

На правах рукописи

Ефимов Александр Дмитриевич

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ВЕРСИЯ МОДЕЛИ  
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БОЗОНОВ

01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Санкт-Петербург  
2019

Работа выполнена в ФТИ им. А.Ф. Иоффе, Санкт-Петербург.

Официальные оппоненты: **Малов Леонард Александрович**,  
доктор физико-математических наук,  
ведущий научный сотрудник ЛТФ ОИЯИ

**Митропольский Иван Андреевич**,  
доктор физико-математических наук,  
старший научный сотрудник  
"Петербургский институт ядерной физики  
им. Б.П. Константинова"

**Борзов Иван Николаевич**  
доктор физико-математических наук,  
сотрудник отдела Ядерной астрофизики  
НИЦ «Курчатовский институт»

Ведущая организация: Санкт-Петербургский государственный  
университет

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2019 г. в \_\_\_\_\_ на заседании  
диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте ядер-  
ных исследований (Лаборатория теоретической физики) по адресу: 141980,  
г. Дубна, Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке  
и на сайте Объединенного института ядерных исследований  
([http://wwwinfo.jinr.ru/announce\\_disser.htm](http://wwwinfo.jinr.ru/announce_disser.htm)).

Автореферат разослан « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2019 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 720.001.01, к. ф.-м. н.



Быстрицкий Юрий Михайлович

## Общая характеристика работы

**Актуальность темы.** Один из современных способов описания коллективных состояний в атомных ядрах связан с бозонным представлением парных фермионных операторов. В работах Кишимото и Тамуры было показано, что эффективным оказывается отображение не отдельных пар квазичастиц, а фононных операторов, а также, что необходимым условием описания наблюдаемых свойств коллективных состояний является учет связи коллективных и неколлективных мод возбуждений.

Общепринятый способ отображения фононных мод на идеальные бозоны дается в модели, полученной на основе конечных бозонных представлений фермионных операторов. Эта модель была представлена в серии работ Джолоса, Янсена, Дэнау. В этих работах предполагалось, что используя только нижайшие квадрупольные фононы можно рассчитывать параметры бозонных операторов. Вслед за первой из данных работ аналогичная модель была сформулирована в терминах идеальных квадрупольных и скалярных бозонов, получившей общепризнанное название Модели Взаимодействующих Бозонов (МВБ). В силу того, что эта модель описывала как вибрационный, так и ротационный характеры спектров, она стала широко использоваться в качестве феноменологического способа описания свойств коллективных состояний. Вместе с тем микроскопическому расчету параметров МВБ было посвящено существенно меньшее число работ.

В настоящей диссертации представлен новый Микроскопический вариант МВБ, построенный на вариационном методе, где функционал содержит полную энергию. Разработанная теория апробирована на описании свойств переходных ядер в области  $A \sim 120$ .

**Разработанность темы исследования.** Серия работ по бозонному представлению фермионных операторов позволила сформулировать ряд требований к теории, необходимых для корректного описания рассматриваемых состояний. Способ отображения фононов на бозоны, полученный в работах Джолоса, Янсена, Дэнау, основанный на предположении замкнутости алгебры фононных операторов, принимается в полной мере в данной диссертационной работе.

Нижайшие квадрупольные фононы определяются по аналогии с тем, как это делается в рамках Квазичастичного Метода Случайной Фазы (КМСФ). Однако при этом предполагается, что уже основное состояние содержит некоторое число фононов, что учитывается через минимизируемый функционал полной энергии. Это позволяет сформулировать задачу согласования фононных амплитуд с составом бозонных функций. Решение этой задачи привело к существенному расширению состава фононных амплитуд по вневалентным оболочкам. Для решения задачи на собствен-

ные значения и функции бозонной модели была разработана процедура, позволяющая производить диагонализацию матриц энергий в базисе состояний, включающих до 36 бозонов. В условиях многофононности были получены уравнения как для фононных, так и  $u$ ,  $v$ -амплитуд. При решении задачи сверхтекучести было использовано простейшее контактное взаимодействие. При этом учитывалась блокировка одночастичных состояний квазичастицами, формирующими многофононные возбуждения, а также влияние квадрупольного взаимодействия на сверхтекучесть.

Дальнейшее развитие бозонных моделей связано с расширением бозонного пространства за счет явного учета высокоспиновых бозонов. В диссертации такое расширение реализовано на микроскопической основе. Это позволило выявить условия в зависимости от которых по разному осуществляется пересечение полос в области высокоспиновых состояний.

**Цели и задачи диссертационной работы.** Целью настоящей работы является создание теории, способной описывать свойства коллективных состояний в переходных ядрах с помощью микроскопического расчета параметров бозонной модели. При этом реализуется трактовка многофононности в бозонном приближении МВБ1.

Приведенные в диссертации результаты можно разделить на две группы. Первая связана с получением параметров МВБ, которые определяют бозонную структуру коллективных состояний. Совокупность рассмотренных в работе процессов взаимодействия коллективных и неколлективных состояний позволила получить теоретические значения параметров бозонных операторов, соответствующие их феноменологическим значениям.

Другая группа результатов связана с описанием эффекта пересечения полос при высоких спинах. Относительно энергий это проявляется в специфической зависимости момента инерции от квадрата частоты. Также экспериментально эффект проявляется в различном поведении значений  $B(E2)$  в ираст-полосе. Так, в  $^{118}\text{Xe}$  эти значения меняются достаточно монотонно, в  $^{124}\text{Xe}$  и изотопах Ва с  $A \leq 126$  в точке пересечения, обычно при  $I = 10^+$ , происходит уменьшение  $B(E2)$  в два раза по сравнению с максимальным значением в полосе и последующий их рост. Наконец, в тяжелых изотопах Хе и Ва при спине, когда осуществляется пересечение полос, уменьшение  $B(E2)$  весьма существенно.

#### **Научная новизна.**

- Решена проблема фазового перехода для коллективных состояний в приближении Метода Случайной Фазы, когда энергии фононов становятся мнимыми, а корреляции в основном состоянии возрастают.
- Был реализован наиболее полный учет связи коллективных и неколлективных состояний. Это привело к существенной перенормировке

параметров гамильтониана и оператора  $E2$ -переходов. Без учета этих перенормировок бозонная теория не в состоянии приводить к численным результатам, которые можно было бы сравнивать с экспериментальными данными.

- Использование вариационного принципа на основе минимизации полной энергии впервые позволило поставить и решить задачу согласования фононных и прочих амплитуд с теоретически вычисленными бозонными параметрами и соответственно средними от бозонных операторов, определяющих бозонный гамильтониан.
- Расширение бозонной теории за счет явного включения в базис высокоспиновых бозонов на микроскопической основе позволило объяснить механизм пересечения полос. В частности, это объясняет, наблюдаемые в ряде случаев, большие значения  $B(E2)$  при тех спинах, при которых пересечение полос осуществляется.

**Теоретическая и практическая значимость.** Разработанная в диссертации теория коллективных состояний была применена к изотонам с  $N = 70$  от Te до Se, а также к четным изотопам Te и Xe. Удовлетворительное описание энергий при этом получено для нескольких полос, а основная полоса воспроизведена до спина  $I = 10^+$ . За счет рассмотрения бозонов с высокими моментами в изотопах Xe и Ba были удовлетворительно описаны энергии до спинов  $I = 18^+$ . Т.о., удалось воспроизвести энергии ираст-полос как до, так и после пересечения полос, когда эта полоса продолжается, имея основанием состояние другой природы.

Полученные в диссертации результаты могут быть применены при решении более широкого класса ядерных задач. С одной стороны это касается описания коллективных полос в деформированных ядрах, с другой, нечетных и нечетно-нечетных. Развитый подход может быть использован в тех областях теоретической ядерной физики, где возможен способ отображения квазичастиц на бозоны.

**Методология и методы исследования.** Теоретическая часть диссертации опирается на использование фононных мод возбуждений, которые описываются по аналогии с тем, как это делается в методе случайной фазы. Отображение фононных операторов на идеальные бозоны позволяет вместо многофононных состояний рассматривать многобозонные, что существенно упрощает решение задачи многих тел в ядерной физике. Поэтому реализация в работе этого направления потребовала дальнейшего развития бозонной техники.

### **Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Впервые предложен и реализован вариационный метод определения микроскопической структуры коллективной квадрупольной моды возбуждения как для переходных ядер, характеризующихся большой амплитудой флуктуации формы ядра, так и для деформированных ядер.
2. Разработан и реализован в виде программного кода метод расчета матричных элементов сложных бозонных операторов по произвольным бозонным состояниям.
3. Впервые, благодаря последовательному учету связи коллективной квадрупольной и неколлективных мод возбуждения ядер, определены константы коллективного гамильтониана ядра, что позволило достичь хорошего согласия рассчитанных характеристик ядра с экспериментальными данными. Показано, что эффект связи коллективных и неколлективных мод играет важную роль и его учет необходим при построении коллективного гамильтониана ядра.
4. Разработанный в диссертации подход позволил впервые получить согласующееся с экспериментом описание приведенных вероятностей электрических квадрупольных переходов в области пересечения ротационных полос, т.е. при больших значениях углового момента.

**Степень достоверности и апробация результатов.** Достоверность полученных результатов подтверждена удовлетворительным описанием экспериментальных данных по коллективным состояниям переходных четно-четных ядер в области  $A \sim 120$ . Для этого были получены на основе микроскопических расчетов параметры МВВ1. В этой же области ядер было получено микроскопическое описание эффекта пересечения полос за счет расширения бозонного пространства и последовательного учета каналов взаимодействия между его компонентами.

Результаты, изложенные в диссертации, были представлены в двадцати двух докладах на двадцати международных конференциях, включая:

- XL Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1990,
- XLI Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1991,
- XLVII Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1997,
- XLVIII Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1998,
- LVI Межд. конф. по пробл. яд. спектр. и структ. ат. ядра, Саров, 2006,
- LVII Межд. конф. по пробл. яд. спектр. и структ. ат. ядра, Воронеж, 2007,
- LVIII Межд. конф. по пробл. яд. спектр. и структ. ат. ядра, Москва, 2008,

LIX Межд. сов. по яд.спектр. и структ. ат. ядра, Чебоксары, 2009,  
Intern. Conference on Nuclear Structure and Related Topics, Dubna, Russia,  
2009,  
LX Межд. сов. по яд.спектр. и структ. ат. ядра, Санкт-Петербург, 2010,  
LXI Межд. сов. по яд.спектр. и структ. ат. ядра, Саров, 2011,  
LXII Int.Conf.on Fundamental Problems of Nucl.Phys., Atomic Power  
Engineering and Nucl.Technologies, Voronezh, 2012,  
Intern. Conference on Nuclear Structure, Dubna, Russia, 2012,  
LXIII Intrn.Conf. «Nucleus 2013» Fundamental Problems of Nucl.Phys. and  
Atomic Power Engineering, Moscow, 2013,  
LXIV Intrn.Conf. «Nucleus 2014» Fundamental Problems of Nucl.Phys. and  
Atomic Power Engineering and Nucl.Technologies, Minsk, 2014,  
LXV Intrn.Conf. «Nucleus 2015» New Horizons in Nucl.Phys., Nuclear  
Engineering, Femto- and Nanotechnologies, Saint-Petersburg, 2015,  
International Conference NSRT15, Dubna, Russia, 2015,  
LXVI International Conference on Nuclear Physics «Nucleus 2016» Sarov,  
Russia, 2016,  
LXVII Intern.Conf. «Nucleus 2017» Ядерная наука и технологии, Almaty,  
2017,  
LXVIII Intern.Conf. «Nucleus 2018», Voronezh, 2018.

Результаты также докладывались на семинарах в Санкт-Петербургском государственном Университете, в ЛТФ ОИЯИ, международном семинаре по ядерной физике ЛТФ(ОИЯИ)-KLTP/ GAS (Санкт-Петербург, 2018).

**Публикации.** Содержание диссертации и полученные в ней результаты отражены в 17 статьях, опубликованных в рецензируемых научных журналах, индексируемых базами данных Web of Science и Scopus, в том числе 1 работа в Physical Review C, и 2 работы в Eur. Phys. J. A.

**Личный вклад автора.** Диссертация выполнена на базе исследований, проведенных в Физико-техническом институте имени А.Ф.Иоффе. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причём вклад диссертанта, если работы одновременно не касались новых экспериментальных результатов, был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

**Структура и объём диссертации.** Диссертация состоит из введения, 7 глав, 3 приложений, заключения, библиографии. Общий объём диссертации 202 страницы, из них 181 страниц текста. Иллюстративный материал включает 14 таблиц и 67 рисунков. Библиография включает 136 наименования на 12 страницах.

## Содержание работы

**Во введении** обоснована актуальность исследования, дан обзор научной литературы по проблеме описания коллективных состояний переходных ядер с помощью методов бозонного представления фермионных операторов. Исходя из результатов, полученных рядом исследователей, были сформулированы необходимые требования, предъявляемые к микроскопическому способу описания коллективных состояний. Важнейшими из них являются: учет связи коллективных и неколлективных мод возбуждений с различными моментами; решение проблемы фазового перехода в МСФ, когда энергия фонона становится мнимой, а корреляции в основном состоянии сильно возрастают; необходимость учета большого числа бозонов, определяющих коллективные состояния, на структуру фононов и параметров сверхтекучести.

**Глава 1. Предмет и метод исследования.** Обсуждались подходы касающиеся описания квадрупольной низкоэнергетической коллективности от геометрических моделей и способов их численной реализации до современных методов бозонного представления фермионных операторов. Показано, как логика развития последних моделей, претендующих на микроскопический способ описания коллективных состояний, привела к конечным бозонным представлениям фермионных операторов, что было реализовано через различные версии МВБ. Стандартизация этих версий и конечность бозонных пространств позволяет точно решать бозонную задачу. При этом был определен способ отображения фононных мод возбуждений на идеальные бозоны. Возможность точного решения бозонной задачи, основываясь на теории групп, сделало данный класс моделей широко распространенным инструментом феноменологического способа изучения ядерной коллективности. Наряду с этим в литературе были выработаны необходимые требования, предъявляемые к микроскопическому способу описания коллективных состояний. Важнейшими из них являются: учет связи коллективных и неколлективных мод возбуждения с различными моментами; решение проблемы фазового перехода в МСФ; необходимость учета большого числа бозонов на структуру фононов и параметров сверхтекучести. Решение этих проблем лежит в основе получения микроскопического описания коллективных состояний и представлено в последующих главах.



**Глава 2. Вариационный метод определения энергий коллективных состояний.** Квадрупольные фононы, имеющие квазичастичную структуру типа МСФ

$$\begin{aligned} D_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2;\tau=n,p} [\psi_{12} a_1^+ a_2^+ + \varphi_{12} a_{\bar{2}} a_{\bar{1}}] (j_1 j_2 m_1 m_2 | 2\mu)_\tau \\ &= \frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{1,2;\tau=n,p;\eta=0;1} z_{12}^{(\eta)} [a_1^+ a_2^+ + (-1)^\eta a_{\bar{2}} a_{\bar{1}}] (j_1 j_2 m_1 m_2 | 2\mu)_\tau, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $z_{12}^{(\eta)}$  или  $\psi_{12}$ ,  $\varphi_{12}$  есть фононные амплитуды, позволяют получить параметры бозонного гамильтониана

$$H_{\text{БМ}} = \varepsilon_d \hat{n}_d + \left( k_1 d^+ \cdot d^+ s s + k_2 (d^+ d^+)^{(2)} \cdot ds + \text{H.c.} \right) + \frac{1}{2} \sum_L C_L (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)} \quad (2)$$

в первом приближении, то есть с учетом амплитуд  $\psi$ ,  $\varphi$  только  $D$ -фононов. Для этого используется соответствие между фононами и идеальными бозонами ( $d$  и  $s$ )

$$\begin{aligned} D_\mu^+ &\longrightarrow d_\mu^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_\mu^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_\mu^+ s; \\ | > &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega!}} (s^+)^{\Omega} | > ); \quad | I > \longrightarrow | I ), \end{aligned} \quad (3)$$

где  $| >$  – вакуум фононов,  $| I >$  – фононное состояние со спином  $I$ ,  $| )$  – вакуум бозонов,  $| I )$  – бозонное коллективное состояние со спином  $I$ , при этом основное состояние  $| 0 )$  не является вакуум бозонов, т.е.  $| 0 ) \neq | )$  и аналогично  $| 0 > \neq | >$ .

Если с помощью стандартного  $(u, v)$  – преобразования Боголюбова перейти от операторов частиц  $\alpha_1$  к операторам квазичастиц  $a_1$ , то фермионный гамильтониан за вычетом слагаемых Лагранжа, позволяющих обеспечивать сохранение числа частиц в среднем, записывается в виде

$$\tilde{H} = H - \sum_{\tau=p,n} \lambda_\tau \hat{N}_\tau = \Phi_{00} + H_{11} + H_{20+02} + V_{22} + V_{40+04} + V_{31+13}, \quad (4)$$

$\lambda_p$ ,  $\lambda_n$  – протонный и нейтронный химические потенциалы,  $\Phi_{00}$  – энергия квазичастичного вакуума. Величины  $H$ ,  $V$  с индексами в уравнении (4) являются операторами квазичастичного взаимодействия, зависящими от констант взаимодействия, матричных элементов и  $(u, v)$  – параметров. При этом первый нижний индекс дает число операторов рождения, второй – уничтожения. Здесь и далее нижние цифровые индексы у амплитуд или операторов обозначают совокупность квантовых чисел одночастичных состояний сферической модели оболочек  $n, l, j, m$ , а  $\bar{i}$  обозначает состояние, сопряженное по времени, так что  $| j, \bar{m} > = (-1)^{j+l+m} | j, -m >$ .

Рассматривая равенство матричных элементов в фононном и бозонном пространствах при их минимально возможных числах, имеем:

$$\varepsilon_d^{(0)} = \langle |[D_\mu, [h_{RPA}, D_\mu^+]]| \rangle; \quad (5)$$

$$2 \left( k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} \right)^{(0)} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{\aleph_0}} \sum_{\mu} \langle |[h_{RPA}, D_\mu^+], D_\mu^+]| \rangle; \quad (6)$$

$$(k_2 \sqrt{\Omega - 1})^{(0)} = \frac{1}{\sqrt{2\aleph_2}} \sum_{m_1, m_2} \langle |[ [D_M, H_{20+02} + \hat{V}_{31+13}], D_{m_1}^+ ], D_{m_2}^+ ]| \rangle, \quad (7)$$

$$C_L^{(0)} = \sum_{m_1, m_2, m_3, m_4} \frac{1}{\aleph_L} \langle |[D_{m_2}, [D_{m_1}, [[h_{RPA}, D_{m_3}^+], D_{m_4}^+]]]| \rangle (22m_1 m_2 | LM). \quad (8)$$

В уравнениях (5)–(8) оператор  $h_{RPA}$  есть квазичастичный гамильтониан МСФ, составленный из операторов в уравнении (4),

$$h_{RPA} = H_{11} + \hat{V}_{22} + \hat{V}_{40+04},$$

$\aleph_L$  – нормировка двухфононного состояния. Индекс  $^{(0)}$  в приведенных уравнениях означает, что квазичастичное пространство ограничено  $D$ -конфигурациями. Они могут быть расширены за счет учета примеси к одно и двум  $D$ -фононным состояниям конфигураций, включающих неколлективные фононы.

Существенным и необходимым элементом развитой теории является учет неколлективных фононных возбуждений, ограниченных классом функций, включающих помимо некоторого числа  $D$ -фононов один  $B_J$ -фонон положительной четности и моментами от  $J = 0^+$  до  $6^+$ . Число таких фононов равно числу квазичастичных пар, определяемых также как и  $D$ -фононы в одночастичном пространстве, включающем 26 одночастичных состояний отдельно по нейтронам и протонам.

Эффективное взаимодействие рассматривается в факторизованном виде как в частично-дырочном, так и частично-частичном каналах.

При построении минимизируемого функционала используется модельный гамильтониан, включающий среднее поле, монопольные и факторизованные квадрупольные частично-частичные и частично-дырочные силы.

Учет связи коллективных и неколлективных состояний был реализован с помощью теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера. Это позволило получить новые, перенормированные значения бозонных параметров. Соответствующая процедура оправдана, когда в рассчитываемых состояниях определяющей компонентой является та, что содержит только  $D$ -фононы. Наиболее существенными такие перенормировки оказываются для параметров гамильтониана  $\varepsilon_d$  и  $C_L$ , которые определяются м.э.

$$\langle D|H|B^+D^+ \rangle, \langle D|H|B^+D^+D^+ \rangle, \langle DD|H|B^+(D^+)^n \rangle, n = 0, 1, 2. \quad (9)$$

В работе рассмотрены перенормировки всех параметров гамильтониана МВБ, которые определяются как

$$\tilde{\varepsilon}_d = \varepsilon_d^{(0)} + \delta\varepsilon_d; \tilde{\kappa}_1 = \kappa_1^{(0)} + \delta\kappa_1; \kappa_2 = \kappa_2^{(0)} + \delta\kappa_2; C_L = C_L^{(0)} + \delta C_L, \quad (10)$$

где величины с индексом  $(0)$  получены только с учетом  $D$ -фононов (5), (6), (7), (8), а соответствующие поправки, например, для  $\delta\varepsilon_d$  и  $\delta C_L$ , определяются матричными элементами (9). При расчете полной энергии поправки к бозонным параметрам рассматриваются, что является существенным в описываемом подходе. При определении полного функционала кроме энергии квазичастичного вакуума учтена также энергия фононного вакуума, которая с точностью до константы относительно фононных амплитуд эквивалентна  $5/2\varepsilon_d^{(0)}$ .

Волнистые линии в выражениях (10) означают, что параметры  $\tilde{\varepsilon}_d$  и  $\tilde{\kappa}_1$  для коллективных состояний, кроме основного, будут переопределены.

Расчеты в рамках МВБ коллективных состояний в переходных ядрах показывают, что в структуре уже основного состояния заметную роль играют многобозонные конфигурации. Это приводит к необходимости определения фононных амплитуд с учетом бозонных средних гамильтониана (2), что в свою очередь приводит к постановке вопроса о возможности осуществления самосогласованных расчетов бозонных параметров, фононных амплитуд и параметров сверхтекучести.

Необходимыми элементами энергетического функционала являются члены Лагранжа, определяемые как из традиционных условий нормировки различных амплитуд, так и тех дополнительных условий, которые сформулированы в представленной работе. К этим условиям относятся нормировка  $D$ -фононов и нормировка амплитуд бозонных волновых функций  $|I\rangle$ . Бозонные волновые функции представимы в виде

$$|I\rangle = \sum_{n_d, v, \omega_\Delta} \alpha_d(n_d, v, \omega_\Delta, I) \frac{1}{\sqrt{(\Omega - n_d)!}} (s^+)^{\Omega - n_d} |n_d, v, \omega_\Delta, I\rangle, \quad (11)$$

где  $|n_d, v, \omega_\Delta, I\rangle$  есть нормированные функции квадрупольных бозонов, соответствующие неприводимому представлению группы  $SU(5)$  с квантовыми числами:  $n_d$  – число квадрупольных бозонов;  $v$  – бозонное сениорити,  $\omega_\Delta$  – число троек  $v$ , связанных в нулевой угловой момент. Последним нормировочным условием является условие на боголюбовские амплитуды  $u_1$  и  $v_1$ . Следующие условия не связаны с нормировками функций. Так как в работе используется квазичастичное представление, то контроль за правильным числом частиц реализуется через среднее их значение с помощью химических потенциалов  $\lambda_\tau$ , так что соответствующий член Лагранжа  $\sum_\tau \lambda_\tau \hat{N}_\tau$  учитывается при переходе от частиц к квазичастицам.

Следующее условие состоит в фиксировании  $\Omega$ , максимального числа бозонов, которое используется при построении  $|I\rangle$ . Соответствующим образом вводится член Лагранжа, позволяющий регулировать значение  $\Omega$  и

восстанавливать его целочисленное значение для каждого коллективного состояния в отдельности. Операторная часть члена Лагранжа, позволяющая фиксировать целочисленность значений  $\Omega$  с учетом только квадратурных бозонов есть  $\delta\Phi'(\omega') = 6\omega'(n_d + 5/2)/(5\Omega(z^{(\eta)}))$ , где максимальное число бозонов  $\Omega(z^{(\eta)})$  есть функция фононных амплитуд.

Одной из проблем КМСФ является наличие фазового перехода, который приводит к мнимым значениям фононных энергий или большим значениям корреляций в основном состоянии. Наличие члена в бозонном гамильтониане,  $\sim k_1$ , снижает корреляции, но этого оказывается недостаточным. Кроме того, поставленные условия оказываются недостаточными, чтобы достичь самосогласования всех трех определяемых амплитуд ( $z^{(\eta)}$ ,  $u(v)$ ,  $\{\alpha_d\}$ ) как при использовании стандартного варианта КМСФ, так и в приближении ТД. Чтобы самосогласование стало возможным, необходимо оставаясь в рамках КМСФ, обеспечить малость амплитуд  $\varphi$ . Выполнение этого условия при фиксированных значениях силовых констант осуществляется за счет введения слагаемого, регулирующего величину суммы квадратов  $\varphi$ :  $\Phi_\varphi = 2\chi(n_d(I) + 5/2)(\sum_{\tau 12} \varphi_{12\tau}^2 + 1/2)$ . Т.о., функционал  $\Phi'$ , определяемый всеми дополнительными условиями имеет вид

$$\begin{aligned} \Phi' = & -\frac{1}{5}\omega(n_d(I) + 5/2) \sum_{\mu} \langle |[D_{\mu}, D_{\mu}^+] | \rangle \\ & - \sum_{\tau} \lambda_{\tau} N_{\tau} - \sum_{\tau, j} e_{\tau j} (u_j^2 + v_j^2)_{\tau} - E_I \sum_{n_d, v, \omega_{\Delta}} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_{\Delta}, I) \\ & + \frac{6}{5\Omega(z^{(\eta)})} \omega' \left( n_d(I) + \frac{5}{2} \right) + \frac{1}{2}\chi \left( n_d(I) + \frac{5}{2} \right) \sum_{\tau \eta 12} z_{\tau 12}^{(\eta)2}, \end{aligned} \quad (12)$$

где  $E_I$  является собственным значением бозонного гамильтониана.

Принципиальные слагаемые функционала, определяющие фононные амплитуды, представимы в виде

$$\Phi = \varepsilon_d^{(0)}(n_d(I) + 5/2) + 2(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})^{(0)} P_1(I) + \Phi'. \quad (13)$$

Бозонные средние по произвольным бозонным функциям с моментом  $I$  определяются как  $n_d(I) = (I|\hat{n}_d|I)$ ,  $P_1(I) = (I|\hat{P}_1|I)$ , а соответствующие операторы имеют вид  $\hat{n}_d = \sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}$ ;  $\hat{P}_1 = 1/(2\sqrt{\Omega(\Omega - 1)})(d^+ \cdot d^+ s s + s^+ s^+ d \cdot d)$ .

Среднее число частиц каждого типа определяется как

$$N_{\tau} = \sum_j (2j + 1) \left( y_j v_j^2 + (1 - y_j)/2 \right), \quad (14)$$

$$\text{где } y_j = 1 - 2/(2j_i + 1) \sum_s ((z_{is}^{(1)2} + z_{is}^{(0)2})n_d(I) + (z_{is}^{(1)2} - z_{is}^{(0)2})P_1(I)). \quad (15)$$

Величины  $y_j$  в развитом подходе являются весьма важными, так как позволяют контролировать выполнение принципа Паули в среднем для каждого одночастичного уровня. Они равны единице для уровней, свободных

от квазичастиц и нулю для уровней полностью заполненных квазичастицами. Таким образом,  $y_j$  есть вероятность того, что уровень  $jlm$  свободен от квазичастиц. По мере заполнения одночастичного уровня квазичастицами, что происходит с ростом  $n_d$ ,  $y_j$  будут уменьшаться, но не должны быть отрицательными, что есть условие выполнения принципа Паули в среднем.

**Глава 3. Сверхтекучие свойства ядра при условии многофоновности.** В этой главе получены уравнения для параметров сверхтекучести  $u$ ,  $v$ .

В простейшем случае, если ограничиться из бозонных средних числом бозонов, а из квадрупольных сил только частично-дырочным каналом, то это приводит к уравнениям

$$2(2j_i + 1)y_i(\epsilon_i - \lambda)u_i v_i - \left( (2j_i + 1)y_i \tilde{\Delta} + 0.4n_d \bar{Q}_\tau q_{ii} \right) (u_i^2 - v_i^2) = \bar{a}_i u_i - \bar{b}_i v_i, \quad (16)$$

$$\bar{a}_i (\bar{b}_i) = 0.4n_d \bar{Q}_\tau \sum_{1 \neq i} q_{1i} u_1 (v_1), \quad q_{12} = \langle 1 | \left| \frac{\partial V(r)}{\partial r} Y_2(\Omega) \right| | 2 \rangle (-1)^{l_2} z_{12}^{(1)},$$

$$Q_\tau = \sum_{12} q_{12} (u_1 v_2 + u_2 v_1)_\tau, \quad \bar{Q}_\tau = \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}| Q_{\tau'}, \quad \tilde{\Delta} = \frac{G}{2} \sum_1 (2j_1 + 1) u_1 v_1 y_1.$$

$V$  – центральная часть потенциала Вудса – Саксона. Энергия квазичастиц определяется как

$$e_i = (\epsilon_i - \lambda)(u_i^2 - v_i^2) + 2\Delta u_i v_i, \quad \Delta = \frac{G}{2} \sum_1 (2j_1 + 1) u_1 v_1.$$

Такое представление уравнений для сверхтекучих параметров показывает, что наличие квадрупольных сил и бозонных средних приводит к перенормировке константы монопольного взаимодействия. В результате возникает возможность расчета амплитуд  $u_i$  и  $v_i$  при полной блокировке одночастичного уровня, когда  $y_i = 0$ .

Расчеты показывают, что по мере роста спина коллективных состояний  $I$  для одночастичных состояний валентной оболочки значения  $v^2$  имеют тенденцию изменяться к значению  $1/2$ . Т.е. для одних одночастичных состояний  $v^2$  уменьшаются, а для других состояний, которые расположены выше химического потенциала, наоборот растут.

Это несколько необычное поведение, однако следует иметь ввиду, что величины  $v_j^2$  являются вероятностью того, что нуклон на уровнях сферического среднего поля  $jlm$  участвует в образовании куперовской пары при условии, что на нем нет квазичастичного возбуждения. Поэтому величины  $y_j v_j^2$  являются вероятностью того, что нуклон на уровнях сферического среднего поля  $jlm$  участвует в образовании куперовской пары уже вне всякого условия. Значения же  $y_j v_j^2$  для состояний валентной оболочки демонстрируют сильное уменьшение с ростом спина. Это означает, что число спаренных частиц на этих уровнях существенно убывает, хотя произведение  $u_j v_j$  не стремится к нулю, что есть результат квадрупольного взаимодействия в частично-дырочном канале.

**Глава 4. Определение амплитуд  $D$ -фононов и финальное выражение для параметров бозонного гамильтониана.** Получены уравнения для фононных амплитуд в модифицированном КМСФ. На основе рассмотрения полной энергии, которая помимо бозонной части  $(I|H_{\text{IBM}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)|I)$  содержит энергии квазичастичного и фононного вакуумов, а также разницу химических потенциалов для возбужденных и основного состояний ядра, умноженных на число частиц,  $\overline{E}_I$ .

В описанном подходе энергия квазичастично-фононного вакуума  $E_0^{(\text{qp-ph})}$  и параметры  $H_{\text{IBM}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)$  довольно сильно зависят от энергии возбуждения или спина  $I$ . Поэтому были перегруппированы члены в  $E_I$  (полная энергия) таким образом, чтобы выделить фоновую часть в энергии коллективного состояния, которая не изменяется с ростом  $I$  и "активную" часть, подобную гамильтониану МВБ1, с мало изменяющимися параметрами  $\varepsilon_d, k_1, k_2, C_L$ . Для этого полная энергия, отсчитанная от  $\sum \lambda_{0\tau} N_\tau$  ( $\lambda_{0\tau}$  – химические потенциалы в основном состоянии  $0^+$  ядра), принимается в виде

$$E_I = \overline{E}_I + (I|H_{\text{IBM}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)|I), \quad \overline{E}_I = E_I^{(\text{q.p.})} + E_0^{(D)} + \sum_\tau (\lambda_\tau - \lambda_{0\tau}) N_\tau,$$

где  $E_I^{(\text{q.p.})} = \Phi_{00}$  – энергия квазичастичного вакуума,  $E_0^{(D)}$  – корреляционная энергия, определяемая  $D$ -фононом. Расчеты показывают, что внебозонная энергия  $\overline{E}_I$  заметно растет с ростом спина. Для того, чтобы  $\overline{E}_I$  оставалась неизменной для всех рассматриваемых состояний ядра, а именно, как в основном состоянии, т.е.  $\overline{E}_I = \overline{E}_0$ , можно перераспределить слагаемые, входящие в уравнение для  $E_I$  между собой следующим образом

$$\begin{cases} \overline{E}_0 = \overline{E}_I - \xi_1 n_d - \xi_2 P_1, & I \geq 2^+; \\ \varepsilon_d = \tilde{\varepsilon}_d + \xi_1; & 2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} = 2\tilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} + \xi_2, \end{cases} \quad (17)$$

величины  $\tilde{\varepsilon}_d$  и  $\tilde{k}_1$  определены в (10). Данное преобразование уместно в силу того, что если  $\overline{E}_I$  существенно растет с ростом спина, то  $\tilde{\varepsilon}_d$  наоборот падает. При этом для основного состояния  $\xi_1 = \xi_2 = 0$ . Для всех прочих  $\xi_2$  определяется исходя из того, чтобы параметр гамильтониана МВБ  $k_1$  оставался неизменным и таким, как для основного состояния, т.е.

$$\xi_2 = (2\tilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I=0)} - (2\tilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I)}, \quad (18)$$

параметр же  $\xi_1$  определяется из требования, чтобы для всех состояний  $\overline{E}_I = \overline{E}_{I=0}$ , т.е.

$$\xi_1 n_d(I) = \overline{E}_I - \overline{E}_{I=0} - \xi_2 P_1(I). \quad (19)$$

С определенными таким образом параметрами  $\xi_1$  и  $\xi_2$  находятся значения величин  $\varepsilon_d$  и  $k_1$ . Данная процедура приводит к финальным наборам параметров бозонного гамильтониана, которые меняются достаточно плавно от

состояния к состоянию. После проведенных переопределений полная энергия, отсчитанная от  $\Sigma\lambda_{0\tau}N_\tau$  равна

$$E_I = \bar{E}_0 + (I|H_{\text{IBM}}|I), \quad (20)$$

где параметры гамильтониана  $H_{\text{IBM}}$  определяются с помощью уравнений (17), (18), (19). Энергии возбужденных состояний относительно основного будут определяться как

$$\Delta E_I = E_I - E_0. \quad (21)$$

В этой же главе найдены критерии выбора меры корреляций в основном состоянии. Они остаются неизменными для всех рассматриваемых коллективных состояний в одном ядре.

**Глава 5. Бозонный оператор  $E2$ -перехода.** В главе рассмотрена совокупность процессов, определяющих параметры бозонного оператора квадрупольных переходов в представлении МВВ1. Учет этих процессов позволил при описании абсолютных значений  $B(E2)$  не вводить эффективные заряды. Проведенные численные оценки показали, что разумным оказалось ограничиться одним дополнительным членом к  $E2$ -оператору по отношению к тому, что традиционно используется в МВВ1. Используемый в расчетах оператор имеет вид

$$\hat{T}(E2) = e^* (d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d)^{(2)} + e_0^* (s^+ (d^+ d)^{(0)} d + d^+ (d^+ d)^{(0)} s)^{(2)}. \quad (22)$$

**Глава 6. Результаты расчетов в самосогласованной схеме.** Изложенный в предыдущих главах способ микроскопического расчета свойств коллективных состояний был применен к изотонам с числом нейтронов  $N = 70$  от Те до Се, а также к четным изотопам Те и Хе. Все расчеты параметров бозонного гамильтониана и бозонных зарядов в операторе  $E2$ -переходов выполнялись с использованием одночастичного базиса, включающего все связанные и резонансные состояния, среднеквадратичный радиус которых  $\leq 10$  фм. Потенциал Вудса–Саксона использовался с полностью отражающими стенками, радиусом приблизительно равным 7 радиусам ядра. Взаимодействие рассматривалось в факторизованном виде. Для всех ядер выполнялось тройное самосогласование: по боголюбовским параметрам  $u$ ,  $v$ , по фононным амплитудам  $\psi$ ,  $\varphi$  и по бозонному составу волновых функций. При расчете свойств коллективных состояний в изотонах с  $N = 70$  рассчитывались все параметры, за исключением  $k_2$ , который связывает конфигурации, отличающиеся на один квадрупольный бозон. Данный параметр сильно зависит от взаимного расположения одночастичных уровней в валентной оболочке. Так как при расчете свойств изотонов параметры среднего поля не варьировались, то параметр  $k_2$  подбирался феноменологически. Это позволило удовлетворительно описать энергии ираст-полос до

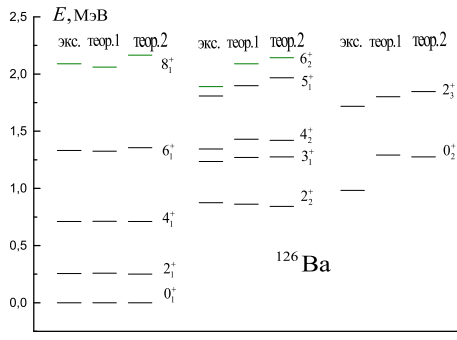


Рис. 1: Сравнение экспериментальных и расчетных значений энергий возбужденных состояний в  $^{126}\text{Ba}$ . "Теор.1" соответствует варианту расчета с изменяющимися параметрами бозонного гамильтониана, "теор.2" вариант расчета с усредненными параметрами.

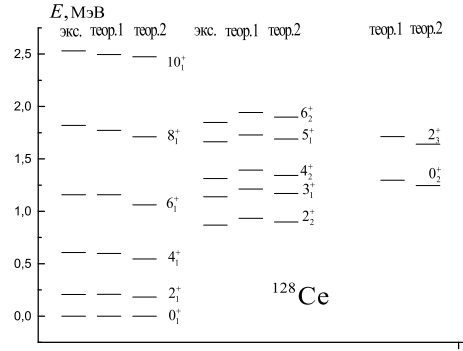


Рис. 2: То же самое для  $^{128}\text{Ce}$ .

$I = 8^+$  (в Се до  $I = 10^+$ ), а также состояния остальных полос  $2_2^+$ ,  $3_1^+$ ,  $4_2^+$ ,  $0_2^+$ ,  $2_3^+$ . Расчетные значения полного числа бозонов оказались примерно в полтора раза больше по сравнению с половиной числа валентных частиц (дырок). Описание вероятностей  $E2$ -переходов вдоль ираст-полос соответствует экспериментальным данным, за исключением  $^{124}\text{Xe}$ , для которого экспериментальные значения  $B(E2)$ , начиная с перехода  $4^+ \rightarrow 2^+$ , явно занижены. Для демонстрации полученных результатов на рис. 1, 2 приведены данные относительно энергий нескольких полос для  $^{126}\text{Ba}$  и для  $^{128}\text{Ce}$ . В одном варианте расчета параметры бозонного гамильтониана изменялись от состояния к состоянию в соответствии с полной схемой микроскопических оценок, во втором — расчеты проводились с усредненными параметрами. Произведенное усреднение приводит к обычной версии МВБ, где параметры неизменны для всех состояний.

Расчеты для цепочек четных изотопов Те и Хе проводились таким образом, что уже все параметры, включая  $k_2$ , рассчитывались. Результаты расчетов энергий ираст-состояний для изотопов теллура с  $A=116-128$  представлены на рис. 3.

Значения  $B(E2; I + 2 \rightarrow I)$  вдоль ираст-полосы для  $^{118}\text{Te}$  показаны на рис. 4. Корректность описания связана с наличием члена, пропорционального  $e_0^*$  в  $E2$ -операторе (22). Вычисленные энергии состояний вне ираст-полос (которые здесь не приводятся) находятся в разумном согласии с экспериментом.

Следующим объектом исследования были ядра из изотопической цепочки Хе. Для них на рис. 5 и 6 сравниваются теоретические энергии состояний ираст-полос и состояний  $2_2^+$ ,  $0_2^+$ ,  $3_1^+$ ,  $4_2^+$  с экспериментальными значениями. Первые два уровня ( $2_1^+$ ,  $4_1^+$ ) во всех рассмотренных случаях находятся в полном согласии с экспериментом, в  $^{124,126}\text{Xe}$  такое согласие



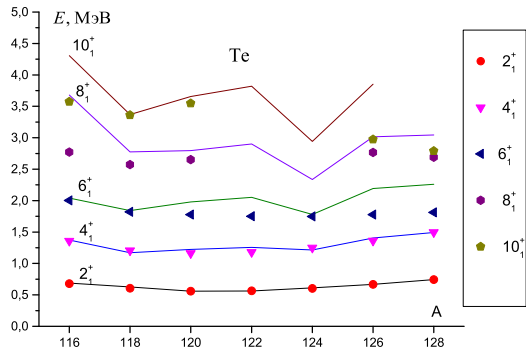


Рис. 3: Экспериментальные (символы) и расчетные значения энергий состояний ирраст-полос в изотопах Te.

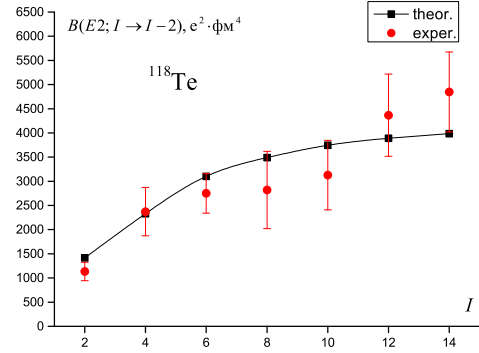


Рис. 4: Экспериментальные и расчетные значения  $B(E2)$  вдоль ирраст-полосы для  $^{118}\text{Te}$ .

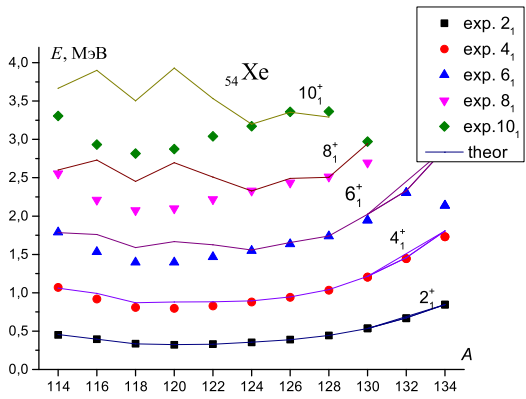


Рис. 5: Теоретические и экспериментальные энергии ирраст-состояний в изотопах Xe.

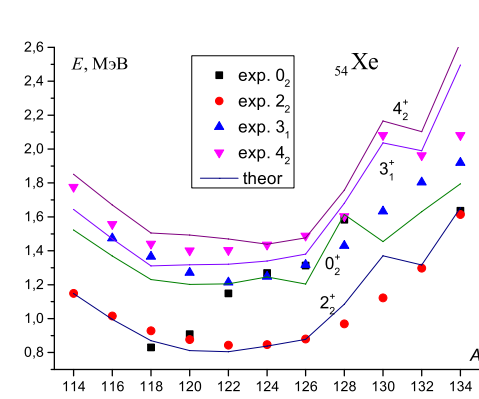


Рис. 6: Теоретические и экспериментальные энергии вне иррастных состояний в изотопах Xe.

простирается вплоть до  $I = 12^+$ . Но, как правило, теоретические энергии ирраст-состояний превышают экспериментальные. В представленных расчетах для изотопов Xe это справедливо для  $A \leq 122$ . Естественно связать это с неучтенным влиянием двух-квазичастичных (неколлективных) высокоспиновых мод с моментом  $J > 6^+$ , которые не были учтены в перенормировке параметров МВБ. Довольно разумное описание получено для  $2_2^+$ ,  $4_2^+$ -состояний. Это относится и к низко лежащим  $0_2^+$ -состояниям, за исключением ядер с  $A = 118, 120$ .

Возвращаясь к состояниям ирраст-полос, встает вопрос о явном учете высокоспиновых фононов. Это дало бы возможность описания эффекта пересечения полос и анализа поведения значений  $B(E2)$ , сопровождающийся этим явлением. Этому посвящена следующая глава.

**Глава 7. Бозонное описание пересечения полос.** Целью главы является теоретическое описание свойств состояний ирраст-полос в четных ядрах в области пересечения полос с помощью учета высокоспиновых мод

возбуждений. Для этого волновая функция в явном виде расширяется за счет введения неколлективных  $b$ -бозонов, отображающих  $B$ -фононы по тому же правилу, как это делается для  $D$ -фононов. С учетом новых бозонов волновая функция имеет вид

$$\Psi(I) = \psi_c(I) + \sum_{i1,c1} \alpha_{i1,c1} \left( b_{i1}^+ \psi_{c1} \right)^{(I)} > + \dots, \quad (23)$$

где  $\psi_c, \psi_{c1}$  есть волновые функции, содержащие суперпозиции только  $d$ -бозонов, которые будут называться функциями коллективных состояний. Энергии нижайшей части ираст-спектра с  $I \leq 6^+$  располагаются существенно ниже энергий неколлективных возбуждений. Поэтому их влияние на энергии рассматривается через перенормировку параметров бозонного гамильтониана за счет  $b_J$  с  $J \leq 6^+$ . При больших спинах коллективные и неколлективные состояния могут оказаться энергетически близкими. Поэтому компоненты этих неколлективных мод необходимо явно вводить в рассматриваемый базис. Это приводит не только к дополнительному сжатию спектра коллективных состояний, но и к пересечению полос разной природы. Расширенный бозонный гамильтониан  $H_b$  с учетом явного рассмотрения  $b$ -бозонов принят в виде

$$H_b = H_{b1} + H_{b2}; \quad H_{b1} = H_{\text{IBM}} + \sum_i \omega_i b_i^+ b_i + V^{(1)}; \quad H_{b2} = V^{(2)} + V^{(3)}. \quad (24)$$

Так как часть  $b$ -бозонов или  $B$ -фононов с моментами  $J \leq 6^+$  рассматриваются неявно через перенормировку бозонных параметров, а в (24) рассматриваются все  $b$ -бозоны, то параметры в бозонном гамильтониане  $H_{\text{IBM}}$  пока рассматриваются без учета неколлективных фононов, т.е. с учетом только  $D$ -фононов. Величины  $\omega_i$  являются энергиями неколлективных бозонов. Взаимодействия  $V^{(1)}, V^{(2)}$  без учета  $s$  бозонов содержат члены, пропорциональные операторам

$$V^{(1)} \sim (d^+ d)^{(J)} \cdot b_J; \quad (d^+ d^+)^{(J)} \cdot b_J; \quad ((d^+ (dd)^{(L)})^{(J)}) \cdot b_J; \quad ((d^+ d^+)^{(L)} d)^{(J)} \cdot b_J, \\ V^{(2)} \sim ((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J)} \cdot b_i \quad (25)$$

и эрмитово им сопряженным. Соответствующие им параметры определяются матричными элементами в фермионном пространстве в соответствии с процедурой Марумори по аналогии с тем, как это было сделано для параметров бозонного гамильтониана через соотношения (5) — (8). Взаимодействие  $V^{(1)}$  и  $V^{(2)}$  выражает связь коллективных состояний с неколлективными. Оператор  $V^{(3)}$  характеризует взаимодействие между различными неколлективными бозонами и он оказывается пропорционален членам

$$V^{(3)} \sim (b_{J1}^+ b_{J2})^{(2)} \cdot d^+; \quad (b_{J1}^+ b_{J2})^{(L)} \cdot (d^+ d^+)^{(L)}; \quad (b_{J1}^+ b_{J2})^{(L)} \cdot (d^+ d)^{(L)} \quad (26)$$

и эрмитово им сопряженным. Мультипольность  $b_J$ -бозонов, определяющих взаимодействие  $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$  варьируется от  $J = 0^+$  до  $J = 6^+$ , мультипольность  $b_J$ -бозонов, определяющих взаимодействие  $V^{(3)}$  от  $J = 0^+$  до  $J = 10^+$ .

Часть гамильтониана, а именно  $V^{(1)}$ , используется для перенормировки параметров бозонного гамильтониана (2). Для связи коллективных состояний с  $b_{J=8,10}$  взаимодействие  $V^{(1)}$  имеет важное значение наряду с  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$  в (24) из-за членов интерференции.

Амплитуды  $\alpha_{i,c}$  в функциях (23) при  $J \leq 6^+$  рассчитываются в первом порядке по взаимодействию  $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$ . Амплитуды с  $J > 6^+$  находятся через второй порядок по взаимодействию от  $V^{(1)}$ ,  $V^{(2)}$  и от  $V^{(3)}$ .

Представленная теоретическая схема с учетом высокоспиновых бозонов была применена для ядер  $^{112-128}\text{Xe}$  и  $^{120-130}\text{Ba}$ . В легких изотопах Хе с  $A = 112 - 116$  высокоспиновые фононы оказывают слабое влияние на энергии коллективных состояний. Для изотопов с  $A \geq 122$  главную роль играют высокоспиновые фононы, построенные на одночастичном состоянии  $h_{11/2}$ , одновременно в структуре  $D$ -фонона компоненты  $(h_{11/2})^2$  также весьма существенны, поэтому наличие неколлективного фонона сужает конфигурационное пространство при формировании  $D$ -фононов. Это учитывается таким образом, что энергии коллективных состояний в присутствии высокоспинового бозона принимаются примерно на 250 кэВ больше, чем в случае отсутствия этого бозона. Для изотопов с  $A = 118, 120$  реализуется промежуточная ситуация. Помимо фононов, главный вклад в которые дает  $(h_{11/2})^2$ , в расчетную схему включались все фононы, построенные на связанных одночастичных состояниях.

Результаты расчета энергий ираст-полос иллюстрируются на примере двух изотопов  $^{120}\text{Xe}$  и  $^{124}\text{Xe}$ , для которых проявляются обе тенденции. На рис. 7, 8 приведены энергии в зависимости от спина состояния

Состояния ираст-полос в изотопах  $^{112-120}\text{Xe}$  имеют схожие особенности. Расчеты без каналов взаимодействия  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$  дают энергии, отличие которых от экспериментальных значений растет с ростом спина. При этом теоретические и экспериментальные значения энергий, начиная со спина  $I = 8^+$ , образуют, как это видно из соответствующих рисунков, линию, близкую к прямой. Для  $^{120,124}\text{Xe}$  представлены также результаты расчета в рамках феноменологии МВБ, когда параметры бозонного гамильтониана подбираются по экспериментальным энергиям. Результат близок к экспериментальным значениям, но как было показано в одном из предыдущих разделов, микроскопическое описание состояний, начиная со спина  $6^+$ , по крайней мере в легких изотопах Хе, требует учета дополнительных каналов взаимодействия, которые включают высокоспиновые фононы. В изотопах  $^{122,124}\text{Xe}$  иная ситуация, в них как для экспериментальной, так и для теоретической зависимости  $E(I)$  при  $I = 12^+$  наблюдается излом. Как будет

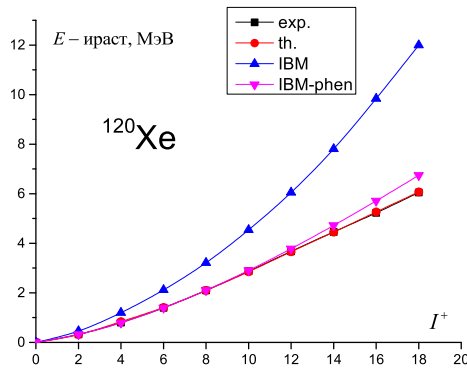


Рис. 7: Энергии состояний ираст-полосы для  $^{120}\text{Xe}$ . Подписи "th." и "exp." соответствуют теоретическим и экспериментальным значениям, подпись "IBM" соответствует расчетному значению, но без учета каналов взаимодействия  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$ . Дополнительно под подписью "IBM-phen" понимается результат расчета в рамках феноменологии МВБ.

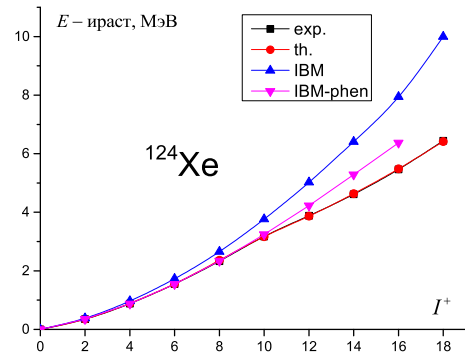


Рис. 8: Тоже самое для  $^{124}\text{Xe}$ . Экспериментальные энергии приведены до спина  $18^+$  как для этого ядра, так и для предыдущего.

видно ниже, это характеризует то, что в легких изотопах Хе происходит плавное замещение коллективной компоненты в волновой функции (описанных в терминах  $d$ -бозонов) на те, которые содержат бозоны большей мультипольности. В более же тяжелых, начиная с  $^{122}\text{Xe}$ , этот переход происходит достаточно быстро, что проявляется и в значениях  $B(E2)$  внутри ирастной полосы. В изотопах  $^{126,128}\text{Xe}$ , начиная со спина  $I = 10^+$ , наблюдается две близкие полосы. Это свидетельствует о их слабом взаимодействии. Теоретические расчеты их воспроизводят. При этом достаточно близко к этим энергиям оказывается расчет без учета каналов взаимодействия  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$ . Это коррелирует с тем, что в самосогласованных расчетах, представленных в настоящей работе, описание было удовлетворительным вплоть до  $I = 10^+$  или  $I = 12^+$ . Связано это с ослаблением взаимодействия состояний, содержащих различные бозоны. В данных ядрах ирастные состояния, начиная с  $I = 10^+$ , перестают быть коллективными, но таковыми остаются следующие возбуждения с тем же спином.

Представленный теоретический расчет дает описание энергий состояний ираст-полос изотопах Хе вплоть до спинов  $18^+$ , несоответствие экспериментальным значениям при этом не превышает 32 кэВ.

При описании высокоспиновых состояний в изотопах Хе особую роль играет состояние уникальной четности  $h_{11/2}$  в оболочке 50-82. Энергия соответствующей квазичастицы становится низжайшей, начиная с  $^{122}\text{Xe}$ . Поэтому, начиная с этого ядра, должен измениться характер перехода от коллективных состояний к состояниям, в которых явно присутствует высокоспиновый бозон. Это подтверждается анализом волновых функций ираст-состояний, представленных в терминах  $d$  и  $b$ -бозонов на рис. 9, 10, где глав-

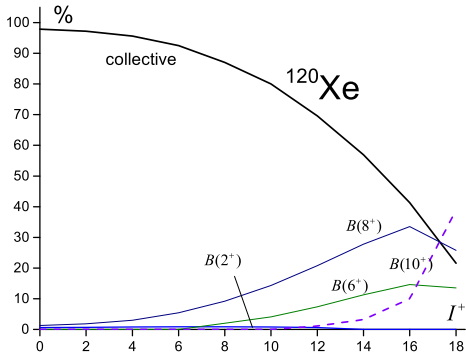


Рис. 9: Бозонный состав волновых функций ираст-полос в  $^{120}\text{Xe}$ .

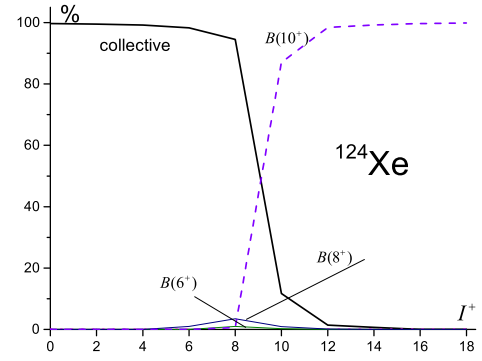


Рис. 10: То же самое для  $^{124}\text{Xe}$ .

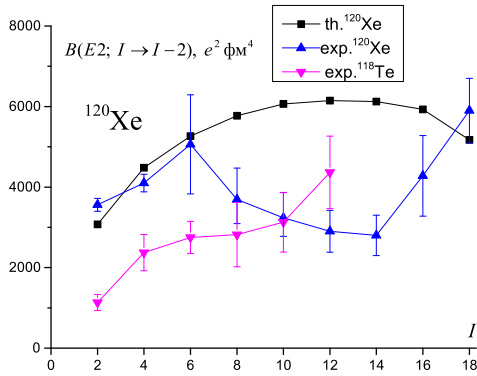


Рис. 11: Теоретические вероятности  $E2$ -переходов для коллективной полосы в  $^{120}\text{Xe}$ .

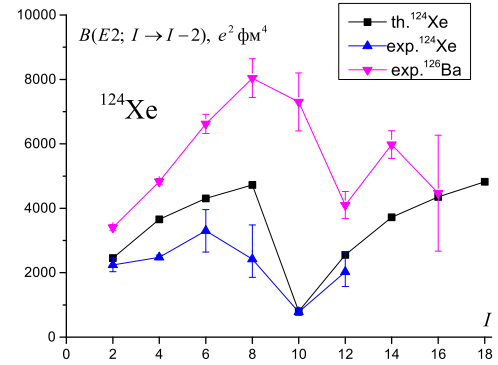


Рис. 12: То же самое для  $^{124}\text{Xe}$ .

ными компонентами в волновой функции (23) оказываются коллективная и те, которые содержат высокоспиновые бозоны с  $J = 6^+, 8^+, 10^+$ .

Значения  $B(E2)$  для переходов внутри ираст-полос в двух изотопах Xe приведены на рис. 11, 12.

Из этих рисунков видно, что для  $^{120}\text{Xe}$  теоретические значения  $B(E2)$  не испытывают резкого уменьшения ни при каком спине. Они, по мере роста спина, продолжают медленно расти, либо испытывают слабое падение с некоторого спина. Связано это с плавным замещением коллективной компоненты на компоненты с высокоспиновыми бозонами. В  $^{120}\text{Xe}$  описание  $B(E2)$  до спина  $I = 6^+$  удовлетворительно, но начиная с  $I = 8^+$  экспериментальные значения испытывают сильное уменьшение. Для сравнения, на рис. 11 приведены экспериментальные данные для  $^{118}\text{Te}$ , которые, как видно, таких уменьшений в значениях  $B(E2)$  не имеют.

В  $^{124}\text{Xe}$  значение  $B(E2)$  с состояния  $10^+$  существенно подавлено, а начиная с  $12^+$  значения  $B(E2)$  опять значительны, что совпадает с данными эксперимента. Причина этого, как видно из рис. 9, заключается в том, что при переходе от состояния  $8^+$  к состоянию  $10^+$  происходит существенное

изменение в структуре волновой функции. Падает коллективная компонента, а главной компонентой становится состояние с  $b_{10}$ , что соответствует пересечению полос. При больших спинах вероятности переходов становятся снова существенными.

Т.о., для легких и тяжелых изотопов Хе механизм пересечения полос различен. В легких изотопах падение вклада коллективной компоненты по мере роста спина происходит плавно, что соответствует также плавному изменению в значениях  $B(E2)$ . Это осуществляется в тех случаях, когда значение химического потенциала находится заметно ниже энергии состояния уникальной четности  $h_{11/2}$ , а реализуется для  $A \leq 120$ . Наоборот, в тяжелых изотопах Хе, начиная с  $^{122}\text{Xe}$ , для которых химический потенциал оказывается вблизи состояния уникальной четности, переход в волновой функции ираст-полос от коллективной компоненты к той, в которой преобладает  $b_{10}$ -бозон, осуществляется резко при некотором спине  $I_0$ , что отражается в существенном уменьшении значения  $B(E2; I_0 \rightarrow I_0 - 2)$ .

Далее рассмотрен эффект пересечения полос в  $^{120-130}\text{Ba}$ . При относительно небольших спинах (например,  $I^\pi \leq 10^+$  в  $^{118-126}\text{Ba}$  и  $I^\pi \leq 8^+$  в  $^{128-130}\text{Ba}$ ) состояния в четно-четных ядрах могут быть интерпретированы как квадрупольные коллективные возбуждения, связанные сильными  $E2$ -переходами, для которых приведенные вероятности  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  в десятки и сотни раз превышают одночастичную оценку. Однако при больших спинах ираст-полоса продолжается, имея основание совсем другой природы. Экспериментально это заметно по изменению значений  $B(E2; I \rightarrow I - 2)$  с ростом спина и по нарушению монотонности в изменении энергий ираст-состояний. Наиболее наглядной картиной, иллюстрирующей пересечение полос, является зависимость эффективного момента инерции  $\mathfrak{I}$  от квадрата частоты вращения  $\hbar\omega$ . При этом нерегулярности в кривой  $\mathfrak{I}$  от  $\omega^2$ , особенно явление „обратного загиба“ – backbending, могут указывать, насколько резко происходит переход в ираст-полосе от коллективного состояния к состоянию, включающему высокоспиновую фононную моду. Для четных изотопов Ва подобные графики представлены на рис. 13 и 14.

В соответствии с условиями, налагаемыми на меру корреляций в основном состоянии, величина  $r = \sum \varphi^2 / \sum \varphi^2$  была принята для  $^{120,122}\text{Ba}$  и  $^{124-130}\text{Ba}$  соответственно равной 0.012 и 0.020.

Коллективные состояния, построенные на высокоспиновых фононах или бозонах, могут отличаться в сторону меньшей коллективности, что проявляется в больших энергиях  $d$ -бозонных состояний по сравнению с теми, что строятся на фоннном вакууме и чем больше коллективность, тем меньше это различие. Для легких изотопов Ва с  $A < 126$  это различие не учитывается, однако присутствует для ядер с большим массовым числом, которые менее коллективны. Объясняется это тем, что высокос-

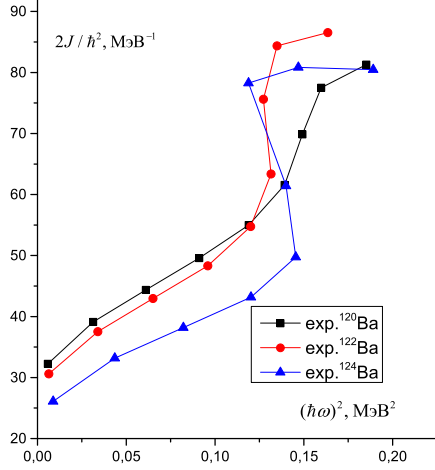


Рис. 13: Зависимость эффективного момента инерции от  $(\hbar\omega)^2$  для ираст-полос по экспериментальным значениям энергий в  $^{120-124}\text{Ba}$ .

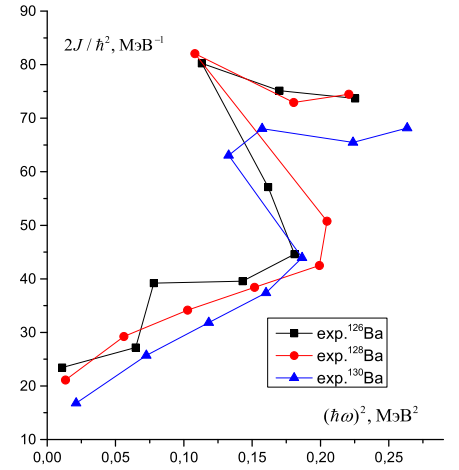


Рис. 14: То же самое для  $^{126-130}\text{Ba}$ .

пиновый фонон определяется конфигурацией  $(h_{11/2})^2$ . По мере роста числа нейтронов химический потенциал приближается к нейтронному уровню  $h_{11/2}$ , приводя к тому, что двухквазичастичное состояние  $(h_{11/2})^2$  дает существенный вклад в структуру  $D$ -фонона. Поэтому явное присутствие в волновой функции высокоспиновой пары приводит к сокращению квазичастичного конфигурационного пространства на котором формируются остальные фононы, в частности, увеличивая энергию  $D$ -фонона, перераспределяя его компоненты по более высоколежащим двухквазичастичным возбуждениям. Как результат, меняются параметры  $H_{\text{IBM}}$  для тех компонент волновых функций, в которых присутствует высокоспиновая пара. Соответственно происходит изменение бозонных средних от бозонных операторов, которые в том числе определяют связь коллективных и квазичастичных возбуждений. Учет этого эффекта выполнен феноменологически за счет введения ослабления связи коллективных и квазичастичных состояний. Для легких изотопов оно близко к единице, для тяжелых, в которых квазичастицы на  $h_{11/2}$  играют более важную роль в структуре  $D$ -фонона, уменьшается до значения 0.8. Расчеты, проведенные без учета каналов взаимодействия  $V^{(2,3)}$ , приводят к значениям параметров  $H_{\text{IBM}}$ . При этом расчетные значения среднего числа квадрупольных бозонов  $n_d$  в основном состоянии доходят до 7.

Сравнение экспериментальных и теоретических энергий ираст-полос в изотопах Ba показывает что они близки, а различие при высоких спинах не превышает 120 кэВ. Взаимодействия  $V^{(2)}$  и  $V^{(3)}$  не сильно влияют на относительные энергии  $2_1^+$  состояний, но на абсолютные значения они влияют и тем больше, чем больше коллективность ядра. Так в  $^{120}\text{Ba}$  это сдвигает основное состояние на 1.8 МэВ, а для  $^{128,130}\text{Ba}$  этот сдвиг стремится к ну-

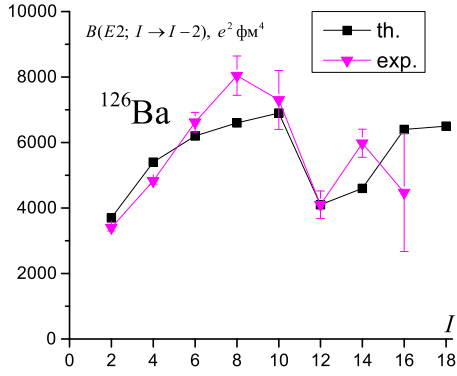


Рис. 15: Теоретические и экспериментальные значения  $B(E2)$  вдоль ираст-полосы в  $^{126}\text{Ba}$ .

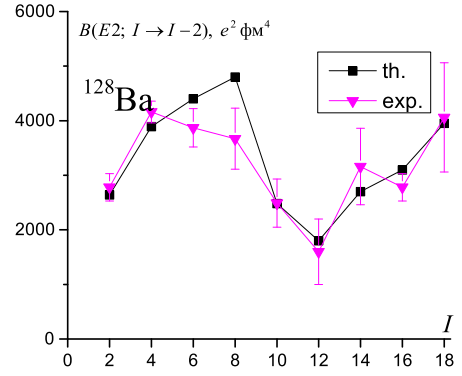


Рис. 16: То же самое для  $^{128}\text{Ba}$ .

лю. Большие значения числа квадрупольных бозонов в основном состоянии коррелируют с энергиями основного состояния относительно бесфононного состояния МВБ1.

Величины  $B(E2; I \rightarrow I - 2)$  представлены на рис. 15–17, где теоретические значения получены без введения эффективных зарядов. Для  $^{126}\text{Ba}$  в целом получено соответствие экспериментальных и расчетных значений. Особенно следует обратить внимание на резкое падение значения  $B(E2)$  для перехода  $12^+ \rightarrow 10^+$  и последующий рост приведенных вероятностей для бóльших спинов. Как видно из рис. 18, это соответствует резкому переходу от чисто коллективного состояния со спином  $10^+$  к состоянию  $12^+$ , где компонента с двухквазичастичной парой составляет 60%. В  $^{128}\text{Ba}$  также имеется соответствие экспериментальных и расчетных значений  $B(E2)$ , если не считать несколько завышенного значения для перехода с  $8^+$  состояния. Для остальных переходов, вплоть до перехода с  $18^+$ , описание удовлетворительно. В этом ядре для двух переходов с состояний  $10^+$  и  $12^+$ , наблюдается резкое падение значений  $B(E2)$ . Объясняется это тем, что, как видно из рис. 18, для  $10^+$  коллективная и двухквазичастичная компоненты поделены поровну, а потому как с него, так и с последующего состояния, чья компонента определяется в основном наличием двухквазичастичной пары, значения  $B(E2)$  оказываются ослабленными. Похожая ситуация реализуется для  $^{130}\text{Ba}$ , где описание также удовлетворительно.

Рис. 18 дает представление о том, что происходит с состояниями ираст-полосы по мере роста спина. Состояние со спином  $I^\pi = 14^+$  для всех рассмотренных ядер определяется наличием высокоспиновой квазичастичной пары. В состояниях с  $I^\pi = 12^+$  для ядер с  $A \leq 126$  состав с  $b_{10}$  колеблется от 55 до 74%. Состояние с  $I^\pi = 10^+$  для ядер с  $A \leq 126$  остается практически чисто коллективным, а для более тяжелых ядер вклад с  $b_{10}$  оказывается на уровне 50%.



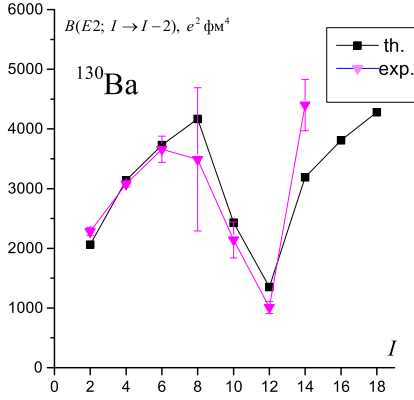


Рис. 17: То же самое для  $^{130}\text{Ba}$ .

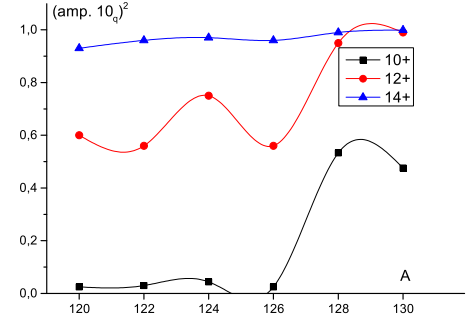


Рис. 18: Вклад в волновые функции состояний со спинами  $10^+$ ,  $12^+$ ,  $14^+$  ирраст-полос компонент, содержащих  $(h_{11/2}^2)^{10^+}$  в  $^{120-130}\text{Ba}$ .

Пересечение полос по результатам расчетов реализуется во всех рассмотренных изотопах Ва, а обратный загиб, представленный на рис. 13, 14, сильнее наблюдается для более тяжелых изотопов с ( $A \geq 124$ ). В рассмотренных изотопах Ва не происходит плавного замещения коллективных компонент на неколлективные, как это имеет место для легких изотопов Хе. Также не реализуется резкий переход в структуре состояний, когда для спина  $I$  коллективная компонента существенно преобладает, а для спина  $I + 2$  компонента с  $b_{10}$  становится преобладающей. Обратный загиб реализуется для менее коллективных ядер. Его отсутствие не свидетельствует о том, что пересечения полос не происходит, но об этом может свидетельствовать характер в поведении  $B(E2; I \rightarrow I - 2)$  в зависимости от спина.

Общим утверждением является то, что при более слабом взаимодействии между коллективными состояниями и состояниями, содержащими высокоспиновые пары, эффект обратного загиба будет выражен ярче. Взаимодействие зависит как от бозонных м.э., они пропорциональны среднему от числа квадрупольных бозонов, так и от фермионных м. э.

Таким образом, для изотопов Ва, отличающихся большей степенью коллективности, получено описание состояний ирраст-полос. Энергии  $2_1^+$ -состояний для рассмотренных изотопов отличаются между собой в два раза. Было получено описание механизма пересечения полос на основе микроскопической версии МВБ1, где учитывались высокоспиновые бозоны. При этом, как показал расчет, во многом согласующийся с экспериментом, в изотопах Ва пересечение полос происходит неизменно, а эффект обратного загиба проявляется сильнее при меньшей коллективности, когда энергия первого возбуждения больше, а значения  $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$  меньше. Он реализуется, начиная с  $^{124}\text{Ba}$ .

**В приложении А** приведены выражения для матричных элементов гамильтониана между многофононными состояниями и оценки для нормировок трехфононных состояний.

**В приложении В** изложена техника суммирования по неколлективным тамм–данковским фононам с использованием изоскалярных частично-дырочных сил с помощью контурного интегрирования.

**В приложении С** получена оценка влияния корреляций на амплитуды сверткучести. Для решения этой задачи осуществлено суммирование по фононам КМСФ.

## Заключение

В заключении приведем основные результаты работы:

— Разработан и апробирован теоретический подход, позволяющий описывать свойства коллективных квадрупольных состояний переходных ядер на микроскопической основе. При этом используемые амплитуды, характеризующие парные корреляции и коллективную квадрупольную ветвь возбуждения, получены на основе минимизации, при ряде дополнительных условий, полной энергии ядра в каждом состоянии.

— Была решена проблема фазового перехода, когда коллективная мода продолжает определяться при переходе от сферических к деформированным ядрам. При этом одновременно было достигнуто выполнение принципа Паули для многофононных состояний, когда число квазичастиц на каждом одночастичном уровне не превышает величины  $j + 1/2$ .

— Впервые на микроскопической основе определены все константы коллективного гамильтониана и оператора электрических квадрупольных переходов. Показано, что эффект связи коллективных и неколлективных мод необходим для решения этой задачи.

— Поставлена и реализована задача согласования фононных, парно-корреляционных и бозонных амплитуд.

— Представленная микроскопическая теория была применена к изотопам с  $N = 70$ , изотопам теллура и ксенона. Для них получено удовлетворительное описание свойств коллективных состояний до спинов, не превышающих значение  $10^+$ .

— Расширение бозонного пространства за счет дополнительных мод на микроскопической основе позволило в диссертации впервые получить согласующееся с экспериментом описание приведенных вероятностей электрических квадрупольных переходов в области пересечения ротационных полос, т.е. при больших значениях углового момента ядра.

## Основные публикации по теме диссертации

1. Ерохина К.И., Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Развитие модели взаимодействующих бозонов за счет включения дополнительной квадрупольной моды возбуждения //Известия АН. СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. №1. С. 78-86.
2. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Коллективная ядерная динамика, сб. статей под ред. Джолоса Р.В. Л.: Наука, 1990. С. 120.
3. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическая структура состояний двухфононного триплета в изотопах селена //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1992. Т.56. №1. С. 57-67.
4. Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Phonon mechanisms of mixing collective and quasiparticle excitations //Phys. Rev. C. 1999. Vol. 59. Is. 6. Pp. 3153-3165.
5. Pasternak A.A., Sasaki Y., Efimov A.D., Mikhailov V.M., Hayakawa T., Toh Y., Oshima M., Hatsukawa Y., Katakura J., Shinohara N., Liu Z., Furuno K. DSA lifetime measurements and structure of positive parity bands of  $^{120}\text{Xe}$  //Eur. Phys. J. A. 2000. Vol. 9. Pp. 293-297.
6. Efimov A.D., Pasternak A.A., Doinikov D.N., Mikhajlov V.M. and Srebrny J. Is the collective IBM space exhausted only by the valence shell? //Acta Physica Polonica B. 2001. Vol. 32. Pp. 2591-2596.
7. Pasternak A.A., Srebrny J., Efimov A.D., et al. Lifetimes in the ground-state band and the structure of  $^{118}\text{Te}$  //Eur. Phys. J. A. 2002. Vol. 13. Pp. 435-448.
8. Ефимов А.Д. Согласование спаривания с многофононностью //Int.Conf. on Nucl. Physics, Sarov. 2006. P. 258.
9. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Динамика квадрупольной коллективности в четных изотопах гафния //Известия РАН. Сер. физ. 2009. Т. 73. №6. С. 808-813.
10. Efimov A.D., Mikhajlov V.M. What alterations in nuclear structure does IBM conceal? //Proceedings of the Intern. Conference on Nuclear Structure and Related Topics, vol. II. Dubna. JINR, 2009. Pp. 251-255.
11. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Самосогласованное определение спаривательных и фононных амплитуд в многофононных состояниях //Известия РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. №4. С. 580-586.

12. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическая структура  $^{126}\text{Ba}$  в терминах МВБ //Известия РАН. Сер. физ. 2011. Т. 75. №7. С. 945-953.
13. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическое описание коллективных состояний изотонов с  $N=70$  на основе МВБ //Известия РАН. Сер. физ. 2012. Т. 76. №8. С. 969-974.
14. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическое описание абсолютных значений  $B(E2)$  в рамках МВБ //Известия РАН. Сер. физ. 2013. Т. 77. №7. С. 948-953.
15. Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Collective states of even Xe isotopes in IBM+MQRPA //EPJ Web of Conferences. 2016. Vol.107. P.03013(1-5).
16. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Вариационный метод расчета параметров МВБ1 и свойства четных изотопов теллура //Известия РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. №8. С. 986-991.
17. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическая структура ирастполос в четных изотопах Хе //Известия РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. №10. С. 1395-1402.
18. Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Бозонное описание пересечения полос в четных изотопах Ва //Известия РАН. Сер. физ. 2019. Т. 84. В печати.