

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

УДК 538.945

Рахмонов Илхом Рауфович

ОСОБЕННОСТИ ФАЗОВОЙ ДИНАМИКИ И РЕЗОНАНСНЫЕ СВОЙСТВА СИСТЕМЫ
СВЯЗАННЫХ ДЖОЗЕФСОНОВСКИХ ПЕРЕХОДОВ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат

диссертации на соискание учёной степени

кандидата физико-математических наук

Дубна — 2014

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова
Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник ЛТФ ОИЯИ
Шукринов Юрий Маджнунович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор кафедры атомной физики, физики плаз-
мы и микроэлектроники, Физический факультет, МГУ
им. М. В. Ломоносова, Москва
Корнев Виктор Константинович

доктор физико-математических наук,
заместитель директора по научной работе, Институт
физики микроструктур РАН, Нижний Новгород
Мельников Александр Сергеевич

Ведущая организация: Институт радиотехники и электроники
им. В. А. Котельникова РАН, Москва

Защита состоится “ _____ ” 2014 г. в __ ч. __ мин. на заседании Диссертаци-
онного совета Д 720.001.01 в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова
Объединенного института ядерных исследований по адресу: ул. Жолио Кюри, дом 6,
141980 г. Дубна, РФ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОИЯИ и на сайте ОИЯИ.

Отзывы на автореферат, заверенные гербовой печатью организации, просьба направлять
по указанному адресу в двух экземплярах не позднее, чем за 15 дней до защиты.

Автореферат разослан “ _____ ” 2014 г.

Учёный секретарь Диссертационного совета
доктор физико-математических наук



Арбузов А. Б.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

1.1. Актуальность темы

В сильноанизотропных слоистых высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) сверхпроводящие и диэлектрические слои образуют систему связанных джозефсоновских переходов (ДП), т.е. в этих материалах возникает внутренний эффект Джозефсона [13]. Этот эффект имеет особое значение для определения вольт–амперной характеристики (ВАХ) туннельных структур на основе ВТСП и свойств вихревой решетки в данных материалах [14, 15, 16, 17]. Внутреннее туннелирование определяет транспорт вдоль стека сверхпроводящих слоев и физику вихрей [18]. Моделью для исследования физических свойств внутренних ДП в ВТСП, их нелинейных свойств и различных неравновесных явлений является система связанных ДП [19, 20]. Система джозефсоновских переходов является одним из перспективных объектов сверхпроводящей электроники, интенсивно исследуемым в настоящее время [21, 22, 23, 18]. В частности, широкие возможности для различных применений представляет обнаруженное недавно когерентное электромагнитное излучение в терагерцовой области частот из стека внутренних ДП [24]. Интересным является тот факт, что излучение связано с определенной областью ВАХ, которая соответствует области параметрического резонанса [25, 26]. Приведенные аргументы делают исследования этой области ВАХ весьма актуальными. Численное моделирование вольт–амперных характеристик системы, временных зависимостей заряда в сверхпроводящих слоях и напряжения в ДП позволяет описать ее фазовую динамику и предсказать ряд важных свойств данной системы.

Одним из эффективных способов влияния на свойства системы ДП является ее шунтирование LCR -контуром (где L –индуктивность, C –емкость и R –сопротивление контура) [27, 28, 29, 30, 31, 32, 33]. В частности, шунтирование приводит к синхронизации осцилляций сверхпроводящего тока в разных ДП. Джозефсоновские переходы вместе с шунтирующими их LCR -элементами образуют колебательный контур и когда джозеф-

соновская частота ω_J сравнивается с собственной частотой контура ω_{rc} , осцилляции в разных ДП подстраиваются под эту частоту. Этот резонанс отражается на ВАХ в виде различных особенностей типа ступеньки [34, 35], горба или провала [36, 37]. В частности, о ступеньках на ВАХ в различных системах ДП с резонансным контуром сообщалось в ряде экспериментальных и теоретических работ [38, 39]. В работе [40] был зарегистрирован пик в интенсивности когерентного электромагнитного излучения из двухмерной системы ДП на основе $Nb/Al/AlOx/Nb$ при синхронизации осцилляций в разных ДП, обусловленной данным резонансом. Следует отметить, что в рассматриваемых до настоящего времени моделях ДП с шунтированием не учитывался эффект емкостной связи между переходами, возникающей из-за малости толщины сверхпроводящих слоев в ВТСП. Также не исследовались проявления параметрического резонанса на фазовой динамике данной системы и на ее ВАХ.

До настоящего времени параметрический резонанс в системе связанных ДП исследовался лишь в рамках одномерной модели, т.е. рассматривалась система коротких ДП, для которых длина ДП L меньше джозефсоновской глубины проникновения λ_J . Большинство же экспериментальных результатов связано именно с длинными ДП, в которых $L > \lambda_J$. В случае одиночного длинного ДП в отсутствие внешнего магнитного поля на ВАХ наблюдаются ступеньки нулевого поля [41, 42, 43, 44], которые обусловлены наличием флюксонных состояний. В случае системы ДП флюксонные состояния могут возникать в каждом ДП стека. В связи с этим возникает вопрос о возможности сосуществования флюксонных состояний и ППВ.

Диссертация посвящена исследованию ВАХ и резонансных свойств системы джозефсоновских переходов в ВТСП.

1.2. Основные цели (и задачи) исследования

Основная цель работы состояла в исследовании фазовой динамики системы джозефсоновских переходов в слоистых сверхпроводниках, их вольт–амперных характеристик и резонансных свойств. Была поставлена задача рассчитать ВАХ системы связанных джозефсоновских переходов в рамках двух моделей с емкостной связью между переходами: ССJJ (модель с емкостной связью) и ССJJ+DC модели (модель с емкостной связью и диффузионным током) и провести сравнительный анализ результатов в гистерезисной

области ВАХ, в области вблизи критического тока, и в области параметрического резонанса. Планировались исследования резонансных свойств системы джозефсоновских переходов, шунтированной резонансным (LC) контуром. Предполагалось исследование влияния внешнего электромагнитного излучения на фазовую динамику системы связанных ДП. Особый интерес представляли исследования параметрического резонанса в двухмерной модели, т.е. в системе длинных ДП, где помимо емкостной связи между ДП необходимо также учитывать индуктивную связь.

Разработанные методы применяются в задачах, актуальных для современной физики джозефсоновских явлений, а именно:

- рассчитываются ВАХ системы связанных ДП на основе теоретических моделей с емкостной и индуктивной связью, а также с учетом шунтирования ДП LC элементами. Исследуется воздействие внешнего электромагнитного излучения;
- анализируется динамика сверхпроводящего, квазичастичного, диффузионного тока и тока смещения в системах джозефсоновских переходах;
- исследуются резонансные свойства системы ДП, шунтированной резонансным (LC) контуром, а также под действием внешнего электромагнитного излучения;
- исследуется фазовая динамика системы длинных ДП и обсуждается роль индуктивной и емкостной связи в коллективном поведении системы длинных ДП.

1.3. Научная новизна и практическая ценность диссертации

Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми. Показано, что ССJJ+DC модель, т.е. модель, учитывающая диффузионный ток, приводит к результатам, качественно согласующимся с экспериментальными данными. Предсказан двойной резонанс в системе ДП, шунтированной резонансным (LC) контуром. Показана возможность реализации параметрического резонанса в системе длинных джозефсоновских переходов. Предсказано образование нового коллективного возбуждения в системе длинных джозефсоновских переходов, представляющего собой композитное состояние продольной плазменной волны и вихревого магнитного поля.

Практическая ценность диссертации состоит в том, что разработанные методы численного моделирования и анализа системы ДП позволяют проводить непосредственное сравнение полученных результатов с экспериментальными данными. Ряд эффектов,

которые предсказаны в диссертации, могут быть исследованы экспериментально. Разработанные методы и полученные результаты представляют практический интерес для специалистов, занимающихся исследованием джозефсоновских переходов.

1.4. Апробация диссертации и публикации

Результаты работы опубликованы в 3 статьях [1, 2, 3] в журналах, входящих в список ВАК, а также в 9 публикациях [4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12] в других журналах и трудах конференций. Они доложены на следующих симпозиумах и конференциях:

1. 4th International Workshop on Numerical Modelling of High Temperature Superconductors, May 11-14, 2014, Institute of Electrical Engineering, Slovak Academy of Sciences, Bratislava, Slovakia.
2. II Национальная конференция по прикладной сверхпроводимости, 26-28 ноября, 2013, Национальный исследовательский центр “Курчатовский” институт, Москва, Россия.
3. International Conference «Mathematical modeling and computational physics» (ММСР 2013), July 8 - 12, 2013, JINR, Dubna, Russia.
4. The 8th International Symposium on Intrinsic Josephson Effects and Plasma Oscillations in High- T_c Superconductors “PLASMA 2012”, June 10 - 13, 2012, Izmir Institute of Technology, Cesme, Izmir, Turkey.
5. International Conference on Theoretical Physics «Dubna-Nano 2012», July 9-14, 2012, JINR, Dubna, Russia.
6. International Conference on Theoretical Physics «Dubna-Nano 2010», July 5-10, 2010, JINR, Dubna, Russia.
7. XVIII научная конференция Объединения молодых ученых и специалистов ОМУС-2014, 24-28 февраля 2014 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.
8. XVII научная конференция Объединения молодых ученых и специалистов ОМУС-2013, 8-12 апреля 2013 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.

9. XV научная конференция Объединения молодых ученых и специалистов ОМУС-2011, 14-19 февраля 2011 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.
10. XIV научная конференция Объединения молодых ученых и специалистов ОМУС-2010, 1-6 февраля 2010 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.
11. Программно–консультативный комитет по физике конденсированных сред, 18 июня 2013 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.
12. Программно–консультативный комитет по физике конденсированных сред, 28 января 2011 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.
13. XI зимняя школа по теоретической физики, 28 января - 3 февраля 2013 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.
14. IX зимняя школа по теоретической физики, 30 января - 6 февраля 2011 г., ОИЯИ, Дубна, Россия.

а также представлены на 10 научных семинарах в Дубне, Москве и Душанбе.

1.5. Личный вклад автора

Основные положения и выводы диссертации являются результатом самостоятельных исследований автора. В тех частях, выполненных в соавторстве работ, которые относятся к теме диссертации, автору принадлежат проведенные численные расчеты и их анализ.

1.6. Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из Введения, 4 Глав, Заключения, включает 33 рисунка, содержит список цитированной литературы из 69 наименований. Полный объем диссертации составляет 75 страниц.

1.7. Основные результаты, выдвигаемые для защиты:

- ① Проведено подробное сравнение моделей системы связанных Джозефсоновских переходов без учета и с учетом дополнительного полевого взаимодействия джозефсоновских переходов выражающегося в возникновении диффузионного тока.

Показано, что учет диффузионного тока необходим для правильного описания характера и динамики системы связанных джозефсоновских переходов на основе высокотемпературных сверхпроводников. В частности, учет диффузионного тока в системе связанных джозефсоновских переходов приводит к сужению гистерезисной области вольт–амперной характеристики и подавляет ее ветвление вблизи критического тока, что согласуется с экспериментальными данными.

- ② Показана возможность возникновения в системе связанных джозефсоновских переходов с LC -шунтированием дополнительного параметрического резонанса, обусловленного образованным резонансным контуром. Продемонстрировано возникновение двойного резонанса, при котором резонанс джозефсоновских осцилляций и колебаний LC -контра служит триггером для возбуждения продольной плазменной волны. При этом фундаментальный параметрический резонанс в области перехода на внутренние ветви вольт–амперной характеристики сохраняется.
- ③ Показана возможность реализации параметрического резонанса в системе длинных джозефсоновских переходов, для которых длина перехода больше джозефсоновской глубины проникновения. В области параметрического резонанса наблюдается сосуществование продольной плазменной волны и флюксоновых состояний. Данный факт интерпретируется как образование нового коллективного возбуждения, представляющего собой композитное состояние продольной плазменной волны и вихревого магнитного поля.

2. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулированы цели и задачи диссертационной работы, перечислены полученные в диссертации новые результаты, выносимые на защиту и описана структура диссертации.

В первой главе «Литературный обзор» описаны основные свойства внутренних джозефсоновских переходов в высокотемпературных сверхпроводниках и приведены теоретические модели, описывающие фазовую динамику системы джозефсоновских переходов.

При проведении теоретического исследования системы джозефсоновских переходов необходим учет, как индуктивной связи [45, 46], которая обусловлена проникновением магнитного поля в сверхпроводящие слои, так и емкостной связи, обусловленной проникновением электрического поля [16, 47, 48]. Обобщенная теория, учитывающая оба типа связи, была предложена М. Мачидой и С. Сакаем в работе [49]. Имеются работы, в которых для описания различных свойств внутренних ДП учитывалось несколько типов связи. В частности, в работе [50] для исследования динамики джозефсоновской вихревой решетки, помимо емкостной и индуктивной связи, также учитывалась связь, обусловленная зарядовым разбалансом в спектре элементарных возбуждений в сверхпроводящих слоях. Индуктивная связь важна при рассмотрении системы длинных переходов, а при описании системы коротких ДП можно ограничиться учетом только емкостной связи.

Во второй главе «Сравнительный анализ ССJJ и ССJJ+DC моделей и роль диффузионного тока в формировании вольт–амперной характеристики системы связанных джозефсоновских переходов» представлены результаты исследования ВАХ системы связанных ДП в рамках ССJJ и ССJJ+DC моделей [1]. Отсутствие полного экранирования заряда в S-слое приводит к обобщенному скалярному потенциалу слоя Φ_l , определяемому через скалярный потенциал ϕ_l и производную фазы сверхпроводящего параметра порядка θ_l как $\Phi_l(t) = \phi_l - \frac{\hbar}{2e} \frac{d\theta_l}{dt}$ [51, 17].

Когда через стек связанных ДП проходит внешний электрический ток, сверхпроводящие слои оказываются в неравновесном состоянии из-за инжекции квазичастиц и куперовских пар [17]. Наличие в них нескомпенсированного электрического заряда приводит к необходимости учета дополнительного тока между сверхпроводящими слоями. Этот вклад в квазичастичный ток, обусловленный разностью обобщенных скалярных потенциалов, называют диффузионным током I_{dif}^l [51, 52]. Можно записать следующие выражения для диффузионного тока

$$I_{dif}^l = \frac{\Phi_l - \Phi_{l-1}}{R} = -\frac{(Q_l - Q_{l-1})}{4\pi r_D^2 R} = -\frac{(Q_l - Q_{l-1})}{2e^2 N(0)R} \quad (1)$$

где $N(0)$ обозначает плотность состояний на уровне Ферми, R —сопротивление ДП, Q_l —электрический заряд в l -м сверхпроводящем слое. С учетом диффузионного тока выражение для полного тока приобретает следующий вид:

$$I = C \frac{dV_l}{dt} + I_c \sin \varphi_l + \frac{\hbar}{2eR} \frac{d\varphi_l}{dt} \quad (2)$$

Оно отличается от соответствующего выражения для полного тока в ССJJ модели [16] третьим членом в правой части. В ССJJ модели он равен V_l/R . Нормируя выражения (2) и учитывая обобщенное соотношение Джозефсона, мы получим систему безразмерных уравнений для разности фаз и напряжений во всех джозефсоновских переходах стека:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l) \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = I - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} \end{cases} \quad (3)$$

где $\beta = \hbar\omega_p/(2eRI_c) = 1/\sqrt{\beta_c}$, β_c -параметр МакКамбера. В системе (3) время t нормировано на плазменную частоту $\omega_p = \sqrt{2eI_c/\hbar C}$, базовый ток I нормирован на критический ток I_c , а напряжение нормировано на $V_0 = \frac{\hbar\omega_p}{2e}$, где C - емкость ДП.

В ССJJ+DC-модели выражения для сверхпроводящего I_s , квазичастичного I_{qp} , диффузионного I_{dif} токов и тока смещения I_{disp} , в нормированных величинах принимают следующий вид:

$$I_s^l = \sin \varphi_l; \quad I_{qp}^l = \beta V_l; \quad I_{disp}^l = \frac{dV_l}{dt}; \quad I_{dif}^l = \beta \left(\frac{d\varphi_l}{dt} - V_l \right) \quad (4)$$

На Рис. 1 приведены однопетлевые ВАХ стека с 9 ДП, полученные [1] как с учетом диффузионного тока (ССJJ+DC модель), так и без него (ССJJ модель) при $\alpha = 1$,

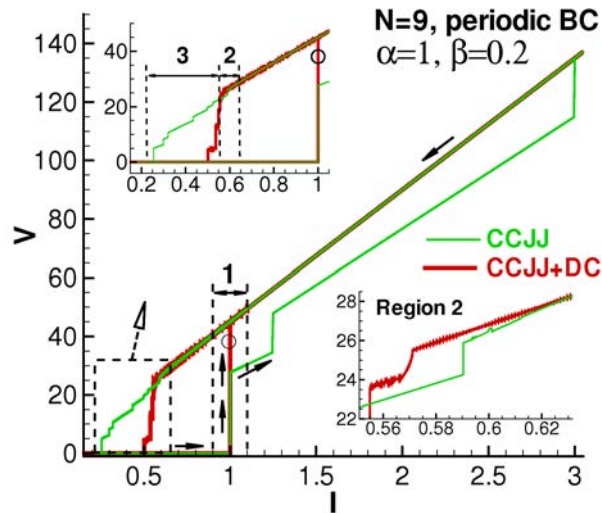


Рис. 1. ВАХ стека с 9 связанными ДП, полученные в рамках ССJJ (тонкая линия) и ССJJ+DC (жирная линия) моделей при однократном свипе базового тока от 0 до 5 и обратно. Штриховыми линиями выделены области вблизи критического тока (1), область параметрического резонанса (2), и область ветвления в гистерезисной части ВАХ (3), где проведены детальные исследования временной зависимости всех токов. Увеличенные области параметрического резонанса (2) и ветвления (3) показаны на вставках.

$\beta = 0.2$ и периодических граничных условиях. ВАХ демонстрирует ветвление в области вблизи критического тока (1), тонкую структуру [26] в области параметрического резонанса (2) и ветвление в гистерезисной области (3). Величина гистерезиса в ССJJ модели значительно превышает эту характеристику в рамках ССJJ+DC модели, в которой, кроме того, не наблюдается ветвление при $I > I_c$. Основным вопросом, который нас интересовал, заключался в выяснении причины разного характера ВАХ в двух данных моделях. Мы показываем, что это связано с диффузионным током, который отсутствует в ССJJ модели [1].

Рис. 2 демонстрирует в области критического тока часть временной зависимости диффузионного тока в интервале базового тока $0.00098 < I < 1.00002$, где представлена динамика I_{dif} в момент переключения. Можно выделить две области на данной зависимости, разделенные пунктирной линией. Левая область соответствует переходу из состояния с нулевым напряжением в промежуточное состояние (отмеченное кружочком

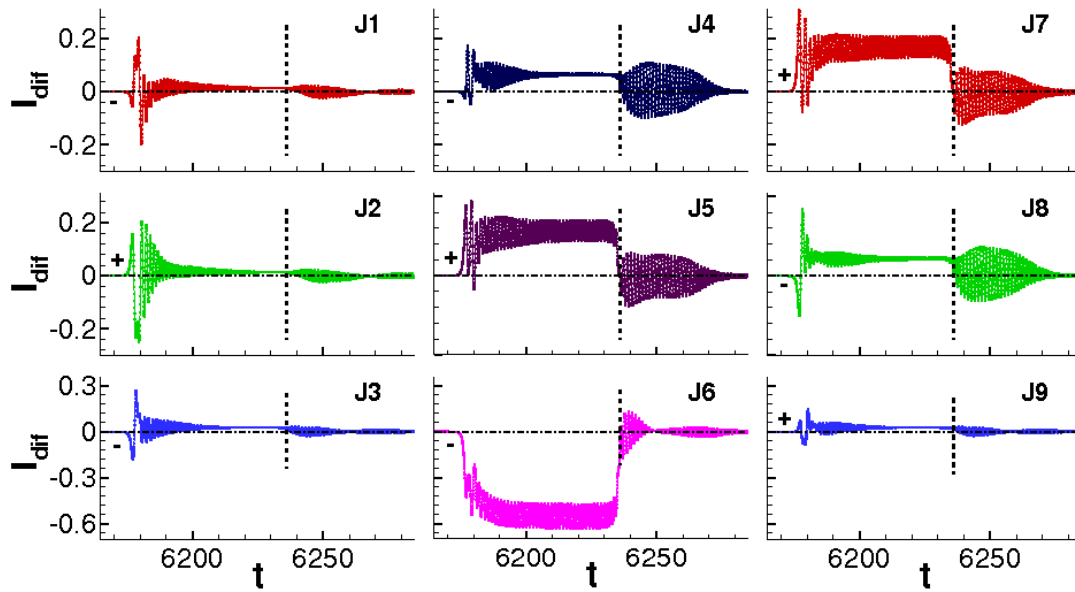


Рис. 2. Часть временной зависимости диффузионного тока во всех ДП стека в области критического тока.

на ВАХ на Рис. 1). Промежуточное состояние соответствует тому, что один из переходов (в данном расчете это 6-ой ДП), испытав определенные осцилляции всех токов, остался в O -состоянии. Во всех ДП в данном временном интервале диффузионный ток испытывает всплеск и осцилляции вокруг некоторого среднего значения, отличного от нуля и разного по величине. Правая область соответствует поведению диффузионного тока в состоянии после переключения на верхнюю ветку ВАХ и сопровождается затухающими осцилляциями. Основной особенностью зависимости, представленной на Рис.2, является переменный знак диффузионного тока в момент выхода из состояния с нулевым напряжением: на первом ДП минус, на втором - плюс, на третьем - минус, на четвертом - минус, и т.д.. Мы полагаем, что разное направление I_{dif} в момент выхода из состояния с нулевым напряжением не позволяет системе задерживаться в состояниях, соответствующих другим ветвям ВАХ, и вынуждает систему переходить непосредственно в конечное состояние, соответствующее всем ДП в вращательном состоянии.

Зависимость сверхпроводящего и квазичастичного токов от величины базового тока для всех ДП в области ветвления в гистерезисной части ВАХ приведена на Рис. 3 (а) и (б). На вставках к этим рисункам показано в увеличенном масштабе поведение данных токов в области ветвления. На зависимости $\langle I_s \rangle (I)$ после области параметрического

резонанса наблюдается поэтапное переключение ДП из R-состояний ($\langle d\varphi/dt \rangle = const$) в O-состояния ($\langle d\varphi/dt \rangle = 0$). Таких переключений в исследованном случае 4: они обозначены на рисунке буквами А, В, С, и D. В частности, переключение А соответствует переходу 5-го и 9-го ДП в O-состояние, остальные ДП остаются в R-состоянии. Эти переключения находятся в корреляции с изменениями квазичастичного тока. Квазичастичный ток при переключениях А, В и С не исчезает полностью ни в одном из ДП. Очевидно, что при переключении А он минимален в 5-ом и 9-ом ДП. Квазичастичный ток во всех ДП исчезает лишь при переключении D (при $I = I_r$): квазичастичный ток во всех ДП отличен от нуля, пока хотя бы один ДП находится в вращательном состоянии. Наблюдаемые особенности в зависимости усредненных токов от I и, на ВАХ в

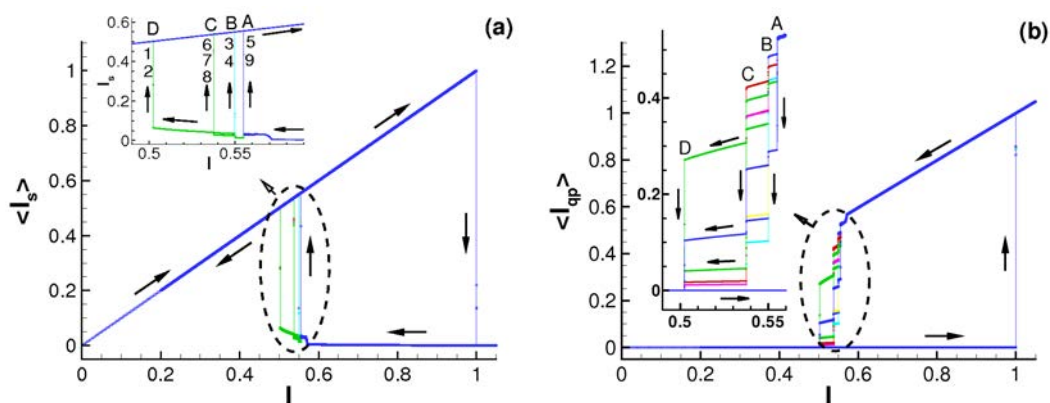


Рис. 3. Зависимость сверхпроводящего (а) и квазичастичного (б) токов для всех ДП стека от величины базового тока, полученная в рамках ССJJ+ДС модели.

целом, связаны с поведением диффузионного тока. Зависимость усредненного диффузионного тока $\langle I_{dif} \rangle$ от величины базового тока I для всех ДП стека показана на Рис. 4. При уменьшении полного тока через стек, диффузионный ток отсутствует до области параметрического резонанса. Важной чертой зависимости $\langle I_{dif}(I) \rangle$ является скачкообразное изменение величины и направления диффузионного тока. Убедиться в этой корреляции можно сопоставив Рис.4 с Рис.3(а), где представлена зависимость $\langle I_s(I) \rangle$. В частности, с уменьшением I , усредненное значение $\langle I_{dif} \rangle$ становится отрицательным в 5-м и 9-м ДП (переключение А). В соответствии с этим мы видим на Рис.3, что при данном значении базового тока 5-й и 9-й ДП переходят в O-состояние. При дальнейшем уменьшении базового тока I диффузионный ток $\langle I_{dif} \rangle$ при пере-

ключении В становится отрицательным в 3-ем и 4-ом ДП, которые также переходят в О-состояние. Таким образом, мы приходим к выводу, что диффузионный ток оказывает

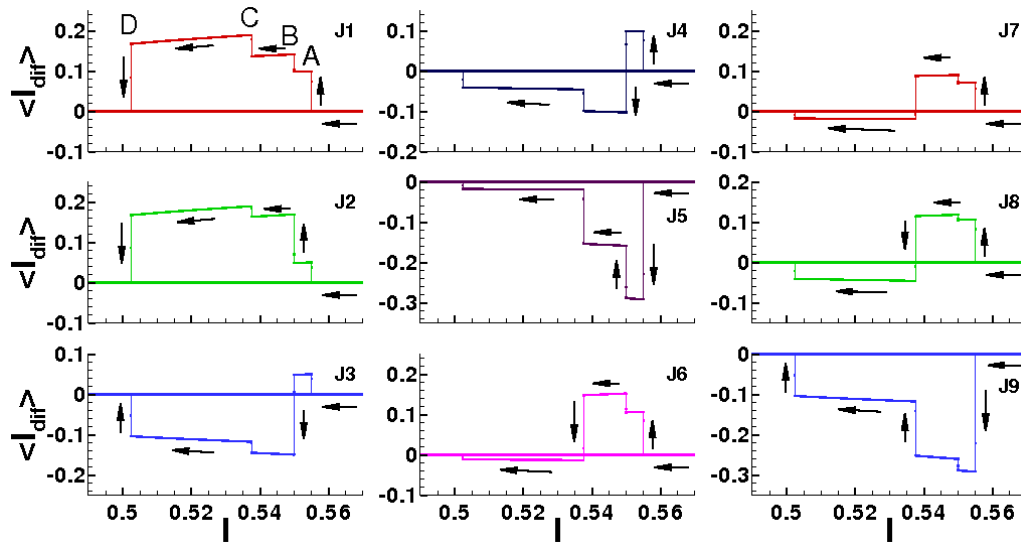


Рис. 4. Зависимость диффузионного тока от величины базового тока для всех ДП.

существенное влияние на ветвление ВАХ в гистерезисной области. В этой области его величина сопоставима с величиной сверхпроводящего и квазичастичного токов. Зависимость $\langle I_{dif}(I) \rangle$ для всех ДП также демонстрирует, что диффузионный ток отличен от нуля в каждом ДП во всей области ветвления и исчезает лишь при $I = I_r$.

В третьей главе «Резонансные свойства системы джозефсоновских переходов, шунтированной LC элементами» представлены результаты исследования резонансных свойств [2]. Электрическая схема рассматриваемой системы представлена на Рис.5(a). Полный ток I есть сумма токов через систему ДП I_j и шунтирующие элементы I_{sh} . В рамках ССJJ+DC модели, ток I_j определяется выражением (2). Ток через шунтирующие элементы I_{sh} определяется выражением

$$I_{sh} = C \frac{\partial u_c}{\partial t} \quad (5)$$

где C и u_c есть, соответственно, емкость и напряжение, возникающее на шунтирующем конденсаторе. При параллельном соединении, представленном на Рис.5(b), сумма напряжений на шунтирующих элементах равна сумме напряжений на всех ДП, т. е.

$$LC \frac{\partial^2 u_c}{\partial t^2} + u_c = \sum_{i=1}^N V_i \quad (6)$$

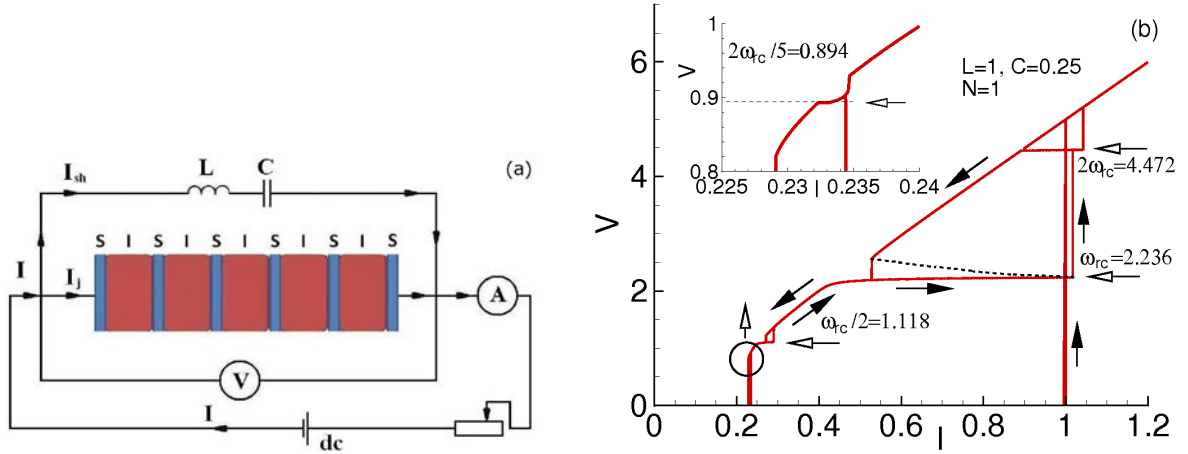


Рис. 5. (а) Схема системы джозефсоновских переходов с LC-шунтированием; (б) ВАХ одиночного ДП ($N=1$) с LC-шунтированием.

где L - шунтирующая индуктивность. Таким образом, в случае шунтирования системы ДП LC-контуром, динамика калибровочно-инвариантной разности фаз φ_l в l -ом ДП определяется следующей системой уравнений

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l) \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = I - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} - C \frac{\partial u_c}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 u_c}{\partial t^2} = \frac{1}{LC} \left(\sum_{l=1}^N V_l - u_c \right) \end{cases} \quad (7)$$

где все величины обезразмерены, а именно, напряжение u_c нормировано на V_0 , шунтирующая емкость C - на емкость ДП C_j , а шунтирующая индуктивность L - на $(C_j \omega_p^2)^{-1}$. Шунтирующие LC-элементы вместе с ДП образуют колебательный контур и его частота определяется выражением [2]

$$\omega_{rc} = \sqrt{\frac{1 + CN}{LC}}. \quad (8)$$

Если учитывать воздействие внешнего электромагнитного излучения на систему ДП, шунтированную LC-элементами, то второе уравнение системы (7) записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = I - \sin \varphi - \beta \frac{\partial \varphi}{\partial t} - C \frac{\partial u_c}{\partial t} + A \sin \omega t + I_{noise} \quad (9)$$

где A и ω амплитуда и частота внешнего электромагнитного излучения и они нормированы на критический ток I_c и плазменную частоту ω_p , соответственно.

Вольт-амперная характеристика, рассчитанная для случая $N = 1$ на основе системы уравнений (7) при $L = 1$ и $C = 0.25$ показана на Рис.5(b). Она демонстрирует ветви, отмеченные полными стрелками. Положение основной ветви на ВАХ соответствует напряжению $V = 2.236$, что совпадает с собственной частотой образованного резонансного контура, рассчитанной при $N = 1$, $L = 1$ и $C = 0.25$ по формуле (8). Положение ветвей соответствующее напряжениям $V = 1.118$ и $V = 4.472$ совпадает с $\omega_{rc}/2$ и $2\omega_{rc}$ соответственно. Это подтверждает, что на ВАХ возникает пик в результате резонанса джозефсоновских осцилляций с собственными колебаниями резонансного контура $\omega_j \approx \omega_{rc}$ [38]. На ВАХ наблюдается только устойчивая сторона резонансного пика. Неустойчивая сторона основного резонансного пика показана пунктирной линией. В работе [2] устойчивая сторона резонансного пика была названа “rc-ветвью” (от английского “resonance circuit”). В системе связанных ДП, в отличие от одного пере-

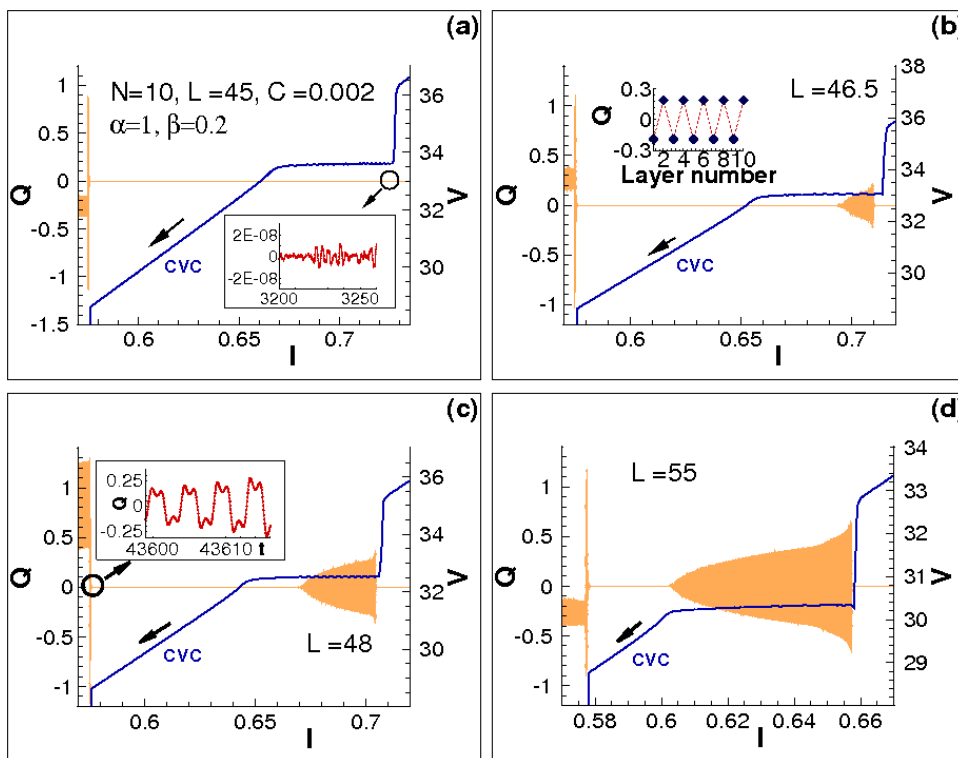


Рис. 6. Размах осцилляций заряда в сверхпроводящем слое в соответствующих точках ВАХ в области rc-ветви и в области переключения на внутренние ветви ВАХ при разных значениях L : (a) $L = 45$; (b) $L = 46.5$; (c) $L = 48$; (d) $L = 55$.

хода, джозефсоновские осцилляции могут возбудить продольную плазменную волну с

частотой $\omega_p(k) = \omega_p \sqrt{1 + 2\alpha(1 - \cos(kd))}$, где d - период структуры (сумма толщин сверхпроводящего и диэлектрического слоев) [25, 16, 53]. Как следует из этой формулы, частота продольной плазменной волны (ППВ), возникающей при параметрическом резонансе ($\omega_J = 2\omega_{LPW}$), определяется величиной плазменной частоты ω_p (на обратную величину которой нормировано время), а также величинами параметра связи между ДП и волновым вектором k . В работах [25, 54] продемонстрировано возбуждение ППВ, частота которой качественно описывается данной формулой. Резонанс джозефсоновских осцилляций с собственными колебаниями резонансного LC-контурa также может спровоцировать такое возбуждение ППВ, т.е., в данном случае привести к условию двойного резонанса: $\omega_J = \omega_{rc} = 2\omega_{LPW}$, где ω_{LPW} - частота ППВ. Такая ситуация демонстрируется на Рис.6, где приведены ВАХ вместе с динамикой заряда на сверхпроводящем слое при шунтирующей емкости $C = 0.002$ и различных значениях шунтирующей индуктивности: $L = 45$ (а), $L = 46.5$ (b), $L = 48$ (c) и $L = 55$ (d). Случай (а) соответствует частоте контура $\omega_{rc} = 3.367$. Мы видим на рисунке характерную rc -ветвь, соответствующую данной частоте. На вставке демонстрируется, что электрический заряд на сверхпроводящих слоях в области rc -ветки появляется лишь на уровне шума (10^{-8}). Другая картина возникает при значении L , близком к 46.5 ($\omega_{rc} = 3.312$), что видно на Рис.6(b). Сразу после выхода на rc -ветку сверхпроводящие слои оказываются заряженными. При дальнейшем уменьшении ω_{rc} (увеличении индуктивности, см. Рис.6(c)) наблюдается рост амплитуды заряда и увеличение интервала по току, соответствующего области "заряженной" rc -ветки. На Рис.6(d) приведена ВАХ и динамика электрического заряда на S-слое при $L = 55$, что соответствует $\omega_{rc} = 3.045$. В этом случае сверхпроводящие слои оказываются заряженными во всем интервале базового тока, соответствующего rc -ветке, от $I = 0.658$ до значения $I = 0.6$. Таким образом, нами предсказана возможность реализации двойного резонанса в области rc -ветки, т.е., резонанса колебаний LC-контурa, джозефсоновских осцилляций и ППВ, при котором амплитуда заряда в сверхпроводящих слоях увеличивается.

В четвертой главе «Фазовая динамика системы длинных джозефсоновских переходов с индуктивной и емкостной связью» представлены результаты исследования фазовой динамики системы длинных ДП в рамках обобщенной модели, учитывающей как индуктивную, так и емкостную связь, а также диффузионный ток [3].

В наших исследованиях мы обобщили модель, предложенную Сакаем и Мачидой [49], добавлением диффузионного тока. В этом случае система уравнений, описывающая фазовую динамику системы ДП, записывается в виде

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = D_c V_l + s_c V_{l+1} + s_c V_{l-1} \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = \sum_{n=1}^N \left(\mathcal{L}_{l,n}^{-1} \frac{\partial^2 \varphi_n}{\partial x^2} \right) - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} + I \end{cases} \quad (10)$$

где $D_c = 1 + (2\lambda_e/d_I) \coth(d_s/\lambda_e)$ – эффективная электрическая толщина ДП, нормированная на толщину диэлектрического слоя d_I , $s_c = -\lambda_e/[d_I \sinh(d_s/\lambda_e)]$ – параметр емкостной связи, V_l – напряжение в l – м ДП, d_s – толщина сверхпроводящего слоя. Матрица индуктивной связи \mathcal{L} записывается в в следующем виде:

$$\mathcal{L} = \begin{pmatrix} 1 & S & 0 & \dots & & & S \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & 0 & S & 1 & S & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ S & & \dots & 0 & S & 1 & \end{pmatrix}$$

где $S = s_{\mathcal{L}}/D_{\mathcal{L}}$, – параметр индуктивной связи, $s_{\mathcal{L}} = -\lambda_L/\sinh(d_s/\lambda_L)$, где $D_{\mathcal{L}} = d_I + 2\lambda_L \coth(d_s/\lambda_L)$ – эффективная магнитная толщина. Отметим, что параметр индуктивной связи S принимает значения в интервале $0 < |S| < 0.5$. В системе уравнений (10) время нормировано на обратную плазменную частоту ДП ω_p^{-1} , напряжение – на $V_0 = \hbar\omega_p/(2e)$, координата x – на джозефсоновскую глубину проникновения $\lambda_J = \sqrt{\hbar c^2/(8\pi e j_c D_{\mathcal{L}})}$, ток – на критический ток j_c , магнитное поле B – на $B_0 = \hbar c/(2e D_{\mathcal{L}} \lambda_J)$. Поскольку d_s/λ_e мало, разлагая $\coth(d_s/\lambda_e)$ и $\sinh(d_s/\lambda_e)$ в ряд Тейлора, можно написать выражения для эффективной электрической толщины ДП и параметра емкостной связи в виде $D_c = 1 + 2\lambda_e^2/(d_I d_s)$ и $s_c = -\lambda_e^2/(d_I d_s)$, соответственно.

На Рис.7(а) приведена ВАХ десяти ДП длиной $L = 5$. Как и в случае одиночного ДП, на ВАХ наблюдаются три ступеньки нулевого поля [43, 44, 41]. Они указаны горизонтальными полыми стрелками и отмечены числами 1,2,3. Переключение с верхней ветви ВАХ происходит при $I = 0.2747$ (показано вертикальной полый стрелкой на Рис.7(а)).

Динамика усредненного по координате значения заряда в первом сверхпроводящем слое вместе с соответствующей частью ВАХ приведена на Рис.7(б). При приближении

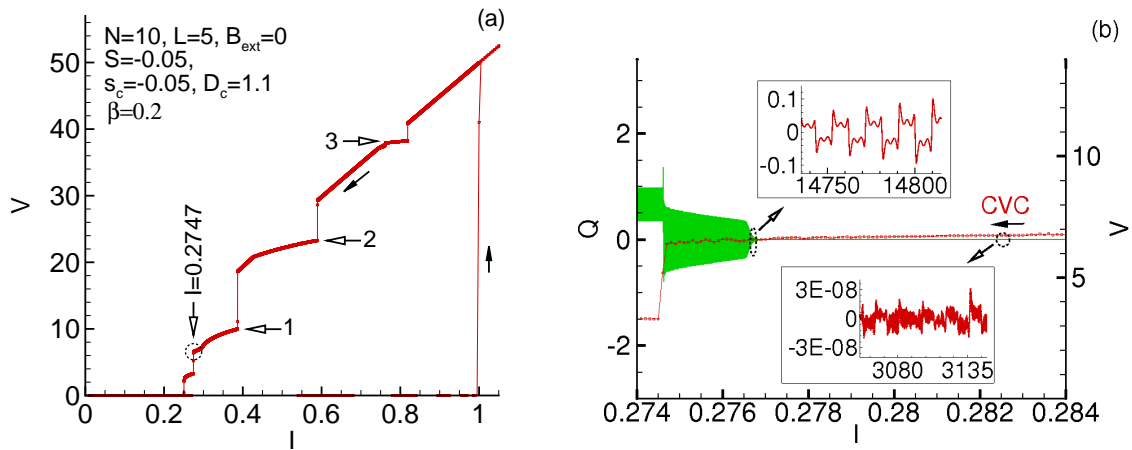


Рис. 7. (а) ВАХ системы с десятью ДП длиной $L = 5$ при $s_c = -0.05$, $D_c = 1.1$, $S = -0.05$; (б) Размах осцилляций электрического заряда, усредненного по координате в первом сверхпроводящем слое, в соответствующих точках ВАХ в области параметрического резонанса при тех же значениях параметров модели. Вставки демонстрируют характер осцилляций заряда.

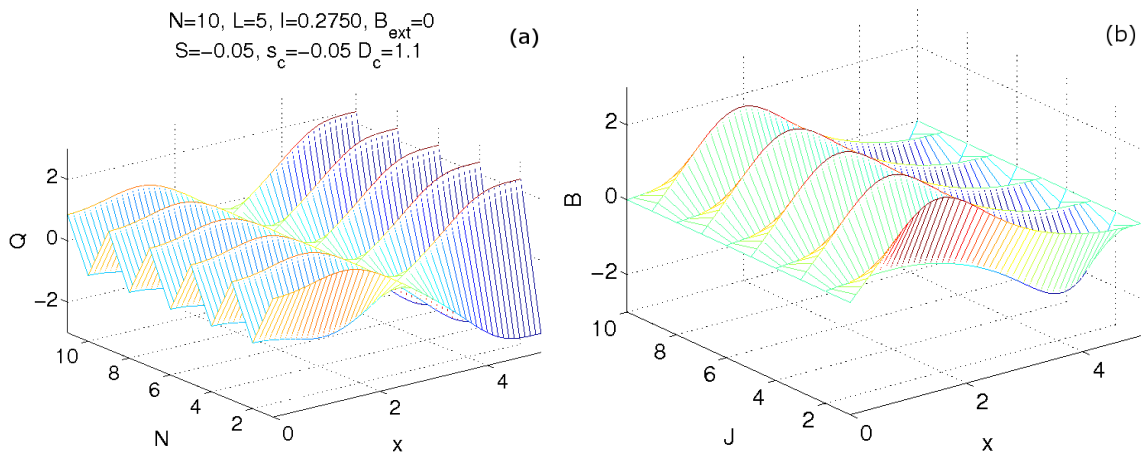


Рис. 8. (а) Пространственное распределение электрического заряда в сверхпроводящих слоях (N -номер слоя) в фиксированный момент времени в области параметрического резонанса при $I=0.2750$ для стека с 10 ДП при тех же значениях параметров, что и на Рис.2; (б) То же для магнитного поля в ДП стека (J номер ДП).

к точке переключения наблюдается рост амплитуды осцилляций электрического заряда в сверхпроводящих слоях. Это указывает на наличие резонанса. Детальный анализ расчетных данных подтверждает, что в этой области реализуется параметрический ре-

зонанс $\omega_J = 2\omega_{LPW}$ и происходит возбуждение ППВ вдоль стека ДП. Верхняя вставка к Рис.7(b) демонстрирует характер осцилляций в области параметрического резонанса. Нижняя вставка к Рис.7(b) показывает, что вдали от области параметрического резонанса заряд осциллирует на уровне шума. В отличие от случая системы коротких ДП [25], область параметрического резонанса здесь значительно шире по току.

Одним из основных результатов, представленных в данной главе, является предсказание сосуществования в стеке флюксонного состояния и ППВ. Для демонстрации этого факта нами рассчитаны пространство–временные зависимости заряда в сверхпроводящих слоях и магнитного поля в ДП системы. Распределение заряда вдоль стека и вдоль пространственной координаты x при значении приложенного тока $I = 0.2750$ в фиксированный момент времени представлено на Рис.8(a). Мы видим наличие вдоль стека ДП ППВ с длиной волны $\lambda = 2$ (λ нормирована на период решетки $d = d_I + d_s$). Распределение заряда оказывается неоднородным вдоль координаты во всех ДП системы, что связано с возбуждением флюксонных (антифлюксонных) состояний. Этот вывод подтверждает распределение магнитного поля в ДП вдоль стека и вдоль координаты x , приведенное на Рис.8(b) при тех же параметрах модели. Данное распределение демонстрирует наличие флюксона (антифлюксона) в каждом ДП стека. Факт сосуществования ППВ и флюксонных состояний можно интерпретировать как возможность образования нового коллективного возбуждения, представляющего собой композитное состояние продольной плазменной волны и вихревого магнитного поля.

В Заключение суммированы основные выводы диссертации и дано обоснование важности полученных результатов.

Список работ автора

- [1] Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, “Диффузионный ток в системе связанных джозефсоновских переходов”, ЖЭТФ 142, 323–337 (2012).
- [2] Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, К. В. Куликов, “Двойной резонанс в системе связанных джозефсоновских переходов”, Письма в ЖЭТФ 96, 657–664 (2012).
- [3] И. Р. Рахмонов, Ю. М. Шукринов, А. Ирие, “Параметрический резонанс в систе-

- ме длинных джозефсоновских переходов”, Письма в ЖЭТФ 99, 735–742 (2014)
Препринт ОИЯИ Р17-2014-30.
- [4] I. R. Rahmonov, Yu. M. Shukrinov, E. V. Zemlyanaya, I. Sarhadov and O. Andreeva, “Mathematical modeling of intrinsic Josephson junctions with capacitive and inductive couplings”, *Journal of Physics: Conf. Ser.* 393, 012022 (2012) [4 pages].
- [5] Yu. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov, K. V. Kulikov, P. Seidel and E. Il’ichev, “Shapiro step on the re-ranch of Josephson junction IV-characteristics”, *Annual report, Institute fur Festkorperphysik, Fredrich Shiller Universitat Jena*, 93–94 (2013).
- [6] Yu. Shukrinov, I. Rahmonov, K. Kulikov, P. Seidel and E. Il’ichev, “Effect of Radiation and Resonances in Coupled Linear Josephson Junctions Arrays with an LC-Shunt”, *Abstracts book of ISEC, Cambridge, MA, USA, July 7–11, 2013*, PF15, [2 pages].
- [7] И. Р. Рахмонов, Ю. М. Шукринов, “Резонансные свойства системы связанных джозефсоновских переходов под действием внешнего электромагнитного излучения”, *Труды XVII науч. конф. ОМУС-2013, Дубна, РФ, 08–12 апреля, 2013* 220–224.
- [8] И. Р. Рахмонов, Ю. М. Шукринов, “Параметрический резонанс в системе связанных джозефсоновских переходов в рамках ССJJ модели”, *Материалы международной конференции по физике конденсированного состояния, посвященной 85-летию академика А. А. Аджамова, Душанбе, Таджикистан, 17–18 октября, 2013*, 71–74.
- [9] Yu. M. Shukrinov, P. Seidel, E. Il’ichev, W. Nawrocki, M. Grajcar, P. A. Plecenik, I. R. Rahmonov and K. Kulikov, “Shapiro steps in the IV-characteristics of coupled Josephson junctions at the double resonance condition”, *Annual report, Institute fur Festkorperphysik, Fredrich Shiller Universitat Jena* 98–99 (2012).
- [10] Yu. Shukrinov, M. Gaafar, I. Rahmonov, K. Kulikov, M. Hamdipour, M. R. Kolahchi, A. Botha, M. Suzuki, E. Hamza, Kh. Hegab, A. Galal, H. Abdelhafiz, K. Elgammal and A. Foda, “Current Voltage Characteristics and Resonance Features of Coupled

Josephson Junctions”, *abstracts book of International Symposium «PLASMA 2012», Cesme, Izmir, Turkey, June 10–13, 2012*, 55 [1 page].

- [11] И. Р. Рахмонов, Ю. М. Шукринов, “Влияние диффузионного тока на вольтамперную характеристику системы связанных джозефсоновских переходов”, *Труды XV науч. конф. ОМУС-2011, Дубна, РФ, 14 – 19 февраля, 2011*, 270–273.
- [12] Ю. М. Шукринов, И. Р. Рахмонов, М. Ел Демери, “Фазовая динамика системы связанных джозефсоновских переходов”, *Труды XIV науч. конф. ОМУС-2010, Дубна, РФ, 14 – 19 февраля, 2010*, 174–177.

Список цитированной литературы

- [13] R. Kleiner, F. Steinmeyer, G. Kunkel and P. Müller, *Phys. Rev. Lett.* 68, 2394–2397 (1992).
- [14] S. O. Katterwe, A. Rydh and V. M. Krasnov, *Phys. Rev. Lett.* 101, 087003 (2008).
- [15] V. M. Krasnov, *Phys. Rev. Lett.* 103, 227002 (2009).
- [16] T. Koyama and M. Tachiki, *Phys. Rev. B* 54, 16183–16191 (1996).
- [17] D. A. Ryndyk, *Phys. Rev. Lett.* 80, 3376–3379 (1998).
- [18] A. A. Yurgens, *Supercond.Sci.Technol.* 13, R85-R100 (2000).
- [19] V. M. Krasnov, *Phys. Rev. B* Vol. 83, 174517 (2011).
- [20] C. Kurter, A. P. Zhuravel, A. V. Ustinov and S. M. Anlage, *Phys. Rev. B* 84, 104515 (2011).
- [21] T. M. Benseman, A. E. Koshelev, K. E. Gray, W. K. Kwok, U. Welp, K. Kadowaki, M. Tachiki and T. Yamamoto, *Phys. Rev. B* 84, 064523 (2011).
- [22] A. E. Koshelev, *Phys. Rev. B* 82, 174512 (2010).
- [23] J. Pfeiffer, A. A. Abdumalikov, M. Schuster and A. V. Ustinov, *Phys. Rev. B* 77, 024511 (2008).

- [24] L. Ozyuzer, A. E. Koshelev, C. Kurter, N. Gopalsami, Q. Li, M. Tachiki, K. Kadowaki, T. Yamamoto, H. Minami, H. Yamaguchi, T. Tachiki, K. E. Gray, W. K. Kwok and U. Welp, *Science* 318, 1291 - 1293 (2007).
- [25] Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, *Phys. Rev. Lett.* 98, 157001 (2007).
- [26] Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi and M. Suzuki, *Phys. Rev. B* 78, 134521 (2008).
- [27] P. Hadley and M. R. Beasley, *Appl. Phys. Lett.* 50, 621 (1987).
- [28] A. A. Chernikov and G. Schmidt, *Phys. Rev. E* 52, 3415–3419 (1995).
- [29] K. Wiesenfeld, P. Colet and S. H. Strogatz, *Phys. Rev. Lett.* 76, 404–407 (1996).
- [30] A. B. Cawthorne and C. B. Whan C. J. Lobb, *J. Appl. Phys.* 84, 1126 (1998).
- [31] Giovanni Filatrella, Niels Falsig Pedersen and Kurt Wiesenfeld, *Phys. Rev. E* 61, 2513–2518 (2000).
- [32] A. N. Grib, P. Seidel and J. Scherbel, *Phys. Rev. B* 65, 094508 (2002).
- [33] M. V. Fistul, *Phys. Rev. B* 75, 014502 (2007).
- [34] Hans Dalsgaard Jensen, Anders Larsen and Mygind Jesper, *Physica B* 165–166, 1661-1662 (1990).
- [35] A. Larsen, H. Dalsgaard Jensen and J. Mygind, *Phys. Rev. B* 43, 10179–10190 (1991).
- [36] M. Tachiki, K. Ivanovic, K. Kadowaki and T. Koyama, *Phys. Rev. B* 83, 014508 (2011).
- [37] T. G. Zhou, J. Mao, T. S. Liu, Y. Lai and S. L. Yan, *Chinese Physics Letters* 26, 77401 (2009).
- [38] К. К. Лихарев, Введение в динамику джозефсоновских переходов, Москва: Наука 320 стр. (1985).
- [39] E. Almaas and D. Stroud, *Phys. Rev. B* 65, 134502 (2002).

- [40] P. Barbara, A. B. Cawthorne, S. V. Shitov and C. J. Lobb, *Phys. Rev. Lett.* 82, 1963–1966 (1999).
- [41] H. Kawamoto, *Progress of Theoretical Physics* 70, 1171–1182 (1983).
- [42] P. Barbara, R. Monaco and A. V. Ustinov, *J. Appl. Phys.* 79, 327 (1996).
- [43] N. F. Pedersen and D. Welner, *Phys. Rev. B* 29, 2551–2557 (1984).
- [44] D. W. McLaughlin and A. C. Scott, *Phys. Rev. A* 18, 1652–1680 (1978).
- [45] S. Sakai, P. Bodin and N. F. Pedersen, *J. Appl. Phys.* 73, 2411–2418 (1993).
- [46] R. Kleiner, T. Gaber and G. Hechtfischer, *Phys. Rev. B* 62, 4086–4095 (2000).
- [47] M. Machida, T. Koyama, A. Tanaka and M. Tachiki, *Physica C* 330, 85–93 (2000).
- [48] Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, *Physica C* 434, 6–12 (2006).
- [49] M. Machida and S. Sakai, *Phys. Rev. B* 70, 144520 (2004).
- [50] D. A. Ryndyk, V. I. Pozdnjakova, I. A. Shereshevskii and N. K. Vdovicheva, *Phys. Rev. B* 64, 052508 (2001).
- [51] S. N. Artemenko and A. G. Kobelkov, *Phys. Rev. Lett.* 78, 3551–3554 (1997).
- [52] J. Keller and D. A. Ryndyk, *Phys. Rev. B* 71, 054507 (2005).
- [53] Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi, *Superconductor Science and Technology* 20, S38–S42 (2007).
- [54] Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi and N. F. Pedersen, *Phys. Rev. B* 75, 104508 (2007).