad (3.14)$$

где  $\gamma_E = 0.577\dots$  – постоянная Эйлера,  $C \simeq 1.2147$  есть численное значение интеграла

$$C = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{dz}{z} \left( \frac{1+3z}{1+z} + \frac{3}{z \operatorname{th} z} - \frac{3}{\operatorname{th}^2 z} \right). \quad (3.15)$$

Функция  $H(z)$ , введённая в выражении (3.13), имеет вид

$$H(z) = \int_0^1 \frac{du}{1 - z(1 - u^2) - i0} - 1 \quad (3.16)$$

и в различных областях значений аргумента равна:

$$\begin{aligned} H(z) &= \frac{1}{2\sqrt{-z(1-z)}} \ln \frac{\sqrt{1-z} + \sqrt{-z}}{\sqrt{1-z} - \sqrt{-z}} - 1, \quad z < 0, \\ H(z) &= \frac{1}{\sqrt{z(1-z)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{z}{1-z}} - 1, \quad 0 < z < 1, \\ H(z) &= -\frac{1}{2\sqrt{z(z-1)}} \ln \frac{\sqrt{z} + \sqrt{z-1}}{\sqrt{z} - \sqrt{z-1}} - 1 + \frac{i\pi}{2\sqrt{z(z-1)}}, \quad z > 1. \end{aligned} \quad (3.17)$$

Функция имеет асимптотики:

$$H(z) \simeq \frac{2}{3}z + \frac{8}{15}z^2 + \frac{16}{35}z^3, \quad |z| \ll 1, \quad (3.18)$$

$$H(z) \simeq -1 - \frac{1}{2z} \ln 4|z|, \quad |z| \gg 1. \quad (3.19)$$

Следует заметить, что в реальных вычислениях члены с  $q^2$ , содержащиеся в выражениях (3.12) и (3.13), несущественны, так как определяют, в соответствии с дисперсионным уравнением (3.8), поправки порядка  $\alpha$ .

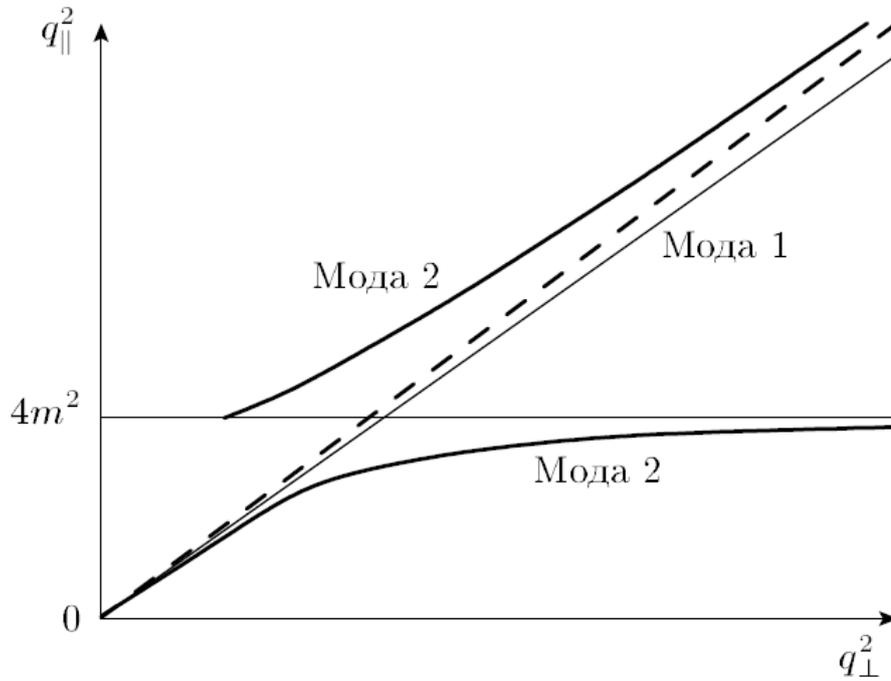


Рис. 8. Закон дисперсии в сильном магнитном поле для фотонов первой и второй мод: дисперсионная кривая фотона моды 2 выше линии  $q_{\parallel}^2 = 4m_e^2$  представляет собой реальную часть функции  $\Pi^{(2)}$ ; пунктирная линия соответствует вакуумной дисперсии  $q^2 = 0$

Решение дисперсионного уравнения (3.8) для фотона второй моды, определяемое функцией (3.13), изображено на рис. 8. Пунктирная ли-

ния соответствует вакуумной дисперсии  $q^2 = 0$ . В области выше этой линии квадрат “массы фотона”  $\text{Re } \Pi^{(2)}$  имеет положительный знак, ниже линии – отрицательный. Расстояние по вертикали от данной точки дисперсионной кривой до линии  $q^2 = 0$  равно  $|q^2|$ . Линия  $q^2 = 0$  и горизонтальная линия  $4m_e^2$  делят плоскость на области, соответствующие различным нейтринным процессам.

Решение уравнения (3.8) для фотона первой моды, как видно из выражения для функции (3.12), в рассматриваемой кинематической области представляет собой прямую, незначительно отклоняющуюся от вакуумной прямой  $q^2 = 0$  в область отрицательных  $q^2$ .

## 2. Радиационный распад безмассового нейтрино с учетом вклада позитрония в поляризованном операторе фотона

### 2.1. Излучение фотона безмассовым нейтрино $\nu \rightarrow \nu\gamma$

Процесс  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  в магнитном поле исследовался в случаях относительно слабого поля [41], сильного поля [42] и для поля произвольной интенсивности [50]. Однако в этих работах рассматривалась только ситуация с относительно малыми энергиями нейтрино,  $E < 2m_e$ . В случае более значительных энергий нейтрино,  $E \gtrsim 2m_e$ , который интересен в свете возможных астрофизических приложений, становятся существенными большие радиационные поправки, приводящие к перенормировке волновых функций фотонов (см. (3.9)). Ещё одним существенным фактором является значительное отклонение закона дисперсии фотона второй моды от вакуумного (см. рис. 8). Оба эти фактора были впервые корректно учтены в работе [51]. Но и в этой, и в других работах при расчете

радиационного распада нейтрино в поляризационном операторе фотона учитывался только петлевой вклад виртуальных свободных (не образующих связанного состояния – позитрония ) электронов и позитронов. На первый взгляд учет вклада позитрония должен давать малую поправку следующего порядка по постоянной тонкой структуры  $\alpha \approx 1/137$ . Однако в сильном магнитном поле,  $B \gg B_e$ , этот вклад приводит к существенному изменению дисперсионных свойств фотона в окрестности циклотронного резонанса [128], что, в свою очередь, влияет на ширину самого процесса  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ . В работе [133] исследовался процесс радиационного „распада“ нейтрино  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  относительно высоких энергий,  $E \gg m_e$ , с учетом влияния позитрония как на дисперсию фотона, так и на амплитуду процесса.

## 2.2. Кинематика процесса $\nu \rightarrow \nu\gamma$

Процесс  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  в вакууме запрещен, поскольку вакуумный закон дисперсии фотона  $q^2 = 0$  противоречит закону сохранения, из которого следует, что 4-импульс фотона должен быть пространственно подобен,  $q^2 = (p - p')^2 < 0$ , где  $p$  и  $p'$  4-импульсы начального и конечного нейтрино соответственно. Однако в оптически активных средах процесс может идти при условии  $q^2 < 0$ . Например, закон дисперсии в плазме, см. рис. 9, открывает данный процесс для продольных плазмонов, когда их дисперсионная ветвь оказывается в области  $q^2 < 0$  [120], либо в диэлектриках с показателем преломления  $n > 1$  [121]. Следует отметить, что оптически активной средой является также и магнитное поле, где существуют дисперсионные ветви с  $q^2 < 0$  (см. рис. 8). Известно [122], что в магнитном поле определенный закон дисперсии имеют фотоны двух

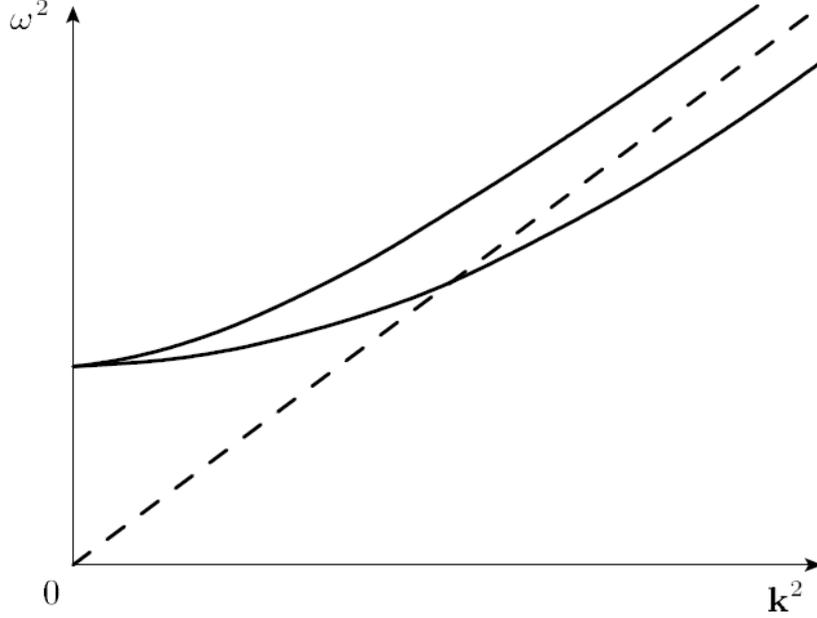


Рис. 9. Дисперсионные кривые поперечного плазмона  $\omega^2 = \omega_t^2(\mathbf{k})$  (верхняя линия) и продольного плазмона  $\omega^2 = \omega_l^2(\mathbf{k})$  (нижняя линия), пунктирная линия соответствует вакуумной дисперсии  $q^2 = 0$

поляризаций:

$$\varepsilon_\alpha^{(1)} = \sqrt{Z_1} \frac{(q\varphi)_\alpha}{\sqrt{k_\perp^2}}; \quad \varepsilon_\alpha^{(2)} = \sqrt{Z_2} \frac{(q\tilde{\varphi})_\alpha}{\sqrt{q_\parallel^2}}, \quad (3.20)$$

где  $\varphi^{\alpha\beta} \equiv F^{\alpha\beta}/B$  – безразмерный тензор магнитного поля,  $\tilde{\varphi}^{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}$  – дуально сопряженный тензор поля, а множители  $Z_\lambda^{-1} = 1 - \partial\Pi^{(\lambda)}/\partial q_\parallel^2$ , учитывают эффект перенормировки волновых функций фотонов, который, как мы увидим ниже, оказывается существенным в окрестности циклотронных резонансов [38],  $\Pi^{(\lambda)}$  – собственные значения поляризационного оператора фотона моды  $\lambda = 1, 2$ . 4-импульс фотона  $q^\alpha = (\omega, \mathbf{k})$  разбит на два двумерных импульса: век-

тор в минковском подпространстве (0,3)  $q_{\parallel}^{\alpha} = (\omega, 0, 0, k_3)$ ,  $q_{\parallel}^2 = \omega^2 - k_3^2$  и вектор в плоскости поперечной магнитному полю  $q_{\perp}^{\alpha} = (0, \mathbf{k}_{\perp}, 0)$ . Предполагается, что третья ось направлена вдоль магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Отметим, что разбиение на  $q_{\parallel}^{\alpha}$  и  $q_{\perp}^{\alpha}$  можно представить в ковариантном виде:  $q_{\parallel}^{\alpha} = (q \tilde{\varphi} \tilde{\varphi})^{\alpha}$ ,  $q_{\perp}^{\alpha} = (q \varphi \varphi)^{\alpha}$ .

В качестве примера влияния дисперсии фотона на кинематику оценим фазовый объем процесса  $\nu \rightarrow \nu \gamma$ :

$$\Phi = \int \frac{d^3 p' d^3 k}{E' \omega} \delta^4(P - P' - q) = \int \frac{d^3 k}{\omega(k) E'} \delta(E - E' - \omega(k)), \quad (3.21)$$

где интеграл вычисляется с учетом зависимости энергии фотона от его импульса  $\omega(k)$ .

Для фотона моды 1 найдем фазовый объем, интегрируя по дисперсионной прямой, изображенной на рис. 10. Дисперсию фотона  $\omega(k) = \sqrt{k_{\perp}^2 \zeta + k_3^2}$ , где  $\zeta = 1 - \alpha/3\pi$ , легко получить из выражения для поляризационного оператора (3.12), используя закон дисперсии:

$$q_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2 = q^2 = \Pi^{(1)}, \quad \text{где} \quad \Pi^{(1)} \approx -\frac{\alpha}{3\pi} k_{\perp}^2. \quad (3.22)$$

Интегрирование удобно провести в системе отсчета, где импульс начального нейтрино направлен поперек к магнитному полю, а ось «x» системы координат направить вдоль импульса нейтрино (см. рис 11). В выбранной системе координат фазовый объем имеет вид:

$$\Phi = \int_0^{\infty} k_{\perp} dk_{\perp} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk_3}{E' \omega} \delta(E - E' - \omega). \quad (3.23)$$

Используя представление  $\delta$ -функции:

$$\delta(E - E' - \omega) = \frac{E' \omega}{k^* E} (\delta(k_3 - k^*) + \delta(k_3 + k^*)), \quad (3.24)$$

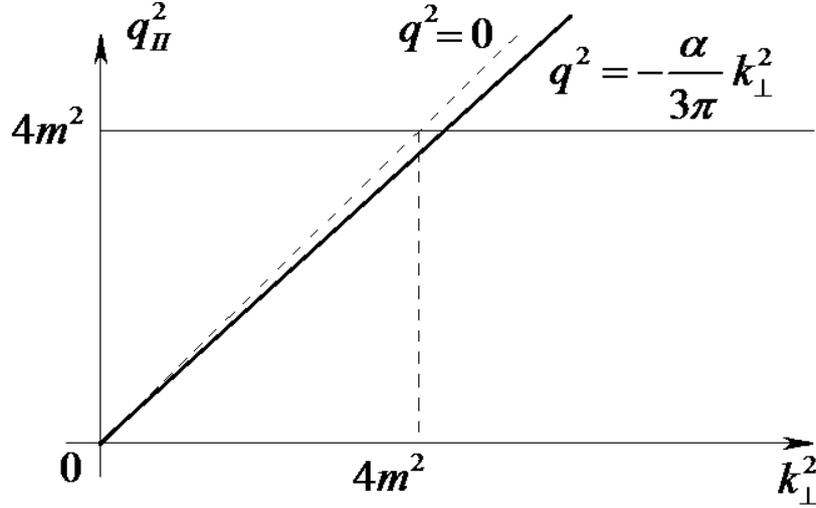


Рис. 10. Фазовый объем представляется в виде интеграла по линейному участку и интегрируя по  $k_3$ , получаем фазовый объем в виде:

$$\Phi = \frac{2}{E} \int_0^E k_{\perp} dk_{\perp} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{k^*}, \quad (3.25)$$

где  $k^*$  есть корень уравнения:

$$E - E' - \omega(k) = 0, \quad (3.26)$$

$E'$  - энергия конечного нейтрино:

$$E' = \sqrt{(\mathbf{p} - \mathbf{k})^2} = \sqrt{k_3^2 + E^2 - 2 E k_{\perp} \cos \varphi + k_{\perp}^2}. \quad (3.27)$$

Решая уравнение (3.26), находим:

$$k^* = k_{\perp} \sqrt{\left( \cos \varphi - \frac{k_{\perp}}{2E} (1 - \zeta) \right)^2 - \xi} \approx k_{\perp} \sqrt{\cos^2 \varphi - \zeta}, \quad (3.28)$$

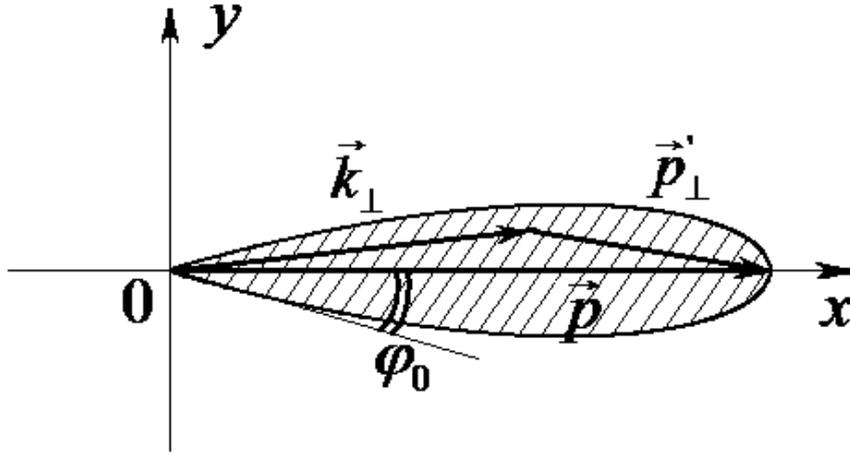


Рис. 11. Область интегрирования для фотона моды 1

поскольку,  $1 - \zeta = \alpha/3\pi \ll 1$ . Вводя обозначение  $\cos^2 \varphi_0 = \zeta$ , интеграл приводится к виду:

$$\Phi = \frac{4}{E} \int_0^E dk_{\perp} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \varphi_0}}, \quad (3.29)$$

далее, интегрируя по  $k_{\perp}$  и выполняя несложные преобразования, получаем:

$$\Phi = \frac{4}{\sin \varphi_0} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \varphi}{\sin^2 \varphi_0}}}. \quad (3.30)$$

После замены переменных  $\sin^2 \varphi / \sin^2 \varphi_0 = \sin^2 \alpha$  интеграл сводится к полному эллиптическому интегралу:

$$\Phi = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - K^2 \sin^2 \alpha}}, \quad (3.31)$$

где  $K^2 = \sin^2 \varphi_0$ . Учитывая, что  $K^2 = \alpha/3\pi \ll 1$ , находим фазовый объем распада нейтрино  $\nu \rightarrow \nu \gamma^{(1)}$  с участием фотона первой моды:

$$\Phi \approx 2\pi. \quad (3.32)$$

Далее приведем расчет фазового объема процесса с участием фотона второй моды. Фазовый объем, соответствующий дисперсионной линии фотона моды 2, в области  $q^2 < 0$  (см. рис 8) приближено можно представить в виде суммы двух интегралов (см. рис. 12), первый из которых соответствует части дисперсионной линии, где фотон имеет закон дисперсии близкий к линейному и второй - части дисперсионной линии, идущей практически горизонтально,  $q_{\parallel}^2 \approx 4m^2$ .

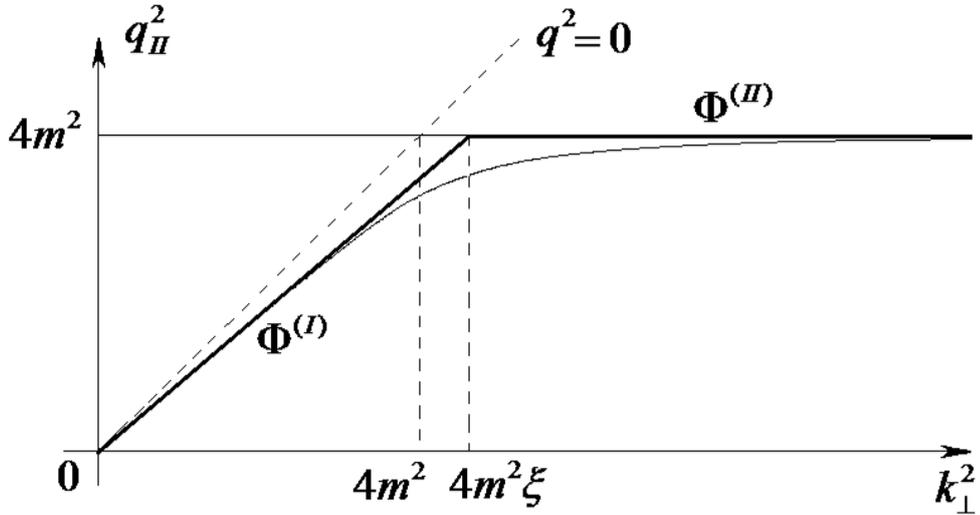


Рис. 12. Фазовый объем приближено представляется в виде суммы двух интегралов по линейным участкам

Дисперсию фотона на первом участке интегрирования легко полу-

читать, если в поляризационном операторе (3.13) воспользоваться асимптотикой функции  $H(z)$  при  $|z| \ll 1$  (3.18).

$$P^{(2)} \approx -\frac{\alpha b}{3\pi} q_{\parallel}^2. \quad (3.33)$$

Из закона дисперсии  $q_{\parallel}^2 - k_{\perp}^2 = q^2 = P^{(2)}$  получаем, что на этом участке интегрирования

$$\omega(k) = \sqrt{\frac{k_{\perp}^2}{\xi} + k_3^2}, \quad \text{где } \xi = 1 + \frac{\alpha b}{3\pi}. \quad (3.34)$$

Далее процедура интегрирования полностью аналогична ранее приведенной для фотона первой моды, отличия возникают только в области интегрирования, которая показана на рис. 13.

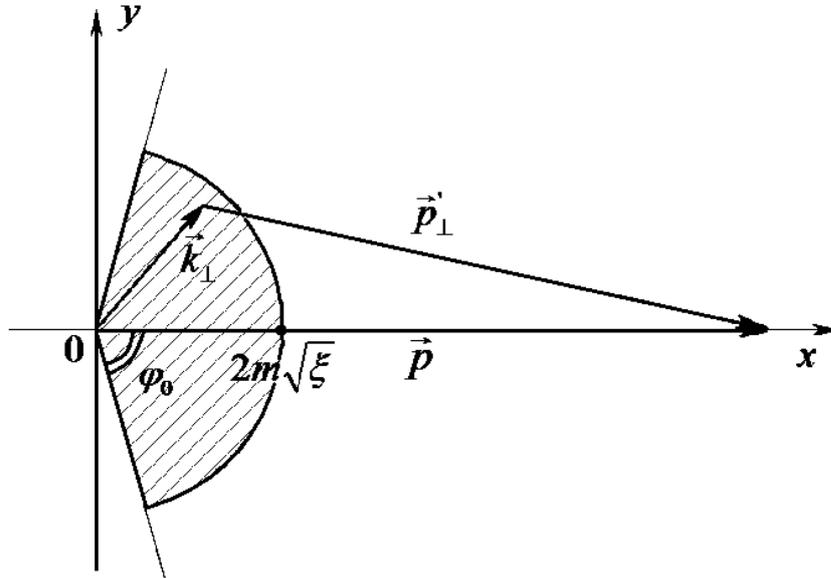


Рис. 13. Область интегрирования для первой части фазового объема

$$\Delta\Phi^{(I)} = \frac{4}{E} \int_0^{2m\sqrt{\xi}} dk_{\perp} \int_0^{\varphi_0} \frac{d\varphi}{\sqrt{\cos^2 \varphi - \cos^2 \varphi_0}}, \quad (3.35)$$

где введено обозначение  $\cos^2 \varphi_0 = 1/\xi$ . Делая аналогичные преобразования и замену переменной, интеграл сводится к полному эллиптическому интегралу:

$$\Delta\Phi^{(I)} = \frac{8m\sqrt{\xi}}{E} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\alpha}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \alpha}}, \quad \text{где } k^2 = \sin^2 \varphi_0 = \frac{\xi - 1}{\xi}, \quad (3.36)$$

который удается аппроксимировать довольно простым выражением:

$$\Delta\Phi^{(I)} \approx 2\pi \sqrt{\frac{4m^2\xi}{(p\varphi\varphi p)}} (1 + 0,26 \ln \xi), \quad (3.37)$$

здесь инвариант  $(p\varphi\varphi p) = E_{\perp}^2 = E^2 \sin^2 \theta$  имеет смысл квадрата поперечной энергии начального нейтрино, где  $\theta$  – угол между векторами импульса нейтрино и магнитного поля.

Далее приведем расчет фазового объема для второго, "горизонтального" участка интегрирования. Область интегрирования показана на рис. 14. Здесь удобно ввести новое обозначение  $\mathbf{r} \equiv -\mathbf{p}'_{\perp}$  и интегрирование вести в переменных  $r, \varphi$ . Фазовый объем будет выражаться следующим интегралом:

$$\Delta\Phi^{(II)} \approx \frac{2}{E} \int_0^{E-2m} r dr \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi}{k^*}, \quad (3.38)$$

где  $k^*$  - это корень уравнения  $E - E' - \omega(k) = 0$ . Знак приближенного равенства здесь означает, что мы в интеграле не исключили малую область между  $2m$  и  $2m\sqrt{\xi}$  (рис. 14), вклад от которой,

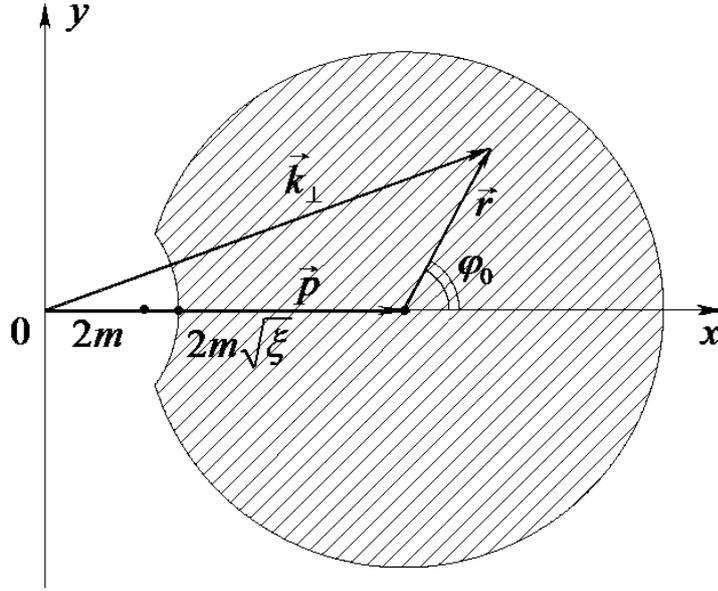


Рис. 14. Область интегрирования для второй части фазового объема

как показывает анализ, оказывается мал, порядка  $m/E$ . Для исследуемого участка интегрирования дисперсия фотона  $\omega(k) = \sqrt{4m^2 + k_3^2}$ , а энергия конечного нейтрино в наших обозначениях имеет вид  $E' = \sqrt{(\mathbf{p} - \mathbf{k})^2} = \sqrt{p_{\perp}^2 + k_3^2} = \sqrt{r^2 + k_3^2}$ . Уравнение на  $k^*$  примет вид:

$$\frac{(E^2 - r^2 + 4m^2)^2}{4E^2} = (k^*)^2 + 4m^2, \quad (3.39)$$

$$k^* = \frac{\sqrt{(E^2 - r^2 + 4m^2)^2 - 16m^2E^2}}{2E}. \quad (3.40)$$

Подставляя  $k^*$  в выражение для фазового объема, получим:

$$\Delta\Phi^{(II)} \approx 4\pi \int_0^{E-2m} \frac{r dr}{\sqrt{(E^2 - r^2 + 4m^2)^2 - 16m^2E^2}}, \quad (3.41)$$

Интегрируя, получаем выражение для фазового объема:

$$\Delta\Phi^{(II)} \approx 2\pi \ln \frac{E^2}{4m^2} = 2\pi \ln \frac{(p\varphi\varphi p)}{4m^2}. \quad (3.42)$$

Выпишем вклады в фазовый объем от обоих участков интегрирования:

$$\begin{aligned} \Delta\Phi^{(I)} &\approx 2\pi \sqrt{\frac{4m^2\xi}{(p\varphi\varphi p)}} (1 + 0,26 \ln \xi), \\ \Delta\Phi^{(II)} &\approx 2\pi \cdot \ln \frac{(p\varphi\varphi p)}{4m^2}. \end{aligned} \quad (3.43)$$

Из выражений (3.43) следует, что вклад второго участка дисперсионной линии доминирует для нейтрино с энергией  $E_{\perp} \gg m_e$ ,  $\Delta\Phi^{(II)} \gg \Delta\Phi^{(I)}$  и в дальнейших вычислениях вероятности процесса  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  можно ограничиться интегрированием только по «горизонтальному» участку дисперсионной линии.

### 2.3. Амплитуда процесса $\nu \rightarrow \nu \gamma$

Рассматривая процесс радиационного «распада» нейтрино в сильном магнитном поле, ограничимся локальным пределом слабого взаимодействия левого нейтрино с виртуальными электронами, когда пропагаторы промежуточных  $W$  и  $Z$ -бозонов «стягиваются» в точку, как это показано на рис. 15. При этом, имея ввиду возможные астрофизические приложения, будем считать, что энергия нейтрино относительно велика,  $E_{\perp} \gg m_e$ , но при этом магнитное поле остается самым большим параметром задачи. Таким образом, в вычислениях будет подразумеваться следующая иерархия параметров:

$$m_W^2 \gg eB \geq E_{\nu}^2 \gg m_e^2. \quad (3.44)$$

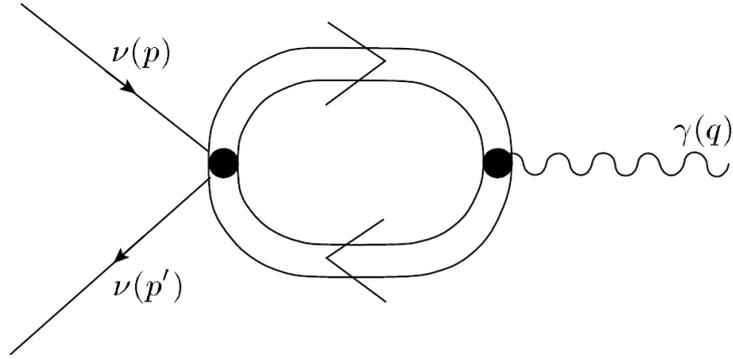


Рис. 15. Диаграмма, описывающая вершину  $\nu\nu\gamma$  в локальном пределе слабого взаимодействия

Лагранжиан взаимодействия, соответствующий процессу  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ , имеет вид:

$$L = -\frac{G_F}{\sqrt{2}} j_\alpha^{(\nu)} (\bar{\Psi}_e \gamma^\alpha (C_V + C_A \gamma_5) \Psi_e) + e (\bar{\Psi}_e \gamma^\alpha \Psi_e) A_\alpha, \quad (3.45)$$

здесь  $j_\alpha^{(\nu)} = \bar{\Psi}_\nu \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \Psi_\nu$  – оператор нейтринного тока, константы  $C_V$ ,  $C_A$  определены следующим образом:

$$C_V = \pm \frac{1}{2} + 2 \sin^2 \theta_W; \quad C_A = \pm \frac{1}{2},$$

где верхний знак соответствует электронному нейтрино (при этом вклад в процесс дает обмен как  $Z$ –, так и  $W$ –бозоном), а нижние знаки – мюонному и тау нейтрино (при этом вклад обусловлен только  $Z$ –бозоном),  $\theta_W$  – угол Вайнберга. Нейтринный оператор  $\Psi_\nu$  и фотонный оператор  $A_\alpha$  определяются в виде разложения по плоским волнам Де-Бройля, а электронный оператор  $\Psi_e$  представляется разложением по полному набору

решений уравнения Дирака в постоянном однородном магнитном поле. В пределе сильного поля лидирующий вклад в амплитуду процессов дают электроны, находящиеся на основном уровне Ландау [39]. Поэтому в разложении оператора  $\Psi_e$  можно ограничиться только вкладом, обусловленным электронами на основном уровне Ландау. Отметим, что таким решениям соответствует поляризованное состояние электрона со спином, направленным против поля. При этом аксиально-векторный ток можно представить в виде:

$$\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha \gamma_5 \Psi_e = \bar{\Psi}_e \Pi_- \gamma_\alpha \gamma_5 \Pi_- \Psi_e, \quad (3.46)$$

где проекционный оператор  $\Pi_-$  имеет вид:

$$\Pi_- = \frac{1 - i\gamma_1 \gamma_2}{2}.$$

Легко проверить, что выражение (3.46) не равно нулю только при  $\alpha = 0, 3$ , и, кроме того, в обкладках между проекционными операторами  $\Pi_-$  справедливо следующее «эффективное» тождество:

$$\gamma_\alpha \gamma_5 = (\tilde{\varphi} \gamma)_\alpha,$$

с помощью которого лагранжиан (3.45) преобразуется к виду:

$$L = e(\bar{\Psi}_e \gamma^\alpha \Psi_e) V_\alpha + e(\bar{\Psi}_e \gamma^\alpha \Psi_e) A_\alpha. \quad (3.47)$$

Здесь вектор  $V_\alpha$  определяется выражением:

$$V_\alpha = -\frac{G_F}{e\sqrt{2}} \left( C_V (\tilde{\Lambda} j^{(\nu)})_\alpha - C_A (\tilde{\varphi} j^{(\nu)})_\alpha \right). \quad (3.48)$$

Отметим, что матрица  $\tilde{\Lambda}_{\beta\alpha} = (\tilde{\varphi} \tilde{\varphi})_{\alpha\beta}$  играет роль метрического тензора в Минковском подпространстве (0,3). Лагранжиан (3.47) показывает, что

амплитуда процесса  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  определяется поляризационным оператором в магнитном поле  $\Pi_{\alpha\beta}$ :

$$M = -\varepsilon_{\alpha}^* \Pi^{\alpha\beta} V_{\beta} = -(\varepsilon^* \Pi V), \quad (3.49)$$

где  $\varepsilon_{\alpha}^*$  - вектор поляризации фотона в магнитном поле. Поляризационный оператор фотона имеет четыре собственных вектора, только два из которых [36] соответствуют векторам поляризации физических фотонов (3.20). Имея в виду, что в пределе сильного магнитного поля индексы поляризационного оператора пробегают значения только 0 и 3, из двух фотонных мод только мода 2 рождается при радиационном «распаде» нейтрино,  $\nu \rightarrow \nu \gamma$ .

Амплитуда процесса в итоге приобретает вид:

$$M = \frac{G_F}{e\sqrt{2}} \Pi \left( C_V(\varepsilon^{(2)} \tilde{\Lambda} j) - C_A(\varepsilon^{(2)} \tilde{\varphi} j) \right), \quad (3.50)$$

где  $j_{\beta}$  - матричный элемент нейтринного тока  $j_{\beta} = \bar{U}(p') \gamma_{\beta} (1 + \gamma_5) U(p)$ ,  $\Pi$  - собственное значение поляризационного оператора фотона соответствующего второй моде.

Подставляя в выражение (3.50) вектор поляризации моды 2, из формулы (3.20) получаем:

$$M = \frac{G_F}{e\sqrt{2}} \frac{\Pi}{\sqrt{1 - \partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2}} \left( C_V(q\varphi j) - C_A(q\tilde{\Lambda} j) \right). \quad (3.51)$$

Вероятность радиационного «распада» нейтрино  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  определяется интегралом по фазовому объему:

$$W = \int \frac{(2\pi)^4 |M|^2 \delta^4(P - P' - q)}{8E} \frac{d^3 k}{(2\pi)^3 \omega} \frac{d^3 p'}{(2\pi)^3 E'}. \quad (3.52)$$

Квадрат модуля амплитуды процесса находится стандартными методами, при этом нужно учесть, однако, что закон дисперсии фотона соответствует дисперсионной ветви, идущей практически горизонтально

(см. рис. 8). Принимая во внимание, что масса электрона является самым малым параметром задачи, закон дисперсии фотона можно представить приблизительно в виде  $\omega(k) \approx |k_3|$ . После несложных, хотя и громоздких вычислений получаем:

$$|M|^2 \approx \frac{G_F^2 \Pi^2 E^2 \omega^2}{2\pi \alpha m_e^2 \left(1 - \partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2\right)} (C_V^2 + C_A^2 + 2n_z C_A C_V) , \quad (3.53)$$

где  $n_z = k_3/|\mathbf{k}_3| = \pm 1$ . После подстановки выражения для квадрата модуля амплитуды (3.53) в (3.52) и интегрирования по  $\mathbf{p}'$  и  $k_3$  с учетом закона сохранения энергии и импульса вероятность распада сводится к двукратному интегралу по поперечному к магнитному полю импульсу фотона:

$$W = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2)}{4(2\pi)^3 \alpha m_e^2} \int \frac{d^2 k_{\perp} \kappa \Pi^2}{1 - \partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2} \Theta(2E \cos \varphi - k_{\perp}) . \quad (3.54)$$

Здесь  $\varphi$  – полярный угол в поперечной плоскости к магнитному полю, так, что вектор  $\mathbf{k}_{\perp} = k_{\perp}(\cos \varphi, \sin \varphi)$ ,  $\Theta(x)$  – ступенчатая функция Хевисайда,  $\kappa$  – корень уравнения  $E - E' - \omega = 0$  относительно  $|k_3|$ :

$$|k_3| \equiv \kappa = \frac{(2E \cos \varphi - k_{\perp})k_{\perp}}{2E} .$$

Отметим, что вычисления удобно проводить в системе отсчета, в которой начальное нейтрино распространяется поперек магнитного поля. Вводя безразмерную переменную  $x = k_{\perp}/2E$  и интегрируя по полярному углу  $\varphi$ , удастся представить ответ в виде однократного интеграла:

$$W = \frac{G_F^2 E^3 (C_V^2 + C_A^2)}{2\pi^3 \alpha m_e^2} \int_0^1 \frac{x^2 \Pi^2}{1 - \partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2} \left( \sqrt{1 - x^2} - x \arccos(x) \right) dx . \quad (3.55)$$

Собственное значение поляризационного оператора  $\Pi$  и его производная  $\partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2$  зависят от  $k_{\perp}^2$  и  $q_{\parallel}^2$  [36]. Чтобы проинтегрировать выражение (3.55) необходимо поляризационный оператор и его производную  $\partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2$  выразить только через одну переменную  $k_{\perp}^2$ , используя закон дисперсии:

$$q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2 = \Pi(k_{\perp}^2, q_{\parallel}^2). \quad (3.56)$$

Таким образом для дальнейшего вычисления необходимо знать явный вид собственного значения поляризационного оператора.

В качестве примера приведем расчет для случая, когда в поляризационном операторе учтен только петлевой вклад свободной  $e^+e^-$  пары. Поляризационный оператор в этом случае исследовался в ряде работ, например, [38, 39, 129, 130]. В сильном магнитном поле его собственное значение для фотона второй моды приближенно можно представить в виде:

$$\Pi \approx -\frac{2\alpha}{\pi} (eB) \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{2eB}\right) H\left(\frac{q_{\parallel}^2}{4m_e^2}\right). \quad (3.57)$$

где функция  $H(v)$  в интересующей нас области  $0 < v < 1$  определена следующим образом:

$$H(v) = \frac{1}{\sqrt{v(1-v)}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{v}{1-v}}. \quad (3.58)$$

В окрестности  $q_{\parallel}^2 \approx 4m_e^2$  собственное значение поляризационного оператора моды 2 имеет вид:

$$\Pi \approx -\alpha (eB) \exp\left(-\frac{k_{\perp}^2}{2eB}\right) \left(\frac{1}{\sqrt{1 - q_{\parallel}^2/4m_e^2}} - \frac{4}{\pi}\right). \quad (3.59)$$

Используя выражение (3.59) и закон дисперсии (3.56), находим:

$$\frac{\Pi^2}{1 - \partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2} \approx \frac{2\alpha^2 m_e^2 (eB)^2 x^4}{E^2 \left(x^2 + \frac{\alpha eB}{\pi E^2} \exp\left(-\frac{2E^2 x^2}{eB}\right)\right)^3} e^{-4E^2 x^2/eB}. \quad (3.60)$$

Далее, подставляя (3.60) в выражение для вероятности (3.55), получаем:

$$\begin{aligned} W(\xi) &= \frac{\alpha G_F^2 E}{8\pi^2} (C_V^2 + C_A^2) (eB)^2 f(\xi), \\ f(\xi) &= \frac{8}{\pi} \int_0^1 e^{-4\xi x^2} \left(\sqrt{1-x^2} - x \arccos(x)\right) \left(\frac{x^2}{x^2 + \frac{\alpha}{\pi\xi} \exp(-2\xi x^2)}\right)^3 dx, \\ \xi &= \frac{E^2}{eB} \gg \frac{1}{b}, \quad b = \frac{B}{B_e} \gg 1. \end{aligned} \quad (3.61)$$

Вероятность  $W(\xi)$  (3.61) вычислена в системе отсчета, в которой нейтрино движется поперек магнитного поля. Учитывая, что произведение энергии начального нейтрино на вероятность в единицу времени рассматриваемого процесса  $E \cdot W$  является инвариантом относительно преобразований Лоренца вдоль магнитного поля, выражение для вероятности распада (3.61) можно переписать в произвольной системе отсчета. Для этого в произведении  $E \cdot W$  нужно произвести замену  $E^2 \rightarrow (p \varphi \varphi p) \equiv E_{\perp}^2 = E^2 \sin^2 \theta$ , где  $\theta$  - угол между вектором импульса  $\mathbf{p}$  начального нейтрино и вектором напряженности магнитного поля  $\mathbf{B}$ . Окончательный ответ в системе отсчета, где нейтрино распространяется под углом  $\theta$  к магнитному полю, равен:

$$\begin{aligned} W(\xi) &= \frac{\alpha G_F^2 E \sin^2 \theta}{8\pi^2} (C_V^2 + C_A^2) (eB)^2 f(\xi), \\ \xi &= \frac{E^2 \sin^2 \theta}{eB}. \end{aligned} \quad (3.62)$$

Отметим, что процесс  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  исследовался ранее в работе [51], однако полученный там результат существенно завышает вероятность процесса,

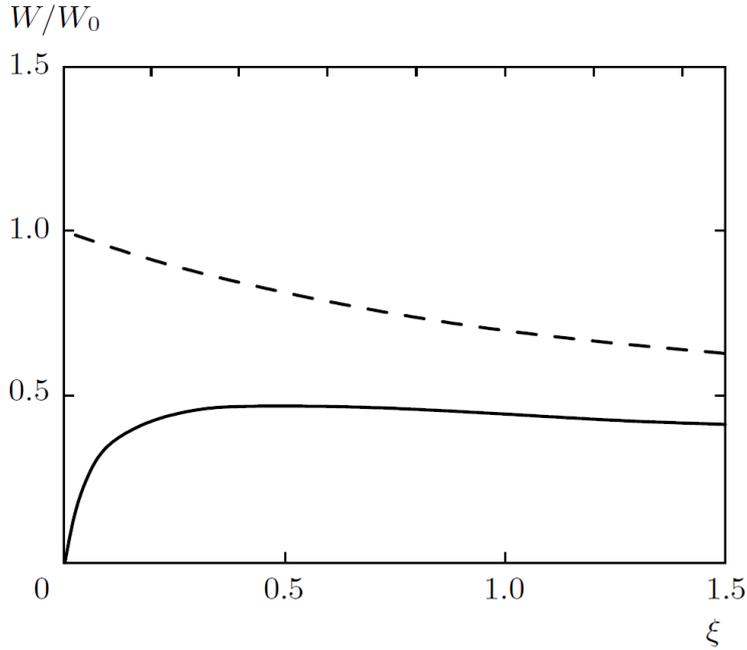


Рис. 16. Вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  в случае, когда в поляризационном операторе учтен только петлевой вклад свободной  $e^+e^-$  - пары. Сплошная линия соответствует вероятности (3.62), штриховая линия - результат, полученный ранее в работе [51]

особенно при малых значениях параметра  $\xi$ , как это видно из графиков на рис. (16), где вероятности представлены в долях  $W_0$ :

$$W_0 = \frac{\alpha G_F^2 (eB)^2 E \sin^2 \theta}{8\pi^2} (C_V^2 + C_A^2).$$

#### 2.4. Поляризационный оператор фотона с учетом позитрония

Чтобы вычислить вероятность распада  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  с учетом влияния позитрония на дисперсию фотона, необходимо вычислить вклад связанной  $e^+e^-$  пары в поляризационный оператор фотона. Для этого удобно

воспользоваться соотношением между мнимой частью поляризационного оператора и вероятностью перехода фотона в позитроний [123]:

$$Im(\Delta\Pi_\pi) = -\omega W_{\gamma\rightarrow\pi}, \quad (3.63)$$

где  $\Delta\Pi_\pi$  - часть поляризационного оператора, обусловленная позитронием, а  $W_{\gamma\rightarrow\pi}$  - вероятность перехода фотона в позитроний, которая относительно легко вычисляется в адиабатическом приближении. Это приближение состоит в том, что в сильном магнитном поле, когда лармовский радиус  $a_H = 1/\sqrt{eB}$  гораздо меньше боровского  $a_B = 1/(m_e\alpha)$ , зависимость волновой функции связанных электрона и позитрона от степеней свободы соответствующих релятивистскому движению можно считать такой же, как и в случае, когда они не связаны в позитроний. При этом кулоновское взаимодействие между ними модифицирует волновые функции относительного нерелятивистского движения вдоль магнитного поля (движение центра масс в этом направлении остается свободным) [124, 128].

Матричный элемент, описывающий переход фотона второй моды в позитроний,  $\gamma \rightarrow \pi$ , в адиабатическом приближении в системе отсчета, где 4-импульс фотона имеет вид  $q_\alpha = (\omega, k_\perp, 0, 0)$  может быть представлен в виде:

$$S_{\gamma\rightarrow\pi} = e \int d^4x \langle \pi | (\bar{\Psi}_e \gamma_\alpha \Psi_e) A_\alpha | \gamma \rangle \simeq \frac{e (2\pi)^3 \delta(M - \omega) \delta(P_\perp - k_\perp) \delta(P_z) e^{-k_\perp^2/4eB}}{\sqrt{2\omega V} \sqrt{L_y^2 L_z}} \chi(0). \quad (3.64)$$

Здесь  $V = L_x L_y L_z$  нормировочный объем,  $M$  - масса позитрония, которая в пределе сильного поля, когда электрон и позитрон занимают

основной уровень Ландау выражается через массу электрона  $m_e$  и энергию связи  $\varepsilon$ ,  $M = 2m_e - \varepsilon$ ,  $P_\perp$  и  $P_z$  - импульс позитрония (суммарный импульс позитрона и электрона) в поперечном и продольном направлениях к магнитному полю соответственно,  $\chi(0)$  - волновая функция относительного движения электрона и позитрона вдоль магнитного поля в совпадающих точках.

Отметим, что в адиабатическом приближении сохраняется вырождение по относительному поперечному импульсу электрона и позитрона  $(p_{\text{отн}})_\perp = (p_{\text{эл}} - p_{\text{поз}})_\perp$ . Это приводит к тому, что при вычислении вероятности перехода фотона в позитроний  $W_{\gamma \rightarrow \pi}$  не хватает числа степеней свободы в конечном состоянии, чтобы снять все  $\delta$  - функции, соответствующие законам сохранения. Таким образом, остается одна «недоинтегрированная»  $\delta$  - функция:

$$W_{\gamma \rightarrow \pi} = \frac{4\pi\alpha MeB |\chi(0)|^2 e^{-k_\perp^2/2eB}}{\omega} \delta(q_\parallel^2 - M^2). \quad (3.65)$$

Далее для восстановления поляризационного оператора по его мнимой части удобно воспользоваться дисперсионным соотношением с одним вычитанием:

$$\Pi(t) = \int_0^\infty \frac{\text{Im}(\Pi(t')) dt'}{t' - t - i0} - \Pi(0), \quad t = q_\parallel^2. \quad (3.66)$$

Подставляя в интеграл (3.66) мнимую часть (3.63) с использованием (3.65), получим:

$$\Delta\Pi_\pi = -\frac{4\alpha(eB) |\chi(0)|^2 q_\parallel^2}{M(M^2 - q_\parallel^2 - i0)} e^{-k_\perp^2/2eB}. \quad (3.67)$$

Таким образом, теперь можем выписать полный поляризационный оператор фотона второй моды с учетом вклада свободной  $e^+e^-$  пары и по-

зитрония:

$$\Pi = -2\alpha(eB) e^{-\rho} \left[ \frac{1}{\pi} H(v) + \frac{|\chi(0)|^2 v}{m_e \left(1 - \frac{\varepsilon}{m_e} - v\right)} \right], \quad (3.68)$$

$$\rho = \frac{k_{\perp}^2}{2eB}, \quad v = \frac{q_{\parallel}^2}{4m_e^2}.$$

Для дальнейшего анализа необходимо вычислить значение волновой функции в нуле  $|\chi(0)|^2$  и энергию связи  $\varepsilon$ . Волновая функция  $\chi(z)$  удовлетворяет одномерному уравнению Шредингера:

$$\left( -\frac{1}{2\mu} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + U_{eff}(z) + \varepsilon \right) \chi(z) = 0, \quad (3.69)$$

где  $\mu = m_e/2$  - приведенная масса, а «эффе́ктивную» потенциальную энергию  $U_{eff}$  можно извлечь из работ [128, 131] и выразить в виде двукратного интеграла:

$$U_{eff}(z) = -\frac{\alpha}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-\frac{x^2+y^2}{2}} dx dy}{\sqrt{\frac{x^2}{eB} + \left(y + \frac{P_{\perp}}{\sqrt{eB}}\right)^2 \frac{1}{eB} + z^2}}. \quad (3.70)$$

Напомним, что  $P_{\perp}$  есть импульс соответствующий движению позитрония поперек магнитного поля. Именно эта величина при переходе фотона в позитроний равна, как это видно из (3.64), поперечному импульсу фотона  $P_{\perp} = k_{\perp}$ .

Уравнение (3.69) симметрично по отношению к замене  $z \rightarrow -z$ , как следствие мы имеем два типа решений: четные и нечетные, из которых нас интересуют только четные решения, поскольку для нечетных решений  $\chi(0) = 0$ , и, таким образом, они не дают вклад в вероятность процесса (3.65).

Нетрудно видеть, что выражение для эффективного потенциала (3.70) в пределе  $z^2 \gg \frac{1}{eB}$  имеет вид кулоновского:

$$U_{eff}(z) \approx -\frac{\alpha}{|z|}. \quad (3.71)$$

С другой стороны, экспоненциально убывающее при больших  $z$  решение уравнения (3.69) с кулоновским потенциалом описывается функцией Уиттекера [126]:

$$\chi(z) = \chi(0) \frac{W_{\nu, \frac{1}{2}}(\frac{\alpha m_e}{\nu} |z|)}{W_{\nu, \frac{1}{2}}(0)}, \quad (3.72)$$

где  $\nu$  определяет энергию связи и играет роль главного квантового числа:

$$\varepsilon = \frac{\alpha^2 m_e}{4} \frac{1}{\nu^2}. \quad (3.73)$$

Используя методику сшивки, развитую при решении задачи о спектре атома водорода в сильном магнитном поле [125], получаем трансцендентное уравнение для нахождения  $\nu$ :

$$\frac{1}{\nu} - 2 \ln \nu + 2\psi(1 - \nu) = \ln \frac{2b}{\alpha^2} - \ln \rho + E_i(-\rho) - 4\gamma_E, \quad (3.74)$$

где  $b = B/B_e$ ,  $\rho = P_{\perp}^2/2eB$ ,  $\psi(s) = \Gamma'(s)/\Gamma(s)$  - логарифмическая производная гамма-функции,  $\gamma_E = 0.5772\dots$  - постоянная Эйлера, а  $E_i$  - интегральная показательная функция:

$$E_i(-x) = \int_{-\infty}^{-x} \frac{e^t}{t} dt.$$

Уравнение (3.74) хорошо описывает спектр четных состояний позитрона до тех пор, пока его правая часть, не зависящая от  $\nu$ , велика:

$$\ln \frac{2b}{\alpha^2} - \ln \rho + E_i(-\rho) - 4\gamma_E \gg 1. \quad (3.75)$$

Учитывая, что в нашем анализе процесса  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ , поперечный импульс фотона ограничен  $k_{\perp}^2 \leq 4E_{\perp}^2$ , видим, что параметр  $\rho$  так же ограничен:

$$\rho = \frac{P_{\perp}^2}{2eB} = \frac{k_{\perp}^2}{2eB} \leq 2,$$

согласно условию (3.44). Таким образом, условие (3.75) в сильном магнитном поле,  $b \gg 1$ , заведомо выполняется.

Специфика спектра позитрония в сильном магнитном поле состоит в том, что в дополнение к спектру, близкому к водородоподобному спектру, возникает глубокий уровень, с энергией связи  $\varepsilon_0$ , много большей типичной  $\varepsilon_n$ :

$$\varepsilon_0 \gg \varepsilon_n \simeq \frac{\alpha^2 m_e}{4n^2} \simeq \frac{6.8 \text{ эВ}}{n^2}. \quad (3.76)$$

Существенно также, что этому уровню соответствует самое большое значение волновой функции при  $z = 0$  [38]

$$\frac{|\chi_0|^2}{|\chi_n|^2} \sim \frac{b}{\alpha^2} \gg 1. \quad (3.77)$$

Таким образом, влияние позитрония на дисперсию фотона практически ограничивается только этим, основным уровнем.

Численное решение уравнения (3.74), которое соответствует основному уровню энергии

$$\varepsilon_0 = \frac{\alpha^2 m_e}{4\nu_0^2}, \quad (3.78)$$

можно аппроксимировать относительно простой формулой:

$$\begin{aligned} \nu(b, \rho) &\simeq [\ln(4.5 u) - 2.44 \ln(\ln(0.15 u))]^{-1}, \\ u &= \frac{b}{\alpha^2} \cdot \frac{e^{E_i(-\rho)}}{\rho} \gg 1. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Отметим, что интегральная показательная функция может быть пред-

ставлена в виде, удобном для численных оценок:

$$E_i(-\rho) = \gamma_E + \ln \rho + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-\rho)^k}{k \cdot k!}, \quad \rho < 1;$$

$$E_i(-\rho) = -\frac{e^{-\rho}}{\rho} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{k!}{(-\rho)^k}, \quad \rho \gg 1.$$

Функция  $\nu(b, \rho)$  (3.79) описывает решение уравнения (3.74) с точностью не хуже, чем 0.2% в области  $0 \leq \rho \leq 5$ ,  $10 \leq b \leq 10^6$ . В сверхсильных поля  $b > 10^6$  ( $B > 10^{20}$  Гс) релятивистские поправки перекрывают ошибки экстраполяции.

Аппроксимационная формула (3.79) при  $\rho \rightarrow 0$  и замене  $u \rightarrow u/4$  (что соответствует пересчету приведенной массы) с хорошей точностью описывает энергию основного уровня атома водорода в сильном магнитном поле (см. для сравнения [125, Табл. 1]).

Квадрат модуля волновой функции при  $z = 0$   $|\chi(0)|^2$  находим из условия нормировки:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dz |\chi(z)| = 1. \quad (3.80)$$

Учитывая, что функция Уиттекера (3.72) хорошо описывает волновую функцию  $\chi(z)$  за исключение узкой области  $|z| \sim 1/\sqrt{eB}$ , дающей пренебрежимый вклад в интеграл нормировки, имеем:

$$|\chi(0)|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dz \left( \frac{W_{\nu, \frac{1}{2}}\left(\frac{\alpha m_e}{\nu} |z|\right)}{W_{\nu, \frac{1}{2}}(0)} \right)^2 = 1.$$

В приближении  $\nu \ll 1$ , интеграл легко вычисляется:

$$|\chi(0)|^2 \simeq \frac{\alpha m_e}{2\nu} (1 - 2\nu + O(\nu^2)). \quad (3.81)$$

Подставляя найденные энергию связи позитрония (3.78) и волновую функцию в нуле (3.81) в выражение для поляризационного оператора (3.68), получаем:

$$\Pi \approx -\alpha eB e^{-\rho} \left( \frac{2}{\pi} H(v) + \frac{2\lambda v}{1 - \lambda^2 - v} \right), \quad (3.82)$$

где  $v = q_{\parallel}^2/4m_e^2 = (\omega^2 - k_3^2)/4m_e^2$ ,  $0 < v < 1$ , функция  $H(v)$  определена в (3.58),  $\rho = k_{\perp}^2/2eB$ ,  $\lambda = \alpha/2\nu_0$ . Напомним, что  $\nu_0$  определяется формулой (3.79) и, хотя и слабо, но зависит от  $\rho$ , как это было отмечено в работе [128].

## 2.5. Дисперсия фотона и радиационный распад нейтрино с учетом позитрония

Полученный в предыдущем параграфе поляризационный оператор (3.82), в котором учтен вклад как свободной  $e^+e^-$  пары, так и позитрония, позволяет найти закон дисперсии фотона второй моды (3.56),  $v = v(\rho)$  в интересующей нас узкой окрестности  $v = 1$  (рис. 17). Из рисунка видно, что спектральная линия соответствующая дисперсии фотона с учетом только вклада свободной пары  $e^+e^-$ , при учете вклада позитрония расщепляется на две спектральные линии (в пренебрежении вкладом возбужденных уровней позитрония (3.76, 3.77)), одна из которых с ростом  $\rho$  асимптотически стремится к спектральной линии свободной покоящейся относительно друг друга  $e^+e^-$  пары,  $v(\rho) = 1$ , а другая стремится к спектральной линии позитрония,  $v(\rho) = 1 - \lambda^2(\rho)$ .

Подставляя в формулу (3.55) поляризационный оператор фотона с учетом вклада позитрония (3.82) и учитывая закон дисперсии (3.56) можно вычислить вероятность радиационного распада нейтрино в сильном магнитном поле. Несмотря на то, что иерархия параметров, принятая в

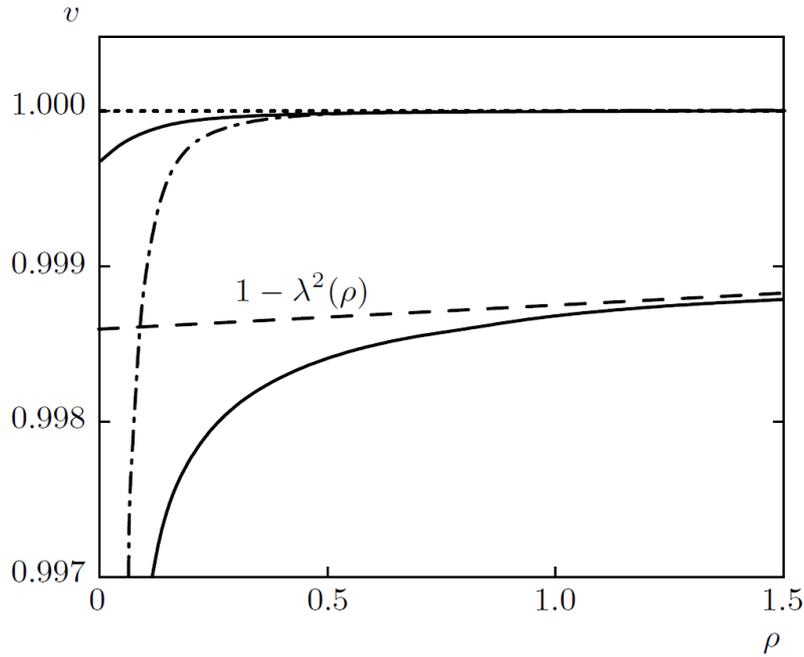


Рис. 17. Дисперсионные линии фотона в окрестности циклотронного резонанса. Штрихпунктирная линия соответствует спектральной линии фотона без учета вклада позитрония, сплошные линии - спектральным линиям фотона с учетом вклада позитрония

задаче (3.44), значительно упрощает расчет, тем не менее аналитического выражения для вероятности радиационного распада нейтрино найти не удалось. Результат численного расчета приведен на рис. 18. Вероятности представлены в долях  $W_0$ :

$$W_0 = \frac{\alpha G_F^2 (eB)^2 E \sin^2 \theta}{8\pi^2} (C_V^2 + C_A^2).$$

Из рисунка видно, что учет вклада позитрония в дисперсию фотона второй моды существенно увеличивает вероятность процесса распада  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ .

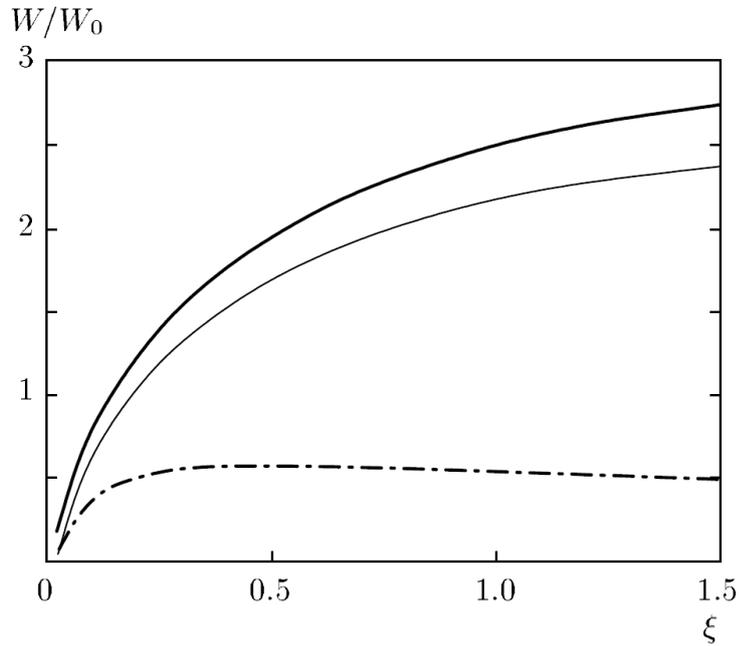


Рис. 18. Вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu\gamma$ . Сплошные линии соответствуют вероятности с учетом вклада позитрония, штрихпунктирная линия - вероятности без учета вклада позитрония. Магнитное поле  $b = 1000$  (жирная линия),  $100$  (тонкая линия)

## 2.6. Средние потери энергии и импульса нейтрино

В предыдущем параграфе исследовался радиационный распад нейтрино  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  и была вычислена вероятность процесса. Следует заметить, что практический интерес для астрофизики имеет скорее не вероятность процесса, а средняя потеря энергии и импульса нейтрино в сильном магнитном поле, которую можно определить 4-вектором:

$$Q^\alpha = E \int dW q^\alpha = (I, \mathbf{F})E. \quad (3.83)$$

Здесь  $dW$  – дифференциальная вероятность процесса,  $q^\alpha = (\omega, \mathbf{k})$  – 4-вектор энергии-импульса фотона. Нулевая компонента 4-вектора  $Q^\alpha$

связана со средней энергией, теряемой нейтрино за единицу времени,

$$I = -\frac{dE}{dt} = \int dW \omega.$$

Пространственные компоненты вектора (3.83) связаны аналогичным образом с потерей импульса нейтрино за единицу времени,

$$\mathbf{F} = -\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \int dW \mathbf{k}.$$

Следует напомнить, что дифференциальная вероятность  $dW$  (3.52) процесса  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  выражается в следующем виде:

$$dW = \frac{(2\pi)^4 |M|^2 \delta^4(P - P' - q)}{8E} \frac{d^3k}{(2\pi)^3 \omega} \frac{d^3p'}{(2\pi)^3 E'},$$

где квадрат матричного элемента  $|M|^2$  равен:

$$|M|^2 \approx \frac{G_F^2 \Pi^2 E^2 \omega^2}{2\pi \alpha m_e^2 \left(1 - \partial\Pi/\partial q_{\parallel}^2\right)} (C_V^2 + C_A^2 + 2n_z C_A C_V),$$

$n_z = k_3/|\mathbf{k}_3| = \pm 1$ . Потери энергии-импульса удобно вычислить в системе отсчета, где начальное нейтрино распространяется поперек магнитного поля. Энергию и импульс начального нейтрино в этой системе отсчета обозначим соответственно  $E_{\perp}$  и  $\mathbf{p}_{\perp}$ .

$$I' = -\frac{dE_{\perp}}{dt}, \quad F'_3 = -\frac{dp_3}{dt}, \quad \mathbf{F}'_{\perp} = -\frac{d\mathbf{p}_{\perp}}{dt}.$$

Ответ удастся выразить в виде однократных интегралов:

$$I' = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) E_\perp^4}{2\pi^3 \alpha m_e^2} \int_0^1 dx x^3 \left( (1 + 2x^2) \arccos x - 3x\sqrt{1-x^2} \right) \frac{\Pi^2}{1 - \partial\Pi/\partial q_\parallel^2}, \quad (3.84)$$

$$F'_3 = \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} I', \quad (3.85)$$

$$\mathbf{F}'_\perp = \frac{G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) E_\perp^3 \mathbf{p}_\perp}{2\pi^3 \alpha m_e^2} \int_0^1 dx x^3 (\arccos x - x\sqrt{1-x^2}) \frac{\Pi^2}{1 - \partial\Pi/\partial q_\parallel^2}. \quad (3.86)$$

Для представления 4–вектора потери энергии-импульса  $Q^\alpha$  в произвольной системе отсчета, где импульс начального нейтрино  $\mathbf{p}$  составляет с вектором магнитной индукции  $\mathbf{B}$  угол  $\theta$ , необходимо произвести преобразования Лоренца вдоль магнитного поля:

$$Q^0 = \frac{Q'^0 - V Q'^3}{\sqrt{1 - V^2}}, \quad Q^3 = \frac{Q'^3 - V Q'^0}{\sqrt{1 - V^2}}, \quad (3.87)$$

$$Q^1 = Q'^1, \quad Q^2 = Q'^2,$$

где скорость  $V$  для случая безмассового нейтрино равна  $V = -\cos\theta$ .

Подставляя в выражения (3.87) значения  $Q'^0$  и  $Q'^3$ , имеем:

$$Q^0 = \frac{E_\perp (I' + F'_3 \cos\theta)}{\sin\theta}, \quad (3.88)$$

подставляя  $F'_3$  из (3.85), получим:

$$Q^0 = E I' \left( 1 + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \cos\theta \right), \quad (3.89)$$

от куда следует, что потеря энергии нейтрино в единицу времени равна:

$$-\frac{dE}{dt} \equiv I = I' \left( 1 + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \cos \theta \right). \quad (3.90)$$

Аналогичным образом получим значения для потери импульса нейтрино.

$$Q^3 = \frac{E_{\perp} (F'_3 + I' \cos \theta)}{\sin \theta} = E I' \left( \cos \theta + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \right), \quad (3.91)$$

$$\mathbf{Q}_{\perp} = E_{\perp} \mathbf{F}'_{\perp}, \quad (3.92)$$

следовательно потери импульса нейтрино в единицу времени выражаются следующим образом:

$$-\frac{dp_3}{dt} \equiv F_3 = I' \left( \cos \theta + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \right), \quad (3.93)$$

$$-\frac{d\mathbf{p}_{\perp}}{dt} \equiv \mathbf{F}_{\perp} = \sin \theta \mathbf{F}'_{\perp}. \quad (3.94)$$

Подставляя в выражения (3.90), (3.93), (3.94) значения для функций  $I'$ ,  $\mathbf{F}'_{\perp}$  из (3.84) и (3.86) компоненты потерь энергии и импульса в единицу времени можно представить в виде:

$$I = I_0 f_{\parallel}(\xi) \left( 1 + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \cos \theta \right), \quad (3.95)$$

$$F_z = I_0 f_{\parallel}(\xi) \left( \cos \theta + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} \right), \quad (3.96)$$

$$\mathbf{F}_{\perp} = I_0 f_{\perp}(\xi) \frac{\mathbf{p}_{\perp}}{E}, \quad (3.97)$$

где

$$I_0 = \frac{\alpha G_F^2 (C_V^2 + C_A^2) (eB)^3}{32\pi^2}, \quad \xi = \frac{E^2 \sin^2 \theta}{eB},$$

а функции  $f_{\parallel}(\xi)$  и  $f_{\perp}(\xi)$  определены следующим образом:

$$f_{\parallel}(\xi) = \frac{16 \xi^2}{\pi \alpha^2 m_e^2 e B} \int_0^1 dx x^3 \left( (1 + 2x^2) \arccos x - 3x\sqrt{1-x^2} \right) \frac{\Pi^2}{1 - \frac{\partial \Pi}{\partial q_{\parallel}^2}}, \quad (3.98)$$

$$f_{\perp}(\xi) = \frac{16 \xi^2}{\pi \alpha^2 m_e^2 e B} \int_0^1 dx x^3 \left( \arccos x - x\sqrt{1-x^2} \right) \frac{\Pi^2}{1 - \frac{\partial \Pi}{\partial q_{\parallel}^2}}. \quad (3.99)$$

Результат вычислений удается представить в ковариантном виде:

$$Q^{\alpha} = I_0 \left( f_{\parallel}(\xi) \left[ (\tilde{\varphi} \tilde{\varphi} p)^{\alpha} + \frac{2C_V C_A}{C_V^2 + C_A^2} (\tilde{\varphi} p)^{\alpha} \right] - f_{\perp}(\xi) (\varphi \varphi p)^{\alpha} \right). \quad (3.100)$$

Напомним, что  $\varphi^{\alpha\beta} \equiv F^{\alpha\beta}/B$  – безразмерный тензор магнитного поля,  $\tilde{\varphi}^{\alpha\beta} \equiv \frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\varphi_{\mu\nu}$  – дуально сопряженный тензор поля.

Для случая, когда в поляризационном операторе учтен вклад только свободной  $e^+e^-$  пары, удается выписать функции  $f_{\parallel}(\xi)$  и  $f_{\perp}(\xi)$  в виде следующих интегралов:

$$f_{\parallel}^{e^+e^-}(\xi) = \frac{32 \xi}{\pi} \int_0^1 \frac{dx x^7 e^{-4\xi x^2}}{\left(x^2 + \frac{\alpha}{\pi\xi} e^{-2\xi x^2}\right)^3} \left( (1 + 2x^2) \arccos x - 3x\sqrt{1-x^2} \right), \quad (3.101)$$

$$f_{\perp}^{e^+e^-}(\xi) = \frac{32 \xi}{\pi} \int_0^1 \frac{dx x^7 e^{-4\xi x^2}}{\left(x^2 + \frac{\alpha}{\pi\xi} e^{-2\xi x^2}\right)^3} \left( \arccos x - x\sqrt{1-x^2} \right). \quad (3.102)$$

Для случая, когда в поляризационном операторе учитывается еще и вклад позитрония, решения удается получить только численно. Результаты численного расчета функций  $f_{\parallel}(\xi)$  и  $f_{\perp}(\xi)$  приведены на графике (рис. 19).

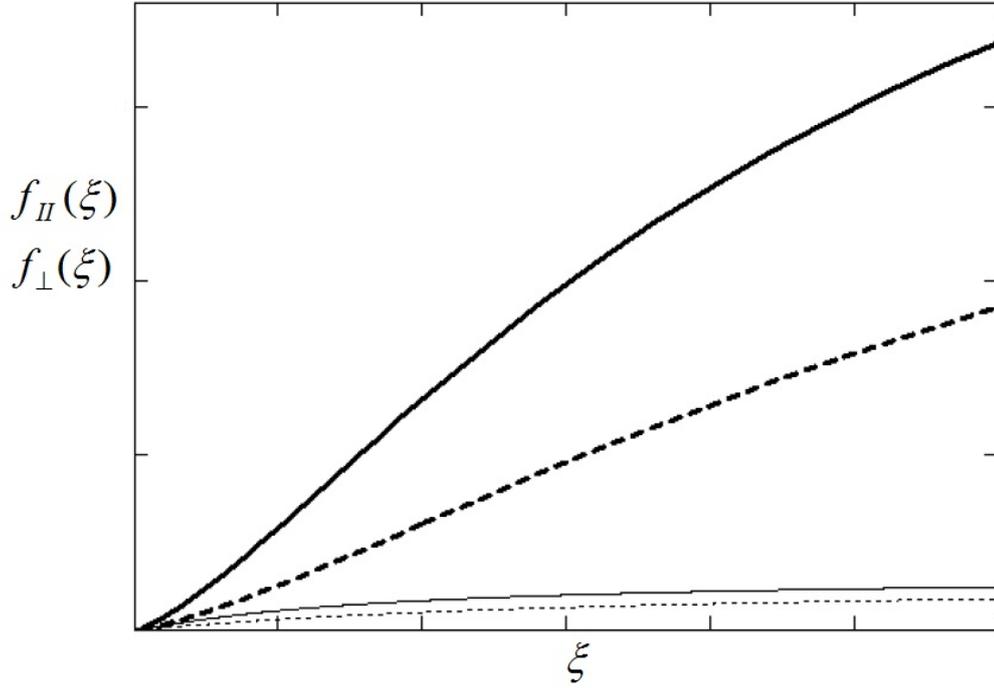


Рис. 19. Зависимость  $f_{\perp}$  и  $f_{\parallel}$  от  $\xi$  при значении магнитного поля:  $B = 100 B_e$ . Сплошные линии соответствуют функциям  $f_{\perp}(\xi)$ , пунктирные линии - функциям  $f_{\parallel}(\xi)$ . Жирные линии описывают функции  $f_{\perp}(\xi)$  и  $f_{\parallel}(\xi)$  рассчитанные с учетом позитрония, тонкие - без учета позитрония.

В качестве иллюстрации полученных результатов подсчитаем асимметрию вылета нейтрино, предполагая существование сильных магнитных полей в оболочке сверхновой

$$A = \frac{|\sum_i \mathbf{p}_i|}{\sum_i |\mathbf{p}_i|}. \quad (3.103)$$

Используя выражение (3.93), в пределе сильного поля нетрудно получить выражение для асимметрии вылета нейтрино:

$$A \sim 1.5 \times 10^{-3} \left( \frac{B}{4.41 \times 10^{16} \text{ Гс}} \right)^2 \left( \frac{\bar{E}}{20 \text{ МэВ}} \right) \left( \frac{\Delta l}{50 \text{ км}} \right), \quad (3.104)$$

где  $\bar{E}$  – средняя энергия нейтрино,  $\Delta l$  есть характерный размер области в оболочке сверхновой, где магнитное поле  $B$  меняется несущественно.

Заметим, что в основе асимметрии потери импульса нейтрино в магнитном поле (3.103) лежит нарушение пространственной четности в слабом взаимодействии электронов и нейтрино, так как величина асимметрии определяется членом, пропорциональным произведению векторной и аксиально-векторной констант,  $C_V C_A$ , в выражении (3.100). Важно, что вклады в асимметрию от вылетающих нейтрино и антинейтрино одного знака в силу  $CP$ -инвариантности слабого взаимодействия. Асимметрия потери импульса нейтрино, приводит к возникновению "толчковой" собственной скорости остатка сверхновой - пульсара. Если по каким-либо причинам физические параметры имели бы величины порядка масштабов формулы (3.104), то за счет асимметрии радиационного распада нейтрино  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  в сильном магнитном поле звезды это привело бы для остатка с массой около 1.5 массы Солнца к скоростям порядка  $\sim 50$  км/с. К сожалению, такой результат не может объяснить феномен больших собственных скоростей пульсаров, средние скорости которых порядка  $\sim 400$  км/с. [132]

## Заключение

Вопросы, затронутые в данной диссертации, относятся к актуальному научному направлению, лежащему на стыке физики плазмы, физики сверхсильных магнитных полей, квантовой теории поля, физики элементарных частиц и астрофизики. Анализ проблем физики горячей плотной замагниченной плазмы, возникающих при детальном количественном описании коллапса ядра сверхновой, определённо указывает на необходимость развития новой физики, возможно связанной с уравнением состояния ядерной или субъядерной плазмы и слабыми взаимодействиями в субъядерном режиме, а также на недостаточную исследованность фундаментальных свойств нейтрино и механизмов нейтринных взаимодействий в горячей плотной сильно замагниченной плазме или на необходимость включения в рассмотрение других, гипотетических, слабо взаимодействующих элементарных частиц.

Это научное направление, интенсивно развивающееся в течение около 40 лет, разумеется, ещё далеко от завершения. Имеются большие ожидания как в отношении дальнейшего развития теории, так и в отношении новых экспериментальных результатов.

Что касается развития теории – предсказать появление новых плодотворных идей невозможно. Однако в рамках уже развитого теоретического аппарата будут продолжаться комплексные исследования свойств горячей плотной плазмы, состоящей из электрон-позитронной, протонной и нуклонной компонент, при экстремальных значениях физических параметров, реализующихся в центральной части массивных звезд и одновременно соответствующих характеристикам ядерного или субъядер-

ного вещества. Среди факторов, воздействующих на астрофизическую плазму и требующих изучения, важное место занимают сильное магнитное поле и мощный поток нейтрино.

В диссертации представлены следующие результаты:

- 1) Исследовано влияние замагниченной плазмы на дисперсионные свойства нейтрино. Вычислен вклад в магнитный момент нейтрино, обусловленный присутствием замагниченной плазмы. Показано, что в отличии от ранее представленных в литературе результатов, плазменный вклад в магнитный момент нейтрино, так же как и в вакууме, подавлен его массой.
- 2) Проанализировано влияние конверсии спиральности нейтрино,  $\nu_L \rightarrow \nu_R$ , на нейтринный поток от сверхновой, обусловленное взаимодействием магнитного момента дираковского нейтрино с магнитным полем. Показано, что при наличии у нейтрино магнитного момента в интервале  $10^{-13} \mu_B < \mu_\nu < 10^{-12} \mu_B$  и при условии, что в оболочке сверхновой существует магнитное поле масштаба  $\sim 10^{13} - 10^{14}$  Гс, возможно появление эффекта своеобразной временной эволюции нейтринного сигнала от сверхновой, обусловленной резонансным переходом  $\nu_L \rightarrow \nu_R$  в магнитном поле оболочки. Показано, что нейтринный сигнал может иметь пульсирующий характер, то есть может наблюдаться своего рода нейтринный пульсар.
- 3) Исследован процесс радиационного «распада» нейтрино  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  относительно высоких энергий,  $E \gg m_e$ , в сильном магнитном поле с учетом вклада связанной электрон-позитронной пары (позитро-

ния) в дисперсию фотона. Анализ показывает, что учет позитрония приводит к существенному изменению закона дисперсии в окрестности циклотронного резонанса. Показано, что вероятность процесса  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  с учетом вклада позитрония, существенно увеличивается.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [78,88,127,133,134].

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю Михееву Николаю Владимировичу за большую и постоянную поддержку, неустанное внимание к работе в ходе её подготовки и оказанные советы и помощь. Автор признателен за поддержку и полезные дискуссии А. В. Кузнецову, Е. Н. Нарынской, А. А. Гвоздеву, А. Я. Пархоменко, Д. А. Румянцеву, И. С. Огневу, М. А. Дунаеву, и А. А. Округину.

## Литература

- [1] Raffelt G. G. Stars as laboratories for fundamental physics. Chicago: University of Chicago Press, 1996. 664 p.
- [2] Клапдор-Клайнгротхаус Г.В., Цюбер К. Астрофизика элементарных частиц. – М.: Редакция журнала “Успехи физ. наук”, 2000. 496 с.
- [3] Хлопов М. Ю. Основы космомикрoфизики. – М.: Едиториал УРСС, 2004. 368 с.
- [4] Имшенник В. С., Надежин Д. К. Сверхновая 1987А в Большом Магеллановом Облаке: наблюдения и теория // Успехи физ. наук. 1988. Т. 156, вып. 4. С. 561–651.
- [5] Nadyozhin D. K., Imshennik V. S. Physics of supernovae // Int. J. Mod. Phys. A. 2005. Vol. 20, N 29. P. 6597–6611.
- [6] Фортов В. Е. Мощные ударные волны и экстремальные состояния вещества // Успехи физ. наук. 2007. Т. 177, вып. 4. С. 347–368.
- [7] Истомин Я. Н. Генерация электронно-позитронной плазмы в магнитосфере нейтронных звезд // Успехи физ. наук. 2008. Т. 178, вып. 8. С. 880–884.
- [8] Быков А. М., Топтыгин И. Н. Неустойчивости многокомпонентной плазмы с ускоренными частицами и генерация магнитных полей в астрофизических объектах // Успехи физ. наук. 2007. Т. 177, вып. 2. С. 149–182.

- [9] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // *Astrophys. J.* 1999. Vol. 510, N 2. P. L115–L118.
- [10] Hurley K., Cline T., Mazets E. et al. A giant, periodic flare from the soft gamma repeater SGR 1900+14 // *Nature* 1999. Vol. 397, N 6714. P. 41–43.
- [11] Li X.-D., van den Heuvel E. P. J. Could 2S 0114+650 be a magnetar? // *Astrophys. J.* 1999. Vol. 513, N 1. P. L45–L48.
- [12] Mereghetti S., Chiarlone L., Israel G. L., Stella L. The anomalous X-ray pulsars // *Proceedings of the 270. WE-Heraeus seminar on neutron stars, pulsars, and supernova remnants. MPE report 278.* Edited by W. Becker, H. Lesch, and J. Trümper. Garching bei München: Max-Planck-Institut für extraterrestrische Physik, 2002. P. 29–43 (e-print astro-ph/0205122).
- [13] Duncan R. C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts // *Astrophys. J.* 1992. Vol. 392, N 1. P. L9–L13.
- [14] Бисноватый-Коган Г. С. О механизме взрыва вращающейся звезды как сверхновой // *Астрон. журн.* 1970. Т. 47. С. 813.
- [15] Бисноватый-Коган Г. С. Физические вопросы теории звездной эволюции. – М.: Наука, 1989. 487 с.
- [16] Balbus S. A., Hawley J. F. Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks // *Rev. Mod. Phys.* 1998. Vol. 70, N 1. P. 1–53.

- [17] Akiyama S., Wheeler J. C., Meier D. L., Lichtenstadt I. The magnetorotational instability in core collapse supernova explosions // *Astrophys. J.* 2003. Vol. 584, N 2. P. 954–970.
- [18] Ardeljan N. V., Bisnovatyi-Kogan G. S., Moiseenko S. G. Magnetorotational supernova // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 2005. Vol. 359, N 1. P. 333–344.
- [19] Bocquet P., Bonazzola S., Gourgoulhon E., Novak J. Rotating neutron star models with magnetic field // *Astron. Astrophys.* 1995. Vol. 301, N 9. P. 757–775.
- [20] Spruit H. C. Gamma-ray barsts from X-ray binaries // *Astron. Astrophys.* 1999. Vol. 341, N 1. P. L1–L4.
- [21] Cardall C. Y., Prakash M., Lattimer J. M. Effects of strong magnetic fields on neutron star structure // *Astrophys. J.* 2001. Vol. 554, N 1. P. 322–339.
- [22] Fukugita M., Yazaki S. Reexamination of astrophysical and cosmological constraints on the magnetic moment of neutrinos // *Phys. Rev. D* 1987. Vol. 36, N 12. P. 3817–3819.
- [23] Raffelt G. G. New bound on neutrino dipole moments from globular-cluster stars // *Phys. Rev. Lett.* 1990. Vol. 64, N 24. P. 2856–2858.
- [24] Raffelt G. G. Core mass at the helium flash from observations and a new bound on neutrino electromagnetic properties // *Astrophys. J.* 1990. Vol. 365, N 12. P. 559–568.

- [25] Braaten E., Segel D. Neutrino energy loss from the plasma process at all temperatures and densities // *Phys. Rev. D.* 1993. Vol. 48, N 4. P. 1478–1491.
- [26] Raffelt G.G. Limits on neutrino electromagnetic properties — an update // *Phys. Rept.* 1999. Vol. 320, N 1–6. P. 319–327.
- [27] Goldman I., Aharonov Y., Alexander G., Nussinov S. Implications of the supernova SN1987A neutrino signals // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 60, N 18. P. 1789–1792.
- [28] Lattimer J. M., Cooperstein J. Limits on the neutrino magnetic moment from SN1987A // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 61, N 1. P. 23–26.
- [29] Barbieri R., Mohapatra R. N. Limit on the magnetic moment of the neutrino from Supernova 1987 observations // *Phys. Rev. Lett.* 1988. Vol. 61, N 1. P. 27–30.
- [30] Nötzold D. New bounds on neutrino magnetic moments from stellar collapse // *Phys. Rev. D.* 1988. Vol. 38, N 6. P. 1658–1668.
- [31] Goyal A., Dutta S. Choudhury S. R. Bounds on the neutrino magnetic moment from SN 1987 A // *Phys. Lett. B.* 1995. Vol. 346, N 3–4. P. 312–316.
- [32] Ayala A., D’Olivo J. C., Torres M. Bound on the neutrino magnetic moment from chirality flip in supernovae // *Phys. Rev. D.* 1999. Vol. 59, N 11. P. 111901 (1–4).

- [33] Ayala A., D’Olivo J. C., Torres M. Right-handed neutrino production in dense and hot plasmas // Nucl. Phys. B. 2000. Vol. 564, N 1–2. P. 204–222.
- [34] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. A new bound on the Dirac neutrino magnetic moment from the plasma induced neutrino chirality flip in a supernova // Journ. Cosmol. Astropart. Phys. 2007. Vol. 11. P. 031.
- [35] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Okrugin A. A. Reexamination of a bound on the Dirac neutrino magnetic moment from the supernova neutrino luminosity // Int. J. Mod. Phys. A. 2009. Vol. 24, N 31. P. 5977–5989.
- [36] Баталин И. А., Шабад А. Е. Функция Грина фотона в постоянном однородном электромагнитном поле общего вида. // Журн. эксперим. и теор. физики. 1971. Т. 60, вып. 3. С. 894–900.
- [37] Tsai W.-Y. Vacuum polarization in homogeneous magnetic fields // Phys. Rev. D. 1974. Vol. 10, N 8. P. 2699–2702.
- [38] Shabad A. E. Photon dispersion in a strong magnetic field // Ann. Phys. (N. Y.). 1975. Vol. 90, N 1. P. 166–195.
- [39] Скобелев В. В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1975. № 10. С. 142–143.
- [40] Шабад А. Е. Поляризация вакуума и квантового релятивистского газа во внешнем поле // Тр. ФИАН СССР “Поляризационные эффекты во внешних калибровочных полях”. М.: Наука, 1988. Т. 192. С. 5–152.

- [41] Гальцов Д. В., Никитина Н. С. Фотонейтринные процессы в сильном поле // Журн. эксперим. и теор. физики. 1972. Т. 62, вып. 6. С. 2008–2012.
- [42] Скобелев В. В. О реакциях  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$  и  $\nu \rightarrow \gamma\nu$  в сильном магнитном поле // Журн. эксперим. и теор. физики. 1976. Т. 71, вып. 4. С. 1263–1267.
- [43] DeRaad Jr. L. L., Milton K. A., Hari Dass N. D. Photon decay into neutrinos in a strong magnetic field // Phys. Rev. D. 1976. Vol. 14, N 12. P. 3326–3334.
- [44] Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A. The magnetic catalysis of the radiative decay of a massive neutrino in the standard model with lepton mixing // Phys. Lett. B. 1992. Vol. 289, N 1–2. P. 103–108.
- [45] Василевская Л. А., Гвоздев А. А., Михеев Н. В. Распад массивного нейтрино  $\nu_i \rightarrow \nu_j\gamma$  в скрещенном поле // Ядер. физика. 1994. Т. 57, вып. 1. С. 124–127.
- [46] Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A. The radiative decay of a massive neutrino in the external electromagnetic fields // Phys. Rev. D 1996. Vol. 54, N 9. P. 5674–5685.
- [47] Скобелев В. В. Распад массивного нейтрино в сильном магнитном поле // Журн. эксперим. и теор. физики. 1995. Т. 108, вып. 1. С. 3–13.
- [48] Zhukovsky V. Ch., Eminov P. A., Grigoruk A. E. Radiative decay of a massive neutrino in the Weinberg - Salam model with mixing in a constant uniform magnetic field // Mod. Phys. Lett. A. 1996. Vol. 11, N 39–40. P. 3119–3126.

- [49] D'Olivo J. C., Nieves J. F., Pal P. B. Cherenkov radiation by massless neutrinos // Phys. Lett. B. 1996. Vol. 365, N 1–4. P. 178–184.
- [50] Ioannisian A.N., Raffelt G.G. Cherenkov radiation by massless neutrinos in a magnetic field // Phys. Rev. D. 1997. Vol. 55, N 11. P. 7038–7043.
- [51] Gvozdev A. A., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A. Resonance neutrino bremsstrahlung  $\nu \rightarrow \nu\gamma$  in a strong magnetic field // Phys. Lett. B. 1997. Vol. 410, N 2–4. P. 211–215.
- [52] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Vassilevskaya L. A. Photon splitting  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$  in an external magnetic field // Phys. Lett. B. 1998. Vol. 427, N 1–2. P. 105–108.
- [53] Василевская Л. А., Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Индуцированное магнитным полем нейтрино-фотонное  $\nu\nu\gamma$ -взаимодействие // Ядер. физика. 1999. Т. 62, вып. 4. С. 715–722.
- [54] Василевская Л. А., Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Нейтринные процессы в сильном внешнем магнитном поле // Физика элементарных частиц и атомного ядра: материалы XXXIII зимней школы ПИЯФ, Гатчина, 1999 / Ред. В. А. Гордеев и др.; ПИЯФ. СПб, 1999. С. 182–206.
- [55] Ahmad Q. R., Allen R. C., Andersen T. C. et al. (SNO Collab.). Measurement of the rate of  $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$  interactions produced by  ${}^8\text{B}$  solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87, N 7. P. 071301 (1–6).
- [56] Ahmad Q. R., Allen R. C., Andersen T. C. et al. (SNO Collab.). Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current

interactions in the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89, N 1. P. 011301 (1–6).

- [57] Ahmad Q. R., Allen R. C., Andersen T. C. et al. (SNO Collab.). Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and constraints on neutrino mixing parameters // Phys. Rev. Lett. 2002. Vol. 89, N 1. P. 011302 (1–5).
- [58] Понтекорво Б. М. Мезоний и антимезоний // Журн. эксперим. и теор. физики. 1957. Т. 33, вып. 2. С. 549–551.
- [59] Понтекорво Б. М. Обратные  $\beta$ -процессы и несохранение лептонного заряда // Журн. эксперим. и теор. физики. 1958. Т. 34, вып. 1. С. 247–249.
- [60] Maki Z., Nakagawa M., Sakata S. Remarks on the unified model of elementary particles // Prog. Theor. Phys. 1962. Vol. 28, N 5. P. 870–880.
- [61] Понтекорво Б. М. Нейтринные опыты и вопрос о сохранении лептонного заряда // Журн. эксперим. и теор. физики. 1967. Т. 53, вып. 5. С. 1717–1725.
- [62] Cabibbo N. Unitary symmetry and leptonic decays // Phys. Rev. Lett. 1963. Vol. 10, N 12. P. 531–533.
- [63] Kobayashi M., Maskawa T.  $CP$ -violation in the renormalizable theory of weak interaction // Prog. Theor. Phys. 1973. Vol. 49, N 2. P. 652–657.

- [64] Fukuda Y., Hayakawa T., Ichihara E. et al. (Super-Kamiokande Collab.). Measurement of a small atmospheric  $\nu_\mu/\nu_e$  ratio // Phys. Lett. B. 1998. Vol. 433, N 1–2. P. 9–18.
- [65] Fukuda Y., Hayakawa T., Ichihara E. et al. (Super-Kamiokande Collab.). Study of the atmospheric neutrino flux in the multi-GeV energy range // Phys. Lett. B. 1998. Vol. 436, N 1–2. P. 33–41.
- [66] Fukuda Y., Hayakawa T., Ichihara E. et al. (Super-Kamiokande Collab.). Measurement of the flux and zenith-angle distribution of upward throughgoing muons by Super-Kamiokande // Phys. Rev. Lett. 1999. Vol. 82, N 13. P. 2644–2648.
- [67] Eguchi K., Enomoto S., Furuno K. et al. (KamLAND Collab.). First results from KamLAND: Evidence for reactor antineutrino disappearance // Phys. Rev. Lett. 2003. Vol. 90, N 2. P. 021802 (1–6).
- [68] Bahcall J. N. Solar models and Solar neutrinos // Invited talk at the XXIII Physics in Collisions Conference (PIC03), Zeuthen, Germany, June 2003. E-print: arXiv:astro-ph/0310030.
- [69] Жуковский В. Ч., Шония Т. Л., Аминов П. А. Сдвиг энергии и аномальный магнитный момент нейтрино в постоянном магнитном поле при конечных температуре и плотности // Журн. эксперим. и теор. физики. 1993. Т. 104, вып. 4. С. 3269–3279.
- [70] Nötzold D., Raffelt G. Neutrino dispersion at finite temperature and density // Nucl. Phys. B. 1988. Vol. 307, N 4. P. 924–936.

- [71] D’Olivo J. C., Nieves J. F., Pal P. B. Electromagnetic properties of neutrinos in a background of electrons // *Phys. Rev. D* 1989. Vol. 40, N 11. P. 3679–3687.
- [72] D’Olivo J. C., Nieves J. F., Torres M. Finite-temperature corrections to the effective potential of neutrinos in a medium // *Phys. Rev. D* 1992. Vol. 46, N 3. P. 1172–1179.
- [73] McKeon G. Propagation of a neutrino in a homogeneous magnetic field // *Phys. Rev. D* 1981. Vol. 24, N 10. P. 2744–2747.
- [74] Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Курилин А. В., Тернов А. И. Радиационные поправки к массе нейтрино во внешнем электромагнитном поле // *Ядер. физика*. 1985. Т. 41, вып. 3. С. 743–748.
- [75] Erdas A., Feldman G. Magnetic field effects on Lagrangians and neutrino self-energies in the Salam-Weinberg theory in arbitrary gauges // *Nucl. Phys. B*. 1990. Vol. 343, N 3. P. 597–621.
- [76] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Raffelt G. G., Vassilevskaya L. A. Neutrino dispersion in external magnetic fields // *Phys. Rev. D*. 2006. Vol. 73, N 2. P. 023001–8.
- [77] Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Дисперсионные свойства нейтрино во внешнем магнитном поле // *Ядер. физ.* 2007. Т. 70, вып. 7. С. 1299–1304.
- [78] Аникин Р. А., Кузнецов А. В., Михеев Н. В. О возможности существования нейтринного пульсара // *Ядерная Физика* 2010. Т. 73, ном. 11. С. 2000–2003.

- [79] Elizalde E., Ferrer E. J., de la Incera V. Neutrino self-energy and index of refraction in strong magnetic field: A new approach // *Ann. of Phys.* 2002. Vol. 295, N 1. P. 33–49.
- [80] Semikoz V.B., Valle J.W.F. Nucleosynthesis constraints on active-sterile neutrino conversions in the early Universe with random magnetic field // *Nucl. Phys. B.* 1994. Vol. 425, N 3. P. 651–664; Erratum: *ibid.* 1997. Vol. 485, N 1–2. P. 545–547.
- [81] Elmfors P., Grasso D., Raffelt G. Neutrino dispersion in magnetized media and spin oscillations in the early Universe // *Nucl. Phys. B.* 1996. Vol. 479, N 1–2. P. 3–24.
- [82] Elizalde E., Ferrer E. J., de la Incera V. Neutrino propagation in a strongly magnetized medium // *Phys. Rev. D.* 2004. Vol. 70, N 4. P. 043012 (1–19).
- [83] Erdas A., Kim C. W., Lee T. H. Neutrino self-energy and dispersion in a medium with magnetic field // *Phys. Rev. D* 1998. Vol. 58, N 8. P. 085016 (1–8).
- [84] Bravo Garcia A., Bhattacharya K., Sahu S. The neutrino self-energy in a magnetized medium // *Mod. Phys. Lett. A.* 2008. Vol. 23, N 32. P. 2771–2786.
- [85] Erdas A. Neutrino self-energy in an external magnetic field // *Phys. Rev. D.* 2009. Vol. 80, N 11. P. 113004 (1–8).
- [86] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V. Electroweak processes in external electromagnetic fields. New York: Springer-Verlag, 2003. 136 p.

- [87] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V. High energy neutrino absorption by  $W$  production in a strong magnetic field // Phys. Lett. B. 2010. Vol. 690, N 4. P. 386–389.
- [88] Аникин Р. А., Михеев Н. В., Нарынская Е. Н. Индуцированный замагниченной плазмой магнитный момент нейтрино // Журн. эксперим. и теор. физики. 2010. Т. 137, вып. 6. С. 1115–1119.
- [89] Janka H.-Th., Langanke K., Marek A. et al. Theory of core-collapse supernovae // Phys. Rept. 2007. Vol. 442, N 1–6. P. 38–74.
- [90] Bethe H. A. Supernova mechanisms // Rev. Mod. Phys. 1990. Vol. 62, N 4. P. 801–866
- [91] Dar A. Neutrino magnetic moment may solve the supernovae problem. Inst. Advanced Study Preprint-87-0178. Princeton, 1987.
- [92] Voloshin M. B. Resonant helicity flip of the electron neutrino due to the magnetic moment and the dynamics of the supernova // Phys. Lett. B. 1988. Vol. 209, N 2–3. P. 360–364.
- [93] Волошин М. Б., Высоцкий М. И., Окунь Л. Б. Об электромагнитных свойствах нейтрино и возможных полугодовых вариациях потока нейтрино от Солнца // Ядер. физ. 1986. Т. 44, вып. 3 (9). С. 677–680.
- [94] Волошин М. Б., Высоцкий М. И., Окунь Л. Б. Электродинамика нейтрино и возможные эффекты для солнечных нейтрино // Журн. эксперим. и теор. физики. 1986. Т. 91, вып. 3. С. 754–765; Erratum: *ibid.* 1987. Т. 92, вып. 1. С. 368.

- [95] Блинников С. И., Окунь Л. Б. Модели сверхновых и магнитный момент нейтрино // Письма в астрон. журн. 1988. Т. 14. С. 867.
- [96] Buras R., Rampp M., Janka H.-Th., Kifonidis K. Two-dimensional hydrodynamic core-collapse supernova simulations with spectral neutrino transport // Astron. Astrophys. 2006. Vol. 447, N 3. P. 1049–1092.
- [97] Lee B. W., Shrock R. E. Natural suppression of symmetry violation in gauge theories: muon-lepton and electron-lepton number nonconservation // Phys. Rev. D. 1977. Vol. 16, N 5. P. 1444–1473.
- [98] Fujikawa K., Shrock R. E. The magnetic moment of a massive neutrino and neutrino spin rotation // Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45, N 12. P. 963–966.
- [99] Липманов Э. М. О возможных экспериментальных проявлениях  $(V + A)$ -токов в слабых взаимодействиях элементарных частиц // Ядерная физика. 1967. Т. 6. вып. 3. С. 541–546.
- [100] Липманов Э. М. О нарушенной зеркальной  $(V \mp A)$ -симметрии слабых взаимодействий элементарных частиц и свойствах нейтрино // Журн. эксперим. и теор. физики. 1968. Т. 55. вып. 6. С. 2245–2251.
- [101] Липманов Э. М., Михеев Н. В. К вопросу о  $(V + A)$ -токах в слабых взаимодействиях элементарных частиц // Письма в журн. эксперим. и теор. физики. 1968. Т. 7. вып. 4. С. 139–142.
- [102] Pati J. C., Salam A. Lepton number as the fourth “color” // Phys. Rev. D. 1974. Vol. 10, N 1. P. 275–293.

- [103] Bég M. A. B., Budny R. V., Mohapatra R. N., Sirlin A. Manifest left-right symmetry and its experimental consequences // Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38, N 22. P. 1252–1255.
- [104] Kim J.E. Neutrino magnetic moment // Phys. Rev. D. 1976. Vol. 14, N 11. P. 3000–3002.
- [105] Bég M.A.B., Marciano W.J., Ruderman M. Properties of neutrinos in a class of gauge theories // Phys. Rev. D. 1978. Vol. 17, N 5. P. 1395–1401.
- [106] Hirata K. S., Kajita T., Koshiba M. et al. Observation in the Kamiokande-II detector of the neutrino burst from supernova SN1987A // Phys. Rev. D. 1988. Vol. 38, N 2. P. 448–458.
- [107] Hirata K. S., Kajita T., Koshiba M. et al. Observation of a neutrino burst from the supernova SN1987A // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58, N 14. P. 1490–1493.
- [108] Bionta R. M. et al. Observation of a neutrino burst in coincidence with supernova 1987A in the Large Magellanic Cloud // Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58, N 14. P. 1494–1496.
- [109] Bratton C. B. et al. Angular distribution of events from SN1987A // Phys. Rev. D. 1988. Vol. 37, N 12. P. 3361–3363.
- [110] Alexeyev E. N., Alexeyeva L. N., Krivosheina I. V., Volchenko V. I. Detection of the neutrino signal from SN 1987A in the LMC using the INR Baksan underground scintillation telescope // Phys. Lett. B. 1988. Vol. 205, N 2-3. P. 209–214.

- [111] Aglietta M. et al. On the Event Observed in the Mont Blanc Underground Neutrino Observatory during the Occurrence of Supernova 1987a // *Europhys. Lett.* 1987. Vol. 3, N 12. P. 1315-1320.
- [112] Алексеев Е. Н., Алексеева Л. Н., Волченко В. И., Кривошеина И. В. О возможной регистрации нейтринного сигнала 23 февраля 1987 года на Баксанском подземном сцинтилляционном телескопе ИЯИ АН СССР. // *Письма в ЖЭТФ.* 1987. Т. 205, вып 10. с. 461–464.
- [113] Kneller J. P., McLaughlin G. C., Brockman J. Oscillation effects and time variation of the supernova neutrino signal // *Phys. Rev. D.* 2008. Vol. 77, N 4. P. 045023–21
- [114] Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. *Квантовая электродинамика.* М.: Наука, 1989. 728 с.
- [115] Adler S.L. Photon splitting and photon dispersion in a strong magnetic field // *Ann. Phys. (N. Y.).* 1971. Vol. 67, N 2. P. 599–647.
- [116] Stoneham R. J. Photon splitting in the magnetized vacuum // *J. Phys. A.* 1979. Vol. 12, N 11. P. 2187–2203.
- [117] Baier V.N., Milstein A.I., Shaisultanov R.Zh. Photon splitting in a very strong magnetic field // *Phys. Rev. Lett.* 1996. Vol. 77, N 9. P. 1691–1694.
- [118] Байер В. Н., Мильштейн А. И., Шайсултанов Р. Ж. Расщепление фотона в сильном электромагнитном поле // *Журн. эксперим. и теор. физики.* 1986. Т. 90, вып. 4. С. 1141–1153.

- [119] Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В., Квантовая электродинамика. — М.: Изд-во МГУ, 1983.
- [120] Ораевский В. Н., Семикоз В. Б., Смородинский Я. А. Поляризационные потери и индуцированный электрический заряд нейтрино в плазме // Письма в Журн. эксперим. и теор. физики. 1986. Т. 43, вып. 12. С. 549–551.
- [121] Grimus W., Neufeld H. Cherenkov radiation of neutrinos // Phys. Lett. B. 1993. Vol. 315, N 1–2. P. 129–133.
- [122] Adler S. L., Bahcall J. N., Callan C. G., Rosenbluth M. N. Photon splitting in a strong magnetic field // Phys. Rev. Lett. 1970. Vol. 25, N 15. P. 1061–1065.
- [123] Weldon H. A. Simple rules for discontinuities in finite-temperature field theory // Phys. Rev. D. 1983. Vol. 28, N 8. P. 2007–2015.
- [124] Леинсон Л. Б., Ораевский В. Н. Квантовые переходы позитроний–фотон и фотон–позитроний в сильных магнитных полях // Ядерная Физика. 1985. Т. 42, вып. 2(8). С. 401–410.
- [125] Карнаков Б. М., Попов В. С. Атом водорода в сверхсильном магнитном поле и эффект Зельдовича // Журн. эксперим. и теор. физики. 2003. Т. 124, вып. 5. С. 996–1022.
- [126] Янке Е., Эмде Ф., Лёш Ф. Специальные функции (формулы, графики, таблицы). — М.: Наука, 1964. 344 с.
- [127] Аникин Р. А., Кузнецов А. В., Михеев Н. В. Магнитный момент дираковского нейтрино и возможная временная эволюция нейтринного

сигнала от сверхновой // Письма в Астрономический Журнал. 2010. Т. 36, ном. 9. С. 714–720.

- [128] Shabad A. E., Usov V. V. Photon dispersion in a strong magnetic field with positronium formation: Theory // *Astrophysics and Space Science*. 2003. Vol. 128, N 2. P. 377–409.
- [129] Shabad A. E. Cyclotronic resonance in the vacuum polarization // *Lettere al Nuovo Cimento*. 1972. Vol. 3, N 11. P. 457–460.
- [130] Шабад А. Е. Особенности поляризационного оператора фотона в магнитном поле // Препринт ФИАН. 1974. № 60.
- [131] Leinson L. B., Perez A., Relativistic approach to positronium levels in a strong magnetic field // *J. High Energy Phys*. 2000. Vol. 11, P. 039.
- [132] Hobbs G., Lorimer D. R., Lyne A. G., Kramer M. A statistical study of 233 pulsar proper motions // *Mon. Not. R. Astron. Soc*. 2005. Vol. 360, P. 974–992
- [133] Аникин Р. А., Михеев Н. В. Процесс  $\nu \rightarrow \nu \gamma$  в сильном магнитном поле с учетом вклада позитрония в дисперсию фотона // *Журн. эксперим. и теор. физики*. 2012. Т. 142, вып. 3. С. 463–471.
- [134] Аникин Р. А., Михеев Н. В. Радиационный распад нейтрино в сильном магнитном поле // *Ядерная Физика* 2013. Т. 76, ном. 12. С. 1610–1614.