

ФТИ им. А.Ф. Иоффе

На правах рукописи

Ефимов Александр Дмитриевич

МИКРОСКОПИЧЕСКАЯ ВЕРСИЯ МОДЕЛИ
ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БОЗОНОВ

01.04.16 — физика атомного ядра и элементарных частиц

Диссертация на соискание ученой степени доктора
физико-математических наук

Санкт-Петербург
2019

Оглавление

Введение	5
1 Предмет и метод исследования	12
1.1 По поводу предмета и методов исследования	12
1.2 Алгебраическое рассмотрение ядерной квадрупольной степени свободы и МВБ	20
1.3 Феноменологические и микроскопические аспекты МВБ	30
1.4 Требования, предъявляемые к микроскопическому описанию коллективных состояний	33
1.5 Основные результаты главы	37
2 Вариационный метод определения энергий коллективных состояний	38
2.1 Отображение фермионных операторов на бозонные, принятое в МВБ1, и бозонные параметры гамильтониана в первом приближении	38
2.2 Энергия корреляции фононного вакуума	46
2.3 Структура фононного вакуума и энергия корреляций	49
2.4 Члены Лагранжа в энергетическом функционале, определяемые из условий нормировки различных амплитуд	51
2.5 Дополнительные условия на амплитуды и вклад в энергетический функционал всех условий	52
2.6 Качественное рассмотрение роли дополнительного условия на фононные амплитуды ψ и φ , приводящее к существенному уменьшению величины $\sum \varphi^2$	55
2.7 Учет связи коллективных и неколлективных состояний с помощью теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера	60
2.8 Перенормировка параметров гамильтониана МВБ ε_d и C_L	63
2.9 Перенормировка параметров членов гамильтониана МВБ, чьи матричные элементы недиагональны в вибрационном базисе SU_5	69
2.10 Полный функционал фононной задачи	72

2.11	Основные результаты главы	77
3	Сверхтекучие свойства ядра при условии многофононности	78
3.1	Уравнения для параметров Боголюбова с учетом членов гамильтониана МВБ, пропорциональных $\varepsilon_d^{(0)}$ и $k_1^{(0)}$	78
3.2	Роль остальных членов гамильтониана МВБ и корреляционной энергии на параметры сверхтекучести	86
3.3	Основные результаты главы	90
4	Определение амплитуд D-фононов и финальное выражение для параметров бозонного гамильтониана	91
4.1	Уравнения для фононных амплитуд	91
4.2	Полная энергия и финальные параметры гамильтониана МВБ	97
4.3	Принимаемые упрощения. Среднее поле и остаточное взаимодействие	99
4.4	Критерий выбора меры корреляций в основном состоянии .	100
4.5	Последовательность итерационных решений нелинейных уравнений	103
4.6	Основные результаты главы	105
5	Бозонный оператор $E2$-перехода	107
5.1	Бозонный оператор $E2$ -перехода и физические процессы, определяющие его параметры	107
5.2	Основные результаты главы	113
6	Результаты расчетов в самосогласованной схеме	114
6.1	Результаты для изотонов с $N=70$	114
6.2	Влияние параметров среднего поля на свойства коллективных состояний через параметр гамильтониана МВБ k_2 . . .	120
6.3	Результаты самосогласованных расчетов коллективных состояний изотопов Te и Xe со всеми вычисленными параметрами МВБ	123
6.4	Основные результаты главы	130
7	Бозонное описание пересечения полос	132
7.1	Расширение бозонного пространства с целью описания высокоспиновых состояний	132
7.2	Оценка ряда процессов в первом порядке по взаимодействию между многофононными состояниями	138
7.3	Результаты расчетов для $^{112-128}Xe$	141
7.4	Результаты расчетов для $^{120-130}Ba$	153

7.5 Основные результаты главы	161
Заключение	164
Список таблиц	167
Список рисунков	174
Приложения	174
А Матричные элементы между многофононными состояниями	175
В Суммирование по неколлективным тамм–данковским фононам	183
С Влияние корреляций на амплитуды сверхтекучести. Суммирование по фононам КМСФ	185

Список обозначений

- $\tilde{A}_{1234}^{(\eta+1)}(\lambda)$ — выражение для факторизованных сил, стр. 47.
 $\Delta, \bar{\Delta}$ — параметры щели без и с учетом блокировок, стр. 81.
 $\varepsilon_d, k_1, k_2, C_L, e^*, \chi_{E2}$ — параметры бозонной модели, стр. 26.
 $E_0^{(\text{qp-ph})}$ — энергия квазичастично-фононного вакуума, стр. 41.
 $q_{\tau ij}^{(1)} = \langle i || q || j \rangle (-1)^{lj} L_{ij}^{(0)}$, стр. 94.
 \hat{n}_j — оператор числа квазичастиц, стр. 22.
 \hat{N}_τ — оператор числа частиц, стр. 53.
 $n_d(I), P_1(I), P_2(I) < C_L >_I$ — бозонные средние, стр. 41.
 $n_i^{(k)}, k = 1, 3$, стр. 22.
 $n_\tau^{(k)}$, стр. 74.
 $L_{12}^{(\eta)}, M_{12}^{(\eta)}$ — комбинации параметров преобразования Боголюбова, стр. 45.
 Φ_{00} — энергия вакуума квазичастиц, стр. 38.
 $E_0^{(B)}(\lambda=2)$ — корреляционная энергия вакуума нижайших квадрупольных фононов, стр. 44.
 R — регулятор, позволяющий стабилизировать меру корреляций r , стр. 101.
 y_j — фактор, показывающий степень занятости одночастичного уровня квазичастицами, для полностью свободного уровня $y_j = 1$, полностью занятого, $y_j = 0$, стр. 53. Его можно трактовать как вероятность того, что уровень jlm свободен от квазичастиц.
 χ — множитель Лагранжа, регулирующий величину корреляций, стр. 54.
 Φ' — часть энергетического функционала, определяющая все дополнительные условия, стр. 55.
 Ω — максимальное число квадрупольных бозонов, стр. 21, 23.
 ω' — множитель Лагранжа, регулирующий максимальное число бозонов до целого числа, стр. 53.

Введение

Актуальность темы исследования

Около семидесяти лет назад описание квадрупольной низкоэнергетической коллективности стали связывать с геометрической моделью Бора-Моттельсона, использующей пять переменных квадрупольной деформации [1]. Вслед за этим в соответствии с моделью Давыдова явно стала учитываться неаксиальность [2, 3]. Данные варианты модели использовались в начале как феноменологические, но вскоре, на основе вычисления энергии деформации с помощью оболочечной поправки Струтинского [4] и вычисления моментов инерции, следуя методу Инглиса [5], эти модели стали получать микроскопическое обоснование [6, 7].

Следующий этап в описании коллективных состояний был связан с бозонным представлением парных фермионных операторов. На основе работ Беляева и Зелевинского [8, 9] была построена серия работ Соренсена [10, 11, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19], цель которых заключалась в бозонном представлении фермионных операторов, а через это приближенное решение многочастичной ядерной задачи. Использование эффективных межнуклонных сил привело к возможности описания свойств коллективных состояний в ряде ядер на качественном уровне. Однако сходимость разложения фермионных операторов в ряд по бозонным оказалась слабой. Следующий этап был связан с работами Кишимото и Тамуры [20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28]. Принципиальным для них был учет связи коллективных и неколлективных фононов. Один из выводов этой серии работ в том, что эффективным оказывается отображение не отдельных пар квазичастиц, а фононных операторов.

К наиболее широко используемому подходу описания коллективных состояний относится модель, полученная на основе представления фермионных пар в виде конечных выражений через бозонные операторы. Она была представлена в серии работ Джолоса, Янсена, Дэнау [29, 30, 31, 32]. В этих работах предполагалось, что используя только нижайшие квадрупольные фононы можно рассчитывать параметры бозонных операторов. Вслед за первой из данных работ аналогичная модель была сформулирована в терминах идеальных квадрупольных и скалярных бозонов, по-

лучившей общепризнанное название Модели Взаимодействующих Бозонов (МВБ) [33, 34, 35, 36]. В силу того, что эта модель описывала как вибрационный, так и ротационный характеры спектров, она стала широко использоваться в качестве феноменологического способа описания свойств коллективных состояний. Вместе с тем микроскопическому расчету параметров МВБ было посвящено существенно меньшее число работ.

В настоящей диссертации представлен новый Микроскопический вариант МВБ, построенный на вариационном методе, где функционал содержит полную энергию. Разработанная теория апробирована на описании свойств переходных ядер в области $A \sim 120$.

Разработанность темы исследования

Серия представленных работ по бозонному представлению фермионных операторов позволила сформулировать ряд требований к теории, необходимых для корректного описания рассматриваемых состояний. Они сформулированы в работах Кишимото и Тамура. Прежде всего это отображение именно фононов на бозоны, а также необходимость учета влияния неколлективных состояний на коллективные. Способ отображения фононов на бозоны, полученный в работах Джолоса, Янсена, Дэнау [30], основанный на предположении замкнутости алгебры фононных операторов, принимается в полной мере в данной диссертационной работе. Так как в МВБ постулируется конечность бозонного пространства со стандартным набором членов, это позволяет точно рассчитывать энергии и волновые бозонные функции, а также матричные элементы операторов в бозонном пространстве. В нашем случае расчет необходимых генеалогических коэффициентов был получен на основе работы Гая [37].

Необходимым элементом данной работы является использование техники рассмотрения фононных возбуждений в рамках Квазичастичного Метода Случайной Фазы (КМСФ). Однако в представленной работе предполагалось, что уже основное состояние содержит некоторое число фононов. Так как все амплитуды находятся из минимизации полной энергии, а это значит, что минимизируемый функционал содержит средние от бозонных операторов гамильтониана по бозонным функциям, позволило сформулировать задачу о согласовании фононных амплитуд с составом бозонных функций. Данная процедура привела к существенному расширению состава фононных амплитуд по вневалентным оболочкам. Это в свою очередь привело к существенному увеличению размерности бозонного пространства. Поэтому для решения задачи на собственные значения и собственные функции бозонного гамильтониана была разработана процедура, позволяющая производить расчеты в базисе, включающем до 36 квадрупольных бозонов [38]. В условиях многофононности были получены нелиней-

ные уравнения как для фононных, так и u , v -амплитуд. Для их совместного решения были разработаны соответствующие методы. При решении задачи сверхтекучести было использовано простейшее контактное взаимодействие, учтена блокировка одночастичных состояний квазичастицами, формирующими многофононные состояния, а также рассмотрено влияние квадрупольного взаимодействия на сверхтекучесть.

Разработка техники расчета матричных элементов от фермионных операторов по многофононным состояниям, а также от сложных операторов по многобозонным состояниям позволила расширить бозонное пространство за счет явного учета высокоспиновых бозонов на микроскопической основе. Это дало возможность рассмотреть явление пересечения полос для высокоспиновых состояний, выявив условия, когда взаимодействие между состояниями слабое и соответственно значения $B(E2)$ в точке пересечения в ираст-полосе весьма сильно уменьшаются, так и те условия, когда пересечение происходит поэтапно, от одного состояния в полосе к следующему. В этом случае взаимодействие между состояниями разных полос большое, а сильного уменьшения $B(E2)$ в ираст-полосе не происходит.

Цели и задачи диссертационной работы

Целью настоящей работы является создание и использование теории, способной описывать свойства коллективных состояний в переходных ядрах, а также трактовки многофононности в бозонном приближении МВБ1. При этом используемые амплитуды u , v и ψ , φ получены на основе минимума полной энергии в каждом состоянии при ряде дополнительных условий.

Приведенные в диссертации результаты можно разделить на две группы. Первая связана с вычислением параметров МВБ, что приводит к системе коллективных состояний, которые сравниваются с экспериментальными значениями. Для их количественного соответствия эффективные силы варьировались относительно самосогласованных значений не более чем на 3% (для изотопов Te частично-дырочная компонента изоскалярной силы может быть меньше вплоть до 20%). Совокупность рассмотренных в методике процессов взаимодействия коллективных и неколлективных состояний позволила, получить теоретические значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, соответствующие экспериментальным значениям, не вводя эффективных зарядов, которые были бы чисто подгоночными параметрами. При этом использовались все связанные и резонансные одночастичные состояния.

Другая группа результатов вытекает из дополнительных возможностей, которые дала разработанная методика, а именно: техника расчетов матричных элементов от сложных бозонных операторов, техника расчета фононных и сверхтекучих ψ , φ , u , v -амплитуд, а также полученные выражения

для матричных элементов фермионных операторов по многофононным состояниям. Это дало возможность для рассмотрения эффекта пересечения полос при высоких спинах.

Научная новизна

Новизна работы заключается в последовательной трактовке многофононности в бозонном приближении МВБ. Приближение замкнутости алгебры, построенной только из нижайших квадрупольных D -фононов, их коммутаторов $[D_{\mu'}, D_{\mu}^+]$ и реализации той же алгебры с учетом только идеальных квадрупольных d -бозонов позволило получить выражение для максимального числа бозонов через фононные амплитуды. Для последующих вычислений амплитуд это оказалось важным. При вычислении D -фононных амплитуд использовался вариационный способ, в котором минимизируемый функционал содержит полную энергию и ряд дополнительных условий. Так как функционал содержит средние от бозонных операторов, которые являются составными частями гамильтониана МВБ, то это позволяет поставить задачу согласования фононных амплитуд и состава бозонных функций, т.е. бозонных амплитуд. Задача эта была решена за счет введения в функционал еще одного условия, соответствующего требованию существенной малости корреляций в основном состоянии. Сопутствующим этому оказалось более широкое распределение амплитуд коллективного фонона по одночастичным состояниям вне валентных оболочек и соответственно росту максимального числа бозонов. Постановка задачи согласованности указанных амплитуд и соответственно ее решение были осуществлены впервые. Одновременно это позволило естественным образом добиться выполнения принципа Паули для каждого одночастичного состояния в среднем, т.е., чтобы в каждом одночастичном состоянии число квазичастиц было не более, чем $j + 1/2$.

Новизна работы заключается также в последовательном учете связи коллективных и неколлективных состояний. Необходимость учета этой связи проявилась при расчете энергий состояний двухфононного триплета. При рассмотрении только коллективных фононов в силу специфических фазовых соотношений и независимо от того, является ли спектр состояний вибрационным или он близок к ротационному, энергии этих состояний превышают экспериментальные значения примерно на 1 МэВ. Преодолеть это несоответствие оказалось возможно с помощью учета динамических эффектов, то есть за счет учета связи коллективных и неколлективных состояний. При этом был рассмотрен широкий набор неколлективных фононов положительной четности со спинами от 0^+ до 6^+ и достаточно широкий набор процессов, но главным образом таких, которые содержат когерентное рождение или уничтожение коллективного фонона. Соответствующие

перенормировки были учтены для всех параметров гамильтониана и оператора $E2$ -переходов.

Следует также отметить, что разработанная методика позволила рассмотреть механизм пересечения полос, который проявляется наиболее ярко для ирастных полос. Впервые, по существу не вводя дополнительных параметров, были получены большие значения $B(E2)$ при тех спинах, где это пересечение реализуется. Это часто наблюдаемое на эксперименте явление не связано со случайной близостью невозмущенных состояний разной природы. Сильное взаимодействие состояний разной природы, как видится, удалось воспроизвести благодаря двум ранее полученным результатам. Один результат, это большие значения максимального числа бозонов по сравнению с половиной числа пар валентных нуклонов и большие значения бозонных средних по сравнению с тем, что дает вибрационный характер спектра, например, среднее число квадрупольных бозонов в основном состоянии может превышать значение, равное четырем. Другой результат тот, что широкий набор рассмотренных неколлективных фононов проявляет себя уже в основном состоянии.

Наконец, диссертационная работа была бы невозможна без развитой в ней техники бозонных вычислений. Для этого была реализована в рамках МВБ процедура вычислений собственных значений и собственных функций с учетом максимально возможного числа бозонов, равного 36, а также программная реализация вычислений матричных элементов по произвольным функциям от различных сложных бозонных операторов.

Теоретическая и практическая значимость

Полученные в диссертации результаты имеют высокую научную ценность и могут быть применены в решении более широкого класса ядерных задач. С одной стороны это касается описания коллективных полос деформированных ядер, с другой, нечетных и нечетно-нечетных ядер.

Развитый подход может быть использован в тех областях теоретической ядерной физики, где возможен способ отображения квазичастиц на бозоны. В частности, это может касаться одного из возможных вариантов теории α -распада.

Методология и методы исследования

Теоретическая часть диссертации опирается на использование фононных мод возбуждений, построенных из квазичастиц при наличии корреляций в основном состоянии. Отображение фононных операторов на идеальные бозоны позволяет вместо многофононных состояний рассматривать многобозонные, что существенно упрощает решение задачи многих тел в ядерной физике. Поэтому численные результаты получены с помощью развитой бозонной техники.

Основные положения, выносимые на защиту:

- разработан и реализован в виде программного кода расчет матричных элементов по произвольным бозонным функциям от сложных бозонных операторов;
- разработан способ вычисления структуры коллективных фононов в приближении типа МСФ, когда их энергия может быть отрицательной, а амплитуды с которыми рассчитываются бозонные параметры согласуются с бозонными средними, получаемыми с этими параметрами;
- впервые на методичной основе рассмотрена перенормировка бозонных параметров за счет связи коллективных и неколлективных возбуждений широкого спектра;
- впервые для ядер достаточно удаленных от полумагических в области пересечения полос получены большие значения $B(E2)$, не менее половины от тех, что имеются для максимальных их значений в полосе.

Степень достоверности и апробация результатов

Результаты, изложенные в диссертации, были представлены в двадцати докладах на восемнадцати международных конференциях, включая:

- XL Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1990,
- XLI Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1991,
- XLVII Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1997,
- XLVIII Межд. Совещ. по яд. спектр. и структ. ят. ядра, 1998,
- LVI Межд. конф. по пробл. яд.спектр. и структ. ат. ядра, Саров, 2006
- LVII Межд. конф. по пробл. яд.спектр. и структ. ат. ядра, Воронеж, 2007,
- LVIII Межд. конф. по пробл. яд.спектр. и структ. ат. ядра, Москва, 2008,
- LIX Межд. сов. по яд.спектр. и структ. ат. ядра, Чебоксары, 2009,
- Intern. Conference on Nuclear Structure and Related Topics (Dubna, Russia, June 30 – July 4, 2009),
- LX Межд. сов. по яд.спектр. и структ. ат. ядра, 2010,
- LXI Межд. сов. по яд.спектр. и структ. ат. ядра, 2011,
- LXII Int.Conf.on Fundamental Problems of Nucl.Phys., Atomic Power Engineering and Nucl.Technologies, Voronezh, 2012,
- Intern. Conference on Nuclear Structure (Dubna, Russia, 2012),

LXIII Intrn.Conf. «Nucleus 2013» Fundamental Problems of Nucl.Phys. and Atomic Power Engineering, Moscow, 2013,

LXIV Intrn.Conf. «Nucleus 2014» Fundamental Problems of Nucl.Phys. and Atomic Power Engineering and Nucl.Technologies, Minsk, 2014,

LXV Intrn.Conf. «Nucleus 2015» New Horizons in Nucl.Phys., Nuclear Engineering, Femto- and Nanotechnologies, Saint-Petersburg, 2015,

International Conference NSRT15, Dubna, Russia, 2015,

LXVI International Conference on Nuclear Physics «Nucleus 2016» Sarov, Russia, 2016,

LXVII Intern.Conf. «Nucleus 2017» Ядерная наука и технологии, Almaty, 2017,

LXVIII Intern.Conf. «Nucleus 2018», Voronezh, 2018.

Результаты также докладывались на семинарах в Санкт-Петербургском государственном Университете, в ЛТФ ОИЯИ, международном семинаре по ядерной физике ЛТФ(ОИЯИ)-KLTP/ GAS (Санкт-Петербург, 2018).

Публикации

Содержание диссертации и полученные в ней результаты отражены в 17 статьях, опубликованных в рецензируемых научных журналах, индексируемых базами данных Web of Science и Scopus, в том числе 1 работа в Physical Review C, и 3 работы в Eur. Phys. J. A.

Личный вклад автора

Диссертация выполнена на базе исследований, проведенных в Учреждении Российской академии наук, Физико-Технический Институт имени А.Ф.Иоффе, Санкт-Петербург. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами, причём вклад диссертанта, если работы одновременно не касались новых экспериментальных результатов, был определяющим. Все представленные в диссертации результаты получены лично автором.

Структура и объём диссертации

Диссертация состоит из введения, 7 глав, 3 приложений, заключения, библиографии. Общий объём диссертации 202 страницы, из них 181 страниц текста. Иллюстративный материал включает 14 таблиц и 66 рисунков. Библиография включает 136 наименования на 12 страницах.

Глава 1

Предмет и метод исследования

1.1 По поводу предмета и методов исследования

Для всех четно-четных атомных ядер характерно, что при одновременном изменении числа протонов и нейтронов в направлении от значений магических чисел достаточно быстро начинает развиваться квадрупольная низкоэнергетическая коллективная структура. Она проявляется в быстром опускании энергий первых возбужденных 2_1^+ -состояний и роста значений $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$. Даже для ядер, традиционно не характеризующихся развитой деформацией, значения $B(E2)$ в односторонних единицах достигают до 130 в ^{122}Ba и 200 в ^{124}Ce . Исторически первыми способами описания таких состояний были различные варианты геометрических моделей.

Геометрические модели

В геометрических коллективных моделях, реализуемых через феноменологическую модель Бора-Моттельсона [1], используется два метода решения уравнения Шредингера. Один метод основан на численном решении соответствующего дифференциального уравнения с использованием конечных разностных схем, что было предложено Кумаром и Баранджером [39]. Этот способ до последнего момента продолжает использоваться при анализе коллективных состояний квадрупольного типа, в том числе в феноменологическом подходе с использованием гамильтониана Бора [40].

Другой метод основан на разложении волновой функции в ряд по функциям пятимерного гармонического осциллятора [41], [42]. В модели Давыдова [2], [3] явно учитывается неаксиальность, что приводит к необходимости расчета матричных элементов от $\cos 3\gamma$, где γ есть параметр неакси-

альности. В работе Гая [37] был изложен метод построения функций физического базиса группы $O(5)$ и вычисления матричных элементов квадрупольных операторов, выраженных через переменные деформации коллективной модели ядра. При этом был построен полный неортогональный базис группы $O(5)$ и найдено рекуррентное соотношение для их интегралов перекрытия. Это позволило существенно упростить вычисление м. э., особенно от $\cos 3\gamma$. Эффективность этого метода была продемонстрирована в работе [43], где для ядер $^{158,160}\text{Er}$, ^{164}Yb в феноменологической модели Давыдова с потенциальной энергией, зависящей от переменных деформации β и $\cos 3\gamma$ были рассчитаны энергии уровней основной полосы вплоть до спинов $I \leq 20^+$. При этом, как отмечено в работе [43], при разложении функций коллективных состояний в сильнодеформированных ядрах по функциям сферического базиса требуется учет бóльшего числа членов, нежели для переходных ядер. Коллективные квадрупольные переменные ядра соотносятся с квадрупольными бозонами, поэтому эффективный способ расчета м. э. квадрупольных операторов в бозонном базисе $O(5)$, разработанный Гаем [37], использовался как в работе [29], так используется и в данной работе.

Одним из направлений в геометрических моделях является франкфуртская модель (PES — collective potential energy surfaces) или GCM (general collective model) [41]. Эта модель обобщенно включает в себя возможности предыдущих геометрических коллективных моделей, в частности, модели Давыдова [2] с асимметричным ядерным потенциалом. В этой модели коллективный гамильтониан конструируется из пяти компонент неприводимого тензора оператора коллективных координат и импульсов, описывающих форму ядра в лабораторной системе координат. Параметры гамильтониана определяются по совокупности экспериментальных данных о низколежащих коллективных состояниях. Для интерпретации полученных вычислений делается переход во внутреннюю систему координат, что дает возможность выделить из гамильтониана коллективную потенциальную поверхность. Это позволяет получить поверхности потенциальной энергии в переменных β и γ . Важно отметить, что при переходе от состояния к состоянию потенциальная поверхность не меняется, что соответствует неизменности параметров самой модели. Благодаря этой модели появилась возможность интерпретации низколежащих 0^+ -состояний (Mo, Ge) на основе идеи сосуществования форм в одном ядре для различных состояний. Геометрический характер GCM позволяет интерпретировать вычисления в рамках параметров деформации по минимуму потенциальной поверхности, объясняя этим расчетные значения энергий и $B(E2)$. Такая возможность продолжает привлекать исследователей [44].

Другая теория, Теория Динамической Деформации Кумара (DDM -

Dynamic Deformation Model) [6], [7] отличается большим вниманием к микроскопическому обоснованию коллективной модели. Задача решается в два этапа. В начале квадрупольные силы учитываются через деформацию среднего поля, конфигурационное пространство расширяется до девяти главных оболочек. Хартри-Фок-Боголюбовский метод вычисления потенциальной энергии деформации заменяется вычислениями с помощью метода оболочечной поправки Струтинского [4]. Главной проблемой является вычисление моментов инерции и вибрационных массовых параметров. Для ее решения следуют методу Инглиса [5], [7]. Таким образом, потенциальная энергия, моменты инерции, массовые параметры, одночастичные энергии, характеристики спаривания оказываются функциями формы ядра.

На втором этапе конструируется уравнение Шредингера для коллективных состояний и проблема ротационно-вибрационной связи решается точно. При этом предполагается, что средние значения параметров деформации могут быть разными для разных состояний одного ядра. Схема расчетов в DDM не предполагает необходимости самосогласования.

К этому же направлению в целом можно отнести метод генерирующей координаты [45], современный вариант применения которого, например, к переходным ядрам K γ дан в [46].

В теориях, ориентированных только на описание вращения деформированных ядер, применяются методы, не имеющие аналогов для описания коллективных движений в сферических ядрах. Эти методы чаще всего используют неинерциальную внутреннюю систему координат, что требует учета связи внутреннего и ротационного движений. В наиболее последовательной форме эта связь рассматривается в самосогласованной кренкинг-модели, где каждое состояние ираст-полосы является некоторым новым вакуумом, зависящим от вращения ядра. Поэтому для каждого коллективного состояния отдельно рассчитываются параметры сверхтекучести и параметры, характеризующие форму одночастичного потенциала [47]. Так как вычисления проводятся во внутренней системе координат, то для каждого состояния могут быть рассчитаны средние значения параметров деформации в отличие от предыдущих моделей, где вычисления производятся в лабораторной системе координат. Во всех рассмотренных моделях, явно или неявно, предполагается изменение микроскопических характеристик для разных коллективных состояний.

На основе геометрических моделей теперь разработаны современные микроскопические подходы. Так параметры гамильтониана О. Бора в работе [48] были получены на основе релятивистской модели Хартри-Фока-Боголюбова, а в работе [49] с эффективными силами Скирма. При расчете массовых коэффициентов и моментов инерции используются дополнитель-

ные степени свободы — двухквазичастичные возбуждения или дополнительные фононы, помимо коллективных.

Работы Соренсена, Кишимото и Тамура по бозонному представлению фермионных операторов

Описание коллективных состояний, альтернативное геометрическому, было представлено в серии работ Соренсена, посвященных бозонному представлению фермионных операторов [10, 11, 13, 15, 16, 17, 18, 19]. В работе [13] обозначена главная цель бозонных разложений, это на основе микроскопического подхода осуществить переход от фермионного пространства к бозонному, существенно упростив задачу многих тел, но при этом успешно описав свойства низколежащих коллективных состояний.

В [11, 16, 17] был определен выбор отображения парных фермионных операторов на ряды бозонных. Он основывался на работах Беляева и Зелевинского [8], [9], где ставилось условие равенства коммутаторов фермионных пар с одной стороны и соответствующих бозонных рядов с другой. Это отличается от процедуры, предложенной Марумори [12], при которой в соответствие ставится один к одному фермионное пространство парных фермионных и бозонных операторов. Параметры, определяющие физические операторы в бозонном представлении при этом находятся через равенство м.э. операторов в соответствующих пространствах. Метод Беляева-Зелевинского сохраняет свободу для совершения канонического преобразования между бозонными операторами рождения и уничтожения. В работах Соренсена эта свобода была реализована таким образом, чтобы в рамках всех приближений разложение фермионного гамильтониана по бозонным операторам сходилось как можно быстрее. Это осуществлялось с помощью параметров $y(j)$, которые для двухквазичастичных операторов определяли первый порядок разложения по бозонным в соответствии с

$$(a_j^+ a_j^+)^{(2)} \sim \sqrt{2 - 4y(j)} d^+ \quad (1.1.1)$$

и рассматривались как формальные параметры. Они интерпретировались с помощью соотношения $(2j + 1)y(j) = \nu_j$, где ν_j есть сениорити, то есть число квазичастиц, связанных в пары с угловым моментом, отличным от нуля. Это число может меняться от нуля (отсутствие частиц на уровне, либо в случае квазичастичного вакуума) до своего максимального значения $(2j + 1)/2$.

Во всей серии работ Соренсена параметры $y = y^{(0)}$ были одинаковыми для всех квазичастичных пар и величина $y^{(0)}$ определялась т.о., чтобы сохранялось число частиц при канонической трансформации в бозонном пространстве после его обрезания и т.о., чтобы улучшить сходимость при бозонных разложениях.

В принципе, каждую двухквазичастичную пару можно раскладывать по большому числу идеальных бозонов. Однако в реалистических расчетах нам нужны коллективные бозоны. Поэтому удобно стартовать с коллективных фермионных пар

$$B_{\mu}^{+} = \sum_{12} \psi(\mu 12) a_1^{+} a_2^{+}; \quad A_{\mu\nu}^{+} = \sum_{123} \psi(\mu 13) \psi(\mu 23) a_1^{+} a_2, \quad (1.1.2)$$

где индексы '1, 2, 3' означают все рассматриваемые одночастичные состояния, греческие индексы различают рассматриваемые фононы, включая проекцию момента. Соответственно через эти фононы можно представить квазичастичный гамильтониан (см. например [45]). Если фононные операторы (1.1.2) отображать на идеальные b_{μ} -бозоны, удовлетворяющие точно соответствующим коммутационным соотношениям, то в соответствии со способом, предложенным в [8], [9]

$$\begin{aligned} B_{\mu}^{+} &\rightarrow \sum_{\alpha} x_{\mu\alpha}^{(1)} b_{\alpha}^{+} + \sum_{\alpha\beta\gamma} x_{\mu\alpha\beta\gamma}^{(3)} b_{\alpha}^{+} b_{\beta}^{+} b_{\gamma}^{+} + \dots, \\ A_{\mu\nu}^{+} &\rightarrow y^{(0)} \delta_{J,0} + \sum_{\alpha\beta} y_{\mu\nu\alpha\beta}^{(2)} b_{\alpha}^{+} b_{\beta}^{+} + \dots \end{aligned} \quad (1.1.3)$$

Коэффициенты $x^{(i)}$, $y^{(i)}$ определяются из условия, что коммутационные соотношения фононных операторов (1.1.2) в предположении замкнутости их алгебры и соответствующих коммутаторов правых частей в (1.1.3) являются одинаковыми. Это дает цепочку зацепляющихся нелинейных уравнений для коэффициентов разложения x , y , которые начинаются с $y^{(0)}$, через который определяются все необходимые коэффициенты в разложении (1.1.3). Например, в случае только одного бозона, например, d^{+} ,

$$\begin{aligned} x^{(1)} &= \sqrt{2 - 2y^{(0)}}, \\ y^{(2)} &= -(x^{(3)2} + 2x^{(1)}x^{(3)}), \dots \end{aligned} \quad (1.1.4)$$

Учитываемое число членов разложения в (1.1.3) определяется числом членов бозонного гамильтониана, который получается из отображения квазичастичного гамильтониана на бозоны. Причем число членов в используемом разложении необходимо удерживать до того порядка, чтобы в бозонном гамильтониане число бозонных операторов в каждом члене гамильтониана не превосходило заданного числа. В работах Соренсена этот порядок равен четырем (порядок разложения)

$$H = w^{20} d^{+} d^{+} + w^{21} d^{+} d + w^{30} d^{+} d^{+} d^{+} + w^{31} d^{+} d^{+} d + w^{40} d^{+} d^{+} d^{+} d^{+} + w^{41} d^{+} d^{+} d^{+} d + w^{42} d^{+} d^{+} d d + \text{H.c.} \dots \quad (1.1.5)$$

Каждый член в представленном гамильтониане связывается в нулевой момент. В МВБ1 (Модель Взаимодействующих Бозонов, в случае, когда бозоны не различаются по изоспину) используются члены, подобные тем, что стоят при параметрах w^{20} , w^{21} , w^{31} , w^{42} и этих членов с учетом возможных угловых пересвязок оказывается равно шести.

При расчетах осуществлялось принудительное обрезание базиса состояний таким образом, чтобы максимальное число бозонов не превышало семи, а матрица энергий вычислялась с той степенью точности, которая позволяла говорить лишь об ангармоничных вибрационных состояниях [10]. Особо было обращено внимание на член, смешивающий конфигурации, отличающиеся на один квадрупольный бозон — $(d^+d^+) \cdot d$. Его присутствие позволило существенно понизить энергию первого возбужденного состояния с нулевым спином, вплоть до того, что делало его первым возбужденным состоянием, одновременно увеличивая значение квадрупольных моментов коллективных состояний.

При реализации соответствующего разложения были рассчитаны свойства коллективных состояний ядер как вблизи замкнутых оболочек, так и в области переходных ядер. Для ^{114}Cd были использованы 10 одночастичных уровней, спаривательные и частично-дырочные квадрупольные изоскалярные силы. Качественное соответствие экспериментальных и расчетных свойств привело автора к выводу о правомочности использования техники бозонных разложений.

На основе представленных идей в [18] были осуществлены вычисления свойств квадрупольных возбуждений ряда ядер в широкой массовой области в базисе реалистической одночастичной схемы. Радиальная зависимость квадрупольных сил выбиралась в соответствии со средним полем, определяемым потенциалом Вудса–Саксона. Это позволило качественно описать фазовый переход в изотопах Sm.

В [19] схематично описан фазовый квадрупольный переход от вибрационного характера спектра к ротационному с учетом спаривательных и квадрупольных сил. Причем этот переход достигался за счет варьирования значения квадрупольной силы и различных значений $y^{(0)}$. Особое внимание было уделено вычислению квадрупольных моментов в изотопах Cd и Te. Если для первых оно удовлетворительно, то для вторых нет, особенно это касается ^{122}Te , экспериментальное значение для которого по величине максимально по сравнению с прочими и отрицательно, а расчетное значение положительно.

Более детальное исследование, основанное на том же методе было проведено в работах Кишимото и Тамура [20, 21, 22, 23, 24, 50, 51]. В дополнение к спаривательному и квадрупольному взаимодействию они использовали квадрупольное спаривание и расширили гамильтониан до шестого по-

рядка в коллективной ветви d -бозонов. Была достигнута возможность проводить вычисления до 30 бозонов и для спинов до $I = 8^+$. Для этого произведена классификация базисных функций с использованием квантовых чисел с помощью неприводимого представления групп $SU(5) \subset R(5) \subset R(3)$, то есть используя вибрационный базис. Полнота базиса позволяла с помощью диагонализации соответствующего гамильтониана воспроизводить не только вибрационный характер спектра, но также переходный и ротационный.

Принципиальным для этих работ был учет связи коллективных и неколлективных фононов с целью рассмотрения влияния последних на первые, т.е. поляризационные эффекты. При этом в компонентах волновой функции, содержащих неколлективные фононы, рассматривался только один из них и только квадрупольного типа 2^+ . Учет связи коллективных и неколлективных мод был осуществлен в технике близкой к теории возмущений в варианте Фешбаха [52], что привело к эффективному бозонному гамильтониану, параметры которого заменяются на зависящие от энергии перенормированные значения. На примере ^{114}Cd было выявлено, что учет связи коллективных и неколлективных мод критично необходим для получения количественного описания спектра. Роль квадрупольного спаривания проявлялась в том, что его рост позволял сильнее опускаться модам 2^+ -возбуждений, начиная со второго фононного возбуждения. При этом энергии 2_1^+ -состояний определялись в основном частично-дырочным каналом взаимодействия.

В рамках представленной схемы были произведены расчеты четырех изотопов $^{148-154}\text{Sm}$. Их спектр варьировался от вибрационного до ротационного. Качество описания оказалось удовлетворительным как для основной полосы, так и для ряда нижайших состояний бета-полосы. Выбор эффективного заряда позволил для каждого рассмотренного ядра получить правильное значение $B(E2)$ нижайшего перехода, после чего остальные переходы воспроизводились разумно, особенно это относилось к квадрупольным моментам. Силовые параметры при этом подбирались для каждого ядра в отдельности. Если их не менять, то точность описания экспериментальных данных уменьшается, но все же остается на качественном уровне, опять же воспроизводя переход в спектре от вибрационного к ротационному. Расчеты были осуществлены также для околوماгических ядер, ^{110}Pd , ^{112}Cd , ^{122}Te . Качество описания их спектра в деталях не столь успешно, но при этом правильно передаются значения квадрупольных моментов. Спектр ядер ^{126}Xe , ^{128}Ba , которые относятся к гамма нестабильным, описывается хорошо. Для ядер ^{192}Os , ^{194}Pt , ^{198}Hg , которые находятся вблизи дважды магического ^{208}Pb , описание также удовлетворительно.

Уровни среднего поля рассчитывались с единым набором параметров в

соответствии с моделью Нильсона [53]. В каждой из трех областей использовался разный набор одночастичных уровней, но в любом случае их число было от 8-9 до 11 каждого сорта. Необходимость введения эффективного заряда связывалась с тем, что число матричных элементов $\langle j' || Q || j \rangle$ с $\Delta N = 2$ либо было незначительным, либо их не было вовсе.

Анализ полученных в работе параметров бозонного гамильтониана показывает, что имеет место недооценка членов четвертого порядка $\sim (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)}$. В способе отображения Беляева и Зелевинского реализуется усредненный учет принципа Паули, но он не отражает особенности этого принципа для двухфононных состояний. Это проявляется в заметной разнице двухбозонных и двухфононных нормировок, а также в существенно завышенной энергий двухфононного триплета по сравнению с удвоенной энергией однофононного состояния, что не соответствует экспериментальным данным.

Качество описания экспериментальных данных было получено за счет фитирования квадрупольного взаимодействия в ч-д и ч-ч каналах. Разброс подбираемых квадрупольных сил относительно среднего значения порядка 4 процентов. Это дало основание авторам данных работ считать разработанную ими теорию микроскопической.

Выбор одночастичных энергий критичен для хорошего описания данных. Последнее важно для правильного воспроизведения квадрупольных моментов. Это дало возможность воспроизвести $Q(2_1^+)$ в ^{122}Te , чего не удалось добиться в работах Соренсена.

В работах [25], [26], [27] в рамках аналогичного подхода были рассмотрены последовательно экспериментальные данные по Ru-Pd, Os-Pt, Ge. В [28] еще раз был проведен обзор результатов по Sm, Ru, Pd, Os, Pt.

Несмотря на численный успех, который был достигнут в этих исследованиях, в нескольких работах Маршалека [54], [55] были высказаны сомнения в действительности представленного в данных работах формализма. Поэтому в работе [56] авторы провели некоторое дополнительное рассмотрение и обновление проделанной ранее работы. Если первоначальная теория Марумори была сформулирована как бозонное представление каждой пары квазичастиц, то в [56] были приведены доводы необходимости развития варианта теории при которой на бозоны отображались фононные моды. Это связано с возможностью более правильного учета фермионной статистики, т.е. учета принципа Паули.

В [21] использовался коммутаторный метод, который приводил к ряду зацепляющихся уравнений для коэффициентов разложения фермионных пар по бозонным операторам в нормальном порядке. Эти уравнения решались аналитически, удерживая в рассмотрении все ТД компоненты, что дало возможность получить ВЕТ (Boson Expansion Theory)

в ТД-приближении. При этом сходимость рядов медленная. В [22] также находились коэффициенты уравнений, но вместо рассмотрения всех пар, рассмотрены были только чисто коллективные ТД-фононы. Это привело к быстрому достижению сходимости. Именно этот вариант использовался при вычислениях.

Таким образом, получается вывод, что бозонное представление каждой квазичастичной пары в отдельности является малоэффективным, чтобы привести к соотношениям, годным для практических целей. Строгое решение задачи в этом случае эквивалентно решению исходной фермионной задачи, а потому теряет смысл. Эффективнее оказывается отображение на бозоны не пар квазичастиц, а фононных мод. Кроме того, сопоставление каждой квазичастичной пары бозонному ряду приводит к бозонным состояниям, которым нет соответствия в фермионном пространстве. Это требует введения проекционного оператора, исключаящего эти компоненты.

Факт, что в подходах, отличающихся по степени усложненности, удается для ряда ядер одновременно получить удовлетворительный результат, требует комментария. Это можно объяснить тем, что в более простых моделях не в полной мере учитываются некоторые каналы взаимодействия. В частности, это связано с учетом кинематических условий, вызванным принципом Паули в многофононных состояниях. Если их учесть, то выявляется безусловная необходимость учета динамических эффектов [45], т.е. связи коллективных и неколлективных мод возбуждений. В работах Кишимото и Тамура это отчасти было реализовано.

1.2 Алгебраическое рассмотрение ядерной квадрупольной степени свободы и МВБ

Следующий этап в теоретическом описании коллективных квадрупольных возбуждений на основе бозонного представления парных фермионных операторов был дан в серии работ Джолоса, Янсена, Дэнау [29], [30], [31]. В них было отмечено, что используемые бозонные разложения по степеням чисел квадрупольных бозонов плохо сходятся [57]. Эту проблему авторы [19, 21, 22] осознавали и старались таким образом определять структуру коллективных фононов, чтобы преодолеть ее. Однако следует отметить, что члены разложения физических операторов в фермионном представлении по бозонным операторам высокого порядка в основном определяются неколлективными ветвями возбуждений, взаимодействующими с коллективными состояниями. Поэтому такое разложение вне одновременного рассмотрения различных мод возбуждений и взаимодействия между ними не имеет большого смысла. Это делает оправданным в качестве первого

приближения реализацию конечных бозонных представлений фермионных операторов [30], когда от операторов квазичастиц переходят к бинарным фермионным операторам \hat{q}_μ, \hat{p}_μ , где $q \sim a^+a^+ + aa$, $p \sim a^+a^+ - aa$ с тем условием их нормировки, что постоянная в коммутаторе $[\hat{q}_k, \hat{p}_l] = i\delta_{k,l}$. В приближении КМСФ операторной частью в этом коммутаторе, пропорциональной a^+a пренебрегают. В этом случае операторы \hat{q} и \hat{p} удовлетворяют коммутационным соотношениям, характерным для операторов координаты и импульса. Поэтому они могут быть названы обобщенными координатами и импульсами. Два других коммутатора оказываются пропорциональными a^+a , т.е. $[\hat{q}, \hat{q}] \sim a^+a$ и $[\hat{p}, \hat{p}] \sim a^+a$. В [30] показано, что существует обратное преобразование от операторов $\hat{q}, \hat{p}, [\hat{q}, \hat{p}], [\hat{q}, \hat{q}], [\hat{p}, \hat{p}]$ к операторам aa, a^+a^+, a^+a , а потому эти наборы операторов эквивалентны. Обобщенные координаты и импульсы, а также их коммутаторы образуют замкнутую алгебру. Если ограничиться нижней квадрупольной модой возбуждения ($\hat{q}_\mu = \hat{q}_\mu^{(2)}, \hat{p}_\mu = \hat{p}_\mu^{(2)}$), то наборы операторов не становятся эквивалентными. При данном ограничении конечность разложения достигается, если операторы \hat{q}_μ, \hat{p}_μ и их коммутаторы образуют замкнутую группу. От обобщенных координат и импульсов можно перейти к операторам рождения и уничтожения квадрупольных фононов D_μ^+, D_μ , которые имеют квазичастичную структуру либо типа МСФ (Метода Случайной Фазы)

$$\begin{aligned}
D_\mu^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2;\tau=n,p} [\psi_{12}a_1^+a_2^+ + \varphi_{12}a_2a_1](j_1j_2m_1m_2|2\mu)_\tau \\
&= \frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{1,2;\tau=n,p;\eta=0;1} z_{12}^{(\eta)} [a_1^+a_2^+ + (-1)^\eta a_2a_1](j_1j_2m_1m_2|2\mu)_\tau; \quad (1.2.1) \\
\langle [D_\mu, D_\mu^+] \rangle &= \sum_{1,2;\tau=n,p} (\psi_{12}^2 - \varphi_{12}^2) = \sum_{1,2;\tau=n,p} z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} = 1,
\end{aligned}$$

либо приближения ТД (Тамма–Данкова), когда $\varphi_{12} = 0$; $z_{12}^{(1)} = z_{12}^{(0)}$. Разные представления амплитуд связаны соотношениями $z^{(0)} = \psi + \varphi$, $z^{(1)} = \psi - \varphi$.

В соответствии с работой [30] переходя от обобщенных координат и импульсов к фоновым операторам $D_\mu^+, D_\mu, [D_{\mu 1}, D_{\mu 2}^+]$, числом тридцать пять элементов, реализуется замкнутая $SU(6)$ -алгебра, если выполняется условие

$$[[D_{\mu 1}, D_{\mu 2}^+], D_{\mu 3}^+] = -\frac{1}{\Omega}(\delta_{\mu 1, \mu 2} D_{\mu 3}^+ + \delta_{\mu 1, \mu 3} D_{\mu 2}^+), \quad (1.2.2)$$

которое позволяет найти выражение для Ω , и как оказывается, оно соответствует максимальному числу квадрупольных бозонов. Чтобы убедиться в этом на основе (1.2.2) запишем соотношение

$$\frac{1}{5} \sum_\mu [[D_\mu, D_\mu^+], D_{\mu 1}^+] = -\frac{6}{5\Omega} D_{\mu 1}^+. \quad (1.2.3)$$

Вычисляя от него еще один коммутатор и усредняя его по квазичастичному вакууму, чтобы отсечь оставшиеся операторы a^+a , получаем

$$\frac{1}{5} \sum_{\mu} \langle \text{q.p.} | \left[D_{\mu 1}, [[D_{\mu}, D_{\mu}^+], D_{\mu 1}^+] \right] | \text{q.p.} \rangle = -\frac{6}{5\Omega}. \quad (1.2.4)$$

Теперь, если от D -фононов перейти к d -бозонам по правилу соответствия (1.2.17) с использованием либо квадратных корней, либо скалярных s -бозонов, получается тот же самый результат, а именно

$$\frac{1}{5\Omega^2} \sum_{\mu} \left[s^+ d_{\mu 1}, \left[[s^+ d_{\mu}, d_{\mu}^+ s], d_{\mu 1}^+ s \right] \right] = -\frac{6}{5\Omega^2} (-d_{\mu 1}^+ d_{\mu 1} + s^+ s). \quad (1.2.5)$$

Если получившийся оператор усреднять по состояниям с $n_d = 0$, а число s -бозонов тогда будет равно максимальному числу квадрупольных, т.е. величине Ω в (1.2.17), то получается $-6/(5\Omega)$. Этим самым доказывается, что величины Ω в соотношениях (1.2.2), (1.2.3) и (1.2.17) совпадают и соответствуют максимально допустимому числу квадрупольных бозонов.

Т.о., правило соответствия фононных и идеальных квадрупольных бозонов d_{μ}^+ , d_{μ} получается из того, что операторы $d_{\mu}^+ \sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega}$, $\sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega} d_{\mu}$, $d_{\mu 1}^+ d_{\mu 2}$ образуют ту же алгебру и с тем же условием ее замыкания. В общем случае под \hat{n}_d следует понимать оператор плотности, но если ограничиться только d -бозонами, то $\hat{n}_d = \sum d_{\mu}^+ d_{\mu}$.

Для нахождения Ω необходимо вычислить цепочку коммутаторов в выражении (1.2.4). Точное выражение коммутатора D -фононных операторов с учетом (2.4.1) имеет вид

$$\frac{1}{5} \sum_{\mu} [D_{\mu}, D_{\mu}^+] = 1 - \sum_{\tau 12} z_{12\tau}^{(0)} z_{12\tau}^{(1)} \left(\frac{\hat{n}_1}{2j_1 + 1} + \frac{\hat{n}_2}{2j_2 + 1} \right), \quad (1.2.6)$$

где

$$\hat{n}_j = \sum_m a_{jm}^+ a_{jm} \quad (1.2.7)$$

есть фермионный оператор числа квазичастиц на уровне j , отображение которого на d -бозоны есть

$$\begin{aligned} \hat{n}_i &\longrightarrow \langle [[D_{\mu}, [\hat{n}_i, D_{\mu}^+]]] \rangle \hat{n}_d + \langle [[[\hat{n}_i, D_{\mu}^+], D_{\mu}^+]] \rangle \hat{P}_1 = \\ &= (2j_i + 1) \left(n_i^{(1)} \hat{n}_d + n_i^{(2)} \hat{P}_1 \right); \end{aligned} \quad (1.2.8)$$

$$n_i^{(k)} = \frac{1}{2j_i + 1} \sum_s (z_{is}^{(1)2} - (-1)^k z_{is}^{(0)2}); \quad k = 1, 2. \quad (1.2.9)$$

Для дальнейшего введем еще одно обозначение

$$n_i^{(3)} = \frac{2}{2j_i + 1} \sum_1 (\psi_{i1}^2 - \varphi_{i1}^2) = \frac{2}{2j_i + 1} \sum_1 z_{i1}^{(1)} z_{i1}^{(0)}, \quad (1.2.10)$$

$$n_{ij}^{(k)} = n_i^{(k)} + n_j^{(k)}; \quad k = 1, 2, 3, \quad (1.2.11)$$

операторы \hat{n}_d , \hat{P}_1 определены в (2.1.12). В коммутаторе (1.2.6) от D -фононов можно сразу перейти к бозонам с помощью правил (1.2.17)

$$\frac{1}{5} \sum_{\mu} [D_{\mu}, D_{\mu}^+] \longrightarrow \frac{1}{5\Omega} \sum_{\mu} [s^+ d_{\mu}, d_{\mu}^+ s] = 1 - \frac{6\hat{n}_d}{5\Omega}. \quad (1.2.12)$$

Сравнивая это выражение с выражением (1.2.6), а также учитывая, что отображение (1.2.17) является приближенным и $n^{(2)} \sim \varphi$, то для получения оценки Ω член с \hat{P}_1 в выражении (1.2.8) не учитывается. Тогда приравняв коэффициенты перед \hat{n}_d в (1.2.6, 1.2.8) и (1.2.12), получаем:

$$\frac{1}{\Omega} = \frac{5}{3} \sum_{123} \frac{1}{2j_2 + 1} z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} (z_{23}^{(1)2} + z_{23}^{(0)2}). \quad (1.2.13)$$

Возможен другой способ получения полного числа бозонов. Он основан на вычислении двухфононной нормировки

$$\langle |D_1 D_2 (D_3^+ D_4^+)^{(L)}| \rangle = 2 + \langle |[D_1, [[D_2, D_3^+], D_4^+]]| \rangle (22M_3 M_4 |LM),$$

который, исходя также из отображения (1.2.17) приводит к $2(1 - 1/\Omega_L)$ (2.1.10). Это дает зависимость Ω от спина состояния двухфононного триплета L . Однако полное соответствие с предыдущим результатом будет, если во внутреннем коммутаторе последнего выражения оставить только скаляр по угловому моменту.

Для перехода от квазичастичных операторов к бозонным используется обратное разложение пар квазичастиц. Сначала оператор квадрупольной пары выражается только через нижайший наиболее коллективный фонon, что уже есть приближение. Затем от фононов переходят к идеальным бозонам. Один из видов такого перехода имеет вид

$$\begin{aligned} (a_1^+ a_2^+)_\mu^{(2)} &= \hat{P} \sqrt{2} (\psi_{12} D_\mu^+ - \varphi_{12} D_{\bar{\mu}} + \dots) \\ &\longrightarrow \sqrt{2} \left(\psi_{12} d_\mu^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} - \varphi_{12} \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} d_{\bar{\mu}} \right) + \dots, \\ (a_1^+ a_2)_\mu^{(\lambda)} &\longrightarrow \sim (d^+ d)_\mu^{(\lambda)} + \dots \end{aligned} \quad (1.2.14)$$

В этих формулах под многоточием в первом выражении понимаются все прочие квадрупольные фононы, а также третий и прочие порядки по фононам; во втором, $\sum (b_i^+ b_j)^{(\lambda)}$, где b_i, b_j - бозоны и хотя бы один из них не

является d -бозоном. Оператор \hat{P} проектирует все фоновое пространство на узкую физическую часть, исключаящую те компоненты, которые запрещены принципом Паули. В бозонном пространстве этот оператор заменяется на обрезающий фактор в виде корня $\sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega}$, который понимается в виде ряда

$$D^+ \longrightarrow d^+ \left(1 - \frac{1}{2\Omega} \hat{n}_d - \frac{1}{8\Omega^2} \hat{n}_d^2 - \dots \right), \quad (1.2.15)$$

что до некоторой степени сближает данное разложение с тем разложением, которое использовалось в работах Соренсена и Кишимото-Тамуры. Соотношения (1.2.14) и (1.2.15) можно связать с принципом Паули. Так если рассматривать пространство квазичастиц только в окрестности ферми-поверхности, то можно ввести малый параметр $\epsilon = 1/(2\bar{j} + 1)$, где \bar{j} есть эффективное значение одночастичного углового момента уровней в этой окрестности. Тогда примерно $\Omega \simeq 1/2\epsilon$. Действие фоновго оператора D^+ или оператора $a_1^+ a_2^+$ на состояние с полным заполнением квазичастицами всех уровней в одночастичном пространстве приведет к нулю в силу принципа Паули. В пространстве бозонов это осуществляется за счет квадратного корня.

Формально исходя из этих отображений квазичастичный гамильтониан (2.1.1) отображается на бозонный гамильтониан (1.2.16) без члена с h_{4L} . Эти члены возникают, если параметры гамильтониана получать с помощью процедуры Марумори [12], когда сравниваются м.э. от фермионных операторов по фоновым функциям с м.э. от бозонных операторов по бозонным функциям, рассматривая только минимальное число фононов и бозонов. В частности, параметр h_{4L} из (1.2.16) возникает при действии оператора $a_1 a_2$ на двухфононное состояние $D^+ D^+$ т.о., что a_1 действует на один фонон, а a_2 на другой. При любом способе получения выражения для параметров бозонных операторов они будут зависеть от амплитуд коллективных фононов ψ и φ .

Коллективный гамильтониан в работах [31], [29] был построен из скаляров, полученных из произведений бозонных операторов d^+ , d , $d^+ d^+$, dd , $d^+ d$, то есть до бинарных включительно. Это привело к гамильтониану, включающему лишь четвертый порядок по операторам бозонов

$$H = h_1 \hat{n}_d + \left(h_2 d^+ \cdot d^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} \sqrt{\Omega - 1 - \hat{n}_d} + h_3 d^+ \cdot (d^+ d)^{(2)} \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} + \text{H.c.} \right) + \sum_L h_{4L} (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)} \quad (1.2.16)$$

за исключением членов $d^+ d^+ d^+ d \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} \sqrt{\Omega - 1 - \hat{n}_d}$ и $d^+ d^+ d^+ d^+ \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} \sqrt{\Omega - 1 - \hat{n}_d} \cdot \sqrt{\Omega - 2 - \hat{n}_d} \sqrt{\Omega - 3 - \hat{n}_d}$, которые опускались. Первый из них может быть получен таким же способом, как и члены

с h_{4L} . Его отсутствие в гамильтониане не имеет сильной аргументации за исключением того, что эффективно при некоторых средних значениях n_d он может быть включен в слагаемое, пропорциональное параметру h_2 . Второй член по сравнению с первым помимо сложной пересвязки угловых моментов содержит φ -амплитуды, которые малы по сравнению с ψ . Параметры членов гамильтониана более высокого порядка, например, $(d^+ d^+ d^+)^{(\lambda)} \cdot (ddd)^{(\lambda)}$, определяющиеся через D -фононы в силу большого числа этих фононов, а также сложных угловых пересвязок оказываются незначительными. Его происхождение, как будет сказано в параграфе 7.2 на стр. 138, следует связывать с взаимодействием коллективных и неколлективных состояний. Там же сказано о возможных способах рассмотрения соответствующих каналов взаимодействия, эффективно учитывающих этот член. В ряде работ шестибозонные члены гамильтониана использовались на феноменологической основе, о чем подробнее говорится на стр. 26 – 27.

Относительно возможных членов гамильтониана, которые не рассматриваются в МВБ1, следует иметь ввиду, что чем большее число d -операторов будут они содержать, тем менее существенен будет их вклад в энергии коллективных состояний либо из-за сложных угловых пересвязок, либо за счет малости φ -амплитуд, а также за счет большого числа ψ -амплитуд, входящих в выражения для соответствующих параметров. Последнее связано с тем, что в силу грубой оценки $\psi^2 \sim 1/\Omega$.

Т.о., коллективный гамильтониан определяется семью параметрами, включая максимальное число бозонов Ω , которое предложено уже в [29] определять не через выражение (1.2.4) или (1.2.13), а положить равным половине от числа валентных частиц или дырок.

Вычисление собственных энергий и функций данного гамильтониана осуществлялось через диагонализацию матрицы энергии в $SO(5)$ -базисе. Все матричные элементы рассчитывались в технике, предложенной в работе Гая [37].

В [31] указано, что для генераторов группы $SU(6)$ можно использовать представление, в котором явно не присутствует квантовое число Ω и операторный корень соответственно. Достигается это с помощью монополярных бозонов (в оригинальной работе они обозначались как β -бозоны), в привычных теперь обозначениях это соответствует s -бозонам. Так что максимальное число квадрупольных бозонов Ω становится полным числом квадрупольных и скалярных бозонов, а его оператор $\hat{\Omega} = s^+ s + \sum d_\mu^+ d_\mu$ коммутирует со всеми генераторами $SU(6)$ -алгебры операторов $d_\mu^+ s$, $s^+ d_\mu$, $d_{\mu 1}^+ d_{\mu 2}$. Это позволяет от операционных корней перейти к s -бозонам и ввести обозначения для фононных и бозонных состояний

$$\begin{aligned}
D_{\mu}^{+} &\longrightarrow d_{\mu}^{+} \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_{\mu}^{+} \sqrt{\Omega - \hat{n}_d} = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} d_{\mu}^{+} s; \\
|> &\longrightarrow \frac{1}{\sqrt{\Omega!}} (s^{+})^{\Omega} |>); \quad |I> \longrightarrow |I),
\end{aligned} \tag{1.2.17}$$

где $|>$ — вакуум фононов, $|I>$ — фононное состояние со спином I , $|>$ — вакуум бозонов, $|I>$ — бозонное коллективное состояние со спином I , при этом основное состояние $|0>$ не является вакуум бозонов, т.е. $|0> \neq |>$ и аналогично $|0> \neq |>$. Сравнение разложений (1.2.14) с (1.1.3) показывает преимущество конечных разложений, так как коэффициенты разложения определены сразу через фононные амплитуды.

Коллективный гамильтониан и оператор $E2$ -переходов с использованием монополярных бозонов и новых обозначений параметров, используемых нами, имеет вид

$$\begin{aligned}
H_{\text{IBM}} &= \varepsilon_d \hat{n}_d + k_1 (d^{+} \cdot d^{+} s s + \text{H.c.}) + k_2 \left((d^{+} d^{+})^{(2)} \cdot d s + \text{H.c.} \right) \\
&+ \frac{1}{2} \sum_L C_L (d^{+} d^{+})^{(L)} \cdot (d d)^{(L)},
\end{aligned} \tag{1.2.18}$$

$$T_{\mu \text{IBM}}^{(E2)} = e^{*} (d^{+} s + s^{+} d + \chi_{E2} d^{+} d)_{\mu}^{(2)}. \tag{1.2.19}$$

Оба представления гамильтониана (1.2.16) и (1.2.18) являются эквивалентными, а явный вид унитарного преобразования, связывающего их, дан в работе [58]. Несмотря на общетеоретическое обоснование коллективного гамильтониана (1.2.18), следует иметь ввиду, что он был получен с учетом только одной коллективной моды. Его использование при расчете свойств ядер носило прежде всего феноменологический характер. В [32], [29] был выполнен расчет свойств коллективных состояний в различных сферических, переходных и деформированных ядрах. Так как коллективный гамильтониан характеризуется шестью энергетическими параметрами, то введение дополнительных членов может быть мотивировано либо исходя из этого анализа, либо использованием их оценок, полученных из микроскопических вычислений. Так в работах [59], [60] рассматривались дополнительные члены гамильтониана $\theta_{\lambda} (d^{+} d^{+} d^{+})^{(\lambda)} \cdot (d d d)^{(\lambda)}$ в представлении, когда пять величин θ_{λ} с $\lambda = 0, 2, 3, 4, 6$ функционально зависели от одного параметра. Это позволило воспроизвести большую энергию первого возбуждения с нулевым спином в ^{76}Ge , но имеющего трехбозонную структуру, а также одновременно существенно улучшить описание состояний с нечетными значениями спинов. В геометрическом представлении этот дополнительный член пропорционален $\cos^2 3\gamma$, то есть дает возможность потенциальной энергии иметь минимум не только при $\gamma = 0^{\circ}$ или 60° .

Изложенная модель получила большое распространение под названием Модели Взаимодействующих Бозонов [33] (МВБ [33] или МВБ1 – IBM1 в отличие от версии модели, рассматривающей отдельно протонные и нейтронные бозоны, которая в свою очередь получила название МВБ2 – IBM2). В работе Аримы и Якелло [33] с самого начала постулировалось пространство из шести блоков: пять квадрупольных бозонов d_μ^+ ($\mu = -2, \dots, +2$) и одного монопольного s -бозона. Общее их число $\Omega = n_d + n_s$ в каждом ядре считалось неизменным. Гамильтониан был принят в виде

$$H = \epsilon_s^+ s + \epsilon_d (d^+ d)^{(0)} + \sum_L c_L \left((d^+ d^+)^{(L)} (dd)^{(L)} \right)^{(0)} + u_0 s^+ s^+ s s + \left(v_2 \left((d^+ d^+)^{(2)} ds \right)^{(0)} + v_0 (d^+ d^+)^{(0)} s s + u_2 (d^+ s^+ ds)^{(0)} + \text{H.c.} \right). \quad (1.2.20)$$

Из приведенных девяти параметров гамильтониана для описания спектра возбужденных состояний необходимыми остаются шесть. Если последний гамильтониан сравнить с (1.2.18), то ϵ_s и ϵ_d дают вклад в ε_d ; u_0 в ε_d , C_2 , C_4 . Оператор при v_0 весьма близок к оператору при u_2 . Поэтому два гамильтониана (1.2.18) и (1.2.20) для целей описания энергий возбужденных коллективных состояний квадрупольного типа эквивалентны.

В работе [33] и последующих [34], [35], [36] МВБ рассматривалась как чисто феноменологическая модель. Главное внимание в последних трех работах было уделено трем имеющим физическое значение цепочкам подгрупп $SU(6)$, выделенным тем, что на каждом этапе приведения сохраняется важнейшая характеристика состояния, угловой момент I :

$$SU(6) \supset \begin{cases} SU(5) \supset SO(5) \supset SO(3) \\ SO(6) \supset SO(5) \supset SO(3) \\ SU(3) \supset SO(3) \end{cases}. \quad (1.2.21)$$

При соответствующем выборе параметров гамильтониан МВБ1 может быть выражен через операторы Казимира одной из цепочек (1.2.21). В этих предельных случаях собственные значения гамильтониана имеют аналитические выражения, описывающим соответственно вибрационный, γ -нестабильный и ротационный характеры спектров. Вибрационный или $SU(5)$ -предел МВБ1 описывается гамильтонианом (1.2.18), в котором $k_1 = k_2 = 0$, т.е. отсутствуют слагаемые, изменяющие число d -бозонов. В этом случае собственные значения гамильтониана определяются значениями n_d , n_d^2 , $I(I+1)$, $v(v+1)$, где v – сениорити, равное числу d -бозонов, не связанных в пары с нулевым угловым моментом. Собственные значения гамильтониана в этом пределе не зависят от числа Ω . Однако это число влияет на

значения $B(E2)$, что отличает МВБ от традиционной вибрационной модели. Например, для переходов $I = 2n_d \rightarrow I - 2$ вдоль ираст-полосы $B(E2)$ в МВБ1 равны

$$B(E2; I = 2n_d \rightarrow I - 2) = B n_d \left(1 - \frac{n_d - 1}{\Omega}\right), \quad (1.2.22)$$

где B является численным множителем.

Если в гамильтониане МВБ1 равен нулю параметр k_2 , а на остальные параметры наложены специальные связи, то гамильтониан может быть выражен через операторы Казимира цепочки (1.2.21) подгрупп, характеризующий так называемый $O(6)$ -предел МВБ1.

Третий предельный случай МВБ1 называется $SU(3)$ или ротационным пределом. В этом случае присутствуют все параметры гамильтониана, но при некотором соотношении между ними. В этом случае энергии возбужденных состояний ираст-полосы оказываются пропорциональными $I(I+1)$. Это позволяет провести полное тестирование решения бозонной задачи определения собственных значений и функций МВБ1 в том случае, если вычисления проводятся в базисе функций $SU(5)$ -предела МВБ1.

Данные случаи подробно были рассмотрены в работах [33], [34], [35], [36]. Популярными также стали промежуточные ситуации между тремя динамическими пределами, $E5$ — между $SU(5)$ и $O(6)$ [61], а также $X(5)$ — между $SU(5)$ и $SU(3)$ [62]. Сделано это было в представлении деформационных параметров.

Следует отметить, что в рамках феноменологии МВБ существует неопределенность в значениях параметров, определяемых из лучшего описания экспериментальных данных. Для МВБ1, по крайней мере, это было отмечено в работе [63]. Неопределенность значений феноменологических параметров делает возможным использование упрощенного варианта МВБ1, получившего название расширенного согласованного Q -формализма. Этот вариант модели содержит помимо Ω четыре параметра в гамильтониане

$$\begin{aligned} H_{\text{IBM}}(Q) &= \varepsilon \hat{n}_d - k\hat{Q} \cdot \hat{Q} + k'\hat{Q}^2, \\ \hat{Q}_\mu &= d_\mu^+ s + s^+ d_\mu + \chi(d^+ d)_\mu^{(2)} \end{aligned} \quad (1.2.23)$$

вместо традиционных шести [64], [65]. Последняя работа из этой серии представлена в [66]. Согласованность такого упрощенного формализма означает, что тот же параметр χ используется как в гамильтониане, так и в операторе $E2$ -перехода, т.е. $\hat{T}(E2) = e^* \hat{Q}$.

Протон-нейтронная модель взаимодействующих бозонов

Стремление явно выделить роль pn -взаимодействия привело к построению модели, где бозоны различаются по изоспину. Она была сформулиро-

вана в работах [67, 68, 69, 70] и получила название модели взаимодействующих протонных и нейтронных бозонов (МВБ2). В ней допускается, что существует две элементарные низкочастотные моды квадрупольного типа — протонная и нейтронная, наложение которых порождает низжайшие возбужденные состояния в четно-четных ядрах. Если это допущение рассматривать как формально-математический прием, когда функция системы валентных протонов и нейтронов разлагаются по функциям подсистем, то в таком случае следовало бы учитывать несколько таких мод. В МВБ2, однако, рассматривают только по одному возбуждению каждого сорта нуклонов, что можно было бы допустить в случае реального существования сильно коллективизированных низкочастотных протонных и нейтронных мод. Как показывают экспериментальные данные, таких мод не существует. Теоретически оправданным выделение протонных и нейтронных коллективных мод было бы в том случае, если бы они слабо взаимодействовали. Однако экспериментальные данные указывают на их сильную связь, поскольку никогда не наблюдается двух низко расположенных 2^+ -состояний, которые можно было бы интерпретировать как состояния симметричные и антисимметричные по протонам и нейтронам.

При построении МВБ2 его авторы использовали формализм с точным сохранением числа частиц. Краткий обзор этих работ дан в [60]. После ряда упрощений, существенно уменьшающих число параметров, гамильтониан МВБ2 записывается как

$$H_{\text{МВБ2}} = \sum_{\tau} \left(\varepsilon_{\tau} \hat{n}_d + \frac{1}{2} \sum C_{L\tau} (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (dd)^{(L)} \right)_{\tau} - \kappa_{np} \hat{Q}_n \cdot \hat{Q}_p + M_{pn}, \quad (1.2.24)$$

$$\hat{Q}_{\mu\tau} \stackrel{L}{=} (d_{\mu}^+ s + s^+ d_{\bar{\mu}})_{\tau} + \chi_{\tau} (d^+ d)_{\mu\tau}^{(2)},$$

$$M_{pn} = \xi \left((d_p^+ s_n^+ - d_n^+ s_p^+) \cdot (d_p s_n - d_n s_p) + \sum_{L=1,3} (d_p^+ d_n^+)^{(L)} \cdot (d_n d_p)^{(L)} \right),$$

что приводит все же к 12 параметрам. Члены, входящие в M_{pn} называются бозонными силами Майорана МВБ2. Их роль при феноменологическом анализе сводится к энергетическому разъединению состояний, симметричных и антисимметричных по протонным и нейтронным бозонам. Для сопоставления МВБ2 и МВБ1 можно осуществить проектирование бозонных операторов МВБ2 на операторы, симметричные по протонам и нейтронам. Реализуется это в технике F -спина [60] и позволяет сопоставить параметры моделей, полученные при феноменологическом описании свойств одного и того же ядра. Введение дополнительных степеней свободы за счет отдельного рассмотрения протонных и нейтронных бозонов приводит к появлению состояний, которых нет в МВБ1, это относится к 1^+ -состояниям, а также состояниям, антисимметричным относительно протонных и нейтронных компонент. Следует отметить, что с точки зрения феноменологического описания, МВБ2 может воспроизвести больше экспериментальных

данных, но при этом и МВБ1 может быть расширена за счет введения дополнительного квадрупольного бозона, антисимметричного относительно протонных и нейтронных компонент, что делает ближе расширенный т.о. вариант МВБ1 с МВБ2. Такое расширение МВБ1 приводит к появлению дополнительных состояний в теоретическом спектре, среди которых будет и 1^+ -состояние [71]. При использовании всех возможных вариантов бозонных моделей следует иметь ввиду, что связь между микроскопической моделью и бозонной феноменологией не однозначна. Отсюда следует, что успех МВБ в описании некоторой совокупности экспериментальных данных сам по себе еще не может служить подтверждением какой-либо микроскопической концепции до тех пор, пока не выяснены ее возможности количественного воспроизведения параметров МВБ. При этом в реалистических расчетах необходимо учитывать поляризационные эффекты, т.е. влияние различных мод возбуждений на формирование коллективных состояний.

1.3 Феноменологические и микроскопические аспекты МВБ

С начала своего появления и до настоящего времени оба варианта МВБ используются как феноменологические теории с параметрами, определяемыми по экспериментальным данным. В этом смысле они оказались удобным инструментом для описания ядерных низколежащих состояний, связанных ускоренными $E2$ -переходами, т.е. коллективных квадрупольных возбуждений [72], [60]. Такими работами, например, с использованием МВБ1 были [66], [73], где анализировались коллективные состояния в ^{144}Dy и изотопах Ва. Изотопы Hf с явно выраженным ротационным спектром рассматривались в работе [38], где анализ проводился с существенно большими значениями максимального числа бозонов. Для этого был разработан и реализован соответствующий программный код для МВБ1, позволяющий осуществлять расчеты до $\Omega = 36$. Изотопы Хе, Ва и Се в рамках феноменологического рассмотрения, но уже с использованием МВБ2, были рассмотрены в [74], [75]. Отметим, что параметры гамильтониана, полученные в этих работах, близки параметрам, соответствующим $O(6)$ -пределу МВБ, который описывает ядра с нестабильной неаксиальной деформацией. Это устанавливает связь такого описания с описанием в терминах деформационных переменных.

В МВБ2 исходно можно было бы рассматривать большое число членов гамильтониана с соответствующими параметрами, поэтому всегда используется схема, когда их число сокращено [74]. Основным выводом данных

работ является констатация успешности или неуспешности воспроизведения свойств тех или иных ядерных возбуждений, а также близости состояний в ядре к тем или иным предельным симметриям.

Надежды первоначальных работ [30], [29], [31], относящихся к направлению МВБ1, были связаны с возможностью микроскопического воспроизведения параметров модели, ранее найденных из феноменологического анализа, используя фононы либо КМСФ, либо метода Тамм–Данкова (ТД). Однако в этом направлении было сделано весьма немного работ и они не имели своего развития. В работах [76], [77] при расчете параметров коллективного гамильтониана МВБ1 было найдено, что параметры, отвечающие за расщепление состояний D -фононного триплета, имеют неприемлемо завышенные значения. Это дало прямое указание необходимости учета связи коллективных состояний с неколлективными, что было по-разному реализовано в приведенных работах. Неколлективные состояния ограничивались такими, которые содержали один V_J -фонон, не являющийся нижайшим квадрупольным и некоторым числом D -фононов.

Аналогичная ситуация имела место и в ранних работах по бозонным моделям, где помимо коллективных квадрупольных D -фононов, образом которых являются d -бозоны, дающие максимальный вклад в бозонную волновую функцию для спинов с $I \leq 6$, необходимо при расчете параметров моделей учитывать V_J -фононы. Так уже в первых работах [21],[22] по бозонным представлениям фермионных операторов было найдено, что двухквазичастичные состояния со спином $J^\pi = 2^+(B_2)$ вносят заметный вклад в параметры бозонной модели, который ниже будет называться перенормировкой.

Косвенное указание необходимости учета V_J -фононов было получено для деформированных ядер [78]. В [78, 79, 80] было показано, что сдвигу таких состояний в область достаточно больших энергий препятствует взаимодействие D -фононов с V_J -фононами.

Аналогично оценки параметров бозонной модели были осуществлены для МВБ2 [81], где определено существенное влияние состояний неквадрупольного типа.

Все это показывает, что для успешного расчета параметров коллективной модели, описывающих состояния квадрупольного типа, необходимо учитывать двухквазичастичные пары с моментами $J^\pi = 2^+, 4^+, 6^+$ (т.е. B_2, B_4, B_6 -фононы), которые перенормируют теоретические значения параметров МВБ.

Применение МВБ2 с параметрами, выбираемыми феноменологически, к изотопам ксенона для состояний с относительно небольшим спинами было выполнено раньше в [74], [75]. Подход на микроскопической основе [81] показал, что для изотопов ксенона двухквазичастичные пары с момента-

ми $J^\pi = 2^+, 4^+, 6^+$ (т.е. B_2, B_4, B_6) перенормируют теоретические значения параметров МВБ2.

Рассмотрение фононов или двухквазичастичных пар с более высокими спинами через явное введение их в базис приводит к возможности описания состояний с более высокими спинами, нежели это удается при стандартных вариантах МВБ.

В [82] на основе МВБ2 была сделана попытка описания пересечения полос в ^{126}Ba с учетом двухквазичастичных возбуждений. Также в рамках МВБ2 [83] был дан учет неколлективных фононов в виде двухчастичных нейтронных и протонных конфигураций из подоболочки $h_{11/2}$ со всеми возможными спинами больше 2^+ . Однако, как параметры МВБ2, т.е. взаимодействие нейтронных и протонных коллективных бозонов, так и параметры их взаимодействия с парами из $h_{11/2}$ выбирались феноменологически, что позволило удовлетворительно описать свойства ираст-уровней до спина 16^+ в изотопах бария и церия.

Расширение МВБ1 за счет включения высокоспиновых B_J -фононов с $J \geq 8$, формируемыми нейтронами и протонами в оболочке $50 < N, Z < 82$, рассматривалось в [84] на микроскопическом уровне, где параметры МВБ1 подбирались фактически феноменологическим образом, чтобы получить согласие теории с экспериментом для состояний с относительно небольшими спинами. В то же время взаимодействие D - и B_J -фононов (что дает параметры взаимодействия d - и b_J -бозонов) было учтено на основе квазичастичного гамильтониана, включающего энергии квазичастиц и их эффективное взаимодействие. Это позволило удовлетворительно описать свойства возбужденных состояний (не только ираст-полос) вплоть до $I^\pi = 18^+ - 26^+$ в ^{126}Ba и ^{130}Ce . При этом параметры гамильтониана МВБ1 различались в зависимости от того, присутствует ли неколлективный бозон в компоненте волновой функции. Однако, т.к. считалось, что коллективные состояния были построены только из D -фононов без учета примеси низкоспиновых неколлективных мод ($J \leq 6$), это приводило к некоторому дефициту взаимодействия полос разной природы. К тому же результату приводило, используемое в [84], ограниченное число B_J -фононов каждой мультипольности и то, что максимальное число квадрупольных бозонов было принято равным каноническому значению (сумма нейтронных и протонных пар частиц или дырок в валентных оболочках), что, как показали последующие оценки явно недостаточно.

1.4 Требования, предъявляемые к микроскопическому описанию коллективных состояний

Исходя из вышеизложенного можно сформулировать требования, необходимые для описания коллективных и близким к ним по энергиям неколлективным состояний, которые проявляют себя в силу энергетической их близости с первыми, имея одинаковый спин.

1. Предположение замкнутости алгебры фермионных операторов позволяет получить конечные фиксированные разложения фермионных операторов по бозонным, заодно определяя максимальное число квадрупольных бозонов Ω , а этим размерность бозонного пространства.

2. Для микроскопического расчета параметров бозонных операторов необходимо учитывать связь коллективных мод возбуждения (D -фононы) с неколлективными (B_J -фононы). Это при определяющей роли в волновой функции D -фононных состояний можно осуществлять через перенормировочные процедуры параметров бозонных операторов, например, по теории возмущений в варианте Фешбаха.

3. Существует проблема фазового перехода в КМСФ, когда энергия фонона становится мнимой, а корреляции в основном состоянии сильно возрастают. Ее решение ранее было связано с использованием довольно сложной схемы расчета, которая была предложена Харой [85] и развита Митрошиным [86], где описание коллективных состояний как суперпозиций фононов КМСФ учитывает возможность значительных корреляций в основном состоянии и взаимное влияние спаривательных и квадрупольных мод.

Другой способ заключается в Модификации КМСФ с целью уменьшения корреляций в основном состоянии. Ранее это было реализовано в работе [87]. Необходимость малости φ -амплитуд фононов является кроме того исходным приближением МСФ, так как используемая в ней линейаризация $[H, D^+] = \omega D^+$ будет корректной только для случая $\Sigma\varphi^2 \ll \Sigma\psi^2$. Это связано с тем, что при расчете коммутатора получается уравнение $[H, D^+] = \omega D^+ + : Z :$, где $: Z :$ содержит квазичастичные комбинации a^+a и в нормальном порядке 4-х квазичастичные произведения. Пренебречь $: Z :$ можно только в случае малости корреляций в основном состоянии, что в обычном КМСФ выполняется только для энергии первого квадрупольного возбуждения большего 0.8 МэВ. Модификация КМСФ делает возможным ее применение для более коллективизированных ядер. В некотором смысле это есть смещение относительно D фононов к приближению Тамма–Данкова (ТД), где $\varphi = 0$.

В работе [87] модификация КМСФ для D -фононов была реализована таким образом, чтобы отображение на бозоны осуществлялось аналогично как и для тамм–данковских (ТД) фононов. Это позволило получить отрицательные значения частот и ликвидировать критическую точку КМСФ. В обычном приближении КМСФ для силовой константы больше критической квадрат частоты становится отрицательным, а условие нормировки для амплитуд фонона невозможным, фонон пропадает (breaks down). Подобная модификация, но с прямым требованием минимизации $\Sigma\varphi^2$ была использована в работе [77]. В работе [87] было принято значение $\Sigma\varphi^2 = 0.05$ для коллективных состояний в ^{152}Sm , а для $^{148-154}\text{Sm}$ данная величина варьировалась в пределах от 0.041 до 0.087. В работе [88] рассмотрена связь коллективных состояний с парными вибрациями ($B_{J=0}$) и неколлективными $B_{J=2,4}$ -фононами. Это улучшило описание состояний с спинами $I = 2^+, 4^+$, но оказалось недостаточным, чтобы воспроизвести экспериментальные энергии состояний, начиная уже со спина $I = 6^+$ в четных изотопах Sm.

Следует отметить, что МВБ1 сконструирована таким образом, что часть этих корреляций, порождаемая D -фононным возбуждением, может быть учтена непосредственно за счет усложнения структуры бозонных состояний через прямой учет двух-, четырех- и т.д. бозонных примесей в основном и возбужденных состояниях. Реализуется это за счет члена гамильтониана МВБ (1.2.18), пропорционального $d^+ \cdot d^+$. Однако этого оказывается недостаточно, поэтому за счет введения дополнительной степени свободы необходимо уменьшать корреляции в основном состоянии, делая их независимыми от энергии фонона.

4. Наличие большого числа квадрупольных бозонов, начиная уже с основного состояния, требует их учета как при определении фононных амплитуд, так и при расчете параметров сверхтекучести. Поэтому одна из составляющих модификации КМСФ должна содержать учет взаимного влияния бозонного состава волновых функций и амплитуд D -фонона. Впервые это было реализовано в работе [89], а в работах [90], [91] дана библиография последующих работ. Следует отметить, что при конструировании фононных мод либо в Тамм–Данковском (ТД) приближении, либо в Методе Случайной фазы [45] при использовании квазичастичного сферического базиса делается то упрощение, что этот фонон над вакуумом квазичастиц является единственным. Недавно был разработан математический аппарат, позволяющий одновременно рассматривать сложные состояния с одно- и двух-фононными компонентами в фермионном пространстве [92]. В представленной здесь работе, используя бозонное представление многофононных состояний, рассматривается структура D -фононов с учетом того, что их будет произвольное число. С этой целью для тестирования предложен-

ной теории были выбраны ядра в области $50 < Z, N < 82$. Расчеты касались изотопов Te, где число фононов в основном состоянии минимально, так и ядер с увеличивающейся по мере роста числа протонов коллективностью, т.е. как это имеет место в изотопах Xe, Ba и т.д.. Указанная область также отличается от области $28 < Z, N < 50$ более полной экспериментальной информацией относительно длинных ирраст-полос.

5. Наличие одновременно нескольких квадрупольных мод в состояниях приводит к дополнительному вкладу в оператор числа частиц, а так как значения n_d растут по мере роста спина коллективных состояний, то это необходимо учитывать при расчете как полной энергии, так и бозонных параметров. Параметры коллективного гамильтониана при этом становятся зависящими от спина ядра и его энергии.

6. Для корректного описания состояний, начиная, как правило, со спина 10^+ , необходимо учитывать связь коллективных состояний с высокоспиновыми квазичастичными парами или фононами B_J с $J = 8^+, 10^+$.

Необходимость последнего следует из того, что экспериментальное и теоретическое изучение энергий и вероятностей $E2$ -переходов в длинных ирраст-полосах демонстрирует, что в широком диапазоне ядер от сферических до деформированных имеются изменения в структуре состояний, которые можно назвать пересечением полос. Пересечение по мере роста спина осуществляется между полосой коллективных состояний и полосой, построенной на высокоспиновой квазичастичной паре. При относительно небольших спинах (например, $I^\pi \leq 10^+$ в $^{118-126}\text{Ba}$ и $I^\pi \leq 8^+$ в $^{128-130}\text{Ba}$) состояния в четно-четных ядрах могут быть интерпретированы как квадрупольные коллективные возбуждения, связанные сильными $E2$ -переходами, для которых приведенные вероятности $B(E2; I \rightarrow I-2)$ в десятки и сотни раз превышают одночастичную оценку. Однако при больших спинах ирраст-полоса продолжается. Как показывают различные теоретические подходы, основанием полосы этих состояний является высокоспиновое двухквазичастичное фононное возбуждение. Экспериментально это заметно по изменению значений $B(E2; I \rightarrow I-2)$ с ростом спина и по нарушению монотонности в изменении энергий ирраст-состояний. Наиболее наглядной картиной, иллюстрирующей пересечение полос, является зависимость эффективного момента инерции $\mathfrak{I} = (2I-1)\hbar^2/E(I \rightarrow I-2)$ от квадрата частоты вращения $\hbar\omega = E(I \rightarrow I-2)/(\sqrt{I(I+1)} - \sqrt{(I-2)(I-1)})$. При этом нерегулярности в кривой \mathfrak{I} от ω^2 , особенно явление "обратного загиба" — backbending, могут указывать, насколько быстро с ростом спина происходит переход в ирраст-полосе от коллективного состояния к состоянию, включающему высокоспиновую фононную моду.

В настоящей работе была построена микроскопическая теория коллективных состояний, где данные требования реализованы. При этом разработана и использована Модификация КМСФ — МКМСФ для определения амплитуд D -фононов с учетом их большой коллективности в сферическом квазичастичном базисе. Для полученных бозонных параметров были учтены поляризационные эффекты, которые вызваны связью коллективных D -фононных функций с неколлективными, содержащими фононы положительной четности с моментами до $J \leq 6^+$.

Наличие сложного состава бозонных функций и сильное квадрупольное взаимодействие было учтено при определении параметров сверхтекучести. В отличие от вариантов МВБ, которые рассматриваются в настоящее время как феноменологические модели, представленную теорию можно назвать микроскопической версией МВБ — ММВБ. В ее рамках были осуществлены расчеты коллективных состояний в изотонах с $N=70$, в изотопах Те и Хе. Удовлетворительное описание энергий при этом получено для нескольких полос, а основная полоса воспроизведена для изотонов с $N=70$ вплоть до спина $I = 10^+$. В легких изотопах Те и Хе основная полоса воспроизводится до $I \leq 6^+$. Для успешного описания состояний с более высокими спинами представленная ММВБ была расширена за счет рассмотрения на микроскопической основе помимо неколлективных фононов с $J \leq 6^+$, фононов с более высокими моментами. Их учет осуществлялся явным образом через введение в бозонный базис $b_{J=8,10}$ -бозонов. Бозоны с меньшими спинами также в этом случае явно рассматриваются для учета специфических каналов взаимодействия между коллективными состояниями и теми, что содержат компоненты с $b_{J=8,10}$. Все процессы взаимодействия коллективных и неколлективных фононов рассмотрены в том же квазичастичном приближении. Это позволило удовлетворительно воспроизвести энергии вплоть до спинов $I = 18^+$ во всех рассмотренных изотопах Хе, а также Ва. Т.о., удалось воспроизвести энергии ираст-полос как до, так и после пересечения полос, когда эта полоса продолжается, имея основанием состояние другой природы.

При расчете абсолютных значений $B(E2)$ были также рассмотрены поляризационные эффекты. Это позволило не вводить эффективных зарядов. Рассмотренные механизмы взаимодействия коллективных и неколлективных состояний привели к удовлетворительному описанию значений $B(E2)$ для ираст-полос в области, где происходит пересечение полос разной природы.

1.5 Основные результаты главы

В главе были рассмотрены подходы, касающиеся описания квадрупольной низкоэнергетической коллективности от геометрических моделей и способов их численной реализации до современных методов бозонного представления фермионных операторов. Показано, как логика развития последних моделей, претендующих на микроскопический способ описания коллективных состояний, привела к конечным бозонным представлениям фермионных операторов, что было реализовано через различные версии МВБ. Возможность точного решения бозонной задачи, основываясь на конечности бозонного пространства, привела к широкому распространению этих версий в качестве инструмента феноменологического изучения ядерной коллективности. Наряду с этим в литературе были выработаны необходимые требования, предъявляемые к микроскопическому способу описания коллективных состояний. Важнейшими из них являются: учет связи коллективных и неколлективных мод возбуждения с различными моментами; решение проблемы фазового перехода в МСФ, когда энергия фонона становится мнимой, а корреляции в основном состоянии сильно возрастают; учет бозонного состава коллективных состояний на структуру фононов и параметров сверхтекучести. Решение этих проблем лежит в основе получения микроскопического описания бозонной модели в последующих главах.

Глава 2

Вариационный метод определения энергий коллективных состояний

2.1 Отображение фермионных операторов на бозонные, принятое в МВБ1, и бозонные параметры гамильтониана в первом приближении

При построении минимизируемого функционала используется модельный гамильтониан, включающий среднее поле, монопольные и факторизованные квадрупольные частично-частичные и частично-дырочные силы. С помощью стандартного (u, v) – преобразования Боголюбова переходим от операторов частиц α_1 к операторам квазичастиц a_1 , $\alpha_1^+ = u_1 a_1^+ + v_1 a_{\bar{1}}$. После этого гамильтониан за вычетом слагаемых Лагранжа, позволяющих обеспечивать сохранение числа частиц в среднем, записывается в виде

$$\tilde{H} = H - \sum_{\tau=p,n} \lambda_{\tau} \hat{N}_{\tau} = \Phi_{00} + H_{11} + H_{20+02} + V_{22} + V_{40+04} + V_{31+13}, \quad (2.1.1)$$

λ_p, λ_n – протонный и нейтронный химические потенциалы, Φ_{00} – энергия квазичастичного вакуума. Величины H, V с индексами в уравнении (2.1.1) являются операторами квазичастичного взаимодействия, зависящими от констант взаимодействия, матричных элементов и (u, v) – параметров. При этом первый нижний индекс дает число операторов рождения, второй – число операторов уничтожения, например, $H_{20+02} \sim a_i^+ a_{\bar{i}}^+ + a_{\bar{i}} a_i$. Здесь и далее нижние цифровые индексы у амплитуд или операторов обозначают совокупность квантовых чисел одночастичных состояний сферической мо-

дели оболочек n, l, j, m , а \bar{i} обозначает состояние, сопряженное по времени, так что $|j, \bar{m}\rangle = (-1)^{j+l+m} |j, -m\rangle$.

Заранее не предполагается, что $H_{20+02} = 0$, поэтому e_i , энергия квази-частиц, не сводится к стандартному выражению, т.е. $e_i \neq \sqrt{(\epsilon_i - \lambda)^2 + \Delta^2}$. Связано это с тем, что в данной работе будут рассматриваться связанные системы уравнений как для амплитуд сверхтекучести u, v , так и амплитуд ψ, φ D -фонона. Величина ϵ_i является энергией одночастичного состояния в сферическом поле Вудса–Саксона, Δ — парная щель.

Предполагается, что волновые функции коллективных состояний со спином I могут быть представлены как суперпозиции произведений с амплитудами $\{\alpha_D\}$

$$|I\rangle = \sum_n \alpha_D(n) \hat{P}(D^{+n})^{(I)} | \rangle \quad (2.1.2)$$

некоторого числа коллективных квадрупольных фононов $D_{\mu}^{+}, \mu = 0, \pm 1, \pm 2$ типа МСФ (1.2.1). Проекционный оператор \hat{P} упоминался ранее. Данное выражение можно было бы дополнить членами $\sum_{i,n} \alpha_{B_i}(n) B_i^{+} D^{+n}$, которые позволили бы учесть связь разных ветвей возбуждения или поляризационные эффекты. В тех случаях, когда эти члены оказываются существенными и тем более доминирующими, они учитываются явно. В тех же случаях, когда их вклад хотя и важен, но не доминирует, их влияние можно учесть по теории возмущений.

Таким образом, мы имеем три набора неизвестных величин: параметры преобразования Боголюбова (u, v), фононные амплитуды ψ, φ или $z^{(\eta)}$ и амплитуды $\{\alpha_D\}$, характеризующие фононный состав волновых функций $|I\rangle$. Все эти величины определяются посредством минимизации полной энергии каждого $|I\rangle$ – состояния при дополнительных условиях, которые формулируются ниже.

Такой способ определения этих величин приводит к тому, что все три набора параметров оказываются взаимосвязанными и зависящими от спина состояния I .

Построение функций, определяющихся в качестве суперпозиций произведений разного числа D -фононов, является трудоемкой задачей при числе фононов, большем двух. Ее кардинальное упрощение состоит в приближенном отображении фононов и произведений фермионных операторов, содержащихся в гамильтониане (2.1.1), на квадрупольные бозоны d_{μ}^{+}, d_{μ} в соответствии с процедурой, выраженной через соотношение (1.2.17), как это делается в МВБ1 — IBM1 [29], [33], [93]. Переход же от квазичастичных операторов к бозонным, включая s , в соответствии с (1.2.14), но ограничи-

ваясь только коллективной ветвью возбуждений, осуществляется как

$$\begin{aligned} (a_1^+ a_2^+)_\mu^{(2)} &\longrightarrow \sqrt{\frac{2}{\Omega}} (\psi_{12} d_\mu^+ s - \varphi_{12} s^+ d_\mu^-), \\ (a_1^+ a_2^+)_\mu^{(\lambda)} &\longrightarrow \sim (d^+ d)_\mu^{(\lambda)}. \end{aligned} \quad (2.1.3)$$

Параметры бозонного гамильтониана (1.2.18) будем получать с помощью процедуры Марумори [12], когда, как говорилось ранее, сравниваются м.э. от квазичастичного гамильтониана по фоннным функциям с м.э. от бозонного гамильтониана по бозонным функциям, рассматривая только минимальное число фононов и бозонов. Добавляя к отображению (1.2.17)

$$\frac{1}{\aleph_L} (D^+ D^+)^{(L)} \longrightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} (d^+ d^+)^{(L)} s s, \quad (2.1.4)$$

получаем выражения:

$$\varepsilon_d^{(0)} = \langle | [D_\mu, [h_{RPA}, D_\mu^+]] | \rangle; \quad (2.1.5)$$

$$2 \left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} \right)^{(0)} = \frac{1}{5} \sqrt{\frac{2}{\aleph_0}} \sum_\mu \langle | [[h_{RPA}, D_\mu^+], D_\mu^+] | \rangle; \quad (2.1.6)$$

$$\begin{aligned} (k_2 \sqrt{\Omega - 1})^{(0)} &= \frac{1}{\sqrt{2\aleph_2}} \sum_{m_1, m_2} \langle | [[[D_M, H_{20+02} + \hat{V}_{31+13}], D_{m_1}^+], D_{m_2}^+] | \rangle \\ &\times (22m_1 m_2 | 2M), \end{aligned} \quad (2.1.7)$$

$$\begin{aligned} C_L^{(0)} &= \sum_{m_1, m_2, m_3, m_4} \frac{1}{\aleph_L} \langle | [D_{m_2}, [D_{m_1}, [[h_{RPA}, D_{m_3}^+], D_{m_4}^+]] | \rangle \\ &\times (22m_1 m_2 | LM)(22m_3 m_4 | LM). \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

В уравнениях (2.1.5) – (2.1.8) оператор h_{RPA} есть квазичастичный гамильтониан МСФ, составленный из операторов в уравнении (2.1.1),

$$h_{RPA} = H_{11} + \hat{V}_{22} + \hat{V}_{40+04},$$

\aleph_L – нормировка двухфононного состояния

$$\aleph_L = \langle | DD(D^+ D^+)^{(L)} | \rangle, \quad (2.1.9)$$

которую можно связать с максимальным числом d -бозонов — Ω , что приводит к

$$\aleph_L = 2 \left(1 - \frac{1}{\Omega_L} \right); \quad \Omega_L = \frac{2}{2 - \aleph_L}, \quad (2.1.10)$$

откуда следует, что определенное таким образом Ω зависит от спина L , причем в соответствии с полученными оценками $\Omega_{L=0} < \Omega_{L=2} \approx \Omega_{L=4}$. Ниже будет иначе определено полное число бозонов Ω , которое по значению будет близко к среднему значению Ω_L с учетом веса, определяемого значениями L .

Индекс (0) в уравнениях (2.1.5), (2.1.6), (2.1.7), (2.1.8) означает, что квазичастичное пространство ограничено D -конфигурациями. Они могут быть расширены за счет учета примеси к одно и двум D -фононным состояниям, конфигураций, включающих неколлективные фононы.

Из приведенных формул видно, что рассчитываются не непосредственно параметры k_1 , k_2 , а комбинации $k_1\sqrt{\Omega(\Omega-1)}$, $k_2\sqrt{\Omega-1}$. Обычно в МВБ1 постулируют, что Ω равно половине суммарного числа протонных и нейтронных частиц или дырок. Однако, это число есть один из параметров теории, зависящий от фононных амплитуд.

Таким образом, квазичастичный гамильтониан (2.1.1) только с учетом D -фононов удобно представить в виде:

$$\tilde{H} \longrightarrow E_0^{(\text{qp-ph})} + H_{\text{IBM}}^{(0)}; \quad (2.1.11)$$

$$H_{\text{IBM}}^{(0)} = \varepsilon_d^{(0)} \hat{n}_d + 2 \left(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega-1)} \right)^{(0)} \hat{P}_1 + (k_2 \sqrt{\Omega-1})^{(0)} \hat{P}_2 + \sum_L C_L^{(0)} \hat{C}_L,$$

где $E_0^{(\text{qp-ph})}$ есть энергия квазичастичного и фононного вакуумов, а бозонные операторы имеют вид

$$\begin{aligned} \hat{n}_d &= \sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}; \quad \hat{P}_1 = \frac{1}{2\sqrt{\Omega(\Omega-1)}} (d^+ \cdot d^+ s s + s^+ s^+ d \cdot d); \\ \hat{P}_2 &= \frac{1}{\sqrt{\Omega-1}} \left((d^+ d^+)^{(2)} \cdot d s + d^+ s^+ \cdot (d d)^{(2)} \right); \\ \hat{C}_L &= \frac{1}{2} (d^+ d^+)^{(L)} \cdot (d d)^{(L)}. \end{aligned} \quad (2.1.12)$$

Их средние по бозонным функциям $|I\rangle$ обозначим как

$$n_d(I) = \langle I | \hat{n}_d | I \rangle, P_1(I) = \langle I | \hat{P}_1 | I \rangle, P_2(I) = \langle I | \hat{P}_2 | I \rangle, \langle C_L \rangle_I = \langle I | \hat{C}_L | I \rangle. \quad (2.1.13)$$

Окончательные значения вычисленных параметров $\varepsilon_d^{(0)}$, $k_1^{(0)}$, $k_2^{(0)}$, $C_L^{(0)}$ должны подвергнуться некоторой процедуре перенормировок, прежде чем они могут быть соотнесены с феноменологическими параметрами МВБ1.

Расчеты коллективных состояний в рамках МВБ1 показывают, что уже для переходных ядер структура даже основного состояния существенно определяется многобозонными конфигурациями. Это приводит к необходимости определения фононных амплитуд из минимизации функционала,

полученного усреднением бозонного гамильтониана (2.1.11) по бозонным функциям, что в свою очередь приводит к постановке вопроса о возможности осуществления самосогласованных расчетов бозонных параметров, фононных амплитуд и параметров сверхтекучести.

Далее уравнения будут приводиться для взаимодействия, представленного в факторизованном виде. Исходное взаимодействие в представлении частиц есть

$$V = \frac{1}{4} \sum < 12|v|\tilde{34} >: \alpha_1^+ \alpha_2^+ \alpha_3 \alpha_4 : . \quad (2.1.14)$$

Факторизация для частично-частичного канала осуществляется по праву

$$\begin{aligned} < 12|v|\tilde{34} > M_{12}^{(1-\eta)} M_{43}^{(1-\eta)} = -\frac{2}{2\lambda + 1} |G^{(\lambda)}| < 1||\widetilde{q^{(\lambda)}}||2 > (-1)^{l_2} M_{12}^{(1-\eta)} \\ \times < 4||\widetilde{q^{(\lambda)}}||3 > (-1)^{l_4} M_{43}^{(1-\eta)} (j_1 j_2 m_1 m_2 | \lambda \mu) (j_4 j_3 m_4 m_3 | \lambda \mu), \end{aligned} \quad (2.1.15)$$

для частично-дырочного канала

$$\begin{aligned} (< 1\bar{3}|v|\bar{4}\bar{2} > + (-1)^\eta < 1\bar{4}|v|\bar{3}\bar{2} >) L_{12}^{(0)} L_{43}^{(0)} = \\ -\frac{2}{2\lambda + 1} |\kappa_{\tau\tau'}^{(\lambda)}| < 1||q^{(\lambda)}||2 >_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \\ \times < 4||q^{(\lambda)}||3 >_{\tau'} (-1)^{l_4} L_{43}^{(0)} \delta_{\eta,1} (j_1 j_2 m_1 m_2 | \lambda \mu) (j_4 j_3 m_4 m_3 | \lambda \mu), \end{aligned} \quad (2.1.16)$$

где $\eta = 1$ для мультипольных сил. Обозначения приведены в следующем абзаце. Для контактного спаривательного взаимодействия справедливы соответствия

$$G^{(0)} = G; \quad < 1||\tilde{q}||2 > = \sqrt{2j_1 + 1} \delta_{j_2, j_1}; \quad < 12|v|\tilde{34} > = -|G| \delta_{j_2, j_1} \delta_{j_4, j_3},$$

где под j_1 понимается вся совокупность квантовых чисел кроме проекции момента.

Бозонные параметры, определяемые уравнениями (2.1.5) — (2.1.8) зависят от силовых констант и матричных элементов взаимодействий, а также от (u, v) и фононных амплитуд $z^{(\eta)}$. Выражение для $\varepsilon_d^{(0)}$, $k_1^{(0)}$ и $k_2^{(0)}$ через параметры факторизованных сил притяжения

$$\begin{aligned} \varepsilon_d^{(0)} &= \frac{1}{2} \sum_{\eta\tau 12} (e_1 + e_2) z_{12\tau}^{(\eta)2} \\ &- 0.1 \left(2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \sum_{\tau} \left(\kappa Q_{\tau}^2 + G^{(2)} \sum_{\eta} P_{\tau}^{(\eta)2} \right) \right); \end{aligned} \quad (2.1.17)$$

$$\begin{aligned} 2(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})^{(0)} &= \sqrt{\frac{2}{\aleph_0}} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{\eta\tau 12} (e_1 + e_2) (-1)^{\eta+1} z_{12\tau}^{(\eta)2} \right. \\ &\left. - 0.1 \left(2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \sum_{\tau} \left(\kappa Q_{\tau}^2 + G^{(2)} \sum_{\eta} (-1)^{1-\eta} P_{\tau}^{(1-\eta)2} \right) \right) \right\}; \end{aligned} \quad (2.1.18)$$

$$\begin{aligned} (k_2 \sqrt{\Omega - 1})^{(0)} &= \sqrt{\frac{2}{\aleph_2}} \frac{1}{\sqrt{8}} \left(\sum_{\eta\tau} G_{\tau}^{(2)} P_{\tau}^{(\eta)} T_{\tau}^{(\eta)} - \sum_{\tau\tau'} \kappa_{\tau\tau'} Q_{\tau'} Z_{\tau} \right) \\ &+ \frac{20}{\sqrt{\aleph_2}} \sum_{\tau 1,2,3} G_{1\tau} (-1)^{l_1+1} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{matrix} \right\} (\psi_{31} \psi_{23} \psi_{12} - \varphi_{31} \varphi_{23} \varphi_{12}); \end{aligned} \quad (2.1.19)$$

$$\begin{aligned} Q_{\tau} &= \left(\sum_{12} \langle 1 || q || 2 \rangle (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)} \right)_{\tau}, \\ P_{\tau}^{(\eta)} &= \left(\sum_{12} \langle 1 || \tilde{q} || 2 \rangle (-1)^{l_2} M_{12}^{(\eta)} z_{12}^{(1-\eta)} \right)_{\tau}, \end{aligned} \quad (2.1.20)$$

$$e_i = (\epsilon_i - \lambda)(u_i^2 - v_i^2) + 2\Delta u_i v_i, \quad e_{ij} = e_i + e_j \quad (2.1.21)$$

$$T_{\tau}^{(\eta)} = \sum_{345} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ j_3 & j_4 & j_5 \end{matrix} \right\} (z_{35}^{(0)} z_{54}^{(\eta)} + 3z_{35}^{(1)} z_{54}^{(1-\eta)})_{\tau} \langle 4 || \tilde{q} || 3 \rangle L_{43}^{(\eta)}, \quad (2.1.22)$$

$$Z_{\tau} = \sum_{345} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ j_3 & j_4 & j_5 \end{matrix} \right\} (z_{35}^{(0)} z_{54}^{(0)} + 3z_{35}^{(1)} z_{54}^{(1)})_{\tau} \langle 4 || q || 3 \rangle M_{43}^{(0)}, \quad (2.1.23)$$

$$G_{1\tau} = y_1 \left((\epsilon_1 - \lambda) u_1 v_1 - \frac{\tilde{\Delta}_{\tau}}{2} (u_1^2 - v_1^2) \right). \quad (2.1.24)$$

Для параметров двухфононного взаимодействия C_L в нулевом приближении были получены выражения

$$C_L^{(0)} = C_L^{(01)} + C_L^{(02)} + C_L^{(03)} + 2A + 5C\delta_{L,0}, \quad (2.1.25)$$

$$C_L^{(01)} = \frac{20}{\aleph_L} \left(\sum_{\tau\eta 12} F_{12\tau}^{(1-\eta)} R_{L\tau}^{(1-\eta)}(1, 2) \right), \quad (2.1.26)$$

$$C_L^{(02)} = \frac{300}{\aleph_L} (2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})^{(0)} R_L, \quad (2.1.27)$$

$$C_L^{(03)} = \frac{100}{\aleph_L} \sum_{\tau\eta\lambda 1234} \left(|G_{\tau\tau}^{(\lambda)}| < 1 ||\tilde{q}^{(\lambda)}||_4 >_{\tau} L_{14}^{(1-\eta)} < 3 ||\tilde{q}^{(\lambda)}||_2 >_{\tau} L_{32}^{(1-\eta)} \right. \\ \left. - \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(\lambda)}| < 1 ||q^{(\lambda)}||_4 >_{\tau} M_{14}^{(0)} < 3 ||q^{(\lambda)}||_2 >_{\tau'} M_{32}^{(0)} \delta_{\eta,1} \right) \\ \times \sum_{68} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & \lambda \\ j_1 & j_4 & j_8 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & \lambda \\ j_3 & j_2 & j_6 \end{matrix} \right\} \left(\left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & \lambda \\ 2 & 2 & L \end{matrix} \right\} \times \right. \\ \left. \left[(-1)^{\lambda} (\psi_{63}\psi_{48}\psi_{81}\psi_{26} + \varphi_{63}\varphi_{48}\varphi_{81}\varphi_{26}) + (\psi_{63}\varphi_{48}\varphi_{81}\psi_{26} + \varphi_{63}\psi_{48}\psi_{81}\varphi_{26}) \right] \right. \\ \left. + \frac{\delta_{L,\lambda}}{2L+1} 2\psi_{63}\varphi_{48}\varphi_{26}\psi_{81} \right), \quad (2.1.28)$$

$$R_{L\tau}^{(1-\eta)}(1, 2) = \sum_{34} \left[\left\{ \begin{matrix} L & 2 & 2 \\ 2 & j_1 & j_2 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} (\psi_{34}\psi_{13}\psi_{24} - (-1)^{1-\eta} \varphi_{34}\varphi_{13}\varphi_{24}) \right. \\ \left. + 2 \left\{ \begin{matrix} L & j_4 & j_1 \\ j_2 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L & j_4 & j_1 \\ j_3 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} (\varphi_{24}\psi_{13}\varphi_{34} - (-1)^{1-\eta} \psi_{24}\varphi_{13}\psi_{34}) \right]_{\tau}, \quad (2.1.29)$$

$$R_L = \sum_{\tau 1234} \left[\left\{ \begin{matrix} L & 2 & 2 \\ 2 & j_1 & j_2 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} L & j_4 & j_1 \\ j_3 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L & j_4 & j_1 \\ j_2 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} \right] \\ \times (\psi_{13}\psi_{12}\psi_{34}\varphi_{24} - \varphi_{13}\varphi_{12}\varphi_{34}\psi_{24})_{\tau}, \quad (2.1.30)$$

$$\aleph_L = \langle |DD(D^+D^+)^{(L)}| \rangle = 2 - 100 \sum_{\tau 1234} \left\{ \begin{matrix} L & 2 & 2 \\ 2 & j_1 & j_2 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} \\ \times (\psi_{12}\psi_{13}\psi_{24}\psi_{34} - \varphi_{12}\varphi_{13}\varphi_{24}\varphi_{34})_{\tau}, \quad (2.1.31)$$

$$F_{12\tau}^{(1-\eta)} = (\tilde{f}_{12}^{(1-\eta)} + f_{12}\delta_{\eta,1})_{\tau}, \quad (2.1.32)$$

$$\tilde{f}_{12\tau}^{(1-\eta)} = G_{\tau}^{(2)} P_{\tau}^{(1-\eta)} < 1 ||\tilde{q}||_2 >_{\tau} (-1)^{l_2} M_{12}^{(1-\eta)}, \quad (2.1.33)$$

$$f_{12\tau} = \sum_{\tau'} (\kappa_{\tau\tau'} Q_{\tau'}) < 1 ||q||_2 >_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)}. \quad (2.1.34)$$

Здесь и далее $\tau = n$ означает нейтроны, $\tau = p$ — протоны, $\langle 1 ||q||_2 \rangle$ — приведенные м.э. квадрупольного оператора $q = \partial U / \partial r Y_2$. М. э. $\langle 1 ||\tilde{q}||_2 \rangle$

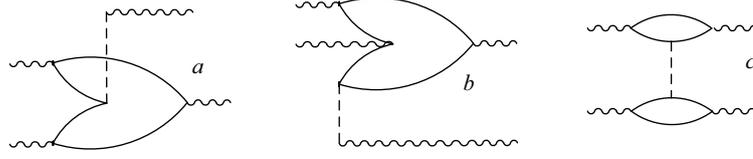


Рис. 2.1: Диаграммы, иллюстрирующие члены $C_L^{(1)}$ (a), $C_L^{(2)}$ (b), $C_L^{(3)}$ (c) в ур. (2.1.25). Волнистые и тонкие линии соответствуют фононам и квазичастицам соответственно, вертикальные пунктирные линии обозначают взаимодействие. Фононы, отображенные на рисунках, представлены ψ и φ -амплитудами. Исключением, когда фонон учитывается только через φ -компоненты, является случай (b), когда в одну точку пересечения сходятся как фонон, так и две линии квазичастиц с одной стороны.

квадрупольного частично-частичного взаимодействия при используемом операторе q не отличается от м.э. без тильды, $G^{(2)} = G_{\tau\tau}^{(2)}$, $G_{\nu\pi}^{(2)} = 0$ и $\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}$ константы квадрупольных факторизованных взаимодействий в частично-частичном (квадрупольное спаривание) и в частично-дырочном каналах. Для сил притяжения приняты знаки констант $G^{(2)}$ и $\kappa_{\tau\tau'}^{(2)} > 0$. Параметры щели Δ_τ и $\tilde{\Delta}_\tau$ определены ниже в (3.1.12), ϵ_i – энергии уровней среднего поля, e_i – энергии квазичастиц,

$$q^{(\lambda)} = \frac{\partial V(r)}{\partial r} Y_{\lambda\mu}(\Omega); \quad q = q^{(2)}; \quad V(r) = V_0(1 + \exp(\frac{r - R_0}{\alpha}))^{-1}; \quad (2.1.35)$$

$$M_{12}^{(\eta)} = u_1 u_2 + (-1)^{1-\eta} v_1 v_2; \quad L_{12}^{(\eta)} = u_1 v_2 + (-1)^\eta u_2 v_1; \quad \eta = 0, 1. \quad (2.1.36)$$

В том случае, когда (u, v) и $z^{(\eta)}$ трактуются как независящие от I , а амплитуды $z^{(\eta)}$ определяются в рамках стандартного МСФ или ТД, параметр $\epsilon_d^{(0)}$ оказывается равным энергии нижайшего квадрупольного фонона ω . Выражение для A и C даны в (2.10.5).

Наглядное представление выражений (2.1.25) – (2.1.34) в виде графиков даны на рис. 2.1, где волнистая линия – фонон, сплошная – квазичастица, пунктирная вертикальная линия – взаимодействие, две сплошные линии входящие или выходящие из точки соответствуют H_{20+02} взаимодействию. Соединение волнистой линии с двумя сплошными означают либо ψ , либо φ компоненту фонона в зависимости от того по разные стороны от вертикали они находятся или с одной стороны.

Процесс, определяемый рис. 2.1 a, дает главный вклад в $C_L^{(0)}$ и приводит к существенному превышению энергии двухфононного состояния над удвоенной энергией однофононного в первом порядке теории возмущений, что является результатом действия сил притяжения между квазичастицами, составляющими фононы, а также специфических фазовых соотношений, природа которых связана с принципом Паули и не зависит от степени

коллективности D -фонона вплоть до того, является ли ядро сферическим или деформированным. Этот эффект авторы работы [76] назвали кинематическим. Соответствующий процесс близок тому, который соответствует обмену квазичастицами в двух разных фононах и приводит к отличию двухфононной нормировки от бозонной. Графически этот процесс будет выглядеть как на рис. 2.1a, но без взаимодействия. Аналогичные процессы обмена в нечетных ядрах, соответствующие обмену свободной квазичастицы с квазичастицей из фонона, приводят к эффекту $j - 1$ аномалии, когда энергия со спином $j - 1$ оказывается меньше энергии состояния со спином j , соответствующему спину квазичастицы. Величина $C_L^{(02)}$ (рис. 2.1b) оказывается меньше 20% от предыдущего. Его наличие связано с амплитудами φ в D -фононе. Величина $C_L^{(03)}$ (рис. 2.1c) является членом перерассеивания фононов, поэтому при его расчете могут принимать участие силы от монополюных $\lambda = 0^+$ до гексадекаполюных $\lambda = 4^+$, при этом максимальный вклад дает монополюное спаривание, затем квадрупольное взаимодействие. Общий вклад члена рассеивания в $C_L^{(0)}$ для разных L варьируется от 10 до 20%. Учет этого слагаемого с квадрупольными силами в изотопах цинка был произведен в работе [94].

Существенное превышение рассчитанных в первом порядке по взаимодействию значений $C_L^{(0)}$ над феноменологическими, а по существу сам факт существования состояний двухфононного триплета, требует рассмотрения следующего порядка по взаимодействию с учетом неколлективных фононов.

В выражении (2.1.11) энергия $E_0^{(\text{qp-ph})}$ включает Φ_{00} из (2.1.1) и энергию корреляций фононного вакуума $E_0^{(B)}$, рассмотрение которой приведено в следующем разделе.

В данных вариационных вычислениях учитывается та компонента корреляционной энергии $\Delta E_0^{(B)}$, которая есть необходимый элемент описания в рамках МСФ, так как для каждого многофононного состояния, составленного из n_ν фононов определенного типа ν с энергией ω_ν , энергия в гармоническом приближении МСФ должна определяться как $(n_\nu + 1/2)\omega_\nu$, а потому $\Delta E_0^{(B)} = 1/2 \sum_\nu \omega_\nu$. Для D -фононов из этой суммы при минимизации полной энергии учитывается слагаемое $5/2\varepsilon_d^{(0)}$, используя для $\varepsilon_d^{(0)}$ выражение (2.1.17).

2.2 Энергия корреляции фононного вакуума

В данном разделе будет найдена разность энергии квазичастичного вакуума и фононного вакуума МСФ. Так как энергия квазичастичного ваку-

ума тождественна энергии вакуума фононов ТД, то сделать это можно переразложением фононого гамильтониана МВБ в ТД-представлении через фононы МСФ. Тамм–данковский фонон и соответственно фонон МСФ произвольной мультипольности имеют вид

$$B_n^+(\text{TD}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2;\tau=n,p} \psi_{12}^{\text{TD}}(n) a_1^+ a_2^+,$$

$$B_n^+(\text{RPA}) = B_n^+(\text{R}) = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{1,2;\tau=n,p} [\psi_{12}^{\text{R}}(n) a_1^+ a_2^+ + \varphi_{12}^{\text{R}}(n) a_2 a_1]_{\tau}.$$

Фононные амплитуды ψ_{12} включают коэффициенты Клебша–Гордона, поэтому индекс n помимо номера фонона содержит и значение проекции углового момента.

Так как произвольная квазичастичная пара представима через фононы МСФ

$$a_1^+ a_2^+ = \sqrt{2} \sum_n [\psi_{12}^{\text{R}}(n) B_n^+(\text{R}) - \varphi_{12}^{\text{R}}(n) B_{\bar{n}}(\text{R})],$$

то произвольный тамм–данковский фонон раскладывается по фононам МСФ

$$B_n^+(\text{TD}) = \sum_{12} \psi_{12}^{\text{TD}}(n) \sum_{n_1} [\psi_{12}^{\text{R}}(n_1) B_{n_1}^+(\text{R}) - \varphi_{12}^{\text{R}}(n_1) B_{\bar{n}_1}(\text{R})].$$

Условие полноты для фононных амплитуд

$$\sum_n \psi_{12}^{\text{TD}}(n) \psi_{34}^{\text{TD}}(n) = \frac{1}{2} (\delta_{13} \delta_{24} - \delta_{14} \delta_{23})$$

и из свойств симметрии $\psi_{21} = -\psi_{12}$ приводит к соотношению

$$\sum_n \psi_{12}^{\text{TD}}(n) B_n^+(\text{TD}) = \sum_n [\psi_{12}^{\text{R}}(n) B_n^+(\text{R}) - \varphi_{12}^{\text{R}}(n) B_{\bar{n}}(\text{R})].$$

Если фононный гамильтониан в ТД представлении принять в виде

$$\varepsilon \sum_{\mu} B_{\mu}^+(\text{TD}) B_{\mu}(\text{TD}) + \tilde{\kappa} (B^+(\text{TD}) \cdot B^+(\text{TD}) + B(\text{TD}) \cdot B(\text{TD})),$$

где для фононов с мультипольностью λ

$$\varepsilon = \sum_{1234} \frac{1}{2} [2\delta_{43,12} e_{12} + \frac{1}{(2\lambda + 1)} (\tilde{A}_{1234}^{(0)} + \tilde{A}_{1234}^{(1)})] \psi_{12}^{\text{TD}} \psi_{43}^{\text{TD}},$$

$$2\tilde{\kappa} = \sum_{1234} \frac{1}{2} \frac{1}{(2\lambda + 1)} (\tilde{A}_{1234}^{(0)} - \tilde{A}_{1234}^{(1)}) \psi_{12}^{\text{TD}} \psi_{43}^{\text{TD}},$$

$$\tilde{A}_{1234}^{(\eta+1)}(\lambda) = -|G^{(2)}| \langle 1 || \tilde{q} || 2 \rangle M_{12}^{(\eta+1)}(-1)^{l_2} \langle 4 || \tilde{q} || 3 \rangle M_{43}^{(\eta+1)}(-1)^{l_4} \delta_{\lambda,2} - |\kappa_{\tau,\tau'}^{(\lambda)}| \langle 1 || q || 2 \rangle_{\tau} L_{12}^{(\eta+1)}(-1)^{l_2} \langle 4 || q || 3 \rangle_{\tau'} L_{43}^{(\eta+1)}(-1)^{l_4} \delta_{\eta,1}, \quad (2.2.1)$$

то его разложение по фононам МСФ дает

$$E_0^{(B)} + \left(\varepsilon \sum_{\mu} B_{\mu}^{+} B_{\mu} + \tilde{\kappa} (B^{+} \cdot B^{+} + B \cdot B) \right)_{\text{RPA}},$$

$$E_0^{(B)} = (2\lambda + 1) \sum_{12} \left(e_{12} \varphi_{12}^2 + \frac{\varphi_{12}}{2(2\lambda + 1)} \sum_{\eta 34} \tilde{A}_{1234}^{(\eta+1)}(\lambda) (-1)^{\eta} z_{43}^{(\eta)} \right), \quad (2.2.2)$$

где амплитуды фононов уже не содержат коэффициентов Клебша–Гордона.

Использование только квадрупольных сил, но в частично-частичном и частично-дырочном каналах в соответствии с (2.2.2) и (2.2.1) приводит к выражению для корреляционной энергии для любого квадрупольного фонона, включая и нижайший квадрупольный

$$E_0^{(B)}(\lambda=2) = 5 \sum_{\tau 12} e_{12} \varphi_{12\tau}^2 + \sum_{\eta \tau 12} \frac{(-1)^{\eta}}{2} |G_{\tau}^{(2)}| P_{\tau}^{(\eta)} \langle 1 || \tilde{q} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} M_{12}^{(\eta)} \varphi_{12}$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{\tau \tau' 12} |\kappa_{\tau \tau'}| Q_{\tau'} \langle 1 || q || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \varphi_{12}. \quad (2.2.3)$$

Данное выражение использовалось, начиная с работы [95], для подсчета энергии корреляции как одно из составных слагаемых полной энергии ядра относительно вакуума частиц.

Если использовать стандартный вариант КМСФ, то однофононные энергии выражаются через фононные амплитуды как

$$\omega_i^{(\lambda)} = \frac{1}{2} \sum_{12} \left(e_{12} (z_{12}^{(1)2}(i) + z_{12}^{(0)2}(i)) + \frac{1}{2(2\lambda + 1)} \sum_{\eta 34} \tilde{A}_{1234}^{(\eta+1)}(\lambda) z_{12}^{(\eta)}(i) z_{43}^{(\eta)}(i) \right),$$

что позволяет в рамках КМСФ получить корреляционные энергии всех фононов B_i с мультипольностью λ

$$E_0^{(B)} = \frac{(2\lambda + 1)}{2} \left(\omega_i^{(\lambda)} - \sum_{12} e_{12} z_{12}^{(0)}(i) z_{12}^{(1)}(i) \right. \\ \left. - \frac{1}{2(2\lambda + 1)} \sum_{\eta 1234} z_{12}^{(1)}(i) \tilde{A}_{1234}^{(\eta)}(\lambda) z_{43}^{(0)}(i) \right),$$

а с учетом полноты фононных функций для каждого момента

$$\sum_n z_{12}^{(0)}(n) z_{34}^{(1)}(n) = \frac{1}{2} (\delta_{13} \delta_{24} + (-1)^{j_2 - j_1 + \lambda} \delta_{14} \delta_{23}),$$

получаем при суммировании по всем фононам одной мультипольности

$$\begin{aligned}
E_0^{(B(\lambda))} &= \frac{(2\lambda + 1)}{2} \left(\sum_i \omega_i^{(\lambda)} - \frac{1}{2} \sum_{12} e_{12}^{(\lambda)} (1 + \delta_{21}) - \frac{1}{2(2\lambda + 1)} \sum_{\eta 12} \tilde{A}_{1221}^{(\eta)}(\lambda) \right) \\
&= \frac{(2\lambda + 1)}{2} \left(\sum_i \omega_i^{(\lambda)} - \frac{1}{2} \sum_{12} e_{12}^{(\lambda)} (1 + \delta_{21}) \right) \\
&+ \frac{1}{2} \delta_{\lambda,2} \sum_{\tau 12} |G^{(2)}| |\langle 1 || \tilde{q} || 2 \rangle|^2 (u_1^2 u_2^2 + v_1^2 v_2^2) \\
&+ \frac{1}{2} \sum_{\tau 12} |\kappa_{\tau\tau}^{(\lambda)}| |\langle 1 || q || 2 \rangle|^2 (u_1^2 v_2^2 + u_1 v_1 u_2 v_2). \tag{2.2.4}
\end{aligned}$$

То есть при варьировании по фоновым амплитудам мультипольности λ к функционалу можно добавить $(2\lambda + 1)/2\omega_i^{(\lambda)}$, так как остальные члены в последнем выражении не зависят от амплитуд фононов. Для определения структуры нижайшего квадрупольного фона поэтому можно использовать выражение

$$E_0^{(B)}(\lambda = 2) \longrightarrow 5/2\varepsilon_d, \tag{2.2.5}$$

которое будет использоваться в энергетическом функционале, хотя это есть явное упрощение, корректнее было бы использовать выражение (2.2.3).

2.3 Структура фоновый вакуума и энергия корреляций

Структура фоновый вакуума при наличии корреляций в основном состоянии обусловлена φ – амплитудами в фонах МСФ и может быть представлена в виде

$$| \rangle = \{1 + \gamma(C^+ C^+)^{(0)} + \dots\} | \rangle_q = e^{\gamma(C^+ C^+)^{(0)}} | \rangle_q, \tag{2.3.1}$$

где $| \rangle_q$ есть вакуум квазичастиц, а $| \rangle$ как и ранее вакуум фононов. Квадрупольный оператор C_μ^+ определяется как

$$C_\mu^+ = \sum_{12} \varphi_{12} (a_1^+ a_2^+)_\mu^{(2)}. \tag{2.3.2}$$

В силу этого выражение (2.3.1) через экспоненту надо понимать с известной степени условно, так как в силу принципа Паули нельзя многократно действовать оператором C_μ^+ на вакуум квазичастиц.

Для квадрупольных фононов константа γ , определяющая квазичастичные компоненты фоновый вакуума находится из условия $D_\mu | \rangle = 0$ и определяется выражением

$$\gamma = -\frac{\sqrt{5}}{4 \sum_{12} \psi_{12} \varphi_{12}}. \tag{2.3.3}$$

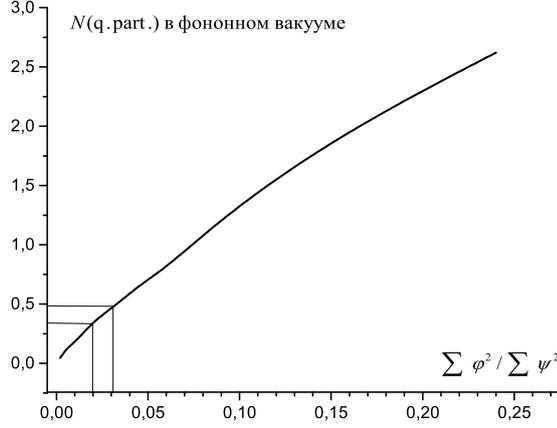


Рис. 2.2: Оценка числа квазичастиц в фононном вакууме за счет корреляций в основном состоянии, определяемой отношением $\sum \varphi_{12}^2 / \sum \psi_{12}^2$.

Нормировка фононного вакуума равна

$$N_{\text{ph}} = \langle | \rangle = 1 + \left(2\sqrt{2}\gamma \sum_{12} \varphi_{12}^2 \right)^2 + \dots = e^{\left(2\sqrt{2}\gamma \sum_{12} \varphi_{12}^2 \right)^2}. \quad (2.3.4)$$

Обычно в практике расчетов в рамках МСФ ее не учитывают, считая равной единице, но если корреляции велики, то эта величина может быть уже существенно больше единицы. В этом отношении ее учет необходим. Впрочем, слишком большие корреляции в основном состоянии, когда величина (2.3.4) становится заметно больше единицы делает обычное приближение МСФ неприемлемым.

Число квазичастиц (оператор $\hat{N}_{\text{q,part.}}$) фононного вакуума (2.3.1) без учета нормировки определяется как

$$\langle |\hat{N}_{\text{q,part.}}| \rangle = e^{4 \left(2\sqrt{2}\gamma \sum_{12} \varphi_{12}^2 \right)^2} - 1, \quad (2.3.5)$$

которое должно быть много меньше единицы для корректного использования приближения МСФ. Эта величина в зависимости от $\sum_{12} \varphi_{12}^2 / \sum_{12} \psi_{12}^2$ приведена на рис. 2.2, что показывает, что величина $\sum_{12} \varphi_{12}^2$ должна быть не больше 0.05. Иначе необходимо явно учитывать корреляции в основном состоянии, в том числе при подсчете как числа квазичастиц, так и числа частиц.

Корреляционная энергия, связанная со структурой D -фонона, которая определяется с учетом произвольной модификации КМСФ с точностью до φ^2 и φ^4 , а также с учетом того, что $q < [C_{\mu}, C_{\mu}^+] | \rangle_q = 2 \sum \varphi_{12}^2$

$$E_{\text{corr}}^{(D)} = \frac{1}{\langle |H| \rangle} \langle |H| \rangle, \quad (2.3.6)$$

$$\begin{aligned} \langle |H| \rangle &= \left(2\gamma_q \langle |H|(C^+C^+)^{(0)} \rangle_q + \gamma^2_q \langle (CC)^{(0)}|H|(C^+C^+)^{(0)} \rangle_q \right) \\ &= -4\gamma \frac{\sqrt{5}}{10} \left(2\kappa_{np} \tilde{Q}_n \tilde{Q}_p + \sum_{\tau} \left(\kappa_{nn} \tilde{Q}_{\tau}^2 + G^{(2)}(\tilde{P}_{\tau}^{(0)2} - \tilde{P}_{\tau}^{(1)2}) \right) \right) \\ &+ 4\gamma^2 \left(\sum_{\tau 12} \varphi_{\tau 12}^2 \right) \left(\sum_{\tau 12} e_{12} \varphi_{\tau 12}^2 \right. \\ &\left. - \frac{1}{10} \left(2\kappa_{np} \tilde{Q}_n \tilde{Q}_p + \sum_{\tau} (\kappa_{nn} \tilde{Q}_{\tau}^2 + G^{(2)}(\tilde{P}_{\tau}^{(0)2} + \tilde{P}_{\tau}^{(1)2})) \right) \right), \quad (2.3.7) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{Q}_{\tau} &= \sum_{12} \langle 1||q||2 \rangle (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \varphi_{12}, \\ \tilde{P}_{\tau}^{(\eta)} &= \sum_{12} \langle 1||\tilde{q}||2 \rangle (-1)^{l_2} M_{12}^{(\eta)} \varphi_{12}. \end{aligned}$$

2.4 Члены Лагранжа в энергетическом функционале, определяемые из условий нормировки различных амплитуд

Минимизация энергии осуществляется при некоторых дополнительных условиях. Первые из них учитывают наличие нормировок. Одна из них, это нормировка D -фононов. Если их рассматривать над вакуумом фононов $| \rangle$, то условие нормировки выглядит обычным для КМСФ образом

$$\langle |[D_{\mu}, D_{\mu}^+] | \rangle = \sum_{\tau 12} (\psi_{12}^2 - \varphi_{12}^2)_{\tau} = \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(0)} z_{12}^{(1)})_{\tau} = 1. \quad (2.4.1)$$

Если же соответствующий коммутатор усреднять по много D -фононному состоянию, то следует иметь ввиду операционный остаток от коммутатора, который представлен в уравнении (1.2.6). Тем не менее, в работе за условие нормировки принято именно условие (2.4.1). С одной стороны, это можно оправдать малыми корреляциями, в силу чего операционная часть в коммутаторе незначительна, с другой стороны, возможность квазичастичного оператора $a_1^+ a_2^+$ быть выраженной через D -фононы КМСФ связана с выполнением именно условия (2.4.1).

Следующим условием является условие нормировки амплитуд бозонных волновых функций $|I\rangle$. Напомним, что $|I=0\rangle \neq |0\rangle$, т.е. функция основного состояния с $I=0$ не есть вакуум бозонов. Под $|I\rangle$ понимаем волновую функцию в фоновом представлении. Итак, бозонные волновые функции представимы в виде

$$|I\rangle = \sum_{n_d, v, \omega_\Delta} \alpha_d(n_d, v, \omega_\Delta, I) \frac{1}{\sqrt{(\Omega - n_d)!}} (s^+)^{\Omega - n_d} |n_d, v, \omega_\Delta, I\rangle, \quad (2.4.2)$$

где $|n_d, v, \omega_\Delta, I\rangle$ есть нормированные функции квадрупольных бозонов, соответствующие неприводимому представлению группы $SU(5)$ с квантовыми числами, соответствующими числу квадрупольных бозонов (n_d), бозонному сениорити (v), то есть числу квадрупольных бозонов, не связанных в нулевой угловой момент, число троек v , связанных в нулевой угловой момент (ω_Δ). В этом случае условие нормировки имеет вид

$$\langle I|I\rangle = \sum_{n_d, v, \omega_\Delta} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_\Delta, I) = 1, \quad (2.4.3)$$

Последним нормировочным условием является условие на боголюбовские амплитуды u_1 и v_1 , что дает $u_1^2 + v_1^2 = 1$, где v_1^2 соответствует вероятности, что два нуклона одного сорта, находящиеся на орбитах j_1, l_1, m_1 и $j_1, l_1, -m_1$, свободных от квазичастиц, участвуют в спаривании.

2.5 Дополнительные условия на амплитуды и вклад в энергетический функционал всех условий

Следующие условия не связаны с нормировками функций. Так как в работе используется квазичастичное представление, то контроль за правильным числом частиц реализуется через среднее их значение с помощью химических потенциалов λ_τ , так что соответствующий член Лагранжа $\sum_\tau \lambda_\tau \hat{N}_\tau$ учитывается при переходе от частиц к квазичастицам.

Еще одно условие при минимизации энергии состояния, отражающее специфику МВБ, состоит в фиксировании Ω , максимального числа бозонов, которое используется при построении $|I\rangle$. Соответствующим образом вводится член Лагранжа, позволяющий регулировать значение Ω и восстанавливать его целочисленное значение. Производя процедуру определения параметров МВБ по основному состоянию можно было бы не вводить его, принимая в бозонной задаче то Ω , которое будет ближе к микроскопическому значению (1.2.13). Однако следует иметь ввиду, что если процедуру

проводить в отдельности для каждого коллективного состояния, то получается, что значения Ω будут различаться для разных состояний, что выведет нас из приближения МВБ. Требование неизменности Ω при вычислении фононных амплитуд (ψ , φ) в многофононных состояниях для каждого спина т.о. изменяет их значения, что позволяет уменьшить нарушение принципа Паули в среднем (если оно нарушается). Так, если одночастичный уровень полностью заполнен куперовскими парами, то на нем будет $2j_i + 1$ частиц. Если же все пары разрушены, то максимальное число распаренных квазичастиц, а соответственно и частиц на уровне может быть только $(2j_i + 1)/2$ (максимальное сениорити уровня). Итак, операторная часть члена Лагранжа, позволяющая фиксировать целочисленность значений Ω с учетом только квадрупольных бозонов есть

$$\delta\Phi'(\omega') = \frac{6}{5} \frac{1}{\Omega(z^{(\eta)})} \omega'(n_d + 5/2), \quad (2.5.1)$$

где $\Omega(z^{(\eta)})$ есть функция фононных амплитуд в соответствии с выражением (1.2.13).

Отображение числа квазичастиц \hat{n}_i (1.2.8) на бозонные операторы используется также при вычислении средних значений чисел протонов и нейтронов $\langle I|\hat{N}_\tau|I \rangle = N_\tau$, $\tau = p, n$, фиксация которых дает уравнение для определения химических потенциалов λ_τ . Оператор числа частиц при переходе к квазичастичному представлению содержит не только \hat{n}_i , но и \hat{p}_i

$$\begin{aligned} \hat{N}_\tau &= \sum_j (2j + 1)v_j^2 + \sum_j (u_j^2 - v_j^2)\hat{n}_j + \sum_j u_j v_j \hat{p}_j; \\ \hat{n}_j &= \sum_m a_{jm}^+ a_{jm}; \quad \hat{p}_j = \sum_m (a_{jm}^+ a_{j\bar{m}}^+ + a_{j\bar{m}} a_{jm}). \end{aligned} \quad (2.5.2)$$

Оператор \hat{p}_i отображается на бозонный оператор \hat{P}_2 (2.1.12). Если в выражении (2.5.2) пренебречь последним слагаемым, то

$$\begin{aligned} \langle I|\hat{N}_\tau|I \rangle &\rightarrow (I|\hat{N}_\tau|I) = N_\tau \\ &= \sum_j (2j + 1) \left(v_j^2 + (1 - 2v_j^2) (n_j^{(1)} n_d(I) + n_j^{(2)} P_1(I)) \right) \\ &= \sum_j (2j + 1) \left(y_j v_j^2 + \frac{1 - y_j}{2} \right), \end{aligned} \quad (2.5.3)$$

$$y_j = 1 - 2(n_j^{(1)} n_d(I) + n_j^{(2)} P_1(I)). \quad (2.5.4)$$

Величины $n_d(I)$ и $P_1(I)$ есть бозонные средние, определенные в (2.1.13), в частности $n_d(I)$ является средним числом квадрупольных бозонов в бозонном состоянии $|I\rangle$, величины $n_j^{(k)}$ даны в (1.2.9). Смысл величин y_j (2.5.4)

очевиден из соотношения $y_j = (j + 1/2 - n_j)/(j + 1/2)$, где n_j есть среднее число квазичастиц на уровне сферического поля j (1.2.7), т.е. величины y_j в уравнении (2.5.3), равны единице для уровней, свободных от квазичастиц. Таким образом, y_j есть вероятность того, что уровень jlm свободен от квазичастиц. По мере заполнения одночастичного уровня квазичастицами, что происходит с ростом n_d , y_j будут уменьшаться, но не должны быть отрицательными, что есть условие выполнения принципа Паули в среднем. Практические расчеты показали, что если это условие нарушается для одного уровня, например i , можно ввести множитель Лагранжа η_i , с соответствующей добавкой к полному функционалу $\Phi_\eta = -(2j_i + 1)\eta_i y_i/2$. Меняя η_i можно добиться выполнения принципа Паули. Если же y_i оказываются отрицательными уже для более чем одного или двух уровней, то исправить ситуацию можно только за счет увеличения полного числа бозонов Ω , или как увидим ниже, за счет уменьшения корреляций в основном состоянии. При этом фононные амплитуды ψ и φ распределяются по большему числу одночастичных уровней, увеличивая роль вневалентных оболочек, чем и достигается выполнения принципа Паули. Выражение (2.5.3) можно интерпретировать т.о., что на j -уровне с учетом блокировки будет $(2j + 1)y_j v_j^2$ нуклонов, образующих куперовские пары и $(2j + 1)(1 - y_j)/2$ неспаренных нуклонов. Это приводит к некоторому изменению в интерпретации величин v_j^2 , но аналогичная ситуация происходит и при блокировке уровня одним или несколькими нуклонами.

С ростом энергии возбуждения и спина меняются бозонные средние, что приводит к изменению средних чисел частиц, определяемых выражением (2.5.3). Добиться их неизменности можно за счет варьирования значений химических потенциалов λ_τ . В результате химические потенциалы меняются при переходе от одного коллективного состояния к другому. Это обстоятельство следует учитывать при вычислении энергетических разностей, если производить самосогласованные расчеты в отдельности для каждого коллективного состояния.

Достичь самосогласования всех трех определяемых амплитуд $(z^{(n)}, u(v), \{\alpha_d\})$ оказывается невозможно как при использовании стандартного варианта КМСФ, где амплитуды φ часто оказываются значительными, так и в приближении ТД. Чтобы самосогласование стало возможным, необходимо, оставаясь в рамках КМСФ, обеспечить малость амплитуд φ . Выполнение этого условия при фиксированных значениях силовых констант осуществляется введением в минимизируемый функционал слагаемого, регулирующего величину суммы квадратов φ :

$$\Phi_\varphi = 2\chi(n_d(I) + \frac{5}{2}) \left(\sum_{\tau 12} \varphi_{12\tau}^2 + \frac{1}{2} \right) = \frac{1}{2}\chi(n_d(I) + \frac{5}{2}) \left(\sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_\tau \right). \quad (2.5.5)$$

Т.о., функционал Φ' , определяемый всеми дополнительными условиями имеет вид

$$\begin{aligned}
\Phi' &= -\frac{1}{5}\omega(n_d(I) + 5/2) \sum_{\mu} \langle |[D_{\mu}, D_{\mu}^+] | \rangle - \sum_{\tau} \lambda_{\tau} N_{\tau} - \sum_{\tau, j} e_{\tau j} (u_j^2 + v_j^2)_{\tau} \\
&- E_I \sum_{n_d, v, \omega} \alpha_d^2(n_d, v, \omega, I) + \frac{6}{5} \frac{1}{\Omega(z^{(\eta)})} \omega'(n_d + 5/2) \\
&+ \frac{1}{2} \chi(n_d(I) + 5/2) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_{\tau} - \frac{1}{2} \sum_{\tau 1} ((2j_1 + 1) \eta_1 y_1)_{\tau} \\
&= -\omega(n_d(I) + 5/2) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)})_{\tau} - \sum_{\tau} \lambda_{\tau} N_{\tau} - \sum_{\tau, j} e_{\tau j} (u_j^2 + v_j^2)_{\tau} - \\
&- E_I \sum_{n_d, v, \omega_{\Delta}} \alpha_d^2(n_d, v, \omega_{\Delta}, I) + 2\omega' \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)} z_{12}^{(0)} n_2^{(1)})_{\tau} \left(n_d(I) + 5/2 \right) \\
&+ \frac{1}{2} \chi(n_d(I) + 5/2) \sum_{\tau 12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2})_{\tau} - \frac{1}{2} \sum_{\tau 1} ((2j_1 + 1) \eta_1 y_1)_{\tau}, \tag{2.5.6}
\end{aligned}$$

где ранее некомментируемая величина E_I является собственным значением бозонного гамильтониана.

Одной из особенностей Модификации КМСФ (МКМСФ), помимо того что амплитуды D -фонона будут находиться при наличии их достаточно большого числа, что учитывается через бозонные средние, является условие существенного уменьшения корреляции в основном состоянии с помощью множителя Лагранжа χ в выражении (2.5.6). Его введение в функционал позволяет добиться согласованности бозонных средних (2.1.13) и микроскопически вычисленных бозонных параметров гамильтониана МВБ (1.2.18). Докажем это утверждение.

2.6 Качественное рассмотрение роли дополнительного условия на фононные амплитуды ψ и φ , приводящее к существенному уменьшению величины $\sum \varphi^2$

Данный параграф посвящен сугубо модельному рассмотрению, в котором бозонный гамильтониан ограничен членами с параметрами ε_d и k_1 , определенными только через D -фононы. Корреляционная энергия рассматривается как в обычном КМСФ и только за счет D -фононов, т.е. как $5/2\varepsilon_d$. Цель раздела в том, чтобы продемонстрировать принципиальную необхо-

димось предложенной модификации для достижения согласования всех указанных амплитуд.

Итак, принимается следующий способ микроскопического вычисления параметров бозонного гамильтониана в первом приближении:

$$\begin{aligned} h_B &= \frac{5}{2}\varepsilon_d + \varepsilon_d \hat{n}_d + \tilde{k}_1 \left(\sum_{\mu} d_{\mu}^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} d_{\mu}^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} + \text{э.с.} \right) \\ &= \frac{5}{2}\varepsilon_d + \varepsilon_d \hat{n}_d + k_1 \left(\sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}^+ s s + \text{э.с.} \right); \quad k_1 = \frac{\tilde{k}_1}{\Omega}; \end{aligned} \quad (2.6.1)$$

$$\varepsilon_d = \langle [D_{\mu}, [H_F, D_{\mu}^+]] \rangle; \quad \tilde{k}_1 = \frac{1}{2} \langle [[H_F, D_{\mu}^+], D_{\mu}^-] \rangle, \quad (2.6.2)$$

H_F – эффективный фермионный гамильтониан. В данном подразделе для удобства индекс i включает два одночастичных состояния, например, $z_i = z_{i_1, i_2}$, а также предполагаем, что фононная нормировка совпадает с бозонной.

Вычисления типа RPA приводят к уравнениям:

$$\varepsilon_d = \frac{1}{2}[\omega^{(0)} + \omega^{(1)}]; \quad \tilde{k}_1 = \frac{1}{4}[-\omega^{(0)} + \omega^{(1)}], \quad \text{где} \quad (2.6.3)$$

$$\omega^{(\eta)} = \sum_i |z_i^{(\eta)}|^2 E_i + \sum_{i;k} z_i^{(\eta)} v_{i,k}^{(\eta)} z_k^{(\eta)}. \quad (2.6.4)$$

Матрицы $v_{i,k}^{(\eta)}$ включают эффективное взаимодействие, $E_i = e_{i_1} + e_{i_2}$ – сумма энергий двух квазичастиц. Частично-дырочное и частично-частичное взаимодействия включены в $v^{(\eta)}$. Симметрия матриц $v^{(\eta)}$ такова, что при эрмитовом сопряжении и отражении времени (τ) частично-дырочная часть $v^{(1)}$ преобразуется подобно произведению одночастичных операторов электрического типа: $Q \cdot Q$; $\tau Q^+ \tau^{-1} = +Q$. Частично-частичное взаимодействие дает вклад в $v^{(0)}$ и $v^{(1)}$. Матрица $v^{(0)}$ преобразуется подобно произведению операторов магнитного типа как $M \cdot M$ и $\tau M^+ \tau^{-1} = -M$. Результирующий функционал для определения фононных амплитуд $z^{(\eta)}$ получается при усреднении h_B (2.6.1) по бозонным функциям с учетом дополнительных условий на $z^{(\eta)}$

$$\Phi = \varepsilon_d A + 2\tilde{k}_1 B - \tilde{\omega} A \sum_i z_i^{(0)} z_i^{(1)} + \frac{1}{2} \chi A \sum_{i,\eta} |z_i^{(\eta)}|^2, \quad \text{где} \quad (2.6.5)$$

$$\begin{aligned} A &= \frac{5}{2} + \langle 0 | \hat{n}_d | 0 \rangle; \quad B = \frac{1}{2} \langle 0 | \sum_{\mu} d_{\mu}^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} d_{\mu}^+ \sqrt{1 - \frac{\hat{n}_d}{\Omega}} + \text{h.c.} | 0 \rangle \\ &= \frac{1}{2\Omega} \langle 0 | \sum_{\mu} d_{\mu}^+ d_{\mu}^+ s s + \text{h.c.} | 0 \rangle = P_1(0). \end{aligned} \quad (2.6.6)$$

Как и ранее под $|0\rangle$ понимаем основное состояние бозонного гамильтониана. В ур. (2.6.5) множитель Лагранжа $\tilde{\omega}$ учитывает нормировку D -фонона, множитель χ вводится, чтобы зафиксировать малое значение амплитуд φ : $\Sigma|\varphi_i|^2 \ll \Sigma|\psi_i|^2$.

$$\begin{cases} \frac{\partial\Phi}{\partial z_i^{(1)}} = (A+B) \left(E_i z_i^{(1)} + \sum_k v_{i,k}^{(1)} z_k^{(1)} \right) - \tilde{\omega} A z_i^{(0)} + \chi A z_i^{(1)} = 0 \\ \frac{\partial\Phi}{\partial z_i^{(0)}} = (A-B) \left(E_i z_i^{(0)} + \sum_k v_{i,k}^{(0)} z_k^{(0)} \right) - \tilde{\omega} A z_i^{(1)} + \chi A z_i^{(0)} = 0 \end{cases}, (2.6.7)$$

или

$$\frac{\partial\Phi}{\partial z_i^{(\eta)}} = (A + (-1)^{1-\eta} B) \left(E_i z_i^{(\eta)} + \sum_k v_{i,k}^{(\eta)} z_k^{(\eta)} \right) - \tilde{\omega} A z_i^{(1-\eta)} + \chi A z_i^{(\eta)} = 0; \eta = 0, 1$$

Подстановка из уравнений (2.6.7) выражений для

$$(E_i z_i^{(\eta)} + \sum_k v_{i,k}^{(\eta)} z_k^{(\eta)}) z_i^{(\eta)}$$

в (2.6.4) делает возможным представить ε_d и k_1 через фононные амплитуды и множители Лагранжа

$$\varepsilon_d = \frac{1}{2}[\omega^{(0)} + \omega^{(1)}] = \frac{\tilde{\omega}}{\sqrt{1 - (B/A)^2}} \left(1 - \frac{\chi}{2\tilde{\omega}} \frac{B}{AC} \sum_{i,\eta} (-1)^\eta |z_i^{(\eta)}|^2 \right); (2.6.8)$$

$$2k_1\Omega = \frac{1}{2}[\omega^{(1)} - \omega^{(0)}] = -\frac{B}{A} \frac{\tilde{\omega}C}{\sqrt{1 - (B/A)^2}} \left(1 - \frac{\chi}{2\tilde{\omega}} \frac{A}{BC} \sum_{i,\eta} (-1)^\eta |z_i^{(\eta)}|^2 \right); (2.6.9)$$

$$C = 1 - \frac{\chi}{2\tilde{\omega}} \sum_{i,\eta} |z_i^{(\eta)}|^2;$$

$$\sum_{i,\eta} |z_i^{(\eta)}|^2 = 2 \sum_i (\psi_i^2 + \varphi_i^2); \sum_{i,\eta} (-1)^\eta |z_i^{(\eta)}|^2 = 4 \sum_i \psi_i \varphi_i. (2.6.10)$$

Это дает отношение для микроскопических оценок параметров МВБ

$$\frac{2k_1\Omega}{\varepsilon_d} = -\frac{B}{A} \cdot \frac{\left(1 - \chi/(2\tilde{\omega})A/(BC) \sum_{i,\eta} (-1)^\eta |z_i^{(\eta)}|^2 \right)}{\left(1 - \chi/(2\tilde{\omega})B/(AC) \sum_{i,\eta} (-1)^\eta |z_i^{(\eta)}|^2 \right)}. (2.6.11)$$

Из этого уравнения, где в соответствии с (2.6.6) $B/A = P_1/(n_d + 5/2)$, следует, что при $\chi = 0$ или всех $\varphi_i = 0$, что принимается в ТД приближении, отношение $-B/(A)$ должно равняться $2k_1\Omega/\varepsilon_d$. Однако исходя из анализа

Таблица 2.1: Соотношение бозонных параметров и бозонных средних, $A = n_d + 5/2$; $B = P_1$.

$\Omega = 6$		$\Omega = 12$		$\Omega = 24$	
$ 2k_1\Omega /\varepsilon_d$	B/A	$ 2k_1\Omega /\varepsilon_d$	B/A	$ 2k_1\Omega /\varepsilon_d$	B/A
0.25	0.20	0.25	0.22	0.25	0.23
0.5	0.34	0.5	0.41	0.5	0.45
1	0.48	1	0.60	1	0.70
2	0.52	2	0.63	2	0.70

бозонных волновых функций гамильтониана h_B (2.6.1) известно, что при всех разумных отношениях k_1/ε_d выполняется соотношение

$$\left| \frac{2k_1\Omega}{\varepsilon_d} \right| > \frac{B}{A}, \quad (2.6.12)$$

которое усиливается по мере уменьшения однобозонной энергии (табл. 2.1).

Наличие в функционале для определения фононных амплитуд слагаемого с множителем χ позволяет достичь самосогласованности в значениях микроскопически вычисленных бозонных параметров и бозонных средних. Это означает, что самосогласованное решение задачи (нашли ε_d , \tilde{k}_1 , подставили их в бозонный гамильтониан, получили A , B , а с ними вернулись к фермионной задаче и нашли снова ε_d , \tilde{k}_1) при $\chi = 0$ или $\varphi_i = 0$ невозможно. В некотором коридоре значений χ можно достичь согласования вычисленных параметров бозонного гамильтониана и соответствующих бозонных средних через то, что будет выполнено уравнение (2.6.11) и неравенство (2.6.12).

Оценки дают в предельном случае $|k_1\Omega/\varepsilon_d| \ll 1$, что $-B/(2A) = (\Omega - 1)/\Omega$. Для ряда непереломных случаев результаты приведены в табл. 2.1, которые демонстрируют выполнение неравенства (2.6.12). При $\Omega \rightarrow \infty$ гамильтониан h_B можно подвергнуть бозонному преобразованию Боголюбова. В этом случае соотношение $2k_1\Omega/\varepsilon_d = -B/A$ выполняется точно, а собственное значение равно $5/2\sqrt{\varepsilon_d^2 - 4(k_1\Omega)^2} = 5/2\tilde{\omega}$, где $\tilde{\omega}$ есть собственное значение обычного уравнения КМСФ, при этом $\chi = 0$, но величина $\sum_i \varphi_i^2$ может быть весьма велика, что неприемлемо в рамках исходного приближения КМСФ.

Для качественного рассмотрения роли χ на структуру фононных амплитуд упростим эффективное взаимодействие: учтем только изоскалярные частично-дырочные силы в факторизованной форме (квадрупольно-квадрупольное взаимодействие)

$$\sum_k v_{i,k}^{(1)} z_k^{(1)} = -\kappa q_i \sum_k q_k z_k^{(1)}; \quad v^{(0)} = 0, \quad (2.6.13)$$

q_i включает матричный элемент квадрупольного оператора, домноженный на комбинацию боголюбовских параметров $(u_{i1}v_{i2} + u_{i2}v_{i1})$, $\kappa > 0$. Ниже полагаем, что $A > B$ (то есть $n_d + 5/2 > P_1$), что осуществляется всегда. Вводя переопределенные значения двухквaziчастичных энергий $E_i^{(\eta)}$

$$E_i^{(\eta)} = e_{i1} + e_{i2} + \chi \frac{1}{\left(1 + (-1)^{\eta+1} B/A\right)}, \quad (2.6.14)$$

получаем следующие выражения для $z_i^{(\eta)}$

$$\begin{aligned} z_i^{(0)} &= \left(\frac{A+B}{A-B}\right)^{1/4} \frac{q_i S_0 \tilde{\omega} / \sqrt{1 - (B/A)^2}}{E_i^{(0)} E_i^{(1)} - \tilde{\omega}^2 / (1 - (B/A)^2)}, \\ z_i^{(1)} &= \left(\frac{A-B}{A+B}\right)^{1/4} \frac{q_i S_0 E_i^{(0)}}{E_i^{(0)} E_i^{(1)} - \tilde{\omega}^2 / (1 - (B/A)^2)}, \end{aligned} \quad (2.6.15)$$

энергия $\tilde{\omega}$ является решением уравнения:

$$\frac{1}{\kappa} = \sum_i \frac{|q_i|^2 E_i^{(0)}}{E_i^{(0)} E_i^{(1)} - \tilde{\omega}^2 / (1 - (B/A)^2)}. \quad (2.6.16)$$

S_0 – нормировочный множитель:

$$S_0^{-2} = \sum_i \frac{|q_i|^2 E_i^{(0)} \tilde{\omega} / \sqrt{1 - (B/A)^2}}{\left(E_i^{(0)} E_i^{(1)} - \tilde{\omega}^2 / (1 - (B/A)^2)\right)^2}. \quad (2.6.17)$$

Численное значение величины $\sum_i \varphi_i^2 / \sum_i \psi_i^2$ в каждом ядре зависит естественно от значений силовых параметров, бозонных средних и параметра χ . Причем изменением последнего в расчетах величина $\sum_i \varphi_i^2$ и регулируется. При прочих равных параметрах энергия возбуждения сильно зависит от меры корреляций, чем они больше, тем меньше энергия возбуждения. Именно поэтому рассматривая совокупность состояний, как возбужденных, так и основного, необходимо оставаться на одном уровне значений $\sum_i \varphi_i^2$. Если при этом получать самосогласованные решения для спинов от нулевого, до некоторого I_{\max} , то это существенно снижает коридор возможных значений χ . Пусть найдено значение χ_1 , начиная с которого для основного состояния достигается согласование. Для того, чтобы достичь согласования для основного и возбужденных состояний, вплоть до I_{\max} , необходимо увеличивать значения χ_1 , но таким образом, чтобы было реализовано одинаковое значение $\sum_i \varphi_i^2$ для всех рассматриваемых состояний. При этом остается вопрос о верхней границе значений χ , соответственно

минимума $\sum_i \varphi_i^2$. Решен он может быть практически, исходя из конкретных численных расчетов.

Формально уравнение (2.6.16) совпадает с простейшим уравнением КМСФ, где все двухквазичастичные энергии примерно увеличиваются на одно значение, пропорциональное χ , как это видно из (2.6.14). При этом, если однобозонная энергия для обычного КМСФ совпадает или пропорциональна $\tilde{\omega}$ (в уравнении (2.6.16)), то как следует из уравнения (2.6.8), введение члена в (2.6.5), пропорционального χ , приводит к развязыванию $\tilde{\omega}$ и ε_d . Последняя величина уменьшается по сравнению с $\tilde{\omega}$ на величину, пропорциональную χ . Именно это приводит к существенному уменьшению корреляций в основном состоянии, т.е. $\sum \varphi^2$.

Тот факт, что при наличии χ , которые положительны, вместо двухквазичастичных энергий при определении фононных амплитуд (2.6.15) используются смещенные (2.6.14) на положительную величину χ , не зависящую от самих энергий, приводит к относительному уменьшению тех фононных амплитуд, двухквазичастичные энергии которых минимальны. Это же приводит к более широкому распределению фононных амплитуд по двухквазичастичным состояниям, в том числе по состояниям вне валентной оболочки и соответственно к существенному росту максимального числа бозонов Ω по сравнению с половиной числа валентных частиц или дырок.

Численные расчеты, проведенные с $\chi = 0$ и при использовании частично-дырочных и частично-частичных сил подтвердили невозможность указанного согласования. Проявляется это в том, что по мере продолжения итерационного процесса, достигается неизменно критическая точка, когда решение $\tilde{\omega}$ становится мнимым. Учет перенормировок бозонных параметров за счет неколлективных фононов только усиливает эту тенденцию.

2.7 Учет связи коллективных и неколлективных состояний с помощью теории возмущений в варианте Бриллюэна–Вигнера

Микроскопические расчеты параметров C_L с учетом всевозможных процессов первого порядка, рассмотренных выше, в соответствии с (2.1.25) и рис. 2.1, дают значения, на порядок превышающие феноменологические. Эта проблема, обозначенная как проблема энергий двухфононных состояний в сферических ядрах, по своему была осознана и решалась в работах [76], [77], [95]. Здесь будет в значительной степени следовать работе [77], где корректные значения энергий двухфононных состояний в изотопах селена

удалось получить только за счет учета связи коллективных и неколлективных состояний, что делалось с помощью теории возмущений, а также работе [95], где для ^{126}Ba перенормировки касались как величин C_L , так и однобозонных энергий в силу единообразия рассматриваемых процессов.

Существует два варианта теории возмущений [96]. Это теория Бриллюэна–Вигнера (БВ) и Рэля–Шредингера (РШ). Последняя обычно рассматривается как традиционная теория возмущений. Для обоих вариантов теории гамильтониан разбивается на части $H = H_0 + V$, так что

$$H_0|\xi_0\rangle = E_0|\xi_0\rangle, \quad H_0|\xi_{\alpha>0}\rangle = E_{\alpha>0}|\xi_{\alpha>0}\rangle,$$

где функция ξ_0 может выделяться от $\xi_{\alpha>0}$, например, заметной разностью их собственных энергий.

Возмущенная за счет взаимодействия V энергия выделенного состояния ξ_0 с учетом второго порядка по возмущению в форме Бриллюэна–Вигнера имеет вид:

$$E = E_0 + \langle \xi_0 | V | \xi_0 \rangle + \sum_{\alpha>0} \frac{|\langle \xi_0 | V | \xi_\alpha \rangle|^2}{E - E_\alpha}.$$

Характерной чертой данного варианта по сравнению с вариантом РШ является то, что искомая энергия E появляется в обеих частях последнего уравнения, в то время как в варианте РШ вместо нее внутри суммы стоит E_0 . Последнее уравнение с учетом того, что $E_0 = \langle \xi_0 | H_0 | \xi_0 \rangle$ и $\langle \xi_0 | H_0 | \xi_{\alpha>0} \rangle = 0$ можно представить в виде

$$E = \langle \xi_0 | H | \xi_0 \rangle + \sum_{\alpha>0} \frac{|\langle \xi_0 | H | \xi_\alpha \rangle|^2}{E - E_\alpha}, \quad (2.7.1)$$

где уже нет разделения гамильтониана на H_0 и V . При этом предполагается, что существует такой гамильтониан H_0 , что имеющийся набор функций $\xi_0, \xi_{\alpha>0}$ обладает свойством $\langle \xi_0 | H_0 | \xi_{\alpha>0} \rangle = 0$. Возмущенная функция в первом порядке по возмущению имеет вид

$$|\psi\rangle = |\xi_0\rangle + \sum_{\alpha>0} \frac{\langle \xi_\alpha | H | \xi_0 \rangle}{E - E_\alpha} |\xi_\alpha\rangle. \quad (2.7.2)$$

Можно показать, что уравнение (2.7.1) эквивалентно решению задачи на собственные значения гамильтониана H в базисе состояний $\xi_0, \xi_{\alpha>0}$ в случае пренебрежения м.э. $\langle \xi_\beta | H | \xi_\alpha \rangle$ при $\alpha, \beta > 0$ и $\alpha \neq \beta$, т.е. когда $\langle \xi_\beta | H | \xi_{\alpha>0} \rangle = E_\alpha \delta_{\alpha\beta}$. Это оправдано, когда нас интересует эволюция именно состояния ξ_0 , а не прочих состояний, существенно отделенных от ξ_0 энергетически.

Существует вопрос относительно диагонального члена $\langle \xi_\alpha | V | \xi_{\alpha>0} \rangle$, который возникает при рассмотрении третьего порядка по возмущению.

Он был также рассмотрен в [96], где поправка к энергии за счет третьего порядка по возмущению представлена в виде

$$E^{(3)} = \sum_{\alpha \neq \beta > 0} \frac{\langle \xi_0 | H | \xi_\alpha \rangle \langle \xi_\alpha | V | \xi_\beta \rangle \langle \xi_\beta | H | \xi_0 \rangle}{(E - E_\alpha)(E - E_\beta)} + \sum_{\alpha > 0} \frac{|\langle \xi_0 | H | \xi_\alpha \rangle|^2 \langle \xi_\alpha | V | \xi_\alpha \rangle}{(E - E_\alpha)^2} - \langle \xi_0 | V | \xi_0 \rangle \sum_{\alpha > 0} \frac{|\langle \xi_0 | H | \xi_\alpha \rangle|^2}{(E - E_\alpha)^2}. \quad (2.7.3)$$

Первый из данных членов не содержит диагональных м.э., обладая малостью в силу дополнительного энергетического знаменателя. Второй член содержит диагональный м.э. $\langle \xi_\alpha | V | \xi_\alpha \rangle$, но он включает именно член V , а не полный гамильтониан H , т.е. не дает величины порядка E_α , что могло бы существенно компенсировать энергетический знаменатель. Кроме того, этот член по утверждению [96], с одной стороны не имеет физического смысла, а с другой, второй и третий члены в (2.7.3) точно компенсируют друг друга [96]. Это показывает, что если рассматривать третий порядок по возмущению, то не надо рассматривать диагональный м.э. $\langle \xi_\alpha | V | \xi_\alpha \rangle$. Данный вариант теории возмущений был использован в работе Фешбаха [52], где было разделено все пространство состояний на два класса. К одному классу относился набор функций ξ_0 , в другому $\xi_{\alpha > 0}$. В настоящей работе данное разделение сводится к тому, что состояние из первого набора будет одним из состояний, построенных из D -фононов, а именно $(D^+)^n | \rangle$, $n = 0, 1, 2$, другой набор будет дополнительно иметь один из неколлективных V_J -фононов с моментом J .

Последние состояния отделены от первых как минимум большим энергетическим зазором, большим, чем 2Δ . Весь класс неколлективных состояний в данной работе ограничен одним B -фононом, т.е. $B^+(D^+)^n | \rangle$, а не $B_1^+ B_2^+ (D^+)^n | \rangle$. Экспериментально первые из этих состояний проявляют себя явно через эффект пересечения полос. Вторые, для ядер, которые по нейтронам, например, оказываются ближе к замкнутой оболочке через дополнительные 16^+ состояния помимо тех, что описываются в базисе с одним B -фононом. Такие состояния могут быть описаны как четырехквазичастичные состояния дополнительно к тем компонентам, которые имеются в $(D^+)^n$ и $B^+(D^+)^n$ операторах. Другой довод заключается в тех процессах взаимодействия, которые рассматриваются в работе и являются главными. К последним относятся процессы, которые содержат фактор когерентного рождения или уничтожения D -фонона. Такие процессы могут присутствовать и при наличии двух B -фононов, но их число будет сильно ограничено. Важным фактором является дополнительный энергетический зазор, равный уже 4Δ . Следует отметить факт, что если четыре квазичастицы заполняют нижайший одночастичный уровень с высоким спином, например,

$h_{11/2}$, то этим самым весьма сокращается конфигурационное пространство на котором строятся D -фононы. Это приводит к падению квадрупольной коллективности и соответственно увеличению энергий коллективных состояний в присутствии сложного квазичастичного возбуждения. Все вместе данные факторы приводят к уменьшению роли B^+B^+ возбуждений на формирование коллективных состояний. Т.о., в приведенных выражениях по теории возмущений под ξ_0 будем понимать одно из коллективных состояний $|c\rangle$, построенное из определенного числа D -фононов, под $\xi_{\alpha>0}$ набор $B_i^+(D^+)^k|>$ простейшего типа, включающими помимо некоторого числа D -фононов один дополнительный B -фонон, четность которого положительна и мультипольность изменяется от 0 до 6. Причем парновибрационные фононы ($J = 0^+$) рассчитываются в приближении МСФ, за счет чего автоматически исключаются "духовые" состояния. Остальные фононы с $J = 0^+, 2^+, 4^+, 6^+$ рассмотрены в приближении квазичастичного метода Тамма-Данкова ровно в том же квазичастичном пространстве, что D -фононы. Для квадрупольных фононов учтена также некоторая особенность, что среди всего их набора $B_n^+(J = 2)$ опущен фонон с нижайшей энергией ($n = 0$), т.к. он приближенно соответствует D -фонону. Оказалось, что они практически ортогональны D^+ и с той же степенью точности выполняется условие $\langle |B_{n>0}HD^+| \rangle = 0$.

2.8 Перенормировка параметров гамильтониана МВБ ε_d и C_L

В данном подразделе на основе рассмотрения различных процессов связи коллективных состояний, выраженных только через D -фононы и неколлективных, сформированных одним из B_J -фононов и некоторым числом D -операторов, рассмотрены поправки к однобозонной энергии ε_d и к параметрам C_L . Последние определяют расщепление энергий состояний двухбозонного триплета $(d^+d^+)^{(L)}$ в зависимости от спина $L = 0, 2, 4$.

Для упрощения задачи делается предположение, что $D^{+n}|>$ и $B^+D^{+k}|>$ ортогональны автоматически за исключением того, что ортогонализация $D^+D^+|>$ и $B^+D^+|>$ осуществляется в явном виде. При расчете нормировок двух и трех D -фононных состояний, $\langle |D^nD^{+n}| \rangle$, явно учтена поправка, отличающая их от нормировок, соответствующих идеальным бозонам, например, для выстроенных состояний, равных $n!$. Однако считается, что соответствующие поправки не меняются при наличии неколлективного B -фонона, т.е. $\langle |(D^{n_1})^{(L_1)}B_{J_1}B_{J_2}^+(D^{+n_2})^{(L_2)}| \rangle = \delta_{J_2,J_1}\delta_{n_2,n_1}\delta_{L_2,L_1}$. $\langle |(D^{n_1})^{(L_1)}(D^{+n_1})^{(L_1)}| \rangle$ и предположение, что $\langle |D^{n_1}B_{J_1}HB_{J_2}^+D^{+n_2}| \rangle = (E_{B(J_1)} + E_{cn_1})\delta_{J_2,J_1}\delta_{n_2,n_1} \langle |D^{n_1}D^{+n_1}| \rangle$, т.е., что в соответствующих м. э.

рассматриваются только диагональные элементы. Последние два предположения можно считать приемлемыми, если, как говорилось ранее рассматривать эволюцию коллективного состояния, а суммирование производить по всем неколлективным состояниям $B_J^+ D^{+n} | \rangle$. При этом вклад каждого из неколлективных состояний оказывается мал, а существенным является их суммарный эффект.

Для получения оценок рассматриваемых параметров гамильтониана МВБ с учетом связи с неколлективными состояниями также как в уравнениях (2.1.5) — (2.1.8) приравниваем соответствующие м.э. в фононном и бозонном пространствах. Тогда искомые энергии E сводятся к решению уравнения

$$E_c^{(0)} - E = \sum_{i,k} \frac{V_i^{(k)2}}{E_i - E} = R(E), \quad (2.8.1)$$

где $E_c^{(0)}$ есть энергия, выраженная через D -фононы либо бесфононного состояния, либо однофононного $D^+ | \rangle$, либо двухфононного $D^+ D^+ | \rangle$, E есть энергия тех же состояний, но полученных с учетом взаимодействия с неколлективными состояниями. Это уравнение для энергии d -бозонного вакуума $E = E_0$ относительно квазичастично-фононного вакуума $E_0^{(\text{qp-ph})}$ имеет вид

$$-E_0 = R_0(E_0) + R_{01}(E_0), \quad (2.8.2)$$

$$R_0(E_0) = \sum_i \frac{|v_i^{(0)}|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_0}; \quad R_{01}(E_0) = \sum_{i,J} \frac{|v_{i,J}^{(03)}|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_J^{(0)} - E_0}. \quad (2.8.3)$$

Здесь $v_i^{(0)}$ обозначает матричный элемент взаимодействия бесфононного с состоянием, содержащим одновременно два фонона — D и B_i , последний фонон является также как и D квадрупольным

$$v_i^{(0)} = \langle |H| B_{J=2}^+ D^+ \rangle .$$

Схематично этот матричный элемент изображен на рис. 2.3. Другой матричный элемент $v_{i,J}^{(03)}$

$$v_{i,J}^{(03)} = \langle |H| B_J^+ D^+ D^+ \rangle_n$$

связывает бесфононое состояние с состояниями, содержащим одновременно два D -фонона и один B_i (рис. 2.3b, c). Выражения для всех матричных элементов приведены в Приложении А.

Наличие поляризации вакуума в указанном смысле связано с модификацией КМСФ, что приводит к неравенствам

$$\langle |H(D^+ D^+)^{(0)}| \rangle \neq 0; \quad \langle |H(D^+ B^+)^{(0)}| \rangle \neq 0, \quad (2.8.4)$$

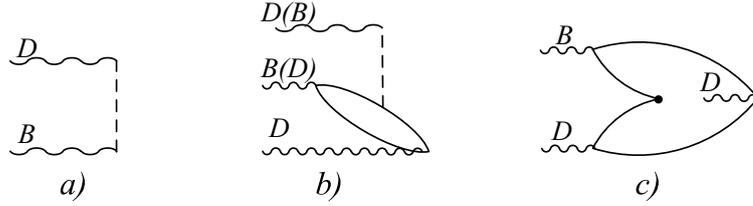


Рис. 2.3: Графическое представление матричных элементов: рисунок *a*) соответствует матричному элементу $v^{(0)}$, *b*) и *c*) — $v^{(03)}$, которые используются в уравнениях (2.8.3). Здесь и далее под темным кружком понимается взаимодействие, пропорциональное $a_1^+ a_1^+ + a_1^- a_1^-$, связанное со средним полем и спариванием в виде, данном выражением (3.1.3). В традиционном способе определения параметров сверхтекучести в рамках БКШ этот член оказывается равным нулю. Здесь, с учетом многофононности, см. следующий раздел, это оказывается не так.

напомним, что здесь $|>$ — вакуум фононов, B^+ — один из коллективных фононов, который в данной работе рассматривается в приближении Тамма–Данкова (ТД), когда исходно рассматриваются только ψ , а все φ -амплитуды равны нулю. Если все фононы в м.э. (2.8.4) рассматривать в стандартном варианте КМСФ, то соответствующие неравенства должны быть заменены на равенства.

Однофононная энергия E_1 , с учетом рассматриваемых поправок, определяется из уравнения

$$\varepsilon_d^{(0)} - E_1 = R_1(E_1) + R_2(E_1), \quad (2.8.5)$$

$$R_1(E_1) = \sum_{iJ} \frac{|v_{iJ}^{(1)}|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_1}, \quad R_2(E_1) = \sum_{i\lambda J} \frac{|v_{i\lambda J}^{(2)}|^2}{i\lambda J \omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)} - E_1}. \quad (2.8.6)$$

Здесь $\varepsilon_d^{(0)}$ является оценкой для однобозонной энергии, выраженной через амплитуды только D -фонона (2.1.17), $v_{iJ}^{(1)}$ обозначает матричный элемент взаимодействия D -фонона с фононами D и B_i

$$v_{i,J}^{(1)} = \langle D | H | B_J^+ D^+ \rangle,$$

последний имеет значения мультипольности от 0^+ до 4^+ . Схематично этот матричный элемент изображен на рис. 2.4*a*, *b*. В $R_2(E_1)$ $v_{i\lambda J}^{(2)}$ обозначает матричный элемент взаимодействия D -фонона с двумя D фононами

$$v_{i,\lambda,J}^{(2)} = \langle D | H | B_J^+ (D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n,$$

связанными в момент λ , и B_i -фононом, мультипольность которого варьируется от 0^+ до 6^+ . Этот матричный элемент изображен на рис. 2.4*c*.

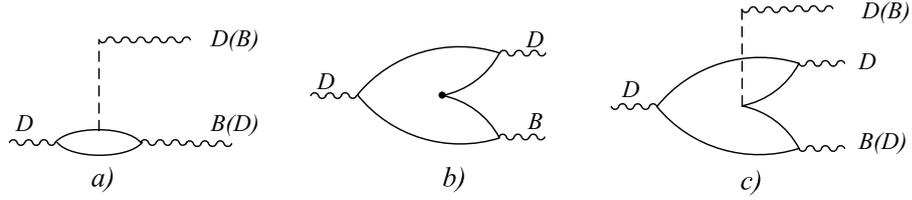


Рис. 2.4: Графическое представление матричных элементов: рисунки *a*) и *b*) соответствуют матричным элементам $v^{(1)}$, *c*) — $v^{(2)}$ в уравнениях (2.8.6). На рисунке *c*) имеется фрагмент, содержащий обмен D и B -фононов. В том случае, когда когерентным рождением является D -фонон, то большую роль при суммировании по B -фононам играют те, чьи энергии минимальны. Если наоборот, когерентным рождением является B -фонон, то большую роль при суммировании по ним играют фононы, соответствующие гигантскому квадрупольному резонансу.

Уравнение для перенормированной двухфононной энергии $E_2^{(L)}$ с учетом, что невозмущенная соответствующая энергия определяется как $2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)}$, где выражение для $C_L^{(0)}$ приведено в (2.1.25), имеет вид

$$2\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)} - E_2^{(L)} = R_3^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_4^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_5^{(L)}(E_2^{(L)}) + R_6^{(L)}(E_2^{(L)}), \quad (2.8.7)$$

$$R_3^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_i \frac{|v_{iL}^{(3)}|^2}{\omega_i - E_2^{(L)}}, \quad R_4^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_{iJ} \frac{|v_{iLJ}^{(4)}|^2}{\omega_i + \varepsilon_d^{(0)} - E_2^{(L)}}, \quad (2.8.8)$$

$$R_5^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_{i\lambda J} \frac{|v_{iL\lambda J}^{(5)}|^2}{\omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)} - E_2^{(L)}}, \quad R_6^{(L)}(E_2^{(L)}) = \sum_{i\lambda J} \frac{|v_{iL\lambda J}^{(6)}|^2}{\omega_i + E_{3\lambda}^{(0)} - E_2^{(L)}}, \quad (2.8.9)$$

где $L = 0, 2, 4$ — мультипольность двухфононного триплета, $v_{iL}^{(3)}$ — матричный элемент связи двухфононного состояния с B_i -фононом мультипольности L

$$v_{i,L}^{(3)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_L^+ \rangle,$$

его графическое представление дано на рис. 2.5*a*, *b*, матричный элемент $v_{iLJ}^{(4)}$ определяется как

$$v_{i,L,J}^{(4)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | (B_J^+ D^+)^{(L)} \rangle_{\perp n},$$

который связывает двухфононное состояние с $|B_i^+ D^+ \rangle$, его графическое представление дано на рис. 2.5*c*. Мультипольность фонона B_i изменяется в интервале от 0^+ до 6^+ . Матричный элемент $v_{iL\lambda J}^{(5)}$

$$v_{i,L,\lambda,J}^{(5)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_J^+ (D^+ D^+)_n^{(\lambda)} \rangle,$$

представленный на рис. 2.5*d*, *e*, содержит несвязанную диаграмму взаимодействия двух D -фононного состояния с трехфононным состоянием, два D фонона из которых связаны в момент λ и один B_i -фонон (мультипольностью от 0 до 4). Аналогично матричный элемент $v_{iL\lambda J}^{(6)}$

$$v_{iL\lambda J}^{(6)} = \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_J^+ (D^+ D^+ D^+)_n^{(\lambda)} \rangle,$$

связывающий двухфононное состояние с $B^+ D^+ D^+ D^+ | \rangle$, приведен на рис. 2.5*f*. Величина $|v^{(1)}|^2$ в выражении (2.8.6) представлена графически на рис. 2.6*a*. Другая величина, $|v^{(5)}|^2$ (2.8.9), просуммированная по проекциям трех фононов, содержит как несвязанную диаграмму (рис. 2.6*b*), так и связанную (рис. 2.6*c*). В расчетах эти диаграммы не разделяются. Первая из них отвечает за перенормировку однофононной энергии. Вместе они дают вклад в энергию двухфононного состояния. Как и в предыдущих случаях выражение $R_6^{(L)}(E_2)$ содержит связанную и несвязанную диаграммы. В $v_{iL\lambda J}^{(5)}$, $\lambda = 0, 2, 4$ суммарный момент двух D фононов, в $v_{iL\lambda J}^{(6)}$, $\lambda = 0, 2, 3, 4, 6$ суммарный момент трех D фононов, $E_{3\lambda}^{(0)}$ энергия трех D -фононного состояния, рассчитываемая подобно указанным выше способом через $\varepsilon_d^{(0)}$ и $C_L^{(0)}$. При вычислении $v_{iL\lambda J}^{(6)}$ необходимо знать трех D -фононную нормировку. Выражение для нее дано также в Приложении А. Важно отметить, что она заметно меньше трех d -бозонной нормировки (см. табл. А.1 в Приложении А). Это важно для последующих вычислений. Выражения для всех введенных матричных элементов приведены в Приложении А.

Техника суммирования по тамм-данковским фононам B_i , не предполагающим расчета энергий и амплитуд фононов, представлена в Приложении В. Аналогичная техника была использована в работе [77].

Так как энергии E_1 и E_2 найдены с учетом энергии поляризации вакуума (E_0), то значения бозонных параметров гамильтониана $\tilde{\varepsilon}_d$ и C_L с учетом перенормировок следует находить из соответствия $\tilde{\varepsilon}_d = E_1 - E_0$ и $2\tilde{\varepsilon}_d + C_L = E_2^{(L)} - E_1$, что дает

$$\tilde{\varepsilon}_d = E_1 - E_0; C_L = E_2^{(L)} - 2E_1 + E_0. \quad (2.8.10)$$

Все величины, входящие в эти уравнения, зависят от спина рассматриваемого состояния I .

Обычно проводимые перенормировки параметров МВБ связывают с учетом G -фононов, т.е. квазичастичных пар с моментом, равным 4^+ . Настоящие расчеты показали, что главный вклад вносят фононы с моментом, равным 2^+ , т.е. опять же квадрупольные фононы, но не являющиеся коллективными. Следующими по важности являются фононы с моментами 4^+ и 6^+ .

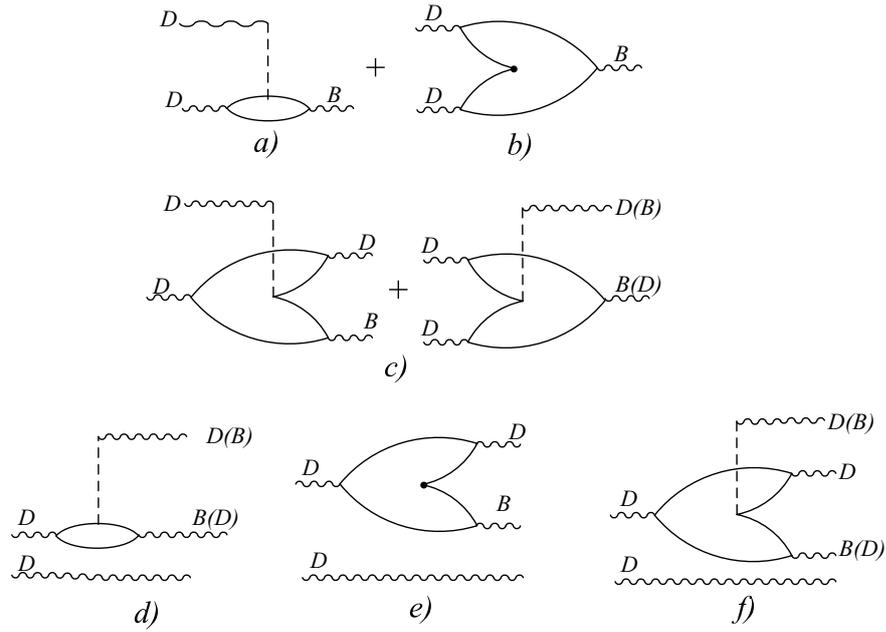


Рис. 2.5: Графическое представление матричных элементов: $a, b - v^{(3)}$ и $c - v^{(4)}$, $d, e - v^{(5)}$ и $f - v^{(6)}$, $e - v^{(5)}$, $f - v^{(6)}$ в ур. (2.8.8), (2.8.9).

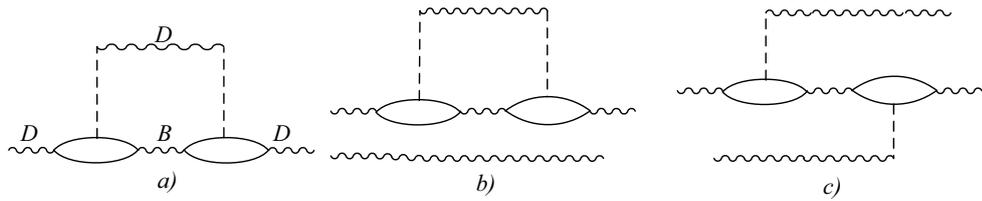


Рис. 2.6: Графически (a) означает $|v^{(1)}|^2$ в выражении (2.8.6), величина $|v^{(5)}|^2$ (2.8.9), просуммированная по проекциям трех фононов, содержит как несвязанную диаграмму (b), так и связанную (c).

Как и в ранее указанных работах [77], [95], рассмотренные поправки для C_L весьма существенны. Только они могут приводить к таким теоретическим их значениям, которые сопоставимы с феноменологическими. Ситуация с однобозонной энергией иная. Хотя поправки к ней за счет связи с неколлективными состояниями также существенны, но небольшое изменение силовых констант относительно их самосогласованных значений может привести к получению желательных значений $\varepsilon_d^{(0)}$ относительно феноменологических, что невозможно применительно к $C_L^{(0)}$.

2.9 Перенормировка параметров членов гамильтониана МВБ, чьи матричные элементы недиагональны в вибрационном базисе SU_5

Возмущенные волновые функции коллективных состояний в первом порядке по теории возмущений имеют вид

$$|\tilde{c}\rangle = \psi_0|c\rangle + \sum_{i=1}^n \psi_i|q_i\rangle, \text{ где } \psi_i = -\psi_0 \frac{V_i}{E_i - E}, \quad (2.9.1)$$

($|q_i\rangle$ – мода возбуждения, содержащая неколлективный фонон) и амплитуда коллективной компоненты в возмущенном состоянии определяется выражением

$$\psi_0 = \left(1 + \frac{\partial R(E)}{\partial E}\right)^{-1/2} = \left(1 + \sum_{i=1}^n \frac{V_i^2}{(E_i - E)^2}\right)^{-1/2}. \quad (2.9.2)$$

В несколько более развернутом виде поправки к фононному вакууму одно и двух D -фононным состояниям будут иметь вид

$$\begin{aligned} | \rangle &\rightarrow \widetilde{| \rangle} = | \rangle + \alpha_{0i} B_i^+ D^+ | \rangle; \\ D^+ | \rangle &\rightarrow \widetilde{D^+ | \rangle} = D^+ | \rangle + \beta_{1i} B_i^+ D^+ | \rangle + \gamma_{1i} B_i^+ D^+ D^+ | \rangle; \\ D^+ D^+ | \rangle &\rightarrow \widetilde{D^+ D^+ | \rangle} = D^+ D^+ | \rangle + \alpha_{2i} B_i^+ | \rangle + \beta_{2i} B_i^+ D^+ | \rangle \\ &+ \gamma_{2i} B_i^+ D^+ D^+ | \rangle + \delta_{2i} B_i^+ D^+ D^+ D^+ | \rangle. \end{aligned} \quad (2.9.3)$$

Для исследуемых ядер примесь неколлективных состояний к коллективным (одно и двум D -фононным состояниям) оказывается небольшой. Для D -фононных состояний эта примесь $\sim 7\%$, для двухфононных несколько больше: для состояния $(D^+ D^+)^{(0)} | \rangle$ эта примесь $\sim 25\%$, в то время как для $(D^+ D^+)^{(L)} | \rangle$, $L = 2; 4$ эта примесь $\sim 15\%$.

Найденная совокупность амплитуд примеси неколлективных компонент, представленных в уравнениях (2.9.3), позволяет получить поправки во втором порядке по взаимодействию к параметрам МВБ1 κ_1 и κ_2 , выражения в первом порядке по взаимодействию для которых представлены в уравнениях (2.1.18, 2.1.19). Так как эти параметры связывают состояния с разным числом d -бозонов, то соответственно и в D -фононном пространстве они будут определяться недиагональными элементами. Это приводит к тому, что в ниже приведенных поправках (2.9.4) и (2.9.6) для этих параметров оказывается более сложная зависимость от энергий как фононов ω_i , так и параметров гамильтониана $\varepsilon_d^{(0)}$ и $C_J^{(0)}$, чем это имело место при определении параметров ε_d , C_L (2.8.6) и (2.8.8), (2.8.9), которые определяются диагональными м.э.

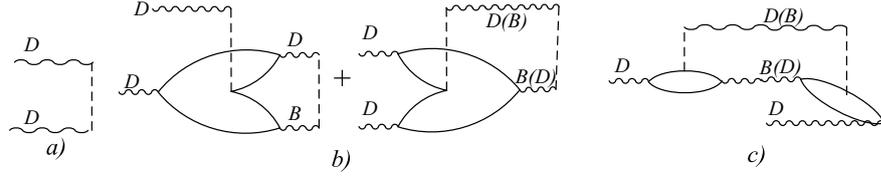


Рис. 2.7: Графическое представление м.э. (2.1.6), (2.1.18), определяющего $\kappa_1^{(0)}$, дано на рисунке (a). Поправка к κ_1 , определяемая взаимодействием 2-х D -фононов с BD и BD с вакуумом фононов соответствует рисунку (b). Взаимодействием 2-х D -фононов с BDD и BDD с вакуумом дано на рисунке (c). В соответствии с комментарием к рис. 2.1 нижний D -фонон на рисунке (c) проявляет себя только через φ -амплитуды.

Член гамильтониана МВБ, пропорциональный параметру κ_1 , обеспечивает взаимодействие бозонных состояний, отличающихся на два квадрупольных бозона, связанных в нулевой угловой момент. Его наличие позволяет уменьшить величину корреляций в основном состоянии, получаемых в приближении КМСФ.

Графическое представление м.э. (2.1.6), (2.1.18), определяющего $\kappa_1^{(0)}$, дано на рис. 2.7a. Поправки к κ_1 определяются двумя слагаемыми. Первое связано с взаимодействием 2-х D -фононов с BD и BD с вакуумом фононов. Второе взаимодействием 2-х D -фононов с BDD и BDD с вакуумом.

$$\begin{aligned}
\delta(2\kappa_1\sqrt{\Omega(\Omega-1)}) &= -\sqrt{\frac{2}{5}} \left\{ \langle |H|(B_{J=2}^+D^+)^{(0)} \rangle \right. \\
&\times \langle (DD)_n^{(0)} |H|(B_{J=2}^+D^+)^{(0)} \rangle \frac{x_1 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_1 - E_0)(x_1 - E_2^{(L=0)})} \\
&+ \sum_J \langle |H|(B_J^+D^+D^+)^{(0)} \rangle_n \langle (DD)_n^{(0)} |H|(B_J^+D^+D^+)^{(0)} \rangle_n \\
&\times \left. \frac{x_2 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_2 - E_0)(x_2 - E_2^{(L=0)})} \right\} \\
&= -\sqrt{\frac{2}{5}} \left\{ v_i^{(0)} v_{i,0,2}^{(4)} \frac{x_1 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_1 - E_0)(x_1 - E_2^{(L=0)})} \right. \\
&+ \left. \sum_J v_{i,J}^{(03)} v_{i,0,J,J}^{(5)} \frac{x_2 - E_0 - E_2^{(L=0)}}{(x_2 - E_0)(x_2 - E_2^{(L=0)})} \right\}, \\
x_1 &= \omega_i + \varepsilon_d^{(0)}; \quad x_2 = \omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_J^{(0)}, \tag{2.9.4}
\end{aligned}$$

E_0 и $E_2^{(L=0)}$ определяются уравнениями (2.8.1) и (2.8.7), в частности $E_2^{(L=0)}$ является двухбозонной энергией после соответствующей перенормировки.

Графическое представление поправок к κ_1 дано на рис. 2.7b, c. После данной процедуры параметр κ_1 определяется как

$$\tilde{\kappa}_1 = \kappa_1^{(0)} + \delta\kappa_1. \quad (2.9.5)$$

Член бозонного гамильтониана, пропорциональный параметру κ_2 , осуществляет взаимодействие состояний, отличающихся на один квадрупольный бозон. Собственные значения бозонного гамильтониана и вероятности переходов между ними инвариантны относительно знака κ_2 , однако от его знака зависят знаки квадрупольных моментов состояний. Так для состояний ираст-полосы $sign(Q(I)) = -sign(\kappa_2)$. Расчетные значения квадрупольных моментов слабо зависят от $e^*\chi_{E2}(d^+d)^{(2)}$ — части оператора $E2$ -перехода (1.2.19), не меняющего числа d -бозонов. Это приводит к тому, что величины квадрупольных моментов состояний определяются одновременным присутствием в состоянии компонент, отличающихся на один квадрупольный бозон и м.э. оператора $e^*(d^+s + s^+d)^{(2)}$, также меняющего число квадрупольных бозонов на единицу. Поэтому величины квадрупольных моментов в принципе в равной степени определяются как протонной, так и нейтронной структурой D -фонона. Представленная в уравнении (2.1.19) оценка включает фактор $(u_1u_2 - v_1v_2)$, который приводит к сильной зависимости результирующей величины от деталей расположения уровней среднего поля. Графическое представление м.э. (2.1.7), (2.1.19), определяющего $\kappa_2^{(0)}$, дано на рис. 2.8a, b. Отчасти этим мотивировался факт использования феноменологического, а не расчетного его значения при микроскопическом расчете свойств коллективных состояний в работах включительно до 2013 года. Для данного параметра, также как и для других, были учтены слабые, определяемые следующим порядком по взаимодействию. Для него таких членов три, происхождение их понятно из приведенных ниже матричных элементов.

$$\begin{aligned} \delta(2\kappa_2\sqrt{\Omega-1}) = & -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_i \left\{ \sum_J \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_J^+ D^+ \rangle \right. \\ & \times \langle D | H | (B_J^+ D^+)^{(2)} \rangle \frac{x_1 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_1 - E_1)(x_1 - E_2^{(L=2)})} \\ & + \sum_{J\lambda} \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_J^+ (D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n \langle (DD)_n^{(\lambda)} B_J | H | D^+ \rangle \\ & \times \frac{x_2 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_2 - E_1)(x_2 - E_2^{(L=2)})} + \sum_{J\lambda} \langle (DD)_n^{(2)} | H | B_J^+ (D^+ D^+ D^+)^{(\lambda)} \rangle_n \\ & \left. \times \langle (DDD)_n^{(\lambda)} B_J | H | D^+ \rangle \frac{x_3 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_3 - E_1)(x_3 - E_2^{(L=2)})} \right\} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= -\frac{1}{\sqrt{2}} \sum_i \left\{ \sum_J v_{i,2,J}^{(4)} v_{i,J}^{(1)} \frac{x_1 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_1 - E_1)(x_1 - E_2^{(L=2)})} \right. \\
&+ \sum_{J\lambda} v_{i,2,\lambda,J}^{(5)} v_{i,\lambda,J}^{(2)} \frac{x_2 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_2 - E_1)(x_2 - E_2^{(L=2)})} \\
&+ \left. \sum_{J\lambda} v_{i,2,\lambda,J}^{(6)} v_{i,\lambda,J}^{(13)} \frac{x_3 - E_1 - E_2^{(L=2)}}{(x_3 - E_1)(x_3 - E_2^{(L=2)})} \right\}, \\
&x_1 = \omega_i + \varepsilon_d^{(0)}; \quad x_2 = \omega_i + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_\lambda^{(0)}, \quad x_3 = \omega_i + E_{3\lambda}, \quad (2.9.6)
\end{aligned}$$

E_1 определяется уравнением (2.8.5) и соответствует перенормированной од-нобозонной энергии, $E_{3\lambda}$ есть трехбозонная энергия, определяемая в соот-ветствии с табл. А.1, но бозонные параметры получены в соответствии с оценкой (2.8.10). Величина $v_{i,\lambda,J}^{(13)}$ обозначает м.э.

$$v_{i,\lambda,J}^{(13)} = \langle D|H|B_J^+(D^+D^+D^+)^{(\lambda)} \rangle_n.$$

Графическое представление данных поправок приведено на рис. 2.8с, d , e . После данной процедуры параметр κ_2 определяется как

$$\kappa_2 = \kappa_2^{(0)} + \delta\kappa_2. \quad (2.9.7)$$

Следует отметить, что поправки к параметрам κ_1 и κ_2 (особенно процес-сы, соответствующие представленным на рис. 2.8f, g) не столь существен-ны как к ε_d и C_L , однако они важны, когда один из параметров, например κ_2 , оказывается мал по оценке, полученной в первом порядке по взаимо-действию.

В следующем параграфе определим полный фононный функционал.

2.10 Полный функционал фононной задачи

Среднее значение полного гамильтониана вместе со слагаемыми Лагран-жа Φ' (2.5.6), учитывающими дополнительные условия для определения фононных амплитуд, представим в виде

$$\Phi = \langle I|\hat{H} - \sum_\tau \lambda_\tau \hat{N}_\tau|I \rangle + \Phi' = \Phi_{00} + \Phi_{22} + H_2 + \Phi', \quad (2.10.1)$$

где Φ_{00} — среднее по вакууму квазичастиц от гамильтониана (3.1.1), Φ_{22} определяется как среднее от части спаривательного гамильтониана ($\hat{H}_{\text{сп.}}$)₂₂ в (3.1.3). В H_2 входят среднее от среднего поля и спаривательного гамиль-тониана в виде Φ_{11} (3.1.6), ($\hat{H}_{\text{сп.ср.}} - \lambda\hat{N}$)₂₀₊₀₂ (3.1.3) и остаточное квадра-польное взаимодействие между квазичастицами. H_2 и Φ_{22} могут быть пред-ставлены через энергию корреляций H_{22} (энергия вакуума фононов КМСФ

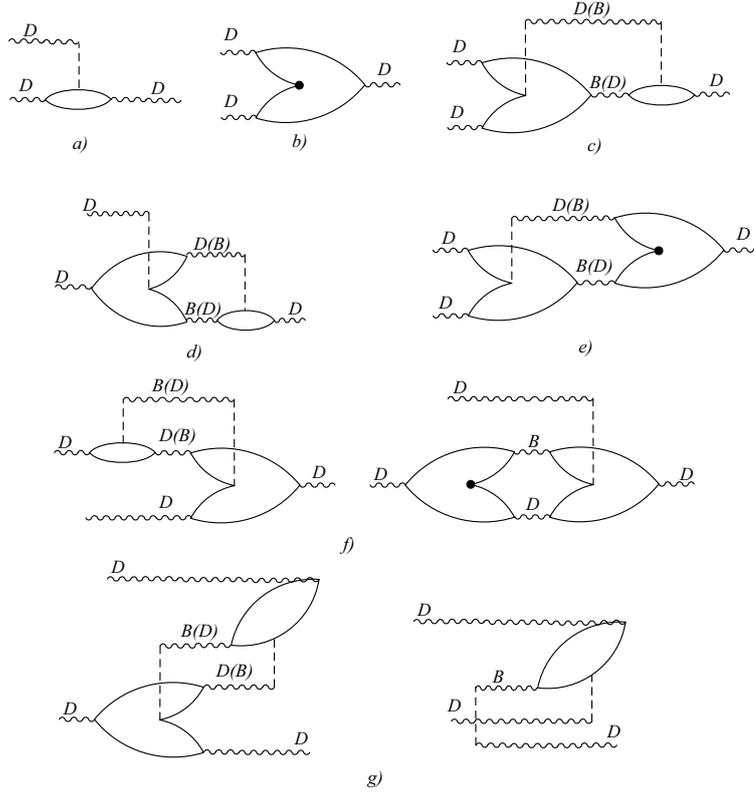


Рис. 2.8: Графическое представление матричных элементов, определяющих параметр гамильтониана k_2 в первом порядке по взаимодействию (a, b). Темный кружок соответствует члену в фермионном гамильтониане H_{20+02} . Процессы второго порядка, приводящие к перенормировке k_2 , где промежуточным состоянием является: (c, d, e) – двухфононное $(B^+ D^+)^{(2)}$; (f) – трехфононное $(B^+ D^+ D^+)^{(2)}$; (g) – четырехфононное $(B^+ D^+ D^+ D^+)^{(2)}$.

относительно вакуума квазичастиц) и среднее от бозонного гамильтониана $H_{\text{БМ}}$ (1.2.18) по бозонной коллективной функции $|I\rangle$. Производные Φ' (2.5.6) по фоновым амплитудам представимы как

$$\frac{\partial \Phi'}{\partial z_{ij}^{(\eta)}} = (n_d(I) + 5/2) \left(-\omega + \omega' n_{ij}^{(1)} \right) z_{ij}^{(1-\eta)} + \left((n_d(I) + (-1)^{\eta+1} P_1(I)) \eta_{ij} + (n_d(I) + 5/2) (\chi + \omega' n_{ij}^{(3)}) \right) z_{ij}^{(\eta)}, \quad (2.10.2)$$

величина $n_{ij}^{(3)}$ приведена в (1.2.10). Аналогично

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi_{22}}{\partial z_{ij\tau}^{(\eta)}} &= -G_\tau \left(\sum_1 u_1 v_1 (2j_1 + 1) (1 - y_1) \right)_\tau (u_i v_i + u_j v_j) \\ &\times \left(n_d(I) + (-1)^{(1-\eta)} P_1(I) \right) z_{ij}^{(\eta)} \\ &= -2(\Delta_\tau - \tilde{\Delta}_\tau) (u_i v_i + u_j v_j) \left(n_d(I) + (-1)^{(1-\eta)} P_1(I) \right) z_{ij}^{(\eta)}. \end{aligned} \quad (2.10.3)$$

Сделанные приближения дают поправки к параметрам МВБ, связанные с монопольным взаимодействием (G), в частности к тому, который приведен в уравнении (2.1.17) и (2.1.25)

$$(\delta\varepsilon_d)_G = 2BP_1(I); (\delta C_0)_G = 2A + 5C; (\delta C_2)_G = (\delta C_4)_G = 2A, \quad (2.10.4)$$

где были опущены члены $d^+ \cdot d^+ d^+ \cdot d^+ ssss$, отсутствующие в гамильтониане МВБ, $s^+ s = \Omega - \hat{n}_d$, $s^+ s^+ ss = (\Omega - \hat{n}_d)(\Omega - \hat{n}_d - 1)$, кроме того, было сделано предположение, что $n_d \ll \Omega$. При этом

$$A = -\sum_{\tau} G_{\tau} n_{\tau}^{(1)2}, \quad B = -\sum_{\tau} G_{\tau} n_{\tau}^{(1)} n_{\tau}^{(2)}, \quad C = -\sum_{\tau} G_{\tau} n_{\tau}^{(2)2}, \quad G > 0, \quad (2.10.5)$$

и соответственно

$$n_{\tau}^{(k)} = \sum_1 (2j_1 + 1) u_1 v_1 n_{1\tau}^{(k)}, \quad k = 1, 2. \quad (2.10.6)$$

При определении функционала, определяемого средним значением от бозонного гамильтониана (всего шесть членов), следует выделить главные. Главными будут $\varepsilon_d^{(0)}$ и $k_1^{(0)}$. Роль членов, соответствующих поправкам к ним будет рассмотрена в следующем параграфе. Аналогично будет сделано относительно параметра $k_2^{(0)}$. Вклад в функционал от $(\delta\varepsilon_d)_G$ (2.10.4) рассмотрен отдельно через Φ_{22} . Влияние на формирование амплитуд главных составляющих, определяющих параметры C_L , для которых очень велики перенормировки, которые в значительной степени компенсируют $C_L^{(0)}$, также рассмотрено в следующем параграфе. Оказалось, что соответствующие производные по амплитудам из рассмотренных данных членов, либо значительно компенсируют друг друга, либо приводят к поправкам к эффективным квадрупольным силам.

Таким образом, минимизируемый функционал, определяющий фононные амплитуды, можно представить как

$$\Phi = H_2 + \Phi_{22} + \Phi', \quad (2.10.7)$$

$$H_2 = \varepsilon_d^{(0)} \left(n_d(I) + \frac{5}{2} \right) + 2(k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})^{(0)} P_1(I), \quad (2.10.8)$$

$$\Phi_{22} = \langle I | : \hat{H}_{22}^{(cn.)} : | I \rangle. \quad (2.10.9)$$

Слагаемое $5/2$ в (2.10.8) возникает в результате учета корреляций в основном состоянии для D -фононов.

Предыдущие исследования в рамках различных вариантов бозонных разложений, изложенные в первой главе показали, что независимо от того, какой из вариантов модели описания амплитуд D -фонона не использовать, буквально от ТД, до модифицированных вариантов КМСФ, оказывается, что расчетные значения параметров бозонных моделей существенно определяются связью D -фононных конфигураций с теми, что содержат неколлективные B -фононы с мультипольностью от $\lambda^{\pi} = 0^+$ до $\lambda^{\pi} = 6^+$, а для

высокоспиновых состояний и с большей мультипольностью. Параметры гамильтониана МВБ ε_d , k_1 в ТД и МСФ приближениях можно привести в соответствие с феноменологическими значениями за счет разумного варьирования эффективных остаточных взаимодействий. Однако теоретические значения параметров, определяющих отличие энергий состояний двухфононного триплета от удвоенной энергии d -бозона, это C_L -параметры, ни при каком варьировании эффективных сил не могут быть получены в согласии с феноменологическими значениями. Достичь этого согласия можно только за счет учета связи совокупности D -фононов с состояниями, содержащими прочие неколлективные B -фононы. Влияние соответствующих процессов на бозонные параметры названо перенормировкой. В первую очередь они существенны для параметров ε_d -бозона и C_L . Заметно меньшую роль перенормировки оказывают на параметры k_1 и k_2 . Поэтому, несмотря на то, что в H_2 (2.10.8) при определении фононных амплитуд используются только $\varepsilon_d^{(0)}$ и $k_1^{(0)}$, сами бозонные параметры, которые используются для расчета бозонных средних, рассчитываются с учетом перенормировок, а именно

$$\begin{aligned}\tilde{\varepsilon}_d &= \varepsilon_d^{(0)} + (\delta\varepsilon_d)_G + \delta\varepsilon_d; \tilde{\kappa}_1 = \kappa_1^{(0)} + \delta\kappa_1; \\ \kappa_2 &= \kappa_2^{(0)} + \delta\kappa_2; C_L = C_L^{(0)} + (\delta C_L)_G + \delta C_L,\end{aligned}\quad (2.10.10)$$

где $\varepsilon_d^{(0)}$ даны в (2.1.17), $C_L^{(0)}$ в (2.1.25), $\delta\varepsilon_d$, δC_L перенормировочные поправки к параметрам за счет неколлективных фононов, величины $(\delta\varepsilon_d)_G$, $(\delta C_L)_G$ определены в (2.10.4). Параметры $k_1^{(0)}$ и $k_2^{(0)}$ даны в (2.1.18) и (2.1.19). Поправки для последних величин приведены в (2.9.4) и (2.9.6), а получены в [95], [91], [90]. Отсутствие в минимизируемом функционале этих поправок связано с их малостью. Их производные по амплитудам не могут дать больших значений, так как вклад их в функционал пропорционален $z^{(\eta)n}$, где $n = 2, 3$.

Волнистые линии означают, что данные параметры в дальнейшем будут переопределены для спинов коллективных состояний $I > 0^+$ т.о., чтобы энергия бозонного вакуума, которая включает в себя энергию квазичастичного-фононного вакуума, оставалась неизменной, а также из условия, чтобы параметр κ_1 оставался неизменным для всех рассматриваемых коллективных состояний.

Чтобы оценить вклад тех процессов и тех параметров, которые не вошли в функционал H_2 (2.10.8), были рассмотрены ряд главных процессов, их определяющие. Оказалось, что главным процессом, определяющим указанные перенормировки, является взаимодействие одного D -фонона с комбинацией B - и D -фононов. Этот процесс графически представлен диаграммой на рис. 2.4а. Во втором порядке по взаимодействию этот процесс определяется как поправка к однобозонной энергии, рис. 2.6б, так и по-

правку к энергии двухфононного триплета, рис.6b, c. В первом порядке по взаимодействию величина $C_L^{(0)}$ в основном определяется процессом, дающим $C_L^{(01)}$ (2.1.26), данным на рис.1a. Процесс, определяющий $C_L^{(02)}$ (2.1.27), данный на рис.1b как минимум содержит φ -амплитуду, а потому по величине существенно меньше предыдущей величины. Процесс, приводящий к оценке $C_L^{(03)}$ (2.1.28), данный на рис.1, характеризует перерассеяние квазичастиц из разных фононов. Он определяется, во-первых, ч.д. силами (монопольное, квадрупольное и гексадекапольное), и, во-вторых, ч.ч. силами (монопольное, квадрупольное и т.д.), а также силами, зависящими от спина, которые в приближении факторизации известны весьма приближенно. К тому же этот процесс не содержит когерентного рождения или уничтожения D -фонона. Как уже говорилось для квадрупольных сил данный процесс оказывается меньше 10% от оценки $C_L^{(01)}$. Это дает основание не учитывать его при определении амплитуд D -фонона. Единственно, он учтен через монопольное спаривание частью : \hat{H}_{22} ; вариация для которой дана в (2.10.3).

Поправки, определяемые рис. 6c в значительной степени компенсируют оценки $C_L^{(0)}$, определяемые процессом, данным на рис. 2.1a.

Варьирование от членов $\varepsilon_d^{(0)}$, $k_1^{(0)}$ в функционале H_2 (2.10.8) по амплитудам фононов осуществляется традиционным образом, характерным для КМСФ. Отличие КМСФ в данном случае будет заключаться в наличии бозонных средних, включая P_1 , чего в КМСФ нет, так как для него $k_1 = 0$. Поэтому перейдем к рассмотрению остальных членов.

Выражения для остальных параметров гамильтониана МВБ в первом приближении (2.1.18), (2.1.25) и с учетом только частично-дырочных сил, если не делать различие между фононными и бозонными нормировками упрощаются как

$$(k_2\sqrt{\Omega-1})^{(0)} = -\frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{\tau} \tilde{Q}_{\tau} Z_{\tau}; \quad C_L^{(0)} = \sum_{\tau} \tilde{Q}_{\tau} T_{L\tau} \quad (2.10.11)$$

$$\tilde{Q}_{\tau} = \sum_{\tau'} |k_{\tau,\tau'}| Q_{\tau'}; \quad Q_{\tau} = \left(\sum_{ij} q_{ij}^{(1)} z_{ij}^{(1)} \right)_{\tau},$$

$$q_{ij}^{(1)} = \langle i||q||j \rangle (-1)^{lj} L_{ij}^{(0)} \quad (2.10.12)$$

$$Z_{\tau} = \sum_{345} \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & 2 \\ j_3 & j_4 & j_5 \end{matrix} \right\} (z_{35}^{(0)} z_{54}^{(0)} + 3z_{35}^{(1)} z_{54}^{(1)})_{\tau} \langle 4||q||3 \rangle M_{43}^{(0)}, \quad (2.10.13)$$

$$T_{L\tau} = 10 \sum_{1234} \left(\left\{ \begin{matrix} L & 2 & 2 \\ 2 & j_1 & j_2 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} \psi_{34} \psi_{13} \psi_{24} \right)$$

$$+2 \left\{ \begin{matrix} L & j_4 & j_1 \\ j_2 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L & j_4 & j_1 \\ j_3 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} (\varphi_{24}\psi_{13}\varphi_{34} - \psi_{24}\varphi_{13}\psi_{34})_\tau. \quad (2.10.14)$$

С учетом главных членов по взаимодействию поправки к ε_d и C_L определяются как

$$\begin{aligned} \delta\varepsilon_d &= - \sum_{Bi} \frac{|\langle D|H|B_i^+D^+ \rangle|^2}{\omega_i - \delta\varepsilon_d}, \\ \delta C_L &= - \sum_{Bi\lambda} \frac{|\langle (DD)^{(L)}|H|B_i^+(D^+D^+)^{(\lambda)} \rangle|^2}{\omega_i - (2\delta\varepsilon_d^{(0)} + C_L^{(0)} - C_\lambda^{(0)} + \delta C_L)}, \end{aligned} \quad (2.10.15)$$

где суммирование по всем B_J -фононам, кроме парновибрационного, осуществляется аналитически в приближении, что все неколлективные фононы являются тамм–данковскими с учетом только частично-дырочного взаимодействия изоскалярного типа. Приведенные выражения не являются уравнениями для $\delta\varepsilon_d$, δC_L , которые необходимо решать. В знаменателях этих выражений используются оценки для $\delta\varepsilon_d$, δC_L , $C_L^{(0)}$ полученные с более широким набором каналов взаимодействия. Роль данных членов, например (2.10.15), если их рассматривать как составные части функционала H_2 , будет определена в одном из последующих разделов.

2.11 Основные результаты главы

С использованием факторизованных сил в первом приближении получены оценки бозонных параметров гамильтониана и энергия корреляций фононного вакуума через амплитуды D -фононов. Найдена возможность согласования бозонных амплитуд (бозонная структура коллективных состояний) и фононных амплитуд. Это, а также дополнительные условия определяют вариационный метод нахождения амплитуд коллективных фононов из минимума полной энергии. В результате сформулировано модифицированное приближение КМСФ. Соответствующий функционал содержит бозонные средние, тем самым учитывается бозонный состав рассматриваемых состояний. Условие фиксации меры корреляций на низком уровне приводит к тому, что к каждой двухквазичастичной энергии, входящей в функционал фононной задачи, добавляется положительная постоянная χ . Это приводит к более широкому распределению фононных амплитуд по уровням среднего поля и соответственно существенно увеличивает число бозонов.

Здесь же была реализована перенормировка параметров бозонного гамильтониана за счет широкого спектра неколлективных состояний и большого набора различных процессов взаимодействия, что позволило получить микроскопические выражения и поправки к ним для всех параметров бозонного гамильтониана.

В результате получен окончательный функционал фононной задачи.

Глава 3

Сверхтекучие свойства ядра при условии многофононности

3.1 Уравнения для параметров Боголюбова с учетом членов гамильтониана МВБ, про- порциональных $\varepsilon_d^{(0)}$ и $k_1^{(0)}$

Наличие большого числа фононов в рассматриваемых состояниях должно оказывать влияние как на среднее поле, так и на спаривание. Так в [98] (стр. 192) рассматривалось влияние деформации на спин-орбитальную связь V_{1s} т.о., что эта связь оказывается зависящей и от второй производной по радиусу от радиального форм-фактора. Спин-орбитальное взаимодействие V_{1s} довольно сильно зависит от потенциала на поверхности, который через нуклонную плотность зависит от структуры фононов и их числа. При определении параметров одночастичного потенциала [97] ориентируются на описание одночастичного спектра в околوماгических ядрах там, где влияние фононов на среднее поле минимально. Поэтому для описания ядер, удаленных от магических ядер, в частности, чтобы правильно воспроизвести значения квадрупольных моментов, осуществляется дополнительное варьирование V_{1s} [90], [91].

Взаимодействие частиц с колебаниями во втором порядке теории возмущений вызывает энергетический сдвиг состояний, содержащих одну частицу или дырку [98] (стр. 381). Это заметно улучшает качество описания спектра нечетных ядер. Однако при этом среднее поле не меняется, а перенормированные одночастичные состояния включают компоненты, содержащие подходящие частицу и фонон (стр. 497).

Влияние квазичастичных возбуждений на спаривание рассматривалось в основном через эффекты блокировки [99]. В работах [100], [101] было рассмотрено влияние нуклон-фононного взаимодействия на спаривание в околomagических ядрах. Там же получено выражение для корреляционной функции с учетом того же взаимодействия. При этом рассматривались как низколежащие фононы, так и возбуждения, соответствующие гигантским резонансам.

В данном разделе рассмотрено влияние одновременно присутствующих нескольких квадрупольных фононов, определяющих ядерное коллективное состояние, на спаривание. Впервые это было осуществлено в [102] и [89].

Среднее одночастичное поле, отсчитанное от уровня Ферми, и контактное спаривание имеют вид

$$\begin{aligned} (\hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda\hat{N}) &= \sum_{j,m>0} (\epsilon_j - \lambda)(\alpha_{jm}^+ \alpha_{jm} + \alpha_{j\bar{m}}^+ \alpha_{j\bar{m}}) \\ -G \sum_{j1j2;m1,m2>0} &\alpha_{j1m1}^+ \alpha_{j1\bar{m}1}^+ \alpha_{j2\bar{m}2} \alpha_{j2m2}, \end{aligned} \quad (3.1.1)$$

где ϵ_j , α_{jm} — энергия и оператор частицы на одночастичном уровне (j , m), $G > 0$ — константа спаривательного взаимодействия, λ — химический потенциал.

Переход от частиц (α_1^+, α_1) к квазичастицам (a_1^+, a_1) осуществляется с помощью традиционного преобразования Боголюбова:

$$\alpha_1^+ = u_1 a_1^+ + v_1 a_{1\bar{1}}, \quad \alpha_1 = u_1 a_1 + v_1 a_{1\bar{1}}^+, \quad (3.1.2)$$

что приводит к представлению гамильтониана (3.1.1) через операторы квазичастиц [99]

$$\begin{aligned} \hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda\hat{N} &= \Phi_{00} + (\hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda\hat{N})_{11} + (\hat{H}_{\text{сн.}})_{22} + (\hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda\hat{N})_{20+02} \\ &+ (\hat{H}_{\text{сн.}})_{31+13} + (\hat{H}_{\text{сн.}})_{40+04}. \end{aligned} \quad (3.1.3)$$

Два индекса у операторов соответственно дают числа операторов рождения квазичастиц a^+ и уничтожения a .

Амплитуды преобразования u_1 и v_1 связаны условием $u_1^2 + v_1^2 = 1$, а численные их значения обычно находят из условия, что основное состояние является вакуумом квазичастиц. В случае заметных многофононных компонент в состояниях такой способ нельзя считать приемлемым.

Для определения амплитуд преобразования u , v будем использовать среднее поле, монопольное взаимодействие (члены $\Phi_{00} = (\hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda\hat{N})_{00}$, $(\hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda\hat{N})_{11}$, часть $(\hat{H}_{\text{сн.}})_{22}$, определенная в работе [103]), а также квадрупольное взаимодействие представленное через бозонные параметры $\varepsilon_d^{(0)}$ и $(2k_1\Omega)^{(0)}$ (2.1.17), (2.1.18).

Средние по фоновым функциям от компоненты оператора числа квазичастиц $a_{jm}^+ a_{jm}$ через бозонные средние в соответствии с (1.2.8) и обозначения y_j (2.5.4), имеют вид

$$\langle I | a_{jm}^+ a_{jm} | I \rangle = \frac{1}{2}(1 - y_j), \quad \langle I | 1 - a_{jm}^+ a_{jm} - a_m^+ a_m | I \rangle = y_j. \quad (3.1.4)$$

С учетом этого фоновые средние от трех членов (3.1.3) равны

$$\Phi = \Phi_{00} + \Phi_{11} + \Phi_{22}, \quad (3.1.5)$$

где, например,

$$\begin{aligned} \Phi_{11} &= \langle I | (\hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda \hat{N})_{11} | I \rangle \\ &= 1/2 \sum_1 (2j_1 + 1)(1 - y_1) \left((\epsilon_1 - Gv_1^2 - \lambda)(u_1^2 - v_1^2) + 2\Delta u_1 v_1 \right). \end{aligned} \quad (3.1.6)$$

Для определения u, v -амплитуд рассматривается также квадрупольное взаимодействие в частично-дырочном и частично-частичном каналах. Соответствующий вклад в функционал Φ_{QQ} получим, усредняя два первых члена гамильтониана МВБ $\varepsilon_d^{(0)} \hat{n}_d + (2k_1 \Omega)^{(0)} \hat{P}_1$. При этом следует иметь ввиду, что часть этого выражения, пропорциональная квазичастичным энергиям (см. (2.1.17) и (2.1.18)), входящая в выражения для $\varepsilon_d^{(0)}$ и $(2k_1 \Omega)^{(0)}$ с точностью до используемого отображения двухквазичастичных операторов на бозонные, эквивалентна $(\hat{H}_{\text{сн.ср.}} - \lambda \hat{N})_{11}$. Поэтому в Φ_{QQ} учитываем только части от выражений для $\varepsilon_d^{(0)}$ (2.1.17) и $(2k_1 \Omega)^{(0)}$ (2.1.18), определяемые взаимодействием и без учета вклада от энергий квазичастиц. Так, что

$$\Phi_{\text{полн.}}^{(u,v)} = \Phi + \Phi_{\text{QQ}}, \quad (3.1.7)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{\text{QQ}} &= -0.1 \left(2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \sum_{\tau} \left(\kappa Q_{\tau}^2 + G^{(2)} \sum_{\eta} P_{\tau}^{(\eta)2} \right) \right) n_d(I) \\ &\quad - 0.1 \left(2\kappa_{pn} Q_p Q_n + \sum_{\tau} \left(\kappa Q_{\tau}^2 + (-1)^{\eta} G^{(2)} \sum_{\eta} P_{\tau}^{(\eta)2} \right) \right) P_1(I), \end{aligned} \quad (3.1.8)$$

где $Q_{\tau}, P_{\tau}^{(\eta)}$ даны в (2.1.20). Варьирование по амплитудам u, v , с учетом условия их нормировки можно осуществить с помощью полной производной

$$u_i \frac{d}{dv_i} \Phi = u_i \frac{\partial}{\partial v_i} \Phi - v_i \frac{\partial}{\partial u_i} \Phi. \quad (3.1.9)$$

Соответствующие вычисления дают

$$u_i \frac{d}{dv_i} \Phi = (2j_i + 1) y_i \left(2(\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda)(u_i v_i) - \tilde{\Delta}(u_i^2 - v_i^2) \right), \quad (3.1.10)$$

$$\begin{aligned}
u_i \frac{d}{dv_i} \Phi_{\text{QQ}} &= -0.4 \sum_{\tau} \left(\sum_{\tau'} \kappa_{\tau\tau'} Q_{\tau'} \right) (n_d(I) + P_1(I)) \\
&\times \left(u_i \sum_1 \langle 1 ||q||i \rangle u_1 z_{1i}^{(1)} (-1)^{li} - v_i \sum_1 \langle 1 ||q||i \rangle v_1 z_{1i}^{(1)} (-1)^{li} \right)_{\tau} \\
&- 0.4 \sum_{\eta\tau} G_{\tau}^{(2)} P_{\tau}^{(1-\eta)} (n_d(I) + (-1)^{1-\eta} P_1(I)) \\
&\times \left(u_i (-1)^{\eta} \sum_1 \langle 1 ||\tilde{q}||i \rangle v_1 z_{1i}^{(\eta)} (-1)^{li} - v_i \sum_1 \langle 1 ||\tilde{q}||i \rangle u_1 z_{1i}^{(1)} (-1)^{li} \right)_{\tau}. \quad (3.1.11)
\end{aligned}$$

Обычные параметры щели и параметры с учетом блокировки определяются выражениями

$$\Delta = \frac{G}{2} \sum_1 (2j_1 + 1) u_1 v_1, \quad \tilde{\Delta} = \frac{G}{2} \sum_1 (2j_1 + 1) u_1 v_1 y_1. \quad (3.1.12)$$

Окончательные уравнения для амплитуд сверхтекучести имеют вид

$$(2j_i + 1) y_i \left(2(\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda) u_i v_i - \tilde{\Delta} (u_i^2 - v_i^2) \right) = a_i u_i - b_i v_i, \quad (3.1.13)$$

где

$$\begin{aligned}
a_i &= 0.4 \sum_{\eta} (n_d(I) + (-1)^{\eta+1} P_1(I)) (-1)^{li} \\
&\times \sum_{4\tau'} \left((-1)^{\eta} G_{\tau}^{(2)} \delta_{\tau\tau'} P_{\tau}^{(1-\eta)} \langle 4 ||\tilde{q}||i \rangle_{\tau} z_{4i}^{(\eta)} v_4 + \kappa_{\tau\tau'} \delta_{\eta,1} Q_{\tau'} \langle 4 ||q||i \rangle_{\tau} z_{4i}^{(1)} u_4 \right), \\
b_i &= 0.4 \sum_{\eta} (n_d(I) + (-1)^{\eta+1} P_1(I)) (-1)^{li} \\
&\times \sum_{4\tau'} \left(G_{\tau}^{(2)} \delta_{\tau\tau'} P_{\tau}^{(1-\eta)} \langle 4 ||\tilde{q}||i \rangle_{\tau} z_{4i}^{(\eta)} u_4 + \kappa_{\tau\tau'} \delta_{\eta,1} Q_{\tau'} \langle 4 ||q||i \rangle_{\tau} z_{4i}^{(1)} v_4 \right). \quad (3.1.14)
\end{aligned}$$

Эти уравнения решаются итерационным способом. Общая схема согласования всех рассчитываемых характеристик дана в параграфе 4.5.

Уравнения (3.1.13) можно представить в более развернутом виде, если в коэффициентах a_i и b_i из соответствующих сумм выделить величины u и v с тем же индексом. Это приводит к уравнению

$$\begin{aligned}
&\left(2(2j_i + 1) y_i (\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda) + 0.8 (n_d(I) + P_1(I)) G_{\tau}^{(2)} P_{\tau}^{(0)} \langle i ||\tilde{q}||i \rangle_{\tau} (-1)^{li} z_{ii}^{(1)} \right) u_i v_i \\
&- \left((2j_i + 1) y_i \tilde{\Delta} + 0.4 (n_d(I) + P_1(I)) \sum_{\tau'} (\kappa_{\tau\tau'} Q_{\tau'}) \langle i ||q||i \rangle_{\tau} (-1)^{li} z_{ii}^{(1)} \right) (u_i^2 - v_i^2) \\
&= \bar{a}_i u_i - \bar{b}_i v_i, \quad (3.1.15)
\end{aligned}$$

где величины \bar{a}_i, \bar{b}_i отличаются от a_i, b_i , представленных уравнениями (3.1.14) тем, что при суммировании по одночастичным уровням пропускается уровень с индексом i .

По мере заполнения уровня i квазичастицами, что происходит с ростом средних значений n_d , величины y_i будут уменьшаться вплоть до нуля (полная блокировка уровня). Увеличение блокировки состояний в соответствии с уравнением (3.1.13) или (3.1.15) вовсе не приводит к тому, что произведение $u_i \cdot v_i$ стремится к нулю, так как амплитуды спаривания при этом полностью будут определяться равенством нулю правой части (3.1.13). Коэффициенты a_i, b_i в (3.1.14), входящих в уравнение (3.1.13), как показывают расчеты, определяются в основном частично-дырочным каналом взаимодействия. Т.о., при предельной заполненности одночастичного уровня квазичастицами, формирующими D -фононы, роль генератора u, v -параметров принадлежит частично-дырочному взаимодействию при наличии достаточно большого значения бозонного среднего n_d . В конце концов это при данных условиях приводит к некоторому выравниванию u_i и v_i . Аналогичный результат следует из уравнения (3.1.15) при $y_i \rightarrow 0$. Так как члены, содержащие частично-дырочный канал преобладают над членами с частично-дырочным каналом и с учетом, что правая часть относительно остальных членов не слишком значительна, то опять получаем результат, что $u_i \approx v_i$. Данный эффект проявляет себя по мере роста блокировки. Оба эти эффекта действуют в противоположных направлениях относительно формирования u, v -амплитуд.

Амплитуды u, v определяются из системы (3.1.13) с использованием заблокированного параметра щели $\tilde{\Delta}$ (3.1.12), параметров a, b (3.1.14). Энергия квазичастиц определяется через параметр щели Δ (3.1.12) с помощью (2.1.21). Еще одно представление данных уравнений можно дать в более привычном виде

$$\left\{ \begin{array}{l} \left((2j_i+1)y_i(\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda) + 0.4(n_d + P_1)G_\tau^{(2)}P_\tau^{(0)} \langle i || \tilde{q} || i \rangle_\tau (-1)^{l_i} z_{ii}^{(1)} \right) v_i \\ - \left((2j_i+1)y_i \tilde{\Delta} + 0.4(n_d + P_1) \sum_{\tau'} \kappa_{\tau\tau'} Q_{\tau'} \langle i || q || i \rangle_\tau (-1)^{l_i} z_{ii}^{(1)} \right) u_i = \bar{a}_i, \\ \left(-(2j_i+1)y_i(\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda) - 0.4(n_d + P_1)G_\tau^{(2)}P_\tau^{(0)} \langle i || \tilde{q} || i \rangle_\tau (-1)^{l_i} z_{ii}^{(1)} \right) u_i \\ - \left((2j_i+1)y_i \tilde{\Delta} + 0.4(n_d + P_1) \sum_{\tau'} \kappa_{\tau\tau'} Q_{\tau'} \langle i || q || i \rangle_\tau (-1)^{l_i} z_{ii}^{(1)} \right) v_i = \bar{b}_i. \end{array} \right. \quad (3.1.16)$$

Такое представление уравнений для сверхтекучих параметров показывает, что наличие квадрупольных сил и бозонных средних приводит в этом уравнении к перенормировке константы монопольного взаимодействия. Важ-

ность квадрупольного члена взаимодействия проявляется только для состояний валентной оболочки и особенно для полностью заблокированных одностичных состояний, для которых величина y_i приближается к нулю. Это обеспечивает возможность расчета амплитуд u_i и v_i при полной блокировке. Причем их значения будут определяться исключительно не спаривательным каналом взаимодействия. Роль квадрупольного взаимодействия на спаривание ранее акцентировалась в работах Кадменского с коллегами [100], [101].

Для того, чтобы продемонстрировать зависимость решений уравнений (3.1.13) от спина коллективных состояний приводятся результаты расчета для ^{118}Te и ^{124}Xe . Уменьшение параметра щели Δ_τ в ^{118}Te с ростом I не превышает 7%, для щели с учетом блокировки $\tilde{\Delta}_n$ (3.1.12) уменьшается уже на 70%. Для ^{124}Xe , как это видно из рис. 3.1, Δ_n уменьшается 12%, а $\tilde{\Delta}_n$ на 50%. На рис. 3.2 и рис. 3.3 приведены значения v_i^2 для валентных состояний нейтронной оболочки в ^{118}Te и ^{124}Xe . При этом среднее число квадрупольных бозонов для ^{118}Te примерно равно $n_d = 0.4 + I/2$, а для ^{124}Xe больше, но меняется медленнее. Как видно из приведенных рисунков, значения v^2 уровней, расположенные по разные стороны от химического потенциала, ведут себя по разному с ростом спина. Если для $L = 0$ значение $v^2 > 0.5$, то v падает, если $v^2 < 0.5$, то v наоборот растет. При большей коллективности ядра, выраженной в большем значении n_d в основном состоянии и меньшей скорости их изменения с ростом спина, эта тенденция заметно сглаживается. Указанное поведение параметров u и v от спина вызвано квадрупольным взаимодействием. Аналогичный результат был получен в [86] при учете корреляций в основном состоянии.

Приведенные на рис. 3.2 зависимости v^2 для нейтронных уровней $s_{1/2}$, $d_{3/2}$, $h_{11/2}$ от спина дают несколько необычное поведение, соответствующее росту их значений с ростом спина и соответствующих блокировок состояний валентной оболочки. Однако следует иметь ввиду, что величины v_j^2 являются вероятностью того, что нуклон на уровнях сферического среднего поля jlm участвует в образовании куперовской пары при условии, что на нем нет квазичастичного возбуждения. Это очевидно, например, в простейшем случае двухквазичастичной блокировки на одном j_1 уровне. В этом случае число частиц будет равно

$$N = 2 + (2j_1 - 3)v_{j_1}^2 + \sum_{j \neq j_1} (2j + 1)v_j^2.$$

В рассматриваемом подходе заблокированными в разной степени являются все одностичные состояния, поэтому в соответствии с (2.5.3)

$$N = \sum_j (2j + 1)/2(1 - y_j) + \sum_j (2j + 1)y_j v_j^2.$$

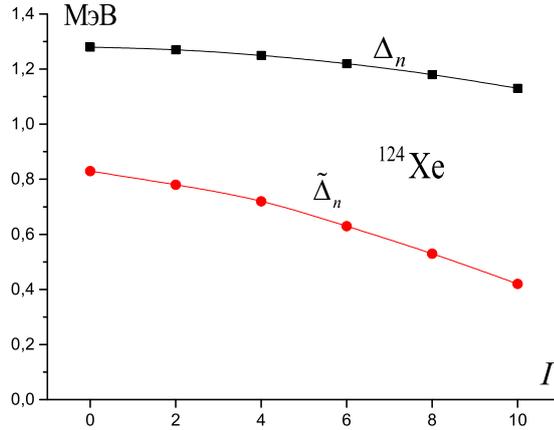


Рис. 3.1: Параметры щели Δ_τ и $\tilde{\Delta}_n$ в ^{124}Xe в зависимости от спина коллективного состояния I .

Поэтому величины $y_j v_j^2$ являются вероятностью того, что нуклон на уровнях сферического среднего поля jlm участвует в образовании куперовской пары уже вне всякого условия. Стоит напомнить, что y_j есть вероятность того, что уровень jlm свободен от квазичастицы. На рис. 3.4 представлены значения $y_j v_j^2$ для состояний нейтронной валентной оболочки ^{118}Te , что показывает их сильное уменьшение с ростом спина для состояний $s_{1/2}$, $d_{3/2}$, $h_{11/2}$. Это означает, что число спаренных частиц на этих уровнях существенно убывает, хотя произведение $u_j v_j$ не стремится к нулю, что есть результат квадрупольного взаимодействия в частично-дырочном канале.

Суммируя результаты данных вычислений, отметим, что с ростом энергии возбуждений происходит изменение сверхтекучих u , v амплитуд. Для тех одночастичных состояний, которые дают заметные вклады в фоновые амплитуды, значения v^2 определяются не только спаривательными, но и квадрупольными силами. Это влияние настолько велико, что по мере роста числа фононов, оно становится определяющим.

На результаты расчета свойств сверхтекучести оказывает важную роль именно частично-дырочный канал взаимодействия. Роль частично-частичного канала незначительна. Как видно из ур. (3.1.16) и особенно из ур. (3.1.15) квадрупольное спаривание приводит к добавкам к одночастичным энергиям в соответствующих уравнениях. К тому же этот вклад заметно меньше по сравнению с вкладом в параметр щели за счет ч.д. канала. Если пренебречь величинами \bar{a}_i , \bar{b}_i в правой части (3.1.16) или (3.1.15), то частично-дырочный канал взаимодействия приводит к перенормировке заблокированных парных щелей $\tilde{\Delta}_\tau$ (3.1.12) или константы контактного монополюсного взаимодействия G_τ т.о., что

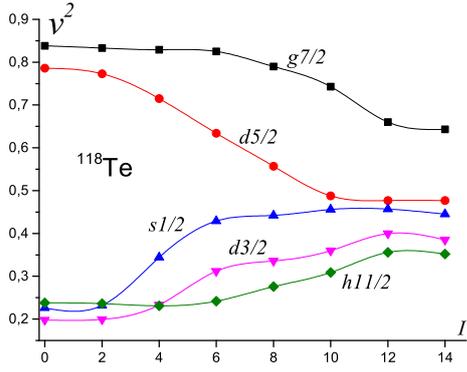


Рис. 3.2: Значения v_i^2 для валентных состояний нейтронной оболочки в зависимости от спина коллективного состояния для ^{118}Te .

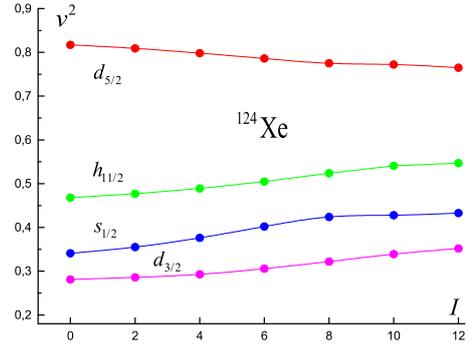


Рис. 3.3: То же самое, но для ^{124}Xe .

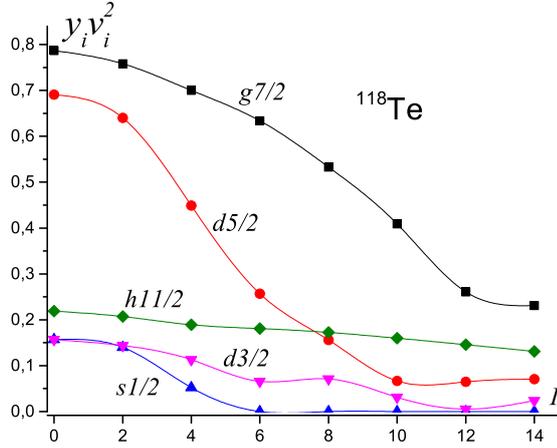


Рис. 3.4: Значения $y_i v_i^2$ для валентных состояний нейтронной оболочки в зависимости от спина коллективного состояния для ^{118}Te .

$$\tilde{\Delta}_\tau \rightarrow \tilde{\tilde{\Delta}}_{\tau i} = \tilde{\Delta}_\tau + 0.4 \frac{(n_d + P_1)}{(2j_i + 1)y_i} \sum_{\tau'} \kappa_{\tau\tau'} Q_{\tau'} \cdot \langle i || q || i \rangle_\tau (-1)^{l_i} z_{ii}^{(1)}. \quad (3.1.17)$$

Эффективный параметр щели $\tilde{\tilde{\Delta}}_{\tau i}$ в отличие от $\tilde{\Delta}_\tau$, который по мере роста спина падает (рис. 3.1), наоборот растет. Связано это с ростом бозонных средних $n_d + P_1$ и уменьшением величины y_i , вплоть до того, что в случае предельной блокировки $y_i \rightarrow 0$ для одночастичного уровня i . Кроме того, эффективный параметр щели с блокировкой $\tilde{\tilde{\Delta}}_{\tau i}$ зависит от рассматриваемого одночастичного уровня. Это приводит к тенденциям в поведении v_i^2 , которые представлены на рис. 3.2 и рис. 3.3 для ^{118}Te и ^{124}Xe . При этом можно повторить, что если ядро обладает меньшей квадрупольной коллективностью, как для ^{118}Te , динамика поведения v_i^2 от спина коллективного

состояния I будет более сильной, чем в тех случаях, когда уже в основном состоянии n_d достаточно велико, например, $n_d \geq 2.5$, то такая динамика существенно ослаблена.

Таким образом, имеется две тенденции, с одной стороны рост блокировки, в данном случае за счет увеличения числа квадрупольных бозонов, приводит к падению параметра парной щели, но с другой стороны частично-дырочное квадрупольное взаимодействие через эффективное значение (3.1.17) перекрывает это ослабление. Данный эффект проявляет себя в основном для состояний валентной оболочки. Это видно из выражения для $\tilde{\tilde{\Delta}}_{\tau i}$, так как фононная амплитуда $z_{ii}^{(1)}$ в этом случае не мала и различие между $\tilde{\tilde{\Delta}}_{\tau i}$ и $\tilde{\tilde{\Delta}}_{\tau}$ значительно. В случае большой блокировки состояний валентной оболочки, что реализуется в ядрах, традиционно считаемых деформированными, параметр щели, участвующий в уравнениях для определения амплитуд u и v , формируется и за счет квадрупольного взаимодействия.

3.2 Роль остальных членов гамильтониана МВБ и корреляционной энергии на параметры сверхтекучести

При выводе уравнения (3.1.13) была учтена и такая часть спаривательного взаимодействия $(H_{\text{сп.}})_{22}$, которая используется при определении значения $C_L^{(0)}$, член, названный далее членом перерассеивания фононов — $C_L^{(03)}$ (2.1.28), но лишь с учетом спаривательного взаимодействия. В этом случае логичным следует признать требование использования всех членов, определяющих $C_L^{(0)}$. Так как величины $C_L^{(0)}$ претерпевают существенные перенормировки, то следует это делать и относительно них. Аналогичным образом следует учесть и перенормировки однобозонной энергии, а так как перенормировки параметра k_1 относительно $k_1^{(0)}$ малы, то их опускаем. В этом случае функционал Φ (3.1.5) и Φ_{QQ} (3.1.8), минимизируемый по амплитудам u и v следует заменить на

$$\Phi = \Phi_{00} + (\varepsilon_d^{(0)} + \delta\varepsilon_d)n_d(I) + (2k_1\Omega)^{(0)}P_1(I) + \sum_L (C_L^{(0)} + \delta C_L) < C_L >_I, \quad (3.2.1)$$

причем в $C_L^{(0)}$ через $C_L^{(03)}$ с $\lambda = 0$ (монопольное спаривание) будет входить $(H_{\text{сп.}})_{22}$.

Если помимо этого при варьировании $C_L^{(0)}$ использовать только главный член $C_L^{(01)}$ в (2.1.25) и частично-дырочный квадрупольный канал взаимодействия, учитывая тождества

$$u_i \frac{d}{dv_i} M_{12}^{(0)} = -L_{12}^{(0)} (\delta_{1i} + \delta_{2i}); \quad u_i \frac{d}{dv_i} L_{12}^{(0)} = M_{12}^{(0)} (\delta_{1i} + \delta_{2i}), \quad (3.2.2)$$

то за счет $C_L^{(0)}$ получаем поправки к a_i и b_i в уравнении (3.1.13)

$$\begin{aligned} \delta a(b)_i &= - \sum_L \frac{40}{\aleph_L} \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \sum_{234} \langle i || q^{(2)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{li} u(v)_2 \\ &\times \left\{ \begin{array}{ccc} L & 2 & 2 \\ 2 & j_i & j_2 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{array} \right\} \psi_{34} \psi_{i3} \psi_{24} \langle C_L \rangle_I. \end{aligned} \quad (3.2.3)$$

Поправка к однобозонной энергии после решения уравнения (2.8.5) относительно перенормированной однобозонной энергии за счет неколлективных фононов представима как

$$\delta \varepsilon_d = - \left(R_1(E_1) + R_2(E_1) \right), \quad (3.2.4)$$

а вариация соответствующих членов

$$\begin{aligned} u_i \frac{d}{dv_i} \left(R_1(E_1) + R_2(E_1) \right) &= 2 \sum_{nJ} \frac{v_{nJ}^{(1)}}{\omega_n + \varepsilon_d^{(0)} - E_1} u_i \frac{d}{dv_i} v_{nJ}^{(1)} \\ &+ 2 \sum_{n\lambda J} \frac{v_{n\lambda J}^{(2)}}{\omega_n + 2\varepsilon_d^{(0)} + C_{\lambda}^{(0)} - E_1} u_i \frac{d}{dv_i} v_{n\lambda J}^{(2)}. \end{aligned} \quad (3.2.5)$$

При этом в соответствии с уравнением (3.2.2) возникает либо комбинация $L_{i3}^{(0)}$, либо $M_{i3}^{(0)}$, где по индексу '3' предполагается суммирование. Это позволяет получить поправки к коэффициентам a_i и b_i за счет перенормировок однобозонной энергии.

$$\begin{aligned} \delta a_i(\delta \varepsilon_d) &= u_i \frac{d}{dv_i} \left(R_1(E_1) + R_2(E_1) \right) \Big|_{L_{i3}^{(0)} \rightarrow v_3; M_{i3}^{(0)} \rightarrow u_3} \cdot n_d(I); \\ \delta b_i(\delta \varepsilon_d) &= u_i \frac{d}{dv_i} \left(R_1(E_1) + R_2(E_1) \right) \Big|_{L_{i3}^{(0)} \rightarrow -u_3; M_{i3}^{(0)} \rightarrow v_3} \cdot n_d(I). \end{aligned} \quad (3.2.6)$$

Аналогично, в соответствии с (2.8.10)

$$\delta C_L = 2 \left(R_1(E_1) + R_2(E_1) \right) - R_3^{(L)}(E_2) - R_4^{(L)}(E_2) - R_5^{(L)}(E_2) - R_6^{(L)}(E_2), \quad (3.2.7)$$

где E_2 есть перенормированная двухфононная энергия со спином мультиплета L ($L = 0, 2, 4$), полученная при решении уравнения (2.8.7). Это дает поправки к коэффициентами уравнения (3.1.13)

$$\begin{aligned} \delta a_i(\delta C_L) &= -u_i \frac{d}{dv_i} (\delta C_L) \Big|_{L_{i3}^{(0)} \rightarrow v_3; M_{i3}^{(0)} \rightarrow u_3} \cdot \langle C_L \rangle_I; \\ \delta b_i(\delta C_L) &= -u_i \frac{d}{dv_i} (\delta C_L) \Big|_{L_{i3}^{(0)} \rightarrow -u_3; M_{i3}^{(0)} \rightarrow v_3} \cdot \langle C_L \rangle_I, \end{aligned} \quad (3.2.8)$$

где выражение для δC_L дано в уравнении (3.2.7), а соответствующие производные вычисляются аналогично с тем, как это представлено в уравнении (3.2.5).

На основе этого были произведены численные расчеты значений коэффициентов a_i , b_i , полученных по формулам (3.1.14) и их поправки с учетом суммирования выражений (3.2.3), (3.2.6) и (3.2.8). Расчеты произведены для основного состояния ядра ^{114}Xe . В табл. 3.1 для валентных оболочек приведены энергии, отсчитанные от химического потенциала, значения параметров v_i , величины y_i , характеризующие степень заполненности каждого одночастичного уровня квазичастицами. В случае близости этой величины к нулю боголюбовские параметры будут полностью определяться равенством нулю правой части уравнения (3.1.13), то есть коэффициентами a_i и b_i . Именно в этом случае и полученные поправки к ним существенны, хотя они всегда меньше их первоначальных оценок. Это значит, что при заметной блокировке уровней значения боголюбовских параметров будут определяться главным образом частично-дырочным каналом взаимодействия квадрупольного типа. Причем главную роль здесь будут играть процессы, определяемые однобозонной энергией ($\varepsilon_d^{(0)}$) и бозонным параметром $k_1^{(0)}$ с учетом только коллективных D -фононов. При этом, как видно из табл. 3.1, определенную роль играют процессы, связанные с бозонными параметрами C_L , то есть процессами, определяющими энергии двухфононных триплетов. Если при расчете параметров C_L происходит существенная компенсация $C_L^{(0)}$ и δC_L за счет учета неколлективных фононов, то, как видно из следующей табл. 3.2, где приведены вклады в a_i и b_i отдельно для процессов, определяющих $C_L^{(0)}$, $\delta\varepsilon_d$ и δC_L , такие компенсации не реализуются. Также видно, что относительно меньшие значения δa_i для этих процессов по сравнению с a_i , полученными с учетом однобозонной энергии, говорит о более плавной функциональной зависимости C_L от u , v -параметров, нежели однобозонной энергии. Подчеркнем, что в расчетах учтены и процессы, определяющие перенормировку однобозонной энергии за счет неколлективных фононов, хотя, как правило, их вклад в рассматриваемые коэффициенты менее существенен, чем от C_L .

Влияние корреляционных эффектов на параметры сверхтекучести рассмотрено в Приложении С. Это сделано с помощью аналитического суммирования по всем фононам КМСФ т.о., что за скобкой этого суммирования остаются параметры Боголюбова. После этого по последним производится варьирование. Чтобы произвести суммирование по всем фононам различной мультипольности было сделано упрощение относительно используемых сил. Они рассматривались лишь в частично-дырочном канале изоскалярного типа. Результат заключается в том, что несмотря на существенность

Таблица 3.1: Значения коэффициентов a_i , b_i , полученные по формулам (3.1.14) и с учетом суммирования выражений (3.2.3), (3.2.6) и (3.2.8). Расчеты произведены для основного состояния ядра ^{114}Xe , средние бозонных операторов равны, $n_d = 2.44$, $P_1 = 3.06$, $\langle C_0 \rangle = 1.57$, $\langle C_2 \rangle = 0.895$, $\langle C_4 \rangle = 1.199$. Энергии и коэффициенты a и b даны в МэВ, остальные величины безразмерны.

τ	i	$\epsilon_i - \lambda$	v_i	y_i	a_i	b_i	δa_i	δb_i
n	$g9/2$	-5.14	0.99	0.94	0.64	0.36	-0.207	0.138
n	$d5/2$	-0.656	0.69	0.52	1.9	3.1	-1.26	-0.297
n	$g7/2$	-0.0558	0.74	0.68	1.3	1.1	-0.632	0.224
n	$s1/2$	2.64	0.73	0.50	3.1	2.8	0.232	-1.18
n	$d3/2$	2.85	0.32	0.76	1.2	1.4	-0.598	0.196
n	$h11/2$	2.86	0.29	0.95	0.63	0.37	-0.168	0.353
p	$g9/2$	-3.36	0.96	0.88	1.1	0.70	-0.0165	0.118
p	$d5/2$	1.69	0.44	0.76	1.2	1.7	-0.146	0.224
p	$g7/2$	1.82	0.47	0.85	1.1	0.72	-0.344	0.560
p	$s1/2$	3.72	0.30	0.89	1.0	0.65	-0.0553	0.103
p	$d3/2$	4.03	0.27	0.91	0.93	0.64	-0.133	0.248
p	$h11/2$	4.34	0.20	0.97	0.33	0.39	-0.077	0.083

Таблица 3.2: Вклад разных процессов в поправку к коэффициентам a_i , b_i , полученных по формулам ⁽¹⁾ – (3.2.3), ⁽²⁾ – (3.2.6) и ⁽³⁾ – (3.2.8). Расчеты произведены с условиями, приведенными в предыдущей таблице.

τ	i	$\delta a_i^{(1)}$	$\delta a_i^{(2)}$	$\delta a_i^{(3)}$	$\delta b_i^{(1)}$	$\delta b_i^{(2)}$	$\delta b_i^{(3)}$
n	$g9/2$	-0.0120	-0.2036	0.0083	0.1508	-0.2223	0.2096
n	$d5/2$	0.0541	-0.8001	-0.5148	0.3822	-0.9765	0.2977
n	$g7/2$	0.0771	-0.5237	-0.1859	0.1624	-0.3966	0.4582
n	$s1/2$	0.3031	-0.4637	0.3931	-0.2058	-0.3481	-0.6222
n	$d3/2$	0.0521	-0.4282	-0.2217	0.1736	-0.4041	0.4260
n	$h11/2$	-0.0169	-0.0752	-0.0755	0.0817	-0.0289	0.2998
p	$g9/2$	0.0532	-0.2237	0.1540	0.0998	-0.1810	0.1992
p	$d5/2$	0.0558	-0.2413	0.0398	0.1303	-0.2452	0.3388
p	$g7/2$	0.0068	-0.1894	-0.1613	0.1339	-0.1065	0.5323
p	$s1/2$	0.0193	-0.0803	0.0058	0.0227	-0.0411	0.1213
p	$d3/2$	0.0198	-0.1077	-0.0448	0.0514	-0.0581	0.2547
p	$h11/2$	-0.0179	-0.0168	-0.0428	0.0207	-0.0098	0.0722

данных корреляционных энергий, а они таковы, что в сумме для фононов с мультипольностями $\lambda = 2, 4, 6$ в зависимости от значений мультипольных сил оказываются в пределе от -15 до -7 МэВ. Однако эта величина является плавной функцией от параметров Боголюбова. Это дает основание не включать корреляционную энергию в энергетический функционал, определяющий параметры сверхтекучести.

В рамках традиционного приближения БКШ известно, что минимум среднего от гамильтониана по квазичастичному вакууму относительно параметров сверхтекучести одновременно приводит к отсутствию связи квазичастичного вакуума с духовыми состояниями с нулевым спином, а именно, $B_{\text{дух}}^+ \sim \sum_i u_i v_i (a_i^+ a_i^+ + a_i^- a_i^-)$, отсутствует. Для многофононных состояний $|I\rangle$ было показано, что при рассмотрении гамильтониана $\hat{H} = (\hat{H}_{\text{сп.ср.}} - \lambda \hat{N})_{00,11,22} + h_{\text{RPA}}$ условие

$$\frac{d}{dv_i} \langle I | (\hat{H} - \lambda \hat{N}) | I \rangle = 0 \quad (3.2.9)$$

приводит также к системе уравнений (3.1.13) для u, v . При этом достаточно длинные выкладки показали, что расчет матричных элементов $\langle I(n) | (\hat{H} - \lambda \hat{N}) a_i^+ a_i^+ | I(n) \rangle$ с той частью квазичастичного гамильтониана, который дает заведомо не нулевые значения, а именно $(\hat{H}_{\text{сп.ср.}} - \lambda \hat{N})_{20,02,31,13} + H_{31+13}^{(\text{quadr})}$, приводит к тому, что при выполнении уравнений (3.1.13) выполняется условие

$$\langle I(n) | (\hat{H} - \lambda \hat{N}) a_i^+ a_i^+ | I(n) \rangle = 0. \quad (3.2.10)$$

Это равенство при эквивалентности бра и кет векторов показывает, что отсутствует по крайней мере прямая связь коллективных состояний с духовыми состояниями и парными вибрациями.

3.3 Основные результаты главы

Получены системы уравнений для параметров преобразования Боголюбова u, v . В этих уравнениях, как и в уравнениях для фононных амплитуд, учтено наличие определенного числа бозонов. Это приводит к блокировке одночастичных состояний за счет квазичастиц, формирующих фононы. Важной частью функционала рассматриваемой задачи является часть бозонного гамильтониана, усредненного по бозонным функциям. Наличие этого члена связано с тем, что бозонные параметры зависят от амплитуд сверхтекучести. Полученные уравнения позволяют уточнить трактовку параметров сверхтекучести, в результате чего даже при предельной блокировке одночастичного уровня произведение uv оказывается не равным нулю.

Глава 4

Определение амплитуд D -фононов и финальное выражение для параметров бозонного гамильтониана

4.1 Уравнения для фононных амплитуд

Для определения фононных амплитуд необходимо по ним минимизировать функционал (2.10.7). Сделаем это в два этапа. На первом рассмотрим "квазилинейную" задачу, когда в (2.10.7) вместо H_2 ограничимся Φ'_{IBM}

$$H_2 \rightarrow \Phi'_{\text{IBM}} = \varepsilon_d^{(0)}(n_d(I) + 5/2) + \left(2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)}\right)^{(0)} P_1(I). \quad (4.1.1)$$

Роль остальных членов в H_2 (2.10.8) будет рассмотрена на следующем этапе.

Варьирование указанного функционала по $z_{ij}^{(\eta)}$ амплитудам дает систему уравнений

$$\begin{cases} \varepsilon_{ij}^{(1)} z_{ij}^{(1)} - \omega_{ij} z_{ij}^{(0)} - c_{ij}^{(1)} = 0 \\ -\omega_{ij} z_{ij}^{(1)} + \varepsilon_{ij}^{(0)} z_{ij}^{(0)} - c_{ij}^{(0)} = 0, \end{cases} \quad (4.1.2)$$

или в более компактном виде

$$\varepsilon_{ij}^{(\eta)} z_{ij}^{(\eta)} - \omega_{ij} z_{ij}^{(1-\eta)} - c_{ij}^{(\eta)} = 0, \quad \eta = 0, 1, \quad (4.1.3)$$

$$\begin{aligned}
\text{где } w^{(\eta)} &= n_d(I) + (-1)^{1-\eta} P_1(I) + 5/2, \\
\varepsilon_{ij}^{(\eta)} &= e_{ij} w^{(\eta)} + \eta_{ij} (w^{(\eta)} - 5/2) + (\omega' n_{ij}^{(3)} + \chi) (n_d(I) + 5/2) \\
&\quad - 2(\Delta_\tau - \tilde{\Delta}_\tau) (w^{(\eta)} - 5/2) (u_i v_i + u_j v_j), \tag{4.1.4}
\end{aligned}$$

$$\omega_{ij} = (\omega - \omega' n_{ij}^{(1)}) (n_d(I) + 5/2), \tag{4.1.5}$$

$$\begin{aligned}
\varepsilon_{ij\tau}^{(\eta)} &= (-1)^{l_j} \frac{w^{(\eta)}}{5} \left((\kappa_{\nu\nu} Q_\tau + \kappa_{\nu\pi} Q_{3-\tau}) < i || q || j >_\tau L_{ij}^{(0)} \delta_{\eta, 1} \right. \\
&\quad \left. + G_\tau^{(2)} P_\tau^{(1-\eta)} < i || \tilde{q} || j >_\tau M_{ij}^{(1-\eta)} \right), \tag{4.1.6}
\end{aligned}$$

Последний член системы (4.1.3), представленный выражением (4.1.6), определяется матричными элементами $< i || q || j >$, $< i || \tilde{q} || j >$, а также блоками Q_τ и $P_\tau^{(\eta)}$ (2.1.20), включающими суммы произведений м.э. на амплитуды $z^{(\eta)}$. Как это обычно делается в МСФ, выражение этих блоков через амплитуды $z^{(\eta)}$, полученные из (4.1.3), приводит к системе однородных уравнений для блоков Q_τ и $P_\tau^{(\eta)}$, нетривиальное решение которой при фиксированных значениях ω' , χ , η_i является условием для определения ω . После определения ω и удовлетворения нормировки однофононного состояния из системы (4.1.3) получают численные значения фононных амплитуд $z^{(\eta)}$. Расчет повторяется, при этом χ подбирается таким образом, чтобы $\sum \varphi^2 / \sum \psi^2$ была меньше определенной величины, не превышающей значение 0.05. Причем чем больше низкоэнергетичная коллективность, то есть меньше энергия первого возбуждения и больше значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, тем указанная величина меньше, вплоть до 0.01. Значение множителя Лагранжа ω' находится из требования, чтобы максимальное число бозонов Ω было целым, причем так, чтобы $\Omega(\omega') \geq \Omega(\omega' = 0)$. Наличие в функционале члена с ω' делает систему уравнений на амплитуды нелинейной, поэтому даже при фиксированных множителях Лагранжа она решается итерационным образом. Еще раз следует отметить, что главной особенностью МКМСФ является возможность независимо от энергии D -фонона менять уровень корреляций в основном состоянии. Реализуется это таким образом, что к любой двухквазичастичной энергии, участвующей уравнении на фононные амплитуды, в соответствии с (4.1.4) добавляется независимая от этой энергии величина — множитель Лагранжа χ . Это особенно важно для компонент фонона с состояниями из валентной оболочки, так как существенно уменьшает для них значения как φ , так и ψ амплитуд, перераспределяя остальные амплитуды в большей степени по невалентным одночастичным состояниям. Одновременно это приводит к существенному увеличению максимального числа бозонов Ω . Другой важной особенностью рассмотренной модификации является рассмотрение в минимизируе-

мом функционале (4.1.1) бозонных средних, что позволяет ставить задачу самосогласованности, когда микроскопически рассчитанные параметры бозонного гамильтониана и соответствующие им бозонные средние приводят к устойчивому решению задачи.

Перейдем к рассмотрению роли членов бозонного гамильтониана в функционал H_2 (2.10.8), которые были опущены в (4.1.1). Производные по амплитудам от членов $\delta\varepsilon_d$, δC_L , $C_L^{(0)}$ представляют собой громоздкие выражения, особенно для $\delta\varepsilon_d$ и δC_L , так как содержат в себе суммирование по всем B -фонам. Поэтому ниже они представлены в символическом виде

$$\frac{\partial C_L^{(0)}}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}} = \sum_{\tau'} |k_{\tau\tau'}| T_{L\tau'} q_{\tau ij}^{(1)} \delta_{\eta,1} + \tilde{Q}_\tau \frac{\partial T_{L\tau}}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}}, \quad (4.1.7)$$

где первый член можно интерпретировать в качестве перенормировок констант остаточного взаимодействия. Во втором слагаемом нет члена, пропорционального ни $q_{\tau ij}^{(1)}$, ни $z_{\tau ij}^{(\eta)}$. Тем не менее его можно будет интерпретировать в качестве поправки к двухквaziчастичным энергиям. Аналогично для $k_2^{(0)}$

$$-\sqrt{8} \frac{\partial k_2^{(0)} \sqrt{\Omega - 1}}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}} = \sum_{\tau'} |k_{\tau\tau'}| Z_{\tau'} q_{\tau ij}^{(1)} \delta_{\eta,1} + \tilde{Q}_\tau \frac{\partial Z_\tau}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}}. \quad (4.1.8)$$

Производные по амплитудам от поправок к ε_d , C_L можно представить в виде

$$\frac{\partial \delta\varepsilon_d}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}} = \delta E_{\tau ij}^{(d)} z_{\tau ij}^{(\eta)} + A_1^{(d)}(\tau) q_{\tau ij}^{(1)} \delta_{\eta,1} + B_{\tau ij}^{(\eta)}, \quad (4.1.9)$$

$$\frac{\partial \delta C_L}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}} = \delta E_{\tau ij}^{(\delta C_L)} z_{\tau ij}^{(\eta)} + A_1^{(\delta C_L)}(\tau) q_{\tau ij}^{(1)} \delta_{\eta,1} + B_{\tau ij}^{(\eta, \delta C_L)}. \quad (4.1.10)$$

В выражениях (4.1.8) – (4.1.10), как и в (4.1.7), члены, пропорциональные $q_{\tau ij}^{(1)}$ следует отнести к перенормировке констант эффективных сил, члены, пропорциональные $z_{\tau ij}^{(\eta)}$ к перенормировкам двухквaziчастичных энергий.

Таким образом, варьирование полного функционала с заменой Φ'_{IBM} обратно на H_2 приводит к системе уравнений с соответствующими обозначениями

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{(\eta)} z_{ij}^{(\eta)} - \omega_{ij} z_{ij}^{(1-\eta)} - \bar{c}_{ij}^{(\eta)} + b_{ij}^{(\eta)} = 0, \quad \eta = 0, 1, \quad (4.1.11)$$

где

$$\bar{\varepsilon}_{ij}^{(\eta)} = \varepsilon_{ij}^{(\eta)} + \delta E_{\tau ij}^{(d)}(n_d(I) + 5/2) + \sum_L \delta E_{\tau ij}^{(\delta C_L)} < C_L >_I \quad (4.1.12)$$

$$\begin{aligned} \bar{c}_{ij}^{(\eta)} &= c_{ij}^{(\eta)} - \left(\sum_{\tau' L} |k_{\tau\tau'}| T_{L\tau'} < C_L >_I + A_1^{(d)}(\tau)(n_d(I) + 5/2) \right. \\ &+ \left. \sum_L A_1^{(\delta C_L)}(\tau) < C_L >_I - \frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{\tau'} |k_{\tau\tau'}| Z_{\tau'} P_2(I) \right) q_{\tau ij}^{(1)} \delta_{\eta,1}, \end{aligned} \quad (4.1.13)$$

$$\begin{aligned} b_{ij}^{(\eta)} &= B_{\tau ij}^{(\eta)}(n_d(I) + 5/2) + \sum_L \left(B_{\tau ij}^{(\eta, \delta C_L)} + \tilde{Q}_\tau \frac{\partial T_{L\tau}}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}} \right) < C_L >_I \\ &- \frac{1}{\sqrt{8}} \tilde{Q}_\tau \frac{\partial Z_\tau}{\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}} P_2(I). \end{aligned} \quad (4.1.14)$$

Выражения для $\varepsilon_{ij}^{(\eta)}$, $c_{ij}^{(\eta)}$, ω_{ij} даны в (4.1.4), (4.1.5), (4.1.6).

Величины $b_{ij}^{(\eta)}$ можно связать с дополнительными слагаемыми к двухквазичастичным энергиям в уравнениях для амплитуд D -фононов. Связано это с тем, что если они малы, то малы будут и соответствующие амплитуды $z_{ij}^{(\eta)}$. Поэтому систему (4.1.11) можно переписать в виде

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^{(\eta)} z_{ij}^{(\eta)} - \omega_{ij} z_{ij}^{(1-\eta)} - \bar{c}_{ij}^{(\eta)} + b_{ij}^{(\eta)} = 0, \quad \eta = 0, 1, \quad (4.1.15)$$

где

$$\tilde{\varepsilon}_{ij}^{(\eta)} = \bar{\varepsilon}_{ij}^{(\eta)} + b_{ij}^{(\eta)} / z_{ij}^{(\eta)}. \quad (4.1.16)$$

Данная нелинейная система определяет амплитуды D -фонона в представленной модификации КМСФ. Решается она итерационным способом.

Варьирование по фоновым амплитудам от членов функционала, пропорциональным $\delta\varepsilon_d$, $C_L^{(0)}$, δC_L , k_2 дает среди прочих члены, которые можно интерпретировать в качестве поправок к параметрам квадрупольных сил. Например, для частично-дырочных сил они связаны с величиной $\partial\delta\Phi/\partial z_{\tau ij}^{(1)}$, пропорциональной $q_{\tau ij}^{(1)} = \langle i||q||j \rangle (-1)^{lj} L_{ij}^{(0)}$. Эти поправки возникают при варьировании по амплитудам, входящим в D -фононные петли в процессах, представленных на рис. 2.1а, рис. 2.6а, с. Рассмотрим роль этих членов. Из выражения для $\bar{c}_{ij}^{(\eta)}$ (4.1.13) видно, что для величины \tilde{Q}_τ можно представить поправку в виде

$$\begin{aligned} \delta\tilde{Q}_\tau &= -\frac{5}{\omega^{(1)}} \left(\sum_{\tau' L} |k_{\tau\tau'}| T_{L\tau'} < C_L >_I + A_1^{(d)}(\tau)(n_d(I) + \frac{5}{2}) \right. \\ &+ \left. \sum_L A_1^{(\delta C_L)}(\tau) < C_L >_I - \frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{\tau'} |k_{\tau\tau'}| Z_{\tau'} P_2(I) \right). \end{aligned} \quad (4.1.17)$$

Абсолютный вклад различных процессов, определяющих $\delta\tilde{Q}_\tau$ для основного состояния ^{124}Xe вместе с \tilde{Q}_τ приведен в табл. 4.1. Из нее видно, что вклады в рассматриваемую перенормировку, связанные с членами от $C_L^{(0)}$ и δC_L заметно компенсируются. Это повторяет то, что сами величины $C_L^{(0)}$ и δC_L также в значительной степени компенсируют себя. Вклад же от члена $\delta\varepsilon_d$ порядка вклада от δC_L , хотя по величине несколько меньше. Наконец вклад от члена бозонного гамильтониана с k_2 пренебрежимо мал.

Если поправки $\delta\tilde{Q}_\tau$ интерпретировать через поправки к силовым константам, т.е. $\delta\tilde{Q}_n = \delta\kappa_{nn}Q_n + \delta\kappa_{np}Q_p$; $\delta\tilde{Q}_p = \delta\kappa_{nn}Q_p + \delta\kappa_{np}Q_n$ то они к изоскалярной и изовекторной компонентам будут определяться как $\delta\kappa_0/\kappa_0 = (\delta\tilde{Q}_n + \delta\tilde{Q}_p)/(\tilde{Q}_n + \tilde{Q}_p)$; $\delta\kappa_1/\kappa_1 = (\delta\tilde{Q}_n - \delta\tilde{Q}_p)/(\tilde{Q}_n - \tilde{Q}_p)$. Это приводит, если принять исходное соотношение изовекторной и изоскалярной компонент как $\kappa_1 = -0.6\kappa_0$ к перенормированным значениям $\tilde{\kappa}_0 = \kappa_0 + \delta\kappa_0 = \kappa_0(1 + \delta\kappa_0/\kappa_0)$; $\tilde{\kappa}_1 = \kappa_1 + \delta\kappa_1 = -0.6\kappa_0(1 + \delta\kappa_0/\kappa_0 + \delta\kappa_1/\kappa_1)$. Как результат, изоскалярная квадрупольная константа увеличивается в основном состоянии на 3.5% (изовекторная на -21%). Для состояний ираст-полосы в ^{124}Xe результаты приведены в табл. 4.2. Структура нижайшего коллективного фона определяется в основном значением изоскалярной константы, которая с учетом перенормировки для рассматриваемых состояний оказывается достаточно устойчивой величиной. Поправка к изовекторной величине также устойчива, хотя и заметно больше. Устойчивость относительно перенормировок силовых констант с изменением спина важна, так как позволяет не менять их значений по крайней мере для разных коллективных состояний со спинами $I \leq 6^+$. Отличие же их от оценок по Бору демонстрирует то, как константы сил зависят от рассматриваемых процессов, тем самым оправдывая само понятие эффективных сил.

Другие члены при варьировании дополнительного функционала связаны с добавками к двухквартичным энергиям. Среди них в $\partial\delta\Phi/\partial z_{\tau ij}^{(\eta)}$ выделяются члены $\delta E_{ij} z_{\tau ij}^{(\eta)}$, а также величины $b_{\tau ij}^{(\eta)}$, зависящие от двух ин-

Таблица 4.1: Вклад различных процессов в $\delta\tilde{Q}_\tau$ (3.1.14) для основного состояния ^{124}Xe .

τ	\tilde{Q}_τ	$\delta\tilde{Q}_\tau$				
		рис. 2.6a ($\delta\varepsilon_d$)	рис. 2.6c (δC_L)	рис. 2.1a($C_L^{(0)}$)	k_2	рез.
n	-0.87	-0.026	-0.033	0.023	-0.005	-0.041
p	-0.95	-0.024	-0.031	0.035	-0.002	-0.022

Таблица 4.2: Перенормировка констант частично-дырочного взаимодействия для ^{124}Xe .

I	$\delta\kappa_0/\kappa_0$	$\delta\kappa_1/\kappa_1$	$\tilde{\kappa}_0/\kappa_0$	$\tilde{\kappa}_1/\kappa_0$	$\tilde{\kappa}_{nn}/\kappa_0$	$\tilde{\kappa}_{np}/\kappa_0$	$\tilde{\kappa}_{np}/\tilde{\kappa}_{nn}$
0^+	0.0346	-0.2446	1.0346	-0.4740	0.5606	1.5087	2.6913
2^+	0.0355	-0.2637	1.0355	-0.4631	0.5724	1.4986	2.6178
4^+	0.0348	-0.2775	1.0348	-0.4544	0.5804	1.4891	2.5657
6^+	0.0331	-0.2985	1.0331	-0.4408	0.5923	1.4738	2.4882
8^+	0.0305	-0.3313	1.0305	-0.4195	0.6110	1.4500	2.3733
10^+	0.0274	-0.3786	1.0274	-0.3893	0.6381	1.4167	2.2202
12^+	0.0242	-0.4379	1.0242	-0.3518	0.6724	1.3760	2.0464

дексов, нумерующих обе квазичастицы. Относительно величин $b_{rij}^{(\eta)}$ осуществляется частичная компенсация членов происходящих от $C_L^{(0)}$ с теми, что дают $\delta\varepsilon_d$ и δC_L . Оба эти члена можно соотнести с поправками к двухквазичастичной энергии. Если первые для ряда конфигураций дают вплоть до 0.11 МэВ, то вторые до 0.55 МэВ. Однако при этом следует учесть, что параметр χ в общем функционале уже для основного состояния добавляет ко всем двухквазичастичным энергиям величину $\chi \simeq 5.5$ МэВ, что необходимо для достижения самосогласования теоретических значений параметров бозонного гамильтониана и бозонных средних от операторов, определяющих бозонный гамильтониан. Обсуждаемые здесь добавки к двухквазичастичным энергиям не меняют самих этих энергий, но используются лишь при определении фононных амплитуд.

Таким образом, можно сделать вывод, что дополнительный функционал, определяемый микроскопическими значениями $\delta\varepsilon_d$, $C_L^{(0)}$, δC_L , k_2 и определяющий амплитуды D -фононов влияет лишь на значения эффективных силовых констант, увеличивая их примерно на 3.5% для основного состояния и на 2% для 8^+ состояния. Это не много, но как тенденция может быть важна при описании высокоспиновых коллективных состояний. Результат полученного переопределения силовых констант демонстрирует, что они зависят как от размера используемого базиса, так и от набора рассматриваемых процессов взаимодействия. Это оправдывает использование эффективных сил, когда они варьируются от ядра к ядру, особенно для ядер, удаленных от магических.

4.2 Полная энергия и финальные параметры гамильтониана МВБ

Для описания энергетического спектра коллективных состояний минимизация энергии $(I|\tilde{H}|I)$ (\tilde{H} дан в (2.1.11)) по параметрам $(u; v)$, фоновым амплитудам $z^{(n)}$ и амплитудам $\{\alpha_d\}$, определяющим бозонный состав функции $|I\rangle$, с учетом дополнительных условий приводит к системе уравнений для искомым величин. Их решение дает численные значения энергии состояний E_I

$$E_I = (I|\tilde{H}|I) + \sum_{\tau} \lambda_{\tau} (I|\hat{N}_{\tau}|I). \quad (4.2.1)$$

Такой подход не имеет однако прямого отношения к МВБ1. Причина заключается в том, что в силу неявной зависимости u , v , $z^{(n)}$ и λ от I энергия квазичастично-фононного вакуума $E_0^{(\text{qp-ph})}$ (2.1.11) и параметры $H_{\text{IBM}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)$ (выражения (2.1.17) – (2.1.19), (2.1.25), (2.8.10), (2.9.4), (2.9.6) могут изменяться с ростом энергии возбуждения или спина I . Это подтверждается численными расчетами для ^{118}Te , результаты которых даны ниже. В то же время анализ спектров коллективных состояний в рамках МВБ1 производится в предположении, что энергия вакуума бозонов и параметры гамильтониана остаются неизменными для всех состояний, вовлекаемых в этот анализ. Поэтому возникает вопрос, нельзя ли так перегруппировать члены в E_I , чтобы выделить некоторую фоновую часть в энергии коллективного состояния, которая не изменяется с ростом I и "активную" часть, подобную гамильтониану МВБ1, с мало изменяющимися параметрами ε_d , k_1 , k_2 , C_L (теперь записываем эти параметры без верхней тильды).

Для этого полную энергию, отсчитанную от $\sum \lambda_{0\tau} N_{\tau}$ ($\lambda_{0\tau}$ – химические потенциалы в основном состоянии 0^+ ядра) примем в виде

$$E_I = \bar{E}_I + (I|H_{\text{IBM}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)|I), \quad (4.2.2)$$

$$\bar{E}_I = E_I^{(\text{q.p.})} + E_0^{(D)} + \sum_{\tau} (\lambda_{\tau} - \lambda_{0\tau}) N_{\tau}, \quad (4.2.3)$$

где $E_I^{(\text{q.p.})} = \Phi_{00}$ – энергия квазичастичного вакуума (3.1.3), $E_0^{(D)}$ – корреляционная энергия (2.2.3), определяемая D -фононом. Т.о.,

$$\bar{E}_I = E_0^{(D)} + \sum_{\tau} \left(\left(\sum_i (2j_i + 1) (\varepsilon_i - \lambda_{\tau}) v_i^2 \right)_{\tau} - \frac{\Delta_{\tau}^2}{G_{\tau}^{(0)}} + (\lambda_{\tau} - \lambda_{0\tau}) N_{\tau} \right). \quad (4.2.4)$$

Расчеты показывают, что внебозонная энергия \bar{E}_I заметно растет с ростом спина. Демонстрацией этого является рис. 4.1, где приведена эта зависимость для ^{118}Te . Столь сильная зависимость, как оказалось, проявляется

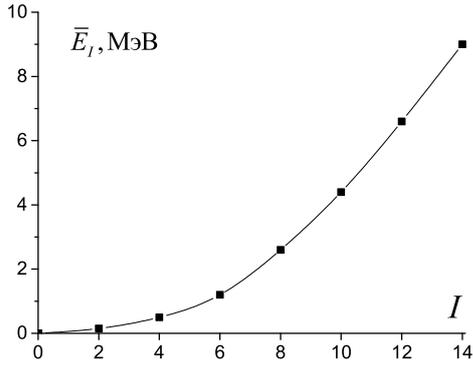


Рис. 4.1: Зависимость энергии квазичастично-фононного вакуума \bar{E}_I (4.2.4) для ^{118}Te .

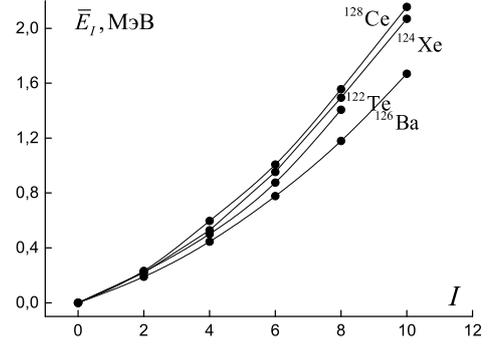


Рис. 4.2: То же самое, но для цепочки изотонов с $N = 70$.

для ядер, бозонная структура которых близка к вибрационному случаю, когда при переходе к следующему спину коллективного состояния среднее число квадрупольных бозонов n_d увеличивается на единицу. В тех случаях, когда ядро становится более коллективным, как это оказывается для цепочки изотонов с $N = 70$, значения n_d меняются существенно меньше, а рост спина реализуется за счет угловой пересвязки имеющихся квадрупольных бозонов, то в этом случае рост \bar{E}_I со спином существенно меньше (см. рис. 4.2). Для того, чтобы внебозонная энергия \bar{E}_I оставалась неизменной для всех рассматриваемых состояний ядра, а именно как в основном состоянии, т.е. $\bar{E}_I = \bar{E}_0$ можно перераспределить слагаемые, входящие в уравнение (4.2.2) для E_I между собой следующим образом

$$\begin{cases} \bar{E}_0 = \bar{E}_I - \xi_1 n_d - \xi_2 P_1, & I \geq 2^+; \\ \varepsilon_d = \tilde{\varepsilon}_d + \xi_1; \\ 2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)}\Omega = 2\tilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)} + \xi_2, \end{cases} \quad (4.2.5)$$

величины $\tilde{\varepsilon}_d$ и \tilde{k}_1 определены в (2.8.10) и (2.9.5). Данное преобразование тем более уместно в силу того, что если \bar{E}_I существенно растет с ростом спина, то $\tilde{\varepsilon}_d$ наоборот падает [89].

При этом в данном преобразовании для основного состояния, $I = 0_1^+$ $\xi_1 = \xi_2 = 0$. Для всех прочих ξ_2 определим исходя из того, чтобы параметр гамильтониана МВБ k_1 оставался неизменным и таким как для основного состояния, т.е.

$$\xi_2 = (2\tilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I=0)} - (2\tilde{k}_1 \sqrt{\Omega(\Omega - 1)})_{(I)}, \quad (4.2.6)$$

параметр же ξ_1 определим из требования, чтобы для всех состояний $\bar{E}_I = \bar{E}_{I=0}$, т.е.

$$\xi_1 n_d(I) = \bar{E}_I - \bar{E}_{I=0} - \xi_2 P_1(I). \quad (4.2.7)$$

С определенными таким образом параметрами ξ_1 и ξ_2 находятся окончательные значения величин ε_d и k_1 , которые как и остальные параметры МВБ зависят от спинов.

После проведенных переопределений полная энергия, отсчитанная от $\Sigma\lambda_{0\tau}N_\tau$ равна

$$E_I = \bar{E}_0 + (I|H_{\text{IBM}}|I), \quad (4.2.8)$$

где параметры гамильтониана H_{IBM} определяются с помощью уравнений (4.2.5), (4.2.6), (4.2.7). Энергии возбужденных состояний относительно основного будут определяться как

$$\Delta E_I = E_I - E_0. \quad (4.2.9)$$

Теперь можно сформулировать вариационный принцип для определения неизвестных u , v , $z^{(n)}$, $\{\alpha_d\}$. Эти неизвестные находятся из минимума энергии по отношению к их вариации при дополнительных условиях. Это дает уравнения для (u, v) [102] и амплитуд $z^{(n)}$. Амплитуды $\{\alpha_d\}$ бозонного состава $|I\rangle$ находятся из минимизации (4.2.8) при условии, что \bar{E}_0 не меняется при изменении спина.

Если нас интересует зависимость $E_{I=0}$ (4.2.8) от дополнительных условий, как например от меры корреляций или от силовых констант, то удобно ее рассматривать от энергии модели независимых частиц, отсчитанной также от $\Sigma\lambda_{0\tau}N_\tau$

$$\Delta E = E_{I=0} - E_{\text{sp}}, \quad (4.2.10)$$

где

$$E_{\text{sp}} = \sum_{\tau j} \epsilon_{\tau j} \left\{ \begin{array}{c} 2j + 1 \\ \text{p.n.} \end{array} \right\} - \Sigma_\tau \lambda_{0\tau} N_\tau, \quad (4.2.11)$$

а p.n. есть число частиц на не полностью заполненном одночастичном уровне.

4.3 Принимаемые упрощения. Среднее поле и остаточное взаимодействие

Операторы $q_\mu^{(\lambda)}$ и оценки для силовых параметров $\kappa_{\tau\tau'}^{(\lambda)}$ зависят от способа определения среднего поля, которое принимается в виде сферически-симметричного потенциала Вудса–Саксона и который считаем неизменным для разных коллективных состояний. Его параметры приняты из работы

[97] (четвертый вариант).

$$\begin{aligned}\hat{U}(r, \hat{\sigma}, t_z) &= V_0(1 - \beta \frac{N-Z}{A} t_z) f(r) \\ &+ \alpha V_0(1 - \beta_1 \frac{N-Z}{A} t_z) r_0^2 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} f(r) (\hat{l}, \hat{s}) \\ &+ (\frac{1}{2} - t_z) \left\{ \begin{array}{l} (1.5 - 0.5(r/R_c)^2)/R_c, \quad r < R_c \\ 1/r, \quad r > R_c \end{array} \right\} 0.0695Z,\end{aligned}$$

где $t_Z = 1/2$ для нейтронов, $t_Z = -1/2$ для протонов,

$$\begin{aligned}f(r) &= \left(1 + \exp\left(\frac{r-R}{a_{tz}}\right)\right)^{-1} \\ R &= r_0 A^{1/3}; \quad R_c = r_c A^{1/3}, \quad V_0 = -51.56 \text{ МэВ}, \\ \beta &= 1.39, \quad \alpha = -0.40043, \quad \beta_1 = -0.6, \quad a_n = 0.55, \\ a_p &= 0.67, \quad r_0 = 1.27, \quad r_c = 1.25.\end{aligned}$$

В этом случае

$$(q_\mu^{(\lambda)})_{tz} = \frac{\partial V(r, t_z)}{\partial r} Y_{\lambda\mu}(\Omega); \quad V(r, t_z) = V_0(1 - \beta \frac{N-Z}{A} t_z) f(r). \quad (4.3.1)$$

Изокалярная компонента сил $\kappa_{\tau\tau'}^{(\lambda)}$ имеет при этом оценку

$$\kappa_0 = \frac{1}{2} \sum_{t_z} \frac{4\pi R^3 (1 + \pi^2 (a_{tz}/R)^2)}{V_0(1 - \beta(N-Z)t_z/A) A a_{tz} (\pi^2/6 + 1/2(R/a_{tz})^2 - 1)}, \quad (4.3.2)$$

которая не зависит от мультипольности канала взаимодействия λ . Оценка изовекторной константы [98] (текст после формулы (6.380))

$$\kappa_1 = -0.6\kappa_0, \quad (4.3.3)$$

что приводит к соотношению

$$\kappa_{nn} = \kappa_{pp} = 0.25\kappa_{pn} = 0.4\kappa_0; \quad \kappa_{pn} = 1.6\kappa_0. \quad (4.3.4)$$

4.4 Критерий выбора меры корреляций в основном состоянии

Наряду со стандартными условиями: нормировка всей волновой функции, нормировка квадрупольного фона, сохранения в среднем чисел протонов и нейтронов, вводится условие малости корреляций в фонном вакууме

($\sum \varphi^2 \ll \sum \psi^2$). Это осуществляется введением в минимизируемый функционал слагаемого, пропорционального множителю Лагранжа χ (2.5.6). В данном разделе введем обозначения для этого слагаемого и отношения сумм квадратов фононных амплитуд

$$R = \frac{1}{2}\chi(n_d(I) + 5/2) \sum_{12} (z_{12}^{(1)2} + z_{12}^{(0)2}); \quad r = \frac{\sum \varphi^2}{\sum \psi^2}. \quad (4.4.1)$$

Величину R , которая позволяет стабилизировать меру корреляций и иметь постоянным значение отношения r назовем регулятором.

Значения амплитуд ψ , φ зависят от параметра χ через то, что в уравнения для них (4.1.3) к двухквазичастичным энергиям оказывается добавленным и параметр χ (4.1.4), изменяя положение первого полюса в секулярном уравнении для фононной частоты ω . Это изменяет характер фононной коллективности, уменьшая корреляции в основном состоянии.

В данной работе не был найден однозначный критерий, который мог бы дать очевидное значение r . Но существует ряд аргументов, ограничивающих область их поиска. Во-первых, необходимость сохранения принципа Паули. Добавление χ к каждой двухквазичастичной энергии в уравнениях для амплитуд D -фонона заметно выравнивает вклады в его структуру как валентной, так и невалентных оболочек, т.е. приводя к более широкому распределению фононных амплитуд по двухквазичастичным компонентам. Результатом этого является большая степени коллективизации и существенный рост полного числа бозонов Ω . В результате число квазичастиц n_j в каждом одночастичном j -состоянии при фиксированном числе бозонов уменьшается. Поэтому даже при достаточно большом числе бозонов в состоянии $|I\rangle$ число квазичастиц на уровне j (n_j) может быть меньше $j + 1/2$. Но это возможно только начиная с определенного положительного значения $\chi \geq 5$ MeV и $r < 0.075$, что справедливо по крайней мере для изотопов Хе. Во-вторых, чтобы добиться самосогласования (u , v), (ψ , φ) и $\{\alpha\}$ (амплитуд бозонного состава коллективных состояний), значение χ должно удовлетворять тому же критерию. В третьих, для больших значений r получается слишком большой вклад в число частиц за счет корреляций. Чтобы данным вкладом можно было пренебречь величина r не должна превышать значения 0.05. В четвертых, как показано в [104], более корректное бозонное отображение D -фононного пространства на бозонное, чтобы получить SU(6) алгебру можно получить при значениях $\sum \varphi^2 \leq 0.05$.

Все это ставит ограничение на большие значения r , но не снимает проблему выбора меньших значений. Чтобы решить ее были произведены расчеты полных энергий нескольких состояний ираст-полосы для ^{124}Xe , чьи значения приведены на рис. 4.3 при неизменных параметрах среднего поля и остаточных взаимодействий. В данном случае под полной энергией

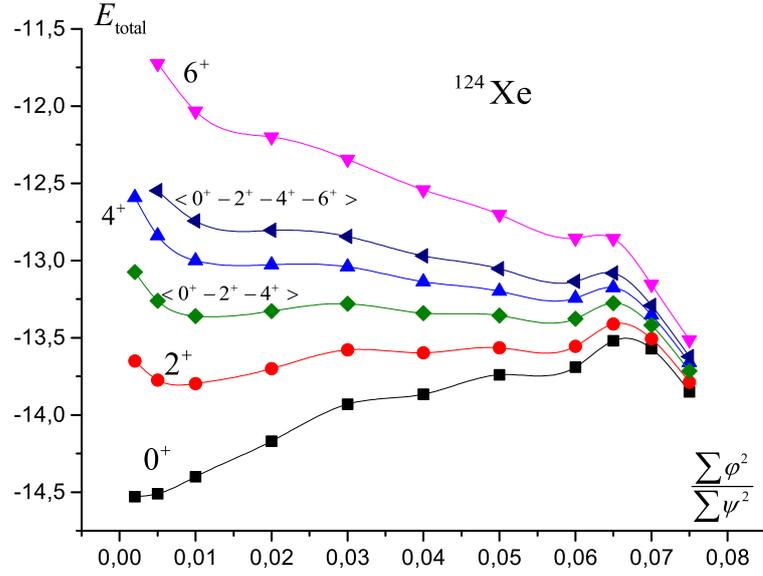


Рис. 4.3: Энергии состояний ираст-полосы в ^{124}Xe как функция r при фиксированных значениях квадрупольного взаимодействия.

понимается

$$E_{\text{total}}(I) = \Delta E_I + (I|H_{\text{IBM}}|I), \quad (4.4.2)$$

где ΔE_I определяется уравнением (4.2.10). Символами $\langle \rangle$ на рис. 4.3 обозначаются энергии, усредненные по указанным в них спином и с учетом значений самих спинов. Из рис. 4.3 видно, что совокупность энергий приобретает минимум при максимально достижимых значениях r . Для значений же $r \geq 0.07$ нарушается принцип Паули, хотя еще достижимо самосогласование вплоть до $r = 0.075$ (при $r = 0.07$ для состояния ираст-полосы 4^+ число квазичастиц на валентном одночастичном уровне $s_{1/2}$ оказывается больше единицы, что нарушает принцип Паули, а для $r = 0.075$ это имеет место уже для основного состояния). Таким образом, можно сформулировать принцип выбора r . Его значение должно быть максимальным из тех, для которых осуществимо устойчивое самосогласование в указанном выше смысле и выполняется принцип Паули. Плавность полной энергии можно рассматривать как корректность модификации КМСФ. Введение регулятора R эквивалентно уменьшению числа квазичастиц в состояниях валентной оболочки по сравнению с тем, что дает стандартный вариант КМСФ.

В заключении следует сказать, что параметры бозонного гамильтониана вычисляются с учетом перенормировок, связанных с неколлективными состояниями, вычисленные бозонные параметры различаются для каждого из состояний, а потому их энергии находятся через расчет полных энергий.

Все проведенные вычисления для изотопов Xe реализованы с

$\sum \varphi^2 / \sum \psi^2 \sim 0.02 \div 0.03$ ($\chi \simeq 5\text{MeV}$). Эти значения гарантируют быструю сходимость процедуры самосогласования и выполнения принципа Паули. Такие значения χ приводят к расширению пространства D -фононов, т.е. увеличивая Ω (максимальное число d -бозонов) из-за относительного роста роли двухквазичастичных состояний с высокой энергией в структуре D -фонона. При увеличении Ω за счет увеличения множителя Лагранжа χ происходит уменьшение корреляций в основном состоянии $\sum \varphi^2$. Для того же, чтобы при этом сохранялась неизменной энергия первого возбуждения, необходимо увеличить силовую константу в частично-дырочном канале, но не более, чем на несколько процентов.

4.5 Последовательность итерационных решений нелинейных уравнений

Вариация функционала, включающего полную энергию коллективного состояния и дополнительные условия, приводят к системе нелинейных уравнений относительно u , v , ψ , φ и амплитуд бозонной волновой функции (и соответственно к бозонным средним (2.1.13)). Эта система решается итерационным способом. Уравнения, получаемые при варьировании функционала по u , v или по ψ , φ , включают средние значения бозонных операторов, входящих в H_{IBM} , т.е. $n_d(I)$ и $P_1(I)$. Решение достигается при самосогласовании этих средних с u , v , ψ , φ , которые определяют параметры H_{IBM} , от которых в свою очередь зависят средние значения бозонных операторов. Таким образом достигается тройное самосогласование по указанным величинам.

Итерационная процедура начинается с некоторых бозонных средних. Их выбор не критичен и может варьироваться в широких пределах. Первый раз уравнения стандартного варианта БКШ решаются, не учитывая бозонных средних. С этого момента начинается общая итерационная схема.

1. Первый раз и для основного состояния множитель Лагранжа ω' принимается равным нулю. После нескольких циклов итерационного процесса он варьируется таким образом, чтобы достигнуть ближайшего целого значения полного числа бозонов Ω по отношению к тому, которое получается для $\omega' = 0$. В случае возбужденного состояния Ω доводится до того значения, которое получено ранее для основного, то есть, чтобы для всех рассмотренных состояний оно оставалось неизменным.

2. Множитель Лагранжа χ всегда положителен. Минимальное его значение определяется тем, чтобы ниже реализуемая процедура была устойчивой. Далее этот множитель определялся исходя из требования, чтобы мера корреляций $r = \sum \varphi^2 / \sum \psi^2$ оказалась малой и в используемых рас-

четах она варьировалась в интервале $0.012 < r < 0.05$. Общая тенденция при этом такова, что чем больше коллективность рассматриваемого ядра, то есть меньше энергия первого возбуждения и больше значения $B(E2)$, тем меньше должна быть величина r .

3. С фиксированными значениями химических потенциалов λ_τ реализуется пункт 4, после реализации которого значения λ_τ изменяются таким образом, чтобы правильно воспроизводилось число нейтронов и протонов в среднем.

4. С фиксированными значениями ω' , χ , бозонными средними (2.1.13) и λ_τ решаются нелинейные уравнения (4.1.2) на фононные амплитуды ψ , φ . Это позволяет найти значения корреляций r , полное число бозонов Ω , рассчитать средние числа квазичастиц и соответственно значения y_j (2.5.4) для всех одночастичных уровней. После этого итерационным способом решаются нелинейные уравнения (3.1.13) относительно величин u и v до согласования их значений с парными энергиями Δ_τ , $\tilde{\Delta}_\tau$ и энергиями квазичастиц (3.1.13). Это позволяет получить средние числа частиц каждого сорта, соответствующие используемым значениям химических потенциалов. Итерации на этом этапе охватывают четвертый пункт полностью.

После этого варьируются значения химических потенциалов, а пункты 3 и 4 повторяются до тех пор, пока значения чисел нуклонов не оказываются равными числам нуклонов в данном ядре с достаточной точностью.

Теперь изменяется величина χ и процедура итераций повторяется, начиная с пункта 2. После того, как условия относительно значения r выполнены, варьируется параметр ω' и возвращаемся к пункту 1. Это позволяет получить требуемое значение Ω .

В результате на текущем этапе достигается согласование используемых бозонных средних с фононными амплитудами, параметрами сверхтекучести, определены значения химических потенциалов, а также достигнуто заданное значение корреляций r и целочисленное значение Ω .

5. Следующий этап начинается с расчета параметров бозонного гамильтониана с учетом только D -фононных функций: $\varepsilon_d^{(0)}$ (2.1.17), $k_1^{(0)}$ (2.1.18), $k_2^{(0)}$ (2.1.19), $C_L^{(0)}$ (2.1.25), а также поправки к ним, за счет рассмотренных перенормировок, которые являются результатом взаимодействия D -фононных функций с функциями, содержащими неколлективные B -фононы. Это приводит к оценкам для параметров $\tilde{\varepsilon}_d$, C_L (2.8.10), \tilde{k}_1 (2.9.5), k_2 (2.9.7) или вместе (2.10.10). Если коллективное состояние является основным, то они фиксируются, если возбужденным, то происходит пересчет параметров ε_d , k_1 в соответствии с процедурой (4.2.5), используя вспомогательные соотношения (4.2.6), (4.2.7). Это учитывает растущую энергию квазичастичного вакуума для данного состояния и меняющиеся

значения химических потенциалов с ростом спина коллективных состояний по сравнению с теми значениями, которые получены для основного состояния. С полученными т.о. параметрами происходит диагонализация бозонного гамильтониана и находятся бозонные волновые функции (2.4.2) и бозонные средние (2.1.13). С новыми бозонными средними переходим к пункту 1 и вся процедура повторяется до тех пор, пока не произойдет полного согласования всех рассчитываемых величин, а также когда получаются устойчивые значения полной энергии коллективного состояния. В результате это позволяет рассчитать энергию возбуждения. Так как бозонные параметры различаются для каждого рассматриваемого состояния, то энергии возбужденных состояний рассчитываются через полные энергии и сравнение их с энергией основного состояния (4.2.9).

После реализации данной процедуры происходит варьирование константы монополярного взаимодействия до согласия теоретического значения парной щели с экспериментальным значением. Кроме того, если для некоторого коллективного состояния для нескольких одночастичных уровней значения y_j оказываются отрицательными, то всю процедуру необходимо повторить с самого начала, начиная с основного состояния, принимая значение r несколько меньшим, а это неизменно приводит к большим значениям числа бозонов Ω .

Описанная процедура не зависит от стартовых значений бозонных средних, но влияет на скорость сходимости итерационного процесса при котором достигается самосогласование всех рассчитываемых амплитуд. Их значения зависят от используемых эффективных сил, параметров сферически-симметричного среднего поля и в меньшей степени от выбранного значения корреляций r . Последнее означает, что при меньшем значении r , например, необходимо использовать чуть большее значение квадрупольных сил. Энергии возбуждений при этом изменяются несущественно.

4.6 Основные результаты главы

Получены уравнения для фононных амплитуд в модифицированном КМ-СФ. На основе рассмотрения полной энергии, которая помимо бозонной части $(I|H_{\text{IBM}}(\tilde{\varepsilon}_d, \tilde{k}_1, k_2, C_L)|I)$ содержит энергии квазичастичного и фононного вакуумов, а также разницу химических потенциалов для возбужденных и основного состояний ядра с учетом числа частиц, \bar{E}_I . Бозонная часть этой суммы, как показывают расчеты и подтверждается другими авторами, по мере роста спина уменьшается. Зато вторая часть, в особенности за счет растущих блокирующих эффектов, растет. Это позволяет оба эти слагаемые перегруппировать таким образом, чтобы вторая часть оста-

валась неизменной на уровне, соответствующем основному состоянию. Бозонные параметры первой части при этом существенно стабилизируются. Данная процедура приводит к финальным наборам параметров бозонного гамильтониана, которые меняются плавно от состояния к состоянию.

Найдены критерии выбора меры корреляций в основном состоянии, которые остаются неизменными для всех рассматриваемых коллективных состояний в одном ядре.

Описана последовательность итерационных решений нелинейных уравнений для фононных и сверхтекучих амплитуд при удовлетворении ранее сформулированных условий, а именно сохранения числа частиц в среднем, целочисленного значения максимального числа бозонов в каждом состоянии и меры корреляций.

Глава 5

Бозонный оператор $E2$ -перехода

5.1 Бозонный оператор $E2$ -перехода и физические процессы, определяющие его параметры

В данном разделе рассмотрена совокупность процессов, определяющих параметры бозонного оператора квадрупольных переходов в представлении МВБ1. Описание абсолютных значений $B(E2)$ получено без введения эффективных зарядов.

Во многих работах, использующих бозонное описание коллективных состояний, при расчетах вероятностей ускоренных $E2$ -переходов использовались эффективные заряды для протонов ($\tau = p$) и нейтронов ($\tau = n$)

$$e_\tau = e\delta_{\tau,p} + \delta e. \quad (5.1.1)$$

Величина δe выбиралась в [76], [105], [106] примерно равной заряду протона (e). Необходимость введения δe для получения согласия теоретических вычислений с измеренными значениями $B(E2)$ обычно интерпретируют как следствие использования ограниченного одночастичного базиса и недостаточно полного учета различного рода многочастичных конфигураций. Ниже показано, что благодаря использованию практически полного одночастичного базиса связанных состояний и учету вклада неколлективных фононов, δe может быть принят равным нулю.

При вычислениях вероятности $E2$ -переходов в пространстве бозонных волновых функций может быть использован оператор $\hat{T}(E2)$, включающий как и гамильтониан до четырех операторов d -бозонов, что предлагалось ранее в [107] и [108]. Отметим, что его многобозонные компоненты могут

давать заметный вклад только в особых случаях, которые будут рассмотрены ниже при расчетах вероятностей вдоль ираст-полосы

$$\hat{T}(E2) = \hat{T}_0 + \sum_{i=1}^6 \hat{T}_i, \quad (5.1.2)$$

где \hat{T}_0 -оператор, введенный авторами модели [29], [30], [31], [33] и традиционно используемый при вычислениях вероятностей $E2$ -переходов

$$\hat{T}_0 = e^*(d^+s + s^+d + \chi_{E2}d^+d)^{(2)}. \quad (5.1.3)$$

Остальные компоненты $\hat{T}(E2)$, т.е. $\hat{T}_{1\div 6}$, могут быть получены как при учете последующих членов бозонного разложения, так и при рассмотрении вклада от неколлективных бозонов.

$$\hat{T}_1 = \sum_L e_1^*(L) \left(d^+(d^+d)^{(L)}s + s^+(d^+d)^{(L)}d \right)^{(2)}, \quad (5.1.4)$$

$$\hat{T}_2 = e_2^*(d^+d^+ss + s^+s^+dd)^{(2)}, \quad (5.1.5)$$

$$\hat{T}_3 = e_3^* \left(d^+(d^+d^+)^{(0)}s^3 + (s^+)^3(dd)^{(0)}d \right)^{(2)}, \quad (5.1.6)$$

$$\hat{T}_4 = \sum_{L,L'} e_4^*(L, L') \left((d^+d^+)^{(L)}(dd)^{(L')} \right)^{(2)}, \quad (5.1.7)$$

$$\hat{T}_5 = \sum_{L,L'} e_5^*(L, L') \left((d^+d^+)^{(L)}(d^+d)^{(L')}s^2 + (s^+)^2(d^+d)^{(L')}(dd)^{(L)} \right)^{(2)}, \quad (5.1.8)$$

$$\hat{T}_6 = \sum_{L,L'} e_6^*(L, L') \left((d^+d^+)^{(L)}(d^+d^+)^{(L')}s^4 + (s^+)^4(dd)^{(L')}(dd)^{(L)} \right)^{(2)}. \quad (5.1.9)$$

Здесь приведены упрощенные выражения для компонент $\hat{T}(E2)$, более корректные выражения должны учитывать, что все эти операторы обладают тем же свойством, что и фермионный оператор $E2$ -перехода, т.е. $\tau \left(\hat{T}(E2) \right)^+ \tau^{-1} = \hat{T}(E2)$, где τ – отражение времени. Верхний индекс в скобках означает мультипольность операторов. Схематическое представление процессов, определяющих значения параметров операторов (5.1.3)–(5.1.9), дано на рис. 5.1–5.6. При этом фермионный оператор $E2$ -переходов в квазичастичном представлении имеет вид

$$\begin{aligned} \hat{T}_F(E2) &= \frac{1}{\sqrt{5}} \sum_{12} \langle 1 || er^2 Y_2 || 2 \rangle (-1)^{l_2} \\ &\times \left(-\frac{1}{2} L_{12}^{(0)} (a_1^+ a_2^+ + a_2^- a_1^-) + M_{12}^{(0)} a_1^+ a_2^- \right)_p. \end{aligned} \quad (5.1.10)$$

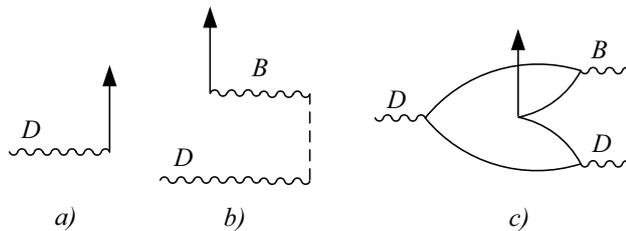


Рис. 5.1: Графическое представление процессов, определяющих параметр e^* , входящий в оператор \hat{T}_0 : волнистая линия соответствует фону, состоящему из двух квазичастиц, сплошная — квазичастица, пунктирная вертикальная линия — взаимодействие, вертикальная сплошная линия со стрелкой означает испускание или поглощение квадрупольного кванта.

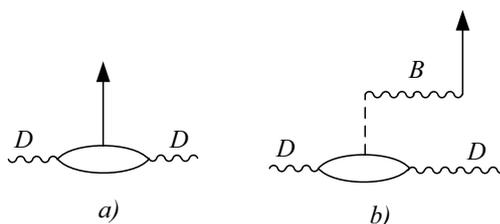


Рис. 5.2: Графическое представление процессов, определяющих параметр χ_{E2} , входящий в оператор \hat{T}_0 . На рис. *a* изображено рассеяние D -фона на $E2$ -кванте. На рис. *b* представлен эффект первого порядка — рождение промежуточного квадрупольного неколлективного фона и его аннигиляция при испускании (поглощении) кванта.

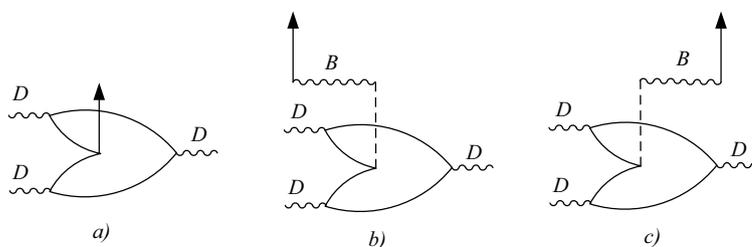


Рис. 5.3: Процессы, определяющие $e_1^*(L)$, в операторе \hat{T}_1 (помимо прямого распада одного из фононов), соответствующие превращению двух D -фононов в один. Процесс на рис. *a* соответствует прямому распаду, процессы на рис. *b* *c* — эффекты первого порядка по взаимодействию с учетом распада (уничтожения) промежуточного фона при излучении.

Помимо представленных рисунков возможны обратные процессы, которые могут быть получены зеркальным отображением относительно линии излучения (вертикальная линия со стрелкой).

Процессы, описываемые оператором $e^*(d^+s + s^+d)$, входящим в \hat{T}_0 , представлены графически на рис. 5.1. Они включают рождение (уничтоже-

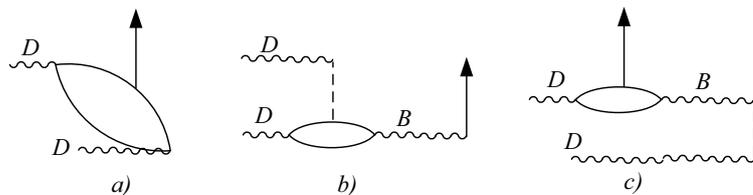


Рис. 5.4: Процессы, определяющие e_2^* , в операторе \hat{T}_2 , соответствующему распаду двух D -фононов в бесфононное состояние. Процесс рис. *a* соответствует прямому распаду, процессы на рис. *b c* — эффекты первого порядка по взаимодействию с учетом промежуточного фонона.

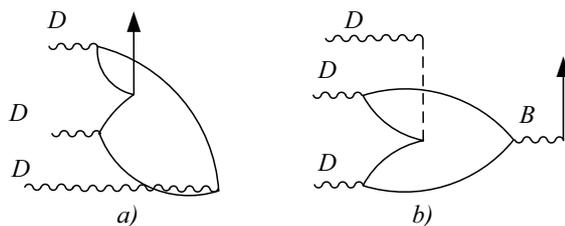


Рис. 5.5: Аналогичные процессы, но соответствующие распаду трех D -фононов в бесфононное. Оба представленных матричных элемента определяют e_3^* в операторе \hat{T}_3 .

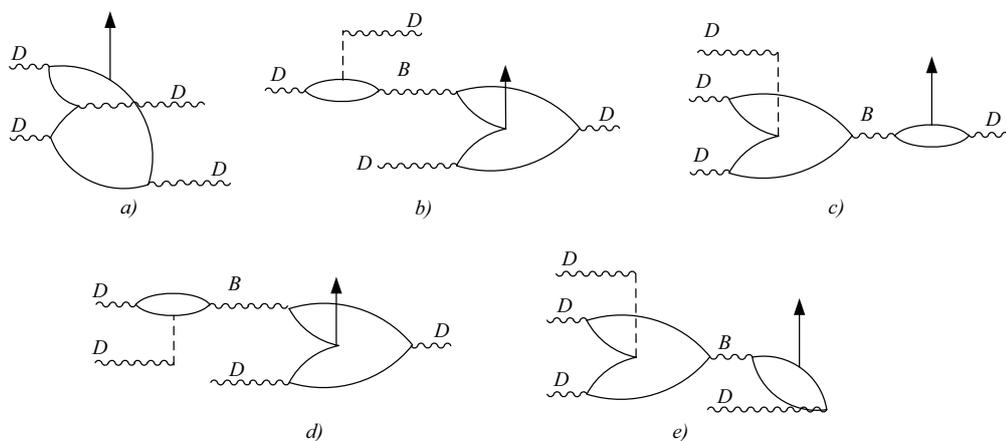


Рис. 5.6: Процессы рис. *a* и *b*, используемые для расчета $e_4^*(L, L')$, в операторе $\hat{T}_4(L, L')$, рис. *c* и *d* для расчета $e_5^*(L, L')$ в операторе \hat{T}_5 , рис. *e* для расчета $e_6^*(L, L')$ в операторе \hat{T}_6 для распада соответственно двух D -фононов в два же, трех в один и наконец четырех в бесфононное состояние.

ние) D -фонона при поглощении (испускании) $E2$ -кванта, а также процессы первого порядка по взаимодействию, которые происходят за счет эффекта "поляризации вакуума", рассмотренного ранее. При расчете всех этих процессов имеет большое значение полнота одночастичного базиса. Представленные расчеты включают практически все связанные состояния. Роль одночастичных уровней из сплошного спектра на фононные нижайшие со-

стояния незначительна. Суммы по промежуточным неколлективным фононам включают все фононы, которые могут быть построены из используемых одночастичных состояний. Основной вклад в e^* дает процесс на рис. 5.1a. Процесс на рис. 5.1b вносит заметную долю в e^* ($\sim 20\%$), что весьма важно для отказа от введения эффективных зарядов. Последний процесс на рис. 5.1c из-за пересвязки угловых моментов дает менее существенный вклад по сравнению с предыдущими процессами. Вклады этих процессов в e^* примерно одинаковы для рассматриваемых ядер. Так для ^{128}Ce они соответственно равны 6.22; 1.18; -0.11 и 5.74; 1.30; -0.10 ($e \cdot \text{фм}^2$) для ^{124}Xe .

В параметр χ_{E2} , содержащийся в \hat{T}_0 (5.1.3), вносят вклады два процесса: рассеяние D -фонона на $E2$ -кванте (рис. 5.2a) и рождение промежуточного квадрупольного неколлективного фонона (эффект первого порядка), который исчезает при испускании кванта (рис. 5.2b). Имеет место также обратный процесс рождения неколлективного фонона, что может иллюстрировать зеркальное отражение рис. 5.2b. Вклады этих процессов (рис. 5.2a и 5.2b) в значение параметра χ_{E2} соответственно равны -0.066 и -0.049 для ^{128}Ce и -0.031 ; -0.021 для ^{124}Xe .

При теоретическом описании вероятностей переходов вдоль ираст-полосы большую роль играет оператор \hat{T}_1 . В [109], [119] было отмечено, что значения $B(E2)$ вдоль ираст-полосы для ряда ядер и, в частности, для ^{118}Te имеют тенденцию к постоянному росту, что не может быть объяснено только оператором \hat{T}_0 , который содержит обрезаящий фактор $\sqrt{1 - \hat{n}_d/\Omega}$ (в этом проявляется роль s -бозонов). Поэтому, объяснение роста $B(E2)$ вдоль ираст-полосы можно было бы получить либо допуская рост максимального числа d -бозонов Ω с ростом спина, либо вообще исключая этот обрезаящий фактор из оператора \hat{T}_0 . Если же принимается во внимание оператор \hat{T}_1 , включающий \hat{n}_d ($((d^+d)^{(0)}) \sim \hat{n}_d$), см. (5.1.4), то он отчасти компенсирует уменьшение матричного элемента $E2$ -перехода с ростом спина. Процессы, определяющие $e_1^*(0)$ (рис. 5.3), включают как непосредственное превращение двух D -фононов в один (рисунок, соответствующий обратному процессу не приведен), а также процессы с участием промежуточного квадрупольного неколлективного фонона (графики, соответствующие обратным процессам также не приводятся). Для ^{128}Ce относительные вклады в $e_1^*(0)$ процессов на рис. 5.3a, b и c соответственно равны 1; -0.18 ; -0.41 . Несмотря на некоторую компенсацию приравнивание матричных элементов в бозонном и фермионном пространствах дает вполне ощутимое значение, близкое для всех рассмотренных изотонов с $N = 70$ ($e_1^*(0) = 0.86$ для ^{128}Ce и $0.81 e \cdot \text{фм}^2$ для ^{124}Xe).

В параметр e_2^* , содержащийся в \hat{T}_2 (5.1.5), вносят вклады три процесса. Рассеяние D -фонона на $E2$ -кванте (рис. 5.4a) с последующим поглощением

ем двух квазичастиц φ -компонентой второго D -фонона. Примешивание к двум D -фононам одного B -фонона и его последующего распада (рис. 5.4b). Наконец, рассеяние D -фонона на $E2$ -кванте и связывание остатка с другим фононом за счет эффекта "поляризации вакуума" с бесфононным состоянием (рис. 5.4c). Вклады всех трех процессов (рис. 5.4a, b и c) в параметр e_2^* соответственно равны -0.0007 , -0.0022 и -0.0011 для ^{128}Ce и -0.0005 , -0.0014 ; $-0.0010 e \cdot \text{фм}^2$ для ^{124}Xe , т.е. e_2^* слишком мал, чтобы учитывать его в расчете вероятностей. Отметим однако, что основной вклад в данный параметр дают процессы, включающие первый порядок по взаимодействию.

Два процесса, представленные на рис. 5.5, определяют параметр e_3^* , содержащийся в операторе \hat{T}_3 (5.1.6). Этот оператор обеспечивает трехфононный распад, отсутствующий при использовании в МВБ1 стандартного оператора $E2$ -перехода. Первый из этих процессов (рис. 5.5a) соответствует аннигиляции двух квазичастиц из разных фононов, приводящей к излучению, остальные две квазичастицы поглощаются φ -компонентой третьего D -фонона. Во втором процессе (рис. 5.5b) три фонона за счет взаимодействия превращаются в B -фонон, который и приводит к излучению. Эти процессы дают вклады в соответствующий параметр, как правило, примерно одного порядка. Член \hat{T}_3 (5.1.6) приводит к уменьшению вероятностей $E2$ -переходов в ираст-полосе в среднем на два процента. В приведенных ниже результатах расчета он не учитывается.

Еще меньшие значения получаются для параметров e_4^* , e_5^* , e_6^* в операторах \hat{T}_{4-6} . Их графическое представление дано на рис. 5.6. Хотя их роль, как и операторов $\hat{T}_{2,3}$, может быть проявлена в вибрационных ядрах, где благодаря этим операторам могут быть сняты запреты для $E2$ -переходов по изменению числа d -бозонов.

При микроскопическом расчете [115] параметров бозонного гамильтониана было выяснено, что для каждого из состояний параметры сверхтекучести и фононные амплитуды плавно меняются с ростом энергии коллективных состояний. Поэтому значения параметров оператора $E2$ -переходов также отличаются для разных состояний. Однако эти различия для состояний, связанных $E2$ -переходом, не столь существенны, что позволяет рассчитывать значения $B(E2)$.

Для переходов вдоль ираст-полосы наиболее важными являются операторы, пропорциональные параметрам e^* , χ_{E2} , и $e^*(0)$. Остальные члены в (5.1.4 — 5.1.9) в этом случае играют заметно меньшую роль. Поэтому ограничиваемся только одним дополнительным членом к $E2$ -оператору по отношению к тому, что традиционно используется в МВБ1. В результате

используемый в расчетах оператор имеет вид

$$\hat{T}(E2) = e^* (d^+ s + s^+ d + \chi_{E2} d^+ d)^{(2)} + e_0^* (s^+ (d^+ d)^{(0)} d + d^+ (d^+ d)^{(0)} s)^{(2)}. \quad (5.1.11)$$

5.2 Основные результаты главы

Рассмотрено множество бозонных операторов, на которые отображается квадрупольный фермионный оператор, соответствующий квадрупольным переходам. При этом помимо прямого отображения рассмотрено множество процессов с учетом первого порядка по взаимодействию, где рассматриваются неколлективные фононы. Эффекты, соответствующие поляризации фононного вакуума, оказываются весьма важными для того, чтобы воспроизводить наблюдаемые значения $B(E2)$ не вводя эффективных нуклонных зарядов при наличии достаточно малых корреляций. Среди прочих бозонных операторов интересно выделить тот, который заметно уменьшает обрезание значений $B(E2)$ вдоль полос. Этот эффект часто наблюдается на эксперименте, когда не происходит пересечения полос.

Глава 6

Результаты расчетов в самосогласованной схеме

6.1 Результаты для изотонов с $N=70$

Первое методичное рассмотрение цепочки ядер в рамках представленной микроскопической версии МВБ было связано с изотонами $N = 70$. Как уже говорилось ранее, полученная система уравнений для u , v , ψ , φ и амплитуд бозонной волновой функции в каждом состоянии является нелинейной и решается методом последовательных приближений. Поэтому можно говорить о выполненном тройном самосогласовании: по боголюбовским параметрам u , v ; по фоновым амплитудам ψ , φ ; по бозонному составу волновых функций (или по средним значениям шести комбинаций бозонных операторов (2.1.12), которые входят в гамильтониан МВБ).

В ядрах Хе, Ва и Се в соответствии с расчетом оказалось $\Omega = 13$, а для ^{122}Te максимальное число бозонов равно 11. Эти значения больше стандартных, принимаемых в МВБ для данных ядер, которые определяются как полусумма числа протонных частиц и нейтронных дырок и равны соответственно 7, 8, 9 и 10 по мере роста числа протонов. Такое превышение используемых значений Ω над "каноническими" значениями связано с учетом в микроскопической теории возможности переброса частиц из заполненных оболочек в валентную и из валентной в незаполненную верхнюю, что эффективно расширяет число квазичастиц, участвующих в формировании коллективных состояний. Существенную роль здесь играет введение члена регулятора R (4.4.1) в функционал фононной задачи (2.10.6), (2.5.6).

Выполненные расчеты параметров МВБ в первом порядке по теории возмущений приводят к значениям для C_L , ответственных за взаимодействие фононов в двухфононном триплете ($L = 0, 2, 4$ — моменты двухфононных состояний), существенно превышающим феноменологические.

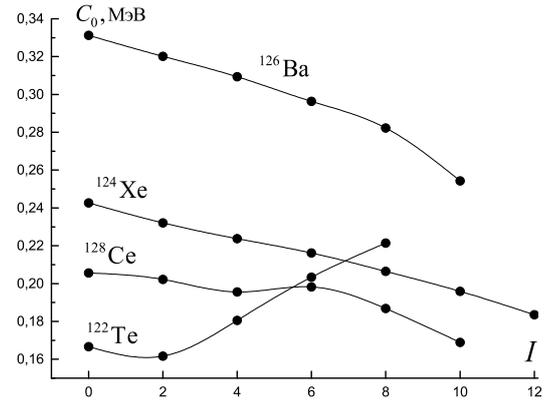
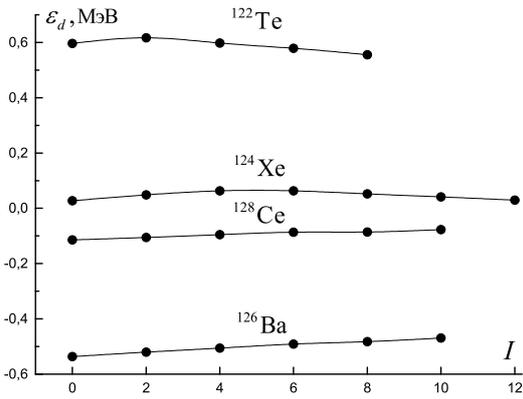


Рис. 6.1: Параметр гамильтониана МВБ ε_d , полученный в результате самосогласования для каждого коллективного состояния ираст-полосы в указанных ядрах. Рис. 6.2: То же самое, но для C_0 .

Поэтому для расчета бозонных параметров дополнительно был выполнен учет следующих порядков по взаимодействию, описанный в параграфах 2.8 и 2.9. Это привело к перенормировке параметров за счет примеси к коллективным состояниям (однофононным (D) и двух-фононным ($(DD)^{(L)}$)) неколлективных состояний, каждая компонента которых содержит только один неколлективный фонon (B) с различной мультипольностью и всевозможное количество D фононов (BD^n). Учет этой примеси сближает теоретические и феноменологические значения C_L . Для достижения этого на первом этапе расчетов приходилось вводить фактор усиления матричных элементов $\langle BD^{n'} | H | (D^+)^n \rangle$, определяющий перенормировки, примерно равный $\sqrt{2}$. В последующем столь кардинальный шаг удалось преодолеть за счет уточнения значений нормировки трех D -фононных состояний. Они оказались существенно меньше соответствующих трех d -бозонных нормировок. Это демонстрирует табл. А.1 в Приложении А. Данное уточнение позволило существенно увеличить значения м.э. $\langle BD^{n'} | H | (D^+)^n \rangle$. Вариации их значений теперь не более 10%.

Значения параметров МВБ, полученные в результате проведенной процедуры расчетов приведены на рис. 6.1 — 6.4. Собственно рассчитанными параметрами являются ε_d , k_1 , C_L , Ω . Параметр k_2 , значения которого сильно зависят от взаимного расположения одночастичных уровней, взят при рассмотрении данной изотонической цепочки из феноменологического анализа.

Из приведенных на рис. 6.1 — 6.4 значений параметров ε_d и C_L видно, что они не претерпевают существенных изменений с ростом спина. Это позволяет произвести их усреднение по всем состояниям и эти значения приведены в табл. 6.1.

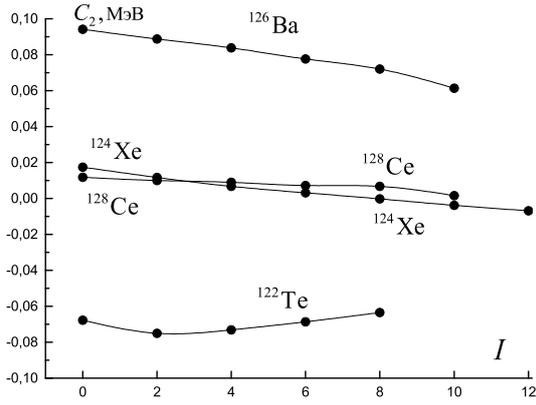


Рис. 6.3: То же самое, но для C_2 .

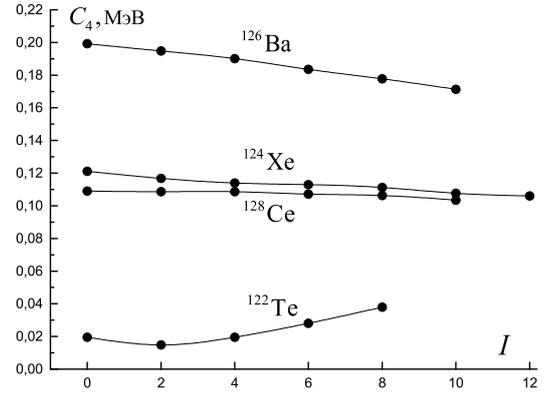


Рис. 6.4: То же самое, но для C_4 .

Таблица 6.1: Усредненные значения теоретических значений параметров гамильтониана для ядер с $N = 70$ в МэВ и Ω .

Ядро	ε_d	k_1	k_2	C_0	C_2	C_4	Ω
^{122}Te	0.600	-0.0407	0.013	0.178	-0.0731	0.0192	11
^{124}Xe	0.0549	-0.0526	0.0055	0.220	0.0052	0.1134	13
^{126}Ba	-0.500	-0.0648	0.0124	0.304	0.0814	0.1874	13
^{128}Ce	-0.0896	-0.0474	0.019	0.193	0.0062	0.1052	13

При расчете параметра однобозонной энергии ε_d важна процедура, описанная в разделе 4.2, посвященная перераспределению изменяемой части энергии квазичастично-фононного вакуума в зависимости от спина состояний по параметрам гамильтониана МВБ. Это приводит к тому, что в финальных значениях параметра ε_d сильно ослабляется тенденция к его уменьшению с ростом спина, полученного после перенормировки. Эта же процедура позволяет оставлять неизменным параметр k_1 для всех спинов. Остальные параметры при этой процедуре не изменяются, сохраняя зависимость от спина состояний.

Расчетные значения энергий возбужденных состояний с переменными значениями параметров ε_d и C_L даны на рис. 6.5 – 6.8 и обозначены как "теор.1". Они находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными значениями энергий возбужденных состояний для основной, гамма- и бета-полос. Расчетные энергии с усредненными параметрами также приведены на тех же рисунках, они обозначены как "теор.2". Произведенное усреднение приводит нас к обычной версии МВБ, где параметры неизменны для всех состояний. Однако при этом следует иметь в виду, что за постоянством параметров скрывается изменение сверхтекучих свойств, что демонстрировалось ранее.

Переходим к результатам расчетов значений $B(E2)$ для ^{122}Te , ^{124}Xe ,

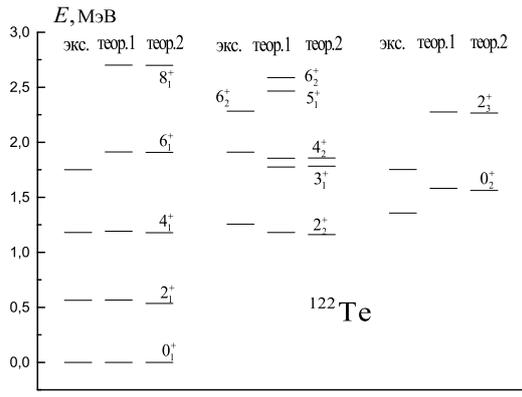


Рис. 6.5: Экспериментальные и теоретические значения коллективных состояний в ^{122}Te . Обозначения приведены в тексте.

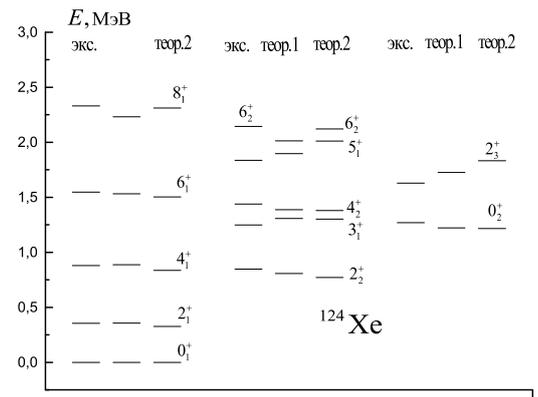


Рис. 6.6: То же самое для ^{124}Xe .

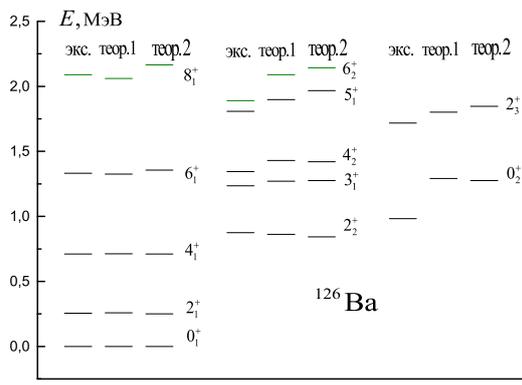


Рис. 6.7: То же самое для ^{126}Ba .

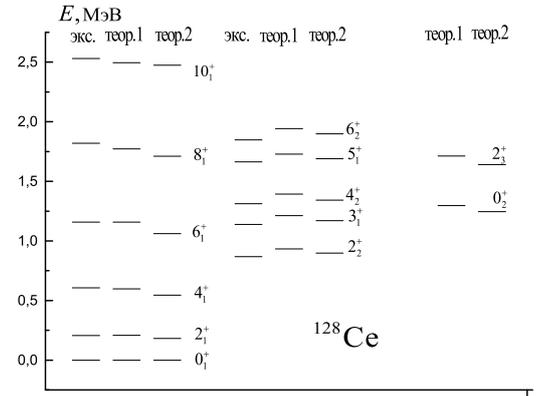


Рис. 6.8: То же самое для ^{128}Ce .

^{126}Ba и ^{128}Ce .

Так как было установлено, что параметры сверхтекучести (u , v) и фоннные амплитуды (ψ , φ) достаточно плавно изменяются с ростом энергии коллективных состояний, то значения $E2$ -параметров: e^* , χ_{E2} , e_0^* , которые вычислены с учетом процессов, рассмотренных в предыдущей главе, будут не сильно отличаться для соседних состояний, связанных $E2$ -переходом.

Для упрощения расчетов использовались два типа приближений. Во-первых, учитывалось, что различия (u , v) и (ψ , φ) в соседних состояниях не велики. Поэтому $E2$ -параметры рассчитывались дважды: для верхнего и нижнего уровней. Эти результаты усреднялись, а отклонение от среднего рассматривалось как теоретическая погрешность этого приближения. В этом случае результаты вычислений $B(E2)$ (теор.1) для изотонической цепочки $N = 70$ приведены на рис. 6.9 – 6.12. Погрешность теоретических

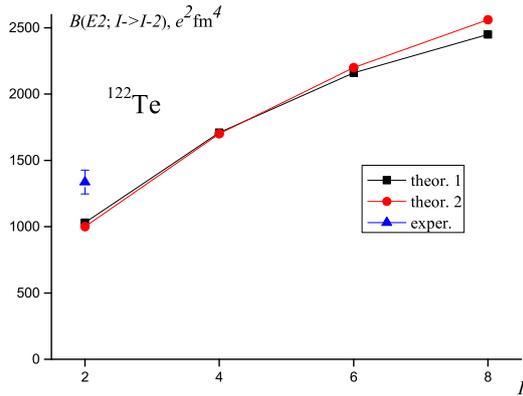


Рис. 6.9: Значения $B(E2)$ в зависимости от спина состояний ираст-полосы для ^{122}Te , экспериментальные данные из работы [110].

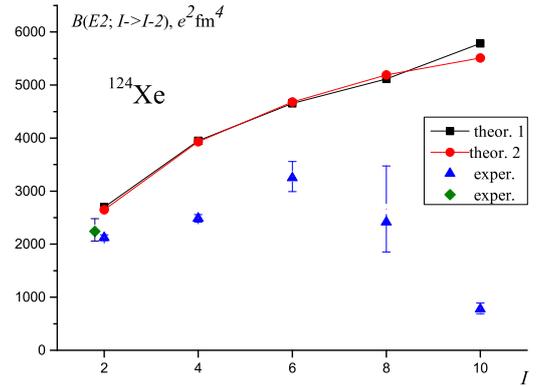


Рис. 6.10: То же самое для ^{124}Xe , эксперимент из [111], [112] (для одного перехода).

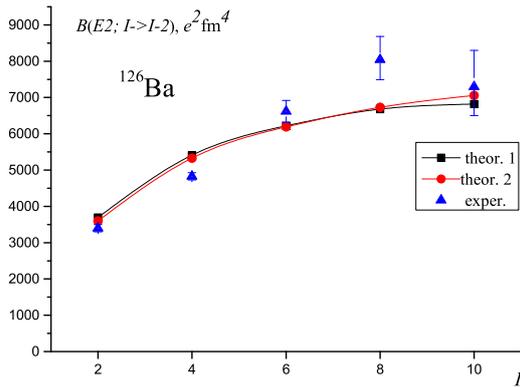


Рис. 6.11: То же самое для ^{126}Ba , эксперимент из [113].

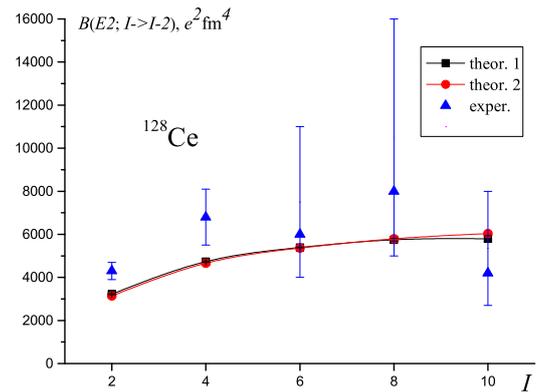


Рис. 6.12: То же самое для ^{128}Ce , эксперимент из [114].

значений $B(E2)$ при этом не превышает одного процента.

Второй тип приближенных расчетов состоит в усреднении $E2$ -параметров, как и параметров гамильтониана МВБ, по всем рассматриваемым состояниям в каждом ядре. Теоретические значения $B(E2)$, полученные с этими усредненными параметрами, обозначены на соответствующих рисунках как теор. 2. Сравнение значений, полученных двумя способами (теор.1 и теор.2), показывает, что они довольно близки, но их различие характеризует вариацию амплитуд (u, v) и (ψ, φ) вдоль ираст-полосы.

Как следует из рис. 6.9 – 6.12, теория дает для ^{124}Xe значения $B(E2)$ явно больше экспериментальных. Для ^{122}Te , ^{126}Ba и ^{128}Ce имеет место разумное согласие теории с экспериментом.

Представленные результаты вычислений позволяют сделать первые вы-

воды. Как видно, предложенная схема теоретического описания коллективных состояний позволяет на единой основе описать спектр как вибрационного (или мягкого) ядра ^{122}Te с энергией первого 2^+ -уровня $E = 0.56$ МэВ, так и ^{128}Ce ($E = 0, 21$ МэВ), примыкающего к деформированным ядрам, а также позволяет на единой основе рассчитать абсолютные значения приведенных вероятностей $E2$ -переходов. Значения $B(E2)$ при этом меняются от 1330 до 3400 $e^2 \cdot \text{фм}^4$, что также характеризует переход от вибрационного характера ираст-полосы к ротационному. Это демонстрирует возможность развиваемой теории.

Помимо основной полосы успешно описывается и гамма-полоса. Бета-полосы описываются, но менее удовлетворительно. Если для ^{122}Te расчетные значения этой полосы явно завышены (на 0,22 МэВ), то для ^{124}Xe описание адекватно. В ^{126}Ba энергия состояния со спином 0^+ , $E = 0, 983$ МэВ, не воспроизводится, но описание следующего состояния этой полосы (2_3^+) вполне удовлетворительно. Более корректное описание возбужденных состояний со спином 0^+ требует учета связи коллективных состояний квадрупольного типа и парных вибраций в явном виде. Разработанная схема самосогласованных расчетов дает значения параметров гамильтониана МВБ1, отличающихся для разных состояний. Однако эти различия не велики, что позволяет перейти к усредненным значениям параметров и тем самым соотнести теоретические значения параметров с их феноменологическими значениями. Было найдено, что квазичастичные фоновые амплитуды мало изменяются с энергией возбуждения и спином (по крайней мере до спинов $I \leq 8^+$), то есть подтверждается гипотеза МВБ о примерном постоянстве микроскопической структуры D -фона (образа d -бозона), которая ранее не проверялась. Приблизительное постоянство структуры D -фона позволяет рассчитывать не только квадрупольные моменты состояний, но и вероятности переходов между ними. Тем не менее в работе показано, что за постоянством параметров МВБ для разных состояний скрываются некоторые изменения в сверхтекучих и коллективных квадрупольных свойствах с ростом энергии и спина. Так как в представленных расчетах параметр k_2 определялся феноменологически, то вопрос о возможности описания бета- и гамма-полос следует уточнить после того, когда и этот параметр будет определяться микроскопически.

Представленные результаты расчетов $B(E2)$ были получены без использования свободных параметров, помимо тех, что использовались для расчета энергий в [115]. При этом эффективный заряд не вводился, а расчеты осуществлялись в сферическом базисе одночастичных состояний.

6.2 Влияние параметров среднего поля на свойства коллективных состояний через параметр гамильтониана МВБ k_2

От значения параметра гамильтониана МВБ k_2 сильно зависит бозонная структура коллективных состояний. Это особенно сильно проявляется в положении 0_2^+ , 2_2^+ , 3_1^+ , т.е. внеиррастных состояний. Также от значения данного параметра сильно зависят вероятности межполосных переходов и теоретические значения квадрупольных моментов. Связано это с тем, что соответствующий член гамильтониана связывает коллективные состояния, отличающиеся одним квадрупольным бозоном. В свою очередь k_2 в первом приближении (2.1.18) определяется фактором $M_{ij}^{(0)} = u_i u_j - v_i v_j$, что делает его сильно зависящим от относительного расположения одночастичных уровней. Эта зависимость сохраняется и при учете следующих порядков по взаимодействию. Основной вклад в параметр k_2 дает взаимодействие между одним и двумя D -фононами, которое иллюстрируется рис. 2.8a, b. Процесс на рис. 2.8b возможен из-за того, что при том способе определения (u, v) , который описан в разделе 3.1, в фермионном гамильтониане автоматически не исчезает слагаемое $H_{20+02} \sim a_1^+ a_1^+ + a_1 a_1^-$, как это имеет место при минимизации только энергии квазичастичного вакуума. Очевидно, что это слагаемое может приводить к уничтожению двух квазичастиц в соответствии с рис. 2.8a, b.

Процесс взаимодействия на рис. 2.8a включает фактор $M^{(0)}$, о котором говорилось, что он весьма чувствителен к расположению одночастичных уровней. Взаимодействие на рис. 2.8b содержит фактор $(\varepsilon_1 - \lambda)2u_1 v_1 - \Delta(u_1^2 - v_1^2)$, который в стандартной теории равен нулю ($\varepsilon_1 - \lambda$ — энергия одночастичного уровня "1", отсчитанного от химического потенциала, Δ — парная щель). В нашем случае этот фактор очень мал для основного состояния, но возрастает вдоль ираст-полосы. На рис. 2.8c — g представлены процессы второго порядка по взаимодействию, которые перенормируют значения параметра k_2 .

Чтобы продемонстрировать высокую чувствительность параметра k_2 к расположению одночастичных уровней выполнялось варьирование глубины спин-орбитального взаимодействия V_{is} в одночастичном потенциале посредством введения, также как в [90], дополнительного параметра α , (т.е. теперь глубина этих сил есть αV_{is}). Остальные параметры среднего поля, включая V_{is} , взяты такими же как в [97]. На рис. 6.13 показана зависимость k_2 от α для ^{122}Te при фиксированных параметрах эффективных двух-нуклонных сил, которые обсуждались ранее. Вклад различных процессов (рис. 2.8) в k_2 для ^{124}Te дан в табл. 6.2, которая показывает, что k_2

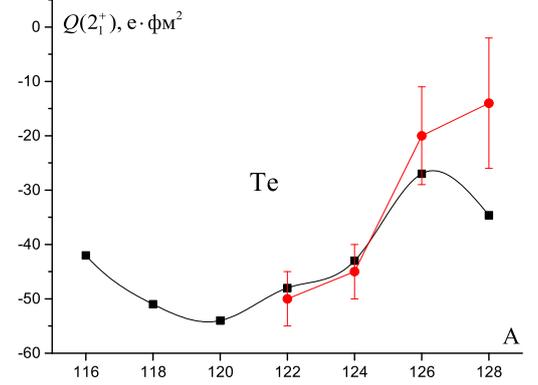
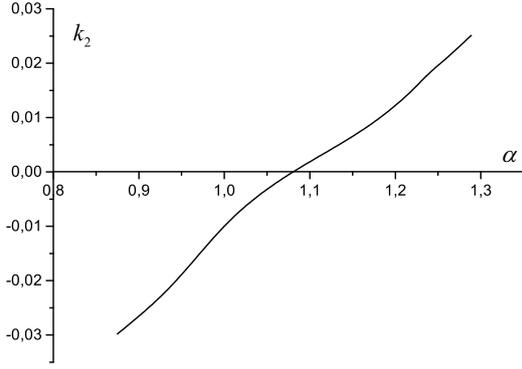


Рис. 6.13: Зависимость параметра гамильтониана k_2 (МэВ) от α для ^{122}Te . Рис. 6.14: Экспериментальные и теоретические значения квадрупольного момента 2_1^+ -состояния $Q(2_1^+)$ для изотопов Te в зависимости от A.

Таблица 6.2: Вклады различных процессов, рис. 2.8, в значения параметра k_2 для состояний ираст-полосы в ^{124}Te ($\Omega = 14$, $\alpha = 1$). Значения приведены в МэВ.

I^π	рис. 2.8a	рис. 2.8b	рис. 2.8c, d, e	рис. 2.8f, g	$k_2\sqrt{\Omega - 1}$
0^+	0.06056	-0.0088	0.0100	0.0209	0.0827
2^+	0.0616	-0.0078	0.0109	0.0178	0.0825
4^+	0.0669	-0.0056	0.0124	0.0165	0.0902
6^+	0.0751	-0.0031	0.0133	0.0166	0.1019
8^+	0.0844	-0.0017	0.0136	0.0190	0.115
10^+	0.0913	-0.0042	0.0125	0.0203	0.120

изменяется при увеличении спина в ираст-полосе.

Численные значения параметра α определялись по экспериментальным значениям $Q(2_1^+)$ (рис. 6.14), для остальных изотопов — по значениям $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$. Эта возможность обусловлена тем, что величина $Q(2_1^+)$ фактически пропорциональна k_2 и имеет противоположный знак. Спектр энергий ираст-состояний в изотопах теллура с $A = 116 - 128$ довольно близок к $O(6)$ пределу МВБ1. Это означает, что главный вклад в волновую функцию 2_1^+ дают состояния с нечетным числом бозонов, равным 1, 3 и т.д.. Примесь состояний с четным числом d -бозонов может быть оценена по теории возмущений, что дает, например, для амплитуды двухбозонной примеси $-k_2\sqrt{2(\Omega - 1)} \times (E_2 - E_1)^{-1}$, E_2 и E_1 — энергии соответственно двух и одного d -бозона.

Оператор квадрупольного момента в МВБ1, \hat{Q} , выражается обычным образом через оператор $E2$ -перехода $\hat{T}_{\mu=0}(E2)$; $\hat{Q} = 4\sqrt{\pi/5}\hat{T}_{\mu=0}(E2)$, оператор $\hat{T}_{\mu}(E2)$ определен в (5.1.11). Так как величина χ_{E2} в изотопах Te до-

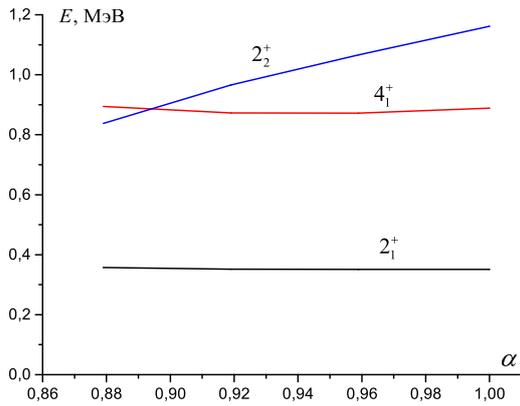


Рис. 6.15: Зависимость $E(2_2^+)$, $E(4_1^+)$, $E(2_1^+)$ от α для ^{124}Xe .

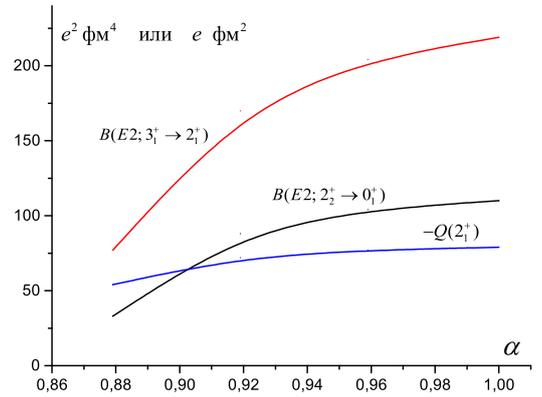


Рис. 6.16: Зависимость $B(E2; 2_2 \rightarrow 0_1)$, $B(E2; 3_1 \rightarrow 2_1)$ и $Q(2_1^+)$ от α для ^{124}Xe .

вольно мала, т.к. определяется в основном относительно небольшим вкладом протонов в D -фонон ($\chi_{E2} = -0.125$ для ^{122}Te), то квадрупольный момент $Q(2_1^+)$ сводится к матричному элементу перехода между компонентой волновой функции с одним и тремя d -бозонами и примесными (два и четыре d -бозона), т.е. $Q(2_1^+) = -k_2 q$, q – положительный численный коэффициент, содержащий e^* . Значение e^* (без введения нуклонных эффективных зарядов) находится в удовлетворительном согласии с экспериментальными значениями $B(E2)$. Тем самым, используя $Q(2_1^+)$, можно установить значение параметра α .

Во всех случаях, когда $\alpha > 1$, что соответствует большему спин-орбитальному расщеплению в одночастичных спектрах по сравнению с тем, которое установлено в [97] для нечетных ядер вблизи дважды магических $Z = 50$ и $N = 50, 82$. Однако, выбранные таким образом α не находятся в противоречии со спектрами соседних нечетно-нейтронных ядер, в которых уровни $\frac{1}{2}^+$, $\frac{3}{2}^+$, $\frac{11}{2}^-$ находятся на довольно близком расстоянии, не более 300 кэВ в широкой области значений числа нейтронов от 63 до 79. Рассчитанные одночастичные энергии дают большой интервал для уровней $3s_{1/2}$, $2d_{3/2}$, $1h_{11/2}$. Однако, при учете спаривания этот интервал должен сжаться и некоторое влияние на положение этих уровней должно оказать квазичастично-фононное взаимодействие.

Влияние глубины спин-орбитального потенциала αV_{ls} , от которого сильно зависит значение параметра k_2 в H_{IBM} сопровождается ростом плотности состояний ирраст-полосы, ростом энергий 2_2^+ -, 3_1^+ -коллективных состояний и одновременно ростом вероятностей межполосных $E2$ – переходов таких как $2_2^+ \rightarrow 0_1^+$, $3_1^+ \rightarrow 2_1^+$. Чтобы скомпенсировать влияние изменяющихся α (через k_2) на энергии ирраст-состояний осуществлялось изменение

квадрупольных сил (линейно с α), но не более, чем на 3%. Зависимость от α энергий ряда состояний, $E2$ -вероятностей и квадрупольного момента 2_1^+ -состояния приведена на рис. 6.15, 6.16. Такие зависимости позволяют определить значение α , чтобы в каждом из рассматриваемых ядер получить более или менее разумное согласие с экспериментом. Изменение глубины спин-орбитального взаимодействия может быть вызвано присутствием коллективных квадрупольных фононов (бозонов), что может вызвать изменение плотности нуклонов на границе ядра, а так как $V_{\text{is}} \sim \partial\rho/\partial r$, изменять его.

Исходя из этих условий и включая параметр k_2 в общий список микроскопически вычисленных параметров МВБ, этим самым полностью выводя коллективную модель из ее феноменологичности, были произведены вычисления свойств коллективных состояний в изотопах Те и Хе.

6.3 Результаты самосогласованных расчетов коллективных состояний изотопов Те и Хе со всеми вычисленными параметрами МВБ

Все расчеты параметров бозонного гамильтониана и бозонных зарядов в операторе $E2$ -переходов выполнялись с одночастичным базисом, включающим все связанные состояния и резонансные состояния, среднеквадратичный радиус для которых ≤ 10 фм. Потенциал Вудса–Саксона использовался с полностью отражающими стенками, радиусом приблизительно равным 7 радиусам ядра.

Матрицы частично-дырочных (ч-д) и частично-частичных (ч-ч) сил, входящие в вариационные уравнения факторизовались традиционным образом, т.е. как произведения матричных элементов одночастичных квадрупольных операторов с радиальной зависимостью в виде производной функции Вудса–Саксона по радиусу как в ч-д, так и в ч-ч каналах. Константа изоскалярных квадрупольных ч-д сил, $\kappa^{(2)}$, несколько варьировалась от изотопа к изотопу и в среднем составила ≈ 0.85 для изотопов Те (табл. 6.3) от изоскалярной константы, предложенной Бором и Моттельсоном [98]. Для изовекторной квадрупольной константы также использовалось значение из [98]. В соответствии с [22], [116], [117] константа квадрупольных ч-ч сил, $G^{(2)}$, была взята близкой $\kappa^{(2)}$ и одинаковой для нейтронов и протонов. Матричные элементы монопольных ч-ч сил полагались равными спаривательной константе, которая варьировалась относительно оценки $G_\tau = 18.4A^{-1}(1 + 0.37(N - Z)A^{-1}\tau)$, $\tau = -1$ для нейтронов и $\tau = 1$ для

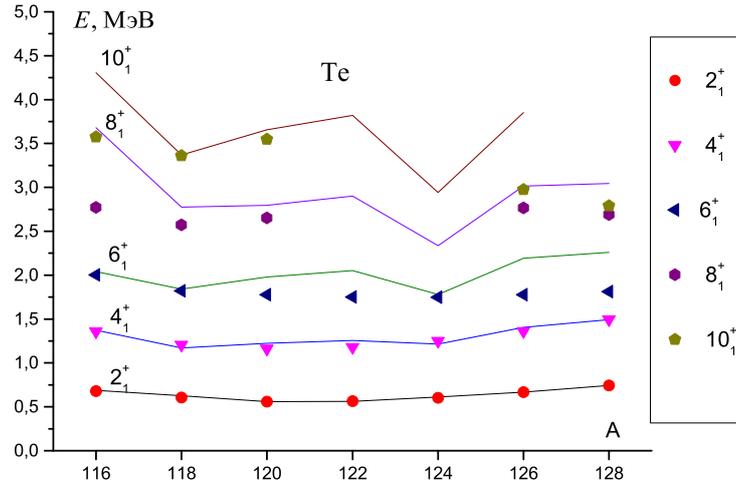


Рис. 6.17: Экспериментальные (символы) и расчетные значения энергий состояний ираст-полос в изотопах Те.

протонов, чтобы получить экспериментальные парные энергии.

Результаты расчетов энергий ираст-состояний для изотопов теллура с $A=116-128$ представлены на рис. 6.17. Как указывалось, бозонные параметры в представленных расчетах несколько изменяются от состояния к состоянию. Были произведены также вычисления энергий ираст-состояний с бозонными параметрами, найденными для основного состояния. Сравнение этого вычисления с теми, что получены для каждого состояния со спином I и приведенными на рис. 6.17, произведено в [91]. Был сделан вывод, что метод расчета параметров для каждого состояния дает до некоторой степени лучшее описание энергий с $I^\pi = 2^+, 4^+, 6^+$ в ^{124}Te (согласование по каждому состоянию в отдельности производилось для изотопов с массовыми числами $A=116, 118, 122, 124$, для остальных изотопов расчеты произведены с параметрами, найденными для основного состояния). Отметим,

Таблица 6.3: Константы ч-ч сил $G^{(2)}$ и изоскалярных ч-д $k^{(2)}$ в единицах, данных в [98], параметр усиления спин-орбитальной связи α и Ω для изотопов Те.

A	$G^{(2)}$	$k^{(2)}$	α	Ω	A	$G^{(2)}$	$k^{(2)}$	α	Ω
116	0.816	0.816	1.24	14	124	0.880	0.880	1	11
118	0.795	0.795	1.3	13	126	0.894	0.894	0.9	10
120	0.806	0.806	1.35	13	128	0.893	0.893	1	10
122	1.025	0.93	1.26	13					

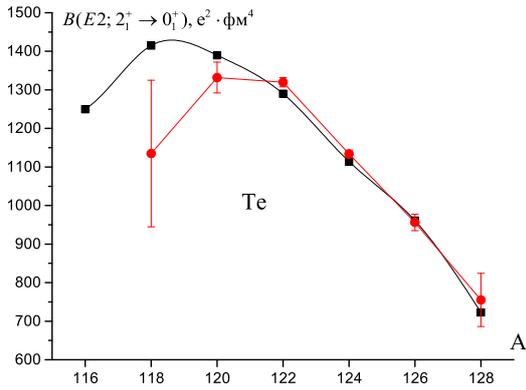


Рис. 6.18: Рассчитанные и экспериментальные [133] значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для всех рассмотренных изотопов Te.

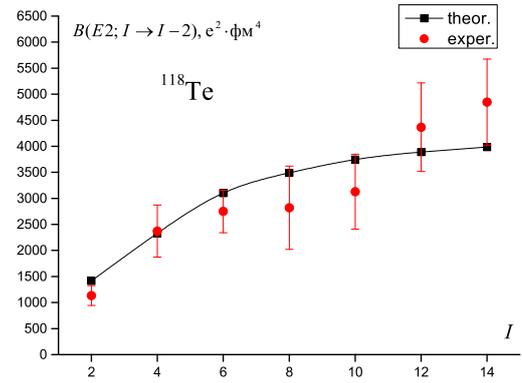


Рис. 6.19: Экспериментальные [119] и расчетные значения $B(E2)$ вдоль ираст-полосы для ^{118}Te .

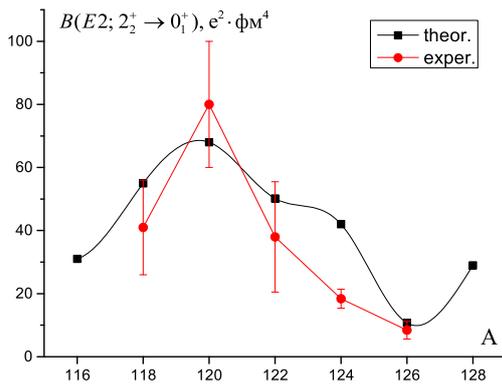


Рис. 6.20: Экспериментальные [133] и расчетные значения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ в изотопах Te.

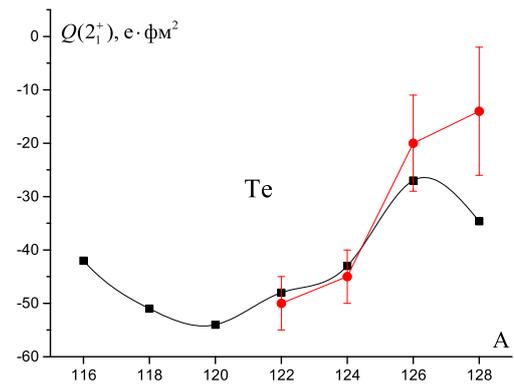


Рис. 6.21: Экспериментальные [133] и теоретические значения $Q(2_1^+)$ для изотопов Te в зависимости от A.

что $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, приведенные на рис. 6.18, оказываются примерно одинаковыми для двух способов расчета параметров.

Значения $B(E2; I + 2 \rightarrow I)$ вдоль ираст-полосы показаны для ^{118}Te на рис. 6.19. Корректность описания связана с наличием члена, пропорционального e_0^* в $E2$ -операторе (5.1.11). В то время как при $e_0^* = 0$ воспроизведение экспериментальных данных для этого ядра требовало увеличения Ω с ростом спина в [109]. Значения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ в зависимости от A представлены на рис. 6.20. Аналогично значения квадрупольных моментов $Q(2_1^+)$ приведены на рис. 6.21. Эти рисунки показывают, что используемый вариационный подход дает вполне приемлемое описание рассмотренных величин. Вычисленные энергии состояний вне ираст-полос, которые здесь не

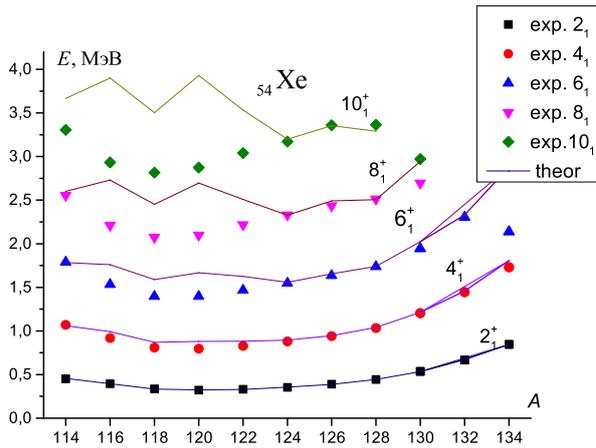


Рис. 6.22: Теоретические и экспериментальные энергии вращательных состояний в изотопах Хе.

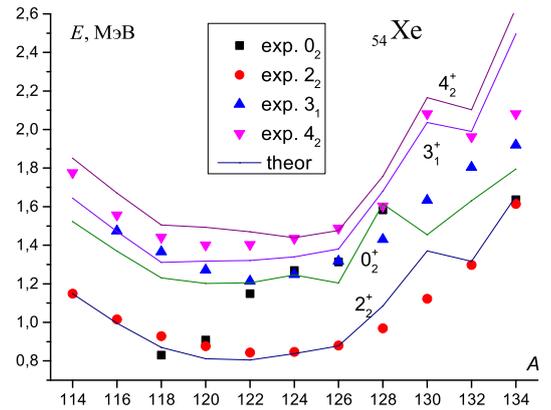


Рис. 6.23: Теоретические и экспериментальные энергии вне вращательных состояний в изотопах Хе.

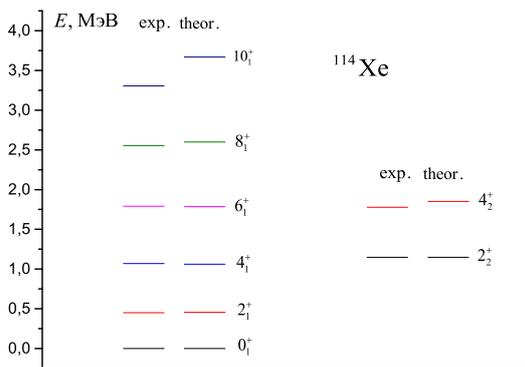


Рис. 6.24: Теоретические и экспериментальные энергии нескольких полос в ^{114}Xe .

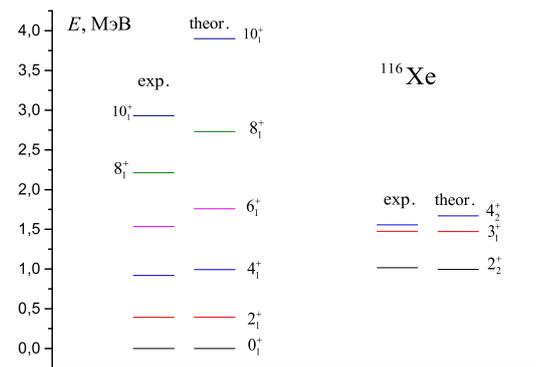


Рис. 6.25: То же самое в ^{116}Xe .

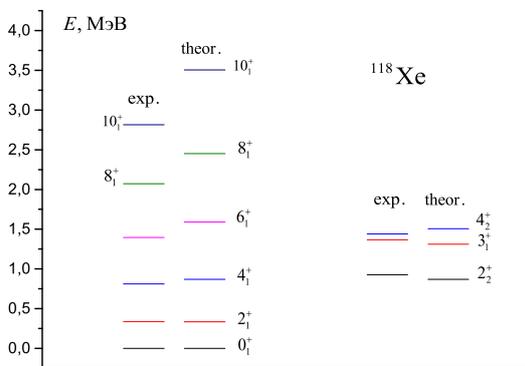


Рис. 6.26: То же самое в ^{118}Xe .

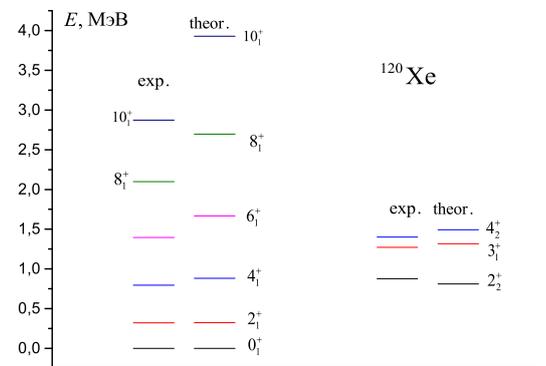


Рис. 6.27: То же самое в ^{120}Xe .

приводятся, находятся в разумном согласии с экспериментом.

Следующим объектом исследования была изотопическая цепочка Хе.

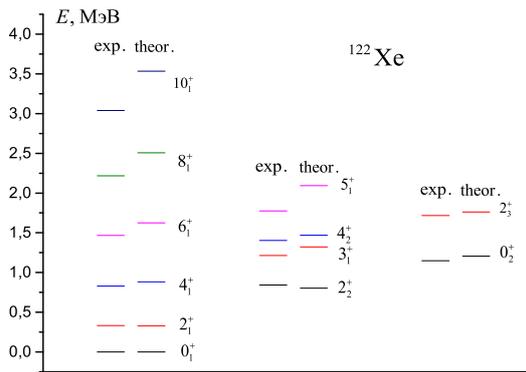


Рис. 6.28: То же самое в ^{122}Xe .

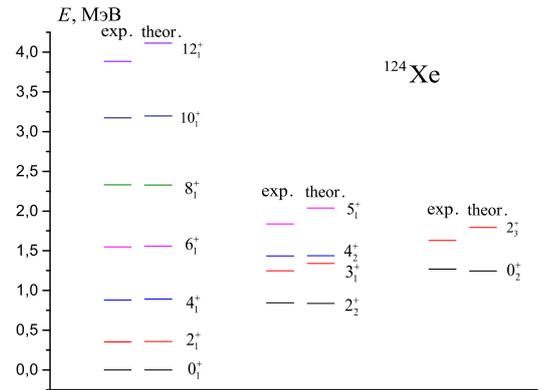


Рис. 6.29: То же самое в ^{124}Xe .

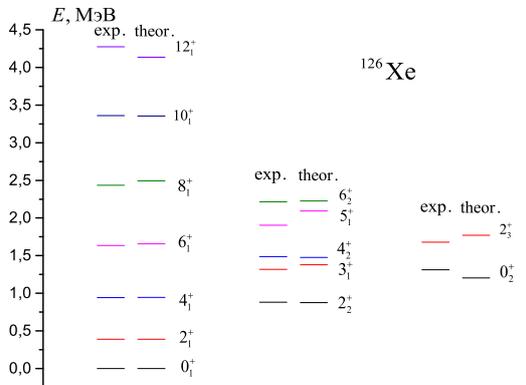


Рис. 6.30: То же самое в ^{126}Xe .

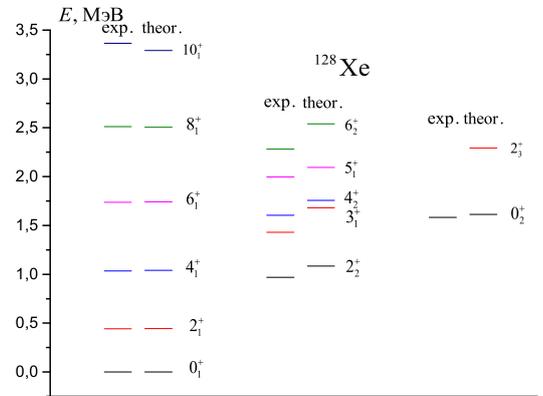


Рис. 6.31: То же самое в ^{128}Xe .

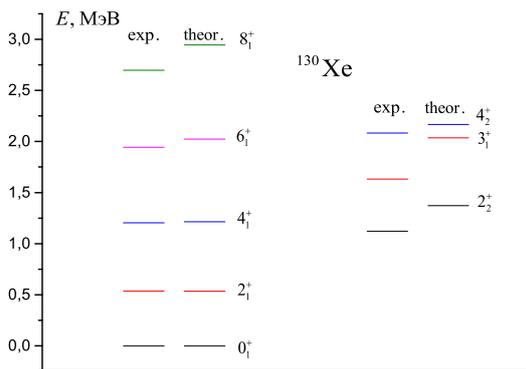


Рис. 6.32: То же самое в ^{130}Xe .

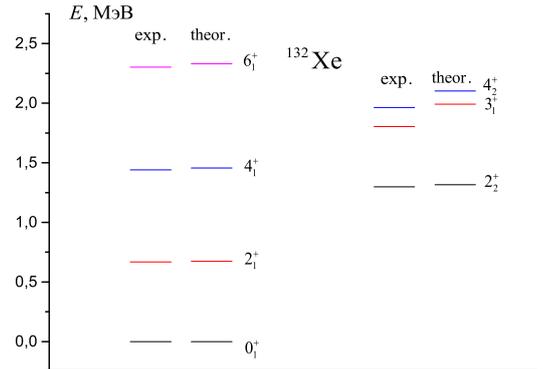


Рис. 6.33: То же самое в ^{132}Xe .

Для ядер этой цепочки параметр α , регулирующий глубину спин-орбитального взаимодействия варьировался в пределах $0.8 < \alpha < 1$ и его среднее значение оказалось равным $\alpha_{\text{average}} \simeq 0.9$.

На рис. 6.22 и рис. 6.23 сравниваются теоретические энергии состояний ирраст-полос и состояний 2_2^+ , 0_2^+ , 3_1^+ , 4_2^+ с экспериментальными значениями.

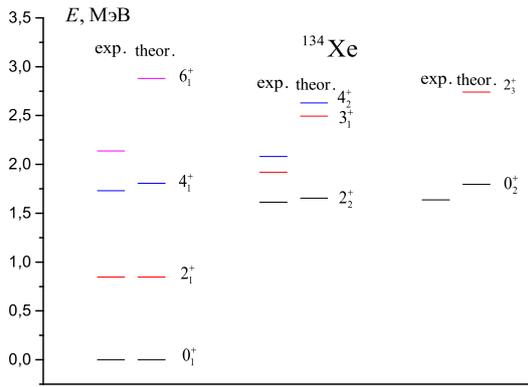


Рис. 6.34: То же самое в ^{134}Xe .

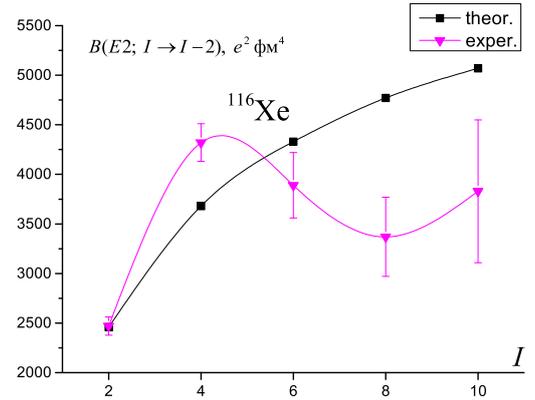


Рис. 6.35: Сравнение теоретических и экспериментальных [133] значений $B(E2)$ в ^{116}Xe .

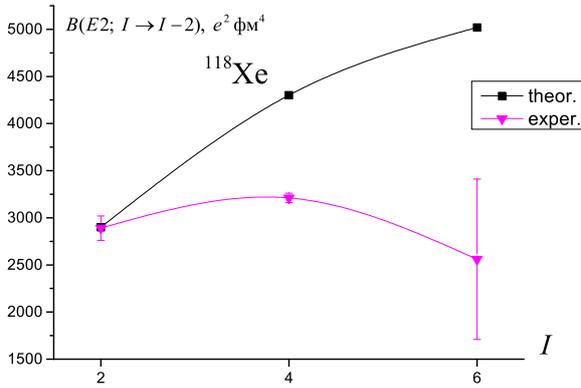


Рис. 6.36: То же самое в ^{118}Xe , эксперимент из [120], [121].

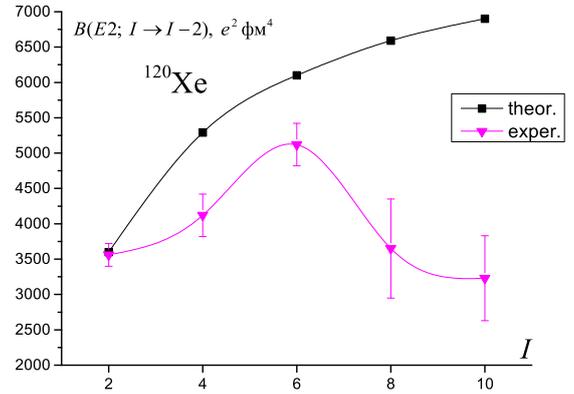


Рис. 6.37: То же самое в ^{120}Xe , эксперимент из [133], [122].

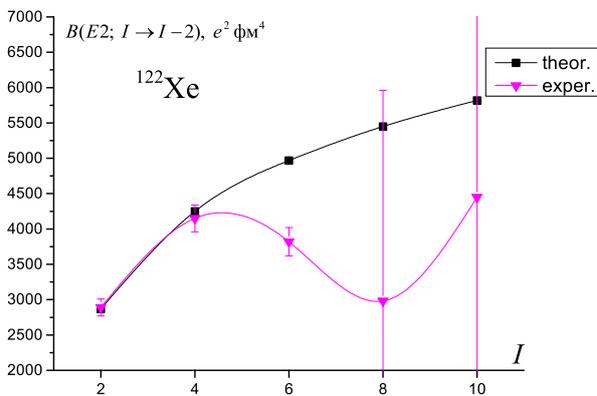


Рис. 6.38: То же самое в ^{122}Xe , эксперимент из [133].

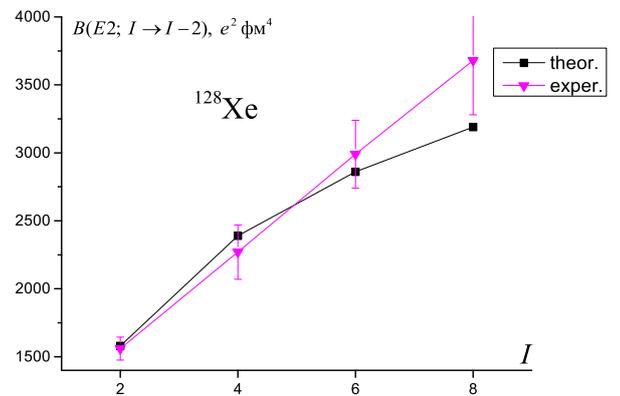


Рис. 6.39: То же самое в ^{128}Xe , эксперимент из [124], [125], [126], [127]

ми в изотопах Хе. Вычисления выполнены с Ω , которые примерно в два раза больше "канонических значений", т.е. половины числа валентных частиц или дырок, что вызвано наличием в функционале фононной задачи величины χ . Первые два уровня (2_1^+ , 4_1^+) во всех рассмотренных случаях (подробнее сравнение энергий нескольких полос дано на рис. 6.24 – 6.34) находятся в полном согласии с экспериментом, в $^{124,126}\text{Xe}$ такое согласие простирается вплоть до $I = 12$. Но, как правило, теоретические энергии ираст-состояний превышают экспериментальные. В представленных расчетах для изотопов Хе это справедливо для $A \leq 122$. Естественно связать это с влиянием двух-квазичастичных (неколлективных) высокоспиновых состояний с моментом $J > 6$), которые не были учтены в перенормировке параметров МВБ. Кроме того, эти состояния необходимо учитывать, явно вводя их в базис, как это было сделано в [84], чтобы улучшить ситуацию. Довольно разумное описание получено для 2_2^+ , 4_2^+ -состояний. Это относится и к низко лежащим 0_2^+ -состояниям за исключением ядер с $A = 118, 120$, описание которых требует по всей видимости явного включения в базис состояний парно-вибрационных состояний. Лучшее описание состояний с нечетными спинами, особенно начиная с $A \geq 122$ может быть получено через рассмотрение дополнительных 6 d -бозонных операторов в H_{IBM} . Данные члены провоцируют "неаксиальность".

На рис. 6.35, 6.36, 6.37, 6.38, 6.39 и в табл. 6.4 дано сравнение теоретических и экспериментальных значений $B(E2)$ для переходов между состояниями ираст-полос. На рис. 6.40 приведены все имеющиеся данные по $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$, что показывает динамику поведения этих значений в изотопической цепочке, а также возможность развитой теории воспроизводить абсолютные значения $B(E2)$ без использования эффективных зарядов. Приведенные данные для переходов внутри ираст-полос относительно успеха их описания противоречивы. Если для $^{116,122,128}\text{Xe}$ описание величин $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)$ удовлетворительно, то для $^{118,120,124}\text{Xe}$ это не так. При этом следует отметить, что для этих ядер отношение $B(E2; 4_1^+ \rightarrow 2_1^+)/B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ оказывается лишь не многим более единицы, что совершенно не характерно для коллективных состояний. Приведенные в табл. 6.4 данные для ^{124}Xe по прочим значениям $B(E2)$ и на рис. 6.41, где дано сравнение для всех значений отношений вероятностей $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$, экспериментальные значения которых получены из интенсивностей переходов, свидетельствуют, что описание, приведенных здесь величин в целом успешно, что достигается уточнением глубины спин-орбитального взаимодействия.

Т.о., выяснилось, что при более тщательном описании свойств коллективных состояний возникает необходимость вариации среднего поля, что реализуется через одночастичный спин-орбитальный потенциал. Фиксиро-

Таблица 6.4: $B(E2)(e^2 \text{ фм}^4)$ и $Q(2_1^+)(e \text{ фм}^2)$ в ^{124}Xe . Эксперимент из [123], [133].

$I_i^+ \rightarrow I_f^+$	exp.	theor.	$I_i^+ \rightarrow I_f^+$	exp.	theor.
$2_1^+ \rightarrow 0_1^+$	2120 ± 54	2150	$3_1^+ \rightarrow 2_1^+$	84 ± 15	77
$4_1^+ \rightarrow 2_1^+$	2490 ± 70	3121	$3_1^+ \rightarrow 4_1^+$	925 ± 200	870
$6_1^+ \rightarrow 4_1^+$	3250^{+310}_{-260}	3630	$5_1^+ \rightarrow 3_1^+$	1380 ± 190	2180
$2_2^+ \rightarrow 2_1^+$	1140^{+2150}_{-450}	2210	$5_1^+ \rightarrow 4_2^+$	1310 ± 250	1020
$2_2^+ \rightarrow 0_1^+$	28^{+9}_{-7}	33	$5_1^+ \rightarrow 4_1^+$	27 ± 5	27
$3_1^+ \rightarrow 2_2^+$	3020 ± 540	2640	$Q(2_1^+)$	—	—54

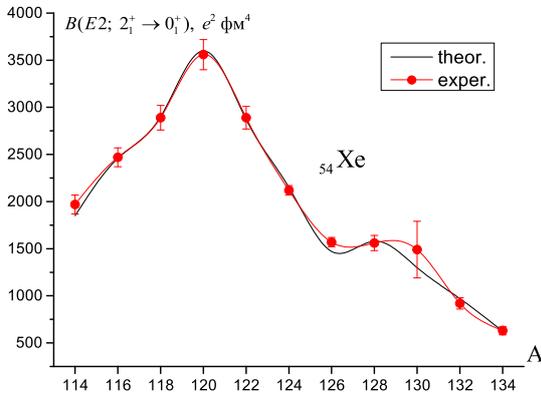


Рис. 6.40: $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для всех изотопов Xe.

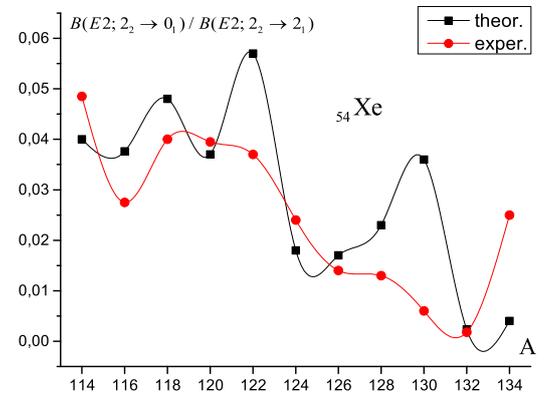


Рис. 6.41: Отношения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+) / B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$.

ванное среднее поле и факторизованные силы не являются неотъемлемой составляющей данного метода. Их использование существенно упрощает вычисления, однако, использование эффективных сил Скирма или Гоньи (например [128]) вполне возможно. Тогда полностью самосогласованный расчет может учесть влияние фононов на среднее поле.

Возвращаясь к состояниям ираст-полосы для спинов, начиная с $I = 8^+, 10^+$, очевидно, для их описания необходимо явно учитывать высоко-спиновые фононы с моментами $J = 8^+, 10^+$. Это дало бы возможность описания эффекта пересечения полос и поведения значений $B(E2)$, сопровождающийся этим явлением. Этому будет посвящена следующая глава.

6.4 Основные результаты главы

Изложенная в предыдущих главах схема микроскопического описания коллективных состояний была применена к изотонами с $N = 70$ (^{122}Te , ^{124}Xe , ^{126}Ba , ^{128}Ce), а также к четным изотопам Te и Xe. Как и говорилось, для всех ядер выполнялось тройное самосогласование: по боголюбовским пара-

метрам u , v ; по фоновым амплитудам ψ , φ и по бозонному составу волновых функций. При расчете свойств в изотопах рассчитывались все параметры, за исключением k_2 , обеспечивающего взаимодействие между конфигурациями, отличающимися одним квадрупольным бозоном. Данный параметр сильно зависит от взаимного расположения одночастичных уровней в валентной оболочке. Так как при расчете свойств изотопов параметры среднего поля не варьировались, то параметр k_2 подбирался феноменологически. Это позволило удовлетворительно описать энергии ираст-полос до $I = 8^+$ (в Се до $I = 10^+$), а также состояния остальных полос 2_2^+ , 3_1^+ , 4_2^+ , 0_2^+ , 2_3^+ . Расчеты были проведены в двух вариантах. В первом, в соответствии с теорией, бозонные параметры для каждого состояния различались, но как было видно из приведенных данных, незначительно. Поэтому был произведен также расчет с усредненными параметрами гамильтониана. Результаты оказались близкими, по крайней мере для приведенных ядер, что подтверждает положение МВБ о неизменности для всех рассматриваемых состояний параметров гамильтониана. Расчетные значения полного числа бозонов оказались примерно в полтора раза больше, чем половина числа валентных частиц (дырок). Описание вероятностей $E2$ -переходов вдоль ираст-полос соответствует экспериментальным данным, за исключением ^{124}Xe , для которого экспериментальные значения $B(E2)$, начиная с перехода $4^+ \rightarrow 2^+$, явно занижены.

Расчеты для цепочек четных изотопов Те и Хе проводились таким образом, что уже все параметры, включая k_2 , рассчитывались. Для этой цели было проведено исследование влияния варьирования величины спин-орбитального взаимодействия среднего поля на свойства коллективных состояний. Данное варьирование позволяет менять знак расчетного значения k_2 , а соответственно и знаки квадрупольных моментов различных возбуждений. Это позволило для изотопов Те получить удовлетворительное описание энергий состояний ираст-полос до $I = 8^+$, имеющиеся экспериментальные данные относительно $B(E2)$, включая межполосные переходы и значения $Q(2_1^+)$.

В изотопах Хе состояния вне ирастной полосы описываются удовлетворительно, за исключением 0_2^+ -возбуждений в $^{118,120}\text{Xe}$. Теоретические значения состояний ираст-полос в изотопах $^{116-122}\text{Xe}$, начиная со спина 6_1^+ , заметно превышают экспериментальные. Естественно, чем больше значение спина, тем больше это превышение. Если имеющиеся экспериментальные значения $B(E2)$ для межполосных переходов воспроизводятся, то для ираст-полос переходы, начиная с $4^+ \rightarrow 2^+$, явно занижены. Исключением являются изотопы $^{122,128}\text{Xe}$. Таким образом, для описания состояний со спинами более $I = 6^+$, необходимо расширить бозонное пространство за счет высокоспиновых бозонов.

Глава 7

Бозонное описание пересечения полос

7.1 Расширение бозонного пространства с целью описания высокоспиновых состояний

В данной главе представлено теоретическое описание свойств иррациональных состояний четных ядер в районе пересечения полос с помощью учета высокоспиновых B_J -бозонов.

Для учета неколлективных состояний в явном виде волновая функция расширяется введением неколлективных b -бозонов, отображающих B -фононы по тому же правилу, как это делается для D -фононов. С учетом новых бозонов волновая функция имеет вид

$$\Psi(I) = \psi_c(I) + \sum_{i1,c1} \alpha_{i1,c1} \left(b_{i1}^+ \psi_{c1} \right)^{(I)} + \dots, \quad (7.1.1)$$

где ψ_{c1} есть волновая функция, содержащая суперпозицию только d -бозонов, которая будет называться функцией коллективного состояния. Энергии нижайших состояний иррациональных полос с $I \leq 6^+$ оказываются существенно ниже энергий неколлективных возбуждений. Поэтому их влияние на энергии рассматривается через перенормировку параметров бозонного гамильтониана за счет b_J с $J \leq 6^+$. При больших спинах коллективные и неколлективные состояния могут оказаться энергетически близкими. Поэтому компоненты этих неколлективных мод необходимо явно вводить в рассматриваемый базис. Это приводит не только к дополнительному сжатию спектра коллективных состояний, но и к пересечению полос разной природы.

Расширенный бозонный гамильтониан H_b с учетом явного рассмотре-

ния b -бозонов принят в виде

$$H_b = H_{b1} + H_{b2}; \quad H_{b1} = H_{\text{IBM}} + \sum_i \omega_i b_i^+ b_i + V^{(1)}; \quad H_{b2} = V^{(2)} + V^{(3)}. \quad (7.1.2)$$

Так как часть b -бозонов или B -фононов с моментами $J \leq 6^+$ рассматриваются неявно через перенормировку бозонных параметров, а в (7.1.2) рассматриваются все b -бозоны, то параметры в бозонном гамильтониане H_{IBM} пока рассматриваются без учета неколлективных фононов, т.е. с учетом только D -фононов. Величины ω_i являются энергиями неколлективных бозонов.

$$\begin{aligned} V^{(1)} &= \sum_i \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_1(i) [(d^+ d)^{(J_i)} s^+ \cdot b_i + \text{H.c.}] \\ &+ \sum_{iL} \sqrt{\frac{5}{2J_i + 1}} \nu_2^{(L)}(i) [(d^+ (dd)^{(L)} s^+ s^+)^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}] \\ &+ \sum_i \nu_3(i) [(d^+ d^+)^{(J_i)} s \cdot b_i + \text{H.c.}] \\ &+ \sum_{iL} \sqrt{\frac{2L + 1}{2J_i + 1}} \nu_4^{(L)}(i) [(d^+ d^+)^{(L)} d)^{(J_i)} \cdot b_i + \text{H.c.}], \end{aligned} \quad (7.1.3)$$

$$V^{(2)} = \sum_{iL} \nu_5^{(L)}(i) [((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J_i)} \cdot b_i s s + \text{H.c.}], \quad (7.1.4)$$

соответствующие параметры определяются матричными элементами в фермионном пространстве в соответствии с процедурой Марумори

$$\begin{aligned} \nu_1(i) &= \frac{1}{\sqrt{\Omega - 1}} \langle D | H | (B_i^+ D^+)^{(2)} \rangle; \\ \nu_2^{(L)}(i) &= \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \langle D | H | (B_i^+ (D^+ D^+)^{(L)})^{(2)} \rangle; \\ \nu_3(i) &= \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)}} \langle (DD)^{(J)} | H | B_i^+ \rangle; \\ \nu_4^{(L)}(i) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \langle (DD)^{(L)} | H | (B_i^+ (D^+)^{(L)}) \rangle; \end{aligned} \quad (7.1.5)$$

$$\nu_5^{(L)}(i) = \frac{1}{\sqrt{\aleph_{JL}(\text{bos})(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \langle [(DD)^{(L)} D]^{(J)} | H | B_i^+ \rangle, \quad (7.1.6)$$

$$\aleph_{JL}(\text{bos}) = (|(d(dd)^{(L)})^{(J)} ((d^+ d^+)^{(L)} d^+)^{(J)}|).$$

Здесь H является квазичастичным гамильтонианом, $\aleph_{JL}(\text{bos})$ — значение бозонной нормировки, приведенной в табл. А.1 Приложения 1. Комбина-

ции фононных функций нормированы. Взаимодействие $V^{(1)}$ и $V^{(2)}$ выражает связь коллективных состояний с неколлективными. Оператор $V^{(3)}$ дает взаимодействие между различными неколлективными бозонами

$$\begin{aligned}
V^{(3)} = & \sum_{i1 \neq i2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{5}} (-1)^{J_1 + J_2} u_{i1, i2}^{(1)} [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(2)} \cdot d^+ s + \text{H.c.}] \\
& + \sum_{L, i1 \neq i2} \sqrt{\frac{2J_2 + 1}{2L + 1}} (-1)^{J_1 + J_2} u_{i1, i2}^{(2)}(L) [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(L)} \cdot (d^+ d^+)^{(L)} s s + \text{H.c.}] \\
& + \sum_{L, i1 \neq i2} (-1)^{L + J_2} u_{i1, i2}^{(3)}(L) [(b_{i1}^+ b_{i2})^{(L)} \cdot (d^+ d)^{(L)} + \text{H.c.}]. \quad (7.1.7)
\end{aligned}$$

Параметры в $V^{(3)}$ определяются фермионными матричными элементами

$$\begin{aligned}
u_{i1, i2}^{(1)} &= \frac{1}{\sqrt{\Omega - 1}} \langle DB_{i1} | H | B_{i2}^+ \rangle; \\
u_{i1, i2}^{(2)}(L) &= \frac{1}{\sqrt{2(\Omega - 1)(\Omega - 2)}} \langle [(DD)_n^{(L)} B_{i1}]^{(J_2)} | H | B_{i2}^+ \rangle; \\
u_{i1, i2}^{(3)}(L) &= \sum_x \langle (DB_{i1})^{(x)} | H | B_{i1}^+ D^+ \rangle (-1)^x (2x + 1) \begin{Bmatrix} 2 & 2 & L \\ J_2 & J_1 & x \end{Bmatrix}. \quad (7.1.8)
\end{aligned}$$

Мультипольность B_i -фононов в матричных элементах (7.1.6) и (7.1.7), определяющих взаимодействие $V^{(1)}$, $V^{(2)}$ варьируется от $J = 0^+$ до $J = 6^+$, в (7.1.8) для взаимодействия $V^{(3)}$ от $J = 0^+$ до $J = 10^+$.

Часть гамильтониана, а именно $V^{(1)}$, используется для перенормировки параметров бозонного гамильтониана (1.2.18) [90], [91]. Для связи коллективных состояний с $b_{J=8,10}$ взаимодействие $V^{(1)}$ имеет важное значение наряду с $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$ в (7.1.2) из-за членов интерференции. При расчете параметров учитываются только процессы, которые содержат когерентное рождение или уничтожение D - и B -фононов. Их графическое представление дано на рис. 7.1, где этому соответствует самая верхняя часть на каждом из рис. 7.1. Данный рисунок содержит часть диаграмм, которые были уже представлены на рис. 2.4a, b, теперь они символически обозначаются одной диаграммой на рис. 7.1a; рис. 2.4c это рис. 7.1e; рис. 2.5a, b это рис. 7.1c; рис. 2.5c это рис. 7.1d. Здесь они повторены для удобства, чтобы не отсылать нас к рис. 2.4 и рис. 2.5. Процессы на рис. 7.1a, b, c, d соответствуют взаимодействию $V^{(1)}$, на рис. 7.1e – $V^{(2)}$, на рис. 7.1f, g, h – $V^{(3)}$.

Часть гамильтониана, $V^{(2)}$, соответствующего процессу на рис. 7.1e, через второй порядок по взаимодействию приводит к дополнительному

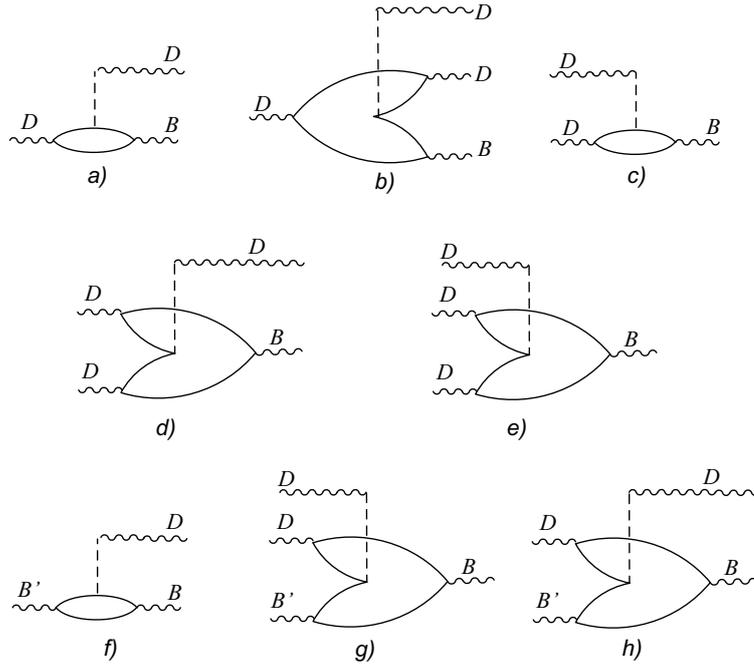


Рис. 7.1: Графическое изображение матричных элементов взаимодействия D - и B -фононов. Волнистой линией обозначается фонон, тонкой линией — квазичастица, вертикальной — взаимодействие. $V^{(1)}$ соответствует рис. (a), (b), (c), (d); $V^{(2)}$ — рис. (e); $V^{(3)}$ — рис. (f), (g), (h).

взаимодействию трех d -бозонов между собой, которое не сводится к членам традиционного гамильтониана МВБ. Влияние этого канала взаимодействия приводит к дополнительному уменьшению энергий по мере роста спина и энергии возбуждения. Существует и прямой канал дополнительного взаимодействия трех d -бозонов между собой, который не содержится в H_{IBM} , но его оценка оказалась существенно меньше той, которую дает второй порядок. Подробнее об этом будет сказано в следующем разделе.

Связь коллективных состояний с конфигурациями, содержащими высокоспиновые бозоны $b_{J=8,10}$, осуществляется также через второй порядок по взаимодействию через произведение матричных элементов, представленных на рис. 7.1a, b, c, d, e и на рис. 7.1f, g, h. Существует и соответствующий прямой канал взаимодействия, но его оценки также пренебрежимо малы по сравнению с величинами, даваемыми вторым порядком. Об этом также будет сказано в следующем разделе. Так как высокоспиновые фононы определяются в основном $h_{11/2}$ -квазичастицами (уровень $h_{11/2}$ внутри валентной оболочки), то они будут связаны с коллективными состояниями через фононы с мультипольностью $J = 4, 6$ через компоненты в этих фононах, содержащих $(h_{11/2})^2$. В силу этого рассматриваемая связь может реализовываться в виде двух крайних случаев. В первом, если химический потенциал ниже энергии $h_{11/2}$, то комбинации параметров

Боголюбова $L = 2uv$, $M = u^2 - v^2$, где $u = u_{h_{11/2}}$; $v = v_{h_{11/2}}$, будет, $L \approx 0$, $M \approx 1$. Следовательно, матричные элементы, соответствующие рис. 7.1a, c , f , которые пропорциональны M , значительны, а м.э., представленные процессам на рис. 7.1b, d , e , g , h , пропорциональны $L \approx 0$. Связь коллективных состояний с состояниями, содержащими $B_{J=10}$ -фонон, определяется произведением м.э. на рис. 7.1e и g , которое пропорционально L^2 , т.е. имеет второй порядок малости. Связь $B_{J=8}$ осуществляется либо через произведение м.э. на рис. 7.1c и g , что соответствует $(DD)^{(I=4)} \leftrightarrow B_4$ и $(D^2B_4)^{(I=8)} \leftrightarrow B_8$, либо через м.э. на рис. 7.1e и f , что соответствует $(D^3)^{(I=6)} \leftrightarrow B_6$ и $(DB_6)^{(I=8)} \leftrightarrow B_8$, т.е. результат пропорционален LM и линеен по рассматриваемой малости. Следовательно, в случае удаленности уровня $h_{11/2}$ от химического потенциала в высокоспиновых состояниях компонента, содержащая b_8 -бозон, будет более существенной, чем содержащая b_{10} . Во втором случае, когда химический потенциал находится вблизи энергии $h_{11/2}$, то $L \approx 1$ и $M \approx 0$, а связь коллективных фононов с неколлективными $b_{8,10}$ не будет содержать малость, определяемую параметрами Боголюбова. Осуществляется такая связь через произведение м.э. на рис. 7.1e и g , а именно, $(D^3)^{(I=6)} \leftrightarrow B_6$ и $(D^2B_6)^{(I=8,10)} \leftrightarrow B_{8,10}$. Так как в ираст-состояниях преобладающими являются выстроенные компоненты по угловому моменту, т.е. с минимальным числом d -бозонов, то в ираст-полосе будет преобладать именно b_{10} -бозон.

Используя процедуру Фешбаха [52], амплитуды $\alpha_{i,c}$ в функциях (7.1.1) при $J \leq 6^+$ рассчитываются в первом порядке по взаимодействию

$$\alpha_{i1(J1 \leq 6),c1} = \alpha_0 \frac{\langle \psi_c | V^{(1)} + V^{(2)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle}{E - \omega_{i1} - E_{c1}}, \quad (7.1.9)$$

где E – собственные значения гамильтониана H_b (7.1.2), $E \langle \Psi(I) | \Psi(I) \rangle = \langle \Psi(I) | H_b | \Psi(I) \rangle$.

Амплитуды с $J > 6^+$ находятся через второй порядок по взаимодействию:

$$\alpha_{i1(J1 > 6),c1} = \frac{\alpha_0}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} \times \sum_{i2(J2 \leq 6),c2} \frac{\langle \psi_{c1} b_{i1} | V^{(3)} | b_{i2}^+ \psi_{c2} \rangle}{E - \omega_{i2} - E_{c2}} \langle \psi_{c2} b_{i2} | V^{(1)} + V^{(2)} | \psi_c \rangle. \quad (7.1.10)$$

Собственная энергия с учетом (7.1.9), (7.1.10) является решением уравнения

$$\begin{aligned}
& E - \langle \psi_c | H_{\text{IBM}} | \psi_c \rangle \\
&= \sum_{i1(J1 \leq 6), c1} \frac{|\langle \psi_c | V^{(1)} + V^{(2)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle|^2 - |\langle \psi_c | V^{(1)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle|^2}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} \\
&+ \sum_{i2(J2 > 6), c2} \frac{1}{E - \omega_{i2} - E_{c2}} \\
&\times \left(\sum_{i1(J1 \leq 6), c1} \frac{\langle \psi_{c1} b_{i1} | V^{(1)} + V^{(2)} | \psi_c \rangle \langle \psi_{c2} b_{i2} | V^{(3)} | b_{i1}^+ \psi_{c1} \rangle}{E - \omega_{i1} - E_{c1}} \right)^2, \quad (7.1.11)
\end{aligned}$$

где $\langle \psi_c | H_{\text{IBM}} | \psi_c \rangle$ есть энергия МВБ, полученная с учетом перенормировок параметров гамильтониана (1.2.18), определяемых $V^{(1)}$ (7.1.3). В уравнении (7.1.11) искомая энергия зависит от $V^{(1)}$ через члены интерференции $V^{(1)}$ с $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$.

Вычисление бозонных матричных элементов, входящих в уравнение (7.1.11) требует вычисления м.э. от многобозонных операторов

$$d^+, (d^+ d)^{(L)}, (d^+ d^+ d^+)^{(L)}, (d^+ d^+)^{(L)}, [d^+ (dd)^{(L)}]^{(\lambda)}, [(d^+ d)^{(L)} d]^{(\lambda)}. \quad (7.1.12)$$

Их расчет выполнен с помощью однобозонных генеалогических коэффициентов.

При вычислении м.э. гамильтониана в фононном пространстве как и ранее использовались вудс–саксоновские одночастичные энергии, монопольное спаривание и факторизованные мультипольные силы в частично-дырочном и частично-частичном каналах.

При вычислении матричных элементов квадрупольного электрического оператора нас в основном будут интересовать переходы вдоль ираст-полосы. Переход с неколлективных компонент в коллективные учитывается при перенормировках эффективных зарядов [108], что позволяет рассматривать матричные элементы только между коллективными компонентами, выраженными через d -бозоны, не затрагивая b -бозоны. При этом бозонный оператор $\hat{T}(E2)$ имеет вид (5.1.11). Микроскопический расчет его параметров, представленный здесь, впервые был получен в [108] с учетом V_J -фононов только с $J \leq 6^+$.

7.2 Оценка ряда процессов в первом порядке по взаимодействию между многофононными состояниями

Помимо рассмотренных каналов взаимодействий, в особенности когда ближайшим к химическому потенциалу оказывается уровень уникальной четности $g_{9/2}$ или $h_{11/2}$, определенную роль может играть прямое взаимодействие коллективных и неколлективных фононов, спины которых больше шести. Имеется также дополнительный канал прямого взаимодействия 3-х d -бозонов между собой, имеющий вид

$$\theta_\lambda(d^+d^+d^+)^{(\lambda)} \cdot (ddd)^{(\lambda)}, \quad \lambda = 0, 2, 3, 4, 6. \quad (7.2.1)$$

Такого члена нет в традиционном гамильтониане МВБ1. В первом порядке по взаимодействию его оценку можно получить через цепочку коммутаторов

$$[D, [[[[D, [D, [H_{22}, D^+]_{20+02}]_{11}]_{20+02}, D^+]_{11}, D^+]_{20+02}]_{00}, \quad (7.2.2)$$

что графически представляется на рис. 7.2а.

Этот канал взаимодействия содержит одно когерентное уничтожение коллективного фонона, остальные фононы могут быть представлены через ψ амплитуды D -фононов. Тем не менее сложные коэффициенты угловых пересвязок с учетом нормировки 3-х фононных состояний и большого числа ψ амплитуд дает для этого процесса оценку порядка -0.03 МэВ. Это существенно отличается от соответствующих оценок для 2-х фононных состояний как по знаку, так и по величине. В последнем случае это связано с заметным отличием нормировок двухфононных состояний от двойки, $\alpha_L = \langle |(DD)^{(L)}(D^+D^+)^{(L)}| \rangle = 2 - \delta_L^{(2)}$, где δ варьируется от 0.15 до 0.4.

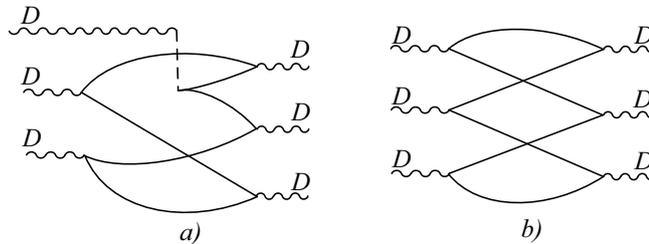


Рис. 7.2: Графическое представление коммутатора $[D, [[[[D, [D, [H_{22}, D^+]_{20+02}]_{11}]_{20+02}, D^+]_{11}, D^+]_{20+02}]_{00} - (a)$. Графическое представление коммутатора $[D, [[[[D, [D, D^+]_{11}]_{20+02}, D^+]_{11}, D^+]_{20+02}]_{00} - (b)$.

Это в свою очередь приводит к большим положительным значениям $C_L^{(0)}$. Трехфононная нормировка $\beta_L = \langle (DDD)^{(L)} | (D^+ D^+ D^+)^{(L)} \rangle$, например, в простейшем случае для $L=6$,

$$\beta_6 = \langle |D_2^3 D_2^{+3}| \rangle = 6 - 9\delta_4^{(2)} + \delta_6^{(3)}, \quad (7.2.3)$$

где под $| \rangle$ здесь понимается фононный и приближенно квазичастичный вакуум,

$$\delta_6^{(3)} = 3 \langle |[K_{02}, K_{20}^+] | \rangle, \quad (7.2.4)$$

$$K = [D, [D, D^+]]; K^+ = [[D, D^+], D^+]. \quad (7.2.5)$$

Последний член в (7.2.3) представлен в виде коммутатора (7.2.4), так как он содержит дополнительные амплитуды, $\psi^2 \sim 1/\Omega$, то, как минимум, он меньше на этот фактор величины $\delta_4^{(2)}$. Поэтому амплитудой φ в нем можно пренебречь, произведя замену

$$KK^+ \rightarrow K_{02}K_{20}^+ \rightarrow [K_{02}, K_{20}^+].$$

По этой же причине не надо рассматривать члены K^+K .

Величина (7.2.4) с учетом только ψ амплитуд графически представлена на рис. 7.2b. Она положительна и достаточно мала по сравнению с $\delta_L^{(2)}$. Так как коммутатор (7.2.2) пропорционален $\delta_6^{(3)}$, то он оказывается отрицательным и настолько малым, что с учетом рассматриваемой точности позволяет пренебречь им. Выражение для трехфононной нормировки β_J произвольным моментом J , но без учета члена, пропорционального KK^+ , приведено в Приложении А, формула (А.0.10).

Относительная малость величины (7.2.2) приводит к тому, что м.э. $\langle D^3 | \hat{H} | (D^+)^3 \rangle$, приводящий к члену (7.2.1), дает существенно меньший вклад в него по сравнению с тем, что дает второй порядок по взаимодействию с учетом неколлективных фононов. Соответствующие матричные элементы даны в предыдущем параграфе.

Микроскопически слагаемое (7.2.1) может быть учтено двояким образом. С одной стороны через его явное рассмотрение в гамильтониане МВБ1, как это было сделано в [60], но параметры θ_λ следует считать через второй порядок от канала взаимодействия (7.1.6), представленного на рис. 7.1e, как это было сделано для параметров C_L , но с учетом других каналов взаимодействия. Другой способ, это явный учет в бозонной функции (7.1.1) b_J компонент и того же канала взаимодействия (7.1.6), но так, как это было сделано в предыдущем параграфе с целью описания в первую очередь иррастной и близких к ней полос высокоспиновых состояний.

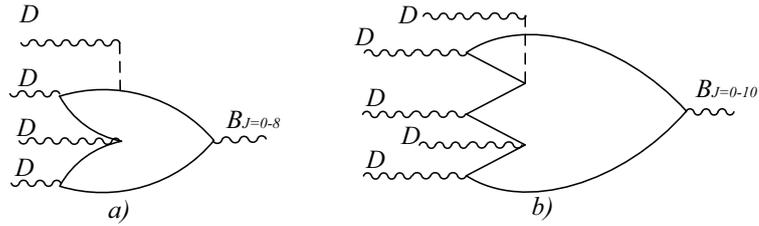


Рис. 7.3: Графическое представление коммутаторов $[B, [[[[[H_{13}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}]_{00}$ — (a), $[B, [[[[[H_{04}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}]_{00}$ — (b)

В связи с рассмотренной ранее связью коллективных многофононных состояний с фононами с мультипольностью $J = 8^+$ и $J = 10^+$ были сделаны оценки соответствующих каналов в первом порядке, которые соответствуют коммутаторам

$$[B, [[[[[H_{13}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}]_{00}, \quad (7.2.6)$$

$$[B, [[[[[H_{04}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}]_{00}, \quad (7.2.7)$$

которые графически представлены на рис. 7.3a и b.

Первый из этих рисунков, например, для $B_{J=8}$ (максимальный момент для этого процесса, образованный из двух квазичастиц уникальной четности) содержит фактор $M_{ij}^{(0)}$. Если это одночастичное состояние находится около химического потенциала, то данный фактор мал. Если он не вблизи химического потенциала, то большой будет энергия соответствующего фонона. Дополнительным фактором, снижающим роль данного процесса является наличие φ компоненты D -фонона.

Рис. 7.3b обозначает м.э., связывающий состояние из пяти D -фононов с $B_{J=10}$ в первом порядке по взаимодействию. Его малость обеспечивается опять наличием φ компоненты D -фонона и дополнительно сложными угловыми пересвязками. М.э. (7.2.7) был рассчитан для $B_{J=10}$ и его значение с учетом нормировки оказалось меньше 1 кэВ, что существенно меньше соответствующего м.э., полученного во втором порядке по взаимодействию.

Помимо м.э. в первом порядке, представленных на рис. 7.3 существуют дополнительные, которые не дают выстроенных состояний из коллективных и неколлективных состояний, графически представленных на рис. 7.4. Они могут не содержать φ амплитуд. Однако дополнительные угловые пересвязки приводят к заметному их ослаблению.

Первый вывод данного параграфа в том, что первый порядок по взаимодействию с использованием только коллективных D -фононов дает несущественный вклад в возможный новый член бозонного гамильтониана (7.2.1). Его наличие может быть вызвано процессами второго порядка, рассмотренными ранее. Их учет может быть реализован двумя способами. Либо за

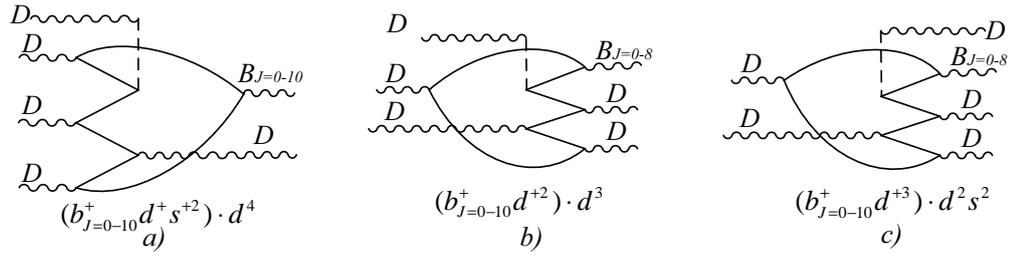


Рис. 7.4: Графическое представление дополнительных матричных элементов.

счет явного введения в бозонный гамильтониан (1.2.18) члена (7.2.1), либо за счет учета взаимодействия $V^{(2)}$ (7.1.4), соответствующего рис. 7.1e, через процедуру учета этого канала, описанную в разделе 7.1. В работе реализован второй способ.

Второй вывод связан с утверждением, что взаимодействие коллективных состояний, выраженных через D -фононы с высокоспиновыми фононами $B_{J \geq 8+}$ существенно реализуется через второй порядок по взаимодействию, а не через первый.

7.3 Результаты расчетов для $^{112-128}\text{Xe}$

Представленная теоретическая схема была применена для ядер $^{112-128}\text{Xe}$ [135]. Очевидно, что динамика свойств коллективных состояний будет зависеть от изменения энергий квазичастиц и вероятности заполнения ку-

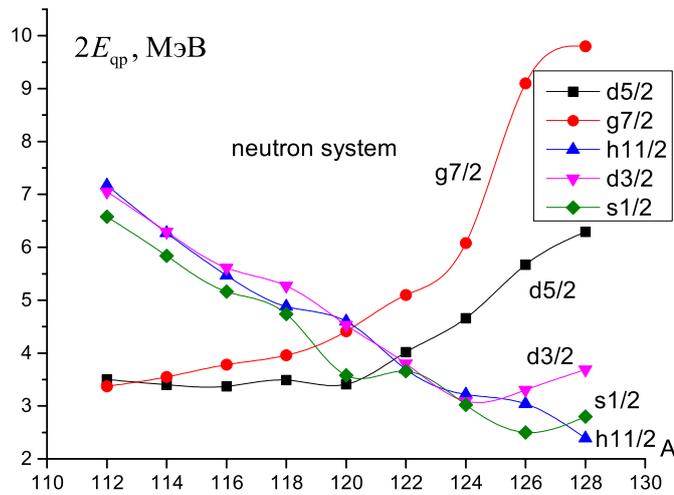


Рис. 7.5: Энергии квазичастичных пар, соответствующие указанным уровням среднего поля валентной нейтронной оболочки в изотопах Хе.

перовскими парами, т.е. величинами v^2 . Поэтому на рис. 7.5 представлены энергии квазичастичных пар нейтронной валентной оболочки для всех рассмотренных изотопов ксенона. Из них видно, что для более тяжелых изотопов в формировании высокоспиновых состояний квазичастичная пара $(h_{11/2})^2$ играет более существенную роль по сравнению с другими в силу того, что ее энергия становится минимальной. В легких изотопах с $A = 112 - 116$ высокоспиновые фононы оказывают слабое влияние на энергии коллективных состояний. Для изотопов с $A \geq 122$ главную роль играют высокоспиновые фононы, построенные на одночастичном состоянии $h_{11/2}$, одновременно в структуре D -фонона компонента $(h_{11/2})^2$ также весьма существенна. Поэтому наличие неколлективного фонона сужает конфигурационное пространство при формировании D -фононов, тем самым снижая их коллективность. Микроскопическое рассмотрение этого эффекта выходит за рамки представленного исследования, однако он учитывается таким образом, что энергии коллективных состояний в присутствии высокоспинового бозона принимаются примерно на 250 кэВ (для $A \geq 122$) больше, чем в случае отсутствия этого бозона. Для изотопов с $A < 118$ нет необходимости учитывать этот эффект из-за малости компоненты $(h_{11/2})^2$ в структуре D -фонона, а для ядер с $A = 118, 120$ реализуется промежуточная ситуация. На данном этапе рассмотрения это дополнительный параметр, но без него не удастся правильно воспроизвести энергии состояний после пересечения полос. Помимо высокоспиновых фононов, главный вклад в которые дает $(h_{11/2})^2$, в расчетную схему включались все фононы, построенные на связанных одночастичных состояниях.

Результаты расчета энергий ираст-полос для всех рассмотренных изотопов в зависимости от спина приведены на рис. 7.6 – 7.14.

Состояния ираст-полосы в изотопах $^{112-120}\text{Xe}$ имеют схожие особенности. Расчеты без каналов взаимодействия $V^{(2)}$ (7.1.4) и $V^{(3)}$ (7.1.7) дают значения энергий, отличие которых от экспериментальных растет с ростом спина. Взаимодействие $V^{(2)}$ связывает трех d -бозонные конфигурации с неколлективным бозоном, $V^{(3)}$ связывает конфигурации, содержащие различные неколлективные бозоны. Ни одно из этих двух взаимодействий не используется при перенормировках бозонных параметров. Теоретические и экспериментальные значения энергий в зависимости от спина, начиная с $I = 8^+$, образуют, как это видно из приведенных рисунков, линию, близкую к прямой. Для ^{120}Xe представлен также результат расчета в рамках феноменологии МВБ, когда параметры бозонного гамильтониана подбираются по экспериментальным энергиям. Результат близок к экспериментальным значениям, но как было показано в одном из предыдущих разделов, микроскопическое описание состояний, начиная со спина 6^+ , по крайней мере в легких изотопах Хе, требует учета дополнительных каналов взаимодей-

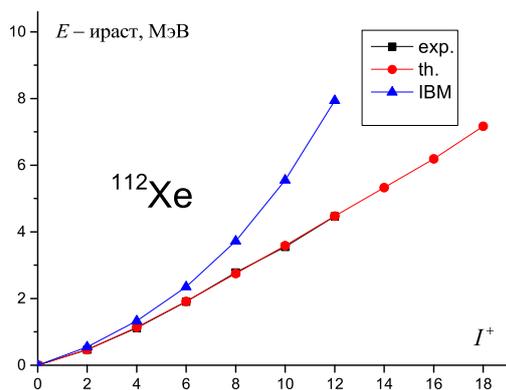


Рис. 7.6: Энергии состояний ираст-полосы для ^{112}Xe . Подписи "th." и "exp." соответствует теоретическим и экспериментальным значениям (в масштабе рисунка теоретические и экспериментальные точки сливаются, экспериментальные приведены до спина 12^+). Подпись "IBM" соответствует расчетному значению, но без учета каналов взаимодействия $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$.

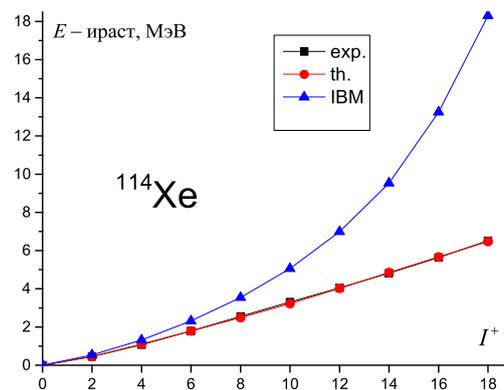


Рис. 7.7: То же самое для ^{114}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+ .

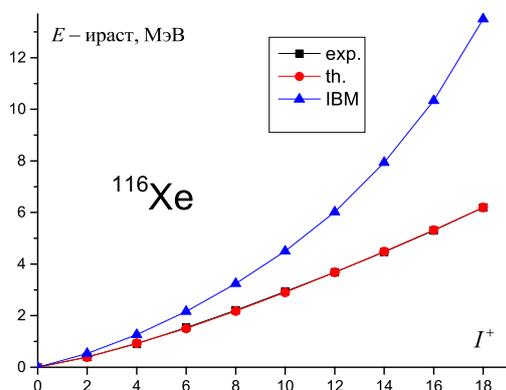


Рис. 7.8: То же самое для ^{116}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+ .

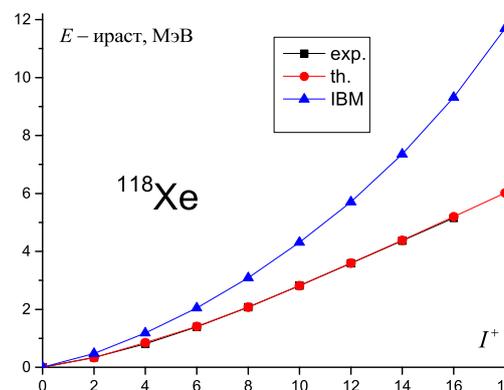


Рис. 7.9: То же самое для ^{118}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 16^+ .

ствия, которые включают высокоспиновые фононы. В изотопах $^{122,124}\text{Xe}$ иная ситуация, в них как для экспериментальной, так и для теоретической зависимости $E(I)$ при $I = 12^+$ наблюдается излом. Как будет видно ниже, это характеризует то, что в легких изотопах Xe происходит плавное замещение коллективной компоненты в волновой функции (описанных в терминах d -бозонов) на те, которые содержат бозоны большей мультипольности. В более же тяжелых, начиная с ^{122}Xe , этот переход по мере роста спина происходит достаточно быстро, что проявляется и в значениях $B(E2)$

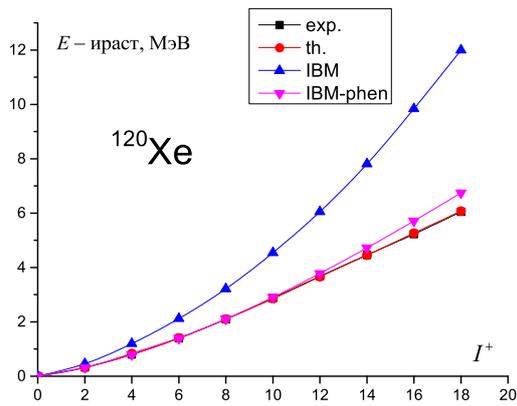


Рис. 7.10: То же самое для ^{120}Xe . Дополнительно под подписью "IBM-phen" понимается результат расчета в рамках феноменологии МВБ.

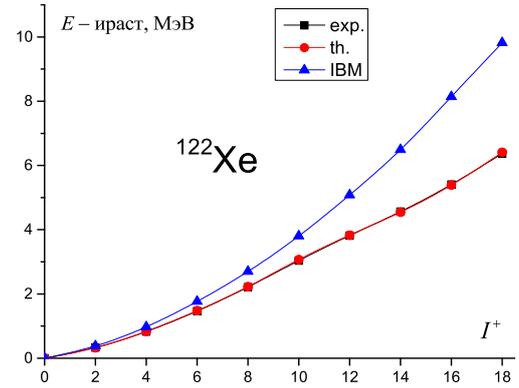


Рис. 7.11: То же самое для ^{122}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+ .

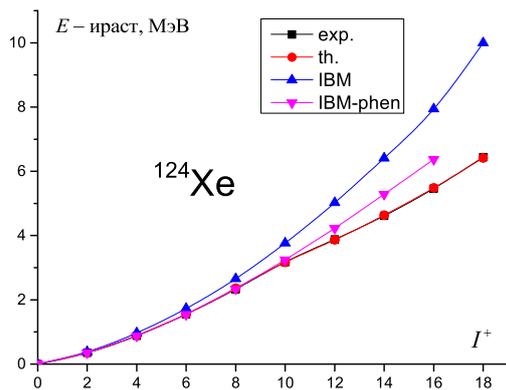


Рис. 7.12: То же самое для ^{124}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+ .

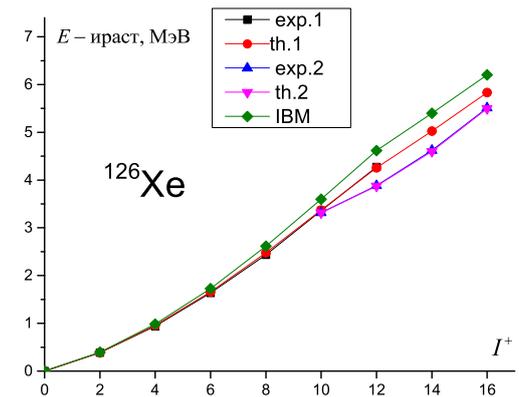


Рис. 7.13: То же самое для ^{126}Xe . Экспериментальные энергии иррастной полосы приведены до спина 16^+ , второй полосы до 12^+ .

внутри иррастной полосы. В изотопах $^{126,128}\text{Xe}$, начиная со спина $I = 10^+$, наблюдается две близкие полосы. Это свидетельствует о их слабом взаимодействии. Теоретические расчеты их воспроизводят. При этом достаточно близко к этим энергиям оказывается расчет без учета каналов взаимодействия $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$. Это коррелирует с тем, что в самосогласованных расчетах [90], представленных в главе 6, описание было удовлетворительным вплоть до $I = 10^+$ или $I = 12^+$. Связано это с ослаблением взаимодействия состояний, содержащих различные бозоны. В данных ядрах иррастные состояния, начиная с $I = 10^+$, перестают быть коллективными, но таковыми остаются следующие возбуждения с тем же спином.

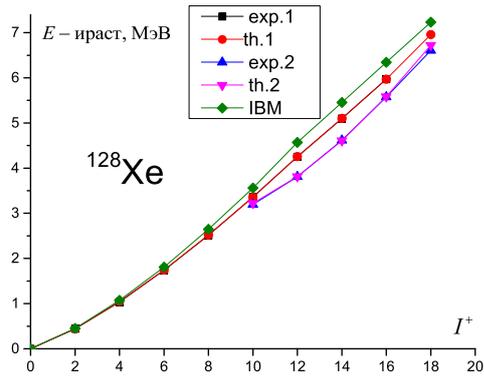


Рис. 7.14: То же самое для ^{128}Xe . Экспериментальные энергии ирастной полосы приведены до спина 18^+ , второй полосы до 16^+ .

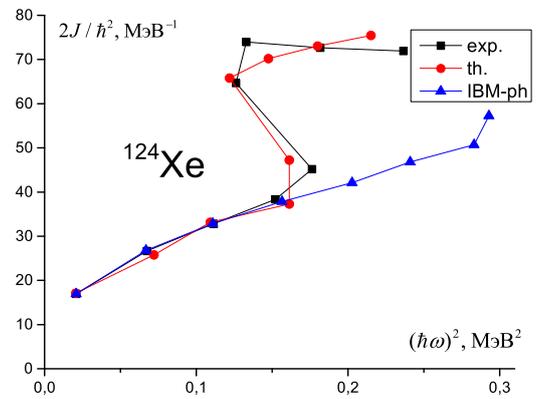
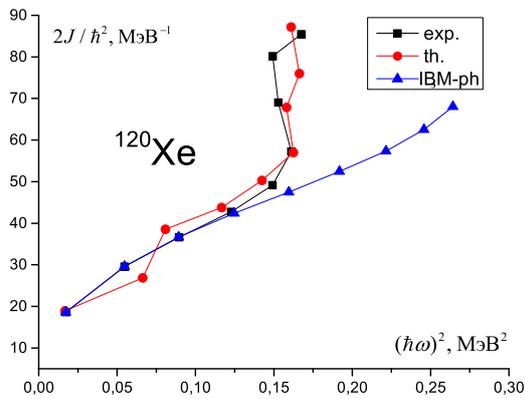


Рис. 7.15: Зависимость эффективного момента инерции от $(\hbar\omega)^2$ для ираст-полос в ^{120}Xe , для экспериментальных (exp.), теоретических (th.) и полученных в рамках феноменологии МВБ1 (IBM-ph) энергий.

Рис. 7.16: То же самое для ^{124}Xe .

Представленный теоретический расчет дает описание энергий состояний ираст-полос во всех рассмотренных изотопах вплоть до спинов 18^+ с той степенью точности, что несоответствие экспериментальным значениям не превышает 32кэВ . Хотя для изотопов Хе спектр возбуждений не является ротационным, однако эффективный момент инерции в зависимости от квадрата частоты вращения $(\hbar\omega)^2$ ярче представляет особенности спектра ираст-полос, чем их энергии в зависимости от спина состояний (см., например, [129]). На рис. 7.15 и рис. 7.16 даны экспериментальные и расчетных значения $2J/\hbar^2$ в зависимости от $(\hbar\omega)^2$.

В феноменологии МВБ1, когда параметры подбираются исходя из наилучшего описания экспериментальных энергий, нельзя добиться хорошего описания для высоких спинов. Чтобы продемонстрировать это, для ^{120}Xe с $\Omega = 10$ и для ^{124}Xe с $\Omega = 8$, были произведены соответствующие вы-

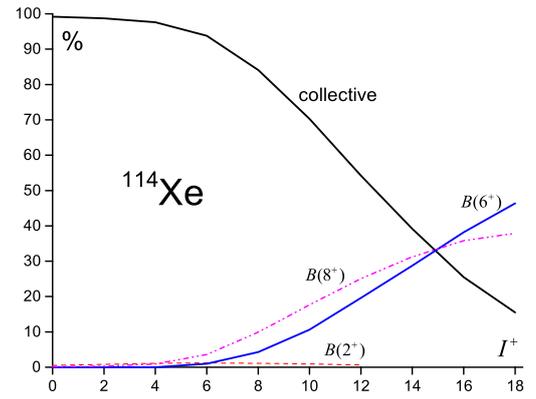
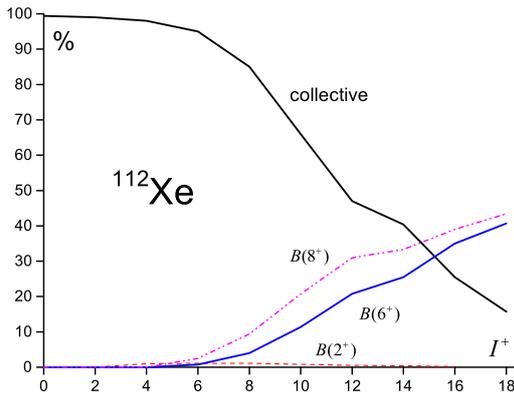


Рис. 7.17: Бозонный состав волновых функций ираст-полосы в ^{112}Xe . Под "collective" понимается вклад в самую функцию (7.1.1) компонент, содержащих только d -бозонный состав, т.е. $|\psi_c(I)|^2$. Под $B(J)$ понимается вклад от всех компонент, содержащих различные бозоны $b_{J,i1}$ с фиксированным моментом J , т.е. $\sum_{i1,c1} |\alpha_{J,i1,c1}|^2$.

числения. Для ^{120}Xe энергии состояний 0_2^+ , 2_1^+ , 3_1^+ , 2_2^+ , 4_1^+ , 4_2^+ , 6_1^+ , 8_1^+ воспроизводятся с точностью до 6 кэВ, для состояний 10_1^+ , 12_1^+ , 14_1^+ , 16_1^+ соответственно расчетные значения больше экспериментальных на 30, 110, 270 и 480 кэВ. Для ^{124}Xe энергии состояний 0_2^+ , 2_1^+ , 3_1^+ , 2_2^+ , 4_1^+ , 4_2^+ , 6_1^+ , 8_1^+ воспроизводятся с точностью до 8 кэВ, для состояний 10_1^+ , 12_1^+ , 14_1^+ , 16_1^+ соответственно расчетные значения больше экспериментальных на 69, 341, 676, 906 кэВ. Т.е. в случае свободного подбора параметров МВБ, начиная с некоторого спина, наблюдается значительное несоответствие расчетных и экспериментальных энергий. На рис. 7.15 и 7.16 эффективные моменты инерции, соответствующие феноменологии МВБ, приведены также. Очевидно, что ни для каких значений параметров бозонного гамильтониана (1.2.18) нельзя получить обратный загиб, проявляющийся на рис. 7.15, 7.16 в большей мере для ^{124}Xe и в меньшей для ^{120}Xe . Связано это с тем, что для его воспроизведения необходимо явно учитывать высокоспиновые бозоны.

Следует также отметить, что феноменологические и рассчитанные микроскопически значения бозонного стандартного гамильтониана МВБ1 сильно различаются. Так, например, если для ^{120}Xe феноменологическое значение однобозонной энергии $\varepsilon_d = 0.441$ МэВ при $\Omega = 10$, то при микроскопическом расчете $\Omega = 19$ и $\varepsilon_d = -0.1$, т.е. однобозонная энергия является отрицательной, что приводит к тому, что уже в основном состоянии среднее число квадрупольных бозонов оказывается равным примерно 4. Однобозонная отрицательная энергия для ^{120}Xe связана с эффектами перенормировок, в то время как в первом приближении $\varepsilon_d^{(0)} > 0$. Зато для

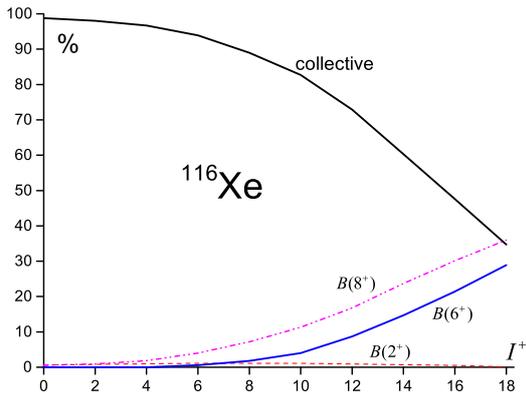


Рис. 7.19: То же самое в ^{116}Xe .

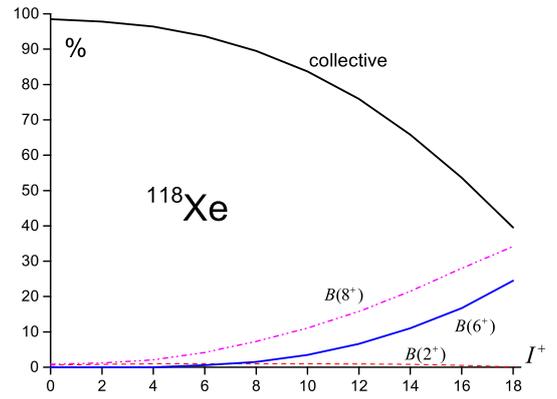


Рис. 7.20: То же самое для ^{118}Xe .

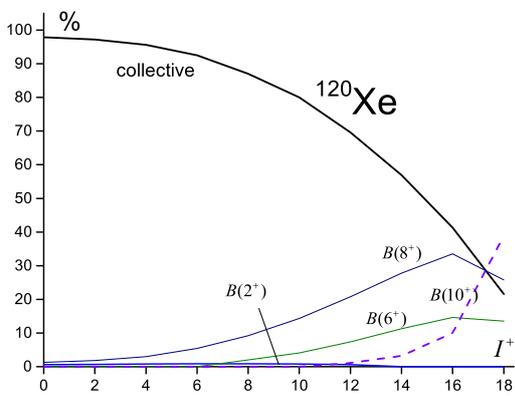


Рис. 7.21: То же самое в ^{120}Xe .

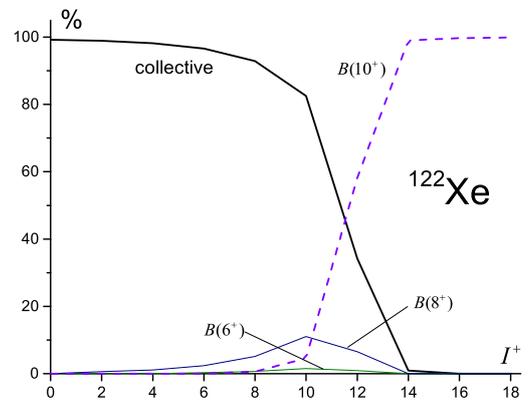


Рис. 7.22: То же самое для ^{122}Xe .

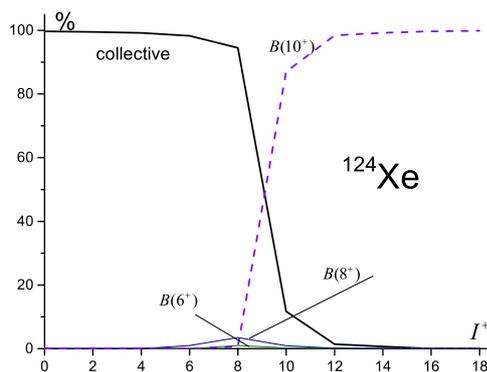


Рис. 7.23: То же самое для ^{124}Xe .

^{122}Ba уже $\varepsilon_d^{(0)} < 0$, т.е. модифицированный КМСФ позволяет достигнуть этого, в то время как в традиционном КМСФ однобозонная энергия может быть только положительной. Определенную роль играет большая степень неоднозначности феноменологических значений параметров. Несмотря на то, что часто число используемых уровней для определения параметров

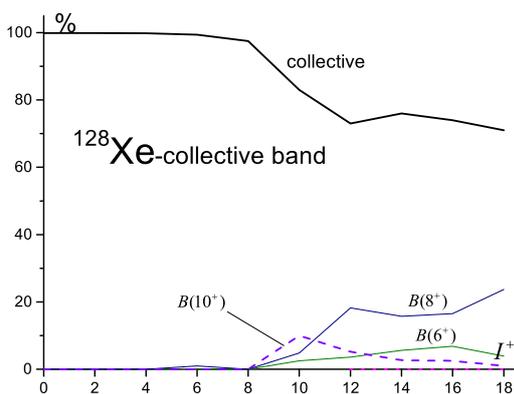


Рис. 7.24: То же самое в ^{128}Xe для коллективной полосы.

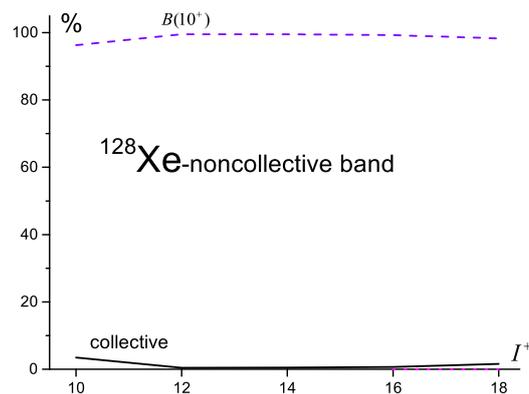


Рис. 7.25: То же самое для ^{128}Xe для неколлективной полосы.

оказывается не на много больше числа параметров, добиться однозначности их значений невозможно. Это снижает ценность феноменологии МВБ1.

Свойства конкретного ядра зависят от энергий квазичастиц и параметров сверхтекучести. При описании высокоспиновых состояний в изотопах Хе особую роль играет состояние уникальной четности в оболочке 50–82, $h_{11/2}$. Квазичастичные энергии уровней $h_{11/2}$ и $s_{1/2}$ становятся нижайшими, начиная с ^{122}Xe . (В нечетных ядрах от ^{123}Xe до ^{129}Xe состояние $1/2^+$ является основным, а энергия $11/2^-$ в среднем равна 270 кэВ. Это можно объяснить тем, что от одночастичного уровня $s_{1/2}$ структура D -фона зависит слабо и то, что когда нечетный нуклон находится на нем, не влияет на структуру данного фона. Если же нечетный нуклон оказывается на другом уровне среднего поля, например на $h_{11/2}$, это сокращает конфигурационное пространство на котором формируется коллективный фон, снижая его коллективность. Этот эффект приводит к повышению энергии $11/2^-$ в нечетных ядрах по сравнению $1/2^+$. Аналогичный эффект наблюдается для нечетных изотопов Se, Kr, когда для многих этих ядер основным состоянием является $1/2^-$, хотя вышележащий одночастичный уровень $g_{9/2}$ близок к заполнению.) Поэтому, начиная с этого ядра, должен измениться характер перехода от коллективных состояний к состояниям, в которых явно присутствует высокоспиновый бозон. Это подтверждается анализом волновых функций ираст-состояний, представленных в терминах d и b -бозонов на рис. 7.17 – 7.25, где главными компонентами в волновой функции (7.1.1) оказываются коллективная и содержащая высокоспиновые бозоны с $J = 6^+, 8^+, 10^+$. В соответствии с ранее приведенными рассуждениями, в изотопах $^{114-120}\text{Xe}$ при высоких спинах в большей степени должен проявляться бозон b_8 , а начиная с ^{122}Xe — b_{10} , что реализуется в соответствии с расчетом. В указанных изотопах $^{112-120}\text{Xe}$ по мере роста спина, как

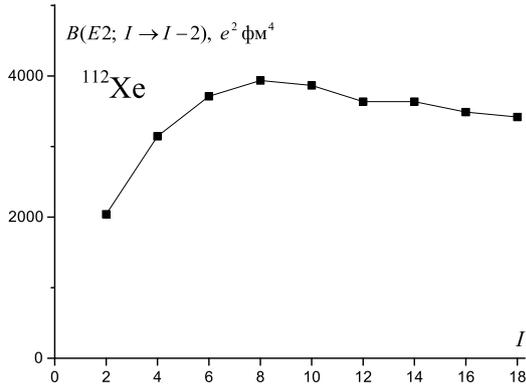


Рис. 7.26: Теоретические вероятности $E2$ -переходов для коллективной полосы в ^{112}Xe .

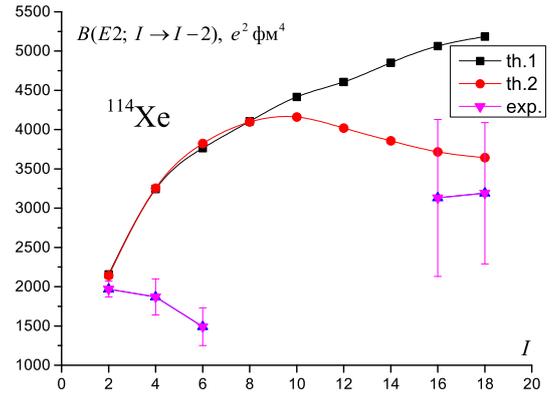


Рис. 7.27: То же самое для ^{114}Xe . Первый вариант теории соответствует единому набору параметров оператора $E2$ -переходов, второй вариант дан при наличии ослабляющего фактора оператора между компонентами волновых функций явно содержащих неколлективные фононы. Эксперимент из [130].

видно из указанных рисунков, плавно уменьшается коллективная компонента, выравниваясь при спине $I = 16^+$ или 18^+ с компонентами, содержащими b_6 и b_8 -бозоны в $^{112-118}\text{Xe}$, а также выравниваясь при спине 18^+ с компонентами, содержащими b_8 и b_{10} -бозон в ^{120}Xe . В ^{122}Xe при спине $I = 12^+$ коллективная компонента выравнивается с компонентой, содержащей b_{10} -бозон. В ^{124}Xe это реализуется при спине $I = 10^+$.

В изотопах $^{126,128}\text{Xe}$ были рассчитаны две полосы, ситуация для этих ядер близкая, поэтому из них двух приведена информация по составу волновых функций только для ^{128}Xe . На последнем из этой серии рисунков информация относится к коллективной полосе, которая начиная со спина $I = 10^+$, перестает быть иррастной. Другая полоса построена на бозоне b_{10} и сразу со спина $I = 10^+$ оказывается иррастной. Для самых тяжелых из рассмотренных изотопов $^{126,128}\text{Xe}$ происходит наиболее быстрый переход с коллективного состояния на неколлективное с весьма слабым их взаимодействием, что и проявляется в значениях $B(E2)$.

Значения $B(E2)$ для переходов внутри ирраст-полос в изотопах Xe приведены на рис. 7.26 – 7.34. Из них видно, что для изотопов $^{112-120}\text{Xe}$ теоретические значения $B(E2)$ не испытывают резкого уменьшения ни при каком спине. Они, по мере роста спина, продолжают медленно расти, либо испытывают слабое падение с некоторого спина. Связано это с плавным замещением коллективной компоненты на компоненты с высокоспиновыми бозонами.

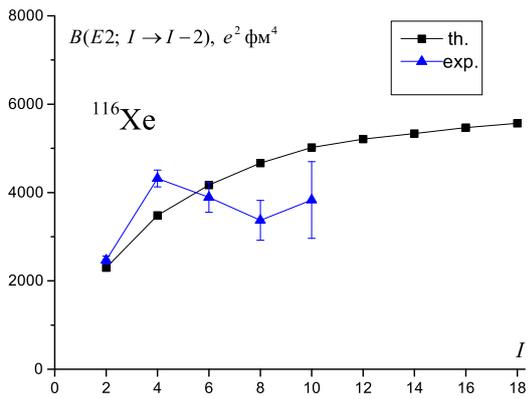


Рис. 7.28: То же самое для ^{116}Xe . Эксперимент из [133].

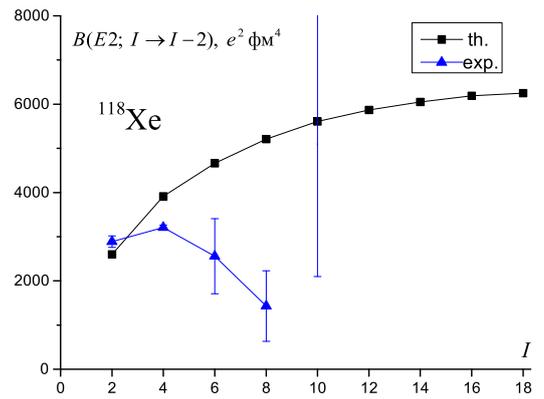


Рис. 7.29: То же самое для ^{118}Xe . Эксперимент из [120], [121].

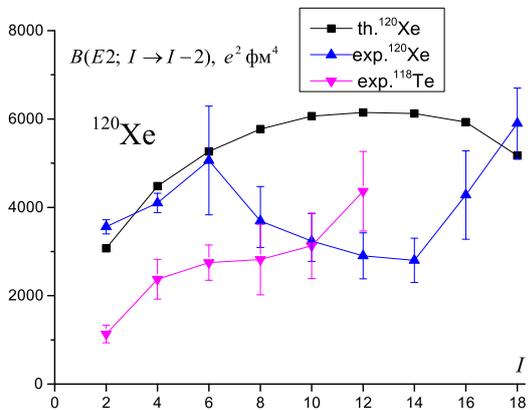


Рис. 7.30: То же самое для ^{120}Xe . Эксперимент из [133], [122].

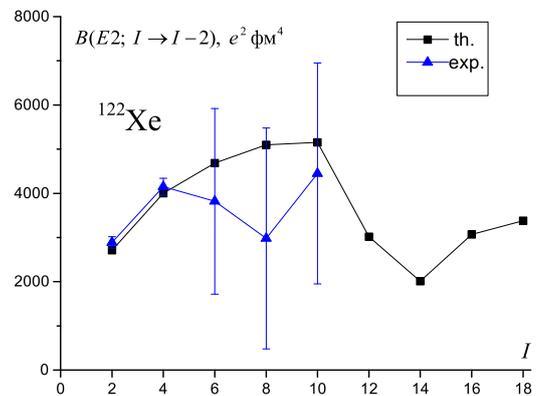


Рис. 7.31: То же самое для ^{122}Xe . Эксперимент из [133].

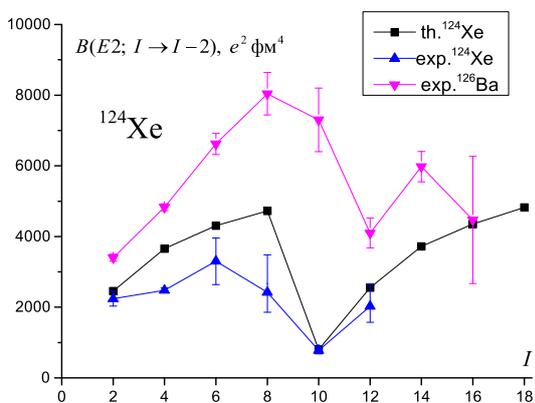


Рис. 7.32: То же самое для ^{124}Xe . Эксперимент из [123], [133].

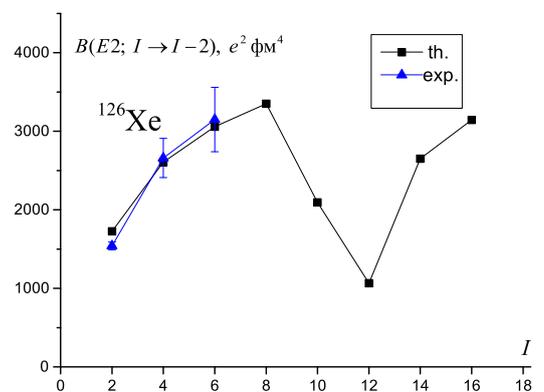


Рис. 7.33: То же самое для ^{126}Xe . Экспериментальные значения из [132].

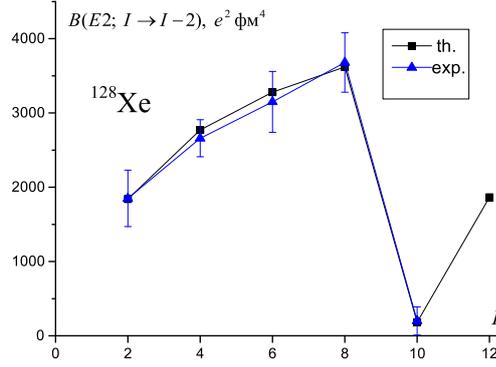


Рис. 7.34: То же самое для ^{128}Xe . Ссылки на экспериментальные работы приведены в табл. 7.1.

Таблица 7.1: Вероятности $E2$ -переходов в ^{128}Xe . В ядре наблюдается три высокоспиновые полосы. Коллективная полоса, начиная со спина 10^+ перестает быть иррастной, это состояния 10_2^+ (3.365), 12_2^+ (4.251), 14_2^+ (5.097), 16_2^+ (5.573), состояния 10_1^+ (3.197), 12_1^+ (3.809), 14_1^+ (4.618), 16_2^+ (5.573), 18_2^+ (6.606) построены на двухквaziчастичном возбуждении $(h_{11/2}^2)^{(10^+)}$. Полоса состояний 16_1^+ (5.288), 18_1^+ (6.187), 20_1^+ (7.257) может быть интерпретирована, как полоса построенная на $(h_{11/2}^4)^{(16^+)}$.

$I_i \rightarrow I_f$	$B(E2; I_i \rightarrow I_f)$				
	exp.[124]	exp.[125]	exp.[126]	exp.[127]	th.
$2_1^+(0.443) \rightarrow 0_1$		1830_{-340}^{+550}	1760(200)	1540(80)	1840
$4_1^+(1.033) \rightarrow 2_1$	2430(200)	2370(100)	2390(100)	2260(200)	2770
$6_1^+(1.737) \rightarrow 4_1$	4060(500)	2360(120)	2950_{-330}^{+420}	2970(280)	2380
$8_1^+(2.513) \rightarrow 6_1$				3670_{-360}^{+450}	3620
$10_1^+(3.197) \rightarrow 8_1$				> 0.94	182
$12_1^+(3.809) \rightarrow 10_1$					1864
$14_1^+(4.618) \rightarrow 12_1$					2788
$10_2^+(3.365) \rightarrow 8_1$				1410_{-350}^{+700}	3390
$12_2^+(4.251) \rightarrow 10_2$					3464
$14_2^+(5.097) \rightarrow 14_2$					3868
$16_3^+(5.968) \rightarrow 14_2$					4037
$18_3^+ \rightarrow 16_3$					3956
$16_2^+(5.573) \rightarrow 14_1$					3300
$18_2^+(6.606) \rightarrow 16_2$					3656

В ^{114}Xe соотношение теоретических и экспериментальных данных сталкивается с экзотическим поведением последних в зависимости от спина, где имеют место неравенства $B(E2; 6_1 \rightarrow 4_1) < B(E2; 4_1 \rightarrow 2_1) < B(E2; 2_1 \rightarrow 0_1)$ [130], хотя энергия первого возбуждения $E(2_1^+) = 0.45$ МэВ, в то время, как соответствующие неравенства имеют место только для полумагических ядер, когда $E(2_1^+) > 1$ МэВ.

Вопрос о таком соотношении для ряда ядер, включая и ^{114}Xe , обсуждался в литературе [131], хотя разумного объяснения дано не было. Следует отметить, что уже в следующем ядре с $A=116$ $B(4^+ \rightarrow 2^+) \simeq 2B(2^+ \rightarrow 0^+)$. Возможно, что различное поведение в ираст-полосах Xe и соседних изотопах привлечет внимание экспериментаторов.

Заметное различие экспериментальных и расчетных значений $B(E2)$ в ираст-полосе наблюдается также для ^{118}Xe , где падение рассматриваемой величины имеет место уже при спине $I = 6^+$. Такое поведение также достаточно экзотично.

В ^{120}Xe описание $B(E2)$ до спина $I = 6^+$ удовлетворительно, но начиная с $I = 8^+$ экспериментальные значения опять испытывают сильное уменьшение. Для сравнения на том же самом рис. 7.30 приведены экспериментальные данные для ^{118}Te , которые, как видно, таких уменьшений в значениях $B(E2)$ не имеют.

В ^{122}Xe описание $B(E2)$ возможно в силу больших экспериментальных погрешностей не противоречит теоретическим значениям. Данные имеются только до спина $I = 10^+$, а предсказываемые теоретические падения данных величин начинаются со следующих спинов.

В ^{124}Xe значение $B(E2)$ с состояния 10^+ существенно подавлено, а начиная с 12^+ значения $B(E2)$ опять значительны, что совпадает с данными эксперимента. Причина этого, как видно из рис. 7.21, заключается в том, что при переходе от состояния 8^+ к состоянию 10^+ происходит существенное изменение в структуре волновой функции. Падает коллективная компонента, а главной компонентой становится состояние с b_{10} , что соответствует пересечению полос. При больших спинах вероятности переходов становятся снова существенными.

В ^{126}Xe значения $B(E2)$ описываются в соответствии с последними экспериментальными данными весьма точно, хотя они распространяются только до спина $I = 6^+$. Зато в ^{128}Xe значения $B(E2)$ описываются прецизионно вплоть до спина $I = 10^+$. Причем последнее значение оказывается весьма малым. Это соответствует тому, что ирастная полоса, начиная со спина $I = 10^+$ практически исчерпывается компонентой, содержащей b_{10} -бозон и весьма малой примесью коллективного состояния, как это представлено на рис. 7.24. Так как в ^{128}Xe наблюдается несколько полос, то в табл. 7.1 приведены значения $B(E2)$ для ряда дополнительных переходов.

Хочется еще раз подчеркнуть, что при расчете $B(E2)$ эффективные нуклонные заряды не вводились. Бозонные заряды рассчитывались для низкоспиновых состояний с $I \leq 6^+$, что позволило качественно воспроизвести зависимость $B(E2)$ от спина. При этом вероятности переходов с первого возбужденного состояния воспроизводятся правильно, но остальные переходы для ряда изотопов Хе дают превышение теоретических значений $B(E2)$ над экспериментальными. Аналогичные данные получены в модели Бора [40]. Обращает внимание, что в изотопах Хе рост $B(E2)$ в ираст-полосах заметно меньше, чем соседних изотопах Те и Ва.

Вывод проведенных расчетов свойств состояний ираст-полос в изотопах ксенона в том, что для них по разному происходит замещение коллективных состояний на состояния, содержащие высокоспиновые бозоны, что соответствует пересечению полос. Расчет показал, падение вклада коллективной компоненты по мере роста спина может происходить плавно, что соответствует также плавному изменению в значениях $B(E2)$. Это осуществляется в тех случаях, когда значение химического потенциала находится по энергии вдали от состояния уникальной четности (в данном случае это $h_{11/2}$). В изотопах Хе так происходит для $A \leq 120$. Наоборот, если химический потенциал оказывается вблизи состояния уникальной четности, то переход в волновой функции ираст-полос от коллективной к компоненте с b_{10} -бозоном, осуществляется резко при некотором спине I_0 , что отражается в существенном уменьшении значения $B(E2; I_0 \rightarrow I_0 - 2)$. В изотопах ксенона это имеет место, начиная с ^{122}Xe .

Так как в ряде случаев были сделаны ссылки относительно свойств ираст-полос в изотопах бария, то они будут следующим предметом рассмотрения.

7.4 Результаты расчетов для $^{120-130}\text{Ba}$

При относительно небольших спинах (например, $I^\pi \leq 10^+$ в $^{118-126}\text{Ba}$ и $I^\pi \leq 8^+$ в $^{128-130}\text{Ba}$) состояния в четно-четных ядрах могут быть интерпретированы как квадрупольные коллективные возбуждения, связанные сильными $E2$ -переходами, для которых приведенные вероятности $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ в десятки и сотни раз превышают одночастичную оценку. Однако при больших спинах ираст-полоса продолжается, имея основание совсем другой природы. Как показывают различные теоретические подходы, этим состоянием является высокоспиновое двухквазичастичное фононное возбуждение. Экспериментально это заметно по изменению значений $B(E2; I \rightarrow I - 2)$ с ростом спина и по нарушению монотонности в изменении энергий ираст-состояний. Наиболее наглядной картиной, иллюстри-

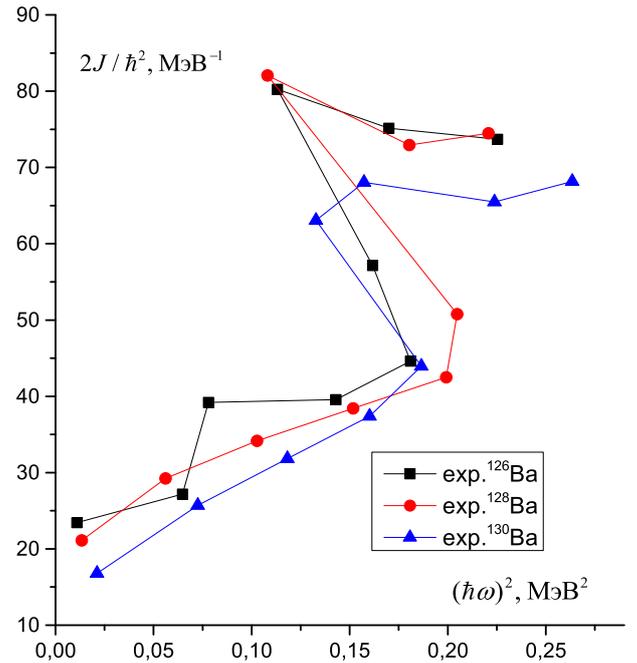
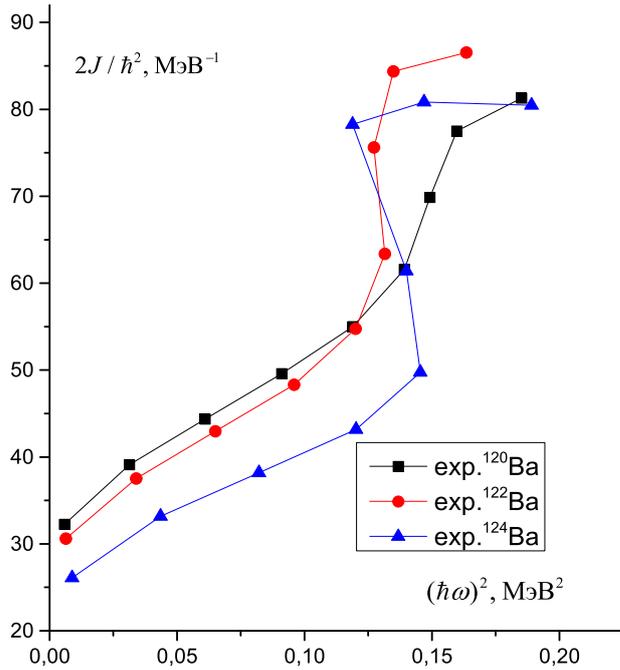


Рис. 7.35: Зависимость эффективного момента инерции от $(\hbar\omega)^2$ для ираст-полос по экспериментальным значениям энергий в $^{120-124}\text{Ba}$.

Рис. 7.36: То же самое для $^{126-130}\text{Ba}$.

рующей пересечение полос, является зависимость эффективного момента инерции \mathfrak{I} от квадрата частоты вращения $\hbar\omega$. При этом нерегулярности в кривой \mathfrak{I} от ω^2 , особенно явление "обратного загиба" - backbending, могут указывать, насколько резко происходит переход в ираст-полосе от коллективного состояния к состоянию, включающему высокоспиновую фононную моду. Для четных изотопов Ba подобные графики представлены на рис. 7.35 и 7.36.

Параметры потенциала Вудса–Саксона для изотопов Ba так же, как и для изотопов Xe, приняты в соответствии с табл. 4 работы [97], кроме параметра спин-орбитального расщепления. Используемое значение отличается от предложенного в [97], например, для двух наиболее легких и наиболее коллективных ядер $^{120,122}\text{Ba}$ соответственно в 1.2 и 1.15 раз. Варьировались они таким образом, чтобы получить отрицательные значения квадрупольного момента первого возбуждения. При расчете использовался широкий спектр одночастичных состояний, вплоть до резонансных состояний, всего в числе, равном 26 (njl) протонных и столько же нейтронных уровней. Константы монопольного спаривания определялись по значениям парных энергий за исключением ^{122}Ba , где они оказываются заниженными по сравнению с соседними изотопами. Константы квадрупольного взаимодействия в частично-частичном ($G_\tau^{(2)}$) и частично дырочном каналах (κ_{nn} и κ_{np}), приведенные в табл. 7.2 в единицах [98], по существу претерпевают

це, в тяжелых, для которых квазичастицы на $h_{11/2}$ играют более важную роль в структуре D -фонона, уменьшается до значения 0.8. Во-вторых, для трех изотопов $^{126-130}\text{Ba}$ энергии состояний основной полосы в присутствии неколлективного бозона принимаются больше, чем в состояниях, где их нет и определяются двух-параметрической формулой $E_I = I/2(c_1 + c_2(I - 2))$, характерной для $SU(5)$ -предела МВБ1. Отличие энергий в указанном смысле для ^{126}Ba заметно меньше, чем для $^{128-130}\text{Ba}$, а для $^{120-124}\text{Ba}$ его вовсе нет. В результате для тяжелых изотопов два дополнительных параметра c_1 и c_2 равны 0.4, 0.3; 0.65, 0.2; 0.7, 0.12 соответственно для $^{126,128,130}\text{Ba}$. Таким образом, значения ζ и отличие в энергиях коллективных состояний E_I в зависимости от наличия квазичастичной пары коррелируют. Эта феноменологическая процедура указывает на необходимость в ряде случаев учета сокращения конфигурационного фермионного пространства и влияния этого сокращения на структуру коллективных состояний.

С данными силовыми константами были произведены расчеты [136], которые без учета каналов взаимодействия $V^{(2,3)}$ (7.1.4), (7.1.7) приводят к значениям параметров H_{IBM} . В табл. 7.3 они приведены для основного состояния, для прочих состояний их значения претерпевают некоторые численные изменения [90]. При этом максимальное число бозонов Ω для каждого ядра находится в результате расчета [90]. Они также приведены в табл. 7.3 вместе со средними значениями чисел квадрупольных бозонов n_d в основном состоянии. Их значения показывают, что в соответствии с вычислениями структура состояний даже для тяжелых ядер далека от того, что дает вибрационный случай, когда $\langle n_d \rangle_{I=0+} = 0$. Вопрос о близости структуры коллективных состояний ядер к $O(6)$ -пределу МВБ обычно решается по близости значений параметров гамильтониана к значениям соответствующего предела. Однако это можно сделать корректнее, а именно по значениям интегралов перекрытия расчетных бозонных функций с функциями соответствующего предела МВБ, $\langle \psi_c(I) | \psi^{(O(6))}(I) \rangle$. Эти интегралы для основного состояния приведены в табл. 7.3 (R), откуда видна действительная близость волновых функций к функциям $O(6)$ -предела МВБ для более легких изотопов Ba, но начиная с ^{126}Ba , это уже далеко не так.

На рис. 7.37 дано сравнение экспериментальных и теоретических энергий ираст-полос. В масштабе этого рисунка теоретические и экспериментальные значения энергий близки, но реально различие может достигать 120 кэВ.

Взаимодействия $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$ не сильно влияют на относительные энергии 2_1^+ состояний, но на абсолютные значения они влияют и тем больше, чем больше коллективность ядра. Так в ^{120}Ba это сдвигает основное состояние на 1.8 МэВ, а для $^{128,130}\text{Ba}$ этот сдвиг стремится к нулю. Большие значения числа квадрупольных бозонов в основном состоянии, приведенные в

Таблица 7.3: Параметры H_{IBM} в МэВ, полученные без учета каналов взаимодействия $V^{(2,3)}$. Величина n_d есть среднее число бозонов в основном состоянии, т.е. $(n_d)_{I=0^+}$, $R = (\psi_c(I = 0^+) | \psi^{(O(6))}(I = 0^+))$ – значения интегралов перекрытий расчетных бозонных функций с функциям соответствующего предела МВБ в основном состоянии.

A	Ω	ε_d	k_1	k_2	C_0	C_2	C_4	n_d	R
120	20	-0.828	-0.058	0.0087	0.318	0.064	0.243	6.95	0.817
122	20	-0.879	-0.058	0.0121	0.466	0.094	0.265	6.42	0.732
124	19	-0.848	-0.060	0.0149	0.614	0.153	0.296	5.45	0.686
126	20	-0.414	-0.054	0.0291	0.604	0.160	0.260	5.24	0.558
128	17	-0.231	-0.042	0.0323	0.574	0.158	0.272	3.89	0.540
130	17	0.079	-0.040	0.0232	0.638	0.136	0.275	2.64	0.431

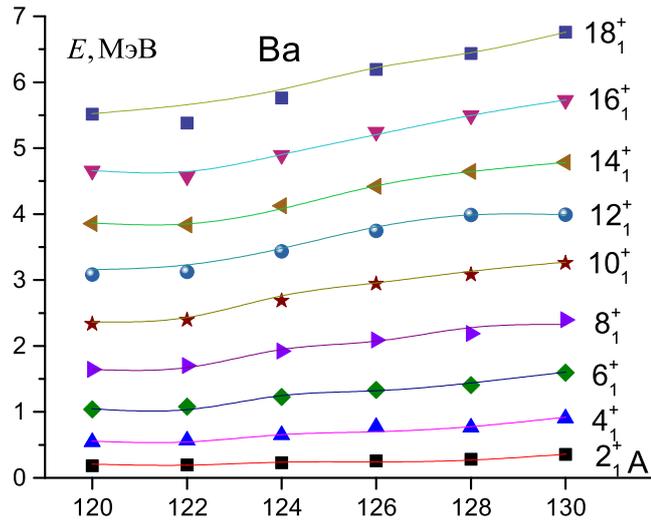


Рис. 7.37: Сравнение теоретических (линии) и экспериментальных (фигуры) значений энергий ирост-полос в четных изотопах Ba.

табл. 7.3, коррелируют с энергиями основного состояния относительно бесфононного состояния МВБ1. Для ^{120}Ba это значение порядка 13.5 МэВ, для ^{130}Ba порядка 3.5 МэВ, что также значительно.

Величины $B(E2; I \rightarrow I - 2)$ представлены на рис. 7.38 – 7.42, где теоретические значения получены как и ранее без введения эффективных зарядов. В ^{122}Ba правильно описываются три первые перехода, но для перехода с 8^+ состояния такого соответствия нет. Нельзя исключить погрешность эксперимента. В ^{124}Ba из нижайших переходов известны первые три, они воспроизводятся. Более полная информация имеется для ^{126}Ba , где в целом получено соответствие экспериментальных и расчетных значений. Особенно следует обратить внимание на резкое падение значения $B(E2)$

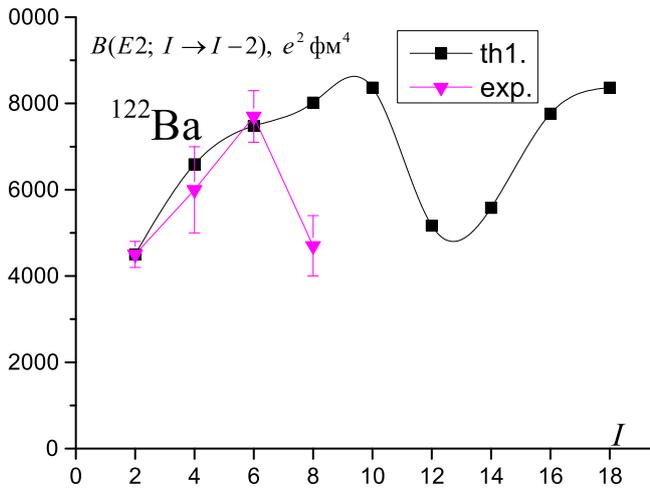


Рис. 7.38: Теоретические и экспериментальные [134], [133] значения $B(E2)$ вдоль ираст-полосы в ^{122}Ba .

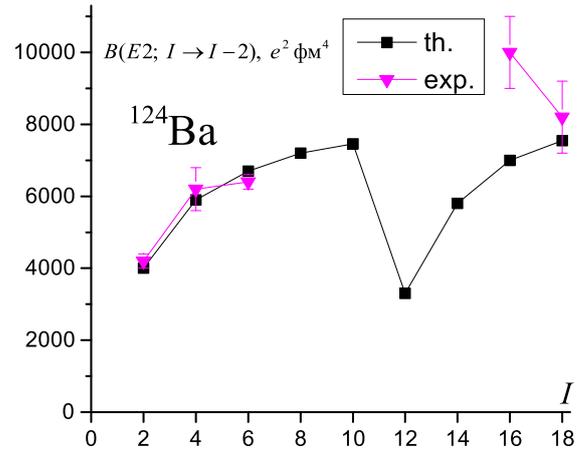


Рис. 7.39: То же самое для ^{124}Ba .

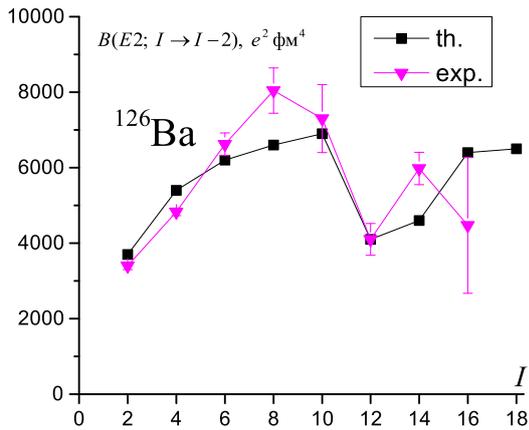


Рис. 7.40: То же самое для ^{126}Ba .

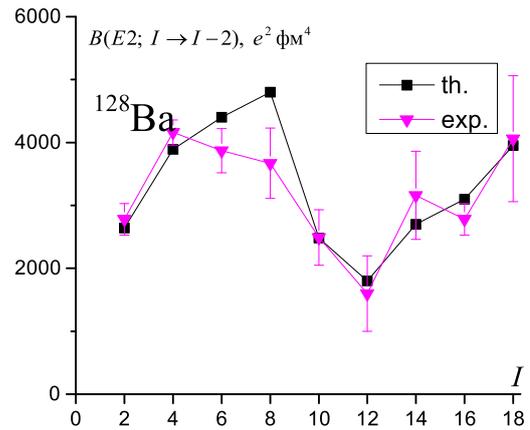


Рис. 7.41: То же самое для ^{128}Ba .

для перехода $12^+ \rightarrow 10^+$ и последующий рост приведенных вероятностей для бóльших спинов.

Как видно из рис. 7.43, это соответствует быстрому переходу от чисто коллективного состояния со спином 10^+ к состоянию 12^+ , где компонента с двухквaziчастичной парой составляет 60%. В ^{128}Ba также имеется соответствие экспериментальных и расчетных значений $B(E2)$, если не считать несколько завышенного значения для перехода с 8^+ состояния. Для остальных переходов, вплоть до перехода с 18^+ , описание удовлетворительно. В этом ядре, для двух переходов с состояний 10^+ и 12^+ , наблюдается резкое падение значений $B(E2)$. Объясняется это тем, что, как видно из

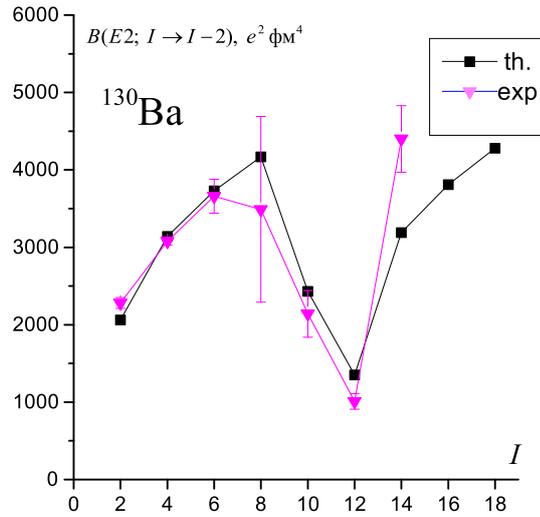


Рис. 7.42: То же самое для ^{130}Ba .

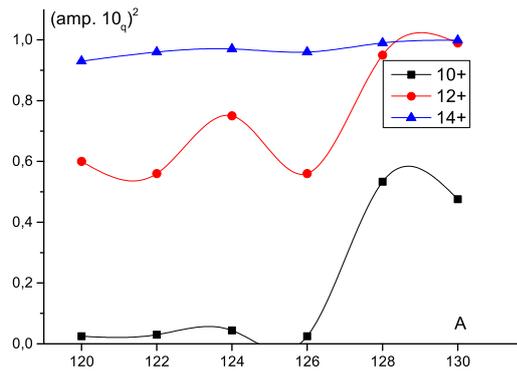


Рис. 7.43: Вклад в волновые функции состояний со спинами 10^+ , 12^+ , 14^+ ирраст-полос компонент, содержащих $(h_{11/2}^2)^{(10+)}$ в $^{120-130}\text{Ba}$.

рис. 7.43 для 10^+ коллективная и двухквазичастичная компоненты поделены поровну, а потому как с него, так и с последующего состояния, чья компонента определяется в основном наличием двухквазичастичной пары, значения $B(E2)$ оказываются ослабленными. Похожая ситуация реализуется для ^{130}Ba , где описание также удовлетворительно.

Рис. 7.43 дает представление о том, что происходит с состояниями ирраст-полосы по мере роста спина. Состояние со спином $I^\pi = 14^+$ для всех рассмотренных ядер определяется наличием высокоспиновой квазичастичной пары. В состояниях с $I^\pi = 12^+$ для ядер с $A \leq 126$ состав с b_{10} колеблется от 55 до 74%. Состояние с $I^\pi = 10^+$ для ядер с $A \leq 126$ остается практически чисто коллективным, а для более тяжелых ядер вклад с b_{10}

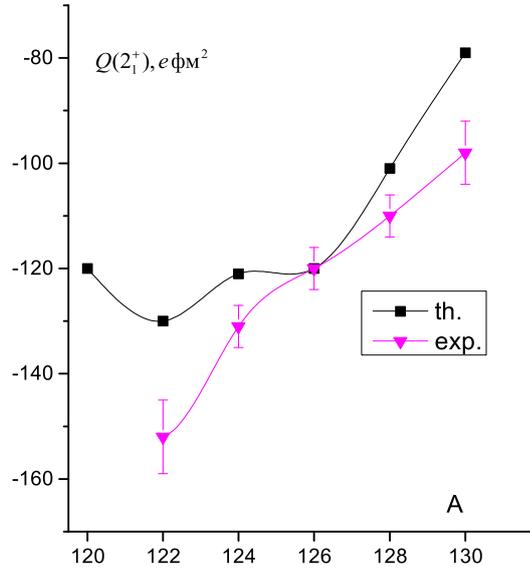


Рис. 7.44: Теоретические и экспериментальные [73] значения $Q(2_1^+)$ в $^{120-130}\text{Ba}$.

оказывается на уровне 50%.

Теоретические значения квадрупольных моментов сравниваются с расчетными значениями на рис. 7.44. Знак и порядок этих величин воспроизводятся, но в целом согласие скорее качественное.

Пересечение полос по результатам расчетов реализуется во всех рассмотренных ядрах, а обратный загиб наблюдается лишь для более тяжелых ($A \geq 124$). В рассмотренных изотопах Ba не происходит плавного замещения коллективных компонент на неколлективные, как это имеет место для легких изотопов Xe. Также не реализуется такой переход в структуре состояний, когда для спина I коллективная компонента существенно преобладает, а для спина $I + 2$ компонента с b_{10} становится преобладающей. Обратный загиб реализуется для менее коллективных ядер. Его отсутствие не свидетельствует о том, что пересечения полос не происходит, но об этом может свидетельствовать характер в поведении $B(E2; I \rightarrow I - 2)$ в зависимости от спина. По мере роста числа нейтронов, начиная с $N = 66$, происходит сужение квазичастичного пространства, что отражается на уменьшении $\langle n_d \rangle_{I=0+}$, а пропорционально этому уменьшаются бозонные матричные элементы от операторов, выраженных через d -бозоны и соответственно уменьшаются м. э. от взаимодействия $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$. Как видно из табл. 7.3 и рис. 7.35, 7.36 при $\langle n_d \rangle_{I=0+} \approx 6.5$ обратный загиб не наблюдается, но имеет место при $\langle n_d \rangle_{I=0+} \leq 5.5$. Интересно, что для ^{128}Ba окончательное пересечение полос реализуется уже для состояния со спином $I^\pi = 12^+$ (рис. 7.43), а обратный загиб имеется для спина 14^+ . Это связано

с существенным увеличением для этого ядра энергии коллективных состояний в присутствии высокоспиновой пары по сравнению с коллективными состояниями, построенными на фононном вакууме. Для других ядер критерий наличия обратного загиба может отличаться.

В случае отсутствия взаимодействия коллективных состояний с высокоспиновыми парами после пересечения полос значения ω претерпевают резкое уменьшение, так как иррациональной полосой становится новая полоса. Этому будет соответствовать ярко выраженный обратный загиб. Поэтому общим утверждением будет то, что при более слабом взаимодействии между коллективными состояниями и состояниями, содержащими высокоспиновые пары, эффект обратного загиба будет выражен сильнее. Взаимодействие зависит как от бозонных матричных элементов, они пропорциональны среднему от числа квадрупольных бозонов, так и от фермионных м. э.. В работе рассматриваются наиболее существенные каналы фермионного взаимодействия, которые содержат члены когерентного рождения или уничтожения D -фононов, что в свою очередь связано со значениями $B(E2)$. Оба эти фактора согласованно приводят либо к большей, либо к меньшей мере взаимодействия между состояниями, соответственно делая явление обратного загиба либо менее выраженным, либо более.

Таким образом, для изотопов Ва, отличающихся большей степенью коллективности, получено описание состояний иррациональных полос. Энергии 2_1^+ -состояний для рассмотренных изотопов отличаются в два раза. Было получено описание механизма пересечения полос на основе микроскопической версии МВБ1, где учитывались высокоспиновые бозоны. При этом, как показал расчет, во многом согласующийся с экспериментом, в изотопах Ва пересечение полос происходит неизменно, а эффект обратного загиба проявляется сильнее при меньшей коллективности, когда энергия первого возбуждения больше, а значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ меньше. Он реализуется, начиная с ^{124}Ba .

7.5 Основные результаты главы

Для описания эффекта пересечения полос, когда неколлективные пары квазичастиц или соответствующие фононные моды с высоким спином начинают проявляться в явном виде, бозонная модель была расширена за счет явного введения в бозонный базис b -бозонов с различными спинами. Для вычисления параметров расширенного бозонного гамильтониана использовался тот же аппарат вычисления матричных элементов гамильтониана по состояниям, содержащим несколько фононов, что использовался в данной работе при расчете параметров МВБ, а также тот же способ отображения

фононов на бозоны. В первом порядке по взаимодействию связываются компоненты волновой функции, содержащие только d -бозоны, с теми, что содержат $b_{J=6}$ -бозоны с моментом, равным 6^+ . Первый же порядок связывает компоненты, содержащие $b_{J=6}$ с $b_{J=8,10}$. Это аналогично тому, что второй порядок по взаимодействию связывает функции, содержащие только d -бозонные компоненты с компонентами, содержащими $b_{J=8,10}$ -бозоны. Для реализации данной программы была составлена процедура вычисления матричных элементов от многобозонных операторов по произвольным бозонным функциям. Численные значения совокупности матричных элементов оказались настолько значительными, что при их использовании величины $B(E2)$ в области пересечения полос дают устойчиво большие значения, независимо от положения энергий невозмущенных состояний, что всегда справедливо для ядер, удаленных от полумагических. Объясняется это рядом причин: реализованы большие значения полного числа бозонов по сравнению к каноническими величинами; развитая версия микроскопического варианта МВБ дает большую степень коллективизации состояний по сравнению с тем, что получается обычно в рамках феноменологии МВБ, соответственно получают значительные величины матричных элементов; примесь неколлективных компонент в явном и неявном виде рассматривается, начиная с основного состояния.

Расширенная микроскопическая модель была применена для описания состояний ираст- и близких к ней полос в четных изотопах Хе и Ва. Для всех рассмотренных ядер удовлетворительно описываются энергии ираст-полос до спина $I = 18^+$.

Для изотопов Хе реализуются два различных механизма связи коллективных состояний с состояниями, содержащими высокоспиновые неколлективные бозоны. Для соответствующих изотопов с $A \leq 120$ происходит весьма медленное замещение коллективных компонент на неколлективные по мере роста спина. Это приводит к тому, что в графике момента инерции от частоты вращения не наблюдается обратного загиба. Наоборот, для изотопов с $A \geq 122$ в области спинов от $I = 8^+$ до $I = 12^+$ или от $I = 10^+$ до $I = 14^+$ происходит практически полная замена в волновых функциях от коллективной к той, что содержит $b_{J=10}$ -бозон. Соответственно в этих ядрах ярко проявляется явление обратного загиба. Расчетные значения $B(E2)$ вдоль ираст-полос успешно воспроизводят экспериментальные для ^{116}Xe и для ^{122}Xe , возможно также для ^{126}Xe и ^{128}Xe , но с учетом больших экспериментальных погрешностей. Для остальных изотопов Хе $B(E2)$, начиная с перехода $4^+ \rightarrow 2^+$, экспериментальные значения заметно меньше теоретических.

Для изотопов Ва реализуется второй механизм пересечения полос, когда в области спинов от $I = 10^+$ до $I = 14^+$ происходит практически полная

замена в волновых функциях от коллективной к той, что содержит $b_{J=10}$ -бозон. Соответственно в этих ядрах (от ^{122}Ba до ^{130}Ba) проявляется явление обратного загиба. Это отличие от изотопов Хе можно связать с большей коллективностью, что соответствует большим значениям чисел квадрупольных бозонов уже в основном состоянии, а соответственно и большим значениям матричных элементов, обеспечивающим связь коллективных и неколлективных состояний. Исключение из рассмотренных изотопов Ва в этом отношении относится только к самому легкому, ^{120}Ba . К сожалению, для него не известны экспериментальные значения $B(E2)$. Для остальных такие данные о вероятностях имеются и они, как правило, соответствуют расчетным значениям. Наиболее полные экспериментальные данные о $B(E2)$ вдоль ираст-полос известны для ядер от ^{126}Ba до ^{130}Ba , где в области пересечения полос реализуется уменьшение $B(E2)$, а затем снова их рост по мере роста спина. Теоретические значения воспроизводят эту ситуацию.

Заключение

Главный результат работы — создание и апробация методики описания свойств низкоэнергетической квадрупольной коллективности переходных ядер при микроскопическом расчете параметров и трактовке многофононности в бозонном приближении МВБ1. При этом используемые амплитуды u , v и ψ , φ получены на основе минимума полной энергии в каждом состоянии при ряде дополнительных условий.

Фононные парные операторы, представляющие собой суперпозицию парных двухквазичастичных операторов, отображаются на бозонные операторы в соответствии с традиционно используемым для МВБ способом. Двухквазичастичные ψ , φ — амплитуды нижайших квадрупольных фононов находятся в рамках предложенной в данной работе модификации Метода Случайной Фазы (МСФ) — (ММСФ). Дополнительные условия, в частности, позволяют решить проблему фазового перехода, когда при большой коллективности квадрат частоты становится отрицательным, а корреляции сильно возрастают. Реализованная модификация позволяет получать энергии фононов вплоть до отрицательных, а корреляциям при этом оставаться достаточно малыми. Эта же модификация позволила для рассматриваемых коллективных многофононных состояний добиться выполнения принципа Паули, когда число квазичастиц на каждом одночастичном уровне не превышает величины $j + 1/2$.

Полученные нелинейные уравнения для амплитуд D -фононов приводят к теоретическим значениям параметров бозонных операторов в первом приближении. Следующий порядок по взаимодействию, связанный с динамическими эффектами, т.е. учетом связи состояний, построенных из D -фононных мод с прочими модами, позволяет привести в соответствие теоретические и феноменологические значения бозонных параметров гамильтониана и оператора $E2$ -переходов. Последние находятся из требования наилучшего описания экспериментальных данных. Теоретические значения параметров бозонного гамильтониана позволяют получить сложный бозонный состав коллективных состояний от которых обратно зависят фононные амплитуды. Многобозонный состав состояний приводит к новым уравнениям для параметров сверхтекучести. Качественная их интерпретация сводится к тому, что квадрупольное частично-дырочное взаимодействие эффективно приводит к перенормировке констант контактного спаривательного взаимодействия. Это в значительной степени компенсирует эффект уменьшения сверхтекучих свойств за счет блокировки одночастичных состояний квазичастицами, формирующими многофононные состояния. Полная система уравнений позволяет получить согласованные фононные и сверхтекучие амплитуды, а также бозонные средние. Теоретические

параметры МВБ плавно меняются при переходе от одного состояния к другому. Такое изменение параметров выводит за пределы традиционно понимаемой МВБ, где они считаются неизменными для всех состояний. Тем не менее бозонные параметры, полученные в феноменологии МВБ, можно соотнести с теоретическими либо по основному состоянию, либо по усредненным значениям по нескольким коллективным состояниям.

Разработанная теория применена к изотонам с $N = 70$, изотопам теллура и ксенона. Для них получено в целом удовлетворительное описание энергий и значений $B(E2)$. Однако при этом для изотопов Те и Хе, особенно для наиболее легких из них, теоретические значения энергий состояний ираст-полос, начиная со спина 6^+ или 8^+ , заметно превышают экспериментальные. Для улучшения описания был расширен бозонный базис за счет учета бозонов с высокими спинами. Данное расширение также реализовано на микроскопической основе. В результате получено удовлетворительное описание экспериментальных энергии до спина $I = 18^+$ как для изотопов Хе, которые были рассмотрены ранее без учета высокоспиновых бозонов, так и для изотопов Ва, для которых имеется богатая экспериментальная информация относительно значений $B(E2)$. Расширение МВБ позволило описать эффект пересечения полос и явление обратного загиба, проявляющегося в специфическом поведении момента инерции в зависимости от квадрата частоты.

Представленная микроскопическая теория реализована в рамках сферически-симметричного среднего поля и остаточных взаимодействий, включающих спаривательные и мультипольные факторизованные силы.

Благодарности

Автор благодарен своим коллегам, прежде всего В.М. Михайлову, В.И. Исакову, Д.Н. Дойникову, а также сотрудникам ОИЯИ в Дубне В.В. Воронову, А.Р. Северюхину, Р.В. Джолосу, А.И. Вдовину, Н.Н. Арсеньеву за интерес к работе, предоставление возможности выступать на семинарах и принимать участие в конференциях.

Список таблиц

2.1	Соотношение бозонных параметров и бозонных средних, $A = n_d + 5/2$; $B = P_1$	58
3.1	Значения коэффициентов a_i, b_i , полученные по формулам (3.1.14) и с учетом суммирования выражений (3.2.3), (3.2.6) и (3.2.8). Расчеты произведены для основного состояния ядра ^{114}Xe , средние бозонных операторов равны, $n_d = 2.44$, $P_1 = 3.06$, $\langle C_0 \rangle = 1.57$, $\langle C_2 \rangle = 0.895$, $\langle C_4 \rangle = 1.199$. Энергии и коэффициенты a и b даны в МэВ, остальные величины безразмерны.	89
3.2	Вклад разных процессов в поправку к коэффициентам a_i, b_i , полученных по формулам ⁽¹⁾ – (3.2.3), ⁽²⁾ – (3.2.6) и ⁽³⁾ – (3.2.8). Расчеты произведены с условиями, приведенными в предыдущей таблице.	89
4.1	Вклад различных процессов в $\delta\tilde{Q}_\tau$ (3.1.14) для основного состояния ^{124}Xe	95
4.2	Перенормировка констант частично-дырочного взаимодействия для ^{124}Xe	96
6.1	Усредненные значения теоретических значений параметров гамильтониана для ядер с $N = 70$ в МэВ и Ω	116
6.2	Вклады различных процессов, рис. 2.8, в значения параметра k_2 для состояний ираст-полосы в ^{124}Te ($\Omega = 14$, $\alpha = 1$). Значения приведены в МэВ.	121
6.3	Константы ч-ч сил $G^{(2)}$ и изоскалярных ч-д $k^{(2)}$ в единицах, данных в [98], параметр усиления спин-орбитальной связи α и Ω для изотопов Te.	124
6.4	$B(E2)(e^2 \text{ фм}^4)$ и $Q(2_1^+)(e \text{ фм}^2)$ в ^{124}Xe . Эксперимент из [123], [133].	130

7.1	Вероятности $E2$ -переходов в ^{128}Xe . В ядре наблюдается три высокоспиновые полосы. Коллективная полоса, начинающаяся со спина 10^+ перестает быть иррастной, это состояния 10_2^+ (3.365), 12_2^+ (4.251), 14_2^+ (5.097), 16_2^+ (5.573), состояния 10_1^+ (3.197), 12_1^+ (3.809), 14_1^+ (4.618), 16_2^+ (5.573), 18_2^+ (6.606) построены на двухквазичастичном возбуждении $(h_{11/2}^2)^{(10+)}$. Полоса состояний 16_1^+ (5.288), 18_1^+ (6.187), 20_1^+ (7.257) может быть интерпретирована, как полоса построенная на $(h_{11/2}^4)^{(16+)}$	151
7.2	Параметры, используемые в расчетах. Все величины безразмерны. Силовые параметры $G^{(2)}$, κ_{nn} , κ_{np} даны в единицах [98].	155
7.3	Параметры H_{IBM} в МэВ, полученные без учета каналов взаимодействия $V^{(2,3)}$. Величина n_d есть среднее число бозонов в основном состоянии, т.е. $(n_d)_{I=0^+}$, $R = (\psi_c(I = 0^+) \psi^{(O(6))}(I = 0^+))$ – значения интегралов перекрытий расчетных бозонных функций с функциям соответствующего предела МВБ в основном состоянии.	157
A.1	Значения λ_1 , $\aleph_{\lambda\lambda_1}$ -bos и $E_{3\lambda}^{(0)}$ в выражении (A.0.9) в представлении идеальных бозонов, когда в выражении (A.0.10) $\aleph_{\lambda_1} = \aleph_x = 2$ и $\aleph_{\lambda\lambda_1}$ -fer в представлении фононов, когда $\aleph_0 = 1.6937$; $\aleph_2 = 1.8898$; $\aleph_4 = 1.8365$, значения, полученные при расчете ядра ^{114}Xe	182
C.1	Энергии корреляций $E_0^{(B)}$ для нижайшего фонона и всех фононов с каждой из рассмотренных мультипольностей. Результаты приведены для двух вариантов сил. Меры корреляций указаны для нижайшего фонона.	186
C.2	Таблица значений коэффициентов A_i , $C_i^{(u)}$, $C_i^{(v)}$, $B = 0.170$ МэВ, входящие в уравнение (C.0.10), вычисленные по формулам (C.0.11) – (C.0.14) для основного состояния ядра ^{114}Xe , величины C_i в МэВ.	190

Список иллюстраций

2.1	<p> Диаграммы, иллюстрирующие члены $C_L^{(1)}$ (a), $C_L^{(2)}$ (b), $C_L^{(3)}$ (c) в ур. (2.1.25). Волнистые и тонкие линии соответствуют фононам и квазичастицам соответственно, вертикальные пунктирные линии обозначают взаимодействие. Фононы, отображенные на рисунках, представлены ψ и φ-амплитудами. Исключением, когда фонон учитывается только через φ-компоненты, является случай (b), когда в одну точку пересечения сходятся как фонон, так и две линии квазичастиц с одной стороны. </p>	45
2.2	<p> Оценка числа квазичастиц в фононном вакууме за счет корреляций в основном состоянии, определяемой отношением $\sum \varphi_{12}^2 / \sum \psi_{12}^2$. </p>	50
2.3	<p> Графическое представление матричных элементов: рисунок a) соответствует матричному элементу $v^{(0)}$, b) и c) — $v^{(03)}$, которые используются в уравнениях (2.8.3). Здесь и далее под темным кружком понимается взаимодействие, пропорциональное $a_1^+ a_{\bar{1}}^+ + a_{\bar{1}} a_1$, связанное со средним полем и спариванием в виде, данном выражением (3.1.3). В традиционном способе определения параметров сверхтекучести в рамках БКШ этот член оказывается равным нулю. Здесь, с учетом многофононности, см. следующий раздел, это оказывается не так. </p>	65
2.4	<p> Графическое представление матричных элементов: рисунки a) и b) соответствуют матричным элементам $v^{(1)}$, c) — $v^{(2)}$ в уравнениях (2.8.6). На рисунке c) имеется фрагмент, содержащий обмен D и B-фононов. В том случае, когда когерентным рождением является D-фонон, то большую роль при суммировании по B-фононам играют те, чьи энергии минимальны. Если наоборот, когерентным рождением является B-фонон, то большую роль при суммировании по ним играют фононы, соответствующие гигантскому квадрупольному резонансу. </p>	66

2.5	Графическое представление матричных элементов: $a, b - v^{(3)}$ и $c - v^{(4)}, d, e - v^{(5)}$ и $f - v^{(6)}, e - v^{(5)}, f - v^{(6)}$ в ур. (2.8.8), (2.8.9).	68
2.6	Графически (a) означает $ v^{(1)} ^2$ в выражении (2.8.6), величина $ v^{(5)} ^2$ (2.8.9), просуммированная по проекциям трех фононов, содержит как несвязанную диаграмму (b), так и связанную (c).	68
2.7	Графическое представление м.э. (2.1.6), (2.1.18), определяющего $\kappa_1^{(0)}$, дано на рисунке (a). Поправка к κ_1 , определяемая взаимодействием 2-х D -фононов с BD и BD с вакуумом фононов соответствует рисунку (b). Взаимодействием 2-х D -фононов с BDD и BDD с вакуумом дано на рисунке (c). В соответствии с комментарием к рис. 2.1 нижний D -фонон на рисунке (c) проявляет себя только через φ -амплитуды.	70
2.8	Графическое представление матричных элементов, определяющих параметр гамильтониана k_2 в первом порядке по взаимодействию (a, b). Темный кружок соответствует члену в фермионном гамильтониане H_{20+02} . Процессы второго порядка, приводящие к перенормировке k_2 , где промежуточным состоянием является: (c, d, e) — двухфононное $(B^+D^+)^{(2)}$; (f) — трехфононное $(B^+D^+D^+)^{(2)}$; (g) — четырехфононное $(B^+D^+D^+D^+)^{(2)}$	73
3.1	Параметры щели Δ_τ и $\tilde{\Delta}_n$ в ^{124}Xe в зависимости от спина коллективного состояния I	84
3.2	Значения v_i^2 для валентных состояний нейтронной оболочки в зависимости от спина коллективного состояния для ^{118}Te	85
3.3	То же самое, но для ^{124}Xe	85
3.4	Значения $y_i v_i^2$ для валентных состояний нейтронной оболочки в зависимости от спина коллективного состояния для ^{118}Te	85
4.1	Зависимость энергии квазичастично-фононного вакуума \bar{E}_I (4.2.4) для ^{118}Te	98
4.2	То же самое, но для цепочки изотонов с $N = 70$	98
4.3	Энергии состояний ираст-полосы в ^{124}Xe как функция r при фиксированных значениях квадрупольного взаимодействия.	102

5.1	Графическое представление процессов, определяющих параметр e^* , входящий в оператор \hat{T}_0 : волнистая линия соответствует фону, состоящему из двух квазичастиц, сплошная — квазичастица, пунктирная вертикальная линия — взаимодействие, вертикальная сплошная линия со стрелкой означает испускание или поглощение квадрупольного кванта.	109
5.2	Графическое представление процессов, определяющих параметр χ_{E2} , входящий в оператор \hat{T}_0 . На рис. <i>a</i> изображено рассеяние D -фона на $E2$ -кванте. На рис. <i>b</i> представлен эффект первого порядка — рождение промежуточного квадрупольного неколлективного фона и его аннигиляция при испускании (поглощении) кванта.	109
5.3	Процессы, определяющие $e_1^*(L)$, в операторе \hat{T}_1 (помимо прямого распада одного из фононов), соответствующие превращению двух D -фононов в один. Процесс на рис. <i>a</i> соответствует прямому распаду, процессы на рис. <i>b c</i> — эффекты первого порядка по взаимодействию с учетом распада (уничтожения) промежуточного фона при излучении.	109
5.4	Процессы, определяющие e_2^* , в операторе \hat{T}_2 , соответствующему распаду двух D -фононов в бесфононное состояние. Процесс рис. <i>a</i> соответствует прямому распаду, процессы на рис. <i>b c</i> — эффекты первого порядка по взаимодействию с учетом промежуточного фона.	110
5.5	Аналогичные процессы, но соответствующие распаду трех D -фононов в бесфононное. Оба представленных матричных элемента определяют e_3^* в операторе \hat{T}_3	110
5.6	Процессы рис. <i>a</i> и <i>b</i> , используемые для расчета $e_4^*(L, L')$, в операторе $\hat{T}_4(L, L')$, рис. <i>c</i> и <i>d</i> для расчета $e_5^*(L, L')$ в операторе \hat{T}_5 , рис. <i>e</i> для расчета $e_6^*(L, L')$ в операторе \hat{T}_6 для распада соответственно двух D -фононов в два же, трех в один и наконец четырех в бесфононное состояние.	110
6.1	Параметр гамильтониана МВБ ε_d , полученный в результате самосогласования для каждого коллективного состояния ираст-полосы в указанных ядрах.	115
6.2	То же самое, но для C_0	115
6.3	То же самое, но для C_2	116
6.4	То же самое, но для C_4	116
6.5	Экспериментальные и теоретические значения коллективных состояний в ^{122}Te . Обозначения приведены в тексте.	117
6.6	То же самое для ^{124}Xe	117

6.7	То же самое для ^{126}Ba	117
6.8	То же самое для ^{128}Ce	117
6.9	Значения $B(E2)$ в зависимости от спина состояний ираст-полосы для ^{122}Te , экспериментальные данные из работы [110].	118
6.10	То же самое для ^{124}Xe , эксперимент из [111], [112] (для одного перехода).	118
6.11	То же самое для ^{126}Ba , эксперимент из [113].	118
6.12	То же самое для ^{128}Ce , эксперимент из [114].	118
6.13	Зависимость параметра гамильтониана k_2 (МэВ) от α для ^{122}Te .	121
6.14	Экспериментальные и теоретические значения квадрупольного момента 2_1^+ -состояния $Q(2_1^+)$ для изотопов Te в зависимости от A.	121
6.15	Зависимость $E(2_2^+)$, $E(4_1^+)$, $E(2_1^+)$ от α для ^{124}Xe	122
6.16	Зависимость $B(E2; 2_2 \rightarrow 0_1)$, $B(E2; 3_1 \rightarrow 2_1)$ и $Q(2_1^+)$ от α для ^{124}Xe	122
6.17	Экспериментальные (символы) и расчетные значения энергий состояний ираст-полос в изотопах Te.	124
6.18	Рассчитанные и экспериментальные [133] значения $B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для всех рассмотренных изотопов Te.	125
6.19	Экспериментальные [119] и расчетные значения $B(E2)$ вдоль ираст-полосы для ^{118}Te	125
6.20	Экспериментальные [133] и расчетные значения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)$ в изотопах Te.	125
6.21	Экспериментальные [133] и теоретические значения $Q(2_1^+)$ для изотопов Te в зависимости от A.	125
6.22	Теоретические и экспериментальные энергии ираст-состояний в изотопах Xe.	126
6.23	Теоретические и экспериментальные энергии вне ирастных состояний в изотопах Xe.	126
6.24	Теоретические и экспериментальные энергии нескольких полос в ^{114}Xe	126
6.25	То же самое в ^{116}Xe	126
6.26	То же самое в ^{118}Xe	126
6.27	То же самое в ^{120}Xe	126
6.28	То же самое в ^{122}Xe	127
6.29	То же самое в ^{124}Xe	127
6.30	То же самое в ^{126}Xe	127
6.31	То же самое в ^{128}Xe	127
6.32	То же самое в ^{130}Xe	127
6.33	То же самое в ^{132}Xe	127

6.34	То же самое в ^{134}Xe	128
6.35	Сравнение теоретических и экспериментальных [133] значений $B(E2)$ в ^{116}Xe	128
6.36	То же самое в ^{118}Xe , эксперимент из [120], [121].	128
6.37	То же самое в ^{120}Xe , эксперимент из [133], [122].	128
6.38	То же самое в ^{122}Xe , эксперимент из [133].	128
6.39	То же самое в ^{128}Xe , эксперимент из [124], [125], [126], [127] .	128
6.40	$B(E2; 2_1^+ \rightarrow 0_1^+)$ для всех изотопов Xe.	130
6.41	Отношения $B(E2; 2_2^+ \rightarrow 0_1^+)/B(E2; 2_2^+ \rightarrow 2_1^+)$	130
7.1	Графическое изображение матричных элементов взаимодействия D - и B -фононов. Волнистой линией обозначается фонon, тонкой линией — квазичастица, вертикальной — взаимодействие. $V^{(1)}$ соответствует рис. (a), (b), (c), (d); $V^{(2)}$ — рис. (e); $V^{(3)}$ — рис. (f), (g), (h).	135
7.2	Графическое представление коммутатора $[D, [[[D, [D, [H_{22}, D^+]_{20+02}]_{11}]_{20+02}, D^+]_{11}, D^+]_{20+02}]_{00}$ — (a). Графическое представление коммутатора $[D, [[[D, [D, D^+]_{11}]_{20+02}, D^+]_{11}, D^+]_{20+02}]_{00}$ — (b).	138
7.3	Графическое представление коммутаторов $[B, [[[[[H_{13}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}]_{00}$ — (a), $[B, [[[[[H_{04}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}]_{00}$ — (b)	140
7.4	Графическое представление дополнительных матричных элементов.	141
7.5	Энергии квазичастичных пар, соответствующие указанным уровням среднего поля валентной нейтронной оболочки в изотопах Xe.	141
7.6	Энергии состояний ираст-полосы для ^{112}Xe . Подписи "th." и "exp." соответствует теоретическим и экспериментальным значениям (в масштабе рисунка теоретические и экспериментальные точки сливаются, экспериментальные приведены до спина 12^+). Подпись "IBM" соответствует расчетному значению, но без учета каналов взаимодействия $V^{(2)}$ и $V^{(3)}$	143
7.7	То же самое для ^{114}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+	143
7.8	То же самое для ^{116}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+	143
7.9	То же самое для ^{118}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 16^+	143

7.10	То же самое для ^{120}Xe . Дополнительно под подписью "IBM-rhen" понимается результат расчета в рамках феноменологии МВБ.	144
7.11	То же самое для ^{122}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+	144
7.12	То же самое для ^{124}Xe . Экспериментальные энергии приведены до спина 18^+	144
7.13	То же самое для ^{126}Xe . Экспериментальные энергии ирастной полосы приведены до спина 16^+ , второй полосы до 12^+	144
7.14	То же самое для ^{128}Xe . Экспериментальные энергии ирастной полосы приведены до спина 18^+ , второй полосы до 16^+	145
7.15	Зависимость эффективного момента инерции от $(\hbar\omega)^2$ для ираст-полос в ^{120}Xe , для экспериментальных (exp.), теоретических (th.) и полученных в рамках феноменологии МВБ1 (IBM-ph) энергий.	145
7.16	То же самое для ^{124}Xe	145
7.17	Бозонный состав волновых функций ираст-полосы в ^{112}Xe . Под "collective" понимается вклад в функцию (7.1.1) компонент, содержащих только d -бозонный состав, т.е. $ \psi_c(I) ^2$. Под $B(J)$ понимается вклад от всех компонент, содержащих различные бозоны $b_{J,i1}$ с фиксированным моментом J , т.е. $\sum_{i1,c1} \alpha_{J,i1,c1} ^2$	146
7.18	То же самое для ^{114}Xe	146
7.19	То же самое в ^{116}Xe	147
7.20	То же самое для ^{118}Xe	147
7.21	То же самое в ^{120}Xe	147
7.22	То же самое для ^{122}Xe	147
7.23	То же самое для ^{124}Xe	147
7.24	То же самое в ^{128}Xe для коллективной полосы.	148
7.25	То же самое для ^{128}Xe для неколлективной полосы.	148
7.26	Теоретические вероятности $E2$ -переходов для коллективной полосы в ^{112}Xe	149
7.27	То же самое для ^{114}Xe . Первый вариант теории соответствует единому набору параметров оператора $E2$ -переходов, второй вариант дан при наличии ослабляющего фактора оператора между компонентами волновых функций явно содержащих неколлективные фононы. Эксперимент из [130].	149
7.28	То же самое для ^{116}Xe . Эксперимент из [133].	150
7.29	То же самое для ^{118}Xe . Эксперимент из [120], [121].	150
7.30	То же самое для ^{120}Xe . Эксперимент из [133], [122].	150
7.31	То же самое для ^{122}Xe . Эксперимент из [133].	150

7.32	То же самое для ^{124}Xe . Эксперимент из [123], [133].	150
7.33	То же самое для ^{126}Xe . Экспериментальные значения из [132].	150
7.34	То же самое для ^{128}Xe . Ссылки на экспериментальные работы приведены в табл. 7.1.	151
7.35	Зависимость эффективного момента инерции от $(\hbar\omega)^2$ для ираст-полос по экспериментальным значениям энергий в $^{120-124}\text{Ba}$	154
7.36	То же самое для $^{126-130}\text{Ba}$	154
7.37	Сравнение теоретических (линии) и экспериментальных (фи- гуры) значений энергий ираст-полос в четных изотопах Ba. .	157
7.38	Теоретические и экспериментальные [134], [133] значения $B(E2)$ вдоль ираст-полосы в ^{122}Ba	158
7.39	То же самое для ^{124}Ba	158
7.40	То же самое для ^{126}Ba	158
7.41	То же самое для ^{128}Ba	158
7.42	То же самое для ^{130}Ba	159
7.43	Вклад в волновые функции состояний со спинами 10^+ , 12^+ , 14^+ ираст-полос компонент, содержащих $(h_{11/2}^2)^{(10+)}$ в $^{120-130}\text{Ba}$.	159
7.44	Теоретические и экспериментальные [73] значения $Q(2_1^+)$ в $^{120-130}\text{Ba}$	160

Приложение А

Матричные элементы между многофононными состояниями

$$\begin{aligned}
 v_i^{(0)} = & \langle H | B_{J=2}^+ D^+ \rangle = \frac{\sqrt{5}}{10} \sum_{\tau 12} \left\{ -10 e_{12} \varphi_{12} \right. \\
 & + |G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} P_{\tau}^{(\eta)} \langle 1 || \tilde{q}^{(2)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2 + \eta + 1} M_{12}^{(\eta)} \\
 & \left. - \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \langle 1 || q^{(2)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \right\} \Psi_{\tau 12}(J = 2, i), \quad (\text{A.0.1})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{i,J}^{(03)} = & \langle H | B_J^+ D^+ D^+ \rangle_n \\
 = & \sqrt{\frac{2(2J+1)}{\aleph_J}} \sum_{\tau 12} \left\{ 20(-1)^{l_1} G_1 \sum_3 \left\{ \begin{matrix} J & 2 & 2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{matrix} \right\} \psi_{31} \varphi_{23} \right. \\
 & + \left(|G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} P_{\tau}^{(1-\eta)} (-1)^{\eta} \sum_3 \langle 2 || \tilde{q}^{(2)} || 3 \rangle_{\tau} L_{23}^{(1-\eta)} \varphi_{31} \left\{ \begin{matrix} J & 2 & 2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{matrix} \right\} \right. \\
 & \left. + \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \sum_3 \langle 2 || q^{(2)} || 3 \rangle_{\tau} M_{23}^{(0)} \varphi_{31} \left\{ \begin{matrix} J & 2 & 2 \\ j_3 & j_2 & j_1 \end{matrix} \right\} \right)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -|G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} P_{\tau}^{(1-\eta)} \sum_3 \langle 3 || \tilde{q}^{(2)} || 1 \rangle_{\tau} L_{31}^{(1-\eta)} \varphi_{23} \left\{ \begin{matrix} 2 & J & 2 \\ j_1 & j_3 & j_2 \end{matrix} \right\} \\
& + \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \sum_3 \langle 3 || q^{(2)} || 1 \rangle_{\tau} M_{31}^{(0)} \varphi_{23} \left\{ \begin{matrix} 2 & J & 2 \\ j_1 & j_3 & j_2 \end{matrix} \right\} \\
& + \delta_{J,2} |G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} \langle 1 || \tilde{q}^{(2)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} M_{12}^{(1-\eta)} \\
& \times \sum_{34} \langle 4 || \tilde{q}^{(2)} || 3 \rangle_{\tau} L_{43}^{(1-\eta)} ((-1)^{\eta} \psi_{54} \varphi_{35} - \varphi_{54} \psi_{35}) \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ j_3 & j_4 & j_5 \end{matrix} \right\} \\
& + \frac{5}{2J+1} \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(J)}| \langle 1 || q^{(J)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \\
& \times \sum_{34} \langle 4 || q^{(J)} || 3 \rangle_{\tau'} M_{43}^{(0)} (\psi_{54} \varphi_{35} + \varphi_{54} \psi_{35}) \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ j_3 & j_4 & j_5 \end{matrix} \right\} \Psi_{\tau 12}(J, i), \quad (\text{A.0.2})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{i,J}^{(1)} & = \langle D | H | B_J^+ D^+ \rangle \\
& = \sum_{\tau 12} \left\{ 8 \sqrt{\frac{5}{2}} (2J+1) (-1)^{l_1+1} G_1 \sum_3 \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & J \\ j_2 & j_1 & j_3 \end{matrix} \right\} \psi_{31} \psi_{23} \right. \\
& - \sqrt{\frac{2}{5}} (2J+1) \left(-|G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} P_{\tau}^{(1-\eta)} \sum_4 \langle 4 || \tilde{q}^{(2)} || 1 \rangle_{\tau} L_{41}^{(1-\eta)} \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_2 & 2 \\ J & 2 & j_1 \end{matrix} \right\} \psi_{24} \right. \\
& + \left. \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \sum_4 \langle 4 || q^{(2)} || 1 \rangle_{\tau} M_{41}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_2 & 2 \\ J & 2 & j_1 \end{matrix} \right\} \psi_{24} \right) - \sqrt{\frac{10}{2J+1}} \\
& \times \left(-|G_{\tau\tau}^{(J)}| \sum_{\eta} \langle 1 || \tilde{q}^{(J)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} M_{12}^{(1-\eta)} \sum_{345} \langle 4 || \tilde{q}^{(J)} || 3 \rangle_{\tau} L_{43}^{(1-\eta)} \right. \\
& \times \left\{ \begin{matrix} j_5 & j_4 & 2 \\ J & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} (\psi_{35} \psi_{54} + (-1)^{\eta+1} \varphi_{35} \varphi_{54}) \delta_{J,2} \\
& + \left. \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(J)}| \langle 1 || q^{(J)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(J)} \sum_{345} \langle 4 || q^{(J)} || 3 \rangle_{\tau'} M_{43}^{(J)} \right. \\
& \times \left. \left\{ \begin{matrix} j_5 & j_4 & 2 \\ J & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} (\psi_{35} \psi_{54} + \varphi_{35} \varphi_{54}) \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \sqrt{\frac{2}{5}}(2J+1) \left(-|G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} P_{\tau}^{(1-\eta)} \sum_3 \langle 2||\tilde{q}^{(2)}||3 \rangle_{\tau} L_{23}^{(1-\eta)} \left\{ \begin{matrix} j_3 & j_2 & 2 \\ J & 2 & j_1 \end{matrix} \right\} \varphi_{31} \right. \\
& \left. + \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \sum_3 \langle 2||q^{(2)}||3 \rangle_{\tau} M_{23}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} j_3 & j_2 & 2 \\ J & 2 & j_1 \end{matrix} \right\} \varphi_{31} \right) \left. \right\} \Psi_{\tau 12}(J, i). \quad (\text{A.0.3})
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{i,\lambda,J}^{(2)} = & \langle D|H|B_J^+(D^+D^+)^{(\lambda)} \rangle_n = \sqrt{\frac{2}{N_{\lambda}}} \sum_{\tau 12} \left\{ \frac{20}{\sqrt{2}} (-1)^J \sqrt{(2\lambda+1)(2J+1)} \right. \\
& \times \sum_{34} \left[\varepsilon_d^{(0)} \left(- \left\{ \begin{matrix} \lambda & 2 & 2 \\ J & j_2 & j_1 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} \varphi_{43} \varphi_{41} \varphi_{32} \right. \right. \\
& + \left. \left. \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_2 & \lambda \\ 2 & j_2 & j_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_1 & j_4 \\ j_2 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{41} \psi_{43} \varphi_{32} \right) \right. \\
& + (2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega-1)})^{(0)} \left(- \left\{ \begin{matrix} \lambda & 2 & 2 \\ J & j_2 & j_1 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} \varphi_{43} \psi_{41} \varphi_{32} \right. \\
& \left. \left. + \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_2 & \lambda \\ 2 & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_1 & j_4 \\ j_2 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{41} \varphi_{43} \varphi_{32} \right) \right] \\
& + \frac{10}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{2J+1}} \left[|G_{\tau\tau}^{(J)}| \sum_{\eta} \langle 1||\tilde{q}^{(J)}||2 \rangle_{\tau} M_{12}^{(1-\eta)} (-1)^{l_2+\eta+1+J} \right. \\
& \times \sum_{34} \langle 4||\tilde{q}^{(J)}||3 \rangle_{\tau} M_{43}^{(1-\eta)} (-1)^{l_4} \\
& \times \sum_{68} \left(\left\{ \begin{matrix} 2 & j_6 & j_8 \\ \lambda & 2 & 2 \\ J & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} (\psi_{86} \psi_{63} \psi_{84} + (-1)^{\eta} \varphi_{86} \varphi_{63} \varphi_{84}) \right. \\
& \left. + \left\{ \begin{matrix} j_8 & j_3 & \lambda \\ 2 & 2 & j_6 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_4 & j_8 \\ j_3 & \lambda & J \end{matrix} \right\} (\varphi_{84} \psi_{63} \varphi_{86} + (-1)^{\eta} \psi_{84} \varphi_{63} \psi_{86}) \right) \delta_{J,2} \\
& + \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(J)}| \langle 1||q^{(J)}||2 \rangle_{\tau} L_{12}^{(J)} (-1)^{l_2+J} \sum_{34} \langle 4||q^{(J)}||3 \rangle_{\tau'} L_{43}^{(J)} (-1)^{l_4} \\
& \times \sum_{68} \left(\left\{ \begin{matrix} 2 & j_6 & j_8 \\ \lambda & 2 & 2 \\ J & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} (\psi_{86} \psi_{63} \psi_{84} - \varphi_{86} \varphi_{63} \varphi_{84}) \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left\{ \begin{matrix} j_8 & j_3 & \lambda \\ 2 & 2 & j_6 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_4 & j_8 \\ j_3 & \lambda & J \end{matrix} \right\} (\varphi_{84}\psi_{63}\varphi_{86} - \psi_{84}\varphi_{63}\psi_{86}) \Bigg] \\
& + \sqrt{2(2\lambda+1)(2J+1)} \left[|G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} P_{\tau}^{1-\eta} \right. \\
& \times \left((-1)^{\eta+1} \sum_{34} \langle 4|\tilde{q}^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_4} M_{43}^{(1-\eta)} \left\{ \begin{matrix} J & j_2 & j_1 \\ \lambda & 2 & 2 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} \varphi_{23}\varphi_{14} \right. \\
& - \sum_3 \langle 2|\tilde{q}^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} M_{23}^{(1-\eta)} \sum_4 \left\{ \begin{matrix} j_3 & j_1 & \lambda \\ 2 & 2 & j_4 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_2 & j_3 \\ j_1 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{43}\varphi_{14} \\
& + (-1)^{\eta+1} \sum_3 \langle 1|\tilde{q}^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_1} M_{13}^{(1-\eta)} \\
& \times \sum_4 \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_1 & \lambda \\ 2 & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_2 & j_4 \\ j_1 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{24}\psi_{34} \\
& - \sum_{34} \langle 4|\tilde{q}^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_4} M_{43}^{(1-\eta)} \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_2 & \lambda \\ 2 & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_1 & j_4 \\ j_2 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{41}\varphi_{32} \Bigg) \\
& + |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \sum_{34} \left(\langle 4|q^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_4} L_{43}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} J & j_2 & j_1 \\ \lambda & 2 & 2 \\ 2 & j_3 & j_4 \end{matrix} \right\} \varphi_{23}\varphi_{14} \right. \\
& - \langle 2|q^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} L_{23}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} j_3 & j_1 & \lambda \\ 2 & 2 & j_4 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_2 & j_3 \\ j_1 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{43}\varphi_{14} \\
& + \langle 1|q^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_1} L_{13}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_1 & \lambda \\ 2 & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_2 & j_4 \\ j_1 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{24}\psi_{34} \\
& - \left. \left. \langle 4|q^{(2)}||3 \rangle_{\tau} (-1)^{l_4} L_{43}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} j_4 & j_2 & \lambda \\ 2 & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} 2 & j_1 & j_4 \\ j_2 & \lambda & J \end{matrix} \right\} \psi_{41}\varphi_{32} \right) \right] \Bigg\} \Psi_{\tau 12}(J, i) \\
& + \delta_{J,2} \frac{2}{5} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{\aleph_{\lambda}}} v_i^{(0)}, \tag{A.0.4}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{i,\lambda,J}^{(13)} & = \langle D|H|B_J^+(D^+D^+D^+)^{(\lambda)} \rangle_n = \sqrt{\frac{\aleph_J}{\aleph_{\lambda\lambda_1}}} \\
& \times \left\{ \frac{2}{5} \sqrt{5(2\lambda+1)(2\lambda_1+1)} \left\{ \begin{matrix} J & 2 & 2 \\ \lambda_1 & \lambda & 2 \end{matrix} \right\} + \delta_{J,\lambda_1} \sqrt{\frac{2\lambda+1}{5(2J+1)}} \right\} v_{iJ}^{(03)}, \tag{A.0.5}
\end{aligned}$$

здесь и далее индекс n рядом с функцией означает ее нормировку. Нормировка двухфононного триплета \aleph_L введена ранее.

$$\begin{aligned}
v_{i,L}^{(3)} = & \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_L^+ \rangle = \sqrt{\frac{2}{\aleph_L}} \sum_{\tau_{12}} \left\{ 20(-1)^{l_1+1} \sum_3 \left\{ \begin{matrix} 2 & 2 & L \\ j_2 & j_1 & j_3 \end{matrix} \right\} G_3 \psi_{31} \psi_{23} \right. \\
& + 2 |G_{\tau\tau}^{(2)}| \sum_{\eta} P_{\tau}^{(1-\eta)} \sum_3 \langle 2 || \tilde{q}^{(2)} || 3 \rangle_{\tau} L_{23}^{(1-\eta)} \left\{ \begin{matrix} j_2 & j_1 & L \\ 2 & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} \psi_{31} \\
& - 2 \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(2)}| Q_{\tau'} \sum_3 \langle 2 || q^{(2)} || 3 \rangle_{\tau} M_{23}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} j_2 & j_1 & L \\ 2 & 2 & j_3 \end{matrix} \right\} \psi_{31} \\
& - \frac{10}{2L+1} |G_{\tau\tau}^{(L)}| \sum_{\eta} \langle 1 || \tilde{q}^{(L)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} M_{12}^{(1-\eta)} \\
& \times \sum_{345} \langle 4 || \tilde{q}^{(L)} || 3 \rangle_{\tau} L_{43}^{(1-\eta)} \left\{ \begin{matrix} j_3 & j_4 & L \\ 2 & 2 & j_5 \end{matrix} \right\} \varphi_{35} \psi_{54} \delta_{L,2} \\
& + \frac{10}{2L+1} \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(L)}| \langle 1 || q^{(L)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)} \\
& \times \sum_{345} \langle 4 || q^{(L)} || 3 \rangle_{\tau'} M_{43}^{(0)} \left\{ \begin{matrix} j_3 & j_4 & L \\ 2 & 2 & j_5 \end{matrix} \right\} \varphi_{35} \psi_{54} \left. \right\} \Psi_{\tau_{12}}(L, i), \tag{A.0.6}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
v_{i,L,J}^{(4)} = & \langle (DD)_n^{(L)} | H | (B_J^+ D^+)^{(L)} \rangle_{\perp n} = 5 \sqrt{\frac{5(2J+1)}{\aleph_L}} \\
& \times \sum_{\tau_{12}} \left\{ 4(2k_1 \sqrt{\Omega(\Omega-1)})^{(0)} \sum_{34} \left((-1)^J \left\{ \begin{matrix} L & 2 & J \\ 2 & j_4 & j_2 \\ 2 & j_3 & j_1 \end{matrix} \right\} \right. \right. \\
& \times (-\psi_{34} \varphi_{24} \psi_{13} + \varphi_{34} \psi_{24} \psi_{13}) \\
& + \left\{ \begin{matrix} L & 2 & J \\ 2 & j_3 & j_4 \\ 2 & j_1 & j_2 \end{matrix} \right\} \psi_{34} \varphi_{42} \psi_{31} \\
& \left. \left. + \left\{ \begin{matrix} L & j_2 & j_3 \\ j_4 & 2 & 2 \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} L & j_2 & j_3 \\ j_1 & 2 & J \end{matrix} \right\} (\varphi_{31} \psi_{34} \psi_{42} + (-1)^J \psi_{31} \varphi_{34} \psi_{42}) \right) \right\}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& +4C_L^{(0)} \left((-1)^J \begin{Bmatrix} L & 2 & J \\ 2 & j_4 & j_2 \\ 2 & j_3 & j_1 \end{Bmatrix} \psi_{13}\psi_{24}\psi_{34} \right) \\
& + \frac{2}{2J+1} \left[|G_{\tau\tau}^{(2)}| \langle 1 || \tilde{q}^{(2)} || 2 \rangle_\tau (-1)^{l_2} \sum_\eta M_{12}^{(1-\eta)} \right. \\
& \times \sum_{34} \langle 4 || \tilde{q}^{(2)} || 3 \rangle_\tau M_{43}^{(1-\eta)} (-1)^{l_4} \\
& \times \sum_{68} \left(\begin{Bmatrix} L & 2 & J \\ 2 & j_8 & j_4 \\ 2 & j_6 & j_3 \end{Bmatrix} \psi_{86}\psi_{63}\psi_{84} \right. \\
& \left. + \begin{Bmatrix} L & j_3 & j_8 \\ j_6 & 2 & 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & j_3 & j_8 \\ j_4 & 2 & J \end{Bmatrix} (-1)^\eta \psi_{84}\varphi_{63}\psi_{86} \right) \delta_{J,2} \\
& + \langle 1 || q^{(J)} || 2 \rangle_\tau L_{12}^{(J)} (-1)^{l_2} \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}^{(J)}| \sum_{34} \langle 4 || q^{(J)} || 3 \rangle_{\tau'} L_{43}^{(J)} (-1)^{l_4} \\
& \times \sum_{68} \left(\begin{Bmatrix} L & 2 & J \\ 2 & j_8 & j_4 \\ 2 & j_6 & j_3 \end{Bmatrix} \psi_{86}\psi_{63}\psi_{84} - \begin{Bmatrix} L & j_3 & j_8 \\ j_6 & 2 & 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & j_3 & j_8 \\ j_4 & 2 & J \end{Bmatrix} \psi_{84}\varphi_{63}\psi_{86} \right) \Big] \\
& + \frac{2}{5} (-1)^{l_2} \left(\left[|G_{\tau\tau}^{(2)}| \left(\sum_{34} \langle 4 || \tilde{q}^{(2)} || 3 \rangle_\tau \left(\sum_\eta P_\tau^{(1-\eta)} M_{43}^{(1-\eta)} \right) \right. \right. \right. \\
& \left. \left. + \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}| Q_{\tau'} \langle 4 || q^{(2)} || 3 \rangle_\tau L_{43}^{(0)} \right) \right] \begin{Bmatrix} L & 2 & J \\ 2 & j_3 & j_2 \\ 2 & j_4 & j_1 \end{Bmatrix} \psi_{23}\psi_{14} (-1)^J \\
& + \left[|G_{\tau\tau}^{(2)}| \left(\sum_3 \langle 2 || \tilde{q}^{(2)} || 3 \rangle_\tau \left(\sum_\eta (-1)^\eta P_\tau^{(1-\eta)} M_{23}^{(1-\eta)} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}| Q_{\tau'} \langle 2 || q^{(2)} || 3 \rangle_\tau L_{23}^{(0)} \right) \right] \\
& \times \sum_4 \begin{Bmatrix} L & j_1 & j_3 \\ j_4 & 2 & 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & j_1 & j_3 \\ j_2 & 2 & J \end{Bmatrix} \varphi_{43}\psi_{14} (-1)^J \\
& + \left[|G_{\tau\tau}^{(2)}| \left(\sum_{34} \langle 4 || \tilde{q}^{(2)} || 3 \rangle_\tau \left(\sum_\eta (-1)^\eta P_\tau^{(1-\eta)} M_{23}^{(1-\eta)} \right) \right. \right. \\
& \left. \left. - \sum_{\tau'} |\kappa_{\tau\tau'}| Q_{\tau'} \langle 4 || q^{(2)} || 3 \rangle_\tau L_{43}^{(0)} \right) \right]
\end{aligned}$$

$$\times \left\{ \begin{Bmatrix} L & j_2 & j_4 \\ j_3 & 2 & 2 \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} L & j_2 & j_4 \\ j_1 & 2 & J \end{Bmatrix} \varphi_{41} \psi_{32} \right\} \Psi_{\tau 12}(J, i) + \delta_{J,2} \frac{2}{\sqrt{\aleph_L}} v_i^{(11)}, \quad (\text{A.0.7})$$

здесь индексом \perp_n означает нормировку и ортогонализацию к $(D^+ D^+)^{(L)}$ функции.

$$\begin{aligned} v_{i,L,\lambda,J}^{(5)} &= \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_J^+ (D^+ D^+)_n^{(\lambda)} \rangle \\ &= 4 \sqrt{\frac{5(2\lambda+1)}{\aleph_L \aleph_\lambda}} (-1)^J \begin{Bmatrix} 2 & 2 & J \\ \lambda & L & 2 \end{Bmatrix} v_{i,J}^{(1)}, \end{aligned} \quad (\text{A.0.8})$$

$$\begin{aligned} v_{i,L,\lambda,J}^{(6)} &= \langle (DD)_n^{(L)} | H | B_J^+ (D^+ D^+ D^+)_n^{(\lambda)} \rangle = 4 \sqrt{\frac{5(2\lambda+1)}{\aleph_L \aleph_{\lambda\lambda_1}}} (-1)^{J+\lambda} \\ &\times \sum_{x=0,2,4} \sqrt{\aleph_x} \begin{Bmatrix} J & x & 2 \\ 2 & L & \lambda \end{Bmatrix} \times \left(\sqrt{(2x+1)(2\lambda_1+1)} \begin{Bmatrix} 2 & x & 2 \\ 2 & \lambda_1 & \lambda \end{Bmatrix} + \frac{\delta_{x,\lambda_1}}{2} \right) \\ &\times \left(v_{i,x,J}^{(2)} - \delta_{J,2} \frac{2}{5} \sqrt{\frac{2x+1}{\aleph_x}} v_i^{(0)} \right) + 4 \sqrt{\frac{(2\lambda+1)}{5 \aleph_L \aleph_{\lambda\lambda_1} (2L+1)}} (-1)^\lambda \\ &\times \left(\sqrt{(2L+1)(2\lambda_1+1)} \begin{Bmatrix} 2 & L & 2 \\ 2 & \lambda_1 & \lambda \end{Bmatrix} + \frac{\delta_{L,\lambda_1}}{2} \right) v_i^{(0)} \delta_{J,2}, \end{aligned} \quad (\text{A.0.9})$$

в последнем соотношении величина момента λ_1 определяется значением момента λ . Величина $\aleph_{\lambda\lambda_1}$ является трехфононной нормировкой. С точностью до малого значения коммутатора

$[D, [[[D, [D, D^+]_{11}]_{11}, D^+]_{11}, D^+]_{20}]_{00}$, графически представленного на рис. 7.2b, который положителен и достаточно мал в соответствии с ранее приведенными оценками, получено выражение

$$\begin{aligned} \aleph_{\lambda\lambda_1} &= \langle (DDD)^{(\lambda)} | ((D^+ D^+)^{\lambda_1} D^+)^{(\lambda)} \rangle = 2 + 4(2\lambda_1+1) \begin{Bmatrix} \lambda_1 & 2 & \lambda \\ \lambda_1 & 2 & 2 \end{Bmatrix} \\ &+ \left(1 + 4(2\lambda_1+1) \begin{Bmatrix} \lambda_1 & 2 & \lambda \\ \lambda_1 & 2 & 2 \end{Bmatrix} \right) (\aleph_{\lambda_1} - 2) \\ &+ 4(2\lambda_1+1) \sum_{x=0,2,4} (2x+1) \begin{Bmatrix} 2 & \lambda_1 & x \\ 2 & 2 & \lambda_1 \end{Bmatrix}^2 (\aleph_x - 2), \end{aligned} \quad (\text{A.0.10})$$

Таблица А.1: Значения λ_1 , $\aleph_{\lambda\lambda_1}$ -bos и $E_{3\lambda}^{(0)}$ в выражении (А.0.9) в представлении идеальных бозонов, когда в выражении (А.0.10) $\aleph_{\lambda_1} = \aleph_x = 2$ и $\aleph_{\lambda\lambda_1}$ -fer в представлении фононов, когда $\aleph_0 = 1.6937$; $\aleph_2 = 1.8898$; $\aleph_4 = 1.8365$, значения, полученные при расчете ядра ^{114}Xe .

λ	λ_1	$\aleph_{\lambda\lambda_1}$ -bos	$\aleph_{\lambda\lambda_1}$ -fer	bos/fer	$E_{3\lambda}$
0	2	6	5.008	1.198	$3\varepsilon_d^{(0)} + (7C_0^{(0)} + 5C_2^{(0)} + 3C_4^{(0)})/5$
2	0	14/5=2.8	1.876	1.492	$3\varepsilon_d^{(0)} + (98C_0^{(0)} + 40C_2^{(0)} + 72C_4^{(0)})/70$
3	2	30/7=4.286	3.4796	1.232	$3\varepsilon_d^{(0)} + 3(5C_2^{(0)} + 2C_4^{(0)})/7$
4	2	22/7=3.143	2.504	1.255	$3\varepsilon_d^{(0)} + (11C_2^{(0)} + 10C_4^{(0)})/7$
6	4	6	4.529	1.325	$3\varepsilon_d^{(0)} + 3C_4^{(0)}$

которое переходит в бозонную нормировку при замене всех двухфононных нормировок \aleph_x на бозонную, то есть 2. Оценки в соответствии с уравнением (А.0.10) и представленные в табл. А.1 дают для трехфононных нормировок заметно меньшие значения, вплоть до полутора раз по сравнению с соответствующими значениями в бозонном представлении. Это заметно увеличивает соответствующие матричные элементы и снимает необходимость использования существенного усиления матричных элементов $\langle D^n | H | B^+ D^{+n'} \rangle$, используемого в работе [89] и принятого в ней примерно равным $\sqrt{2}$.

Приложение В

Суммирование по неколлективным тамм–данковским фононам

Для того, чтобы производить расчеты структуры и энергий возбуждений всех неколлективных фононов, необходимых при расчете необходимых сумм, воспользуемся тем, что все неколлективные фононы будем рассматривать в приближении ТД с использованием только изоскалярных частично-дырочных сил. Это приводит к уравнению

$$F(\omega) = \sum_{\tau_{12}} \frac{q_{12}^2}{E_{12} - \omega} - \frac{2}{\tilde{\kappa}} = 0,$$

где $q_{12} = \langle 1 || q^{(L)} || 2 \rangle_{\tau} (-1)^{l_2} L_{12}^{(L)} / \sqrt{2L+1}$, L мультипольность фонона, E_{12} двухквaziчастичная энергия, $\tilde{\kappa}$ константа изоскалярных факторизованных сил мультипольностью L . Для сил притяжения она принята положительной. Каждому корню уравнения будет соответствовать соответствующая амплитуда фонона

$$\psi_{12}(i, L) = -\frac{1}{\sqrt{F'(\omega_i)}} \frac{q_{12}}{E_{12} - \omega_i}.$$

Это позволяет представить сумму по всем фононам с фиксированной мультипольностью как

$$\begin{aligned} & \sum_i \frac{\psi_{12}(i, L) \psi_{\tau_{12}}(i, L) \psi_{\tau'_{34}}(i, L)}{\varepsilon - \omega_i} \\ &= q_{\tau_{12}} q_{\tau'_{34}} \sum_i \frac{1}{F'(\omega_i) (\varepsilon - \omega_i) (E_{12} - \omega_i) (E_{34} - \omega_i)}. \end{aligned}$$

Интеграл по бесконечному кругу в комплексной плоскости

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{C_R} \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{F(\omega)(\omega - \varepsilon)(E_{12} - \omega)(E_{34} - \omega)} d\omega$$

с одной стороны по лемме Жордана равен нулю, с другой стороны он же по теореме о вычетах равен

$$\begin{aligned} & \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(E_{12} - \varepsilon)(E_{34} - \varepsilon)F(\varepsilon)} + \sum_i \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(\omega_i - \varepsilon)(E_{12} - \omega_i)(E_{34} - \omega_i)F'(\omega_i)} \\ & - \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(E_{12} - \varepsilon)(q_{\tau 12}^2 + q_{\tau' 34}^2)} \delta_{E_{12}, E_{34}}. \end{aligned}$$

Это дает искомое выражение

$$\begin{aligned} & \sum_i \frac{\psi_{\tau 12}(i, L) \psi_{\tau', 34}(i, L)}{\varepsilon - \omega_i} = \frac{q_{\tau 12} q_{\tau' 34}}{(E_{12} - \varepsilon)(E_{34} - \varepsilon)F(\varepsilon)} \\ & - \frac{1}{2} \delta_{\tau\tau'} \frac{\delta_{13} \delta_{24} + (-1)^{j_i - j_2 + L} \delta_{14} \delta_{23}}{E_{12} - \varepsilon}. \end{aligned}$$

Если нижайший квадрупольный фонон ($i = 0$) в рассматриваемой сумме не рассматривать, то имеем

$$\begin{aligned} & \sum_{i>0} \frac{\psi_{\tau 12}(i, L) \psi_{\tau', 34}(i, L)}{\varepsilon - \omega_i} = \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \varepsilon)} \frac{q_{\tau' 34}}{(E_{34} - \varepsilon)} \frac{1}{F(\varepsilon)} \\ & - \frac{1}{2} \delta_{\tau\tau'} \frac{\delta_{13} \delta_{24} + (-1)^{j_i - j_2 + L} \delta_{14} \delta_{23}}{E_{12} - \varepsilon} \\ & - \frac{q_{\tau 12}}{(E_{12} - \omega_0)} \frac{q_{\tau' 34}}{(E_{34} - \omega_0)} \frac{1}{F'(\omega_0)} \frac{1}{(\varepsilon - \omega_0)} \delta_{L,2}. \end{aligned}$$

Приложение С

Влияние корреляций на амплитуды сверхтекучести. Суммирование по фононам КМСФ

Для того, чтобы произвести варьирование по параметрам Боголюбова части функционала, связанного с энергией корреляций, необходимо учесть все фононы различной мультипольности. Сделать это можно с помощью аналитического суммирования по всем фононам КМСФ, что реализуется с помощью упрощенной схемы, когда рассматриваются лишь частично-дырочные силы изоскалярного типа. Это позволяет выражение (2.2.2) представить в упрощенном виде

$$E_0^{(B)}(\lambda, n) = (2\lambda + 1) \sum_{12} e_{12} \varphi_{12}^2(n) + \frac{1}{2} |\kappa_0^{(\lambda)}| \sum_{\tau 12} a_{12}^{(\lambda)} \varphi_{12}(n) \sum_{\tau' 34} a_{43}^{(\lambda)} z_{43}^{(1)}(n), \quad (\text{C.0.1})$$
$$a_{12}^{(\lambda)} = \langle 1 || q^{(\lambda)} || 2 \rangle (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)}.$$

Энергии фононов при этом определяются из уравнения

$$F^{(\lambda)}(\omega) = \sum_{\tau 12} \frac{e_{12}}{e_{12}^2 - \omega^2} a_{12}^{(\lambda)2} - \frac{2\lambda + 1}{|\kappa_0^{(\lambda)}|} = 0, \quad (\text{C.0.2})$$

а фоновые амплитуды соответственно

$$z_{12}^{(0)}(\lambda) = -\sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{F^{(\lambda)'(\omega)}}} \frac{\omega a_{12}^{(\lambda)}}{e_{12}^2 - \omega^2}, \quad z_{12}^{(1)}(\lambda) = -\sqrt{2} \frac{1}{\sqrt{F^{(\lambda)'(\omega)}}} \frac{e_{12} a_{12}^{(\lambda)}}{e_{12}^2 - \omega^2}. \quad (\text{C.0.3})$$

Последние два соотношения позволяют получить выражение для корреляционной энергии каждого фонона КМСФ в рассматриваемой упрощенной

Таблица С.1: Энергии корреляций $E_0^{(B)}$ для нижайшего фонона и всех фононов с каждой из рассмотренных мультипольностей. Результаты приведены для двух вариантов сил. Меры корреляций указаны для нижайшего фонона.

λ	$ \kappa_0^{(\lambda)} $	ω	$\sum \varphi^2$	$E_0^{(B)}(\lambda, n = 1)$	$\sum_n E_0^{(B)}(\lambda, n)$
2	0.01365	1.6	0.23	-2.38	-5.41
2	0.011	2.465	0.050	-0.65	-2.71
4	0.01365	2.71	0.0306	-0.769	-5.05
4	0.011	2.92	0.0078	-0.208	-2.54
6	0.01365	3.042	0.0061	-0.244	-3.55
6	0.011	3.12	0.0024	-0.098	-1.995

схеме

$$E_0^{(B)}(\lambda) = -\frac{2\lambda + 1}{4} \left(\sum_{12} \left| \frac{\langle 1 || q^{(\lambda)} || 2 \rangle L_{12}^{(0)}}{e_{12} + \omega} \right|^2 \right) \times \left(\sum_{12} \left| \frac{\langle 1 || q^{(\lambda)} || 2 \rangle L_{12}^{(0)}}{e_{12} + \omega} \right|^2 \frac{e_{12}}{(e_{12} - \omega)^2} \right)^{-1}. \quad (\text{C.0.4})$$

Откуда видно, что корреляционная энергия всегда отрицательна и тем по величине больше, чем меньше значение корня ω и соответственно больше $\sum \varphi^2$ для нижайшего по энергии решения. В табл. С.1 приведены оценки корреляционных энергий для двух значений силовых констант и трех мультипольностей. Приведены значения мер корреляций, а также значения корреляционных энергий для нижайшего решения и для всех возможных решений данной мультипольности. При этом полная корреляционная энергия с учетом всех рассмотренных мультипольностей $\lambda = 2, 4, 6$ оказывается достаточно большой, для большего силового параметра -14.01 МэВ, для меньшего — -7.25 МэВ. То есть даже в том случае, когда корреляции в основном состоянии для нижайшего решения равны 0.05 корреляционная энергия для рассмотренных мультипольностей весьма велика, больше 7 МэВ. В большей степени, как это можно видеть из табл. С.1, она определяется вовсе не нижайшим решением, а, как показали расчеты, решениями вплоть до 15 и (или) 28 МэВ. Это может свидетельствовать о плавном изменении корреляционных энергий при переходе от ядра к ядру.

Для того, чтобы учесть влияние корреляционных энергий $E_0^{(B)}$ на амплитуды сверхтекучести следует иметь ввиду, что система уравнений для фононных и спаривательных амплитуд решается независимо, хотя и само-

согласованно. Поэтому варьирование выражения (С.0.1) по величинам u и v осуществляется только через квазичастичные энергии и величины $a_{12}^{(\lambda)}$. При этом надо найти аналитическое суммирование по всем возможным фононам величин $\sum_n \varphi_{12}^2(n)$ и $\sum_n \varphi_{12}(n)z_{43}^{(1)}(n)$, не вычисляя в отдельности каждый корень и соответствующие амплитуды. Сделать это можно с помощью контурного интегрирования.

Чтобы реализовать это воспользуемся выражением для амплитуд (С.0.3) и обозначением (С.0.2), что дает

$$\begin{aligned}\sum_n z_{12}^{(1)}(n)z_{34}^{(1)}(n) &= \sum_n \frac{2}{F^{(\lambda)'(\omega_n)} a_{12}^{(\lambda)} a_{34}^{(\lambda)}} \frac{e_{12}e_{34}}{(e_{12}^2 - \omega_n^2)(e_{34}^2 - \omega_n^2)}, \\ \sum_n z_{12}^{(0)}(n)z_{34}^{(0)}(n) &= \sum_n \frac{2}{F^{(\lambda)'(\omega_n)} a_{12}^{(\lambda)} a_{34}^{(\lambda)}} \frac{\omega_n^2}{(e_{12}^2 - \omega_n^2)(e_{34}^2 - \omega_n^2)}, \\ \sum_n z_{12}^{(0)}(n)z_{34}^{(1)}(n) &= \sum_n \frac{2}{F^{(\lambda)'(\omega_n)} a_{12}^{(\lambda)} a_{34}^{(\lambda)}} \frac{\omega_n e_{34}}{(e_{12}^2 - \omega_n^2)(e_{34}^2 - \omega_n^2)},\end{aligned}$$

где напомним, что $a_{12}^{(\lambda)} = \langle 1 || q^{(\lambda)} || 2 \rangle (-1)^{l_2} L_{12}^{(0)}$.

В данных выражениях необходимо суммирование осуществлять по физически значимым положительным решениям. Поэтому следует рассмотреть контурный интеграл не по бесконечному кругу в комплексной плоскости, а в правой полуплоскости, замыкая интеграл вдоль мнимой оси в направлении от $+\infty i$ до $-\infty i$.

Для первой суммы из трех приведенных надо рассмотреть интеграл

$$\frac{1}{2\pi i} \oint_{C_R} \frac{a_{12}a_{34}e_{12}e_{34}}{F(\omega)(e_{12}^2 - \omega^2)(e_{34}^2 - \omega^2)} d\omega.$$

С одной стороны он равен интегралу вдоль мнимой оси и сводится к величине $a_{12}a_{34}e_{12}e_{34}I^{(1,\lambda)}(e_{12}e_{34})$, где

$$I^{(1,\lambda)}(e_{12}e_{34}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau_{ij}} \frac{e_{ij}a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \frac{dx}{(x^2 + e_{12}^2)(x^2 + e_{34}^2)}.$$

С другой стороны контурный интеграл будет равен сумме вычетов, находящихся в правой комплексной полуплоскости

$$\sum_n \frac{a_{12}a_{34}e_{12}e_{34}}{F'(\omega_n)(e_{12}^2 - \omega_n^2)(e_{34}^2 - \omega_n^2)} - \frac{a_{12}a_{34}e_{12}^2}{2e_{12}e_{34}a_{12}^2(2 - \delta_{21})}.$$

Это приводит к искомой сумме

$$\begin{aligned} \left(\sum_n z_{12}^{(1)}(n) z_{34}^{(1)}(n) \right)^{(\lambda)} &= \frac{1}{2} (\delta_{31} \delta_{42} + (-1)^{j^2-j^1+\lambda} \delta_{32} \delta_{41}) \\ &+ 2I^{(1,\lambda)}(e_{12}e_{34}) a_{12}^{(\lambda)} a_{34}^{(\lambda)} e_{12}e_{34}. \end{aligned}$$

Аналогично получаем для второй и третьей сумм

$$\begin{aligned} \left(\sum_n z_{12}^{(0)}(n) z_{34}^{(0)}(n) \right)^{(\lambda)} &= \frac{1}{2} (\delta_{31} \delta_{42} + (-1)^{j^2-j^1+\lambda} \delta_{32} \delta_{41}) \\ &+ 2I^{(2,\lambda)}(e_{12}e_{34}) a_{12}^{(\lambda)} a_{34}^{(\lambda)}, \\ \left(\sum_n z_{12}^{(0)}(n) z_{34}^{(1)}(n) \right)^{(\lambda)} &= \frac{1}{2} (\delta_{31} \delta_{42} + (-1)^{j^2-j^1+\lambda} \delta_{32} \delta_{41}), \end{aligned}$$

где

$$I^{(2,\lambda)}(e_{12}e_{34}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau ij} \frac{e_{ij} a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \frac{x^2 dx}{(x^2 + e_{12}^2)(x^2 + e_{34}^2)}.$$

В последней сумме отсутствует интеграл, что связано с четностью функции $\omega F'(\omega)$.

Таким образом имеем

$$\sum_n \varphi_{12}^2(n) = \frac{1}{2} \left(I^{(1,\lambda)}(e_{12}e_{12}) a_{12}^{(\lambda)2} e_{12}^2 - I^{(2,\lambda)}(e_{12}e_{12}) a_{12}^{(\lambda)2} \right), \quad (\text{C.0.5})$$

$$\sum_n \varphi_{12}(n) z_{43}^{(1)}(n) = -I^{(1,\lambda)}(e_{12}e_{43}) a_{12}^{(\lambda)} e_{12} a_{43}^{(\lambda)} e_{43}, \quad (\text{C.0.6})$$

где

$$I^{(1,\lambda)}(e_{12}e_{34}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau ij} \frac{e_{ij} a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \frac{dx}{(x^2 + e_{12}^2)(x^2 + e_{34}^2)}, \quad (\text{C.0.7})$$

$$I^{(2,\lambda)}(e_{12}e_{34}) = \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau ij} \frac{e_{ij} a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \frac{x^2 dx}{(x^2 + e_{12}^2)(x^2 + e_{34}^2)}. \quad (\text{C.0.8})$$

Варьирование корреляционной энергии $E_0^{(B)}$ по амплитудам u и v с уче-

том всех решений и мультипольностей фононов дает

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_0^{(B)}}{\partial v_i} &= -(2j_i + 1) \left((\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda) A_i v_i - (A_i \Delta + B) u_i \right) - C_i^{(u)}, \\ \frac{\partial E_0^{(B)}}{\partial u_i} &= (2j_i + 1) \left((\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda) A_i u_i + (A_i \Delta + B) v_i \right) - C_i^{(v)}\end{aligned}\quad (\text{C.0.9})$$

или в иной форме

$$\begin{aligned}u_i \frac{d}{dv_i} E_0^{(B)} &= u_i \frac{\partial}{\partial v_i} E_0^{(B)} - v_i \frac{\partial}{\partial u_i} E_0^{(B)} = \\ &- A_i (2j_i + 1) \left(2(\epsilon_i - Gv_i^2 - \lambda) u_i v_i - \left(\Delta + \frac{B}{A_i} \right) (u_i^2 - v_i^2) \right) - \\ &- (C_i^{(u)} u_i - C_i^{(v)} v_i),\end{aligned}\quad (\text{C.0.10})$$

где

$$\begin{aligned}A_i &= \sum_{\lambda} \frac{2(2\lambda + 1)}{(2j_i + 1)} \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau ij} \frac{e_{ij} a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \times \\ &\times \sum_1 \frac{a_{1i}^{(\lambda)2} (e_{1i}^2 - x^2)}{(x^2 + e_{1i}^2)^2} dx,\end{aligned}\quad (\text{C.0.11})$$

$$\begin{aligned}B &= \sum_{\lambda} (2\lambda + 1) \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau ij} \frac{e_{ij} a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \times \\ &\times \sum_{12\tau} G \frac{u_1 v_1 a_{12}^{(\lambda)2} (e_{12}^2 - x^2)}{(x^2 + e_{1i}^2)^2} dx,\end{aligned}\quad (\text{C.0.12})$$

$$\begin{aligned}C_i^{(u)} &= 2 \sum_{\lambda} |\kappa_0^{(\lambda)}| \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau ij} \frac{e_{ij} a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \times \\ &\times \sum_1 \frac{\langle 1 || q^{(\lambda)} || i \rangle (-1)^{li} u_1 a_{1i}^{(\lambda)} e_{1i}}{(x^2 + e_{1i}^2)} \sum_{34\tau} \frac{e_{43} a_{43}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{43}^2)^2} dx,\end{aligned}\quad (\text{C.0.13})$$

$$\begin{aligned}C_i^{(v)} &= 2 \sum_{\lambda} |\kappa_0^{(\lambda)}| \frac{1}{\pi} \int_0^{\infty} \left(\frac{2\lambda + 1}{\kappa_0^{(\lambda)}} - \sum_{\tau ij} \frac{e_{ij} a_{ij}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{ij}^2)} \right)^{-1} \times \\ &\times \sum_1 \frac{\langle 1 || q^{(\lambda)} || i \rangle (-1)^{li} v_1 a_{1i}^{(\lambda)} e_{1i}}{(x^2 + e_{1i}^2)} \sum_{34\tau} \frac{e_{43} a_{43}^{(\lambda)2}}{(x^2 + e_{43}^2)^2} dx.\end{aligned}\quad (\text{C.0.14})$$

Таблица С.2: Таблица значений коэффициентов A_i , $C_i^{(u)}$, $C_i^{(v)}$, $B = 0.170$ МэВ, входящие в уравнение (С.0.10), вычисленные по формулам (С.0.11) — (С.0.14) для основного состояния ядра ^{114}Xe , величины C_i в МэВ.

τ	i	A_i	$C_i^{(u)}$	$C_i^{(v)}$
n	$g9/2$	0.049	0.0536	0.0277
n	$d5/2$	0.1134	0.0498	0.0521
n	$g7/2$	0.0672	0.0491	0.0399
n	$s1/2$	0.1582	0.0203	0.0168
n	$d3/2$	0.0875	0.0239	0.0276
n	$h11/2$	0.0389	0.0479	0.0386
p	$g9/2$	0.0516	0.0659	0.0364
p	$d5/2$	0.0825	0.0359	0.0359
p	$g7/2$	0.0631	0.0415	0.0303
p	$s1/2$	0.04340	0.00900	0.0069
p	$d3/2$	0.0264	0.0184	0.0150
p	$h11/2$	0.0338	0.0229	0.0390

Данные выражения можно использовать для модификации уравнений, определяющих параметры сверхтекучести. Эти поправки сильно зависят от величины корреляций ($\sum_{12} \varphi_{12}^2(n)$), которые в свою очередь зависят как от величины силы, так и от возможной модификации МСФ. В любом случае эта мера должна быть меньше одной десятой. Но в этом случае как показали вычисления, представленные в табл. С.2, этими поправками для уравнений параметров сверхтекучести можно пренебречь. При этом следует сказать, что сама величина $E_0^{(B)}$ с учетом всех мультипольностей может превышать 7 МэВ (в табл. С.1 эта величина имеет максимальное значение 5.41 МэВ). Малость же коэффициентов, входящих в уравнение (С.0.10) говорит о том, что корреляционная энергия $E_0^{(B)}$ является весьма плавной функцией боголюбовских амплитуд u и v .

Литература

- [1] Айзенберг И, Грайнер В. Модели ядер. Коллективные и одночастичные явления. М.: Атомиздат, 1975. 454 с.
- [2] Davydov A.S. and Phillipov G. F. Rotational States in Even Atomic Nuclei //Nucl. Phys. 1958. Vol. 8. Pp. 237-249.
- [3] Давыдов А.С. Возбужденные состояния атомных ядер. Москва: Атомиздат, 1967.
- [4] Струтинский В.В. Влияние нуклонных оболочек на энергию ядра //Ядерная физика. 1966. Т. 3. Вып. 4. С. 614-625.
- [5] Inglis D.R. Dynamics of nuclear deformation //Phys. Rev. 1955. Vol. 97. №3. Pp. 701-706.
- [6] Kumar K. Dynamic Deformation Theory of Shape Coexistence, Pair Fluctuations, and Shape Transition in Ge Nuclei //J. Phys. G.: Nucl. Phys. 1978. Vol.4. Pp. 849-856.
- [7] Kumar K. Dynamic Deformation Model //Particle and nuclear physics. 1982. Vol.9. Pp. 233-279.
- [8] Beliaev S.T., Zelevinsky V.G. Anharmonic effects of quadrupole oscillations of spherical nuclei //Nucl. Phys. 1962. Vol. 39. No4. P. 582-604.
- [9] Беляев С.Т., Зелевинский В.Г. Ангармоничность колебаний сферических ядер //Известия АН. СССР. Сер. физ. 1964. Т. 28. No1. С. 127-132.
- [10] Sorensen B. Phenomenological description of anharmonic vibrations //Phys. Letters 1966. Vol 21. №6. Pp. 683-685.
- [11] Sorensen B. Boson description of fermion systems //Phys. Letters 1966. Vol. 23. №4. Pp. 274-276.

- [12] Marumori T., Yamamura M., Tokunaga A. On the "anharmonic Effects" on the collective oscillations in spherical even nuclei. I //Progr. Theor. Phys. 1964. Vol. 31. Pp. 1009-1025; 1964. V. 32. P. 726.
- Marumori T., Takada K., Sakata F. Present Status of the microscopic of low-lying collective states in spherical and transitional nuclei //Suppl. Progr. Theor. Phys. 1981. №71. Pp. 1-47.
- [13] Sorensen B. On the description of fermion systems in boson representations (I) //Nucl. Phys. A. 1967. Vol. 97. Pp. 1-32.
- [14] Sorensen B. Microscopic Boson Description of Vibrational States in ^{114}Cd . //Phys. Letters B. 1967. Vol. 24. №7. Pp. 328-330.
- [15] Sorensen B. On the description of fermion systems in boson representations (II). Further discussion of the degenerate model and the y^0 degree of freedom //Nucl. Phys. A. 1968. Vol. 119. Pp. 65-78.
- [16] Sorensen B. Selfconsistent treatment of collective vibrations in terms of boson expansions //Progr. Theor. Phys. 1968. Vol. 39. №6. Pp. 1468-1486.
- [17] Sorensen B. On the description of fermion systems in boson representations (III). Normal mode construction and the derivation of kinetic and potential energy expansion. //Nucl. Phys. A. 1970. Vol. 142. Pp. 392-410.
- [18] Sorensen B. On the Description of Fermion Systems in Boson Representations (IV). Numerical Calculation of Quadrupole Excitations in Cd, Sn, Te, Sm and Pb //Nucl. Phys. A. 1970. Vol. 142. Pp. 411-444.
- [19] Sorensen B. On the Description of Fermion Systems in Boson Representations (V). A Boson Variational Approach to Collective Motion //Nucl. Phys. A. 1973. Vol. 217. Pp. 505-524.
- [20] Kishimoto T., Tamura T. Coefficients of fractional parentage of many-boson systems //Nucl. Phys. A. 1971. Vol. 163. Pp. 100-112.
- [21] Kishimoto T., Tamura T. Description of Nuclear Collective Motions in Terms of the Boson Expansion Technique (I). Formulation //Nucl. Phys. A. 1972. Vol. 192. Pp. 246-278.
- [22] Kishimoto T., Tamura T. Description of Nuclear Collective Motions in Terms of the Boson Expansion Technique (II). Additional Formulation and Numerical Calculations //Nucl. Phys. A. 1976. Vol. 270. Pp. 317-380.

- [23] Kammuri T., Kishimoto T. Boson Description of Nuclear Collective Motion.I //Z. Phys. A. 1976. Vol. 276. Pp. 51-54.
- [24] Tamura T., Weeks K., Kishimoto T. Sixth-Order Boson Expansion Calculations Applied to Samarium Isotopes //Phys. Rev. C. 1979. Vol. 20. №1. Pp. 307-324.
- [25] Weeks K.J., Tamura T. Boson expansion description of collective states in Ru and Pd isotopes //Phys. Rev. C. 1980. Vol. C22. Pp. 888-895.
- [26] Weeks K.J., Tamura T. Boson Expansion Description of Collective States in Osmium and Platinum Isotopes //Phys. Rev. C. 1980. Vol. 22. Pp. 1323-1337.
- [27] Weeks K.J., Tamura T., Udagawa T., Hahne F.J.W., Coupling of Collective Quadrupole and Monopole Pairing Vibrations in the Ge Nuclei //Phys. Rev. C. 1981. Vol. 24. Pp. 703-711.
- [28] Tamura T., Weeks K.J., Kishimoto T. Analysis of nuclear collective motions in terms of the boson expansion theory //Nucl. Phys. A. 1980. Vol. 347. Pp. 359-387.
- [29] Janssen D., Jolos R.V., Donau F. An Algebraic Treatment of the Nuclear Quadrupole Degree of Freedom //Nucl. Phys. A. 1974. Vol. 224. Pp. 93-115.
- [30] Джолос Р.В., Дэнау Ф., Янсен Д. Построение коллективного гамильтониана в микроскопической модели ядра //ТМФ. 1974. Т. 20. №1. С. 112-125.
- [31] Джолос Р.В., Дэнау Ф., Янсен Д. Построение коллективного гамильтониана в микроскопической модели ядра (II) //ТМФ. 1975. Т. 23. №3. С. 374-382.
- [32] Джолос Р.В., Дэнау Ф., Картвенко В.Г., Янсен Д. //Препринты ОИ-ЯИ Р4-7223, 34-7533, Дубна, 1973.
- [33] Arima A., Iachello F. Collective Nuclear States as Representations of a SU(6) Group //Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1069-1072.
- [34] Arima A., Iachello F. Interacting boson model of collective states I. The vibrational limit //Ann. Phys. 1976. Vol. 99. Pp. 253-317.
- [35] Arima A., Iachello F. Interacting boson model of collective nuclear states II. The rotational limit //Ann. Phys. 1978. Vol. 111. Pp. 201-238.

- [36] Arima A., Iachello F. Interacting boson model of collective nuclear states IV. The $O(6)$ limit //Ann. Phys. 1979. V. 123. P. 468-492.
- [37] Гай Е.В. Матрицы операторов коллективной модели ядра и физический базис группы $O(5)$ //Ядерная физика. 1974. Т.19. P. 83-92.
- [38] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Динамика квадрупольной коллективности в четных изотопах гафния //Известия РАН. Сер. физ. 2009. Т. 73. №6. С. 808-813.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Quadrupole collectivity variations in even Hafnium isotopes //Bull. Russ. Acad. Sci. 2009. V. 73. №6. Pp. 760-765.
- [39] Kumar K., Baranger M. Complete numerical solution of Bohr's collective Hamiltonian //Nucl. Phys. A 1967. Vol. 92. Pp. 608-652.
- [40] Chabab M., Ell Batou A., et al. Electric quadrupole transitions of the Bohr Hamiltonian with Manning-Rosen potential //Nucl. Phys. A. 2016. V. 953. P. 158-175.
- [41] Gneuss G., Greiner W. Collective potential energy surfaces and nuclear structure //Nucl. Phys. A. 1958. Vol. 171. №3. Pp. 449-479.
- [42] Rabotnov N.S., Seregin A.A. On the phenomenological theory of the collective nuclear excitations //Phys. Lett. B. 1969. V. 29. Is. 3 Pp. 162-164.
- [43] Будник А.П. Серегин А.А. Состояния деформированных ядер с высокими моментами в коллективной модели ядра //Ядерная физика. 1974. Т.19. Вып.5. P. 979-986.
- [44] Petkov P., Dewald A. and Andrejtscheff W. Low-Lying Collective States in $^{124-132}\text{Ba}$ in the Framework of the General Collective Model //Phys. Rev. C. 1995. Vol. 51. Pp. 2511-2529.
- [45] Ring P., Schuck P. The Nuclear Many-Body Problem. Berlin: Springer, 1980.
- [46] Bender M., Bonche P., Heenen P.-H. Shape coexistence in neutron-deficient Kr isotopes: Constraints on the single-particle spectrum of self-consistent mean-field models from collective excitations //Phys. Rev. C. 2006. Vol. 74. p. 024312.
- [47] Goodman A.L. Approximate Angular Momentum Projection from Cranked Intrinsic States //Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. Pp. 357-358.

- [48] Hinohara N., Li Z.P., et al. Effect of time-odd mean fields on inertial parameters of the quadrupole collective Hamiltonian //Phys. Rev. C. 2012. Vol. 85. P. 024323.
- [49] Prochniak L. Microscopic description of collective properties of even-even Xe isotopes //Phys. Scr. 2015. Vol. 90. P. 114005.
- [50] Kisslinger L.S., Sorensen R.A. Spherical Nuclei with Simple Residual Forces //Rev. Mod. Phys. 1963. Vol. 35. Pp. 853-915.
- [51] Hammamoto L. The effect of a short-range neutron-proton interaction on the pairing model //Nucl. Phys. 1966. Vol. 86. №1. Pp. 208-224.
- [52] Feshbach H. A unified theory of nuclear reactions. II //Ann. Phys. 1962. V. 19. №2. Pp. 287-313.
- [53] Nilsson S.G., Tsang G.F., et al. On the Nuclear Structure and Stability of Heavy and Superheavy Elements //Nucl. Phys. 1969. Vol. 131. Pp. 1-66.
- [54] Marshalek E.R. How microscopic boson models work //Nucl. Phys. A. 1980. Vol. 347. Pp. 253-271.
- [55] Marshalek E.R. Chimerical boson expansions //Phys. Lett. B. 1980. Vol. 95. Pp. 337-343.
- [56] Kishimoto T., Tamura T. Bosonization of fermion operators as linked-cluster expansion //Phys. Rev. C. 1993. Vol. 47. Pp. 341-369.
- [57] Bes D.R., Dussel G.G. Phenomenological treatment of anharmonic effects in Cd isotopes //Nucl. Phys. A. 1969. Vol. 135. Pp. 1-24.
- [58] Михайлов В.М., Панин Р.Б. SU₇-симметрия в модели взаимодействующих бозонов //Изв. РАН. Сер. физ. 1983. Т. 47. №5. С. 889-900.
- [59] Ефимов А.Д., Михайлов В.М., Тулина Т.А. Проявление неаксиальности в изотопах *Ge* и *Pt* //Ядерная спектроскопия и структура атомного ядра. Л. 1988. С. 216.
- [60] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Коллективная ядерная динамика, сб. статей под ред. Джолоса Р.В. Л.: Наука, 1990. С. 120.
- [61] Iachello F. Evidence for a Possible E(5) Symmetry in ¹³⁴Ba //Phys. Rev. Lett. 2000. Vol. 85. Is. 17. Pp. 3580-3583.

- [62] Iachello F. Analytic Description of Critical Point Nuclei in a Spherical-Axially Deformed Shape Phase Transition //Phys. Rev. Lett. 2001. Vol. 87. Is. 5. P. 052502.
- [63] К.И. Ерохина, Ефимов А.Д., В.Г. Киптилый, И.Х. Лемберг, В.М. Михайлов, Б.И. Ржанов Изучение свойств низколежащих состояний изотопов селена на основе модели взаимодействующих бозонов //Ядерная физика. 1985. Т. 41. Вып. 3. С. 596-606.
- [64] Warner D.D., Casten R.F. Revised Formulation of the Phenomenological Interacting Boson Approximation //Phys. Rev. Lett. 1982. V.48. Is. 20. Pp. 1385-1388.
- [65] Warner D.D., Casten R.F. Predictions of the interacting boson approximation in a consistent Q framework //Phys. Rev. C. 1983. Vol. 28. Pp. 1798-1806.
- [66] Pascu S., Zamfir N.V., Cata-Danil Ch., Marginean N. Lifetime measurements and shape coexistence in ^{144}Dy //Phys. Rev. C. 2010. Vol. 81. P. 054321.
- [67] Arima A., Otsuka T., Iachello F., Talmi I. Collective nuclear states as symmetric couplings of proton and neutron excitations //Phys. Lett. B. 1977. Vol. 66. P. 205-208.
- [68] Otsuka T., Arima A., Iachello F., Talmi I. Shell model description of interacting bosons //Phys. Lett. B. 1978. Vol. 76. P. 139-143.
- [69] Otsuka T., Arima A., Iachello F. Nuclear shell model and interacting bosons //Nucl. Phys. A. 1978. Vol. 309. P. 1-33.
- [70] Iachello F., Arima A. The Interacting Boson Model. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1987.
- [71] Ерохина К.И., Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Развитие модели взаимодействующих бозонов за счет включения дополнительной квадрупольной моды возбуждения //Известия АН. СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. №1. С. 78-86.
- Erokhina K.I., Efimov A.D., Mikhailov V.M. Extension of the Interacting Boson Model after Inclusion of Additional Quadrupole Excitation Mode //Bull. Acad. Sci. USSR. Phys. Ser. 1986. Vol. 50. №1. Pp. 76-84.
- [72] Iachello F., Van Isacker P. *The Interacting Boson-Fermion Model* Cambridge University Press, Cambridge, 1991.

- [73] Gupta G.B. Nuclear structure of $^{122-134}\text{Ba}$ in IBM-1 //Eur. Phys. J. A. 2015. V. 51/4. P. 47.
- [74] Iachello F., Puddu G., Scholten O., Arima A., Otsuka T. A Calculation of Low-Lying Collective States in Even-Even Nuclei //Phys. Let. B. 1979. Vol. 89. Pp. 1-4.
- [75] Puddu G., Scholten O., Otsuka T. Collective quadrupole states of Xe, Ba and Ce in the interacting boson model //Nucl. Phys. A. 1980. Vol. 348. Pp. 109-124.
- [76] Tazaki S., Takada K., Kaneko K., Sakata F. //Suppl. Progr. Theor. Phys. 1981. №71. P.123.
- [77] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическая структура состояний двухфононного триплета в изотопах селена //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1992. Т.56. №1. С. 57-67.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Microscopic Structure of Two-Photon Triplet States in Selenium Isotope Nuclei //Bull. Russ. Acad. Sci. 1992. V.56. №1. Pp. 96-106.
- [78] Soloviev V.G. Confrontation between the Quasiparticle-Phonon Nuclear Model and the Interacting Boson Model for Deformed Nuclei //Z. Phys. A. 1986. Vol. 324. Is. 4. Pp. 393-401.
- [79] Piepenbring R., Jammari M.K. Anharmonicities of γ -vibrations in ^{168}Er //Nucl. Phys. A. 1988. Vol. 481. Pp. 81-93.
- [80] Nesterenko V.O. On the coupling between multiphonon configurations in deformed nuclei //Z. Phys. A. 1990. V. 335. Is. 2. Pp. 147-151.
- [81] Egmond A., Allaart K. Do we understand IBM parameters? //Nucl. Phys. A. 1984. Vol. 425. Pp. 275-302.
- [82] Gelberg A., Zemel A. Band crossing in the interacting boson model //Phys. Rev. C. 1980. Vol. 22. Pp. 937-944.
- [83] Yoshida N., Arima A., Otsuka T. Description of high-spin states in the interacting boson model // Phys. Lett. B. 1982. Vol. 114. Is. 2-3. Pp. 86-90.
- [84] Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Phonon mechanisms of mixing collective and quasiparticle excitations //Phys. Rev. C. 1999. Vol. 59. Is. 6. Pp. 3153-3165.

- [85] Hara K. An extended boson approximation in the theory of nuclear structure //Prog. Theor. Phys. 1964. V. 32. №1. Pp. 88-105.
- [86] Митрошин В.Е. Динамическая коллективная модель структуры структуры атомных ядер //ЭЧАЯ. 2002. Т. 33. Вып. 6. С. 1445-1513.
- [87] Takada K., Yamada K., Tsukuma H. Microscopic study on the shape phase transition in the sm isotopes: st(I). Effect of ground-state correlation //Nucl. Phys. A. 1989. Vol. 496. Pp. 224-238.
- [88] Yamada K., Takada K., Tsukuma H. Microscopic study on the shape phase transition in the sm isotopes:: (II). Contribution from non-collective degrees of freedom //Nucl. Phys. A. 1989. Vol. 496. Pp. 239-254.
- [89] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Самосогласованное определение спаривательных и фононных амплитуд в многофононных состояниях //Известия РАН. Сер. физ. 2010. Т. 74. №4. С. 580-586.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Self-consistent determination of pairing and phonon amplitudes in many-phonon states //Bull. Russ. Acad. Sci. 2010. V. 74. №4. Pp. 547-553.
- [90] Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Collective states of even Xe isotopes in IBM+MQRPA //EPJ Web of Conferences. 2016. Vol. 107. P. 03013(1-5).
- [91] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Вариационный метод расчета параметров МВБ1 и свойства четных изотопов теллура //Известия РАН. Сер. физ. 2016. Т. 80. №8. С. 986-991.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. A variational approach to calculating IBM1 parameters and properties of even tellurium isotopes //Bull. Russ. Acad. Sci. 2016. V. 80. №8. Pp. 898-904.
- [92] Severyukhin A.P., Voronov V.V., Nguyen Van Giai Effects of phonon-phonon coupling on low-lying states in neutron-rich Sn isotopes //Eur. Phys. J. A 2004. V. 22/3. P. 397.
- [93] Джолос Р.В., Янссен Д. Микроскопический подход к описанию свойств квадрупольных возбуждений ядер //ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. Вып. 2. С. 330-373.
- [94] Karadjov D., Kyrchev G., Voronov V.V. Shell model and Nuclear Structure. //2nd Inter. Spring Seminar on Nucl. Phys. Capri. World Scientific, 1988. P. 471.

- [95] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическая структура ^{126}Ba в терминах МВБ //Известия РАН. Сер. физ. 2011. Т. 75. №7. С. 945-953.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Microscopic structure of ^{126}Ba in IBM terms //Bull. Russ. Acad. Sci. 2011. V. 75. №7. P. 890-898.
- [96] Марч Н., Янг У., Сампантхар С. Проблема многих тел в квантовой механике. М.: Мир, 1969. 496 с.
March N.H., Young W.H., Sampanthar S. The many-body problem in quantum mechanics. Cambridge: At the university press, 1967.
- [97] Isakov V.I., Erokhina K.I., Mach H. et al. On the difference between proton and neutron spin-orbit splittings in nuclei //Eur. Phys. J. A. 2002. Vol. 14/1. Pp. 29-36.
- [98] Bohr A., Mottelson B. Nuclear Structure. V. II. New York, Amsterdam: W.A. Benjamin, 1974.
- [99] Соловьев В.Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971. 559 с.
- [100] Кадменский С.Г., Лукьянович П.А., Ремезов Ю.И., Фурман В.И. Парные корреляции в околomagических атомных ядрах и нуклон-фотонное взаимодействие //Ядерная физика (Jornal of nuclear physics). 1987. Т.45. Вып.4. С. 942-951.
- [101] Кадменский С.Г., Лукьянович П.А. Сверхтекучесть атомных ядер и нуклон-фотонное взаимодействие //Ядерная физика (Jornal of nuclear physics). 1989. Т. 49. Вып. 2 С. 384-392.
- [102] Ефимов А.Д. Согласование спаривания с могофононностью //Int.Conf. on Nucl. Physics, Sarov. 2006. P. 258.
- [103] Bardeen J, Cooper L., Schrieffer J. //Phys.Rev. 1957. V.108 P. 1175-1204 (см. также перевод в книге //Теория сверхпроводимости, сб. статей под ред. Боголюбова Н.Н., Изд. Ин.лит., М. 1960 г.)
- [104] Takada K. Dyson-type boson mapping and SU(6) boson model //Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 439. Pp. 489-509.
- [105] Takada K., Tazaki S. Application of Dyson boson mapping to the analysis of mode-mode coupling in Ge and Se isotopes //Nucl. Phys. A. 1986. Vol. 448. Pp. 56-78.

- [106] Yamada K., Takada K. Microscopic study on the shape phase transition in the Sm isotopes: (III). E2 transition //Nucl. Phys. A. 1989. Vol. 503. Pp. 53-64.
- [107] Власников А.К., Михайлов В.М. E0 и M1 переходы в модели взаимодействующих бозонов, учет поляризационных явлений //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1989. Т. 53. №11. С. 2167.
Vlasnikov A.K., Mikhailov V.M. E0 and M1 Transitions in the Interacting-Boson Model, Taking Account of Polarizational Phenomena //Bull. Acad. Sci. USSR. Phys.Ser. 1989. Vol. 53, №11. P. 109.
- [108] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическое описание абсолютных значений $B(E2)$ в рамках МВБ //Известия РАН. Сер. физ. 2013. Т. 77. №7. С. 948-953.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Microscopic description of absolute values for $B(E2)$ within IBM //Bull. Russ. Acad. Sci. 2013. V. 77. №7. Pp. 862-867.
- [109] Efimov A.D., Pasternak A.A., Doinikov D.N., Mikhajlov V.M. and Srebrny J. Is the collective IBM space exhausted only by the valence shell? //Acta Physica Polonica B. 2001. Vol. 32. Pp. 2591-2596.
- [110] Hicks S.F., Alexander G.K. et al Intruder structures observed in ^{122}Te through inelastic neutron scattering //Phys. Rev. C. 2005. Vol. 71. Is. 3. P. 034307.
- [111] Saha B., Dewald A. et al. Probing nuclear structure of ^{124}Xe //Phys. Rev. C 2004. Vol. 70. Is. 3. P. 034313; Erratum Phys. Rev. C. 2005. Vol. 71. Is. 3. P. 039902; Comment: Rainovski G., Balabanski D. L., Dimitrov V. I. Phys. Rev. C. 2005. Vol. 72. P. 029801.
- [112] Wells J.C., Johnson N.R. et al. Evidence for collective behavior in ^{128}Ce from lifetime measurements //Phys. Rev. C. 1984. Vol. 30. Is. 5. Pp. 1532-1537.
- [113] Mueller W.F., Carpenter M.P. et al. Variation with mass of $B(E3; 0_1^+ \rightarrow 3_1^-)$ transition rates in $A=124-134$ even-mass xenon nuclei //Phys. Rev. C. 2006. Vol. 73. Is. 1. P. 014316.
- [114] Dewald A., Weil D. et al. Dynamic shape effect in ^{126}Ba at low spin //Phys. Rev. C. 1996. Vol. 54. Is. 5. Pp. R2119-R2123.

- [115] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическое описание коллективных состояний изотонов с $N=70$ на основе МВБ //Известия РАН. Сер. физ. 2012. Т. 76. №8. С. 969-974.
- Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Microscopic description of the collective states in $N = 70$ isotones on the IBM basis //Bull. Russ. Acad. Sci. 2012. V. 76. №8. P. 857-862.
- [116] Bes D.R., Broglia R.A. Effect of the Multipole Pairing and Particle-Hole Fields in the Particle-Vibration Coupling of ^{209}Pb . I. //Phys. Rev. C. 1971. Vol. 3. Is. 6. Pp. 2349-2370.
- [117] Hamamoto I. The effect of the gauge-invariant pairing interaction on the properties of deformed nuclei //Nucl. Phys. A. 1974. Vol. 232. Pp. 445-464.
- [118] Uher R., Sorensen B. Structure effects in the charge radius of spherical nuclei //Nucl. Phys. 1966. Vol. 86. №1. Pp. 1-46.
- [119] Pasternak A.A., Srebrny J., et al. Lifetimes in the ground-state band and the structure of ^{118}Te //Eur. Phys. J. A. 2002. Vol. 13. Pp. 435-448.
- [120] Katou T., Tendow Y. et al. Lifetimes of the Yrast States of $^{118,120}\text{Xe}$ //Proc.Int.Conf.on Nucl.Phys., Berkeley. 1980. P. 751.
- [121] Govil I.M., Kumar A. et al. Recoil distance lifetime measurements in ^{118}Xe //Phys. Rev. C. 2002. Vol. 66. Is. 6. P. 064318.
- [122] Pasternak A.A., Sasaki Y., Efimov A.D., Mikhailov V.M., Hayakawa T., Toh Y., Oshima M., Hatsukawa Y., Katakura J., Shinohara N., Liu Z., Furuno K. DSA lifetime measurements and structure of positive parity bands of ^{120}Xe //Eur. Phys. J. A. 2000. Vol. 9. Pp. 293-297.
- [123] Rainovski G., Pietralla N. et al. How close to the $O(6)$ symmetry is the nucleus ^{124}Xe ? //Phys. Lett. B. 2010. Vol. 683. Pp. 11-16.
- [124] Coquard L., Pietralla N. et al. Robust test of $E(5)$ symmetry in ^{128}Xe //Phys. Rev. C. 2009. Vol. 80. Is. 6. P. 061304.
- [125] Rother W., Dewald A. et al. A new recoil distance technique using low energy coulomb excitation in inverse kinematics //Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. A. 2011. Vol. 654. P. 196.
- [126] Srebrny J., Czosnyka T., et al. $E1$, $E2$, $E3$ and $M1$ information from heavy ion coulomb excitation //Nucl. Phys. A. 1993. Vol. 557. Pp. 663-672.

- [127] Kanbe M., Kitao K. Nuclear Data Sheets for $A = 128$ //Nucl. Data Sheets 2001. Vol. 94. P. 227.
- [128] Bender M., Heenen P.-H., Reinhard P.-G. Self-consistent mean-field models for nuclear structure //Rev. Mod. Phys. 2003. Vol. 75. Is. 1. Pp. 121-180.
- [129] Kusakari H., Kitao K. et al. High-spin states in even-mass Xe nuclei and backbending phenomena //Nucl. Phys. A. 1983. Vol. 401. Pp. 445-459.
- [130] Cromaz M., Drake T.E. et al. Lifetime measurements in $^{114,116}\text{Xe}$ isotopes //Phys. Rev. C. 1998. Vol. 58. Is. 1. Pp. 164-171;
Erratum: DeGraaf J., Cromaz M., et al. //Phys. Rev. C. 1999. Vol. 59. Is. 3. Pp. 1818-1828.
- [131] Cakirli R.B., Casten R.F., Jolie J., Warr N. Highly anomalous yrast $B(E2)$ values and vibrational collectivity //Phys. Rev. C. 2004. Vol. 70. Is. 4. P. 047302.
- [132] Coquard L., Rainovski G. et al. O(6)-symmetry breaking in the γ -soft nucleus ^{126}Xe and its evolution in the light stable xenon isotopes //Phys. Rev. C. 2011. Vol. 83. Is. 4. P. 044318.
- [133] Brookhaven National Laboratory, National Nuclear Data Center (online). Available: <http://www.nndc.bnl.gov/nndc/ensdf/>.
- [134] Bizzeti P.G. et al. Transition probabilities in the X(5) candidate ^{122}Ba //Phys. Rev. C. 2010. Vol. 82. Is. 5. P. 054311.
- [135] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Микроскопическая структура ирраст-полос в четных изотопах Хе //Известия РАН. Сер. физ. 2018. Т. 82. №10. С. 1395-1402.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Microscopic Structure of Yrast-bands in Even Xenon Isotopes //Bull. RAS. Ser. Phys. 2018. V. 82. №10. Pp. 1266-1273.
- [136] Ефимов А.Д., Михайлов В.М. Бозонное описание пересечения полос в четных изотопах Ва //Известия РАН. Сер. физ. 2019. Т. 84. В печати.
Efimov A.D., Mikhajlov V.M. Boson Description Bandcrossing in Even Barium Isotopes //Bull. RAS. Ser. Phys. 2019. V. 84. В печати.