

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЁВА»

На правах рукописи

УДК 539.172

Карпишков Антон Витальевич

**ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ В ЖЁСТКИХ ПРОЦЕССАХ ПРИ ВЫСОКИХ
ЭНЕРГИЯХ В ПОДХОДЕ РЕДЖЕЗАЦИИ ПАРТОНОВ**

Специальность 01.04.02 — «Теоретическая физика»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:

д. ф.-м. н., проф.

Салеев Владимир Анатольевич

Самара — 2019

Оглавление

Введение	3
Глава 1. КХД при высоких энергиях	10
1.1 Коллинеарная партонная модель	10
1.2 Подход реджезации партонов	17
Глава 2. Одинокое и парное рождение тяжёлых мезонов в ПРП	25
2.1 Одинокое рождение D и B мезонов в ЛП ПРП. Механизм фрагментации	25
2.2 Корреляции в парном рождении $D\bar{D}$ и DD мезонов в ПРП на БАК	41
2.3 Азимутальные корреляции в рождении пар струй, содержащих B мезоны, с учётом радиационной поправки в ПРП	45
Глава 3. Совместное рождение боттомония и D мезона в ПРП	51
3.1 НРКХД факторизация	51
3.2 Корреляции в рождении $\Upsilon(1S)$ и D мезонов в ПРП	53
Глава 4. Корреляционные наблюдаемые в совместном рождении адронных струй с фотоном в ПРП	63
4.1 Прямое и фрагментационное рождение изолированного фотона совместно с адронной струёй в ПРП	63
4.2 Процессы в ПРП с изолированным фотоном и двумя струями в конечном состоянии	70
4.3 Мультиреджевская кинематика и двойное партонное рассеяние	73
Заключение	80
Список литературы	83

Введение

Диссертация посвящена исследованию корреляционных наблюдаемых в жёстких процессах при высоких энергиях протон-(анти)протонных столкновений в подходе реджезации партонов (ПП). В работе в рамках лидирующего порядка (ЛП) ПП изучаются процессы одиночного рождения D и B мезонов, парного рождения $D\bar{D}$ (DD) мезонов, корреляционные спектры в процессах ассоциированного рождения Υ и D мезонов, полученные в модели НРКХД-факторизации, а также корреляционные наблюдаемые в процессах ассоциированного рождения струй с изолированным фотоном. В лидирующем и неполном следующем за лидирующим порядке (СЛП*) ПП изучаются процессы парного рождения струй, содержащих B мезоны.

В основе диссертации лежат результаты работ, выполненных автором с 2014 по 2018 годы в Самарском университете, а также во время стажировок во II-м Институте теоретической физики Гамбургского университета, г. Гамбург, Германия, финансируемых в рамках совместной Российско-Германской программы академических обменов «Михаил Ломоносов» и программы повышения конкурентоспособности в рамках задачи № 4.1 «Поддержка талантливых студентов и аспирантов» по мероприятию № 4.1.2 «Организация стажировок и практик студентов, аспирантов в ведущих мировых НОЦ, на высокотехнологичных предприятиях».

Исследования выполнялись в рамках реализации проектов по грантам Президента Российской Федерации для государственной поддержки молодых учёных № МК-4150.2014.2, РФФИ № 14-02-00021, РФФИ № 18-32-00060.

Актуальность темы. С ростом энергии ускорителей открываются новые возможности для исследования свойств сильных взаимодействий и кварк-глюонной структуры адронов в процессах множественного рождения частиц и адронных струй с большими поперечными импульсами. При теоретическом описании таких процессов применяется формализм теории возмущения (ТВ), в рамках которой благодаря явлению асимптотической свободы в квантовой хромодинамике (КХД) удаётся систематически разделять динамику взаимодействующих полей на больших и малых расстояниях. Это представляется возможным для т.н. жёстких процессов, когда при характерном масштабе переданных импульсов $\mu^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ бегущая константа сильного взаимодействия $\alpha_s(\mu)$ становится достаточно малой для применения пертурбативных методов. Количественная оценка КХД-процессов, а также понимание структуры высших поправок к ним важны не только для развития теории сильных взаимодействий, но и для поиска эффектов физики за пределами Стандартной Модели.

Стандартной моделью для описания таких процессов является коллинеарная партонная модель (КПМ). В её рамках поправки за счёт мягких, коллинеарных излучений начальных кварков и глюонов, лежащих на массовой поверхности, суммируются в партонные функции распределения (ПФР) с помощью уравнений эволюции Докшицера-Грибова-Липатова-Альтарелли-Паризи (ДГЛАП). Основное утверждение КПМ заключается в следующей теореме факторизации для рассеяния партонов в состояние \mathcal{Y} :

$$d\sigma(p(P_1) + p(P_2) \rightarrow \mathcal{Y} + X) = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_i(x_1, \mu_F^2) f_j(x_2, \mu_F^2) \cdot d\hat{\sigma}_{CPM}^{i,j}(x_1, x_2, \mu_F^2, \mu_R^2), \quad (0.1)$$

где μ_F — масштаб факторизации, μ_R — масштаб перенормировки бегущей константы связи $\alpha_s(\mu_R)$, $f_i(x, \mu_F^2)$ — ПФР i -го партона, а $d\hat{\sigma}_{CPM}^{i,j}(x_1, x_2, \mu_F^2, \mu_R^2)$ — сечение партонного подпроцесса $i(q_1) + j(q_2) \rightarrow \mathcal{Y}$.

Партонная модель хорошо зарекомендовала себя при описании одномасштабных процессов, например, таких как глубоконеупругое рассеяние. Однако в случае процессов, характеризующихся более, чем одним жёстким масштабом, например, процессов множественного рождения партонов с большими поперечными импульсами, в КПМ требуется вычисление большого количества КХД поправок к жёсткому процессу. Кроме того, в области высоких энергий наблюдается быстрый рост ПФР, который не может быть объяснён с помощью уравнений ДГЛАП эволюции. Также в области малых x уже нельзя пренебрегать зависимостью партонного сечения $d\hat{\sigma}$ от поперечных импульсов $t_{1,2}$ начальных партонов.

Таким образом, развитие КХД для описания упомянутых процессов требует выхода за рамки стандартной КПМ для учёта поперечного импульса и виртуальности начальных партонов, что осуществляется в рамках моделей k_T -факторизации или TMD-факторизации (Transverse Momentum Dependent). При этом в модели TMD-факторизации наличие небольшого поперечного импульса у начальных партонов учитывается только в ПФР, и её применимость ограничивается областью $t_{1,2} \ll \mu_F^2$, где пренебрежение зависимостью $d\hat{\sigma}$ от $t_{1,2}$ обоснованно.

Однако в области энергий $\sqrt{S} \gg \mu_F$ (т.н. *реджевский предел* КХД), когда $x\sqrt{S} \sim t_{1,2}$, необходимо учитывать наличие поперечных импульсов и в коэффициенте жёсткого рассеяния $d\hat{\sigma}$, как это осуществляется в рамках стандартной k_T -факторизации. При этом попытки приписать ненулевую виртуальность начальным партонам приводят к нарушению калибровочной инвариантности амплитуд жёсткого процесса. Возникает необходимость построения

калибровочно-инвариантной схемы расчётов в модели k_T -факторизации для описания многомасштабных жёстких процессов в условиях реджеской кинематики, которая реализуется в подходе реджезации партонов (ПРП), основанном на эффективном действии Л.Н. Липатова.

Развиваемый в диссертации подход позволяет учесть в лидирующем приближении вклад дополнительных жёстких излучений при эволюции партонов, не нарушая при этом калибровочно-инвариантного описания жёстких процессов. Большой интерес представляет развитие методов расчёта многочастичных процессов и поправок к лидирующему приближению по константе сильного взаимодействия в ПРП, необходимое для демонстрации самосогласованности подхода и возможности проведения феноменологически интересных расчётов конкретных процессов в k_T -факторизации.

Целью настоящей работы является развитие методов расчёта многочастичных процессов в лидирующем приближении (ЛП) и следующем за лидирующим приближении (СЛП) по константе сильного взаимодействия в подходе реджезации партонов для описания парных корреляций в рождении частиц при высоких энергиях.

Задачи настоящей работы:

1. Изучение азимутальных корреляций в парном рождении D мезонов ($DD, D\bar{D}$) в ЛП ПРП в передней области быстроты. Сравнение результатов расчётов с данными коллаборации LHCb.
2. Исследование процесса парного рождения струй, содержащих B мезоны ($B\bar{B}$), в ПРП с учётом СЛП поправки, связанной с испусканием дополнительного глюона. Сравнение теоретических предсказаний с экспериментальными данными коллаборации CMS.
3. Исследование корреляций в совместном рождении Υ и D мезонов в рамках ПРП и модели НРКХД. Оценка величины вклада двойного партонного рассеяния. Сравнение полученных результатов с экспериментальными данными коллаборации LHCb.
4. Вычисление квадратов модулей амплитуд основных древесных КХД процессов $2 \rightarrow 3$ с реджезованными глюонами и кварками в начальном состоянии. Проверка калибровочной инвариантности и коллинеарного предела полученных амплитуд.
5. Изучение в ПРП угловых корреляций в $\gamma + jet$ и $\gamma + 2jet$ событиях на ускорителе Тэватрон и Большом Адронном Коллайдере (БАК). Оценка относительной роли механизмов одиночного и двойного партонного рассеяния. Сравнение теоретических расчётов с данными экспериментов коллабораций D0 и ATLAS.

Научная новизна заключается в том, что:

1. Впервые показано, что в рождении пар DD доминирует вклад партонного процесса глюон-глюонного рассеяния $\mathcal{R}\mathcal{R} \rightarrow gg$ с последующей фрагментацией глюонов в D мезоны.
2. В рамках ПРП впервые была рассчитана СЛП поправка к партонному подпроцессу $\mathcal{R}\mathcal{R} \rightarrow b\bar{b}$ от подпроцесса с дополнительным глюоном в конечном состоянии $\mathcal{R}\mathcal{R} \rightarrow b\bar{b}g$. Показано, что её вклад доминирует в области малой разницы азимутальных углов струй, содержащих B мезоны, и позволяет описать данные CMS коллаборации при всех значениях $\Delta\phi$ и ΔR .
3. Впервые были получены точные аналитические выражения для квадратов модулей реджезованных спиральных амплитуд процессов $\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow (b + \bar{b})[\rightarrow \Upsilon[n]] + g$ и $\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow (b + \bar{b})[\rightarrow \Upsilon[n]] + c + \bar{c}$.
4. В рамках ПРП, без привлечения гипотезы о двойном партонном рассеянии, впервые описаны спектры совместного рождения Υ и D мезонов, полученные коллаборацией LHCb.
5. Впервые в ПРП получены амплитуды и квадраты модулей амплитуд всех древесных КХД-подпроцессов $2 \rightarrow 3$ с фотоном в конечном состоянии. С их помощью описаны спектры для ряда процессов совместного рождения фотона с одной или двумя струями на ускорителях Тэватрон и БАК.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Исследованы процессы одиночного рождения D и B мезонов в ПРП при энергиях $\sqrt{S} = 1.96, 2.76, 7$ и 14 ТэВ. Показано, что основной вклад в инклюзивные спектры даёт фрагментационное рождение в процессе $R\mathcal{R} \rightarrow g \rightarrow D(B)$. Экспериментальные данные на БАК описываются как в области малых (ATLAS, CMS), так и больших быстрот (LHCb).
2. Показано, что ЛП ПРП описывает экспериментальные данные для парного рождения $D\bar{D}$ и DD мезонов при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ, а именно: спектр по поперечному импульсу D мезона p_T , разнице азимутальных углов между мезонами $\Delta\varphi$, разнице быстрот Δy , а также инвариантной массе $D\bar{D}$ и DD пар мезонов без привлечения механизма многопартонного рассеяния. Показано, что в рождении пар DD мезонов доминируют процессы рождения в глюонной фрагментации.

3. Проведено исследование корреляционных наблюдаемых в процессе парного рождения струй, содержащих B мезоны, на БАК при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Показано, что для описания экспериментальных данных в области малых значений разности азимутальных углов струй и разности радиусов конусов струй необходимо учитывать СЛП поправку, обусловленную процессом с дополнительным глюоном в конечном состоянии.
4. В ПРП получены амплитуды процессов, дающие основной вклад в совместное рождение $\Upsilon(1S)$ и D мезонов при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ: $\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow (b + \bar{b})[\rightarrow \Upsilon[n]] + g$ и $\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow c + \bar{c} + (b + \bar{b})[\rightarrow \Upsilon[n]]$. Рассчитаны амплитуды вышележащих состояний боттомония $\Upsilon(2S)$ и $\Upsilon(3S)$ и учтены их каскадных распады в изучаемое на эксперименте состояние $\Upsilon(1S)$. Показано, что корреляционные спектры $\Upsilon(1S)$ и D мезонов, измеренные коллаборацией LHCb, хорошо описываются в рамках ПРП и модели НРКХД факторизации. Показано также, что в ЛП ПРП удаётся описать до половины экспериментального сечения.
5. С помощью файла-модели ReggeQCD для пакета FeynCalc получены аналитические выражения квадратов модулей амплитуд основных древесных КХД процессов $2 \rightarrow 3$ с реджезованными глюонами и кварками в начальном состоянии. Показана их калибровочная инвариантность и выполнение коллинеарного предела.
6. В ПРП рассчитаны спектры фотонов в процессах $\gamma + jet$ и $\gamma + 2jet$ при энергиях $\sqrt{S} = 1.96$ и 7 ТэВ, а также различные азимутальные корреляции между фотоном, лидирующей струёй и сублидирующей струёй. При расчётах сечений в событиях $\gamma + 2jet$ учтены вклады всех древесных КХД-подпроцессов $2 \rightarrow 3$ с фотоном в конечном состоянии. Показано, что как в процессах $2 \rightarrow 2$, так и в процессах $2 \rightarrow 3$ доминирует вклад «комптоновского» рассеяния реджезованного глюона на реджезованном кварке. При исследовании наблюдаемой, чувствительной к дополнительным излучениям с большими поперечными импульсами, в $\gamma + 2jet$ событиях рассмотрены два альтернативных подхода к описанию сечения в области малой разницы азимутальных углов. Показано, что в рамках ПРП в предположении о мультиреджевском режиме эволюции ПФР удаётся описать наблюдаемый в эксперименте эффект декорреляции.

Практическая значимость исследования состоит в том, что полученные в ПРП амплитуды процессов $2 \rightarrow 3$ с реджезованными кварками и глюонами в начальном состоянии могут быть использованы в дальнейших исследованиях жёстких процессов с рождением трёхчастичных конечных состояний, а также для вычислений радиационных поправок для

процессов $2 \rightarrow 2$ в ПРП. Полученные в ПРП амплитуды процессов совместного рождения кваркониев с тяжёлыми кварками или глюоном, а также фотонов с кварками или глюонами, могут быть использованы для разработки Монте-Карло генераторов событий в модели k_T -факторизации, широко применяющихся для получения феноменологических предсказаний в физике высоких энергий.

Достоверность полученных результатов обеспечивается применением калибровочно-инвариантного подхода при построении квадратов модулей амплитуд партонных процессов в реджевском пределе КХД. Целостность ПРП обусловлена использованием формулы факторизации и неинтегрированных ПФР (нПФР) Кимбера-Мартина-Рыскина (КМР), построенными в мультиреджевской кинематике, что также находится в согласии с применяемыми матричными элементами в эффективной теории поля Л.Н. Липатова, эквивалентными мультиреджевской асимптотике матричных элементов КХД. Была проверено, что амплитуды процессов, рассмотренных в данной работе, удовлетворяют условию калибровочной инвариантности, а также воспроизводят в коллинеарном пределе амплитуды КПМ.

Апробация. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научных форумах: международная конференция «Математическая физика и её приложения» (МРНА-2014, Самара, РФ, секционный доклад), международная сессия-конференция СЯФ ОФН РАН «Физика фундаментальных взаимодействий» (2014 г., Москва, РФ, секционный доклад), международная школа-конференция «18 Международная московская школа по физике (43 зимняя школа ИТЭФ по физике)» (ИТЕР WS-2015, Звенигород, РФ, секционный доклад), международная школа-конференция «50 Зимняя Школа ПИЯФ» (PNPI WS-2016, Гатчина, РФ, секционный доклад), международная конференция «24th International Workshop on Deep-Inelastic Scattering and Related Subjects» (DIS-2016, Гамбург, Германия, секционный доклад), международная конференция «Структура адронов и КХД 2016» (HSQCD-2016, Гатчина, РФ, секционный доклад), международная конференция «Квантовая теория поля и физика высоких энергий» (QFTNER-2017, Ярославль, РФ, секционный доклад). А также на семинаре II Института теоретической физики Гамбургского университета в 2017 году. Кроме того, результаты работы обсуждались на регулярных семинарах на кафедрах физики и общей и теоретической физики Самарского университета.

Личный вклад аспиранта состоит в том, что все полученные результаты, включенные в диссертацию, получены лично автором или при его определяющем участии. Кроме того, автор в аналитическом виде в ПРП получил амплитуды многих процессов $2 \rightarrow 3$, применяемых при описании рождения фотона и струй, а также совместного рождения тяжёлых мезонов.

Автором была проверена калибровочная инвариантность этих амплитуд, а также выполнение коллинеарного предела для них.

Публикации автора по теме диссертации По теме диссертационной работы опубликовано 15 работ, в том числе: 10 — в журналах, рекомендованных ВАК; 3 — в сборниках трудов международных симпозиумов и конференций; 2 работы, опубликованные в виде препринтов.

Глава 1. КХД при высоких энергиях

1.1 Коллинеарная партонная модель

В современной физике элементарных частиц большой интерес уделяется проблеме описания процессов столкновения адронов при высоких энергиях. Непосредственное отношение к данной проблеме имеет вопрос получения информации о партонных плотностях в протоне. Также изучение процессов столкновения и рождения адронов предоставляет возможность для проверки пертурбативной квантовой хромодинамики.

Исторически первым примером такого процесса, является процесс инклюзивного глубоко-неупругого рассеяния лептона на протоне

$$p(P) + e^\pm(q_2) \rightarrow e^\pm(q_3) + X, \quad (1.1)$$

где четырехмерные импульсы частиц указаны в скобках а X – означает произвольное адронное конечное состояние.

Для описания внутренней структуры протона Бьёркен и Фейнман предложили использовать формализм партонной модели. Партонная модель предполагает, что протон состоит из ансамбля слабосвязанных частей — партонов. Ими являются кварки (антикварки), представляющие собой фермионы, несущие электрический заряд, и электронейтральные глюоны. По предположению, эти составные части не способны обмениваться большими q^2 при сильных взаимодействиях. Однако, кварки взаимодействуют электромагнитным образом с другими заряженными частицами, поэтому электрон, рассеиваясь на кварке, может выбить его из протона. Выбитый кварк взаимодействует с остатками протона, в результате чего части протона образуют адронную струю. Образующиеся адроны должны вылетать параллельно направлению партона, выбитого в начале.

Если столкновение изучается в системе центра масс (СЦМ) электрона и протона, и протон рассматривается как составленный из слабо связанных партонов (массами которых мы пренебрегаем ввиду их малости по сравнению с большими передачами импульса от электрона протону), то данный партон характеризуется той долей x полного импульса протона, которую он несет. Причём эта продольная доля импульса x меняется в пределах $0 < x < 1$.

Рассмотрим кинематику партонной модели. Импульс рассматриваемого нами партона равен $p = xP$, где P — полный импульс протона. Положим k, k' — импульсы налетающего и рассеянного электрона соответственно, тогда $q = k' - k$ — переданный импульс, $p + q$ —

конечный импульс взаимодействующего кварка (рис. 1).

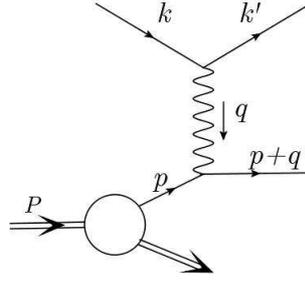


Рисунок 1 – Партонная модель глубоконеупругого ep -рассеяния.

Тогда мандельштамовские переменные \hat{s} и \hat{t} для процесса взаимодействия электрона с кварком внутри протона можно выразить следующим образом:

$$\begin{aligned}\hat{s} &= (p + k)^2 = 2(p \cdot k) = 2x(P \cdot k) = x(P + k)^2 = xS, \\ \hat{t} &= q^2,\end{aligned}$$

где S – квадрат полной энергии электрона и протона. Применительно к данному процессу партонная модель предсказывает следующее сечение рассеяния:

$$\frac{d^2\sigma}{dx dQ^2} = \sum_i f_i(x) Q_i^2 \frac{2\pi\alpha^2}{Q^4} \left[1 + \left(1 - \frac{Q^2}{xS} \right)^2 \right], \quad (1.2)$$

где Q_i – заряд i -го кварка, $Q^2 = -q^2$. А структурные функции протона принимают вид:

$$F_1(x) = \frac{1}{2x} F_2(x), \quad (1.3)$$

$$F_2(x) = \sum_i Q_i^2 x f_i(x), \quad (1.4)$$

где $x \equiv \frac{Q^2}{2(P \cdot q)}$. Подробный вывод сечения и структурных функций можно найти в монографиях [1], [2].

Точно так же, как измерение упругих формфакторов дает нам информацию о размере протона, измерение неупругих структурных функций при больших Q^2 выявляет кварковую структуру протона. После установления бьёркеновского скейлинга, который говорит нам о существовании точечных составляющих в протоне, инструментом для извлечения дальнейшей информации становятся формулы (1.3) и (1.4).

Можно качественно описать бьёркеновский скейлинг. Величине, обратной энергии q^0 виртуального обменного фотона в системе протона, можно сопоставить длительность процесса взаимодействия в системе отсчета, связанной с компонентами протона. Аналогично

можно оценить время партонного взаимодействия, как величину, обратную массе протона M . Тогда процесс рассеяния можно считать глубоконеупругим, если $q^0 \gg M$, что означает, что время взаимодействия виртуального фотона с партоном значительно меньше, чем обычные для протона временные масштабы. При этом условии можно пренебречь взаимодействием между составляющими протона, что и проявляется как скейлинг Бьёркена. На малых временных масштабах, соответствующих большим энергиям, партоны приближённо можно считать свободными частицами, при этом на больших временных масштабах они сильно взаимодействуют.

Однако скейлинг выполняется лишь приближённо, его нарушение связано с медленной эволюцией партонных функций распределения $f_i(x)$ в логарифмическом по Q^2 масштабе. Важным фактом оказалось то, что в этом и других случаях отклонения от скейлинга вид измеренных сечений оказался явным доказательством векторного характера полей-переносчиков сильного взаимодействия.

Для сечения инклюзивных жестких процессов в адронных столкновениях при высоких энергиях вводится формула факторизации коллинеарной партонной модели (КПМ)

$$d\sigma = \sum_{ij} \int_0^1 dx_1 f_i(x_1, \mu^2) \int_0^1 dx_2 f_j(x_2, \mu^2) d\hat{\sigma}_{CPM}^{ij}(x_1, x_2, \mu^2), \quad (1.5)$$

где $f_i(x_1, \mu^2)$ — функция распределения i -го партона в протоне по продольному импульсу, $f_j(x_2, \mu^2)$ — функция j -го партона, x_1 и x_2 — доли импульсов партонов в соответствующих протонах, μ^2 — жёсткий масштаб реакции, $d\hat{\sigma}$ — дифференциальное сечение для подпроцесса рассеяния партона на партоне; суммирование ведётся по всем партонам.

В формуле (1.5) партонные функции $f_i(x_1, \mu^2)$ и $f_j(x_2, \mu^2)$ отличаются от упомянутых ранее скейлинговых функций $f_i(x)$. В функциях $f(x, \mu^2)$ учитывается нарушение скейлинга, обусловленного наличием малого взаимодействия между партонами. Это и приводит к зависимости партонных распределений не только от доли импульса x , но и от масштаба реакции μ^2 .

Медленная эволюция партонных плотностей определяется уравнениями Докшицера-Грибова-Липатова-Альтарелли-Паризи (ДГЛАП), которые описывают совместную с партонными распределениями глюонов $f_g(x, \mu^2)$ эволюцию плотностей $f_q(x, \mu^2)$ и $f_{\bar{q}}(x, \mu^2)$ для квар-

ков и антикварков каждого аромата. Эти уравнения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{d \ln \mu^2} f_g(x, \mu^2) &= \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \{ P_{g \leftarrow q}(z) \sum_q [f_q(\frac{x}{z}, \mu^2) + f_{\bar{q}}(\frac{x}{z}, \mu^2)] + \\
&\quad + P_{g \leftarrow g}(z) f_g(\frac{x}{z}, \mu^2) \}, \\
\frac{d}{d \ln \mu^2} f_q(x, \mu^2) &= \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \{ P_{q \leftarrow q}(z) f_q(\frac{x}{z}, \mu^2) + P_{q \leftarrow g}(z) f_g(\frac{x}{z}, \mu^2) \}, \\
\frac{d}{d \ln \mu^2} f_{\bar{q}}(x, \mu^2) &= \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \int_x^1 \frac{dz}{z} \{ P_{q \leftarrow q}(z) f_{\bar{q}}(\frac{x}{z}, \mu^2) + P_{q \leftarrow g}(z) f_g(\frac{x}{z}, \mu^2) \}.
\end{aligned} \tag{1.6}$$

Функции расщепления P имеют следующий физический смысл: $P_{g \leftarrow q}(z)$ — вероятность того, что глюон был испущен кварком и несёт его долю импульса z ; $P_{g \leftarrow g}(z)$ — вероятность испускания глюоном глюона с долей импульса z ; $P_{q \leftarrow q}(z)$ — вероятность того, что кварк испустит глюон и в силу этого будет иметь долю импульса z ; $P_{q \leftarrow g}(z)$ — вероятность рождения глюоном пары при том, что кварк уносит долю z импульса глюона. Эти функции выглядят следующим образом:

$$\begin{aligned}
P_{q \leftarrow q}(z) &= \frac{4}{3} \left[\frac{1+z^2}{(1-z)_+} + \frac{3}{2} \delta(1-z) \right], \\
P_{g \leftarrow q}(z) &= \frac{4}{3} \left[\frac{1+(1-z)^2}{z} \right], \\
P_{q \leftarrow g}(z) &= \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \\
P_{g \leftarrow g}(z) &= 6 \left[\frac{1-z}{z} + \frac{z}{(1-z)_+} + z(1-z) + \left(\frac{11}{12} - \frac{n_f}{18} \right) \delta(1-z) \right],
\end{aligned}$$

где n_f — число ароматов лёгких кварков, а функция $\frac{1}{(1-z)_+}$ — так называемая «плюс-замена», определённая так, чтобы выполнялось соотношение

$$\int_0^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int_0^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{(1-z)},$$

где $(1-z)_+ = (1-z)$ при $z < 1$ и $(1-z)_+ = \infty$ при $z = 1$.

Уравнения (1.6) можно получить, добавляя к сечению со скейлинговыми функциями поправки, учитывающие процессы испускания кварками глюонов, глюонами глюонов и рождения пары кварк-антикварк. При этом появляются слагаемые, содержащие множитель $\alpha_s(\mu^2) \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2}$, которые обуславливают логарифмическую эволюцию партонных функций (Λ^2 — масштаб импульсов, на котором становятся существенными непертурбативные эффекты в

КХД). Эти слагаемые «загоняют» в модифицированные партонные распределения и, варьируя $\ln \mu^2$, получают интегро-дифференциальные уравнения для каждой $f_i(x, \mu^2)$, $i = q, \bar{q}, g$.

Изменение партонных функций при увеличении переданного импульса можно объяснить тем, что мы начинаем различать свидетельства точечноподобных кварков. Если бы кварки были невзаимодействующими частицами, как предполагает партонная модель, то при дальнейшем увеличении импульса никакой структуры не выявилось, и на всех масштабах имел бы место скейлинг. Однако, согласно КХД, мы должны обнаружить, что каждый кварк сам окружён облаком партонов.

Эволюционное уравнение ДГЛАП отражает тот факт, что партон с долей импульса x (в левой части уравнения) может возникнуть из исходного партона с большей долей импульса z (в правой части) в одной из трёх реакций, описанных выше. Вероятность такого события зависит от функций расщепления, связанных с данной реакцией. Интеграл выражает сумму по всевозможным долям импульса исходного партона. Зная партонную структурную функцию в некоторой начальной точке $q(x, \mu^2)$ (значение которой получают из эксперимента), мы можем точно рассчитать её при любом μ^2 с помощью данного уравнения.

Первоначально эволюционные уравнения были получены В. Н. Грибовым и Л. Н. Липатовым для электронных, позитронных и фотонных распределений в КЭД (1972). В рамках квантовой хромодинамики метод Грибова и Липатова был применен в 1977 г. Ю. Л. Докшицером и независимо Г. Альтарелли и Дж. Паризи.

Квантовая хромодинамика — неабелева калибровочная теория поля с $SU(3)$ группой симметрии, которая описывает сильные взаимодействия цветных кварков и глюонов. Исторически эта теория возникла при решении нескольких проблем: проблемы классификации большого количества наблюдавшихся в 1960-х годах адронов, решением которой стало введение кварков (Гелл-Манн и Цвейг, 1963 г.); проблемы квантовой статистики Δ^{++} -резонанса (с кварковым составом uuu), открытого научной группой под руководством Э. Ферми в 1952 году, а также отсутствия комбинаций кварков типа qq , $\bar{q}\bar{q}$ и т.п., которая была устранена введением для кварков нового квантового числа — цвета.

Лагранжиан КХД получается восстановлением локальной калибровочной $SU(3)$ симметрии лагранжиана свободных кварков и добавлением члена свободного глюонного поля. Этот лагранжиан имеет вид [3]:

$$\mathcal{L} = \sum_q \bar{\psi}_{q,a} (i\gamma^\mu \partial_\mu \delta_{ab} - g_s \gamma^\mu t_{ab}^C G_\mu^C - m_q \delta_{ab}) \psi_{q,b} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^A F^{A\mu\nu}, \quad (1.7)$$

где γ^μ — дираковская γ -матрица, $\psi_{q,a}$ — спиноры кваркового поля с ароматом q , цветом a

($a = \overline{1, N_c}, N_c = 3$) и массой m_q , по повторяющимся индексам ведётся суммирование. Кварки описываются фундаментальным представлением группы $SU(3)$.

Оператор G_μ^C соответствует 4-вектору поля глюонов, где C пробегает значения от 1 до $N_c^2 - 1 = 8$. Глюоны описываются присоединённым представлением $SU(3)$ группы цвета. Матрицы t_{ab}^C размера 3×3 — генераторы группы $SU(3)$. Они отражают тот факт, что взаимодействие глюонов с кварками осуществляет преобразование поворота в цветовом $SU(3)$ пространстве. Величина g_s — это константа взаимодействия КХД. Тензор глюонного поля $F_{\mu\nu}^A$ имеет вид:

$$F_{\mu\nu}^A = \partial_\mu G_\nu^A - \partial_\nu G_\mu^A - g_s f_{ABC} G_\mu^B G_\nu^C, \quad [t^A, t^B] = i f_{ABC} t^C, \quad (1.8)$$

где f_{ABC} — структурная константа группы $SU(3)$.

Цветовая алгебра включает в себя следующие полезные соотношения, позволяющие вычислять следы в квадратах модуля амплитуд: $t_{ab}^A t_{bc}^A = = C_F \delta_{ac}$, где $C_F \equiv \frac{N_c^2 - 1}{2N_c} = \frac{4}{3}$ — цветовой множитель, связанный с испусканием глюона кварком; $f^{ACD} f^{BCD} = C_A \delta_{AB}$, где $C_A \equiv N_c = 3$ — цветовой фактор, связанный с испусканием глюона глюоном; $t_{ab}^A t_{ab}^B = T_R \delta_{AB}$, где $T_R = 1/2$ — цветовой фактор, соответствующий расщеплению глюона на пару кварк-антикварк.

Роль фундаментальных параметров КХД играют константа связи g_s ($\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$) и массы кварков m_q .

В рамках пертурбативной КХД предсказания для наблюдаемых выражены в терминах перенормированной константы связи $\alpha_s(\mu_R^2)$, зависящей от масштаба перенормировки μ_R . Когда мы выбираем масштаб μ_R близким к значению переданного в ходе некоторого процесса импульса Q , то $\alpha_s(\mu_R^2 \simeq Q^2)$ указывает на эффективную величину сильного взаимодействия в этом процессе. Параметр $\alpha_s(\mu_R^2)$ называется бегущей константой связи. Она описывает зависимость эффективного цветового заряда от расстояния между кварками: уменьшается с уменьшением расстояния и растёт при удалении кварков друг от друга. Первая зависимость приводит к асимптотической свободе, а вторая — к конфайнменту.

Бегущая константа связи удовлетворяет следующему уравнению ренормгруппы:

$$\frac{d\alpha_s(\mu_R^2)}{d \ln(\mu_R^2/\mu^2)} = \beta(\alpha_s) \quad (1.9)$$

с начальным условием $\alpha_s(\mu^2) = \alpha_s$. Для КХД с тремя цветами и n_f ароматами приближённо безмассовых кварков β -функция даётся выражением:

$$\beta(\alpha_s) = -\frac{b_0 \alpha_s^2(\mu_R^2)}{12\pi}, \quad \text{где } b_0 = 33 - 2n_f. \quad (1.10)$$

Минус у β -функции в (1.10) приводит к асимптотической свободе. Поскольку фиксированная константа α_s зависит от произвольной точки перенормировки μ , удобно устранить её из конечной формулы. Для этого определяют масштаб масс Λ , удовлетворяющий условию:

$$\frac{\alpha_s}{3} \frac{b_0}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{\Lambda^2} = 1. \quad (1.11)$$

Теперь можно записать итоговое выражение для бегущей константы связи:

$$\alpha_s(\mu_R^2) = \frac{12\pi}{(33 - n_f) \ln(\mu_R^2/\Lambda^2)}. \quad (1.12)$$

Величина Λ — это масштаб, на котором теория возмущений становится неприменимой. Экспериментальные измерения дают значение $\Lambda \approx 200$ МэВ.

Пропагаторы виртуальных частиц можно определить следующим образом [4]:

$$\Delta_{ij}(k) = i \int d^4x e^{-ikx} \langle 0 | T(q_i(x) q_j(0)) | 0 \rangle,$$

где q_i обозначает кварковое поле. Сплошные линии соответствуют кваркам, а спиральные — глюонам. Вершины определены для лагранжиана взаимодействия L_I вместо обычно используемого iL_I . Все импульсы частиц на диаграммах считаются входящими.

Как и в случае электромагнитного поля при задании глюонного поля имеется некий произвол ввиду его калибровочной инвариантности. Глюонное поле определено с точностью до калибровочного преобразования вида:

$$G_\mu^a \rightarrow G_\mu'^a = G_\mu^a - \frac{1}{g_s} \partial_\mu \alpha_a - f_{abc} \alpha_b G_\mu^c,$$

где α_a — произвольная скалярная функция.

В практических вычислениях нам необходим явный вид пропагатора, удовлетворяющего правилу обхода полюсов (что играет ключевую роль при интегрировании петель). С целью удовлетворить этому требованию зафиксируем калибровку. Выберем вид обобщённой калибровки Лоренца:

$$D^{\mu\nu} = \frac{1}{k^2 + i\varepsilon} \left[g^{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{k^\mu k^\nu}{k^2 + i\varepsilon} \right]. \quad (1.13)$$

Фиксируя параметр $\xi = 1$, мы задаём калибровку Фейнмана, значение $\xi = 0$ соответствует калибровке Ландау. Нужно принимать во внимание, что при выборе обобщённой калибровки Лоренца в расчётах глюонных петель возникают нефизические степени свободы, связанные с виртуальными скалярными и продольными глюонами. Такие глюоны никогда не рождаются как реальные физические состояния. Для сокращения вклада нефизических состояний требуется введение «духовых» частиц, которые дают вклад в петлю, не приводя к рождению физических частиц.

Есть и другой способ обойти указанные нефизические вклады. Для этого нужно выбрать аксиальную калибровку, в которой правила Фейнмана не содержат «духов» Фаддеева-Попова. В этой калибровке добавляется калибровочный вектор $n^\mu = (n_0, \vec{n})$. В простейшей аксиальной калибровке ($n^2 = 0$), калибровке на световом конусе, пропагатор глюонов имеет вид:

$$D^{\mu\nu} = \frac{1}{k^2 + i\varepsilon} \left[g^{\mu\nu} - \frac{n_\mu k_\nu + k_\mu n_\nu}{(n \cdot k)} \right].$$

Аксиальная калибровка, однако, не является ковариантной.

Приведём соотношения полноты для внешних кварков и глюонов, которые будут необходимы при суммировании по поляризациям в квадратах модулей амплитуд. Соотношения полноты для кварков выберем в виде:

$$\sum_s u^s(p) \bar{u}^s(p) = \hat{p} + m, \quad \sum_s v^s(p) \bar{v}^s(p) = \hat{p} - m. \quad (1.14)$$

В фейнмановской калибровке соотношения полноты для поляризаций глюонов имеют вид:

$$\sum_\lambda \varepsilon_\mu^a(q) \varepsilon_\nu^{*b}(q) = -\delta^{ab} g_{\mu\nu}. \quad (1.15)$$

Как будет показано ниже, подход реджезации партонов, развиваемый в настоящей работе, можно рассматривать как обобщение схемы факторизации зависящей от поперечного импульса на случай реджевского предела КХД $\Lambda_{QCD} \ll \mu \ll \sqrt{S}$.

1.2 Подход реджезации партонов

Подход реджезации партонов — калибровочно-инвариантная схема квантовой хромодинамики при высоких энергиях, которая расширяет коллинеарную партонную модель на случай жёстких многомасштабных процессов в режиме высоких энергий, когда мы имеем дело с процессами в мультiredжевской кинематике (МРК). В МРК энергия столкновения \sqrt{S} достаточно велика по сравнению с поперечными импульсами конечных частиц $\sqrt{S} \gg |k_{Ti}|$ и инвариантными массами их пар $M_{ij} = \sqrt{(k_i + k_j)^2}$. Главной составляющей ПРП при высоких энергиях является k_T -факторизация неинтегрированных партонных функций распределения (нПФР) и калибровочно-инвариантного партонного сечения с виртуальными партонами в начальном состоянии, где эти партоны рассматриваются как реджезованные глюоны \mathcal{R} и реджезованные кварки \mathcal{Q} .

Для вывода факторизационной формулы ПРП в лидирующем порядке рассмотрим конечное партонное состояние \mathcal{Y} в следующем вспомогательном процессе:

$$g(p_1) + g(p_2) \rightarrow g(k_1) + \mathcal{Y}(P_A) + g(k_2), \quad (1.16)$$

где $p_1^2 = p_2^2 = k_1^2 = k_2^2 = 0$. Конечное состояние \mathcal{Y} задаёт жёсткий масштаб μ^2 всего процесса своей инвариантной массой $M_{\mathcal{A}}^2 = P_{\mathcal{A}}^2$ или поперечным импульсом $P_{T\mathcal{A}}$. В системе отсчёта, где $\mathbf{p}_1 = -\mathbf{p}_2$ вдоль оси столкновения естественно перейти к судаковскому представлению 4-векторов:

$$k^\mu = \frac{1}{2} (k^+ n_-^\mu + k^- n_+^\mu) + k_T^\mu,$$

где $n_\pm^\mu = (n^\pm)^\mu = (1, 0, 0, \mp 1)^\mu$, $n_\pm^2 = 0$, $n_+ n_- = 2$, $k^\pm = k_\pm = (n_\pm k) = k^0 \pm k^3$, $n_\pm k_T = 0$, тогда $p_1^- = p_2^+ = 0$ и $s = (p_1 + p_2)^2 = p_1^+ p_2^- > 0$. Скалярное произведение двух 4-векторов в данных обозначениях равно:

$$(kq) = \frac{1}{2} (k^+ q_- + k^- q_+) - \mathbf{k}_T \mathbf{q}_T.$$

Для описания различных кинематических пределов процесса (1.16) удобно ввести « t -канальные» передачи импульсов $q_{1,2} = p_{1,2} - k_{1,2}$, где $\mathbf{q}_{T1,2} = -\mathbf{k}_{T1,2}$, $q_1^- = -k_1^-$ и $q_2^+ = -k_2^+$. Определим $t_{1,2} = \mathbf{q}_{T1,2}^2$ и соответствующие доли больших конусных компонент импульса:

$$z_1 = \frac{q_1^+}{p_1^+}, \quad z_2 = \frac{q_2^-}{p_2^-},$$

для дальнейшего использования. Переменные $z_{1,2}$ удовлетворяют условиям $0 \leq z_{1,2} \leq 1$, поскольку $k_{1,2}^\pm \geq 0$ и $q_1^+ = P_{\mathcal{A}}^+ + k_2^+ \geq 0$, $q_2^- = P_{\mathcal{A}}^- + k_1^- \geq 0$, т.к. все конечные состояния лежат на массовой поверхности.

В коллинеарном пределе, где $\mathbf{k}_{T1,2}^2 \ll \mu^2$ и $0 \leq z_{1,2} \leq 1$, асимптотика для квадрата древесного матричного элемента процесса (1.16) хорошо известна:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{\text{C.L.}} \simeq \frac{4g_s^4}{\mathbf{k}_{T1}^2 \mathbf{k}_{T2}^2} P_{gg}(z_1) P_{gg}(z_2) \frac{\overline{|\mathcal{A}_{CPM}|^2}}{z_1 z_2}, \quad (1.17)$$

где черта означает усреднение (сумму) по спиновым и цветовым квантовым числам начальных (конечных) партонов, $g_s = \sqrt{4\pi\alpha_s}$ — константа взаимодействия КХД, $P_{gg}(z) = 2C_A((1-z)/z + z/(1-z) + z(1-z))$ — глюон-глюонная ДГЛАП функция расщепления в ЛП и \mathcal{A}_{CPM} — амплитуда подпроцесса $g(z_1 p_1) + g(z_2 p_2) \rightarrow \mathcal{Y}(P_{\mathcal{A}})$ с реальными начальными глюонами.

Предел МРК для подпроцесса (1.16) определён как:

$$\Delta y_1 = y(k_1) - y(P_{\mathcal{A}}) \gg 1, \quad \Delta y_2 = y(P_{\mathcal{A}}) - y(k_2) \gg 1, \quad (1.18)$$

$$\mathbf{k}_{T1}^2 \sim \mathbf{k}_{T2}^2 \sim M_{T\mathcal{A}}^2 \sim \mu^2 \ll s, \quad (1.19)$$

где быстрота для 4-вектора k равна $y(k) = \log(k^+/k^-)/2$. Разница быстрот $\Delta y_{1,2}$ может быть

определена как:

$$\Delta y_{1,2} = \log \left[\frac{M_{TA}}{|\mathbf{k}_{T1,2}|} \frac{1 - z_{1,2}}{z_{1,2} - \frac{\mathbf{k}_{T2,1}^2}{s(1-z_{2,1})}} \right].$$

Из этого выражения вместе с (1.18) и (1.19) можно увидеть, что в МРК сохраняется следующая иерархия:

$$\frac{\mathbf{k}_{T1,2}^2}{s} \ll z_1 \sim z_2 \ll 1, \quad (1.20)$$

так что $z_{1,2}$ играют роль малых параметров МРК, в то время как поперечны импульсы имеют тот же порядок, что и жёсткий масштаб, и коллинеарная асимптотика амплитуды (1.17) не применима. Также в МРК выполняются следующие масштабные соотношения для компонент поперечного импульса:

$$M_{TA} \sim |\mathbf{k}_{T1}| \sim q_1^+ \sim O(z_1) \ll q_1^- \sim O(z_1^2), \quad M_{TA} \sim |\mathbf{k}_{T2}| \sim q_2^- \sim O(z_2) \ll q_2^+ \sim O(z_2^2), \quad (1.21)$$

Что позволяет нам пренебречь малыми конусными компонентами импульсов q_1^- и q_2^+ .

Систематический формализм для вычисления асимптотических выражений для произвольных КХД амплитуд в МРК пределе был сформулирован Л. Н. Липатовым и М. И. Вязовским в форме калибровочно-инвариантной эффективной теории поля (ЭТП) для мультiredжевских процессов в КХД [5–7]. МРК асимптотики амплитуд в ЭТП построены из калибровочно-инвариантных блоков — эффективных вершин, которые описывают рождение кластеров партонов КХД, сильно отделённых друг от друга по быстроте. Эти эффективные вершины связаны вместе путём t -канальных обменов калибровочно-инвариантных виртуальных степеней свободы — реджезованных глюонов R_\pm и реджезованных кварков Q_\pm . Последние подчиняются специальным кинематическим ограничениям, поскольку поля $Q_\pm(R_\pm)$ несут только q^\pm конусную компоненту импульса и поперечный импульс того же порядка, в то время как $q^\mp = 0$. Эти кинематические ограничения эквивалентны МРК. Виду требований калибровочной инвариантности эффективных вершин и упомянутых кинематических ограничений взаимодействия партонов КХД и реджеонов в ЭТП [5; 6] не локальны и содержат вильсоновские экспоненты глюонных полей. После разложения по теории возмущений последние генерируют бесконечные ряды индуцированных вершин взаимодействий партонов и реджеонов. Фейнмановские правила для ЭТП детально разобраны в [8], однако мы ещё отобрали правила Фейнмана, используемые в нашем исследовании на рисунках 2 и 3.

Диаграммное представление квадрата модуля амплитуд процесса (1.16) показано на рисунке 4. Явно эффективная вершина $R_\pm gg$, изображённая в виде диаграммы на рисунке 3,

$\frac{+}{a} \xrightarrow{q} \frac{-}{b} = \frac{-i\delta_{ab}}{2q^2}$	$\frac{a}{q} \xrightarrow{\pm} \frac{b}{\mu} = (-iq^2)n_{\mu}^{\mp}\delta_{ab}$
	$g_s f_{aa_1 a_2} (n_{\mu}^{\mp} n_{\nu}^{\mp}) \frac{q^2}{k_1^{\mp}}$
	$ig_s^2 (n_{\mu_1}^{\mp} n_{\mu_2}^{\mp} n_{\mu_3}^{\mp}) \frac{q^2}{k_3^{\mp}} \left[\frac{f_{aba_1} f_{ba_2 a_3}}{k_1^{\mp}} + \frac{f_{aba_2} f_{ba_1 a_3}}{k_2^{\mp}} \right]$

Рисунок 2 – Правила Фейнмана эффективной теории поля [5]. Показаны пропагатор реджезованных глюонов (вверху слева) и индуцированных вершин реджеон-глюон вплоть до членов

$$O(g_s^2)$$

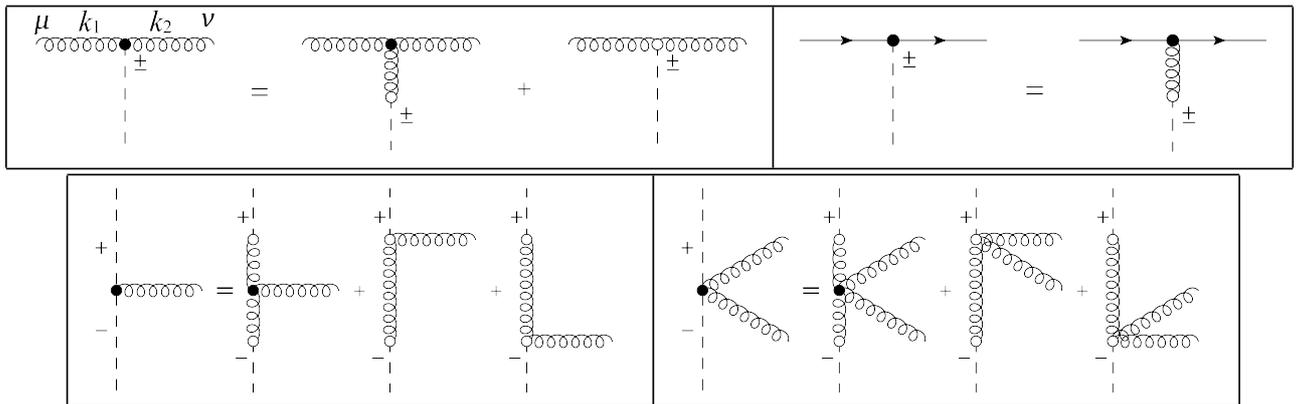


Рисунок 3 – Структура эффективных вершин $R_{\pm}gg$ (вверху слева), $R_{\pm}q\bar{q}$ (вверху справа), R_+R_-g (внизу слева) и комбинированная вершина R_+R_-gg (внизу справа)

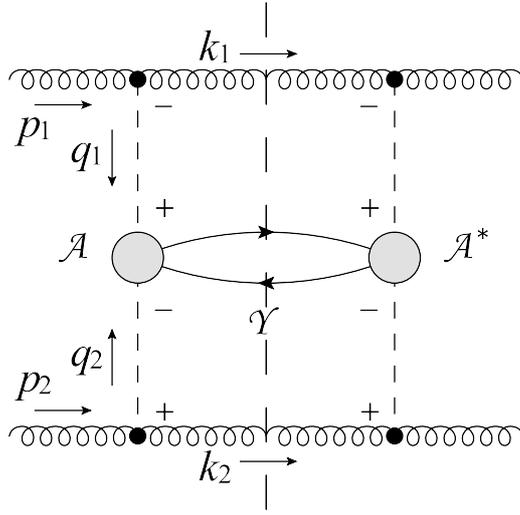


Рисунок 4 – Диаграммное представление МРК асимптотики для квадрата модуля амплитуды процесса (1.16)

равна:

$$\Gamma_{\mu\nu\pm}^{abc}(k_1, k_2) = -ig_s f^{abc} \left[2g_{\mu\nu} k_1^\mp + (2k_2 + k_1)_\mu n_\nu^\mp - (2k_1 + k_2)_\nu n_\mu^\mp - \frac{(k_1 + k_2)^2}{k_1^\mp} n_\mu^\mp n_\nu^\mp \right].$$

Вычисляя квадрат эффективной вершины $R_\pm gg$, свёрнутой с векторами поляризации реальных внешних глюонов, мы получим:

$$\sum_{\lambda_1, \lambda_2} |\Gamma_{\mu\nu\pm}(k_1, -k_2) \epsilon_\mu(k_1, \lambda_1) \epsilon_\nu^*(k_2, \lambda_2)|^2 = 8(k_1^\mp)^2. \quad (1.22)$$

Используя результат (1.22) и правила Фейнмана на рисунке 2, мы можем получить МРК асимптотику квадрата амплитуды процесса (1.16) в следующей форме:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{\text{MRK}} \simeq \frac{4g_s^4}{\mathbf{k}_{T1}^2 \mathbf{k}_{T2}^2} \tilde{P}_{gg}(z_1) \tilde{P}_{gg}(z_2) \frac{\overline{|\mathcal{A}_{PRA}|^2}}{z_1 z_2}, \quad (1.23)$$

где глюон-глюонные МРК функции расщепления $\tilde{P}_{gg}(z) = 2C_A/z$ при малых z воспроизводят асимптотику полных ДГЛАП функций расщепления, и квадрат модуля амплитуды ПРП определён как:

$$\overline{|\mathcal{A}_{PRA}|^2} = \left(\frac{q_1^+ q_2^-}{4(N_c^2 - 1) \sqrt{t_1 t_2}} \right)^2 [\mathcal{A}_{c_1 c_2}^* \mathcal{A}^{c_1 c_2}], \quad (1.24)$$

где функция Грина \mathcal{A} подпроцесса $R_+(q_1) + R_-(q_2) \rightarrow \mathcal{Y}(P_A)$ с ампутированными пропагаторами реджезованных глюонов. Погрешность аппроксимации (1.23) подавлена, как $O(z_{1,2})$, в сравнении с лидирующим членом.

В отличие от коллинеарного предела амплитуда ПРП явно и нетривиально зависит от \mathbf{q}_{T1} и \mathbf{q}_{T2} . Однако, когда $\mathbf{k}_{T1,2} \ll \mu^2$, МРК предел переходит в асимптотику коллинеарного

предела при малых $z_{1,2}$, и уравнение (1.23) должно воспроизводить уравнение (1.17). В довершение, должно выполняться следующее условие коллинеарного предела для ПРП амплитуды:

$$\int \frac{d\phi_1 d\phi_2}{(2\pi)^2} \lim_{t_{1,2} \rightarrow 0} \overline{|\mathcal{A}_{PRA}|^2} = \overline{|\mathcal{A}_{CPM}|^2}, \quad (1.25)$$

где $\phi_{1,2}$ — азимутальные углы векторов $\mathbf{q}_{T1,2}$. В действительности, возможно проверить условие (1.25) для амплитуд ПРП вида $R_+ + R_- \rightarrow \mathcal{Y}$, с помощью тождеств Уорда для функций Грина с реджезованными глюонами, которые были получены в [9].

Введём теперь модифицированное МРК приближение (мМРК) для квадрата модуля амплитуды подпроцесса (1.16) следующим образом:

1. В уравнении (1.23) мы заменим МРК асимптотику для функций расщепления $\tilde{P}_{gg}(z)$ на полное выражение для ЛП ДГЛАП функции $P_{gg}(z)$.
2. В знаменателе уравнения (1.23) мы заменяем факторы $\mathbf{k}_{T1,2}^2$ на точную величину $q_{1,2}^2$, поскольку все компоненты 4-импульса $q_{1,2}^+$, $q_{1,2}^-$ и $\mathbf{q}_{T1,2}$ входят в t -канальный пропагатор: $\mathbf{k}_{T1,2}^2 \rightarrow -q_{1,2}^2 = \mathbf{q}_{T1,2}^2 / (1 - z_{1,2})$.
3. Однако, малые конусные компоненты импульсов q_1^- и q_2^+ не распространяются в жёсткий процесс рассеяния, поэтому калибровочно-инвариантное определение не изменяется и даётся эффективной теорией Липатова [5].

После этих подстановок мМРК приближение для квадрата модуля амплитуды подпроцесса (1.16) принимает следующий вид:

$$\overline{|\mathcal{M}|^2}_{\text{мМРК}} \simeq \frac{4g_s^4}{q_1^2 q_2^2} P_{gg}(z_1) P_{gg}(z_2) \frac{\overline{|\mathcal{A}_{PRA}|^2}}{z_1 z_2}. \quad (1.26)$$

Приближение мМРК (1.26) воспроизводит точные КХД результаты в обоих случаях: коллинеарном и в МРК пределе. Это предполагает, что результат должен быть более точным, чем стандартное приближение в коллинеарном случае (1.17), когда $\mathbf{k}_{T1,2} \sim \mu^2$ даже за пределами ограничения МРК предела $z_{1,2} \ll 1$. Однако мы не можем сейчас дать точную параметрическую оценку точности уравнения (1.26) в данной кинематической области. Доступное численное подтверждение (см. [10] для случая амплитуд с реджезованными глюонами в t -канале и [11; 12] для случая реджезованных кварков) поддерживает форму мМРК, предложенную выше.

Для вывода в ЛП факторизационной формулы ПРП мы подставляем мМРК приближение (1.26) в факторизационную формулу КПМ, интегрируя по фазовому пространству допол-

нительных партонов $k_{1,2}$:

$$d\sigma = \int \frac{dk_1^+ d^2\mathbf{k}_{T1}}{(2\pi)^3 k_1^+} \int \frac{dk_2^- d^2\mathbf{k}_{T2}}{(2\pi)^3 k_2^-} \int d\tilde{x}_1 d\tilde{x}_2 f_g(\tilde{x}_1, \mu^2) f_g(\tilde{x}_2, \mu^2) \frac{|\overline{\mathcal{M}}|_{\text{mMRK}}^2}{2S\tilde{x}_1\tilde{x}_2} \times \\ \times (2\pi)^4 \delta\left(\frac{1}{2}(q_1^+ n_- + q_2^- n_+) + q_{T1} + q_{T2} - P_A\right) d\Phi_A, \quad (1.27)$$

где $f_g(x, \mu^2)$ – (интегрированные) ПФР КПМ, $p_{1,2}^\mu = \tilde{x}_{1,2} P_{1,2}^\mu$, где $P_{1,2}$ – 4-импульсы сталкивающихся протонов и $d\Phi_A$ – элемент Лоренц-инвариантного фазового пространства для конечного состояния жесткого подпроцесса \mathcal{U} .

Путём замены переменных $(k_1^+, \tilde{x}_1) \rightarrow (z_1, x_1)$, $(k_2^-, \tilde{x}_2) \rightarrow (z_2, x_2)$ в интеграле, где $x_{1,2} = \tilde{x}_{1,2} z_{1,2}$, мы можем переписать (1.27) в форме k_T -факторизации:

$$d\sigma = \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} \int \frac{d^2\mathbf{q}_{T1}}{\pi} \tilde{\Phi}_g(x_1, t_1, \mu^2) \int_0^1 \frac{dx_2}{x_2} \int \frac{d^2\mathbf{q}_{T2}}{\pi} \tilde{\Phi}_g(x_2, t_2, \mu^2) \cdot d\hat{\sigma}_{\text{PRA}}, \quad (1.28)$$

где партонное сечение в ПРП имеет вид:

$$d\hat{\sigma}_{\text{PRA}} = \frac{|\overline{\mathcal{A}}_{\text{PRA}}|^2}{2Sx_1x_2} \cdot (2\pi)^4 \delta\left(\frac{1}{2}(q_1^+ n_- + q_2^- n_+) + q_{T1} + q_{T2} - P_A\right) d\Phi_A, \quad (1.29)$$

и нПФР на уровне древесных диаграмм:

$$\tilde{\Phi}_g(x, t, \mu^2) = \frac{1}{t} \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_x^1 dz P_{gg}(z) \frac{x}{z} f_g\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right). \quad (1.30)$$

Сечение (1.28) с нПФР (1.30) содержит коллинеарную расходимость при $t_{1,2} \rightarrow 0$ и инфракрасную (ИК) расходимость при $z_{1,2} \rightarrow 1$. Чтобы регуляризовать их в дальнейшем, заметим, что мМРК выражение (1.26) может давать адекватное приближение для матричного элемента (МЭ) только в упорядоченной по быстрой части фазового пространства, где $\Delta y_1 > 0$ и $\Delta y_2 > 0$. Из этих условий следует ограничение на $z_{1,2}$:

$$z_{1,2} < 1 - \Delta_{\text{KMR}}(t_{1,2}, \mu^2), \quad (1.31)$$

где $\Delta_{\text{KMR}}(t, \mu^2) = \sqrt{t}/(\sqrt{\mu^2} + \sqrt{t})$, и мы учли, что $\mu^2 \sim M_{TA}^2$. Коллинеарная сингулярность регуляризована судаковским формфактором:

$$T_i(t, \mu^2) = \exp\left[-\int_t^{\mu^2} \frac{dt'}{t'} \frac{\alpha_s(t')}{2\pi} \sum_{j=q, \bar{q}, g} \int_0^1 dz z \cdot P_{ji}(z) \theta(1 - \Delta_{\text{KMR}}(t', \mu^2) - z)\right], \quad (1.32)$$

который пересуммирует дваждылогарифмические поправки в лидирующем логарифмическом приближении (ЛЛП) способом, похожим на применяемый в стандартных алгоритмах партонных ливней (ПЛ) [13].

Конечная форма наших нПФР имеет вид:

$$\Phi_i(x, t, \mu^2) = T_i(t, \mu^2) \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \sum_{j=q, \bar{q}, g} \int_x^1 dz P_{ij}(z) \frac{x}{z} f_j\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right) \theta(1 - \Delta_{KMR}(t, \mu^2) - z), \quad (1.33)$$

которая совпадает с нПФР Кимбера, Мартина и Рыскина (КМР) [14]. КМР нПФР активно используются в феноменологических исследованиях, использующих k_T -факторизацию, однако построенные выше нПФР являются первой попыткой систематически раскрыть их связь с МРК пределом КХД амплитуд. КМР нПФР удовлетворяет следующему нормировочному условию [15]:

$$\int_0^{\mu^2} dt \Phi_i(x, t, \mu^2) = x f_i(x, \mu^2), \quad (1.34)$$

которое обеспечивает нормировку для одномасштабных наблюдаемых в жёстком процессе на соответствующие ЛП КМ результаты вплоть до подавленных степенным образом поправок и членов СЛП степени α_s . Результаты для многомасштабных наблюдаемых в ПРП значительно отличаются от получаемых в КМ за счёт ненулевых поперечных импульсов партонов в начальном состоянии.

Главное отличие ПРП от множества исследований в k_T -факторизации, таких как [16], состоит в применении МЭ с виртуальными начальными партонами (реджезованными кварками и глюонами) из ЭТП Липатова [5; 6], которые позволяют нам изучать произвольные процессы, использующие неабелеву калибровочную структуру КХД, без нарушения калибровочной инвариантности за счёт ненулевой виртуальности начальных партонов. Этот подход вместе с КМР нПФР даёт стабильные и согласованные результаты в широком массиве феноменологических задач, которые включают описание угловых корреляций двойных струй [17], b -струй [18], очарованных [19; 20] и прелестных мезонов [21], разных многомасштабных наблюдаемых в адророждении пар фотонов [12] и фоторождении пар фотона и струи [22], и многих других. Недавно в [23–25] был введён новый подход для получения калибровочно-инвариантных амплитуд рассеяния с виртуальными начальными партонами, использующий спиральные техники и соотношения рекурсии типа VCFW для таких амплитуд. Этот формализм эквивалентен ЭТП Липатова на древесном уровне, но для некоторых наблюдаемых, связанных, например, с тяжёлыми кваркониями или с обобщением формализма на СЛП, явные правила Фейнмана и структура ЭТП более приемлемы.

Глава 2. Одинокое и парное рождение тяжёлых мезонов в ПРП

2.1 Одинокое рождение D и B мезонов в ЛП ПРП. Механизм фрагментации

Феноменология сильных взаимодействий при высоких энергиях указывает на доминирующую роль процесса слияния глюонов в кварк-антикварковую пару при рождении тяжёлых мезонов. Как показано в работе [26], значительный вклад в сечение рождения $D(B)$ -мезонов вносит фрагментация глюонов и $c(b)$ -кварков в $D(B)$ -мезон, в то время как вклад фрагментации лёгких кварков пренебрежимо мал. Исходя из этого, в нашей работе мы рассмотрим только вклады фрагментации $c(b)$ -кварков и глюонов в рождение различных $D(B)$ -мезонов.

В адронных столкновениях сечения жёстких процессов могут быть представлены в виде свёртки масштабно-зависимых партонных (кварковых или глюонных) распределений и квадрата модуля амплитуды жёсткого партонного рассеяния. Указанные распределения соответствуют плотностям партонов в протоне с продольной долей импульса x , проинтегрированным по всем значениям поперечного импульса вплоть до $k_T = \mu$. Их эволюция от масштаба μ_0 , который связан с непертурбативным режимом, до характерного масштаба μ описывается уравнениями эволюции ДГЛАП [27–29], которые позволяют просуммировать большие логарифмы вида $\log(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)$ (коллинеарные логарифмы). Характерный масштаб μ процессов жёсткого рассеяния обычно имеет порядок поперечной массы $m_T = \sqrt{m^2 + |\mathbf{p}_T|^2}$ рождающейся частицы (или адронной струи) с (инвариантной) массой m и поперечным импульсом \mathbf{p}_T . С увеличением энергии, когда величина $x \sim \mu/\sqrt{S}$ становится малой, всё более весомый вклад начинает вносить новый тип логарифмов $\log(1/x)$. Их вклад может становиться даже большим, чем вклад коллинеарных логарифмов. Такие логарифмы входят как в партонные распределения, так и в партонные сечения и могут быть пересуммированы в подходе Балицкого-Фадына-Кураева-Липатова (БФКЛ) [30–33]. Этот подход описывает КХД амплитуды рассеяний в области больших S и фиксированного переданного импульса t , при $S \gg |t|$ (область Редже), с различными цветовыми состояниями в t -канале.

Реджезация глюонов имеет место в условиях специальной кинематики процессов при высоких энергиях. При больших \sqrt{S} доминирующие вклады в сечения КХД процессов даёт мультиреджевская кинематика (МРК), в которой все частицы имеют ограниченные (не растущие с \sqrt{S}) поперечные импульсы или объединены в струи с ограниченной инвариантной

массой каждой струи и большими (растущими с \sqrt{S}) инвариантными массами любой пары струй. В порядке логарифмического приближения, следующем за лидирующим, струя может содержать пары партонов (два глюона или кварк-антикварковую пару). Такая кинематика называется квазимультиреджевской кинематикой (КМРК). Несмотря на большое количество диаграмм Фейнмана, дающих ненулевые вклады, оказывается, что в борновском приближении МРК амплитуды приобретают простую факторизованную форму. Более того, радиационные поправки к таким амплитудам не разрушают эту форму, а их зависимость от энергии обусловлена факторами Редже $s_i^{\omega(q_i)}$, где s_i — инвариантные массы пар соседних струй, а $\omega(q_i)$ можно интерпретировать, как отклонение спина глюона от единицы, зависящее от переданного импульса. Такое явление называется реджезацией глюона.

Важная роль отведена вершинам взаимодействий реджезованных глюонов с обычными глюонами и кварками. Для их определения можно использовать один из двух способов: «классический» БФКЛ метод, основанный на свойствах аналитичности и унитарности амплитуд рождения частиц в условиях реджевской кинематики [34]. Альтернативным образом, они могут быть получены непосредственно из неабелевого калибровочно инвариантного эффективного действия для взаимодействий реджезованных партонов с обычными партонами в КХД. Этот метод впервые был предложен в работе [5] для реджезованных глюонов, а в работе [6] — для реджезованных кварков. Полный набор правила Фейнмана для индуцированных и эффективных вершин можно найти в работах [6; 8].

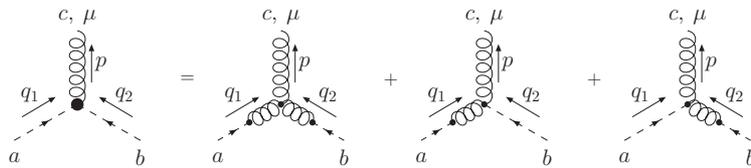


Рисунок 5 – Диаграммы Фейнмана для подпроцессов (2.1).

Недавно в работе [35; 36] был предложен альтернативный метод построения калибровочно-инвариантных $2 \rightarrow n$ амплитуд с виртуальными начальными партонами, который математически эквивалентен ПРП в древесном приближении. Эти $2 \rightarrow n$ амплитуды можно получить из вспомогательных процессов рассеяния $2 \rightarrow n + 2$, пользуясь спинорным представлением с комплексными импульсами. Этот метод более пригоден для автоматических генераторов матричных элементов, однако в нашем исследовании использование реджезованных кварков и глюонов упрощает задачу.

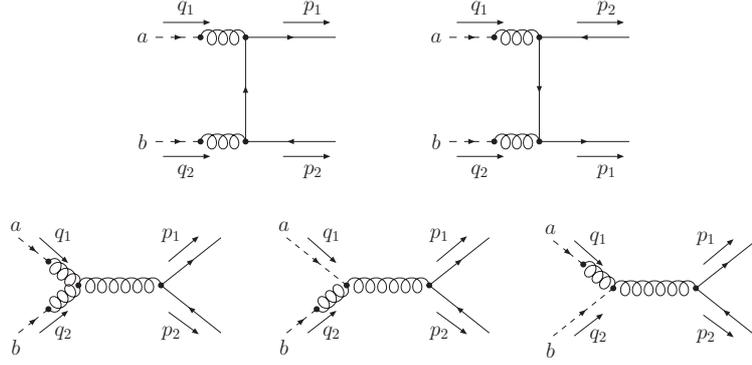


Рисунок 6 – Диаграммы Фейнмана для подпроцессов (2.2).

В ЛП ПРП $D(B)$ -мезоны рождаются путём фрагментации глюонов в процессе $2 \rightarrow 1$ или $c(b)$ -кварков из процесса $2 \rightarrow 2$:

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow g, \quad (2.1)$$

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow c(b) + \bar{c}(\bar{b}), \quad (2.2)$$

где \mathcal{R} – реджезованный глюон. В соответствии с правилами, описанными в работе [8], амплитуды рассматриваемых процессов (2.1) и (2.2) могут быть получены из диаграмм Фейнмана, изображённых на рисунках 5 и 6, где штриховой линией обозначены реджезованные глюоны.

Определим 4-векторы $(n^+)^{\mu} = P_2^{\mu}/E_2$ и $(n^-)^{\mu} = P_1^{\mu}/E_1$, где $P_{1,2}^{\mu}$ - 4-импульсы сталкивающихся протонов, а $E_{1,2}$ - их энергии. Тогда выполняются соотношения: $(n^{\pm})^2 = 0$, $n^+ \cdot n^- = 2$ и $S = (P_1 + P_2)^2 = 4E_1E_2$. Для произвольного 4-импульса k^{μ} имеем $k^{\pm} = k \cdot n^{\pm}$.

Четырёхмерные импульсы реджезованных глюонов могут быть представлены в виде:

$$\begin{aligned} q_1^{\mu} &= \frac{q_1^+}{2}(n^-)^{\mu} + q_{1T}^{\mu}, \\ q_2^{\mu} &= \frac{q_2^-}{2}(n^+)^{\mu} + q_{2T}^{\mu}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где $q_T = (0, \mathbf{q}_T, 0)$. Амплитуда рождения глюона через столкновение двух реджезованных глюонов может быть представлена в виде скалярного произведения эффективной вершины Фаина-Кураева-Липатова $C_{\mathcal{R}\mathcal{R}}^{g,\mu}(q_1, q_2)$ и 4-вектора поляризации конечного глюона $\varepsilon_{\mu}(p)$:

$$\mathcal{M}(\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow g) = C_{\mathcal{R}\mathcal{R}}^{g,\mu}(q_1, q_2)\varepsilon_{\mu}(p), \quad (2.4)$$

где

$$\begin{aligned} C_{\mathcal{R}\mathcal{R}}^{g,\mu}(q_1, q_2) &= -\sqrt{4\pi\alpha_s}f^{abc} \frac{q_1^+q_2^-}{2\sqrt{t_1t_2}} \cdot \\ &\cdot \left[(q_1 - q_2)^{\mu} + \frac{(n^+)^{\mu}}{q_1^+} (q_2^2 + q_1^+q_2^-) - \frac{(n^-)^{\mu}}{q_2^-} (q_1^2 + q_1^+q_2^-) \right], \end{aligned} \quad (2.5)$$

a и b - цветовые индексы реджезованных глюонов со входящими 4-импульсами q_1 и q_2 , f^{abc} ($a = 1, \dots, N_c^2 - 1$) - антисимметричная структурная константа цветовой калибровочной группы $SU_C(3)$. Квадрат амплитуды партонного подпроцесса $\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow g$ можно получить непосредственно из (2.5):

$$\overline{|\mathcal{M}(\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow g)|^2} = \frac{3}{2} \pi \alpha_s \mathbf{p}_T^2. \quad (2.6)$$

Амплитуда процесса (2.2) может быть представлена в виде суммы трёх амплитуд $\mathcal{M}(\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow c + \bar{c}) = \mathcal{M}_1 + \mathcal{M}_2 + \mathcal{M}_3$, где

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_1 &= -i\pi\alpha_s \frac{q_1^+ q_2^-}{\sqrt{t_1 t_2}} T^a T^b \bar{U}(p_1) \gamma^\alpha \frac{\hat{p}_1 - \hat{q}_1}{(p_1 - q_1)^2} \gamma^\beta V(p_2) (n^+)^\alpha (n^-)^\beta, \\ \mathcal{M}_2 &= -i\pi\alpha_s \frac{q_1^+ q_2^-}{\sqrt{t_1 t_2}} T^b T^a \bar{U}(p_1) \gamma^\beta \frac{\hat{p}_1 - \hat{q}_2}{(p_1 - q_2)^2} \gamma^\alpha V(p_2) (n^+)^\alpha (n^-)^\beta, \\ \mathcal{M}_3 &= 2\pi\alpha_s \frac{q_1^+ q_2^-}{\sqrt{t_1 t_2}} T^c f^{abc} \frac{\bar{U}(p_1) \gamma^\mu V(p_2)}{(p_1 + p_2)^2} \cdot \\ &\quad \cdot [(n^-)^\mu (q_2^+ + \frac{q_2^2}{q_1^-}) - (n^+)^\mu (q_1^- + \frac{q_1^2}{q_2^+}) + (q_1 - q_2)^\mu], \end{aligned} \quad (2.7)$$

T^a - генераторы фундаментального представления цветовой калибровочной группы $SU_C(3)$.

Квадрат модуля амплитуды в случае безмассовых кварков записывается в следующем виде:

$$\overline{|\mathcal{M}(\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow c + \bar{c})|^2} = 256\pi^2 \alpha_s^2 \left(\frac{1}{2N_c} \mathcal{A}_{\text{Ab}} + \frac{N_c}{2(N_c^2 - 1)} \mathcal{A}_{\text{NAb}} \right) \quad (2.8)$$

$$\mathcal{A}_{\text{Ab}} = \frac{t_1 t_2}{\hat{t} \hat{u}} - \left(1 + \frac{p_2^+}{\hat{u}} (q_1^- - p_2^-) + \frac{p_2^-}{\hat{t}} (q_2^+ - p_2^+) \right)^2 \quad (2.9)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\text{NAb}} &= \frac{2}{S^2} \left(\frac{p_2^+ (q_1^- - p_2^-) S}{\hat{u}} + \frac{S}{2} + \frac{\Delta}{\hat{s}} \right) \left(\frac{p_2^- (q_2^+ - p_2^+) S}{\hat{t}} + \frac{S}{2} - \frac{\Delta}{\hat{s}} \right) \\ &\quad - \frac{t_1 t_2}{q_1^- q_2^+ \hat{s}} \left(\left(\frac{1}{\hat{t}} - \frac{1}{\hat{u}} \right) (q_1^- p_2^+ - q_2^+ p_2^-) + \frac{q_1^- q_2^+ \hat{s}}{\hat{t} \hat{u}} - 2 \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\Delta = \frac{S}{2} \left(\hat{u} - \hat{t} + 2q_1^- p_2^+ - 2q_2^+ p_2^- + t_1 \frac{q_2^+ - 2p_2^+}{q_2^+} - t_2 \frac{q_1^- - 2p_2^-}{q_1^-} \right) \quad (2.11)$$

В (2.6) и (2.8) верхняя черта указывает на усреднение (суммирование) по всем начальным (конечным) спиновым и цветовым состояниям, $t_1 = -q_1^2 = |\mathbf{q}_{1T}|^2$, $t_2 = -q_2^2 = |\mathbf{q}_{2T}|^2$, а также

$$\hat{s} = (q_1 + q_2)^2 = (p_1 + p_2)^2,$$

$$\hat{t} = (q_1 - p_1)^2 = (q_2 - p_2)^2,$$

$$\hat{u} = (q_2 - p_1)^2 = (q_1 - p_2)^2.$$

Проверено, что в коллинеарном пределе $q_{(1,2)T} = 0$, квадрат модуля амплитуды (2.8) после усреднения по азимутальным углам переходит в квадрат модуля амплитуды соответствующего партонного подпроцесса в коллинеарной модели, а именно $g + g \rightarrow c + \bar{c}$. Мы проводим наш анализ в области $\sqrt{S}, p_T \gg m_c$, что оправдывает использование схемы ZM-VFNS, где массами очарованных кварков в амплитуде жёсткого процесса можно пренебречь.

В подходе k_T -факторизации дифференциальное сечение рассеяния подпроцесса (2.1) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dydp_T}(p + p \rightarrow g + X) &= \\ &= \frac{1}{p_T^3} \int d\phi_1 \int dt_1 \Phi(x_1, t_1, \mu^2) \Phi(x_2, t_2, \mu^2) \overline{|\mathcal{M}(\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow g)|^2}, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где ϕ_1 - азимутальный угол между \mathbf{p}_T и \mathbf{q}_{1T} .

Аналогичная формула для подпроцесса (2.2) может быть записана в виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dy_1 dy_2 dp_{1T} dp_{2T}}(p + p \rightarrow c(p_1) + \bar{c}(p_2) + X) &= \frac{p_{1T} p_{2T}}{16\pi^3} \int d\phi_1 \int d\Delta\phi \int dt_1 \times \\ &\times \Phi(x_1, t_1, \mu^2) \Phi(x_2, t_2, \mu^2) \frac{\overline{|\mathcal{M}(\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow c + \bar{c})|^2}}{(x_1 x_2 S)^2}, \end{aligned} \quad (2.13)$$

где $x_1 = q_1^+/P_1^+$, $x_2 = q_2^-/P_2^-$, $\Delta\phi$ - азимутальный угол между \mathbf{p}_{1T} и \mathbf{p}_{2T} , быстроту конечного партона с 4-импульсом p можно представить в виде $y = \frac{1}{2} \ln(\frac{p^+}{p^-})$. Легко показать, что в пределе $t_{1,2} \rightarrow 0$ мы возвращаемся от (2.12) и (2.13) к стандартной формуле факторизации КПМ.

Важной составляющей в нашей модели являются неинтегрированные глюонные ФР, которые мы получаем согласно методу Кимбера, Мартина и Рыскина (КМР) [14; 37]. Эти распределения получены введением вспомогательной функции, зависящей от одного масштаба и удовлетворяющей объединённому БФКЛ/ДГЛАП уравнению эволюции, в котором лидирующие БФКЛ логарифмы $\alpha_S \log(1/x)$ полностью пересуммированы, а также учитываются приближённо лидирующие БФКЛ эффекты главной (кинематической) части. Эта процедура получения неинтегрированных ПФР требует меньших вычислительных усилий, чем точное решение уравнений эволюции с двумя масштабами, например, таких, как уравнение Чиафалони-Катани-Фиорани-Марчезини [38–40].

Для более точного определения погрешностей мы воспроизводим наши результаты с неинтегрированными ПФР, полученными в виде решения уравнения эволюции ЧКФМ [38–40], которое построено комбинацией эволюции ДГЛАП при малых импульсах и эволюцией БФКЛ при больших импульсах. Эти ПФР включены в библиотеку распределений, зависящих от поперечного импульса, TMDlib [41].

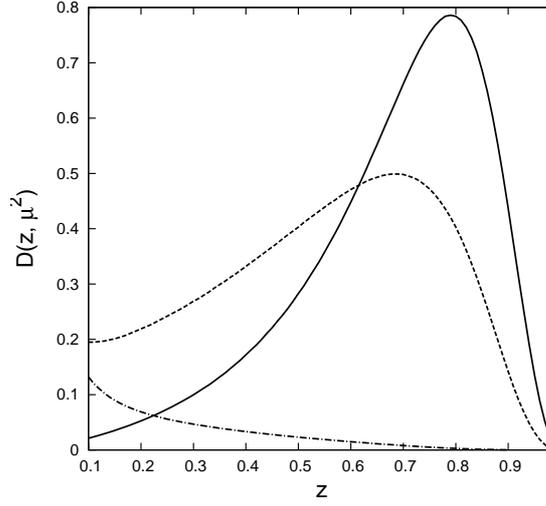


Рисунок 7 – Функции фрагментации $D(z, \mu^2)$ c -кварков и глюонов в D^* мезоны из работы [59] на масштабах $\mu^2 = \mu_0^2 = 2.25 \text{ ГэВ}^2$ (сплошная кривая для c -кварка, функция фрагментации глюона пренебрежимо мала) и $\mu^2 = 100 \text{ ГэВ}^2$ (штриховая линия для c -кварка, штрихпунктирная – для глюона).

Использование формулы k_T -факторизации и неинтегрированных ПФР с продольной кинематической переменной (x) требует реджезации t -канальных партонов. В соответствии с [5;6] реджезованные партоны несут только одну большую компоненту 4-импульса, и, следовательно, их виртуальность обусловлена поперечным импульсом. Такая кинематика t -канальных партонов соответствует МРК частиц, рождённых в жёстком процессе. В ранних работах [42–46], посвящённых процессам рождения тяжёлых кваркониев, было показано, что эти неинтегрированные ПФР КМР дают лучшее описание p_T -спектров, измеренных на Тэватроне [47–53] и Большом Адронном Коллайдере (БАК) [54–56]. В наших численных расчётах мы используем ЛП набор Мартина-Робертса-Стирлинга-Торна ПФР в протоне [57].

В модели фрагментации образование $D(B)$ -мезона глюоном или $c(b)$ -кварком описывается функцией фрагментации (ФФ) $D_{c,g}(z, \mu^2)$. В соответствии с теоремой факторизации фрагментационной модели формула для сечения рождения D -мезона имеет вид [58]:

$$\frac{d\sigma(p + p \rightarrow D(B) + X)}{dp_{DT}dy} = \sum_i \int_0^1 \frac{dz}{z} D_{i \rightarrow D(B)}(z, \mu^2) \frac{d\sigma(p + p \rightarrow i(p_i = p_D/z) + X)}{dp_{iT}dy_i}, \quad (2.14)$$

где $D_{i \rightarrow D(B)}(z, \mu^2)$ - ФФ партона i в $D(B)$ -мезон на масштабе μ^2 , z - доля продольного импульса фрагментирующей частицы, уносимая $D(B)$ -мезоном. В приближении нулевой массы параметр фрагментации z может быть определён как $p_D^\mu = zp_i^\mu$, p_D и p_i - 4-импульсы D -мезона и партона, соответственно, а $y_D = y_i$. В наших вычислениях мы использовали ФФ ЛП

из работы [59], где непертурбативные ФФ партонов в D^0 , D^+ , D^{*+} , и D_s^+ мезоны получены на основе данных коллаборации OPAL на коллайдере LEP1 [60; 61]. Эти ФФ универсальны и нарушение μ -скейлинга в них подчиняется уравнениям эволюции ДГЛАП.

В работах [26; 59; 62] параметризации на начальном масштабе $\mu_0 = m_c$ для ФФ взяты в следующем виде:

$$D_c(z, \mu_0^2) = N_c \frac{z(1-z)^2}{[(1-z) + \epsilon_c]^2} \quad (2.15)$$

$$D_{g,q}(z, \mu_0^2) = 0. \quad (2.16)$$

Чтобы проиллюстрировать различие вкладов в рождение D -мезонов, на рисунке 7 мы изобразили ФФ глюона и c -кварка в D^* -мезон.

Поскольку вклад фрагментации глюона при $\mu > \mu_0$ обусловлен пертурбативным переходом глюонов в $c\bar{c}$ -пару, подчиняющимся уравнениям ДГЛАП эволюции, то часть $c(b)$ -кварков, рождённых в подпроцессе (2.2), с их последующим переходом в $D(B)$ -мезон уже учтена в рождении $D(B)$ -мезона путём фрагментации глюона. В этом случае, чтобы избежать двойного счёта, мы должны вычесть этот вклад. Это может быть эффективно осуществлено введением обрезания по \hat{s} снизу, то есть по порогу рождения $c\bar{c}$ -пары в формуле (2.13), а именно $\hat{s} > 4m_c^2$.

Первое измерение спектров D -мезонов по поперечному импульсу в адрон-адронных столкновениях было выполнено коллаборацией CDF на коллайдере Тэватрон [63] при энергии $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ. D^0 , D^+ , D^{*+} и D_s^+ мезоны детектировались в центральной области по быстрой $|y| < 1.0$ и имели поперечные импульсы вплоть до 20 ГэВ. На рисунке 8 показаны данные для $d\sigma/dp_T$, в которых усреднён вклад частиц и античастиц, в сравнении с нашими предсказаниями в подходе реджезованных партонов. Штриховые линии отвечают вкладу процесса (2.1), в то время как штрих-пунктирные линии соответствуют вкладу процесса (2.2). Сумма обоих вкладов показана в виде сплошной линии. Мы оценили теоретическую погрешность, возникающую из-за произвола в определении масштабов факторизации и перенормировки, путём варьирования масштабов в пределах $\mu/2$ и 2μ около среднего значения $\mu = p_T$. Теоретические неопределённости показаны на рисунках заштрихованными областями. Мы обнаружили хорошее согласие между нашими предсказаниями и экспериментальными данными в широком интервале по поперечным импульсам D -мезонов в рамках экспериментальных и теоретических погрешностей. Однако наши предсказания хуже описывают экспериментальные данные при малых p_T , что может быть сигналом о значимости эффектов конечной массы c -кварков в области, где $p_T \approx m$. В нашем подходе увеличение энергии столкновения при сохране-

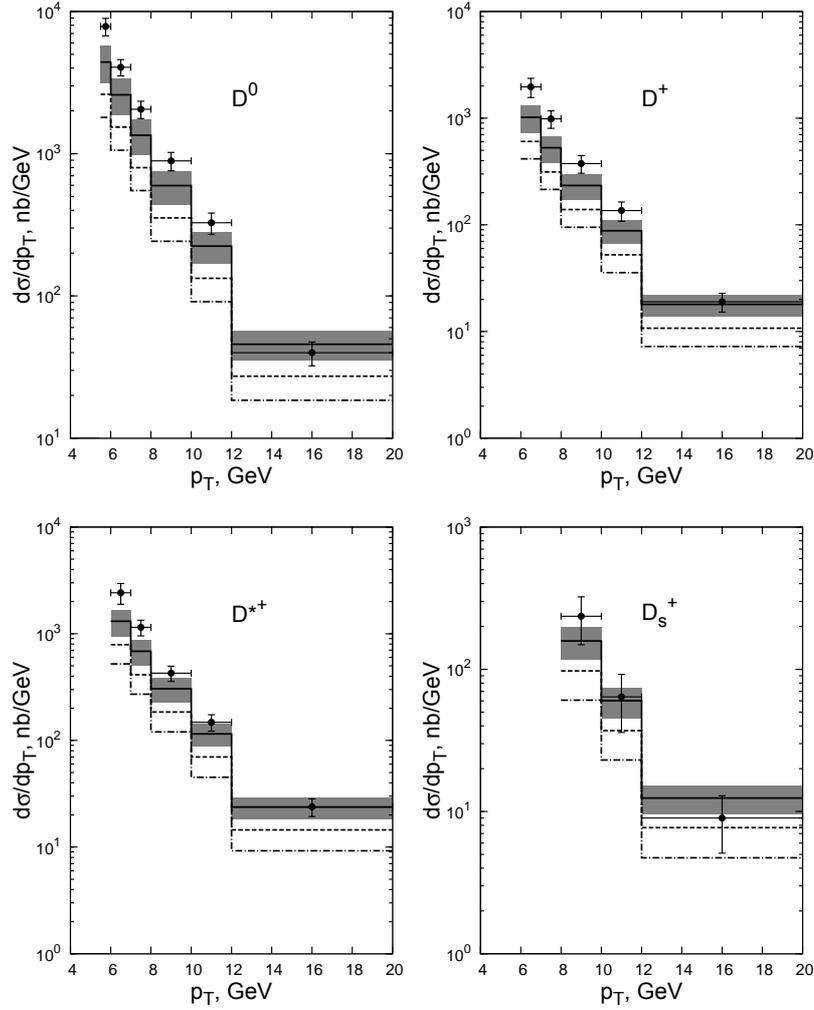


Рисунок 8 – Распределения по поперечному импульсу D^0 (вверху слева), D^+ (вверху справа), D^{*+} (внизу слева), и D_s^+ (внизу справа) мезонов в $p\bar{p}$ рассеянии при $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ и $|y| < 1.0$. Штриховая линия обозначает вклад глюонной фрагментации, штрих-пунктирная – вклад c -кварковой фрагментации, сплошная – их сумма. Данные коллаборации CDF Тэватрона взяты из работы [63].

нии других кинематических условий должно привести к лучшему согласию между теорией и экспериментом, поскольку мы ожидаем усиление логарифмических вкладов вида $\log(p_T/\sqrt{S})$ над другими эффектами.

Наши ожидания подтверждаются при описании данных полученных на БАК при энергиях $\sqrt{S} = 2.76$ ТэВ и $\sqrt{S} = 7$ ТэВ коллаборацией ALICE [64;65]. Предыдущие предсказания, сделанные в СЛП КИМ, находятся в согласии с данными ALICE, однако мы можем видеть, что FONNL схема [66] имеет тенденцию к превышению относительно данных, а схема GM-VFNS [62] – к занижению. На рисунках 9 и 10 мы сравниваем наши предсказания с данными ALICE [64; 65], сохраняя обозначения кривых такими же, как на рисунке 8. Энергии столк-

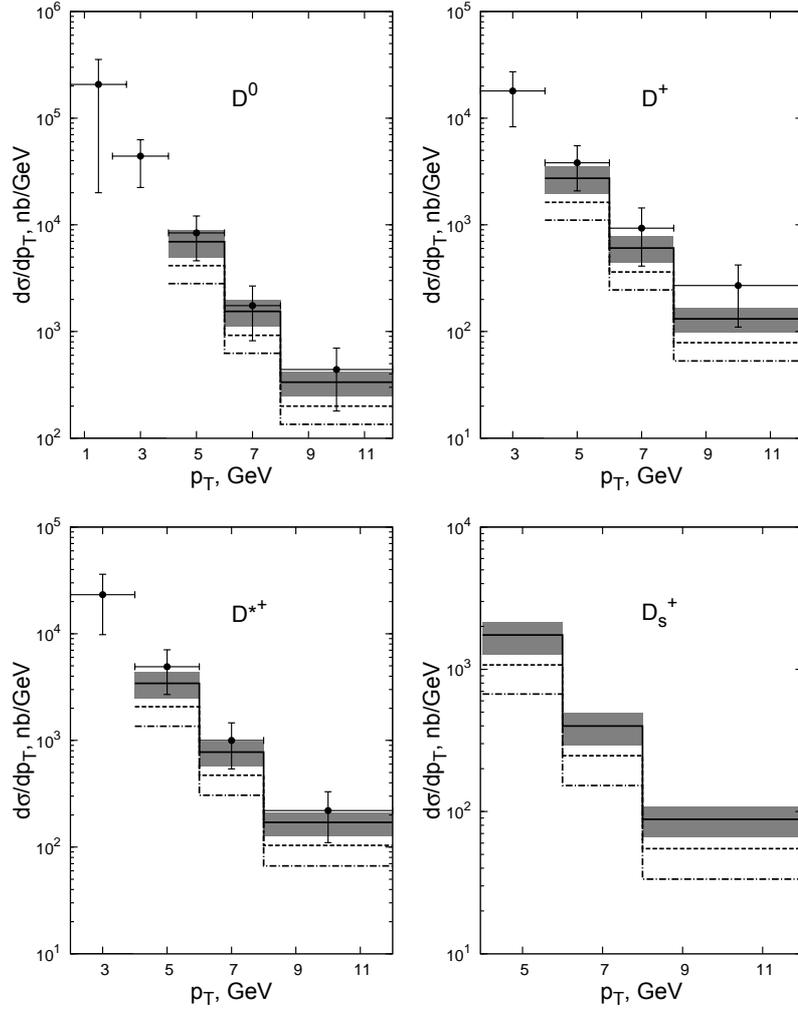


Рисунок 9 – Распределения по поперечному импульсу D^0 (вверху слева), D^+ (вверху справа), D^{*+} (внизу слева), и D_s^+ (внизу справа) мезонов в $p\bar{p}$ рассеянии при $\sqrt{S} = 2.76$ ТэВ и $|y| < 1.0$. Обозначения те же, что на рис. 8. Данные коллаборации CDF Тэватрона взяты из работы [64].

новений на БАК в 2-3.5 раза больше, чем на Тэватроне, а интервал быстрот D -мезонов более узкий ($|y| < 0.5$), поэтому на БАК характерное значение x на порядок меньше, чем в случае рождения D -мезонов на Тэватроне. Наконец, на рисунке 11 мы представили наши предсказания для энергии $\sqrt{S} = 14$ ТэВ, сохраняя другие кинематические параметры такими же, как и в работе [65].

Рассматривая рождение D -мезонов в центральной области быстрот, мы видим, что МРК подпроцесс (2.1) остаётся доминирующим при всех энергиях столкновений. В этом случае мы подтверждаем теоретическое предположение, упомянутое в предыдущем разделе, что МРК является лидирующим логарифмическим приближением в высокоэнергетических процессах рождения в БФКЛ подходе, в то время как КМРК оказывается следующим за лидирующим.

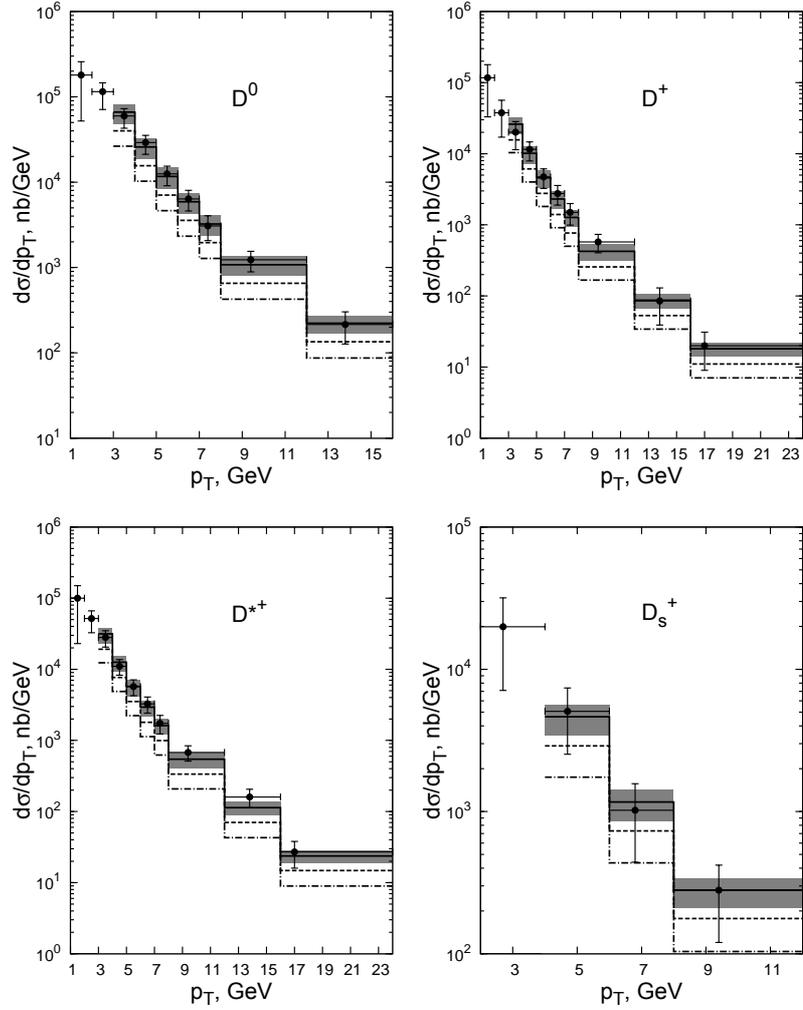


Рисунок 10 – Распределения по поперечному импульсу D^0 (вверху слева), D^+ (вверху справа), D^{*+} (внизу слева), и D_s^+ (внизу справа) мезонов в pp рассеянии при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ и $|y| < 0.5$. Обозначения те же, что на рис. 8. Данные коллаборации ALICE БАК взяты из работы [65].

Ситуация с одиночным рождением B мезонов полностью аналогична процессу одиночного рождения очарованных мезонов, за исключением кинематических условий, а также ФФ, применяемых в данном случае. В работе [67] непертурбативные ФФ для переходов $a \rightarrow B$, где a – любой партон, включая b и \bar{b} -кварки, были получены в СЛП в факторизационной схеме \overline{MS} с $n_f = 5$ ароматами. Они были получены из экспериментальных данных для реакции $e^+e^- \rightarrow B + X$ коллаборациями ALEPH [68] и OPAL [69] на ускорителе ЦЕРН LEP1 и коллаборацией SLD [70] на ускорителе SLAC SLC. Данные были взяты в Z -бозонном пике, что сильно подавляет эффекты конечной массы m_b , которые имеют относительный порядок m_b^2/m_Z^2 . Благодаря этому результирующие ФФ имеют внутреннюю согласованность в рамках схемы ZM-VFN, которую мы используем в нашей работе. В качестве параметризации ФФ на начальном масштабе $\mu_0 = m_b$ мы используем тот же степенной анзац, что и в фитировании в

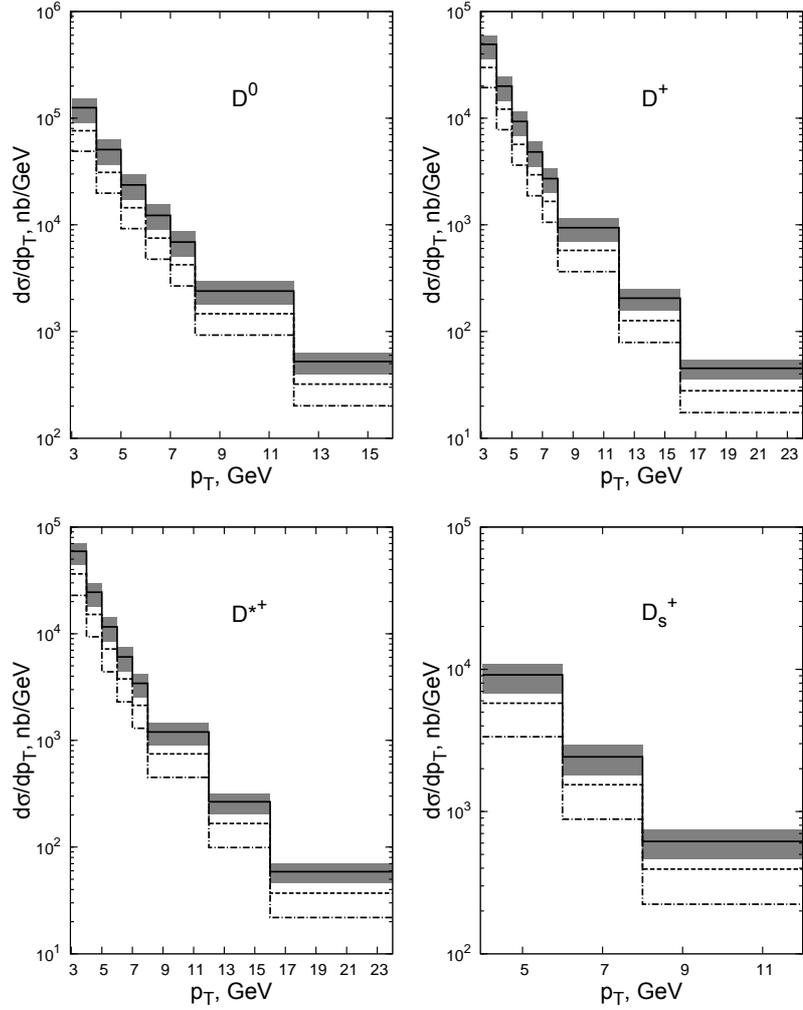


Рисунок 11 – Теоретические предсказания для распределений по поперечному импульсу для D^0 (вверху слева), D^+ (вверху справа), D^{*+} (внизу слева), и D_s^+ (внизу справа) мезонов в pp рассеянии при $\sqrt{S} = 14$ ТэВ и $|y| < 0.5$, полученные в ЛП ПРП. Обозначения те же, что на рис. 8.

работе [67].

Рассмотрим наши предсказания для распределений сечений в сравнении с экспериментальными данными. Чтобы проиллюстрировать рост сигналов эффектов высокоэнергетической асимптотики ввиду роста энергии столкновения, мы сначала рассмотрим данные, полученные коллаборацией CDF в эксперименте Tevatron Run II [71] для B^+ -мезонов при энергии столкновения $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ. B^+ -мезоны рождались в центральной области быстрой $|y| < 1.0$ с поперечными импульсами вплоть до 25 ГэВ. На рисунке 13 сверху слева показаны данные для $d\sigma/dp_T$, в которых усреднён вклад частиц и античастиц, в сравнении с нашими предсказаниями в подходе реджезованных партонов. Штриховые линии отвечают вкладу процесса (2.1), в то время как штрих-пунктирные линии соответствуют вкладу

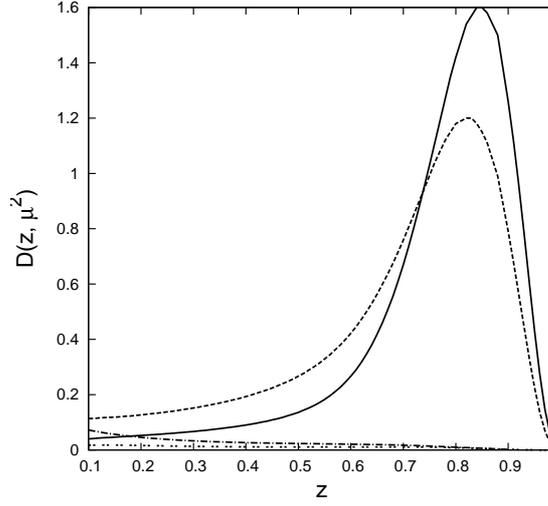


Рисунок 12 – Функции фрагментации $D(z, \mu^2)$ b -кварков и глюонов в B мезоны из работы [67] на масштабах $\mu^2 = 100 \text{ ГэВ}^2$ (сплошная кривая для b -кварка, линия с двойным пунктиром для глюона) и $\mu^2 = 100 \text{ ГэВ}^2$ (штриховая линия для b -кварка, штрих-пунктирная – для глюона).

процесса (2.2). Сумма обоих вкладов показана в виде сплошной линии. Мы оценили теоретическую погрешность, возникающую из-за произвола в определении масштабов факторизации и перенормировки, путём варьирования масштабов в пределах $\mu/2$ и 2μ около среднего значения $\mu = p_T$. Теоретические неопределённости показаны на рисунках заштрихованными областями. Затем мы сравниваем результаты при более высокой энергии, но по-прежнему в центральной области быстроты. А именно мы сравниваем наши результаты со свежими данными с БАК при энергии $\sqrt{S} = 7 \text{ ТэВ}$, полученными коллаборацией CMS для B^0 -мезонов при $|y| < 2.2$ [73], B^+ и B_s^0 -мезонов при $|y| < 2.4$ [72; 74]. На рисунке 13 сверху справа, внизу слева и снизу справа мы отобразили p_T -распределения для B^0 , B^+ и B_s^+ -мезонов, соответственно. При обоих значениях энергии мы обнаружили хорошее согласие между нашими предсказаниями и экспериментальными данными при больших значениях поперечных импульсов B -мезонов в рамках экспериментальных и теоретических погрешностей. При этом в области малых импульсов наши предсказания не совпадают с данными, за исключением случая B_s^+ -мезона, где получено хорошее согласие при всех значениях импульсов. Однако поскольку мы пренебрегаем массой b -кварка, несовпадение наших предсказаний с данными в области $p_T \sim m_b$ ожидаемо. При сравнении с предыдущими исследованиями в СЛП КПМ наши результаты, полученные в лидирующем приближении (ЛП) ПРП, практически совпадают с результатами, полученными в подходе GM-VFN [67; 75]. Рассматривая относительные вклады подпроцессов, мы приходим к выводу, что МРК и КМРК подпроцессы дают равные

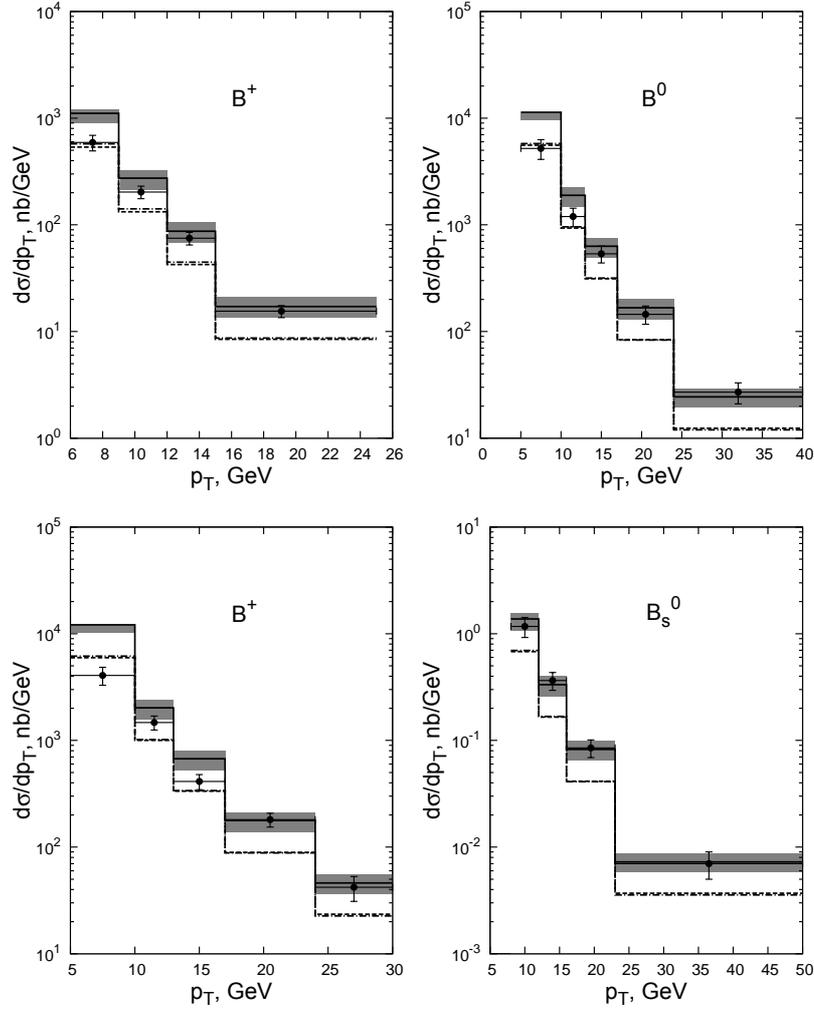


Рисунок 13 – Распределения по поперечному импульсу рождения B^+ мезонов на Тэватроне, $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ (сверху слева); B^0 (сверху справа), B^+ (снизу слева) и B_s^0 (снизу справа) мезонов на БАК, $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Штриховая линия обозначает вклад глюонной фрагментации, штрих-пунктирная – вклад b -кварковой фрагментации, сплошная – их сумма. Данные коллаборации CDF Тэватрона взяты из работы [71], данные CMS – из работ [72–74], соответственно.

вклады в рождение B -мезонов.

На рисунке 14 мы отображаем наши предсказания для $\sqrt{S} = 14$ ТэВ и сохраняем остальные кинематические условия как в работах [72–74].

На БАК доступны не только центральные области быстроты в pp столкновениях, но и области больших быстрот, благодаря специально сконструированному детектору LHCb. В работе [76] были проведены измерения дифференциальных сечений B^0 , B^+ и B_s^0 -мезонов, включая их античастицы, при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТТэВ и быстротах $2.0 < y < 4.5$. Данные разделены на 5 интервалов, в которых ранее было получено успешное описание в FONLL

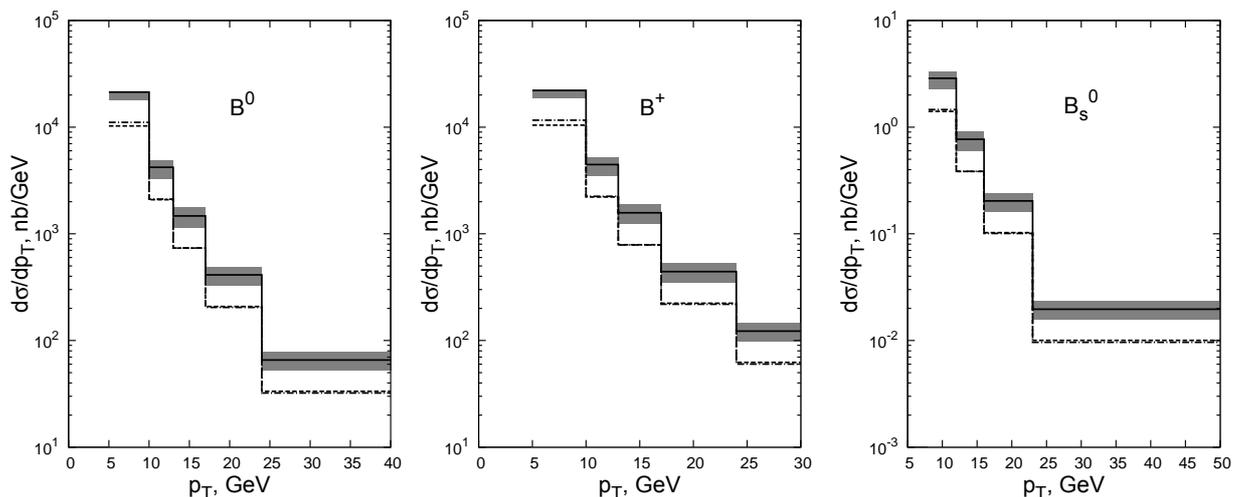


Рисунок 14 – Теоретические предсказания для распределений по поперечному импульсу для B^0 (сверху слева), B^+ (сверху справа), B_s^0 (снизу) мезонов в pp рассеянии при $\sqrt{S} = 14$ ТэВ и $|y| < 1.0$, полученные в ЛП ПРП. Линии имеют те же обозначения, что и на рисунке 13.

схеме [66]. Данные представлены в виде дважды дифференциальных распределений для каждой из области быстрот, а также распределений по поперечным импульсам, проинтегрированных по всем рассматриваемым быстротам. Наши результаты в ЛП ПРП вместе с данными

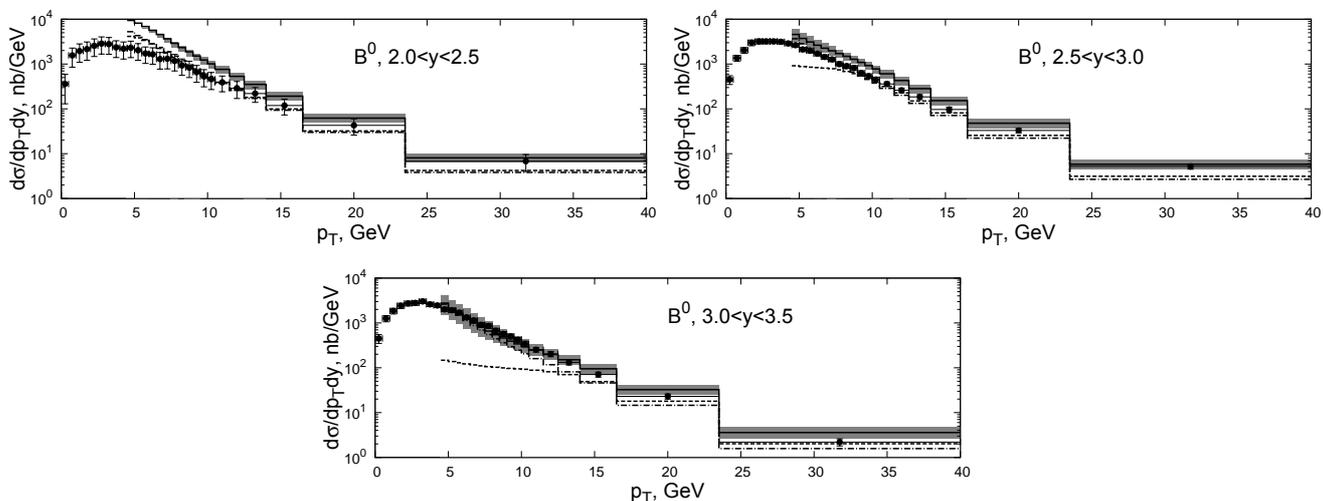


Рисунок 15 – Распределения по поперечному импульсу B^0 мезонов в области больших быстрот $2.0 < y < 2.5$ (сверху), $2.5 < y < 3.0$ (в середине) и $3.0 < y < 3.5$ (снизу) в pp рассеянии при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные коллаборации LHCb взяты из работы [76]. Линии имеют те же обозначения, что и на рисунке 13.

показаны на рисунках 15-20. Не смотря на то, что использование ПРП оправдано для цен-

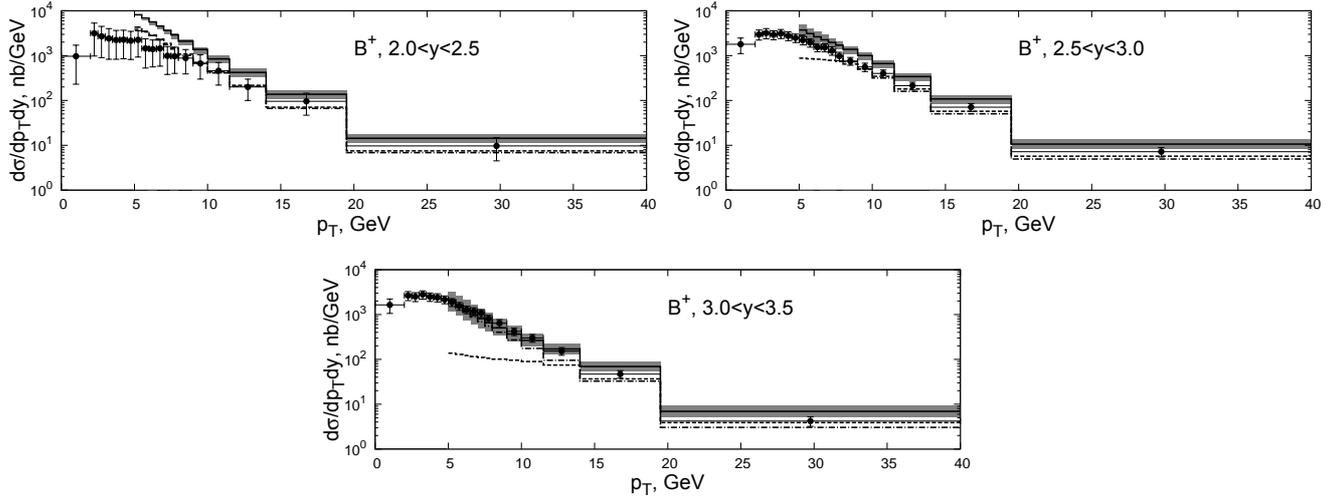


Рисунок 16 – То же, что и на Рис. 15, для B^+ мезонов.

тральных быстрот, мы получили хорошее описание данных при $p_T \geq 10$ ГэВ даже в области больших быстрот. Касательно области поперечных импульсов, сравнимых с массой b -кварка, то при не очень высоких значениях быстрот наши предсказания превышают экспериментальные данные. При приближении к области больших быстрот, это несоответствие переходит в занижение по сравнению с данными из-за сильного убывания вклада подпроцесса (2.1) при малых p_T . Такое поведение вклада глюона отличает общую картину при больших быстротах от области центральных быстрот, где вклады обоих процессов примерно равны.

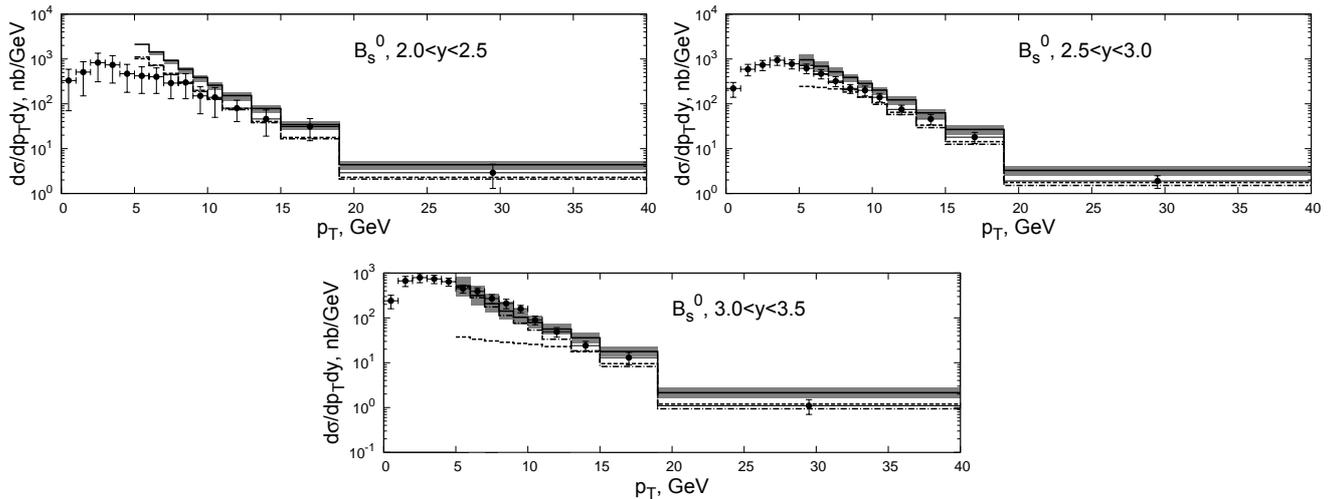


Рисунок 17 – То же, что и на Рис. 15, для B_s^0 мезонов.

Этот эффект может быть объяснён, если мы вспомним, что одновременно с ростом

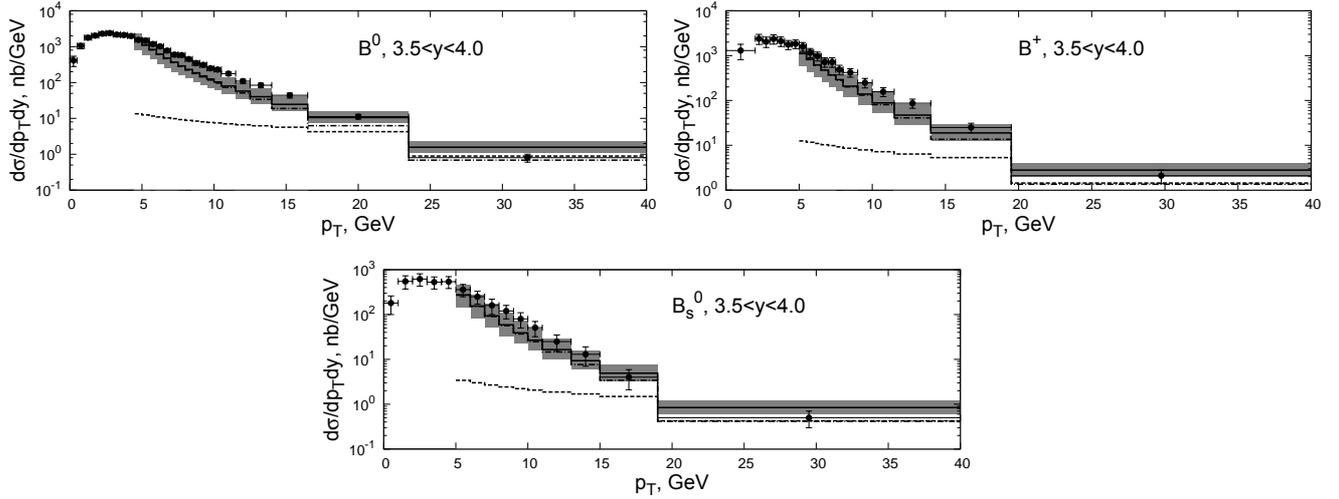


Рисунок 18 – Распределения по поперечному импульсу B^0 , B^+ и B_s^0 мезонов в области больших быстрот $3.5 < y < 4.0$ в pp рассеянии при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные коллаборации LHCb взяты из работы [76]. Линии имеют те же обозначения, что и на рисунке 13.

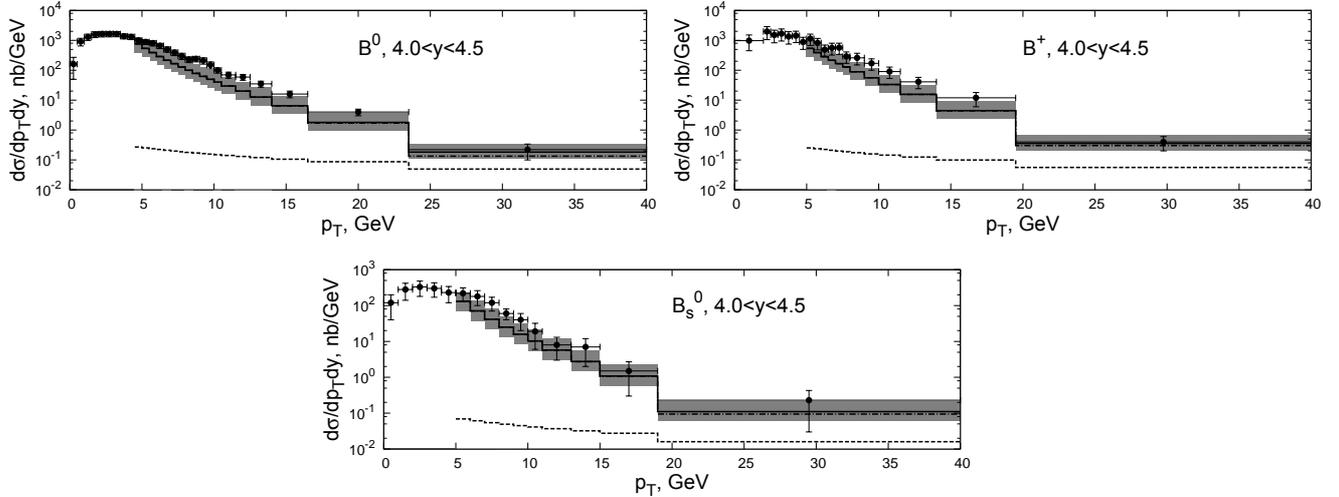


Рисунок 19 – То же, что и на Рис. 18, для области быстрот $4.0 < y < 4.5$.

быстроты рождённой в жёстком процессе частицы доля продольного импульса начального протона, переданная в данный процесс, увеличивается. Это означает, что мы входим в область больших $x > 0.1$, где условия реджесации не выполнены и надлежит использовать подход КПМ вместо ПРП. Большие положительные быстроты рождающихся частиц обусловлены большой долей x импульса адрона, движущегося вдоль положительного направления. Они сбалансированы очень маленькой долей (вплоть до 10^{-5}) отрицательного продольного

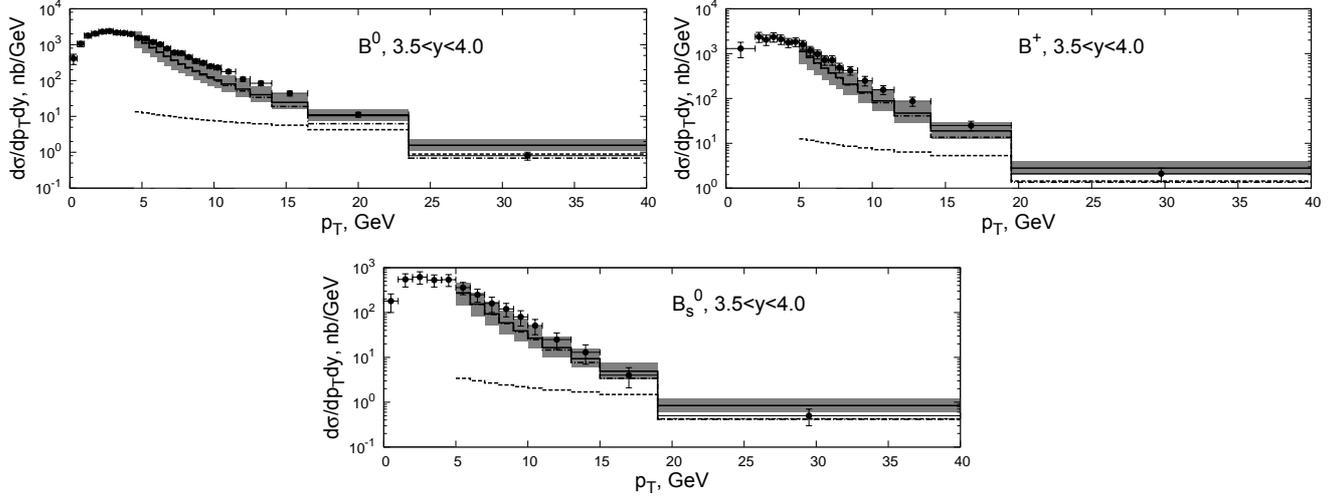


Рисунок 20 – Распределения по поперечному импульсу B^0 , B^+ и B_s^0 мезонов в области больших быстрот $2.0 < y < 4.5$ в pp рассеянии при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные коллаборации LHCb взяты из работы [76]. Линии имеют те же обозначения, что и на рисунке 13.

импульса второго адрона. Это приводит к ситуации, когда мы учитываем эффекты малых x , но не учитываем влияние больших x . Область больших x и малых p_T – это предмет изучения КПМ, где процесса $2 \rightarrow 1$ с ненулевым поперечным импульсом конечных частиц не существует, и мы должны рассматривать процессы $2 \rightarrow 2$. Т.о., вклад подпроцесса (2.1) падает, а подпроцесс (2.2) начинает давать лидирующий вклад, в то время как недооценка данных связана с СЛП поправками к последнему, что выходит за рамки данного исследования. Кроме того, как мы можем видеть на рисунке 12, $\Phi\Phi$ b -кварка сильно превышает $\Phi\Phi$ глюона, особенно при малых μ^2 . Этот факт подтверждается недавней работой [18], где была получена мультиплетность b -кварка в глюонной струе для различных μ^2 .

2.2 Корреляции в парном рождении $D\bar{D}$ и DD мезонов в ПРП на БАК

Помимо одиночного было проведено также исследование парного рождения D мезонов. Не так давно коллаборация LHCb впервые получила распределения по азимутальному углу между мезонами $d\sigma/d|\Delta\varphi|$, поперечному импульсу $d\sigma/dp_T$, разнице быстрот $d\sigma/\Delta y$ и инвариантной массе пары $d\sigma/dM_{inv}$ для инклюзивного рождения пар DD и $D\bar{D}$ мезонов [77] в протон-протонных столкновениях на БАК в ЦЕРНе ($\sqrt{S} = 7$ ТэВ) в передней области быстрот $2 < |y| < 4$.

Ранее спектры D -мезонов изучались в СЛП КПМ в рамках двух подходов: в т.н. схемах

GM-VFN [78–82] и FONNL [83]. В первой схеме, реализованной в работах [26; 59; 62], фрагментационные логарифмы, доминирующие при $p_T \gg m$, пересуммированы путём введения функций фрагментации, удовлетворяющих эволюционным уравнениям Докшицера-Грибова-Липатова-Альтарелли-Паризи (ДГЛАП) [27–29]. При этом сохранена зависимость сечения жёсткого рассеяния от массы очарованного кварка для правильного описания спектров D -мезонов в области $p_T \sim m$. ФФ партон в D -мезоны были получены как в лидирующем, так и в следующем за ним порядках в схеме GM-VFN с помощью фитирования данных, полученных в e^+e^- аннигиляции. Для этого использовались данные коллаборации OPAL с ускорителя LEP1 в ЦЕРНе [60; 61]. Напротив, в подходе FONNL поправки к лидирующему порядку в сечение рождения D -мезонов вычислены с использованием непертурбативных ФФ c -кварков в D -мезон, не являющихся результатом ДГЛАП [27–29] эволюции. Схема FONNL была развита в работах [66; 84] и заключается в вычислении квадратов модулей матричных элементов партонных подпроцессов в СЛП и суммировании логарифмов с большими поперечными импульсами в лидирующем логарифмическом приближении для процессов рождения тяжёлых кварков. Для обеспечения самосогласованности вычислений в FONNL схеме [66; 84] процесс получения непертурбативных ФФ и схема вычислений сечений тяжёлых кварков связаны между собой и должны использоваться вместе.

В ЛП ПРП D -мезоны рождаются путём фрагментации партон в следующих процессах $2 \rightarrow 2$:

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow c + \bar{c}, \quad (2.17)$$

$$\mathcal{Q} + \bar{\mathcal{Q}} \rightarrow c + \bar{c}, \quad (2.18)$$

где \mathcal{R} — реджезованный глюон, а \mathcal{Q} обозначает сумму вкладов лёгких реджезованных кварков.

В случае парного рождения кроме указанных процессов (2.17) и (2.18) вклад вносят и процессы:

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow g + g, \quad (2.19)$$

$$\mathcal{Q} + \bar{\mathcal{Q}} \rightarrow g + g. \quad (2.20)$$

Амплитуды рассматриваемых процессов могут быть получены в соответствии с правилами, описанными в работе [8].

Ранее мы рассматривали модель фрагментации в случае одиночного рождения тяжёлых мезонов. В случае парного рождения применима та же фрагментационная теорема. Однако

добавится ещё одна свёртка с $\Phi\Phi$:

$$\frac{d\sigma(p + p \rightarrow D + \bar{D} + X)}{dp_{DT}dy_D dp_{\bar{D}T}dy_{\bar{D}}} = \sum_{ij} \int_0^1 \frac{dz_1}{z_1} \int_0^1 \frac{dz_2}{z_2} D_{i \rightarrow D}(z_1, \mu^2) D_{j \rightarrow \bar{D}}(z_2, \mu^2) \times \frac{d\sigma(p + p \rightarrow i(k_i = p_D/z_1) + j(k_j = p_{\bar{D}}/z_2) + X)}{dk_{iT}dy_i dk_{jT}dy_j}, \quad (2.21)$$

где $D_{i \rightarrow D}(z_1, \mu^2)$ и $D_{j \rightarrow \bar{D}}(z_2, \mu^2)$ $\Phi\Phi$ перехода партонов $i = g, c, \bar{c}$ в D мезон с долей импульса z_1 и партонов $j = g, c, \bar{c}$ в \bar{D} мезон с долей импульса z_2 , соответственно, при масштабе μ^2 .

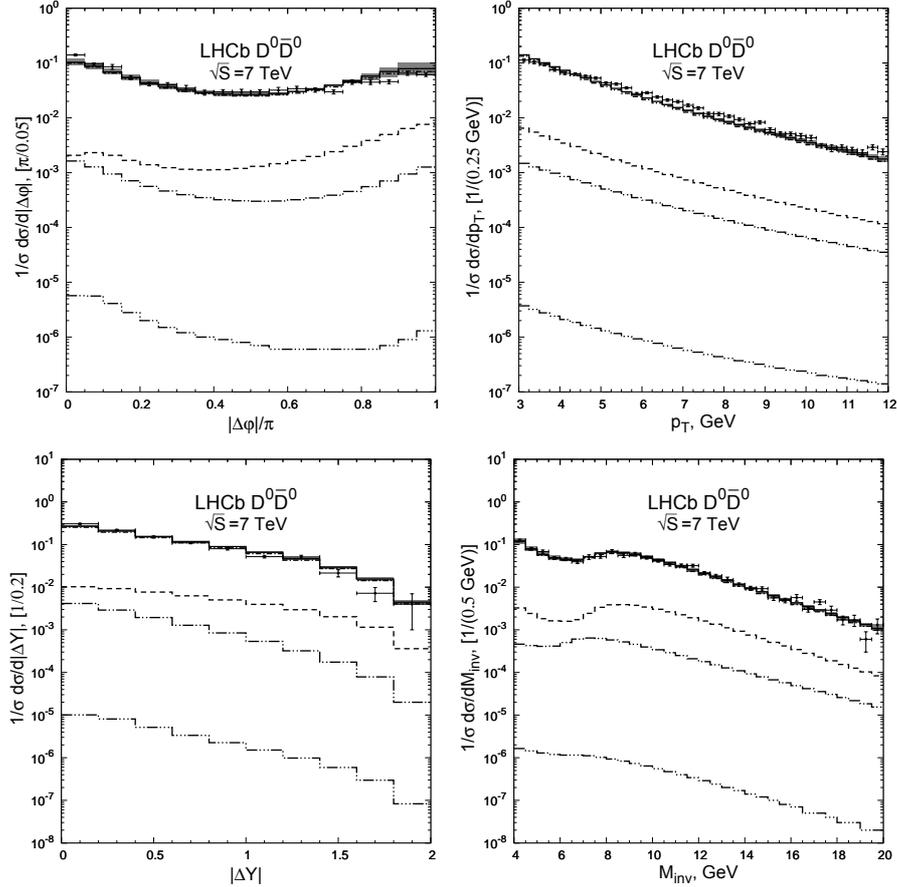


Рисунок 21 – Дифференциальные спектры рождения пары $D^0 \bar{D}^0$ по разности азимутальных углов D мезонов, поперечному импульсу D^0 мезона, разности быстрот мезонов и по инвариантной массе пары мезонов при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ в области быстроты $2 < y < 4$.

Парное рождение D мезонов изучалось нами при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Как и в предыдущем случае, расчёты были выполнены в рамках ЛП ПРП с применением модели коллинейрной фрагментации. Однако в данном случае нами были рассмотрены следующие жёсткие процессы $2 \rightarrow 2$: $\mathcal{R}\mathcal{R} \rightarrow gg$, $\mathcal{R}\mathcal{R} \rightarrow c\bar{c}$, $\mathcal{Q}\bar{\mathcal{Q}} \rightarrow gg$, $\mathcal{Q}\bar{\mathcal{Q}} \rightarrow c\bar{c}$. На рисунке 21 на примере рождения пары $D^0 \bar{D}^0$ показано, что лидирующие вклады дают первые два процесса.

На рисунке 21 штриховой линией обозначен вклад от фрагментации глюонов в процессе слияния двух реджезованных глюонов, штрих-пунктирной линией — вклад фрагментации

пары c -кварков при слиянии реджезованных глюонов, двойным пунктиром со штрихом — вклад фрагментации c -кварков в процессе аннигиляции реджезованных кварков (отображён суммарный вклад от u -, d - и s -кварков в начальном состоянии), а также тройным пунктиром со штрихом — вклад фрагментации глюонов, рождённых при аннигиляции реджезованных кварков. Сплошной линией показана сумма всех вкладов. Сплошная полоса определяет границы теоретических погрешностей.

Также нами были получены теоретические предсказания для рождения пар $D^0 D^0$ мезонов при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные результаты отображены на рисунке 22. Сплошной линией отмечен вклад процесса (2.19). Видно, что данный процесс позволяет описать экспериментальные спектры, и при этом не требуется привлечения механизма двойного партонного рассеяния, что является важным результатом данного исследования.

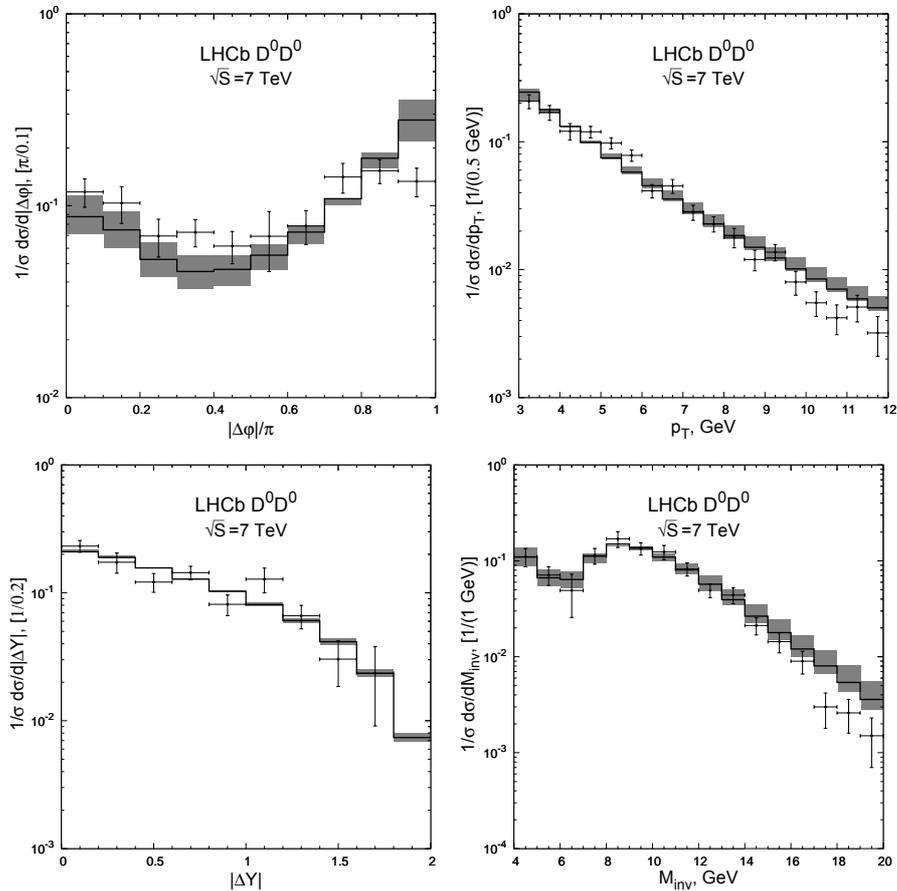


Рисунок 22 – Дифференциальные спектры рождения пары $D^0 D^0$ по разности азимутальных углов D мезонов, поперечному импульсу D^0 мезона, разности быстрот мезонов и по инвариантной массе пары мезонов при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ в области быстроты $2 < y < 4$.

Таким образом, нам удалось показать, что в ПРП в рамках теоретических погрешностей процессы рождения D мезонов при высоких энергиях описываются уже в ЛП. При этом

лидирующими процессами являются процессы фрагментации c -кварков и глюонов, рождающихся путём слияния реджезованных глюонов. На примере парного рождения D мезонов мы показали, что для описания сечений жёстких процессов нет необходимости привлекать механизм двойного партонного рассеяния. Представленные сечения получены нами без привлечения свободных параметров.

2.3 Азимутальные корреляции в рождении пар струй, содержащих B мезоны, с учётом радиационной поправки в ПРП

Рождение B мезонов и b -кварков в высокоэнергетических pp -столкновениях является объектом интенсивного экспериментального исследования в ЦЕРНе на БАК. Физика прелестных кварков представляет интерес для проверки радиационных поправок высших порядков в КХД, а также для поисков новых экзотических связанных состояний тяжёлых кварков и для точного исследования параметров Стандартной Модели (СМ) в секторе тяжёлых кварков. Измерения угловых и импульсных корреляций в рождении пар $b\bar{b}$ позволяют протестировать динамику жёстких взаимодействий, чувствительных к поправкам СЛП КХД.

Существует два способа изучения $b\bar{b}$ корреляций. Первый основан на реконструкции пар b -струй [85; 86], во втором случае мы получаем информацию о динамике жёсткого рождения $b\bar{b}$ -пар, используя данные рождения пар $B\bar{B}$ мезонов. В свою очередь, долгоживущие B мезоны реконструируются через их полуплептонные распады. Преимущество данного метода заключается в уникальной возможности детектировать частицы даже в малых углах разлёта от оси столкновения. В этом случае продукты распада прелестных адронов стремятся объединиться в одиночную струю, при этом стандартные методы детектирования b -струй не применимы [87]. Традиционный формализм КПМ более пригоден для расчётов одномасштабных переменных, таких как сечение инклюзивного рождения, спектры по поперечному импульсу p_T или быстрой B мезонов. Корреляционные спектры, например, распределение по разнице азимутальных углов между B и \bar{B} , поперечному импульсу и распределение по разнице их быстрот — многомасштабные наблюдаемые. Чтобы описать эти многомасштабные величины в пертурбативной КХД, мы должны учесть значительные радиационные поправки от излучения жёстких партонов с большими поперечными импульсами.

В данном разделе обсуждаются результаты исследования спектров угловых корреляций в ПРП КХД, полученные аналогично тому, как это было сделано ранее для двойных струй [17], $b\bar{b}$ -струй [18; 88], парного рождения прямых фотонов [12], а также упомянутых ра-

нее $D\bar{D}$ и DD пар [19; 20]. Новизна настоящего исследования состоит в объединении вклада ПРП в ЛП и вещественной СЛП* поправки от испускания дополнительного жёсткого глюона.

Мы рассматриваем следующие подпроцессы $2 \rightarrow 2$ в ЛП КХД парного рождения тяжёлых кварков в ПРП [21]:

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow b + \bar{b}, \quad (2.22)$$

$$\mathcal{Q} + \bar{\mathcal{Q}} \rightarrow b + \bar{b}, \quad (2.23)$$

Кроме процессов $2 \rightarrow 2$ мы интересуемся также процессами $2 \rightarrow 3$ в СЛП* вида

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow b + \bar{b} + g, \quad (2.24)$$

Мы изучаем основные механизмы рождения B мезонов путём фрагментации b кварка в B мезон. При высоких энергиях и умеренных поперечных импульсах B мезонов вклад подпроцессов кварк-антикварковой аннигиляции (2.23) подавлен в сравнении со вкладом слияния пары глюонов [88], и поэтому в дальнейшем мы рассматриваем только подпроцесс (2.22). Учитывая условия экспериментальных данных для рождения $B\bar{B}$ пар, полученных коллаборацией CMS на БАК [87], мы должны добавить вклад СЛП* подпроцесса (2.24), который генерирует события с лидирующей струей, создаваемой глюоном, а не конечными b или \bar{b} кварками.

Для получения амплитуд процессов (2.22) и (2.24) мы пользуемся своей реализацией правил Фейнмана эффективной теории реджезованных глюонов и кварков Липатова [5; 6] в виде файла модели «ReggeQCD» для известного автоматического генератора фейнмановских амплитуд «FeynArts» [89]. Этот файл модели может быть использован для генерирования древесных $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$ амплитуд с реджезованными кварками и реджезованными глюонами в начальном состоянии и с янг-миллсовскими глюонами, кварками и фотонами в конечном состоянии. Сгенерированные амплитуды могут быть далее обработаны с использованием программ «FeynCalc» [90] или «FormCalc» [91].

Сгенерированный набор фейнмановских диаграмм для процессов (2.22) и (2.24) изображён на рис. 23 и 24 соответственно. Точная аналитическая формула для реджезованной амплитуды $A_{PRA}(RR \rightarrow b\bar{b})$ так же, как и её квадрата модуля $|A_{PRA}(RR \rightarrow b\bar{b})|^2$ была получена ранее в [17].

Мы проверили калибровочную инвариантность (КИ) для заданной калибровки для конечных глюонов и глюонных пропагаторов. Также было проверено, что в коллинеарном пределе $q_{(1,2)T} \rightarrow 0$ квадраты модулей амплитуд (2.22) и (2.24) переходят в квадраты модулей

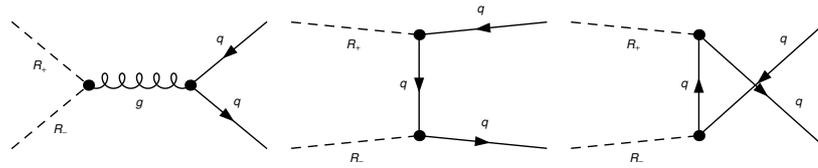


Рисунок 23 – Набор фейнмановских диаграмм в эффективной теории Липатова для подпроцесса (2.22)

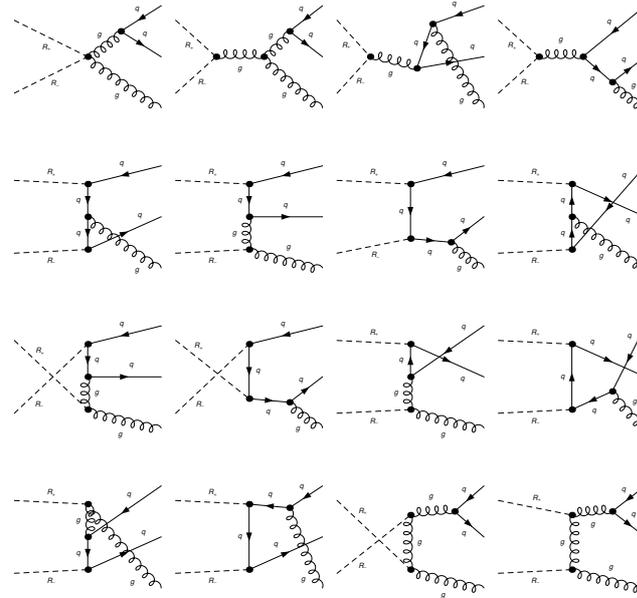


Рисунок 24 – Набор фейнмановских диаграмм в эффективной теории Липатова для подпроцесса (2.24)

амплитуд соответствующих партонных подпроцессов в КПМ после усреднения по азимутальным углам. Для описания стадии адронизации мы снова используем подход фрагментации. Переход от $b(\bar{b})$ -кварков к $B(\bar{B})$ мезонам описывается соответствующей функцией фрагментации. В наших вычислениях мы используем ЛП ФФ, описанные в работе [67], где представлена аппроксимация непертурбативных $b(\bar{b})$ -кварковых и глюонных ФФ на основе данных коллабораций ALEPH [68] и OPAL [69] по рождению $B(\bar{B})$ мезонов на ускорителе ЦЕРН LEP1. Эти данные взяты вблизи энергии Z -бозонного пика, что сильно подавляет эффекты конечной массы прелестного кварка, которые имеют относительный порядок m_b^2/m_Z^2 , что даёт внутреннюю согласованность результирующей ФФ с безмассовой схемой [92], в рамках которой мы проводим наш анализ. Эти ФФ удовлетворяют двум требуемым свойствам: во-первых, их нарушение скейлинга управляется уравнениями ДГЛАП эволюции [27–29]; во-вторых, они универсальны. В нашем анализе данных CMS [87] мы суммируем ФФ по всем B мезонам, как и в эксперименте.

Мы применяем ПРП к описанию данных коллаборации CMS парного рождения $B(\bar{B})$ мезонов на БАК [87] при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные собраны в виде трёх наборов с разными значениями поперечного импульса лидирующей струи: $p_{TL}^{\min} = 56, 84$ и 120 ГэВ. Лидирующая струя использована для определения энергетического масштаба события и должна находиться в интервале быстроты $|\eta(jet)| < 3.0$. Лидирующая струя может быть образована рождением b или \bar{b} кварка, которое мы описываем ЛП подпроцессом (2.22), или жёсткой глюонной струей. Мы учитываем последний случай в СЛП* подпроцессе (2.24). Для реконструкции струи в эксперименте применялся «анти- k_T » алгоритм с параметром конуса струи $R_{k_T} = 0.5$ [93]. Исследуемая кинематическая область была определена на уровне B мезонов в областях $|\eta(B, \bar{B})| < 2.0$ и $p_T(B) > 15$ ГэВ для B и \bar{B} мезонов. В данных представлена сумма мезонов и барионов, но мы можем пренебречь вкладом прелестных барионов, поскольку они вносят вклад всего лишь в несколько процентов от полного сечения.

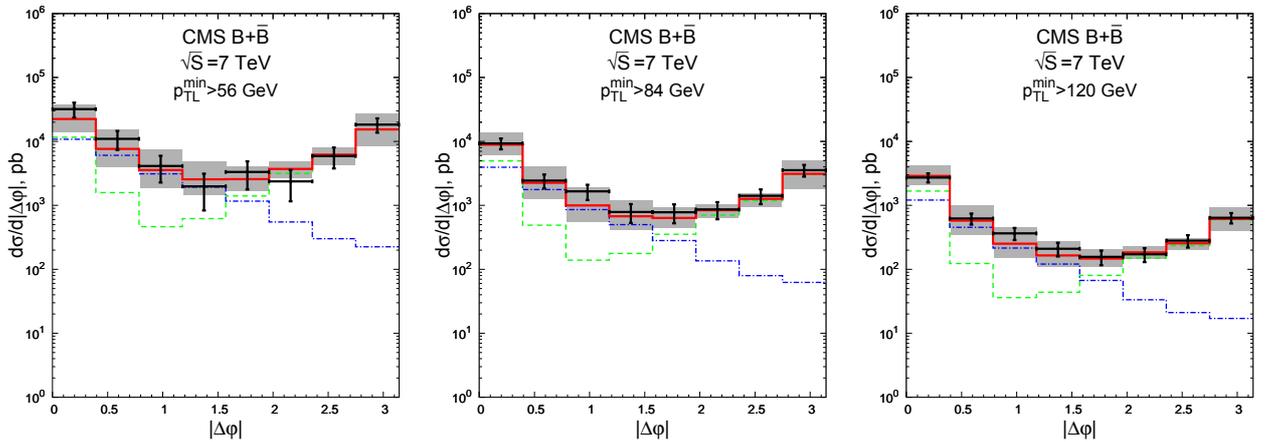


Рисунок 25 – Сравнение предсказаний $\Delta\phi$ спектров $B\bar{B}$ пар с данными коллаборации CMS [87] для разных значений обрезания на поперечный импульс лидирующей струи при энергии 7 ТэВ. Штрихованные линии – вклад ЛП подпроцесса (2.22), штрих-пунктирные – вклад СЛП* подпроцесса (2.24), сплошная линия – их сумма

Переменные, использованные для определения угловых корреляций между двумя адронами: разница между азимутальными углами $\Delta\phi$ и разница между полярными углами, обычно выражаемая в терминах псевдобыстроты $\Delta\eta$, либо комбинированной переменной $\Delta R = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}$, разделяющей струи.

В ПРП испускание партона в жёстком процессе и в ходе эволюции не упорядочено по поперечному импульсу, и мы должны использовать обрезания на поперечные импульсы начальных реджезованных глюонов $\max(\sqrt{t_1}, \sqrt{t_2}) < p_{TL}$, чтобы убедиться, что лидирующая струя рождается только в жёстких процессах. Далее мы рассматриваем ЛП вклад подпро-

цесса (2.22) с требованием $\max(p_{Tb}, p_{T\bar{b}}) = p_{TL}$ и СЛП* подпроцесса (2.24), учитывая, что $p_{Tg} = p_{TL}$ и с дополнительным обрезанием $\max(p_{Tb}, p_{T\bar{b}}) < p_{TL}$. Если ΔR расстояние между b и \bar{b} меньше, чем R_{kT} , то такие струи рассматриваются как одна, и мы сравниваем сумму их поперечных импульсов с пороговым значением для лидирующей струи p_{TL} . Это важно для расчётов в области первых двух бинов, где $0 \leq \Delta\phi \leq 1$, $\Delta R \leq 0.5$. На рис. 25 мы отображаем сравнение предсказаний нашей модели со спектрами из работы [87] при энергии столкновения протонов в их системе центра масс 7 ТэВ. В обоих вкладах ЛП (2.22) и СЛП* (2.24) мы задаём ренормализационный и факторизационный масштабы равными p_T лидирующей струи: $\mu_R = \mu_F = \xi p_{TL}$, где $\xi = 1$ соответствует центральным линиям наших предсказаний, и для получения погрешностей по масштабу мы варьируем $1/2 < \xi < 2$, что отмечено серыми полосами на графиках. Видно, что сумма вкладов ЛП и СЛП* в рамках данных теоретических погрешностей совпадает с экспериментом.

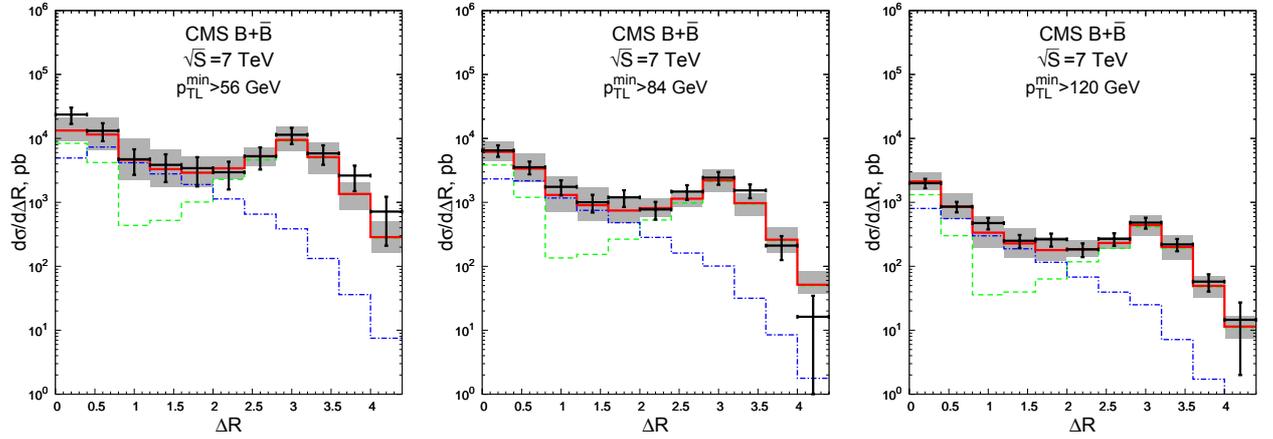


Рисунок 26 – Сравнение предсказаний ΔR спектров $B\bar{B}$ пар с данными коллаборации CMS [87] для разных значений обрезания на поперечный импульс лидирующей струи при энергии 7 ТэВ. Обозначения линий такие же, как на рисунке 25

На рис. 26 представлены результаты вычислений в нашей модели для ΔR спектров в срвнении с экспериментальными данными коллаборации CMS [87] при энергии 7 ТэВ. Теоретические погрешности мы получаем также варьируем ренормализационного и факторизационного масштабов на фактор 2 в большую и меньшую стороны. В данном случае результат получается аналогичным предыдущему — сумма вкладов ЛП и СЛП* хорошо описывает данные CMS.

На рис. 27 и 28 отображены теоретические предсказания для энергии 13 ТэВ в СЦМ сталкивающихся протонов. Прочие кинематические параметры остаются такими же, как в предыдущих случаях. Результаты данного исследования были представлены в работе [94].

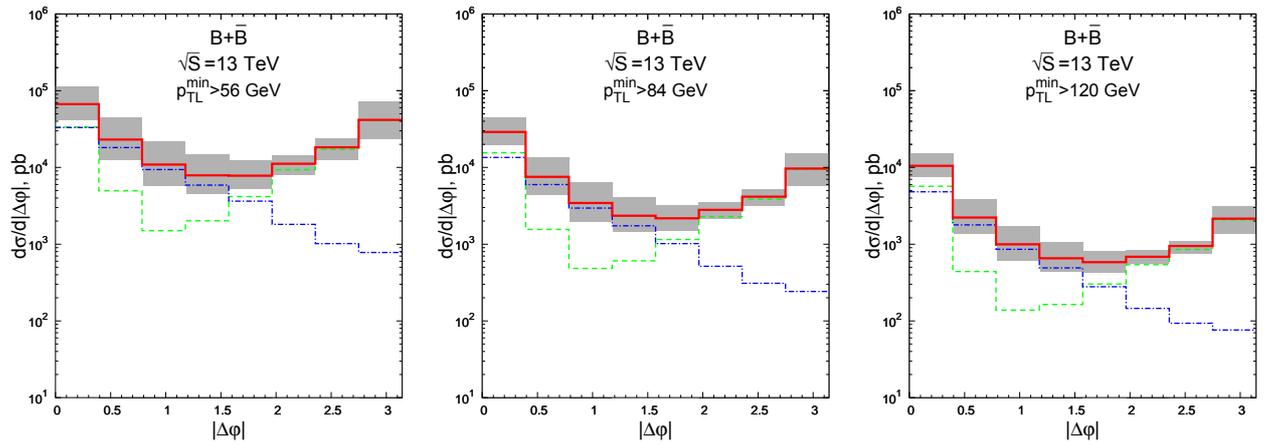


Рисунок 27 – Предсказания для $\Delta\phi$ спектров $B\bar{B}$ пар для разных значений обрезания на поперечный импульс лидирующей струи при энергии 13 ТэВ. Обозначения линий такие же, как на рисунке 25

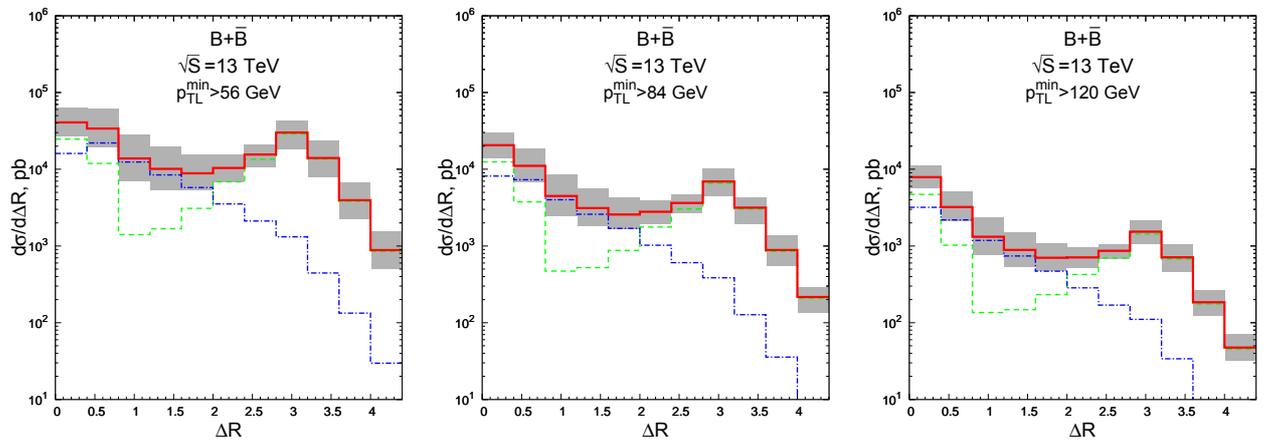


Рисунок 28 – Предсказания для ΔR спектров $B\bar{B}$ пар для разных значений обрезания на поперечный импульс лидирующей струи при энергии 13 ТэВ. Обозначения линий такие же, как на рисунке 25

Мы получили хорошее согласие между нашими предсказаниями и экспериментальными данными для $\Delta\phi$ и ΔR спектров при всех значениях p_{TL} . Мы обнаружили, что ЛП и СЛП* вклады доминируют в разных областях $\Delta\phi$ и ΔR . Вклад ЛП доминирует при больших $\Delta\phi, \Delta R \geq 2$, а СЛП* оказывается крайне важным для областей малых и средних значений $\Delta\phi$ и ΔR .

Глава 3. Совместное рождение боттомония и D мезона в ПРП

3.1 НРКХД факторизация

Исследование рождения тяжёлых кваркониев на ускорителях высоких энергий представляет большой интерес, поскольку в данном случае процесс адронизации удаётся описать в рамках теории возмущений. Ввиду большой массы конститuentных кварков скорость их относительного движения внутри адрона невелика, по сравнению со скоростью света. Это позволяет разделить динамику на больших и малых расстояниях. В рамках нерелятивистской потенциальной модели для чармониев квадрат относительной скорости конститuentов $v^2 \sim 0.3$, в то время как для боттомониев $v^2 \sim 0.1$ [95]. Тогда представляется возможным применять теорию возмущения для описания динамики на больших расстояниях. Основным инструментом для этого на сегодня является гипотеза факторизации нерелятивистской квантовой хромодинамики (НРКХД). Это эффективная квантовая теория поля, описывающая реальные и виртуальные частицы с трёхмерными импульсами $|\vec{q}|$ и виртуальностями $\sqrt{|q^2|}$, много меньшими массы тяжёлого кварка m .

При описании процесса адронизации пары b -кварков в кварконий мы используем формализм НРКХД факторизации [96]. В рамках НРКХД сечение процесса рождения тяжёлого кваркония может быть выражено через сечение партонного подпроцесса $a + b \rightarrow \mathcal{H} + X$ в виде суммы слагаемых, в которых разделены эффекты больших и малых расстояний, в факторизованном виде:

$$d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow \mathcal{H} + X) = \sum_n d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[n] + X) \times \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[n] \rangle, \quad (3.1)$$

где n обозначает набор цветовых, спиновых, орбитальных квантовых чисел, а также квантового числа полного углового момента пары $Q\bar{Q}$, 4-импульс которой полагается равным импульсу физического состояния кваркония \mathcal{H} . В свою очередь, сечение партонного подпроцесса $d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[n] + X)$ может быть вычислено в рамках пертурбативной КХД в виде разложения по константе взаимодействия α_s с использованием нерелятивистского приближения для относительного движения конститuentных кварков. При этом непертурбативные коэффициенты, отвечающие переходу пары кварков в кварконий, описаны так называемыми непертурбативными матричными элементами (НМЭ) $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[n] \rangle$, которые извлекаются из эксперимента.

В ЛП по v мы должны рассмотреть вклад фоковского состояния пары $b\bar{b}$ $n = {}^3S_1^{(1,8)}$ в $\mathcal{H} = \Upsilon$ и $n = {}^3P_J^{(1)}$ — в $\mathcal{H} = \chi_{bJ}$, где $J = 0, 1, 2$. НМЭ указанных состояний удовлетворяют

следующему свойству полноты:

$$\langle \mathcal{O}^{\chi_{bJ}}[{}^3P_J^{(1)}] \rangle = (2J + 1) \langle \mathcal{O}^{\chi_{b0}}[{}^3P_0^{(1)}] \rangle, \quad (3.2)$$

которое следует из спиновой симметрии кварков в ЛП по v . В случае рождения ортокваркония волновая функция его физического состояния может быть представлена в виде разложения в ряд по параметру скорости $v \sim 1/\ln M_Q$:

$$\begin{aligned} |\mathcal{H}\rangle &= \mathcal{O}(v^0)|Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1)}]\rangle + \mathcal{O}(v)|Q\bar{Q}[{}^3P_J^{(8)}]g\rangle + \mathcal{O}(v^2)|Q\bar{Q}[{}^1S_0^{(8)}]g\rangle \\ &+ \mathcal{O}(v^2)|Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1,8)}]gg\rangle + \dots, \end{aligned} \quad (3.3)$$

где мы используем обычную спектроскопическую нотацию для квантовых чисел углового момента пары $Q\bar{Q}$, и индекс в скобках (1,8) обозначает цветовое состояние: синглетное или октетное. В модели цветового синглета учитывается только первый член разложения, соответствующий порядку v^0 . В этом случае НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\Upsilon}[{}^3S_1^{(1)}] \rangle$ прямо связан с волновой функцией в начале координат $|\Psi(0)\rangle$, которая может быть вычислена в рамках потенциальной модели в виде

$$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon}[{}^3S_1^{(1)}] \rangle = 2N_c(2J + 1)|\Psi(0)|^2, \quad (3.4)$$

где $N_c = 3$ и $J = 1$. Похожим образом P -волновые синглетные по цвету НМЭ могут быть получены в виде

$$\langle \mathcal{O}^{\chi_{bJ}}[{}^3P_J^{(1)}] \rangle = 2N_c(2J + 1)|\Psi'(0)|^2, \quad (3.5)$$

где $\Psi'(0)$ — производная волновой функции χ_{bJ} в начале координат.

В общем случае партонное сечение рождения кваркония в фоковском состоянии $n = 2S+1$ $L_J^{(1,8)}$ пары $Q\bar{Q}$ имеет следующий вид:

$$d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}] \rightarrow \mathcal{H}) = d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}]) \times \frac{\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}] \rangle}{N_{col}N_{pol}}, \quad (3.6)$$

где $N_{col} = 2N_c$ для синглетного по цвету состояния, $N_{col} = N_c^2 - 1$ — для октетного состояния и $N_{pol} = 2J + 1$. Партонное сечение рождения пары $Q\bar{Q}$ определено как:

$$d\hat{\sigma}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}]) = \frac{1}{2x_1x_2S} \overline{|\mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}])|^2} d\Phi, \quad (3.7)$$

где $\mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}])$ — амплитуда рождения пары кварков в определенном состоянии, а $d\Phi$ — фазовый объём конечных частиц.

Амплитуда рождения кварков в определённом состоянии может быть получена из амплитуды произвольного состояния $\mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q})$ путём применения соответствующих проекционных операторов. Проекторы на состояния с нулевым спином и спином 1 имеют вид:

$$\Pi_0 = \frac{1}{8m^3} \left(\frac{\hat{p}}{2} - \hat{q} - m \right) \gamma^5 \left(\frac{\hat{p}}{2} + \hat{q} + m \right), \quad (3.8)$$

$$\Pi_1^\alpha = \frac{1}{8m^3} \left(\frac{\hat{p}}{2} - \hat{q} - m \right) \gamma^\alpha \left(\frac{\hat{p}}{2} + \hat{q} + m \right), \quad (3.9)$$

соответственно, где $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$, p^μ — 4-импульс пары $Q\bar{Q}$, q^μ — 4-импульс относительного движения, $m = M/2$ — масса кварка Q , а M — масса состояния кваркония \mathcal{H} . Проекционные операторы на синглетное или октетное по цвету состояние записывается как

$$C_1 = \frac{\delta_{ij}}{\sqrt{N_c}}, \quad C_8 = \sqrt{2}T_{ij}^a, \quad (3.10)$$

где T^a с $a = 1, \dots, N^2 - 1$ — генераторы цветовой калибровочной группы $SU(N_c)$. Чтобы получить проекцию на состояние с орбитальным угловым моментом L , нужно взять L раз производную по q , а затем положить $q = 0$. Для процессов, описанных выше, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^1S_0^{(1,8)}]) &= Tr[C_{1,8}\Pi_0 \times \mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q})]_{q=0}, \\ \mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3S_1^{(1,8)}]) &= Tr[C_{1,8}\Pi_1^\alpha \times \mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q})\varepsilon_\alpha(p)]_{q=0}, \\ \mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q}[{}^3P_J^{(1,8)}]) &= \frac{d}{dq_\beta} Tr[C_{1,8}\Pi_1^\alpha \times \mathcal{A}(a + b \rightarrow Q\bar{Q})\varepsilon_{\alpha\beta}(p)]_{q=0}, \end{aligned} \quad (3.11)$$

где $\varepsilon_\alpha(p)$ — поляризационный 4-вектор частицы со спином 1, 4-импульсом p^μ и массой $M^2 = p^2$, $\varepsilon_{\alpha\beta}(p)$ — тензор частицы со спином 2. Для 3S_1 состояния сумма по поляризациям даст

$$\sum_{J_z} \varepsilon_\alpha(p)\varepsilon_{\alpha'}^*(p) = \mathcal{P}_{\alpha\alpha'}(p) = -g_{\alpha\alpha'} + \frac{p_\alpha p_{\alpha'}}{M^2}. \quad (3.12)$$

Для 3P_J состояний с $J = 0, 1, 2$ получим

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\alpha\beta}^{(0)}(p)\varepsilon_{\alpha'\beta'}^{(0)*}(p) &= \frac{1}{3}\mathcal{P}_{\alpha\beta}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta'}(p) \\ \sum_{J_z} \varepsilon_{\alpha\beta}^{(1)}(p)\varepsilon_{\alpha'\beta'}^{(1)*}(p) &= \frac{1}{2}[\mathcal{P}_{\alpha\alpha'}(p)\mathcal{P}_{\beta\beta'}(p) - \mathcal{P}_{\alpha\beta'}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta}(p)] \\ \sum_{J_z} \varepsilon_{\alpha\beta}^{(2)}(p)\varepsilon_{\alpha'\beta'}^{(2)*}(p) &= \frac{1}{2}[\mathcal{P}_{\alpha\alpha'}(p)\mathcal{P}_{\beta\beta'}(p) + \mathcal{P}_{\alpha\beta'}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta}(p)] - \frac{1}{3}\mathcal{P}_{\alpha\beta}(p)\mathcal{P}_{\alpha'\beta'}(p). \end{aligned} \quad (3.13)$$

3.2 Корреляции в рождении $\Upsilon(1S)$ и D мезонов в ПРП

В данном разделе мы обсуждаем ассоциированное рождение боттомониев и очарованных мезонов, инклюзивные спектры которого недавно были измерены коллаборацией LHCb

на БАК [97]. Изучение корреляционных наблюдаемых в рождении $\Upsilon(1S)$ и D мезонов представляет интерес как с точки зрения проверки гипотезы НРКХД-факторизации, так и с целью поиска проявлений механизма двойного партонного рассеяния в протон-протонных столкновениях при высоких энергиях. Сравнение теоретических предсказаний, полученных в ЛП КПМ, с измеренными полными сечениями и дифференциальными распределениями указывает на двойное партонное рассеяние как на основной механизм рождения. Однако в разделе 2.2 нами было показано, что парное рождение D мезонов вполне может быть описано в рамках одного лишь механизма одиночного рассеяния благодаря приближённому учёту дополнительных жёстких излучений в ПРП.

Коллаборация LHCb измеряла полные сечения и различные спектры рождения пар $\Upsilon(1S) + D^0$ и $\Upsilon(1S) + D^+$ мезонов в pp столкновениях на БАК с энергиями $\sqrt{S} = 7$ и $\sqrt{S} = 8$ ТэВ. Для каждой пары мезонов были измерены дифференциальные распределения по следующим переменным: поперечный импульс $\Upsilon(1S)$ мезона $p_{T\Upsilon}$, поперечный импульс D мезона p_{TD} , быстрота $\Upsilon(1S)$ мезона y_{Υ} , быстрота D мезона y_D , разница азимутальных углов $\Delta\varphi$ между $\Upsilon(1S)$ и D мезонами, разница быстрот Δy между $\Upsilon(1S)$ и D мезонами, поперечный импульс $p_{T\Upsilon D}$ системы частиц $\Upsilon(1S) + D$, быстрота $y_{\Upsilon D}$ системы частиц $\Upsilon(1S) + D$, инвариантная масса $M_{\Upsilon D}$ пары мезонов, а также p_T -асимметрия между $\Upsilon(1S)$ и D мезонами, определённая как:

$$A_T = \frac{p_{T\Upsilon} - p_{TD}}{p_{T\Upsilon} + p_{TD}}. \quad (3.14)$$

Каждый из конечных мезонов отбирался с быстротой в передней области $2.0 < y_{\Upsilon(D)} < 4.5$. Поперечный импульс боттомония $\Upsilon(1S)$ измерялся вплоть до $p_{T\Upsilon} < 15$ ГэВ, а импульс очарованных $D^{0(+)}$ мезонов лежал в интервале $1 < p_{TD} < 15$ ГэВ. События рождения Υ мезонов реконструировались по их двойным мюонным распадам $\Upsilon \rightarrow \mu^+\mu^-$. Таким образом, в эксперименте измерялись сечения $\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma^{\Upsilon(1S)D^0}$ и $\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma^{\Upsilon(1S)D^+}$ при $\sqrt{S} = 7$ и $\sqrt{S} = 8$ ТэВ, где $\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} = 0,0248$ — брэнчинг $\Upsilon(1S)$ в мюоны [3].

При описании процесса ассоциированного рождения $\Upsilon(1S)$ и D мезонов ЛП ПРП мы рассматриваем амплитуду жёсткого подпроцесса $2 \rightarrow 3$:

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow b + \bar{b} + g, \quad (3.15)$$

где \mathcal{R} — реджезованный глюон. Однако в связи с тем, что глюонная ФФ заметно меньше, чем ФФ c -кварка в D мезон, интерес представляет также подпроцесс множественности $2 \rightarrow 4$:

$$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow b + \bar{b} + c + \bar{c}, \quad (3.16)$$

где один из конечных c -кварков фрагментирует в D мезон. Диаграммы подпроцесса (3.15) были изображены в разделе 2.3 на рис. 24, а диаграммы подпроцесса (3.16) представлены на рис. 29.

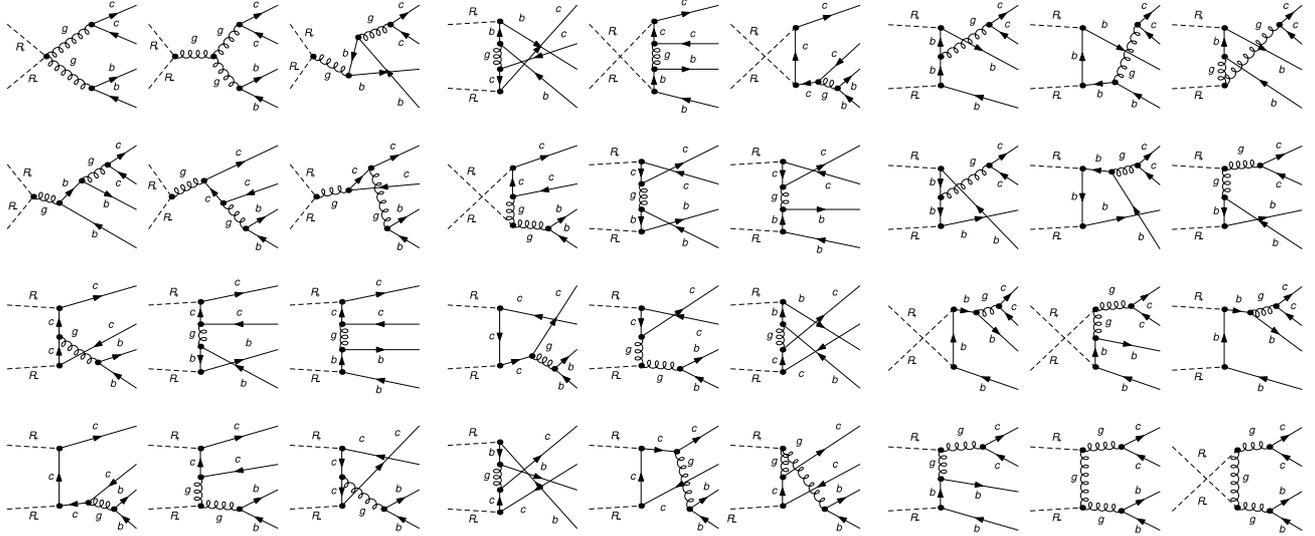


Рисунок 29 – Набор фейнмановских диаграмм в эффективной теории Липатова для подпроцесса (3.16).

Следуя предписанию предыдущего раздела, матричные элементы рождения боттомония в определённом состоянии мы получали, применяя к амплитудам (3.15) и (3.16) соответствующие проекционные операторы. Однако ввиду зависимости МЭ в ПРП от $t_{1,2}$ их аналитические выражения для рассматриваемых подпроцессов слишком громоздки для прямого вычисления квадратов модулей амплитуд даже при параллельных вычислениях на мощном кластере. Поэтому в данном случае мы рассчитывали *спиральные* амплитуды данных подпроцессов. Как мы заметили, такая техника значительно ускоряет и упрощает вычисления МЭ подпроцессов множественности $2 \rightarrow 3$ и более. Вычисление МЭ мы осуществляли при помощи средств пакета `FeynCalc` [90] и системы компьютерной алгебры `FORM`.

В работе [98] при изучении прямого рождения $\Upsilon(nS)$ мезонов на БАК было показано, что в ПРП, как и в КПМ, октетный вклад при малых поперечных импульсах рождающегося Υ подавлен по сравнению с синглетным вкладом. Однако картина меняется с ростом быстроты мезона. В нашем случае быстроты обоих мезонов лежат в передней области $2.0 < y_{\Upsilon(D)} < 4.5$. Таким образом, для более детального анализа мы рассматривали как синглетный, так и октетный механизмы рождения боттомония. Наряду со вкладом процесса прямого рождения $\Upsilon(1S)$ мы рассматриваем вклады от распадов вышележащих S - и P -волновых состояний

боттомония.

В механизме прямого рождения $\Upsilon(1S)$, а также учитывая вклады распадов вышележащих состояний боттомония в основном, мы получали амплитуды для следующих процессов с парой конечных b -кварков в синглетном и октетном состояниях:

$$\mathcal{R}(q_1) + \mathcal{R}(q_2) \rightarrow \mathcal{H}(q_3) + g(q_4), \quad (3.17)$$

$$\mathcal{R}(q_1) + \mathcal{R}(q_2) \rightarrow \mathcal{H}(q_3) + c(q_4) + \bar{c}(q_5), \quad (3.18)$$

где $\mathcal{H} = b\bar{b} \left[{}^3S_1^{(1,8)}, {}^3P_J^{(1)} \right]$, $J = 0, 1, 2$ в случае подпроцесса (3.17) и $\mathcal{H} = b\bar{b} \left[{}^3S_1^{(1,8)} \right]$ в случае подпроцесса (3.18). Для получения теоретических предсказаний мы воспользовались НМЭ, заимствованными из работы [98], которые приведены в таблице 1 для различных состояний S - и P -волнового боттомония.

Таблица 1 – Синглетные и октетные НМЭ для S - и P -волновых состояний боттомониев, полученные в работе [98] с помощью фита в рамках ЛП ПРП с нПФР КМР.

НМЭ	Фит в ЛП ПРП
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle \times \Gamma \text{ЭВ}^{-3}$	9.28
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \times 10^2 \Gamma \text{ЭВ}^{-3}$	2.31 ± 0.25
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(2S)} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle \times \Gamma \text{ЭВ}^{-3}$	4.62
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(2S)} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \times 10^2 \Gamma \text{ЭВ}^{-3}$	1.51 ± 0.17
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle \times \Gamma \text{ЭВ}^{-3}$	3.54
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \times 10^2 \Gamma \text{ЭВ}^{-3}$	1.24 ± 0.13
$\langle \mathcal{O}^{\chi(1P)} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle \times \Gamma \text{ЭВ}^{-5}$	2.03
$\langle \mathcal{O}^{\chi(2P)} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle \times \Gamma \text{ЭВ}^{-5}$	2.36

На рис. 30 и 31 представлены диаграммы, соответствующие рождению боттомония в подпроцессах (3.17) и (3.18). На рисунке 30 первые шесть диаграмм отвечают вкладу синглетного S -волнового состояния Υ , в синглетное P -волновое состояние дают вклад первые 12 диаграмм, в случае октетного S -волнового состояния вклад дают все диаграммы на данном рисунке.

В ЛП ПРП дифференциальное сечение рассеяния в случае процесса ассоциированного

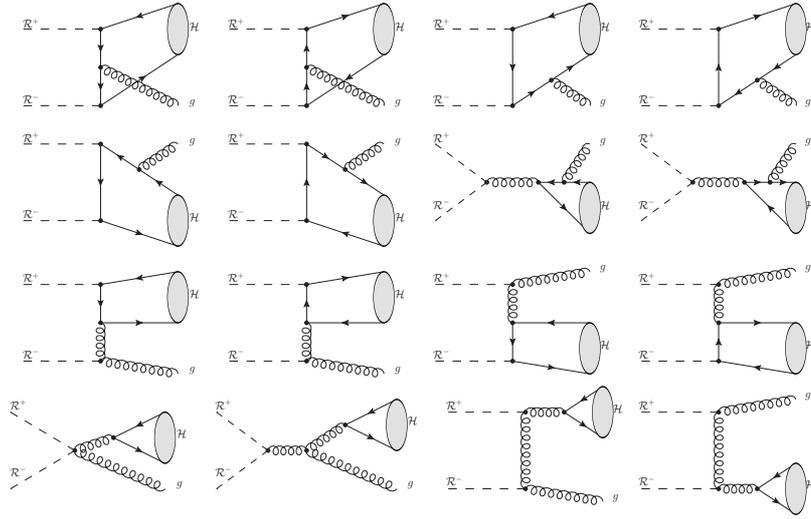


Рисунок 30 – Набор фейнмановских диаграмм для подпроцесса (3.17) рождения боттомония в синглетных по цвету S - и P -волновых состояниях.

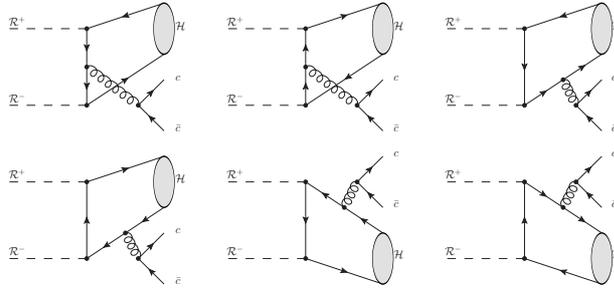


Рисунок 31 – Набор фейнмановских диаграмм для подпроцесса (3.18) рождения боттомония в синглетном по цвету S -волновом состоянии.

рождения $\Upsilon + g$:

$$\begin{aligned} & \frac{d\sigma(p(P_1) + p(P_2) \rightarrow \Upsilon[n](p_\Upsilon) + D(p_D) + X)}{dp_{T\Upsilon} dy_\Upsilon dp_{TD} dy_D d\Delta\varphi} = \\ & = \int \frac{dx_1}{x_1} \int \frac{d\varphi_1}{2\pi} \int dt_1 \int \frac{dx_2}{x_2} \int \frac{d\varphi_2}{2\pi} \int dt_2 \int \frac{dz}{z} \Phi(x_1, t_1, \mu^2) \Phi(x_2, t_2, \mu^2) \mathcal{D}_{D/g}(z, \mu^2) \times \\ & \quad \times \frac{d\hat{\sigma}(\mathcal{R}(q_1) + \mathcal{R}(q_2) \rightarrow \Upsilon [{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}](q_3) + g(q_4))}{dq_{3T} dy_3 dq_{4T} dy_4}, \quad (3.19) \end{aligned}$$

где ${}^{2S+1}L_J^{(1,8)}$ – состояние боттомония, определяемое квантовыми числами L , J и S , $\Phi(x_i, t_i, \mu^2)$ – глюонная нПФР КМР, $\mathcal{D}_{D/g}(z, \mu^2)$ – зависящая от жёсткого масштаба ФФ глюона в D мезон, $q_3 = p_\Upsilon$, $t_{1,2} = q_{1,2T}^2$, $x_1 = q_1^+/P_1^+$, $x_2 = q_2^-/P_2^-$, а быстроты партонов можно представить в виде $y = \frac{1}{2} \ln(\frac{q^+}{q^-})$.

В случае подпроцесса $2 \rightarrow 3$ (3.18) в ЛП ПРП дифференциальное сечение приобретает

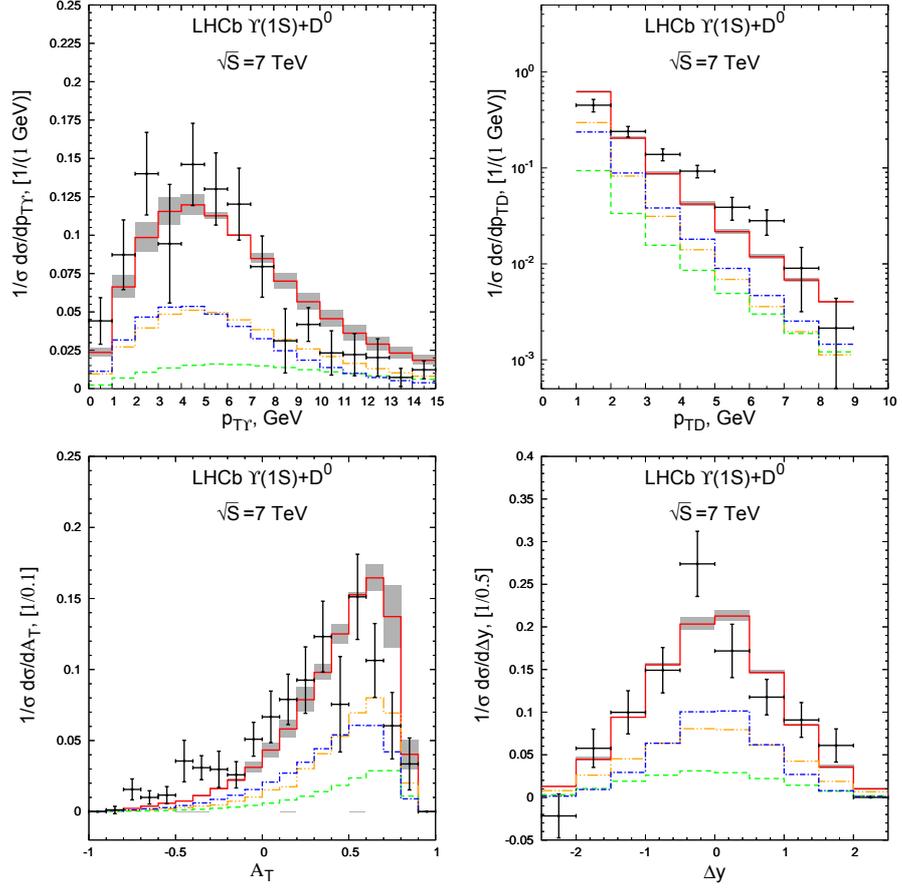


Рисунок 32 – Распределения по поперечному импульсу $p_{T\Upsilon}$, импульсу p_{TD} , асимметрии импульсов A_T и разности быстрот Δy для пары $\Upsilon(1S)D^0$ в области больших быстрот при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные коллаборации LHCb взяты из [97].

более сложный вид:

$$\begin{aligned}
& \frac{d\sigma(p(P_1) + p(P_2) \rightarrow \Upsilon[n](p_T) + D(p_D) + X)}{dp_{T\Upsilon} dy_{\Upsilon} dp_{TD} dy_D d\Delta\varphi} = \\
& = \int \frac{dx_1}{x_1} \int \frac{d\varphi_1}{2\pi} \int dt_1 \int \frac{dx_2}{x_2} \int \frac{d\varphi_2}{2\pi} \int dt_2 \int \frac{dz}{z} \int dy_5 \Phi(x_1, t_1, \mu^2) \Phi(x_2, t_2, \mu^2) \mathcal{D}_{D/c}(z, \mu^2) \times \\
& \quad \times \frac{d\hat{\sigma}(\mathcal{R}(q_1) + \mathcal{R}(q_2) \rightarrow \Upsilon[{}^{2S+1}L_J^{(1,8)}](q_3) + c(q_4) + \bar{c}(q_5))}{dq_{3T} dy_3 dq_{4T} dy_4}. \quad (3.20)
\end{aligned}$$

Процесс адронизации конечных партонов в D мезоны мы описывали в рамках фрагментационной модели так же, как и в разделе 2.1.

В наших расчётах мы полагаем $2m_b = M_{\Upsilon(1S)} = M_{\Upsilon(2S)} = M_{\Upsilon(3S)} = M_{\chi_{bJ}(1P)} = M_{\chi_{bJ}(2P)}$, пренебрегая расщеплением по массе между основным и возбужденными состояниями боттомония. Данное приближение справедливо в силу большой величины массы прелестного кварка. По той же причине мы пренебрегаем кинематическими эффектами при распаде

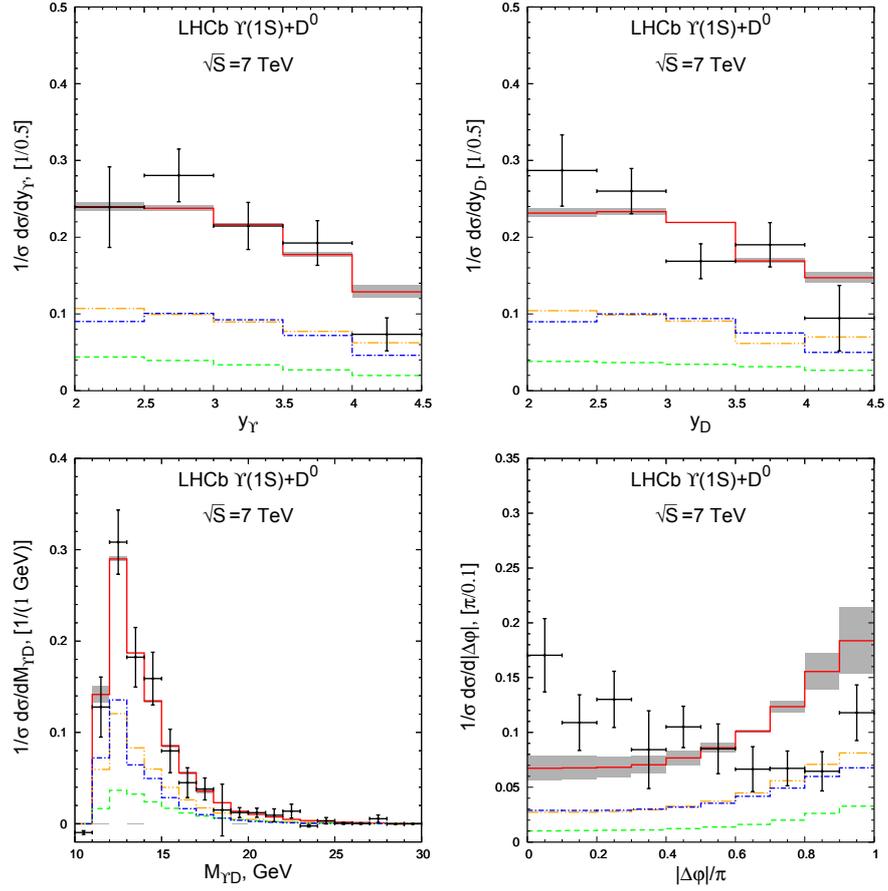


Рисунок 33 – Распределения по быстроте y_Υ , быстроте y_D , инвариантной массе пары $M_{\Upsilon D}$ и азимутальному углу между мезонами $\Delta\varphi$ для пары $\Upsilon(1S)D^0$ в области больших быстрот при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные коллаборации LHCb взяты из [97].

вышележащих состояний в основном.

В рамках ПРП рассчитывались различные дифференциальные спектры ассоциированного рождения $\Upsilon + D$ в процессе столкновения протонов при энергиях $\sqrt{S} = 7$ и 8 ТэВ в системе центра масс протонов в передней области быстрот $2.0 < y_{\Upsilon(D)} < 4.5$ и областях поперечных импульсов боттомония $0 < p_{T\Upsilon} < 15$ ГэВ и D мезона $1 < p_{TD} < 20$ ГэВ. В качестве жёсткого масштаба нами была выбрана величина $\mu = \mu_R = \mu_F = \xi \sqrt{M_\Upsilon^2 + (p_{T\Upsilon} + p_{TD})^2/4}$, где $p_{T\Upsilon}$ – поперечная масса боттомония, p_{TD} – поперечная масса D мезона, $M_\Upsilon = 9.46$ ГэВ – масса основного состояния боттомония. Параметр $\xi = 1$ для центральных линий наших предсказаний варьируется в пределах $1/2 < \xi < 2$ для оценки теоретической погрешности за счёт выбора масштаба.

Результаты расчётов представлены на рисунках (32) – (34) для различных типов наблюдаемых в виде нормированных дифференциальных сечений для пар мезонов ΥD^0 . В

случае пар мезонов ΥD^+ результат аналогичный. На графиках зелёной пунктирной линией обозначен вклад прямого рождения октетного состояния $\Upsilon(1S)$ в подпроцессе (3.17), синей штрих-пунктирной — вклад прямого рождения синглетного состояния $\Upsilon(1S)$ в подпроцессе (3.17), оранжевой штриховой с двойным пунктиром — вклад каскадных распадов возбуждённых состояний боттомония, рождённых в подпроцессе того же типа, красная сплошная линия отвечает сумме этих вкладов. Сплошными полосами отмечена теоретическая погрешность, связанная с неопределённостью в выборе жёсткого масштаба. Точками отмечены экспериментальные данные коллаборации LHCb вместе с погрешностями измерений.

На данных графиках видно, что в рамках используемых моделей и приближений удаётся описать большинство изучаемых спектров. Теоретические предсказания для переменных $p_{T\Upsilon}$, p_{TD} , M_{inv} , Δy_{Υ} , Δy_D , A_T , а также $p_{T\Upsilon D}$ и $y_{\Upsilon D}$ находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Спектр $\Delta\phi$ в ЛП ПРП имеет типичную форму для данного вида спектров. Он имеет пик при $\Delta\phi \sim \pi$ и плато при $\Delta\phi \leq \pi/2$. Однако экспериментальные данные коллаборации LHCb, несмотря на наличие больших погрешностей, демонстрируют наличие второго пика вблизи значения $\Delta\phi \simeq 0$. Эта особенность данных остаётся не объяснённой.

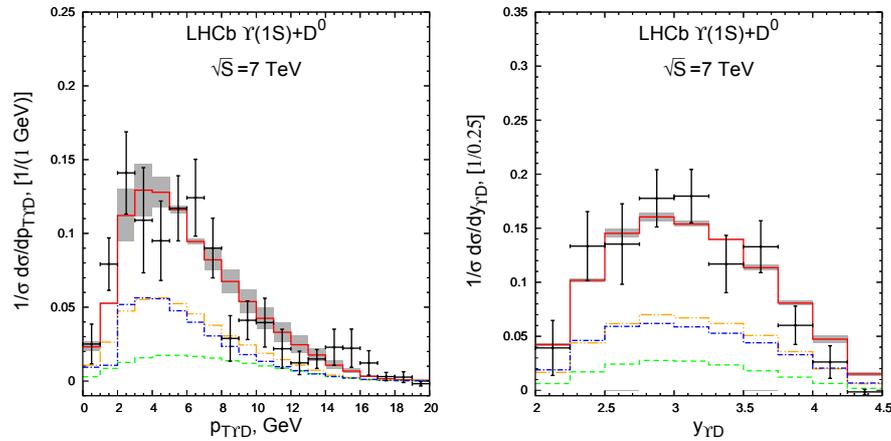


Рисунок 34 – Распределения по поперечному импульсу $p_{T\Upsilon D}$ и быстроте $y_{\Upsilon D}$ системы частиц $\Upsilon(1S) + D^0$ в области больших быстрот при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Данные коллаборации LHCb взяты из [97].

Перейдём к сравнению теоретических предсказаний полных сечений изучаемых процессов в ЛП ПРП с данными коллаборации LHCb. В таблицах 2 и 3 нами отдельно показаны полные сечения рассматриваемых подпроцессов $2 \rightarrow 2$ (3.17) и $2 \rightarrow 3$ (3.18) рождения боттомония в синглетном и октетном состояниях совместно с D^0 и D^+ мезонами при энергиях

$\sqrt{S} = 7$ и 8 ТэВ соответственно. Из таблиц видно, что вклад с синглетным состоянием боттомония и вклад каскадных распадов возбуждённых состояний являются доминирующими. Данный факт согласуется с тем, что рождение октетных состояний боттомония в области малых поперечных импульсов обычно подавлено вкладом синглетного состояния, как это было показано в работе [98]. Кроме того, сечение подпроцесса $2 \rightarrow 3$ с участием c -кварковой пары в конечном состоянии оказалось подавлено на величину около одного порядка по сравнению с сечением подпроцесса $2 \rightarrow 2$ с глюоном в конечном состоянии. Данный результат является ожидаемым ввиду того, что подпроцесс (3.18) имеет порядок α_s^4 , тогда как подпроцесс (3.17) имеет более младший порядок α_s^3 .

Таблица 2 – Полные инклюзивные сечения совместного рождения $\Upsilon(1S) + D^{0/+}$ в ЛП ПРП для подпроцесса (3.17) с учётом каскадных распадов и подпроцесса (3.18) в сравнении с экспериментальными данными коллаборации LHCb [97] при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ.

Тип вклада	$\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma^{\Upsilon(1S)D}$, пбн	$\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma_{theor}^{\Upsilon(1S)D}$, пбн	$\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma_{exp}^{\Upsilon(1S)D}$, пбн
$\Upsilon(1S) + D^0$			
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + g$	24	60_{-29}^{+37}	155 ± 28
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + g$	10		
Каскадные распады	26		
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + c + \bar{c}$	7	11_{-7}^{+21}	
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + c + \bar{c}$	4		
$\Upsilon(1S) + D^+$			
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + g$	10	26_{-13}^{+17}	82 ± 24
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + g$	4		
Каскадные распады	12		
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + c + \bar{c}$	3	4_{-3}^{+8}	
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + c + \bar{c}$	1		

Сравним далее экспериментальные значения отношений R^{D^0/D^+} с нашими теоретиче-

Таблица 3 – Полные инклюзивные сечения совместного рождения $\Upsilon(1S) + D^{0/+}$ в ЛП ПРП для подпроцесса (3.17) с учётом каскадных распадов и подпроцесса (3.18) в сравнении с экспериментальными данными коллаборации LHCb [97] при $\sqrt{S} = 8$ ТэВ.

Тип вклада	$\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma^{\Upsilon(1S)D}$, пбн	$\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma_{theor}^{\Upsilon(1S)D}$, пбн	$\mathcal{B}_{\mu^+\mu^-} \times \sigma_{exp}^{\Upsilon(1S)D}$, пбн
$\Upsilon(1S) + D^0$			
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + g$	28	71_{-34}^{+43}	250 ± 39
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + g$	12		
Каскадные распады	31		
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + c + \bar{c}$	8	12_{-8}^{+24}	
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + c + \bar{c}$	4		
$\Upsilon(1S) + D^+$			
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + g$	12	31_{-15}^{+20}	80 ± 21
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + g$	5		
Каскадные распады	14		
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + c + \bar{c}$	3	5_{-3}^{+10}	
$\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow \Upsilon \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + c + \bar{c}$	2		

скими предсказаниями для $\sqrt{S} = 7$ и 8 ТэВ в процессах $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$ соответственно:

$$R_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{D^0/D^+} = \frac{\sigma_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^0}}{\Upsilon(1S)D^+ \sigma_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^+}} = 2.30_{-0.06}^{+0.02} \quad R_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{D^0/D^+} = \frac{\sigma_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^0}}{\Upsilon(1S)D^+ \sigma_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^+}} = 2.53 \pm 0.01 \quad (3.21)$$

$$R_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{D^0/D^+} = \frac{\sigma_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^0}}{\Upsilon(1S)D^+ \sigma_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^+}} = 2.29_{-0.04}^{+0.03} \quad R_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{D^0/D^+} = \frac{\sigma_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^0}}{\Upsilon(1S)D^+ \sigma_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^+}} = 2.56 \pm 0.01 \quad (3.22)$$

В рамках погрешностей полученный нами теоретический результат согласуется с соответствующими величинами, представленными коллаборацией LHCb:

$$R_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{D^0/D^+} = \frac{\sigma_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^0}}{\Upsilon(1S)D^+ \sigma_{\sqrt{s}=7 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^+}} = 1.9 \pm 0.6 \quad R_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{D^0/D^+} = \frac{\sigma_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^0}}{\Upsilon(1S)D^+ \sigma_{\sqrt{s}=8 \text{ ТэВ}}^{\Upsilon(1S)D^+}} = 3.1 \pm 0.8. \quad (3.23)$$

Несмотря на то, что в рамках погрешности от выбора жёсткого масштаба в ЛП ПРП нам удаётся описать большинство наблюдаемых спектров, имеется недооценка абсолютных значений полных сечений. Учёт вклада от распадов вышележащих S - и P -волновых состояний боттомония увеличивает полное сечение примерно на фактор 1.8, что согласуется с

выводами работы [98], однако оказывается недостаточным для описания измеренных коллаборацией LHCb полных сечений.

Тем не менее, из полученных результатов мы можем сделать вывод о том, что механизм двойного партонного рассеяния по крайней мере не является определяющим в совместном рождении $\Upsilon(1S) + D^{0/+}$.

Глава 4. Корреляционные наблюдаемые в совместном рождении адронных струй с фотоном в ПРП

4.1 Прямое и фрагментационное рождение изолированного фотона совместно с адронной струёй в ПРП

Исследование процессов совместного рождения фотона и адронных струй с большими поперечными импульсами в адронных столкновениях при высоких энергиях представляет интерес для теоретиков и экспериментаторов по нескольким причинам. С одной стороны изучение корреляционных наблюдаемых, чувствительных к излучению дополнительных жёстких партонов, является одним из ключевых инструментов для проверки нашего понимания структуры высших поправок в КХД. С другой стороны совместное рождение фотона и струй представляется важным процессом для экспериментальных поисков проявлений механизма многопартонного рассеяния, в простейшей модели — механизма двойного партонного рассеяния (ДПР), в адрон-адронных столкновениях при высоких энергиях [99]. В таких процессах возрастает вероятность жёстких взаимодействий между сразу несколькими партонами сталкивающихся адронов. Кроме того, изучение рождения *прямых* фотонов (рождающихся в жёстком рассеянии, а не в виде побочного продукта при распадах образовавшихся после столкновения адронов) совместно с жёсткими струями позволяет извлекать информацию о ПФР сталкивающихся адронов [100–110].

В данном разделе диссертации мы рассматриваем инклюзивное рождение изолированного фотона совместно с адронной струёй на ускорителе Тэватрон в $p\bar{p}$ столкновениях при энергии в с.ц.м $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ [111]. В данном эксперименте отбирался лидирующий фотон в центральной области быстроты $|y^\gamma| < 1$ либо в передней области быстроты $1.5 < |y^\gamma| < 2.5$, имеющий поперечный импульс $p_T^\gamma > 20$ ГэВ. Струя с самым большим поперечным импульсом p_T^{jet} (лидирующая струя) рождалась в одном из четырёх интервалов

быстроты $|y^{jet}| \leq 0.8$, $0.8 < |y^{jet}| \leq 1.6$, $1.6 < |y^{jet}| \leq 2.4$ или $2.4 < |y^{jet}| \leq 3.2$ и, кроме того, должна была превышать минимальный порог поперечного импульса $p_T^{jet} > 15$ ГэВ. Лидирующая струя должна также удовлетворять условию $p_T^{jet} > 0.3p_T^\gamma$, отражающему корреляцию между поперечными импульсами фотона и лидирующей струи и оптимизированное на уровне реконструкции струи для учёта её разрешения по p_T . В данном эксперименте измерялось сечение *изолированных* прямых фотонов. На уровне частиц критерий изоляции задаёт ограничение на поперечные импульсы частиц, рождающихся в конусе $\Delta R = 0.4$ от фотона: $p_T^{iso} = p_T^{tot}(0.4) - p_T^\gamma < 2.5$ ГэВ, где $p_T^{tot}(0.4)$ — суммарная поперечная энергия всех частиц в конусе $\Delta R = 0.4$. Фотон и лидирующая струя также должны быть разделены в пространстве псевдобыстрота-угол условием $\Delta R(\gamma, jet) = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\varphi^2} > 0.9$.

Трижды дифференциальное сечение $d^3\sigma/dp_T^\gamma dy^\gamma dy^{jet}$ представлено коллаборацией DØ в шестнадцати различных конфигурациях быстрот фотона и лидирующей струи, скомбинированных из следующих областей: две области быстроты фотона, четыре области быстроты лидирующей струи, а также две различные ориентации быстрот фотона и струи $y^\gamma y^{jet} > 0$ и $y^\gamma y^{jet} \leq 0$. Такое разбиение позволяет протестировать различные интервалы доли партонного импульса x , переданного импульса Q^2 , а также различить, в каких областях фазового пространства (ФП) доминируют те или иные партонные процессы. Наибольший интерес при этом представляет процесс «комптоновского» рассеяния $qg \rightarrow q\gamma$, поскольку он позволяет напрямую получать ограничения на глюонные ПФР. Оценки коллаборации DØ, полученные с помощью Монте-Карло генератора RUTHIA [112], показали, что наибольшую долю в полное сечение этот вклад даёт в конфигурации, когда быстрота фотона лежит в передней области $1.5 < |y^\gamma| < 2.5$ и при этом быстрота фотона и лидирующей струи имеют один знак $y^\gamma y^{jet} > 0$.

В ЛП ПРП, как и в ЛП КПМ, рождение фотона при жёстком рассеянии партонов может происходить путём двух механизмов. В первом случае фотоны с большими поперечными импульсами рождаются непосредственно в жёстких процессах (*прямое рождение*) комптоновского рассеяния реджезованного кварка на реджеоне (4.1) и аннигиляции пары кварк-антикварк (4.2):

$$Q(q_1) + \mathcal{R}(q_2) \rightarrow q(q_3) + \gamma(q_4), \quad (4.1)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow g(q_3) + \gamma(q_4), \quad (4.2)$$

где в скобках указаны 4-импульсы соответствующих частиц, $q_{1,2}^2 = -\mathbf{q}_{1,2T}^2 = -t_{1,2}^2$ и в безмассовом приближении $q_3^2 = q_4^2 = 0$. Диаграммы данных процессов для u -кварков изображены на рис. (35) и (36) соответственно.

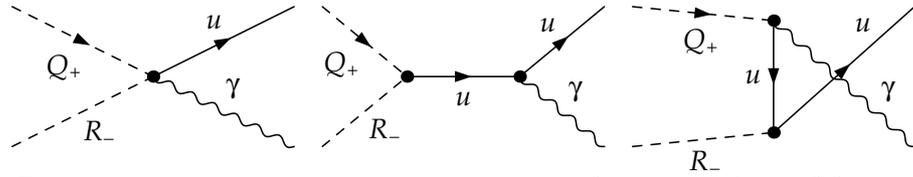


Рисунок 35 – Диаграммы процесса прямого рождения фотона (4.1) с эффективными вершинами.

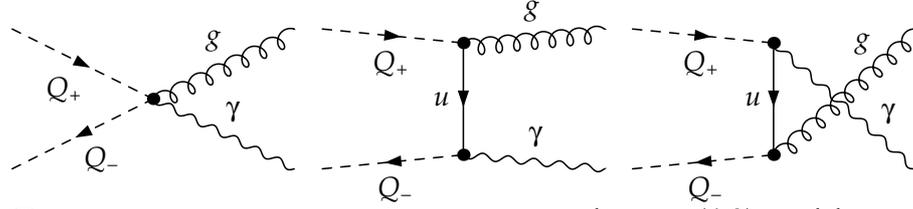


Рисунок 36 – Диаграммы процесса прямого рождения фотона (4.2) с эффективными вершинами.

В другом случае высокоэнергетический фотон может излучиться в ходе образования жёстким партоном адронной струи (*фрагментационное рождение*) [103; 113]. Фрагментационные фотоны рождаются в основном за счёт процессов вида $Q + R \rightarrow q + g$, $R + R \rightarrow q + \bar{q}$ или процессов рассеяния кварков, в которых один из конечных партонов рождает жёсткую струю, а другой фрагментирует в фотон. В свете этого нами были рассмотрены следующие процессы в ЛП ПРП:

$$Q(q_1) + R(q_2) \rightarrow q(q_3) + g(q_4), \quad (4.3)$$

$$R(q_1) + R(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}(q_4), \quad (4.4)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}(q_4), \quad (4.5)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}'(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}'(q_4), \quad (4.6)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow q'(q_3) + \bar{q}'(q_4), \quad (4.7)$$

$$Q(q_1) + Q(q_2) \rightarrow q(q_3) + q(q_4), \quad (4.8)$$

$$Q(q_1) + Q'(q_2) \rightarrow q(q_3) + q'(q_4), \quad (4.9)$$

где нами были учтены случаи фрагментации как третьей, так и четвёртой частиц. Однако наличие условия изоляции для конуса фотона сильно подавляет вклады таких процессов. При этом в некоторых областях ФП, например, при малых p_T^γ события с фрагментационными фотонами всё же могут давать заметный вклад в наблюдаемое сечение.

Для описания квадратов модулей амплитуд процессов $2 \rightarrow 2$ введём инвариантные мандельштамовские переменные стандартным образом:

$$\hat{s} = (q_1 + q_2)^2, \quad \hat{t} = (q_1 - q_3)^2, \quad \hat{u} = (q_1 - q_4)^2. \quad (4.10)$$

В ПРП амплитуды зависят также от судаконских переменных:

$$\alpha_i = \frac{2}{S}(q_i, P_2), \quad \beta_i = \frac{2}{S}(q_i, P_1), \quad i = \overline{3, 4}, \quad (4.11)$$

где $P_1 = (\sqrt{S}/2, 0, 0, \sqrt{S}/2)$, $P_2 = (\sqrt{S}/2, 0, 0, -\sqrt{S}/2)$ – 4-импульсы сталкивающихся протонов, при этом $x_1 = \alpha_3 + \alpha_4$, $x_2 = \beta_3 + \beta_4$.

Квадрат модуля амплитуды процесса $2 \rightarrow 2$, зависящий от указанных переменных, в общем виде с учётом усреднения (суммирования) по спиновым и цветовым индексам начального (конечного) состояния можно представить в следующем виде:

$$\overline{|\mathcal{A}|^2}_{PRA} = \pi^2 \alpha_s^2 A \sum_{n=0}^4 W_n S^n, \quad (4.12)$$

где коэффициенты A и W_n для всех рассматриваемых партонных процессов в безмассовом приближении можно найти в работе [17].

Пользуясь факторизационной формулой ПРП в ЛП в случае прямого рождения фотона, можно записать сечение жёсткого процесса, дифференциальное по быстротам и поперечным импульсам частиц в конечном состоянии, а также азимутальному углу между ними, в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(p + \bar{p} \rightarrow q_3 + q_4 + X)}{dy_3 dy_4 dq_{3T} dq_{4T} d\Delta\varphi} &= \sum_{ij} \int d\varphi_1 \int dt_1 \times \\ &\times \Phi_i^p(x_1, t_1, \mu_F^2) \Phi_j^{\bar{p}}(x_2, t_2, \mu_F^2) \frac{\overline{|\mathcal{A}|^2}_{PRA}}{16\pi^3} \frac{q_{3T} q_{4T}}{(x_1 x_2 S)^2}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

где $q_{3,4T} = |\mathbf{q}_{3,4T}|$, $q_{3T} = p_T^{jet}$, $q_{4T} = p_T^\gamma$, $y_{3,4}$ – быстроты частиц в конечном состоянии, $\Delta\varphi$ – азимутальный угол между векторами \mathbf{q}_{3T} и \mathbf{q}_{4T} , а также

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{p_T^{jet} e^{y^{jet}} + p_T^\gamma e^{y^\gamma}}{\sqrt{S}}, \quad x_2 = \frac{p_T^{jet} e^{-y^{jet}} + p_T^\gamma e^{-y^\gamma}}{\sqrt{S}} \\ t_1 &= t_2 + (p_T^{jet})^2 + (p_T^\gamma)^2 + 2(p_T^{jet} p_T^\gamma \cos(\Delta\varphi) - p_T^{jet} \sqrt{t_1} \cos(\varphi_1) - \\ &\quad - p_T^\gamma \sqrt{t_1} \cos(\Delta\varphi - \varphi_1)). \end{aligned} \quad (4.14)$$

В нашей работе мы также рассматриваем вклад фрагментационного рождения фотонов. Поскольку в рассматриваемом процессе поперечный импульс струи $p_T^{jet} > 15$ ГэВ, то можно рассматривать кварки u , d , s , c и b как безмассовые. В таком приближении справедливым является применение модели коллинеарной фрагментации [58]. Согласно подходу фрагментации дифференциальное сечение инклюзивного рождения фотона связано с партонным сечением путём его свёртки с функцией фрагментации:

$$\frac{d\sigma(p + p \rightarrow \gamma + X)}{dp_T^\gamma dy^\gamma} = \sum_a \int_{z_{cut}}^1 \frac{dz}{z} D_{\gamma/a}(z, \mu^2) \frac{d\sigma(p + p \rightarrow a + X)}{dq_T^a dy^a}, \quad (4.15)$$

где суммирование ведётся по всем партонам, дающим вклад в рождение фотонов, 4-импульс партона связан с 4-импульсом фотона соотношением $p^\gamma = zq^a$, $D_{\gamma/a}(z, \mu^2)$ — функция фрагментации (ФФ) партона в фотон. При численных расчётах нами использовалась ФФ GRV (M. Glück, E. Reya, A. Vogt) [114].

Упомянутое в начале данного раздела условие изоляции фотона накладывает довольно сильное ограничение на долю импульса партона, уносимую фотоном при фрагментации. Это ограничение реализуется в виде обрезания z_{cut} снизу на долю импульса партона. В рамках модели коллинейрной фрагментации мы определяем z_{cut} аналогично тому, как это осуществлено в Монте-Карло генераторе JETPHOX [115]. А именно должны быть совместны следующие два условия:

$$\begin{aligned} q_T^a - p_T^\gamma &< 2.5 \text{ ГэВ}, \\ p_T^\gamma &= zq_T^a, \end{aligned} \quad (4.16)$$

что непосредственно приводит нас к ограничению

$$z > z_{cut} = \frac{1}{1 + 2.5/p_T^\gamma}. \quad (4.17)$$

Ввиду того, что в рассматриваемом эксперименте [111] измеряется совместное рождение изолированного прямого фотона и лидирующей струи в различных интервалах быстроты струи, в наших расчётах необходимо отбросить события, в которых лидирующая струя рождается в ходе эволюции нПФР. На стадии Монте-Карло интегрирования данное требование реализовано нами в виде дополнительного ограничения $\sqrt{t_{1,2}} < p_T^{jet}$.

Как и в СЛП предсказаниях генератора JETPHOX, при численных расчётах в ЛП ПРП масштабы перенормировки μ_R , факторизации μ_F и фрагментации μ_f мы положили равными $\mu_R = \mu_F = \mu_f = \xi p_T^\gamma$ ($\xi = 1$ для центральных значений наших предсказаний). Неопределённость в выборе жёсткого масштаба мы оцениваем путём вариации переменной $1/2 < \xi < 2$.

В наших расчётах фрагментационного рождения фотона совместно с адронной струей мы обнаружили, что вклады от рассеяния кварков пренебрежимо малы по сравнению с процессами (4.3) и (4.4). Поэтому в дальнейшем мы рассматривали только эти два лидирующих фрагментационных вклада и вклады прямого рождения. Исходя из того, что $p_T^{jet} \gg m_q$, в процессе (4.1) мы учитываем u , d , s , c и b кварки, а в процессе (4.2) только кварки u , d и s ввиду малости ПФР c и b кварков. По той же причине во фрагментационном процессе (4.3) мы учитываем только u , d и s кварки, но в процессе (4.4) нами рассмотрены вклады u , d , s , c и b кварков, поскольку порог их рождения существенно превышен. Также учитываются

перестановки начальных частиц в прямом и фрагментационном рождении и тот факт, что в фотон может фрагментировать любой из конечных партонов.

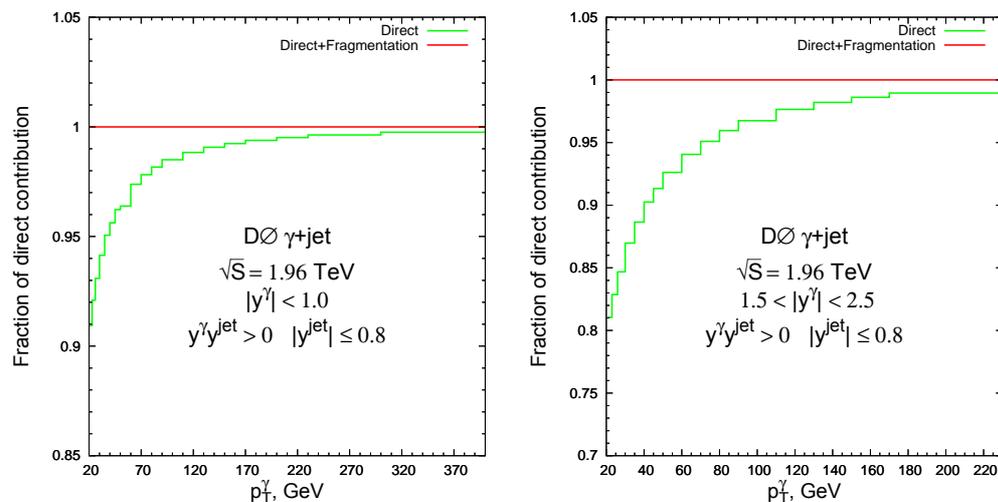


Рисунок 37 – Относительная роль механизмов прямого и фрагментационного рождения фотона в различных областях быстроты фотона. Зелёной линией отмечен вклад прямого рождения, красная линия — сумма сечений прямого и фрагментационного рождения фотона.

На рисунке 37 мы отобразили долю прямого рождения от суммарного сечения для разных конфигураций быстрот фотона и струи. Из графиков видно, что сечение фрагментации действительно сильно подавлено условием изоляции фотона, в центральной и передней областях быстроты его вклад соответственно составляет около 8% и 20% в первом бине и сильно спадает с ростом поперечного импульса фотона. Этот результат согласуется с предсказаниями JETPHOX.

Наши теоретические предсказания в рамках ЛП ПРП в сравнении с экспериментальными результатами коллаборации DØ представлены на рисунке 38. Зелёная штриховая линия на графике соответствует сумме вкладов прямого рождения фотона, синяя штрих-пунктирная линия отвечает сумме фрагментационных вкладов, а красная сплошная линия изображает сумму всех вкладов. Теоретические погрешности от вариации жёсткого масштаба на рисунке изображены серыми полосами. Полученные результаты свидетельствуют о том, что ПРП уже в ЛП неплохо описывает экспериментальные данные в рассмотренных кинематических областях, особенно при больших поперечных импульсах, где излучение дополнительных жёстких партонов на этапе эволюции нПФР играет большую роль. Таким образом, наши результаты в рассматриваемых $\gamma + jet$ событиях резко сокращают окно для возможного вклада механизма ДПР. При численном расчёте дифференциальных сечений в качестве партонных распределений мы использовали нПФР КМР, которые были получены на основе набора ЛП ПФР

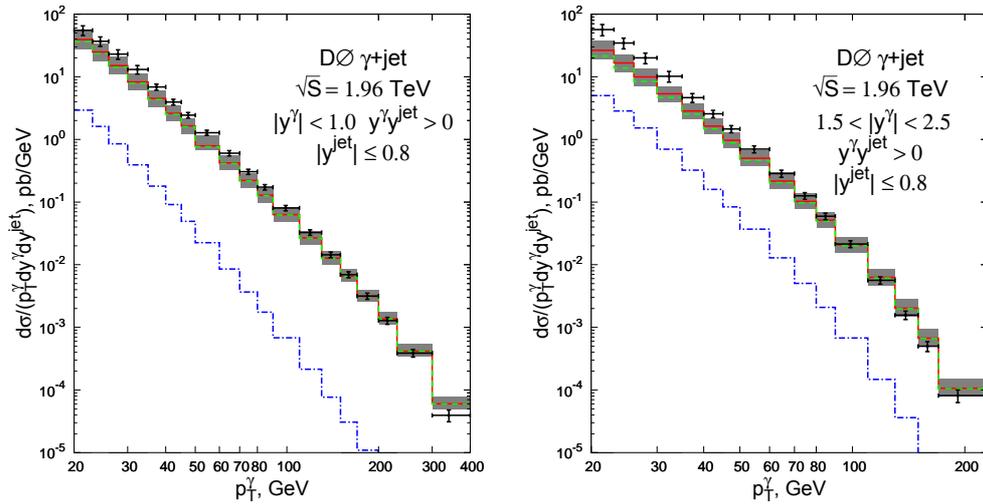


Рисунок 38 – Трижды дифференциальные распределения по поперечному импульсу фотона в процессе $p\bar{p} \rightarrow \gamma + jet + X$ в ЛП ПРП при энергии $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ в *центральной* $|y^\gamma| < 1.0$ и *передней* $1.5 < |y^\gamma| < 2.5$ областях быстроты фотона, при *одинаковой* ориентации быстрот фотона и струи $y^\gamma y^{jet} > 0$ и струях в центральной области быстроты $|y^{jet}| < 0.8$. Зелёная штриховая линия отвечает сумме вкладов прямого рождения (4.1) и (4.2), синяя штрих-пунктирная — сумма вкладов фрагментационного рождения (4.3) – (4.9), красная сплошная — их сумма. Теоретическая неопределённость жёсткого масштаба ξp_T^γ при варьировании $1/2 < \xi < 2$ изображена серыми полосами. Точками отмечены экспериментальные данные из работы [111].

Мартина-Робертса-Стирлинга-Торна (МРСТ-2008) [57].

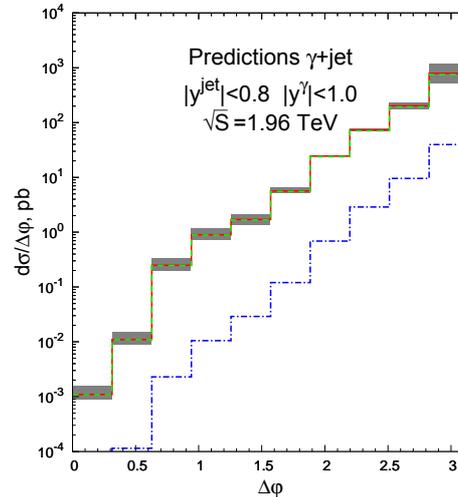


Рисунок 39 – Предсказания для дифференциального по разнице азимутальных углов сечения $\Delta\phi = \phi^\gamma - \phi^{jet}$ в процессе $p\bar{p} \rightarrow \gamma + jet + X$ в ЛП ПРП при $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ, $|y^\gamma| < 1.0$ и $|y^{jet}| < 0.8$. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 38.

Кроме сравнения наших предсказаний для распределений по поперечному импульсу с экспериментальными данными мы также получили предсказания для корреляционной наблю-

даемой $d\sigma/d\Delta\phi$ — распределения по углу $\Delta\phi$ между фотоном и струей. Результаты наших вычислений мы отобрали на рисунке 39. Поведение данного углового распределения довольно типично для процессов $2 \rightarrow 2$ в ЛП ПРП (см. например, работы [17; 22]).

4.2 Процессы в ПРП с изолированным фотоном и двумя струями в конечном состоянии

В данном разделе мы расширяем изучение корреляций в фотон-струйных событиях на случай совместного рождения фотона и двух адронных струй. С теоретической точки зрения данный процесс представляет особый интерес. Большая статистика, набранная в событиях $\gamma + 2jets$, повышает чувствительность измеряемых сечений к многопартонным процессам, что позволяет с большей точностью разрешить возможный вклад ДПР. Кроме того, процессы ДПР являются потенциально фоновыми в области больших поперечных импульсов при поиске таких редких событий, как рождение бозонов Хиггса [116], рождение пар b -кварковых струй [117], а также совместного рождения бозонов Хиггса со слабыми векторными бозонами [118–120].

В 2011 году коллаборация DØ представила результаты измерения угловых спектров рождения изолированного фотона совместно с двумя адронными струями в $p\bar{p}$ столкновениях на ускорителе Тэватрон при энергии $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ. В данных событиях одна из струй рассматривалась как лидирующая с поперечным импульсом p_T^{jet1} , а вторая — как сублидирующая с импульсом p_T^{jet2} . Наблюдаемая переменная определялась как нормированное дифференциальное сечение $1/\sigma d\sigma/d\Delta\varphi$ по разности азимутальных углов между векторной суммой поперечных импульсов фотона и лидирующей струи $\mathbf{P}_T^A = \mathbf{p}_T^\gamma + \mathbf{p}_T^{jet1}$ и вектором поперечного импульса второй струи \mathbf{p}_T^{jet2} :

$$\Delta\varphi \equiv \Delta\varphi(\mathbf{P}_T^A, \mathbf{p}_T^{jet2}). \quad (4.18)$$

В измеренных коллаборацией DØ $\gamma + 2jets$ событиях содержался по крайней мере один фотон в центральной $|y^\gamma| < 1.0$ или передней $1.5 < |y^\gamma| < 2.5$ области быстроты и две струи с быстротами в интервале $|y^{jet}| < 3.5$. Фотон рождался с большими поперечными импульсами $50 < p_T^\gamma < 90$ ГэВ, в то время как лидирующая струя должна была иметь поперечный импульс $p_T^{jet1} > 30$ ГэВ. С целью повышения чувствительности к событиям ДПР и более детального изучения доли таких событий в полном сечении угловая наблюдаемая $1/\sigma d\sigma/d\Delta\varphi$ исследовалась в трёх отдельных интервалах поперечного импульса второй струи: $15 < p_T^{jet2} < 20$, $20 < p_T^{jet2} < 25$ и $25 < p_T^{jet2} < 30$ ГэВ. На каждую пару конечных частиц ($i; j$) налагалось

требование разделения в пространстве псевдобыстрота-угол с разницей радиусов конусов $\Delta R_{ij} > 0.9$. Ввиду того, что в данном эксперименте измеряется рождение фотона в сопровождении с адронами в конечном состоянии, вводится условие изоляции фотона для устранения большого вклада от распадов нейтральных адронов в фотоны: $(E_{Tot}^{iso} - E_{Core}^{iso})/E_{Core}^{iso} < 0.07$, где E_{Tot}^{iso} — полная энергия, поглощённая в электромагнитной и адронной частях калориметра, в конусе радиуса $R = 0.4$ вокруг центра области детектирования фотона, а E_{Core}^{iso} — измеренная энергия в электромагнитной части калориметра с радиусом конуса $R = 0.2$.

Учитывая данное условие изоляции фотонов и опираясь на результаты исследования событий рождения изолированного фотона и струи, а также основываясь на предсказаниях в СЛП КПМ Монте-Карло генератора JETPHOX в $\gamma + 2jets$ событиях, мы полагаем вклад механизма фрагментационного рождения фотона пренебрежимо малым. Кроме того, вклады прямого и фрагментационного рождения фотонов хорошо определены лишь в ЛП ТВ. Корректное определение вклада фрагментации в $2 \rightarrow 3$ подпроцессах ПРП представляется весьма нетривиальной задачей, в рамках которой необходима процедура вычитания двойного счёта для ФФ, что требует отдельного обсуждения. Таким образом, в дальнейшем мы ограничимся рассмотрением подпроцессов только прямого рождения фотонов.

В ЛП ПРП основной вклад в рождение трёхчастичных конечных состояний с фотоном дают следующие подпроцессы $2 \rightarrow 3$ (учтены лёгкие начальные \mathcal{U} , \mathcal{D} и \mathcal{S} кварки):

$$\mathcal{Q}(q_1) + \mathcal{R}(q_2) \rightarrow q(q_3) + g(q_4) + \gamma(q_5), \quad (4.19)$$

$$\mathcal{R}(q_1) + \mathcal{R}(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}(q_4) + \gamma(q_5), \quad (4.20)$$

$$\mathcal{Q}(q_1) + \bar{\mathcal{Q}}(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}(q_4) + \gamma(q_5), \quad (4.21)$$

$$\mathcal{Q}(q_1) + \bar{\mathcal{Q}}'(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}'(q_4) + \gamma(q_5), \quad (4.22)$$

$$\mathcal{Q}(q_1) + \bar{\mathcal{Q}}(q_2) \rightarrow g(q_3) + g(q_4) + \gamma(q_5), \quad (4.23)$$

где ввиду больших поперечных импульсов струй конечные кварки мы рассматриваем как безмассовые. Коллинеарные расходимости в конечном состоянии не возникают благодаря условию попарного разделения частиц в пространстве псевдобыстрота-угол $\Delta R > 0.9$. В данных подпроцессах мы учитываем, что каждый из конечных партонов может породить лидирующую струю. Диаграммы лидирующего подпроцесса (4.19) с участием u -кварка представлены на рисунке 40:

Амплитуды ПРП подпроцессов (4.19) – (4.23) были получены нами впервые. Для их вывода мы применяли файл-модель **ReggeQCD** [12], который реализует правила Фейнмана эффективной теории Липатова на древесном уровне в пакете **FeynArts** [89]. Аналитически

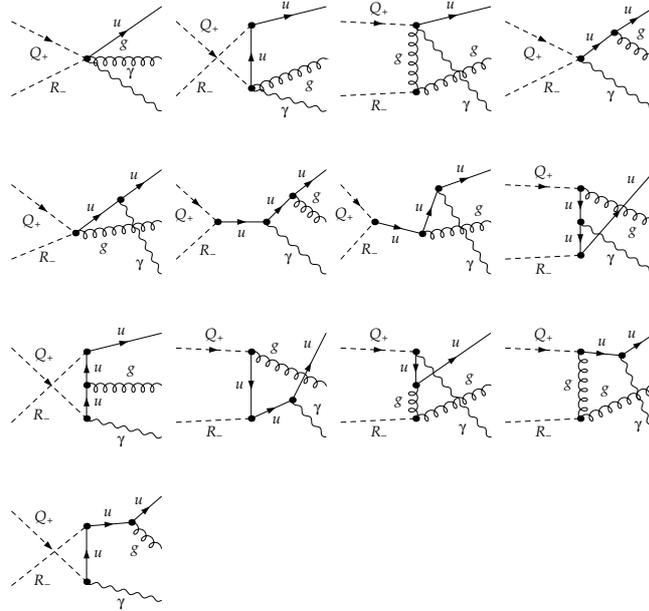


Рисунок 40 – Набор фейнмановских диаграмм подпроцесса (4.19) прямого рождения фотона с эффективными вершинами, сгенерированный при помощи пакета **FeynArts** и файл-модели **ReggeQCD**.

было проверено выполнение тождеств Уорда (Славнова-Тейлора) по отношению к фотонам (глюонам) в конечном состоянии для всех указанных амплитуд. К сожалению, аналитический вид для квадратов модулей рассматриваемых амплитуд является слишком громоздким, поэтому они не могут быть приведены в настоящей работе. Также было проверено, что квадраты модулей амплитуд (4.19) – (4.23) переходят в соответствующие выражения для $2 \rightarrow 3$ подпроцессов КПМ в коллинеарном пределе, определённом как:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_2}{2\pi} \lim_{t_{1,2} \rightarrow 0} |\mathcal{A}_{PRA}|^2 = |\mathcal{A}_{CPM}|^2. \quad (4.24)$$

Общая формула дифференциального сечения рассеяния для процесса $2 \rightarrow 3$ имеет следующий вид:

$$\frac{d\sigma}{dy_3 dy_4 dy_5 dq_{3T} dq_{4T} d\Delta\varphi} = \sum_{ij} \int d\varphi_1 \int dt_1 \int d\varphi_2 \int dt_2 \times \\ \times \Phi_i^p(x_1, t_1, \mu_F^2) \Phi_j^{\bar{p}}(x_2, t_2, \mu_F^2) \frac{|\mathcal{A}_{ij}|^2}{8(2\pi)^6} \frac{q_{3T} q_{4T}}{(x_1 x_2 S)^2}, \quad (4.25)$$

где в случае подпроцесса (4.23) введён комбинаторный фактор $1/2!$, учитывающий перестановку тождественных глюонов, а $\mathbf{p}_T^\gamma = \mathbf{q}_{5T} = \mathbf{q}_{1T} + \mathbf{q}_{2T} - \mathbf{q}_{3T} - \mathbf{q}_{4T}$. В данном случае МЭ зависят от мандельштамовских инвариантов, которые мы ввели следующим образом:

$$\hat{s} = (q_1 + q_2)^2 = \hat{t} = (q_1 - q_3)^2, \quad \hat{u} = (q_2 - q_3)^2, \quad (4.26)$$

$$\hat{s}_{34} = (q_3 + q_4)^2, \quad \hat{t}_{14} = (q_1 - q_4)^2, \quad \hat{t}_{24} = (q_2 - q_4)^2. \quad (4.27)$$

Также МЭ зависят от следующих судакских переменных и долей импульсов (анти)протона:

$$\alpha_i = \frac{2}{S}(q_i, P_2), \quad \beta_i = \frac{2}{S}(q_i, P_1), \quad i = \overline{3, 5}, \quad (4.28)$$

$$x_1 = \sum_{i=3}^5 \alpha_i = \sum_{i=3}^5 \frac{q_{iT} e^{y_i}}{\sqrt{S}}, \quad x_2 = \sum_{i=3}^5 \beta_i = \sum_{i=3}^5 \frac{q_{iT} e^{-y_i}}{\sqrt{S}}. \quad (4.29)$$

Поскольку имеется две конфигурации, при которых одна из конечных струй — лидирующая, а вторая — сублидирующая, то угловая переменная может быть определена двумя способами:

$$\begin{aligned} 1) \quad q_{3T} = p_T^{jet1}, \quad q_{4T} = p_T^{jet2}, \quad q_{5T} = p_T^\gamma, \quad & 2) \quad q_{3T} = p_T^{jet2}, \quad q_{4T} = p_T^{jet1}, \quad q_{5T} = p_T^\gamma, \\ \mathbf{P}_T^A = \mathbf{q}_{3T} + \mathbf{q}_{5T}, \quad & \mathbf{P}_T^A = \mathbf{q}_{4T} + \mathbf{q}_{5T}, \quad (4.30) \\ \Delta\varphi \equiv \Delta\varphi(\mathbf{P}_T^A, \mathbf{q}_{4T}), \quad & \Delta\varphi \equiv \Delta\varphi(\mathbf{P}_T^A, \mathbf{q}_{3T}). \end{aligned}$$

Итоговое дифференциальное сечение мы определяем при этом как сумму дифференциальных сечений в каждом из случаев (4.30).

Энергетические масштабы факторизации и перенормировки мы задаём равными поперечному импульсу лидирующей струи $\mu_F = \mu_R = \xi p_T^{jet1}$. Для оценки теоретической неопределённости при выборе жёсткого масштаба мы варьируем переменную ξ в интервале $1/2 < \xi < 2$.

Далее мы более подробно остановимся на двух возможных подходах к описанию упомянутых корреляционных спектров.

4.3 Мультиреджевская кинематика и двойное партонное рассеяние

В подходе одиночного партонного рассеяния (ОПР) дополнительные излучения, возникающие в ходе эволюции ПФР, в КПМ подчиняются условию упорядочения по поперечному импульсу, в результате чего излучение струй с большими поперечными импульсами возможно только в жёстком процессе. В случае же МРК предела, дополнительные струи, излучаемые в процессе эволюции начальных партонов, подчиняются условию упорядочения по скорости. Тогда, возможны события, в которых излучения на этапе эволюции имели бы большие p_T , чем в жёстком процессе. Таким образом, в механизме ОПР недостающие события могут объясняться излучением жёстких спектаторных партонов.

Формула факторизации в мМРК-приближении (4.25) в общем случае неограниченного по $t_{1,2}$ интегрирования содержит как мягкие $\sqrt{t_{1,2}} < p_T^{jet2}$, так и жёсткие $\sqrt{t_{1,2}} \geq p_T^{jet2}$ дополнительные струи из эволюции нПФР. Именно такой случай мы рассматривали в задачах об

одиначном и парном рождении D мезонов, а также о совместном рождении $\Upsilon(1S) + D^{0/+}$ мезонов, где экспериментальные условия не требовали введения кинематических ограничений на излучение дополнительных струй. При наличии таких ограничений жёсткие нПФР-струи могут оказаться по быстроте в наблюдаемой в эксперименте области $|y_{unPDF}^{jet}| \leq 3.5$. Однако в данном случае мМРК-приближение становится тем грубее, чем ближе дополнительная нПФР-струя оказывается к центральной области быстроты и чем больше \sqrt{t} для данной струи. По этой причине в формуле (4.25) на начальные струи мы введём ограничение $\sqrt{t_{1,2}} < p_T^{jet2} < p_T^{jet1}$, оставаясь, таким образом, в области применимости формулы факторизации. В подходе КМР, с которым сцеплено приближение мМРК, большая часть эволюции контролируется уравнениями ДГЛАП, а излучение жёсткой струи происходит лишь на последнем шаге эволюции, что описывается введением в ПФР форм-фактора Судакова. Упомянутое ограничение на $\sqrt{t_{1,2}}$ приводит к тому, что излучения струй с наибольшими поперечными импульсами становится возможным только в жёстком процессе.

Вклад в сечение, полученный в таком «ДГЛАП»-режиме, будем далее называть «ДГЛАП»-вкладом. Применительно к рассматриваемой в данном разделе задаче, он имеет эквивалентный (4.25) вид с $t_{1,2}$, ограниченными сверху поперечным импульсом сублидирующей струи:

$$\begin{aligned} \left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{DGLAP} = \sum_{ij} \int_{p_{T1}^{min}}^{\infty} dp_{T1} \int_{p_{T2}^{min}}^{p_{T2}^{max}} dp_{T2} \int_0^{p_{T2}^2} dt_1 \int_0^{p_{T2}^2} dt_2 \times \\ \times \Phi_i^p(x_1, t_1, \mu_F^2) \Phi_j^{\bar{p}}(x_2, t_2, \mu_F^2) d\sigma(x_1, x_2, t_1, t_2, \mu_R^2), \end{aligned} \quad (4.31)$$

где для краткости введены обозначения $p_{T1} = p_T^{jet1}$ — импульс лидирующей струи и $p_{T2} = p_T^{jet2}$ — импульс сублидирующей струи.

Однако таким образом определённое сечение оказывается недостаточным для описания углового спектра $\gamma + 2jet$ событий в области $\Delta\varphi \rightarrow 0$. Одним из решений данной проблемы является введение предположения о наличии механизма ДПР.

Используя результаты вычислений вкладов (4.19) – (4.23) одиночного рассеяния в ЛП ПРП, мы извлекали долю вклада ДПР β путём фита экспериментальных данных по формуле:

$$\left(\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right)_{exp} = (1 - \beta) \frac{1}{\sigma^{SPS}} \frac{d\sigma^{SPS}}{d\Delta\varphi} + \beta \frac{1}{\sigma^{DPS}} \frac{d\sigma^{DPS}}{d\Delta\varphi}, \quad (4.32)$$

где σ^{SPS} — сечение вклада ОПР, а σ^{DPS} — сечение вклада ДПР. Мы обнаружили, что вклад ОПР доминирует в области $\Delta\varphi \geq \pi/2$, в то время как в области $\Delta\varphi < \pi/2$ данный вклад не описывает экспериментальных спектров. При $\Delta\varphi < \pi/2$ доминирует вклад ДПР. Ввиду того,

что в простейшей модели с двойным партонным рассеянием два жёстких процесса происходят независимо друг от друга, этот вклад должен иметь равномерное распределение во всей области $\Delta\varphi$. Результаты наших вычислений в сравнении с предсказаниями, полученными с помощью Монте-Карло генератора SHERPA собраны в таблице 4.

Таблица 4 – Сравнение долей ДПР, предсказываемых с помощью ЛП ПРП β^{PRA} и Монте-Карло генератора SHERPA β^{SHERPA} , в области $0 \leq \Delta\varphi \leq \pi$ в трёх бинах p_T^{jet2} .

p_T^{jet2} , ГэВ	β^{PRA} (%)	β^{SHERPA} (%)
15–20	$10.4^{+1.1}_{-1.0}$	11.6 ± 1.4
20–25	$5.1^{+0.6}_{-0.7}$	5.0 ± 1.2
25–30	$2.7^{+0.3}_{-0.4}$	2.2 ± 0.8

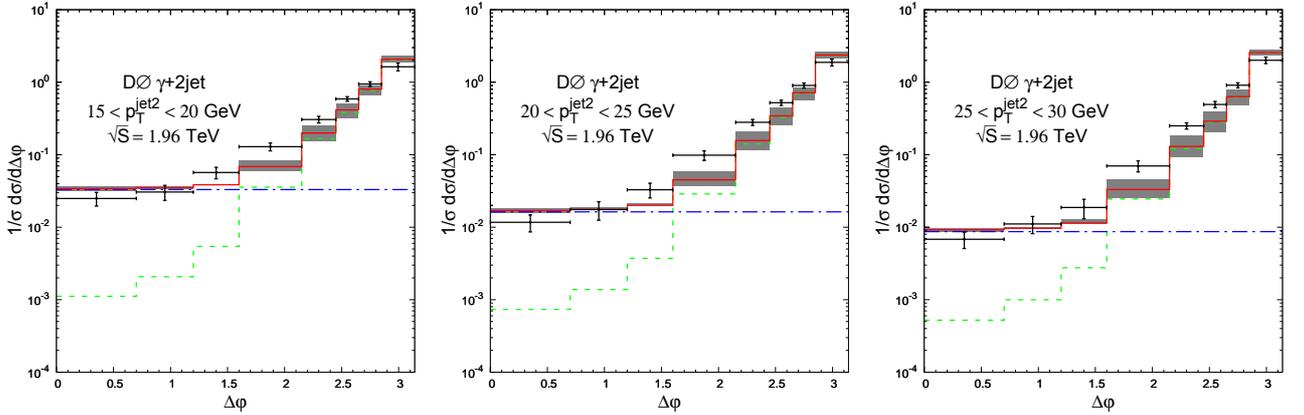


Рисунок 41 – Относительная роль механизмов ОПР и ДПР в инклюзивном рождении изолированного фотона с быструми в областях $|y^\gamma| < 1.0$ или $1.5 < |y^\gamma| < 2.5$ совместно с двумя струями с быструми в интервале $|y^{jet}| < 3.5$ в $p\bar{p}$ столкновениях на ускорителе Тэватрон при энергии $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ. Поперечный импульс фотона лежит в интервале $50 < p_T^\gamma < 90$ ГэВ, поперечный импульс лидирующей струи $p_T^{jet1} > 30$ ГэВ. На графике представлено нормированное дифференциальное по угловой переменной (4.18) сечение в области поперечных импульсов сублидирующей струи $15 < p_T^{jet2} < 20$, $20 < p_T^{jet2} < 25$ и $25 < p_T^{jet2} < 30$ ГэВ соответственно. Зелёной линией отмечен вклад механизма одиночного партонного рассеяния, синяя штрих-пунктирная линия соответствует доле механизма ДПР в соответствии с таблицей 4, красная линия — сумма сечений данных вкладов. Экспериментальные данные, представленные точками, взяты нами из работы [121].

Сравнение наших теоретических предсказаний нормированных дифференциальных сечений с экспериментальными результатами коллаборации DØ мы приводим на рисунке 41. На

нём зелёной штриховой линией отмечена сумма вкладов (4.19) – (4.23) ОНР, синей штрих-пунктирной линией изображена оценка доли механизма ДНР, приведённая нами в таблице 4, красной сплошной линией показана сумма вкладов этих механизмов.

Из рисунка видно, что один лишь «ДГЛАП»-вклад в механизме ОНР, определённый согласно (4.31) действительно не описывает экспериментальный спектр при $\Delta\varphi \rightarrow 0$. Мы замечаем также, что с ростом поперечного импульса второй струи доля механизма ДНР падает, что согласуется с экспериментальным результатом. В наших вычислениях мы также обнаружили, что подпроцесс «комптоновского» рассеяния (4.19) является доминирующим, как и в случае $\gamma + jet$ событий. В рамках теоретических и экспериментальных погрешностей во всех интервалах поперечного импульса сублидирующей струи p_T^{jet2} мы обнаруживаем хорошее согласие между вычислениями в ЛП ПРП с включением механизма ДНР, данными коллаборации DØ, а также предсказаниями Монте-Карло генератора SHERPA, что говорит о релевантности применяемого нами подхода.

Возможна, однако, альтернативная интерпретация для недостающих событий в области малой разности азимутальных углов в рамках ОНР. Несмотря на ограничения области применимости приближения мМРК, описанные в начале данного раздела, оно остаётся справедливым, когда дополнительные жёсткие струи существенно отделены по быстроте от центральной области. В таком случае, к «ДГЛАП»-вкладу необходимо добавить вклад, в котором одна или обе струи из эволюции не ограничены по поперечному импульсу. Такой вклад будем называть в дальнейшем «МРК»-вкладом. Однако жёсткие струи в центральной области уже фиксированы нами в мМРК-приближении, как струи, рождающиеся в жёстком процессе. При этом существует вероятность, что жёсткая струя из эволюции окажется за пределами наблюдаемого интервала $|y_{unPDF}^{jet}| > 3.5$ и, в результате, определит вклад событий, рассмотренных ранее как вклад ДНР.

В приближении мМРК вероятность излучения одной или более дополнительных струй в ходе эволюции нПФР с поперечными импульсами, большими, чем у струй из жёсткого процесса, и с быстройми, лежащими вне наблюдаемого в эксперименте интервала $|y_{unPDF}^{jet}| > 3.5$ приводит нас к следующему переходу в интеграле по $t_{1,2}$:

$$\int_0^\infty dt \Phi(x, t, \mu_F^2) \Rightarrow \int_0^{p_{T2}^2} dt \Phi(x, t, \mu_F^2) + \int_{p_{T2}^2}^\infty dt \tilde{\Phi}(x, t, \mu_F^2), \quad (4.33)$$

где на нПФР $\tilde{\Phi}(x, t, \mu_F^2)$ наложено условие $|y_{unPDF}^{jet}| > 3.5$, на $\Phi(x, t, \mu_F^2)$ при этом дополни-

тельных ограничений не накладывается. Тогда можно ввести отношение

$$w(x, t, \mu_F^2) = \frac{\tilde{\Phi}(x, t, \mu_F^2)}{\Phi(x, t, \mu_F^2)}, \quad (4.34)$$

имеющее смысл упомянутой ранее вероятности.

Корректное определение $\tilde{\Phi}(x, t, \mu_F^2)$, а значит и $w(x, t, \mu_F^2)$, является довольно нетривиальной задачей и зависит от конкретной модели нПФР, вследствие чего требует дополнительного изучения. В рамках текущего исследования мы ограничимся упрощённым предположением

$$\int_0^\infty dt \Phi(x, t, \mu_F^2) \Rightarrow \int_0^{p_{T2}^2} dt \Phi(x, t, \mu_F^2) + w_0 \int_{p_{T2}^2}^\infty dt \Phi(x, t, \mu_F^2). \quad (4.35)$$

В результате, мы переопределяем формулу для сечения (4.25) в механизме ОПР и приходим к новой расчётной формуле:

$$\left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{DGLAP} + \left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{MRK} = \left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{t_{1,2} < p_{T2}^2} + w_0 \left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{t_1 \vee t_2 \geq p_{T2}^2} + w_0^2 \left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{t_{1,2} \geq p_{T2}^2}, \quad (4.36)$$

где слагаемые, пропорциональные w_0^i , $i \neq 0$, отвечают «МРК»-вкладу, а свободное от w_0 слагаемое отвечает «ДГЛАП»-вкладу.

Введённый параметр w_0 мы извлекаем из экспериментальных данных с помощью формулы:

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{\sigma} \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right)_{exp} &= \frac{1}{\sigma_{t_{1,2} < p_{T2}^2} + w_0 \sigma_{t_1 \vee t_2 \geq p_{T2}^2} + w_0^2 \sigma_{t_{1,2} \geq p_{T2}^2}} \times \\ &\times \left(\left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{t_{1,2} < p_{T2}^2} + w_0 \left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{t_1 \vee t_2 \geq p_{T2}^2} + w_0^2 \left. \frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right|_{t_{1,2} \geq p_{T2}^2} \right). \end{aligned} \quad (4.37)$$

Отличное от нуля значение вероятности w_0 будет являться сигналом о наличии МРК динамики в КХД эволюции.

Проведя вычисления сечений «МРК»-вкладов с участием обсуждавшихся ранее подпроцессов (4.19) – (4.23), путём фита мы извлекли вероятности w_0 из данных коллаборации DØ. Полученные результаты мы собрали в таблице 5.

Из таблицы 5 видно, что вероятность w_0 хоть и не велика, но не стремится к нулю ни в одном бине p_T^{jet2} , что является прямым указанием на наличие партонной эволюции, отличной от ДГЛАП. Кроме того, при сканировании области со всё большим поперечным импульсом сублидирующей струи величина w_0 уменьшается. Такая динамика является ожидаемой в связи с тем, что нПФР степенным образом спадает с ростом $t_{1,2}$.

Таблица 5 – Результаты фита для вероятности w_0 в механизме ОПР в трёх интервалах p_T^{jet2} .

p_T^{jet2} , ГэВ	w_0 -вероятность (%)
15–20	24_{-11}^{+17}
20–25	17_{-8}^{+11}
25–30	11_{-5}^{+7}

Полученные результаты мы отобразили в виде угловых распределений на рисунке 42 для трёх интервалов p_T^{jet2} . Как и в случае механизма двойного партонного рассеяния, жёсткий масштаб мы задали равным $\mu = \mu_F = \mu_R = \xi p_T^{jet1}$ и варьировали переменную ξ в интервале $1/2 < \xi < 2$ для оценки теоретической неопределённости в выборе масштаба. Зелёной штрихованной линией на графике мы обозначили «ДГЛАП»-вклад (4.31), синей штрих-пунктирной — «МРК»-вклад, связанный с эволюцией партонных плотностей, отличной от ДГЛАП-эволюции, красной линией обозначена сумма этих вкладов, серые полосы, как и ранее, отображают неопределённость выбора масштаба. Графики демонстрируют, что при учёте «МРК»-вклада в рамках сделанного нами предположения (4.35) изучаемые корреляционные спектры удаётся описать не хуже, чем в предположении о наличии механизма ДПР. Стоит отметить также небольшое отличие «МРК»-вклада от равномерного, полностью декоррелированного распределения в случае ДПР.

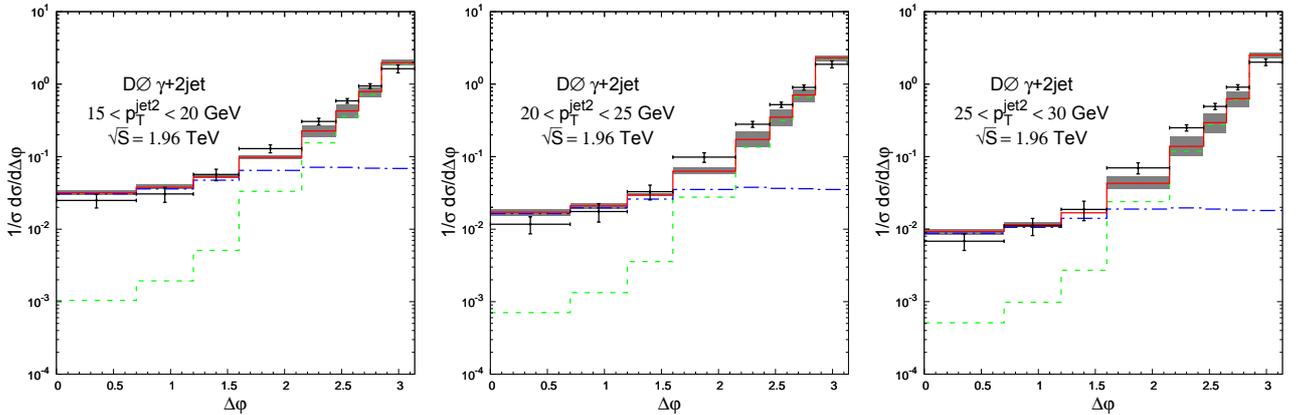


Рисунок 42 – $\Delta\varphi$ -спектры, полученные в рамках приближения (4.35) для $\gamma + 2jet$ -событий в $p\bar{p}$ столкновениях на ускорителе Тэватрон при энергии $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ в трёх областях $15 < p_T^{jet2} < 20$, $20 < p_T^{jet2} < 25$ и $25 < p_T^{jet2} < 30$ ГэВ соответственно. Зелёной штрихованной линией отмечен «ДГЛАП»-вклад, синей штрих-пунктирной — «МРК»-вклад в соответствии с таблицей 5, красная линия — сумма сечений данных вкладов. Экспериментальные данные, представленные точками, взяты нами из работы [121].

Таким образом, имеется альтернативное механизму ДПР описание экспериментальных спектров $\gamma + 2jet$ событий, связанное с излучением жёстких партонов в ходе эволюции нПФР за пределы наблюдаемой в эксперименте области быстроты струй. Изучение корреляционных наблюдаемых, чувствительных к излучению дополнительных жёстких струй, вызывает дополнительный интерес с точки зрения проверки сделанного нами предположения о необходимости учёта «МРК»-вклада. Полученные результаты в случае совместного рождения изолированного фотона с адронными струями указывают направление для дальнейших исследований.

Заключение

В работе в рамках ПРП проведено исследование фрагментационного рождения D и B мезонов в протон-(анти)протонных столкновениях на энергиях $\sqrt{S} = 1.96, 2.76$ и $\sqrt{S} = 7$ ТэВ в области центральных и больших быстрот на Тэватроне и БАК. Были учтены все партонные подпроцессы жёсткого рассеяния в ЛП с реджезованными глюонами в начальном состоянии. Показан лидирующий характер одного из них — подпроцесса $RR \rightarrow g$ рождения глюона путём слияния двух реджезованных глюонов. Полученные результаты для рождения D и B мезонов в центральной и передней областях быстрот находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными Тэватрона и БАК, в частности, при больших поперечных импульсах.

Были изучены процессы парного рождения DD и $D\bar{D}$ мезонов при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ в протон-протонных столкновениях в области больших быстрот на БАК в рамках подхода реджезованных партонов. Показано, что рождение пар DD удаётся описать в модели одиночного партонного рассеяния с помощью подпроцесса $\mathcal{R}\mathcal{R} \rightarrow gg$. На примере парного рождения D мезонов показано, что для описания сечений соответствующих жёстких процессов нет необходимости привлекать механизм двойного партонного рассеяния.

Исследование корреляционных наблюдаемых в процессе парного рождения B мезонов при энергии $\sqrt{S} = 7$ ТэВ на БАК в ЛП ПРП продемонстрировало важность включения реальных СЛП* поправок. Были описаны распределения по углу между струями, содержащими B мезоны, а также по разнице между соответствующими конусными переменными. Расчёт спектров был выполнен для разных обрезаний на поперечные импульсы лидирующей струи. Вычисления в лидирующем порядке были дополнены радиационной поправкой, которая оказалась значительной в области малых углов. Объединение расчётов в ЛП с СЛП* поправкой привело к хорошему согласию с экспериментом в рамках теоретических погрешностей. Данный результат указывает на релевантность применяемой модели ПРП, а также — на малость вклада возможного двойного партонного рассеяния.

Также проведено исследование ассоциированного рождения пар $\Upsilon(1S) + D$ мезонов в протон-протонных столкновениях при энергиях $\sqrt{S} = 7$ и 8 ТэВ в области больших быстрот на БАК в рамках ПРП. Физические состояния кваркония были получены в рамках подхода НРКХД-факторизации с использованием НМЭ из работы [98]. Нами были рассмотрены партонные подпроцессы $\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow (b+\bar{b})[\rightarrow \Upsilon[n]] + g$ и $\mathcal{R} + \mathcal{R} \rightarrow (b+\bar{b})[\rightarrow \Upsilon[n]] + c + \bar{c}$, показано, что первый из них является доминирующим. Нами были учтены как синглетный, так и ок-

тетный механизмы рождения боттомония. Установлено, что октетный механизм при данных небольших поперечных импульсах $\Upsilon(1S)$ даёт вклад в полное сечение, вдвое меньший, чем синглетный, что согласуется с результатами, полученными ранее в работе [98]. Кроме прямого рождения $\Upsilon(1S)$, нами был учтён случай рождения возбуждённых его состояний с последующими каскадными распадами в основное состояние. Данный вклад оказался немногим более вклада прямого рождения $\Upsilon(1S)$ в синглетном состоянии, что увеличило полное сечение примерно на фактор 1.8 и позволило описать вплоть до половины экспериментального сечения. При описании непертурбативных переходов конечных глюонов и кварков в D -мезоны применялись универсальные ФФ. Полученные результаты для рождения $\Upsilon(1S) + D^{0/+}$ мезонов в передней области быстрот позволяют сделать вывод о том, что механизм двойного партонного рассеяния в данном процессе, по крайней мере, не является определяющим.

Важный результат был получен при изучении ассоциированного рождения изолированного фотона с одной или двумя адронными струями в протон-антипротонных столкновениях при энергии $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ на ускорителе Тэватрон. При этом было показано, что вычисления в ЛП ПРП согласуются как с СЛП предсказаниями Монте-Карло генератора JETPHOX, так и с экспериментальными данными. Впервые в ПРП были получены калибровочно-инвариантные матричные элементы в процессах $2 \rightarrow 3$ с фотоном в конечном состоянии. Установлено, что в коллинеарном пределе они совпадают с соответствующими квадратами модулей амплитуд в партонной модели. С их помощью были описаны угловые спектры рождения изолированного фотона совместно с двумя струями. В ЛП ПРП был воспроизведён результат предсказаний Монте-Карло генератора SHERPA в СЛП КМ в рамках гипотезы двойного партонного рассеяния. Помимо этого, была предложена интерпретация, не требующая введения ДПР механизма. В её рамках механизм одиночного партонного рассеяния в МРК-пределе позволяет описать экспериментальные данные коллаборации DØ при условии, что на стадии эволюции партонных плотностей учитываются излучения начальных партонов с большими поперечными импульсами за пределами измеряемой в эксперименте области быстроты. Вероятность таких излучений при этом была нами введена как свободный параметр w_0 и извлекалась путём фиты из экспериментальных данных. С помощью данного параметра удалось описать упомянутые угловые спектры. Таким образом, показано, что механизм ДПР не является единственно возможным.

В заключение я бы хотел выразить искреннюю благодарность моему научному руководителю В. А. Салееву за всестороннее обсуждение проведённых исследований, оказанное содействие на протяжении нашей совместной работы и атмосферу, созданную внутри научной

группы. Хотелось бы также отблагодарить проф. Б. А. Книля (B. A. Kniehl) за конструктивное сотрудничество, предоставленные возможности для работы в развитом научном центре, а также за проявленное гостеприимство во время прохождения мной стажировок во II Институте теоретической физики. Отдельную благодарность я хочу выразить моим коллегам М. А. Нефёдову и А. В. Шипиловой за их вклад в наши совместные работы и интересные обсуждения. Также хотелось бы поблагодарить В. В. Бытьева и А. Ф. Пикельнера за полезные обсуждения и приятное общение во время моего пребывания в Дубне и в Гамбурге.

Список литературы

1. Collins, J. C. Foundations of perturbative QCD [Текст] / J. C. Collins. — Cambridge : Cambridge University Press, 2011.
2. Пескин, М. Е. Введение в квантовую теорию поля: Пер. с англ. [Текст] / М. Е. Пескин, Д. В. Шрёдер ; Под ред. А. А. Белавина, А. В. Беркова. — Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001.
3. Beringer, J. Particle physics booclet, extracted from the Review of Particle Physics [Text] / J. Beringer, [et. al.] — Particle Data Group // Phys. Rev. D. — 2012. — Vol. 86. — P. 010001. — URL: <http://pdg.lbl.gov/>.
4. Borodulin, V. I. COmpendium of RELations, Version 3.1 [Electronic resource] // [Cornell University Library, arXiv (hep-ph)]. — [S. l. : s. n.]. — URL: <https://arxiv.org/abs/1702.08246> (online; accessed: 06.03.2017).
5. Lipatov, L. N. Gauge invariant effective action for high-energy processes in QCD [Text] / L. N. Lipatov // Nucl. Phys. B. — 1995. — Vol. 452. — P. 369–400.
6. Lipatov, L. N. Quasi-multi-Regge processes with a quark exchange in the t channel [Text] / L. N. Lipatov, M. I. Vyazovsky // Nucl. Phys. B. — 2001. — Vol. 597. — P. 399–409.
7. Lipatov, L. N. Small x physics in perturbative QCD [Text] / L. N. Lipatov // Physics Reports. — 1997. — Vol. 286. — P. 131.
8. Feynman rules for effective Regge action [Text] / E. N. Antonov, L. N. Lipatov, E. A. Kuraev, I. O. Cherednikov // Nucl. Phys. B. — 2005. — Vol. 721. — P. 111–135.
9. Bartels, J. Ward Identities for Amplitudes with Reggeized gluons [Text] / J. Bartels, L. N. Lipatov, G. P. Vacca // Physical Review D. — 2012. — Vol. 86. — P. 105045.
10. Andersen, J. R. Higgs Boson Production in Association with Multiple Hard Jets [Text] / J. R. Andersen, V. Del Duca, C. D. White // Journal of High Energy Physics. — 2009. — Vol. 02. — P. 015.
11. Hautmann, F. Forward Z -boson production and the unintegrated sea quark density [Text] / F. Hautmann, M. Hentschinski, H. Jung // Nuclear Physics B. — 2012. — Vol. 54. — P. 865.

12. Nefedov, M. A. Diphoton production at the Tevatron and the LHC in the NLO approximation of the parton Reggeization approach [Text] / M. A. Nefedov, V. A. Saleev // Physical Review D. — 2015. — Vol. 92. — P. 094033.
13. Buckley, A. General-purpose event generators for LHC physics [Text] / A. Buckley // Physics Reports. — 2011. — Vol. 504. — P. 145.
14. Kimber, M. A. Unintegrated parton distributions [Text] / M. A. Kimber, A. D. Martin, M. G. Ryskin // Physical Review D. — 2001. — Vol. 63. — P. 114027.
15. Martin, A. D. NLO prescription for unintegrated parton distributions [Text] / A. D. Martin, M. G. Ryskin, G. Watt // The European Physical Journal C. — 2010. — Vol. 66. — P. 163.
16. Investigation of beauty production and parton shower effects at LHC [Text] / H. Jung, M. Krämer, A. V. Lipatov, N. P. Zotov // Physical Review D. — 2012. — Vol. 85. — P. 034035.
17. Nefedov, M. A. Dijet azimuthal decorrelations at the LHC in the parton Reggeization approach [Text] / M. A. Nefedov, V. A. Saleev, A. V. Shipilova // Physical Review D. — 2013. — Vol. 87. — P. 094030.
18. Saleev, V. A. Inclusive b -jet and bb -dijet production at the LHC via Reggeized gluons [Text] / V. A. Saleev, A. V. Shipilova // Physical Review D. — 2012. — Vol. 86. — P. 034032.
19. New mechanisms for double charmed meson production at the LHCb [Text] / R. Maciula, V. A. Saleev, A. V. Shipilova, A. Szczurek // Physics Letters B. — 2016. — Vol. 758. — P. 458.
20. Karpishkov, A. V. Large- p_T production of D mesons at the LHCb in the parton Reggeization approach [Text] / A. V. Karpishkov, V. A. Saleev, A. V. Shipilova // Phys. Rev. D. — 2016. — Vol. 94. — P. 114012.
21. B -meson production in the Parton Reggeization Approach at Tevatron and the LHC [Text] / A. V. Karpishkov, M. A. Nefedov, V. A. Saleev, A. V. Shipilova // Int. J. Mod. Phys. A. — 2015. — Vol. 30. — P. 1550023.
22. Kniehl, B. A. Prompt-photon plus jet associated photoproduction at HERA in the parton Reggeization approach [Text] / B. A. Kniehl, M. A. Nefedov, V. A. Saleev // Physical Review D. — 2014. — Vol. 89. — P. 114016.

23. van Hameren, A. BCFW recursion for TMD parton scattering [Text] / A. van Hameren, M. Serino // Journal of High Energy Physics. — 2015. — Vol. 07. — P. 010.
24. van Hameren, A. QCD amplitudes with 2 initial spacelike legs via generalised BCFW recursion [Text] / A. van Hameren, K. Kutak, M. Serino // Journal of High Energy Physics. — 2017. — Vol. 02. — P. 009.
25. van Hameren, A. KaTie: For parton-level event generation with k_T -dependent initial states [Text] / A. van Hameren // Comput. Phys. Commun. — 2018. — Vol. 224. — P. 371–380.
26. Reconciling Open-Charm Production at the Fermilab Tevatron with QCD [Text] / B. A. Kniehl, G. Kramer, I. Schienbein, H. Spiesberger // Phys. Rev. Lett. — 2006. — Vol. 96. — P. 012011.
27. Gribov, V. N. Deep inelastic ep scattering in perturbation theory [Text] / V. N. Gribov, L. N. Lipatov // Soviet Journal of Nuclear Physics. — 1972. — Vol. 15. — P. 438.
28. Докшицер, Ю. Л. Вычисление структурных функций глубоконеупругого рассеяния и e^+e^- -аннигиляции по теории возмущений в квантовой хромодинамике [Текст] / Ю. Л. Докшицер // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1977. — Т. 73. — С. 1216.
29. Altarelli, G. Asymptotic freedom in parton language [Text] / G. Altarelli, G. Parisi // Nuclear Physics B. — 1977. — Vol. 126. — P. 298.
30. Кураев, Э. А. Мульти-реджеонные процессы в теории Янга-Миллса [Текст] / Э. А. Кураев, Л. Н. Липатов, В. С. Фадин // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1976. — Т. 71. — С. 840.
31. Балицкий, Я. И. Сингулярность Померанчука в квантовой хромодинамике [Текст] / Я. И. Балицкий, Л. Н. Липатов // Ядерная Физика. — 1978. — Т. 28. — С. 1597.
32. Fadin, V. S. On the Pomeranchuk singularity in asymptotically free theories [Text] / V. S. Fadin, E. A. Kuraev, L. N. Lipatov // Phys. Lett. B. — 1975. — Vol. 60. — P. 50–52.
33. Bartels, J. NLO inclusive jet production in k_T -factorization [Text] / J. Bartels, A. Sabio Vera, F. Schwennsen // JHEP. — 2006. — Vol. 11. — P. 051.

34. Fadin, V. S. Calculation of Reggeon vertices in QCD [Text] / V. S. Fadin, R. Fiore // Phys. Rev. D. — 2001. — Vol. 64. — P. 114012.
35. van Hameren, A. Scattering amplitudes with off-shell quarks [Text] / A. van Hameren, K. Kutak, T. Salwa // Phys.Lett. B. — 2013. — Vol. 727. — P. 226.
36. van Hameren, A. Helicity amplitudes for high-energy scattering [Text] / A. van Hameren, P. Kotko, K. Kutak // JHEP. — 2013. — Vol. 01. — P. 078.
37. Watt, G. Unintegrated parton distributions and inclusive jet production at HERA [Text] / G. Watt, A. D. Martin, M. G. Ryskin // Eur. Phys. J. C. — 2003. — Vol. 31. — P. 73–89.
38. Ciafaloni, M. Coherence effects in initial jets at small Q^2/s [Text] / M. Ciafaloni // Nucl. Phys. B. — 1988. — Vol. 296. — P. 49–74.
39. Catani, S. QCD coherence in initial state radiation [Text] / S. Catani, F. Fiorani, G. Marchesini // Phys. Lett. B. — 1990. — Vol. 234. — P. 339–345.
40. Catani, S. Small- x behaviour of initial state radiation in perturbative QCD [Text] / S. Catani, F. Fiorani, G. Marchesini // Nucl. Phys. B. — 1990. — Vol. 336. — P. 18–85.
41. TMDlib and TMDplotter: library and plotting tools for transverse-momentum-dependent parton distributions [Text] / F. Hautmann, H. Jung, M. Krämer [et al.] // Eur. Phys. J. C. — 2014. — Vol. 74. — P. 3220.
42. Kniehl, B. A. Charmonium production at high energy in the k_T -factorization approach [Text] / B. A. Kniehl, V. A. Saleev, D. V. Vasin // Phys. Rev. D. — 2006. — Vol. 73. — P. 074022.
43. Kniehl, B. A. Bottomonium production in the Regge limit of QCD [Text] / B. A. Kniehl, V. A. Saleev, D. V. Vasin // Phys. Rev. D. — 2006. — Vol. 74. — P. 014024.
44. Saleev, V. A. Direct J/ψ and ψ' hadroproduction via fragmentation in the collinear parton model and k_T -factorization approach [Text] / V. A. Saleev, D. V. Vasin // Phys. Rev. D. — 2003. — Vol. 68. — P. 114013.
45. Saleev, V. A. Hadroproduction of direct J/ψ and ψ' mesons in the fragmentation of gluons and c quarks at high energies [Text] / V. A. Saleev, D. V. Vasin // Physics of Atomic Nuclei. — 2005. — Vol. 68. — P. 94.

46. Saleev, V. A. Prompt J/ψ production in the Regge limit of QCD: From the Tevatron to the LHC [Text] / V. A. Saleev, M. A. Nefedov, A. V. Shipilova // Physical Review D. — 2012. — Vol. 85. — P. 074013.
47. Abe, F. J/ψ and $\psi(2S)$ Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [Text] / F. Abe, [et. al.] – CDF Collaboration // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 79. — P. 572.
48. Abe, F. Production of J/ψ Mesons from χ_c Meson Decays in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [Text] / F. Abe, [et. al.] – CDF Collaboration // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 79. — P. 578.
49. Affolder, T. Measurement of J/ψ and $\psi(2S)$ Polarization in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [Text] / T. Affolder, [et. al.] – CDF Collaboration // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 85. — P. 2886.
50. Acosta, D. Measurement of J/ψ meson and b -hadron production cross sections in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV [Text] / D. Acosta, [et. al.] – CDF Collaboration // Phys. Rev. D. — 2005. — Vol. 71. — P. 032001.
51. Abe, F. Υ Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [Text] / F. Abe, [et. al.] – CDF Collaboration // Phys. Rev. Lett. — 1995. — Vol. 75. — P. 4358.
52. Acosta, D. Υ Production and Polarization in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV [Text] / D. Acosta, [et. al.] – CDF Collaboration // Phys. Rev. Lett. — 2002. — Vol. 88. — P. 161802.
53. Abazov, V. M. Measurement of Inclusive Differential Cross Sections for $\Upsilon(1S)$ Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV [Text] / V. M. Abazov, [et. al.] – DØ Collaboration // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 94. — P. 232001. — [Erratum: Phys. Rev. Lett. — 2008. — Vol. 100. — P. 049902].
54. Aad, G. Measurement of upsilon production in 7 TeV pp collisions at ATLAS [Text] / G. Aad, [et. al.] – ATLAS Collaboration // Phys. Rev. D. — 2013. — Vol. 87. — P. 052004.
55. Khachatryan, V. Upsilon production cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / V. Khachatryan, [et. al.] – CMS Collaboration // Phys. Rev. D. — 2011. — Vol. 83. — P. 112004.
56. Aaij, R. Measurement of Υ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / R. Aaij, [et. al.] – LHCb Collaboration // Eur. Phys. J. C. — 2012. — Vol. 72. — P. 2025.

57. Martin, A. D. MRST partons generated in a fixed-flavor scheme [Text] / A. D. Martin, W. J. Stirling, R. S. Thorne // Phys. Lett. B. — 2011. — Vol. 636. — P. 259–264.
58. Mele, B. The fragmentation function for heavy quarks in QCD [Text] / B. Mele, P. Nason // Nucl. Phys. B. — 1991. — Vol. 361. — P. 626.
59. Kniehl, B. A. Charmed-hadron fragmentation functions from CERN LEP1 revisited [Text] / B. A. Kniehl, G. Kramer // Physical Review D. — 2006. — Vol. 74. — P. 037502.
60. Ackerstaff, K. Measurement of $f(c \rightarrow D^{*+}X)$, $f(b \rightarrow D^{*+}X)$ and $\Gamma_{c\bar{c}}/\Gamma_{had}$ using $D^{*\pm}$ mesons [Text] / K. Ackerstaff, [et. al.] – OPAL Collaboration // Eur. Phys. J. C. — 1998. — Vol. 1. — P. 439–459.
61. Alexander, G. A study of charm hadron production in $Z^0 \rightarrow c\bar{c}$ and $Z^0 \rightarrow b\bar{b}$ decays at LEPdecays at LEP [Text] / G. Alexander, [et. al.] – OPAL Collaboration // Z. Phys. C – Particles and Fields. — 1996. — Vol. 72. — P. 1–16.
62. Inclusive charmed-meson production at the CERN LHC [Text] / B. A. Kniehl, G. Kramer, I. Schienbein, H. Spiesberger // Eur. Phys. J. C. — 2012. — Vol. 72. — P. 2082.
63. Acosta, D. Measurement of Prompt Charm Meson Production Cross Sections in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV [Text] / D. Acosta, [et. al.] – CDF II Collaboration // Phys. Rev. Lett. — 2003. — Vol. 91. — P. 241804.
64. Abelev, B. Measurement of charm production at central rapidity in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 2.76$ TeV [Text] / B. Abelev, [et. al.] – ALICE Collaboration // Journal of High Energy Physics. — 2012. — Vol. 1207. — P. 191.
65. Abelev, B. Measurement of charm production at central rapidity in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / B. Abelev, [et. al.] – ALICE Collaboration // Journal of High Energy Physics. — 2012. — Vol. 01. — P. 128.
66. Theoretical predictions for charm and bottom production at the LHC [Text] / M. Cacciari, S. Frixione, N. Houdeau [et al.] // Journal of High Energy Physics. — 2012. — Vol. 1210. — P. 137.
67. Finite-mass effects on inclusive B -meson hadroproduction [Text] / B. A. Kniehl, G. Kramer, I. Schienbein, H. Spiesberger // Physical Review D. — 2008. — Vol. 77. — P. 014011.

68. Heister, A. Study of the fragmentation of b quarks into B mesons at the Z peak [Text] / A. Heister, [et. al.] – ALEPH Collaboration // Physics Letters B. – 2001. – Vol. 512. – P. 30–48.
69. Abbiendi, G. Inclusive analysis of the b quark fragmentation function in Z decays at LEP [Text] / G. Abbiendi, [et. al.] – OPAL Collaboration // The European Physical Journal C. – 2003. – Vol. 29. – P. 463.
70. Abe, K. Measurement of the b -quark fragmentation function in Z^0 decays [Text] / K. Abe, [et. al.] – SLD Collaboration // Phys. Rev. D. – 2002. – Vol. 65. – P. 092006. – [Erratum: Phys. Rev. D. – 2002. – Vol. 66. – P. 079905(E)].
71. Abulencia, A. Measurement of the B^+ production cross section in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1960$ GeV [Text] / A. Abulencia, [et. al.] – CDF Collaboration // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 75. – P. 012010.
72. Chatrchyan, S. Measurement of the B^0 Production Cross Section in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / S. Chatrchyan, [et. al.] – CMS Collaboration // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – P. 252001.
73. Khachatryan, V. Measurement of the B^+ Production Cross Section in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / V. Khachatryan, [et. al.] – CMS Collaboration // Phys. Rev. Lett. – 2011. – Vol. 106. – P. 112001.
74. Chatrchyan, S. Measurement of the B_s^0 Production Cross Section with $B_s^0 \rightarrow J/\psi\phi$ Decays in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / S. Chatrchyan, [et. al.] – CMS Collaboration // Phys. Rev. D. – 2011. – Vol. 84. – P. 052008.
75. Inclusive B -meson production at the LHC in the general-mass variable-flavor-number scheme [Text] / B. A. Kniehl, G. Kramer, I. Schienbein, H. Spiesberger // Physical Review D. – 2011. – Vol. 84. – P. 094026.
76. Aaij, R. Measurement of B meson production cross-sections in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / R. Aaij, [et. al.] – LHCb Collaboration // Journal of High Energy Physics. – 2013. – Vol. 1308. – P. 117.

77. Aaij, R. Observation of double charm production involving open charm in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV [Text] / R. Aaij, [et. al.] – LHCb Collaboration // Journal of High Energy Physics. — 2012. — Vol. 1206. — P. 141.
78. Kramer, G. Inclusive D^* Production in Photon-Photon Collisions at Next-to-Leading Order QCD [Text] / G. Kramer, H. Spiesberger // Eur. Phys. J. C. — 2001. — Vol. 22. — P. 289.
79. Kramer, G. Inclusive D^* production in gamma gamma collisions: Including the single resolved contribution with massive quarks [Text] / G. Kramer, H. Spiesberger // Eur. Phys. J. C. — 2003. — Vol. 28. — P. 495.
80. Kramer, G. Inclusive photoproduction of D^* mesons with massive charm quarks [Text] / G. Kramer, H. Spiesberger // Eur. Phys. J. C. — 2004. — Vol. 38. — P. 309.
81. Inclusive $D^{*\pm}$ production in $p\bar{p}$ collisions with massive charm quarks [Text] / B. A. Kniehl, G. Kramer, I. Schienbein, H. Spiesberger // Physical Review D. — 2005. — Vol. 71. — P. 014018.
82. Collinear Subtractions in Hadroproduction of Heavy Quarks [Text] / B. A. Kniehl, G. Kramer, I. Schienbein, H. Spiesberger // Eur. Phys. J. C. — 2005. — Vol. 41. — P. 199.
83. Cacciari, M. The p_T Spectrum in Heavy-Flavour Hadroproduction [Text] / M. Cacciari, M. Greco, P. Nason // JHEP. — 1998. — Vol. 05. — P. 007.
84. Cacciari, M. Charm Cross Sections for the Tevatron Run II [Text] / M. Cacciari, P. Nason // JHEP. — 2003. — Vol. 0309. — P. 006.
85. Aaltonen, T. Measurement of the $b\bar{b}$ cross section using a dedicated trigger in $p\bar{p}$ collisions at 1.96 TeV [Electronic resource] // [CDF note 8939]. — [S. l. : s. n.], 2007. — URL: <http://www-cdf.fnal.gov/physics/new/qcd/QCD.html>.
86. Aad, G. Measurement of the inclusive and dijet cross-sections of b -jets in pp collisions at $\sqrt{S} = 7$ TeV with the ATLAS detector [Text] / G. Aad, [et. al.] – ATLAS Collaboration // The European Physical Journal C. — 2011. — Vol. 71. — P. 1846.
87. Khachatryan, V. Measurement of $B\bar{B}$ angular correlations based on secondary vertex reconstruction at $\sqrt{S} = 7$ TeV [Text] / V. Khachatryan, [et. al.] – CMS Collaboration // Journal of High Energy Physics. — 2011. — Vol. 1103. — P. 136.

88. Kniehl, B. A. Inclusive b and $b\bar{b}$ production with quasi-multi-Regge kinematics at the Tevatron [Text] / B. A. Kniehl, V. A. Saleev, A. V. Shipilova // Physical Review D. — 2010. — Vol. 81. — P. 094010.
89. Hahn, T. Generating Feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3 [Text] / T. Hahn // Comput. Phys. Commun. — 2001. — Vol. 140. — P. 418–431.
90. Mertig, R. FEYN CALC: Computer algebraic calculation of Feynman amplitudes [Text] / R. Mertig, M. Bohm, A. Denner // Comput. Phys. Commun. — 1991. — Vol. 64. — P. 345–359.
91. T. Hahn, M. Perez-Victoria. Automatized One-Loop Calculations in 4 and D dimensions [Text] / M. Perez-Victoria T. Hahn // Comput. Phys. Commun. — 1999. — Vol. 118. — P. 153.
92. Binnewies, J. Inclusive B -meson production in e^+e^- and $p\bar{p}$ collisions [Text] / J. Binnewies, B. A. Kniehl, G. Kramer // Physical Review D. — 1998. — Vol. 58. — P. 034016.
93. Cacciari, M. The anti- $k(t)$ jet clustering algorithm [Text] / M. Cacciari, G. P. Salam, G. Soyez // Journal of High Energy Physics. — 2008. — Vol. 0804. — P. 063.
94. Karpishkov, A. V. $B\bar{B}$ angular correlations at the LHC in the parton Reggeization approach merged with higher-order matrix elements [Text] / A. V. Karpishkov, M. A. Nefedov, V. A. Saleev // Physical Review D. — 2017. — Vol. 96. — P. 096019.
95. Quigg, C. Quantum Mechanics with Applications to Quarkonium [Text] / C. Quigg, J. L. Rosner // Phys. Rept. — 1979. — Vol. 56. — P. 167.
96. Bodwin, G. T. Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium [Text] / G. T. Bodwin, E. Braaten, G. P. Lepage // Phys. Rev. D. — 1995. — Vol. 51. — P. 1125.
97. Aaij, R. Production of associated Υ and open charm hadrons in pp collisions at $\sqrt{S} = 7$ and 8 TeV via double parton scattering [Text] / R. Aaij, [et. al.] – LHCb Collaboration // Journal of High Energy Physics. — 2016. — Vol. 1607. — P. 052.
98. Nefedov, M. A. Prompt $\Upsilon(nS)$ production at the LHC in the Regge limit of QCD [Text] / M. A. Nefedov, V. A. Saleev, A. V. Shipilova // Phys. Rev. D. — 2013. — Vol. 88. — P. 014003.

99. Diehl, M. Double parton scattering theory overview [Text] / M. Diehl, J. R. Gaunt // Adv.Ser.Direct.High Energy Phys. — 2018. — Vol. 29. — P. 7–28.
100. Aurenche, P. Direct Photon Production Beyond Leading Order in QCD [Text] / P. Aurenche, J. Lindfors // Nucl. Phys. B. — 1980. — Vol. 168. — P. 296.
101. Prompt photon production at large p(T) in QCD Beyond the Leading Order [Text] / P. Aurenche, A. Douiri, R. Baier [et al.] // Phys. Lett. B. — 1984. — Vol. 140. — P. 87.
102. Single Hadron Spectrum in $\gamma\gamma$ Collisions: The QCD Contribution to Order α_s and the Nonperturbative Background [Text] / P. Aurenche, A. Douiri, R. Baier [et al.] // Zeit. Phys. C. — 1985. — Vol. 29. — P. 423.
103. Owens., J. F. Large-momentum-transfer production of direct photons, jets, and particles [Text] / J. F. Owens. // Rev. Mod. Phys. — 1987. — Vol. 59. — P. 465.
104. Large- p_T photon plus opposite-side jet events and the gluon distribution in the nucleon [Text] / A. P. Contogouris, N. Mebarki, E. N. Argyres, S. D. P. Vlassopoulos // Phys. Rev. D. — 1987. — Vol. 35. — P. 1584.
105. Gluon content of the nucleon probed with real and virtual photons [Text] / P. Aurenche, R. Baier, M. Fontannaz [et al.] // Phys. Rev. D. — 1989. — Vol. 39. — P. 3275.
106. Vogelsang, W. Constraints on the proton's gluon distribution from prompt photon production [Text] / W. Vogelsang, A. Vogt // Nucl. Phys. B. — 1995. — Vol. 453. — P. 334.
107. Parton distributions: a new global analysis [Text] / A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling, R. S. Thorne // Eur. Phys. J. C. — 1998. — Vol. 4. — P. 463.
108. Bandurin, D. V. On the application of «photon+jet» process for setting the absolute scale of jet energy and determining the gluon distribution at the Tevatron in Run II [Text] / D. V. Bandurin, N. B. Skachkov // Phys. Part. Nucl. — 2004. — Vol. 35. — P. 66.
109. Sensitivity of the LHC isolated-gamma+jet data to the parton distribution functions of the proton [Text] / L. Carminati, G. Costa, D. d'Énterria [et al.] // Eur. Phys. Lett. — 2013. — Vol. 101. — P. 61002.
110. d'Énterria, D. Quantitative constraints on the gluon distribution function in the proton from collider isolated-photon data [Text] / D. d'Énterria, J. Rojo // Nucl. Phys. B. — 2012. — Vol. 860. — P. 311.

111. Abazov, V. M. Measurement of the differential cross section of photon plus jet production in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV [Text] / V. M. Abazov, [et. al.] – DØ Collaboration // Phys. Rev. D. — 2013. — Vol. 88. — P. 072008.
112. Sjöstrand, T. PYTHIA 6.4 physics and manual [Text] / T. Sjöstrand, S. Mrenna, P. Z. Skands // J. High Energy Phys. — 2006. — Vol. 05. — P. 026.
113. Berger, E. L. Understanding the cross section for isolated prompt photon production [Text] / E. L. Berger, J. W. Qiu // Phys. Lett. B. — 1990. — Vol. 248. — P. 371.
114. Glück, M. Photonic parton distributions [Text] / M. Glück, E. Reya, A. Vogt // Phys. Rev. D. — 1992. — Vol. 46. — P. 1973.
115. Cross section of isolated prompt photons in hadron-hadron collisions [Text] / S. Catani, M. Fontannaz, J.-P. Guillet, E. Pilon // J. High Energy Phys. — 2002. — Vol. 05. — P. 028.
116. Del Fabbro, A. Double parton scattering background to Higgs boson production at the CERN LHC [Text] / A. Del Fabbro, D. Treleani // Phys. Rev. D. — 2000. — Vol. 61. — P. 077502.
117. Del Fabbro, A. Double parton scatterings in b -quark pair production at the CERN LHC [Text] / A. Del Fabbro, D. Treleani // Phys. Rev. D. — 2002. — Vol. 66. — P. 074012.
118. Hussein, M. Y. A Double Parton Scattering Background to Associate WH and ZH Production at the LHC [Text] / M. Y. Hussein // Nucl. Phys. Proc. Suppl. — 2007. — Vol. 174. — P. 55.
119. Berger, E. L. Characteristics and estimates of double parton scattering at the Large Hadron Collider [Text] / E. L. Berger, C. B. Jackson, G. Shaughnessy // Phys. Rev. D. — 2010. — Vol. 81. — P. 014014.
120. Bandurin, D. V. Double parton interactions as a background to associated HW production at the Tevatron [Text] / D. V. Bandurin, G. A. Golovanov, N. B. Skachkov // J. High Energy Phys. — 2011. — Vol. 04. — P. 054.
121. Abazov, V. M. Study of double parton interactions in $diphoton + dijet$ events in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV [Text] / V. M. Abazov, [et. al.] – DØ Collaboration // Physical Review D. — 2016. — Vol. 93. — P. 052008.