

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

Карпов Александр Владимирович

ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ОСНОВНЫХ МЕХАНИЗМОВ ОБРАЗОВАНИЯ И РАСПАДА
ТЯЖЕЛЫХ И СВЕРХТЯЖЕЛЫХ ЯДЕР

01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико–математических наук

Дубна

2017

Оглавление

| | |
|---|-----------|
| Введение | 4 |
| 1. Потенциальная энергия тяжелой ядерной системы | 15 |
| 1.1. Диабатический ядро–ядерный потенциал | 18 |
| 1.1.1. Феноменологические потенциалы | 19 |
| 1.1.2. Метод функционала плотности энергии | 19 |
| 1.1.3. Фолдинг–потенциал | 20 |
| 1.1.4. Зависимость от ориентации и деформаций | 27 |
| 1.1.5. Сфероидальные деформации | 30 |
| 1.1.6. Нуклонные передачи и драйвинг–потенциал | 30 |
| 1.2. Макромикроскопическая модель и адиабатическая потенциальная энергия | 31 |
| 1.2.1. Макроскопическая часть потенциальной энергии | 33 |
| 1.2.2. Зависимость потенциальной энергии от распределения заряда . . | 35 |
| 1.2.3. Стандартная двухцентровая оболочечная модель | 37 |
| 1.2.4. Неаддитивность формулы Вейцекера и недостатки стандартной версии двухцентровой оболочечной модели | 42 |
| 1.3. Потенциальная энергия тяжелой ядерной системы в процессах ядро– ядерных столкновений | 45 |
| 1.3.1. Расширенная макромикроскопическая модель | 45 |
| 1.3.2. Ориентационные эффекты во взаимодействии ядер | 49 |
| 1.3.3. Выбор степеней свободы ядерной системы. Временная зависимость потенциальной энергии | 52 |
| 1.4. Потенциальная энергия тройной ядерной системы | 57 |
| 1.4.1. Трехцентровая оболочечная модель | 60 |
| 1.4.2. Тройное деление тяжелой ядерной системы | 64 |
| 1.4.3. Тройное деление сверхтяжелой ядерной системы | 68 |
| 1.4.4. Тройное квазиделение гигантской ядерной системы | 68 |
| 1.5. Основные итоги главы | 69 |

| | |
|---|------------|
| 2. Моделирование ядро–ядерных столкновений низких энергий. Использование реакций многонуклонных передач для получения новых ядер | 71 |
| 2.1. Динамическая модель ядро–ядерных столкновений | 73 |
| 2.1.1. Степени свободы | 75 |
| 2.1.2. Потенциальная энергия | 76 |
| 2.1.3. Уравнения движения | 76 |
| 2.1.4. Транспортные коэффициенты | 79 |
| 2.1.5. Метод расчета сечений | 84 |
| 2.1.6. Моделирование девозбуждения продуктов реакции | 86 |
| 2.2. Анализ реакций многонуклонных передач | 89 |
| 2.2.1. Анализ реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ | 89 |
| 2.2.2. Анализ реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ | 97 |
| 2.2.3. Анализ реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ | 102 |
| 2.2.4. Получение нейтроноизбыточных ядер вблизи замкнутой нейтронной оболочки $N = 126$ | 103 |
| 2.2.5. Получение нейтроноизбыточных ядер вблизи замкнутой нейтронной оболочки $N = 82$ | 108 |
| 2.2.6. Получение СТЯ в реакциях многонуклонных передач | 108 |
| 2.3. Основные итоги главы | 111 |
| 3. Слияние ядер при энергиях вблизи кулоновского барьера | 113 |
| 3.1. Теоретическое описание слияния атомных ядер | 114 |
| 3.1.1. Одномерная модель слияния | 115 |
| 3.1.2. Эмпирическая модель сильной связи каналов | 116 |
| 3.1.3. Квантовый метод сильной связи каналов | 117 |
| 3.1.4. Учет каналов перераспределения нейтронов | 120 |
| 3.2. Факторы, влияющие на усиление слияния ядер при энергиях ниже кулоновского барьера | 131 |
| 3.3. Использование реакций слияния для получения новых сверхтяжелых ядер | 137 |
| 3.4. Основные итоги главы | 140 |
| 4. Свойства распада тяжелых и сверхтяжелых ядер | 142 |
| 4.1. Модель | 144 |
| 4.1.1. Ядерные массы | 144 |
| 4.1.2. Альфа–распад | 144 |
| 4.1.3. Бета–распад | 145 |
| 4.1.3.1. β^\pm –распады | 146 |
| 4.1.3.2. Электронный захват | 147 |
| 4.1.3.3. Сравнение с экспериментом | 149 |

| | | |
|-----------|--|------------|
| 4.1.4. | Спонтанное деление | 149 |
| 4.2. | Стабильность СТЯ | 153 |
| 4.2.1. | Использование реакций слияния для синтеза новых СТЭ | 153 |
| 4.2.2. | Положение центра острова стабильности СТЭ | 156 |
| 4.2.3. | Электронный захват в области СТЯ | 157 |
| 4.3. | Получение тяжелых и сверхтяжелых ядер при взрывном нуклеосинтезе . | 160 |
| 4.3.1. | Возможности лабораторных экспериментов | 161 |
| 4.3.2. | Образование СТЯ в астрофизическом r -процессе | 163 |
| 4.4. | Основные итоги главы | 166 |
| 5. | Сетевая база знаний по ядерной физике низких энергий NRV | 168 |
| 5.1. | Использование сетевых информационных технологий в ядерной физике . | 169 |
| 5.1.1. | Ядерные данные | 169 |
| 5.1.2. | Моделирование ядерной динамики | 169 |
| 5.2. | Назначение, цели создания и основные компоненты NRV | 170 |
| 5.2.1. | Базы данных по свойствам ядер и ядерным реакциям | 172 |
| 5.2.2. | Модели ядра и ядерных реакций | 175 |
| 5.2.2.1. | Модели ядер | 175 |
| 5.2.2.2. | Модели ядерных реакций | 178 |
| 5.3. | Статистика использования системы | 181 |
| 5.4. | Стратегия развития системы | 181 |
| 5.5. | Использование NRV в образовательных целях | 182 |
| 5.6. | Основные итоги главы | 184 |
| | Заключение | 185 |
| | А. Барьеры деления и топографическая теорема Святецкого | 188 |
| | Библиография | 195 |

Введение

Актуальность работы

С момента открытия Э. Резерфордом в 1911 г. атомного ядра в экспериментах по рассеянию α -частиц на ядрах золота человечество существенно продвинулось как в понимании свойств стабильных и далеких от стабильности ядер, так и в изучении основных закономерностей ядерных реакций. За более чем вековой период ядернофизических исследований был накоплен богатый экспериментальный материал, созданы и продолжают создаваться крупные экспериментальные установки, построены сложные теоретические модели ядер и ядерных реакций. Тем не менее, в ядерной физике остается еще много белых пятен, до сих пор еще не получен ответ на ряд принципиально важных вопросов.

Среди основных задач ядерной физики можно выделить проблему установления закона взаимодействия нуклонов внутри ядра, а также определения границ существования ядерной материи. В настоящее время известно около трех тысяч ядер и предполагается существование еще около четырех–семи тысяч. Особенно плохо исследована область нейтроноизбыточных ядер. Так, если линия протонной стабильности в основном известна вплоть до области сверхтяжелых элементов (СТЭ), то линия нейтронной стабильности установлена только до $Z \simeq 12$. В то же время знание свойств нейтроноизбыточных ядер чрезвычайно важно для понимания механизма астрофизического нуклеосинтеза и, в частности, происхождения тяжелых и, возможно, сверхтяжелых элементов. Таким образом, получение и изучение нейтроноизбыточных ядер, удаленных от линии β -стабильности, является одним из важнейших направлений ядернофизических исследований.

Границы существования ядер определяются их стабильностью относительно эмиссии нуклонов (границы протонной и нейтронной стабильности) либо стабильностью относительно спонтанного деления. Именно спонтанное деление, по-видимому, ограничивает максимальный возможный размер β -стабильного сверхтяжелого ядра (СТЯ). Как известно, макроскопические представления о свойствах ядерных сил делают ядро нестабильным относительно спонтанного деления, т.е. ядра обладают нулевым барьером деления, уже при $Z \simeq 104 - 106$. Таким образом, существование СТЯ обусловле-

но квантово–механическими структурными эффектами, а именно резким повышением стабильности ядра относительно спонтанного деления и α –распада вблизи заполненных нейтронных и/или протонных оболочек. В районе пересечения магических чисел нейтронов и протонов возможно образование «островов стабильности» — областей локального повышения времен жизни СТЯ на карте нуклидов. Пара магических чисел $Z = 114$ и $N = 184$ была впервые предсказана в Объединенном институте ядерных исследований (ОИЯИ, Дубна) в 1966 году [1]. В том же году идея поиска СТЭ, обладающих большими временами жизни, вблизи $Z = 114$ и $N = 184$ легла в основу Меморандума об организации Института тяжелых ионов (GSI, Дармштадт, Германия) [2]. Интерес к СТЭ не ослабевал на протяжении последующих 50 лет скрупулезных экспериментальных и теоретических исследований трансурановых элементов.

За последние двадцать лет удалось добиться выдающихся успехов в синтезе и изучении свойств СТЭ, а также в понимании закономерностей протекания ядерных реакций, ведущих к их образованию. До настоящего времени реакции слияния при энергиях вблизи кулоновского барьера остаются единственным методом получения СТЯ. В реакциях так называемого «холодного» синтеза, основанных на использовании сильносвязанных ядер свинца и висмута в качестве мишени, удалось синтезировать СТЭ вплоть до $Z = 113$. Сечения реакций «холодного» слияния падают чрезвычайно быстро с увеличением массы ядра–снаряда. Так для синтеза трех атомов элемента нихония потребовалось около двух лет облучения мишени из ^{209}Bi ионами ^{70}Zn [3]. При этом было достигнуто рекордно низкое сечение порядка 0.08 пб.

Сечения образования СТЯ значительно выше при использовании более асимметричных и более «горячих» реакций слияния ядер ^{48}Ca с актинидами. В Лаборатории ядерных реакций (ЛЯР) им. Г.Н. Флерова ОИЯИ с использованием метода «горячего» синтеза были открыты элементы с $Z = 113–118$ [4,5]. Элемент 118 — оганесон завершает седьмой период Таблицы Менделеева и является в настоящее время самым тяжелым из известных. Кроме собственно синтеза новых элементов, важнейшим результатом дубненских экспериментов стало экспериментальное подтверждение существования острова стабильности СТЭ. В реакциях синтеза с пучками ^{48}Ca удалось приблизиться к предполагаемому центру острова стабильности и экспериментально зафиксировать резкое увеличение времени жизни ядер в его окрестности от миллионных долей секунды до десятков секунд.

Выдающиеся результаты последних двух десятилетий по синтезу и изучению СТЭ, полученные, прежде всего, в ОИЯИ, дали мощный импульс развитию этого направления ядерной физики. Синтез и изучение свойств новых СТЭ и их изотопов продолжается в ведущих мировых центрах, что сопряжено с развитием экспериментальной базы. В ОИЯИ создается рекордный по характеристикам ускорительный комплекс нового поколения — первая в мире Фабрика сверхтяжелых элементов [6], которая должна стать

центром будущих исследований СТЭ.

Несмотря на то, что гипотезу о существовании острова стабильности СТЭ уже можно считать экспериментально доказанной, остается невыясненным ряд принципиальных вопросов. Каковы границы острова стабильности СТЭ? Как долго живут ядра в его центре? Какие реакции нужно использовать, чтобы синтезировать самые долгоживущие ядра острова стабильности? Поэтому основными задачами будущих исследований СТЭ являются: синтез новых СТЭ с $Z > 118$ — первых элементов восьмого периода Периодической таблицы Д.И. Менделеева; исследование химических свойств СТЭ; детальное изучение ядерных свойств как уже известных изотопов СТЭ вблизи острова стабильности, так и вновь синтезированных. При этом интерес представляет не только продвижение к центру острова стабильности СТЭ, являющееся, вне всякого сомнения, задачей номер один, но и изучение протоноизбыточных изотопов СТЭ. Первые эксперименты, выполненные в ЛЯР ОИЯИ [7], однако, показали, что рассчитываемые сечения примерно на порядок выше полученных экспериментально. Более того, основной модой распада синтезированного ядра ^{284}Fl оказалось спонтанное деление, а не α -распад, как, например, было получено в [8]. Это может свидетельствовать о гораздо более быстром падении барьеров деления при смещении в сторону протонного избытка, чем дают модели, использовавшиеся в расчетах сечений и времен жизни. Продолжение систематических экспериментальных и теоретических исследований этой области ядер, несомненно, обогатит наши знания о свойствах ядер в этой области и повысит точность дальнейших расчетов.

Калифорний — самый тяжелый элемент, который в настоящее время может быть наработан к количествам, необходимых для изготовления мишени (порядка десяти миллиграммов). Таким образом, для синтеза новых СТЭ с $Z > 118$ в реакциях слияния необходимо использовать снаряды более тяжелые, чем ^{48}Ca (например, ^{50}Ti , ^{54}Cr и т.д.). Показано, что в результате перехода от реакций с ^{48}Ca к более симметричным реакциям и удалении от острова стабильности, соответствующие сечения образования новых СТЭ значительно уменьшаться [9–12]. Другим фактором, ограничивающим использование реакций слияния (как «холодных», так и «горячих»), является то, что они ведут к образованию нейтронодефицитных изотопов СТЭ, имеющих достаточно коротки времена жизни. В то же время наиболее долгоживущие СТЭ, расположенные в районе центра острова стабильности, не могут быть получены непосредственно в реакциях слияния со стабильными пучками.

В настоящее время для продолжения экспериментальных исследований тяжелых и сверхтяжелых ядер требуются надежные теоретические расчеты сечений различных реакций, которые могут быть использованы для синтеза этих ядер. Знание мод распада и времен жизни ядер в широкой области чисел протонов и нейтронов также необходимо для планирования соответствующих экспериментов и представляет не меньший

самостоятельный научный интерес. Так, например, регистрация сверхтяжелого ядра-отдачи возможна на современных установках, если время его жизни превышает 1 мкс — время пролета ядра от мишени до детектора. Эти экспериментальные ограничения делают труднодоступными некоторые области карты ядер. Другой актуальной областью исследований, для которой знание свойств распада тяжелых ядер играет ключевую роль, является изучение астрофизического r -процесса, ведущего к образованию самых тяжелых ядер, а также задача поиска СТЭ в природе.

В последние годы значительно возрос интерес к процессам околобарьерного столкновения тяжелых ядер. С одной стороны, интерес обусловлен реальной возможностью синтеза и изучения свойств СТЯ в области предполагаемого острова стабильности с помощью этих реакций. С другой стороны, изучение динамики этих процессов представляет самостоятельный интерес как для более глубокого понимания механизмов реакции (в частности, проявления оболочечных эффектов в процессах квазиделения [13]), так и для возможности извлечения фундаментальных ядерных характеристик, таких как ядерная вязкость и скорость нуклонного обмена (см. обзорную работу [14] и многочисленные ссылки в ней по данной теме, а также недавнюю работу [10]). В последние годы появилась возможность изучать процессы слияния атомных ядер и в глубоко подбарьерной области [15]. Измерение сечений таких процессов имеет чрезвычайно важное значение для астрофизических исследований. Найденные отклонения от барьерной проницаемости, рассчитанной с помощью стандартного метода связанных каналов, могут свидетельствовать о более сложном поведении ядро-ядерного потенциала взаимодействия на малых расстояниях в области перекрытия ядерных поверхностей.

Анализ околобарьерных ядро-ядерных столкновений показывает, что основными каналами реакции здесь являются глубоконеупругое рассеяние [16, 17] и квазиделение [13, 18], в то время как вероятность слияния (образование составного ядра) чрезвычайно мала. Именно процесс квазиделения в тяжелых ядерных системах значительно подавляет процесс слияния. Заметим, что процессы квазиделения проявляются и играют заметную роль также и при слиянии сравнительно легких атомных ядер [13, 19]. При энергиях столкновения, близких к высоте кулоновского барьера во входном канале, вероятность слияния не превышает 10^{-3} для масс-асимметричных реакций с участием ^{48}Ca и актинидных мишеней (см., например, работу [10]). Эта вероятность намного меньше в более симметричных комбинациях, используемых в реакциях «холодного синтеза».

Другой важной областью применения ядро-ядерных столкновений тяжелых ионов является получение и изучение ядер, обогащенных нейтронами. Целый ряд экспериментальных установок, созданных и создаваемых в ведущих мировых ядернофизических центрах, вовлечены в решение этой задачи. Как уже было сказано, одной из основных целей исследования ядер, обогащенных нейтронами, является детальное понима-

ние астрофизического r -процесса, который протекает через нейтроноизбыточные ядра вдали от линии β -стабильности. Такие ядра, расположенные в окрестности замкнутых нейтронных оболочек, образуют так называемые точки ожидания r -процесса. Знание свойств этих нуклидов играет ключевую роль в моделировании r -процесса.

Один из наименее исследованных районов карты нуклидов расположен вблизи нейтронной сферической оболочки $N = 126$. Это связано с низкими значениями сечений реакций фрагментации — единственным методом синтеза нейтронообогащенных ядер в этой области, применяемым до настоящего времени. В течение последнего десятилетия к каждой из цепочек изотонов в окрестности $N = 126$ были добавлены три-четыре новых нуклида, полученные путем фрагментации ^{238}U и ^{208}Pb [20, 21]. Наиболее нейтроноизбыточное известное сегодня ядро с $N = 126$ — ^{202}Os , было получено с сечением 4.4 ± 2.0 пб [21]. При этом была определена только нижняя граница периода полураспада ^{202}Os , другие свойства этого нуклида изучены не были. Поскольку сечения фрагментации быстро уменьшаются с каждым шагом в направлении избытка нейтронов, поиск и изучение альтернативных эффективных методов получения этих ядер является актуальной задачей.

Реакции многонуклонных передач при глубоконеупругих столкновениях тяжелых ионов с энергиями вблизи кулоновского барьера рассматривались как метод получения новых ядер с момента открытия этого типа ядерных реакций в 1966 году Волковым и сотрудниками [22]. Несколько лет спустя, в глубоконеупругих столкновениях легких ионов с тяжелыми мишенями впервые были получены несколько ядер, обогащенных нейтронами (см., например, работы [16, 17] и ссылки в них). Важная особенность глубоконеупругих столкновений, известная как граунд-граунд систематика (ground-ground systematics), была обнаружена уже в первые годы изучения реакций глубоконеупругих передач. Она свидетельствовала об определяющей роли потенциальной энергии тяжелой ядерной системы в динамике реакции. Было установлено, что сечения образования легких ядер экспоненциально зависят от величин Q передачи нуклонов из основного состояния в основное.

Возросший в последние годы интерес к процессам глубоконеупругих передач вызван, прежде всего, широко обсуждаемой возможностью синтеза неизвестных нейтроноизбыточных ядер средних масс, а также тяжелых и сверхтяжелых ядер [23–29]. Уже выполнен ряд экспериментальных исследований [30–34], направленных на проверку этой идеи и изучение особенностей протекания реакций многонуклонных передач в этой области масс.

С точки зрения теоретического анализа ядро-ядерных столкновений, представляется чрезвычайно важным построение моделей, дающих максимально полное описание процессов, происходящих при столкновении тяжелых ионов. Так, например, для того чтобы оценить малые величины сечений реакций слияния, ведущих к образованию

СТЯ, необходимо, прежде всего, уметь правильно описывать основные каналы реакции, а именно глубоконеупругое рассеяние и квазиделение. Процессы квазиделения, как правило, трудно отличимы от процессов глубоконеупругого рассеяния, а часто и от процессов обычного деления, являющегося основным каналом распада тяжелого возбужденного ядра. Таким образом, чрезвычайно важно проводить анализ всего процесса в рамках единого подхода с учетом сильной связи и перекрытия всех реакционных каналов: глубоконеупругого рассеяния, квазиделения, слияния и обычного деления.

Таким образом, главной научной проблемой, на решение которой направлена данная диссертация, является теоретический анализ основных механизмов образования и распада тяжелых и сверхтяжелых ядер. Для достижения этой цели был поставлен ряд взаимосвязанных подзадач:

- Построение многомерной потенциальной энергии тяжелой ядерной системы — ключевой ее характеристики, определяющей как статические свойства ядра (структуру основного состояния и барьера деления, положение и высоту барьера слияния и т.д.), так и динамику ядро–ядерных столкновений.
- Разработка динамической модели ядро–ядерных столкновений, позволяющей максимально полно анализировать процессы, происходящие при столкновении тяжелых ионов низких энергий. Анализ возможности использования реакций многонуклонных передач для получения нейтроноизбыточных тяжелых и сверхтяжелых ядер.
- Анализ реакций слияния ядер при энергиях вблизи кулоновского барьера. Выяснение роли и взаимосвязи различных степеней свободы ядерной системы, их влияние на процесс слияния.
- Анализ свойств радиоактивного распада тяжелых и сверхтяжелых ядер. Определение перспектив использования различных реакций для синтеза СТЯ, в том числе с целью синтеза новых СТЭ и достижения центра острова стабильности СТЭ.
- Создание общедоступного инструментария для анализа свойств ядер и ядерных реакций, позволяющего использовать эффективные, в том числе разработанные в настоящей диссертации, модели ядра и ядерной динамики.

Основные положения, выносимые на защиту

- Макромикроскопическая модель потенциальной энергии двойной тяжелой ядерной системы, разработанная на основе двухцентровой оболочечной модели и приводящая к корректным свойствам потенциальной энергии во всей области дефор-

маций ядер от компактных форм основного состояния и барьера деления моноядра до точки разрыва и асимптотической конфигурации двух разделенных ядер.

- Трехцентровая оболочечная модель потенциальной энергии тройной ядерной системы, позволяющая анализировать образование трех фрагментов произвольной массы в ядро–ядерных столкновениях. Возможность тройного деления и квазиделения СТЯ, обусловленная кластеризацией с образованием двух сильносвязанных фрагментов вблизи дважды магического ядра олова или свинца.
- Многомерная динамическая модель ядро–ядерных столкновений, позволяющая в едином подходе описывать экспериментально наблюдаемые характеристики ядерных реакций с тяжелыми ионами.
- Результаты расчетов сечений образования нейтроноизбыточных ядер, в том числе вблизи нейтронной оболочки $N = 126$, а также условия их наиболее эффективной экспериментальной идентификации.
- Результаты расчетов свойств распада тяжелых и сверхтяжелых ядер относительно α -распада, β -распада и спонтанного деления.
- Теоретическое обоснование существования области СТЯ, расположенных вблизи острова стабильности СТЭ и испытывающих электронный захват в качестве основной моды распада.
- Способ получения наиболее стабильных СТЯ с использованием реакций слияния и последующей серии электронных захватов.
- Критерии наблюдения усиления сечения слияния за счет связи с каналами передачи нейтронов при энергиях ниже кулоновского барьера. Способ учета процессов нейтронных передач при использовании квантового метода связанных каналов.
- База знаний по ядерной физике низких энергий NRV <http://nr.v.jinr.ru>, доступная через сеть Интернет и объединяющая большое количество экспериментальных данных с вычислительными кодами для моделирования свойств ядер и динамики ядерных реакций.

Научная новизна работы

Макромикроскопическая модель потенциальной энергии двойной тяжелой ядерной системы, обладающей корректными свойствами во всей области деформаций ядер от компактных форм основного состояния и барьера деления моноядра до точки разрыва и асимптотической конфигурации двух разделенных ядер, была создана впервые. Это

позволило разработать многомерную динамическую модель ядро–ядерных столкновений, позволяющую в едином подходе описывать экспериментально наблюдаемые характеристики ядерных реакций с тяжелыми ионами.

Впервые разработана трехцентровая оболочечная модель потенциальной энергии тройной ядерной системы, допускающая образование трех фрагментов произвольной массы в ядро–ядерных столкновениях.

Впервые предложен метод получения наиболее стабильных СТЯ, используя реакции слияния, приводящие к ядрам, испытывающим серию электронных захватов.

Способ реалистичного учета каналов нейтронных передач при использовании квантового метода связанных каналов предложен впервые.

Впервые создана база знаний по ядерной физике низких энергий NRV <http://nrv.jinr.ru>, доступная для любого исследователя через сеть Интернет и объединяющая большое количество экспериментальных данных с вычислительными кодами для моделирования свойств ядер и динамики ядерных реакций.

Практическая значимость работы

Результаты, лежащие в основе диссертации, включая ее выводы и разработанные модели, могут быть использованы при подготовке к проведению, а также при анализе соответствующих ядернофизических экспериментов. На основе ряда результатов, полученных в диссертации, выполнены и поданы заявки на проведение экспериментов в ОИЯИ (Дубна) и других ведущих научных центрах мира: GANIL (Франция), GSI (Германия) и Университет Йювяскюля (Финляндия). Это касается, прежде всего, развитой в работе динамической модели ядро–ядерных столкновений. По некоторым направлениям накоплен материал, являющийся хорошим заделом для продолжения исследований. Большинство вычислительных кодов, созданных автором в ходе выполнения диссертации, включены в состав базы знаний по ядерной физике низких энергий <http://nrv.jinr.ru>, широко используемой как в научных, так и в образовательных целях в России и в мире.

Личный вклад соискателя

Основные результаты и выводы диссертации, а также положения, выносимые на защиту, отражают вклад автора в опубликованные работы. В диссертацию включены те результаты совместных публикаций, которые либо получены лично автором, либо при его определяющем участии в формулировке задачи, разработке алгоритмов и их реализации в виде компьютерных кодов, проведении расчетов, анализе результатов, формулировании выводов, написании статей. Большинство вычислительных кодов, лежащих

в основе данной работы, создано лично автором, включая все коды, используемые для: расчета потенциальной энергии тяжелой ядерной системы (1 глава диссертации и приложение), моделирования ядро–ядерных столкновений в рамках динамической модели, объединенной со статистической моделью распада возбужденного ядра (2 глава диссертации), нахождения свойств распадов ядер (4 глава диссертации).

В. В. Сайко участвовал в обсуждении динамической модели ядро–ядерных столкновений, проведении расчетов, анализе получаемых результатов и подготовке соответствующих статей к публикации.

Изучение особенностей подбарьерного слияния ядер, включая написание вычислительных программ, проведение расчетов, анализ результатов и написание статей, выполнены совместно с В. А. Рачковым и В. В. Самариным (3 глава диссертации).

Автор активно участвовал в разработке базы знаний по ядерной физике низких энергий, начиная с 2005 года, сначала в качестве одного из основных разработчиков, а с 2015 года — в качестве руководителя проекта (5 глава диссертации). Идея создания базы знаний принадлежит В. И. Загребаеву. Основными разработчиками, помимо автора диссертации, являются А. С. Деникин и А. П. Алексеев. Также значительный вклад в развитие базы знаний внесли: М. А. Науменко, В. А. Рачков, В. В. Самарин и В. В. Сайко. Определяющим был вклад автора в разработку следующих разделов базы знаний: *Оболочечная модель, Двухцентровая оболочечная модель, β -распад, Деление ядер, Распад возбужденного ядра, Образование остатков испарения, Драйвинг-потенциал*. Данные разделы основаны на вычислительных кодах, созданных лично автором. Существенным является вклад автора в разработку и поддержание разделов: *α -распад, Слияние ядер, Карта ядер* (базы данных по свойствам ядер), а также в разработку ряда программ, обеспечивающих сетевое функционирование базы знаний.

Апробация работы и публикации

Материалы диссертации доложены автором на 28 международных конференциях и совещаниях, а также на ряде научных семинаров Объединенного института ядерных исследований (Дубна, Россия), ведущих исследовательских и учебных организаций Германии, Японии и ЮАР. По материалам диссертации опубликовано 45 работ, [8, 28, 35–77], из них в журналах, включенных в перечень ВАК рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук — 22, а также в журналах, включенных в системы цитирования Scopus и/или Web of Science — 35. Часть материалов диссертации вошла в цикл работ «Теоретические исследования путей синтеза новых изотопов сверхтяжелых элементов» (авторы: В. И. Загребаев, А. В. Карпов, В. Грайнер), удостоенный первой премии ОИЯИ за 2015 год.

Структура диссертации

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения, одного приложения и списка цитируемой литературы. Объем диссертации — 226 страниц, включая 85 рисунков и 8 таблиц. Список литературы содержит 386 наименований.

Во **введении** изложено современное состояние дел по научной проблеме, на решение которой направлена данная диссертация. Сформулированы цели и задачи диссертации.

Первая глава посвящена обсуждению подходов, используемых для расчета потенциальной энергии ядерной системы — ключевой ее характеристики, определяющей как статические свойства самого ядра, так и динамические особенности протекания ядерных реакций. Излагаются методы расчета diabaticкой и adiabaticкой потенциальной энергии двойной ядерной системы. Предлагается расширенная версия макромикроскопической модели, имеющая корректные свойства как для компактных форм моноядра, так и для системы из двух разделенных ядер. Выбираются степени свободы ядра, играющие наиболее важную роль в ядро–ядерных столкновениях низких энергий. Также в главе излагается трехцентровая оболочечная модель, позволяющая изучать процесс тройного деления и/или квазиделения, изучаются топографические особенности потенциальной энергии в случае разделения ядра на три тяжелых фрагмента.

Вторая глава посвящена исследованию динамики ядро–ядерных столкновений низких энергий. Динамическая модель построена на основе системы уравнений Ланжевена и объединена со статической моделью, что позволяет анализировать свойства как первичных, так и конечных продуктов ядерной реакции. Показана способность динамической модели достаточно полно описывать имеющиеся экспериментально измеряемые характеристики продуктов ядро–ядерных столкновений тяжелых ионов. Обсуждаются перспективы использования реакций многонуклонных передач для получения нейтроноизбыточных тяжелых ядер. Рассчитаны сечения и формулируются оптимальные условия для постановки соответствующих экспериментов.

Третья глава имеет целью изучение реакций околобарьерного (преимущественно подбарьерного) слияния ядер. В главе предложен способ учета каналов перераспределения нейтронов при использовании квантового метода связи каналов. Изучается вопрос о влиянии передачи нейтронов на сечение слияния при энергиях ниже кулоновского барьера, и формулируются критерии, при выполнении которых, можно наблюдать усиление слияния. Дается объяснение имеющимся экспериментальным данным. Также в главе обсуждаются перспективы синтеза нейтронообогащенных изотопов СТЭ в каналах испарения заряженных частиц (протонов и α -частиц) реакций слияния.

В **четвертой главе** изучаются свойства распада тяжелых и сверхтяжелых ядер. Рассчитаны времена жизни относительно основных мод распада тяжелых ядер: α -распада, β -распада и спонтанного деления. Анализируются перспективы синтеза новых СТЭ, а также продвижения к острову стабильности СТЭ. Обсуждаются возможности

синтеза СТЭ при захвате нейтронов как в условиях лабораторий, так и при астрофизическом нуклеосинтезе.

Пятая глава посвящена базе знаний по ядерной физике низких энергий, созданной в ОИЯИ. Сформулированы основные цели и задачи создания такой базы, а также принципы ее функционирования в сети Интернет. Дан краткий обзор основным возможностям базы знаний, обсуждается ее практическая значимость, а также перспективы развития.

В **приложении** обсуждается справедливость так называемой топографической теоремы Святецкого, лежащей в основе часто используемой аппроксимации барьеров деления тяжелых ядер.

В **заключении** сформулированы основные результаты и выводы диссертации.

Глава 1.

Потенциальная энергия тяжелой ядерной системы

Потенциальная энергия ядерной системы является ее ключевой характеристикой, определяющей не только ее статические свойства (массы и деформации основных состояний, барьеры деления и слияния и т.д.), но и особенности протекания ядерных реакций. Она зависит от нескольких переменных, определяющих конфигурацию системы: ее форму, плотность распределения протонов и нейтронов, ориентацию в пространстве и т.д. При построении динамических моделей ядро–ядерных столкновений эти переменные выступают коллективными степенями свободы, а их изменение во времени определяет эволюцию ядерной системы. Для выбранного набора коллективных степеней свободы необходимо правильным образом рассчитать потенциальную энергию ядерной системы — многомерную функцию этих переменных. Потенциал взаимодействия двух разделенных ядер вычисляется достаточно просто (см. раздел 1.1). Безусловно, некоторая неопределенность остается и здесь, тем не менее рассчитываемые высоты кулоновских барьеров в пределах 1 или 2 МэВ согласуются с экспериментальными значениями и/или с параметризацией Басса [78]. После контакта ядер, происходящего на несколько меньших расстояниях, чем положение кулоновского барьера, механизм взаимодействия партнеров реакции становится более сложным. Для быстрых столкновений, когда скорость сближения ядер соизмерима с нуклонными скоростями внутри ядра (адиабатические условия), ядро–ядерный потенциал V_{diab} должен проявлять дополнительное отталкивание на малых расстояниях, препятствующее проникновению «замороженных» ядер друг в друга и образованию ядерной материи с удвоенной плотностью [79, 80]. Для медленных (околобарьерных) столкновений, когда нуклоны имеют достаточно времени для установления равновесного распределения и форма ядер изменяется таким образом, что плотность ядерного вещества остается неизменной (адиабатические условия), потенциальная энергия ядерной системы V_{adiab} имеет принципиально иной вид, см. Рис. 1.1. Вычисление многомерной поверхности адиабатической потенциальной энергии для тя-

желой ядерной системы является сложной физической проблемой, не решенной до сих пор в полной мере.

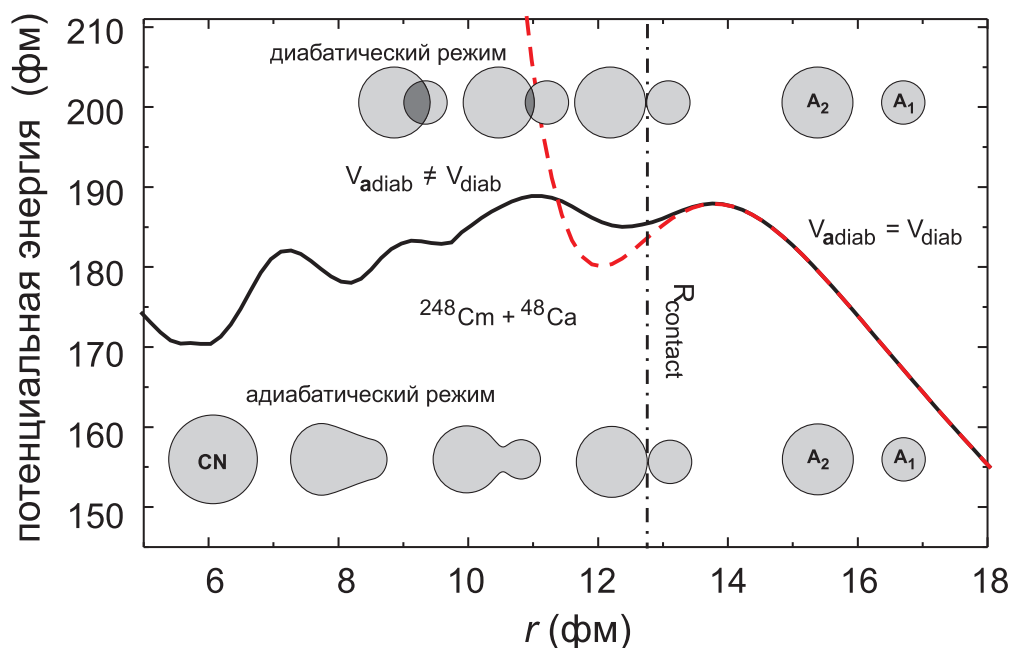


Рис. 1.1: Потенциальная энергия системы $^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$ при быстрых (пунктирная кривая) и медленных (сплошная кривая) столкновениях в предположении нулевых динамических деформаций ядер.

На Рис. 1.2 показана эволюция волновой функции внешнего нейтрона, находящегося первоначально в состоянии $2d_{5/2}$ ядра ^{96}Zr , при околобарьерном столкновении ядер $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$. Нейтронная волновая функция была получена непосредственно из численного решения трехчастичного нестационарного уравнения Шредингера, соответствующего данной системе [81]. Нетрудно увидеть, что волновой пакет валентного нейтрона, следуя эволюции двухцентрового молекулярного состояния, растекается по всему объему обоих ядер чрезвычайно быстро, еще до того как ядра соприкасаются, и даже раньше, чем они преодолевают кулоновский барьер. Таким образом, микроскопические квантовые расчеты подтверждают важную роль, которую играют нейтронные передачи, а также и механизм коллективизации нуклонов при околобарьерном слиянии ядер [61, 67, 82, 83]. В связи с этим, для построения адиабатической потенциальной энергии ядерной системы наиболее уместным представляется использование именно двухцентральной оболочечной модели [84–86].

Однако стандартная версия этой модели с обычной параметризацией макроскопической (жидкокапельной) части полной энергии [87–89] и стандартным набором базисных функций для расчета одночастичных состояний не воспроизводит правильным образом ядро–ядерное взаимодействие в точке контакта и в асимптотической области двух разделенных ядер (см. раздел 1.2). Как следствие, в этой модели не получают правильные значения кулоновских барьеров и потенциальных карманов, имеющих

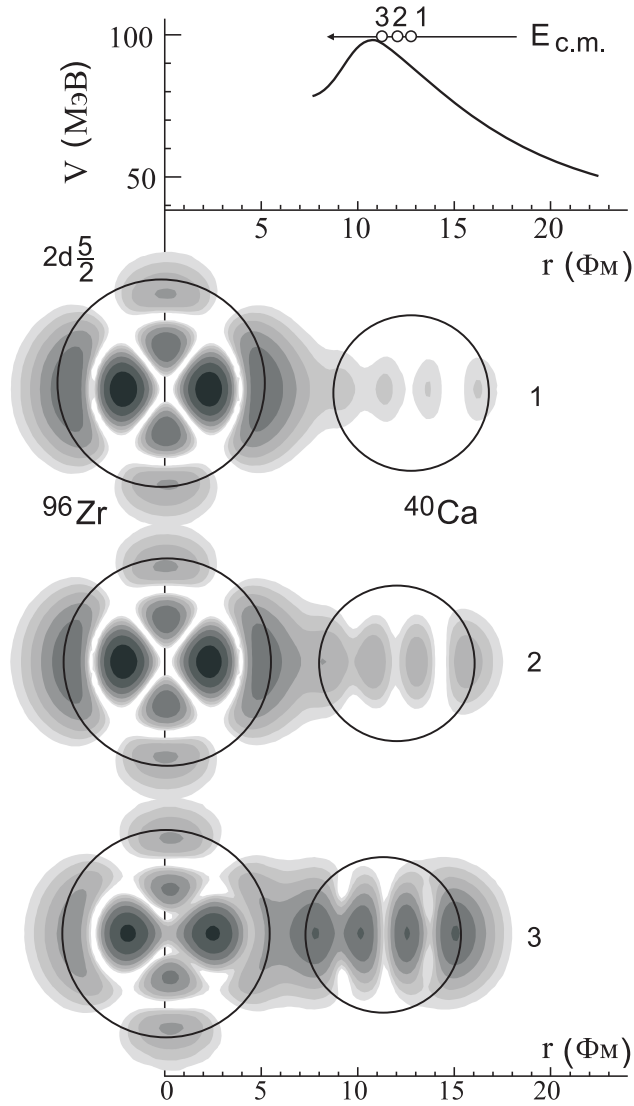


Рис. 1.2: Амплитуда волновой функции валентного нейтрона, находящегося первоначально в состоянии $2d_{5/2}$ ядра ^{96}Zr , при трех различных расстояниях между сталкивающимися ядрами $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$, потенциальная энергия которых показана в верхней части рисунка. Рисунок взят из работы [81].

принципиальное значение для описания глубоконеупругих столкновений и процессов слияния–деления.

В работах [36–38] на основе расширенной версии двухцентровой оболочечной модели построена лишенная этих недостатков многомерная адиабатическая потенциальная энергия тяжелой ядерной системы, которая может быть использована для единого описания процессов глубоконеупругого рассеяния, квазиделения, слияния и обычного деления (раздел 1.3). Построенный потенциал имеет правильную асимптотику и высоту кулоновского барьера во входном канале и физически корректное поведение в выходном канале, позволяющее правильным образом описать наблюдаемые массовые, зарядовые и энергетические распределения продуктов реакций, происходящих при околобарьерном столкновении тяжелых ионов.

1.1. Диабатический ядро–ядерный потенциал

Потенциальная энергия взаимодействия двух деформированных ядер может быть записана в виде суммы кулоновской и ядерной энергии:

$$V_{12}(r; \mathbf{x}_1, \theta_1, \varphi_1, \mathbf{x}_2, \theta_2, \varphi_2) = V_C(r; \mathbf{x}_1, \theta_1, \varphi_1, \mathbf{x}_2, \theta_2, \varphi_2) + V_N(r; \mathbf{x}_1, \theta_1, \varphi_1, \mathbf{x}_2, \theta_2, \varphi_2). \quad (1.1)$$

Здесь и далее индекс $i = 1, 2$ нумерует взаимодействующие ядра, \mathbf{x}_i — набор деформационных степеней свободы ядра, а $\theta_{1,2}$ и $\varphi_{1,2}$ — ориентации осей симметрии деформированных ядер в плоскости реакции в вне ее, соответственно (Рис. 1.3). В ряде случаев в выражении (1.1) необходимо также учитывать наличие ненулевого орбитального момента относительного движения двух ядер. Такой потенциал, называемый обычно эффективным, записывается в виде

$$V_{\text{eff}} = V_{12} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}, \quad (1.2)$$

где μ — приведенная масса системы двух ядер.

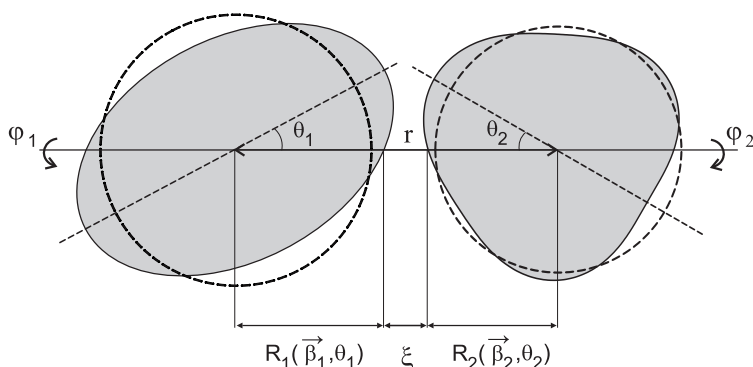


Рис. 1.3: Схематическое изображение относительного положения двух деформированных ядер, вращающихся в плоскости реакции и вне ее.

Нахождение энергии кулоновского взаимодействия двух деформированных произвольно ориентированных ядер не является сложной задачей. Эта величина может быть найдена как, например, с использованием разложения по мультиполям, так и путем прямого усреднения кулоновского нуклон–нуклонного взаимодействия по плотностям распределения заряда во взаимодействующих ядрах (фолдинг процедура описана в подразделе 1.1.3). Вычисление ядерной части ядро–ядерного потенциала взаимодействия двух ядер является гораздо более сложной задачей. Существует ряд способов ее нахождения, наиболее часто используемые из них излагаются ниже.

1.1.1. Феноменологические потенциалы

Среди феноменологических потенциалов наибольшей популярностью пользуются потенциал «проксимити» (proximity) [90], потенциал Вудса–Саксона с параметрами Акиюза–Винтера [91] и потенциал Басса [78]. Два последних имеют физический смысл только для разделенных ядер. Короткодействующее ядерное взаимодействие зависит в основном от расстояния между поверхностями ядер, в качестве которого обычно используется расстояние вдоль межъядерной оси $\xi = r - R_1(\mathbf{x}_1, \theta_1) - R_2(\mathbf{x}_2, \theta_2)$ (см. Рис. 1.3). Это взаимодействие часто аппроксимируется потенциалом Вудса–Саксона, который записывается в форме

$$V_{WS}(\xi) = V_0 [1 + \exp(\zeta/a)]^{-1}, \quad (1.3)$$

где $\zeta = r - R_V - \Delta R_1 - \Delta R_2$, $\Delta R_1 = R_1(\mathbf{x}_1, \theta_1) - R_1$, $\Delta R_2 = R_2(\mathbf{x}_2, \theta_2) - R_2$. Заметим, что для потенциала Вудса–Саксона радиус взаимодействия $R_V = r_0^V (A_1^{1/3} + A_2^{1/3})$ обычно не совпадает с суммой радиусов самих ядер и r_0^V является дополнительным независимым параметром. Другой возможностью описания ядерного взаимодействия является использование потенциала проксимити [90]:

$$V_{\text{prox}}(\xi) = 4\pi\gamma b P_{\text{sph}}^{-1} \cdot \Phi(\xi/b). \quad (1.4)$$

Здесь $\Phi(\xi/b)$ — универсальный безразмерный форм-фактор, b — параметр толщины поверхностного слоя (≈ 1 Фм), $\gamma = \gamma_0(1 - 1.7826 \cdot I^2)$, $\gamma_0 \approx 0.95$ МэВ Фм⁻² — коэффициент поверхностного натяжения, $I = (N - Z)/A$, $\xi = r - R_1(\mathbf{x}_1, \theta_1) - R_2(\mathbf{x}_2, \theta_2)$, а $P_{\text{sph}} = 1/\bar{R}_1 + 1/\bar{R}_2$ и $\bar{R}_i = R_i[1 - (b/R_i)^2]$. Это взаимодействие наиболее чувствительно к выбору материальных радиусов ядер. Достаточно реалистичные результаты получаются при выборе $r_0 \approx 1.16$ Фм для радиусов тяжелых ядер ($A > 40$) и $r_0 \approx 1.22$ Фм для ядер с $A \sim 16$. Основное достоинство потенциала проксимити состоит в его универсальности, т.е. в отсутствии подгоночных параметров типа V_0, r_0^V, a_V .

Удобство феноменологических потенциалов заключается в простоте расчетов в случае взаимодействия сферических ядер. В то же время, учет деформаций ядер и их взаимных ориентаций представляет самостоятельную сложную задачу (см., например, [38, 92, 93]).

1.1.2. Метод функционала плотности энергии

Один из наиболее последовательных подходов к вычислению адиабатического потенциала ядро–ядерного взаимодействия основан на использовании функционала плотности энергии. Этот подход позволяет вычислить энергию взаимодействия для произвольно деформированных и ориентированных ядер (см., например, [94–96]). Энергия взаимодействия двух ядер определяется как разность полной энергии системы и энергии

изолированных ядер:

$$V_{12}(r; \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) = E_{1+2}(r; \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) - E_1(\mathbf{x}_1) - E_2(\mathbf{x}_2), \quad (1.5)$$

где E_{1+2} — энергия системы двух взаимодействующих ядер и E_1 , E_2 — энергии изолированных ядер. Эти величины определяются функционалом плотности энергии $\mathcal{E}[\rho_p(\mathbf{r}), \rho_n(\mathbf{r})]$:

$$\begin{aligned} E_{1+2} &= \int \mathcal{E}[\rho_{1p}(\mathbf{r}) + \rho_{2p}(\mathbf{r}), \rho_{1n}(\mathbf{r}) + \rho_{2n}(\mathbf{r})] d\mathbf{r}, \\ E_1 &= \int \mathcal{E}[\rho_{1p}(\mathbf{r}), \rho_{1n}(\mathbf{r})] d\mathbf{r}, \\ E_2 &= \int \mathcal{E}[\rho_{2p}(\mathbf{r}), \rho_{2n}(\mathbf{r})] d\mathbf{r}, \end{aligned} \quad (1.6)$$

где ρ_{1p} , ρ_{2p} , ρ_{1n} и ρ_{2n} — «замороженные» протонные и нейтронные плотности в ядрах.

Функционал плотности энергии можно найти в полуклассическом подходе (см. обзор [97] и ссылки в нем), основанном на методе Томаса–Ферми или расширенном методе Томаса–Ферми для функционалов плотности кинетической энергии и энергии спин–орбитального взаимодействия, предполагая, например, силы Скирма для нуклон–нуклонного взаимодействия. В этом подходе, являющимся аппроксимацией метода Хартри–Фока, плотность энергии системы выражается через локальную плотность ядерного вещества, а не через волновые функции, как в методе Хартри–Фока, что значительно упрощает вычисления. Плотность распределения нейтронов и протонов рассчитывается обычно с использованием вариационного принципа путем минимизации полной энергии системы при фиксированных параметрах деформации. Однако несмотря на сделанные упрощения, этот подход остается довольно сложным и трудоемким в расчетах.

1.1.3. Фолдинг–потенциал

Наиболее последовательным и естественным подходом к вычислению адиабатического ядро–ядерного потенциала взаимодействия является так называемая фолдинг–процедура (folding) или процедура двойной свертки, в которой осуществляется простое суммирование и усреднение по плотностям ядер эффективных нуклон–нуклонных взаимодействий (см., например, [98]). При этом эффекты, обусловленные изменением кривизны ядерных поверхностей, учитываются автоматически. В этом подходе межъядерное взаимодействие достаточно просто вычисляется также и для случая произвольной ориентации статически деформированных ядер (см. ниже). Потенциал взаимодействия

записывается в виде

$$V_{12}(r; \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) = \int_{V_1} \rho_1(\mathbf{r}_1) \int_{V_2} \rho_2(\mathbf{r}_2) v_{NN}(\mathbf{r}_{12}) d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2, \quad (1.7)$$

где $v_{NN}(\mathbf{r}_{12} = \mathbf{r} + \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ — эффективный нуклон–нуклонный потенциал, а $\rho_i(\mathbf{r}_i)$ — плотность распределения ядерного вещества в i -ом ядре.

Плотность ядерного вещества $\rho(\mathbf{r})$ обычно выбирается в виде фермиевской функции с диффузностью a :

$$\rho(\mathbf{r}) = \frac{\rho_0}{1 + \exp\left(\frac{r - R(\Omega_{\mathbf{r}})}{a}\right)}, \quad (1.8)$$

где $R(\Omega_{\mathbf{r}})$ — радиус точки на поверхности ядра, $\Omega_{\mathbf{r}}$ — сферические координаты вектора \mathbf{r} , а значение ρ_0 определяются из условия нормировки: $\int \rho_i d^3\mathbf{r} = A_i$.

Эффективный нуклон–нуклонный потенциал состоит из короткодействующей ядерной части и дальнедействующей кулоновской $v_{NN} = v_{NN}^{(N)} + v_{NN}^{(C)}$. Последняя, очевидно, действует только между протонами. Для ядерной части эффективного нуклон–нуклонного взаимодействия используется как конечный, так и нулевой радиус действия. Среди потенциалов конечного радиуса действия наиболее часто используется потенциал МЗУ. Потенциал МЗУ представляется в виде суммы трех функций Юкавы и состоит из прямой и обменной части. Для каждой из этих частей существует две параметризации: МЗУ–Reid [99] и более современная — МЗУ–Paris [100, 101].

Фолдинг–потенциал для прямой части МЗУ взаимодействия рассчитывается по формуле (1.7). Для обменной части фолдинг–процедура существенно усложняется. Вводя одночастичные матрицы плотности $\rho_{1(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ [$\rho_{1(2)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \equiv \rho_{1(2)}(\mathbf{r})$], имеем для обменного взаимодействия [102–104]:

$$V_{12}^{(\text{EX})}(r; \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) = \int_{V_1} \rho_1(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_{12}) \times \\ \times \int_{V_2} \rho_2(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_{12}) v_{NN}^{(\text{EX})}(\mathbf{r}_{12}) \exp\left(\frac{i\mathbf{k}(\mathbf{r})\mathbf{r}_{12}}{M}\right) d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2, \quad (1.9)$$

где

$$k^2(\mathbf{r}) = \frac{2mM}{\hbar^2} [E_{\text{c.m.}} - V_{12}], \quad (1.10)$$

$M = A_1 A_2 / (A_1 + A_2)$ — приведенное массовое число, m — масса нуклона. Легко видеть, что вычисление фолдинг–потенциала с учетом обменного взаимодействия приводит к интегральному уравнению вследствие зависимости k от полного потенциала взаимодействия ядер.

Существенного упрощения в расчете обменного фолдинг–потенциала удалось достичь в работах [105–107]. Было показано, что потенциал обменного взаимодействия с достаточной степенью точности может быть описан потенциалом нулевого радиуса

действия

$$v_{NN}^{(\text{EX})}(\mathbf{r}_{12}) = \hat{J}\delta(\mathbf{r}_{12}), \quad (1.11)$$

где \hat{J} — амплитуда обменного взаимодействия. Легко видеть, что в этом случае фолдинг-процедура (1.9) сводится к выражению (1.7) с потенциалом (1.11). Значение амплитуды обменного взаимодействия в случае, например, потенциала МЗУ–Paris составляет $\hat{J} = -592 \text{ МэВ } \text{Фм}^{-3}$.

Не зависящий от плотности МЗУ потенциал не удовлетворяет условию насыщения для холодной ядерной материи. Поэтому было предложено ввести в МЗУ тип взаимодействия плотностную зависимость. Новый зависящий от плотности потенциал МЗУ получается домножением независящего от плотности МЗУ-потенциала на некую функцию $F(\rho = \rho_1 + \rho_2)$. Было предложено несколько вариантов плотностной зависимости потенциала МЗУ. В работе [108] была введена экспоненциальная форма функции F :

$$F(\rho) = C[1 + \alpha \exp(-\beta\rho)]. \quad (1.12)$$

Используя МЗУ–Reid и МЗУ–Paris взаимодействия, были подобраны параметры выражения (1.12) [109, 110]. Однако из-за сильной экспоненциальной зависимости в (1.12) был получен только нижний предел коэффициента несжимаемости ядерной материи $K \leq 176 \text{ МэВ}$. Для получения других решений была также предложена более гибкая степенная параметризация плотностной зависимости [109, 110]:

$$F(\rho) = C[1 - \alpha\rho^\beta]. \quad (1.13)$$

Для простоты расчета фолдинг-потенциала значение коэффициента β обычно выбирается целым. С целыми $\beta = 1, 2, 3$ значение коэффициента несжимаемости составило $K = 270, 418, 566 \text{ МэВ}$. Поскольку из экспериментальных данных следует, что значения K лежат в области $270 \pm 60 \text{ МэВ}$, то для получения таких значений в работе [111] была введена гибридная версия плотностной зависимости МЗУ потенциала:

$$F(\rho) = C[1 + \alpha \exp(-\beta\rho) - \gamma\rho]. \quad (1.14)$$

Значения констант, входящих в выражения (1.12)-(1.14), подбираются таким образом, чтобы воспроизвести свойства насыщения в симметричной ядерной материи, а именно: энергию связи на нуклон, равную 16 МэВ , и плотность $\rho_0 \approx 0.17 \text{ Фм}^{-3}$, при которой наступает насыщение. Как было показано в работе [112], коэффициент несжимаемости ядерной материи можно оценить в виде

$$K = 9V_N(r=0)/A_p, \quad (1.15)$$

где $V_N(r=0)$ — ядерный потенциал при полном перекрытии снаряда и мишени и A_p — массовое число более легкого из сталкивающихся ядер.

При соответствующем выборе параметров фолдинг–потенциал с МЗУ взаимодействием хорошо описывает барьеры слияния ядер. Однако в области перекрытия ядер, где должно возникать отталкивание из–за действия принципа Паули, препятствующего удвоению ядерной плотности, МЗУ–взаимодействие дает слишком сильное притяжение. Одно из решений этой проблемы было предложено в работе [113], где был введен дополнительный феноменологический нуклон–нуклонный отталкивательный потенциал нулевого радиуса действия в области перекрытия ядер. В этом подходе суммарный ядерный потенциал взаимодействия находится как суперпозиция притягивательного потенциала с МЗУ взаимодействием и отталкивательного, вычисляемого по формуле

$$V_{12}^{(\text{rep})}(r; \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) = V_{\text{rep}} \int_{V_1} \rho_1'(\mathbf{r}_1) \int_{V_2} \rho_2'(\mathbf{r}_2) \delta(\mathbf{r}_{12}) d^3\mathbf{r}_1 d^3\mathbf{r}_2. \quad (1.16)$$

Штрихи у плотностей в формуле (1.16) означают, что они рассчитываются с меньшими диффузностями и радиусами по сравнению с МЗУ частью потенциала. В работе [113] для симметричной системы $^{24}\text{Mg} + ^{24}\text{Mg}$ были подобраны следующие значения параметров для МЗУ части потенциала: $r_0 = 1.02$ Фм, $a = 0.48$ Фм, а для отталкивательной части — $r_0' = 0.95$ Фм, $a' = 0.45$ Фм, $V_{\text{rep}} = 500$ МэВ. При этих значениях суммарный фолдинг–потенциал оказался близким к потенциалу проксимити. Понятно, что эти значения не являются универсальными и для другой пары ядер их необходимо подбирать заново. В литературе отсутствует какая–либо глобальная параметризация этих пяти параметров для достаточно широкой группы ядер. Получить такую глобальную параметризацию представляется довольно сложным, если опираться только на высоту кулоновского барьера и его положение.

В качестве альтернативного нуклон–нуклонного взаимодействия нулевого радиуса действия, существенно упрощающего вычисление шестимерного интеграла (1.7), в работе [114] было предложено использовать зависящий от плотности эффективный потенциал Мигдала [115]:

$$v_{NN}^{(N)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = C \left[F_{\text{ex}} + (F_{\text{in}} - F_{\text{ex}}) \frac{\rho_1(\mathbf{r}_1) + \rho_2(\mathbf{r}_2)}{\rho_{00}} \right] \delta(\mathbf{r}_{12}) = v_{\text{eff}}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \delta(\mathbf{r}_{12}), \quad (1.17)$$

где

$$F_{\text{ex(in)}} = f_{\text{ex(in)}} \pm f'_{\text{ex(in)}}. \quad (1.18)$$

Здесь знак «плюс» соответствует взаимодействию одинаковых частиц (протон–протон или нейтрон–нейтрон), а «минус» — разных (протон–нейтрон). Для фиксированного значения нормировочной константы $C=300$ МэВ Фм³ в [115] были рекомендованы следующие значения амплитуд: $f_{\text{in}} = 0.09$; $f_{\text{ex}} = -2.59$; $f'_{\text{in}} = 0.42$; $f'_{\text{ex}} = 0.54$. Величина

ρ_{00} есть плотность распределения нуклонов в центре ядра, которую мы определяем как среднее арифметическое соответствующих величин для налетающего ядра и ядра-мишени $\rho_{00} = (\rho_{01} + \rho_{02})/2$. Потенциал (1.17) определяется амплитудой F_{ex} («ex» означает «внешний») при взаимодействии «свободных» нуклонов (т.е. нуклонов из хвостов плотности распределения ядерной материи, где $\rho_1(\mathbf{r}_1) + \rho_2(\mathbf{r}_2) \simeq 0$); амплитудой F_{in} («in» означает «внутренний») при взаимодействии свободного нуклона с нуклоном, находящимся внутри ядра ($\rho_1(\mathbf{r}_1) + \rho_2(\mathbf{r}_2) \simeq \rho_{00}$); и величиной $(2F_{\text{in}} - F_{\text{ex}})$ в области удвоения ядерной плотности.

Плотность ядерного вещества ρ_i является суммой плотностей протонов и нейтронов $\rho_i = \rho_i^{(p)} + \rho_i^{(n)}$. Учитывая, что протон-протонное взаимодействие содержит также и кулоновскую часть, окончательно имеем

$$V_{12}(r; \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) = \int_{V_1} \rho_1^{(p)}(\mathbf{r}_1) d^3\mathbf{r}_1 \int_{V_2} \rho_2^{(p)}(\mathbf{r}_2) \frac{e^2}{r_{12}} d^3\mathbf{r}_2 + \int_{V_1} \left\{ \left[\rho_1^{(p)}(\mathbf{r}_1) \rho_2^{(p)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) + \rho_1^{(n)}(\mathbf{r}_1) \rho_2^{(n)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) \right] v_{\text{eff}}^{(+)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) + \left[\rho_1^{(p)}(\mathbf{r}_1) \rho_2^{(n)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) + \rho_1^{(n)}(\mathbf{r}_1) \rho_2^{(p)}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) \right] v_{\text{eff}}^{(-)}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}) \right\} d^3\mathbf{r}_1, \quad (1.19)$$

где верхний индекс у эффективного потенциала соответствует знаку в выражении (1.18). Протонные и нейтронные плотности мы параметризовали с помощью (1.8), считая их одинаковыми в центре ядер, т.е. $\rho_{i0}^{(p)} = \rho_{i0}^{(n)} = \rho_{i0}$. Таким образом, данная фолдинг-модель содержит лишь два параметра: радиус плотности распределения протонов в ядре $r_0^{(p)}$ ($R_Z = r_0^{(p)} A^{1/3}$) и диффузность a . Зная $r_0^{(p)}$, можно определить ρ_{0i} из условия нормировки плотности заряда на число протонов в i -ом ядре. Далее, используя условие нормировки нейтронной плотности, находим соответствующий нейтронный радиус $r_0^{(n)}$.

Глобальная параметризация зарядового радиуса $r_0^{(p)}$ может быть получена из аппроксимации имеющихся экспериментальных данных [116, 117], удобная компиляция которых может быть найдена на сайте [118]. Предлагаемая нами параметризация для среднеквадратичного зарядового радиуса

$$r_0^{(p)}(Z) = 0.94 + \frac{32}{Z^2 + 200} \quad (1.20)$$

изображена на Рис. 1.4 и может быть использована для всех ядер, тяжелее углерода. Значения второго параметра модели — диффузности a — мы подбирали, исходя из наилучшего соответствия получаемых барьеров слияния ядер экспериментальным значениям или эмпирическим значениям барьеров Басса [78]. Исследовав различные комбинации пар сферически симметричных ядер (^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{60}Ni , ^{90}Zr , ^{124}Sn , ^{144}Sm ,

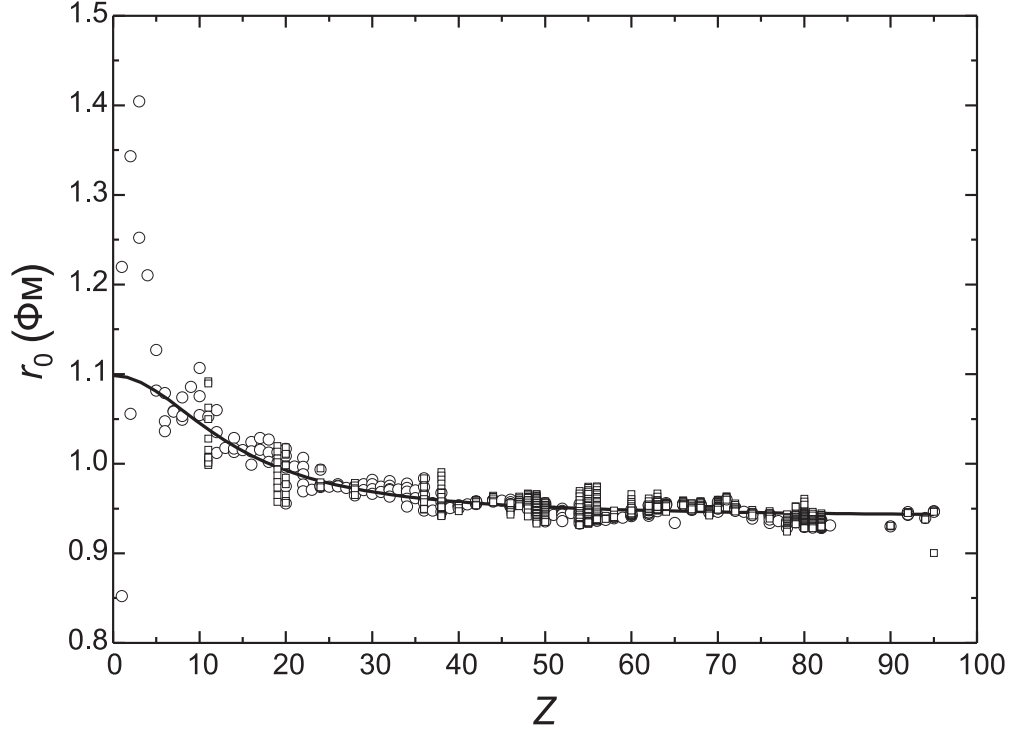


Рис. 1.4: Зависимость зарядового радиуса $r_0^{(p)}$ от Z . Открытые квадраты [116] и кружки [117] — экспериментальные данные, кривая — аппроксимация экспериментальных точек с помощью выражения (1.20).

^{208}Pb), мы получили следующую зависимость:

$$a(Z) = 0.734 - \frac{150}{Z^2 + 500}, \quad (1.21)$$

которая может быть рекомендована для расчетов ядро–ядерных фолдинг–потенциалов для $A_{1,2} \geq 16$.

Аналогичным образом был выполнен подбор параметров для потенциала МЗУ–Paris с отталкивательным членом. Получено, что удовлетворительное описание барьеров слияния можно достичь, если параметризовать диффузность распределения ядерной материи в виде $a(Z, A) = 0.45 - 6(Z^2/A)^{-3}$. При этом отталкивательная часть (1.16) может быть вычислена со следующим набором параметров: $\tilde{r}_0 = r_0$, $\tilde{a} = 0.65a$ и $V_{\text{rep}}^0 = 480 \text{ МэВ Фм}^3$. Напомним, что величина $V_{\text{rep}}^0 \sim 500 \text{ МэВ Фм}^3$ была рекомендована ранее в работах [112, 113] для того, чтобы воспроизвести коэффициент несжимаемости ядерной материи K . Используя соотношение (1.15) для коэффициента несжимаемости, мы получили, что он лежит в пределах $K = 190 \div 280 \text{ МэВ}$ для различных комбинаций ядер в диапазоне от ^{16}O до ^{208}Pb .

На Рис. 1.5 изображена разница величин барьеров слияния и их положений, полученных в разных моделях. Закрашенным символам соответствует разница между фолдинг–потенциалом с силами Мигдала и потенциалом Басса, а открытым — между

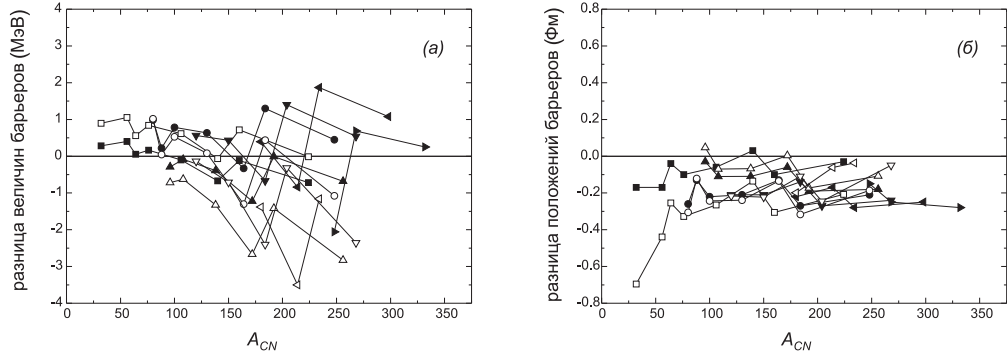


Рис. 1.5: Разница величин барьеров слияния (а) и их положений (б) для всех возможных комбинаций ядер ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , ^{60}Ni , ^{90}Zr , ^{124}Sn , ^{144}Sm , ^{208}Pb . Закрашенным символам соответствует разница между фолдинг-потенциалом с силами Мигдала и потенциалом Басса, а открытым — между тем же фолдинг-потенциалом и потенциалом проксимити. Разным символам, соединенным линиями, соответствуют цепочки с разными налетающими ионами: квадраты — $^{16}\text{O} + \text{X}$; кружки — $^{40}\text{Ca} + \text{X}$; треугольник вверх — $^{48}\text{Ca} + \text{X}$; треугольник вниз — $^{60}\text{Ni} + \text{X}$; треугольник влево — $^{90}\text{Zr} + \text{X}$; треугольник вправо — $^{124}\text{Sn} + \text{X}$.

тем же фолдинг-потенциалом и потенциалом проксимити. Отметим, что для комбинаций, тяжелее $\text{Sn} + \text{Sn}$, потенциал проксимити не имеет кармана. Из Рис. 1.5 видно, что предлагаемые нами глобальные параметризации ядерной плотности (1.20) и (1.21) для расчета фолдинг-потенциала с силами Мигдала дают отклонение от величин барьеров слияния ядер, параметризованных в модели Басса и рассчитанных с потенциалом проксимити, в пределах 2 МэВ и 3 МэВ, соответственно. Положение барьера при этом получается систематически заниженным примерно на 0.2 Фм, что не является чрезмерным с учетом экспериментальной неопределенности этой величины. При использовании фолдинг-потенциала МЗУ-Paris с отталкиванием с полученными нами параметрами ядерных плотностей удастся описать барьеры слияния сферических ядер (барьеры модели Басса) с максимальным отклонением, не превышающим 1 МэВ. Сравнительный вид потенциалов взаимодействия сферических ядер $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ и $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$, полученных в разных моделях, показан на Рис. 1.6. Можно видеть, что и силы Мигдала, и взаимодействие МЗУ + отталкивание дают похожие фолдинг-потенциалы. Вместе с тем, использование сил Мигдала для расчета фолдинг-потенциалов имеет преимущество с точки зрения времени вычислений. Оба адиабатических потенциала двойной свертки имеют качественно правильное поведение при малых расстояниях между центрами масс взаимодействующих ядер: отталкивательная стенка (кор) появляется в области перекрывающихся ядерных плотностей. Потенциал МЗУ + отталкивание, взятый из работы [119] для системы $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$, близок к рассчитанному в настоящей работе. Положения кулоновского барьера, полученные во всех используемых моделях, также довольно близки.

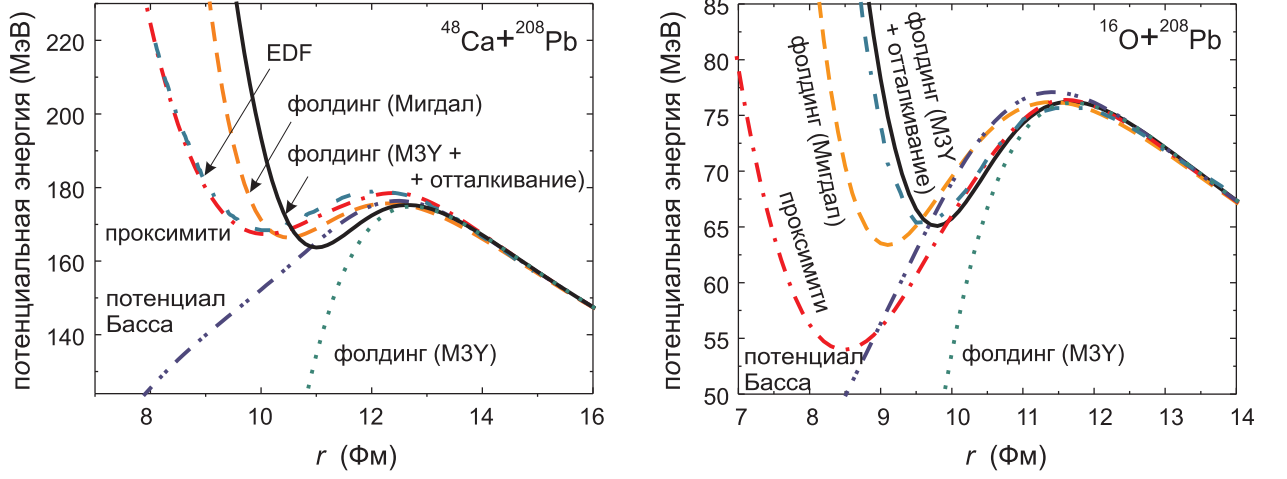


Рис. 1.6: Сравнение диабатических потенциалов взаимодействия для двух комбинаций ядер: $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ и $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$. Сплошная кривая — фолдинг-потенциал с МЗУ-Paris нуклон-нуклонным потенциалом с отталкиванием (МЗУ+repulsion); точечная кривая — тот же потенциал, но без дополнительного отталкивательного члена; пунктирная кривая — фолдинг-потенциал с силами Мигдала; штрих-пунктирная кривая — потенциал проксимити; штрих-штрих-пунктирная кривая — потенциал Басса; штрих-пунктир-пунктирная кривая — потенциал метода функционала плотности (EDF) для системы $^{48}\text{Ca} + ^{208}\text{Pb}$ (данные взяты из работы [96]), а для системы $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ — это фолдинг-потенциал с МЗУ + отталкивание нуклон-нуклонным потенциалом из работы [119].

1.1.4. Зависимость от ориентации и деформаций

Наиболее эффективный метод расчета фолдинг-потенциала взаимодействия статически деформированных ядер, произвольно ориентированных относительно друг друга, основан на Фурье-преобразовании подынтегрального выражения и разложении угловой зависимости плотности ядерного вещества в ряд по сферическим функциям [120, 121]. Если выбрать систему координат так, чтобы ось z была направлена вдоль межъядерной оси, то шестикратный интеграл (1.7) сводится к выражению [120–122]

$$V_{12}(r; \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) = \sum_{\mu\lambda_1\lambda_2\lambda_3} V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}^{\mu-\mu_0}(r) \cos(\mu\Delta\varphi) d_{\mu_0}^{\lambda_1}(\theta_1) d_{-\mu_0}^{\lambda_2}(\theta_2), \quad (1.22)$$

где $d_{MK}^I(\theta)$ — функции Вигнера, $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$, θ_i и φ_i — полярные и азимутальные углы ориентации ядер, а радиальные мультиполя даются выражением

$$V_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}^{\mu_1\mu_2\mu_3}(r) = \frac{1}{(2\pi)^3} i^{\lambda_1-\lambda_2-\lambda_3} \sqrt{2\lambda_1+1} \sqrt{2\lambda_2+1} (2\lambda_3+1) \times \\ \times \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \end{pmatrix} F_{\lambda_1\lambda_2\lambda_3}(r). \quad (1.23)$$

Здесь $\begin{pmatrix} \lambda_1 & \lambda_2 & \lambda_3 \\ \mu_1 & \mu_2 & \mu_3 \end{pmatrix}$ — $3j$ -символы. Часть выражения (1.23), зависящая от расстояния между центрами масс ядер, имеет вид

$$F_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3}(r) = \int dq q^2 \tilde{\rho}_{\lambda_1}(q) \tilde{\rho}_{\lambda_2}(q) j_{\lambda_3}(qr) \tilde{v}_{NN}(q). \quad (1.24)$$

В (1.24) $j_\lambda(q)$ — функции Бесселя; $\tilde{\rho}_\lambda(q)$ — Фурье-образ величин $\rho_\lambda(q)$:

$$\tilde{\rho}_\lambda(q) = 4\pi \int dr r^2 \rho_\lambda(r) j_\lambda(qr), \quad (1.25)$$

где $\rho_\lambda(r)$ — коэффициенты разложения угловой части ядерной плотности по сферическим функциям:

$$\rho_\lambda(r) = \int d\Omega \rho(\mathbf{r}) Y_{\lambda 0}(\Omega). \quad (1.26)$$

Наконец, Фурье-образ нуклон-нуклонного потенциала имеет вид

$$\tilde{v}_{NN}(q) = 4\pi \int ds s^2 v_{NN}(s) j_0(qs). \quad (1.27)$$

Отметим также, что в силу свойств $3j$ -символов, в выражении (1.23) ненулевыми будут лишь слагаемые, для которых комбинация $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3$ — четная.

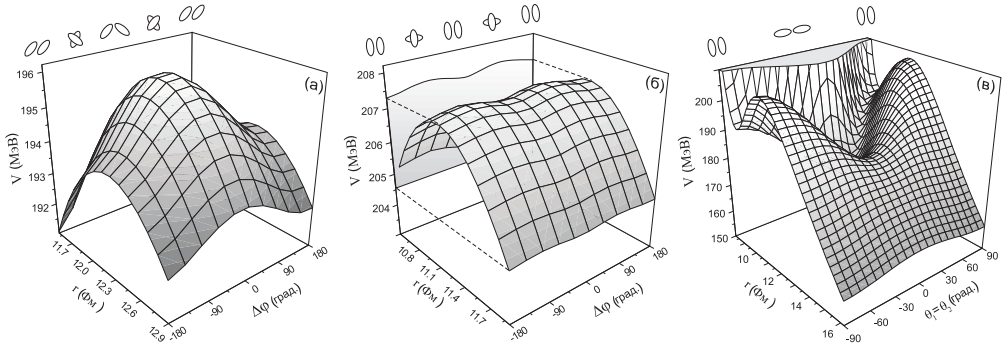


Рис. 1.7: Фолдинг-потенциал с силами Мигдала в зависимости от азимутальной и полярной ориентации статически деформированных ядер $^{64}\text{Zn}(\beta_2^{\text{g.s.}} = 0.22)$ и $^{150}\text{Nd}(\beta_2^{\text{g.s.}} = 0.24)$. Случаю (а) соответствует $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$, случаю (б) — углы $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$, а случаю (в) — равные азимутальные углы $\varphi_1 = \varphi_2$, т.е. $\Delta\varphi = 0$. В верхней части рисунков схематически показано взаимное расположение ядер.

На Рис. 1.7 показаны зависимости фолдинг-потенциала с силами Мигдала от расстояния между центрами масс и взаимной ориентации ядер для системы $^{64}\text{Zn} + ^{150}\text{Nd}$. Зависимости от азимутального угла $\Delta\varphi$ для $\theta_1 = \theta_2 = \pi/4$ и $\theta_1 = \theta_2 = \pi/2$ показаны на Рис. 1.7(а) и (б), а на Рис. 1.7(в) дана зависимость от полярного угла $\theta_1 = \theta_2$ при $\Delta\varphi = 0$. Из рисунка видно сильное влияние угла θ (ориентации ядер в плоскости реакции) на величину потенциальной энергии взаимодействия, в частности, на положение и величину кулоновского барьера. В то же время, влияние угла $\Delta\varphi$ сравнительно невели-

ко: величина барьера меняется на величину порядка 2 МэВ в случае (а) и менее чем на 1 МэВ — в случае (б). Положение барьера при этом также изменяется несущественно.

Для деформируемых ядер, когда \mathbf{x}_1 и \mathbf{x}_2 являются динамическими переменными, к энергии взаимодействия (1.1) и (1.7) надо добавить энергию деформации, которая в гармоническом приближении находится следующим образом:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \sum_{\lambda} C_{i\lambda} \cdot (x_{i\lambda} - x_{i\lambda}^{g.s.})^2. \quad (1.28)$$

Здесь $C_{i\lambda}$ — параметры жесткости ядерной поверхности, которые могут быть вычислены в жидкокапельной модели [123]. Заметим, что для реалистичного моделирования динамических деформаций гармоническое приближение (1.28) является недостаточно аккуратным. Энергию деформации требуется вычислять более точно, например, в макромикроскопическом подходе (см. ниже) как разность масс деформированного ядра и ядра в основном состоянии.

Как уже было сказано, расчет фолдинг–потенциала приводит к шестикратному интегрированию, что даже при использовании метода, изложенного выше, остается достаточно трудоемким. Однако при использовании сил Мигдала вычисление ядерной части фолдинг–потенциала существенно упрощается и сводится к трехкратному интегралу. Еще одно интегрирование может быть выполнено аналитически при наличии аксиальной симметрии у системы (ориентация ядер «нос–к–носу»).

Расчет кулоновской энергии взаимодействия произвольно ориентированных ядер с распределением заряда вида (1.8) не допускает подобных упрощений. В то же время, для нулевой диффузности шестикратное интегрирование может быть сведено к четырехкратному [88], а для ориентации «нос–к–носу» — к трехкратному. Как показали расчеты, наличие диффузного края у ядра не оказывает практически никакого влияния на значение кулоновской энергии сферических ядер: фолдинг–потенциалы, рассчитанные для сферической деформации тяжелой системы $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$ с нулевой и ненулевой диффузностью, отличаются менее чем на 0.15 МэВ вплоть до точки контакта. Для более легких ядер отличие будет еще меньше.

Диффузность оказывает гораздо большее влияние на следующие члены в разложении кулоновской энергии по мультиполям, т.е. в случае деформированных ядер. При этом знак эффекта зависит от углов ориентации: для ориентации «нос–к–носу» наличие диффузности увеличивает барьер слияния, а для ориентации «бок–к–боку» — уменьшает.

Исследовав несколько комбинаций деформированных ядер, мы получили, что влияние диффузности распределения ядерной материи на потенциал взаимодействия больше для тяжелых ядер, чем для легких. При деформациях, соответствующих основным состояниям ядер, максимальная разница потенциалов до точки контакта составляет:

для системы $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U} - 2.5$ МэВ, для системы $^{58}\text{Fe} + ^{244}\text{Pu} -$ около 1 МэВ, а для $^{20}\text{Ne} + ^{58}\text{Fe} -$ лишь около 0.2 МэВ.

1.1.5. Сфероидальные деформации

В реакциях слияния–деления также могут возникать большие динамические деформации обоих ядер. Несмотря на это, мы будем предполагать, что в первичном процессе в выходном канале всегда образуется лишь два фрагмента. После разлета эти фрагменты могут испытывать также и деление, которое обычно рассматривается в рамках статистической модели (см. главу 2). Чтобы избежать появления более двух фрагментов в первичном процессе, при описании больших динамических деформаций лучше использовать параметризацию ядер в виде эллипсоидов вращения. Форма ядра при этом задается вращением относительно оси симметрии профильной функции, которая в цилиндрических координатах имеет вид:

$$\rho_s^2(z) = a^2 \left(1 - \frac{z^2}{b^2} \right), \quad (1.29)$$

где a и b — полуоси эллипсоида. Деформация ядра характеризуется одним параметром, который удобно выбрать в виде $\delta = a/b - 1$. Тогда в силу сохранения объема имеем: $a = R_0(1 + \delta)^{2/3}$ и $b = R_0(1 + \delta)^{-1/3}$, где R_0 — радиус сферического ядра. Очевидно, что $\delta = 0$ соответствует сферическому ядру. При малых деформациях параметр квадрупольной деформации есть $\beta_2 \approx 4/3\sqrt{\pi/5}\delta \approx 1.057\delta$.

1.1.6. Нуклонные передачи и драйвинг–потенциал

В низкоэнергетических ядро–ядерных столкновениях во всех каналах (глубокоупругое рассеяние, квазиделение, слияние и обычное деление) большую роль играет передача нуклонов или перераспределение массы и заряда между фрагментами. Для макроскопического описания этих процессов обычно используют переменную массовой асимметрии $\eta_A = (A_2 - A_1)/(A_1 + A_2)$ и переменную зарядовой асимметрии $\eta_Z = (Z_2 - Z_1)/(Z_1 + Z_2)$. Перераспределение нуклонов между разделенными ядрами приводит к изменению их внутренней энергии, т.е. их энергии связи. Такое изменение энергии удобно включить именно в потенциальную энергию ядерной системы:

$$V_{\text{diab}}(A, Z; r, \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2, \eta_A, \eta_Z) = V_{12}(A_1, Z_1, A_2, Z_2; r, \mathbf{x}_1, \Omega_1, \mathbf{x}_2, \Omega_2) + M(A_1, Z_1; \mathbf{x}_1) + M(A_2, Z_2; \mathbf{x}_2) - M(A_T, Z_T; \mathbf{x}_T^{\text{g.s.}}) - M(A_P, Z_P; \mathbf{x}_P^{\text{g.s.}}). \quad (1.30)$$

Здесь $M(A_{1,2}, Z_{1,2})$ — массы образующихся фрагментов, а постоянная величина $M(A_T, Z_T) + M(A_P, Z_P)$ (сумма масс налетающих ядер) добавлена для того, чтобы ре-

зультулирующий потенциал обращался в ноль на бесконечности именно во входном канале. Нетрудно видеть, что в каналах с перераспределением нуклонов потенциал (1.30) на бесконечности равен Q -реакции. Многомерная потенциальная энергия, записанная в виде (1.30), обычно называется драйвинг-потенциалом (driving potential).

1.2. Макромикроскопическая модель и адиабатическая потенциальная энергия

Адиабатическая потенциальная энергия определяется как разность массы всей системы (моноядро или два разделенных ядра) и масс основных состояний мишени и налетающего иона:

$$V_{\text{adiab}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) = M(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) - M(A_T, Z_T; \mathbf{x}_T^{\text{g.s.}}) - M(A_P, Z_P; \mathbf{x}_P^{\text{g.s.}}). \quad (1.31)$$

Здесь два последних слагаемых в (1.31), как и в (1.30), в силу их постоянства определяют фактически нулевую точку отсчета потенциальной энергии во входном канале на бесконечности. Отметим, что для разделенных ядер первое слагаемое в (1.31) равняется сумме масс образовавшихся фрагментов плюс энергия их взаимодействия. Легко видеть, что выражения (1.30) и (1.31) в этом случае совпадают.

В макромикроскопической модели, базирующейся на методе оболочечной поправки Струтинского [124–126], зависящая от деформации масса ядра вычисляется следующим образом:

$$M(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) = M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) + \delta U(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z), \quad (1.32)$$

где M_{mac} — макроскопическая (гладкая) часть, которая обычно рассчитывается с использованием одного из вариантов модели жидкой капли (МЖК), а δU — оболочечная поправка. Для расчета M_{mac} мы используем МЖК, учитывающую конечный радиус действия ядерных сил [87–89]. Оболочечная поправка представляется как сумма оболочечных поправок протонной и нейтронной подсистем: $\delta U = \delta U_p + \delta U_n$, а $\delta U_{p(n)}$, в свою очередь, есть сумма собственно оболочечной поправки $\delta U_{p(n)}$ и микроскопической поправки к энергии спаривания $\delta P_{p(n)}$: $\delta U_{p(n)} = \delta E_{p(n)} + \delta P_{p(n)}$.

Для определения оболочечной поправки δU в рамках метода Струтинского необходимо рассчитать схему одночастичных уровней. При этом модель для расчета одночастичных состояний должна быть применима как для малых деформаций в области основного состояния ядра, так и для больших деформаций, корректно описывая переход схемы одночастичных уровней моноядра к уровням разделенных фрагментов. Для этих расчетов удобно использовать двухцентровую оболочечную модель.

Необходимо отметить, что использование потенциала гармонического осциллятора для описания среднего поля в двухцентровой оболочечной модели является, несомненно, достаточно грубым приближением. Физически более обоснованно применение потенциалов конечной глубины типа Вудса–Саксона [127–135] либо свернутого потенциала Юкавы [89, 136–138]. Для расчетов потенциальной энергии также может быть использован расширенный метод Томаса–Ферми с применением сил Скирма, определяющих эффективное взаимодействие между нуклонами [139–141]. Еще одним широко используемым и перспективным методом расчета потенциальной энергии является микроскопический подход, базирующийся на релятивистских и нерелятивистских самосогласованных моделях типа Хартри–Фока [142, 143].

Тем не менее, для расчета спектра одночастичных состояний мы остановили свой выбор на двухцентровой оболочечной модели, поскольку она имеет следующие важные преимущества:

- (1) Двухцентровая параметризация позволяет описывать формы ядер, характерные как для процессов слияния, так и для деления. Основываясь на современных представлениях о процессах слияния двух ионов и деления составного ядра, можно сделать вывод, что для процесса деления характерны разрывные конфигурации, имеющие большие расстояния между центрами масс осколков и хорошо выраженную шейку. В то же время на стадии слияния ионов в точке контакта у системы отсутствует шейка, и расстояния между центрами масс ионов оказываются существенно меньшими. Таким образом, параметризация должна быть достаточно гибкой для единого описания форм ядерной системы в ходе всего процесса слияния–деления.
- (2) Все матричные элементы, необходимые для расчета спектра одночастичных состояний, могут быть записаны в аналитическом виде, что существенно увеличивает точность и уменьшает время расчетов. Это позволяет проводить реалистичные динамические расчеты на сетке, имеющей порядка $10^6 \div 10^7$ узлов.

1.2.1. Макроскопическая часть потенциальной энергии

Макроскопическая масса ядра в рамках МЖК с конечным радиусом действия ядерных сил [88, 89] имеет вид

$$\begin{aligned}
M_{\text{FRLDM}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A) &= M_p Z + M_n N \\
&- a_v(1 - k_v I^2) A \\
&+ a_s(1 - k_s I^2) B_n(r, \mathbf{x}, \eta_A) A^{2/3} + \frac{3}{5} \frac{e^2 Z^2}{r_0 A^{1/3}} B_C(r, \mathbf{x}, \eta_A) \\
&- \frac{3}{4} \frac{e^2}{r_0} \left(\frac{9Z^4}{4\pi^2 A} \right)^{1/3} + f(k_F r_p) \frac{Z^2}{A} \\
&- c_a(N - Z) + a_0 A^0 \\
&+ W \left(|I| + \begin{cases} 1/A, & \text{нечетные } Z=N \\ 0, & \text{в противном случае} \end{cases} \right) \\
&+ \begin{cases} \bar{\Delta}_p + \bar{\Delta}_n - \delta_{np}, & Z \text{ и } N \text{ нечетные} \\ \bar{\Delta}_p, & Z \text{ нечетное и } N \text{ четное} \\ \bar{\Delta}_n, & Z \text{ четное и } N \text{ нечетное} \\ 0, & Z \text{ и } N \text{ четные} \end{cases} \\
&- a_{\text{el}} Z^{2.39}
\end{aligned} \tag{1.33}$$

и содержит, соответственно, следующие слагаемые: массы Z протонов и N нейтронов; объемную энергию; ядерную (поверхностную) и кулоновскую энергии, зависящие от деформации через безразмерные функционалы $B_n(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ и $B_C(r, \mathbf{x}, \eta_A)$; поправку на обменное кулоновское взаимодействие; кулоновский форм-фактор; поправку на зарядовую асимметрию [$(N - Z)$ -член]; A^0 -член (константу); вигнеровский член; среднюю энергию спаривания и энергию связанных электронов. Величина $f(k_F r_p)$, входящая в кулоновский форм-фактор, дается соотношением

$$f(k_F r_p) = -\frac{r_p^2 e^2}{8r_0^3} \left[\frac{145}{48} - \frac{327}{2880} (k_F r_p)^2 + \frac{1527}{1209600} (k_F r_p)^4 \right], \tag{1.34}$$

где волновое число

$$k_F = \left(\frac{9\pi Z}{4A} \right)^{1/3} \frac{1}{r_0}. \tag{1.35}$$

Точкой отсчета энергии спаривания являются четно-четные ядра, величины средней нейтронной щели $\bar{\Delta}_n$, средней протонной щели $\bar{\Delta}_p$ и средняя энергия нейтрон-

Таблица 1.1: Значения девяти констант формулы (1.33) [89]

| a_{el} | r_p | r_0 | a | a_d | r_{mac} | h | a_s | k_s |
|------------------------|-------|-------|------|-------|-----------|-----|----------|-------|
| 1.433×10^{-5} | 0.80 | 1.16 | 0.68 | 0.70 | 4.80 | 6.6 | 21.18466 | 2.345 |
| МэВ | ФМ | ФМ | ФМ | ФМ | МэВ | МэВ | МэВ | МэВ |

протонного взаимодействия δ_{np} имеют вид

$$\begin{aligned}\bar{\Delta}_n &= \frac{r_{mac} B_S}{N^{1/3}}, \\ \bar{\Delta}_p &= \frac{r_{mac} B_S}{Z^{1/3}}, \\ \delta_{np} &= \frac{h}{B_S A^{2/3}},\end{aligned}\tag{1.36}$$

где B_S — площадь поверхности деформированного ядра в единицах поверхности равновеликой сферы:

$$B_S(r, \mathbf{x}, \eta_A) = \frac{1}{4\pi r_0^2 A^{2/3}} \int_S dS.\tag{1.37}$$

Безразмерные функционалы ядерной и кулоновской энергии, зависящие от деформации ядра, определяются с учетом конечного радиуса действия ядерных сил следующим образом [87–89]:

$$\begin{aligned}B_n(r, \mathbf{x}, \eta_A) &= \frac{1}{8\pi^2 a^4 r_0^2 A^{2/3}} \int_V \int_V \left(2 - \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{a}\right) \frac{\exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/a)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/a} d^3r d^3r', \\ B_C(r, \mathbf{x}, \eta_A) &= \frac{15}{32\pi^2 r_0^5 A^{5/3}} \int_V \int_V \left[1 - \left(1 + \frac{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}{2a_d}\right) \exp(-|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|/a_d)\right] \frac{d^3r d^3r'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}.\end{aligned}\tag{1.38}$$

Здесь интегрирование производится по объему ядра, a — радиус действия потенциала, являющегося суммой потенциала Юкавы и экспоненциального потенциала (Yukawa-plus-exponential potential), a_d — радиус действия функции Юкавы, генерирующей плотность распределения заряда. Отметим, что выражение для функционала B_C получено для равномерно заряженного ядра произвольной формы, имеющего диффузную поверхность. Шестикратное интегрирование в (1.38) сводится по теореме Остроградского–Гаусса к четырехкратному, а в случае аксиальной симметрии системы, кратность интегрирования уменьшается до трех.

Для полноты изложения в Таб. 1.1 мы приводим значения девяти констант макроскопической модели [89]. Значения остальных пяти констант (слегка измененные по сравнению с работой [89]) можно найти ниже в таблице 1.2 раздела 1.3.1.

1.2.2. Зависимость потенциальной энергии от распределения заряда

Макроскопическая потенциальная энергия в МЖК рассчитывается, как правило, для однородного распределения заряда (т.е. $\eta_Z = \eta_A$). Зависимость потенциальной энергии от распределения заряда может быть учтена в виде отдельного слагаемого. Достаточно точным приближением является параболическая аппроксимация зависимости $M_{\text{мас}}$ от η_Z [28, 144–147]. Из экспериментальных данных по зарядовому распределению [148–150] можно сделать вывод о том, что поляризуемость ядерного вещества невелика, поэтому в качестве первого приближения мы считали, что зарядовая плотность различна в будущих осколках, но постоянна внутри каждого из них [151]

$$\rho^p(\mathbf{r}) = \begin{cases} \rho_2^p, & \mathbf{r} \in V_2, \\ \rho_1^p, & \mathbf{r} \in V_1, \end{cases} \quad (1.39)$$

где V_1 и V_2 — объемы левого и правого осколков, соответственно. Аппроксимация зарядовой плотности уравнением (1.39) позволяет с помощью достаточно простых формул учесть перераспределение заряда между осколками, без введения каких-либо дополнительных параметров (параметра поляризации заряда [152, 153], например).

Из условия несжимаемости ядерной жидкости следует, что сумма плотностей протонной и нейтронной жидкостей — есть величина постоянная

$$\rho_1^p + \rho_1^n = \rho_2^p + \rho_2^n = \rho_0^p + \rho_0^n = \rho, \quad (1.40)$$

где $\rho_0^p = Z/(4/3\pi R_0^3)$ и $\rho_0^n = N/(4/3\pi R_0^3)$ — соответственно плотности протонов и нейтронов при равномерном распределении заряда по всему ядру; ρ — плотность нуклонов в ядре. Величины ρ_1^p и ρ_2^p связаны с зарядовой координатой η_Z соотношениями

$$\rho_L^p = \rho_0^p \frac{(k+1)}{2} (1 - \eta_Z), \quad \rho_R^p = \rho_0^p \frac{(k+1)}{2k} (1 + \eta_Z). \quad (1.41)$$

Здесь $k = A_2/A_1$ — отношение масс формирующихся осколков. Из уравнений (1.40) и (1.41) легко выражаются соответствующие нейтронные плотности ρ_R^n и ρ_L^n .

Будем полагать, что потенциальная энергия складывается из энергии симметрии, кулоновской и поверхностной энергий. Отметим, что поверхностная энергия предполагалась независимой от координаты зарядовой асимметрии η_Z , как, например, в модели жидкой капли [154]. Такое допущение необходимо сделать в силу неопределенности разделения энергии симметрии на чисто объемную и поверхностную составляющие.

Энергия симметрии для произвольной формы ядра может быть вычислена в пред-

положении, что она равномерно распределена по объему ядра [144]

$$V_{\text{sym}} = c_s \int \frac{[\rho^n(\mathbf{r}) - \rho^p(\mathbf{r})]^2}{\rho} dV, \quad (1.42)$$

где $c_s = 23.7$ МэВ — коэффициент энергии симметрии. В случае постоянных нейтронных и протонных плотностей внутри каждого из осколков, энергия симметрии записывается как [145, 151]

$$V_{\text{sym}} = \frac{c_s}{\rho} \left[(\rho_1^n - \rho_1^p)^2 V_1 + (\rho_2^n - \rho_2^p)^2 V_2 \right], \quad (1.43)$$

а кулоновская энергия системы имеет вид

$$V_C = \frac{E_C^0}{(\rho_0^p)^2} \left[(\rho_2^p - \rho_1^p) (\rho_2^p B_C^2 - \rho_1^p B_C^1) + \rho_2^p \rho_1^p B_C \right]. \quad (1.44)$$

Здесь E_C^0 — кулоновская энергия исходного сферического ядра, B_C , B_C^R и B_C^L — кулоновские энергии всего ядра и будущих осколков с постоянной зарядовой плотностью в единицах кулоновской энергии сферического ядра.

Из (1.43) и (1.44) для зависимости потенциальной энергии от параметра зарядовой асимметрии η_Z находим:

$$\begin{aligned} M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) &\simeq M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) \Big|_{\eta_Z = \langle \eta_Z \rangle} + \\ &+ C_{\eta_Z} \frac{(\eta_Z - \langle \eta_Z \rangle)^2}{2}, \end{aligned} \quad (1.45)$$

где $\langle \eta_Z \rangle$ есть зарядовая асимметрия, доставляющая минимум потенциальной энергии при заданных параметрах формы, и C_{η_Z} — коэффициент жесткости потенциальной энергии относительно вариации η_Z . Удобно переписать выражение выше в виде

$$\begin{aligned} M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) &\simeq M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) \Big|_{\eta_Z = \eta_A} \\ &- C_{\eta_Z} \frac{(\eta_A - \langle \eta_Z \rangle)^2}{2} + C_{\eta_Z} \frac{(\eta_Z - \langle \eta_Z \rangle)^2}{2}, \end{aligned} \quad (1.46)$$

так, что первое слагаемое может быть рассчитано по формуле (1.33). Величины $\langle \eta_Z \rangle$ и C_{η_Z} определяются следующим образом [28, 145–147]:

$$\begin{aligned} C_{\eta_Z}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A) &= \frac{2c_s Z_{CN}^2 (1+k)^2}{k A_{CN}} + \frac{(1+k)^2 E_C^0}{2k^2} \left[(1+k) (B_C^1 + k B_C^2) - k B_C \right], \\ \langle \eta_Z \rangle(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A) &= \frac{(1+k)^2}{2k^2 A_{CN} C_{\eta_Z}} \left\{ 4c_s k Z_{CN}^2 \eta_A + E_C^0 A_{CN} [B_C^1 - k^2 B_C^2] \right\}. \end{aligned} \quad (1.47)$$

Коэффициент жесткости, рассчитанный по формуле (1.47), слабо зависит от дефор-

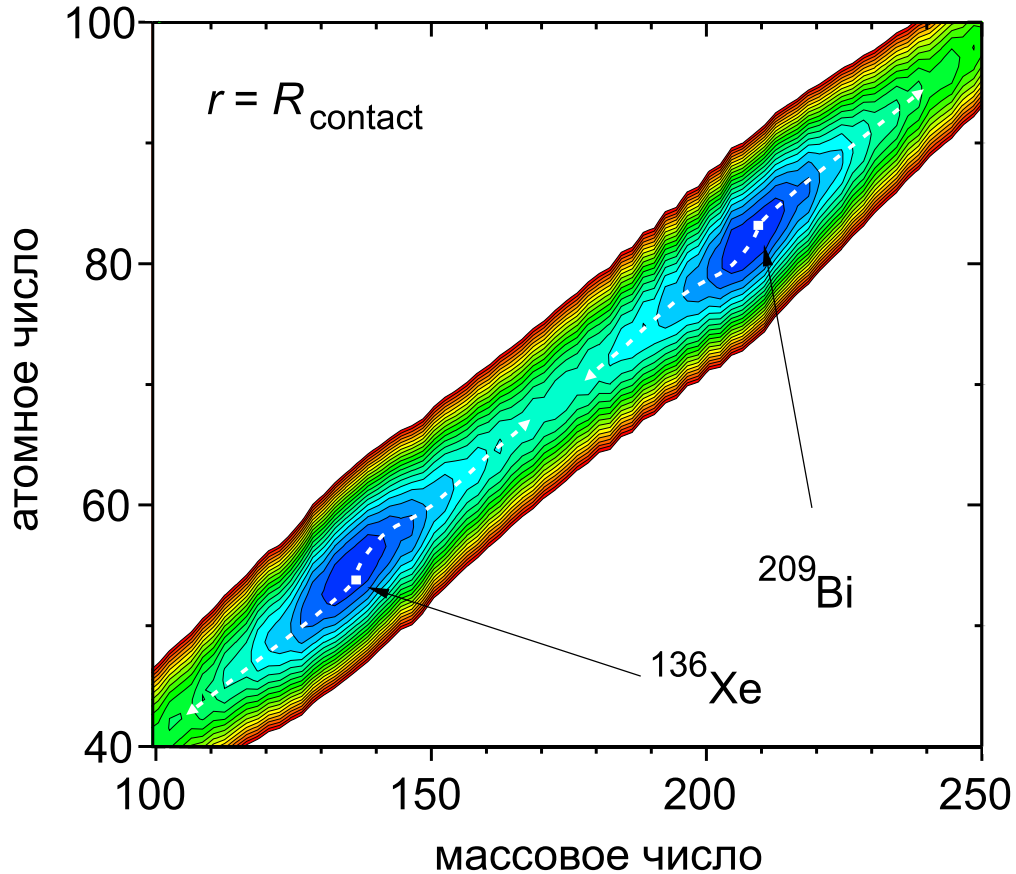


Рис. 1.8: Потенциальная энергия в точке контакта для системы ядер $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$, рассчитанная при нулевых их деформациях. Пунктирная кривая соответствует минимуму потенциальной энергии. Изолинии нарисованы через 5 МэВ.

магии ядра, поскольку основной вклад вносит энергия симметрии [первое слагаемое в (1.47)]. По порядку величины $C_{\eta z} \sim 10^4$ МэВ.

Пример зависимости потенциальной энергии от атомного и зарядового чисел показан на Рис. 1.8 в точке контакта системы ядер $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$. Два хорошо выраженных минимума соответствуют сильно связанным ядрам ^{136}Xe и ^{209}Bi . Потенциал имеет форму долины с крутыми стенками. Это заставляет систему эволюционировать преимущественно вдоль дна потенциала (пунктирная кривая), подавляя передачу массы и заряда в других направлениях.

1.2.3. Стандартная двухцентровая оболочечная модель

Первая модель для расчета спектра одночастичных состояний деформированного ядра была предложена Нильссоном [155, 156]. Эта модель основана на потенциале среднего поля в виде аксиально-симметричного гармонического осциллятора, а форма ядра предполагалась, соответственно, эллипсоидом вращения. Несмотря на свою простоту, модель Нильссона оказалась достаточно успешной в описании масс основных состояний ядер, но не могла быть применена для больших деформаций ядер. Поэтому несколь-

ко позже было предложено хорошо известное обобщение модели Нильссона, названное двухцентрковой оболочечной моделью [84–86, 157]. Эта модель способна корректно описывать переход от малых эллиптических деформаций основного состояния ядра, где она совпадает с моделью Нильссона, к сильно деформированному ядру и далее к системе двух полностью разделенных ядер, давая нильссоновскую модель для каждого из осколков.

Ниже, при описании стандартной двухцентрковой модели, мы будем следовать работе [86], в которой представлен наиболее общий ее вид. В частности, в [86] модель была обобщена на случай масс-асимметричных форм системы, а потенциал среднего поля был модифицирован таким образом, чтобы обеспечивалась гладкость формы ядра в точке касания фрагментов.

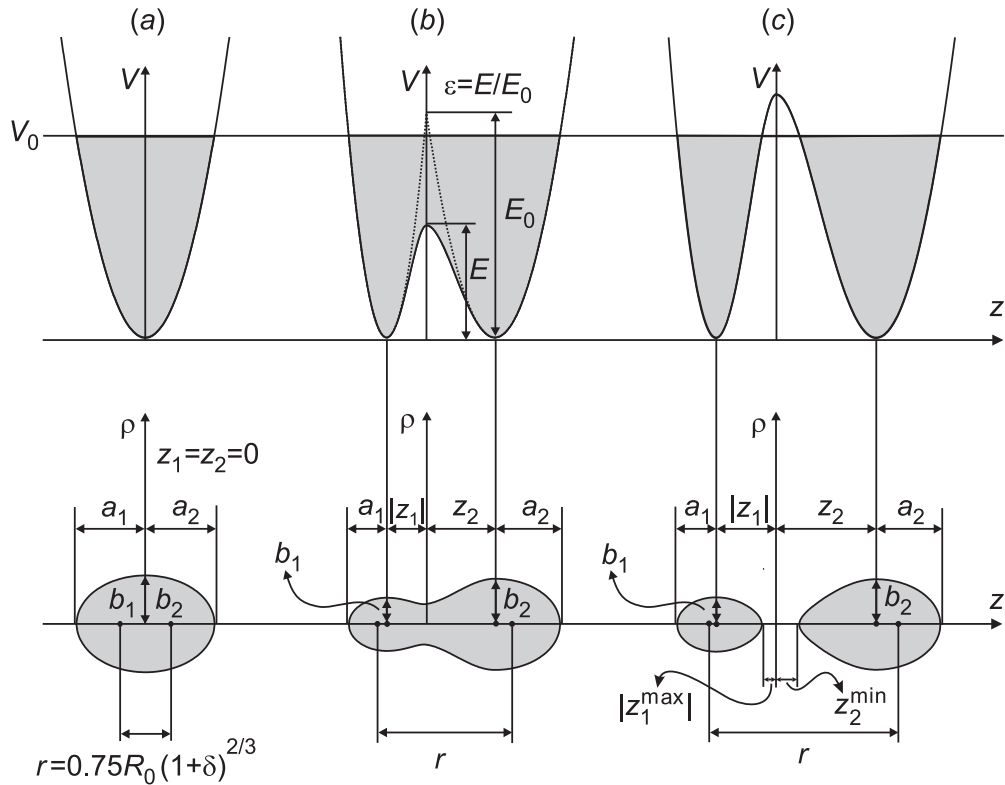


Рис. 1.9: Пример форм ядра в двухцентрковой параметризации и соответствующие им потенциалы $V(\rho = 0, z)$. Рисунок выполнен для $\delta_1 = \delta_2 = \delta = 0.5$ и $\varepsilon = 0.5$. Рисунок (а) и (б) соответствует $z_1^{\max} = z_2^{\min} = 0$. Параметр массовой асимметрии равен нулю для случая (а) и $\eta = 0.625$ — для (б) и (в).

Одночастичные состояния деформированного ядра находятся путем диагонализации полного гамильтониана в пространстве выбранных волновых функций. Задача существенно упрощается, если все матричные элементы могут быть вычислены аналитически, что достигается подходящим выбором базисных функций. Полный гамильтониан

двухцентральной оболочечной модели имеет вид

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2 + V(\mathbf{r}) + V_{\text{LS}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}) + V_{\text{L}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{p}). \quad (1.48)$$

В цилиндрических координатах не зависящая от момента часть потенциала $V(\mathbf{r})$ в силу аксиальной симметрии ядра является функцией лишь ρ и z :

$$V(\rho, z) = \frac{1}{2}m_0 \begin{cases} \omega_{z_1}^2 z'^2 + \omega_{\rho_1}^2 \rho^2, & z \leq z_1, \\ \omega_{z_1}^2 z'^2 (1 + c_1 z' + d_1 z'^2) + \omega_{\rho_1}^2 (1 + g_1 z'^2) \rho^2, & z_1 < z \leq 0, \\ \omega_{z_2}^2 z'^2 (1 + c_2 z' + d_2 z'^2) + \omega_{\rho_2}^2 (1 + g_2 z'^2) \rho^2, & 0 < z \leq z_2, \\ \omega_{z_2}^2 z'^2 + \omega_{\rho_2}^2 \rho^2, & z > z_2, \end{cases} \quad (1.49)$$

где

$$z' = \begin{cases} z - z_1 & z \leq 0, \\ z - z_2 & z > 0. \end{cases} \quad (1.50)$$

Легко видеть (см. Рис. 1.9), что внешние (относительно z_1 и z_2) части потенциала (1.49) представляют собой потенциалы аксиально симметричных гармонических осцилляторов с центрами в точках z_i и частотами $w_{\rho i}$ и $w_{z i}$, где $i = 1, 2$. Внутренняя часть потенциала (между z_1 и z_2) имеет более сложный вид.

Потенциал спин-орбитального взаимодействия записывается в виде

$$V_{\text{LS}}(\mathbf{r}, \mathbf{p}, \mathbf{s}) = \begin{cases} \left\{ -\frac{\hbar\kappa_1}{m_0\omega_{01}}, (\nabla V \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{s} \right\}, & z \leq 0, \\ \left\{ -\frac{\hbar\kappa_2}{m_0\omega_{02}}, (\nabla V \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{s} \right\}, & z > 0, \end{cases} \quad (1.51)$$

а потенциал V_{L^2} имеет вид

$$V_{\text{L}^2}(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\{\kappa_1\mu_1\hbar\omega_{01}, \mathbf{I}^2\} + \kappa_1\mu_1\hbar\omega_{01}\frac{\mathcal{N}_1(\mathcal{N}_1+3)}{2}\delta_{if}, & z \leq 0, \\ -\frac{1}{2}\{\kappa_2\mu_2\hbar\omega_{02}, \mathbf{I}^2\} + \kappa_2\mu_2\hbar\omega_{02}\frac{\mathcal{N}_2(\mathcal{N}_2+3)}{2}\delta_{if}, & z > 0. \end{cases} \quad (1.52)$$

Здесь фигурные скобки обозначают антикоммутатор, обеспечивающий эрмитовость соответствующего оператора; κ_i — константа спин-орбитального взаимодействия; μ_i — подгоночный параметр модели Нильссона; \mathcal{N}_i — «номер осцилляторной оболочки» для левой ($z \leq 0$) или правой ($z > 0$) части ядра; $\hbar\omega_{0i} = 41/\tilde{A}_i^{1/3}$ — расстояние между уровнями сферически симметричного осциллятора, где \tilde{A}_i — массовое число «будущего фрагмента», определенное в [86] как $\tilde{A}_i = a_i b_i^2 / r_0^3$, т.е. дополнением формы соответствующей части ядра до эллипсоида с полуосями a_i и b_i . Параметры \mathcal{N}_i и \tilde{A}_i должны быть

определены так, чтобы для эллипсоидальной формы исходного составного ядра равняться номеру осцилляторной оболочки и массовому числу этого ядра, а в асимптотике разделенных ядер достигать значений, соответствующих фрагментам. Более детальное описание двухцентровой оболочечной модели можно найти в [86].

Потенциал (1.49) содержит 12 параметров (z_i , ω_{zi} , $\omega_{\rho i}$, c_i , d_i и g_i). На этот потенциал могут быть наложены условия, позволяющие определить 7 из них:

- (1) Потенциал $V(\rho, z)$, так же, как и его производная по z , должны быть непрерывны в точках плоскости $z = 0$.
- (2) Объем ядра постоянен и равен $4/3\pi R_0^3$, где R_0 — радиус сферического ядра. Это означает, что поверхность ядра является эквипотенциалью $V(\rho, z)$, и величина потенциала на поверхности остается неизменной, вне зависимости от деформации. В частности, для сферического ядра имеем

$$\hbar \overset{\circ}{\omega}_0 = \frac{41}{A^{1/3}} \text{MeV}, \quad R_0 = r_0 A^{1/3}, \quad V_0 = \frac{1}{2} m_0 \overset{\circ}{\omega}_0^2 R_0^2. \quad (1.53)$$

Тогда, приравнивая (1.49) к V_0 , мы получаем выражение для профильной функции $\rho_s(z)$, вращение которой относительно оси симметрии z дает форму ядра

$$\rho_s^2(z) = \begin{cases} b_1^2 \left[1 - \frac{z'^2}{a_1^2} \right], & z \leq z_1, \\ b_1^2 \left[1 - \frac{z'^2}{a_1^2} \right] \frac{(1+c_1 z' + d_1 z'^2)}{(1+g_1 z'^2)}, & z_1 < z \leq 0, \\ b_2^2 \left[1 - \frac{z'^2}{a_2^2} \right] \frac{(1+c_2 z' + d_2 z'^2)}{(1+g_2 z'^2)}, & 0 < z \leq z_2, \\ b_2^2 \left[1 - \frac{z'^2}{a_2^2} \right], & z > z_2. \end{cases} \quad (1.54)$$

Из (1.54) видно, что форма ядра в областях $z < z_1$ и $z > z_2$ является половиной эллипсоида вращения с центром в точках z_i . На Рис. 1.9 показаны примеры форм ядра в двухцентровой параметризации с объяснением геометрических параметров ядра. Полуоси a_i и b_i связаны с соответствующими частотами соотношениями: $a_i \omega_{zi} = R_0 \overset{\circ}{\omega}_0 = b_i \omega_{\rho i}$. Три формы ядра соответствуют трем стадиям процесса деления: составное ядро (эллипсоидальная форма), сильно деформированное моноядро и, наконец, два осколка.

Поскольку приведенные выше условия фиксируют лишь 7 из 12 параметров потенциала, то остальные 5 являются свободными и определяют форму ядра. Они (или их функции) могут быть рассмотрены как коллективные координаты. Мы используем следующий набор степеней свободы ядра:

- (1) Удлинение ядра. В качестве этой степени свободы может быть выбрано расстояние между центрами масс двух половин системы (одна в области $z \leq 0$ и другая — $z > 0$)

$$r = \frac{\int_{z_2^{\min}}^{z_2^{\max}} z \rho_s^2(z) dz}{\int_{z_2^{\min}}^{z_2^{\max}} \rho_s^2(z) dz} - \frac{\int_{z_1^{\min}}^{z_1^{\max}} z \rho_s^2(z) dz}{\int_{z_1^{\min}}^{z_1^{\max}} \rho_s^2(z) dz}. \quad (1.55)$$

Значения z_i^{\min} и z_i^{\max} являются корнями уравнения $\rho_s(z) = 0$. Для системы из двух разделенных ядер имеем четыре корня данного уравнения. Для моноядра корней будет два, и тогда $z_1^{\max} = z_2^{\min} = 0$. Из Рис. 1.9 видно, что $z_1^{\min} = z_1 - a_1$, а $z_2^{\max} = z_2 + a_2$. В случае разделенных ядер r — расстояние между центрами масс этих ядер. Сферическому моноядру соответствует $r = 0.75R_0$.

Альтернативным вариантом координаты удлинения может быть расстояние между центрами осцилляторов $r = z_2 - z_1$. Сферическому моноядру соответствует $r = 0$, а для разделенных ядер оба определения практически совпадают (совпадение является точным при параметризации форм ядер эллипсоидами вращения). В силу своей простоты, второе определение более удобно, например, при моделировании столкновения тяжелых ионов (см. главу 2). Тем не менее, в этой главе в качестве координаты удлинения используется расстояние между центрами масс.

- (2) — (3) Деформации осколков δ_1 и δ_2 , задаваемые как деформации двух потенциалов гармонического осциллятора. Мы определяем их как $\delta_i = a_i/b_i - 1 = \omega_{\rho i}/\omega_{z i} - 1$.
- (4) Координата массовой асимметрии $\eta_A = (A_2 - A_1)/(A_1 + A_2)$, где A_1 и A_2 — массовые числа двух половин системы

$$\eta_A = \frac{3}{4R_0^3} \left[\int_{z_2^{\min}}^{z_2^{\max}} \rho_s^2(z) dz - \int_{z_1^{\min}}^{z_1^{\max}} \rho_s^2(z) dz \right]. \quad (1.56)$$

Для удобства вычислений потенциальной энергии на большой сетке (при большом числе узлов) удобно использовать приближенное выражение $\eta_A \simeq (a_2 b_2^2 - a_1 b_1^2) / (a_2 b_2^2 + a_1 b_1^2)$. Это выражение является точным для эллипсоидальной формы ядер.

- (5) Параметр шейки ε . Он возникает из-за сглаживания потенциала $V(\rho, z)$ в области между осцилляторными центрами z_1 и z_2 и определяется как отношение высоты сглаженного потенциала к несглаженному в точке пересечения потенциалов гармонических осцилляторов (см. Рис. 1.9). Таким образом, меньшим значениям ε соответствует бóльшая толщина шейки при фиксированном значении r .

1.2.4. Неаддитивность формулы Вейцекера и недостатки стандартной версии двухцентровой оболочечной модели

Непосредственное использование макроскопической формулы Вейцекера (1.33) при расчете массы сильно деформированной ядерной системы (например, конфигурации из двух касающихся ядер) сталкивается с определенными трудностями. Нетрудно видеть, что зависимость от деформации ядра входит только в два слагаемых выражения (1.33) через безразмерные функционалы поверхностной $B_n(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ и кулоновской энергии $B_C(r, \mathbf{x}, \eta_A)$. Остальные члены (1.33) от деформации не зависят. Некоторые из этих членов не аддитивны по A и Z . Аддитивной является только часть выражения (1.33): $M_p Z + M_n N - c_a(N - Z)$. В специальном случае $I_1 = I_2 = I$, реализующемся, например, при симметричном делении составного ядра, будут аддитивны также объемный, поверхностный и кулоновский члены. Однако в общем случае следует предполагать, что

$$\frac{Z_1}{A_1} \neq \frac{Z_2}{A_2} \neq \frac{Z}{A}. \quad (1.57)$$

Неаддитивность выражения (1.33) при неравномерном распределении заряда между осколками частично, но не полностью, компенсируется использованием выражения (1.46) для макроскопической массы. Тем не менее, указанная неаддитивность приводит к неправильному описанию перехода от массы основного состояния ядра к массам двух разделенных ядер, образующихся, например, в процессе деления составного ядра [38, 137, 138, 158, 159]. Это легко понять, рассмотрев два ядра, находящихся на расстоянии r друг от друга, двумя способами: 1) как единую систему, масса которой может быть описана с помощью выражения (1.33), примененного ко всей системе; 2) как два взаимодействующих ядра; в этом случае масса каждого из ядер дается формулой (1.33), а масса системы есть сумма масс частей плюс энергия их взаимодействия. Очевидно, что оба этих подхода должны давать одинаковый результат, чего не происходит. Так, например, в первом случае выражение для массы системы будет содержать один член A^0 , а во втором — два таких члена. Приведем еще один пример с вигнеровским членом: для моноядра он составляет $W|I|$, а для разделенных ядер он должен быть равен $W|I_1| + W|I_2| \neq W|I|$. Наличие неаддитивных членов в (1.33) заведомо приводит к неправильной асимптотике потенциальной энергии для разделенных ядер.

Стандартная двухцентровая оболочечная модель также имеет свои недостатки:

- (1) Во-первых, это ошибки, возникающие при расчете одночастичных уровней вблизи точки контакта и для разделенных ядер в случае ненулевой массовой асимметрии. Как было сказано выше, метод расчета одночастичных состояний базируется на диагонализации гамильтониана (1.48) в пространстве выбранных базисных функций, причем эти базисные функции имеют аналитическую запись и приводят к аналитическим выражениям для матричных элементов. В работе [86] базисные

функции выбирались как решение уравнения Шредингера для потенциала двух гармонических осцилляторов с центрами в точках z_1 и z_2 , частотами ω_{z_1} и ω_{z_2} вдоль оси симметрии z и равными частотами ω_ρ относительно оси, перпендикулярной оси z ,

$$V(\rho, z) = \frac{1}{2}m_0\omega_\rho^2\rho^2 + \begin{cases} \frac{1}{2}m_0\omega_{z_1}^2(z - z_1)^2, & z \leq 0, \\ \frac{1}{2}m_0\omega_{z_2}^2(z - z_2)^2, & z > 0. \end{cases} \quad (1.58)$$

Можно видеть, что этот потенциал совпадает с потенциалом двухцентровой оболочечной модели (1.49), если исключить сглаживание потенциала между центрами z_1 и z_2 и положить $\omega_{\rho 1} = \omega_{\rho 2} = \omega_\rho$. Последнее условие, с одной стороны, обеспечивает разделение переменных в уравнении Шредингера с потенциалом (1.58) и, следовательно, аналитическую форму базисных функций. С другой стороны, если $\omega_{\rho 1}$ и $\omega_{\rho 2}$ значительно отличаются друг от друга (что соответствует, например, случаю больших массовых асимметрий), то становится практически невозможным точно рассчитать спектр одночастичных состояний, используя базисные функции из [86], или в процедуре диагонализации необходимо учитывать нереально большое (с точки зрения времени счета) число базисных функций.

- (2) Вторым недостатком является неудачная параметризация формы разделенных ядер. Процедура сглаживания потенциала влияет как на форму моноядра, так и на форму разделенных ядер, что хорошо видно на Рис. 1.9. Эта процедура обеспечивает вполне реалистичные формы моноядра. Для разделенных же ядер, на наш взгляд, предпочтительней использовать чисто эллиптическую параметризацию без образования вытянутых навстречу друг к другу «носиков» ядер (т.е. без всякого сглаживания между z_1 и z_2). Это особенно важно для входного канала реакции.

Таким образом, описанная выше стандартная макромикроскопическая модель наряду с несомненными преимуществами имеет ряд недостатков. Под «стандартной моделью» понимается применение выражений (1.33) и (1.46) для расчета макроскопической части массы ядерной системы при любых деформациях (в том числе, разделенных фрагментов) и стандартной двухцентровой оболочечной модели для определения оболочечной поправки.

На Рис. 1.10 показана адиабатическая потенциальная энергия, вычисленная в стандартном подходе (сплошная кривая), в сравнении с адиабатическим фолдинг-потенциалом (пунктирная кривая) для случая $^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$. Поскольку основному состоянию составного ядра ^{296}Lv соответствует нулевая массовая асимметрия $\eta = 0$, а разделенным ядрам — массовая асимметрия входного канала $\eta \approx 0.675$, то при $r < R_{\text{cont}}$

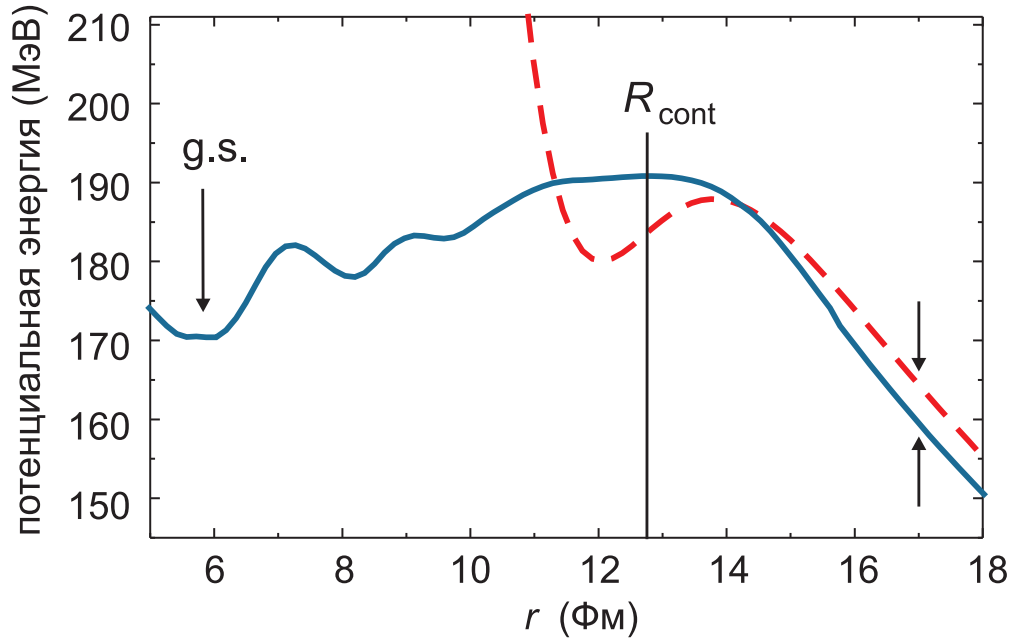


Рис. 1.10: Потенциальная энергия системы $^{296}\text{Lv} \leftrightarrow ^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$, полученная в стандартной макромикроскопической модели (сплошная кривая) и с использованием фолдинг-потенциала (пунктирная кривая). Положение точки контакта показано вертикальной линией. Расчеты выполнены для $\delta_U = 0$ [см. ниже выражение (1.64)]. Параметр массовой асимметрии является функцией расстояния между центрами масс (см. описание рисунка в тексте).

мы учитывали изменение параметра η с уменьшением r (при $r > R_{\text{cont}}$, разумеется, $\eta = \text{const}$). Как отмечалось выше, адиабатический и диабатический потенциалы должны совпадать в асимптотической области разделенных ядер, где их энергия известна точно: сумма экспериментальных значений масс плюс кулоновское взаимодействие. Однако из рисунка хорошо видно существенное отклонение адиабатической потенциальной энергии, полученной в стандартной модели, от «точного» значения не только в асимптотической области, но и в области контакта ядер. Стандартная макромикроскопическая модель не дает правильного значения кулоновского барьера и даже потенциального кармана для такой системы, как $^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$. Таким образом, драйвинг-потенциал, рассчитанный в этой модели, не может быть непосредственно использован для описания процессов глубоконеупругого рассеяния, слияния и квазиделения. Ниже предлагается расширенная версия макромикроскопической модели, в которой устранены отмеченные выше недостатки.

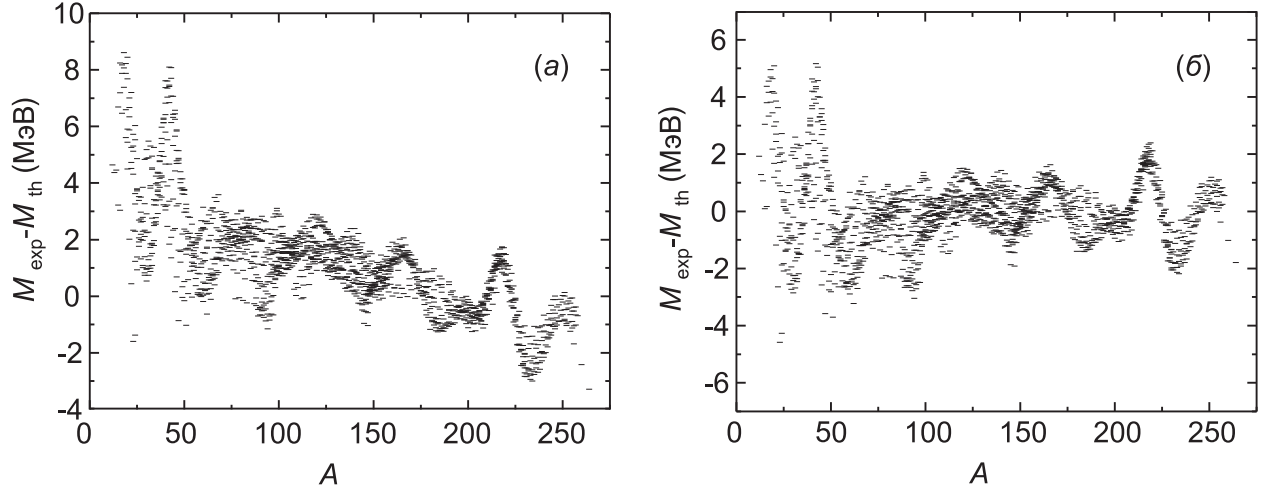


Рис. 1.11: Разница между экспериментальными и теоретически рассчитанными массами основных состояний ядер: (а) с параметрами МЖК из работы [89]; (б) с параметрами, полученными в настоящей работе (см. Таб. 1.2).

1.3. Потенциальная энергия тяжелой ядерной системы в процессах ядро–ядерных столкновений

1.3.1. Расширенная макромикроскопическая модель

Проблема неаддитивности вигнеровского и A^0 членов подробно обсуждается в работах [137, 138, 158, 159], в которых было предложено ввести деформационную зависимость этих двух членов. В работах [36–38] мы предложили ввести зависимость от деформации для всех не аддитивных по A и Z слагаемых в (1.33). В этом случае каждое из таких слагаемых в (1.33) будет заменено следующим образом:

$$\text{NAT}(A, Z) \rightarrow \text{NAT}(A, Z)B(r, \mathbf{x}, \eta_A) + [\text{NAT}(A_1, Z_1) + \text{NAT}(A_2, Z_2)] [1 - B(r, \mathbf{x}, \eta_A)], \quad (1.59)$$

где «NAT» обозначает одно из неаддитивных слагаемых (Non-Additive Term), A_i и Z_i — массовые и зарядовые числа осколков и $B(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ — некая функция, зависящая от деформации. Следует отметить, что для аддитивных членов замена (1.59) является тождеством. Таким образом, если заменить все слагаемые в (1.33) согласно (1.59), то при подходящем выборе функции $B(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ будет полностью решена проблема с этими членами. Окончательно имеем для макроскопической массы:

$$\begin{aligned} M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) &= M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z)B(r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) \\ &+ [M_{\text{mac}}(A_1, Z_1; \mathbf{x}_1) + M_{\text{mac}}(A_2, Z_2; \mathbf{x}_2) \\ &+ V_{12}(A_1, Z_1, A_2, Z_2; r, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2)] [1 - B(r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z)]. \end{aligned} \quad (1.60)$$

Конкретный вид функции $B(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ достаточно произволен, с тем лишь ограниче-

нием, что ее значение должно быть единицей в области основного состояния составного ядра и нулем для полностью разделенных осколков. Например, в [137] значения $B(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ определялись толщиной шейки. Функция $B(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ из [137] равна единице для форм без шейки, начинает монотонно уменьшаться при появлении шейки и достигает нуля в точке касания осколков.

Как показывают результаты численного решения нестационарного уравнения Шредингера, представленные выше (см. Рис. 1.2), существенное изменение волновых функций нуклонов в ядрах начинается еще до их контакта. Тогда следует предположить, что крутое изменение функции $B(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ должно происходить в районе контакта ядер. Мы используем функцию $B(r, \mathbf{x}, \eta_A)$ вида

$$B(r, \mathbf{x}, \eta_A) = \left[1 + \exp\left(\frac{r - R_{\text{cont}}}{a_{\text{diff}}}\right) \right]^{-2}, \quad (1.61)$$

где $R_{\text{cont}}(\mathbf{x}; A_1, A_2)$ — расстояние между центрами масс ядер, соответствующее точке контакта (или разрыва) и a_{diff} — варьируемый параметр.

Таблица 1.2: Параметры макроскопической составляющей массы ядра (1.33)

| параметр | a_v , МэВ | k_v | a_0 , МэВ | c_a , МэВ | W , МэВ |
|---------------|-------------|---------|-------------|-------------|-----------|
| [89] | 16.00126 | 1.92240 | 2.615 | 0.10289 | 30.0 |
| данная работа | 16.02590 | 1.91385 | 6.711 | 0.04998 | 27.276 |

Отметим, что выражение (1.60) обеспечивает корректное поведение макроскопической части драйвинг–потенциала как в районе основного состояния составного ядра, так и в асимптотике двух разделенных ядер. Выбор параметра $a_{\text{diff}} \sim 0.5$ Фм гарантирует, что драйвинг–потенциал будет давать те же положение и величину кулоновского барьера слияния, что и адиабатический потенциал (1.30).

Одной из ключевых характеристик потенциальной энергии является точность, с которой описываются массы основных состояний ядер. Следовательно, в первую очередь мы должны проверить, насколько аккуратно мы описываем экспериментальные массы основных состояний ядер. Для этих расчетов мы ограничились только эллипсоидальными формами ядер, поскольку именно такие формы разделенных ядер предполагались при проведении динамических расчетов в главе 2. Разница между экспериментальными и рассчитанными значениями масс, полученными со стандартными значениями параметров [89], показана на Рис. 1.11 (а) как функция массового числа. Как видно, полученные значения имеют систематический наклон. Этот наклон может быть ликвидирован подгонкой макроскопической части потенциальной энергии (1.33). Дополнительное фитирование 5 параметров макроскопической массовой формулы, входящих в объемный, A^0 , $(N - Z)$ и вигнеровский члены, дает результат, показанный на Рис. 1.11 (б).

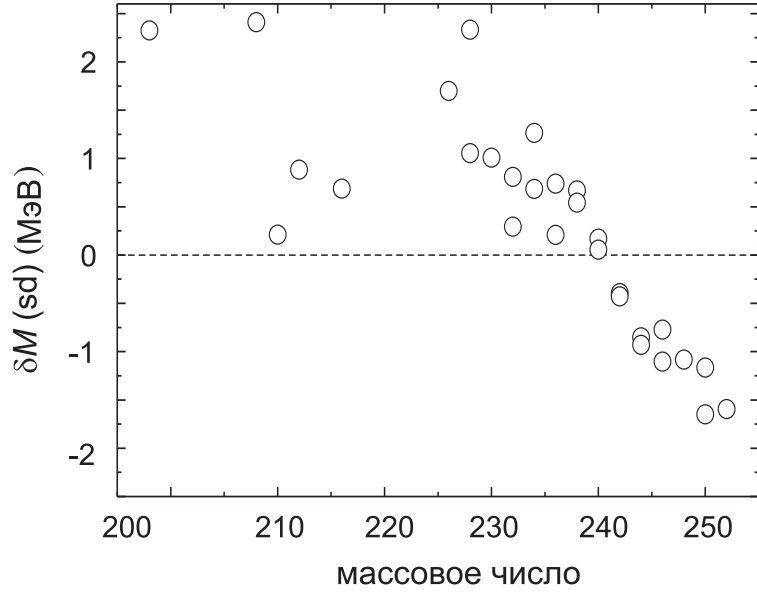


Рис. 1.12: Сравнение экспериментальных и теоретических масс ядер в седловой точке. Компиляция экспериментальных барьеров деления бралась из [160].

Найденные значения параметров представлены в Таб. 1.2.

Другой важной статической характеристикой ландшафта потенциальной энергии ядерной системы являются барьеры деления, определяемые как разность ядерных масс в седловой точке и основном состоянии $B_f = M(\text{sd}) - M(\text{g.s.})$. Потенциальная энергия для определения высот барьеров деления рассчитывалась в трехмерном пространстве деформаций: расстояние между центрами масс, обобщенная деформация и массовая асимметрия (см. детали в подразделе 1.3.3). Поиск высоты барьера деления осуществлялся в работе [39] методом «подтопления» (flooding) [138–141]. Шаг за шагом уровень «воды» повышается в области основного состояния. При этом отслеживается «влажная» область потенциальной энергии. Процедура завершается, когда «влажной» становится область разделенных ядер. Минимально необходимый для этого уровень «воды» и определяет высоту барьера деления. На Рис. 1.12 сравниваются экспериментальные $[B_f^{(\text{exp})} + M^{(\text{exp})}(\text{g.s.})]$ и теоретические массы в седловой точке тяжелых ядер. Видно, что они согласуются в пределах 2 МэВ. Другие особенности ландшафта потенциальной энергии в области седловых деформаций изучались нами в работе [39]. В [39] обсуждалась справедливость так называемой топографической теоремы Святецкого. Эта теорема, в частности, обосновывает использование простого соотношения для вычисления барьера деления $B_f = B_{\text{LDM}} + \delta U(\text{g.s.})$, где B_{LDM} — макроскопический барьер деления, рассчитываемый, например, в модели жидкой капли, а $\delta U(\text{g.s.})$ — оболочечная поправка к массе основного состояния. Это соотношение используется, как правило, при моделировании девозбуждения составного ядра (нахождении делительной ширины) в рамках статистической модели ядра. Обсуждению данного вопроса посвящено Приложение А.

Как уже отмечалось выше, для более точного расчета одночастичных уровней и обо-

лочечной поправки для больших массовых асимметрий необходимо использовать более подходящий набор базисных функций. Данная задача является достаточно сложной, и ее решение приводит к существенному повышению трудоемкости расчетов. Здесь мы предлагаем использовать достаточно простую процедуру для решения этой проблемы. Следует ожидать, что наибольшая ошибка при расчете схемы уровней (или оболочечной поправки) возникает в районе точки контакта (или разрыва), а также для разделенных ядер, т.е. в области, где уже хорошо выражены индивидуальные свойства двух ядер. В то же время мы легко можем рассчитать значения оболочечной поправки δE для двух разделенных ядер. Таким образом, мы можем использовать ту же самую процедуру, что и для макроскопической части потенциальной энергии с той же функцией (1.61), т.е.

$$\delta U = \delta U_{\text{TCSM}} B(r, \mathbf{x}, \eta_A) + \left[\delta U_{\text{TCSM}}^{(1)} + \delta U_{\text{TCSM}}^{(2)} \right] [1 - B(r, \mathbf{x}, \eta_A)], \quad (1.62)$$

где δU_{TCSM} — оболочечная поправка, рассчитанная в стандартной двухцентровой оболочечной модели, а $\delta U_{\text{TCSM}}^{(i)}$ ($i = 1, 2$) — оболочечные поправки, определенные отдельно для каждого из ядер. Очевидно, что эта процедура обеспечивает асимптотически верное поведение оболочечной поправки и, тем самым, более правильное значение Q -реакции в каналах с перераспределением нуклонов.

Таким образом, суммируя сказанное выше, получаем следующее выражение для адиабатической потенциальной энергии в расширенной макромикроскопической модели:

$$\begin{aligned} V_{\text{adiab}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) &= \{ [M_{\text{mac}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z) + \delta U_{\text{TCSM}}(A, Z; r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z)] \\ &- [M_{\text{mac}}(A_P, Z_P; \mathbf{x}_P^{\text{g.s.}}) + \delta U_{\text{TCSM}}(A_P, Z_P; \mathbf{x}_P^{\text{g.s.}})] \\ &- [M_{\text{mac}}(A_T, Z_T; \mathbf{x}_T^{\text{g.s.}}) + \delta U_{\text{TCSM}}(A_T, Z_T; \mathbf{x}_T^{\text{g.s.}})] \} B(r, \mathbf{x}, \eta_A) \\ &+ V_{\text{diab}}(A, Z; r, \mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \eta_A, \eta_Z) [1 - B(r, \mathbf{x}, \eta_A)]. \end{aligned} \quad (1.63)$$

Отметим, что первые два слагаемых в (1.63) рассчитываются в рамках двухцентровой параметризации ядер, а все остальные — в эллипсоидной.

На Рис. 1.13 показан пример рассчитанного драйвинг-потенциала в расширенной макромикроскопической модели с использованием формулы (1.63). В качестве энергии взаимодействия ядер V_{12} при расчете V_{diab} был использован фолдинг-потенциал. Из Рис. 1.13 видно, что предлагаемый метод обеспечивает правильное поведение потенциальной энергии в асимптотической области разделенных ядер, а также правильное положение и величину барьера слияния.

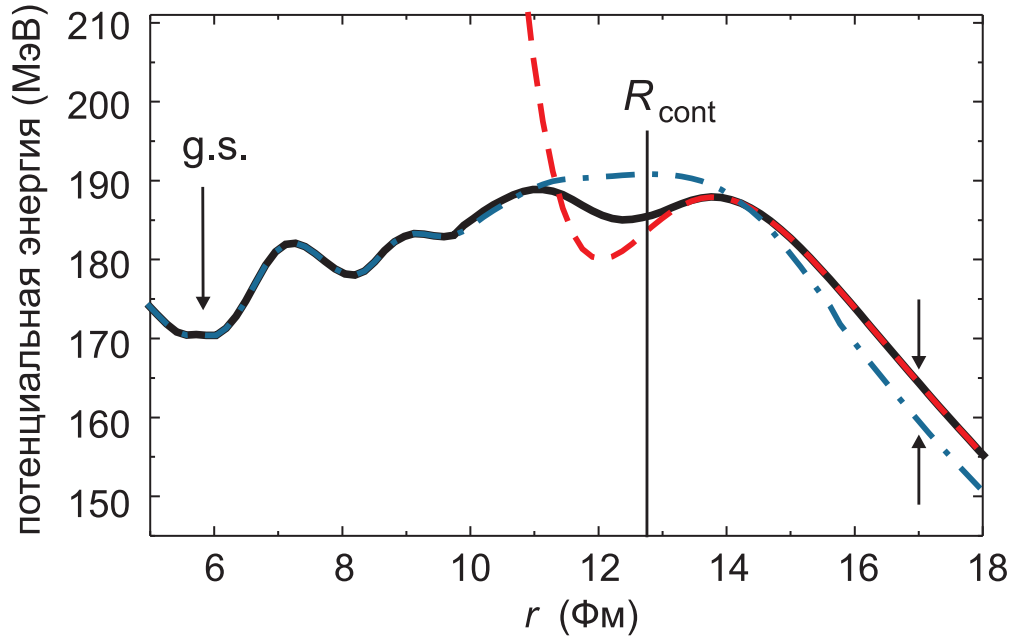


Рис. 1.13: Потенциальная энергия взаимодействия ядерной системы $^{296}\text{Lv} \leftrightarrow ^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$, полученная в расширенной (сплошная кривая) и стандартной (штрих-пунктирная кривая) макромикроскопической модели. Пунктирная кривая соответствует диабатическому потенциалу. Положение точки контакта показано вертикальной линией.

1.3.2. Ориентационные эффекты во взаимодействии ядер

Хорошо известно, что ориентационные эффекты играют важную роль при подбарьерном слиянии ядер, значительно увеличивая сечение контакта за счет понижения высоты кулоновского барьера при ориентации «нос-к-носу» (см. выше Рис. 1.7). Существуют некоторые указания на то, что ориентация ядер в точке контакта сильно влияет также и на вероятность образования составного ядра [161–163] (особенно в реакциях синтеза сверхтяжелых элементов [164]). Эта вероятность значительно уменьшается для ориентаций «нос-к-носу», при которых ядерная система распадается преимущественно в каналы квазиделения. До сих пор этот эффект не был детально изучен в теоретических моделях. Основная проблема здесь заключается именно в сложности расчета соответствующей потенциальной энергии для последовательных форм ядерной системы, которые не известны и трудно определимы при отсутствии аксиальной симметрии. Это касается, в частности, механизма восстановления аксиальной симметрии двух произвольно ориентированных ядер, находящихся в контакте. Процесс восстановления аксиальной симметрии хорошо прослеживается при использовании микроскопических времязависимых подходов. Так, например, расчеты, выполненные в рамках времязависимого уравнения Хартри-Фока [165, 166] для системы $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ при ориентации ядра берклия 45° , показывают, что аксиальная симметрия в двойной ядерной системе достигается за время порядка $3 \cdot 10^{-21}$ с. Мы считаем, что это время должно корре-

лизовать с периодом квадрупольных осцилляций изолированного ядра. Для $^{249}\text{Вк}$ это время составляет около $6 \cdot 10^{-21}$ с, что подтверждает справедливость такого допущения. Систематическое исследование в рамках времязависимых микроскопических подходов могло бы прояснить вопрос об эволюции форм произвольно ориентированных взаимодействующих ядер. В настоящий момент картина этого процесса полностью не ясна, что заставляет использовать определенные физические допущения.

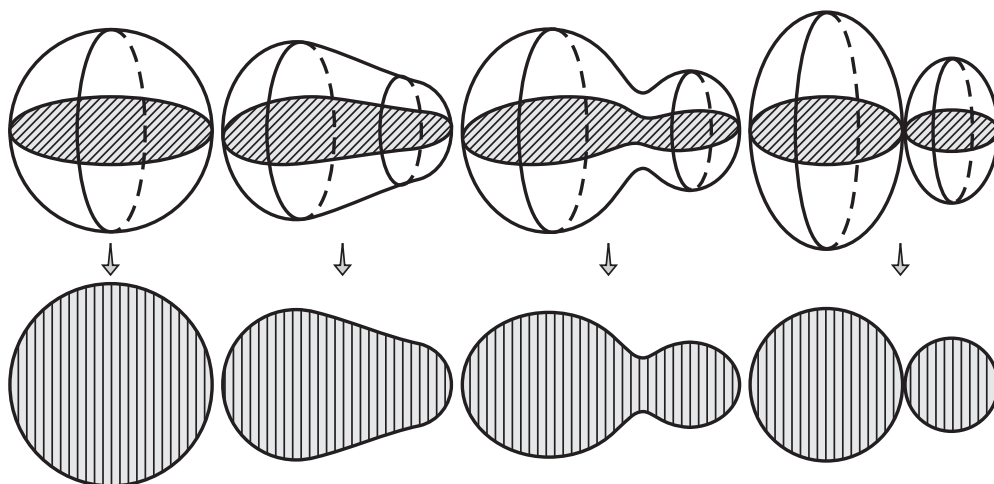


Рис. 1.14: Вид сбоку (верхние фигуры) и сверху (нижние фигуры) на последовательные формы ядерной системы, эволюционирующей из конфигурации двух статически деформированных ядер, касающихся друг друга в экваториальной плоскости, в состоянии составного моноядра.

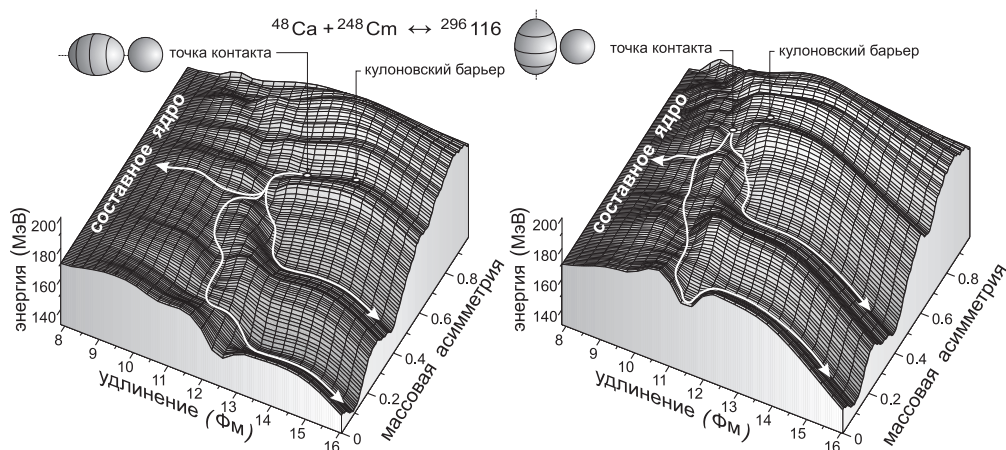


Рис. 1.15: Драйвинг-потенциал ядерной системы, образующейся при «полярном» (слева) и «экваториальном» (справа) столкновении ядер ^{48}Ca и ^{248}Cm . Кривые со стрелками показывают траектории квазиделения (идущие в долины с образованием магических ядер свинца и олова) и формирования составного ядра.

Так, в работах [82, 83, 167] было предложено рассчитывать адиабатическую потенциальную энергию для ориентации ядер «бок-к-боку», предполагая, что на пути образования составного ядра может происходить динамическое изменение лишь экваториальных деформаций обоих ядер, в то время как их статическая деформация вдоль осей, пер-

пендикулярных линии, соединяющей два центра, постепенно релаксирует к нулевому значению с увеличением экваториальных деформаций и величины переданной массы (см. схематический Рис. 1.14). Справедливость этого предположения объяснялась отсутствием в системе сил, которые могли бы изменять «перпендикулярные» деформации фрагментов. В этом случае не требуется введение дополнительных степеней свободы. Рассчитанные в таком подходе потенциальные поверхности для двух фиксированных ориентаций статически деформированного ядра ^{248}Cm , сливающегося с ядром ^{48}Ca , показаны на Рис. 1.15 в пространстве «массовая асимметрия — удлинение». Для боковых ориентаций высота кулоновского барьера во входном канале значительно выше. Однако в точке контакта такая конфигурация намного компактней, и путь к образованию составного ядра намного короче по сравнению с ориентацией «нос-к-носу». Поэтому мы можем ожидать более высокой вероятности слияния для таких конфигураций.

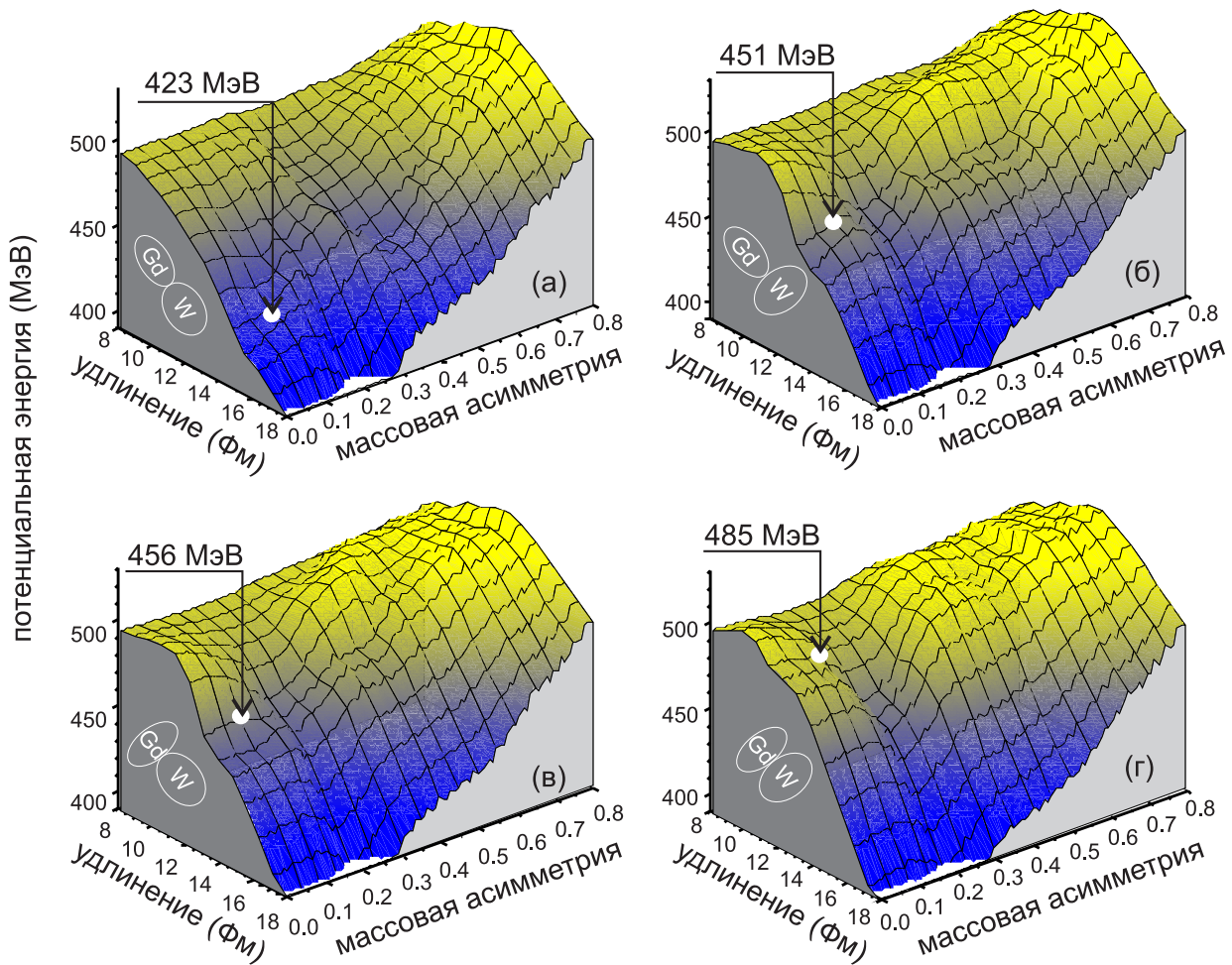


Рис. 1.16: Адиабатическая потенциальная энергия в координатах удлинение–массовая асимметрия системы $^{160}\text{Gd}+^{186}\text{W}$ для четырех вариантов взаимной ориентации снаряда и мишени: «нос-к-носу» (а), «нос-к-боку» (б), «бок-к-носу» (в) и «бок-к-боку» (г). Точками отмечены положения контакта ядер. Числа в левом верхнем углу каждого из рисунков дают величины барьеров для соответствующих конфигураций системы.

Другой вариант построения потенциальной энергии ориентированных ядер, пред-

лагаемый нами, [168] может основываться на предположении, что ядра, будучи «заморожены» в точке контакта, будут преимущественно сохранять расстояние между центрами масс в то время, как в перпендикулярном направлении будет происходить релаксация формы к аксиально-симметричной. Разумность такого предположения основывается на том факте, что энергия взаимодействия двух ядер определяется в первую очередь расстоянием между их поверхностями, которое остается неизменным. Таким образом, процесс восстановления аксиальной симметрии будет идти практически без изменения энергии взаимодействия ядер. Фиксация расстояния между центрами ядер позволяет довольно просто связать деформации исходной пары ориентированных ядер с деформацией конечной аксиально-симметричной формы. Потенциальная энергия системы $^{160}\text{Gd}+^{186}\text{W}$, рассчитанная в таком подходе, показана на Рис. 1.16 для четырех вариантов взаимной ориентации снаряда и мишени. На динамику столкновения этих ядер будет влиять не только существенная разница в барьерах для разных ориентаций, достигающая 60 МэВ, но и хорошо заметные отличия в ландшафтах потенциальной энергии.

Таким образом, можно сделать вывод, что расчет адиабатического драйвинг-потенциала для ядерной системы, эволюционирующей из состояния с произвольной ориентацией касающихся друг друга статически деформированных ядер, является чрезвычайно сложной задачей. Заметим, что адиабатический потенциал вычисляется при этом довольно просто (см. выше подраздел 1.1.4). Для оценки ориентационных эффектов при ядро-ядерном столкновении можно произвести простое усреднение результатов, полученных для предельных ориентаций.

1.3.3. Выбор степеней свободы ядерной системы. Временная зависимость потенциальной энергии

Выбор подходящих коллективных степеней свободы для описания низкоэнергетической ядерной динамики является довольно сложной задачей. С одной стороны, этих переменных не должно быть слишком много, чтобы суметь провести соответствующий численный анализ. С другой стороны, при малом их числе вряд ли возможно адекватное описание ядерных форм, через которые проходит система в процессах слияния-деления. Как уже отмечалось, расстояние между центрами масс двух разделенных ядер или формирующихся осколков (удлинение), их динамические деформации, а также координата массовой асимметрии системы (нуклонные передачи) безусловно играют наиболее важную роль. Помимо этого, существенную роль может играть также различие форм ядер во входном (слияние) и выходном (деление, квазиделение) каналах. Принято считать, что для процесса деления (и квазиделения) характерны разрывные конфигурации с большим расстоянием между центрами масс осколков и ярко выраженной шейкой. В то же время, при начальном соприкосновении ядер во входном канале, по всей видимости,

образуются более компактные конфигурации. Таким образом, параметр ε , определяющий толщину шейки в двухцентровой параметризации формы ядер, также должен быть включен в рассмотрение.

Учет всех пяти степеней свободы, определяющих форму ядра, является сложной вычислительной задачей из-за слишком больших объемов данных, необходимых при использовании пятимерной сетки. С целью уменьшения числа переменных, во-первых, вместо двух независимых динамических деформаций δ_1 и δ_2 можно использовать лишь одну переменную δ_U . Связь между δ_U и δ_i задается следующим образом:

$$\begin{aligned} 2\delta_U &= (\delta_1 - \delta_1^{(0)}) + (\delta_2 - \delta_2^{(0)}), \\ C_{\delta_1}(\delta_1 - \delta_1^{(0)}) &= C_{\delta_2}(\delta_2 - \delta_2^{(0)}), \\ C_{\delta_i} &= \frac{8}{45} \left(2a_s \left[1 - k_s \left(\frac{N_i - Z_i}{A_i} \right)^2 \right] A_i^{2/3} - \frac{3}{5} \frac{e^2 Z_i^2}{r_0 A_i^{1/3}} \right). \end{aligned} \quad (1.64)$$

Второе соотношение в (1.64) фактически означает равенство сил, прилагаемых при деформации двух фрагментов (в области $z \leq 0$ и $z > 0$). При этом мы ограничились квадратичным членом разложения энергии деформации в ряд Тейлора по степеням деформации. Для жесткости C_{δ_i} может быть использовано выражение, полученное для эллипсоидальной формы ядра. Деформации $\delta_i^{(0)}$ соответствуют минимуму потенциальной энергии при фиксированных остальных коллективных координатах и задаются в виде:

$$\delta_i^{(0)} = \begin{cases} \delta^{g.s.}(A, Z), & r \leq \tilde{R}_{CN}, \\ \delta^{g.s.}(A_i, Z_i), & r \geq R_{\text{cont}}, \\ \delta^{g.s.}(A, Z) + [\delta^{g.s.}(A_i, Z_i) - \delta^{g.s.}(A, Z)] \sin^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{r - \tilde{R}_{CN}}{r_{\text{cont}} - r_{CN}} \right), & R_{\text{cont}} > r > \tilde{R}_{CN}, \end{cases} \quad (1.65)$$

где $\delta^{g.s.}(A, Z)$ — деформация основного состояния ядра, а \tilde{R}_{CN} — расстояние между центрами масс, соответствующее $z_2 - z_1 = 0$. Отметим, что использование обобщенной деформации δ_U является оправданным при изучении статических характеристик потенциальной энергии (прежде всего, барьеров деления). В то же время полноценное моделирование динамики ядро-ядерных столкновений требует учета независимых деформаций обеих частей двойной ядерной системы.

Рассмотрим теперь возможность приближенного учета изменения параметра толщины шейки. Для фазы слияния компактная форма ядер хорошо описывается при значении $\varepsilon = 1$. При описании процесса деления значение ε должно быть выбрано так, чтобы минимизировать потенциальную энергию вдоль пути деления. В работе [169] было рекомендовано использовать $\varepsilon \approx 0.35$. На Рис. 1.17 показана двумерная карта макроскопической потенциальной энергии в координатах (r, ε) . Соответствующая карта форм ядерной системы показана на Рис. 1.18. Как видно из этого рисунка, положение точ-

ки разрыва очень чувствительно к величине ε , следовательно и кинетическая энергия осколков деления также будет существенно зависеть от ε . На основании проведенных расчетов мы можем сделать следующие выводы:

- (1) Для разделенных ядер потенциальная энергия практически не зависит от ε . Поэтому при движении сталкивающихся ядер из бесконечности к точке контакта величина ε практически не изменяется ($\varepsilon = 1$).
- (2) Потенциальная энергия не зависит от ε в области основного состояния составного ядра.
- (3) Деление составного ядра (движение от основного состояния вдоль дна ландшафта потенциальной энергии к точке разрыва и далее на бесконечность) происходит при $\varepsilon < 1$. Для показанного на рисунке случая, $\delta_1 = \delta_2 = 0$, наиболее вероятная разрывная конфигурация соответствует $\varepsilon_{\text{out}} \simeq 0.25$. Однако это значение существенно зависит от деформации осколков, например, $\varepsilon_{\text{out}} \simeq 0.35$ для $\delta_1 = \delta_2 = 0.4$ и $\varepsilon_{\text{out}} \simeq 0.45$ для $\delta_1 = \delta_2 = 0.7$.

Для того чтобы ограничиться вычислениями в пространстве лишь четырех переменных $(r, \eta, \delta_1, \delta_2)$, мы предлагаем использовать временную зависимость адиабатической потенциальной энергии, V_{adiab} , релаксирующей от величины, полученной при $\varepsilon = 1$ (входной канал), к потенциальной энергии, соответствующей ε_{out} . Характерное время релаксации, $\tau_\varepsilon \sim 10^{-21} \div 10^{-20}$ с, является параметром модели, который может быть извлечен из анализа массовых и энергетических распределений осколков деления.

Для того чтобы использовать предлагаемые многомерные ядро-ядерные потенциалы взаимодействия также и для анализа ядерных реакций при энергиях от 10 до 40 МэВ/нуклон, где коллективные степени свободы все еще играют заметную роль, необходимо учитывать различие адиабатического (начальная стадия) и адиабатического режима столкновения ядер. Переход к равновесному распределению нуклонов и адиабатическому режиму столкновения происходит довольно быстро, за характерное время $\tau_{\text{ДА}} \sim 10^{-22} \div 10^{-21}$ с [170–173]. Мы рассматриваем здесь $\tau_{\text{ДА}}$ в качестве параметра модели, величину которого можно уточнить из анализа многочисленных экспериментальных данных по глубоконеупругому рассеянию ядер. Заметим, что в последнее время делаются попытки микроскопического рассмотрения процесса временной релаксации адиабатической потенциальной энергии взаимодействия ядер в адиабатическую [172, 173]. В этих расчетах получаются примерно те же значения $\sim 10^{-22} \div 10^{-21}$ с для параметра $\tau_{\text{ДА}}$. Из анализа экспериментальных данных по реакциям глубоконеупругих передач (см. главу 2) нами было получены значения $\tau_{\text{ДА}} = 10^{-22}$ с и $\tau_\varepsilon = 10^{-21} \div 10^{-20}$ с. Таким образом, при описании процессов столкновения ядер вплоть до энергии 40 МэВ/нуклон предлагается использовать следующее выражение для ядро-ядерной потенциальной энергии

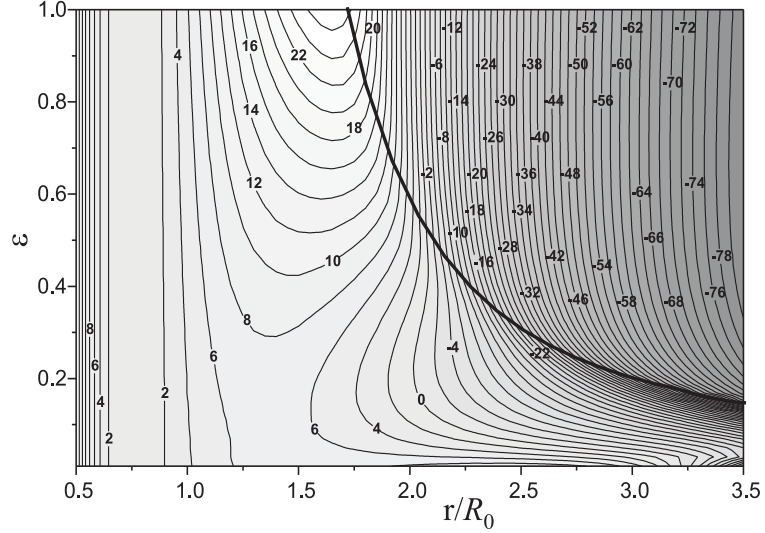


Рис. 1.17: Потенциальная энергия в координатах (r, ε) для ядра ^{224}Th , полученная в МЖК [87, 88] и нормированная на ноль для сферического составного ядра. Потенциальная энергия рассчитана при $\eta_A = 0$ и $\delta_1 = \delta_2 = 0$. Толстая кривая — линия разрыва.

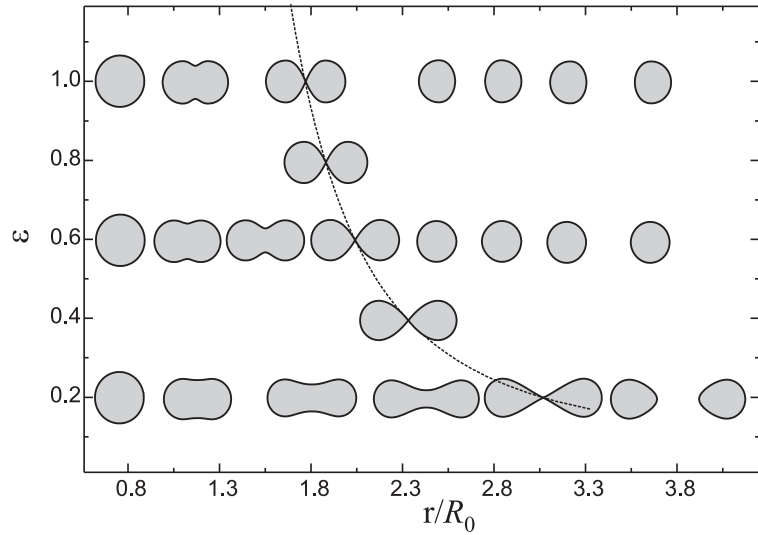


Рис. 1.18: Карта форм ядра в координатах (r, ε) для случая $\eta_A = 0$ и $\delta_1 = \delta_2 = 0$.

взаимодействия:

$$V_{\text{fus-fis}}(r, \mathbf{x}, \eta_A, \eta_Z; A_P, Z_P, A_T, Z_T; t) = V_{\text{diab}} \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{\text{DA}}}\right) + \tilde{V}_{\text{adiab}}(\varepsilon, t) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_{\text{DA}}}\right)\right], \quad (1.66)$$

где τ — время взаимодействия ядер, т.е. время, которое ядра провели в области ядерного взаимодействия до разделения на осколки, V_{diab} — диабатическая потенциальная энергия и $\tilde{V}_{\text{adiab}}(\varepsilon, t)$ — адиабатическая потенциальная энергия, зависящая от ε и вре-

мени

$$\tilde{V}_{\text{adiab}}(\varepsilon, t) = V_{\text{adiab}}(\varepsilon = 1) \cdot \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_\varepsilon}\right) + V_{\text{adiab}}(\varepsilon_{\text{out}}) \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{\tau}{\tau_\varepsilon}\right)\right]. \quad (1.67)$$

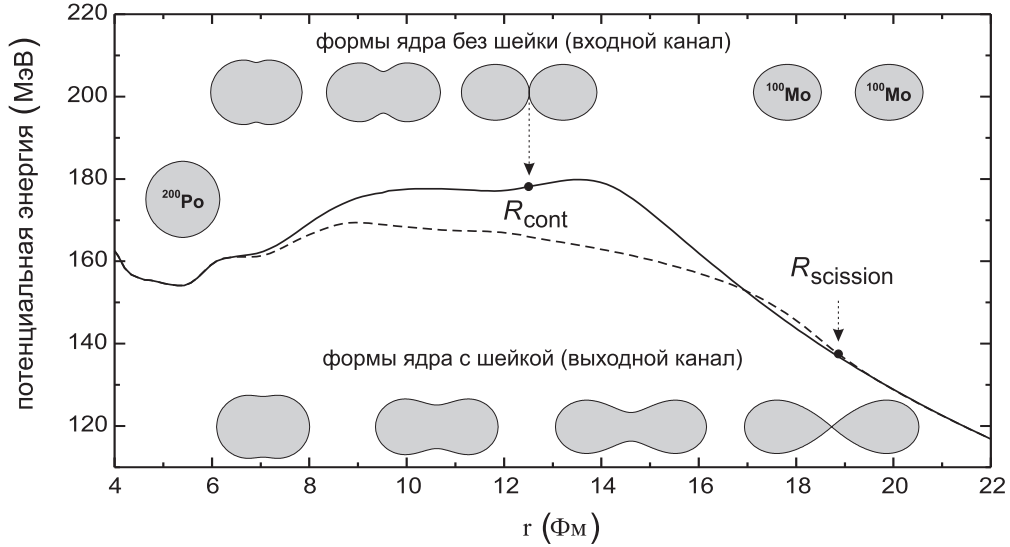


Рис. 1.19: Пример адиабатической потенциальной энергии во входном (сплошная кривая) и выходном (пунктир) каналах реакции для составного ядра ^{200}Po . Расчеты выполнены для нулевой динамической деформации $\delta_U = 0$ и нулевой массовой асимметрии $\eta_A = 0$.

Диабатическая потенциальная энергия в (1.66) рассчитывается в эллипсоидальной параметризации ядер (см. раздел 1.1), а адиабатическая, V_{adiab} , в (1.67) — согласно выражению (1.63) для двух разных значений параметров шейки ε . При этом вся временная зависимость многомерной потенциальной энергии параметризуется с помощью соответствующих экспоненциальных множителей в (1.66) и в (1.67), моделирующих релаксацию диабатического потенциала в адиабатический (параметр τ_{DA}) и образование шейки в выходном канале (параметр τ_ε). На рисунке 1.19 в качестве примера показана адиабатическая потенциальная энергия во входном ($\varepsilon = 1$) и выходном ($\varepsilon_{\text{out}} = 0.35$) каналах реакции слияния-деления. Следует обратить внимание на большое отличие точки контакта во входном канале и точки разрыва в выходном. Это различие имеет важное значение при динамических расчетах, поскольку диссипация энергии относительного движения ядер и передача массы происходит главным образом тогда, когда ядра находятся в контакте.

Пример временной эволюции потенциальной энергии системы $^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$ показан на Рис. 1.20. Отметим, что промежуточная стадия [адиабатический потенциал без учета шейки, Рис. 1.20 (б)] не достигается в полной мере, т.к. появление шейки в форме ядра происходит одновременно с переходом диабатического потенциала в адиабатический.

Заметим, что большая величина ядерной вязкости приводит к достаточно боль-

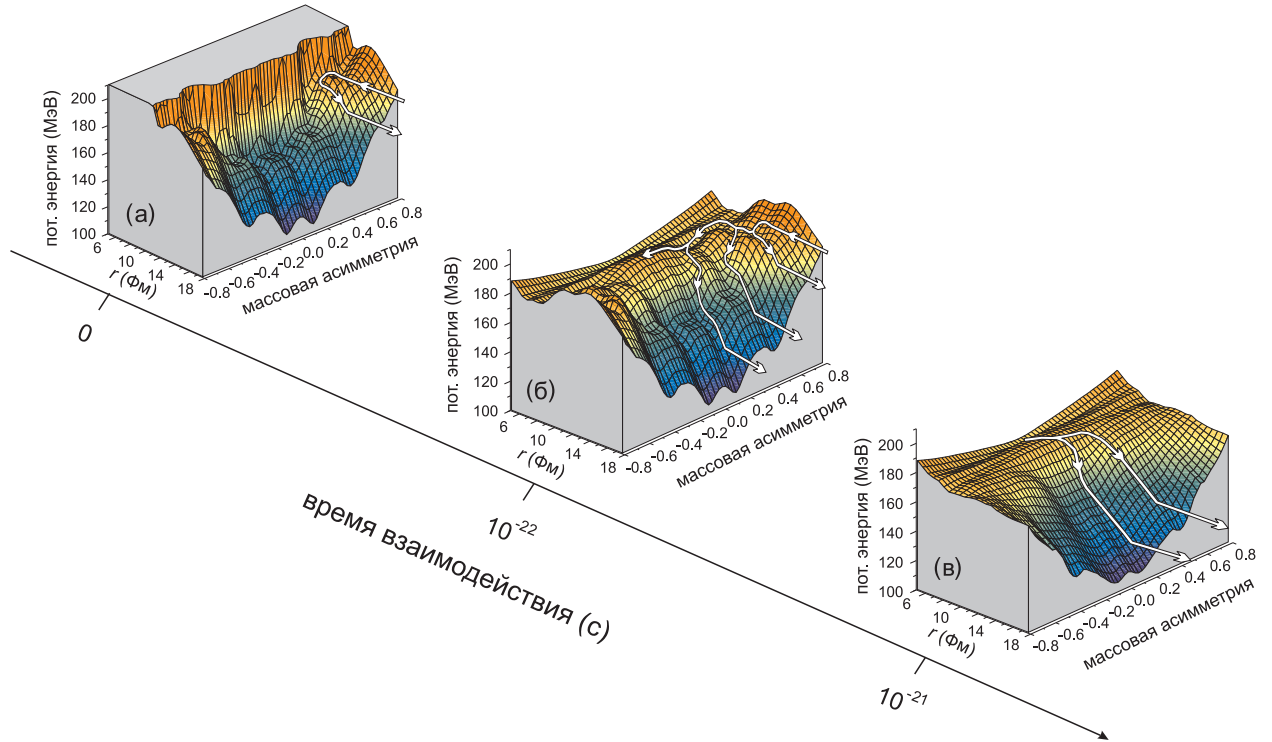


Рис. 1.20: Временная эволюция потенциальной энергии системы $^{48}\text{Ca} + ^{248}\text{Cm}$ при нулевых динамических деформациях. (а) Диабатическая потенциальная энергия, рассчитанная методом двойной свертки (первая стадия). Адиабатические потенциальные энергии во входном (б) и выходном (делительном) (в) каналах реакции, рассчитанные в расширенной макромикроскопической модели. Белые стрелки схематически показывают наиболее вероятные каналы реакции: глубоконеупругое рассеяние (а); глубоконеупругое рассеяние, квазиделение и деление (б); и мультимодальное деление (в).

шим временам протекания ядерных реакций при околорезонансных энергиях столкновения [28, 174], и роль первого слагаемого в (1.66) существенно снижается. Эволюция системы в этом случае в значительной степени определяется адиабатической потенциальной энергией. Для более высоких энергий, однако, за время $\tau \leq \tau_{\text{ДА}}$ ядра успевают достичь области перекрытия, где заметную роль играет отталкивательная часть диабатической потенциальной энергии, и первое слагаемое в (1.66) необходимо учитывать.

1.4. Потенциальная энергия тройной ядерной системы

Несмотря на то, что с момента открытия явления деления атомного ядра в 1938 году были проведены многочисленные исследования этого процесса, физика деления все еще имеет множество открытых вопросов. Одним из них является процесс тройного деления. Здесь следует различать два разных процесса, а именно «тройное деление» и «истинное тройное деление». Тройное деление представляет собой процесс образования легкой частицы (в основном, α -частицы), сопровождающей деление, и излучаемой с наибольшей вероятностью в перпендикулярном направлении к оси деления. Вероят-

ность этого процесса экспоненциально уменьшается с увеличением массы фрагмента. Это подтверждает идею о том, что третий фрагмент появляется как флуктуация в области шейки. Почти полную информацию об этом процессе можно найти в работах [175–177] (см. также недавние экспериментальные исследования [178, 179]).

Термин «истинное тройное деление» используется для одновременного распада тяжелого ядра на три фрагмента сопоставимых масс [175]. Истинное тройное деление рассматривается как процесс, аналогичный бинарному делению, связанный с крупномасштабной эволюцией формы ядра от компактной конфигурации исходного ядра через образование двух шеек к окончательному разделению составной системы на три фрагмента.

Истинное тройное деление атомных ядер (ниже слово «истинное» опущено) имеет долгую историю теоретических и экспериментальных исследований. Ранние теоретические соображения, основанные на МЖК [180], показали, что для тяжелых ядер тройное деление приводит к большему общему выделению энергии по сравнению с бинарным делением, но фактическая возможность тройного деления определяется, по сути, не полным выделением энергии, а свойствами барьера деления. Было обнаружено [181], что барьеры тройного деления в МЖК для сплюснутых (треугольных) деформаций значительно выше по сравнению с барьерами вытянутых конфигураций так, что тройное деление с образованием предразрывной конфигурации типа «треугольник», по-видимому, может быть исключено из рассмотрения. Однако дальнейшее изучение этой проблемы в более сложной трехцентровой оболочечной модели [182], разработанной в предположении сферических фрагментов, показало, что оболочечные эффекты могут значительно уменьшить барьеры тройного деления даже для сплюснутых деформаций очень тяжелых ядер. Недавно в работе [183] потенциальная энергия, а также вероятность туннелирования были рассчитаны в трехцентровой оболочечной модели для изотопов элемента 120. Модель была разработана для случая равных масс всех трех фрагментов (разделение на три изотопа циркония). Авторы этого исследования сделали вывод, что такой процесс крайне маловероятен из-за высокого барьера деления. Еще одно обстоятельное исследование истинного тройного деления ^{252}Cf было недавно проведено в работах [184–186] на основе рассмотрения поверхности потенциальной энергии в контактной конфигурации трех предварительно сформированных кластеров. Вопрос формирования такой предразрывной конфигурации в этих работах не изучался. Эти исследования подтвердили, в частности, предпочтительность коллинеарной конфигурации трех фрагментов над треугольной.

Экспериментальная информация об истинном тройном делении весьма ограничена. Изучение этого процесса было выполнено Муга с коллегами [187] для спонтанного деления ^{252}Cf и деления нескольких изотопов урана тепловыми нейтронами. Было показано, что отношение событий тройного деления к событиям бинарного деления состав-

ляет около 10^{-6} . Еще одно исследование симметричного тройного спонтанного деления ^{252}Cf было выполнено Шалем с коллегами [188]. Был определен верхний предел для отношения симметричного тройного деления к бинарному, равный $2 \cdot 10^{-9}$. Поиск тройного канала распада проводился группой Каманина (см. обзор [189] и ссылки в нем) для спонтанного деления ^{252}Cf , а также для деления ^{235}U , индуцированного тепловыми нейтронами. Исследования проводились в предположении, что продукты тройного деления разлетаются почти коллинеарно. Было обнаружено, что истинное тройное деление является довольно вероятным каналом с выходом по отношению к бинарному порядка 10^{-4} . Повышенный выход был обнаружен при спонтанном делении ^{252}Cf для следующих комбинаций с образованием магических или полумагических кластеров: Sn + Ge (или Ni) + S (или Ca). Другое экспериментальное исследование показало, что тройное деление с образованием ^{68}Ni или ^{72}Ni как одного из фрагментов также имеет повышенный выход.

Сегодня становится возможным экспериментальное изучение свойств, а также динамики образования и распада СТЯ, для которых истинное тройное деление может быть весьма вероятным. Хорошо известно, что для СТЯ жидкокапельные барьеры деления довольно малы (или вообще исчезают) и стабильность ядра относительно деления определяется величиной оболочечной поправки к полной энергии деформации. Первые оценки барьеров бинарного и тройного деления ядра ^{298}Fl , сделанные в [190] с приближенно рассчитанными оболочечными поправками, продемонстрировали их близость в пределах 10%. Этот результат был позже подтвержден в работе [191] с использованием температурно-зависимой МЖК. Возможность симметричного истинного тройного деления и квазиделения (с равными внешними фрагментами) была рассмотрена нами в работах [41, 44]. Было обнаружено, что тройное деление вполне возможно для сверхтяжелых ядер и связано с трехчастичной кластеризацией системы с образованием нескольких магических кластеров (см. ниже). Для гигантских ядерных систем, образующихся при столкновениях актинидов, были получены еще более сильные оболочечные эффекты. Возможность постановки экспериментов, направленных на изучение тройного деления и/или квазиделения в ядро-ядерных столкновениях, находится в стадии обсуждения.

Настоящий раздел описывает разработанную автором трехцентровую оболочечную модель многомерной потенциальной энергии, применимую для моделирования ядро-ядерных столкновений (бинарный входной канал) с возможностью иметь как два, так и три фрагмента в выходном канале. Модель потенциальной энергии должна обеспечивать: (1) достаточно богатую параметризацию формы ядра, дающую реалистичные компактные конфигурации системы во входном канале, а также удлиненные формы предделительных конфигураций, имеющих хорошо выраженную шейку; (2) плавное изменение форм ядра с увеличением третьего (среднего) фрагмента, включая плавный

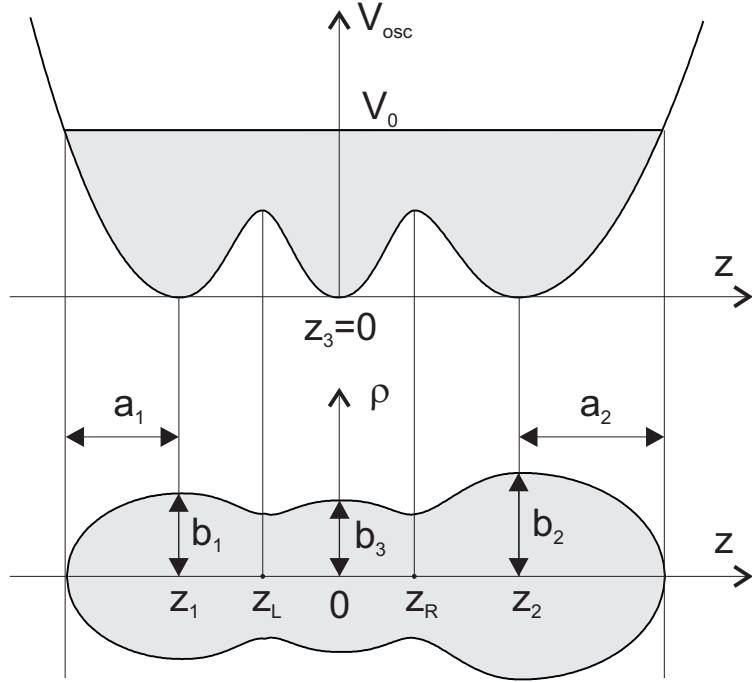


Рис. 1.21: Пример потенциала трехцентрковой оболочечной модели V_{osc} (вверху) и соответствующая форма ядра (внизу).

переход от форм бинарного деления к тройному; (3) правильное описание барьеров слияния во входном канале, а также описание свойств основного состояния и барьеров деления. Другая цель работы — изучить ландшафт потенциальной энергии тройной ядерной системы и сделать выводы о возможности процесса (с точки зрения потенциальной энергии) и наиболее вероятных соотношениях масс трех осколков.

1.4.1. Трехцентровая оболочечная модель

В нашей работе для расчета потенциальной энергии тройной системы, также как и для двойной системы, применялась макромикроскопическая модель, основанная на методе оболочечной поправки Стуртинского. Формулировка трехцентрковой оболочечной модели [69] во многом повторяет формулировку двухцентрковой (см. подраздел 1.2.3) и предполагает наличие в системе аксиальной симметрии. Формы ядра в трехцентрковой модели параметризовались тремя эллипсоидами вращения с полуосями a_i и b_i ($i = 1, 2, 3$) со сглаживанием во внутренней области. Гамильтониан модели имеет вид

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2 + V_{\text{osc}}(\vec{r}) + V_{LS}(\vec{r}, \vec{p}, \vec{s}) + V_{L^2}(\vec{r}, \vec{l}). \quad (1.68)$$

Обозначая положение центров эллипсоидов z_1 , z_2 (внешние фрагменты) и z_3 (средний фрагмент), моментонезависимая часть потенциала в цилиндрических координатах $\{z, \rho, \phi\}$ (зависимость от ϕ отсутствует ввиду аксиальной симметрии) может быть за-

писана в виде

$$V_{\text{osc}}(\rho, z) = \frac{1}{2} m_0 \begin{cases} \omega_{z_1}^2 (z - z_1)^2 + \omega_{\rho_1}^2 \rho^2; & z \leq z_1; \\ \omega_{z_1}^2 (z - z_1)^2 [1 + c_1(z - z_1) + d_1(z - z_1)^2] + \\ \quad + \omega_{\rho_1}^2 [1 + g_1(z - z_1)^2] \rho^2; & z_1 < z \leq z_L; \\ \omega_{z_3}^2 (z - z_3)^2 [1 + c_3(z - z_3) + d_3(z - z_3)^2] + \\ \quad + \omega_{\rho_3}^2 [1 + g_{31}(z - z_3)^2] \rho^2; & z_L < z \leq z_3; \\ \omega_{z_3}^2 (z - z_3)^2 [1 - c_3(z - z_3) + d_3(z - z_3)^2] + \\ \quad + \omega_{\rho_3}^2 [1 + g_{32}(z - z_3)^2] \rho^2; & z_3 < z \leq z_R; \\ \omega_{z_2}^2 (z - z_2)^2 [1 + c_2(z - z_2) + d_2(z - z_2)^2] + \\ \quad + \omega_{\rho_2}^2 [1 + g_2(z - z_2)^2] \rho^2; & z_R < z \leq z_2; \\ \omega_{z_2}^2 (z - z_2)^2 + \omega_{\rho_2}^2 \rho^2; & z > z_2. \end{cases} \quad (1.69)$$

Здесь m_0 — масса нуклона, ω_{z_i} и ω_{ρ_i} — частоты осцилляторов вдоль оси симметрии и перпендикулярно ей. Они связаны с соответствующими полуосями следующим образом:

$$\begin{aligned} a_i &= R_0 \omega_0 / \omega_{z_i}, & b_i &= R_0 \omega_0 / \omega_{\rho_i}, \\ R_0 &= r_0 A^{1/3}, & \hbar \omega_0 &= 41 / A^{1/3} \text{ MeV}. \end{aligned} \quad (1.70)$$

Пример потенциала среднего поля и соответствующая ему форма ядра показана на Рис. 1.21. Профильная функция ядерной формы имеет локальные максимумы (а потенциал имеет минимумы) в положениях осцилляторных центров z_1 , z_2 и $z_3 = 0$. Аналогично, значения z_L и z_R соответствуют минимумам профиля формы (максимумам потенциала). Толщины формы при z_L и z_R считаются равными, что приводит к одновременному разрыву обеих шеек.

Потенциал спин-орбитального взаимодействия имеет вид

$$V_{LS}(\vec{r}, \vec{p}, \vec{s}) = \begin{cases} \left\{ -\frac{\hbar \kappa_1}{m_0 \omega_{01}}, (\nabla V_{\text{osc}} \times \vec{p}) \cdot \vec{s} \right\}; & z \leq z_L; \\ \left\{ -\frac{\hbar \kappa_3}{m_0 \omega_{03}}, (\nabla V_{\text{osc}} \times \vec{p}) \cdot \vec{s} \right\}; & z_L < z \leq z_R; \\ \left\{ -\frac{\hbar \kappa_2}{m_0 \omega_{02}}, (\nabla V_{\text{osc}} \times \vec{p}) \cdot \vec{s} \right\}; & z > z_R \end{cases} \quad (1.71)$$

а потенциал $V_{L^2}(\vec{r}, \vec{l})$ —

$$V_{L^2}(\vec{r}, \vec{l}) = \frac{1}{2} \begin{cases} -\left\{ \frac{\hbar \kappa_1}{m_0^2 \omega_{01}^3}, l^2 \right\} + \hbar \omega_{01} \kappa_1 \mu_1 N_1(N_1 + 3) \delta_{if}; & z \leq z_L; \\ -\left\{ \frac{\hbar \kappa_3}{m_0^2 \omega_{03}^3}, l^2 \right\} + \hbar \omega_{03} \kappa_3 \mu_3 N_3(N_3 + 3) \delta_{if}; & z_L < z \leq z_R; \\ -\left\{ \frac{\hbar \kappa_2}{m_0^2 \omega_{02}^3}, l^2 \right\} + \hbar \omega_{02} \kappa_2 \mu_2 N_2(N_2 + 3) \delta_{if}; & z > z_R. \end{cases} \quad (1.72)$$

В этих формулах $\{A, B\} = AB + BA$ обозначает антикоммутатор двух величин и δ_{if} является чисто диагональным оператором; κ_i — константа спин-орбитального взаимодействия; μ_i — параметр модели Нильссона; N_i — номер осцилляторной оболочки для внешних и средней частей ядра; $\hbar\omega_{0i} = 41/\tilde{A}_i$ МэВ — расстояние между уровнями энергии сферического осциллятора, где \tilde{A}_i — это асимптотическое массовое число фрагмента, определенное в [86] как $\tilde{A}_i = a_i b_i^2 / r_0^3$. Параметры N_i и \tilde{A}_i определяются таким образом, что для эллипсоидальной формы исходного ядра они должны быть равны номеру его осцилляторной оболочки и массовому числу, тогда как для асимптотического состояния разделенных ядер они являются соответствующими значениями для фрагментов.

Так же как и в двухцентральной оболочечной модели, форма ядра определяется профильной функцией $\rho_s(z)$ и может быть получена из уравнения $V_{\text{osc}}(\rho_s, z) = V_0$, где $V_0 = 1/2m_0\omega_0 R_0^2$ (см. Рис. 1.21). Ясно, что части формы, внешние по отношению к z_1 и z_2 , являются аксиально-симметричными эллипсоидами с центром в z_i с полуосями a_i и b_i ($i = 1, 2$). Внутренняя часть имеет более сложную форму. Параметризация формы (а также потенциал среднего поля V_{osc}) имеет 21 свободный параметр: z_i , a_i , b_i , c_i , d_i ($i = 1, 2, 3$), g_1 , g_2 , g_{31} , g_{32} , z_L и z_R . Предполагалось, что $z_3 = 0$. Еще 13 параметров можно зафиксировать так же, как это было сделано в работе [86] (см. также подраздел 1.2.3), накладывая условия сохранения объема и непрерывности профильной функции и ее первой производной в точках сшивки z_L и z_R . Таким образом, трехцентровая параметризация формы имеет 7 независимых параметров, что позволяет ввести 7 коллективных переменных: удлинение системы $r = z_2 - z_1$, которое для разделенных ядер приближенно соответствует расстоянию между центрами масс внешних фрагментов; эллипсоидальные деформации трех частей системы, $\delta_i = a_i/b_i - 1$; два параметра массовой асимметрии $\eta_{21} = (A_2 - A_1)/(A_2 + A_1)$ и $\eta_3 = A_3/(A_1 + A_2 + A_3)$, где A_1 , A_2 и A_3 — массовые числа фрагментов и параметр шейки ϵ . Этот параметр возникает из-за сглаживания потенциала $V_{\text{osc}}(\rho, z)$ в области между осцилляторными центрами.

Базисные функции, необходимые для диагонализации Гамильтониана (1.68), есть решения задачи трех осцилляторов:

$$\hat{H}_0\psi = E_0\psi, \quad \hat{H}_0 = -\frac{\hbar^2}{2m_0}\nabla^2 + V_{\text{osc}}(\rho, z), \quad (1.73)$$

где потенциал среднего поля берется без сглаживания ($c_i = d_i = g_i = 0$). Соответствующее уравнение Шредингера (1.73) допускает разделение переменных при $\omega_{\rho_1} = \omega_{\rho_2} = \omega_{\rho_3} \equiv \omega_\rho$. Полная волновая функция одночастичного состояния записывается в виде

$$\psi(\rho, z, \phi) = \Phi_{n_z}(z) \cdot \chi_{n_\rho}^{|m|}(\rho) \cdot \eta_m(\phi), \quad (1.74)$$

где

$$\eta_m(\phi) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp(im\phi), \quad (1.75)$$

$$\chi_{n_\rho}^{|m|}(\rho) = N_\rho^{-1} k_\rho^{\frac{|m|+1}{2}} \exp\left(-\frac{k_\rho \rho^2}{2}\right) \rho^{|m|} L_{n_\rho}^{|m|}(k_\rho \rho^2) \quad (1.76)$$

с нормировкой N_ρ . Здесь $k_\rho = \frac{m_0 \omega}{h}$, n_ρ — неотрицательное целое число и $L_n^\alpha(x)$ — полином Лагерра.

Зависящая от z функция Φ_{n_z} определяется в трех областях, соответствующих трем формирующимся осколкам,

$$\Phi_{n_z}(z) = \begin{cases} N_{z_1}^{-1} U\left(-n_{z_1} - \frac{1}{2}, -\sqrt{2k_{z_1}}(z - z_1)\right), & z \leq z_L; \\ N_{z_3U}^{-1} U\left(-n_{z_3} - \frac{1}{2}, \sqrt{2k_{z_3}}(z - z_3)\right) + \\ N_{z_3V}^{-1} V\left(-n_{z_3} - \frac{1}{2}, \sqrt{2k_{z_3}}(z - z_3)\right), & z_L < z \leq z_R; \\ N_{z_2}^{-1} U\left(-n_{z_2} - \frac{1}{2}, \sqrt{2k_{z_2}}(z - z_2)\right), & z > z_R \end{cases} \quad (1.77)$$

с нормировками N_{z_1} , N_{z_2} , N_{z_3U} и N_{z_3V} . Здесь $U(a, x)$ и $V(a, x)$ — регулярная и нерегулярная функции параболического цилиндра

$$\begin{aligned} U(a, x) &= \sqrt{\pi} 2^{-\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4}} \frac{{}_1F_1\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}x^2\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}a + \frac{3}{4}\right)} - \\ &- x \sqrt{\pi} 2^{-\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}} \cdot e^{-\frac{x^2}{4}} \frac{{}_1F_1\left(\frac{1}{2}a + \frac{3}{4}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}x^2\right)}{\Gamma\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right)} \end{aligned} \quad (1.78)$$

и

$$\begin{aligned} V(a, x) &= \sqrt{\pi} 2^{-\frac{1}{2}a - \frac{1}{4}} \tan\left[\pi\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}a\right)\right] \frac{{}_1F_1\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}x^2\right) e^{-\frac{x^2}{4}}}{\Gamma\left(\frac{1}{2}a + \frac{3}{4}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - a\right)} - \\ &- x \sqrt{\pi} 2^{-\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}} \tan^{-1}\left[\pi\left(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}a\right)\right] \frac{{}_1F_1\left(\frac{1}{2}a + \frac{3}{4}; \frac{3}{2}; \frac{1}{2}x^2\right) e^{-\frac{x^2}{4}}}{\Gamma\left(\frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} - a\right)}, \end{aligned} \quad (1.79)$$

свойства которых могут быть найдены, например, в справочнике [192]. Семь коэффициентов n_{z_i} и N_{z_i} , входящих в уравнение (1.77), могут быть определены численно стандартным образом, путем наложения условий нормировки и условий гладкости волновой функции и ее производной в точках сшивки:

$$\begin{cases} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{n_z}(z) dz = 1, \\ \Phi_{n_{z_1}}(z_L) = \Phi_{n_{z_3}}(z_L), & \Phi_{n_{z_2}}(z_R) = \Phi_{n_{z_3}}(z_R), \\ \Phi'_{n_{z_1}}(z_L) = \Phi'_{n_{z_3}}(z_L), & \Phi'_{n_{z_2}}(z_R) = \Phi'_{n_{z_3}}(z_R), \\ \omega_{z_1}\left(n_{z_1} + \frac{1}{2}\right) = \omega_{z_2}\left(n_{z_2} + \frac{1}{2}\right) = \omega_{z_3}\left(n_{z_3} + \frac{1}{2}\right). \end{cases} \quad (1.80)$$

Последнее из уравнений (1.80) обеспечивает независимость собственного значения $E_0 =$

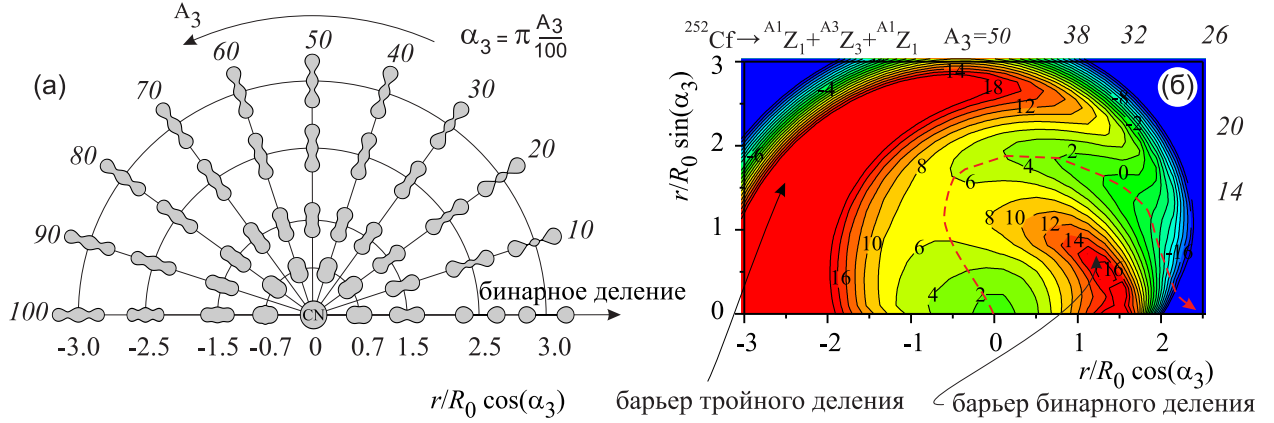


Рис. 1.22: Макроскопическая часть потенциальной энергии ядра ^{252}Cf , рассчитанная для нулевых динамических деформаций (б), и формы ядер (а) как функция удлинения и массы третьего фрагмента (числа курсивом). Изолинии нарисованы через каждые 2 МэВ. Пунктирная линия один из возможных путей бинарного деления.

$\hbar\omega_{zi}(n_{zi} + 1/2) + \hbar\omega_{\rho}(2n_{\rho} + 1)$ от пространственных координат.

Наконец, для поиска собственных значений и собственных векторов задачи (1.68) используется стандартная процедура диагонализации с базисом, ограниченным по энергии, равной $12\hbar\omega_0$.

1.4.2. Тройное деление тяжелой ядерной системы

Число коллективных степеней свободы, необходимых для правильного описания потенциальной энергии ядерной системы, состоящей из трех деформированных тяжелых фрагментов, слишком велико. Как упоминалось выше, трехцентровая параметризация имеет семь степеней свободы. Количество коллективных переменных было ограничено, для тестирования разработанной модели. Вместо трех независимых параметров деформации δ_i используется обобщенная деформация δ_U , определенная так же, как и в работе [38] (см. подраздел 1.3.3):

$$\begin{aligned} 3\delta_U &= (\delta_1 - \tilde{\delta}_1) + (\delta_2 - \tilde{\delta}_2) + (\delta_3 - \tilde{\delta}_3), \\ C_{\delta_1} (\delta_1 - \tilde{\delta}_1) &= C_{\delta_2} (\delta_2 - \tilde{\delta}_2) = C_{\delta_3} (\delta_3 - \tilde{\delta}_3), \end{aligned} \quad (1.81)$$

где $\tilde{\delta}_i$ — параметры деформации, обеспечивающие минимум потенциальной энергии при фиксированных других коллективных переменных. В приведенных ниже расчетах предполагается, что $\delta_U = 0$ и параметр шейки $\epsilon = 1$.

Сначала обсудим макроскопическую часть потенциальной энергии. Рисунок 1.22 показывает макроскопический потенциал для ^{252}Cf наряду с соответствующими формами ядра. Потенциальная энергия была рассчитана [69] для зеркально симметричного деления ядра ($A_1 = A_2$) при нулевых значениях параметров деформации ($\delta_i = 0$). Для

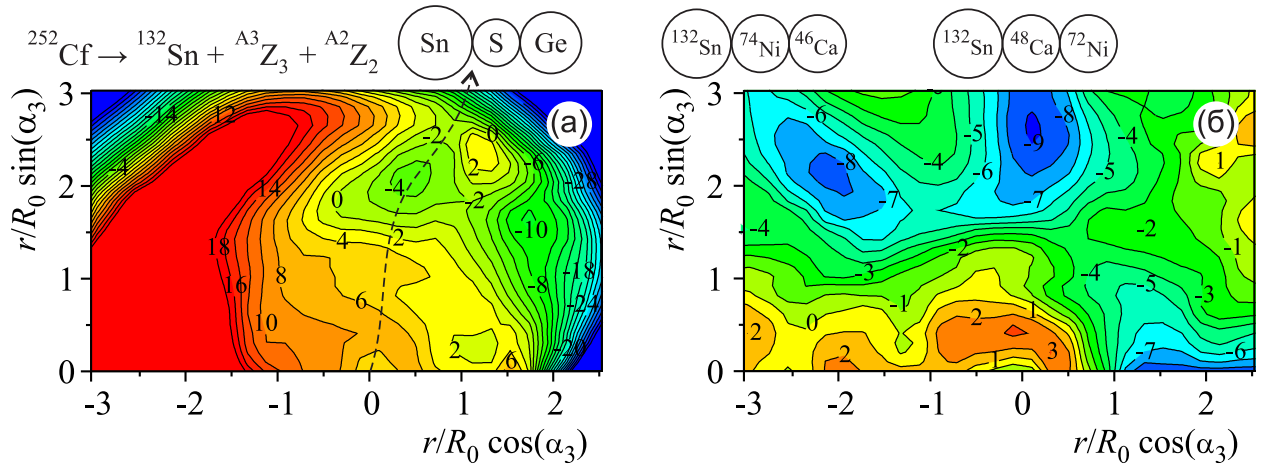


Рис. 1.23: Потенциальная энергия (а) и оболочечная поправка (б) для тройного деления ^{252}Cf в зависимости от удлинения системы и массы третьего фрагмента, рассчитанная при нулевой обобщенной деформации. Один из внешних фрагментов предполагался ^{132}Sn . Пунктирная линия схематически показывает путь тройного деления.

лучшей визуализации рассчитанная потенциальная энергия изображена как функция $r/R_0 \cos(\alpha_3)$ и $r/R_0 \sin(\alpha_3)$, где $\alpha_3 = \pi \cdot A_3/100$. Можно видеть, что потенциальная энергия имеет два барьера. Первый, ближайший к основному состоянию, является обычным барьером бинарного деления. Второй — барьер трехтельной кластеризации, который препятствует тройному делению. Этот барьер растет с увеличением массы среднего фрагмента, что, очевидно, объясняется увеличением кулоновских сил. Такое поведение второго барьера имеет важное следствие, заключающееся в том, что простая перестановка внешнего и среднего осколка изменяет вероятность распада системы. Большую вероятность тройного деления следует ожидать, если средний фрагмент имеет меньший размер (см. ниже).

Следует еще раз подчеркнуть, что второй барьер на ландшафте потенциальной энергии носит чисто макроскопический характер и его появление на пути к тройному делению связано с образованием второй шейки в форме ядра. Понятно, что макроскопическая структура потенциального ландшафта препятствует тройному делению актинидов. Большие оболочечные эффекты для сильно деформированной ядерной системы являются единственной причиной возможного наблюдения заметного выхода тройного деления. Такие эффекты оболочек в области актинидов можно ожидать для масс-асимметричного деления с образованием дважды магического ядра олова в качестве одного из фрагментов. Было рассчитано несколько поверхностей потенциальной энергии для ^{252}Cf . Первая соответствует случаю, когда один из внешних фрагментов равен ^{132}Sn . Эта потенциальная энергия вместе с соответствующей оболочечной поправкой показана на Рис. 1.23. Масса второго (бокового) фрагмента определяется сохранением массы $A_2 = 252 - 132 - A_3$. Ясно видны три области сильных оболочечных эффектов. Первая приводит к бинарному делению с почти симметричной комбинацией «олово-

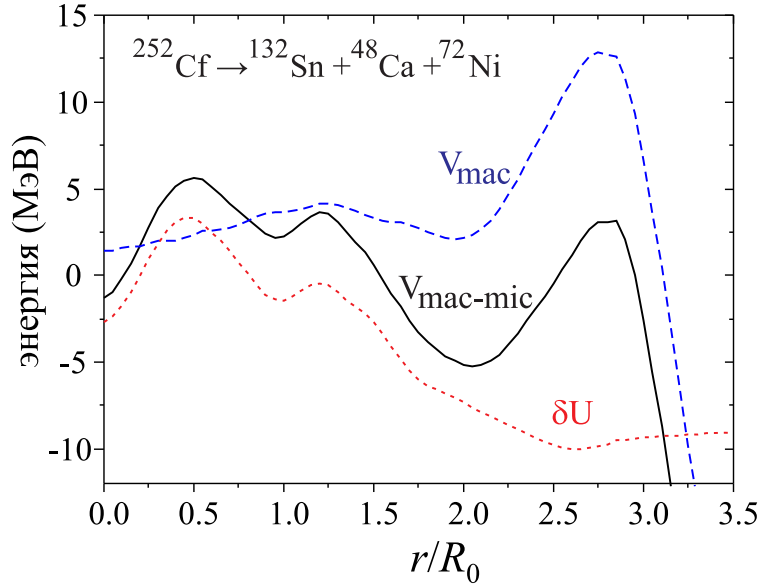


Рис. 1.24: Макроскопическая потенциальная энергия (пунктирная линия), оболочечная поправка (точечная линия) и полная макромикроскопическая энергия (сплошная линия) ядра ^{252}Cf , соответствующая тройному распаду $^{132}\text{Sn} + ^{48}\text{Ca} + ^{72}\text{Ni}$.

кадмий». Другие две комбинации соответствуют тройному делению с образованием трех магических кластеров: олово, кальций и никель. Единственное различие между ними — порядок фрагментов, а небольшая разница в массах кальция и никеля для этих двух комбинаций может быть проигнорирована. Однако, как обсуждалось выше, вероятности наблюдения этих двух событий, эквивалентных с точки зрения масс фрагментов, резко отличаются. На поверхности потенциальной энергии можно видеть хорошо выраженную долину, соответствующую образованию трех фрагментов с массами 132, 40 и 80 (комбинация «олово–сера–германий»). Эта долина появляется из-за сильных оболочечных эффектов для случая «олово–кальций–никель». Небольшой сдвиг в сторону меньшего среднего фрагмента (сера вместо кальция) обусловлен макроскопическими свойствами барьера. Долина тройного распада достаточно хорошо отделена потенциальным гребнем от долины бинарного деления. Это означает, что тройное деление ядра ^{252}Cf на «олово–сера–германий» должно быть одним из наиболее вероятных каналов истинного тройного деления этого ядра. Вторая найденная тройная комбинация «олово–никель–кальций» имеет ничтожную вероятность реализации из-за большого барьера тройного деления.

Для лучшей визуализации рассмотренной выше структуры потенциальной энергии Рис. 1.24 показывает потенциальную энергию как функцию удлинения ядра, соответствующую тройному делению по каналу $^{132}\text{Sn} + ^{48}\text{Ca} + ^{72}\text{Ni}$. В дополнение к полному потенциалу $V_{\text{mac-mic}}$ дана микроскопическая оболочечная поправка δE и макроскопическая часть V_{mac} полного потенциала. Видно, что макроскопический потенциал делает тройное деление практически невозможным из-за высокого второго барьера (тройного

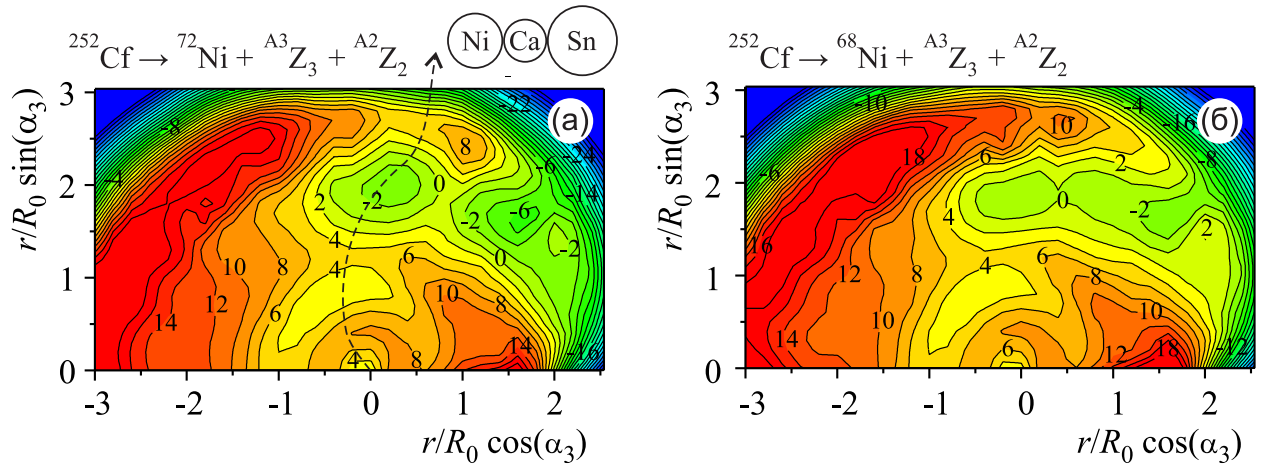


Рис. 1.25: То же, что на Рис. 1.23, но для случая, когда один из внешних осколков ^{72}Ni (а) и ^{68}Ni (б).

деления), в то время как первый барьер (бинарного деления) значительно ниже. Оболочечные эффекты изменяют структуру потенциальной энергии. Во-первых, барьер бинарного деления становится двугорбым, что приводит к известному явлению спонтанно делящихся изомеров формы. Во-вторых, барьер тройного деления резко уменьшается. Для того чтобы тройное деление происходило с заметной вероятностью, важно, чтобы карман в потенциальной энергии между барьерами бинарного и тройного деления существовал в обоих направлениях: удлинение и массовая асимметрия (см. Рис. 1.23). Это предохраняет систему, находящуюся в данном минимуме, от выхода в канал бинарного деления и, наконец, увеличивает вероятность процесса тройного деления.

Поверхности потенциальной энергии для случая тройного деления с образованием $^{68,72}\text{Ni}$ показаны на Рис. 1.25. Можно снова видеть хорошо выраженную долину тройного деления для комбинации «никель–кальций–олово» (массы фрагментов 72, 48 и 132). Однако поверхность потенциальной энергии, рассчитанная для ^{68}Ni в качестве одного из внешних фрагментов, не имеет «хорошей» долины тройного деления из-за меньшей абсолютной величины оболочечной поправки, которая не может достаточно понизить барьер тройного деления. Обе поверхности, показанные на Рис. 1.25, также имеют хорошо выраженные долины тройного деления, когда средний фрагмент имеет массу около 16 (кислород). Это приводит к комбинации «никель–кислород–самарий».

Если говорить о соотношении вероятностей бинарного и тройного деления, то потенциальная энергия не позволяет сделать прямого вывода. Однако из Рис. 1.24 видно, что барьер тройного деления представляет собой барьер бинарного деления (первые два горба) плюс дополнительный барьер тройного деления. Таким образом, вероятность тройного деления должна отличаться от вероятности бинарного деления на величину проницаемости этого дополнительного барьера. В конкретном случае, изображенном на Рис. 1.24, третий барьер имеет величину 3 МэВ, что должно значительно подавлять

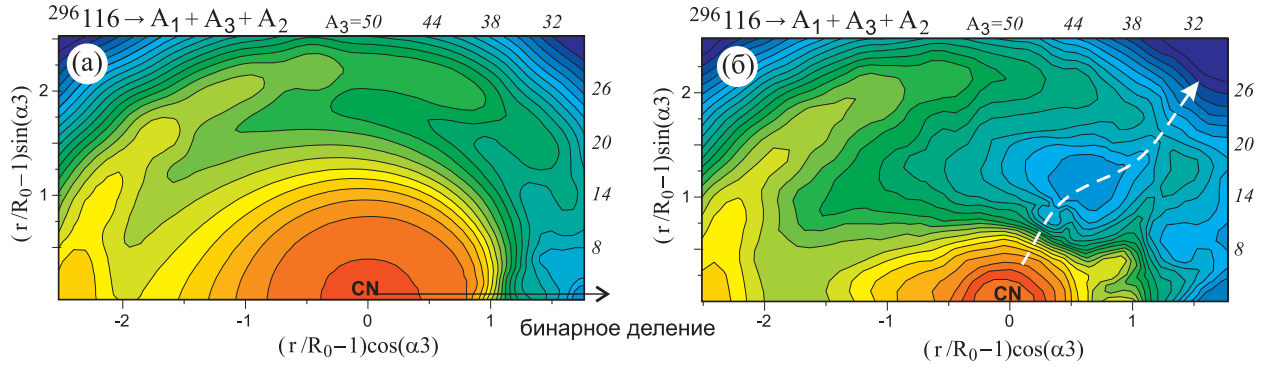


Рис. 1.26: Потенциальная энергия для тройного деления СТЯ ^{296}Lv . Макроскопическая часть (а) и полная макромикроскопическая (б) потенциальные энергии показаны в зависимости от удлинения и массы третьего фрагмента (см. числа курсивом). Пунктирная кривая показывает тройное деление ядра ^{296}Lv на $^{132}\text{Sn} + ^{32}\text{S} + ^{132}\text{Sn}$.

распад по каналу тройного деления.

1.4.3. Тройное деление сверхтяжелой ядерной системы

В случае СТЯ макроскопическая потенциальная энергия в бинарном выходном канале вообще не содержит какого-либо барьера, а стабильность этих ядер полностью определяется оболочечными поправками. На Рис. 1.26 показана рассчитанная [41] потенциальная энергия для СТЯ ^{296}Lv . В этом случае появляется реальная возможность тройного деления с образованием третьего фрагмента $A_3 \sim 30$ и двух тяжелых фрагментов $A_1 = A_2 \sim 130$. Долина тройного деления довольно хорошо отделена потенциальным барьером от долины бинарного деления. Это означает, что тройное деление ядра ^{296}Lv по каналу «олово–сера–олово» должно доминировать по сравнению с другими каналами тройного деления этого ядра. Еще более выраженный эффект можно ожидать для системы $^{64}\text{Ni} + ^{238}\text{U}$, где процесс тройного деления (или квазиделения) может привести к образованию трех магических кластеров $^{130}\text{Sn} + ^{42}\text{Ca} + ^{130}\text{Sn}$.

Для оценки барьера тройного деления необходимо более сложное рассмотрение многомерной поверхности потенциальной энергии. Однако, как видно из Рис. 1.26, барьер тройного деления не очень высок. Он вполне сопоставим с обычным барьером деления, поскольку тройное деление начинается фактически из конфигурации изомерного состояния формы, которое находится снаружи относительно первой седловой точки для СТЯ ^{296}Lv .

1.4.4. Тройное квазиделение гигантской ядерной системы

Подобный процесс распада на три дважды магических тяжелых фрагмента может иметь место и для гигантских ядерных систем, образующихся при столкновениях ядер актинидов с низкой энергией. В этом случае составное ядро образовано быть не мо-

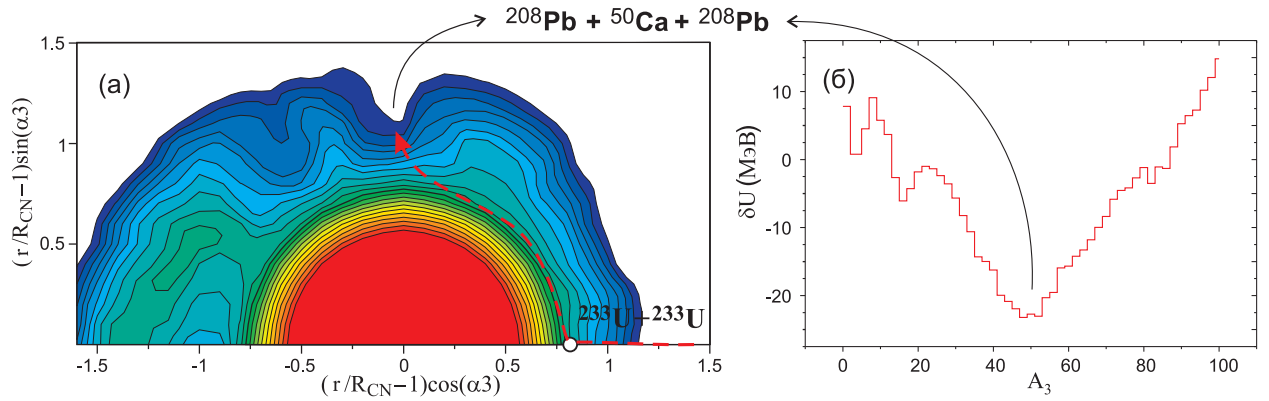


Рис. 1.27: (а) То же, что и на Рис. 1.26 (б), но для случая столкновения $^{233}\text{U}+^{233}\text{U}$. (б) Оболочечная поправка системы в точке контакта при нулевых деформациях как функция массы третьего осколка тройного квазиделения.

жет и такой распад, по сути, является процессом квазиделения. На Рис. 1.27 показан ландшафт поверхности потенциальной энергии для системы $\text{U}+\text{U}$ в координатах удлинение–масса третьего фрагмента, а также оболочечная поправка в точке контакта. Видно, что оболочечная поправка имеет очень глубокий минимум для кластеризации «свинец–кальций–свинец» ($A_3 = 50$), что должно способствовать такому процессу [41]. Ограничивающим фактором здесь может быть время реакции, которое для столь тяжелой системы мало из-за отсутствия потенциального кармана (потенциал всюду отталкивательный).

1.5. Основные итоги главы

Потенциальная энергия ядерной системы является ее ключевой характеристикой, определяющей не только ее статические свойства, но и всю динамику при низких энергиях. Последнее обусловлено большой величиной ядерной вязкости (несмотря на значительную неопределенность ее конкретного значения). В этих условиях динамика тяжелых ядерных систем с ненулевой температурой близка к режиму сверхзатухания (overdamping), при котором кинетическая энергия быстро и практически полностью переходит в энергию возбуждения. Ядерная система при этом движется преимущественно вдоль минимума потенциальной энергии в многомерном пространстве коллективных степеней свободы. Флуктуации, безусловно, играют заметную роль, но основным регулятором эволюции всей системы является именно драйвинг–потенциал, его долины и барьеры. Нахождение основных степеней свободы тяжелой ядерной системы, играющих наиболее важную роль, и построение соответствующей многомерной потенциальной поверхности по–прежнему является одной из основных задач ядерной физики низких энергий.

Подведем итоги главы:

- Исследованы несколько возможностей построения адиабатического ядро–ядерного потенциала взаимодействия. Предложена глобальная параметризация ядерной плотности для вычисления фолдинг–потенциала с зависящими от плотности силами Мигдала. Этот потенциал дает правильные значения кулоновских барьеров слияния для ядер, тяжелее углерода. Он может быть использован для вычисления энергии взаимодействия деформированных ядер с произвольной взаимной ориентацией как в плоскости реакции, так и вне ее.
- Для построения адиабатической потенциальной энергии тяжелой ядерной системы предложена расширенная версия макромикроскопической модели, основанной на двухцентровой оболочечной модели и позволяющей получать правильное значение потенциала в области разделенных фрагментов и, в частности, правильное значение высоты барьера слияния.
- Введение эмпирической временной зависимости драйвинг–потенциала, моделирующей переход от адиабатического к адиабатическому режиму движения, позволяет использовать этот потенциал в динамических расчетах при надбарьерных энергиях столкновения, а также при описании процессов слияния–деления, когда в выходном канале (в точке разрыва) образуются сильно вытянутые ядерные конфигурации. Основным достоинством предлагаемого драйвинг–потенциала является возможность единого (одновременного) описания сильно связанных каналов реакции: глубоконеупругого рассеяния, процессов квазиделения, слияния и обычного деления.
- Комплекс программ, позволяющий рассчитывать и исследовать драйвинг–потенциалы, обсуждавшиеся в настоящей главе, был включен в состав базы знаний по ядерной физике низких энергий NRV [118] со свободным доступом через сеть Интернет (см. главу 5).
- Впервые разработана трехцентровая оболочечная модель, позволяющая моделировать ядро–ядерные столкновения с возможностью как бинарного, так и тройного выходного канала. Модель не содержит ограничений на соотношение масс всех трех продуктов реакции.
- Показано, что тройное деление актинидов, будучи подавленным макроскопическими свойствами потенциальной энергии вследствие наличия дополнительного барьера тройного деления, может происходить только благодаря сильным оболочечным эффектам. Такие оболочечные эффекты имеют гораздо большую величину в области СТЯ и гигантских ядерных систем из–за возможности формирования двух фрагментов в районе ^{132}Sn и ^{208}Pb , соответственно.

Глава 2.

Моделирование ядро–ядерных столкновений низких энергий.

Использование реакций многоуклонных передач для получения новых ядер

Как было сказано во Введении, одним из основных направлений современной ядерной физики является синтез и изучение нейтроноизбыточных ядер. Реакции многоуклонных передач при низкоэнергетических столкновениях тяжелых ионов рассматриваются как один из наиболее перспективных способов их получения. Также было упомянуто, что особый интерес представляет плохо изученная область нейтронообогащенных нуклидов вблизи замкнутой нейтронной оболочки $N = 126$ — последней точки ожидания астрофизического r -процесса на пути образования ядер тяжелее свинца. Возможность синтеза еще не известных нейтронообогащенных нуклидов в районе $N = 126$ в реакциях многоуклонных передач с довольно большими сечениями была показана в работах [25, 27]. Сечения многоуклонных передач были рассчитаны в [25, 27] в квазиклассической динамической модели, основанной на уравнениях Ланжевена. Эта модель, разработанная в [25, 174], несмотря на ее успех в описании различных аспектов ядерной динамики (в том числе синтеза СТЯ), обычно довольно сильно недооценивает сечения многоуклонных передач, когда передачи приводят к антисимметризации системы (см., например, Рис. 6 из [30]). В то же время такие процессы рассматриваются в качестве способа синтеза нейтронообогащенных изотопов тяжелых и сверхтяжелых элементов. Таким образом, одной из целей настоящей работы была разработка модели, подходящей для анализа околобарьерных столкновений тяжелых ионов во всем диапазоне масс, зарядов, энергий и углов рассеяния продуктов реакции.

В настоящее время существует несколько теоретических подходов к анализу такого сложного процесса, как столкновение двух тяжелых ядер. Одним из них является уже упомянутый подход, основанный на уравнениях Ланжевена, подробно обсуждаемый в следующем разделе. Был разработан ряд вариантов этого подхода (см., например, [10, 174, 193, 194]). Все эти модели отличаются числом учитываемых коллективных степеней свободы, потенциальной энергией, определяющей эволюцию системы, транспортными коэффициентами, начальными и граничными условиями и т.д. Эти особенности моделей определяют их применимость к различным типам ядерных реакций. Например, модель [25, 174] никогда не применялась к анализу реакций слияния–деления, так как степень свободы, ответственная за появление шейки, не была учтена. С другой стороны, модель [194] хорошо работает для реакций слияния–деления и квазиделения, но первая стадия реакции (сближение ядер) рассматривается в рамках метода связанных каналов [195], а начальные условия для ланжевенской модели формулируются в точке контакта двух ядер, где они априори неизвестны. Отметим также, что динамические модели, основанные на уравнениях Ланжевена давно и довольно успешно применяются для анализа процессов деления возбужденных составных ядер (см., например, работы [35, 193, 196, 197] и ссылки в них).

Довольно широко используемым подходом к описанию низкоэнергетических ядро–ядерных столкновений является так называемая модель двухъядерной системы [16, 17, 29, 198–201]. Эта модель основана на предположении, что ядерная динамика регулируется адиабатическим ядро–ядерным потенциалом взаимодействия. После контакта ядра останавливаются в области потенциального кармана, и дальнейшая эволюция координаты удлинения в сторону компактных форм составного ядра блокируется отталкивательным кором потенциальной энергии. Предполагается, что образование составного ядра происходит путем переноса нуклонов от более легкого ядра к более тяжелому до полного его «растворения».

Для анализа динамики ядро–ядерных столкновений также часто используется модель квантовой молекулярной динамики [202–206]. В рамках этого подхода каждый нуклон системы представляется в виде волнового пакета. Его эволюция во времени определяется самосогласованным средним полем, входящим в уравнения Гамильтона для центра волнового пакета в пространстве координат и импульсов. Несмотря на недавние успешные усилия по разработке этой модели, все еще существуют значительные трудности: оболочечные эффекты, ответственные, в частности, за существование статически деформированных ядер, еще не были включены в модель в полной мере. В результате ядра в начальном состоянии всегда являются сферическими, что ограничивает применимость модели к столкновениям статически деформированных ядер.

Вероятно, наиболее впечатляющий прогресс в понимании динамики ядро–ядерных соударений был сделан в последние годы в рамках времязависимого метода Хартри–

Фока [207–211]. В то же время этот подход является детерминистским из-за отсутствия диссипативных эффектов, возникающих в результате взаимодействия коллективных и одночастичных подсистем. В результате он описывает временную эволюцию доминирующего канала реакции, а не конкуренцию нескольких каналов реакции. Чтобы преодолеть эту проблему, нужно выйти за рамки теории среднего поля (см., например, недавний обзор [212] и ссылки в нем).

Квазиклассический подход, основанный на уравнениях Ланжевена, остается мощным инструментом анализа низкоэнергетических ядро-ядерных столкновений, позволяющим моделировать низкоэнергетические столкновения тяжелых ионов во всей их сложности конкурирующих каналов реакции. Настоящая глава посвящена разработке такой модели, определению ее параметров и анализу представительного набора имеющихся экспериментальных данных, в частности, для реакций $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, ^{208}Pb , ^{209}Bi . Анализируется механизм ядро-ядерных столкновений. Наконец, обсуждаются оптимальные условия для образования в этих реакциях нейтроноизбыточных ядер вблизи $N = 82$ и $N = 126$, а также в области СТЯ и др.

2.1. Динамическая модель ядро-ядерных столкновений

Разработанная нами модель [28, 72, 76, 77] основана на тех же самых принципах, что и модель Загребаева и Грайнера [25, 174] и может рассматриваться как ее расширение или обобщение. С другой стороны, эти модели существенно отличаются в реализации разных их частей. Так как модель [25, 174] и результаты, полученные на ее основе, хорошо известны, перечислим наиболее важные (но не все) различия моделей:

- (1) *Степени свободы.* В настоящей работе используются независимые деформации мишени и снаряда вместо одной деформационной степени свободы для всей системы в модели [25, 174]. В нашу модель также включено рассмотрение координаты шейки, что особенно важно для моделирования реакций слияния-деления.
- (2) *Потенциальная энергия.* Потенциальная энергия рассчитывается нами в рамках расширенной версии макромикроскопической модели (см. главу 1), а в модели [25, 174] применяется ее аппроксимация, называемая «приближение двух коров».
- (3) *Уравнения движения.* Вместо редуцированных (безынерционных) уравнений Ланжевена для массовой и зарядовой асимметрий мы решаем полные уравнения Ланжевена, включая также флуктуации массы и зарядов еще не возбужденных ядер до их касания во входном канале. Это позволило решить вышеупомянутую проблему с описанием нуклонных передач, приводящих к антисимметризации системы.

Кроме того, консервативная сила вычисляется не через градиент потенциальной энергии, как в модели [25, 174], а через градиент энтропии, что необходимо делать для нагретой ядерной системы.

- (4) *Транспортные коэффициенты.* Мы используем полные тензоры инерции и трения, включая недиагональные члены, тогда как они считались диагональными в модели [25, 174]. Тензор трения вычисляется в настоящей модели в предположении однотельного механизма ядерной диссипации. Было показано, что этот механизм диссипации (см., например, соответствующие обсуждения в работе [35]), позволяет лучше описывать реакции слияния–деления, в отличие от механизма двухтельной диссипации, используемого в модели [25, 174].

Околобарьерное столкновение тяжелых ионов может быть представлено как последовательность следующих основных стадий:

- (1) *Стадия сближения.* Взаимодействие двух ядер, изначально находящихся в их основных состояниях, усиливается, а расстояние между их центрами сокращается. Уже на этом этапе деформации партнеров реакции более не являются деформациями основных состояний. Эволюция деформационных степеней свободы начинается довольно рано из-за сдвига оптимальной деформации, обеспечивающей минимум потенциальной энергии, в сторону более вытянутых форм взаимодействующих ядер. Следующей важной особенностью этого этапа является возможность передачи нуклонов еще до того, как ядра соприкоснутся. В ряде работ было показано, что уже на стадии сближения волновая функция валентного нейтрона, локализованная первоначально в одном из ядер, может распространиться по объему другого ядра *еще до того*, как сталкивающиеся ядра преодолели кулоновский барьер (см., например, работы [81, 207, 208, 213, 214] и Рис. 1.2). Наконец, взаимодействие статически деформированных ядер, т.е. обладающих ненулевой деформацией в основном состоянии, сильно зависит от углов взаимной ориентации, что необходимо учитывать. Заметим, что в этой работе преимущественно анализируются реакции между ядрами, имеющими нулевые деформации основного состояния.
- (2) *Образование моноядра и его эволюция.* Сильная диссипация кинетической энергии относительного движения в энергию возбуждения начинается в конце стадии сближения, когда диффузности распределений ядерного вещества перекрываются. Таким образом, после контакта образуется возбужденное моноядро. Его эволюция определяется главным образом особенностями ландшафта поверхности потенциальной энергии и балансом между силой ядерного трения, определяющей переход кинетической энергии коллективного движения во внутреннее возбуждение, с одной стороны, и тепловыми флуктуациями коллективных степеней свободы,

возникающими из-за связи внутренней и коллективной подсистем, — с другой. На этом этапе может произойти существенное изменение формы моноядра, что, в первую очередь, связано с интенсивными передачами нуклонов между двумя частями системы, а также их большими деформациями. Взаимодействующие ядра могут полностью потерять свою индивидуальность и сформировать составное ядро. Наконец, система распадается и образует либо холодный испарительный остаток, либо два фрагмента.

- (3) *Формирование продуктов реакции.* Разделение системы на два фрагмента (разрыв шейки) прекращает процессы передачи нуклонов и диссипации энергии относительного движения. Массы и заряды первичных фрагментов теперь зафиксированы. Осколки ускоряются в поле их взаимодействия. Дополнительная деформация фрагментов, существовавшая в момент разрыва шейки, постепенно исчезает. Соответствующая энергия деформации превращается в возбуждение фрагментов. Таким образом, формируются два первичных (возбужденных) фрагмента. Их де-возбуждение может происходить либо путем испарения частиц (в основном нейтронов, протонов, α -частиц и γ -квантов), либо посредством последовательного деления.

2.1.1. Степени свободы

Из-за конкуренции и существенного перекрытия каналов реакции между тяжелыми ионами необходим единый динамический подход для одновременного описания всех возможных процессов. Модель должна иметь единый набор степеней свободы, играющих важнейшую роль на всех этапах процесса. Выбор этих степеней свободы является первым шагом на пути развития такой модели. Их число должно быть достаточно большим, чтобы воспроизводить основные особенности процесса ядро-ядерных столкновений и одновременно описывать сильно перекрывающиеся каналы реакции. В то же время мы ограничены современными вычислительными возможностями.

В нашей модели для описания формы ядра используется параметризация двухцентровой оболочечной модели (см. подраздел 1.2.3). Параметризация имеет пять неопределенных параметров, что позволяет ввести пять независимых коллективных степеней свободы:

- (1) *Удлинение* $r = z_2 - z_1$, которое для разделенных ядер приближенно равно расстоянию между центрами масс.
- (2) — (3) *Деформации* левой ($z \leq 0$) и правой ($z > 0$) частей системы δ_1 и δ_2 .
- (4) *Массовая асимметрия* $\eta_A = (A_2 - A_1)/(A_1 + A_2)$, где A_1 и A_2 массы (объемы) левой и правой частей системы, соответственно.

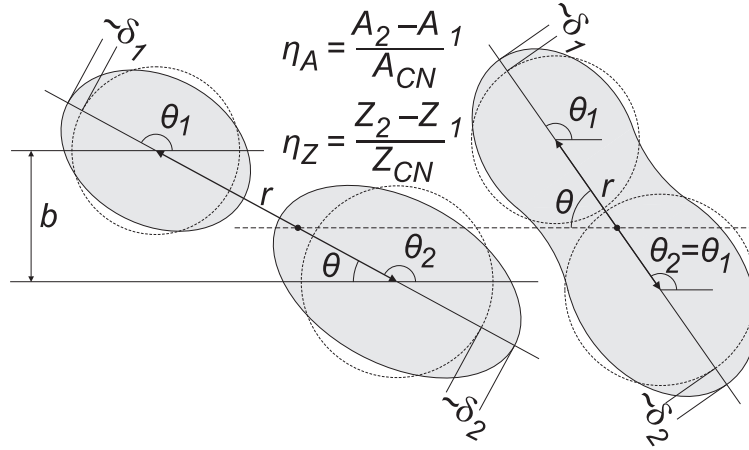


Рис. 2.1: Схематическое изображение основных степеней свободы.

- (5) *Параметр шейки ε* . Для того чтобы сократить число явно рассматриваемых степеней свободы, мы используем приближенное рассмотрение этой переменной как релаксационный процесс со временем τ_ε , предложенное в работе [38] (см. также подраздел 1.3.3).

Таким образом, модель имеет четыре степени свободы, определяющие форму системы (r , δ_1 , δ_2 и η_A). Учитывается также координата зарядовой асимметрии $\eta_Z = (Z_2 - Z_1)/(Z_2 + Z_1)$, где Z_1 и Z_2 — заряды левой и правой частей системы. Эта степень свободы необходима, например, для анализа реакций передач с образованием различных изотопов данного элемента. Отметим, что вариация η_Z изменяет только соотношение протонов и нейтронов в двух частях системы без изменения ее формы.

Дополнительно, в качестве независимых степеней свободы, в модель включены: два угла θ_1 и θ_2 , описывающие собственные вращения частей системы, а также угол θ между осью, соединяющей центры масс системы, и направлением пучка. Таким образом, суммарно модель имеет восемь степеней свободы, схематически показанных на Рис. 2.1.

2.1.2. Потенциальная энергия

Потенциальная энергия является важнейшей составляющей развиваемой динамической модели. Ее подробное обсуждение дано в работе [38] и в главе 1 настоящей диссертации.

2.1.3. Уравнения движения

Эволюция коллективных степеней свободы во времени рассматривалась нами в стохастическом подходе, основанном на уравнениях Ланжевена (см., например, обзоры [35, 193, 196] и ссылки в них). Рассмотрение базируется на аналогии с движением броуновской частицы (коллективные степени свободы), помещенной в термостат, образо-

ванный всеми остальными степенями свободы ядра. Соответствующая система уравнений имеет вид

$$\begin{cases} \dot{q}_i &= \mu_{ij} p_j, \\ \dot{p}_i &= F_i^{\text{driving}} + F_i^{\text{friction}} + F_i^{\text{random}}, \end{cases} \quad (2.1)$$

где q_i и p_i — набор коллективных степеней свободы и сопряженных им импульсов, соответственно; m_{ij} — массовый (инерционный) тензор $\|\mu_{ij}\| = \|m_{ij}\|^{-1}$. Как было сказано выше, в настоящей модели $\mathbf{q} = \{r, \delta_1, \delta_2, \eta_A, \eta_Z, \theta_1, \theta_2, \theta\}$ и $\mathbf{p} = \{p_r, p_{\delta_1}, p_{\delta_2}, p_{\eta_A}, p_{\eta_Z}, l_1, l_2, l\}$, где $l_{1,2}$ — угловые моменты, связанные с собственными вращениями частей системы и l — угловой момент относительного движения.

Консервативная сила, сила трения и случайная сила рассчитываются как

$$\begin{aligned} F_i^{\text{driving}} &= T \left(\frac{\partial S}{\partial q_i} \right)_{E_{\text{tot}}}, \quad S = 2\sqrt{aE^*}, \\ F_i^{\text{friction}} &= - \sum_{j,k} \gamma_{ij} \mu_{jk} p_k, \\ F_i^{\text{random}} &= \sum_j \Gamma_{ij} \xi_j(t). \end{aligned} \quad (2.2)$$

Здесь S — энтропия возбужденной ядерной системы; a — параметр плотности уровней (см. уравнение (2.24) ниже); $E^* = E_{\text{tot}} - V - E_{\text{kin}}$ — энергия возбуждения системы; E_{tot} — полная энергия (в нашем случае — энергия столкновения в системе центра масс, $E_{\text{c.m.}}$); $E_{\text{kin}} = \sum_{i,j} \mu_{ij} \frac{p_i p_j}{2}$ — кинетическая энергия, запасенная во всех коллективных степенях свободы; $\xi_i(t)$ — случайная величина, распределенная по Гауссу и обладающая следующими статистическими свойствами: $\langle \xi_i(t) \rangle = 0$, $\langle \xi_i(t), \xi_j(t') \rangle = 2\delta_{ij} \delta(t - t')$; Γ_{ij} — амплитуда случайной силы, определяемая из соотношения Эйнштейна $\Gamma_{ik} \Gamma_{kj} = \gamma_{ij} T$; $T = \sqrt{E^*/a}$ — термодинамическая температура ядра и γ_{ij} — тензор трения.

Так как деформации, зарядовая и массовая асимметрии — есть финитные моды движения, то для расчета амплитуд случайной силы $\theta_{\delta_i \delta_i}$, $\theta_{\eta_Z \eta_Z}$ и $\theta_{\eta_A \eta_A}$ вместо термодинамической температуры T необходимо использовать эффективные температуры [215], что учитывает квантовые флуктуации

$$T_i^{\text{eff}} = \frac{\hbar \omega_i}{2} \coth \left(\frac{\hbar \omega_i}{2T} \right), \quad (2.3)$$

где ω_i — осцилляторная частота по отношению к моде $i = \{\delta_1, \delta_2, \eta_Z, \eta_A\}$. Асимптотически $T_i^{\text{eff}} \simeq T$, когда $T \gg \hbar \omega_i$ и $T_i^{\text{eff}} = \hbar \omega_i / 2$, когда $T = 0$. Очевидно, что использование эффективной температуры вместо термодинамической чрезвычайно важно на первой стадии (стадии сближения) ядро-ядерных столкновений, когда температура T близка к нулю. Использование эффективной температуры, в частности, имитирует нулевые колебания мишени и снаряда, а также перенос массы и заряда между еще не возбужденными

ми партнерами реакции. Разница в использовании T_i^{eff} и T постепенно исчезает, когда кинетическая энергия относительного движения диссипирует и переходит в энергию возбуждения. Для степеней свободы, связанных с переносом заряда и массы, использование эффективной температуры важно даже для сильно возбужденных систем из-за большой величины жесткости потенциальной энергии (см. Рис. 1.8) и, следовательно, больших значений $\hbar\omega_{\eta_i}$ (порядка нескольких МэВ).

Связь деформационных степеней свободы с относительным движением играет очень важную роль в ядерной динамике. На стадии сближения ядер, в частности, основным фактором, определяющим изменение деформации мишени и снаряда, является смещение минимума потенциальной энергии в сторону вытянутых деформаций, когда расстояние между ядрами сокращается. Возбуждение низколежащих колебательных состояний в данном подходе может быть учтено лишь приближенно из-за непрерывного характера случайной силы в уравнениях (2.1).

Подводя итог, можно записать уравнения (2.1) для сопряженных импульсов в явном виде (уравнения для коллективных координат довольно тривиальны и не приводятся):

$$\begin{aligned}
\frac{dp_r}{dt} &= - \frac{\partial V}{\partial r} + T^2 \left(\frac{\partial a}{\partial r} \right)_T - \\
&\quad - \sum_{j,k} \frac{p_j p_k}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial r} + \frac{\hbar^2 l^2}{2\mathfrak{J}_{12}^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_{12}}{\partial r} + \sum_{i=1,2} \frac{\hbar^2 l_i^2}{2\mathfrak{J}_i^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_i}{\partial r} - \sum_{j,k} \gamma_{rj} \mu_{jk} p_k + \sum_j \Gamma_{rj} \xi_j, \\
\frac{dp_{\delta_1}}{dt} &= - \frac{\partial V}{\partial \delta_1} + T^2 \left(\frac{\partial a}{\partial \delta_1} \right)_T - \\
&\quad - \sum_{j,k} \frac{p_j p_k}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial \delta_1} + \frac{\hbar^2 l^2}{2\mathfrak{J}_{12}^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_{12}}{\partial \delta_1} + \sum_{i=1,2} \frac{\hbar^2 l_i^2}{2\mathfrak{J}_i^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_i}{\partial \delta_1} - \sum_{j,k} \gamma_{\delta_1 j} \mu_{jk} p_k + \sum_j \Gamma_{\delta_1 j} \xi_j \\
\frac{dp_{\delta_2}}{dt} &= - \frac{\partial V}{\partial \delta_2} + T^2 \left(\frac{\partial a}{\partial \delta_2} \right)_T - \\
&\quad - \sum_{j,k} \frac{p_j p_k}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial \delta_2} + \frac{\hbar^2 l^2}{2\mathfrak{J}_{12}^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_{12}}{\partial \delta_2} + \sum_{i=1,2} \frac{\hbar^2 l_i^2}{2\mathfrak{J}_i^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_i}{\partial \delta_2} - \sum_{j,k} \gamma_{\delta_2 j} \mu_{jk} p_k + \sum_j \Gamma_{\delta_2 j} \xi_j, \\
\frac{dp_{\eta_A}}{dt} &= - \frac{\partial V}{\partial \eta_A} + T^2 \left(\frac{\partial a}{\partial \eta_A} \right)_T - \\
&\quad - \sum_{j,k} \frac{p_j p_k}{2} \frac{\partial \mu_{jk}}{\partial \eta_A} + \frac{\hbar^2 l^2}{2\mathfrak{J}_{12}^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_{12}}{\partial \eta_A} + \sum_{i=1,2} \frac{\hbar^2 l_i^2}{2\mathfrak{J}_i^2} \frac{\partial \mathfrak{J}_i}{\partial \eta_A} - \sum_{j,k} \gamma_{\eta_A j} \mu_{jk} p_k + \sum_j \Gamma_{\eta_A j} \xi_j, \\
\frac{dp_{\eta_Z}}{dt} &= - \frac{\partial V}{\partial \eta_Z} + T^2 \left(\frac{\partial a}{\partial \eta_Z} \right)_T - \gamma_{\eta_Z \eta_Z} \mu_{\eta_Z \eta_Z} p_{\eta_Z} + \Gamma_{\eta_Z \eta_Z} \xi_{\eta_Z}, \\
\frac{dl}{dt} \hbar &= - \frac{\partial V}{\partial \theta} - \gamma_{\text{tang}} \left(\frac{\hbar l}{\mathfrak{J}_{12}} R_{\text{c.m.}} - \frac{\hbar l_1}{\mathfrak{J}_1} R_{\text{c.m.}}^{(1)} - \frac{\hbar l_2}{\mathfrak{J}_2} R_{\text{c.m.}}^{(2)} \right) R_{\text{c.m.}} + R_{\text{c.m.}} \sqrt{\gamma_{\text{tang}} T} \xi_{\text{tang}}, \\
\frac{dl_1}{dt} \hbar &= - \frac{\partial V}{\partial \theta_1} + \gamma_{\text{tang}} \left(\frac{\hbar l}{\mathfrak{J}_{12}} R_{\text{c.m.}} - \frac{\hbar l_1}{\mathfrak{J}_1} R_{\text{c.m.}}^{(1)} - \frac{\hbar l_2}{\mathfrak{J}_2} R_{\text{c.m.}}^{(2)} \right) R_{\text{c.m.}}^{(1)} - R_{\text{c.m.}}^{(1)} \sqrt{\gamma_{\text{tang}} T} \xi_{\text{tang}}, \\
\frac{dl_2}{dt} \hbar &= - \frac{\partial V}{\partial \theta_2} + \gamma_{\text{tang}} \left(\frac{\hbar l}{\mathfrak{J}_{12}} R_{\text{c.m.}} - \frac{\hbar l_1}{\mathfrak{J}_1} R_{\text{c.m.}}^{(1)} - \frac{\hbar l_2}{\mathfrak{J}_2} R_{\text{c.m.}}^{(2)} \right) R_{\text{c.m.}}^{(2)} - R_{\text{c.m.}}^{(2)} \sqrt{\gamma_{\text{tang}} T} \xi_{\text{tang}}.
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Здесь индексы j и k пробегает по всем степеням свободы, за исключением угловых ($j, k \neq \theta, \theta_1, \theta_2$), \mathfrak{J}_i ($i = 1, 2$) — являются моментами инерции частей системы, рассчитываемые в твердотельном приближении, $\mathfrak{J}_{12} = \mu R_{\text{с.м.}}^2$ — момент инерции относительного движения, μ — приведенная масса, $R_{\text{с.м.}}$ — расстояние между центрами масс ядер, а $R_{\text{с.м.}}^{(i)}$ — расстояния от центра масс i -го ядра до центральной точки между ядерными поверхностями. Отметим, что вычисление консервативной силы через градиент энтропии S , а не через градиент потенциальной энергии, важно для нагретой ядерной системы [193, 216] и приводит к дополнительному слагаемому в уравнениях (2.4), содержащему производную от параметра плотности уровней по коллективным координатам. Последние три уравнения в (2.4) совпадают с соответствующими уравнениями (6) в работе [174]. Предполагается, что за так называемую диссипацию углового момента и, в конечном итоге, формирование единого моноядра в основном отвечает трение скольжения, пропорциональное относительной скорости ближайших точек ядерных поверхностей (выражение в круглых скобках). На данный момент мы не принимаем во внимание производные потенциала по угловым степеням свободы. Это разумное приближение для реакций между статически недеформированными ядрами (сферическими в основных состояниях), когда динамические деформации развиваются вдоль межъядерной оси \mathbf{r} (см. Рис. 2.1). Коэффициент трения γ_{tang} считается пропорциональным радиальному трению $\gamma_{\text{tang}} = \gamma_{\text{tang}}^0 \gamma_{rr}$, где $\gamma_{\text{tang}}^0 \simeq 0.1$ является параметром модели.

2.1.4. Транспортные коэффициенты

Транспортные коэффициенты, тензоры инерции и трения, играют решающую роль во временной эволюции ядерной системы. Диссипация энергии в моноядре возникает из-за вязкости ядерной «жидкости» как реакция на изменение ее формы и/или колебания нейтронной подсистемы относительно протонной. На этой стадии ядерной реакции отсутствует диссипация угловых моментов (l_1 , l_2 и l сохраняются), а скорости $\dot{\theta}_1$, $\dot{\theta}_2$ и $\dot{\theta}$ равны друг другу и меняются только из-за изменения соответствующих моментов инерции.

Компоненты тензора инерции m_{ij} , соответствующие степеням свободы, задающим форму ядра, вычисляются в рамках подхода Вернера–Уиллера для несжимаемого безвихревого потока [217]. В основе приближения Вернера–Уиллера лежит представление о движении жидкости в виде цилиндрических слоев, из которых частицы жидкости при движении не выходят. Точность приближения Вернера–Уиллера при расчете транспортных коэффициентов исследовалась в [217–221]. Было получено, что при расчете массового тензора для степени свободы удлинения приближение Вернера–Уиллера обладает

достаточно высокой точностью.

$$m_{ij} = \pi \rho_m \left[\int_{z_1^{\min}}^{z_1^{\max}} \rho_s^2 \left[X_i X_j + \frac{\rho_s^2}{8} X_i' X_j' \right] dz + \int_{z_2^{\min}}^{z_2^{\max}} \rho_s^2 \left[X_i X_j + \frac{\rho_s^2}{8} X_i' X_j' \right] dz \right], \quad (2.5)$$

где $\rho_m = M_0 / \left(\frac{4}{3} \pi R_0^3 \right)$ — плотность ядерного вещества, $M_0 = A m_0$ — масса ядра, m_0 — масса нуклона, штрихи означают производную по координате z , $z_{1,2}^{\min}$ и $z_{1,2}^{\max}$ — крайние точки формы ядра (см. Рис. 1.9 и его обсуждение в тексте). Величины X_i определяются выражением

$$X_i(z, \mathbf{q}) = \frac{1}{\rho_s^2(z, \mathbf{q})} \int_z^{z^{\max}} \frac{\partial \rho_s^2(z', \mathbf{q})}{\partial q_i} dz' - \frac{\partial z_{c.m.}(\mathbf{q})}{\partial q_i}, \quad (2.6)$$

где $z_{c.m.}$ — координата центра масс ядра. Последнее слагаемое в (2.6) учитывает выбор начала координат в центре масс системы.

При расчете тензора трения для координат формы ядра используется однопольный механизм ядерной вязкости [222–224]. В этом подходе учитывается тот факт, что ядро — это система фермионов, в которой действует принцип Паули, запрещающий нуклонам рассеиваться в занятые состояния. Это увеличивает длину свободного пробега частиц до размеров самой системы, поэтому роль двухчастичных столкновений существенно уменьшается. Нуклоны движутся почти свободно внутри ядра и упруго ударяются лишь о движущуюся «стену», моделирующую поверхность ядра, которая сама обладает некоторой скоростью, поскольку определяется эволюционирующими во времени коллективными координатами системы.

В работах [222–224] были получены выражения, называемые формулами «стены» и «стены+окно». Первая из них описывает диссипацию для форм ядра без шейки, а вторая — для сильно вытянутых форм ядра, когда можно выделить сформировавшиеся осколки, соединенные шейкой. Во многих работах (см., например, [35, 225–229] и ссылки в них), посвященных изучению процесса деления ядра из основного состояния, пришлось редуцировать вклад от формулы стены (обычно в 2–4 раза) для того, чтобы воспроизвести экспериментальные данные по множественностям частиц и распределениям осколков по массе, энергии и углу. В наших расчетах использовались полные формулы однопольного трения без редуцирования формулы стены. Тензор трения, соответствующий формуле «стена» для аксиально симметричных сплошных форм, имеет вид

$$\gamma_{ij}^w = \frac{\pi \rho_m \bar{v}}{2} k_s \int_{z_1^{\min}}^{z_2^{\max}} \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial z_{c.m.}}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial z_{c.m.}}{\partial q_j} \right) \left(\rho_s^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz, \quad (2.7)$$

а тензор трения, соответствующий формуле «стена+окно», может быть записан как

$$\begin{aligned} \gamma_{ij}^{ww} = & \frac{1}{2} \rho_m \bar{v} \left\{ \frac{\partial r}{\partial q_i} \frac{\partial r}{\partial q_j} \Delta \sigma + \frac{8}{9} \frac{V^2}{\Delta \sigma} \frac{\partial \eta_A}{\partial q_i} \frac{\partial \eta_A}{\partial q_j} + \right. \\ & + k_s \left[\pi \int_{z_1^{\min}}^{z_1^{\max}} \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_L}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_L}{\partial q_j} \right) \left(\rho_s^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz + \right. \\ & \left. \left. + \pi \int_{z_2^{\min}}^{z_2^{\max}} \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_i} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_R}{\partial q_i} \right) \left(\frac{\partial \rho_s^2}{\partial q_j} + \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \frac{\partial D_R}{\partial q_j} \right) \left(\rho_s^2 + \left(\frac{1}{2} \frac{\partial \rho_s^2}{\partial z} \right)^2 \right)^{-\frac{1}{2}} dz \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.8)$$

Здесь $\bar{v} = 3/4 v_F$ — средняя скорость нуклонов внутри ядра, v_F — скорость Ферми, D_R, D_L — положения центров масс будущих осколков, $\Delta \sigma = \pi r_N^2$ — площадь «окна», т. е. перемычки между двумя будущими осколками, $r_N = \rho_s^2(z_1^{\max})$ — радиус шейки, $V = 4/3 \pi R_0^3$ — объем ядра. Полной однотельной вязкости соответствует $k_s = 1$.

Два слагаемых в квадратных скобках в формуле (2.8) соответствуют формуле «стены» для левого и правого осколков. Для форм ядра без шейки тензор трения обычно рассчитывается по формуле «стены» (2.7), а для сильно деформированных форм с тонкой шейкой применяется формула «стена+окно» (2.8). Для описания диссипации в промежуточном случае обычно используют выражения вида

$$\gamma_{ij}^{o.b.} = \gamma_{ij}^w f(r_N) + \gamma_{ij}^{ww} [1 - f(r_N)].$$

Выбор функции $f(r_N)$ является достаточно произвольным. Ее выбирают так, чтобы она плавно менялась в пределах от нуля до единицы при изменении толщины шейки от нуля до максимального значения. В частности, в нашей модели $f(r_N) = \sin^2 \{ \pi/2 \cdot r_N / \max[\rho_s(z_1), \rho_s(z_2)] \}$ [см. выражение (1.54)]. Отметим, что тензоры инерции и трения для степеней свободы, определяющих форму системы, являются диагональными, когда ядра разделены и имеют эллипсоидальные формы. На стадии моноядра они имеют ненулевые недиагональные компоненты.

Транспортные коэффициенты для зарядовой асимметрии (стадия моноядра) рассчитываются так же, как в работах [71, 146, 147]. Коэффициент инерции для зарядовой асимметрии рассчитывается согласно [230] для потока вязкой несжимаемой жидкости через цилиндрическую шейку радиуса r_N и длины l_N , соединяющую две сферические части системы

$$m_{\eta z \eta z} = \frac{m_0}{3\pi\rho} \frac{Z A^2 (l_N + 2r_N)}{N r_N^2}, \quad (2.9)$$

где ρ — плотность нуклонов. Чтобы использовать это выражение, фактическая форма ядра аппроксимируется двумя сферами, соединенными цилиндрической шейкой, таким образом, чтобы сохранялась массовая асимметрия системы η_A , расстояние r между

центрами образующихся фрагментов, а также толщина шейки r_N . Параметр трения для координаты зарядовой асимметрии рассчитывается в рамках однотельного механизма ядерной вязкости [146, 147]

$$\gamma_{\eta z \eta z} = \frac{4m_0}{9\rho} \frac{AZ}{N} [N\bar{v}_p + Z\bar{v}_n] \frac{1}{\Delta\sigma}, \quad (2.10)$$

где \bar{v}_p и \bar{v}_n — средние скорости протонов и нейтронов внутри ядра, соответственно.

Модели, используемые в этой работе для расчета тензоров инерции и трения, по существу, являются макроскопическими. Они дают высокотемпературный предел транспортных коэффициентов. Микроскопические эффекты могут играть важную роль, например, на стадии сближения, когда ядра только достигают расстояния, на котором начинается диссипация энергии. В этой области (см. ниже) мы используем феноменологические коэффициенты трения и инерции, имеющие регулируемые параметры, определенные по экспериментальным данным. Это позволяет избежать дополнительного усложнения модели, предполагая, что система в точке контакта уже достаточно возбуждена, чтобы использовать макроскопические транспортные коэффициенты в качестве разумного приближения. В то же время микроскопические поправки к транспортным коэффициентам (оболочечные эффекты и влияние спаривания, см., например, [231, 232]) и их температурная зависимость могут быть явно включены в модель в будущем.

Существует несколько важных особенностей рассмотрения ядерного движения для разделенных ядер. Как упоминалось выше, тензоры инерции и трения в этом случае диагональны. Подход Вернера–Уилера и модель однотельной диссипации все еще можно использовать для деформационных степеней свободы δ_1 и δ_2 . Для относительного движения коэффициент инерции m_{rr} равен приведенной массе системы. Все остальные транспортные коэффициенты $\mu_{\eta A \eta A}$, $\mu_{\eta z \eta z}$, γ_{rr} , $\gamma_{\eta A \eta A}$, $\gamma_{\eta z \eta z}$ равны нулю для разделенных ядер, будучи рассчитанными в моделях, описанных выше. Это не позволяет учесть тот факт, что диссипация углового момента и энергии относительного движения начинается уже до контакта, когда ядра приближаются друг к другу на расстояние действия ядерных сил (~ 2 Фм) и их диффузности перекрываются. Также уже на стадии сближения может происходить передача нуклонов, которую можно моделировать в рамках ланжевеновского подхода только при ненулевых транспортных коэффициентах.

Чтобы учесть эти эффекты, и следуя модели поверхностного трения [193], в разрабатываемую динамическую модель была включена феноменологическая сила ядерного трения с форм–фактором, предложенным в работе [174]. Этот дополнительный форм–фактор $F(r)$ стремится к нулю для моноядра, где однотельное трение дает ненулевую диссипацию. Таким образом, коэффициент радиального трения γ_{rr} вычисляется как

взвешенная сумма двух членов

$$\begin{aligned}\gamma_{rr} &= w_F(r)\gamma_{rr}^{o.b.} + [1 - w_F(r)]\gamma_r^0 F(r), \\ F(r) &= \left\{ 1 + \exp\left(\frac{r - R_{\text{contact}} - \Delta R_F}{a_F}\right) \right\}^{-1},\end{aligned}\quad (2.11)$$

где весовая функция есть

$$w_F(r) = \left\{ 1 + \exp\left(\frac{r - R_{\text{contact}} + \Delta R_F}{a_F}\right) \right\}^{-1}.\quad (2.12)$$

Коэффициент трения γ_r^0 , радиус трения ΔR_F и коэффициент диффузности a_F являются параметрами модели. Их значения могут быть достаточно надежно определены путем согласования расчетов с экспериментальными данными для квазиупругого и глубоководного рассеяния. Наиболее чувствительными к этим параметрам величинами являются: угол касательных столкновений, наклон и наименьшее значение квазиупругой части энергетического распределения продуктов реакции. Нами были определены следующие значения [28]: $\gamma_r^0 = 30 \times 10^{-22}$ МэВ с Фм^{-2} , $\Delta R_F = 2.5$ Фм и $a_F = 0.2$ Фм .

Можно показать, что коэффициенты трения для координат массовой и зарядовой асимметрии для разделенных ядер связаны с соответствующими скоростями передачи нуклонов как

$$\gamma_{\eta_x \eta_x} = \frac{T}{\lambda_{\eta_x}}, \quad x = A, Z, \quad (2.13)$$

где величина λ_{η_x} может быть рассчитана как (см. уравнение (5) работы [174])

$$\lambda_{\eta_A} = \lambda_A^0 P_{\text{tr}}(r) \frac{4}{A^2}, \quad \lambda_{\eta_Z} = \lambda_Z^0 P_{\text{tr}}(r) \frac{4}{A^2} g_{ZA}. \quad (2.14)$$

Здесь λ_A^0 and λ_Z^0 — скорости передачи массы и заряда и P_{tr} — вероятность передачи нуклона, зависящая от расстояния между ядерными поверхностями. Величина $A^2/4$ возникает потому, что в уравнениях в качестве коллективной координаты используется массовая асимметрия, а не масса осколка. Вероятность передачи нуклона P_{tr} экспоненциально стремится к нулю при $r \rightarrow \infty$ и равна единице для перекрывающихся ядер. В расчетах мы используем квазиклассическое приближение для $P_{\text{tr}} = \exp(-2\kappa\xi)$, предложенное в [233]. Здесь $\xi = r - R_{\text{contact}} - \Delta R_N$, где $\Delta R_N \simeq \Delta R_F$, т.е. радиус нуклонных передач совпадает с радиусом радиального трения и $\kappa = \sqrt{2\mu_n B_n / \hbar^2}$, где μ_n — приведенная масса нуклона, а B_n — энергия его отделения. Для непрерывности вблизи точки контакта используется гладкая сшивка коэффициентов трения для координат массовой и зарядовой асимметрий, рассчитанных для разделенных ядер и моноядра. Предполагается, что $\lambda_A^0 = \lambda_Z^0$, а отношение $g_{ZA} = \lambda_{\eta_Z} / \lambda_{\eta_A} = \gamma_{\eta_A \eta_A} / \gamma_{\eta_Z \eta_Z}$ такое же, как если его рассчитать в предположении одностороннего механизма вязкости (близко к

Таблица 2.1: Начальные значения координат и сопряженных им импульсов для системы уравнений Ланжевена (2.1).

| степень свободы | начальное значение координаты | начальное значение сопряженного импульса |
|--------------------|--|---|
| r | $50 \Phi_M$ | $-k_0 (1 - V_{\text{pot}}^0/E_{\text{c.m.}} - b^2/r^2)$ |
| δ_1 | $\delta_{\text{proj}}^{\text{min}}$ | 0 |
| δ_2 | $\delta_{\text{trag}}^{\text{min}}$ | 0 |
| η_A | $(A_{\text{targ}} - A_{\text{proj}}) / (A_{\text{targ}} + A_{\text{proj}})$ | 0 |
| η_Z | $(Z_{\text{targ}} - Z_{\text{proj}}) / (Z_{\text{targ}} + Z_{\text{proj}})$ | 0 |
| θ_1 | 0 | 0 |
| θ_2 | 0 | 0 |
| θ | $\arctan\left(\frac{b/r + \eta/bk_0}{1 - V_{\text{pot}}^0/E_{\text{c.m.}} - b^2/r^2}\right) - \arctan\left(\frac{\eta}{bk_0}\right)$ | bk_0 |

единице). Таким образом, мы имеем один свободный параметр λ_A^0 . Он был определен из сравнения расчетов с экспериментальными данными по зарядовым распределениям фрагментов реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ при $E_{\text{c.m.}} = 569$ МэВ [см. Рис. 2.3 (ж) ниже], равным $1(T/\text{МэВ}) \times 10^{22} \text{ с}^{-1}$. Соответствующие обратные коэффициенты инерции $\mu_{\eta_A\eta_A}$ и $\mu_{\eta_Z\eta_Z}$ для разделенных ядер оцениваются в предположении, что приведенные коэффициенты трения $\gamma_{\eta_x\eta_x}\mu_{\eta_x\eta_x}$ имеют те же значения, что и рассчитанные с одностельным трением и гидродинамическими массами вблизи точки контакта. Значения $\mu_{\eta_A\eta_A}$ и $\mu_{\eta_Z\eta_Z}$ близки друг к другу и равны приблизительно $0.005R_0^{-2}m_0^{-1}$.

2.1.5. Метод расчета сечений

Численное решение уравнений Ланжевена (2.1) начинается со стадии сближения, когда мишень и снаряд разделены на $50 \Phi_M$ и заканчиваются, когда два продукта реакции сформированы и снова разлетаются на расстояние порядка $50 \Phi_M$. В этом случае начальные условия формулируются довольно просто. Исходными данными являются массы (A_{proj} и A_{targ}) и заряды (Z_{proj} и Z_{targ}) сталкивающихся ядер, энергия столкновения $E_{\text{c.m.}}$ и прицельный параметр b . Это дает возможность определить начальные значения координат и сопряженных им импульсов, приведенные в Таб. 2.1, где $\hbar k_0$ — импульс относительного движения снаряд–мишень на бесконечности, V_{pot}^0 — потенциальная энергия в начальной точке, $\delta_{\text{proj}}^{\text{min}}$ и $\delta_{\text{targ}}^{\text{min}}$ — деформации снаряда и мишени в минимуме потенциальной энергии и η — параметр Зоммерфельда. Отметим, что в случае статически деформированных ядер начальные значения углов θ_1 и θ_2 в отсутствие

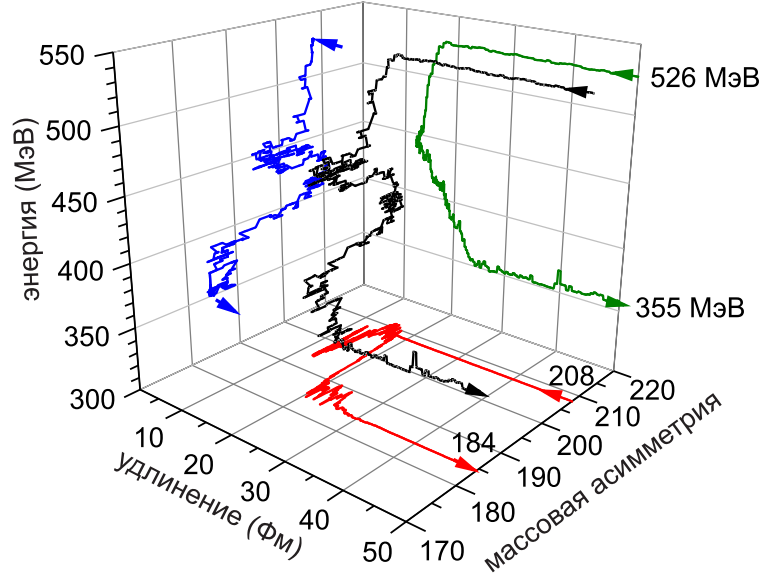


Рис. 2.2: Траектория и ее проекции показывающие эволюцию во времени суммы потенциальной энергии и кинетической энергии относительного движения, а также удлинения системы и массы тяжелого ядра для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при $E_{\text{с.м.}} = 526$ МэВ.

поляризации пучка и/или мишени нужно выбирать равномерно распределенными на интервале $[0, \pi/2]$.

Решением этих уравнений является траектория в пространстве коллективных координат. Пример такой траектории показан на Рис. 2.2, где можно четко видеть процесс диссипации энергии (нагрев системы), обмен нуклонами, а также эволюцию координаты удлинения. Каждая траектория дает полную информацию об одном столкновении, а именно: заряды и массы первичных (возбужденных) продуктов реакции, их кинетические энергии, углы разлета продуктов реакции, время реакции и т.д. Для изучения характеристик конечных фрагментов мы используем статистическую модель распада возбужденного вращающегося ядра, описанную ниже в подразделе 2.1.6. В этом подходе дифференциальные сечения вычисляются стандартным образом: (1) моделируется большое количество траекторий в диапазоне прицельных параметров $0 < b < b_{\text{max}}$; (2) налагаются дополнительные ограничения на энергии фрагментов, углы их разлета, массы и заряды в соответствии с экспериментальными условиями измерения; (3) вычисляются дифференциальные сечения как

$$\frac{d^4\sigma}{dM dZ dE d\Omega}(M, Z, E, \theta) = \int_0^{b_{\text{max}}} \frac{\Delta N(b, E, \theta)}{N_{\text{tot}}(b)} \frac{b db}{\sin \theta \Delta M \Delta Z \Delta \theta \Delta E}, \quad (2.15)$$

где ΔN — число траекторий в требуемом диапазоне масс, зарядов, энергий и углов, а N_{tot} — полное число разыгранных траекторий для одного прицельного параметра. Любые одинарные, двойные и тройные дифференциальные сечения могут быть получены интегрированием уравнения (2.15).

2.1.6. Моделирование девозбуждения продуктов реакции

В динамической модели, описанной выше, могут быть получены характеристики первичных (возбужденных) продуктов реакции. Процесс их девозбуждения можно рассматривать в рамках статистической модели, которая должна применяться отдельно к каждому из фрагментов. Ниже приводятся основные соотношения статистической модели, используемой в этой работе.

Наиболее важными каналами распада возбужденного ядра являются испарение легких частиц: нейтронов, протонов, α -частиц, а также деление и эмиссия γ -квантов. В большинстве случаев для получения вероятности выживания во всех возможных каналах распада удобно использовать метод Монте-Карло. На каждом этапе распада ядра случайным образом выбирается одно из возможных событий в соответствии с вероятностями их выпадения:

$$\begin{aligned} P_b &= \frac{\Gamma_b}{\Gamma_{\text{tot}}}, \quad b = n, p, \alpha, \gamma, \text{fiss}, \\ \Gamma_{\text{tot}} &= \Gamma_n + \Gamma_p + \Gamma_\alpha + \Gamma_\gamma + \Gamma_{\text{fiss}}, \end{aligned}$$

где Γ_{tot} — полная ширина распада, рассчитываемая как сумма парциальных ширин распада по всем учитываемым каналам. В случае испарения частицы ее энергия e разыгрывается исходя из спектра, определяемого подынтегральным выражением соотношений (2.17) и (2.18). Энергия возбуждения ядра уменьшается на величину унесенной кинетической энергии частицы и ее энергии связи. При наступлении события деления массы и заряды фрагментов разыгрываются с использованием кода GEF [234, 235].

Моделирование процесса девозбуждения прекращается либо при делении ядра на какой-либо стадии испарительного каскада, либо при уменьшении энергии возбуждения ниже барьера деления и порогов отделения частиц. В последнем случае образуется остаток испарения.

В ряде случаев, и, прежде всего, в случае образования СТЯ, его выживаемость может быть настолько низкой, что моделирование методом Монте-Карло приведет к неразумно большому времени счета. Тогда выживаемость ядра в каком-либо редком канале может быть рассчитана путем многократного вложенного интегрирования вероятностей испускания каждой из x частиц:

$$\begin{aligned} P_{b_1 b_2 \dots b_x} &= \int_0^{E_0^* - B_{b_1}} \frac{\Gamma_{b_1}}{\Gamma_{\text{tot}}} (E_0^*, I_0) \cdot W_{b_1}(E_0^*, e_1) de_1 \int_0^{E_1^* - B_{b_2}} \frac{\Gamma_{b_2}}{\Gamma_{\text{tot}}} (E_1^*, I_1) \cdot W_{b_2}(E_1^*, e_2) de_2 \dots \\ &\quad \int_0^{E_{x-1}^* - B_{b_x}} \frac{\Gamma_{b_x}}{\Gamma_{\text{tot}}} (E_{x-1}^*, I_{x-1}) \cdot W_{b_x}(E_{x-1}^*, e_x) \cdot \prod_{i=1}^N \frac{\Gamma_\gamma}{\Gamma_{\text{tot}}}(E_i^*, I_i) de_x, \quad (2.16) \end{aligned}$$

где B_{b_i} — энергия связи i -ой испускаемой частицы, e_i — ее кинетическая энергия, $E_i^* = E_0^* - \sum_{j=1}^{i-1} (B_{b_j} + e_j)$ — энергия возбуждения остаточного ядра после испускания $i - 1$ частицы, а E_0^* — начальная энергия возбуждения ядра. Вероятность того, что испарившаяся частица b_i будет иметь энергию e_i определяется подынтегральным выражением в (2.17), нормированным на единицу. Здесь $b_i = \{n, p, \alpha\}$. В формуле (2.16) каждый из интегралов дает вероятность испускания i -ой частицы, а произведение, завершающее выражение, — вероятность выживания испарительного остатка в результате испускания только γ -квантов. Наиболее просто выражение (2.16) может быть записано для вероятности испускания x нейтронов. Если требуется рассчитать вероятность выживания в каналах с испусканием частиц разного типа, то величину (2.16) требуется найти для всех возможных последовательностей испускания частиц, а итоговую вероятность выживания определить как сумму по всем перестановкам.

Выражение для ширины испарения частиц (нейтронов, протонов и α -частиц) имеет вид

$$\Gamma_{C \rightarrow B+b}(E^*, J) = \frac{2s_b + 1}{2\pi\rho_C(E^*, J)} \int_0^{E^* - B_b} \sum_l T_l(e_b) \sum_{I=|J-l|}^{I=J+l} \rho_B(E^* - B_b - e_b, I) de_b. \quad (2.17)$$

Здесь $\rho(E, J)$ — плотность уровней возбужденного ядра, s_b — спин испускаемой частицы $b = n, p, \alpha$ и $T_l(e)$ — вероятность прохождения частицы через потенциальный барьер.

Ширина испарения γ -кванта есть

$$\Gamma_\gamma^L(E^*, J) = \frac{1 + \kappa}{\rho_C(E^*, J)} \int_0^{E^*} f_L(e_\gamma) \sum_{I=|J-L|}^{I=J+L} e_\gamma^{2L+1} \rho_C(E^* - e_\gamma, I) de_\gamma, \quad (2.18)$$

где f_L — силовая функция излучения мультипольности L и $\kappa = 0.75$ [193, 236]. В модели учитывается только дипольное излучение ($L = 1$), тогда

$$f_1(e_\gamma) = 3.31 \cdot 10^{-6} (\text{MeV}^{-1}) \frac{Z(A-Z)}{A} \frac{e_\gamma \Gamma_0}{(E_0^2 - e_\gamma^2)^2 + (e_\gamma \Gamma_0)^2}, \quad (2.19)$$

где $\Gamma_0 = 5$ МэВ и $E_0 = 167.23 / \sqrt{1.959A^{2/3} + 14.074A^{1/3}}$ МэВ — соответственно ширина и положение гигантского дипольного резонанса, вычисляемые согласно работе [237].

Делительная ширина рассчитывается как

$$\Gamma_{\text{fiss}}(E^*, J) = \frac{K_{\text{Kramers}}}{2\pi\rho_C(E^*, J)} \int_0^{E^* - B_f} T_{\text{fiss}}(e, J) \rho_C^{\text{s.p.}}(E^* - B_f - e, J) de, \quad (2.20)$$

Форма барьера деления аппроксимируется перевернутой параболой, а его проникае-

мость вычисляется по формуле

$$T_{\text{fiss}}(e, J) = \frac{1}{1 + \exp\left(-\frac{2\pi}{\hbar\omega_{\text{s.p.}}}[e - B_f(E^*)]\right)}. \quad (2.21)$$

Здесь $K_{\text{Kramers}} = \frac{\hbar\omega_{\text{g.s.}}}{T\omega_{\text{s.p.}}} \left(\sqrt{\omega_{\text{s.p.}}^2 + \eta^2/4} - \eta/2\right)$ — коэффициент Крамерса [238], который зависит от параметра вязкости η , $\omega_{\text{g.s.}}$ и $\omega_{\text{s.p.}}$ — соответственно, частоты коллективных колебаний в основном состоянии (g.s.) и в седловой точке (s.p.). В выражении (2.20) величина $\rho_C^{\text{s.p.}}$ — есть плотность состояний составного ядра, вычисленная в седловой точке. Барьер деления находится в виде $B_f = B_{\text{LDM}} + \delta U(g.s.)$, где B_{LDM} — барьер в модели жидкой капли [88], $\delta U(g.s.)$ — оболочечная поправка к энергии основного состояния согласно работе [239]. Нами не учитывается величина оболочечной поправки в седловой точке, что согласно топографической теореме Святецкого [39, 159] (см. Приложение А) является вполне оправданным.

Плотность уровней атомного ядра, состоящего из Z протонов и N нейтронов, имеющего энергию возбуждения E^* и угловой момент J , представляется в виде

$$\rho(E^*, Z, N, J) = K_{\text{coll}}(E^*, Z, N)\rho_0(E^*, Z, N, J), \quad (2.22)$$

где $\rho_0(E^*, Z, N, J)$ — плотность одночастичных состояний, $K_{\text{coll}}(E^*, Z, N)$ — фактор усиления, учитывающий коллективные состояния ядер.

Плотность одночастичных состояний возбужденного вращающегося ядра может быть записана следующим образом [240]:

$$\rho_0(E^*, Z, N, J) = \frac{(2J+1)a^{1/2}}{24\left(E^* - \Delta - \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\mathfrak{J}_\perp}\right)^2} \left(\frac{\hbar^2}{\mathfrak{J}_\perp}\right)^{3/2} \exp\left[2\sqrt{a\left(E^* - \Delta - \frac{\hbar^2 J(J+1)}{2\mathfrak{J}_\perp}\right)}\right], \quad (2.23)$$

где \mathfrak{J}_\perp — момент инерции ядра вдоль оси, перпендикулярной оси симметрии, а Δ — поправка на спаривание.

$$\Delta = \chi \frac{12}{\sqrt{A}},$$

где χ — параметр, равный 0, 1, и 2 для нечетно–нечетного, нечетного и четно–четного ядра, соответственно.

Параметр плотности уровней вычисляется по формуле Игнатюка [240]:

$$\begin{aligned} a &= \tilde{a} \left(1 + \delta U \frac{1 - \exp(-\gamma E^*)}{E^*}\right), \\ \tilde{a} &= \alpha A + \beta A^{\frac{2}{3}} B_S, \end{aligned} \quad (2.24)$$

где α , β и γ — коэффициенты со значениями 0.073 МэВ^{-1} , 0.095 МэВ^{-1} и 0.061 МэВ^{-1} , соответственно [241]. Функционал B_S — безразмерная величина, равная отношению площади поверхности деформированного ядра (с квадрупольной деформацией β_2) к площади поверхности сферического ядра того же объема. Величина B_S рассчитывается для деформации основного состояния (ширины испарения частиц) и для деформации в седловой точке (делительная ширина). Деформация ядра в седловой точке находится согласно работе [242]. Необходимые свойства основных состояний ядер (массы, оболочечные поправки, деформации) взяты из работы [239]. Массы основных состояний известных ядер — из работы [243].

Зависимость коэффициента коллективного усиления плотности уровней K_{coll} от деформации ядра параметризуется, как в работе [244]:

$$K_{\text{coll}}(E^*, Z, N) = K_{\text{rot}}\phi(\beta_2) + K_{\text{vib}} [1 - \phi(\beta_2)], \quad (2.25)$$

$$K_{\text{rot}} = \frac{\mathfrak{J}_{\perp} T}{\hbar^2}, \quad K_{\text{vib}} = \exp(kA^{2/3}T^{4/3}),$$

где $k = 0.0555$ [240] и сглаживающая функция имеет вид

$$\phi(\beta_2) = \left[1 + \exp\left(\frac{\beta_2^0 - |\beta_2|}{\Delta\beta_2}\right) \right]^{-1}. \quad (2.26)$$

Значения параметров этого соотношения есть $\beta_2^0 = 0.15$ и $\Delta\beta_2 = 0.04$ [244].

2.2. Анализ реакций многоуклонных передач

Для тестирования разработанной динамической модели ядро–ядерных столкновений были выбраны следующие реакции: $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$, $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ и $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$. Прежде всего, канал слияния–деления полностью подавлен для таких тяжелых систем. Поэтому можно сосредоточиться только на анализе процессов глубоконеупругого рассеяния без перекрытия с другими реакционными каналами. Во–вторых, эти системы были тщательно изучены экспериментально с использованием разных методов. Достаточно полная информация была накоплена в серии экспериментов, проведенных для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ при нескольких энергиях [245–247]. Недавно в работах [30, 31, 33] была изучена система $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$. Наконец, анализ реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ был выполнен в работе [32], направленной на измерение сечений образования конкретных нуклидов в реакциях многоуклонных передач.

2.2.1. Анализ реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$

Реакция $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ изучалась экспериментально при трех надбарьерных энергиях $E_{\text{с.м.}} = 569, 684$ и 861 МэВ в работах [245–247]. Снярядоподобные фрагменты (projectile–

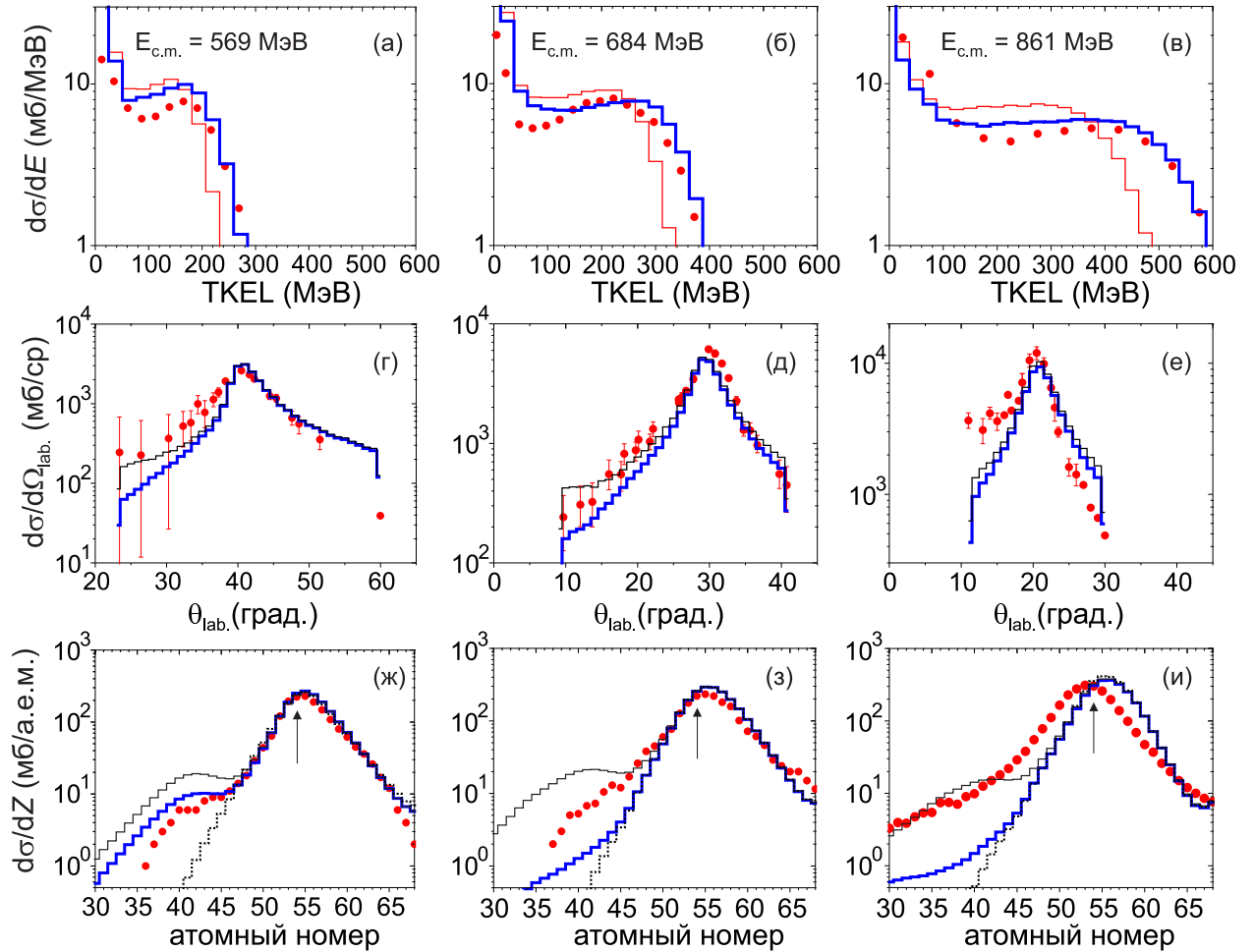


Рис. 2.3: Сравнение экспериментальных (символы) и рассчитанных (гистограммы) энергетических, угловых и зарядовых распределений продуктов реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ при энергиях $E_{\text{c.m.}} = 569$ [(а), (г) и (ж)], 684 [(б), (д) и (з)] и 861 [(в), (е) и (и)] МэВ. Жирные сплошные гистограммы показывают распределение конечных фрагментов с частично исключенными событиями последовательного деления в соответствии с критериями экспериментального отбора. Тонкие гистограммы для энергетических распределений [(а), (б) и (в)] соответствуют первичным фрагментам. Тонкие сплошные гистограммы на панелях (г) — (и) показывают распределения конечных фрагментов, включая все события последовательного деления. Пунктирные гистограммы построены для зарядовых выходов холодных продуктов реакции с полностью исключенными событиями последовательного деления. Стрелки указывают на заряд снаряда. Экспериментальные данные взяты из работ [245–247].

like fragments, PLFs) были зарегистрированы в угловых диапазонах, приведенных ниже. Значения потерь полной кинетической энергии (total kinetic energy loss, TKEL) были ограничены при анализе зарядового и углового распределений с целью устранения квазиупругих событий и событий последовательного деления высоковозбужденных мишенеподобных фрагментов (target-like fragments, TLFs). Таким образом, как на экспериментальные данные, так и на результаты моделирования были наложены следующие условия:

309 >TKEL> 23 МэВ и $40^\circ \leq \theta_{c.m.} \leq 100^\circ$ для $E_{c.m.} = 569$ МэВ;

384 >TKEL> 34 МэВ и $25^\circ \leq \theta_{c.m.} \leq 75^\circ$ для $E_{c.m.} = 684$ МэВ;

601 >TKEL> 51 МэВ и $18^\circ \leq \theta_{c.m.} \leq 128^\circ$ для $E_{c.m.} = 861$ МэВ.

В анализе результатов расчетов учитывалось также среднее экспериментальное разрешение в три зарядовых единицы (полуширина на полувысоте) и 10 МэВ по энергии.

Сравнение теоретических и экспериментально полученных энергетических, угловых и зарядовых распределений продуктов реакции показано на Рис. 2.3. Рассчитанные распределения находятся в разумном согласии с соответствующими экспериментальными данными для всех трех энергий. Отметим заметное смещение теоретического зарядового распределения относительно экспериментального для наибольшей энергии столкновения на две зарядовые единицы [Рис. 2.3 (и)]. В данной модели передача нуклонов в основном определяется особенностями ландшафта потенциальной энергии. Энергетически выгодна (есть каналы с положительными значениями Q) передача протонов от висмута к ксенону. Все передачи в обратном направлении характеризуются отрицательными Q . Это приводит к большей вероятности передачи протонов в направлении симметризации, а именно от мишени к снаряду. Эта тенденция присутствует в экспериментальных данных для двух более низких энергий, а также в результатах моделирования для всех трех рассмотренных энергий. Пик же измеренного распределения заряда при $E_{c.m.} = 861$ МэВ слегка смещается в сторону более низких зарядов. Происхождение этого сдвига нам непонятно.

Значительное увеличение выходов легких фрагментов с $Z < 45$, заметное при всех трех энергиях реакции, обусловлено вкладом последовательного деления возбужденных бинарных продуктов, который не был полностью устранен при анализе экспериментальных данных [245–247]. Для моделирования процедуры, используемой во время экспериментального анализа, «зарегистрированный» осколок последовательного деления обрабатывается в расчетах как продукт бинарной реакции. Присвоенное значение полной кинетической энергии (total kinetic energy, ТКЕ) рассчитывается из законов сохранения энергии и импульса. Зарядовые распределения конечных бинарных продуктов реакции (без присутствия последовательного деления), образованных после девозбуждения первичных (возбужденных) фрагментов, показано на Рис. 2.3 пунктирными гистограммами. Процесс девозбуждения почти не влияет на заряды фрагментов, так как доминирует испарение нейтронов. Поэтому зарядовые распределения первичных и конечных снарядоподобных фрагментов бинарных реакций практически совпадают. В то же время испарение частиц существенно влияет на энергетические распределения, уменьшая значения ТКЕ. Этот эффект сильнее выражен для более высоких энергий возбуждения, т.е. для больших энергий столкновения и для событий с максимальной потерей кинетической энергии.

Зарядовые и угловые распределения, показанные на Рис. 2.3 жирными и тонкими

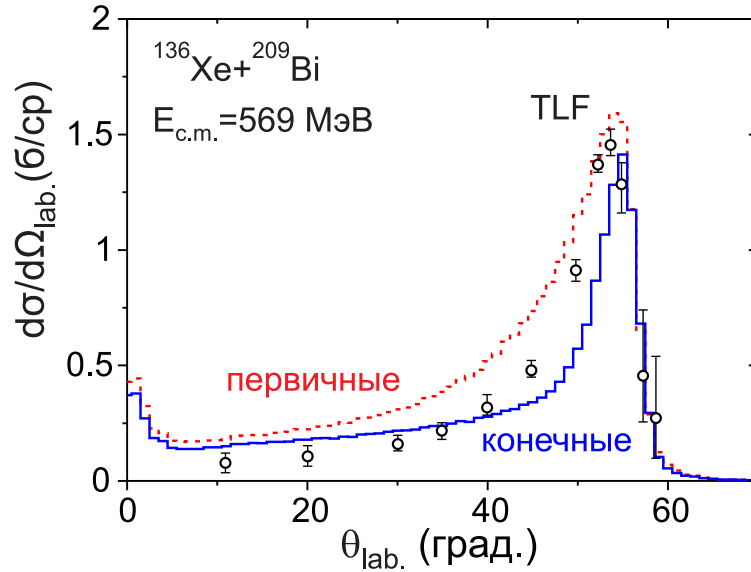


Рис. 2.4: Угловое распределение мишенеподобных продуктов реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ в лабораторной системе при $E_{\text{c.m.}} = 569$ МэВ. Экспериментальные данные (символы) взяты из работы [245]. Рассчитанные распределения (гистограммы) приводятся для первичных (пунктирные гистограммы) и конечных (сплошные гистограммы) фрагментов. Рассчитанное сечение конечных мишенеподобных фрагментов на 33% меньше, чем сечение первичных фрагментов из-за последовательного деления.

сплошными гистограммами, содержат события последовательного деления. В первом случае значения ТКЕЛ выбираются в соответствии с экспериментальной процедурой, а во втором случае верхний предел для значений ТКЕЛ отсутствует. Видно, что процедура ограничения ТКЕЛ существенно, но не полностью, подавляет присутствие событий последовательного деления. Также видно, что рассчитанные зарядовые распределения должны быть несколько более широкими, чтобы воспроизводить данные для двух наибольших энергий. Этого легко достичь путем дополнительной корректировки параметров модели, а именно коэффициентов инерции для зарядовой и/или массовой асимметрии для разделенных ядер [76]. В то же время это ухудшит согласие между рассчитанными и экспериментальными массовыми распределениями, показанными на Рис. 2.9, и особенно для многочисленных изотопных выходов, рассмотренных ниже. Поэтому, учитывая также неопределенность в обработке событий последовательного деления, параметры модели были подобраны для наилучшего описания всей совокупности экспериментальных наблюдаемых, проанализированных нами в работе [28].

Сечение последовательного деления несет важную информацию об энергии возбуждения продуктов реакции. Его можно оценить по угловому распределению мишенеподобных фрагментов. Результаты расчетов в сравнении с экспериментальными данными показаны на Рис. 2.4. Полученное в этой работе сечение последовательного деления составляет 33% от всех неупругих событий, что близко к экспериментально определенному значению 30% [245].

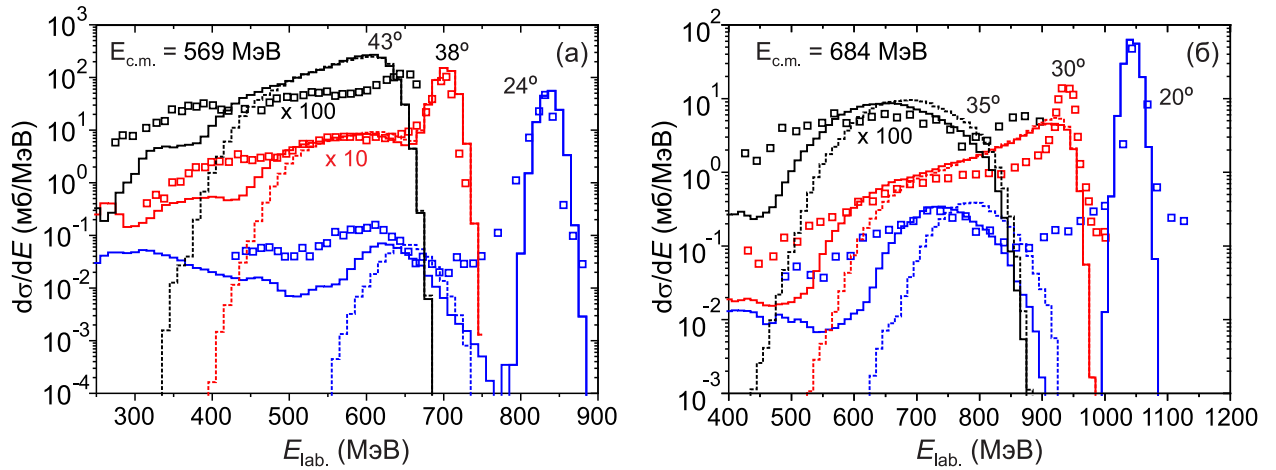


Рис. 2.5: Энергетические распределения продуктов реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ в лабораторной системе для указанных углов, усредненные по бину величиной 3° . Результаты расчета первичных и конечных фрагментов показаны пунктирной и сплошной гистограммами, соответственно. Экспериментальные данные (символы) взяты из работ [245, 246].

События последовательного деления также влияют на распределение энергий фрагментов. Только один из продуктов реакции регистрировался в серии анализируемых экспериментов. Поэтому события последовательного деления рассматривались как события чисто бинарных реакций, а затем частично исключались из общего спектра ограничением ТКЕЛ, как описано выше. Поскольку массы фрагментов не измерялись, процедура восстановления событий была довольно неоднозначной. В основном это относится к значениям ТКЕ и углам в системе центра масс. Поэтому интересно проанализировать первичные экспериментальные данные, а именно измеренное распределение энергии снарядоподобных фрагментов в лабораторной системе. Такой анализ показан на Рис. 2.5 для первичных продуктов реакции (пунктирные кривые) и конечных (сплошные кривые), включая события последовательного деления. Можно видеть, что в расчетах воспроизводятся положение квазиупругого пика и максимумы энергетических спектров в глубококонепругой области. Последовательное деление существенно расширяет энергетические распределения в сторону более низких энергий. Несмотря на общее согласие с данными, расчеты заметно отличаются от них для наибольших из приведенных углов. Положение квазиупругого пика, относительно менее выраженного в данных, сдвинуто для $E_{\text{с.м.}} = 569$ МэВ, тогда как он вообще отсутствует при $E_{\text{с.м.}} = 684$ МэВ. Эти углы близки к углам касательных столкновений, которые равны соответственно $\simeq 44^\circ$ и 32° для $E_{\text{с.м.}} = 569$ и 684 МэВ. Можно также заметить, что для наименьших углов расчетные энергетические распределения имеют более сильный провал между квазиупругими и глубококонепругими событиями по сравнению с данными. Это может указывать на то, что радиальное трение на стадии сближения требует дальнейшей корректировки.

Более глубокий анализ динамики ядро–ядерных столкновений по сравнению с инте-

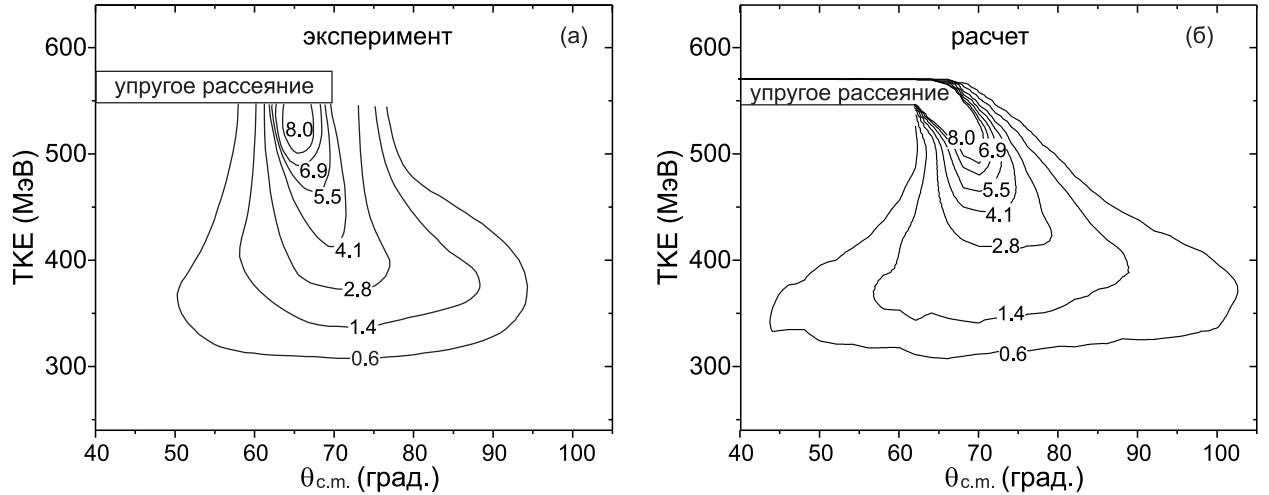


Рис. 2.6: Экспериментальная [245] (а) и рассчитанная (б) диаграмма Вилчинского $d^2\sigma/dEd\Omega_{c.m.}$ для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ при $E_{c.m.} = 569$ МэВ. Сечение приведено в мб/МэВ ср.

гральными характеристиками, показанными на Рис.2.3, может быть сделан на основе различных корреляционных зависимостей измеряемых величин. Одной из таких зависимостей является двойное дифференциальное сечение $d^2\sigma/dEd\Omega_{c.m.}$, известное как диаграмма Вилчинского. Она показана на Рис. 2.6 для $E_{c.m.} = 569$ МэВ. Четыре проекции двойных дифференциальных сечений $d^2\sigma/dEdZ$, $d^2\sigma/dEd\Omega_{c.m.}$ и $d^2\sigma/dZd\Omega_{c.m.}$ для Хе-подобных фрагментов показаны на Рис. 2.7 для той же энергии налетающего иона. Расчеты достаточно хорошо воспроизводят данные во всем диапазоне энергий, зарядов и углов.

Распределения зарядов имеют почти гауссовы формы для всех энергетических интервалов [Рис. 2.7 (а)]. Ширина распределения возрастает с увеличением потерь энергии, что связано, прежде всего, с увеличением времени реакции, как это следует из Рис. 2.8 (а). Положение максимума зарядовых распределений изменяется лишь незначительно. Это говорит о том, что зарядовые распределения для этой комбинации снаряд-мишень формируются с преобладанием случайной силы (диффузии) над консервативной, частично из-за оболочечных эффектов, сильно снижающих потенциальную энергию в области мишени и снаряда (см. Рис. 1.8).

Энергетические распределения [Рис. 2.7 (б)] имеют аналогичное поведение для каналов подхвата и срыва протонов. Квазиупругий пик постепенно исчезает с увеличением числа переданных протонов, а форма распределения становится все более гауссовской. Для интервалов, соответствующих меньшим зарядам, это не вполне очевидно, из-за загрязнения спектра событиями последовательного деления. Пример энергетического распределения чисто бинарных продуктов показан для $Z = 45 \pm 1$ пунктирной кривой. Это распределение довольно близко по положению максимума и ширине к тому, что получено для $Z = 63 \pm 1$, т.е. для того же количества переданных протонов. Это

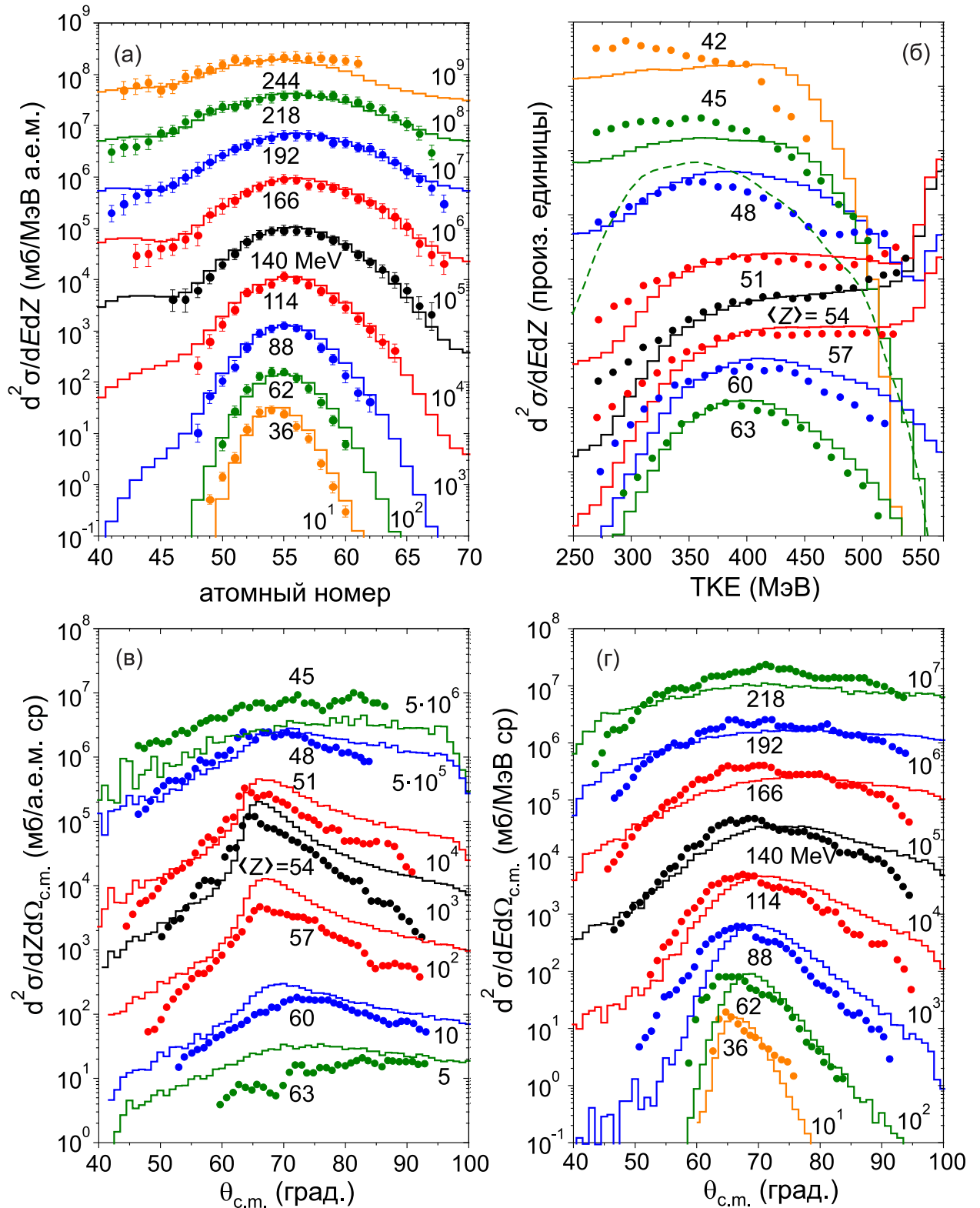


Рис. 2.7: Проекция двойных дифференциальных сечений для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ при $E_{\text{c.m.}} = 569$ МэВ. (а) Зарядовые распределения для разных значений ТКЕЛ; (б) энергетические распределения для разных значений Z ; (в) и (г) угловые распределения для указанных значений Z и ТКЕЛ, соответственно. Символы — экспериментальные данные [245], а гистограммы — расчеты для конечных продуктов реакции. Интервалы усреднения по энергии и заряду равны, соответственно, 26 МэВ и 3 единицы заряда. Центроиды каждого из интервалов показаны возле гистограмм.

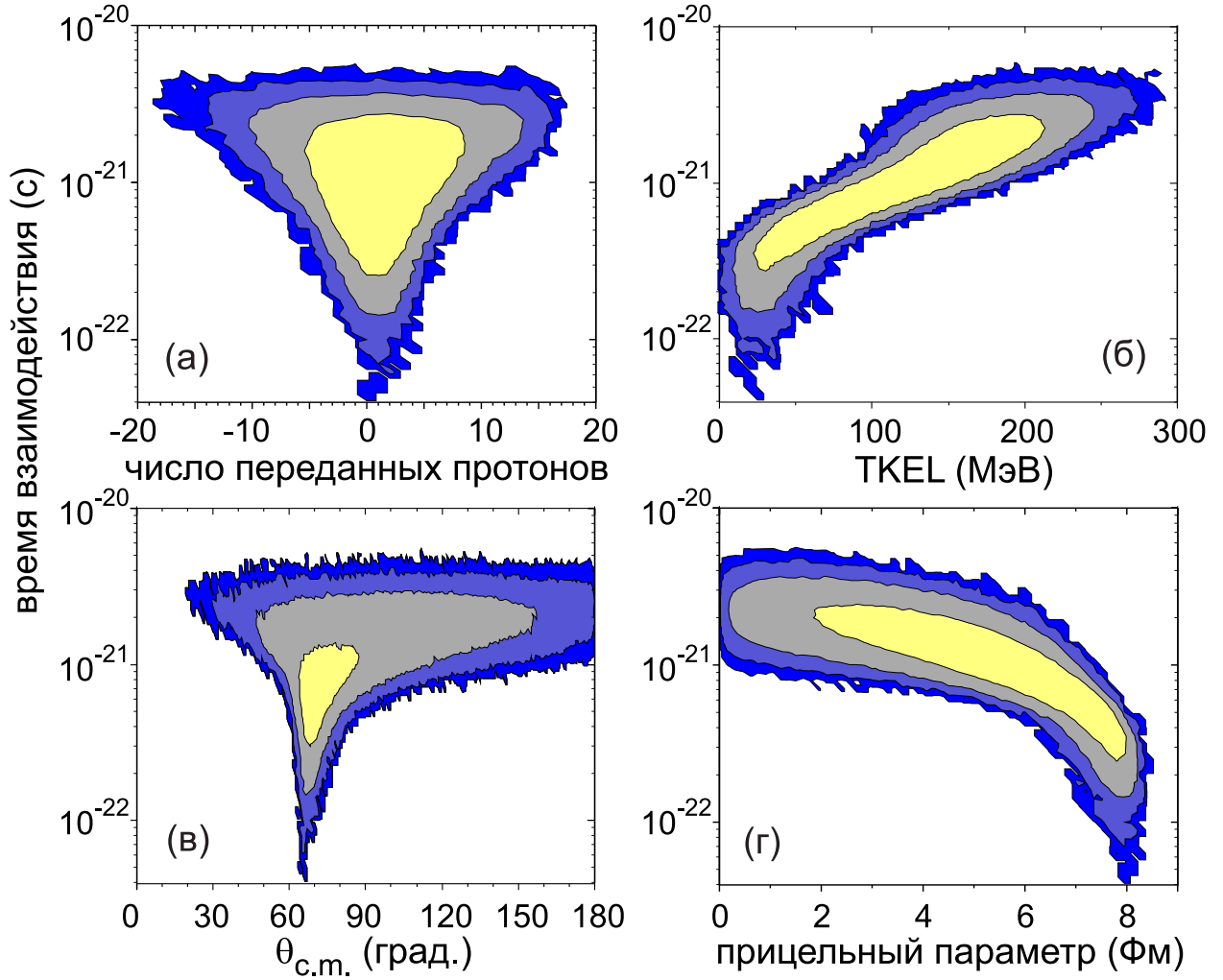


Рис. 2.8: Корреляции времени взаимодействия и числа переданных протонов (а), ТКЕЛ (б), угла рассеяния в системе центра масс (в) и прицельного параметра (г) для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ при $E_{\text{с.м.}} = 569$ МэВ. Контурные линии нарисованы через каждый порядок величины.

коррелирует с почти симметричным по отношению к числу переданных протонов распределением по времени на Рис. 2.8 (а).

Максимумы угловых распределений смещаются в сторону задних углов с увеличением потерь энергии (Рис. 2.6). Такое поведение объясняется корреляцией времени взаимодействия с ТКЕЛ, показанной на Рис. 2.8 (б). Угловые распределения для разных энергетических и зарядовых интервалов [Рис. 2.7 (в) и (г)] становятся более широкими и более равномерными с увеличением энергетических потерь и ростом числа переданных нуклонов в обоих направлениях. Причиной этого является увеличение времени реакции [Рис. 2.8 (а) и (б)]. Распределение по времени шире в области малого числа переданных нуклонов, и, наоборот, оно становится уже по мере удаления от исходного ядра. Поэтому количество переданных протонов не является наблюдаемым, однозначно характеризующим времени реакции, особенно когда речь идет о регистра-

ции фрагмента вблизи снаряда или мишени. То же самое можно сказать и в отношении корреляционной зависимости, показанной на Рис. 2.8 (в). Наиболее широкое распределение соответствует углу касательных столкновений. Напротив, в области малых углов рассеяния распределение довольно узкое с максимумом при наибольшем времени реакции из-за значительного времени, необходимого для того, чтобы система совершила почти полный оборот и разделилась на осколки при углах, меньших угла касательных столкновений. Более однозначная корреляция наблюдается между временем реакции и ТКЕЛ. Распределение сохраняет практически постоянную ширину во всем диапазоне потерь энергии, становясь несколько более широким для событий с полной потерей кинетической энергии. Наконец, довольно очевидные, но важные результаты показаны на Рис. 2.8 (г): время реакции больше для более центральных столкновений и уменьшается по мере увеличения прицельного параметра.

2.2.2. Анализ реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$

Недавно в работе [30] была экспериментально изучена реакция $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при нескольких энергиях столкновения. Охваченный угловой диапазон составил $25^\circ \leq \theta_{\text{lab.}} \leq 70^\circ$. Экспериментальное разрешение (ширина на полувысоте) составляло семь единиц для массы фрагмента и 25 МэВ для каждой из энергий фрагмента. Все эти особенности учитывались нами при расчетах в [28]. Анализ этой реакции был интересен, прежде всего, с двух точек зрения. Во-первых, система $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ очень близка к только что рассмотренной $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$. При этом эксперимент был выполнен с использованием совершенно другой методики. Регистрировались оба продукта реакции в совпадении с использованием метода времени пролета. Это позволило определить характеристики первичных (возбужденных) фрагментов реакции, выживших в результате последовательного деления. Таким образом, анализ экспериментальных данных, полученных для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$, является независимым тестом модели, а также источником дополнительной информации о динамике ядро-ядерных столкновений. Во-вторых, интерес к изучению системы $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ вызван тем, что данная комбинация считается перспективной для получения нейтроноизбыточных ядер в районе $N = 126$ [25, 27]. Значения Q для передачи протонов от свинца к ксенону малы для этой реакции, что делает ее благоприятной в соответствии с граунд-граунд систематикой.

На Рис. 2.9 показано сравнение экспериментальных [30] и рассчитанных энергетических, массовых и угловых распределений для первичных фрагментов реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при двух энергиях: $E_{\text{с.м.}} = 526$ и 617 МэВ. Помимо этого, показаны массовые выходы конечных фрагментов, включающие события последовательного деления, проинтегрированные по всему угловому диапазону и полученные в предположении идеального разрешения по массе (тонкие гистограммы). Получено хорошее общее согласие с экспериментальными данными. Отчетливо видна незначительная недооценка макси-

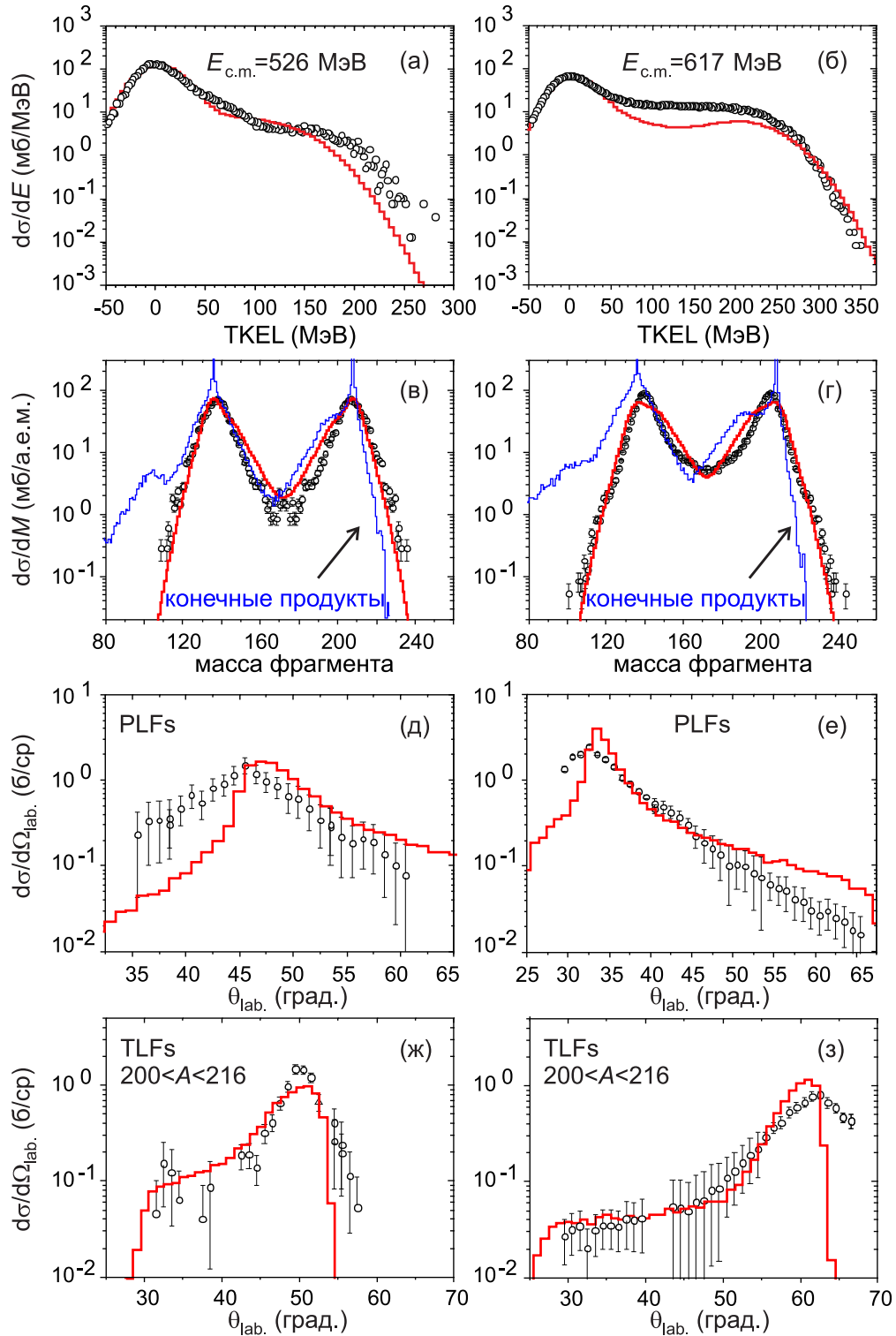


Рис. 2.9: Энергетические, массовые и угловые распределения первичных фрагментов реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ для двух энергий столкновения $E_{\text{c.m.}} = 526$ МэВ (панели а, в, д, ж) и $E_{\text{c.m.}} = 617$ МэВ (панели б, г, е, з). Экспериментальные данные (символы) взяты из работы [30]. Приводятся угловые распределения для легких продуктов реакции ($A \leq 172$) и тяжелых фрагментов с массами $200 < A < 216$. Тонкие гистограммы — рассчитанные массовые распределения конечных фрагментов, включающие события последовательного деления. Исходные экспериментальные данные о массовых распределениях умножены на два, чтобы получить ту же нормировку, что и в расчетах.

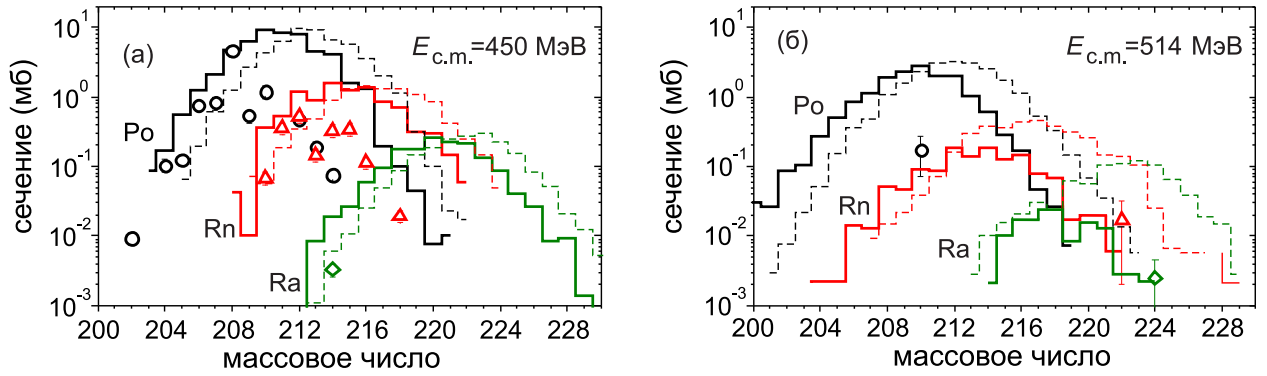


Рис. 2.10: Рассчитанные первичные (пунктирные гистограммы) и конечные (сплошные гистограммы) выходы изотопов Po, Rn и Ra для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ в сравнении с экспериментальными данными из работы [33] для $E_{\text{c.m.}} = 450$ МэВ (а) и работы [30] для $E_{\text{c.m.}} = 514$ МэВ (б). Точки, треугольники, и ромбы используются для Po, Rn и Ra, соответственно.

мального значения потерь кинетической энергии для меньшей энергии столкновения. Отметим, что такое расхождение теории и эксперимента противоречит хорошему согласию настоящих расчетов с данными [245–247] (Рис. 2.3), что может быть предметом дальнейшего подробного сравнения с наиболее точными данными по энергетическим распределениям.

Имея в виду первоочередную цель этой работы, а именно анализ реакций много-нуклонных передач как метода получения тяжелых нейтроноизбыточных ядер, важно сравнить расчеты с данными не только для интегральных распределений масс, но и для независимых изотопных выходов. Такое сравнение показано на Рис. 2.10 для изотопов Po, Rn и Ra, зарегистрированных в двух независимых экспериментах [30, 33] при двух довольно близких энергиях столкновения. Данные [30] получены в угловом диапазоне $45^\circ \leq \theta_{\text{lab.}} \leq 55^\circ$. В работе [33] продукты реакции регистрировались в полном угловом диапазоне. Пунктирные гистограммы показывают выходы первичных фрагментов. Поскольку процесс девозбуждения при $E_{\text{c.m.}} = 450$ МэВ происходит преимущественно путем испарения нейтронов, распределения холодных ядер (сплошные гистограммы) представляют собой практически параллельно смещенные распределения первичных продуктов реакции. Для большей энергии столкновения возбуждение достаточно велико, что приводит к существенной вероятности последовательного деления для изотопов радона и радия. Расчеты находятся в хорошем согласии с данными для протоноизбыточных ядер. В области нейтроноизбыточных ядер результаты моделирования заметно отличаются от данных при $E_{\text{c.m.}} = 450$ МэВ и воспроизводят данные для $E_{\text{c.m.}} = 514$ МэВ.

Можно также проанализировать выходы изотопов осмия в этой же комбинации снаряд–мишень. Данная область нуклидов находится в окрестности $N = 126$. Именно эта область ядер представляет для нас наибольший интерес. Соответствующие экспе-

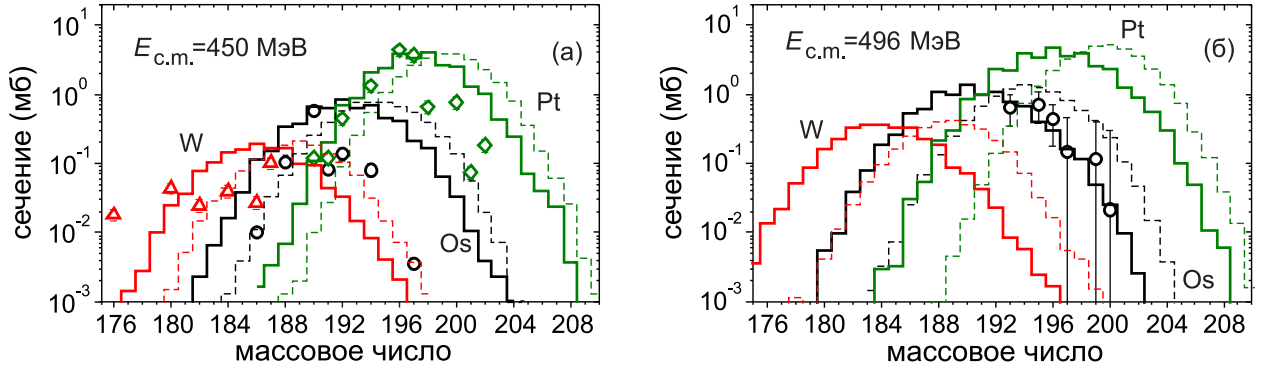


Рис. 2.11: То же, что и на Рис. 2.10, но для изотопов W, Os и Pt. Данные (треугольники, кружки и ромбы для W, Os и Pt, соответственно) взяты из работы [33] для $E_{c.m.} = 450$ МэВ (а) и работы [31] для $E_{c.m.} = 496$ МэВ (б). Данные работы [31] умножены на 10 (см. текст).

рименты проводились при $E_{c.m.} = 450$ МэВ в работе [33] и при $E_{c.m.} = 496$ МэВ в работе [31]. В последнем случае регистрировались изотопы осмия, имеющие кинетическую энергию в диапазоне $400 < E(\text{Os}) < 600$ МэВ в угловом диапазоне $31^\circ \leq \theta_{\text{lab.}} \leq 54^\circ$. Рассчитанные сечения сравниваются с данными на Рис. 2.11. Данные [31] не являются абсолютными сечениями, а были нормированы на результаты теоретического моделирования [248]. Мы перенормировали экспериментальные выходы на результаты расчетов, полученные в нашей модели. Это привело к дополнительному коэффициенту нормировки, равному десяти. Таким образом, можно сравнить только наклоны рассчитанных и измеренных сечений. Следует отметить хорошее согласие расчетов с данными для $E_{c.m.} = 496$ МэВ. Как и в случае изотопов Po, Rn и Ra, сечения образования нейтронообогащенных изотопов осмия, полученные в работе [33], заметно переоцениваются.

Кроме того, был выполнен анализ полного набора данных по сечениям образования ядер в реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при энергии $E_{c.m.} = 450$ МэВ, полученных в работе [33]. Выходы изотопов 41 элемента приведены на Рис. 2.12. Как и в случаях, обсуждавшихся выше [Рис. 2.10 (а) и 2.11 (а)], теоретические сечения находятся в лучшем согласии с данными в нейтронодефицитной области масс для каждого изотопа. Измеренные сечения образования нейтроноизбыточных ядер завышены, особенно сильно в области масс, превышающих массу мишени. Эта же тенденция прослеживается при анализе массовых распределений, показанных на Рис. 2.13: результаты моделирования очень близки к данным за исключением самых тяжелых ядер. В то же время рассчитанные сечения для конкретных изотопов разумно согласуются с данными во всех других случаях, рассматриваемых в работе, соответствующих, однако, более высоким энергиям реакции. Чтобы воспроизвести данные для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при $E_{c.m.} = 450$ МэВ, следует изменить параметры модели, ответственные за обмен нуклонами, например, уменьшить радиус нуклонных передач. Однако это приведет к значительному расхождению

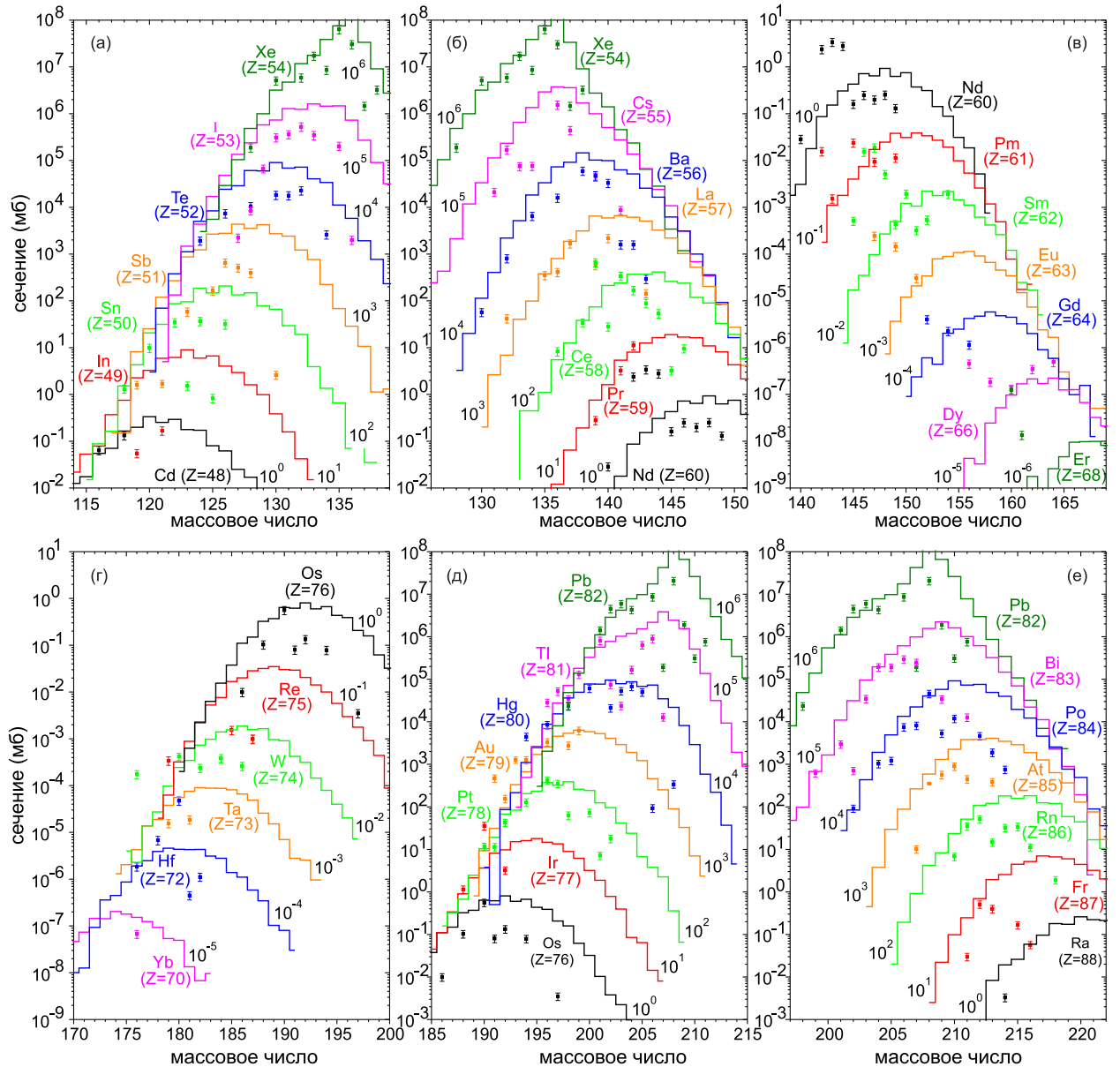


Рис. 2.12: Сравнение рассчитанных (гистограммы) и измеренных [33] (символы) сечений для системы $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при энергии $E_{c.m.} = 450$ МэВ.

с остальными экспериментальными данными, проанализированными в работе. Отчасти такая ситуация с описанием данных по нейтроноизбыточным ядрам может быть связана с использованной в эксперименте методике идентификации ядер, основанной на γ -спектроскопии. Этот метод требует знания структуры возбужденных состояний изучаемого ядра, которая часто либо полностью отсутствует в области нейтронообогащенных тяжелых ядер, либо носит достаточно фрагментарный характер. Это говорит о необходимости дополнительных исследований (как теоретических, так и экспериментальных), особенно при энергиях на кулоновском барьере.

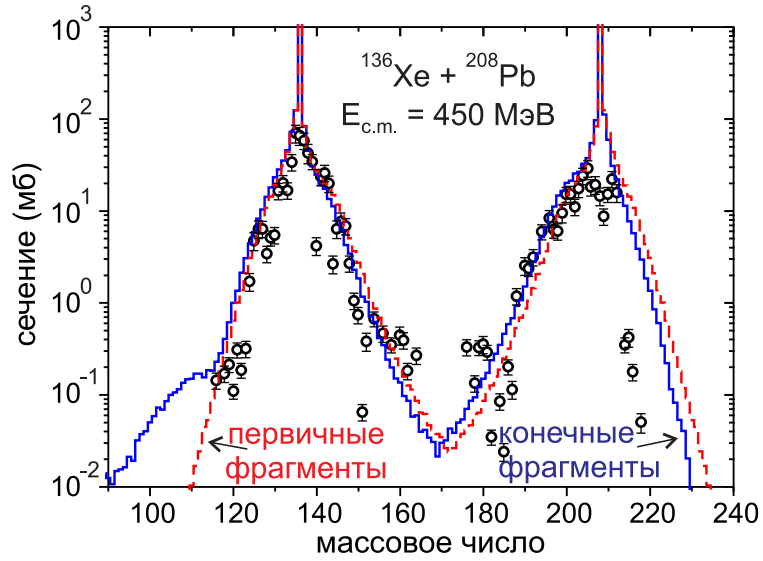


Рис. 2.13: Массовые распределения продуктов реакции для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при $E_{\text{c.m.}} = 450$ МэВ. Экспериментальные данные (символы) взяты из работы [33]. Сплошная и пунктирная гистограммы представляют собой результаты моделирования для конечных и первичных фрагментов, соответственно.

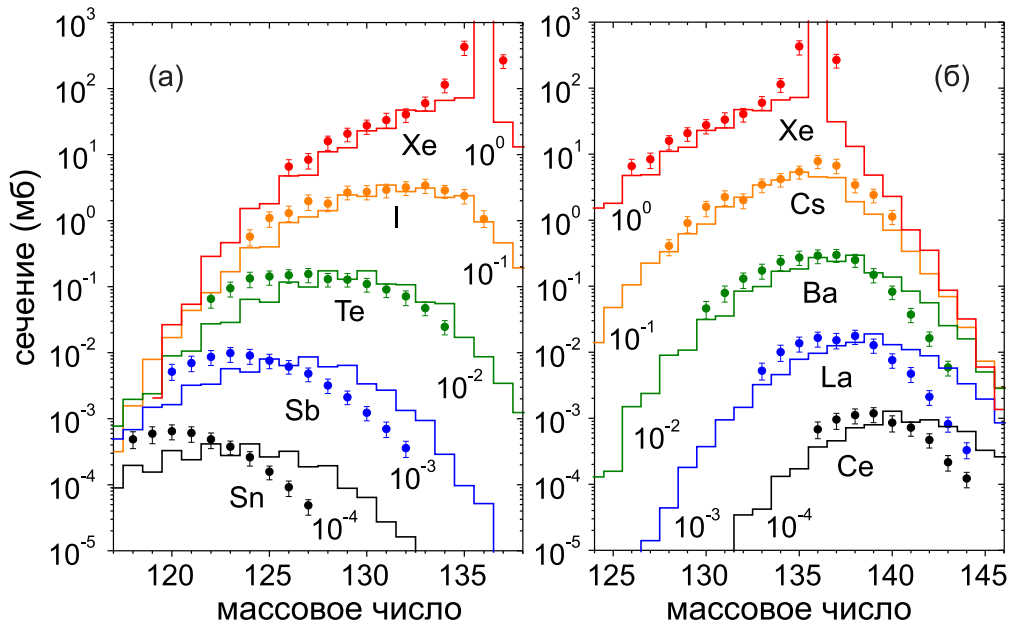


Рис. 2.14: Рассчитанные (гистограммы) и экспериментальные [32] (символы) сечения снарядоподобных фрагментов для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ при $E_{\text{c.m.}} = 643$ МэВ.

2.2.3. Анализ реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$

Нами были проанализированы также результаты недавнего экспериментального исследования системы $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ при $E_{\text{cm}} = 643$ МэВ [32], нацеленного на проверку перспективности процессов многонуклонных передач для синтеза нейтроноизбыточных тяжелых ядер. В эксперименте идентифицировались снарядоподобные продукты реакции. Выходы мишенеподобных продуктов были затем оценены с использованием итерацион-

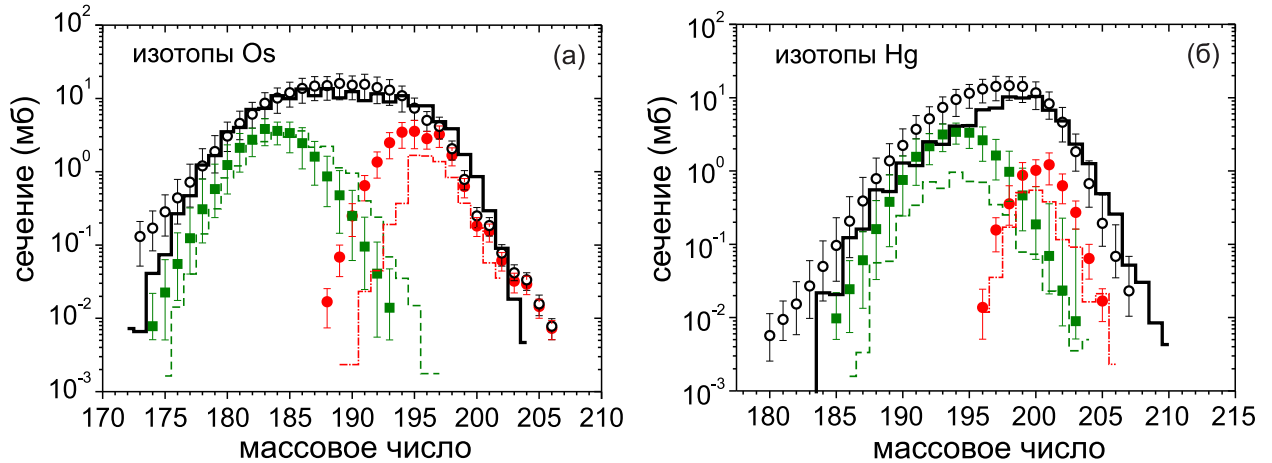


Рис. 2.15: Сечения образования изотопов осмия (а) и ртути (б), проинтегрированные по угловому диапазону от 24° до 34° . Экспериментальные оценки сечений [32] показаны символами, а рассчитанные — гистограммами. Штрих-пунктирные гистограммы соответствуют изотопным распределениям в диапазоне потерь энергии от -25 до 25 МэВ, а пунктирные гистограммы — в диапазоне от 175 до 225 МэВ.

ной процедуры. Результаты анализа суммированы на Рис. 2.14 для снарядоподобных продуктов и на Рис. 2.15 — для изотопов осмия и ртути. В последнем случае также показаны данные, полученные для разных диапазонов потерь кинетической энергии. Сечения проинтегрированы по экспериментально охваченному углу от 24° до 34° . Расчеты достаточно хорошо воспроизводят все данные для этой системы. Однако для каналов с наибольшим количеством переданных протонов наблюдается сдвиг (максимум на две–три единицы массы) рассчитанных сечений снарядоподобных фрагментов по отношению к экспериментальным. Можно видеть (Рис. 2.15), что в этой реакции большинство нейтронообогащенных изотопов осмия и ртути образуются преимущественно при низких значениях потерь кинетической энергии, тогда как большинство протоноизбыточных — при больших значениях энергетических потерь. Этот ключевой результат для дальнейших обсуждений совпадает с выводами, сделанными в работе [32].

2.2.4. Получение нейтроноизбыточных ядер вблизи замкнутой нейтронной оболочки $N = 126$

На этом этапе можно сделать промежуточный вывод о том, что настоящая модель обеспечивает достаточно точное описание различных экспериментальных данных по реакциям многонуклонных передач для ряда изученных систем при различных энергиях столкновения. Это дает основание для дальнейшего анализа возможностей синтеза нейтронообогащенных ядер в реакциях многонуклонных передач. Экспериментальные данные о сечениях синтеза ядер с $N = 126$ в реакциях $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, ^{208}Pb сравниваются с расчетами на Рис. 2.16 (а). Можно видеть хорошее согласие с данными работы [32] и

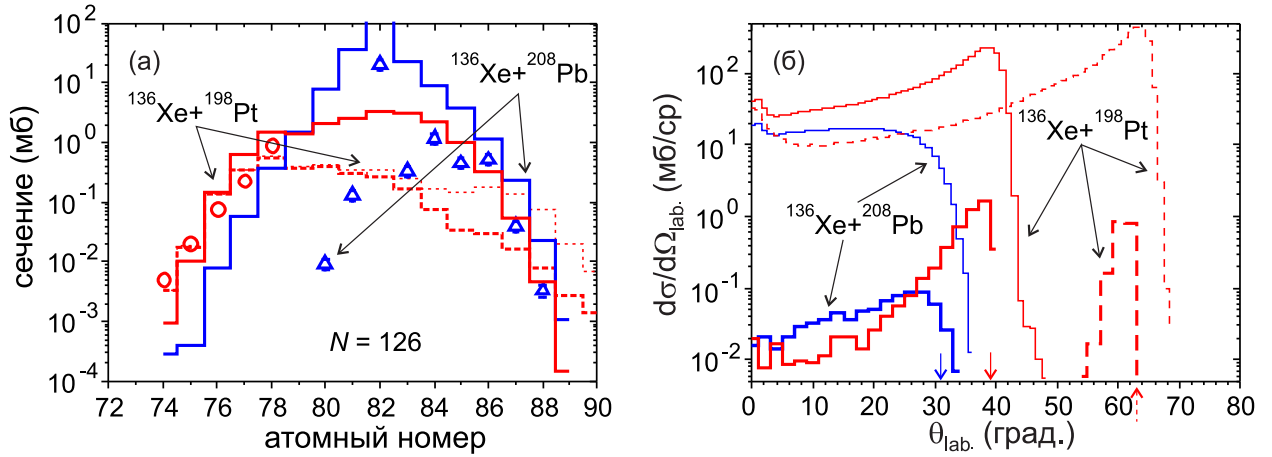


Рис. 2.16: (а) Рассчитанные (гистограммы) и экспериментальные (символы) сечения образования тяжелых ядер, имеющих $N = 126$, в реакциях $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, ^{208}Pb . Сплошные и пунктирные гистограммы соответствуют $E_{\text{c.m.}} = 450$ и 643 МэВ. Тонкие и жирные гистограммы — расчеты, выполненные в полном угловом диапазоне и экспериментально охваченном диапазоне от 24° до 34° , соответственно. Экспериментально полученные сечения для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ взяты из работы [32], а для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ — из работы [33]. (б) Рассчитанные угловые распределения в лабораторной системе для изотопов иридия для систем $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, ^{208}Pb . Жирные гистограммы — расчеты для ядра $^{203}\text{Ir}_{126}$, а тонкая гистограмма — суммарное распределение для всех получаемых изотопов иридия. Сплошные и пунктирные гистограммы — $E_{\text{c.m.}} = 450$ и 643 МэВ, соответственно. Вертикальные стрелки показывают углы касательных столкновений для мишенеподобных фрагментов каждой из реакций.

данными о протоноизбыточных ядрах работы [33]. Рассчитанные сечения образования нейтроноизбыточных ядер в реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ ожидаемо завышены по сравнению с данными [33] (также см. подраздел 2.2.2 выше).

Рисунок 2.16 (а) показывает, что сечения образования большинства нейтронообогащенных ядер выше в реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, чем в реакции $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$. Разница возрастает по мере удаления от линии β -стабильности. Сечения, рассчитанные для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ при двух энергиях, довольно близки. Более детальный анализ энергетической зависимости сечений образования нейтронообогащенных тяжелых ядер показан на Рис. 2.17 для нескольких нуклидов с числом нейтронов $N = 126$, образованных в реакциях $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, ^{208}Pb . Можно заметить довольно слабую зависимость сечения от энергии столкновения. Тот же вывод был недавно сделан в работе [29] на основе модели двухядерной системы. Как уже упоминалось, наиболее богатым нейтронами ядром с $N = 126$, известным в настоящее время, является ^{202}Os . Из Рис. 2.17 видно, что сечения синтеза даже более нейтроноизбыточных ядер в реакциях многонуклонных передач относительно велики. Например, еще не известные ^{201}Re и ^{200}W могут быть синтезированы в столкновениях ^{136}Xe и ^{198}Pt с сечениями, превышающими 1 мкб.

Довольно важные выводы можно сделать и в отношении оптимальных угловых

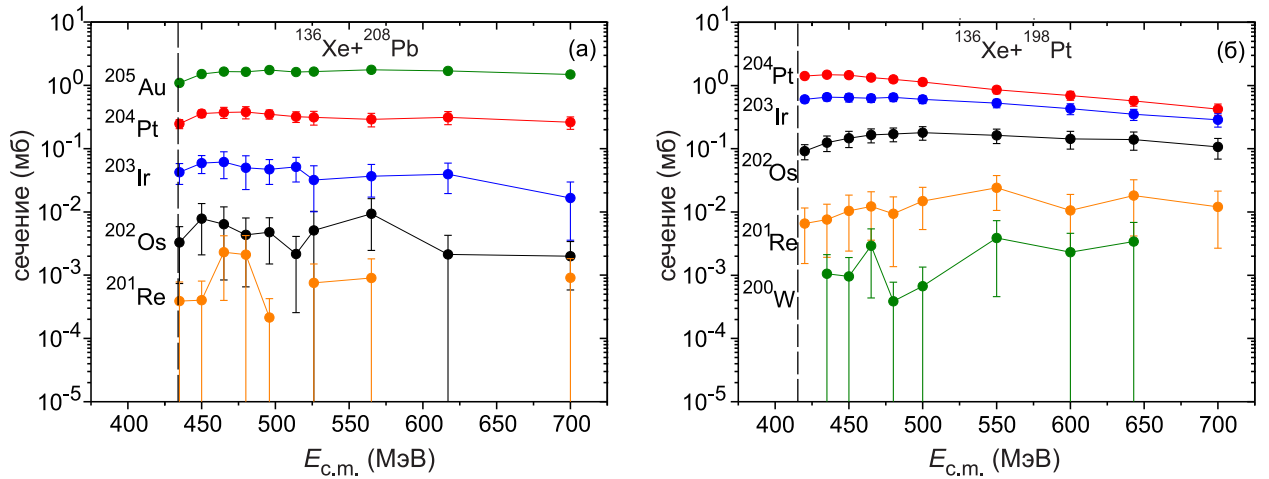


Рис. 2.17: Зависимость сечений синтеза ядер с $N = 126$ от энергии столкновения. Моделирование было выполнено для реакций $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ (а) и $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ (б). Ошибки — статистическая неопределенность выполненных расчетов. Вертикальные пунктирные линии показывают значение потенциальной энергии системы в точке контакта.

диапазонов для регистрации нейтроноизбыточных мишенеподобных ядер в исследуемых реакциях многонуклонных передач [см. Рис. 2.16 (б)]. Дифференциальные сечения $d\sigma/d\Omega_{\text{lab.}}$, просуммированные по массе изотопа, имеют достаточно большие значения от угла касательных столкновений вплоть до нулевых углов рассеяния. Для случая же нейтроноизбыточного изотопа $^{203}\text{Ir}_{126}$, максимумы для всех трех изученных реакций близки к соответствующим углам касательных столкновений. Очевидно, что степень локализации углового распределения зависит от системы и энергии столкновения во входном канале. Наиболее узкое угловое распределение получено для системы $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ при $E_{\text{c.m.}} = 643$ МэВ. Это согласуется и с расчетами сечений для разных угловых диапазонов [сравните толстые и тонкие гистограммы на Рис. 2.16 (а)], а также данными и расчетами для разных диапазонов энергетических потерь, представленными на Рис. 2.15. Этот рисунок показывает, что сечения образования изотопов, богатых нейтронами, почти полностью локализованы в области низких потерь кинетической энергии относительного движения, что соответствует периферическим столкновениям. Высоковозбужденные продукты реакций передач, образующиеся при более центральных столкновениях, не выживают в результате испарения нейтронов. Низкие значения энергии связи нейтронов усиливают этот эффект. При более низких околобарьерных энергиях даже центральные столкновения приводят к низким энергиям возбуждения первичных продуктов. Более того, с уменьшением прицельного параметра увеличивается время взаимодействия, что способствует переносу нуклонов. Таким образом, угловые распределения для нейтроноизбыточных нуклидов становятся более широкими, простирающимися к нулевым углам. Наиболее равномерное распределение получается для комбинации $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ при $E_{\text{c.m.}} = 450$ МэВ, что можно объяснить самой низкой разницей между энергией столкновения и потенциальной энергии в точке контакта.

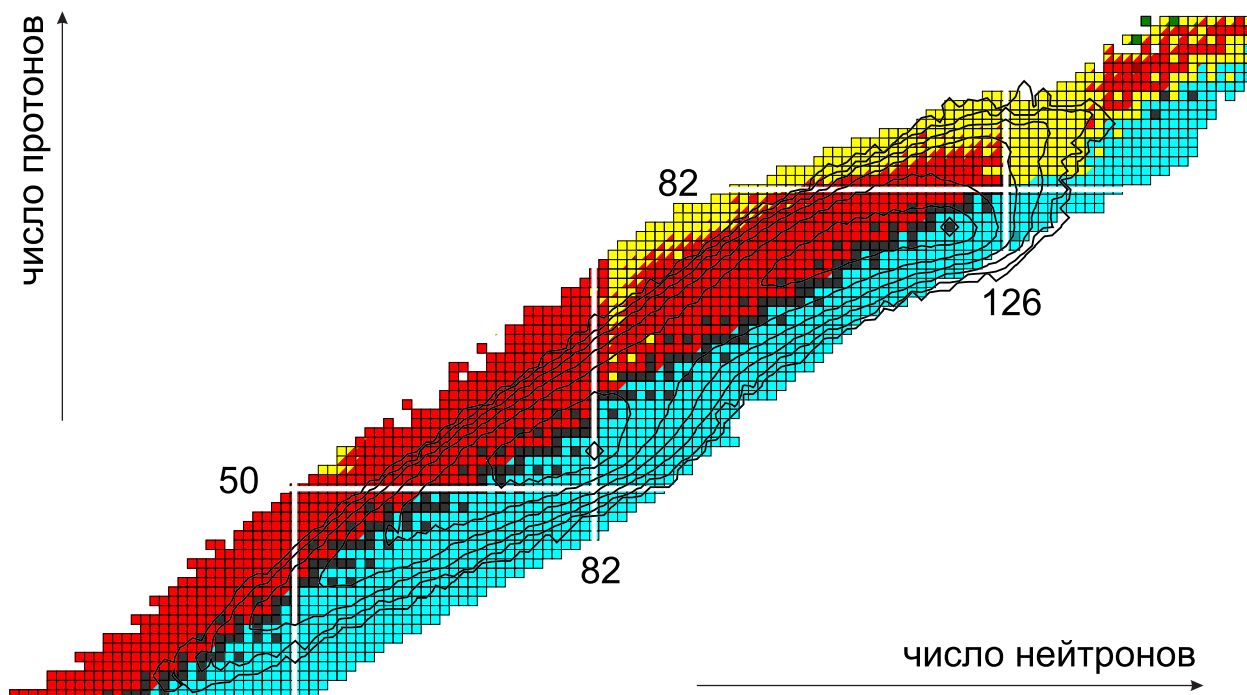


Рис. 2.18: Верхняя часть карты известных нуклидов. Контурными линиями показаны выходы конечных продуктов реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ при $E_{\text{с.м.}} = 643$ МэВ. Контурные линии нарисованы через один порядок величины сечения вплоть до сечения 100 нб.

Эти особенности должны быть учтены при проектировании экспериментальных установок, разрабатываемых для изучения реакций многонуклонных передач, а также при планировании соответствующих экспериментов.

Рисунок 2.18 показывает сечения образования нуклидов на примере реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ ($E_{\text{с.м.}} = 643$ МэВ). Видно, что изолиния, соответствующая сечению 100 нб, повторяет границу известных нейтроноизбыточных ядер в широком диапазоне атомных чисел. В этой реакции могут быть синтезированы нейтроноизбыточные еще не известные ядра вблизи $N = 126$ с сечениями, превышающими 100 нб. Рассчитанные сечения образования нейтроноизбыточных ядер (см. Рис. 2.19) выше на пять–семь порядков величины, чем в реакциях фрагментации, используемых до сих пор. Отметим, что в экспериментах по фрагментации ^{208}Pb пока не удалось экспериментально зафиксировать образование изотопа осмия с числом нейтронов 126, т.е. при сохранении исходного числа нейтронов. ^{202}Os был синтезирован при фрагментации ^{238}U с сечением на семь порядков ниже, чем может быть получено в случае использования реакций многонуклонных передач. Таким образом, реакции многонуклонных передач являются, безусловно, гораздо более перспективным способом получения и изучения ядер с избытком нейтронов, чем реакции фрагментации, даже с учетом возможности использования в последних на 3–4 порядка более толстых мишеней.

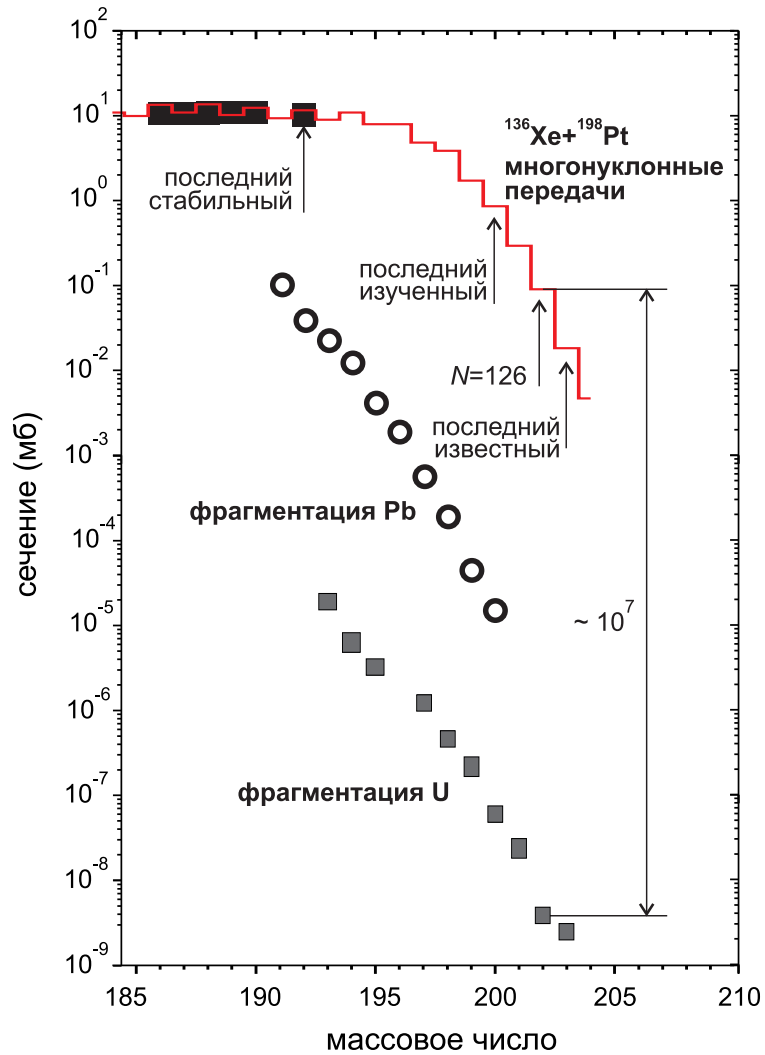


Рис. 2.19: Сравнение рассчитанных сечений образования изотопов осмия в процессах многонуклонных передач для реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ при $E_{\text{с.м.}} = 643$ МэВ с измеренными сечениями образования этих же изотопов при фрагментации ядер ^{208}Pb [249] и ^{238}U [21]. Стрелками показано положение (слева направо): наиболее тяжелого стабильного изотопа, наиболее тяжелого изотопа с известными свойствами (известен как минимум период полураспада), положение нейтронной оболочки $N = 126$, наиболее тяжелый известный изотоп осмия.

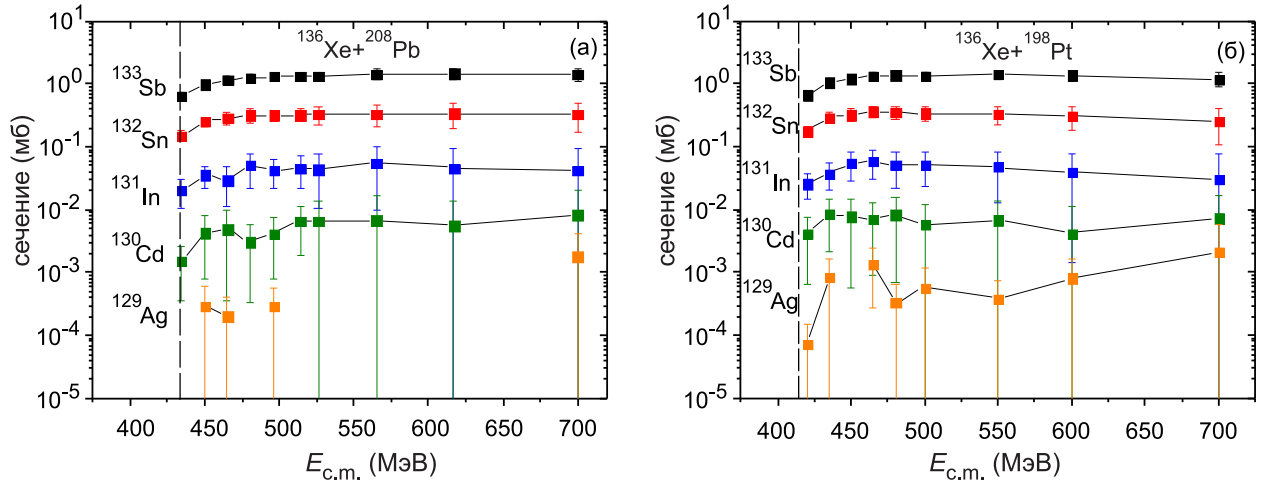


Рис. 2.20: То же, что и на Рис. 2.17, но для $N = 82$.

2.2.5. Получение нейтроноизбыточных ядер вблизи замкнутой нейтронной оболочки $N = 82$

Другой интересной с точки зрения астрофизики областью карты нуклидов является область нейтроноизбыточных ядер вблизи замкнутой нейтронной оболочки $N = 82$. Соответствующие расчеты сечений показаны на Рис. 2.20. Как и в случае с $N = 126$, сечения достаточно велики, и такие слабо изученные ядра, как, например, ^{129}Ag , могут быть получены в реакциях многонуклонных передач с достаточно высоким сечением, превышающим 100 нб. Отличие в сечениях между двумя изученными реакциями при этом минимально. Отметим, что увеличение выхода наиболее нейтроноизбыточных ядер с $N = 82$ при самых высоких энергиях столкновения связано с увеличивающимся вкладом процессов последовательного деления высоковозбужденного мишенеподобного фрагмента. Интересной особенностью получения нейтроноизбыточных ядер вблизи $N = 82$ в данных реакциях является то, что угловые распределения в этом случае уже не такие узкие, как для $N = 126$, а будут охватывать более широкий угловой диапазон (см. Рис. 2.21). Это связано, во-первых, с тем, что протоноизбыточные мишенеподобные, а следовательно и нейтроноизбыточные снарядоподобные продукты данной реакции образуются в том числе в сильно неупругих центральных столкновениях (Рис. 2.15). Во-вторых, достаточно равномерное угловое распределение объясняется отчасти вкладом осколков последовательного деления протоноизбыточных ядер. Полученная особенность углового распределения делает более перспективной регистрацию ядер вблизи $N = 82$ под передними углами.

2.2.6. Получение СТЯ в реакциях многонуклонных передач

В последние годы достаточно широко обсуждается возможность получения нейтроноизбыточных изотопов тяжелых и сверхтяжелых элементов в низкоэнергетических

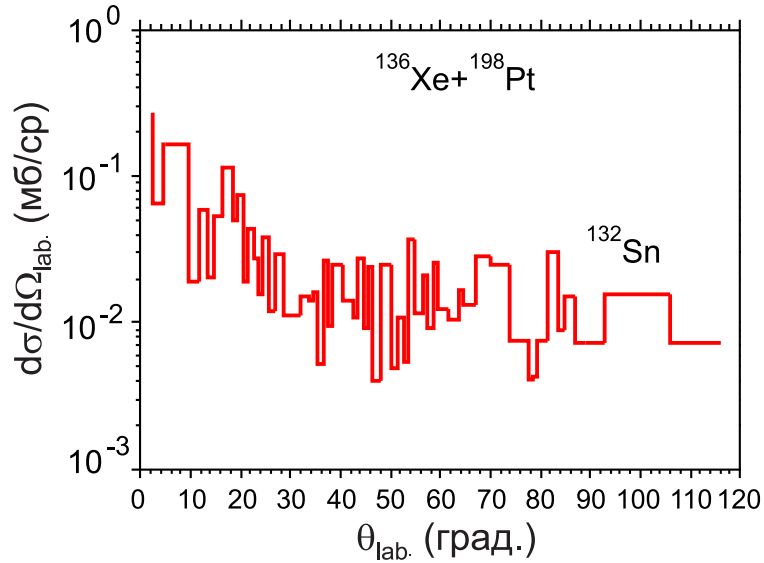


Рис. 2.21: Угловое распределение для ^{132}Sn , образующегося в реакции $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$ при $E_{\text{с.м.}} = 643$ МэВ.

столкновениях актинидов. В этих столкновениях образование составных ядер, естественно, невозможно. Однако время контакта ядер может быть достаточным для передачи большого числа нуклонов. Важной особенностью этих реакций является то, что они могут приводить к образованию нейтроноизбыточных тяжелых и сверхтяжелых ядер. Это дает возможность синтезировать ряд новых изотопов тяжелых и легких сверхтяжелых элементов, вплоть до линии β -стабильности. Интерес к низкоэнергетическим столкновениям актинидов также вызван возможностью наблюдения спонтанной эмиссии электрон-позитронных пар при образовании ядерной молекулы, обладающей сверхкритическим электрическим полем. Этот фундаментальный процесс квантовой электродинамики был предсказан более тридцати лет назад [250], однако экспериментальное его подтверждение до сих пор отсутствует. Еще одним интересным явлением, которое ожидается для этих реакций, является тройное квазиделение с образованием двух сильносвязанных фрагментов в районе свинца [41, 44] (см. подраздел 1.4.4).

Экспериментально выходы тяжелых ядер были измерены радиохимическими методами в работах [251, 252] для реакций $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$ и $^{238}\text{U} + ^{248}\text{Cm}$. Теоретически этот вопрос был изучен сравнительно недавно в работах Загребаева и Грайнера [25, 27]. В этих работах было показано, что сильные оболочечные эффекты в потенциальной энергии ядерной системы делают выгодным формирование одного из осколков в районе дважды магического свинца и соответствующего СТЯ в качестве другого. При этом сечения образования первичных (возбужденных) сверхтяжелых фрагментов могут превышать 1 мкб, даже для ядер, находящихся в районе центра острова стабильности СТЭ. Отметим, что недавно выполненный эксперимент показал [34], что в столкновениях актинидов возможна передача большого числа нуклонов (около 50) с сечением,

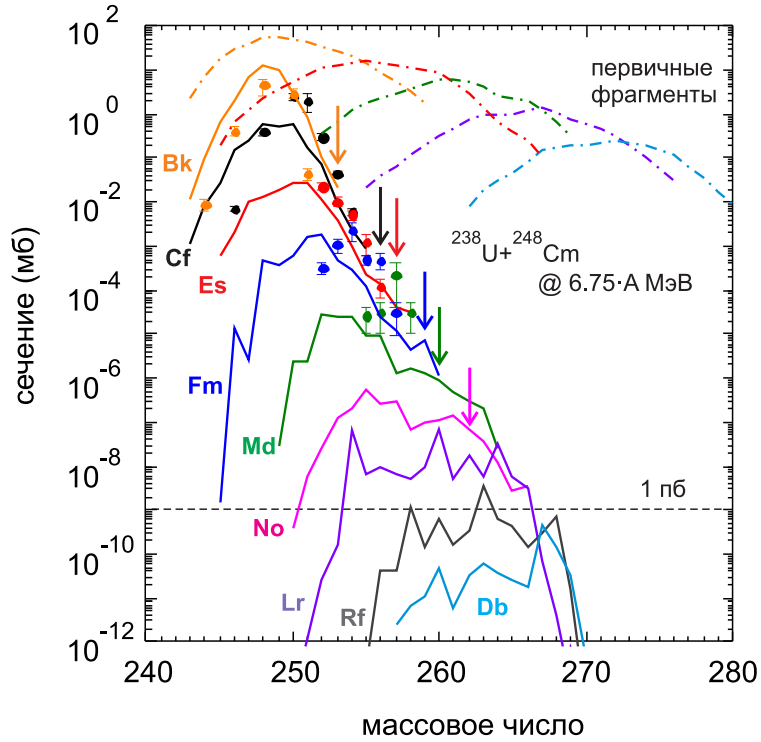


Рис. 2.22: Выходы изотопов транскюриевых элементов, образующихся в реакции $^{238}\text{U} + ^{248}\text{Cm}$ при энергии 6.75 МэВ/нуклон ($E_{\text{с.м.}} = 820$ МэВ). Сплошными и пунктирными кривыми показаны выходы конечных и первичных продуктов реакции, соответственно. Стрелки указывают на положение самого тяжелого известного изотопа данного элемента. Символы — экспериментальные данные для энергии < 7.4 МэВ/нуклон [251]. Охватываемый угловой диапазон регистрации продуктов реакции составлял $0^\circ < \theta_{\text{lab.}} < 55^\circ$.

превышающим 1 мкб, что согласуется с результатами расчетов. Девозбуждение тяжелого фрагмента реакции приводит в подавляющем числе случаев к его разделению на осколки, а выживает лишь малая часть исходно образовавшихся СТЯ. В результате рассчитанные сечения образования холодных ядер могут превышать значение в 1 пб только в области тяжелых актинилов и легких СТЯ.

Как было сказано в начале главы, модель Загребяева и Грайнера систематически недооценивает выходы ядер, образующихся в результате антисимметризации исходной системы снаряд–мишень. Обсуждаемые в этом подразделе реакции являются именно таким случаем. Как было показано выше, разработанная нами модель позволяет описывать выходы во всем диапазоне масс фрагментов реакций многонуклонных передач. Поэтому представляет интерес сравнение результатов расчетов в рамках данной модели с экспериментом. Такое сравнение показано на Рис. 2.22 для реакции $^{238}\text{U} + ^{248}\text{Cm}$. Выходы первичных продуктов велики и медленно спадают при продвижении в область СТЭ, сечения составляют порядка 100 нб даже для $Z = 114$ (не показано на рисунке). Однако высокие энергии возбуждения и угловые моменты образующихся ядер приводят к крайне малым вероятностям выживания. Можно отметить достаточно хорошее

согласие с экспериментальными данными по абсолютной величине сечения, и небольшое смещение максимумов изотопических выходов в сторону меньших масс. Также видно, что сечения образования ядер с $Z > 104$ не превышают величину в 1 пб, что делает синтез СТЭ в данной реакции труднореализуемым. Тем не менее, сечения образования пока неизвестных нейтронообогащенных изотопов тяжелых актинидов в ряде случаев достаточно велики для экспериментальной идентификации этих ядер. Мы считаем, что наиболее перспективными реакциями для синтеза не известных нейтронообогащенных изотопов тяжелых и сверхтяжелых элементов в процессах многонуклонных передач являются более асимметричные комбинации, например, $^{232}\text{Th} + ^{254}\text{Es}$ или $^{238}\text{U} + ^{254}\text{Es}$.

2.3. Основные итоги главы

- Разработана многомерная динамическая модель ядро–ядерных столкновений, базирующаяся на уравнениях Ланжевена. Динамическая модель объединена со статистической моделью распада возбужденных ядер, что позволяет учитывать процесс девозбуждения первичных продуктов реакции. Модель обеспечивает непрерывное описание эволюции системы во времени, начиная со стадии сближения снаряда и мишени во входном канале реакции и вплоть до образования конечных продуктов реакции.
- Модель была протестирована на большой совокупности экспериментальных данных, доступных для реакций $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, ^{208}Pb и ^{209}Bi . Рассчитанные энергетические, массовые, зарядные и угловые распределения продуктов реакции, а также сечения образования различных нуклидов, хорошо согласуются с экспериментом.
- Исходя из этого, были сформулированы оптимальные условия синтеза нейтроноизбыточных изотопов тяжелых ядер в окрестности нейтронных оболочек $N = 82$ и 126 и были рассчитаны соответствующие сечения. В частности установлено, что выходы ядер с $N = 126$, обогащенных нейтронами, слабо зависят от энергии столкновения во входном канале указанных выше реакций. В то же время соответствующие угловые распределения сильно чувствительны к динамике реакции и, следовательно, к энергии столкновения. Соответствующие сечения превышают 100 нб для ядер, расположенных вблизи границы известной области ядер, что для некоторых нуклидов на пять–семь порядков больше, чем может быть достигнуто в реакциях фрагментации.
- Сечения реакций многонуклонных передач в столкновениях актинидов резко падают при попытке синтеза элементов более тяжелых, чем исходные партнеры реакции. Это делает затруднительным синтез в этих реакциях СТЯ. Тем не менее,

выходы ряда нейтроноизбыточных изотопов тяжелых актинидов достаточно велики для их экспериментальной идентификации.

- Выполненные расчеты подтверждают эффективность реакций многонуклонных передач как метода синтеза нейтроноизбыточных ядер. В то же время чрезвычайно важно продолжить систематическое исследование реакций глубоконеупругих передач при низкоэнергетических столкновениях тяжелых ионов. Это имеет ключевое значение как для лучшего понимания динамики ядро-ядерных соударений при низких энергиях, так и для проектирования специализированных установок и планирования соответствующих экспериментов. Требуемые исследования должны давать как можно более полную картину об объекте исследования, что возможно при одновременном измерении зарядов, масс, энергий и углов разлета продуктов реакции для различных комбинациях взаимодействующих ядер и в широком диапазоне энергий их столкновения.
- Комплекс программ, позволяющий моделировать распад возбужденного вращающегося ядра по каналам деления, а также испускания нейтронов, протонов, α -частиц и γ -квантов, обсуждавшийся в настоящей главе, был включен в состав базы знаний по ядерной физике низких энергий NRV [118] (см. главу 5).

Глава 3.

Слияние ядер при энергиях вблизи кулоновского барьера

Одним из каналов реакции между двумя тяжелыми ядрами является канал слияния. Интерес к реакциям слияния не ослабевает уже на протяжении многих лет, что связано с рядом причин. Во-первых, процесс слияния является одним из способов получения новых ядер, а для области СТЯ слияние — это единственный «работающий» метод их получения. Во-вторых, интерес к процессам околобарьерного слияния связан со значительными эффектами связи относительного движения с другими степенями свободы, такими как деформации, ориентации, нуклонные передачи. Корректное описание и понимание динамики взаимодействия ядер при энергиях ниже кулоновского барьера все еще является предметом пристального внимания как со стороны экспериментальной, так и теоретической ядерной физики. В-третьих, еще одной интересной областью исследований, важной для понимания процессов астрофизического нуклеосинтеза и практически недоступной для экспериментального изучения, является область глубоководбарьерных энергий. Аккуратное описание доступных экспериментальных данных при околобарьерных энергиях чрезвычайно важно при экстраполяции в астрофизическую область энергий. Наконец, слияния ядер — есть чрезвычайно интересный объект для теоретического анализа. В результате слияния происходит тотальная перестройка структуры сталкивающихся ядер. Они полностью теряют свою индивидуальность, образуя возбужденное составное ядро.

При надбарьерных энергиях процесс столкновения ядер, образование составного ядра в конкуренции с квазиделением и его последующий распад по каналам деления и образования испарительного остатка может быть описан в рамках динамической модели, объединенной со статистической моделью распада возбужденного ядра, изложенной в предыдущей главе. Однако эта полуклассическая динамическая модель, основанная на уравнениях Ланжевена, не может быть в исходном виде применена к описанию процессов, происходящих при подбарьерных энергиях, требующих учета эффектов квантового

туннелирования. Традиционно для анализа реакций подбарьерного слияния используется эмпирический и квантовый метод сильной связи каналов (см. ниже). В настоящей главе излагаются оба этих метода, развитые в работах [61, 67, 82, 93, 253]. Основным предметом наших исследований в этой главе является совместное влияние каналов перераспределения нейтронов, а также низколежащих коллективных возбуждений, на сечение слияния при энергиях ниже кулоновского барьера. Кроме того, исследуется возможность получения новых нейтронообогащенных СТЯ в процессах слияния атомных ядер.

3.1. Теоретическое описание слияния атомных ядер

В общем случае сечение слияния двух ядер σ_{fus} при энергии в системе центра масс $E_{\text{c.m.}}$ можно представить в виде разложения

$$\sigma_{\text{fus}}(E) = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E_{\text{c.m.}}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l(E_{\text{c.m.}}) P_{CN}(l, E_{\text{c.m.}}), \quad (3.1)$$

где μ — приведенная масса и l — орбитальный момент относительного движения сталкивающихся ядер, T_l — парциальная проницаемость потенциального барьера, P_{CN} — вероятность образования составного ядра из конфигурации двух касающихся ядер. Другой часто используемой величиной является так называемое сечение контакта или сечение захвата:

$$\sigma_{\text{cap}}(E) = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E_{\text{c.m.}}} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l(E_{\text{c.m.}}). \quad (3.2)$$

Процессом, конкурирующим со слиянием, является квазиделение, и сечение захвата есть сумма сечений слияния и квазиделения: $\sigma_{\text{cap}} = \sigma_{\text{fus}} + \sigma_{\text{qf}}$. Очевидно, что сечения захвата и слияния совпадают в том случае, если $P_{CN} = 1$, т.е. когда составное ядро образуется из конфигурации двух касающихся ядер с единичной вероятностью или, иными словами, когда сечение квазиделения пренебрежимо мало.

Составное ядро, образующееся в результате слияния двух тяжелых ионов, имеет энергию возбуждения, определяемую как $E^* = E_{\text{c.m.}} + Q_{\text{fus}}$, где Q_{fus} — энергия (Q) слияния. Распад возбужденного ядра идет по каналам испускания легких частиц (нейтронов, протонов, α -частиц), эмиссии γ -квантов и/или деления. Таким образом, сечение слияния является суммой сечения образования остатков испарения, т.е. процесса, в результате которого ядро выживает относительно деления, и сечения слияния-деления: $\sigma_{\text{fus}} = \sigma_{\text{EvR}} + \sigma_{\text{ff}}$.

В этой главе, если иное не оговорено, мы будем предполагать, что каналы квазиделения имеют пренебрежимо малую вероятность, что справедливо при слиянии не слишком тяжелых ядер. В этом случае задача нахождения сечения слияния сводится к

расчету коэффициентов проницаемости кулоновского барьера T_l . Наиболее простой моделью, используемой для нахождения величин T_l , является так называемая одномерная модель слияния, которая учитывает только одну степень свободы системы двух ядер — относительное движение. Слияние в рамках этой модели определяется как образование конфигурации двух касающихся ядер. Подчеркнем, что точка контакта соответствует более компактным формам, нежели барьер слияния ядер. Несмотря на свою простоту, эта модель является важным инструментом при анализе реакций слияния. Однако, за исключением случая слияния относительно хорошо связанных легких ядер, одномерная модель не способна описать сечения слияния при энергиях ниже кулоновского барьера, где она дает систематически заниженные сечения. Более сложный подход — метод связанных каналов, как в его эмпирической, так и в квантовой версии, позволяет значительно улучшить согласие между теорией и экспериментом, давая хорошее описание сечений слияния для большинства комбинаций снаряд–мишень. Этот метод учитывает связь относительного движения с деформацией ядра (для сферических ядер в их основных состояниях) и взаимной ориентацией ядер (для статически деформированных ядер). Возбуждение этих коллективных степеней свободы может приводить к уменьшению барьера слияния, что и является основной причиной роста сечения в подбарьерной области. В надбарьерной области парциальный коэффициент проницаемости барьера стремится к единице для всех значений l , вплоть до критического углового момента. Поэтому связь каналов не оказывает значимого влияния на сечение слияния при энергиях выше кулоновского барьера. Дополнительные эффекты связаны с возможностью перераспределения нуклонной (прежде всего, нейтронной) плотности между двумя ядрами еще до преодоления ими барьера слияния. Учет каналов перераспределения нейтронов является наиболее сложной задачей, решенной пока лишь в рамках некоторых аппроксимаций.

3.1.1. Одномерная модель слияния

Слияние ядер при энергии ниже кулоновского барьера носит существенно квантовый характер и в значительной степени определяется закономерностями квантового туннелирования через эффективный потенциальный барьер ядро–ядерного взаимодействия. Наиболее простым теоретическим подходом для анализа реакций слияния при подбарьерных энергиях является модель проницаемости одномерного барьера. В этой модели предполагается, что сталкивающиеся ядра являются сферически симметричными и бесструктурными, а учитывается только их относительное движение. В таком случае, сечение слияния определяется вероятностью туннелирования через эффективный потенциал, определяемый выражением (1.2). Наиболее просто коэффициент проницаемости T_l вычисляется в случае параболического барьера. В этом случае может быть

использовано соотношение Хилла–Уиллера [254]:

$$T_l^{\text{HW}}(B; E) = \left[1 + \exp \left(\frac{2\pi}{\hbar\omega_B(l)} \left[B + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_B^2(l)} - E_{\text{c.m.}} \right] \right) \right]^{-1}, \quad (3.3)$$

где B — высота потенциального барьера, $R_B(l)$ — положение барьера, $\hbar\omega_B(l)$ — ширина потенциального барьера, определяемая выражением

$$\hbar\omega_B(l) = \left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2 V_{\text{eff}}(r)}{dr^2} \Big|_{r=R_B(l)} \right]^{1/2}. \quad (3.4)$$

Как было сказано выше, данная модель не позволяет описывать подбарьерное слияние средних и тяжелых ядер. При надбарьерных энергиях сечение слияния определяется в основном свойствами барьера: его высотой и радиусом. Поэтому при правильном выборе потенциала ядро–ядерного взаимодействия, одномерная модель слияния позволяет хорошо воспроизвести сечение надбарьерного слияния атомных ядер. Справедливо и обратное утверждение: сечение слияния при надбарьерных энергиях позволяет сделать вывод о свойствах ядро–ядерного взаимодействия исследуемых ядер.

3.1.2. Эмпирическая модель сильной связи каналов

Эмпирическая модель сильной связи каналов (ЕСС) была предложена в работе [82]. В модели рассматриваются два случая: столкновения ядер, имеющих нулевые деформации в основных состояниях, и столкновения статически деформированных ядер.

В первом случае учитывается, что ядра в процессе сближения могут деформироваться как за счет нулевых колебаний, так и за счет смещения минимума потенциальной энергии в сторону вытянутых форм ядер. Это приводит к тому, что в точке остановки ядра будут обладать не исходной (нулевой) деформацией, а будут иметь распределение по обеим деформациям. Тогда коэффициент проницаемости одномерного барьера должен быть усреднен по получающейся многомерной функции распределения по деформациям ядер в точке остановки. Точный вид такой функции априори неизвестен и может быть получен, например, как результат моделирования ядро–ядерных столкновений в какой–либо динамической модели (например, ланжевеновской). Следует также предположить, что функция распределения по деформациям должна зависеть как от энергии столкновения, так и от прицельного параметра, и является, таким образом, сложной функцией многих переменных.

Вместо этого, для упрощения задачи, в работе [82] был сделан переход от усреднения по деформациям к усреднению по барьерам, соответствующим этим деформациям.

Эмпирическая функция распределения по барьерам $f(B)$ была постулирована в виде

$$f(B) = N_B \cdot \exp \left(- \left[\frac{B - B_0}{\Delta_B} \right]^2 \right), \quad (3.5)$$

где N_B определяется из условия нормировки на единицу $\int f(B)dB = 1$. Если B_{sd} соответствует минимальному значению высоты многомерного барьера, рассчитанной с учетом деформации сталкивающихся ядер, а B_{sph} — барьеру взаимодействия сферических ядер, то ширина функции распределения по барьерам выбирается в виде $\Delta_B = (B_{sph} - B_{sd})/2$, а $B_0 = (B_{sph} + B_{sd})/2$. Таким образом, вклад коллективных степеней свободы в сечение подбарьерного слияния в ЕСС модели определяется шириной функции $f(B)$, которая зависит от соотношения величин B_{sd} и B_{sph} .

Наконец, коэффициент проницаемости T_l следует усреднить по всем возможным высотам потенциального барьера:

$$T_l^{ECC}(E) = \int f(B) T_l^{HW}(B; E) dB. \quad (3.6)$$

В случае, когда сталкивающиеся ядра деформированы в основном состоянии, т.е. $\beta_i^{g.s.} \neq 0$ ($i = 1, 2$), коэффициент проницаемости многомерного барьера необходимо усреднить по всем возможным взаимным ориентациям деформированных ядер:

$$T_l^{ECC}(E) = \frac{1}{4} \int_0^\pi \int_0^\pi T_l^{HW} \left(B(\vec{\beta}_1^{g.s.}, \vec{\beta}_2^{g.s.}; \theta_1, \theta_2); E \right) \sin \theta_1 \sin \theta_2 d\theta_1 d\theta_2, \quad (3.7)$$

где $B(\vec{\beta}_1^{g.s.}, \vec{\beta}_2^{g.s.}; \theta_1, \theta_2)$ — высота кулоновского барьера, зависящая от взаимной ориентации сталкивающихся ядер (см. Рис. 1.7). Следует отметить, что в выражении (3.7) предполагается равномерное распределение по ориентации ядер в точке контакта. Это означает, что исходная ориентация двух сталкивающихся ядер мало меняется во время сближения ядер, что подтверждается, например, расчетами, выполненными во время-зависимом методе Хартри–Фока (А.С. Умар, частное сообщение).

3.1.3. Квантовый метод сильной связи каналов

В настоящей работе использован вариант квантового метода сильной связи каналов и соответствующие вычислительные коды, разработанные в работе [93]. Квантовый метод сильной связи каналов (QCC) базируется на представлении полного гамильтониана системы в следующем виде [93, 195]:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V(r, \beta) + \hat{H}_{int}(\beta), \quad (3.8)$$

где β — внутренние (одночастичные и коллективные) степени свободы, $\hat{H}_{\text{int}}(\beta)$ — соответствующий этим переменным гамильтониан, $V(r, \beta)$ — потенциал взаимодействия сталкивающихся ядер. Гамильтониан H_{int} в выражении (3.8), описывающий собственное движение двух деформируемых ядер, вращающихся в плоскости реакции, можно записать как

$$H_{\text{int}}(\beta) = \sum_{i=1,2} \frac{\hbar^2 \hat{I}_i^2}{2\mathfrak{J}_i} + \sum_{i=1,2} \sum_{\lambda \geq 2} \left[-\frac{1}{2d_{i\lambda}} \frac{\partial^2}{\partial \beta_{i\lambda}^2} + \frac{1}{2} C_{i\lambda} (\beta_{i\lambda} - \beta_{i\lambda}^{g.s.})^2 \right]. \quad (3.9)$$

Этот гамильтониан включает кинетическую энергию вращения ядер, а также кинетическую и потенциальную энергии малых (гармонических) колебаний их поверхностей. \mathfrak{J}_i — моменты инерции ядер, а $C_{i\lambda}$, $\beta_{i\lambda}$ и $d_{i\lambda}$ — соответственно жесткость, величина деформации и массовый параметр i -го ядра для мультипольности $\lambda = 2, 3, \dots$. Собственные функции гамильтониана (3.9) в случае колебаний поверхности выражаются через полиномы Эрмита, а в случае вращения — через сферические гармоники.

Решение стационарного уравнения Шредингера $\hat{H}\Psi_k = E\Psi_k$ с граничными условиями, соответствующими столкновению ядер в приближении малости их спинов по сравнению с орбитальным моментом относительного движения, может быть разложено по парциальным волнам:

$$\Psi_k(r, \theta; \beta) = \frac{1}{kr} \sum_{l=0}^{\infty} i^l e^{i\sigma_l} (2l+1) \chi_l(r, \beta) P_l(\cos \theta), \quad (3.10)$$

где кулоновская фаза рассеяния $\sigma_l = \arg \Gamma(l+1+i\eta)$, $\eta = \frac{kZ_1Z_2e^2}{2E}$ — параметр Зоммерфельда, P_l — полиномы Лежандра. Подстановка выражения (3.10) в уравнение Шредингера приводит к системе уравнений для парциальных волновых функций

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \chi_l(r, \beta) - \frac{l(l+1)}{r^2} \chi_l(r, \beta) + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V(r, \beta) - H_{\text{int}}(\beta)] \chi_l(r, \beta) = 0. \quad (3.11)$$

Функции $\chi_l(r, \beta)$ могут быть разложены по полному набору волновых функций $\varphi_\nu(\beta)$ внутреннего гамильтониана $H_{\text{int}}\varphi_\nu(\beta) = \varepsilon_\nu\varphi_\nu(\beta)$:

$$\chi_l(r, \beta) = \sum_{\nu} \psi_{l,\nu}(r) \varphi_\nu(\beta). \quad (3.12)$$

Тогда радиальные волновые функции, описывающие относительное движение ядер в канале ν , удовлетворяют системе радиальных уравнений Шредингера:

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \psi_{l,\nu}(r) - \frac{l(l+1)}{r^2} \psi_{l,\nu}(r) + \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - \varepsilon_\nu - V_{\nu\nu}(r)] \psi_{l,\nu}(r) - \frac{2\mu}{\hbar^2} \sum_{\gamma \neq \nu} V_{\gamma\nu}(r) \psi_{l,\gamma}(r) = 0 \quad (3.13)$$

с матрицей связи:

$$V_{\gamma\nu}(r) = \int \varphi_{\gamma}^*(\beta) V(r, \beta) \varphi_{\nu}(\beta) d\beta. \quad (3.14)$$

Граничные условия для радиальных уравнений Шредингера (3.11) формулируются так, чтобы уравнения описывали процесс слияния атомных ядер. Предполагается, что поток вероятности, который прошел за кулоновский барьер и достиг точки контакта ядер $R_{\text{fus}} \approx R_1 + R_2$, полностью поглощается, т.е. происходит образование составного ядра [93, 195]. На больших расстояниях для волновой функции имеем стандартные граничные условия в виде падающей плоской волны во входном канале ($\nu = 0$) и расходящихся волн во всех остальных каналах, включая $\nu = 0$,

$$\psi_{l,\nu}(r \rightarrow \infty) = \frac{i}{2} \left[h_l^{(-)}(\eta_{\nu}, k_{\nu}r) \cdot \delta_{\nu 0} - \left(\frac{k_0}{k_{\nu}} \right)^{1/2} S_{\nu 0}^l \cdot h_l^{(+)}(\eta_{\nu}, k_{\nu}r) \right], \quad (3.15)$$

где $k_{\nu}^2 = \frac{2\mu}{\hbar^2} E_{\nu}$, $E_{\nu} = E - \varepsilon_{\nu}$, ε_{ν} – энергия возбуждения ядра в канале ν , $\varepsilon_0 = 0$; $\eta_{\nu} = \frac{k_{\nu} Z_1 Z_2 e^2}{2E_{\nu}}$, $h_l^{\pm}(\eta_{\nu}, k_{\nu}r)$ – кулоновские парциальные волновые функции с асимптотикой $\exp(\pm i x_{l,\nu})$, где $x_{l,\nu} = k_{\nu}r - \eta_{\nu} \ln 2k_{\nu}r + \sigma_{l,\nu} - l\pi/2$, $\sigma_{l,\nu} = \arg \Gamma(l + 1 + i\eta_{\nu})$ – кулоновские парциальные фазы рассеяния и $S_{\nu 0}^l$ – парциальные элементы матрицы рассеяния. Систему связанных уравнений (3.13) с заданными граничными условиями решают численно.

Сечение слияния с учетом возбуждения коллективных степеней свободы может быть вычислено по формуле (3.1), в которой вероятность прохождения через барьер определяется как отношение потока вероятности, достигшего R_{fus} , к падающему потоку

$$T_l^{\text{QCC}}(E) = \frac{1}{j_0(E)} \sum_{\nu} j_{l,\nu}(E), \quad (3.16)$$

где $j_{l,\nu} = -i \frac{\hbar}{2\mu} (\psi_{l,\nu} \frac{d\psi_{l,\nu}^*}{dr} - \psi_{l,\nu}^* \frac{d\psi_{l,\nu}}{dr}) \Big|_{r \leq R_{\text{fus}}}$ – парциальный поток в канале ν и $j_0 = \hbar k_0 / \mu$.

Отметим, что оба варианта метода сильной связи каналов (QCC и ECC) позволяют достаточно аккуратно описывать сечения слияния как в случае статически деформированных ядер, так и в случае сферических ядер. Пример такого описания приведен на Рис. 3.1 для слияния сферического ядра ^{16}O и типичного статически деформированного ядра ^{154}Sm [61]. Видно, что одномерная модель слияния, не учитывающая связь каналов, хорошо согласуется с экспериментальными данными при надбарьерных энергиях, но значительно недооценивает сечение слияния при подбарьерных энергиях. Оба варианта метода сильной связи каналов дают близкие значения сечений и хорошо согласуются с экспериментом во всем диапазоне энергий.

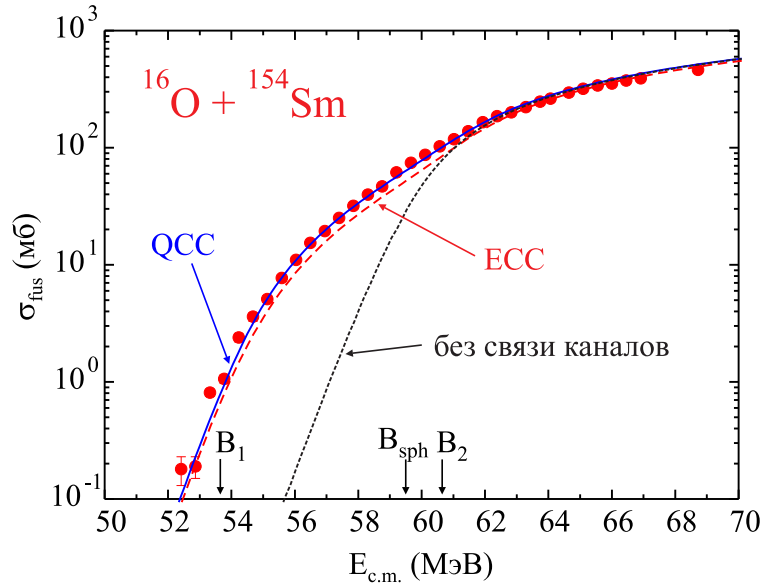


Рис. 3.1: Пример расчета сечения слияния для реакции $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$ в рамках одномерной модели (по coupling), а также эмпирической (ECC) и квантовой (QCC) моделей сильной связи каналов. Стрелками показан барьер взаимодействия сферических ядер (B_{sph}), а также барьеры при ориентации двух ядер «нос-к-носу» (B_1) и «бок-к-боку» (B_2). Экспериментальные данные взяты из работы [255].

3.1.4. Учет каналов перераспределения нейтронов

Как было показано выше, связь относительного движения сталкивающихся ядер с коллективными степенями свободы (колебаниями ядерных поверхностей и/или вращением статически деформированных ядер) приводит к усилению подбарьерного слияния за счет уменьшения высоты кулоновского барьера. Это учитывается в рамках стандартного метода сильной связи каналов, что позволяет успешно описывать большинство доступных экспериментальных данных по околобарьерному слиянию ядер.

Тем не менее, имеется ряд комбинаций снаряд-мишень, для которых экспериментально было обнаружено дополнительное увеличение сечения подбарьерного слияния, которое не может быть объяснено в рамках стандартного метода связанных каналов при любом разумном выборе параметров модели. Этот эффект легко увидеть, если сравнить сечения подбарьерного слияния для двух близких комбинаций снаряд-мишень, для одной из которых возможно перераспределение нейтронов с положительными значениями Q , тогда как для другого все нейтронные передачи имеют отрицательные Q . Комбинации $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$, $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$ [256] и $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$, $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$ [257] — «классические» примеры такого рода. Экспериментальные и теоретические сечения слияния для этих реакций показаны на Рис. 3.2 [61, 253]. Учет связи относительного движения с поверхностными колебаниями сталкивающихся ядер позволяет довольно хорошо описать сечения слияния для реакций $^{40}\text{Ca} + ^{90}\text{Zr}$ и $^{16}\text{O} + ^{60}\text{Ni}$, но не объясняет дополнительное усиление подбарьерного слияния для реакций $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$ и $^{18}\text{O} + ^{58}\text{Ni}$, имеющих положительные

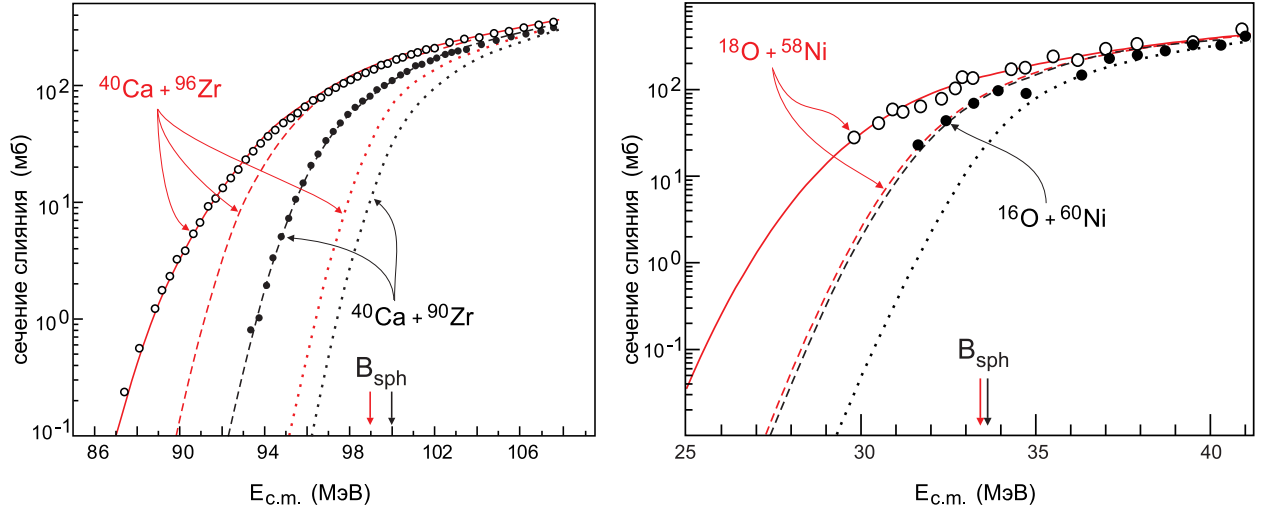


Рис. 3.2: (Левая панель) Сечения слияния для комбинаций $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$ (открытые кружки) и $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$ (точки) [256]. Точечные кривые — расчеты без учета связи каналов. Пунктирные кривые показывают расчеты с учетом поверхностных колебаний и без учета передачи нейтронов, тогда как сплошная кривая получена с учетом как перераспределения нейтронов, так и поверхностных колебаний для реакции $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$. (Правая панель) То же самое, но для реакций $^{18}\text{O}+^{58}\text{Ni}$ и $^{16}\text{O}+^{60}\text{Ni}$. Экспериментальные данные из работы [257].

Таблица 3.1: Значения Q_{xn} в единицах МэВ для передачи нейтронов в основное состояние.

| Реакция | Q_{1n} | Q_{2n} | Q_{3n} | Q_{4n} |
|----------------------------------|----------|----------|----------|----------|
| $^{40}\text{Ca}+^{90}\text{Zr}$ | -3.61 | -1.44 | -5.87 | -4.18 |
| $^{40}\text{Ca}+^{94}\text{Zr}$ | +0.14 | +4.89 | +4.19 | +8.13 |
| $^{40}\text{Ca}+^{96}\text{Zr}$ | +0.51 | +5.53 | +5.24 | +9.64 |
| $^{32}\text{S}+^{90}\text{Zr}$ | -3.33 | -1.23 | -6.60 | -6.16 |
| $^{32}\text{S}+^{94}\text{Zr}$ | +0.42 | +5.11 | +3.46 | +6.15 |
| $^{32}\text{S}+^{96}\text{Zr}$ | +0.79 | +5.74 | +4.51 | +7.66 |
| $^{64}\text{Ni}+^{100}\text{Mo}$ | -2.19 | +0.83 | -2.00 | -1.03 |
| $^{60}\text{Ni}+^{100}\text{Mo}$ | -0.47 | +4.20 | +2.39 | +5.23 |
| $^{64}\text{Ni}+^{130}\text{Te}$ | -2.32 | +0.55 | -2.43 | -0.92 |
| $^{58}\text{Ni}+^{130}\text{Te}$ | +0.58 | +5.89 | +4.92 | +9.23 |
| $^{16}\text{O}+^{76}\text{Ge}$ | -5.28 | -3.75 | -9.99 | -9.16 |
| $^{18}\text{O}+^{74}\text{Ge}$ | -1.54 | +3.74 | -5.85 | -10.40 |

значения Q для передачи нейтронов с одного из ядер на другое (см. Таб. 3.1).

Экспериментально были обнаружены и ряд других комбинаций ядер, для которых наблюдался аналогичный эффект: сечение подбарьерного слияния хорошо описывается в рамках метода сильной связи каналов, если Q_{xn} для передачи нейтронов отрицательны, и недооценивается — если присутствуют положительные Q_{xn} . Особенно сильно этот эффект проявляется при слиянии легких слабосвязанных ядер, таких как ^6He . В

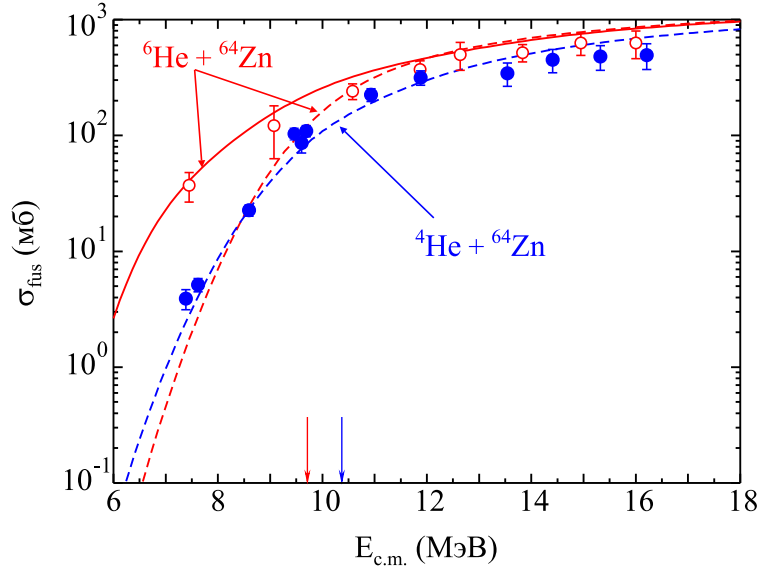


Рис. 3.3: Сечения слияния для реакций ${}^4,6\text{He} + {}^{64}\text{Zn}$. Сплошная и пунктирная кривые соответствуют расчетам в ЕСС модели с учетом и без учета нейтронных передач, соответственно. Экспериментальные данные из работы [267].

последние годы изучение реакций слияния с участием слабосвязанных ядер вызывает повышенный интерес [258–269]. Для этих ядер связь с поверхностными колебаниями и вращением тяжелой мишени менее важны из-за малого заряда налетающего ядра. Однако перераспределение нуклонов на стадии сближения ядер может привести к значительному усилению подбарьерного слияния из-за больших положительных значений Q_{xn} . Было показано, в частности, что этот эффект может оказывать влияние на астрофизический нуклеосинтез [270].

Типичным примером реакций слияния с легкими экзотическими ядрами, демонстрирующим значительное усиление подбарьерного слияния, является сравнение двух систем (Рис. 3.3): ${}^4\text{He} + {}^{64}\text{Zn}$ (все Q_{xn} отрицательны) и ${}^6\text{He} + {}^{64}\text{Zn}$ ($Q_{1n} = 6.11$ МэВ, $Q_{2n} = 18.06$ МэВ и $Q_{3n} = 4.54$ МэВ). Во-первых, можно видеть хорошее согласие с экспериментальными данными [267] для обеих систем. Расчеты в рамках ЕСС модели (пунктирные кривые) дают близкие сечения для обеих реакций. Усиление сечения слияния, вызванное перераспределением нейтронов, достигает одного порядка величины уже при энергии 1 МэВ ниже кулоновского барьера и продолжает увеличиваться при более низких энергиях.

Тем не менее ряд экспериментов, выполненных сравнительно недавно, говорят о том, что перераспределение нейтронов не оказывает значимого влияния на слияние ядер. Например, в реакциях слияния ${}^{16,18}\text{O} + {}^{76,74}\text{Ge}$ [271], ${}^{60,64}\text{Ni} + {}^{100}\text{Mo}$ [272], ${}^{64,58}\text{Ni} + {}^{130}\text{Te}$ [273] не наблюдается дополнительного увеличения сечения при подбарьерных энергиях, несмотря на наличие каналов нейтронных передач с положительными значениями Q , довольно близкими к реакции ${}^{40}\text{Ca} + {}^{96}\text{Zr}$ (Таб. 3.1). Соответствующие се-

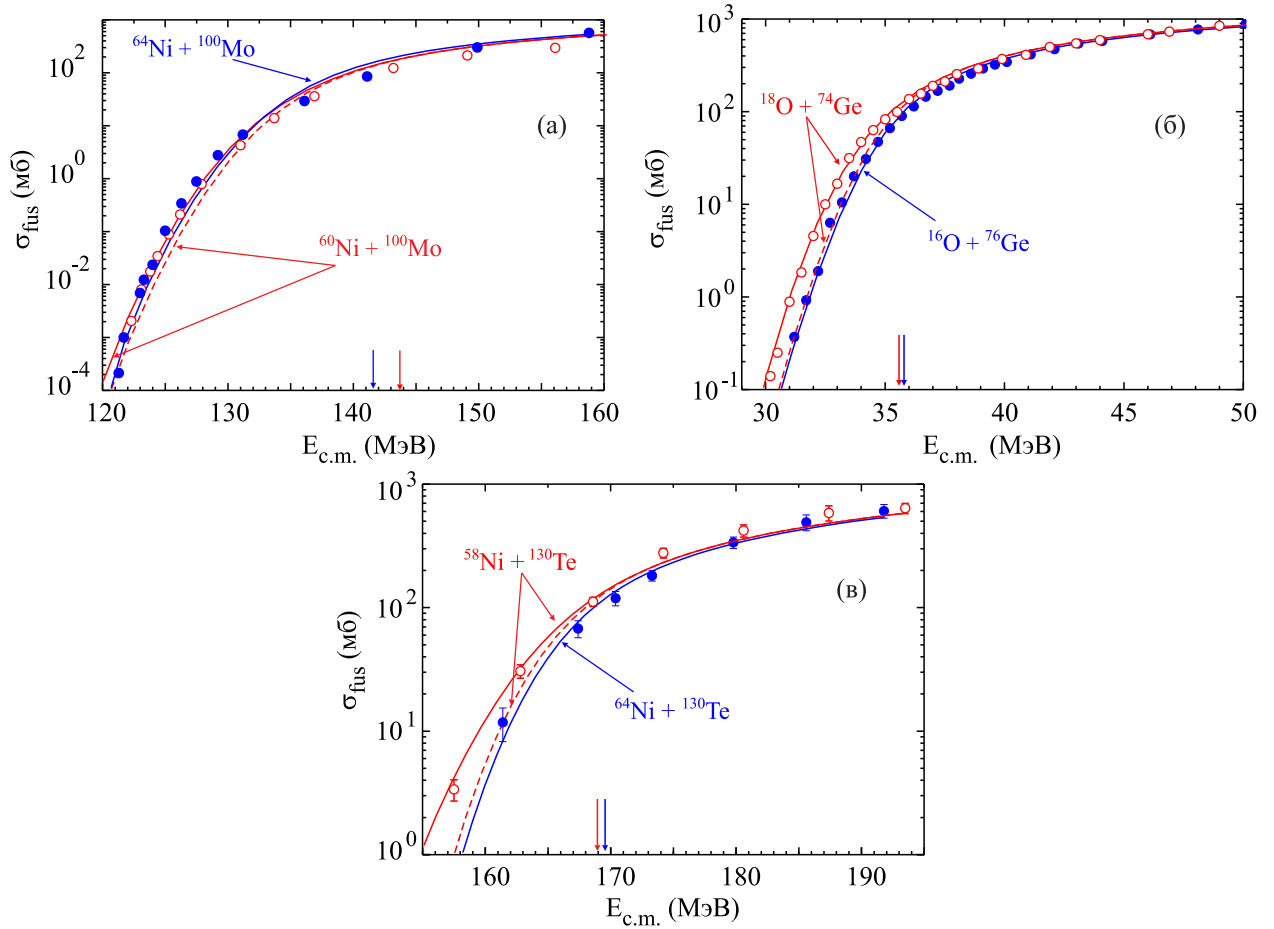


Рис. 3.4: Сечения слияния для реакций: (а) – $^{64,60}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ [272], (б) – $^{16,18}\text{O} + ^{76,74}\text{Ge}$ [271]; (в) – $^{58,64}\text{Ni} + ^{130}\text{Te}$ [273].

чения слияния и результаты нашего анализа приведены на Рис. 3.4. Во всех случаях перераспределение нейтронов было включено в расчетную схему эмпирической модели сильной связи каналов (см. ниже). Следует отметить, что для перечисленных комбинаций только в случае $^{58}\text{Ni} + ^{130}\text{Te}$ наблюдается небольшое видимое увеличение сечения слияния при подбарьерных энергиях по сравнению с нейтронообогащенной системой $^{64}\text{Ni} + ^{130}\text{Te}$, для которой все значения Q отрицательны, кроме $Q_{2n} = +0.55$ МэВ. Отметим также, что выполненные нами расчеты хорошо согласуются с экспериментом. Эти результаты указывают, что наличие каналов перераспределения нейтронов с $Q > 0$ не является достаточным критерием для наблюдения усиления подбарьерного слияния, как это утверждалось ранее.

Описанные экспериментальные наблюдения побудили нас изучить вопрос о влиянии каналов перераспределения нейтронов на процесс слияния атомных ядер. В частности, одной из основных целей был поиск ответа на вопрос, почему при сравнимых положительных значениях Q_{xn} в одних случаях эффект от перераспределения нейтронов проявляется достаточно ярко, в то время как в других его практически не видно.

Известен ряд теоретических подходов, позволяющих учитывать каналы перерас-

пределения нейтронов в методе связанных каналов. Это достаточно сложно сделать математически строго, особенно если говорить о квантовом методе связанных каналов. Проблема возникает, когда, следуя стандартному методу связанных каналов, полная волновая функция разлагается по коллективным (вращательным и/или колебательным) состояниям и одновременно по состояниям передачи нейтронов. При таком разложении возникают сверхполные и неортогональные базисные функции, что требует сложной техники работы с ними или некоторого упрощения.

Одна из первых попыток учесть каналы передачи нейтронов в квантовом методе сильной связи каналов была сделана в работе [195], в которой описан широко распространенный код CCFULL для расчета сечения слияния. Нейтронные передачи были учтены путем введения феноменологической добавки к матрице связи, отвечающей за передачу пары нейтронов между основными состояниями сталкивающихся ядер. Было сделано предположение, что эта добавка похожа на дополнительную вибрационную моду, и соответствующий подгоночный параметр связи в этом случае подбирался под экспериментальные данные.

Этот вопрос изучался также в работах Саргсяна и других (см., например, [274, 275] и ссылки в них). Предположение авторов этих работ заключалось в том, что на стадии сближения сталкивающихся ядер с некоторой вероятностью может произойти передача пары нейтронов от одного ядра к другому. Такой процесс приводит к изменению нуклонного состава сливающихся ядер, а, следовательно, к существенному изменению свойств их коллективных возбуждений, что, по мнению авторов, и оказывает влияние на увеличение сечения подбарьерного слияния.

В работе [253] перераспределение нейтронов было включено в эмпирический метод связи каналов, с использованием квазиклассического приближения для вероятности передачи нейтрона(ов). Этот метод не является полностью микроскопическим, но учитывает основные эффекты перераспределения нейтронов с положительными значениями Q . Модель ЕСС с перераспределением нейтронов успешно использовалась в нескольких работах [50, 61, 62, 253, 276] для описания сечений реакций слияния стабильных ядер. В работе [67] данный квазиклассический способ учета перераспределения нейтронов был впервые включен в квантовый метод связи каналов, что позволило избавиться модель от ряда плохо определенных параметров эмпирической модели связи каналов, таких как жесткости ядра относительно квадрупольной и октупольной деформаций. Все параметры Q_{CC} модели с учетом нейтронных передач могут быть определены либо из экспериментальных данных по свойствам ядер, либо из достаточно надежных широко используемых систематик. Так, массы основных состояний ядер и свойства низколежащих коллективных возбуждений (Таб. 3.2) могут быть использованы для определения параметров внутреннего гамильтониана (3.9) и величин Q_{xn} , а для определения параметров потенциала ядро-ядерного взаимодействия типа Вудса-Саксона можно вос-

пользоваться параметризацией Акиюза–Винтера [91].

В работах [61,67] нами было также показано, что как ЕСС так и QСС модели, учитывающие нейтронные передачи, приводят к близким значениям сечений подбарьерного слияния и хорошо согласуются с имеющимися экспериментальными данными.

Таблица 3.2: Вибрационные свойства ядер, учитываемые в квантовом методе сильной связи каналов. Параметр n_{ph} — число учитываемых фононов. Данные взяты из [118, 277, 278].

| Ядро | $(\lambda^\pi)^{n_{ph}}$ | E_λ (МэВ) | β_λ |
|-------------------|--------------------------|-------------------|-----------------|
| ^{40}Ca | $(3-)^1$ | 3.737 | 0.411 |
| ^{32}S | $(2+)^1$ | 2.230 | 0.315 |
| ^{90}Zr | $(3-)^1$ | 5.006 | 0.4 |
| | $(2+)^2$ | 2.186 | 0.089 |
| ^{94}Zr | $(3-)^2$ | 2.748 | 0.211 |
| | $(2+)^2$ | 0.919 | 0.09 |
| ^{96}Zr | $(3-)^2$ | 2.058 | 0.193 |
| | $(2+)^2$ | 1.751 | 0.08 |
| ^{60}Ni | $(3-)^2$ | 1.897 | 0.284 |
| | $(2+)^2$ | 1.333 | 0.207 |
| ^{64}Ni | $(3-)^1$ | 4.04 | 0.209 |
| | $(2+)^2$ | 1.346 | 0.179 |
| ^{100}Mo | $(3-)^1$ | 3.56 | 0.201 |
| | $(2+)^2$ | 0.536 | 0.231 |
| ^{130}Te | $(3-)^2$ | 1.908 | 0.218 |
| | $(2+)^2$ | 0.840 | 0.119 |
| | $(3-)^2$ | 2.730 | 0.088 |

Роль перераспределения нейтронов с положительным значением Q_{xn} можно объяснить следующим образом. При сближении сталкивающихся ядер волновая функция валентного нейтрона, локализованная изначально в одном из них, начинает проникать в объем другого ядра еще до того, как ядра преодолеют кулоновский барьер (см. Рис. 1.2, взятый из работы [81]). Если энергия передачи нейтрона положительна, $Q_{xn} > 0$, то потенциальная энергия системы понижается. Это дает выигрыш в энергии, которая может быть израсходована как на возбуждение внутренних степеней свободы, так и на увеличение энергии относительного движения. Последний фактор и приводит к росту проницаемости барьера и, в конечном итоге, усилению подбарьерного слияния. При отрицательных Q_{xn} передача нейтрона ведет к уменьшению сечения слияния, которое, однако, незначительно из-за малой вероятности передачи нейтрона(ов).

Обозначим $\alpha_{tr}(E, l, Q)$ полную вероятность передачи нейтронов при столкновении ядер с энергией $E_{c.m.}$ в системе центра масс и угловым моментом относительного дви-

жения l . Она определяется как сумма вероятностей передачи x нейтронов, $\alpha_x(E, l, Q)$,

$$\alpha_{\text{tr}}(E_{\text{c.m.}}, l, Q) = \sum_{x=1}^{x_{\text{max}}} \alpha_x(E_{\text{c.m.}}, l, Q), \quad (3.17)$$

где x_{max} — максимальное число учитываемых каналов нейтронных передач. Тогда эффект от перераспределения нейтронов в реакциях слияния может быть легко учтен в рамках метода связи каналов. Полная вероятность прохождения через потенциальный барьер с учетом динамических деформаций ядер и/или их вращения, а также с учетом перераспределения нейтронов на стадии сближения этих ядер может быть оценена следующим образом:

$$\tilde{T}_l^{\text{CC}}(B; E_{\text{c.m.}}) = \frac{1}{N_{\text{tr}}} \int_{-E_{\text{c.m.}}}^{\max\{Q_{xn}\}} [\delta(Q) + \alpha_{\text{tr}}(E_{\text{c.m.}}, l, Q)] \times T_l^{\text{CC}}(B; E_{\text{c.m.}} + Q) dQ, \quad (3.18)$$

где $T_l^{\text{CC}} \equiv T_l^{\text{ECC}}$ [формулы (3.6) или (3.7)] в случае эмпирического метода связи каналов и $T_l^{\text{CC}} \equiv T_l^{\text{QCC}}$ (3.16) при использовании квантового метода связи каналов. Далее эти проницаемости могут быть подставлены в выражения (3.1) или (3.2) для нахождения сечения слияния.

Константа в выражении (3.18) определяется из условия нормировки

$$N_{\text{tr}} = 1 + \int_{-E_{\text{c.m.}}}^{\max\{Q_{xn}\}} \alpha_{\text{tr}}(E_{\text{c.m.}}, l, Q) dQ. \quad (3.19)$$

Отметим, что отсутствию перераспределения нейтронов соответствует случай $\alpha_{\text{tr}} = 0$ в выражении (3.18), т.е. когда распределение по значениям Q вырождается в дельта-функцию $\delta(Q)$ и $N_{\text{tr}} = 1$.

Вероятность последовательного перераспределения нейтронов α_x в выражении (3.17) может быть оценена в квазиклассическом приближении [233, 253]:

$$\alpha_x(E, l, Q) \cong N_x^{-1} \times \exp(-Q^2/2\sigma_x^2) \times \exp(-2\kappa_x [D(E_{\text{c.m.}}, l) - D_0]). \quad (3.20)$$

Здесь

$$\kappa_x = \sum_{i=1}^{x_{\text{max}}} \kappa(\varepsilon_i), \quad \kappa(\varepsilon_i) = \sqrt{2\mu_n \varepsilon_i / \hbar^2}, \quad (3.21)$$

где ε_i — энергия отделения i -го передаваемого нейтрона и μ_n — его приведенная масса.

Вероятность передачи нейтрона как в основное, так и в возбужденные состояния может быть аппроксимирована экспоненциальной зависимостью $\sim \exp(-Q^2/2\sigma_x^2)$. Дисперсия распределения величины Q для вероятности передачи нейтронов может быть

записана в виде [233]:

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{2\hbar^2 \kappa_x B}{\mu R_B}}, \quad (3.22)$$

где B и R_B — высота и положение кулоновского барьера для двух сферических ядер. Нормировочная константа N_x в выражении (3.20) определяется из условия:

$$N_x = \int_{-E_{c.m.}}^{Q_{xn}} \exp(-Q^2/2\sigma_x^2) dQ. \quad (3.23)$$

Типичный вид функции распределения по значениям Q приведен на Рис. 3.5. Каждое значение Q_{xn} определяет порог для передачи соответствующего количества нейтронов, что объясняет ступенчатое поведение функции распределения.

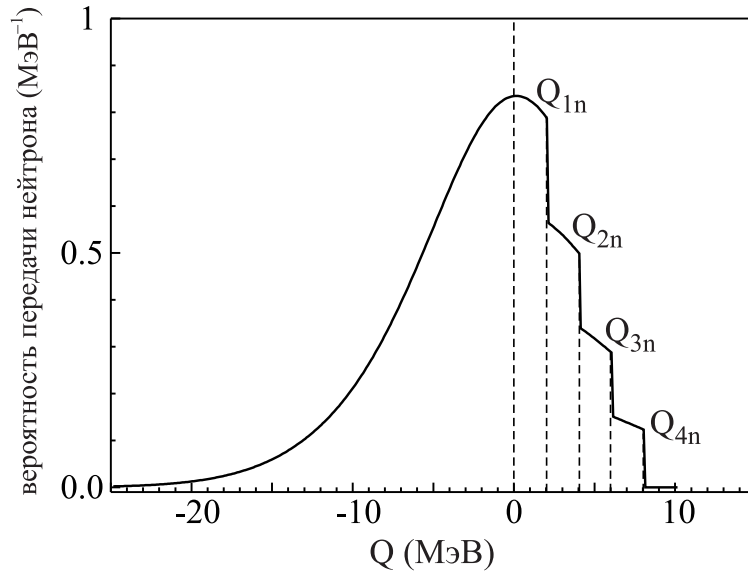


Рис. 3.5: Типичное поведение вероятности передачи нейтрона α_{tr} . Величины Q_{xn} предполагаются равными $2 \cdot x$ МэВ.

Вероятность последовательной передачи x нейтронов определяется второй экспонентой в выражении (3.20), которая возрастает с уменьшением эффективного расстояния между ядерными поверхностями. Кроме того, экспериментальные данные показывают, что (см., например, [26, 233]) одновременная передача двух нейтронов может быть в $N_{2n} \sim 3$ раз больше вероятности последовательной передачей этих нейтронов, что также учитывается в модели. Эффективное расстояние между поверхностями ядер есть $D(E, l) - D_0$, где $D(E, l)$ — расстояние наибольшего сближения взаимодействующих ядер, а величина D_0 определяется как $D_0 = R_1^{(n)} + R_2^{(n)} + d_0$. Здесь $R_i^{(n)} = r_0^{(n)} A^{1/3}$ — радиусы орбит валентных (передаваемых) нейтронов и $r_0^{(n)}$ и d_0 — подгоночные параметры. В работе [61] их значения были определены, исходя из наилучшего описания экспериментальных данных по сечениям слияния: $r_0^{(n)} = 1.25$ Фм и $d_0 = 2.5$ Фм. Отметим,

что при анализе реакций малонуклонных передач используются следующие значения параметров: $r_0^{(n)} = 1.4$ Фм и $d_0 = 0$ (см., например, [233, 279]). Это приводит к меньшим значениям α_k для реакций передач по сравнению с теми, которые требуются для описания реакций слияния. Это различие можно объяснить тем, что для реакций слияния эффект от перераспределения нейтронов зависит от того, насколько сильно волновая функция валентного нейтрона распространяется по двухцентровым молекулярным состояниям в момент наибольшего сближения ядер. В то же время, вероятность передачи определяется плотностью вероятности нахождения нейтрона в ядре-реципиенте после разлета сталкивающихся ядер на бесконечных расстояниях между ними. Из-за некоторой адиабатичности процесса сближения-разлета ядер вероятность передачи нейтрона должна быть максимальна в точке поворота и, следовательно, вносит наибольший вклад в сечение слияния.

Точность описания экспериментальных данных в эмпирическом методе связанных каналов с учетом перераспределения нейтронов [61] можно видеть на Рис. 3.2, 3.3 и 3.4 выше. Рисунки 3.6 и 3.7 [67] демонстрируют применение квантового метода сильной связи каналов с учетом перераспределения нейтронов. Вибрационные свойства ядер, учитываемые в расчетах, приведены в Таб. 3.2, а значения Q_{xn} — в Таб. 3.1. Можно подчеркнуть в целом хорошее согласие расчетов с экспериментом для всех рассмотренных реакций. Однако следует отметить незначительную переоценку экспериментальных сечений для реакции $^{32}\text{S}+^{96}\text{Zr}$ в глубоко подбарьерной области энергий и некоторую недооценку в случае $^{32}\text{S}+^{94}\text{Zr}$ (Рис. 3.7). Отметим также, что похожая ситуация наблюдается для реакции $^{40}\text{Ca}+^{94}\text{Zr}$ (Рис. 3.6). Это отклонение может быть легко скомпенсировано небольшим изменением параметров ядро-ядерного взаимодействия или нейтронного радиуса $r_n^{(0)}$. В этом случае однако будет сложно судить о предсказательной силе модели, поэтому мы воздержались от вариации ее параметров.

Дополнительно на Рис. 3.6 и 3.7 показаны так называемые функции распределения по барьерам $(\pi R_B^2)^{-1} d^2(E\sigma_{\text{fus}})/dE^2$, несущие важную информацию о структуре барьера слияния. Как обычно, функции распределения по барьерам, рассчитанные в модели проницаемости одномерного барьера (без учета связи каналов), являются функциями с единственным максимумом, совпадающим с положением барьера слияния (точечные кривые). Учет связи с коллективными вибрационными степенями свободы (пунктирные кривые) приводит к уширению распределений, их смещению в сторону более низких энергий и хорошо заметной структуре (несколько максимумов). Учет только вибрационных степеней свободы уже позволяет хорошо описать экспериментальные данные во всем диапазоне энергий для реакций слияния с ^{90}Zr , для которых каналы передачи нейтронов не играют роли. Для реакций с мишенями $^{94,96}\text{Zr}$ передача нейтронов существенно влияет на подбарьерное слияние. Функции распределения по барьерам, рассчитанные без рассмотрения этого эффекта, все еще слишком узкие. Сплошные кри-

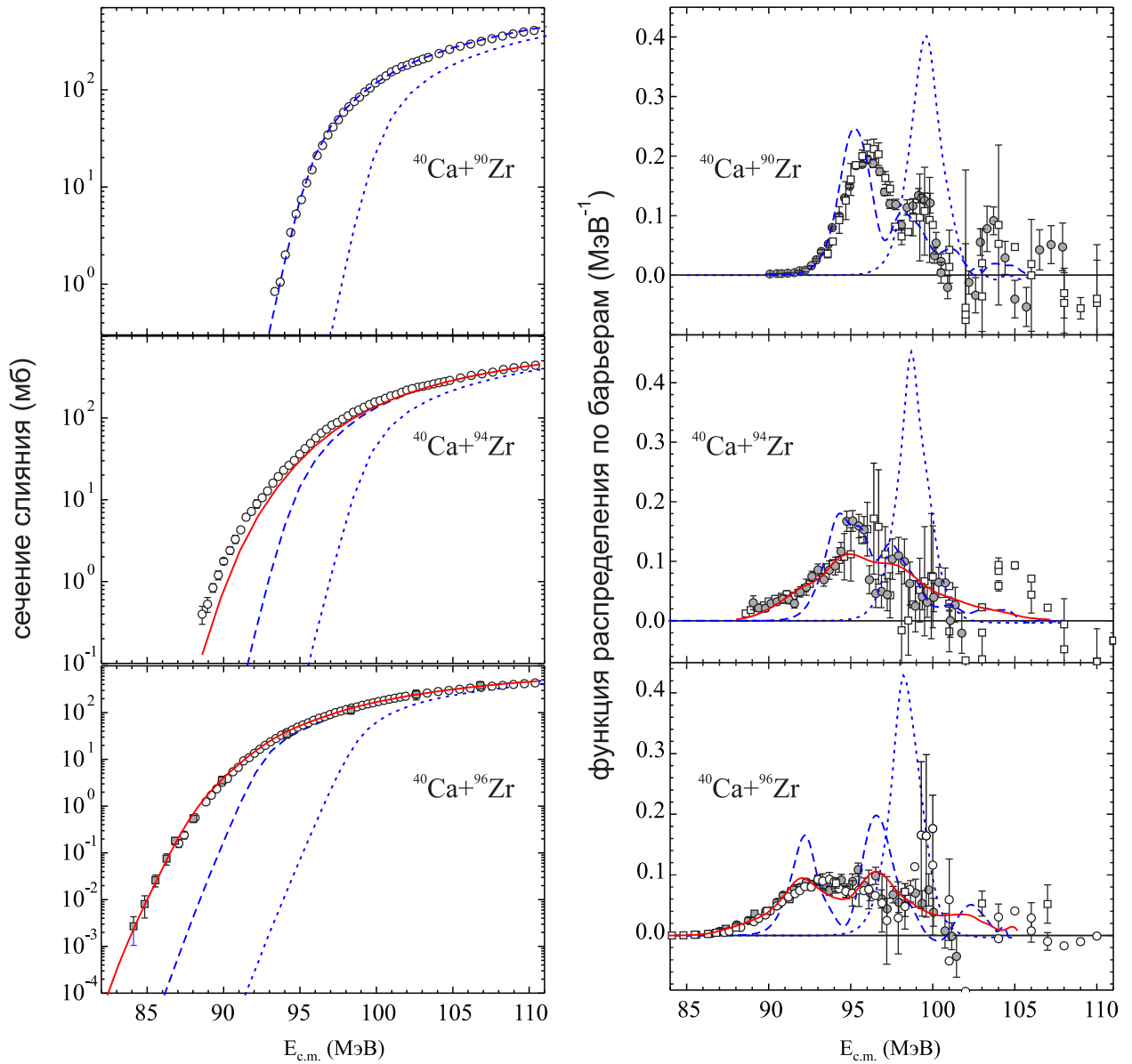


Рис. 3.6: Сечения слияния и функции распределения по барьерам для реакций $^{40}\text{Ca}+^{90,94,96}\text{Zr}$. Точечные кривые показывают расчеты без связи каналов. Сплошные и пунктирные кривые соответствуют расчетам с учетом и без учета нейтронных передач. (Панели слева) Экспериментальные данные взяты из [256] (открытые кружки) и [280] (закрашенные квадраты). (Панели справа) Закрашенные символы — оценки функции распределения по барьерам из работы [281], открытые символы — из работы [67].

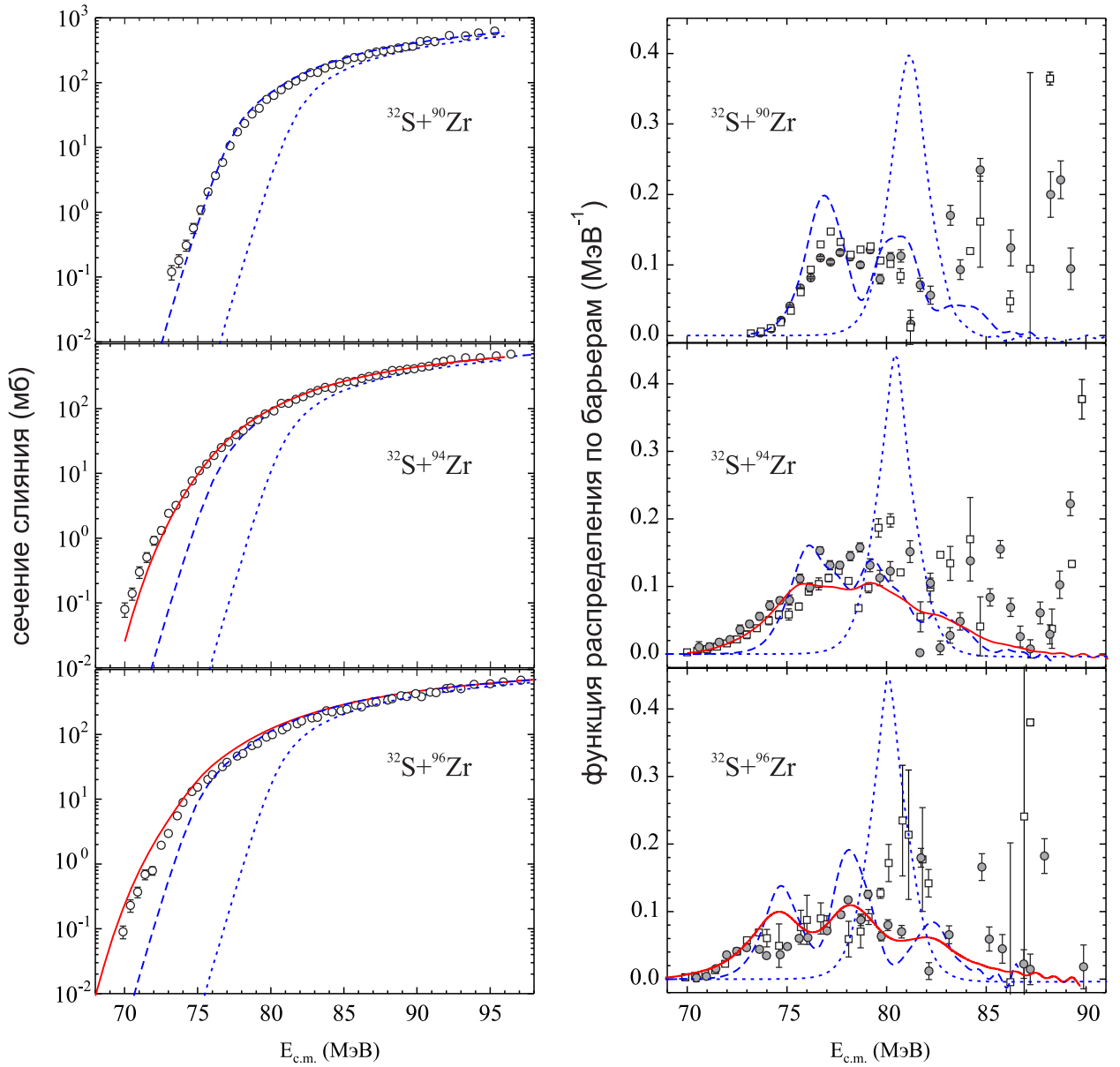


Рис. 3.7: То же, что и на Рис. 3.6, но для реакций $^{32}\text{S}+^{90,94,96}\text{Zr}$. Экспериментальные данные взяты из работы [276] для $^{32}\text{S}+^{90,96}\text{Zr}$ и из работы [282] для $^{32}\text{S}+^{94}\text{Zr}$.

вые получены в модели с учетом каналов перераспределения нейтронов. Это приводит к дальнейшему уширению рассчитанных функций распределения по барьерам без заметного изменения их структур, т.е. количества максимумов и их положений. Можно видеть общее хорошее согласование теоретических распределений по барьерам с экспериментальными данными. Важно отметить, что хвосты распределений в области низких энергий не могут быть воспроизведены при использовании классического метода связи каналов, не учитывающего возможность передачи нейтронов.

3.2. Факторы, влияющие на усиление слияния ядер при энергиях ниже кулоновского барьера

В этом разделе обсуждаются различные факторы, влияющие на увеличение сечения подбарьерного слияния, вызванное перераспределением нейтронов. Чтобы выделить специфическую роль нейтронов из общего эффекта усиления подбарьерного слияния, введем термин «коэффициент усиления». Определим его как отношение сечений слияния с учетом и без учета передачи нейтронов $F = \sigma_{\text{fus+tr}}/\sigma_{\text{fus}}$. Из такого определения следует, что количественное значение коэффициента усиления может быть получено только из теоретических расчетов. Экспериментально коэффициент усиления может быть извлечен из сравнения двух близких комбинаций снаряд–мишень, главным различием между которыми является наличие или отсутствие возможности передачи нейтронов с положительными значениями Q . Различия в сечениях слияния при подбарьерных энергиях будут указывать на дополнительную связь с нейтронными степенями свободы. Такой способ определения коэффициента усиления не эквивалентен полностью данному выше определению, так как барьер слияния и свойства коллективных состояний ядер также оказывают влияние на сечения слияния. Однако в большинстве случаев экспериментальный коэффициент усиления близок к теоретическому.

Итак, в работе [61] на базе эмпирической модели связи каналов были изучены основные факторы, определяющие величину усиления подбарьерного слияния, вызванного нейтронными передачами:

(1) Значения Q_{xn}

Значения энергий передачи нейтронов, Q_{xn} , как фактора, определяющего увеличение сечения подбарьерного слияния, обсуждались много раз (см., например, [253, 283]). Мы повторим здесь основные моменты. Утверждается, что если система двух сталкивающихся ядер имеет положительные значения Q для передачи нейтронов, то можно ожидать, что сечение подбарьерного слияния будет иметь усиление из-за перегруппировки нейтронов, дополнительное к тому, которое вызвано связью относительного движения с колебательными и/или вращательными

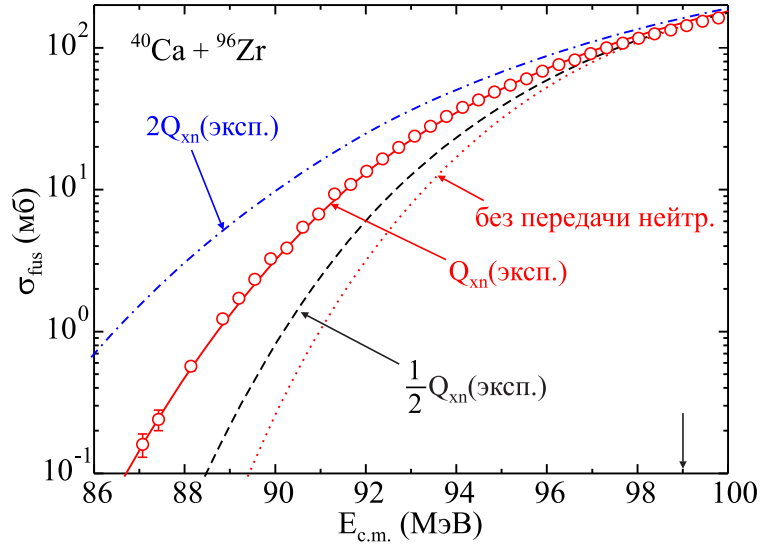


Рис. 3.8: Сечения слияния для реакции $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$. Кривые показывают результаты расчетов в эмпирической модели связанных каналов с учетом и без учета (точечная кривая) перераспределения нейтронов. Сплошная кривая получена с экспериментальными значениями Q_{xn} , пунктирная и штрих-пунктирная кривые — это модельные расчеты, предполагающие в два раза меньшие и в два раза большие значения Q_{xn} , соответственно.

степенями свободы. Этот эффект демонстрируется на Рис. 3.8 для системы $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$. Значения Q_{xn} для этой системы приведены в Таб. 3.1. Экспериментальные сечения слияния [256] хорошо воспроизводятся. Однако если предположить, что значения Q_{xn} в два раза меньше (пунктирная кривая), то сечения слияния резко уменьшаются и становятся гораздо ближе к результатам расчетов в эмпирической модели без учета нейтронных передач (точечная кривая). Напротив, при двукратном увеличении значений Q_{xn} (штрих-пунктирная кривая) эффект от нейтронных передач переоценивается.

Не менее важный вывод заключается в том, что только перегруппировка самых внешних нейтронов (обычно $1n$ и $2n$) может значительно усилить подбарьерное слияние. Это происходит потому, что связь с каналами перераспределения нейтронов влияет на вероятность слияния, только если такое перераспределение происходит до преодоления кулоновского барьера. Поэтому при анализе подбарьерного слияния следует учитывать лишь несколько валентных нейтронов, имеющих наибольшие радиусы волновых функций. Рисунок 3.9 показывает сечение слияния для системы $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$, рассчитанное с учетом разного числа каналов передачи нейтронов. Значения Q_{xn} приведены в Таб. 3.1 до $4n$, остальные значения: $Q_{5n} = +8.42$ МэВ и $Q_{6n} = +11.62$ МэВ. Можно видеть, что основной эффект обусловлен учетом $1n + 2n$ каналов. Значительно меньший, но все же видимый эффект дает передача 3-го и 4-го нейтронов, тогда как передача большего коли-

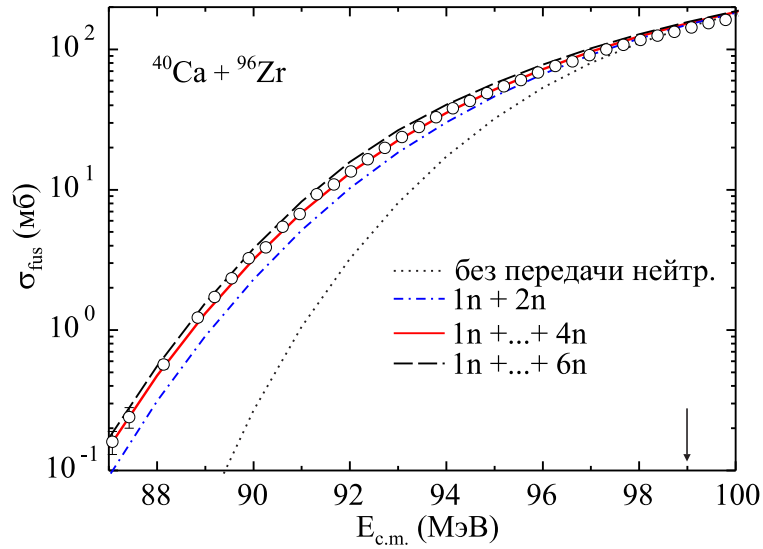


Рис. 3.9: Сечения слияния для системы $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$. Кривые показывают расчеты с учетом разного числа передаваемых нейтронов (от нуля до шести).

чества нейтронов не влияет на вероятность подбарьерного слияния.

(2) Свойства коллективных возбуждений ядер

Как уже отмечалось выше, система $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$ является типичным примером реакции, демонстрирующей значительное усиление слияния при энергиях ниже барьера из-за влияния каналов нейтронных передач. Напротив, существуют экспериментально исследованные комбинации снаряд-мишень, которые близки по значениям Q_{xn} к случаю $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$, но не обнаруживают сколько-нибудь значительного эффекта от передачи нейтронов, как то: $^{60}\text{Ni} + ^{100}\text{Mo}$ и $^{58}\text{Ni} + ^{130}\text{Te}$ (Рис. 3.4). Видно, что метод связи каналов, учитывающий нейтронные передачи, позволяет описать как значительное усиление слияния в первом случае, так и его отсутствие во втором.

Причина, по которой наблюдается столь разное влияние перераспределения нейтронов на подбарьерное слияние для этих «похожих» систем, заключается в их различных вибрационных свойствах. Наше утверждение состоит в том, что усиление слияния из-за перераспределения нейтронов больше для тех систем, которые имеют наименьшее усиление слияния из-за связи с коллективными состояниями. Это можно понять качественно следующим образом. Связь относительного движения с коллективными состояниями может понижать барьер, который система должна преодолеть на пути к слиянию. Таким образом, энергия столкновения становится эффективно ближе к барьеру или даже выше барьера. Чем ближе энергия столкновения к эффективному барьеру, тем меньше влияние различных неупругих каналов на сечение слияния. В предельном случае коэффициент прохождения через барьер T_l может достигнуть единицы уже из-за влияния коллективных со-

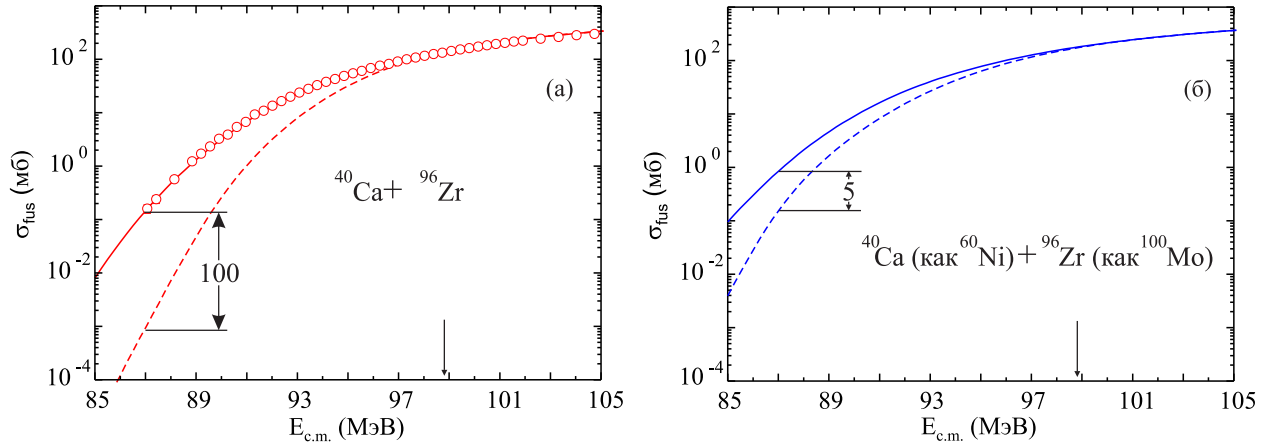


Рис. 3.10: Сечения слияния. Сплошная и пунктирная кривые показывают результаты расчетов в методе связанных каналов с учетом и без учета нейтронных передач. (а) реакция $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$ (символы — экспериментальные данные). (б) Та же реакция, но вибрационные свойства ^{40}Ca и ^{96}Zr заменены на свойства ^{60}Ni и ^{100}Mo , соответственно.

стояний, и связь с нейтронными степенями свободы не сможет увеличить его еще больше. Очевидно, что влияние нейтронных передач будет «замаскировано» тем сильнее, чем легче в ядре возбуждаются коллективные степени свободы и чем больший эффект это оказывает на сечение подбарьерного слияния.

В случае реакций слияния с легкими ядрами связь с коллективными состояниями тяжелой мишени имеет довольно малое влияние на проницаемость барьера. Это означает, что для таких реакций усиление подбарьерного слияния из-за перераспределения нейтронов должно быть наиболее выраженным при наличии положительных Q_{xn} .

Для столкновений средних и тяжелых статически деформированных ядер связь с вращательными состояниями всегда играет значительную роль. Таким образом, для таких комбинаций ожидается, что эффект передачи нейтронов будет мал. Случай $^{16,18}\text{O} + ^{74,76}\text{Ge}$, показанный на Рис. 3.4 (б), являет собой такой пример, т.к. ядро герминия — деформированное. Для сферических ядер усиления подбарьерного слияния, благодаря связи с колебательными степенями свободы, могут существенно различаться, завися от вибрационных свойств партнеров реакции. Ниже мы остановимся только на анализе слияния сферических ядер.

Для того чтобы продемонстрировать, как влияют вибрационные свойства ядер на усиление слияния, вызванное перераспределением нейтронов, мы выполнили расчеты для реакции $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$. Оба эти ядра магические, а потому плохо деформируемые. Первый расчет был выполнен с «правильными» вибрационными свойствами ядер, а второй — в предположении, что вибрационные свойства ^{40}Ca и ^{96}Zr такие же, как у более «мягких» ядер ^{60}Ni и ^{100}Mo , соответственно. Результаты расчетов показаны на Рис. 3.10. В первом случае нейтронные передачи увеличива-

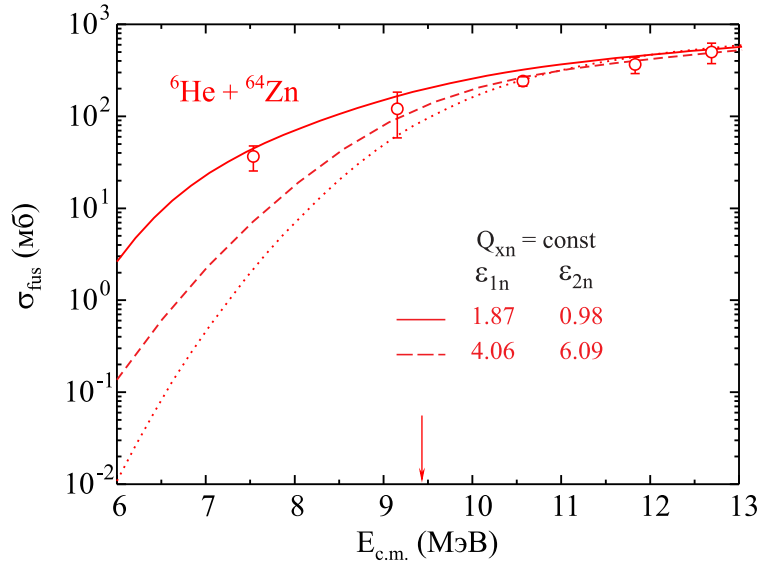


Рис. 3.11: Сечения слияния для реакции ${}^6\text{He} + {}^{64}\text{Zn}$. Экспериментальные данные (символы) взяты из работы [267]. Кривые — расчеты в рамках метода связанных каналов с учетом (сплошная и пунктирная кривые) и без учета (точечная кривая) нейтронных передач. Сплошная кривая получена с экспериментальными значениями энергий связи нейтронов в ${}^6\text{He}$. Пунктирная кривая — модельные расчеты с большими энергиями связи нейтронов в ${}^6\text{He}$ (такими, как у ${}^9\text{Li}$). Энергии связи приводятся в единицах МэВ.

ют сечение слияния на два порядка при энергии 12 МэВ ниже барьера. Во втором случае фактор усиления уменьшается до пяти. Заметим, что в этих расчетах мы изменяли только вибрационные свойства ядер и не меняли остальные параметры реакции, такие как потенциал, заряды, массы, энергии связи, значения Q и т.д.

Для изучаемых комбинаций снаряд–мишень ядра мишени вносят основной вклад в усиление подбарьерного слияния за счет связи с вибрационными состояниями. Поэтому важно проанализировать именно их вибрационные свойства и, в первую очередь, свойства квадрупольных возбуждений, представленные в Таб. 3.2. Ядро ${}^{90}\text{Zr}$ имеет наибольшую энергию и наименьшую среднеквадратичную деформацию первого 2^+ состояния. Ядро ${}^{100}\text{Mo}$ имеет, напротив, наименьшую энергию и наибольшую среднеквадратичную деформацию для этого же состояния. Ядро ${}^{130}\text{Te}$ является в этом смысле промежуточным случаем. Усиление подбарьерного слияния за счет нейтронных передач в точности повторяет закономерность вибрационных свойств.

(3) Энергия связи нейтронов

Чтобы прояснить роль энергии связи нейтронов, мы выполнили следующие расчеты. Энергии связи двух валентных нейтронов изменялись одновременно в мишени и снаряде, сохраняя все остальные свойства (значения Q_{xn} , потенциалы и т.д.) неизменными. В дальнейшем мы будем обсуждать энергии связи нейтронов

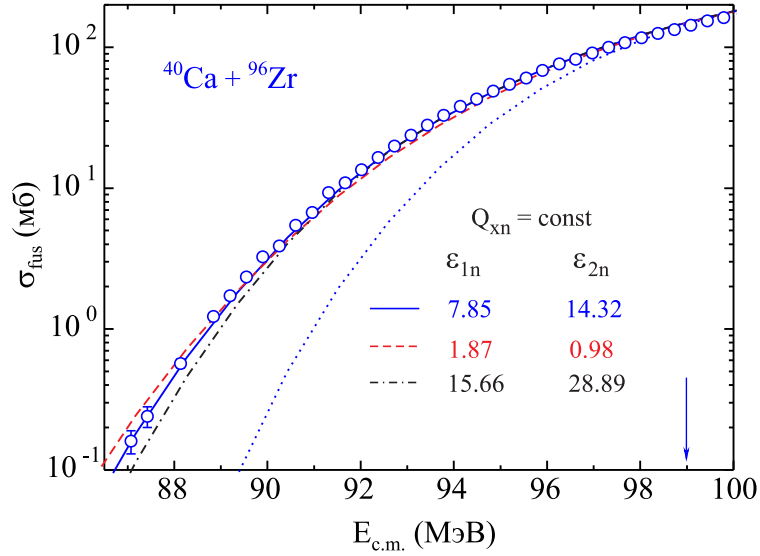


Рис. 3.12: Сечения слияния для реакции $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$. Экспериментальные данные (символы) взяты из работы [256]. Кривые — расчеты в рамках метода связанных каналов с учетом (сплошная, пунктирная и штрих-пунктирная кривые) и без учета (точечная кривая) нейтронных передач. Сплошная кривая получена с экспериментальными значениями энергий связи нейтронов в ^{96}Zr . Пунктирная и штрих-пунктирная кривые — модельные расчеты с меньшими (как у ^6He) и большими (как у ^{16}O) энергиями связи нейтронов в ^{96}Zr , соответственно. Энергии связи приводятся в единицах МэВ.

только в ядре-доноре. Влияние энергии связи нейтронов на подбарьерное слияние легких слабосвязанных ядер показано на Рис. 3.11. Можно видеть, что при энергиях ~ 3 МэВ ниже барьера общий эффект перегруппировки нейтронов составляет около двух порядков (сплошная кривая по сравнению с пунктирной). Если в расчетах используются более связанные нейтроны в ^6He (те же значения ϵ_{xn} , как в ^9Li), тогда эффект уменьшается до одного порядка.

Однако при подбарьерном слиянии тяжелых ядер энергия связи передаваемого нейтрона практически не влияет на слияние. На Рис. 3.12 можно видеть, что в случае $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$ сечения подбарьерного слияния сдвигаются лишь незначительно, если принять нейтроны в ^{96}Zr менее связанными (как в ^6He) или в два раза более связанными (как в ^{16}O).

Причина, по которой энергия связи нейтронов играет более важную роль в слиянии легких ядер, становится ясной из Рис. 3.13, где показаны два ядро-ядерных потенциала для $^6\text{He} + ^{64}\text{Zn}$ и $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$. Для более легкой системы из-за меньшего кулоновского фактора Z_1Z_2 кулоновский барьер ниже, но шире, а классическая точка поворота соответствует большему расстоянию между ядерными поверхностями, чем для более тяжелой системы. Это расхождение возрастает с уменьшением энергии ниже кулоновского барьера. Энергия связи нейтронов определяет «компактность» ее волновой функции и, следовательно, вероятность передачи

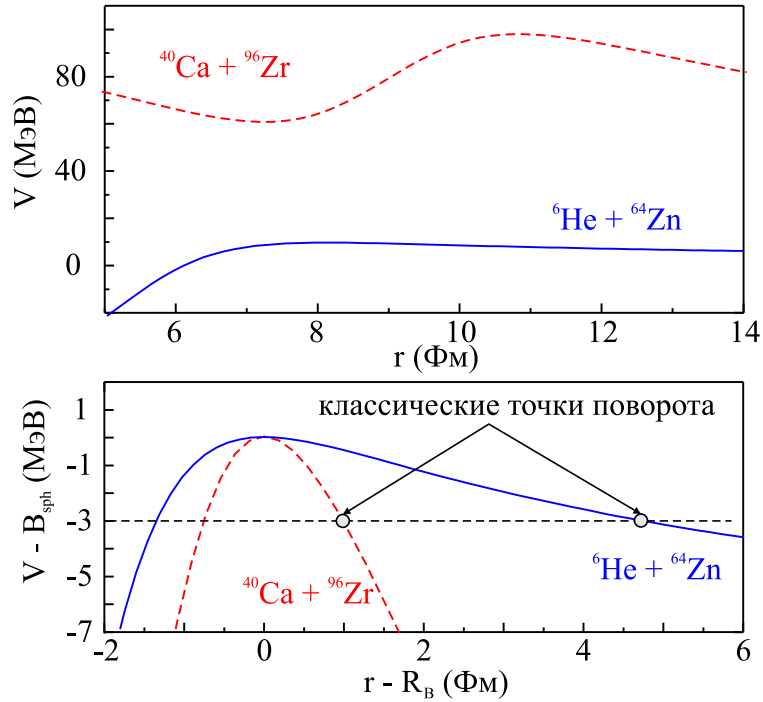


Рис. 3.13: Ядро–ядерные потенциалы для систем ${}^6\text{He} + {}^{64}\text{Zn}$ и ${}^{40}\text{Ca} + {}^{96}\text{Zr}$ и классические точки поворота при энергии столкновения на 3 МэВ ниже кулоновского барьера.

нейтронов (3.20), которая также зависит от положения точки поворота [фактор « $D - D_0$ » в (3.20)]. Таким образом, вероятность передачи нейтронов значительно уменьшается с увеличением энергии связи в реакциях с участием более легких ядер.

Из-за меньшего кулоновского фактора такой же выигрыш в энергии, определяемый значениями Q_{xn} , оказывает большее влияние на каждый элемент в сумме для коэффициента передачи (3.17) для более легких систем, чем для тяжелых. Это объясняет, почему наибольшее увеличение сечения подбарьерного слияния вследствие перераспределения нейтронов получено теоретически и было обнаружено экспериментально для слияния легких слабосвязанных ядер с большими положительными значениями Q_{xn} для передачи нейтронов.

3.3. Использование реакций слияния для получения новых сверхтяжелых ядер

Как уже было отмечено, недавно Ю. Ц. Оганесяном был предложен новый метод продвижения в область нейтронообогащенных изотопов СТЭ [284]. Метод основан на регистрации остатков испарения, полученных при испускании заряженной частицы (протона или α -частицы) и нескольких нейтронов. Также отмечалось, что первые эксперименты по регистрации продуктов выживания в pxn каналах, выполненные для реакции

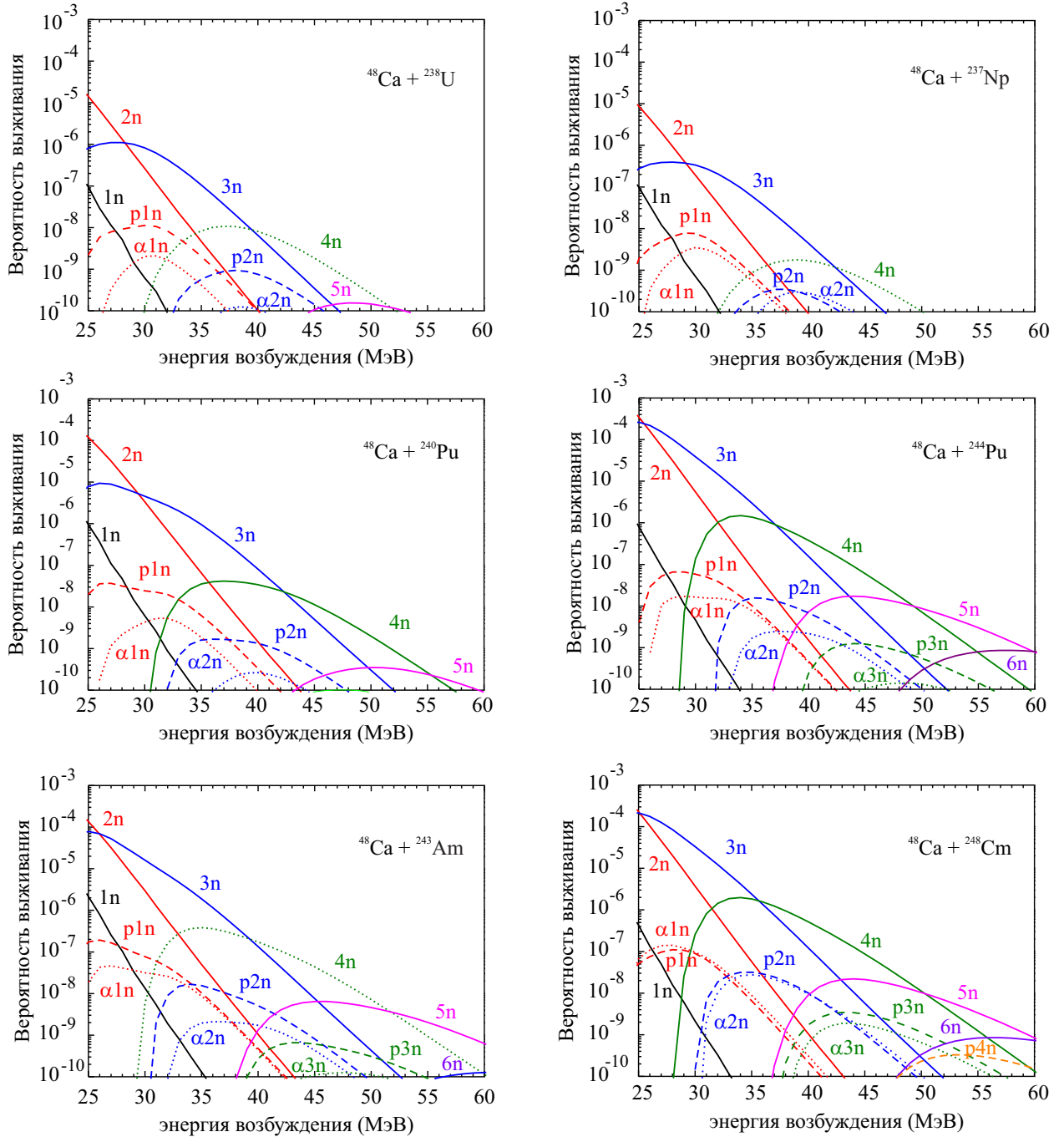


Рис. 3.14: Рассчитанные вероятности выживания составного ядра в xn , pxn и αxn испарительных каналов в реакциях слияния $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, ^{237}Np , $^{240,244}\text{Pu}$, ^{243}Am и ^{248}Cm при $l = 0$.

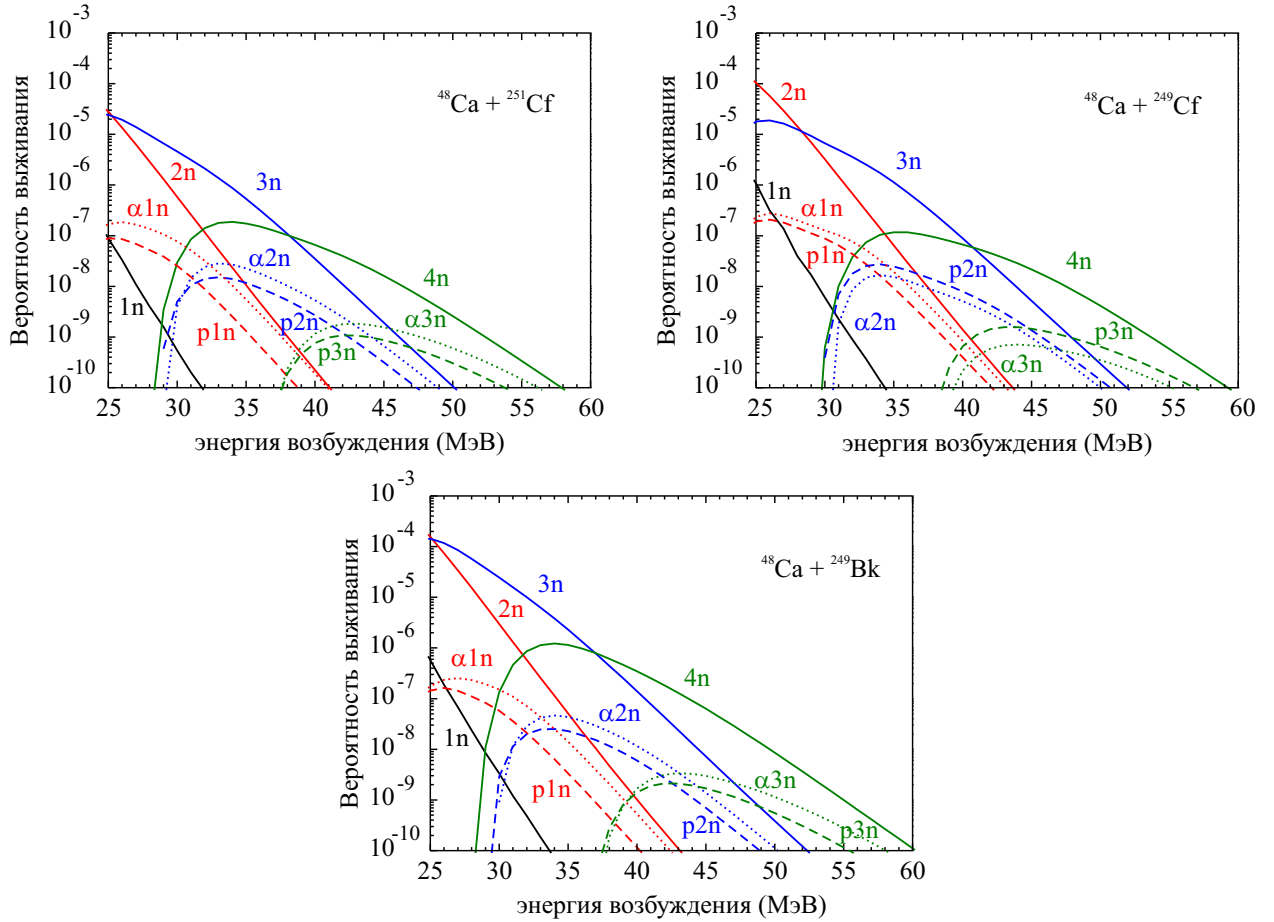


Рис. 3.15: То же, что на Рис. 3.14, но для реакций $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ и $^{249,251}\text{Cf}$.

$^{50}\text{Ti} + ^{209}\text{Bi}$, показали эффективность этого метода [285]. Для расчета сечений образования остатков испарения в области СТЯ с помощью выражения (3.1) необходимо знать величину вероятности образования составного ядра P_{CN} . Нахождение этой величины является чрезвычайно сложной самостоятельной задачей, требующей проведения трудоемких динамических расчетов, например, в ланжевеновских моделях [28, 174] (см., главу 2). Однако определенные выводы о сечениях выживания в rxn и αxn каналах могут быть сделаны уже из сравнения вероятностей выживания сверхтяжелой системы в xn испарительных каналах и rxn (αxn) каналах. Такое сравнение показано на Рис. 3.14 и 3.15. Отношения полной вероятности выживания в каналах с испарением заряженной частицы к вероятности выживания в каналах с испусканием только нейтронов, $P_{rxn/xn} = \sum_x P_{rxn} / \sum_x P_{xn}$ и $P_{\alpha xn/xn} = \sum_x P_{\alpha xn} / \sum_x P_{xn}$, приблизительно равно отношению соответствующих сечений (см. Рис. 3.16). Расчеты выполнены для xn каналов при $x = 1 \dots 6$ и rxn (αxn) каналов при $x = 1 \dots 5$. Из представленных результатов видно, что вероятность выживания СТЯ относительно деления быстро падает с ростом его энергии возбуждения. В то же время, с ростом энергии возбуждения составного ядра увеличивается относительная вероятность выживания в каналах с испусканием заряженных частиц. При энергии возбуждения порядка 60 МэВ величины $P_{rxn/xn}$ и $P_{\alpha xn/xn}$

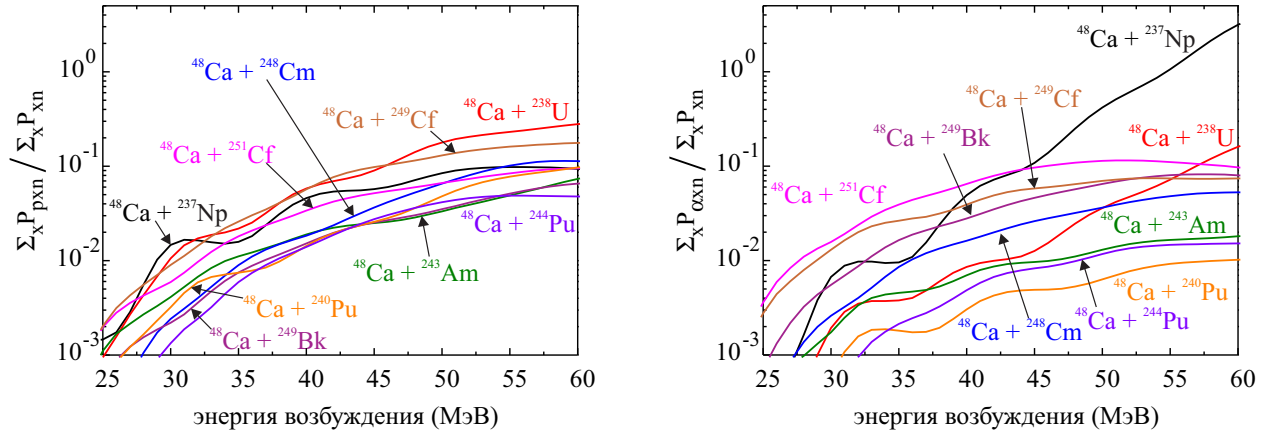


Рис. 3.16: Отношения вероятностей $P_{rxn/xn}$ и $P_{\alpha xn/xn}$ в реакциях слияния $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, ^{237}Np , $^{240,244}\text{Pu}$, ^{243}Am , ^{248}Cm , ^{249}Bk и $^{249,251}\text{Cf}$, рассчитанные при $l = 0$.

могут быть близки к единице. В области энергий возбуждения 40–45 МэВ сечения выживания в каналах с испарением протона в зависимости от реакции могут составлять от 1% до 10% от сечения образования остатков испарения в xn каналах. Для αxn каналов эта же величина варьируется от 0.3 % до 10 %. Максимальная выживаемость в rxn каналах в указанном диапазоне энергий возбуждения (40–45 МэВ) получена для реакций $^{48}\text{Ca} + ^{238}\text{U}$, ^{248}Cm и ^{249}Cf , а в αxn каналах – для реакций $^{48}\text{Ca} + ^{237}\text{Np}$, ^{249}Bk и $^{249,251}\text{Cf}$. Соответствующие сечения достижимы экспериментально, в особенности с использованием высокоинтенсивных пучков ^{48}Ca , ожидаемых на создаваемой в ЛЯР ОИЯИ Фабрике СТЭ.

3.4. Основные итоги главы

В главе рассмотрены реакции слияния при энергиях вблизи кулоновского барьера. Основное внимание уделено исследованию влияния процессов нейтронных передач на сечение подбарьерного слияния. Мы, следуя работе [253], применяем квазиклассический подход для нахождения вероятности передачи нейтронов. Сформулируем наиболее важные результаты, полученные в настоящей главе:

- Показано, что метод связанных каналов (как эмпирический, так и квантовый), учитывающий нейтронные передачи, позволяет объяснить экспериментально наблюдаемые закономерности энергетической зависимости сечения околобарьерного слияния для представительной совокупности комбинаций снаряд-мишень, включая реакции с легкими экзотическими ядрами.
- Впервые предложен способ реалистичного учета каналов нейтронных передач при использовании квантового метода связи каналов.

- Сформулированы критерии наблюдения значимого усиления подбарьерного слияния за счет передачи нейтронов. А именно: (1) система имеет большой выигрыш по энергии при передаче одного и/или двух нейтронов; (2) система является достаточно жесткой относительно возбуждения коллективных мод (колебаний и вращений), что имеет место для магических ядер или для реакций с легкими ядрами; (3) дополнительный сильный эффект от передачи нейтронов можно ожидать при слиянии легких нейтроноизбыточных слабосвязанных ядер из-за малой энергии связи валентных нейтронов.
- Изучен вопрос получения новых нейтронообогащенных изотопов СТЭ в каналах с испусканием заряженных частиц. Соответствующие вероятности выживания в области энергий возбуждения 40–45 МэВ, а, следовательно, и сечения образования остатков испарения, могут составлять около $0.3 \div 10\%$ от значений тех же величин в xn каналах, что вполне достижимо на существующих и создаваемых экспериментальных комплексах.
- Комплекс программ, позволяющий рассчитывать сечения слияния ядер в рамках метода связи каналов, а также моделировать распад возбужденного составного ядра, был включен в состав базы знаний по ядерной физике низких энергий NRV [118] (см. главу 5).

Глава 4.

Свойства распада тяжелых и сверхтяжелых ядер

Интерес к поиску и изучению СТЯ во многом связан с поиском острова стабильности СТЭ — гипотетической области на карте ядер, где располагаются долгоживущие изотопы СТЭ. Появление острова стабильности обусловлено стабилизирующей ролью нейтронной, прежде всего, и протонной замкнутых сферических оболочек в области $Z \sim 114$ и $N \sim 184$. Наиболее долгоживущие ядра острова стабильности, расположенные в его центре, должны быть также еще и стабильны относительно всех типов β -распада. В противном случае времена жизни таких ядер, в отсутствие существенных структурных факторов запрета на β -переходы, вряд ли будут превышать величину в несколько часов или суток. Таким образом, «идеальным» условием существования действительно долгоживущих СТЯ является пересечение линии β -стабильности с нейтронной и протонной замкнутыми оболочками в непосредственной близости друг от друга. Иными словами, должно существовать β -стабильное дважды магическое СТЯ.

Считается, что для правильной локализации острова стабильности и его центра на карте ядер необходимо, прежде всего, знать, где происходит заполнение нейтронной и протонной оболочек сферических ядер в области СТЭ. В действительности, магические числа, особенно протонов, рассчитываемые в разных теоретических подходах, достаточно сильно отличаются друг от друга. Заполнение протонной оболочки при $Z = 114$ было получено в первых макромикроскопических расчетах [1, 2, 156, 286, 287] и позже подтверждено в работах [288, 289]. Микроскопические расчеты дают заполнение протонной оболочки при $Z = 120$ [290], при $Z = 126$ [291], или при $Z = 114, 120, 126$ [292] в зависимости от используемых нуклон-нуклонных сил. Магическое число нейтронов $N = 184$ следует из подавляющего большинства теорий. Отметим, что только при магических числах $Z = 114$ и $N = 184$, по-видимому, СТЯ является β -стабильным, т.е. могут быть выполнены условия существования наиболее долгоживущих ядер, сформулированные выше. Если же число протонов, соответствующее заполненной протонной оболочке, от-

личается от 114, то, по мнению автора этой работы, центр острова стабильности СТЭ должен располагаться вблизи пересечения линии β -стабильности и $N = 184$ (т.к. вклад нейтронной оболочки в оболочечную поправку значительно больше, чем протонной оболочки). То есть число протонов у самого долгоживущего СТЯ должно быть порядка 114 вне зависимости от точного значения магического числа протонов. Однако максимальные времена жизни СТЯ должны быть сильно чувствительны к расположению протонной оболочки.

Основными модами распада тяжелых и сверхтяжелых ядер являются: α -распад, β -распад и спонтанное деление. Все теоретические оценки времен жизни относительно основных мод распада базируются на массах основных состояний и свойствах ландшафта потенциальной энергии. Отметим, что под временем жизни здесь и далее мы будем подразумевать период полураспада. Существует огромное количество публикаций, посвященных изучению свойств распада тяжелых и сверхтяжелых ядер, в особенности это касается α -распада. Часто периоды полураспада относительно испускания α -частиц рассчитываются с использованием формулы типа Гейгера–Неттола (см., например, [164, 293, 294]), в рамках полуэмпирических соотношений (например, [295]) или с использованием ВКБ-приближения (например, [296, 297]). Ключевой величиной во всех этих моделях является энергия α -распада, неопределенность в величине которой в основном и влияет на точность расчетов. Все перечисленные методы достаточно просты в использовании и дают сравнимую точность при описании экспериментальных данных. В частности, нами при изучении α -распада был использован вариант формулы Виолы–Сиборга (обобщение оригинальной формулы Гейгера–Неттола).

Оценка периодов β -распада более сложна, особенно для ядер, близких к линии β -стабильности, где периоды полураспада сильно чувствительны к структуре материнских и дочерних ядер, а также к соответствующему значению Q -распада. Например, систематическое исследование времен β -распада в работах [298, 299], ограничивалось рассмотрением разрешенных β -переходов. Феноменологические соотношения для периодов β -распада, такие как известное правило Сарджента [300, 301] или недавняя параметризация [302], также могут быть полезными.

Наименее определенной величиной является период полураспада относительно спонтанного деления. Это связано с более сложной динамикой деления, а также обусловлено гораздо более скудной экспериментальной информацией о спонтанном делении по сравнению с α - и β -распадами. Основными двумя методами, применяемыми для расчета периодов спонтанного деления, являются феноменологический метод [49, 303–305] и более сложные динамические подходы [134–136, 156, 287, 306–309], основанные на моделировании туннелирования системы через многомерный потенциальный барьер деления.

Дальнейшие исследования в области СТЯ требуют знания свойств распада (периодов полураспада и мод распада) как отдельных ядер, так и тенденции изменения этих

свойств. Это предполагает, что основные моды, т.е. α -распад, β -распад и спонтанное деление, должны быть рассчитаны одновременно. Настоящая глава посвящена анализу свойств распада тяжелых и сверхтяжелых ядер относительно всех трех основных мод распада. В разделе 4.1 даны детали выполненных расчетов. Основные результаты расчетов, т.е. карта ядер, содержащая моды и периоды полураспада тяжелых и сверхтяжелых ядер с $Z \leq 132$, обсуждаются в разделе 4.2.

4.1. Модель

4.1.1. Ядерные массы

Все теоретические подходы, используемые для расчета массы ядра как функции коллективных степеней свободы, можно разделить на три группы: макромикроскопический подход (см. главу 1), обобщенный метод Томаса–Ферми (например, [139–141]) и микроскопические подходы, основанные на самосогласованном методе Хартри–Фока (например, [142, 143]). Следует отметить, что феноменологический макромикроскопический подход к вычислению ядерных масс, как правило, дает схожее или даже лучшее согласие с экспериментом, чем микроскопические подходы.

Все расчеты, выполненные в этой главе, основаны на значениях масс основных состояний ядер и, очевидно, являются модельнозависимыми. Для того чтобы сделать выводы более надежными, мы использовали экспериментальные массы ядер там, где они известны, а в экспериментально не исследованной области использовали три набора теоретических масс ядер: хорошо известные массы, полученные Меллером и др. для большой совокупности ядер с $Z \geq 8$ [89], массы из работы Собичевского и др. [310], а также массы, полученные нами в рамках двухцентровой оболочечной модели.

4.1.2. Альфа-распад

α -распад характеризуется энергией Q_α и соответствующим периодом полураспада T_α . Значение Q_α есть

$$Q_\alpha = M_{\text{gs}}(Z, A) - M_{\text{gs}}(Z - 2, A - 4) - M_\alpha, \quad (4.1)$$

где M_α — масса α -частицы.

Время жизни ядра относительно α -распада может быть достаточно точно оценено, с использованием хорошо известной формулы Виолы–Сиборга [311]:

$$\log_{10} T_\alpha (\text{сек.}) = \frac{aZ + b}{\sqrt{Q_\alpha (\text{MeV})}} + cZ + d + h_{\log}, \quad (4.2)$$

где a, b, c, d и h_{\log} — параметры формулы. Мы использовали значения этих параметров,

полученные в работе [293]: $a = 1.66175$, $b = -8.5166$, $c = -0.20228$, $d = -33.9069$. Величина h_{\log} учитывает подавление α -распада при нечетном числе нейтронов и/или протонов [311]:

$$h_{\log} = \begin{cases} 0, & Z \text{ и } N \text{ чет.}, \\ 0.772, & Z \text{ неч. и } N \text{ чет.}, \\ 1.066, & Z \text{ чет. и } N \text{ неч.}, \\ 1.114, & Z \text{ и } N \text{ неч.} \end{cases} \quad (4.3)$$

Это феноменологическое соотношение для T_{α} дает наиболее точные результаты, по сравнению с другими модами распада. Ошибки, возникающие из-за неопределенности величины Q_{α} в экспериментально не исследованной области ядер, намного больше, чем те, что вызваны неточностью собственно формулы Виолы-Сиборга.

4.1.3. Бета-распад

β -распад является наиболее распространенной модой распада ядер. Основные виды β -распада это: β^{\pm} -распад и захват орбитальных электронов (ЕС). Если не рассматривать ядра, расположенные в непосредственной близости от линии β -стабильности, то можно предположить, что соответствующая энергия распада, а также плотность возбужденных состояний, достаточно велики, чтобы найти в дочернем ядре такой уровень, близкий к основному состоянию, что будут выполнены условия разрешенных β -переходов. Следует также учесть относительно слабую степенную зависимость времени β -распада от энергии распада, если сравнивать, например, с экспоненциальной зависимостью для α -распада. Тогда задачу нахождения времени β -распада можно свести к случаю разрешенного β -перехода из основного состояния материнского ядра в основное состояние дочернего ядра. Это предположение может быть недостаточно точным для некоторых конкретных ядер, близких к области β -стабильности, но не может изменить общий тренд в свойствах распада, который нас интересует в первую очередь.

При описании мы будем следовать формулам и обозначениям, используемым в работах [301, 312, 313]. Полный период полураспада относительно всех типов β -распадов, T_{β} , дается соотношением

$$1/T_{\beta} = 1/T_{\beta^{+}} + 1/T_{\beta^{-}} + 1/T_{EC}. \quad (4.4)$$

Период полураспада по отношению к каждому из видов распада определяется как

$$f_0^b T_b = \ln 2 \left(\frac{g^2 m_e^5 c^4}{2\pi^3 \hbar^7} |M_{if}|^2 \right)^{-1}, \quad (4.5)$$

где f_0^b — функция Ферми, $b = \beta^{\pm}$ или ЕС; m_e — масса электрона и M_{if} — матричный

элемент перехода из начального (i) в конечное (f) состояние. В первом приближении правая часть (4.5) может быть аппроксимирована константой для каждого из типов β -переходов (разрешенные и запрещенные различной степени запрещенности). В частности, для разрешенных β -переходов эта константа лежит в диапазоне [314]:

$$\log_{10} [f_0^b T_b (\text{сек.})] = 5.7 \pm 1.1. \quad (4.6)$$

Таким образом, оценка времен β -распада сводится к вычислению соответствующей функции Ферми f_0^b . Значение константы, использованное нами в (4.6) в области тяжелых ядер, составляет 4.7 (см. ниже).

4.1.3.1. β^\pm -распады

Энергия, выделяющаяся в случае β^- -распада из основного состояния в основное, дается разностью масс исходного и конечного ядер:

$$Q_{\beta^-} = M(A, Z) - M(A, Z + 1), \quad (4.7)$$

в то же время для β^+ -распада

$$Q_{\beta^+} = M(A, Z) - M(A, Z - 1) - 2m_e c^2. \quad (4.8)$$

Функция Ферми $f_0^{\beta^\pm}$ определяется следующим образом:

$$f_0^{\beta^\pm} = \int_1^{E_0} F(E, Z) p E (E_0 - E)^2 dE, \quad (4.9)$$

где $p(E) = \sqrt{E^2 - 1}$ — импульс β -частицы в единицах $m_e c^2$; $E_0 = 1 + Q_{\beta^\pm} / m_e c^2$ — полная энергия β -распада, включая массу покоя электрона, в единицах $m_e c^2$; $E = 1 + \varepsilon / m_e c^2$ и ε — кинетическая энергия β -частицы.

Функция $F(E, Z)$ определяется степенью проникновения волновой функции электрона (позитрона) в область ядра. Используя релятивистские волновые функции водородоподобного атома, Ферми было получено выражение, которое обычно рассматривается в качестве первого приближения к нахождению функции $F(E, Z)$:

$$F_0(E, Z) = \frac{2(\gamma + 1)(2pR)^{2(\gamma-1)} \exp\left[\frac{\pi\xi}{p}\right] \left|\Gamma\left(\gamma + i\frac{\xi}{p}\right)\right|^2}{\Gamma^2(2\gamma + 1)}, \quad (4.10)$$

где $\alpha \simeq 1/137$ — постоянная тонкой структуры; $\gamma = \sqrt{1 - \alpha^2 Z^2}$; $\xi = \pm \alpha Z E$ (верхний знак соответствует β^- , а нижний β^+ -распаду); R — радиус ядра в единицах $\hbar/m_e c$ и

Γ — гамма-функция.

Эффект экранирования орбитальных электронов оказывает заметное влияние на волновые функции β -частиц на поверхности ядра (особенно сильно это влияние в случае β^+ -распада). Обычно это учитывается, переписывая функцию F в виде

$$F(E, Z) = F_0(E \mp V_0, Z) \mathfrak{a}^\mp(E \mp V_0, Z) \frac{p(E \mp V_0)(E \mp V_0)}{p(E)E}, \quad (4.11)$$

где $V_0 = 1.81\alpha^2 Z^{4/3}$ [315], а \mathfrak{a}^\mp дополнительно учитывает конечную длину волны де Бройля β -частицы, что важно для больших Z и E .

4.1.3.2. Электронный захват

Энергия распада для электронного захвата определяется как

$$Q_{EC} = M(A, Z) - M(A, Z - 1) - B_e = Q_{\beta^+} + 2m_e c^2 - B_e, \quad (4.12)$$

где B_e — энергия связи электрона. Энергия электронного захвата примерно на 1 МэВ больше, чем энергия β^+ -распада. Это приводит к известному факту, что электронный захват может быть энергетически разрешен, когда β^+ -распад — запрещен.

Основной вклад в процесс электронного захвата вносит захват K -электронов (нерелятивистское $1s_{1/2}$ состояние). В то же время, по мере роста заряда ядра, растет и вклад от L орбиты (L_I или нерелятивистское $2s_{1/2}$ состояние и L_{II} или $2p_{1/2}$ состояние) и для $Z \simeq 100$ этот вклад составляет порядка 15–20% [313]. Влияние более высоких орбиталей на вероятность электронного распада пренебрежимо мало. Таким образом, для величины f_0^{EC} можно записать

$$f_0^{EC} = f_0^K + f_0^{L_I} + f_0^{L_{II}}, \quad (4.13)$$

где функция Ферми для захвата электрона с орбиты X есть

$$f_0^X = \frac{\pi}{2} [E(Q_{EC}) + E_X]^2 [g_X^2(Z_X) + f_X^2(Z_X)]. \quad (4.14)$$

Здесь E_X — полная энергия электрона:

$$\begin{aligned} E_K &= \gamma, \\ E_L &= \left(\frac{1 + \gamma}{2} \right)^{1/2}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Использование эффективного заряда Z_X приближенно учитывает эффект экранирова-

ния кулоновского поля ядра другими электронами [301]

$$\begin{aligned} Z_K &= Z - 0.35, \\ Z_L &= Z - 4.15. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Наконец, g_X и f_X — это радиальные части релятивистских волновых функций электронов на орбите X , взятые на поверхности ядра. Их ненулевые компоненты есть

$$\begin{aligned} g_K^2(Z) &= \frac{4(1+\gamma)(2\alpha ZR)^{2\gamma-2}(\alpha Z)^3}{\Gamma(2\gamma+1)}, \\ g_{L_I}^2(Z) &= \frac{\left[(2\gamma+2)^{1/2}+2\right](2\gamma+1)(2\alpha ZR)^{2\gamma-2}(\alpha Z)^3}{\Gamma(2\gamma+1)\left[(2\gamma+2)^{1/2}+1\right](2\gamma+2)^\gamma}, \\ f_{L_{II}}^2(Z) &= \frac{3}{16}(\alpha Z)^2 g_{L_I}^2(Z). \end{aligned} \quad (4.17)$$

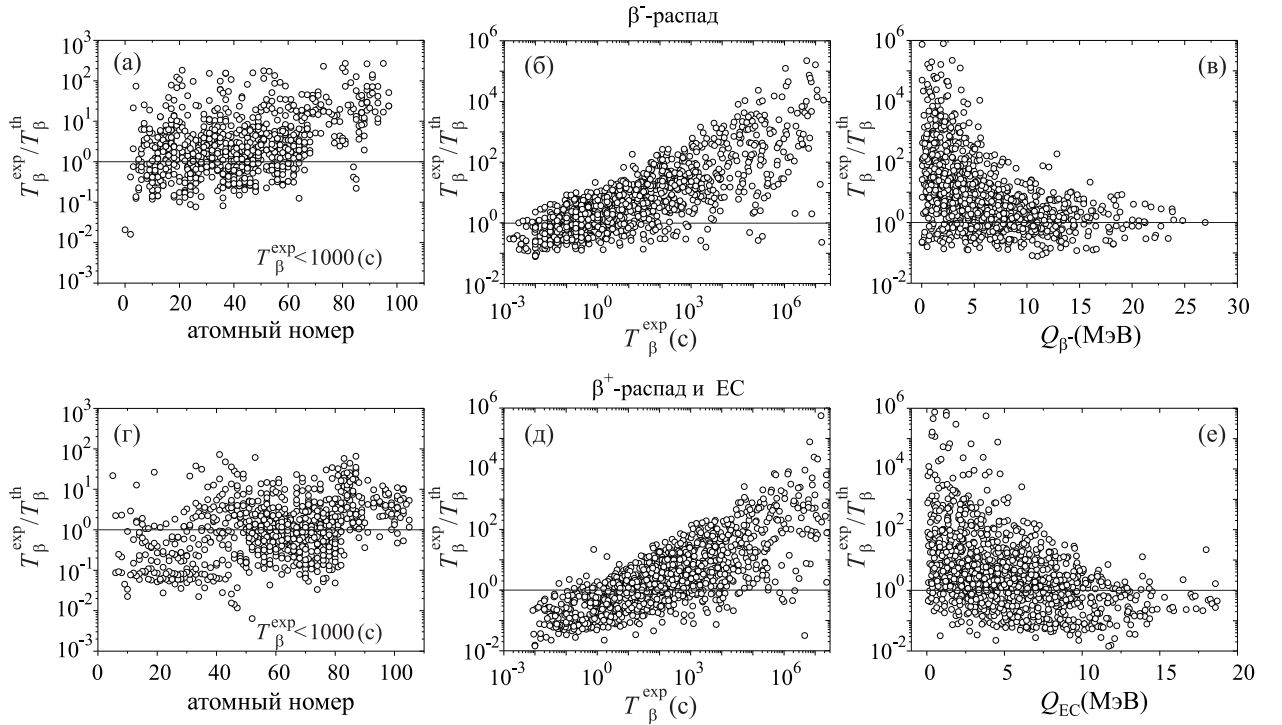


Рис. 4.1: Сравнение экспериментальных периодов полураспада с теоретическими оценками для β^- -распадов (вверху) и β^+ +ЕС (внизу) распадов как функция атомного числа исходного ядра [(а) и (г)], экспериментального периода полураспада [(б) и (д)] и соответствующей энергии распада [(в) и (е)]. На панелях (а) и (г) показаны ядра с $T_\beta^{\text{exp}} < 10^3$ с и имеющие $T_\beta^{\text{exp}} < 1$ год на остальных панелях.

4.1.3.3. Сравнение с экспериментом

Используя описанные выше соотношения, были выполнены расчеты периодов полураспада по отношению к β -распаду в экспериментально известной области. Рисунок 4.1 показывает отношение экспериментальных периодов полураспада к вычисленным $T_{\beta}^{\text{exp}}/T_{\beta}^{\text{th}}$ как функцию атомного номера, экспериментального периода полураспада T_{β}^{exp} и соответствующей величины Q . Экспериментальные данные взяты из [118, 316]. Показаны только ядра с $T_{\beta}^{\text{exp}} < 1 \text{ год} \simeq 3 \times 10^7 \text{ с}$. Возрастание величин $T_{\beta}^{\text{exp}}/T_{\beta}^{\text{th}}$ как функции T_{β}^{exp} указывает на то, что большие периоды полураспада соответствуют запрещенным переходам, которые мы не принимали во внимание. Улучшение согласия T_{β}^{th} с T_{β}^{exp} с ростом Q может быть объяснено следующим образом: с увеличением энергии распада, увеличивается вероятность найти в пределах доступного энергетического диапазона подходящее состояние, для которого выполняются условия разрешенного перехода. С другой стороны, при малых значениях Q в дочернем ядре доступно очень мало состояний для β -переходов, которые могут иметь спины и четности, отличные от спина и четности исходного ядра, что приводит к запрещенным переходам. Известно, что зависимость времени β -распада от энергосодержания намного слабее, чем от структуры (квантовых чисел) начального и конечного состояний. Поэтому отношение $T_{\beta}^{\text{exp}}/T_{\beta}^{\text{th}}$ должно стремиться к единице с ростом величины Q . Это условие может быть выполнено, если взять постоянное значение $\log_{10} [f_0^b T_b]$ в уравнении (4.6), равное 4.7.

Времена β -распада, меньшие чем 1000 с, должны соответствовать разрешенным переходам. Наши расчеты согласуются с экспериментом в пределах двух порядков для $T_{\beta}^{\text{exp}} < 1000 \text{ с}$. Этого достаточно для оценки периодов β -распада в конкуренции с α -распадом и спонтанным делением почти для любого ядра из экспериментально не исследованной области.

4.1.4. Спонтанное деление

Спонтанное деление ядер — процесс, крайне сложный для анализа. Знание многомерной потенциальной энергии не достаточно для точного определения соответствующего времени жизни. Наиболее реалистичные расчеты периодов спонтанного деления основаны на поиске пути наименьшего действия в многомерном пространстве деформационных степеней свободы ядра. Для подобного рода расчетов требуется знание тензора инерции в пространстве степеней свободы, от которых зависит потенциальная энергия. Это представляет собой самостоятельную сложную проблему. В момент выполнения исследований, изложенных в настоящей главе, были известны лишь несколько примеров таких расчетов [134, 135, 287, 306, 307]. Более того, анализ мог быть выполнен только в довольно ограниченной области ядерной карты из-за его трудоемкости. Стремительный рост вычислительных возможностей последнего десятилетия позволил существенно продви-

нуться в моделировании и понимании процесса спонтанного деления [308, 309].

Несмотря на это, как в чисто утилитарном смысле, так и для понимания собственно процесса спонтанного деления, важно иметь возможность выполнить предварительную оценку времен спонтанного деления и определить, в какой области на карте нуклидов оно играет важную роль. Одна из первых систематик времен спонтанного деления, предложенная Святецким [303], была основана на высотах барьеров деления и записывалась в виде разложения по степеням параметра делимости Z^2/A . После этого было сделано много попыток улучшения этой систематики (см., например, [304, 305]). Параметры всех этих систематик были подобраны под существующие экспериментальные данные, объем которых крайне ограничен, особенно в области СТЯ (см. недавнюю компиляцию [317]). Более того, экспериментальные ошибки для времен спонтанного деления СТЯ часто довольно велики. Это означает, что предсказательная сила систематик в области СТЯ, основанных только на имеющихся экспериментальных данных, остается под вопросом. Чтобы изучить общую тенденцию изменения времен спонтанного деления и зафиксировать регионы, в которых оно играет значимую роль, мы предлагаем, также как и в [303], искать T_{SF} в виде разложения по степеням Z^2/A при определяющей роли барьера деления. Однако для определения коэффициентов систематики мы включили в процедуру фитирования не только экспериментальные данные [318], но и результаты реалистичных теоретических расчетов [134, 135, 306] для области $100 \leq Z \leq 120$ и $140 \leq N \leq 190$. Таким образом, мы предлагаем следующее соотношение для периода полураспада спонтанного деления:

$$\begin{aligned} \log_{10} T_{SF} (\text{сек.}) = & 1146.44 - 75.3153Z^2/A + \\ & + 1.63792 (Z^2/A)^2 - 0.0119827 (Z^2/A)^3 + \\ & + B_f (7.23613 - 0.0947022Z^2/A) + \\ & + \begin{cases} 0, & Z \text{ и } N \text{ чет.}, \\ 1.53897, & A \text{ неч.}, \\ 0.80822, & Z \text{ и } N \text{ неч.} \end{cases} \end{aligned} \quad (4.18)$$

Здесь B_f — барьер деления, который согласно топографической теореме [39, 159] (см. также Приложение А), рассчитывается как сумма жидкокапельного барьера B_{LDM} [88] и оболочечной поправки к энергии основного состояния $\delta U(g.s.)$, т.е. $B_f = B_{LDM} + \delta U(g.s.)$.

Коэффициенты в аппроксимации (4.18) получены с оболочечными поправками из работы [89] и зависят от используемых таблиц ядерных масс (оболочечных поправок). Нами было выполнено фитирование и для случая двухцентровой оболочечной модели.

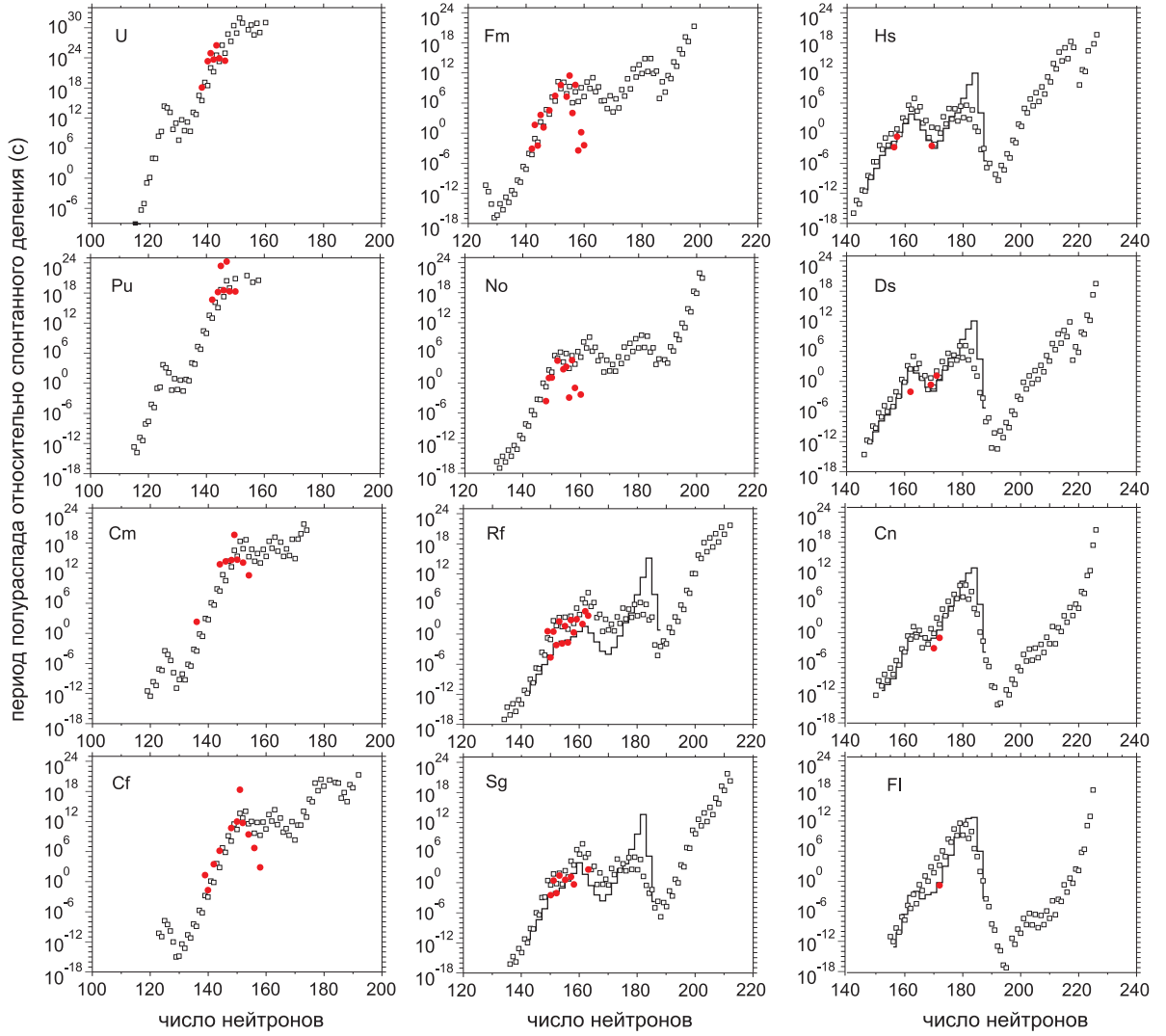


Рис. 4.2: Зависимость времен спонтанного деления от числа нейтронов для изотопов элементов от U до Fl. Открытые квадраты — оценки по феноменологической формуле (4.18), закрытые красные точки — экспериментальные данные [118, 318] и сплошные линии — расчеты из [134, 135].

Полученное соотношение имеет вид:

$$\begin{aligned}
 \log_{10} T_{SF} (\text{сек.}) = & 1820.08 - 126.481Z^2/A + \\
 & + 2.91561 (Z^2/A)^2 - 0.022432 (Z^2/A)^3 + \\
 & + B_f (7.06648 - 0.11437Z^2/A) + \\
 & + \begin{cases} 0, & Z \text{ и } N \text{ чет.}, \\ 2.53104, & A \text{ неч.}, \\ 1.97816, & Z \text{ и } N \text{ неч.} \end{cases} \quad (4.19)
 \end{aligned}$$

Рисунок 4.2 показывает зависимость времен спонтанного деления от числа нейтронов для элементов с четным атомным числом от урана до флеровия. Видно, что со-

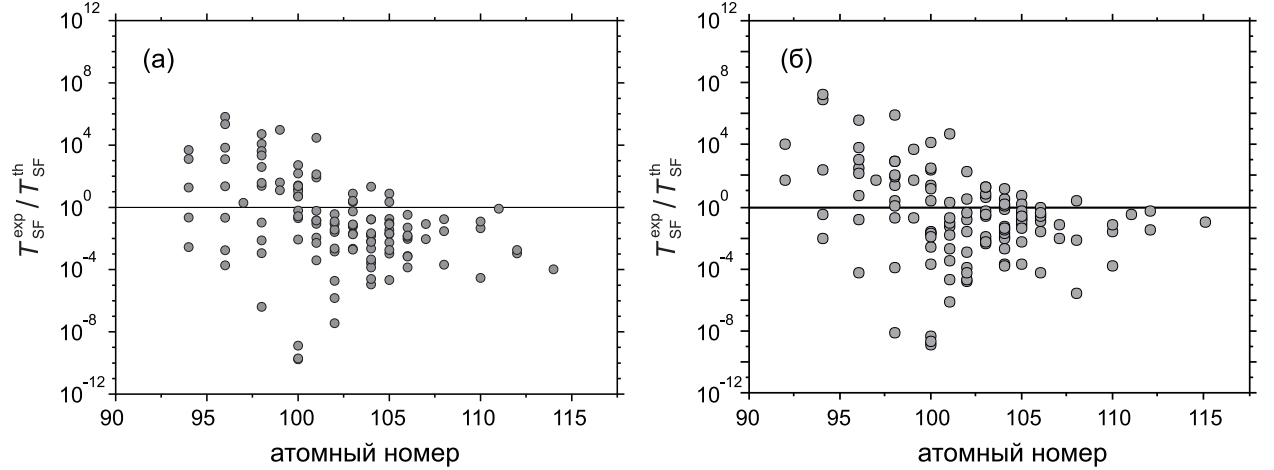


Рис. 4.3: Отношение экспериментальных [118, 318] и рассчитанных времен спонтанного деления. Расчеты выполнены по формуле (4.18) с оболочечными поправками из работы [89] (а) и по формуле (4.19) с оболочечными поправками, найденными в двухцентровой оболочечной модели [38] (б).

отношение (4.18) качественно воспроизводит поведение времен спонтанного деления в экспериментально известной области. В то же время предлагаемое соотношение значительно недооценивает резкое уменьшение периодов полураспада для изотопов калифорния, фермия и нобелия в районе $N = 160$. В области СТЯ было получено разумное описание экспериментальных данных. Количественное согласие с экспериментом показано на Рис. 4.3 для двух наборов ядерных масс. За исключением нескольких случаев, соответствующих упомянутым нейтроноизбыточным изотопам Cf, Fm и No, значения $T_{SF}^{\text{exp}}/T_{SF}^{\text{th}}$ лежат в пределах четырех–шести порядков величины. Полученную точность расчетов можно объяснить тем, что, как видно из уравнения (4.18), отклонение барьера на 0.3 МэВ приводит к одному порядку отклонения для периода полураспада спонтанного деления. В свою очередь, точность макромикроскопической модели при расчете барьеров деления составляет $\sim 1 - 2$ МэВ.

Полученные отклонения рассчитанных времен спонтанного деления от эксперимента довольно слабо зависят от модели, применяемой для нахождения оболочечных поправок. Это говорит о принципиальной ограниченности феноменологического подхода, использованного для определения времен спонтанного деления. Причиной большего отклонения от экспериментальных времен спонтанного деления для нейтронообогащенных изотопов Cf, Fm и No, по-видимому, является влияние выходного канала, характеризующегося образованием двух оловоподобных магических кластеров, что является частным случаем данной области ядер. Этот эффект не включен в соотношение типа (4.18), но естественным образом учитывается в упомянутых выше динамических подходах. Однако даже в таких сложных расчетах указанное резкое уменьшение времени спонтанного деления недооценивается (см. Рис. 4 в работе [306]).

На Рис. 4.2 показаны также расчеты из [134, 135] для изотопов $Z = 104 - 114$. Видно,

что для известных ядер обе модели дают близкие результаты. Однако модель [134, 135] дает более резкое уменьшение периодов полураспада вблизи $N \simeq 170$ и намного большие времена в районе замкнутой оболочки $N = 184$.

Один из наиболее важных вопросов, касающихся стабильности СТЭ и возможности их синтеза как в природе, так и в лабораториях — это поведение времен спонтанного деления для нейтроноизбыточных ядер. Существующие модели прогнозируют общее увеличение периодов полураспада относительно спонтанного деления в зависимости от числа нейтронов. Это чистый макроскопический эффект, связанный с уменьшением сил кулоновского отталкивания и, как следствие, с ростом устойчивости ядра относительно деления. Микроскопические эффекты приводят к увеличению периодов полураспада при приближении к замкнутым оболочкам и уменьшению — между ними. Амплитуды этих изменений, конечно, существенно зависят от модели. Единственный способ проверить точность модели — это сравнение с экспериментом. К сожалению, экспериментальных данных для T_{SF} в нейтроноизбыточной области не так много. В частности, важно иметь больше экспериментальных данных в области нейтронообогащенных изотопов фермия $^{262-264}\text{Fm}$, которая образует своего рода мост между довольно стабильными актинидами и полуостровом стабильности при $Z \simeq 108$.

4.2. Стабильность СТЯ

На рисунке 4.4 показана верхняя часть карты ядер для полных периодов полураспада и мод распада для ядер с $Z \leq 132$, рассчитанная с использованием масс основных состояний и оболочечных поправок из работы [89]. Известные ядра расположены вдоль линии β -стабильности со сдвигом в протоноизбыточную область. Особенно сильно это проявляется для СТЯ: в настоящее время не известно ни одного β -стабильного ядра с $Z > 102$.

4.2.1. Использование реакций слияния для синтеза новых СТЭ

В первую очередь, обсудим перспективы синтеза СТЭ с $Z > 118$ с точки зрения времен жизни. Красные круги на Рис. 4.4 соответствуют ядрам с $Z = 119 - 124$, которые могут быть получены в $3n$ канале реакций слияния: $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Bk}$, $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Cf}$, $^{54}\text{Cr} + ^{248}\text{Cm}$, $^{54}\text{Cr} + ^{249}\text{Bk}$, $^{54}\text{Cr} + ^{249}\text{Cf}$, $^{58}\text{Fe} + ^{248}\text{Cm}$, $^{58}\text{Fe} + ^{249}\text{Bk}$ и $^{58}\text{Fe} + ^{249}\text{Cf}$. Было показано (см., например, [9]), что сечения синтеза новых СТЯ с $Z > 118$ в реакциях слияния значительно уменьшаются при переходе от реакций с ^{48}Ca к реакциям с более тяжелыми налетающими частицами (Ti, Cr и т.д.). Более того, как видно из Рис. 4.4 и 4.5, эти ядра более короткоживущие. Они расположены на границе времен жизни, превышающих 1 мкс, — времени, необходимого для регистрации испарительного остатка. Это означает, что элементы, более тяжелые, чем элемент 121, даже будучи синтезированны-

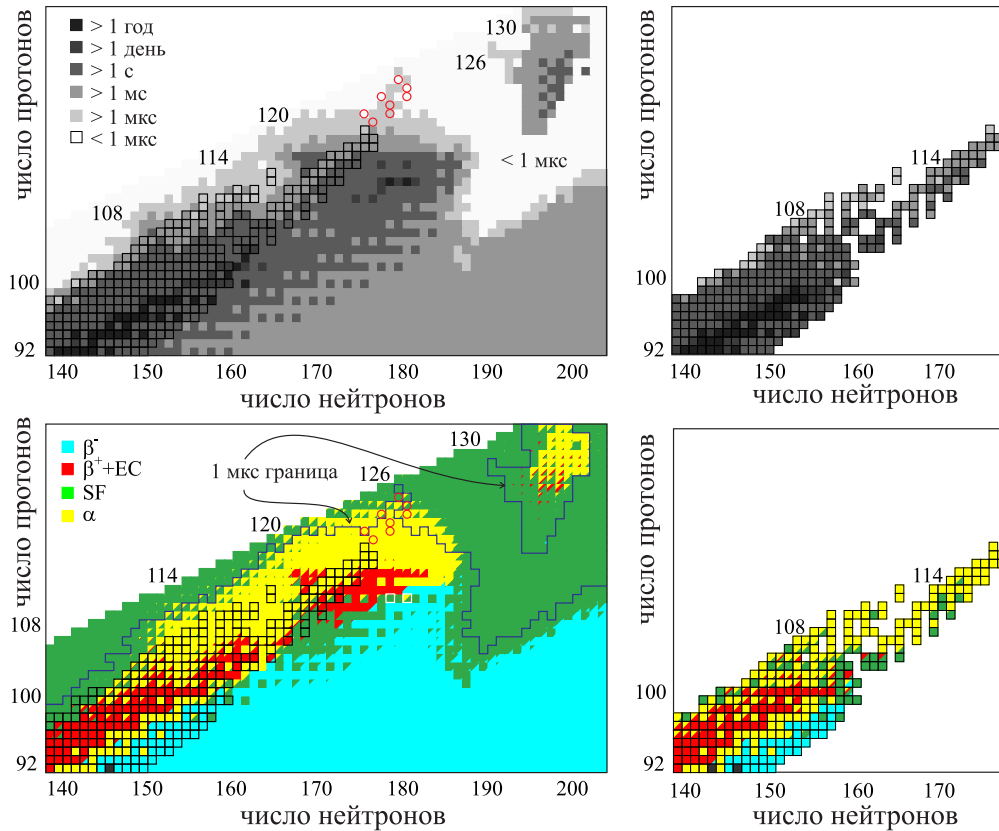


Рис. 4.4: Карты ядер, показывающие полные периоды полураспада (вверху) и моды распада (внизу). Левые панели — расчеты с массами [89], а правые — экспериментальные данные [118, 316]. Контурные линии обозначают одномикросекундную границу периода полураспада. Открытые кружки показывают ядра с $Z = 119 - 124$, которые могут быть синтезированы в $3n$ испарительном канале реакций слияния: $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Bk}, ^{249}\text{Cf}$ и $^{54}\text{Cr}, ^{58}\text{Fe} + ^{248}\text{Cm}, ^{249}\text{Bk}, ^{249}\text{Cf}$. Ячейки с границей соответствуют экспериментально известным ядрам. Ядра, выделенные белой границей — наиболее стабильные изотопы коперниция: ^{291}Cn и ^{293}Cn .

ми, могут быть не зарегистрированы на существующих экспериментальных установках из-за коротких периодов полураспада. Этот вывод является модельнозависимым.

Рисунок 4.5 показывает, как контур микросекундного времени жизни зависит от модели, используемой для расчета ядерных масс. Контурная линия на Рис. 4.5 (а) получена с массами из работы [89], тогда как расчеты на Рис. 4.5 (б) выполнены с массами, рассчитанными нами в рамках двухцентровой оболочечной модели [38, 86]. Обе модели дают достаточно близкие значения периодов полураспада для ядер, которые могут быть синтезированы в приведенных выше комбинациях снаряд-мишень. Однако границы микросекундного времени жизни для нейтронообогащенных ядер существенно различаются. Причиной этого расхождения является экстраполяция параметров моделей в неизвестную область, тогда как результаты для экспериментально изученных ядер весьма схожи. Для того, чтобы продемонстрировать чувствительность энергий и времен α -распада к выбору модели, используемой для расчета ядерных масс, было про-

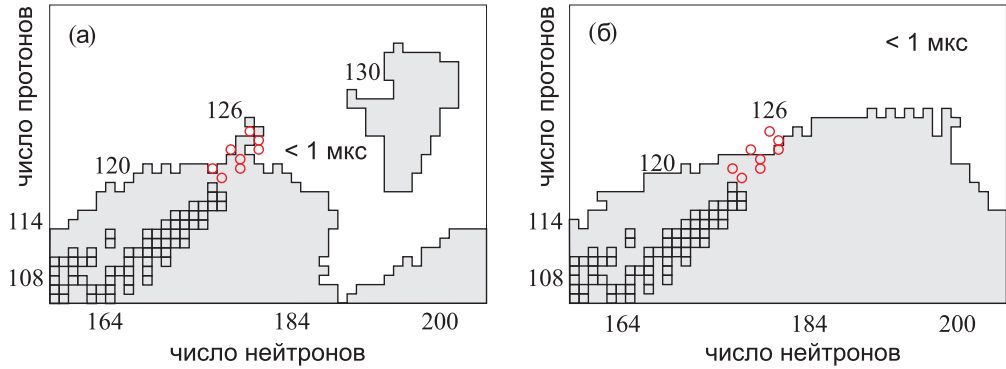


Рис. 4.5: Граница микросекундного времени жизни СТЯ, полученная с массами из работы [89], (а) и массами, рассчитанными в рамках двухцентровой оболочечной модели, (б). Квадраты показывают известные ядра, а кружки — ядра с $Z = 119 - 124$, которые могут быть синтезированы в $3n$ канале реакций слияния $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Bk}$, ^{249}Cf и ^{54}Cr , $^{58}\text{Fe} + ^{248}\text{Cm}$, ^{249}Bk , ^{249}Cf .

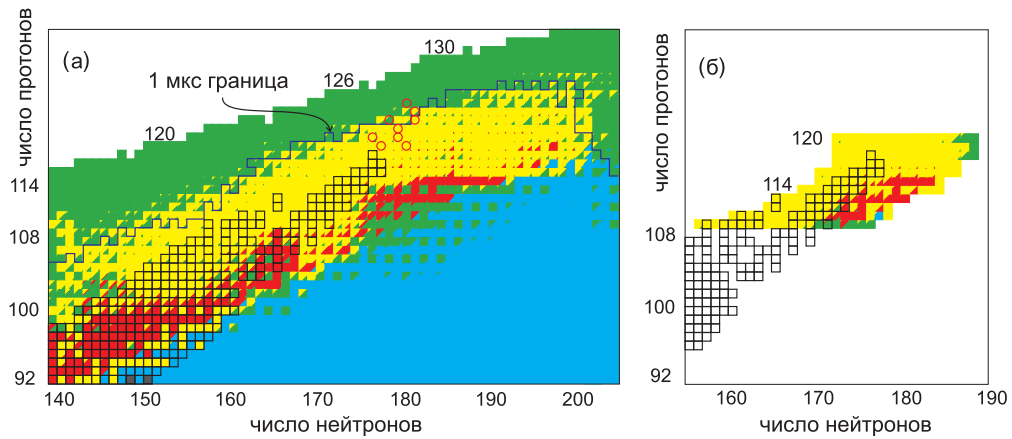


Рис. 4.6: Моды распада, рассчитанные с использованием масс основных состояний двухцентровой оболочечной модели [38, 86], (а) и масс, полученных в работе [310], (б). Время на спонтанного деления для панели (б) взяты из работ [135, 135] (с фактором подавления 100 для нечетных и нечетно–нечетных ядер). Остальные обозначения те же, что и на Рис. 4.4.

ведено сравнение этих величин в Таб. 4.1. Представленный набор ядер — это ^{294}Og и изотопы новых СТЭ с $Z > 118$, обсуждавшиеся выше. Для сравнения были выбраны пять макромикроскопических моделей: модель с конечным радиусом действия ядерных сил [89] (FRLDM), два варианта двухцентровой оболочечной модели [38] (TCSM) и [11] (TCSM*), варшавская модель для тяжелых ядер [310] (HN) и модель Ванга и др. [319] (WS4+RFB); микроскопическая модель Хартри–Фока–Боголюбова с силами Скирма [320] (HFБ–27*) и эмпирическая параметризация масс [321] (LMZ), предполагающая магическое число протонов $Z = 126$. Видно, что по мере удаления от области известных ядер нарастает разница между рассчитываемыми значениями энергий, а, следовательно, и времен α -распада. Особенно значительные отклонения наблюдаются для эмпирической модели [321], что, по-видимому, можно связать с заложенным в ее

Таблица 4.1: Теоретически значения Q_α в МэВ (верхняя строка) и периоды полураспада T_α в сек., рассчитанные согласно (4.2), (нижняя строка).

| Z | A | FRLDM [89] | TCSM [38] | TCSM* [11] | HN [310] | WS4+RFB [319] | HFB-27* [320] | LMZ [321] |
|-----|-----|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|------------------------------|
| 118 | 294 | 12.28 $5.8 \cdot 10^{-5}$ | 11.59 $2.0 \cdot 10^{-3}$ | 11.53 $3.0 \cdot 10^{-3}$ | 12.11 $1.4 \cdot 10^{-4}$ | 12.17 $9.8 \cdot 10^{-5}$ | 12.14 $1.1 \cdot 10^{-4}$ | 11.55 $2.6 \cdot 10^{-3}$ |
| 119 | 296 | 13.08 $2.9 \cdot 10^{-5}$ | 11.84 $1.4 \cdot 10^{-2}$ | 11.68 $3.3 \cdot 10^{-2}$ | 12.66 $2.1 \cdot 10^{-4}$ | 12.45 $5.9 \cdot 10^{-4}$ | 12.48 $5.1 \cdot 10^{-4}$ | 11.52 $7.6 \cdot 10^{-2}$ |
| 120 | 296 | 13.69 $2.6 \cdot 10^{-7}$ | 12.65 $3.2 \cdot 10^{-5}$ | 11.68 $4.9 \cdot 10^{-3}$ | 13.23 $2.0 \cdot 10^{-6}$ | 13.32 $1.4 \cdot 10^{-6}$ | 13.13 $3.2 \cdot 10^{-6}$ | 12.11 $4.8 \cdot 10^{-4}$ |
| 120 | 299 | 13.11 $4.1 \cdot 10^{-5}$ | 12.20 $3.4 \cdot 10^{-3}$ | 11.78 $3.3 \cdot 10^{-2}$ | 13.23 $2.4 \cdot 10^{-5}$ | 13.23 $2.3 \cdot 10^{-5}$ | 13.07 $5.0 \cdot 10^{-5}$ | 11.13 1.3 |
| 121 | 300 | 13.50 $1.4 \cdot 10^{-5}$ | 13.35 $2.7 \cdot 10^{-5}$ | 11.55 $2.5 \cdot 10^{-1}$ | — | 13.78 $4.0 \cdot 10^{-6}$ | — | 11.34 0.8 |
| 122 | 300 | 13.99 $2.2 \cdot 10^{-7}$ | 14.49 $2.7 \cdot 10^{-8}$ | 13.62 $1.1 \cdot 10^{-6}$ | — | 14.20 $9.1 \cdot 10^{-8}$ | — | 11.90 $5.2 \cdot 10^{-3}$ |
| 122 | 303 | 14.71 $1.3 \cdot 10^{-7}$ | 14.06 $1.9 \cdot 10^{-6}$ | 12.22 $1.1 \cdot 10^{-2}$ | — | 13.91 $3.6 \cdot 10^{-6}$ | — | 10.84 30 |
| 123 | 304 | 15.33 $2.3 \cdot 10^{-8}$ | 14.39 $9.0 \cdot 10^{-7}$ | 12.67 $2.3 \cdot 10^{-3}$ | — | 14.28 $1.5 \cdot 10^{-6}$ | — | 11.02 22 |
| 124 | 304 | 13.64 $3.2 \cdot 10^{-6}$ | 14.49 $8.0 \cdot 10^{-8}$ | 13.50 $6.1 \cdot 10^{-6}$ | — | 14.91 $1.5 \cdot 10^{-8}$ | — | 11.54 $1.5 \cdot 10^{-1}$ |

основу предположении о заполнении протонной оболочки при $Z = 126$. Все остальные модели, представленные в Таб. 4.1, дают магическое число протонов 114 и/или 120. Отметим также, что в работе [322] были проанализированы использованные нами модели (все, кроме двухцентровой оболочечной модели) и показано, что наилучшее описание экспериментальных данных наблюдается для модели WS4+RFB [319]. Из Таб. 4.1 видно, что результаты, полученные нами в двухцентровой оболочечной модели (колонка TCSM), хорошо согласуются для представленного набора СТЯ с расчетами по модели WS4+RFB.

Таким образом, можно сделать вывод, что синтез новых СТЭ является чрезвычайно важной задачей в том числе для получения экспериментальной информации о заполнении протонной оболочки и соответствующем магическом числе протонов, а также для уточнения параметров моделей, используемых для расчета масс ядер.

4.2.2. Положение центра острова стабильности СТЭ

Синтез новых элементов с $Z > 118$, обсуждавшийся выше, также как и протоноизбыточных изотопов уже известных элементов, представляет безусловный интерес. Другой важной задачей для будущих исследований СТЭ является продвижение в область СТЯ, богатых нейтронами. Это, в частности, важно для изучения границ острова стабильно-

сти СТЭ с центром при $Z \sim 114$ и $N \sim 184$ (напомним, что расположение протонной оболочки пока остается открытым вопросом). Согласно нашим расчетам [49], наиболее долгоживущими ядрами в области $Z \sim 114$ и $N \sim 184$ являются β -стабильные изотопы коперниция ^{291}Cn и ^{293}Cn с периодами полураспада около 100 лет, показанные на Рис.4.4 квадратами белого цвета. Получено, что основной модой распада ^{291}Cn является спонтанное деление, а ^{293}Cn испытывает α -распад и спонтанное деление с почти равной вероятностью. Из-за относительно длительного периода полураспада эти ядра, если они будут синтезированы, могут быть накоплены. К сожалению, эти два ядра невозможно синтезировать непосредственно в реакциях слияния со стабильными пучками. В принципе, может быть изучена возможность получения этих ядер в реакциях многонуклонных передач (см. главу 2, а также работы [27, 323]). Однако соответствующие сечения исчезающе малы. Новый способ синтеза нейтронообогащенных СТЯ и, в частности, тех, что расположены в центре острова стабильности, был предложен нами в работах [8, 49] на основе обнаруженной области электронного захвата, вплотную примыкающей к центру острова стабильности.

4.2.3. Электронный захват в области СТЯ

Мы обнаружили, что некоторые изотопы СТЭ с $111 \leq Z \leq 115$, обладающие бóльшим числом нейтронов, чем те, которые уже были синтезированы в Дубне в $3n-4n$ испарительных каналах реакций слияния ^{48}Ca с актинидами, могут испытывать электронный захват с заметной вероятностью. Здесь и далее под «электронным захватом» мы подразумеваем как электронный захват, так и β^+ -распад, учитывая однако, что β^+ -распад в области СТЯ сильно подавлен по сравнению с электронным захватом. Отметим, что область электронного захвата в том же месте карты ядер была также получена в расчетах Коуры [324]. Возможность электронного захвата в области СТЯ обсуждалась и в работе [298]. Появление области электронного захвата вблизи острова стабильности СТЭ становится совершенно очевидным из Рис. 4.7. На этом схематическом рисунке рассмотрена ситуация, когда линия β -стабильности пересекает замкнутую нейтронную оболочку $N = 184$, что, согласно теоретическим расчетам, происходит вблизи $Z = 114$. Левая панель Рис. 4.7 показывает типичное поведение характерных энергий электронного захвата, α -распада и спонтанного деления (Q_{β^-} здесь отрицательна и поэтому не показана). В этом случае можно ожидать следующий порядок мод распада, начиная от линии протонной стабильности до вершины острова стабильности (см. правую панель Рис. 4.7). Из-за сильного кулоновского поля большинство протоноизбыточных ядер должны испытывать спонтанное деление с довольно короткими периодами полураспада. Барьеры деления будут расти при увеличении числа нейтронов и, следовательно, уменьшении кулоновских сил, а также из-за нарастания стабилизирующего эффекта нейтронной оболочки $N = 184$. Тогда α -распад начинает играть главную роль. Обратим

внимание, что большинство ядер вблизи $Z = 114$, известных сегодня и синтезированных как в реакциях «холодного», так и «горячего» синтеза, испытывают α -распад в качестве основной моды. Приближаясь к острову стабильности, периоды α -распада, а также времена спонтанного деления, увеличиваются на много порядков за счет влияния нейтронной оболочки $N = 184$. Когда они превосходят минуты и дни, т.е. типичные времена электронного захвата ядер в окрестности области β -стабильности, процесс электронного захвата начинает доминировать. Наконец, наиболее долгоживущие СТЯ, которые должны быть β -стабильными, испытывают α -распад и/или спонтанное деление.

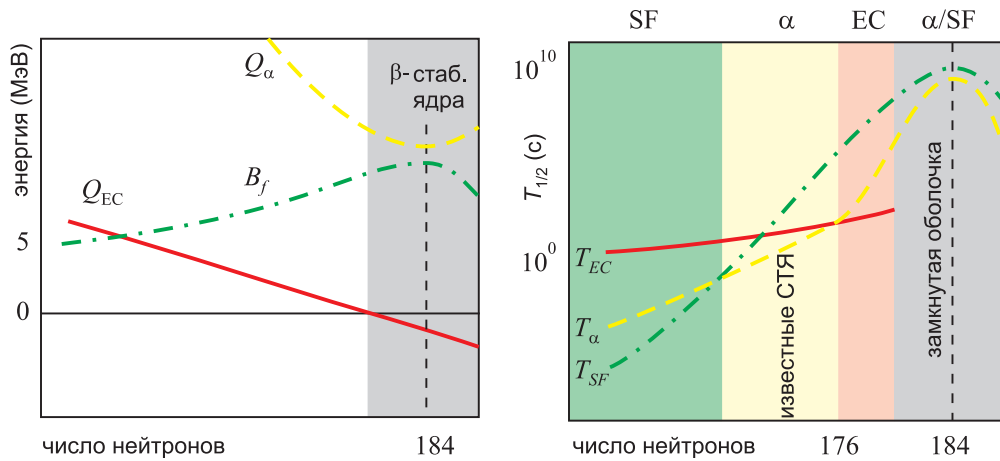


Рис. 4.7: Схематическая картина, объясняющая чередование мод распада СТЯ, а также существование области электронного захвата вблизи острова стабильности. *Левая панель:* зависимость энергий электронного захвата (Q_{EC} , сплошная кривая), α -распада (Q_{α} , пунктирная кривая) и спонтанного деления (B_f , штрих-пунктирная кривая) от числа нейтронов. Показана область β -стабильных ядер и положение замкнутой нейтронной оболочки ($N = 184$). *Правая панель:* ожидаемое поведение периодов полураспада T_{EC} (сплошная кривая), T_{α} (пунктирная кривая) и T_{SF} (штрих-пунктирная кривая) от протоноизбыточных СТЯ до центра острова стабильности. Полосами показаны доминирующие моды распада и положение известных СТЯ в окрестности $Z = 114$.

Это рассмотрение смены доминирующих мод распада является довольно естественным и независимым от модели. Оно качественно объясняет обнаруженную нами область электронного захвата. Однако точное расположение этой области зависит от используемых ядерных масс и структуры ядра. Следует еще раз подчеркнуть, что наши расчеты периодов β -распада основаны на предположении о разрешенных переходах. Как было сказано выше, β -распад может быть существенно подавлен, особенно для ядер, близких к линии β -стабильности, т.е. имеющих небольшие значения энергии распада. Это означает, что некоторые из ядер, для которых здесь был получен электронный захват в качестве основной моды, могут иметь гораздо более длительное время β -распада, тогда как основной модой распада может быть α -распад или спонтанное деление. Тем не менее, общая тенденция смены мод распада на карте ядер (т.е. существование области СТЯ, испытывающих электронный распад) должна быть неизменной. Для проверки

этого утверждения были выполнены расчеты [47] мод распада в области СТЯ с использованием свойств ядер, полученных в двухцентровой оболочечной модели [38] и расчетах Собичевского [310]. Результаты показаны на Рис. 4.6. Как и ожидалось, область ядер, испытывающих электронный захват в качестве основной моды распада, изменяется при смене модели, но само ее существование остается неизменным. Для выполнения более прецизионных расчетов времен β -распада требуется знание структуры материнского и дочернего ядер и атомов, информация о которой доступна в настоящее время в чрезвычайно ограниченном объеме. Продолжение экспериментальных и теоретических исследований в этой области является крайне интересным и актуальным.

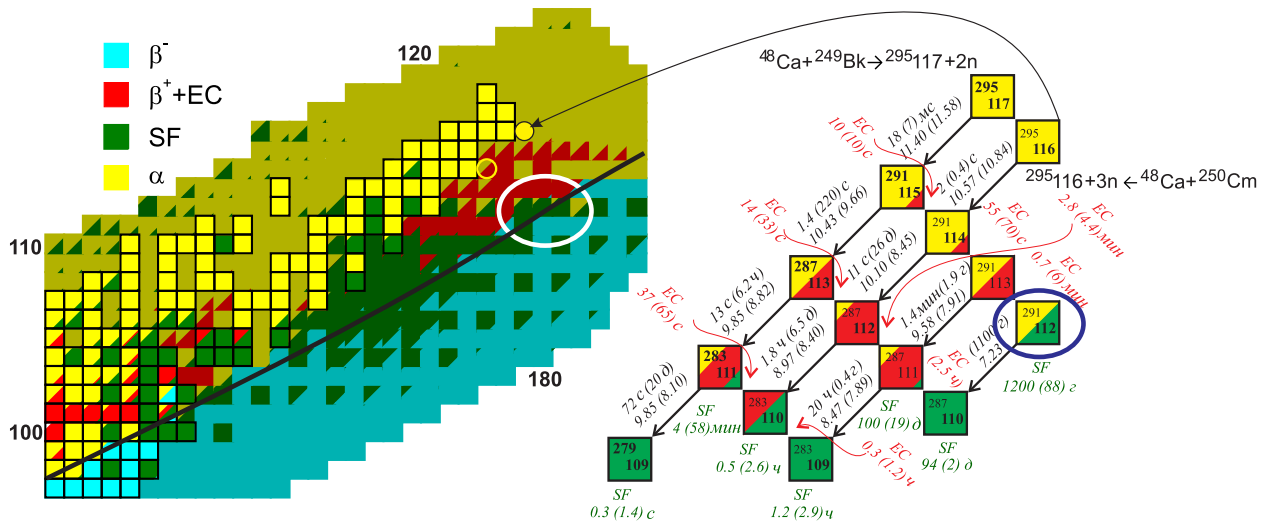


Рис. 4.8: Путь к центру острова стабильности путем возможного электронного захвата в ядрах ^{291}Mc и ^{291}Fl . Первый из нуклидов образуется в результате α -распада ^{295}Ts ($2n$ канал реакции $^{48}\text{Ca}+^{249}\text{Bk}$, сечение порядка 0.3 пб [9]). Второй — ^{291}Fl — образуется в результате α -распада ^{295}Lr в $3n$ испарительном канале реакции $^{48}\text{Ca}+^{250}\text{Cm}$ с сечением порядка 0.8 пб. Числами на схеме распада показаны периоды полураспада и энергии α -распада в МэВ.

Интересной особенностью реакций слияния $^{48}\text{Ca}+^{250}\text{Cm}$ и $^{48}\text{Ca}+^{254}\text{Es}$ (так же как и $2n$ испарительного канала реакции $^{48}\text{Ca}+^{249}\text{Bk}$) является неожиданная возможность продвижения к центру острова стабильности непосредственно в реакциях слияния стабильных ядер. В этих реакциях относительно нейтроноизбыточные изотопы СТЭ flerovия и московия образуются как продукты α -распада испарительного остатка соответствующего составного ядра. Эти изотопы должны иметь довольно длинные периоды полураспада и, следовательно, они могут быть расположены уже в «красной» области ядерной карты (т.е. они могут испытывать электронный захват [8, 49]). На Рис. 4.8 показано несколько возможных цепочек распада этих изотопов наряду с соответствующими значениями энергий и периодов полураспада, рассчитанными с использованием ядерных масс, полученных Собичевским и др. [310] и Меллером и др. [89] (значения в скобках). Периоды спонтанного деления берутся из работ [134, 135] (с коэффициентом

подавления 100 для нечетных ядер), а значения в скобках вычисляются по феноменологической формуле (4.18) с оболочечными эффектами, взятыми из работы [89]. В соответствии с нашими расчетами свойств распада СТЯ [49], изотопы ^{291}Mc и ^{291}Fl могут испытывать не только α -распад, но и захват электронов с периодами полураспада в несколько десятков секунд. Это открывает узкий путь к середине острова стабильности. Соответствующие нейтронообогащенные долгоживущие СТЯ образуются в результате α -распадов и последующих нескольких электронных захватов изотопов элементов Lv, Ts и/или 119, полученных в реакциях слияния $^{48}\text{Ca}+^{250}\text{Cm}$, $^{48}\text{Ca}+^{249}\text{Bk}$ и $^{48}\text{Ca}+^{254}\text{Es}$ (см. Рис. 4.8). Сечение для $3n$ -испарительного канала реакции слияния $^{48}\text{Ca}+^{250}\text{Cm}$ составляет около 0.8 пб, а для двух других реакций — около 0.3 пб (см. [8,9]). В данный момент использование электронного захвата — это единственный метод, который предлагается для получения СТЯ, расположенных в районе центра острова стабильности. Дальнейшее тщательное изучение свойств распада неизвестных СТЯ, расположенных ближе к линии β -стабильности, необходимо для подтверждения существования такой возможности. Отметим, что недавно Ю.Ц. Оганесяном было предложено [284] использовать реакции слияния с испусканием протона или α -частицы и нескольких нейтронов (pxn и αxn каналы) для получения более нейтроноизбыточных ядер, чем в xn каналах (например, можно сравнить $^{48}\text{Ca}+^{243}\text{Am}\rightarrow^{288}\text{Mc}+3n$ и $^{48}\text{Ca}+^{248}\text{Cm}\rightarrow^{293}\text{Mc}+p3n$). Выполненные первые эксперименты [285], а также теоретические оценки [325,326] показали, что сечения выживания СТЯ в pxn каналах примерно на один–два порядка ниже, чем в xn каналах (см. также раздел 3.3). Продвижение в сторону нейтронного избытка должно привести к росту времен α -распада и спонтанного деления, а, следовательно, и увеличению роли электронного захвата (Рис. 4.7). Очевидные трудности с экспериментальной идентификацией событий электронного захвата препятствуют реализации этой схемы в полном объеме в ближайшем будущем. Однако возможность получения нейтронообогащенных СТЯ, а также достижение центра острова стабильности является одной из важнейших целей исследований СТЭ. Это делает весьма перспективными эксперименты, направленные на поиск электронного захвата в районе острова стабильности СТЭ, который до сих пор не наблюдался. В будущем такие исследования могут проводиться на базе Фабрики СТЭ в Дубне [6].

4.3. Получение тяжелых и сверхтяжелых ядер при взрывном нуклеосинтезе

Процесс захвата нейтронов является альтернативным (старейшим и естественным) методом получения тяжелых элементов и их изотопов. Высокие плотности потока нейтронов могут быть обеспечены, например, ядерными реакторами и ядерными взрывами в лабораторных условиях, а также возникать при взрывах сверхновых и при

столкновении нейтронных звезд в природе. Хорошо известно, что «фермиевая щель», состоящая из короткоживущих изотопов фермия $^{258-260}\text{Fm}$, расположенных на линии β -стабильности и имеющих короткие периоды спонтанного деления, препятствует образованию ядер с $Z > 100$ в существующих ядерных реакторах из-за слабых потоков нейтронов. При быстром захвате нейтронов (например, при взрыве сверхновой звезды или ядерном взрыве) эту область можно обойти, если полный поток нейтронов достаточно высок. Теоретические модели также дают другую область короткоживущих ядер, расположенных при $Z = 106 \div 108$ и $A \simeq 270$ (см. Рис. 4.4).

Синтез тяжелых ядер в реакциях захвата нейтронов с последующим β -распадом — хорошо изученный процесс (см., например, [327–329]). Относительные выходы изотопов, образующихся в этом процессе, можно найти как решение следующего набора дифференциальных уравнений, записанных в несколько упрощенном виде:

$$\begin{aligned} \frac{dN_{Z,A}}{dt} = & N_{Z,A-1}n_0\sigma_{n\gamma}^{Z,A-1} - N_{Z,A}n_0\sigma_{n\gamma}^{Z,A} \\ & - N_{Z,A}[\lambda_{Z,A}^{\beta^-} + \lambda_{Z,A}^{SF} + \lambda_{Z,A}^{\alpha}] + N_{Z-1,A}\lambda_{Z-1,A}^{\beta^-} + N_{Z+2,A+4}\lambda_{Z+2,A+4}^{\alpha}, \end{aligned} \quad (4.20)$$

где n_0 — плотность потока нейтронов (число нейтронов, проходящих через единичную поверхность в секунду) и $\lambda_{Z,A}^i = \ln 2/T_i$ — скорость распада ядра (Z, A) в канале $i = \{\beta^-, \alpha, SF\}$. Для простоты в выражении (4.20) не учитывается энергетическое распределение нейтронов и, следовательно, энергетическая зависимость сечения захвата нейтронов $\sigma_{N\gamma}^{Z,A}$. Нейтроны, генерируемые делением в ядерных реакторах и при взрыве, довольно быстры. В интервале 0.1–1 МэВ сечение захвата нейтронов является гладкой функцией энергии со значением около 1 б, которое и использовались нами в [43] для численных оценок, обсуждаемых ниже. Отметим, что интегрирование по энергии нейтронов для известного спектра может быть выполнено сравнительно легко и не изменит полученных выводов. Простейший вариант реакционной цепи, где сохраняются только реакции захвата нейтронов [первая строка в уравнении (4.20)], недавно рассматривался в работе [330].

4.3.1. Возможности лабораторных экспериментов

Для проверки модели были проанализированы имеющиеся данные о процессе быстрого захвата нейтронов, реализующемся при ядерных взрывах. В этом случае время захвата нейтронов $\tau_n = (n_0\sigma_{n\gamma})^{-1} \sim 1$ мкс, что значительно меньше периодов полураспада синтезируемых ядер вплоть до линии нейтронной стабильности. Сохраняя только первые два члена в правой части уравнения (4.20), получим следующее аналитическое решение [с начальными условиями $N_{Z,A}(t=0) = 1$ и $N_{Z,A+k}(t=0) = 0$ при $k > 0$, где k — число

захваченных нейтронов]:

$$N_{Z,A+k} = \frac{x^k}{k!} e^{-x}. \quad (4.21)$$

Это соотношение можно использовать для понимания процесса быстрого захвата нейтронов и для предварительной оценки относительных выходов тяжелых ядер, синтезированных в таком процессе. Здесь $x = n\sigma_{n\gamma}$, $n = n_0\tau$ — полный поток нейтронов (число нейтронов на квадратный сантиметр), а τ является длительностью облучения нейтронами. Таким образом, безразмерная величина $x = n\sigma_{n\gamma}$ — среднее число захваченных нейтронов. Это ключевая величина, характеризующая процесс захвата нейтронов. В ядерных взрывах полный поток нейтронов достигает значений $10^{24} - 10^{25} \text{ см}^{-2}$, так что порядка 10 нейтронов могут быть захвачены за время экспозиции длительностью около 1 мкс [327].

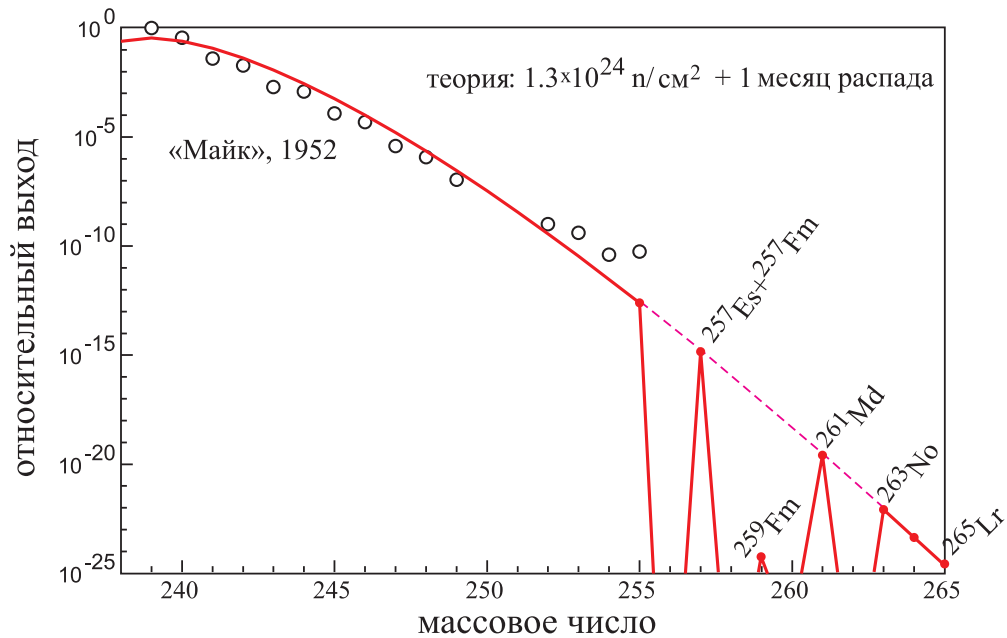


Рис. 4.9: Экспериментальные (открытые кружки) и рассчитанные относительные выходы трансурановых ядер, полученные в исследовательском термоядерном взрыве «Майк» [331].

На Рис. 4.9 экспериментальные выходы ядер трансурановых элементов, полученные в тестовом термоядерном взрыве «Майк» («Mike») [331], сравниваются с рассчитанными по формулам (4.20), предполагая, что облучение длилось 1 мкс, полный поток составил 1.3×10^{24} нейтронов/см², и анализ проводился спустя месяц после облучения. Следует отметить, что элементы 99 и 100 (эйнштейний и фермий) были впервые обнаружены в веществе, оставшемся от взрыва «Майк». Видно, что в этом случае «фермиевая щель» не влияет на выходы ядер с $Z > 100$, которые приблизительно соответствуют зависимости (4.21).

Как следует из имеющихся экспериментальных данных и выполненных расчетов, даже такой мощный источник нейтронов, каковым является термоядерный взрыв, не

позволяет существенно продвинуться в область СТЯ, а выходы ядер с $Z > 100$ чрезвычайно малы. В 1960–70х годах в числе прочих обсуждалась возможность осуществления нескольких последовательных взрывов [332], что должно было существенно повысить выходы тяжелых и сверхтяжелых ядер (см. также [43]). Другой возможностью выполнения экспериментов по лабораторному нуклеосинтезу путем захвата нескольких нейтронов, обсуждавшейся в тот же исторический период, является осуществление микровзрывов при лазерном обжати шарика (пеллеты) термоядерного топлива [333]. Эта перспективная технология продолжает развиваться в наши дни. Отметим также, что использование даже самых мощных существующих или проектируемых нейтронных источников, основанных на реакции деления, не позволит продвинуться в область тяжелых ядер дальше фермия. Требуемое увеличение средней плотности потока нейтронов до 10^{20} нейтронов/см²/с [43] превышает технологический предел по крайней мере на пять порядков величины [334].

4.3.2. Образование СТЯ в астрофизическом r -процессе

Астрофизический r -процесс нуклеосинтеза является источником тяжелых элементов во Вселенной. В этом процессе также могут образовываться СТЭ с острова стабильности, если поток нейтронов достаточен для обхода двух областей короткоживущих спонтанноделящихся ядер, упомянутых выше. Ожидается, что высокие потоки нейтронов могут возникать на финальном этапе эволюции массивных звезд в результате разрушения их ядер и последующего взрыва сверхновой звезды [335] или при слиянии нейтронных звезд [336]. Оценка относительных выходов СТЭ является трудной задачей, решение которой зависит как от особенностей потоков нейтронов, так и от экспериментально неизвестных свойств распада нейтроноизбыточных СТЯ. Отметим только один из подобных расчетов, выполненный недавно [337], в котором дается отношение выходов СТЭ и урана в диапазоне $Y(SH)/Y(U) = 10^{-2} \div 10^{-20}$.

Отметим, что СТЯ, образующиеся в r -процессе, можно найти в природе, если время их жизни достаточно велико. Попытки найти СТЭ в земной среде или в космических лучах (см., например, работы [4,338,339] и ссылки в них) до сих пор не увенчались успехом. Верхний предел периода полураспада 5×10^4 лет был определен в экспериментах по поиску событий спонтанного деления изотопов хассия в образцах осмия, который является его химическим гомологом [4].

Рассчитанные свойства распада тяжелых и сверхтяжелых ядер позволяют сделать выводы о возможности образования их в природе. Такие исследования были выполнены нами в работе [43]. Основной вклад в изучение вопроса астрофизического нуклеосинтеза (выполнение соответствующих расчетов, обсуждаемых ниже) был внесен В.И. Загребавым. Вклад автора настоящей работы заключался в вычислении свойств распада ядер, в обсуждении деталей моделирования астрофизического r -процесса и его результатов,

а также в подготовке статей к публикации. Тем не менее, результаты, полученные в соавторстве в работе [43], описаны в настоящей диссертации для полноты изложения вопроса об образовании тяжелых и сверхтяжелых элементов при захвате нейтронов (в лабораториях и в природе).

Нами были выполнены относительно простые оценки возможности образования СТЯ в астрофизическом r -процессе захвата нейтронов. Эти оценки основаны на перечисленных ниже предположениях. Во-первых, предполагалось, что сравнительно короткоживущие СТЯ первоначально отсутствуют в звездах, а распределение других элементов довольно близко к их распространенности во Вселенной. Во-вторых, считалось, что СТЯ могут образовываться и выживать на последней, довольно холодной стадии астрофизического r -процесса, когда также формируется наблюдаемая распространенность тяжелых элементов (в частности, отношение распространенности тория и урана к свинцу). В-третьих, в качестве начального условия была использована экспериментально известная распространенность стабильных ядер. При интенсивном облучении нейтронами исходное вещество тория и урана истощается, превращаясь в более тяжелые элементы и/или испытывая деление, а свинец и более легкие стабильные элементы подпитывают торий и уран. Наконец, неизвестный полный нейтронный поток может регулировался таким образом, чтобы отношения $Y(Th)/Y(Pb)$ и $Y(U)/Y(Pb)$ сохраняли свои экспериментальные значения в конце процесса. Одновременно для фиксированного потока нейтронов получается относительный выход СТЭ, $Y(SH)/Y(Pb)$, (^{291}Cn и ^{293}Cn в нашем случае).

Расчеты были выполнены с использованием распространенностей тяжелых элементов, соответствующих экспериментальным значениям (см., например, [340]). Величина плотности потока нейтронов n_0 выбиралась равной $10^{24} \text{ см}^{-2}\text{с}^{-1}$, а полный поток нейтронов $n = n_0\tau$ регулировался временем экспозиции. Заметим, что при такой высокой плотности потока нейтронов конечный результат зависит только от общего потока нейтронов, а не от n_0 и τ отдельно. Для того чтобы получить конечное распределение ядер после всех распадов, моделирование завершалось спустя 100 лет с момента облучения нейтронами. Это время все же меньше, чем периоды полураспада некоторых изотопов плутония, кюрия и калифорния, и мы добавили их выходы к выходу их дочерних продуктов распада — изотопов тория и урана. Для расчетов мы использовали только половину ядерной карты (от средних до сверхтяжелых масс) и обнаружили, что полученные результаты не зависят от выбора нижней границы используемых в расчетах ядер, если она ниже свинца примерно на 60 единиц массы. Таким образом, мы начинали расчеты с области Хе–Ва на карте ядер и игнорировали вклад от более легких ядер.

Результаты расчетов представлены на Рис. 4.10, где показаны выходы тория и урана относительно свинца, а также долгоживущих изотопов коперниция в зависимости от суммарного потока нейтронов. При малых нейтронных потоках исходные ядра тория и

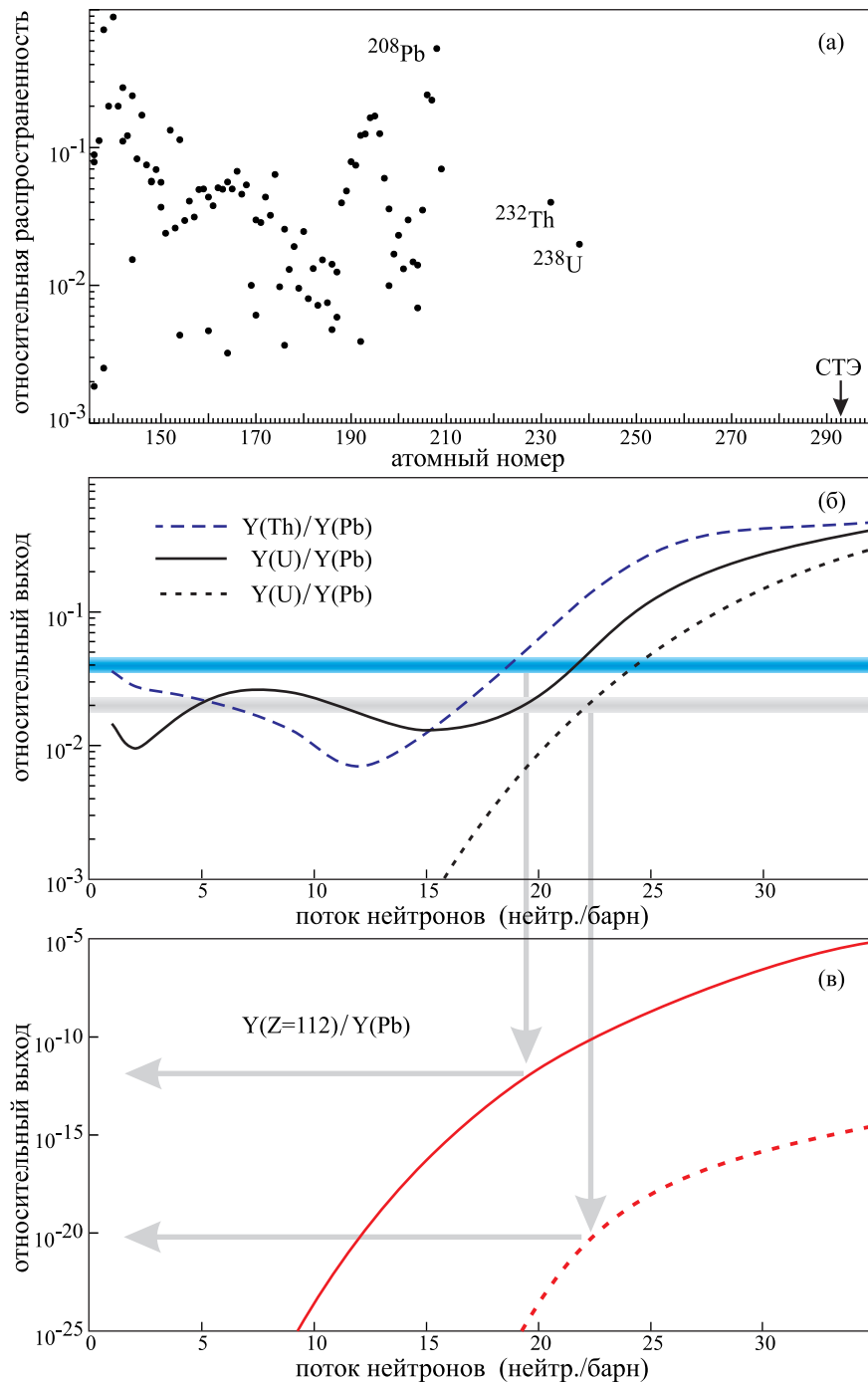


Рис. 4.10: (а) Начальная распространенность тяжелых ядер по отношению к свинцу [340]. Положение наиболее долгоживущих изотопов коперниция показано стрелочкой. (б) Выходы по отношению к свинцу тория (пунктирная кривая) и урана (сплошная кривая) в зависимости от полного нейтронного потока в астрофизическом r -процессе. Горизонтальные полосы показывают экспериментально известные распространенности тория и урана по отношению к свинцу. (в) То же самое, но для долгоживущих изотопов коперниция ^{291}Cn и ^{293}Cn ($Z = 112$). Точечные кривые на панелях (б) и (в) показывают выходы урана и СТЭ в случае нулевой начальной распространенности урана и тория (см. текст).

урана увеличивают свои массы и заряды (после захвата нейтронов и последующего β^- -распада), оказываются в области спонтанного деления и распадаются. Таким образом, их количество уменьшается относительно свинца, который, в отличие от Th и U, имеет дополнительную подпитку от более легких ядер. Некоторое увеличение количества урана при очень низких нейтронных потоках обусловлено вкладом тория. Отметим, что относительно низкий нейтронный поток может привести к некоторому избытку урана над торием, $Y(U) > Y(Th)$. Вклад свинца в образование тория и урана становится заметным только тогда, когда вероятность захвата 24 нейтронов не является пренебрежимо малой величиной. При нейтронном потоке $n \sim 1.5 \times 10^{25} \text{ см}^{-2}$ (=15 нейтронов/барн), сжигание тория и урана компенсируется вкладом от более легких стабильных ядер с $Z \leq 83$. При этом, однако, конечное содержание тория и урана все еще слишком низкое, и только при $n \sim 2 \times 10^{25} \text{ см}^{-2}$ оба отношения, $Y(Th)/Y(Pb)$ и $Y(U)/Y(Pb)$, близки к наблюдаемым значениям.

На нижней панели Рис. 4.10 видно, что при таком потоке нейтронов выход наиболее стабильных изотопов элемента 112 (^{291}Cn и ^{293}Cn) по отношению к свинцу составляет около 10^{-12} , что не является чрезвычайно низким и дает надежду найти их в природе (вероятно, в космических лучах). Этот результат не сильно зависит от неизвестных периодов полураспада этих СТЯ (если они сопоставимы или длиннее нескольких десятков лет). Однако результат зависит от свойств распада тяжелых ядер с $Z > 100$, расположенных на линии β -стабильности и справа от нее. Очевидно, что отношение $Y(SH)/Y(Pb)$ будет выше, если (в отличие от наших оценок) наиболее устойчивыми СТЯ являются изотопы дармштадтия ($Z = 110$) и, наоборот, ниже для получения СТЭ с $Z > 112$. Также был изучен несколько иной сценарий образования СТЭ, при котором предполагалось, что торий и уран первоначально отсутствуют. В этом случае мы начинали моделирование с нулевой исходной распространенности этих элементов и установили поток нейтронов в r -процессе таким образом, чтобы отношения $Y(Th)/Y(Pb)$ и $Y(U)/Y(Pb)$ достигали экспериментальных значений в конце этого процесса. Как и раньше, извлеченный нейтронный поток однозначно определяет отношение $Y(SH)/Y(Pb)$. Для этого сценария мы получили выход СТЯ, который на 8 порядков меньше, чем в первом случае (см. пунктирные кривые на Рис. 4.10).

4.4. Основные итоги главы

- Изучены свойства распада (моды распада и периоды полураспада) тяжелых и сверхтяжелых ядер в широком диапазоне чисел протонов и нейтронов, вплоть до $Z = 132$. Расчеты основаны на феноменологических соотношениях для времен распада и свойствах ядер, полученных в трех вариантах макромикроскопической модели [38,89,310]. Были учтены основные виды распада, а именно: α -распад, β^- -

распад, β^+ -распад, электронный захват и спонтанное деление. Для расчета времен спонтанного деления предложена феноменологическая формула с параметрами, определенными из аппроксимации экспериментальных данных и результатов предыдущих динамических расчетов [134, 135, 306].

- В соответствии с нашими расчетами, самыми долгоживущими ядрами острова стабильности СТЭ являются β -стабильные изотопы коперниция ^{291}Cn и ^{293}Cn , имеющие периоды полураспада около 100 лет.
- В случае, если заполнение протонной оболочки происходит при $Z = 114$, времена жизни изотопов СТЭ с $Z > 121$, синтезируемых в реакциях слияния, могут быть короче 1 мкс, что затруднит их регистрацию на существующих экспериментальных установках.
- Синтез новых СТЭ является чрезвычайно важной задачей в том числе для получения экспериментальной информации о заполнении протонной оболочки и соответствующем магическом числе протонов, а также для уточнения параметров моделей, используемых для расчета масс ядер.
- Предложен новый способ получения нейтроноизбыточных СТЯ и, возможно, достижения центра острова стабильности. Метод основан на обнаруженной нами области электронного захвата для ядер с $111 \leq Z \leq 115$, имеющих больше нейтронов, чем ядра уже синтезированные в реакциях слияния с ^{48}Ca . Метод заключается в синтезе СТЯ с избытком протонов, испытывающих серию электронных захватов.
- Нейтронные потоки, доступные на существующих и проектируемых установках, недостаточны для синтеза СТЭ в реакциях нейтронного захвата. Продвижению в эту область масс препятствуют области короткоживущих ядер в районе $Z = 100$ и $Z = 106 - 108$, испытывающих спонтанное деление. Выход долгоживущих СТЯ по отношению к свинцу, образующихся в астрофизическом r -процессе, может достигать величин порядка 10^{-12} .
- Комплекс программ, позволяющий рассчитывать и исследовать времена жизни и моды распада ядер, обсуждавшиеся в настоящей главе, был включен в состав базы знаний по ядерной физике низких энергий NRV [118] со свободным доступом (см. главу 5).

Глава 5.

Сетевая база знаний по ядерной физике низких энергий NRV

В Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н. Флерова ОИЯИ создана и продолжает развиваться сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий [40, 42, 68, 70, 75, 118, 341]. Эта система, работающая через сеть Интернет, представляет собой комплекс большого числа оцифрованных экспериментальных данных по свойствам ядер и сечениям ядерных реакций, а также широкого набора связанных между собой вычислительных программ для моделирования сложных процессов ядерной динамики, которые выполняются непосредственно в окне браузера удаленного пользователя. Важно отметить, что база знаний для данной диссертации имеет прикладной характер. Ряд моделей ядерной динамики и распада ядра, лежащие в основе настоящей работы, были адаптированы и включены в базу знаний NRV. Тем самым результаты диссертации стали доступными для любого исследователя. База знаний NRV сегодня является не только мощным инструментом для ядернофизических исследований, но и образовательным ресурсом. Популярность системы постоянно растет, о чем свидетельствует увеличивающееся число запросов пользователей к ее ресурсам, а также число ссылок на базу знаний в статьях, публикуемых наиболее цитируемыми журналами. В этой главе дан обзор современного состояния дел в области использования сетевых информационных технологий в ядерной физике, сформулированы основные принципы работы базы знаний NRV, а также кратко описаны ее основные разделы.

5.1. Использование сетевых информационных технологий в ядерной физике

5.1.1. Ядерные данные

За более чем 100 лет ядернофизических исследований было накоплено огромное число экспериментальной информации как по свойствам самих ядер, так и по сечениям ядерных реакций. Эти данные содержатся в статьях, опубликованных в многочисленных ядернофизических журналах. Современным способом накопления и систематизации подобной информации является создание баз данных. В последние годы наиболее интенсивно развиваются именно сетевые версии баз данных, доступные в Интернет в оцифрованном виде через веб-интерфейс (браузер). Создание электронных баз данных и организация доступа к ним через сеть Интернет является сейчас общепризнанным направлением развития научных информационных систем. Среди основных таких баз ядерных данных следует отметить: NNDC [342], IAEA-NDS [343], CDFE [344], TUNL [345], NEA [346], NACRE [347], and NACRE-II [348].

Существующие ядернофизические ресурсы содержат, как правило, исчерпывающе детальную информацию об исследуемом объекте (свойства атомных ядер или реакции с ними). Многие из них создаются либо крупными исследовательскими институтами (например, Брукхевенская национальная лаборатория поддерживает базу NNDC, а НИИ-ЯФ МГУ — базу CDFE), либо в рамках международных коллабораций (например, базы NEA, NACRE, NACRE-II). При работе с существующими базами данных информация, как правило, предоставляется пользователю в текстовом (табличном) виде. Таким образом, для получения простейших систематик пользователь вынужден самостоятельно выбирать и переписывать в отдельный файл нужные ему данные, а затем использовать какой-либо графический пакет для их отображения.

5.1.2. Моделирование ядерной динамики

За годы развития ядерной физики и, в частности, изучения динамики ядро-ядерных столкновений был разработан ряд теоретических подходов, которые стали общепринятыми в научном сообществе. К ним можно отнести, например, оптическую модель упругого рассеяния или метод связанных каналов для расчета сечения слияния атомных ядер. На протяжении многих лет разрабатываются программные комплексы (например, FRESCO [349], GRAZING [350] и др.), позволяющие моделировать сразу несколько конкурирующих процессов, происходящих при столкновении ядер. Большинство из данных программных комплексов написаны на языке программирования FORTRAN и являются свободно распространяемыми. Основным недостатком таких кодов является неудобный интерфейс. Под интерфейсом здесь мы понимаем способ взаимодействия

пользователя с программным кодом, для запуска которого необходимо правильно составить входной файл. Обычно это текстовый файл с большим количеством входных параметров, для правильной подготовки которого требуется изучать достаточно сложные и не всегда полные описания. Результаты работы такой программы также обычно записываются в текстовый файл, для обработки которого требуется применять сторонние графические приложения. В итоге, использование этих программ для неподготовленного пользователя оказывается проблематичным. Существует два основных способа решения обозначенной проблемы:

- Первый способ заключается в создании систем моделирования ядерной динамики в виде программы, загружаемой на локальный компьютер пользователя и работающей на нем под определенной операционной системой. К таким системам можно отнести, например, TALYS [351, 352], EMPIRE [353], LISE++ [354], Windows-NRV [341]. Все эти программные продукты имеют (или могут иметь) графический интерфейс подготовки входных данных, инструментарий анализа полученных результатов моделирования, систему подсказок и описания. Все это значительно облегчает работу пользователя.
- Другой способ решения задачи мы видим в организации работы компьютерных кодов на едином сервере (или связанной системе серверов), доступном для пользователя через сеть Интернет. По этому пути пошли разработчики сетевой базы знаний NRV [40, 42, 68, 70, 75, 118, 341] (см. подробное описание ниже).

Каждый из способов имеет свои очевидные недостатки. Так, первый способ оказывается зависим от операционной системы. Кроме того, возникают проблемы с обновлением программного обеспечения, в частности, с информированием пользователя о новых возможностях системы, исправлении ошибок и т.п. Все эти трудности исчезают при выборе второго пути. Здесь основной проблемой является организация гораздо более сложного функционирования системы в сети Интернет, а также распределение вычислительных задач при большом числе перекрывающихся во времени запросов пользователей.

5.2. Назначение, цели создания и основные компоненты NRV

Разрабатываемая нами система, *База знаний по ядерной физике низких энергий NRV*, предназначена для объединения на одном сервере с дружественным графическим интерфейсом и свободным доступом регулярно обновляемых баз ядерных данных с общепринятыми теоретическими подходами к моделированию динамики ядерных реакций при низких и промежуточных энергиях. Целью создания системы является повышение

доступности и эффективности использования максимально полного набора экспериментальных данных, специальных программ их обработки и основных фундаментальных моделей строения атомного ядра и динамики ядро-ядерных столкновений.

В рамках данного проекта сложные вычислительные программы получают графический интерфейс для выбора начальных данных, а также графического представления и обработки получаемых результатов. Это достигается за счет разработки веб-приложений, которые представляют собой особый тип программ, построенных по архитектуре «клиент-сервер». Особенность их заключается в том, что само веб-приложение находится и выполняется на сервере, а клиент при этом получает результаты работы через сеть Интернет. Схема функционирования базы знаний NRV представлена на Рис. 5.1.

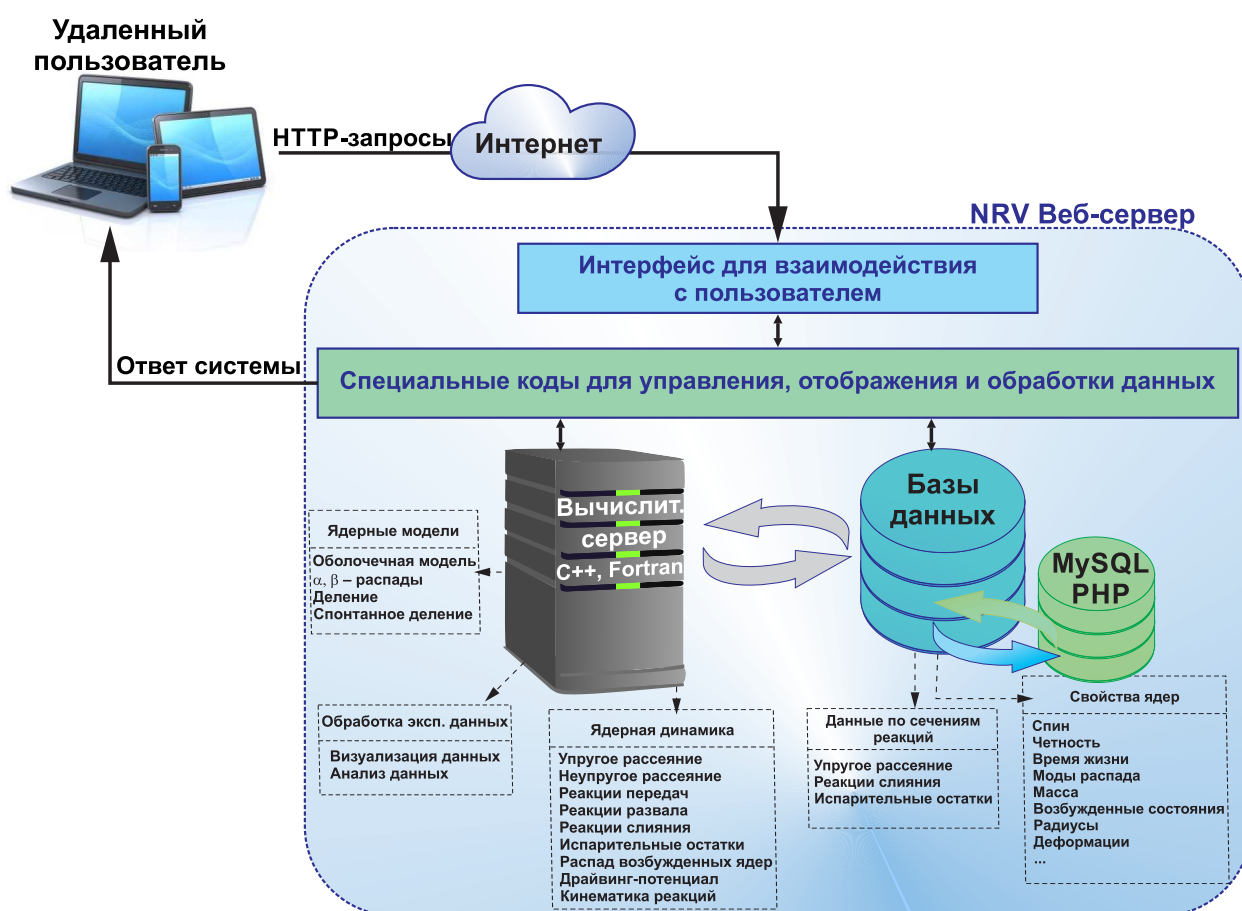


Рис. 5.1: Схема функционирования базы знаний NRV.

Доступ к системе осуществляется при помощи веб-браузера (например, Internet Explorer, Mozilla Firefox ESR и др.) через сеть Интернет. Взаимодействие между клиентом и сервером реализовано с помощью HTML-форм. Соответствующие формы реализуются с использованием языков JavaScript, PHP и HTML. Создание и отладка работы многочисленных HTML-форм является наиболее трудоемкой задачей, которую

приходится решать отдельно для каждой новой задачи, чтобы придать интерфейсу наибольшую интерактивность, обеспечить удобство работы и произвести все необходимые контрольные проверки уже на этапе подготовки данных, исключая выполнение нефизичных запросов.

Значительные компьютерные ресурсы, необходимые при моделировании процессов ядерной динамики (длительность такого счета может составлять, например, от нескольких минут до нескольких суток), требуют особой организации взаимодействия удаленного пользователя с вычислительным сервером. С этой целью на сервере функционирует специальная резидентная служба, запускающая на выполнение расчетные программы, контролирующая их выполнение и отсылающая клиенту промежуточную информацию. По окончании вычисления все результаты направляются пользователю в виде HTML-документа для их дальнейшей обработки и анализа. Данный подход позволяет запускать через веб-браузер самые сложные вычислительные программы и получать конечный результат даже после выполнения очень длительного счета.

Вычислительные программы находятся и выполняются на стороне вычислительного сервера. Пользователь может отслеживать запуск задач и их выполнение с помощью HTML-форм в браузере. Разрабатываемое программное обеспечение можно разделить на две основные категории:

- вычислительные программы на языках C++ и Fortran, реализующие физические модели ядерной динамики;
- программы для обработки данных и результатов расчета и их отображения в веб-браузере.

Все разделы NRV содержат подробные описания и/или ссылки (включая гиперссылки) на соответствующие публикации.

5.2.1. Базы данных по свойствам ядер и ядерным реакциям

Базы данных являются важной составляющей NRV. Перечень доступных в настоящее время в NRV экспериментальных данных по свойствам ядер и ядерным реакциям, а также источники этих данных, представлены в Таб. 5.1.

В дополнение к базам экспериментальных свойств ядер в NRV доступна база по теоретическим свойствам основных состояний ядер (деформации, оболочечные поправки, дефекты масс), источником которой является работа [239].

Как видно, базы данных NRV постоянно обновляются. Из-за возможных трудностей, связанных с использованием Java-апплетов (см. раздел 5.4), некоторые из разделов NRV для работы с экспериментальными данными уже доступны в обеих версиях: на основе Java и JavaScript. В настоящее время реализованы следующие возможности работы с экспериментальными данными:

Таблица 5.1: Перечень доступных в NRV экспериментальных данных по свойствам ядер и ядерным реакциям, а также источники этих данных.

| Свойства ядер | |
|---|---|
| Данные | Источник. (Дата обновления) |
| Основные состояния: <i>спины, четности, времена жизни;</i> Возбужденные состояния: <i>энергии, спины, четности, времена жизни (ширины);</i> Свойства распадов ядер: <i>моды, интенсивности;</i> Распространенности ядер | NNDC, ENSDF: Данные по структуре ядер (2016) [342] |
| Зарядовые радиусы | I. Angeli, K.P. Marinova, (компиляция, 2013–2016) [117, 355] |
| Зарядовые плотности | H. de Vries et al. (компиляция, 1987) [356] |
| Дефекты атомных масс | M. Wang et al., Таблица атомных масс (2012) [243, 357–359] |
| Электрические квадрупольные моменты | N.J. Stone, (компиляция, 2016) [360] |
| Магнитные дипольные моменты | N.J. Stone, (компиляция, 2014) [361] |
| В(Е2) переходы: <i>энергии первых возбужденных 2^+ состояний, приведенные интенсивности электрических квадрупольных переходов, параметры квадрупольных деформаций</i> | В. Pritychenko et al., рекомендованные значения (2016) [362] |
| В(Е3) переходы: <i>энергии первых возбужденных 3^- состояний, приведенные интенсивности электрических октупольных переходов, параметры октупольных деформаций</i> | Т. Kibedi, R.H. Spear, (компиляция, 2002) [278] |
| Ядерные реакции | |
| Данные | Источник. (Дата обновления) |
| Сечения упругого рассеяния <i>(угловые распределения)</i> Сечения слияния Сечения образования остатков испарения | NRV (компиляция, основанная на оригинальных публикациях) (2016) [118] |

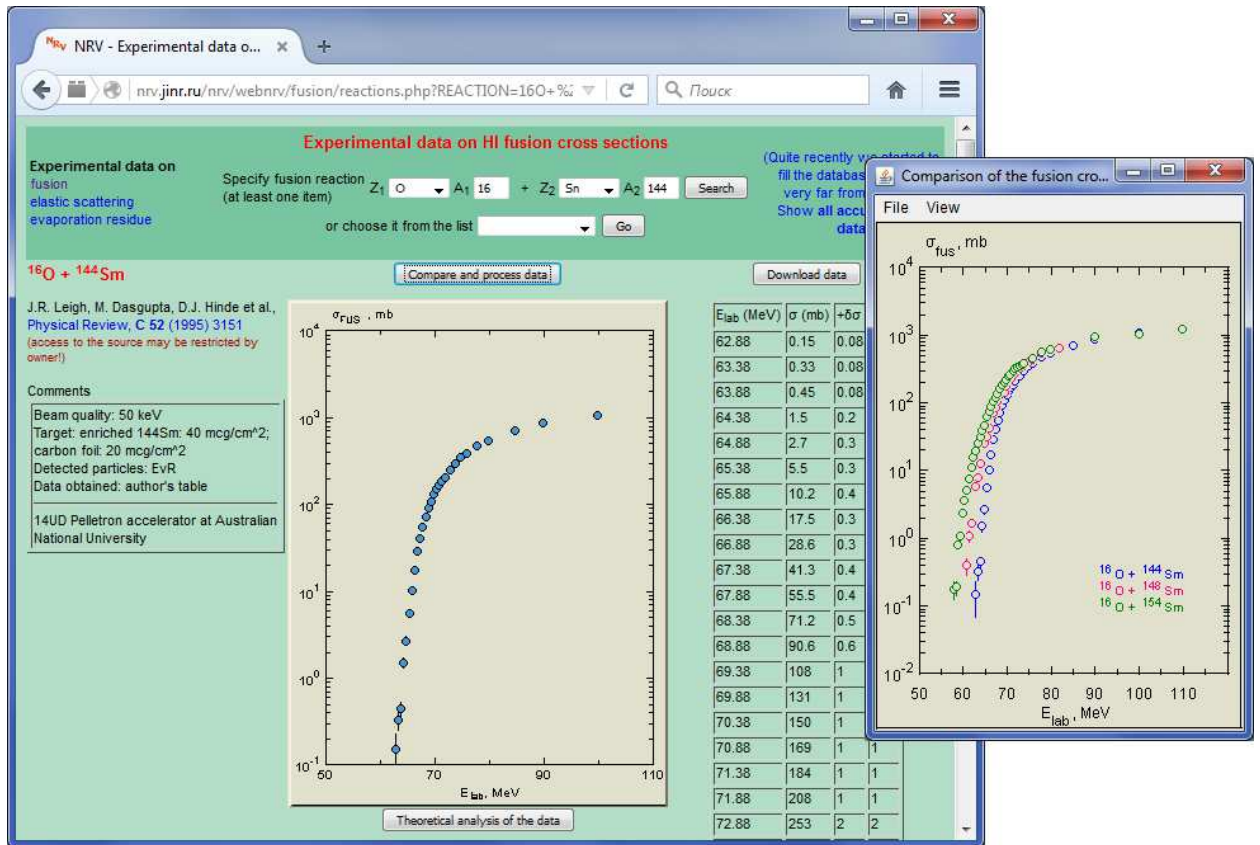


Рис. 5.2: Пример представления информации по экспериментальным сечениям слияния для реакции $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$.

(1) Доступ к данным по свойствам ядер через раздел *Nuclear map*. Данные могут быть получены как для одного ядра, так и для группы ядер (опция *Systematics*).

(2) Доступ к данным по сечениям ядерных реакций. Пример представления информации по экспериментальным сечениям слияния показан на Рис. 5.2 для реакции $^{16}\text{O} + ^{144}\text{Sm}$. Данные отображаются как в текстовом виде, так и в графическом формате. Кроме того, дается информация об источнике данных (ссылка и гиперссылка на публикацию) и краткое описание эксперимента. Выбранные данные могут быть сохранены на компьютере пользователя как в текстовом (табличном) виде, так и в различных графических форматах (опция *Download data*). Существует также возможность сравнения сечений слияния для текущей реакции с данными для других (похожих) реакций, доступных в NRV, (опция *Compare and process data*). Опция *Theoretical analysis of the data* перенаправляет пользователя в раздел теоретического анализа сечений слияния для выбранной реакции.

(3) Использование экспериментальных данных о ядерных свойствах для определения параметров модели. Этот вариант значительно упрощает использование многих теоретических моделей.

5.2.2. Модели ядра и ядерных реакций

Вычислительные программы, реализующие физические модели ядра и ядерных реакций, размещены и выполняются на стороне вычислительного сервера (эти программы обычно создаются на C++ и Fortran). Пользователи могут отслеживать запуск программ и ход их выполнения с использованием HTML-форм в браузере. Почти все диалоги для подготовки параметров модели имеют возможность установить эти параметры по умолчанию на основе экспериментальных свойств ядер, доступных систематик или нашего собственного опыта использования соответствующих кодов. Ниже дано краткое описание всех кодов, размещенных в базе знаний NRV в настоящее время. Названия даны на языке оригинала. При описании системы отмечены те разделы, в реализации которых вклад автора настоящей работы имел определяющее значение.

5.2.2.1. Модели ядер

Shell model. Two-center shell model. База знаний содержит программы для расчета одночастичных уровней (энергий и волновых функций) для сферических и деформированных ядер в рамках оболочечной модели со средним полем в виде потенциала Вудса-Саксона (с параметрами по умолчанию из работы [363]), а также в рамках двухцентровой оболочечной модели (см. подраздел 1.2.3), которая дает возможность расчета одночастичных уровней от конфигураций двух разделенных ядер до компактных форм составного ядра. Пример расчета одночастичных уровней с использованием потенциала Вудса-Саксона для сферического ядра ^{208}Pb показан на Рис. 5.3.

Alpha-decay. Этот раздел проекта позволяет изучать свойства α -распада ядер: период полураспада, экспериментальную цепочку распада, схему распада, а также волновую функцию α -частиц, рассчитанную для конкретного потенциала, параметры которого можно варьировать с использованием веб-интерфейса. Для расчета энергии распада используются экспериментальные массы основных состояний, если они доступны в базе данных NRV. В противном случае используется теоретическая оценка [239]. Спины и четности основных состояний также берутся из нашей базы данных, если они имеются, в противном случае предполагаются минимально возможные спины и положительные четности. Для оценки периода полураспада мы используем ВКБ-приближение, эмпирическую формулу Виолы-Сиборга [311] с параметрами [293] (см. подраздел 4.1.2), формулу Виолы-Сиборга с параметрами [164], а также соотношение [364].

Beta-decay. Этот раздел проекта позволяет изучать свойства β -распада ядер: возможные типы распада, период полураспада и схему распада. Детали используемой модели см. в подразделе 4.1.3. Общий период полураспада рассчитывается с учетом всех энергетически разрешенных переходов. Энергии, спины и четности состояний берутся из баз данных NRV, но пользователю также предоставляется возможность их изменения вручную. В случае отсутствия надежных спектроскопических данных могут быть

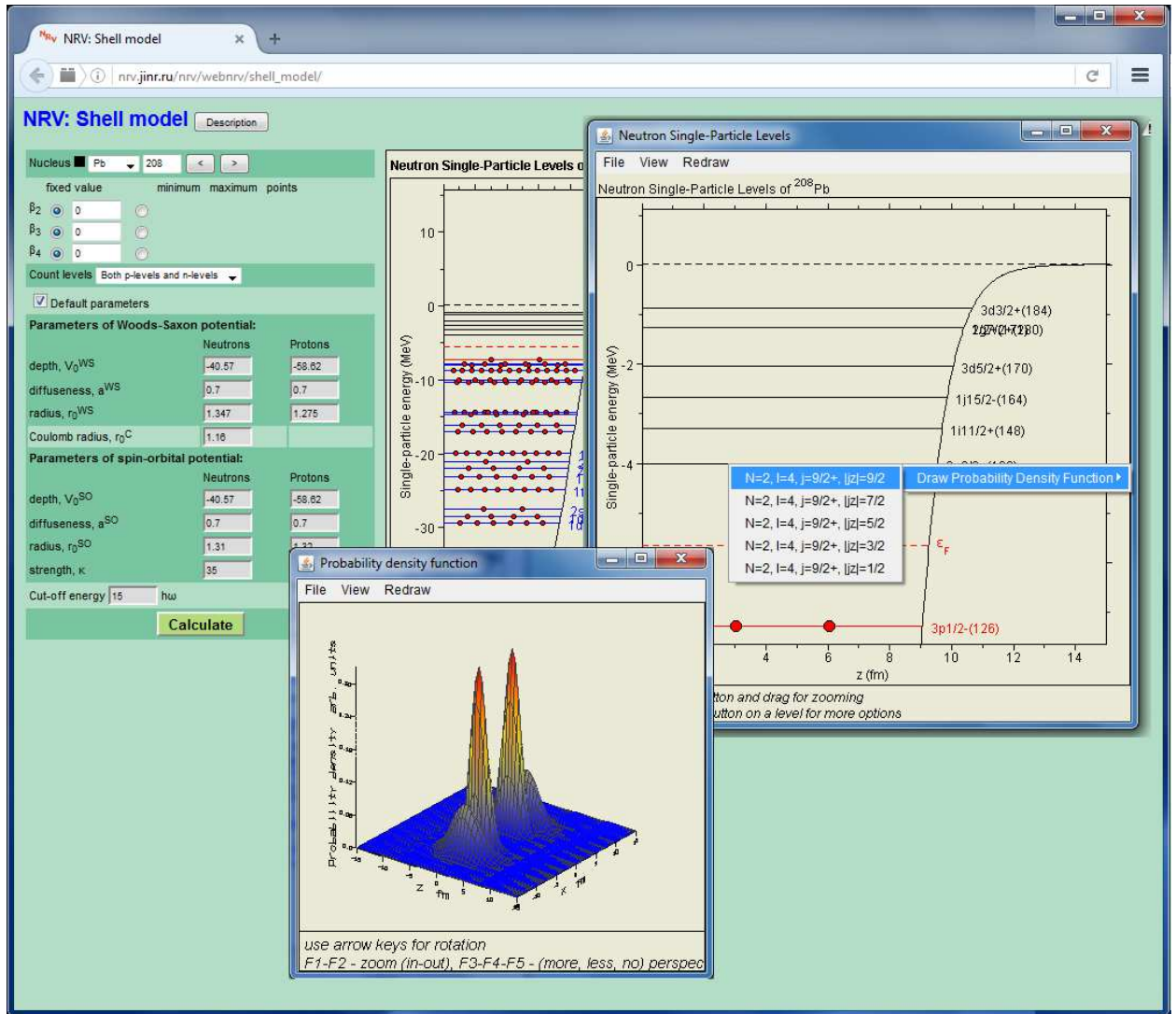


Рис. 5.3: Пример расчета одночастичного спектра и функции плотности вероятности для одного из состояний ядра ^{208}Pb .

выбраны только переходы в основное состояние дочерних ядер.

Fission. Этот раздел проекта позволяет изучать процессы вынужденного и спонтанного деления. Для вынужденного деления могут быть рассчитаны $Z - N$ или $Z - A$ распределения фрагментов, массовое и зарядовое распределения. Расчет этих распределений выполняется с использованием кода GEF [365], специально адаптированного для работы в базе знаний NRV. Множественность нейтронов до и после деления рассчитывается согласно [366]. Полная кинетическая энергия фрагментов вычисляется согласно систематикам из работ [366, 367]. Веб-интерфейс позволяет изменять энергию возбуждения и угловой момент ядра. Для спонтанного деления приводятся экспериментальный период полураспада, взятый из базы данных NRV (если таковой имеется), а также теоретические оценки, рассчитанные согласно [49, 134, 135, 368] (см. также подраздел 4.1.4).

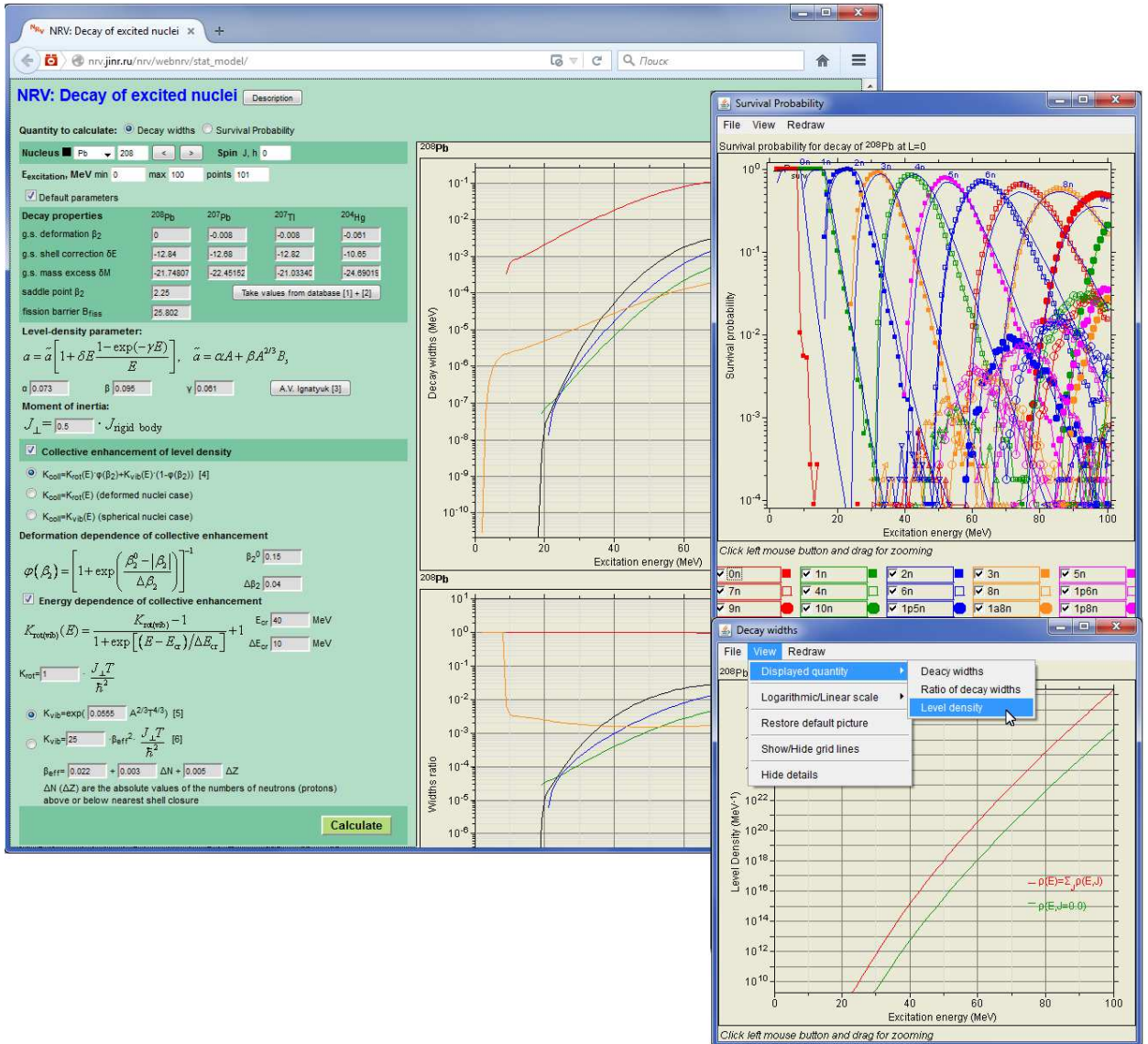


Рис. 5.4: Иллюстрация возможностей раздела базы знаний NRV *Decay of excited nuclei*

Decay of excited nuclei. Этот раздел проекта позволяет изучать свойства распада возбужденных ядер. Код основан на статистической модели распада возбужденного вращающегося ядра [28], описанной в подразделе 2.1.6. Основными характеристиками, рассчитываемыми в этом разделе, являются: плотность уровней возбужденного ядра как функция энергии возбуждения; ширины испускания легких частиц из возбужденного ядра (нейтронов, протонов, α -частиц, γ -квантов), а также делительная ширина; вероятности выживания ядра во всех возможных каналах. Пример диалога для подготовки входных данных показан на Рис. 5.4. Пользователь может выбрать рассчитываемую величину: ширины распада и плотности уровней (*Decay widths*) или вероятность выживания (*Survival Probability*). Далее необходимо выбрать ядро, его угловой момент, а также диапазон энергий возбуждения. Для всех параметров модели

(свойства материнского и дочерних ядер, а также детали расчета плотности уровней) могут быть оставлены значения по умолчанию (*Default values*). Расчет вероятности выживания можно выполнить двумя способами: методом Монте–Карло (в этом случае учитываются все возможные каналы с испарением нейтронов, протонов и α -частиц) либо методом вложенных интегралов (тогда учитываются только каналы с испусканием от одного до шести нейтронов). Второй способ обеспечивает большую скорость расчета, например, при моделировании распада возбужденных СТЯ, когда вероятность выживания является крайне малой величиной. Во всех остальных случаях предпочтительнее использовать метод Монте–Карло, поскольку он является наиболее общим.

Все описанные до сих пор модели размещены в базе знаний при определяющей роли автора диссертации. Вычислительные коды, за исключением кода для расчета волновой функции α -частицы раздела *Alpha-decay*, разработаны лично автором.

5.2.2.2. Модели ядерных реакций

Elastic scattering. Система включает в себя оптическую и классическую модель упругого рассеяния ядер. Эти модели позволяют пользователю рассчитать дифференциальное сечение упругого рассеяния, S -матрицу, поле траекторий, функцию угла отклонения, парциальные волновые функции, фазовые сдвиги, и т.д. Возможность выбора параметров оптической модели в соответствии с глобальными параметризациями, а также возможность их автоматической подгонки к экспериментальным данным (доступных в базе данных NRV или введенных пользователем вручную), значительно упрощает анализ.

Inelastic scattering. Сечения процессов неупругого возбуждения коллективных состояний могут быть проанализированы в рамках борновского приближения метода искаженных волн (код DWUCK4 [369]) и метода связанных каналов (код FRESCO [349]).

Transfer reactions. Система обеспечивает возможность изучения сечений передачи нескольких нуклонов в рамках борновского приближения метода искаженных волн (код DWUCK5 [369]) и с использованием полуклассического кода GRAZING [350]. Код GRAZING NRV позволяет вычислить массовые, зарядовые, энергетические и угловые распределения продуктов реакций передач.

Fusion. Сечения слияния и функция распределения по барьерам слияния могут быть рассчитаны в системе NRV в квантовом [93] и эмпирическом [61, 82, 253] методах связи каналов. Оба подхода позволяют учесть связь относительного движения сталкивающихся ядер с их коллективными степенями свободы (поверхностными колебаниями и/или вращениями). Кроме того, в рамках эмпирической модели существует возможность учета влияния каналов перераспределения нейтронов на сечение слияния [61, 253] (см. главу 3). Имеющиеся в базе данные по сечениям слияния, а также данные пользователя могут быть включены в анализ. Для этого имеется соответствующая опция

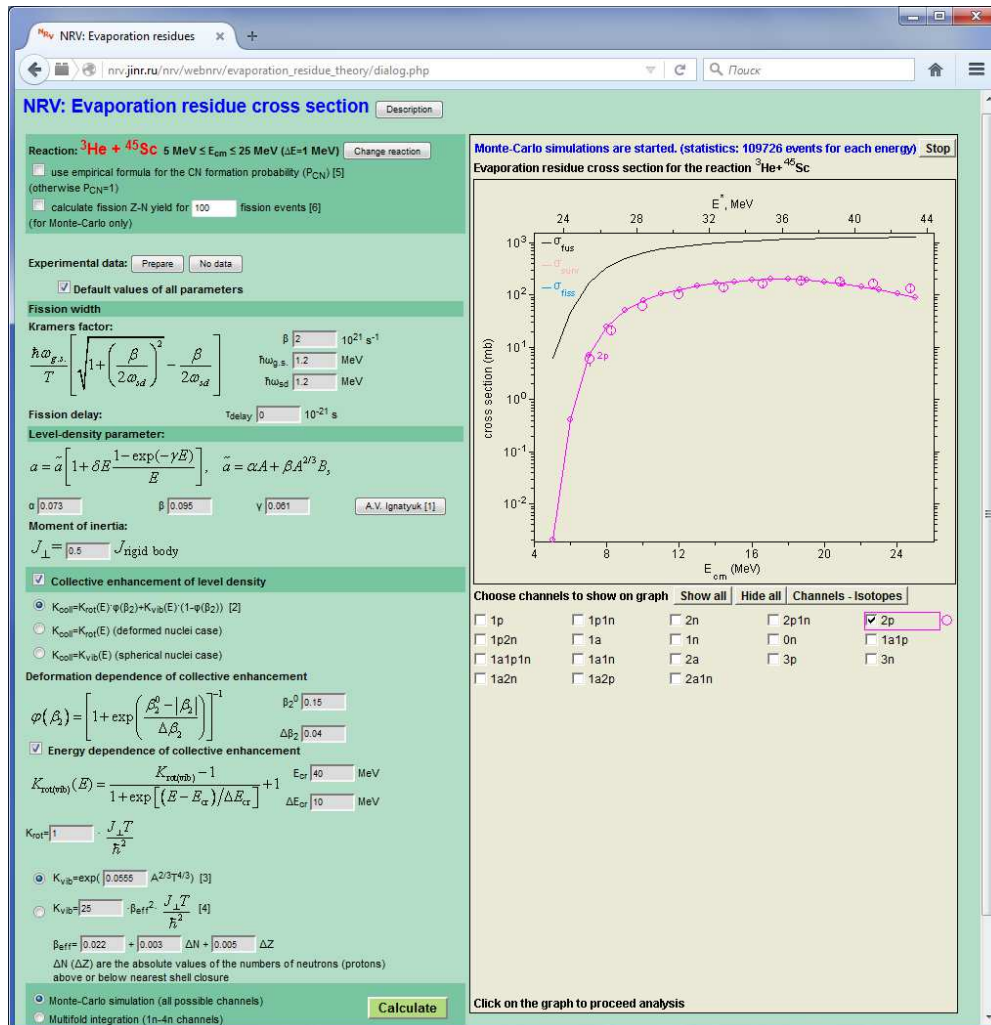


Рис. 5.5: Сравнение экспериментальных данных [370] по сечениям образования изотопа ^{46}Sc в реакции $^{45}\text{Sc}(^3\text{He}, 2p)^{46}\text{Sc}$ с расчетами [371] в рамках статистической модели распада ядра, реализованной в базе знаний NRV.

в окне отображения экспериментальных данных (см. Рис. 5.2), а также на странице подготовки параметров модели.

Этот раздел базы знаний разработан при существенной роли автора диссертации.

Evaporation residues. Объединение кодов для расчета сечений слияния с кодом статистической модели распада возбужденного вращающегося ядра позволяет моделировать процессы слияния с последующим делением или выживанием в каналах испускания нейтронов, протонов, α -частиц и γ -квантов. В системе реализована дополнительная возможность учета вероятности образования составного ядра из конфигурации двух касающихся ядер, что чрезвычайно важно для реакций, приводящих к образованию сверхтяжелых ядер. Эта возможность основана на использовании эмпирической формулы для вероятности слияния ядер, предложенной в работе [9] и справедливой для реакций «холодного» синтеза. Опция *Calculate Z-N yield* позволяет анализировать мас-

совые и зарядовые распределения осколков деления на основе кода GEF [365]. Опция *Decay of fragments* в настоящее время обеспечивает возможность вычисления предельных, постразрывных и суммарных множественностей нейтронов, протонов, α -частиц и γ -квантов, зависимость этих множественностей от массы осколка деления, а также соответствующие энергетические спектры частиц.

Имеющиеся в базе данные по сечениям образования остатков испарения, а также данные пользователя могут быть включены в анализ. Для этого имеется соответствующая опция в окне отображения экспериментальных данных, а также на странице подготовки параметров модели, показанной на Рис. 5.5. Диалог подготовки параметров модели близок к диалогу раздела *Decay of excited nuclei* базы знаний (см. выше). В нем отображается анализируемая реакция и диапазон энергий. Для изменения реакции и/или диапазона энергий столкновения необходимо перейти в раздел *Fusion* и заново рассчитать сечение слияния для требуемой комбинации снаряд-мишень.

На Рис. 5.4 показано сравнение экспериментальных данных [370] по сечениям образования изотопа ^{46}Sc в реакции $^{45}\text{Sc}(^3\text{He}, 2p)^{46}\text{Sc}$ с расчетами [371], выполненными при помощи базы знаний NRV. Видно довольно хорошее согласие во всем диапазоне энергий.

Данный раздел базы знаний разработан при определяющей роли автора диссертации.

Radiative capture. Эта часть проекта позволяет изучать реакции радиационного захвата типа $a(b, \gamma)c$ в потенциальной модели [372]. Код позволяет вычислять сечения радиационного захвата и астрофизические S -факторы с учетом $E1$, $E2$ и $M1$ электромагнитных переходов.

На данный момент у нас нет собственной базы данных экспериментальных сечений радиационного захвата и S -факторов. Однако эти данные можно найти в базах данных NACRE [347] и NACRE-II [348]. Гиперссылки на эти базы данных доступны на веб-сайте NRV.

Fragmentation. Эта часть проекта позволяет изучать реакции фрагментации. Выходы продуктов реакций фрагментации рассчитываются с использованием феноменологического кода EРAX3 [373].

Kinematics. В этом разделе дается возможность кинематического анализа ядерных реакций с двумя и тремя частицами в выходном канале, а также вычисления величин Q для разных процессов.

Driving potentials. База знаний NRV обеспечивает возможность расчета и визуализации многомерной адиабатической (в рамках расширенной версии макромикроскопической модели) и диабатической (в рамках метода двойной свертки и потенциала проксимити) драйвинг-потенциалов [38] (см. главу 1).

Это раздел базы знаний разработан при определяющей роли автора диссертации.

Таблица 5.2: Статистика использования базы знаний за последние годы (число запросов в год).

| Год | Число запросов ядерных данных | Число запросов на выполнение расчетов |
|------|-------------------------------|---------------------------------------|
| 2011 | 17 000 | 20 000 |
| 2012 | 36 000 | 21 000 |
| 2013 | 197 000 | 32 000 |
| 2014 | 199 000 | 36 000 |
| 2015 | 96 000 | 36 000 |
| 2016 | 115 000 | 60 000 |
| 2017 | 200 000 | 170 000 |

Все вычислительные коды разработаны лично автором.

5.3. Статистика использования системы

За время существования базы знаний динамика посещаемости веб-ресурса демонстрирует уверенный рост. В частности, в 2017 году общее число запросов к базе знаний составляло в среднем более 1000 в день, из них более 540 запросов к базам данных, около 460 запросов в день на выполнение расчетов, что является хорошим показателем с учетом узкой направленности данного проекта. При этом число запросов к вычислительным кодам, разработанным автором настоящей работы, составляло в 2017 году порядка 365 в день. Статистика использования базы знаний за последние годы приведена в Таб. 5.2.

По отзывам и цитированию в журналах, помимо России, база знаний NRV также интенсивно используется в США, Германии, Франции, Китае, Индии, Италии, Польше и других странах.

5.4. Стратегия развития системы

Развитие базы знаний NRV можно разделить на три основных направления:

- наполнение и обновление существующих баз данных;
- добавление новых моделей для описания динамики ядерных реакций;
- обновление пользовательского интерфейса.

До настоящего времени для отображения и обработки результатов пользовательских запросов мы использовали и продолжаем использовать апплеты, написанные на языке Java. Однако в последнее время появились тенденции, свидетельствующие о постепенном отказе от поддержки виртуальной Java-машины, а следовательно и Java-апплетов,

новыми версиями браузеров. Так, некоторые браузеры (например, Google Chrome) уже не поддерживают Java-плагин, ссылаясь на его небезопасность. Кроме того, получившие широкое распространение планшетные компьютеры и др. мобильные устройства не поддерживают виртуальную Java-машину. Одним из путей решения указанной проблемы может быть постепенный переход с технологии Java-апплетов на язык JavaScript, который в настоящее время поддерживается всеми браузерами без установки дополнительных плагинов. В настоящий момент технологии JavaScript совместно с PHP и HTML5 Canvas обладают всем инструментарием, необходимым для полноценной работы базы знаний, к которому относятся: создание элементов управления, работа с графическими примитивами, обмен данными между клиентским устройством и сервером. Таким образом, мы рассматриваем возможность перехода от Java-апплетов к коду, написанному на языке JavaScript.

Отметим, что в последнее время было создано несколько интересных средств разработки, основанных на свободно распространяемом программном обеспечении. Среди них Google Web Toolkit (GWT), использованный нами при включении в базу знаний новых кодов для анализа фазовых сдвигов в упругом рассеянии ядер. В целом, опыт работы с GWT можно считать успешным, однако некоторые обнаруженные недостатки (в частности, отсутствие подробной документации) этого пакета заставляют нас рассматривать также и другие возможности.

Наиболее перспективной альтернативой выглядит использование средств языка HTML5. На данный момент уже реализован код на языке JavaScript, предназначенный для построения графиков на элементе Canvas, определенном в стандарте HTML5. Данный код используется, например, в интерфейсе адиабатической ротационной модели (FRESCO [349]) раздела *Inelastic Scattering* (см. Рис. 5.6).

Поиск наиболее эффективного решения оказывается трудной задачей, поскольку требует детального рассмотрения возможностей и ограничений каждой технологии, а также оценки ее развития и поддержки IT-разработчиками в среднесрочной перспективе.

5.5. Использование NRV в образовательных целях

База знаний NRV может использоваться как в научно-исследовательской, так и в образовательной сфере деятельности. С использованием существующей базы знаний студенты, обучающиеся ядерной физике, могут изучать динамику ядерных реакций, проводить анализ экспериментальных данных на основе общепризнанных моделей (например, оптической модели упругого рассеяния, статистической модели распада возбужденного ядра, метода сильной связи каналов для описания реакций слияния). Во всех перечисленных моделях динамика столкновения ядер определяется, прежде всего, по-

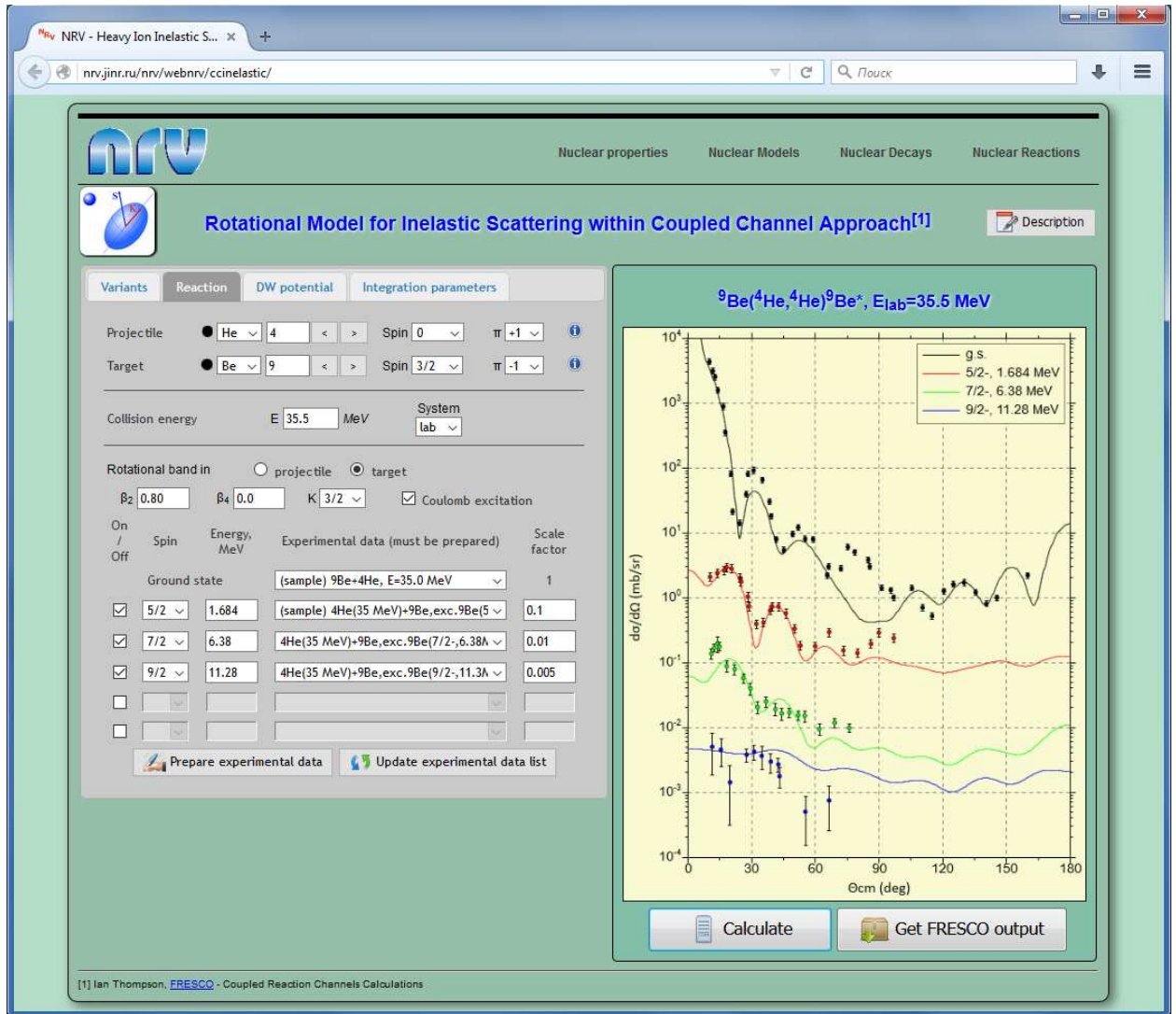


Рис. 5.6: Интерфейс адиабатической ротационной модели (FRESKO [349]) раздела *Inelastic scattering*.

тенциалом их взаимодействия. Проведение данного анализа подразумевает правильный выбор свойств ядер (например, их размеров), потенциала взаимодействия и его параметров. Например, на основе анализа данных по упругому рассеянию могут быть сделаны выводы о размерах ядер. В процессе выполнения работы по изучению реакций слияния могут быть проанализированы данные как при энергиях выше, так и ниже барьера. Сравнение расчетов, выполненных в рамках модели проницаемости одномерного барьера, с экспериментальными данными позволяет сделать вывод о влиянии других степеней свободы на процесс слияния атомных ядер. Основываясь на структуре возбужденных состояний сталкивающихся ядер, могут быть сделаны выводы о наиболее важных степенях свободы, дающих вклад в сечение слияния. Учесть влияние таких степеней свободы на процесс слияния ядер можно как в квантовом, так и в эмпирическом подходе.

Таким образом, NRV представляет собой удобный, понятный и наглядный инструмент для приобретения и закрепления умений и навыков работы с современными теоретическими подходами к описанию свойств отдельных нуклидов, моделированию динамики ядерных столкновений, а также навыков работы с экспериментальными данными и их систематизации. Разработка методических пособий и рекомендаций для выполнения практических работ позволит эффективно внедрить базу знаний NRV в образовательный процесс любого ВУЗа, ведущего подготовку в области ядерной физики.

5.6. Основные итоги главы

В Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н. Флерова ОИЯИ разработана база знаний NRV по ядерной физике низких энергий <http://nrv.jinr.ru>. База знаний находится в свободном доступе через сеть Интернет.

Приведен обзор современного состояния дел в области использования сетевых информационных технологий в ядерной физике, сформулированы основные принципы работы базы знаний NRV, а также кратко описаны ее основные разделы.

Сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий обеспечивает быстрый доступ к современным экспериментальным данным по ядерной структуре и сечениям ядерных реакций, а также предоставляет возможность анализа данных и моделирования процессов ядерной динамики в рамках устоявшихся физических подходов.

База знаний NRV имеет несколько уникальных преимуществ по сравнению с другими ядерными базами данных и в настоящее время широко используется не только для научных целей (в частности при планировании экспериментов и для анализа экспериментальных данных), но также в качестве ценного инструмента в процессе образования в области ядерной физики.

Автор активно участвовал в разработке базы знаний, начиная с 2005 года, сначала в качестве одного из основных исполнителей, а с 2015 года — в качестве руководителя проекта. Определяющим был вклад автора в разработку следующих разделов базы знаний: *Оболочечная модель*, *Двухцентровая оболочечная модель*, *β -распад*, *Деление ядер*, *Распад возбужденного ядра*, *Образование остатков испарения*, *Драйвинг-потенциал*. Данные разделы основаны на вычислительных кодах, созданных лично автором. Существенным является вклад автора в разработку и поддержание разделов: *α -распад*, *Слияние ядер*, *Карта ядер* (базы данных по свойствам ядер), а также ряда программ, обеспечивающих сетевое функционирование базы знаний.

Заключение

Итак, сформулируем основные результаты и выводы диссертации:

- (1) Исследовано несколько возможностей построения адиабатического ядро–ядерного потенциала взаимодействия. Предложена глобальная параметризация ядерной плотности для вычисления фолдинг–потенциала с зависящими от плотности силами Мигдала. Предложена расширенная версия макромикроскопической модели, позволяющая рассчитывать адиабатическую потенциальную энергию тяжелой ядерной системы, обладающую корректными свойствами во всей области деформаций ядер от компактных форм основного состояния и барьера деления моноядра до точки разрыва и асимптотической конфигурации двух разделенных ядер.
- (2) Впервые разработана трехцентровая оболочечная модель, позволяющая моделировать ядро–ядерные столкновения с возможностью как бинарного, так и тройного выходного канала. Модель не содержит ограничений на соотношение масс всех трех продуктов реакции. Показано, что тройное деление актинидов, будучи подавленным макроскопическими свойствами потенциальной энергии ввиду наличия дополнительного барьера тройного деления, может происходить только благодаря сильным оболочечным эффектам. Такие оболочечные эффекты имеют гораздо большую величину в области СТЯ и гигантских ядерных систем из–за возможности формирования двух фрагментов в районе ^{132}Sn и ^{208}Pb , соответственно. Получено, что тройное деление и/или квазиделение может быть одним из значимых каналов распада сверхтяжелых и гигантских ядерных систем.
- (3) Разработана многомерная динамическая модель ядро–ядерных столкновений, базирующаяся на уравнениях Ланжевена. Она обеспечивает непрерывное описание эволюции системы во времени, начиная со стадии сближения снаряда и мишени во входном канале реакции и вплоть до образования конечных продуктов реакции. Динамическая модель объединена со статистической моделью распада возбужденных ядер, что позволяет учитывать процесс девозбуждения первичных продуктов реакции.
- (4) Впервые получено одновременное описание полного набора экспериментальных данных для реакций глубоконеупругих передач, включая энергетические, массо-

вые, зарядовые и угловые распределения продуктов реакции, а также сечения образования различных нуклидов.

- (5) Сформулированы оптимальные условия и рассчитаны сечения синтеза нейтроноизбыточных изотопов тяжелых элементов в окрестности нейтронных оболочек $N = 82$ и $N = 126$ в реакциях $^{136}\text{Xe} + ^{198}\text{Pt}$, ^{208}Pb . Установлено, что выходы ядер с $N = 126$, обогащенных нейтронами, слабо зависят от энергии столкновения во входном канале рассмотренных реакций. В то же время, соответствующие угловые распределения сильно чувствительны к динамике реакции и, следовательно, энергии столкновения. Соответствующие сечения превышают 100 нб для ядер, расположенных вблизи границы известной области ядер, что для некоторых нуклидов на пять–семь порядков больше, чем может быть достигнуто в реакциях фрагментации. Выполненные расчеты подтверждают эффективность реакций многонуклонных передач как метода синтеза нейтроноизбыточных ядер.
- (6) Показано, что учет нейтронных передач при использовании метода связанных каналов (как эмпирического, так и квантового) позволяет объяснить экспериментально наблюдаемые закономерности энергетической зависимости сечения околобарьерного слияния для представительной совокупности комбинаций снаряд-мишень, включая реакции с легкими экзотическими ядрами. Впервые предложен метод реалистичного учета нейтронных передач при использовании квантового метода связи каналов.
- (7) Сформулированы критерии наблюдения значимого усиления подбарьерного слияния за счет передачи нейтронов. А именно: (а) система имеет большой выигрыш по энергии при передаче одного и/или двух нейтронов; (б) система является достаточно жесткой относительно возбуждения коллективных мод (колебаний и вращений), что имеет место для магических ядер или для реакций с легкими ядрами; (в) дополнительный сильный эффект от передачи нейтронов можно ожидать при слиянии легких нейтроноизбыточных слабосвязанных ядер из-за малой энергии связи валентных нейтронов.
- (8) Изучены свойства распада (моды распада и периоды полураспада) тяжелых и сверхтяжелых ядер в широком диапазоне чисел протонов и нейтронов вплоть до $Z = 132$. Расчеты основаны на феноменологических соотношениях для времен распада и свойствах ядер, полученных в трех вариантах макромикроскопической модели. Были учтены основные виды распада, а именно: α -распад, β^- -распад, β^+ -распад, электронный захват и спонтанное деление.
- (9) Предложен новый способ получения нейтроноизбыточных СТЯ и, возможно, достижения центра острова стабильности. Метод основан на обнаруженной нами

области электронного захвата для ядер с $111 \leq Z \leq 115$, имеющих больше нейтронов, чем ядра уже синтезированные в реакциях слияния с ^{48}Ca . Метод заключается в синтезе СТЯ с избытком протонов, испытывающих серию электронных захватов.

- (10) В Лаборатории ядерных реакций им. Г.Н. Флерова Объединенного института ядерных исследований разработана база знаний NRV по ядерной физике низких энергий <http://nrv.jinr.ru>. Она объединяет большое количество экспериментальных данных с вычислительными кодами для моделирования ядерных свойств и ядерных реакций. База знаний доступна для любого удаленного пользователя. Сетевая база знаний NRV имеет несколько уникальных преимуществ и в настоящее время широко используется не только для научных целей, но также в качестве ценного инструмента в образовательном процессе в области ядерной физики.

В заключение хочу высказать слова глубокой благодарности моим коллегам, соавторам и наставникам на протяжении одиннадцати лет нашего сотрудничества, Валерию Ивановичу Загребаеву и Вальтеру Грайнеру, за их внимание к моей работе, за тот опыт и знания, которые они передали, за долгие беседы в неформальной обстановке, оказавшие несомненное влияние на мое мировоззрение, а также за умение чувствовать суть физических проблем, над решением которых мы трудились.

Хочу также выразить огромную благодарность Геннадию Дмитриевичу Адееву за его неизменный интерес и искреннюю поддержку моей работы. За тот бесценный стартовый багаж знаний, который я получил, работая под его руководством над кандидатской диссертацией, и продолжаю использовать до сих пор.

Наверное трудно найти что-то более ценное в работе, чем работа в кругу друзей-коллег. Поэтому помощь и поддержка Андрея Сергеевича Деникина, начиная с первого дня моего приезда в Дубну, должны быть отмечены особо и отдельно. С большой благодарностью и теплом я вспоминаю годы, которые мы проработали в одном кабинете.

Михаилу Григорьевичу Иткису и Александру Яковлевичу Русанову я особенно признателен за помощь в моем трудоустройстве в ЛЯР ОИЯИ и поддержку в последующие годы работы в Лаборатории.

Также хочу поблагодарить своих коллег, В.А. Рачкова, В.В. Сайко, М.А. Науменко, А.П. Алексеева и В.В. Самарина за их вклад и интерес к нашей совместной работе.

Я признателен Э.М. Козулину, Г.Н. Княжевой, А.Г. Попеко, а также Э. Вардачи и К.-Х. Шмидту за полезные обсуждения научных проблем, научившие меня понимать экспериментальные тонкости проводимых нами исследований.

Чрезвычайно трудно подобрать слова, описывающие значимость поддержки родных, а особенно моей супруги, Карповой Елены Геннадьевны. Эта поддержка бесценна во всех ее проявлениях, включая помощь в оформлении текста диссертации.

Приложение А.

Барьеры деления и топографическая теорема Святецкого

Барьер деления является одной из ключевых характеристик процесса деления. Знание его высоты необходимо, в частности, для оценки вероятности выживания возбужденных составных ядер. Экспериментальное определение высоты барьера деления является довольно сложной процедурой, требующей также некоторых теоретических предположений, например, о плотностях ядерных состояний. Экспериментальные данные о высоте барьеров деления, доступные на данный момент, ограничены примерно сотней точек (см., например, работы [160, 374] и ссылки в них) с относительными неопределенностями, которые часто на несколько порядков больше, чем относительные неопределенности в экспериментальных массах основного состояния. Более того, значения для одних и тех же ядер могут отличаться на величину порядка 1 МэВ.

Обсуждая различные свойства многомерной поверхности потенциальной энергии ядра, Майерс и Святецкий сформулировали топографическую теорему [159]. Согласно этой теореме, из-за специфических топологических свойств ландшафта потенциальной энергии вблизи седловой точки, масса системы в этой точке, определяемая как сумма массы основного состояния и высоты барьера деления, должна быть гладкой функцией различных макроскопических величин, как то число нейтронов, число протонов или делимость. Другими словами, хотя оболочечные эффекты могут значительно изменить деформацию ядра в седловой точке по сравнению с расчетами в рамках макроскопической модели, разница между макроскопической и макромикроскопической массой должна быть очень малой, намного меньшей, чем величина оболочечной поправки к массе основного состояния. Если это так, то масса системы на барьере деления должна быть по существу макроскопической величиной, несущей достаточно прямую информацию о некоторых важных глобальных макроскопических свойствах ядер.

Топографическая теорема была использована в работах [160, 375] как критерий реалистичности различных теоретических расчетов барьеров деления в экспериментально

неисследованных областях. Утверждалось, что модели, которые приводят к сильной вариации разницы между экспериментальной массой в седловой точке и рассчитанной макроскопической массой в седловой точке, не смогут дать реалистичных результатов для ядер в областях, далеких от стабильности.

Другим следствием топографической теоремы является то, что масса ядра при седловой деформации может быть вычислена в некоторой макроскопической модели. Это значительно упрощает процедуру нахождения барьера деления, для которой теперь нужно знать лишь оболочечную поправку к массе в основном состоянии.

Топографическая теорема была эмпирически подтверждена в работах [159, 376] путем сравнения экспериментальных значений массы в седловой точке с расчетами в рамках различных макроскопических моделей. Авторы работ [159, 376] пришли к выводу, что абсолютные значения оболочечной поправки к массе ядра в седловой точке должны быть менее 2 МэВ.

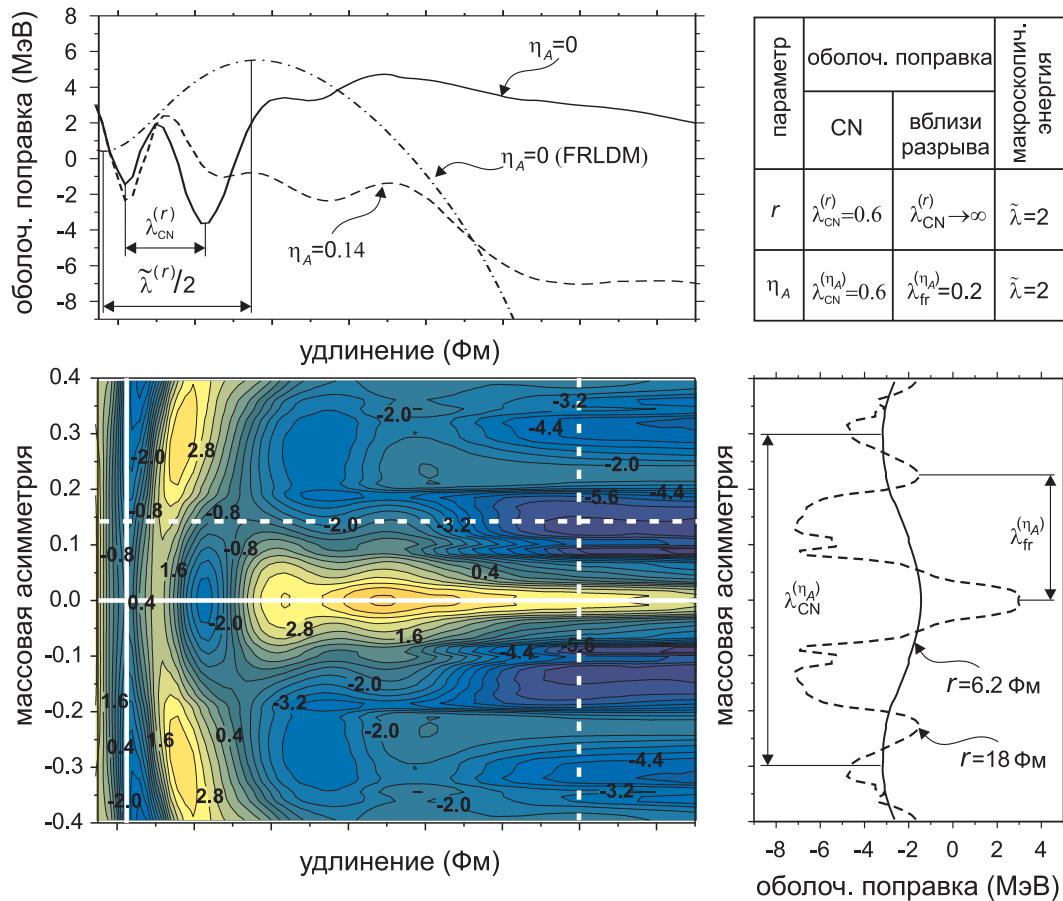


Рис. А.1: Оболочечная поправка для ядра ^{238}U в координатах (r, η_A) . Сечения двумерной поверхности выполнены при постоянных значениях r (6.2 Фм и 18 Фм) и η_A (0 и 0.14), показанных жирными белыми линиями. Типы линий соответствуют типам кривых на рисунках справа и сверху. Штрих-пунктирная кривая на верхнем рисунке является макроскопическим потенциалом для симметричного деления $\eta_A = 0$. Таблица содержит характерные масштабы вариации макроскопической и микроскопической энергии, извлеченные из этих зависимостей.

В работе [39] мы количественно исследовали справедливость топографической теоремы, изучив особенности ландшафта потенциальной энергии. Для этого была предложена схематическая макромикроскопическая модель, которая воспроизводит качественные особенности реальной потенциальной энергии ядра. В дополнение к макроскопическому потенциалу в компактной области учитывается оболочечная поправка, которая имеет осциллирующий характер как в направлении изменения удлинения ядра, так и его массовой асимметрии. Кроме того, амплитуда оболочечной поправки уменьшается в направлении удлинения. Для форм ядра с шейкой эффекты оболочек в направлении массовой асимметрии продолжают иметь осциллирующий характер, в то время как они почти постоянны в направлении удлинения.

Макроскопическая масса параметризуется параболической функцией с жесткостью C_{η_A} в направлении η_A и двумя плавно соединенными параболой с жесткостями C_{gs} и C_{sd} в направлении удлинения r :

$$M_{\text{mac}}(r, \eta_A) = \frac{C_{\eta_A} \eta_A^2}{2} + \begin{cases} \frac{C_{gs}(r-r_{gs})^2}{2}, & r \leq r_1; \\ V_B - \frac{C_{sd}(r-r_{sd})^2}{2}, & r > r_1, \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

где r_{gs} и r_{sd} — положения основного состояния и седловой точки соответственно, V_B — значение барьера деления в схематической макроскопической модели и r_1 — точка, в которой соединяются две параболы. Таким образом, у нас есть четыре свободных параметра: C_{η_A} , C_{gs} , r_{gs} и r_{sd} . Значения двух других параметров r_1 и C_{sd} определяются из условия непрерывности потенциальной энергии и ее производной по r при $r = r_1$. Параметр массовой асимметрии изменяется в диапазоне $[-1,1]$. Положения основного состояния и седловой точки в схематической макроскопической модели были выбраны как $r_{gs} = 0$ и $r_{sd} = 1$. Для жесткости потенциальной энергии мы использовали значения, полученные для области урана в стандартной макромикроскопической модели: $C_{\eta_A} = C_{gs} = 50$ МэВ.

Оболочечная поправка параметризуется как

$$\begin{aligned} \delta U(r, \eta_A) = & \delta U_{\text{CN}} \cdot \cos \left(2\pi \frac{r - r_{gs} - \Delta r}{\lambda_{\text{CN}}^{(r)}} \right) \cdot \exp \left[- \left(\frac{r - r_{gs}}{l_{\text{CN}}^{(r)}} \right)^2 \right] \\ & \times \cos \left(2\pi \frac{\eta_A}{\lambda_{\text{CN}}^{(\eta_A)}} \right) \cdot \exp \left[- \left(\frac{\eta_A}{l_{\text{CN}}^{(\eta_A)}} \right)^2 \right] \\ + \delta U_{\text{fr}} \cdot & \left\{ 1 - \exp \left[- \left(\frac{r - r_{gs}}{l_{\text{fr}}^{(r)}} \right)^2 \right] \right\} \cdot \cos \left(2\pi \frac{\eta_A}{\lambda_{\text{fr}}^{(\eta_A)}} \right) \cdot \exp \left[- \left(\frac{\eta_A}{l_{\text{fr}}^{(\eta_A)}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Здесь первый член дает оболочечную поправку вблизи основного состояния составного ядра. Он состоит из двух экспоненциально затухающих осциллирующих членов, кото-

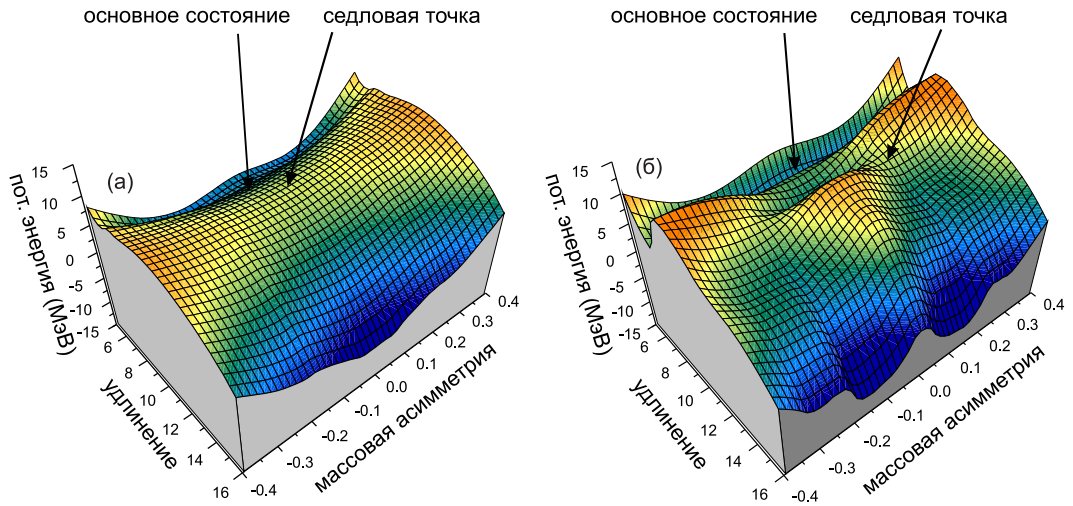


Рис. А.2: Макроскопическая (а) и макромикроскопическая (б) потенциальная энергия ядра ^{238}U в координатах (r, η_A) . Потенциальная энергия получена для нулевой обобщенной деформации $\delta U = 0$ и параметра шейки $\varepsilon = 0.35$. Макроскопическая часть нормирована на ноль для сферической формы ядра.

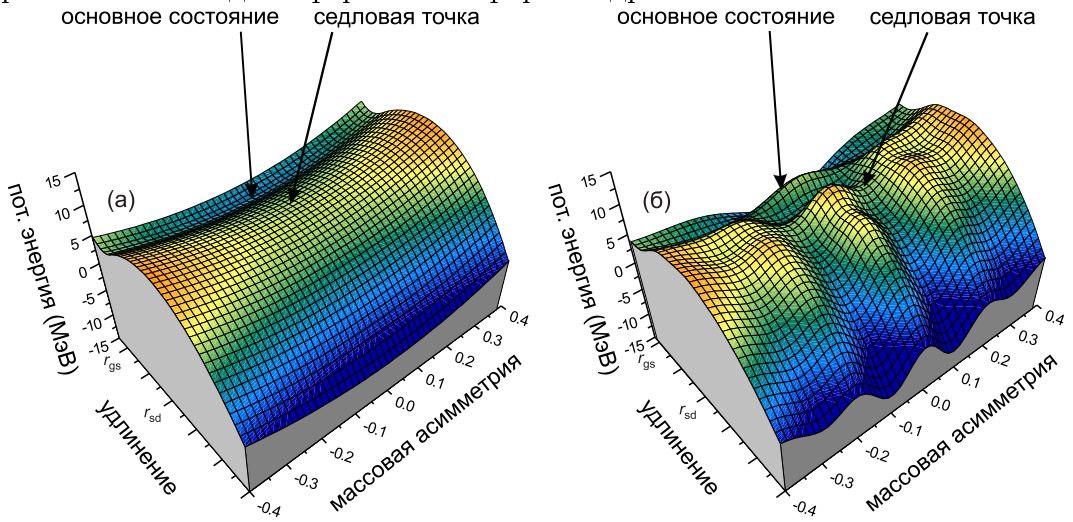


Рис. А.3: То же, что на Рис. А.2, но с использованием схематической макромикроскопической модели. Схематическая оболочечная поправка рассчитана со следующими параметрами: $\delta U_{\text{fr}} = 3$ МэВ, $\delta U_{\text{CN}} = -3$ МэВ, $l_{\text{CN}}^{(r)} = l_{\text{fr}}^{(r)} = 1$ и $l_{\text{CN}}^{(\eta_A)} = l_{\text{fr}}^{(\eta_A)} = 0.3$.

рые моделируют оболочечную поправку в направлениях r и η_A с характерным масштабом длины колебаний оболочечной поправки $\lambda_{\text{CN}}^{(r)}$ и $\lambda_{\text{CN}}^{(\eta_A)}$ и коэффициентами затухания $l_{\text{CN}}^{(r)}$ и $l_{\text{CN}}^{(\eta_A)}$, соответственно. Величина δU_{CN} — это величина оболочечной поправки вблизи сферической формы составного ядра. Соотношение учитывает, что положение минимума оболочечной поправки может отличаться от минимума макроскопического потенциала за счет параметра фазового сдвига Δr . Второй член в (А.2) имеет аналогичную структуру и отвечает за оболочечные эффекты в формирующихся фрагментах. Пример потенциальной энергии (как макроскопической, так и полной макромикроскопической) для ядра ^{238}U показан на Рис. А.2. Сравнивая с реалистичным макромикроскопическим потенциалом, мы видим, что схематическая модель (Рис. А.3) воспроизводит основные особенности реального ландшафта потенциальной энергии.

Расчеты, выполненные в макромикроскопическом подходе, основанном на двухцентровой оболочечной модели, показали, что ландшафт потенциальной энергии в делящихся ядрах характеризуются отношением длин микроскопических и макроскопических вариаций $\lambda_{\text{CN}}/\tilde{\lambda}$ в направлении удлинения и/или массовой асимметрии порядка 0.1–0.4 в области компактных форм ядра (см. Рис. А.1). Для форм с хорошо выраженной шейкой эти отношения совершенно разные: значение $\lambda_{\text{ff}}/\tilde{\lambda}$ в направлении массовой асимметрии составляет около 0.1, а в направлении удлинения — стремится к бесконечности. Расчеты, выполненные со схематической моделью, показали, что для обоснования топографической теоремы это отношение должно быть меньше 0.5 [39].

Мы выполнили трехмерные расчеты потенциальной энергии для 30 ядер. Результаты этих расчетов суммированы на Рис. А.4. Макроскопические массы в седловой точке сравниваются с макромикроскопическими на Рис. А.4 (а), а также с экспериментальными массами в седловой точке на рис. А.4 (б). Мы видим, что макроскопическая модель обеспечивает довольно хорошее совпадение массы в седловой точке как с экспериментальными данными, так и с макромикроскопическими массами в седловой точке во всей анализируемой области ядер.

На базе расчетов в схематической макромикроскопической модели было установлено, что разность $M - M_{\text{mac}}$ будет в основном отрицательной для более легких ядер с барьером деления, расположенным во внешней седловой точке, и положительным — в случае превалирования внутреннего барьера. Эта тенденция также видна на Рис. А.4 (а) при сравнении масс в седловой точке макромикроскопической модели с макроскопической моделью. Мы находим в основном отрицательные значения для $Z^2/A < 36$ и положительные значения для $Z^2/A > 36$. Такую же тенденцию можно видеть на Рис. 4 работы [377] и Рис. 6 работы [378], где переход от отрицательных значений к слегка положительным значениям также наблюдается вблизи $Z^2/A \simeq 36$.

Таким образом, мы можем заключить, что для компактных седловых конфигураций, соответствующих внутреннему барьеру, топографическая теорема справедлива.

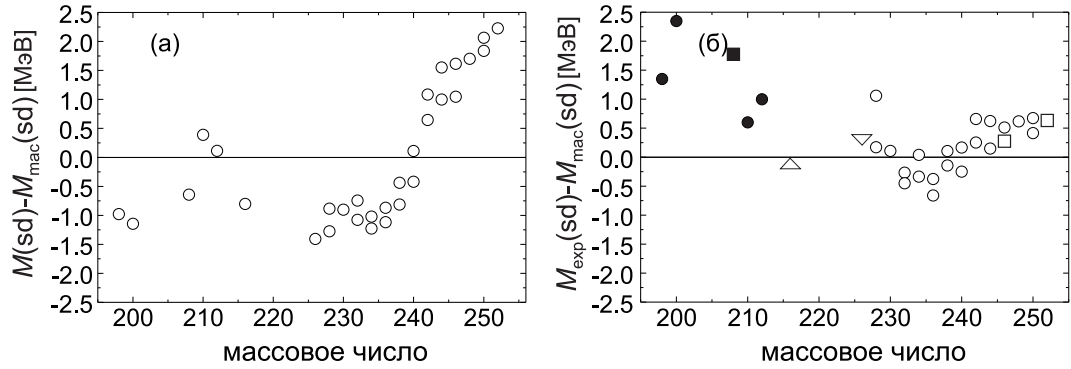


Рис. А.4: Разница между массой ядра в седловой точке, полученной в макроскопической модели, и: макромикроскопической модели (а); экспериментальными данными (точки — [379], открытые кружки — [380], открытые квадраты — [381], закрашенные квадраты — [382], треугольник вверх — [383] и треугольник вниз — [384]) (б) как функция массового числа делящегося ядра.

Напротив, с математической точки зрения, для конфигураций седловой точки с более выраженной шейкой, соответствующих внешнему барьеру, условия топографической теоремы не выполняются. Поскольку для ядер в области актинидов с параметром делимости $Z^2/A > 36$ внутренний барьер является более высоким, то ожидается, что топографическая теорема будет справедлива для этих ядер в пределах 1.5 МэВ. Итак, для этих ядер *масса системы в седловой точке по существу является макроскопической величиной*. Это действительно необычный случай, поскольку на подавляющее большинство ядерных наблюдаемых сильно влияют микроскопические эффекты, такие как оболочечная структура и парные корреляции.

Согласно нашим выводам, сделанным из расчетов многомерной потенциальной энергии в схематической модели, для ядер, более легких, чем уран, для которых внешний барьер является самым высоким, математические условия справедливости топографической теоремы не выполняются. Поэтому можно ожидать увеличения отклонения массы в седловой точке от ее макроскопического значения с уменьшением массового числа ядер, поскольку седловая точка смещается к разрыву и оболочечные эффекты формирующихся осколков все больше влияют на его топологические свойства. Тем не менее, существенное отклонение не наблюдается ни в наших расчетах, ни в предыдущих [377, 378]. По нашему мнению, это объясняется следующим: отклонение массы в седловой точке от макроскопического значения не может превышать амплитуду оболочечной поправки. Наиболее сильные оболочечные эффекты, значительно влияющие на процесс деления, соответствуют $Z = 50$ и 82 и $N = 82$ и 126 для сферических ядер и $N \simeq 86$ — для деформированных. Однако долины деления, определяемые этими магическими числами, расположены для легких делящихся ядер при больших массовых асимметриях и, следовательно, практически не влияют на топологические свойства седловой точки. Можно сделать такой же вывод, анализируя, например, массовые рас-

пределения осколков деления легких ядер. В работе [385] наблюдалось влияние оболочечных эффектов на массовые распределения осколков низкоэнергетического деления ядер ^{198}Ir до ^{213}At , но было обнаружено, что это влияние достаточно мало в рассматриваемой области масс. Итак, макромикроскопический барьер деления все же довольно близок к макроскопическому барьеру также для ядер легче урана, независимо от того, что топографическая теорема здесь более не действительна, поскольку сильные эффекты оболочек, ответственные за появление асимметричных каналов деления, теряют свое влияние для ядер с $A < 226$ [386].

Следует также сделать некоторые замечания относительно применимости топографической теоремы в случае СТЯ. Нет никакой причины, чтобы теорема была недействительна, но нужно правильно определить положение макроскопической седловой точки. Макроскопический барьер деления в этой области равен нулю, и поэтому макроскопическая седловая точка совпадает с макроскопическим основным состоянием. Это означает, что масса системы в седловой точке, которая определяется величиной оболочечной поправки, должна быть близка к макроскопической массе сферического ядра. Однако как указывает Святецкий [376], следует учитывать систематическую поправку к макроскопической массе седловой точки, что связано с тем, что макроскопическая энергия в истинной седловой точке систематически ниже макроскопической энергии в сферической форме. Эта коррекция меньше для ядер со сферическим основным состоянием и больше для деформированных ядер.

Библиография

- [1] A. Sobiczewski, F. A. Gareev, B. N. Kalinkin; Closed shells for $Z > 82$ and $N > 126$ in a diffuse potential well // *Physics Letters*. — 1966. — Vol. 22, no. 4. — Pp. 500 – 502.
- [2] U. Mosel, B. Fink, W. Greiner; in Memorandum zur Errichtung eines gemeinsamen Ausbildungszentrums für Kernphysik der Hessischen Hochschulen. — Darmstadt, Frankfurt am Main, and Marburg, 1966.
- [3] Kosuke Morita; SHE research at RIKEN/GARIS // *Nuclear Physics A*. — 2015. — Vol. 944, no. Supplement C. — Pp. 30 – 61. — Special Issue on Superheavy Elements.
- [4] Yuri Oganessian; Heaviest nuclei from ^{48}Ca -induced reactions // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. — 2007. — Vol. 34, no. 4. — Pp. R165 – R242.
- [5] Yu. Ts. Oganessian, V. K. Utyonkov; Super-heavy element research // *Reports on Progress in Physics*. — 2015. — Vol. 78, no. 3. — P. 036301.
- [6] Sergey Dmitriev, Mikhail Itkis, Yuri Oganessian; Status and perspectives of the Dubna superheavy element factory // *EPJ Web Conf*. — 2016. — Vol. 131. — P. 08001.
- [7] V. K. Utyonkov, N. T. Brewer, Yu. Ts. Oganessian et al.; Experiments on the synthesis of superheavy nuclei ^{284}Fl and ^{285}Fl in the $^{239,240}\text{Pu} + ^{48}\text{Ca}$ reactions // *Phys. Rev. C*. — 2015. — Vol. 92. — P. 034609.
- [8] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, Walter Greiner; Possibilities for synthesis of new isotopes of superheavy elements in fusion reactions // *Phys. Rev. C*. — 2012. — Vol. 85. — P. 014608.
- [9] Valery Zagrebaev, Walter Greiner; Synthesis of superheavy nuclei: A search for new production reactions // *Phys. Rev. C*. — 2008. — Vol. 78. — P. 034610.
- [10] V. I. Zagrebaev, W. Greiner; Cross sections for the production of superheavy nuclei // *Nuclear Physics A*. — 2015. — Vol. 944, no. Supplement C. — Pp. 257 – 307. — Special Issue on Superheavy Elements.

- [11] A. N. Kuzmina, G. G. Adamian, N. V. Antonenko, W. Scheid; Influence of proton shell closure on production and identification of new superheavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2012. — Vol. 85. — P. 014319.
- [12] K. Siwek-Wilczyńska, T. Cap, M. Kowal et al.; Predictions of the fusion-by-diffusion model for the synthesis cross sections of $Z = 114$ – 120 elements based on macroscopic-microscopic fission barriers // *Phys. Rev. C*. — 2012. — Vol. 86. — P. 014611.
- [13] M. G. Itkis, J. Äystö, S. Beghini et al.; Shell effects in fission and quasi-fission of heavy and superheavy nuclei // *Nuclear Physics A*. — 2004. — Vol. 734, no. Supplement C. — Pp. 136 – 147.
- [14] W. U. Schröder, J. R. Huizenga; Damped Nuclear Reactions // *Treatise on Heavy-Ion Science: Volume 2: Fusion and Quasi-Fusion Phenomena* / Ed. by D. Allan Bromley. — Boston, MA: Springer US, 1985. — Pp. 113 – 726.
- [15] C. L. Jiang, K. E. Rehm, H. Esbensen et al.; Hindrance of heavy-ion fusion at extreme sub-barrier energies in open-shell colliding systems // *Phys. Rev. C*. — 2005. — Vol. 71. — P. 044613.
- [16] В. В. Волков; Ядерные реакции глубоконеупругих передач. — Москва: Энергоиздат, 1982. — 183 с.
- [17] V. V. Volkov; Deep inelastic transfer reactions — The new type of reactions between complex nuclei // *Physics Reports*. — 1978. — Vol. 44, no. 2. — Pp. 93 – 157.
- [18] J. Péter, C. Ngô, F. Plasil et al.; Quasi-fission and other strongly damped collisions between ^{63}Cu ions and ^{197}Au nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1977. — Vol. 279, no. 1. — Pp. 110 – 124.
- [19] A. C. Berriman, D. J. Hinde, M. Dasgupta et al.; Unexpected inhibition of fusion in nucleus-nucleus collisions // *Nature*. — 2001. — Vol. 413, no. 6852. — Pp. 144 – 147.
- [20] S. J. Steer, Zs. Podolyák, S. Pietri et al.; Isomeric decay studies in neutron-rich $N \simeq 126$ nuclei // *International Journal of Modern Physics E*. — 2009. — Vol. 18, no. 04. — Pp. 1002 – 1007.
- [21] J. Kurcewicz, F. Farinon, H. Geissel et al.; Discovery and cross-section measurement of neutron-rich isotopes in the element range from neodymium to platinum with the FRS // *Physics Letters B*. — 2012. — Vol. 717, no. 4. — Pp. 371 – 375.
- [22] A. G. Artukh, G. F. Gridnev, V. L. Mikheev et al.; Transfer reactions in the interaction of ^{40}Ar with ^{232}Th // *Nuclear Physics A*. — 1973. — Vol. 215, no. 1. — Pp. 91 – 108.

- [23] C. H. Dasso, G. Pollarolo, A. Winther; Systematics of Isotope Production with Radioactive Beams // *Phys. Rev. Lett.* — 1994. — Vol. 73. — Pp. 1907 – 1910.
- [24] R. Broda; Spectroscopic studies with the use of deep-inelastic heavy-ion reactions // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics.* — 2006. — Vol. 32, no. 6. — Pp. R151 – R192.
- [25] Valery Zagrebaev, Walter Greiner; New way for the production of heavy neutron-rich nuclei // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics.* — 2008. — Vol. 35, no. 12. — P. 125103.
- [26] L. Corradi, G. Pollarolo, S. Szilner; Multinucleon transfer processes in heavy-ion reactions // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics.* — 2009. — Vol. 36, no. 11. — P. 113101.
- [27] V. I. Zagrebaev, Walter Greiner; Production of heavy and superheavy neutron-rich nuclei in transfer reactions // *Phys. Rev. C.* — 2011. — Vol. 83. — P. 044618.
- [28] A. V. Karpov, V. V. Saiko; Modeling near-barrier collisions of heavy ions based on a Langevin-type approach // *Phys. Rev. C.* — 2017. — Vol. 96. — P. 024618.
- [29] Zhao-Qing Feng; Production of neutron-rich isotopes around $N = 126$ in multinucleon transfer reactions // *Phys. Rev. C.* — 2017. — Vol. 95. — P. 024615.
- [30] E. M. Kozulin, E. Vardaci, G. N. Knyazheva et al.; Mass distributions of the system $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ at laboratory energies around the Coulomb barrier: A candidate reaction for the production of neutron-rich nuclei at $N = 126$ // *Phys. Rev. C.* — 2012. — Vol. 86. — P. 044611.
- [31] K. Novikov, E. M. Kozulin, I. M. Harca et al.; Production and investigation of neutron-rich Osmium isotopes with and around $N = 126$ using gas flow transport method // *Journal of Physics: Conference Series.* — 2014. — Vol. 515, no. 1. — P. 012016.
- [32] Y. X. Watanabe, Y. H. Kim, S. C. Jeong et al.; Pathway for the Production of Neutron-Rich Isotopes around the $N = 126$ Shell Closure // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 115. — P. 172503.
- [33] J. S. Barrett, W. Loveland, R. Yanez et al.; $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ reaction: A test of models of multinucleon transfer reactions // *Phys. Rev. C.* — 2015. — Vol. 91. — P. 064615.
- [34] S. Heinz, O. Beliuskina, V. Comas et al.; Nuclear molecule formation and time delay in collisions of nuclei with $Z_1 + Z_2 \geq 110$ // *Eur. Phys. J. A.* — 2015. — Vol. 51, no. 11. — P. 140.

- [35] Г. Д. Адеев, А. В. Карпов, П. Н. Надточий, Д. В. Ванин; Многомерный стохастический подход к динамике деления возбужденных ядер // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. — 2005. — Т. 36, № 4. — С. 732 – 820.
- [36] A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, Y. Aritomo et al. Potential energy of heavy nuclear system in low-energy fusion-fission processes // *Int. Symp. on Exotic Nuclei, EXON06* / Ed. by Yu. E. Penionzhkevich, E. A. Cherepanov; Khanty-Mansiysk, 2006. — Vol. 912. — New-York: AIP, 2007. — Pp. 286 – 296.
- [37] A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, Y. Aritomo et al. Time-dependent potential energy for fusion and fission processes // *Dynamical Aspects of Nuclear Fission, DANF06* / Ed. by J. Kliman, M. G. Itkis, S. Gmuca; Smolenice Castle, 2006. — Singapore: World Scientific, 2008. — Pp. 112 – 123.
- [38] В. И. Загребаев, А. В. Карпов, Я. Аритомо и др.; Потенциальная энергия тяжелой ядерной системы в процессах слияния-деления // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. — 2007. — Т. 38, № 4. — С. 893 – 491.
- [39] A. V. Karpov, A. Kelić, K.-H. Schmidt; On the topographical properties of fission barriers // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. — 2008. — Vol. 35, no. 3. — P. 035104.
- [40] А. С. Деникин А. В. Карпов, , А. П. Алексеев и др. Сетевая ядерно-физическая база знаний // *Научный сервис в сети Интернет: решение больших задач / Новороссийск, 2008. — Москва: МГУ, 2008. — С. 393 – 395.*
- [41] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, Walter Greiner; True ternary fission of superheavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2010. — Vol. 81. — P. 044608.
- [42] A. S. Denikin, V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov et al. Web knowledge base on low-energy nuclear physics // *Proc. of 2nd South Africa – JINR Symposium: Models and Methods in Few- and Many-Body Systems / JINR, Dubna. — Dubna: JINR, 2010. — Pp. 145 – 154.*
- [43] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, I. N. Mishustin, Walter Greiner; Production of heavy and superheavy neutron-rich nuclei in neutron capture processes // *Phys. Rev. C*. — 2011. — Vol. 84. — P. 044617.
- [44] A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, Walter Greiner; True ternary fission and quasifission of superheavy nuclear systems // *EPJ Web of Conferences*. — 2011. — Vol. 17. — P. 10002.

- [45] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, I. N. Mishustin, W. Greiner; New prospects in synthesis and study of neutron rich heavy nuclei // *EPJ Web of Conferences*. — 2011. — Vol. 17. — P. 12003.
- [46] Alexander Karpov, Valery Zagrebaev, Walter Greiner; Extension of the periodic system: superheavy, superstrange, antimatter nuclei // *International Journal of Modern Physics E*. — 2011. — Vol. 20, no. supp01. — Pp. 263 – 280.
- [47] A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, Y. Martinez Palenzuela, Walter Greiner; Superheavy Nuclei: Decay and Stability // *Exciting Interdisciplinary Physics: Quarks and Gluons / Atomic Nuclei / Relativity and Cosmology / Biological Systems / Ed. by Walter Greiner*. — Heidelberg: Springer International Publishing, 2013. — Pp. 69 – 79.
- [48] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, I. N. Mishustin, Walter Greiner; Superheavies: Short-Term Experiments and Far-Reaching Designs // *Exciting Interdisciplinary Physics: Quarks and Gluons / Atomic Nuclei / Relativity and Cosmology / Biological Systems / Ed. by Walter Greiner*. — Heidelberg: Springer International Publishing, 2013. — Pp. 55 – 67.
- [49] A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, Y. Martinez Palenzuela et al.; Decay properties and stability of heaviest elements // *International Journal of Modern Physics E*. — 2012. — Vol. 21, no. 02. — P. 1250013.
- [50] A. Adel, V.A. Rachkov, A.V. Karpov et al.; Effect of neutron rearrangement on subbarrier fusion reactions // *Nuclear Physics A*. — 2012. — Vol. 876, no. Supplement C. — Pp. 119 – 130.
- [51] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, I. N. Mishustin, Walter Greiner; Superheavies: Theoretical incitements and predictions // *Exploring Fundamental Issues in Nuclear Physics*. — Singapore: World Scientific, 2012. — Pp. 32–43.
- [52] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, I. N. Mishustin, Walter Greiner; Formation of super-heavy elements in astrophysical nucleosynthesis // *AIP Conference Proceedings*. — 2012. — Vol. 1491, no. 1. — Pp. 269–272.
- [53] V. A. Rachkov, A. Adel, A. V. Karpov et al.; Effect of neutron transfer in the fusion process near and below the Coulomb barrier // *AIP Conference Proceedings*. — 2012. — Vol. 1491, no. 1. — Pp. 381–382.
- [54] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, Walter Greiner; Ternary fission and quasi-fission of superheavy nuclei and giant nuclear systems // *Seminar on Fission*. — Singapore: World Scientific, 2012. — Pp. 289 – 296.

- [55] Y. Martinez Palenzuela, L. Felipe Ruiz, A. Karpov, W. Greiner; Systematic Study of Decay Properties of Heaviest Elements // *Известия РАН. Сер. физическая*. — 2012. — Т. 76, № 11. — С. 1304 – 1310.
- [56] Paul Indelicato, Alexander Karpov; Theoretical physics: Sizing up atoms // *Nature*. — 2013. — Vol. 498. — Pp. 40 – 41.
- [57] В. А. Рачков, А. Адель, А. В. Карпов и др.; Влияние каналов нейтронных передач на процессы слияния слабосвязанных ядер при подбарьерных энергиях // *Известия РАН. Сер. физическая*. — 2013. — Т. 77, № 4. — С. 458 – 462.
- [58] A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, W. Greiner. Superheavy nuclei: which regions of nuclear map are accessible for the nearest studies // First International African Symposium on Exotic Nuclei / Ed. by Evgeni Cherepanov et al.; Cape Town, 2013. — Singapore: World Scientific, 2015. — Pp. 541 – 548.
- [59] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, Walter Greiner; Synthesis of neutron enriched heavy and superheavy nuclei // *Fission and Properties of Neutron-Rich Nuclei*. — Singapore: World Scientific, 2013. — Pp. 127 – 134.
- [60] Valeriy Zagrebaev, Alexander Karpov, Walter Greiner; Future of superheavy element research: Which nuclei could be synthesized within the next few years? // *Journal of Physics: Conference Series*. — 2013. — Vol. 420, no. 1. — P. 012001.
- [61] V. A. Rachkov, A. V. Karpov, A. S. Denikin, V. I. Zagrebaev; Examining the enhancement of sub-barrier fusion cross sections by neutron transfer with positive Q values // *Phys. Rev. C*. — 2014. — Vol. 90. — P. 014614.
- [62] A. V. Karpov, V. A. Rachkov, A. Adel et al. Sub-barrier fusion: does rearrangement of neutrons play a role? // Int. Symp. on Exotic Nuclei, EXON14 / Ed. by Yu. E. Penionzhkevich, Yu. G. Sobolev; Kaliningrad, 2014. — Singapore: World Scientific, 2015. — Pp. 103 – 112.
- [63] V. I. Zagrebaev, A. V. Karpov, Walter Greiner; Synthesis of superheavy nuclei: Obstacles and opportunities // *EPJ Web of Conferences*. — 2015. — Vol. 86. — P. 00066.
- [64] A. V. Karpov, V. A. Rachkov, A. S. Denikin, V. I. Zagrebaev; Role of neutron rearrangement channels in sub-barrier fusion // *EPJ Web of Conferences*. — 2015. — Vol. 86. — P. 00017.
- [65] Valeriy Zagrebaev, Alexander Karpov, Walter Greiner; Synthesis of Superheavy Nuclei: Nearest and Distant Opportunities // *Act. Phys. Pol. B*. — 2014. — Vol. 45. — Pp. 291 – 302.

- [66] В. А. Рачков, А. В. Карпов, А. С. Деникин, В. И. Загребаев; Усиливает ли перераспределение нейтронов подбарьерное слияние атомных ядер? // *Известия РАН. Сер. физическая*. — 2014. — Т. 78, № 11. — С. 1381 – 1387.
- [67] A. V. Karpov, V. A. Rachkov, V. V. Samarin; Quantum coupled-channels model of nuclear fusion with a semiclassical consideration of neutron rearrangement // *Phys. Rev. C*. — 2015. — Vol. 92. — P. 064603.
- [68] А. В. Карпов, А. С. Деникин, А. П. Алексеев и др. Анализ характеристик распада атомных ядер в рамках сетевой базы знаний NRV по низкоэнергетической ядерной физике // Научный сервис в сети Интернет: труды XVII Всероссийской научной конференции / Новороссийск, 2015. — Москва: НПМ им. М. В. Келдыша, 2015. — С. 119 – 126.
- [69] A. V. Karpov; Ternary fission of a heavy nuclear system within a three-center shell model // *Phys. Rev. C*. — 2016. — Vol. 94. — P. 064615.
- [70] А. В. Карпов, А. С. Деникин, А. П. Алексеев и др.; Сетевая база знаний NRV по ядерной физике низких энергий // *Ядерная Физика*. — 2016. — Т. 79, № 5. — С. 520 – 532.
- [71] Chikako Ishizuka, Satoshi Chiba, Alexander V. Karpov, Yoshihiro Aritomo; Dynamical approach to isotopic-distribution of fission fragments from actinide nuclei // *EPJ Web of Conferences*. — 2016. — Vol. 122. — P. 01003.
- [72] A. V. Karpov, V. V. Saiko. Production of neutron-rich nuclei in $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ multinucleon transfer reaction // *Int. Symp. on Exotic Nuclei, EXON16* / Ed. by Yu. E. Penionzhkevich, Yu. G. Sobolev; Kanaz', 2014. — Singapore: World Scientific, 2017. — Pp. 249 – 255.
- [73] A. V. Karpov, V. I. Zagrebaev, W. Greiner; Perspectives of Heavy and Superheavy Nuclei Research // *New Horizons in Fundamental Physics* / Ed. by Stefan Schramm, Mirko Schäfer. — Cham: Springer International Publishing, 2017. — Pp. 31 – 40.
- [74] В. А. Рачков, А. В. Карпов, В. В. Самарин; Полуэмпирическая модель перераспределения нейтронов в квантовом подходе сильной связи каналов // *Известия РАН. Сер. физическая*. — 2016. — Т. 80, № 3. — С. 304 – 313.
- [75] A. V. Karpov, A. S. Denikin, M. A. Naumenko et al.; NRV web knowledge base on low-energy nuclear physics // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*. — 2017. — Vol. 859, no. Supplement C. — Pp. 112 – 124.

- [76] A. V. Karpov, V. V. Saiko; Study of deep inelastic collisions within multidimensional dynamical model // *Physics of Particles and Nuclei Letters*. — 2017. — Vol. 14. — Pp. 817–821.
- [77] Alexander Karpov, Vyacheslav Saiko; Production of neutron-rich nuclides in the vicinity of $N = 126$ shell closure in multinucleon transfer reactions // *EPJ Web of Conferences*. — 2017. — Vol. 163. — P. 00027.
- [78] R. Bass; Fusion reactions: Successes and limitations of a one-dimensional description, Ed. by W. von Oertzen. — Springer Berlin Heidelberg, 1980. — Vol. 117 of *Lecture Notes in Physics*. — Pp. 281 – 293.
- [79] Werner Scheid, Rainer Ligensa, Walter Greiner; Ion-Ion Potentials and the Compressibility of Nuclear Matter // *Phys. Rev. Lett.* — 1968. — Vol. 21. — Pp. 1479 – 1482.
- [80] W. Greiner, J. Y. Park, W. Scheid; Nuclear Molecules. — Singapore: World Scientific, 1995. — 496 pp.
- [81] В. И. Загребяев, В. В. Самарин; Роль нейтронов в реакциях слияния атомных ядер // *Ядерная Физика*. — 2007. — Т. 70, № 6. — С. 1038 – 1051.
- [82] V. I. Zagrebaev; Synthesis of superheavy nuclei: Nucleon collectivization as a mechanism for compound nucleus formation // *Phys. Rev. C*. — 2001. — Vol. 64. — P. 034606.
- [83] V. I. Zagrebaev; New Approach to Description of Fusion-fission Dynamics in Superheavy Element Formation // *J. Nucl. Rad. Sci.* — 2002. — Vol. 3. — Pp. 13 – 16.
- [84] П. А. Черданцев, В. Е. Маршалкин // *Изв. АН СССР, Серия физическая*. — 1966. — Т. 30. — С. 341.
- [85] U. Mosel, J. Maruhn, W. Greiner; Asymptotically correct shell model for asymmetric fission // *Physics Letters B*. — 1971. — Vol. 34, no. 7. — Pp. 587 – 590.
- [86] Joachim Maruhn, Walter Greiner; The asymmetric two center shell model // *Zeitschrift für Physik*. — 1972. — Vol. 251, no. 5. — Pp. 431 – 457.
- [87] H. J. Krappe, J. R. Nix, A. J. Sierk; Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations // *Phys. Rev. C*. — 1979. — Vol. 20. — Pp. 992 – 1013.

- [88] Arnold J. Sierk; Macroscopic model of rotating nuclei // *Phys. Rev. C.* — 1986. — Vol. 33. — Pp. 2039 – 2053.
- [89] P. Möller, J. R. Nix, W. D. Myers, W. J. Swiatecki; Nuclear Ground-State Masses and Deformations // *Atomic Data and Nuclear Data Tables.* — 1995. — Vol. 59, no. 2. — Pp. 185 – 381.
- [90] J. Błocki, J. Randrup, W. J. Świątecki, C. F. Tsang; Proximity forces // *Annals of Physics.* — 1977. — Vol. 105, no. 2. — Pp. 427 – 462.
- [91] Ö. Akyüz, A. Winther. in Nuclear Structure and Heavy-Ion Collisions // Int. School of Physics “Enrico Fermi” / Ed. by R. A. Broglia, C. H. Dasso, R. A. Ricci. — Vol. LXXVII. — Amsterdam: North-Holland, 1981. — P. 492.
- [92] I. I. Gontchar, M. Dasgupta, D. J. Hinde et al.; Importance of geometrical corrections to fusion barrier calculations for deformed nuclei // *Phys. Rev. C.* — 2002. — Vol. 65. — P. 034610.
- [93] В. И. Загребаев, В. В. Самарин; Околобарьерное слияние тяжелых ядер. Связь каналов // *Ядерная Физика.* — 2004. — Т. 67, № 8. — С. 1488 – 1502.
- [94] Keith A. Brueckner, J. Robert Buchler, Michael M. Kelly; New Theoretical Approach to Nuclear Heavy-Ion Scattering // *Phys. Rev.* — 1968. — Vol. 173. — Pp. 944 – 949.
- [95] C. Ngô, B. Tamain, M. Beiner et al.; Properties of heavy ion interaction potentials calculated in the energy density formalism // *Nuclear Physics A.* — 1975. — Vol. 252, no. 1. — Pp. 237 – 252.
- [96] V. Yu. Denisov, W. Nörenberg; Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei // *Eur. Phys. J. A.* — 2002. — Vol. 15, no. 3. — Pp. 375 – 388.
- [97] M. Brack, C. Guet, H.-B. Håkansson; Selfconsistent semiclassical description of average nuclear properties—a link between microscopic and macroscopic models // *Physics Reports.* — 1985. — Vol. 123, no. 5. — Pp. 275 – 364.
- [98] G. R. Satchler, W. G. Love; Folding model potentials from realistic interactions for heavy-ion scattering // *Physics Reports.* — 1979. — Vol. 55, no. 3. — Pp. 183 – 254.
- [99] G. Bertsch, J. Borysowicz, H. McManus, W. G. Love; Interactions for inelastic scattering derived from realistic potentials // *Nuclear Physics A.* — 1977. — Vol. 284, no. 3. — Pp. 399 – 419.
- [100] M. Lacombe, B. Loiseau, J. M. Richard et al.; Parametrization of the Paris $N - N$ potential // *Phys. Rev. C.* — 1980. — Vol. 21. — Pp. 861 – 873.

- [101] N. Anantaraman, H. Toki, G. F. Bertsch; An effective interaction for inelastic scattering derived from the Paris potential // *Nuclear Physics A*. — 1983. — Vol. 398. — Pp. 269 – 278. — Provided by the SAO/NASA Astrophysics Data System.
- [102] Bikash Sinha, Steven A. Moszkowski; The nucleus-nucleus interaction potential using density-dependent delta interaction // *Physics Letters B*. — 1979. — Vol. 81, no. 3. — Pp. 289 – 294.
- [103] A. K. Chaudhuri, D. N. Basu, Bikash Sinha; An α -nucleus optical potential using a realistic effective interaction // *Nuclear Physics A*. — 1985. — Vol. 439, no. 3. — Pp. 415 – 426.
- [104] Dao Tien Khoa; Exchange effects in nuclear rainbow scattering // *Nuclear Physics A*. — 1988. — Vol. 484, no. 2. — Pp. 376 – 396.
- [105] F. Petrovich, H. McManus, V. A. Madsen, J. Atkinson; Finite-Nucleus G Matrix in the Microscopic Description of Inelastic Proton Scattering // *Phys. Rev. Lett.* — 1969. — Vol. 22. — Pp. 895 – 899.
- [106] W. G. Love, L. W. Owen; Exchange effects from realistic interactions in the reformulated optical model // *Nuclear Physics A*. — 1975. — Vol. 239, no. 1. — Pp. 74 – 82.
- [107] G. R. Satchler, W. G. Love; A new interaction for heavy-ion scattering // *Physics Letters B*. — 1976. — Vol. 65, no. 5. — Pp. 415 – 418.
- [108] A. M. Kobos, B. A. Brown, P. E. Hodgson et al.; Folding model analysis of α -particle elastic scattering with a semirealistic density-dependent effective interaction // *Nuclear Physics A*. — 1982. — Vol. 384, no. 1. — Pp. 65 – 87.
- [109] Dao T. Khoa, W. von Oertzen; A nuclear matter study using the density dependent M3Y interaction // *Physics Letters B*. — 1993. — Vol. 304, no. 1. — Pp. 8 – 16.
- [110] Dao T. Khoa, W. von Oertzen; Refractive alpha-nucleus scattering: a probe for the incompressibility of cold nuclear matter // *Physics Letters B*. — 1995. — Vol. 342, no. 1. — Pp. 6 – 12.
- [111] Dao T. Khoa, G. R. Satchler, W. von Oertzen; Nuclear incompressibility and density dependent NN interactions in the folding model for nucleus-nucleus potentials // *Phys. Rev. C*. — 1997. — Vol. 56. — Pp. 954 – 969.
- [112] Ş. Mişicu, H. Esbensen; Hindrance of Heavy-Ion Fusion due to Nuclear Incompressibility // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96. — P. 112701.

- [113] Eiji Uegaki, Yasuhisa Abe; A Molecular Model for High-Spin Heavy-Ion Resonances // *Progress of Theoretical Physics*. — 1993. — Vol. 90, no. 3. — Pp. 615 – 664.
- [114] G. G. Adamian, N. V. Antonenko, R. V. Jolos et al.; Effective nucleus-nucleus potential for calculation of potential energy of a dinuclear system // *International Journal of Modern Physics E*. — 1996. — Vol. 5, no. 1. — Pp. 191 – 216.
- [115] А. Б. Мигдал; Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. — М.: Наука, 1983. — 432 с.
- [116] E. G. Nadjakov, K. P. Marinova, Y. P. Gangrsky; Systematics of Nuclear Charge Radii // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 1994. — Vol. 56, no. 1. — Pp. 133 – 157.
- [117] I. Angeli, K. P. Marinova; Table of experimental nuclear ground state charge radii: An update // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2013. — Vol. 99, no. 1. — Pp. 69 – 95.
- [118] V. I. Zagrebaev, A. S. Denikin, A. V. Karpov et al.; NRV web knowledge base on low-energy nuclear physics. <http://nrv.jinr.ru/>.
- [119] Henning Esbensen, Şerban Mişicu; Hindrance of $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$ fusion at extreme sub-barrier energies // *Phys. Rev. C*. — 2007. — Vol. 76. — P. 054609.
- [120] P. J. Mofa, C. B. Dover, J. P. Vary; Folding model description of heavy ion inelastic scattering // *Phys. Rev. C*. — 1977. — Vol. 16. — Pp. 1857 – 1864.
- [121] F. Carstoiu, R. J. Lombard; A new method of evaluating folding type integrals // *Annals of Physics*. — 1992. — Vol. 217, no. 2. — Pp. 279 – 303.
- [122] Ş Mişicu, W. Greiner; Role of fragment orientations in the formation of fusion valleys of superheavy elements // *Phys. Rev. C*. — 2002. — Vol. 66. — P. 044606.
- [123] О. Бор, Б. Моттельсон; Структура атомного ядра. Ядерные деформации, Под ред. Л.А. Слива. — Москва: МИР, 1977. — Т. 2. — 664 с.
- [124] V. M. Strutinsky; Shell effects in nuclear masses and deformation energies // *Nuclear Physics A*. — 1967. — Vol. 95, no. 2. — Pp. 420 – 442.
- [125] V. M. Strutinsky; “Shells” in deformed nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1968. — Vol. 122, no. 1. — Pp. 1 – 33.
- [126] M. Brack, Jens Damgaard, A. S. Jensen et al.; Funny Hills: The Shell-Correction Approach to Nuclear Shell Effects and Its Applications to the Fission Process // *Rev. Mod. Phys.* — 1972. — Vol. 44. — Pp. 320 – 405.

- [127] V. V. Pashkevich; On the asymmetric deformation of fissioning nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1971. — Vol. 169, no. 2. — Pp. 275 – 293.
- [128] M. Golin, F. Petrovich, D. Robson; Single nucleon knockout exchange contribution to nucleus-nucleus potentials // *Physics Letters B*. — 1976. — Vol. 64, no. 3. — Pp. 253 – 256.
- [129] S. Ćwiok, V. V. Pashkevich, J. Dudek, W. Nazarewicz; Fission barriers of transfermium elements // *Nuclear Physics A*. — 1983. — Vol. 410, no. 2. — Pp. 254 – 270.
- [130] S. Ćwiok, Z. Lojewski, V. V. Pashkevich; Fission barriers of odd-mass nuclei and odd nuclei with $100 \leq Z \leq 111$ // *Nuclear Physics A*. — 1985. — Vol. 444, no. 1. — Pp. 1 – 12.
- [131] V. V. Pashkevich; Precission shapes of symmetrically fissioning very heavy nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1988. — Vol. 477, no. 1. — Pp. 1 – 17.
- [132] Andrzej Baran, Krzysztof Pomorski, Andrzej Lukasiak, Adam Sobiczewski; A dynamic analysis of spontaneous-fission half-lives // *Nuclear Physics A*. — 1981. — Vol. 361, no. 1. — Pp. 83 – 101.
- [133] Zygmunt Patyk, Janusz Skalski, Adam Sobiczewski, Stefan Ćwiok; Potential energy and spontaneous-fission half-lives for heavy and superheavy nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1989. — Vol. 502, no. Supplement C. — Pp. 591 – 600.
- [134] R. Smolańczuk, J. Skalski, A. Sobiczewski; Spontaneous-fission half-lives of deformed superheavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 1995. — Vol. 52. — Pp. 1871 – 1880.
- [135] Robert Smolańczuk; Properties of the hypothetical spherical superheavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 1997. — Vol. 56. — Pp. 812 – 824.
- [136] P. Möller, J. R. Nix, W. J. Swiatecki; Calculated fission properties of the heaviest elements // *Nuclear Physics A*. — 1987. — Vol. 469, no. 1. — Pp. 1 – 50.
- [137] P. Möller, J. R. Nix, W. J. Swiatecki; New developments in the calculation of heavy-element fission barriers // *Nuclear Physics A*. — 1989. — Vol. 492, no. 3. — Pp. 349 – 387.
- [138] Peter Möller, Arnold J. Sierk, Akira Iwamoto; Five-Dimensional Fission-Barrier Calculations from ^{70}Se to ^{252}Cf // *Phys. Rev. Lett.* — 2004. — Vol. 92. — P. 072501.
- [139] A. Mamdouh, J. M. Pearson, M. Rayet, F. Tondeur; Large-scale fission-barrier calculations with the ETFSI method // *Nuclear Physics A*. — 1998. — Vol. 644, no. 4. — Pp. 389 – 414.

- [140] Erratum // *Nuclear Physics A*. — 1999. — Vol. 648, no. 3. — Pp. 282 – 283.
- [141] A. Mamdouh, J. M. Pearson, M. Rayet, F. Tondeur; Fission barriers of neutron-rich and superheavy nuclei calculated with the ETFSI method // *Nuclear Physics A*. — 2001. — Vol. 679, no. 3. — Pp. 337 – 358.
- [142] T. Bürvenich, M. Bender, J. A. Maruhn, P.-G. Reinhard; Systematics of fission barriers in superheavy elements // *Phys. Rev. C*. — 2004. — Vol. 69. — P. 014307.
- [143] H. Goutte, J. F. Berger, P. Casoli, D. Gogny; Microscopic approach of fission dynamics applied to fragment kinetic energy and mass distributions in ^{238}U // *Phys. Rev. C*. — 2005. — Vol. 71. — P. 024316.
- [144] J. M. Eisenberg, W. Greiner; *Nuclear Theory*. — Amsterdam: North-Holland, 1987. — Vol. 1. — 917 pp.
- [145] Г. Д. Адеев; Влияние динамических характеристик деления на формирование зарядового распределения осколков // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. — 1992. — Т. 23, № 6. — С. 1572 – 1615.
- [146] А. В. Карпов, Г. Д. Адеев; Ланжевеновское описание зарядового распределения осколков деления возбужденных ядер // *Ядерная Физика*. — 2002. — Т. 65. — С. 1637 – 1649.
- [147] A. V. Karpov, G. D. Adeev; Langevin description of charge fluctuations in fission of highly excited nuclei // *Eur. Phys. J. A*. — 2002. — Vol. 14, no. 2. — Pp. 169 – 178.
- [148] R. Vandenbosch, J. R. Huizenga; *Nuclear Fission*. — New York: Academic Press, 1973. — 422 pp.
- [149] Э. Хайд, И. Перлман, Г. Сиборг; Деление ядер. — Москва: Атомиздат, 1969. — Т. 5 из *Ядерные свойства тяжелых элементов*. — 360 с.
- [150] D. C. Hoffman, M. M. Hoffman; Post-Fission Phenomena // *Annual Review of Nuclear and Particle Science*. — 1974. — Vol. 24. — Pp. 151 – 208.
- [151] Г. Д. Адеев, Л. А. Филипенко, П. А. Черданцев; Поляризуемость ядерного вещества в делящемся ядре и зарядовое распределение осколков деления // *Ядерная Физика*. — 1976. — Vol. 23, no. 1. — Pp. 30 – 42.
- [152] R. W. Hasse; On the charge and shape polarization of fission fragments, fusing nuclei, or scattering heavy ions near contact // *Pramana*. — 1978. — Vol. 11. — Pp. 441 – 456.

- [153] R. W. Hasse, W. D. Myers; Geometrical Relationships of Macroscopic Nuclear Physics. Springer Series in Nuclear and Particle Physics. — Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 1988. — 141 pp.
- [154] В. М. Струтинский; Равновесная форма ядра в капельной модели с переменным поверхностным натяжением // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики*. — 1963. — Т. 45. — С. 1891 – 1899.
- [155] S. G. Nilsson; Binding States of Individual Nucleons in Strongly Deformed Nuclei // *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* — 1955. — Vol. 29, no. 16. — Pp. 74 – 82.
- [156] Sven Gösta Nilsson, Chin Fu Tsang, Adam Sobiczewski et al.; On the nuclear structure and stability of heavy and superheavy elements // *Nuclear Physics A*. — 1969. — Vol. 131, no. 1. — Pp. 1 – 66.
- [157] Peter Holzer, Ulrich Mosel, Walter Greiner; Double-centre oscillator and its application to fission // *Nuclear Physics A*. — 1969. — Vol. 138, no. 2. — Pp. 241 – 252.
- [158] W. D. Myers; Droplet model of Atomic Nuclei. — New York: IFI/Plenum, 1977. — 150 pp.
- [159] W. D. Myers, W. J. Swiatecki; Nuclear properties according to the Thomas-Fermi model // *Nuclear Physics A*. — 1996. — Vol. 601, no. 2. — Pp. 141 – 167.
- [160] M. Dahlinger, D. Vermeulen, K.-H. Schmidt; Empirical saddle-point and ground-state masses as a probe of the droplet model // *Nuclear Physics A*. — 1982. — Vol. 376, no. 1. — Pp. 94 – 130.
- [161] Akira Iwamoto, Peter Möller, J. Rayford Nix, Hiroyuki Sagawa; Collisions of deformed nuclei: A path to the far side of the superheavy island // *Nuclear Physics A*. — 1996. — Vol. 596, no. 2. — Pp. 329 – 354.
- [162] K. Nishio, H. Ikezoe, S. Mitsuoka, J. Lu; Fusion of deformed nuclei in the reactions of $^{76}\text{Ge}+^{150}\text{Nd}$ and $^{28}\text{Si}+^{198}\text{Pt}$ at the Coulomb barrier region // *Phys. Rev. C*. — 2000. — Vol. 62. — P. 014602.
- [163] S. Mitsuoka, H. Ikezoe, K. Nishio, J. Lu; Sub-barrier fusion of deformed nuclei in $^{60}\text{Ni}+^{154}\text{Sm}$ and $^{32}\text{S}+^{182}\text{W}$ reactions // *Phys. Rev. C*. — 2000. — Vol. 62. — P. 054603.
- [164] Yu. Ts. Oganessian, V. K. Utyonkov, Yu. V. Lobanov et al.; Measurements of cross sections and decay properties of the isotopes of elements 112, 114, and 116 produced in the fusion reactions $^{233,238}\text{U}$, ^{242}Pu , and $^{248}\text{Cm} + ^{48}\text{Ca}$ // *Phys. Rev. C*. — 2004. — Vol. 70. — P. 064609.

- [165] V. E. Oberacker, A. S. Umar, C. Simenel; Dissipative dynamics in quasifission // *Phys. Rev. C*. — 2014. — Vol. 90. — P. 054605.
- [166] A. S. Umar, V. E. Oberacker, C. Simenel; Fusion and quasifission dynamics in the reactions $^{48}\text{Ca} + ^{249}\text{Bk}$ and $^{50}\text{Ti} + ^{249}\text{Bk}$ using a time-dependent Hartree-Fock approach // *Phys. Rev. C*. — 2016. — Vol. 94. — P. 024605.
- [167] V. I. Zagrebaev; Fusion-Fission Dynamics of Super-Heavy Element Formation and Decay // *Proceedings of Tours Symposium on nuclear physics V*. — 2003. — Pp. 31 – 40.
- [168] I. M. Itkis, E. M. Kozulin, G. N. Knyazheva et al.; Inverse quasifission in the reactions $^{156,160}\text{Gd} + ^{186}\text{W}$ at the coulomb barrier energy // *Int. Symp. on Exotic Nuclei, EXON16*. — Singapore: World Scientific, 2017. — Pp. 181 – 185.
- [169] Shuhei Yamaji, H. Hofmann, R. Samhammer; Self-consistent transport coefficients for average collective motion at moderately high temperatures // *Nuclear Physics A*. — 1987. — Vol. 475, no. 3. — Pp. 487 – 518.
- [170] G. Bertsch; The collision integral in nuclear matter at zero temperature // *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei*. — 1978. — Vol. 289, no. 1. — Pp. 103 – 105.
- [171] W. Cassing, W. Nörenberg; On the role of memory effects for dissipation and diffusion in slow collective nuclear motion // *Nuclear Physics A*. — 1983. — Vol. 401, no. 3. — Pp. 467 – 489.
- [172] A. Diaz-Torres; Modeling of compound nucleus formation in the fusion of heavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2004. — Vol. 69. — P. 021603.
- [173] A. Diaz-Torres, W. Scheid; Two center shell model with Woods-Saxon potentials: Adiabatic and diabatic states in fusion // *Nuclear Physics A*. — 2005. — Vol. 757, no. 3. — Pp. 373 – 389.
- [174] Valery Zagrebaev, Walter Greiner; Unified consideration of deep inelastic, quasi-fission and fusion-fission phenomena // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. — 2005. — Vol. 31, no. 7. — P. 825.
- [175] C. Wagemans; Ternary Fission // *The Nuclear Fission Process* / Ed. by Cyriel Wagemans. — CRC Press, Boca Raton, 1991. — Pp. 545 – 584.
- [176] F. Gönnenwein, M. Wöstheinrich, M. Hesse et al. Systematic investigation of the emission of heavy ternary fission particles // *Seminar on Fission* / Ed. by Cyriel Wagemans. — Vol. IV. — Singapore: World Scientific, 1999. — P. 59.

- [177] Friedrich Gönnerwein, Manfred Mutterer, Yuri Kopatch; Ternary and quaternary fission // *Europhysics News*. — 2005. — Vol. 36, no. 1. — Pp. 11 – 15.
- [178] G. M. Ter-Akopian, A. V. Daniel, A. S. Fomichev и др.; New data on the ternary fission of ^{252}Cf from the Gammasphere facility // *Ядерная Физика*. — 2004. — Т. 67, № 10. — С. 1885 – 1890.
- [179] A. V. Ramayya, J. H. Hamilton, J. K. Hwang et al.; Binary and ternary fission studies with ^{252}Cf // *Progress in Particle and Nuclear Physics*. — 2001. — Vol. 46, no. 1. — Pp. 221 – 229.
- [180] W. J. Swiatecki // Second UN Int. Conf. on the Peaceful Uses of Atomic Energy / Geneva, 1958. — Vol. 15. — Geneva: United Nations, 1958. — Pp. 248 – 272.
- [181] Herbert Diehl, Walter Greiner; Theory of ternary fission in the liquid drop model // *Nuclear Physics A*. — 1974. — Vol. 229, no. 1. — Pp. 29 – 46.
- [182] A. R. Degheidy, J. A. Maruhn; A three-center shell model for ternary fission // *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei*. — 1979. — Vol. 290, no. 2. — Pp. 205 – 212.
- [183] R. A. Gherghescu, N. Carjan; Two and three fragment decay from $Z = 120$ isotopes // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. — 2009. — Vol. 36, no. 2. — P. 025106.
- [184] K. R. Vijayaraghavan, W. von Oertzen, M. Balasubramaniam; Kinetic energies of cluster fragments in ternary fission of ^{252}Cf // *Eur. Phys. J. A*. — 2012. — Vol. 48, no. 3. — P. 27.
- [185] K. R. Vijayaraghavan, M. Balasubramaniam, W. von Oertzen; Collinear versus triangular geometry: A ternary fission study // *Phys. Rev. C*. — 2014. — Vol. 90. — P. 024601.
- [186] W. von Oertzen, A. K. Nasirov, R. B. Tashkhodjaev; Multi-modal fission in collinear ternary cluster decay of $^{252}\text{Cf}(\text{sf},\text{fff})$ // *Physics Letters B*. — 2015. — Vol. 746, no. Supplement C. — Pp. 223 – 229.
- [187] M. L. Muga, C. R. Rice, W. A. Sedlacek; Ternary Fission of Heavy Nuclei // *Phys. Rev. Lett.* — 1967. — Vol. 18. — Pp. 404 – 408.
- [188] Patricia Schall, P. Heeg, M. Mutterer, J. P. Theobald; On symmetric tripartition in the spontaneous fission of ^{252}Cf // *Physics Letters B*. — 1987. — Vol. 191, no. 4. — Pp. 339 – 342.

- [189] D. V. Kamanin, Yu. V. Pyatkov; Clusterization in Ternary Fission // *Clusters in Nuclei*, Volume 3 / Ed. by Christian Beck. — Springer International Publishing, 2014. — Vol. 875 of *Lecture Notes in Physics*. — Pp. 183 – 246.
- [190] H. Schultheis, R. Schultheis; Ternary fission and the stability of superheavy elements // *Physics Letters B*. — 1974. — Vol. 49, no. 5. — Pp. 423 – 424.
- [191] G. Royer, F. Haddad, J. Mignen; On nuclear ternary fission // *Journal of Physics G: Nuclear and Particle Physics*. — 1992. — Vol. 18, no. 12. — Pp. 2015 – 2026.
- [192] М. Абрамовиц, И. Стиган; Справочник по специальным функциям. — Москва: Наука, 1979. — 832 с.
- [193] P. Fröbrich, I. I. Gontchar; Langevin description of fusion, deep-inelastic collisions and heavy-ion-induced fission // *Physics Reports*. — 1998. — Vol. 292, no. 3. — Pp. 131 – 237.
- [194] Yoshihiro Aritomo, Masahisa Ohta; Dynamical calculation for fusion-fission probability in superheavy mass region, where mass symmetric fission events originate // *Nuclear Physics A*. — 2004. — Vol. 744, no. Supplement C. — Pp. 3 – 14.
- [195] K. Hagino, N. Rowley, A. T. Kruppa; A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions // *Computer Physics Communications*. — 1999. — Vol. 123, no. 1. — Pp. 143 – 152.
- [196] Y. Abe, S. Ayik, P.-G. Reinhard, E. Suraud; On stochastic approaches of nuclear dynamics // *Physics Reports*. — 1996. — Vol. 275, no. 2. — Pp. 49 – 196.
- [197] Arnold J. Sierk; Langevin model of low-energy fission // *Phys. Rev. C*. — 2017. — Vol. 96. — P. 034603.
- [198] N. V. Antonenko, E. A. Cherepanov, A. K. Nasirov et al.; Competition between complete fusion and quasi-fission in reactions between massive nuclei. The fusion barrier // *Physics Letters B*. — 1993. — Vol. 319, no. 4. — Pp. 425 – 430.
- [199] G. G. Adamian, N. V. Antonenko, W. Scheid, V. V. Volkov; Treatment of competition between complete fusion and quasifission in collisions of heavy nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1997. — Vol. 627, no. 2. — Pp. 361 – 378.
- [200] Zhao-Qing Feng, Gen-Ming Jin, Jun-Qing Li, Werner Scheid; Production of heavy and superheavy nuclei in massive fusion reactions // *Nuclear Physics A*. — 2009. — Vol. 816, no. 1. — Pp. 33 – 51.

- [201] A. K. Nasirov, G. Mandaglio, G. Giardina et al.; Effects of the entrance channel and fission barrier in the synthesis of superheavy element $Z = 120$ // *Phys. Rev. C.* — 2011. — Vol. 84. — P. 044612.
- [202] Jörg Aichelin; “Quantum” molecular dynamics – a dynamical microscopic n-body approach to investigate fragment formation and the nuclear equation of state in heavy ion collisions // *Physics Reports.* — 1991. — Vol. 202, no. 5. — Pp. 233 – 360.
- [203] Ning Wang, Zhuxia Li, Xizhen Wu; Improved quantum molecular dynamics model and its applications to fusion reaction near barrier // *Phys. Rev. C.* — 2002. — Vol. 65. — P. 064608.
- [204] Ning Wang, Lu Guo; New neutron-rich isotope production in $^{154}\text{Sm}+^{160}\text{Gd}$ // *Physics Letters B.* — 2016. — Vol. 760, no. Supplement C. — Pp. 236 – 241.
- [205] Junlong Tian, Xizhen Wu, Kai Zhao et al.; Properties of the composite systems formed in the reactions of $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$ and $^{232}\text{Th} + ^{250}\text{Cf}$ // *Phys. Rev. C.* — 2008. — Vol. 77. — P. 064603.
- [206] Cheng Li, Fan Zhang, Jingjing Li et al.; Multinucleon transfer in the $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Pb}$ reaction // *Phys. Rev. C.* — 2016. — Vol. 93. — P. 014618.
- [207] A. S. Umar, V. E. Oberacker, J. A. Maruhn; Neutron transfer dynamics and doorway to fusion in time-dependent Hartree-Fock theory // *Eur. Phys. J. A.* — 2008. — Vol. 37, no. 2. — Pp. 245 – 250.
- [208] Cédric Simenel; Nuclear quantum many-body dynamics - From collective vibrations to heavy-ion collisions // *Eur. Phys. J. A.* — 2012. — Vol. 48, no. 11. — P. 152.
- [209] Kazuyuki Sekizawa, Kazuhiro Yabana; Time-dependent Hartree-Fock calculations for multinucleon transfer processes in $^{40,48}\text{Ca}+^{124}\text{Sn}$, $^{40}\text{Ca}+^{208}\text{Pb}$, and $^{58}\text{Ni}+^{208}\text{Pb}$ reactions // *Phys. Rev. C.* — 2013. — Vol. 88. — P. 014614.
- [210] A. S. Umar, C. Simenel, V. E. Oberacker; Energy dependence of potential barriers and its effect on fusion cross sections // *Phys. Rev. C.* — 2014. — Vol. 89. — P. 034611.
- [211] A. S. Umar, V. E. Oberacker; Time-dependent HF approach to SHE dynamics // *Nuclear Physics A.* — 2015. — Vol. 944. — Pp. 238 – 256. — Special Issue on Superheavy Elements.
- [212] Denis Lacroix, Sakir Ayik; Stochastic quantum dynamics beyond mean field // *Eur. Phys. J. A.* — 2014. — Vol. 50, no. 6. — P. 95.

- [213] В. В. Самарин; Описание реакций слияния и нуклонных передач в нестационарных подходах и методе сильной связи каналов // *Ядерная Физика*. — 2015. — Т. 78, № 1-2. — С. 133 – 146.
- [214] В. В. Самарин; Квантовое описание связи с каналами перераспределения нейтронов в реакциях слияния вблизи кулоновского барьера // *Ядерная Физика*. — 2015. — Т. 78, № 10. — С. 916 – 927.
- [215] Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшиц; Теоретическая физика. Статистическая физика. — Наука, Москва, 1976. — Т. 5. — 584 с.
- [216] Michael Diebel, Klaus Albrecht, Rainer W. Hasse; Microscopic calculations of fission barriers and critical angular momenta for excited heavy nuclear systems // *Nuclear Physics A*. — 1981. — Vol. 355, no. 1. — Pp. 66 – 92.
- [217] K. T. R. Davies, A. J. Sierk, J. R. Nix; Effect of viscosity on the dynamics of fission // *Phys. Rev. C*. — 1976. — Vol. 13. — Pp. 2385 – 2403.
- [218] В. С. Ставинский, Н. С. Работнов, А. А. Серегин; Вычисление эффективной массы в геометрической модели симметричного деления // *Ядерная Физика*. — 1969. — Т. 9. — С. 779 – 782.
- [219] А. А. Серегин; Расчеты эффективной массы и поля скоростей делящегося ядра в модели жидкой капли // *Ядерная Физика*. — 1992. — Т. 55. — С. 2639 – 2646.
- [220] F. A. Ivanyuk, V. M. Kolomietz, A. G. Magner; Liquid drop surface dynamics for large nuclear deformations // *Phys. Rev. C*. — 1995. — Vol. 52. — Pp. 678 – 684.
- [221] С. В. Радионов, Ф. А. Иванюк, В. М. Коломиец, Магнер А. Г.; Динамика деления возбужденных ядер в рамках модели жидкой капли // *Ядерная Физика*. — 2002. — Т. 65, № 5. — С. 856 – 863.
- [222] J. Blocki, Y. Boneh, J. R. Nix et al.; One-body dissipation and the super-viscosity of nuclei // *Annals of Physics*. — 1978. — Vol. 113, no. 2. — Pp. 330 – 386.
- [223] J. Randrup, W. J. Swiatecki; One-body dissipation and nuclear dynamics // *Annals of Physics*. — 1980. — Vol. 125, no. 1. — Pp. 193 – 226.
- [224] Arnold J. Sierk, J. Rayford Nix; Fission in a wall-and-window one-body-dissipation model // *Phys. Rev. C*. — 1980. — Vol. 21. — Pp. 982 – 987.
- [225] J. R. Nix, A. J. Sierk. Mechanism of nuclear dissipation in fission and heavy-ion reactions // *The International School-Seminar on Heavy Ion Physics* / Ed. by M. I. Zarubina, E. V. Ivashkevich; JINR, 1986. — Dubna: JINR, 1987. — Pp. 453 – 464.

- [226] J. R. Nix, A. J. Sierk. Mechanism of dissipation in heavy-ion reactions // the 6th Adriatic Conference on Nuclear Physics: Frontiers of Heavy Ion Physics / Ed. by N. et al. Cindro; Dubrovnik, 1987. — Singapore: World Scientific, 1990. — Pp. 333 – 340.
- [227] A. V. Karpov, P. N. Nadtochy, D. V. Vanin, G. D. Adeev; Three-dimensional Langevin calculations of fission fragment mass-energy distribution from excited compound nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2001. — Vol. 63. — P. 054610.
- [228] P. N. Nadtochy, G. D. Adeev, A. V. Karpov; More detailed study of fission dynamics in fusion-fission reactions within a stochastic approach // *Phys. Rev. C*. — 2002. — Vol. 65. — P. 064615.
- [229] А. В. Карпов. Описание распределений осколков деления возбужденных составных ядер в рамках трехмерной ланжевеновской динамики: Кандидатская диссертация / ОмГУ. — Омск, 2002.
- [230] E. S. Hernandez, W. D. Myers, J. Randrup, B. Remaud; Quantal dynamics of charge equilibration in damped nuclear collisions // *Nuclear Physics A*. — 1981. — Vol. 361, no. 2. — Pp. 483 – 501.
- [231] F. A. Ivanyuk, H. Hofmann, V. V. Pashkevich, S. Yamaji; Transport coefficients for shape degrees in terms of Cassini ovaloids // *Phys. Rev. C*. — 1997. — Vol. 55. — Pp. 1730 – 1746.
- [232] F.A. Ivanyuk, H. Hofmann; Pairing and shell effects in the transport coefficients of collective motion // *Nuclear Physics A*. — 1999. — Vol. 657, no. 1. — Pp. 19 – 58.
- [233] W. von Oertzen, H. G. Bohlen, B. Gebauer et al.; Quasi-elastic neutron transfer and pairing effects in the interaction of heavy nuclei // *Zeitschrift für Physik A Atomic Nuclei*. — 1987. — Vol. 326, no. 4. — Pp. 463 – 481.
- [234] K.-H. Schmidt, B. Jurado, C. Amouroux, C. Schmitt; General Description of Fission Observables: GEF Model Code // *Nuclear Data Sheets*. — 2016. — Vol. 131, no. Supplement C. — Pp. 107 – 221. — Special Issue on Nuclear Reaction Data.
- [235] GEF. <http://www.khs-erzhausen.de/GEF.html>.
- [236] В. Г. Недорезов, Ю. Н. Ранюк; Фотоделение ядер за гигантским резонансом. — Киев: Наукова думка, 1989. — 190 с.
- [237] K.-H. Schmidt, W. Morawek; The conditions for the synthesis of heavy nuclei // *Reports on Progress in Physics*. — 1991. — Vol. 54, no. 7. — Pp. 949 – 1003.

- [238] H. A. Kramers; Brownian motion in a field of force and the diffusion model of chemical reactions // *Physica*. — 1940. — Vol. 7, no. 4. — Pp. 284 – 304.
- [239] P. Möller, A. J. Sierk, T. Ichikawa, H. Sagawa; Nuclear ground-state masses and deformations: FRDM(2012) // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2016. — Vol. 109-110. — Pp. 1 – 204.
- [240] А. В. Игнатюк; Статистические свойства возбужденных атомных ядер. — Москва: Энергоатомиздат, 1983. — 175 с.
- [241] А. В. Игнатюк, М. Г. Иткис, В. Н. Околович и др.; Деление доактинидных ядер. Функции возбуждения реакции (α, f) // *Ядерная Физика*. — 1975. — Т. 21. — С. 1185 – 1205.
- [242] Stanley Cohen, Wladyslaw J. Swiatecki; The deformation energy of a charged drop: Part V: Results of electronic computer studies // *Annals of Physics*. — 1963. — Vol. 22, no. 3. — Pp. 406 – 437.
- [243] M. Wang, G. Audi, A. H. Wapstra et al.; The AME2012 atomic mass evaluation II // *Chinese Physics C*. — 2012. — Vol. 36. — Pp. 1603 – 2014.
- [244] V. I. Zagrebaev, Y. Aritomo, M. G. Itkis et al.; Synthesis of superheavy nuclei: How accurately can we describe it and calculate the cross sections? // *Phys. Rev. C*. — 2001. — Vol. 65. — P. 014607.
- [245] W. W. Wilcke, J. R. Birkelund, A. D. Hoover et al.; Bombarding-energy dependence of the $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$ reaction // *Phys. Rev. C*. — 1980. — Vol. 22. — Pp. 128 – 147.
- [246] W. U. Schröder, J. R. Birkelund, J. R. Huizenga et al.; Mechanisms of very heavy-ion collisions: The $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$ reaction at $E_{\text{Lab}} = 1130$ MeV // *Physics Reports*. — 1978. — Vol. 45, no. 5. — Pp. 301 – 343.
- [247] H. J. Wollersheim, W. W. Wilcke, J. R. Birkelund et al.; $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$ reaction at $E_{\text{lab}} = 1422$ MeV // *Phys. Rev. C*. — 1981. — Vol. 24. — Pp. 2114 – 2126.
- [248] Valery Zagrebaev, Walter Greiner; Production of New Heavy Isotopes in Low-Energy Multinucleon Transfer Reactions // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — P. 122701.
- [249] T. Kurtukian-Nieto, J. Benlliure, K.-H. Schmidt et al.; Production cross sections of heavy neutron-rich nuclei approaching the nucleosynthesis r -process path around $A = 195$ // *Phys. Rev. C*. — 2014. — Vol. 89. — P. 024616.
- [250] J. Reinhardt, U. Müller, B. Müller, W. Greiner; The decay of the vacuum in the field of superheavy nuclear systems // *Zeitschrift für Physik A Atoms and Nuclei*. — 1981. — Vol. 303, no. 3. — Pp. 173 – 188.

- [251] M. Schädel, W. Brüche, H. Gäggeler et al.; Actinide Production in Collisions of ^{238}U with ^{248}Cm // *Phys. Rev. Lett.* — 1982. — Vol. 48. — Pp. 852 – 855.
- [252] M. Schädel, J. V. Kratz, H. Ahrens et al.; Isotope Distributions in the Reaction of ^{238}U with ^{238}U // *Phys. Rev. Lett.* — 1978. — Vol. 41. — Pp. 469 – 472.
- [253] V. I. Zagrebaev; Sub-barrier fusion enhancement due to neutron transfer // *Phys. Rev. C.* — 2003. — Vol. 67. — P. 061601.
- [254] David Lawrence Hill, John Archibald Wheeler; Nuclear Constitution and the Interpretation of Fission Phenomena // *Phys. Rev.* — 1953. — Vol. 89. — Pp. 1102 – 1145.
- [255] J. R. Leigh, M. Dasgupta, D. J. Hinde et al.; Barrier distributions from the fusion of oxygen ions with $^{144,148,154}\text{Sm}$ and ^{186}W // *Phys. Rev. C.* — 1995. — Vol. 52. — Pp. 3151 – 3166.
- [256] H. Timmers, D. Ackermann, S. Beghini et al.; A case study of collectivity, transfer and fusion enhancement // *Nuclear Physics A.* — 1998. — Vol. 633, no. 3. — Pp. 421 – 445.
- [257] A. M. Borges, C. P. da Silva, D. Pereira et al.; Pair transfer and the sub-barrier fusion of $^{18}\text{O}+^{58}\text{Ni}$ // *Phys. Rev. C.* — 1992. — Vol. 46. — Pp. 2360 – 2363.
- [258] A. S. Fomichev, I. David, Z. Dlouhy et al.; Fission of ^{209}Bi induced by ^6He ions // *Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei.* — 1995. — Vol. 351, no. 2. — Pp. 129 – 130.
- [259] J. J. Kolata, V. Guimarães, D. Peterson et al.; Sub-barrier Fusion of ^6He with ^{209}Bi // *Phys. Rev. Lett.* — 1998. — Vol. 81. — Pp. 4580 – 4583.
- [260] M. Trotta, J. L. Sida, N. Alamanos et al.; Large Enhancement of the Sub-barrier Fusion Probability for a Halo Nucleus // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 84. — Pp. 2342 – 2345.
- [261] A. Navin, V. Tripathi, Y. Blumenfeld et al.; Direct and compound reactions induced by unstable helium beams near the Coulomb barrier // *Phys. Rev. C.* — 2004. — Vol. 70. — P. 044601.
- [262] R. Raabe, J. L. Sida, J. L. Charvet et al.; No enhancement of fusion probability by the neutron halo of ^6He // *Nature.* — 2004. — Vol. 431. — Pp. 823 – 826.
- [263] Yu. E. Penionzhkevich, V. I. Zagrebaev, S. M. Lukyanov, R. Kalpakchieva; Deep Sub-Barrier Fusion Enhancement in the $^6\text{He} + ^{206}\text{Pb}$ Reaction // *Phys. Rev. Lett.* — 2006. — Vol. 96. — P. 162701.

- [264] S. M. Lukyanov, Yu. E. Penionzhkevich, R. A. Astabatian et al.; Study of the $2n$ -evaporation channel in the ${}^4,6\text{He} + {}^{206,208}\text{Pb}$ reactions // *Physics Letters B.* — 2009. — Vol. 670, no. 4. — Pp. 321 – 324.
- [265] N. Keeley, R. Raabe, N. Alamanos, J. L. Sida; Fusion and direct reactions of halo nuclei at energies around the Coulomb barrier // *Progress in Particle and Nuclear Physics.* — 2007. — Vol. 59, no. 2. — Pp. 579 – 630.
- [266] A. M. Vinodkumar, W. Loveland, P. H. Sprunger et al.; Fusion of ${}^9\text{Li}$ with ${}^{208}\text{Pb}$ // *Phys. Rev. C.* — 2009. — Vol. 80. — P. 054609.
- [267] M. Fisichella, V. Scuderi, A. Di Pietro et al.; Halo effects on fusion cross section in ${}^4,6\text{He} + {}^{64}\text{Zn}$ collision around and below the coulomb barrier // *Journal of Physics: Conference Series.* — 2011. — Vol. 282, no. 1. — P. 012014.
- [268] E. F. Aguilera, P. Amador-Valenzuela, E. Martinez-Quiroz et al.; Near-Barrier Fusion of the ${}^8\text{B} + {}^{58}\text{Ni}$ Proton-Halo System // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 092701.
- [269] R. Wolski, I. Martel, Ł. Standyło et al.; Sub-barrier fusion of ${}^6\text{He}$ with ${}^{206}\text{Pb}$ // *Eur. Phys. J. A.* — 2011. — Vol. 47, no. 9. — P. 111.
- [270] V. I. Zagrebaev, V. V. Samarin, Walter Greiner; Sub-barrier fusion of neutron-rich nuclei and its astrophysical consequences // *Phys. Rev. C.* — 2007. — Vol. 75. — P. 035809.
- [271] H. M. Jia, C. J. Lin, F. Yang et al.; Fusion of the ${}^{16}\text{O}+{}^{76}\text{Ge}$ and ${}^{18}\text{O}+{}^{74}\text{Ge}$ systems and the role of positive Q -value neutron transfers // *Phys. Rev. C.* — 2012. — Vol. 86. — P. 044621.
- [272] A. M. Stefanini, G. Montagnoli, F. Scarlassara et al.; Fusion of ${}^{60}\text{Ni} + {}^{100}\text{Mo}$ near and below the Coulomb barrier – Multi-phonon and transfer couplings down to the hindrance region // *Eur. Phys. J. A.* — 2013. — Vol. 49, no. 5. — P. 63.
- [273] Z. Kohley, J. F. Liang, D. Shapira et al.; Near-Barrier Fusion of $\text{Sn} + \text{Ni}$ and $\text{Te} + \text{Ni}$ Systems: Examining the Correlation between Nucleon Transfer and Fusion Enhancement // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 107. — P. 202701.
- [274] V. V. Sargsyan, G. G. Adamian, N. V. Antonenko et al.; Effects of nuclear deformation and neutron transfer in capture processes, and fusion hindrance at deep sub-barrier energies // *Phys. Rev. C.* — 2011. — Vol. 84. — P. 064614.

- [275] V. V. Sargsyan, G. G. Adamian, N. V. Antonenko et al.; Influence of neutron transfer in reactions with weakly and strongly bound nuclei on the sub-barrier capture process // *Phys. Rev. C*. — 2012. — Vol. 86. — P. 014602.
- [276] H. Q. Zhang, C. J. Lin, F. Yang et al.; Near-barrier fusion of $^{32}\text{S} + ^{90,96}\text{Zr}$: The effect of multi-neutron transfers in sub-barrier fusion reactions // *Phys. Rev. C*. — 2010. — Vol. 82. — P. 054609.
- [277] S. Raman, C.W. Nestor, P. Tikkanen; Transition probability from the ground to the first-excited 2^+ state of even-even nuclides // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2001. — Vol. 78, no. 1. — Pp. 1 – 128.
- [278] T. Kibédi, R. H. Spear; Reduced electric-octupole transition probabilities, $B(E3; 0^+ \rightarrow 3^-)$ – an update // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2002. — Vol. 80, no. 1. — Pp. 35 – 82.
- [279] L. Corradi, S. Szilner, G. Pollarolo et al.; Single and pair neutron transfers at sub-barrier energies // *Phys. Rev. C*. — 2011. — Vol. 84. — P. 034603.
- [280] A. M. Stefanini, G. Montagnoli, H. Esbensen et al.; Fusion of $^{40}\text{Ca} + ^{96}\text{Zr}$ revisited: Transfer couplings and hindrance far below the barrier // *Physics Letters B*. — 2014. — Vol. 728, no. Supplement C. — Pp. 639 – 644.
- [281] A. M. Stefanini, B. R. Behera, S. Beghini et al.; Sub-barrier fusion of $^{40}\text{Ca} + ^{94}\text{Zr}$: Interplay of phonon and transfer couplings // *Phys. Rev. C*. — 2007. — Vol. 76. — P. 014610.
- [282] H. M. Jia, C. J. Lin, F. Yang et al.; Fusion of $^{32}\text{S} + ^{94}\text{Zr}$: Further exploration of the effect of the positive Q_{xn} value neutron transfer channels // *Phys. Rev. C*. — 2014. — Vol. 89. — P. 064605.
- [283] M. Trotta, A. M. Stefanini, L. Corradi et al.; Sub-barrier fusion of the magic nuclei $^{40,48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$ // *Phys. Rev. C*. — 2001. — Vol. 65. — P. 011601.
- [284] Yu. Ts. Oganessian. Experimental studies of SHE // 3rd International Symposium on Super-Heavy Elements “Challenges in the studies of super-heavy nuclei and atoms”. — Kazimierz Dolny, Poland: 2017.
- [285] A. Yeremin, A. Popeko, O. Malyshev et al.; Spectroscopy of transfermium elements at Dubna: results and plans // Int. Symp. on Exotic Nuclei, EXON16. — Singapore: World Scientific, 2017. — Pp. 397 – 403.
- [286] H. Meldner. Predictions of new magic regions and masses for super heavy nuclei from calculations with realistic shell model single particle hamiltonians // Int. Symp. Why

- and how should we investigate nuclides far off the stability line / Lysekil, 1966. — Vol. 36. — Arkiv Fysik, 1967. — Pp. 593 – 598.
- [287] Ulrich Mosel, Walter Greiner; On the stability of superheavy nuclei against fission // *Zeitschrift für Physik A Hadrons and nuclei*. — 1969. — Vol. 222, no. 3. — Pp. 261 – 282.
- [288] Zygmunt Patyk, Adam Sobiczewski; Ground-state properties of the heaviest nuclei analyzed in a multidimensional deformation space // *Nuclear Physics A*. — 1991. — Vol. 533, no. 1. — Pp. 132 – 152.
- [289] Peter Möller, J. Rayford Nix; Stability and decay of nuclei at the end of the periodic system // *Nuclear Physics A*. — 1992. — Vol. 549, no. 1. — Pp. 84 – 102.
- [290] M. Beiner, H. Flocard, M. Veneroni, P. Quentin; On the Stability of Super-heavy Nuclei: Some Recent Results of Self-consistent Calculations // *Physica Scripta*. — 1974. — Vol. 10, no. A. — Pp. 84 – 89.
- [291] S. Ówiok, J. Dobaczewski, P.-H. Heenen et al.; Shell structure of the superheavy elements // *Nuclear Physics A*. — 1996. — Vol. 611, no. 2. — Pp. 211 – 246.
- [292] K. Rutz, M. Bender, T. Bürvenich et al.; Superheavy nuclei in self-consistent nuclear calculations // *Phys. Rev. C*. — 1997. — Vol. 56. — Pp. 238 – 243.
- [293] A. Sobiczewski, Z. Patyk, S. Ówiok; Deformed superheavy nuclei // *Physics Letters B*. — 1989. — Vol. 224, no. 1. — Pp. 1 – 4.
- [294] A. Sobiczewski; Theoretical description and predictions of the properties of superheavy nuclei // *Russian Chemical Reviews*. — 2009. — Vol. 78, no. 12. — Pp. 1111 – 1121.
- [295] Dorin N. Poenaru, Ileana-Hania Plonski, Walter Greiner; α -decay half-lives of superheavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2006. — Vol. 74. — P. 014312.
- [296] C. Samanta, P. Roy Chowdhury, D. N. Basu; Predictions of alpha decay half lives of heavy and superheavy elements // *Nuclear Physics A*. — 2007. — Vol. 789, no. 1. — Pp. 142 – 154.
- [297] M. Ismail, A. Y. Ellithi, M. M. Botros, A. Adel; Systematics of α -decay half-lives around shell closures // *Phys. Rev. C*. — 2010. — Vol. 81. — P. 024602.
- [298] E. O. Fiset, J. R. Nix; Calculation of half-lives for superheavy nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1972. — Vol. 193, no. 2. — Pp. 647 – 671.

- [299] P. Möller, J. R. Nix, K.-L. Kratz; Nuclear properties for astrophysical and radioactive-ion-beam applications // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 1997. — Vol. 66, no. 2. — Pp. 131 – 343.
- [300] B. W. Sargent; The Maximum Energy of the β -Rays from Uranium X and Other Bodies // *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. — 1933. — Vol. 139, no. 839. — Pp. 659 – 673.
- [301] M. A. Preston; *Physics of the Nucleus*. — Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, 1962. — 574 pp.
- [302] Xiaoping Zhang, Zhongzhou Ren; New exponential law of β^+ -decay half-lives of nuclei far from β -stable line // *Phys. Rev. C*. — 2006. — Vol. 73. — P. 014305.
- [303] W. J. Swiatecki; Systematics of Spontaneous Fission Half-Lives // *Phys. Rev.* — 1955. — Vol. 100. — Pp. 937 – 938.
- [304] David W. Dorn; Predictions of Spontaneous Fission Half-Lives for Heavy Nuclei // *Phys. Rev.* — 1961. — Vol. 121. — Pp. 1740 – 1740.
- [305] Chang Xu, Zhongzhou Ren; Systematical law of spontaneous fission half-lives of heavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2005. — Vol. 71. — P. 014309.
- [306] A. Staszczak, Z. Lojewski, A. Baran et al. Stability of the heaviest nuclei on spontaneous fission and alpha decay // 3rd International Conference on Dynamical Aspects of Nuclear Fission (DANF 96) Casta-Papiernicka, Slovak Republic, August 30-September 4, 1996. — 1996. — Pp. 22 – 35.
- [307] Adam Sobczewski, Krzysztof Pomorski; Description of structure and properties of superheavy nuclei // *Progress in Particle and Nuclear Physics*. — 2007. — Vol. 58, no. 1. — Pp. 292 – 349.
- [308] M. Warda, J. L. Egido; Fission half-lives of superheavy nuclei in a microscopic approach // *Phys. Rev. C*. — 2012. — Vol. 86. — P. 014322.
- [309] A. Staszczak, A. Baran, W. Nazarewicz; Spontaneous fission modes and lifetimes of superheavy elements in the nuclear density functional theory // *Phys. Rev. C*. — 2013. — Vol. 87. — P. 024320.
- [310] I. Muntian, Z. Patyk, Sobczewski A.; Calculated masses of heaviest nuclei // *Ядерная Физика*. — 2003. — Т. 66, № 6. — С. 1051 – 1055.
- [311] V. E. Viola, G. T. Seaborg; Nuclear systematics of the heavy elements—II Lifetimes for alpha, beta and spontaneous fission decay // *Journal of Inorganic and Nuclear Chemistry*. — 1966. — Vol. 28, no. 3. — Pp. 741 – 761.

- [312] J. M. Eisenberg, W. Greiner; Nuclear Theory. — Amsterdam: North-Holland, 1988. — Vol. 2. — 516 pp.
- [313] Б. С. Джелепов, Л. Н. Зырянова, Суслов Ю. П.; Бета-процессы. Функции для анализа бета-процессов и электронного захвата. — Ленинград: Наука, 1972. — 374 с.
- [314] C. S. Wu, S. A. Moszkowski; Beta decay. — New York: John Wiley & Sons, 1966. — 394 pp.
- [315] R. P. Feynman, N. Metropolis, E. Teller; Equations of State of Elements Based on the Generalized Fermi-Thomas Theory // *Phys. Rev.* — 1949. — Vol. 75. — Pp. 1561 – 1573.
- [316] G. Audi, O. Bersillon, J. Blachot, A. H. Wapstra; The NUBASE evaluation of nuclear and decay properties // *Nuclear Physics A*. — 2003. — Vol. 729, no. 1. — Pp. 3 – 128. — The 2003 NUBASE and Atomic Mass Evaluations.
- [317] F. P. Heßberger; Spontaneous fission properties of superheavy elements // *Eur. Phys. J. A*. — 2017. — Vol. 53, no. 4. — P. 75.
- [318] N. E. Holden, D. C. Hoffman; Spontaneous fission half-lives for ground-state nuclides // *Pure Appl. Chem.* — 2000. — Vol. 72. — Pp. 1525 – 1562.
- [319] Ning Wang, Min Liu, Xizhen Wu, Jie Meng; Surface diffuseness correction in global mass formula // *Physics Letters B*. — 2014. — Vol. 734, no. Supplement C. — Pp. 215 – 219.
- [320] S. Goriely, N. Chamel, J. M. Pearson; Hartree-Fock-Bogoliubov nuclear mass model with 0.50 MeV accuracy based on standard forms of Skyrme and pairing functionals // *Phys. Rev. C*. — 2013. — Vol. 88. — P. 061302.
- [321] S. Liran, A. Marinov, N. Zeldes; Applications of semiempirical shell model masses based on a proton magic number $Z = 126$ to heavy and superheavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2002. — Vol. 66. — P. 024303.
- [322] Adam Sobieczewski, Yuri A. Litvinov; Accuracy of theoretical descriptions of nuclear masses // *Phys. Rev. C*. — 2014. — Vol. 89. — P. 024311.
- [323] V. I. Zagrebaev, Yu. Ts. Oganessian, M. G. Itkis, Walter Greiner; Superheavy nuclei and quasi-atoms produced in collisions of transuranium ions // *Phys. Rev. C*. — 2006. — Vol. 73. — P. 031602.

- [324] H. Koura. Ground-state properties of heavy and superheavy nuclei predicted by nuclear mass models // V Tours Symposium on Nuclear Physics / Ed. by M. Arnould et al.; Tours, 2003. — Vol. 704. — New York: AIP, 2004. — Pp. 60 – 69.
- [325] Juhee Hong, G. G. Adamian, N. V. Antonenko; Ways to produce new superheavy isotopes with $Z = 111 - 117$ in charged particle evaporation channels // *Physics Letters B*. — 2017. — Vol. 764, no. Supplement C. — Pp. 42 – 48.
- [326] А. В. Карпов, В. А. Рачков, В. В. Сайко; Получение нейтронообогащенных тяжелых и сверхтяжелых ядер в реакциях слияния // *Письма в ЭЧАЯ*. — 2018. — Т. 15. — 15 с.
- [327] G. T. Seaborg; Elements Beyond 100, Present Status and Future Prospects // *Annual Review of Nuclear Science*. — 1968. — Vol. 18, no. 1. — Pp. 53 – 152.
- [328] David W. Dorn; Mike Results – Implications for Spontaneous Fission // *Phys. Rev.* — 1962. — Vol. 126. — Pp. 693 – 697.
- [329] А. С. Кривохатский, Ю. Ф. Романов; Получение трансурановых и актиноидных элементов при нейтронном облучении, Под ред. В. М. Вдовенко. — Атомиздат, 1970. — 317 с.
- [330] Alexander Botvina, Igor Mishustin, Valery Zagrebaev, Walter Greiner; Possibility of synthesizing superheavy elements in nuclear explosions // *International Journal of Modern Physics E*. — 2010. — Vol. 19, no. 10. — Pp. 2063 – 2075.
- [331] H. Diamond, P. R. Fields, C. S. Stevens et al.; Heavy Isotope Abundances in Mike Thermonuclear Device // *Phys. Rev.* — 1960. — Vol. 119. — Pp. 2000 – 2004.
- [332] H. W. Meldner; Superheavy Element Synthesis // *Phys. Rev. Lett.* — 1972. — Vol. 28. — Pp. 975 – 978.
- [333] John Henley, Heiner W. Meldner; Neutron capture in laser-fusion pellets // *Phys. Rev. C*. — 1975. — Vol. 12. — Pp. 407 – 412.
- [334] В. Л. Аксенов, В. Д. Ананьев, Г. Г. Комышев и др.; О пределе нейтронных потоков в импульсных источниках на основе реакции деления // *Письма в ЭЧАЯ*. — 2017. — Т. 14. — С. 556 – 570.
- [335] Todd A. Thompson, Adam Burrows, Bradley S. Meyer; The Physics of Proto-Neutron Star Winds: Implications for r-Process Nucleosynthesis // *The Astrophysical Journal*. — 2001. — Vol. 562, no. 2. — Pp. 887 – 908.

- [336] S. Rosswog, M. Liebendörfer, F.-K. Thielemann et al.; Mass ejection in neutron star mergers // *Astron. Astrophys.* — 1999. — Vol. 341. — Pp. 499 – 526.
- [337] И. В. Панов, Корнеев И. Ю., Тилеманн Ф.-К.; Сверхтяжелые элементы и r -процесс // *Ядерная Физика.* — 2009. — Т. 72, № 6. — С. 1070 – 1077.
- [338] G. N. Flerov, G. M. Ter-Akopian; Superheavy nuclei // *Reports on Progress in Physics.* — 1983. — Vol. 46, no. 7. — Pp. 817 – 875.
- [339] F. Dellinger, W. Kutschera, O. Forstner et al.; Upper limits for the existence of long-lived isotopes of roentgenium in natural gold // *Phys. Rev. C.* — 2011. — Vol. 83. — P. 015801.
- [340] Abundance in the Universe of the elements. <http://www.periodictable.com/Properties/A/UniverseAbundance.html>.
- [341] V. Zagrebaev, A. Kozhin. Nuclear Reactions Video (Knowledge Base on Low Energy Nuclear Physics) // Препринт ОИЯИ Е10-99-151. — Дубна: ОИЯИ, 1999.
- [342] National Nuclear Data Center (NNDC). <http://www.nndc.bnl.gov/>.
- [343] International Atomic Energy Agency, Nuclear Data Section (IAEA-NDS). <https://www-nds.iaea.org/>.
- [344] Center for Photonuclear Experimental Data (CDFE). <http://cdfe.sinp.msu.ru/>.
- [345] Nuclear Data Evaluation Project, Triangular Universities Nuclear Laboratory (TUNL). <http://www.tunl.duke.edu/nucldata/>.
- [346] Nuclear Energy Agency Data bank (NEA). <http://www.oecd-nea.org/databank/>.
- [347] C. Angulo, M. Arnould, M. Rayet et al.; A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates // *Nuclear Physics A.* — 1999. — Vol. 656, no. 1. — Pp. 3 – 183. <http://pntpm.ulb.ac.be/Nacre/>.
- [348] Y. Xu, K. Takahashi, S. Goriely et al.; NACRE II: an update of the NACRE compilation of charged-particle-induced thermonuclear reaction rates for nuclei with mass number $A < 16$ // *Nuclear Physics A.* — 2013. — Vol. 918, no. Supplement C. — Pp. 61 – 169. <http://www.astro.ulb.ac.be/nacrei/>.
- [349] Ian J. Thompson; Coupled reaction channels calculations in nuclear physics // *Computer Physics Reports.* — 1988. — Vol. 7, no. 4. — Pp. 167 – 212. <http://www.fresco.org.uk/>.

- [350] Aage Winther; Grazing reactions in collisions between heavy nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1994. — Vol. 572, no. 1. — Pp. 191 – 235. <http://personalpages.to.infn.it/~nanni/grazing/>.
- [351] A. J. Koning, S. Hilaire, M. C. Duijvestijn. TALYS // Int. Conf. on Nuclear Data for Science, Technology / Ed. by O. Bersillon, F. Gunsing, E. Bauge et al. — Nice: EDP Sciences, 2008. — P. 211.
- [352] TALYS. <http://www.talys.eu/>.
- [353] M. Herman, R. Capote, B.V. Carlson et al.; EMPIRE: Nuclear Reaction Model Code System for Data Evaluation // *Nuclear Data Sheets*. — 2007. — Vol. 108, no. 12. — Pp. 2655 – 2715. — Special Issue on Evaluations of Neutron Cross Sections. <http://www.nndc.bnl.gov/empire/>.
- [354] O. B. Tarasov, D. Bazin; LISE++: Radioactive beam production with in-flight separators // *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms*. — 2008. — Vol. 266, no. 19. — Pp. 4657 – 4664. — Proceedings of the XVth International Conference on Electromagnetic Isotope Separators and Techniques Related to their Applications. <http://lise.nscl.msu.edu/>.
- [355] I. Angeli, K. P. Marinova; Table of experimental nuclear ground state charge radii. — unpublished.
- [356] H. De Vries, C. W. De Jager, C. De Vries; Nuclear charge-density-distribution parameters from elastic electron scattering // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 1987. — Vol. 36, no. 3. — Pp. 495 – 536.
- [357] G. Audi, F. G. Kondev, M. Wang et al.; The NUBASE2012 evaluation of nuclear properties // *Chinese Physics C*. — 2012. — Vol. 36. — Pp. 1157 – 1286.
- [358] G. Audi, M. Wang, A. H. Wapstra et al.; The AME2012 atomic mass evaluation I // *Chinese Physics C*. — 2012. — Vol. 36. — Pp. 1287 – 1602.
- [359] Atomic Mass Data Center (AMDC). <http://amdc.impcas.ac.cn/>.
- [360] N.J. Stone; Table of nuclear electric quadrupole moments // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2016. — Vol. 111, no. Supplement C. — Pp. 1 – 28.
- [361] N. J. Stone; Table of Nuclear Magnetic Dipole and Electric Quadrupole Moments (February 2014). <http://www-nds.iaea.org/publications/indc/indc-nds-0658/>.
- [362] B. Pritychenko, M. Birch, B. Singh, M. Horoi; Tables of E2 transition probabilities from the first states in even-even nuclei // *Atomic Data and Nuclear Data Tables*. — 2016. — Vol. 107. — Pp. 1 – 139.

- [363] S. Cwiok, J. Dudek, W. Nazarewicz et al.; Single-particle energies, wave functions, quadrupole moments and g-factors in an axially deformed Woods-Saxon potential with applications to the two-centre-type nuclear problems // *Computer Physics Communications*. — 1987. — Vol. 46, no. 3. — Pp. 379 – 399.
- [364] A. Parkhomenko, A. Sobiczewski; Phenomenological Formula for α -Decay Half-Lives of Heaviest Nuclei // *Acta Phys. Pol. B*. — 2005. — Vol. 36, no. 10. — Pp. 3095 – 3108.
- [365] K.-H. Schmidt, B. Jurado, C. Amouroux, C. Schmitt; General Description of Fission Observables: GEF Model Code // *Nuclear Data Sheets*. — 2016. — Vol. 131, no. Supplement C. — Pp. 107 – 221. — Special Issue on Nuclear Reaction Data. <http://www.khs-erzhausen.de/GEF.html>.
- [366] М. Г. Иткис, А. Я. Русанов; Деление нагретых ядер в реакциях с тяжелыми ионами: статические и динамические аспекты // *Физика элементарных частиц и атомного ядра*. — 1998. — Т. 29, № 2. — С. 389 – 488.
- [367] V. E. Viola, K. Kwiatkowski, M. Walker; Systematics of fission fragment total kinetic energy release // *Phys. Rev. C*. — 1985. — Vol. 31. — Pp. 1550 – 1552.
- [368] Zhongzhou Ren, Chang Xu; Spontaneous fission half-lives of heavy nuclei in ground state and in isomeric state // *Nuclear Physics A*. — 2005. — Vol. 759, no. 1. — Pp. 64 – 78.
- [369] P. Kunz; DWBA Codes DWUCK4 and DWUCK5. <http://spot.colorado.edu/~kunz/DWBA.html/>.
- [370] Н. К. Скобелев, А. А. Кулько, Ю. Э. Пенионжкевич и др.; Сечения образования изотопов ^{43}Sc , ^{44}Sc , and ^{46}Sc в реакции $^{45}\text{Sc} + ^3\text{He}$ // *Письма в ЭЧАЯ*. — 2013. — Т. 10, № 5. — С. 671 – 678.
- [371] М. А. Науменко, В. В. Самарин, Ю. Э. Пенионжкевич, Н. К. Скобелев; Околобарьерные передачи нейтрона в реакциях с ядром ^3He // *Изв. РАН Сер. Физ.* — 2016. — Т. 80, № 3. — С. 294 – 302.
- [372] P. Descouvement; *Theoretical Models for Nuclear Astrophysics*. — New York: Nova Science, 2003. — 94 pp.
- [373] K. Sümmerer; Improved empirical parametrization of fragmentation cross sections // *Phys. Rev. C*. — 2012. — Vol. 86. — P. 014601. <http://www.gsi.de/documents/FRS-reference-2012-001.html/>.

- [374] G. N. Smirenkin. Preparation of Evaluated Data for a Fission Barrier Parameter Library for Isotopes with $Z = 82 - 98$, with Consideration of the Level Density Models Used // IAEA-Report INDC(CCP)-359. — Vienna: IAEA, 1993.
- [375] Aleksandra Kelić, Karl-Heinz Schmidt; Assessment of saddle-point-mass predictions for astrophysical applications // *Physics Letters B*. — 2006. — Vol. 634, no. 4. — Pp. 362 – 367.
- [376] W. J. Swiatecki, K. Siwek-Wilczynska, J. Wilczynski; Effect of shell structure on saddle point masses // *Acta Physica Polonica B*. — 2007. — Vol. 38. — Pp. 1565 – 1575.
- [377] W. D. Myers, W. J. Świątecki; Thomas-Fermi fission barriers // *Phys. Rev. C*. — 1999. — Vol. 60. — P. 014606.
- [378] K. Siwek-Wilczyńska, I. Skwira, J. Wilczyński; Tests of the fission-evaporation competition in the deexcitation of heavy nuclei // *Phys. Rev. C*. — 2005. — Vol. 72. — P. 034605.
- [379] A. V. Ignatyuk, K. K. Istekov, V. N. Okolovich, G. N. Smirenkin // 4th IAEA Symp. on physics and chemistry of fission / Jülich, 1979. — Vol. 1. — Vienna: IAEA, 1980. — P. 421.
- [380] S. Bjørnholm, J. E. Lynn; The double-humped fission barrier // *Rev. Mod. Phys.* — 1980. — Vol. 52. — Pp. 725 – 931.
- [381] H. C. Britt. Symmetric and asymmetric fission of Ra and Ac isotopes // 4th IAEA Symp. on physics and chemistry of fission / Jülich, 1979. — Vol. 1. — Vienna: IAEA, 1980. — P. 3.
- [382] A. Kernohan, T. E. Drake, A. Chung, L. Pai; Electrofission of ^{206}Pb , ^{207}Pb , and ^{208}Pb // *Phys. Rev. C*. — 1977. — Vol. 16. — Pp. 239 – 242.
- [383] H. Freiesleben, H. C. Britt, J. R. Huizenga // Symp. on physics and chemistry of fission / Rochester, 1973. — Vol. 1. — Vienna: IAEA, 1974. — P. 447.
- [384] D. Habs. Habilitationsschrift: Ph.D. thesis / Max-Planck-Institut. — Heidelberg, 1977.
- [385] S. I. Mulgin, K.-H. Schmidt, A. Grewe, S. V. Zhdanov; Shell effects in the symmetric-modal fission of pre-actinide nuclei // *Nuclear Physics A*. — 1998. — Vol. 640, no. 3. — Pp. 375 – 388.
- [386] K.-H. Schmidt, S. Steinhäuser, C. Böckstiegel et al.; Relativistic radioactive beams: A new access to nuclear-fission studies // *Nuclear Physics A*. — 2000. — Vol. 665, no. 3. — Pp. 221 – 267.