

ОБЪЕДИНЁННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

Куликов Кирилл Вячеславович

**Особенности динамики и вольт-амперных  
характеристик джозефсоновских наноструктур,  
обусловленные резонансными, топологическими и  
неравновесными явлениями**

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна – 2018

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики имени Н. Н. Боголюбова  
Объединённого института ядерных исследований.

Научный руководитель: **Шукринов Юрий Маджнунович**  
д. ф.-м. н., в. н. с. Лаборатории теоретической физики  
им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ

Научный консультант: **Рахмонов Илхом Рауфович**  
к. ф.-м. н., с. н. с. Лаборатории теоретической физики  
им. Н. Н. Боголюбова ОИЯИ

Официальные оппоненты: **Мельников Александр Сергеевич**  
д. ф.-м. н., заведующий лабораторией 122 (Теории мезо-  
скопических систем) отдела физики сверхпроводников  
ИФМ РАН, филиал Федерального исследовательского  
центра ИПФ РАН

**Соловьев Игорь Игоревич**  
к. ф.-м. н., в. н. с. Отдела микроэлектроники Лабора-  
тории физики наноструктур НИИЯФ МГУ

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное научное учре-  
ждение Институт радиотехники и электроники им. В. А.  
Котельникова РАН

Защита состоится \_\_\_\_\_ 2018 г. в \_\_\_\_\_ на заседании диссертаци-  
онного совета Д 720.001.01 при Объединённом институте ядерных исследований  
(Лаборатория теоретической физики) по адресу: 141980, г. Дубна, Московской об-  
ласти, ул. Жолио-Кюри, д. 6.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте Объединённо-  
го института ядерных исследований ([http://wwinfo.jinr.ru/announce\\_disser.htm](http://wwinfo.jinr.ru/announce_disser.htm)).

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

Учёный секретарь

диссертационного совета

Д 720.001.01, к. ф.-м. н.

Быстрицкий Юрий Михайлович

# Общая характеристика работы

## 1. Актуальность темы исследования

Одним из наиболее перспективных объектов джозефсоновских наносистем являются высокотемпературные сверхпроводники (ВТСП) [1, 2, 3, 4]. Популярность ВТСП систем связана не только с высокой критической температурой, дающей надежду получить сверхпроводимость при комнатной температуре, но и с обнаруженным интенсивным когерентным терагерцовым электромагнитным излучением из таких систем, что дает широкие возможности для различных применений [5]. ВТСП материалы, такие как  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$ , являются слоистыми материалами, где сверхпроводящие (S-слои) и диэлектрические слои образуют систему связанных джозефсоновских переходов (СДП) [6]. Таким образом, наблюдаемый сигнал в терагерцовой области является излучением из системы СДП. Основными направлениями исследований в этой области служат определение механизма излучения и поиск новых возможностей для увеличения его мощности, которая, согласно последним данным, составляет от 150 до 600 мкВт при частоте 0,5 ТГц с использованием нескольких последовательно соединенных систем СДП. Особый интерес представляет то, что пик интенсивности излучения связан с некоторой областью на вольт-амперной характеристике (ВАХ), где наблюдается параметрический резонанс [7, 8]. В работе [8] было показано, что при параметрическом резонансе на S-слое возникают колебания заряда, которые могут иметь сложный характер в зависимости от числа переходов в стеке, параметра связи, параметра диссипации и граничных условий. Фурье-анализ временной зависимости заряда на S-слое показывает наличие различных частот в спектре, в частности, частоту Джозефсона, частоту продольной плазменной волны (ППВ) и их комбинации. Наблюдаемая ППВ может быть получена в виде решения системы уравнений в рамках модели емкостно-связанных джозефсоновских переходов (ССJJ-модели). Эта модель была предложена Кояма и Тачики [9] для описания ВТСП материалов. ППВ возбуждается в стеке джозефсоновскими колебаниями [10], частота которых  $\omega_J$  определяется напряжением на переходе, и распространяется перпендикулярно плоскости слоев, а параметрический резонанс реализуется при  $\omega_J = 2\omega_{LPW}$ , где  $\omega_{LPW}$  - частота ППВ [11, 7]. Это означает, что име-

ется резонансная точка, в которой в стеке переходов создается ППВ с определенным волновым числом.

Интересной особенностью эффекта Джозефсона является захват колебаний фазы каждого перехода частотой внешнего электромагнитного излучения, что приводит к появлению ступенек Шапиро на ВАХ при заданных значениях напряжения [12]. Приборы, основанные на этом эффекте, широко используются в качестве стандартов напряжения [13, 14]. Захват частоты приводит также к синхронизации колебаний фазы в системе СДП в области ступеньки. Детальное изучение ступенек Шапиро в системе СДП при разных резонансных условиях открывает интересную область исследований с потенциалом для различных применений. Еще одна особенность проявляется при рассмотрении системы СДП шунтированной резонансным контуром [15, 16, 17, 18, 19]. На ВАХ такой системы появляются новые резонансные ветви, которые могут приводить к появлению дополнительного параметрического резонанса, а ступенька Шапиро демонстрирует изменение свойств в области резонансной ветви [20, 21]. Таким образом, шунтирование позволяет эффективно контролировать и манипулировать резонансными особенностями, которые потенциально полезны в сверхпроводящей электронике.

Другим интенсивно развивающимся направлением применения джозефсоновских наносистем является индустрия квантовых компьютеров. Огромный интерес в этой области в последние годы привлекают майорановские фермионы (частицы, которые являются своей собственной античастицей и описываемые реальными волновыми функциями) в связи с тем, что такие фермионы могут быть использованы как кубиты в квантовом компьютере. Было выдвинуто несколько предложений по обнаружению таких фермионов в системах конденсированного состояния [22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30]. В частности, майорановские фермионы могут быть реализованы как локализованные внутрищелевые состояния в сверхпроводнике с триплетным  $p$ -спариванием [26, 27, 28, 29]. Такие состояния также могут возникать на концах одномерной (1D) сверхпроводящей проволоки с сильной спин-орбитальной связью находящейся в магнитном поле [27, 28]. ДП в присутствии майорановских связанных состояний показывает  $4\pi$ -периодичность колебаний сверхпроводящего тока [31], а ВАХ такого ДП, в отличие от его тривиальных аналогов, демон-

стрирует только четные ступени Шапиро. Эта особенность носит название дробного эффекта Джозефсона и в последние годы активно исследуется в различных системах, так как представляет собой экспериментальное свидетельство образования таких состояний [32].

Экспериментальное обнаружение майорановских связанных состояний основывается, в основном, либо на обнаружении дробного эффекта Джозефсона [33], либо на измерении пика туннельной проводимости внутри сверхпроводящей щели [34]. Однако, экспериментальные измерения пика проводимости [35] показали, что он не приводит к ожидаемому значению  $2e^2/h$  туннельной проводимости и слабо защищен от помех [36, 37]. Вследствие чего, обнаружение четных ступеней Шапиро обеспечивает более надежный способ детектирования майорановских фермионов. Он представляет собой фазово-чувствительный метод, который свободен от влияния беспорядка [32]. Следовательно, дробный эффект Джозефсона в переходах с нетривиальными барьерами является одним из наиболее перспективных методов обнаружения майорановских фермионов в системах конденсированного состояния [38, 39].

Еще одной областью применения джозефсоновских наносистем является сверхпроводящая спинтроника. Основной задачей в этой области, является изучение спинового тока в твердотельных веществах. Большая часть эффектов в ней основана на связи зарядовой и спиновой степеней свободы, что делает актуальным исследование неравновесных эффектов, связанных с зарядовым и спиновым разбалансом [40, 41, 42, 43, 44, 45, 46].

Неравновесные эффекты, возникающие при стационарной инжекции тока в слоистые сверхпроводящие материалы, изучались в работах [47, 48, 49, 50, 51, 52]. Фактически, из-за того, что заряд не экранирует в S-слоях, сформированная система СДП в высокотемпературных сверхпроводниках не может находиться в равновесном состоянии при любом значении электрического тока [9, 53]. Влияние зарядовой связи на колебания джозефсоновской плазмы было подчеркнуто в работах [51, 9]. Однако разбаланс заряда в систематической теории возмущений рассматривается лишь косвенно, поскольку он индуцируется флуктуациями скалярного потенциала [47, 50], и только в работе [54], он учитывается как независимая степень свободы,

и, следовательно, ее результаты сильно отличаются от предыдущих.

Экспериментальные свидетельства существования неравновесных эффектов в системе СДП были получены в работе [55] и были объяснены разбалансом заряда в сверхпроводящих слоях, создаваемом инжекцией квазичастичного тока. В основе эксперимента лежала идея накопления заряда на S-слоях между резистивным и сверхпроводящим переходами под воздействием тока смещения. Ток через резистивный переход осуществляется в основном квазичастицами, а ток через барьер в сверхпроводящем состоянии переносится куперовскими парами. Это приводит к флуктуациям заряда сверхпроводящего конденсата в S-слоях, что может вызвать сдвиг химического потенциала конденсата и разбаланс ветвей спектра элементарных возбуждений квазичастиц. В работе [55] также экспериментально наблюдался сдвиг ступеньки Шапиро по напряжению от ее канонического значения.

Ответ на вопрос о том, насколько сильны неравновесные эффекты в реальной системе, важен для разных приложений. В настоящей диссертации предполагается ответить на этот вопрос. Изучение неравновесных эффектов, создаваемых инжекцией тока в связанной системе джозефсоновских переходов, было представлено в работе [56], в которой было показано как неравновесный параметр влияет на структуру ветвей ВАХ при разных значениях связи и параметра Мак-Камбера. Однако влияние внешнего излучения на разбаланс заряда не было принято во внимание.

## 2. Цели и задачи работы

*Основная цель работы* состояла в исследовании фазовой динамики и вольт-амперных характеристик системы связанных джозефсоновских переходов в слоистых сверхпроводниках, их топологических, неравновесных и резонансных свойств.

Был поставлен ряд задач по исследованию резонансных свойств системы СДП, шунтированной резонансным контуром. В частности, изучить воздействие резонансов сформированного контура на возникающую в системе продольную плазменную волну и исследовать воздействие внешнего периодического воздействия на неравновесные свойства такой системы.

Одной из задач работы по исследованию системы СДП являлось изучение влияния неравновесных условий, в частности зарядового разбаланса, на ВАХ ВТСП, а

также на отклик такой системы на внешнее периодическое воздействие.

Значительный интерес представляла разработка новых методов детектирования майорановских связанных состояний в джозефсоновском переходе с топологически нетривиальным барьером. Предполагалось, рассмотреть такой переход в рамках модели ДП шунтированного емкостью и сопротивлением (RCSJ-модели), которая является более реалистичной по сравнению с моделью ДП без емкости (RSJ-модели).

Представленные задачи до настоящего времени не были исследованы.

### **3. Результаты работы, выносимые на защиту**

В работе показано сжатие амплитудной зависимости ширины ступеньки Шапиро на резонансной ветви, возникающей на ВАХ шунтированного LC-контуром джозефсоновского перехода. На этой основе предложен новый метод создания стандарта напряжения, позволяющий существенно уменьшить используемую мощность внешнего электромагнитного излучения.

Показано, что в системе связанных ДП временная зависимость полного напряжения стека отражает возникновение электрического заряда на сверхпроводящих слоях, что может служить основой метода его регистрации.

Предложен фазочувствительный метод обнаружения  $4\pi$ -периодичности сверхпроводящего тока в джозефсоновских наноструктурах, основанный на изменении свойств нечетных ступенек Шапиро и возникновении дополнительной последовательности субгармоник на ВАХ.

Показано, что зарядовый разбаланс ветвей спектра элементарных возбуждений приводит к наклону ступенек Шапиро на ВАХ, который возрастает с увеличением параметра неравновесности. Продемонстрировано распределение величины наклона ступеньки Шапиро вдоль стека, обусловленное наличием связи между джозефсоновскими переходами.

#### 4. Научная новизна и практическая значимость работы

Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми. В частности, впервые было показано изменение амплитудной зависимости ширины ступеньки Шапиро при ее расположении на резонансной ветви, на основе чего предложен новый метод создания стандарта напряжения, позволяющий существенно уменьшить мощность подаваемого внешнего сигнала. Проведено исследование возможности реализации дополнительного параметрического резонанса, возникающего в пределах интервала базового тока, соответствующего резонансной ветви образованного контура. Обнаружено, что амплитуды осцилляций напряжения стека и напряжения, измеренного через шунтирующий конденсатор, отражают заряд, возникающий на сверхпроводящих слоях, на основе чего был предложен экспериментальный метод определения величины заряда. Стоит отметить, что экспериментальное подтверждение наличия заряда на сверхпроводящих слоях ВТСП было получено только косвенно – по наблюдению продольной плазменной волны, и до настоящего времени нет экспериментальных результатов, демонстрирующих наличие заряда непосредственно.

Показано, что неравновесные эффекты, в частности зарядовый разбаланс ветвей спектра элементарных возбуждений, могут быть ответственны за наклон ступенек Шапиро на ВАХ. Было также показано, что непериодические граничные условия сдвигают ступеньку Шапиро в область меньших напряжений, что делает неоднозначной интерпретацию экспериментально найденного сдвига как результат разбаланса заряда.

Впервые был рассмотрен ДП с топологически нетривиальным барьером в рамках модели ДП шунтированного емкостью и сопротивлением (RCSJ-модель). Был предложен фазочувствительный метод обнаружения майорановских связанных состояний в джозефсоновских наноструктурах, основанный на субгармонической природе нечетных ступенек Шапиро и возникновении дополнительной последовательности сугармоник на ВАХ.

Практическая ценность диссертации состоит в том, что разработанные методы позволят проводить непосредственное сравнение полученных результатов с результатами экспериментальных исследований. В диссертации предсказывается ряд



новых эффектов, которые могут представлять интерес для экспериментального исследования.

## 5. Апробация работы

Результаты диссертации опубликованы в следующих 5 статьях входящих в список ВАК,

1. Yu. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov, K. V. Kulikov and P. Seidel / Effects of LC shunting on the Shapiro steps features of Josephson junction // EPL – 2015. – Vol. 110. – pp. 47001.
2. M. Maiti, K. M. Kulikov, K. Sengupta, and Y. M. Shukrinov / Josephson junction detectors for Majorana modes and Dirac fermions // Phys. Rev. B – 2015. – Vol. 92. – pp. 224501.
3. Yu. M. Shukrinov, M. Nashaat, K. V. Kulikov, R. Dawood, H. El Samman and Th. M. El Sherbini / Shapiro step at nonequilibrium conditions // EPL – 2016. – Vol. 115. – pp. 20003.
4. Yu. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov, K. V. Kulikov, A. E. Botha, A. Plecenik, P. Seidel, W. Nawrocki / Modelling of LC-shunted intrinsic Josephson junctions in high- $T_c$  superconductors // Supercond. Sci. Technol. – 2017. – Vol. 30. – pp. 024006.
5. K. V. Kulikov, R. Davud, E. P. Nakhmedov and Yu. M. Shukrinov / Josephson junction with two component of superconducting current // JETP – 2017. – Vol. 125. – No. 2. – pp. 334–340.

а также в следующих 12 статьях в других журналах и трудах конференций. В рамках диссертации было опубликовано учебное пособие для студентов старших курсов. Результаты работы представлены на 24 международных и всероссийских конференциях, а также ряде семинаров в России и за рубежом.

## 6. Личный вклад автора

Основные положения и выводы диссертации являются результатом самостоятельных исследований автора. В тех частях работ, выполненных в соавторстве, которые относятся к теме диссертации, автору принадлежат формализация задачи, проведенные численные расчеты и их интерпретация.

## 7. Структура и объем работы

В рамках данной кандидатской диссертации проведены всесторонние исследования особенностей ВАХ, обусловленные топологическими, неравновесными и резонансными явлениями в джозефсоновских наноструктурах.

**В первой главе** диссертации рассматривается система связанных джозефсоновских переходов, шунтированная резонансным контуром. Дано описание модели для системы СДП, шунтированной LC-элементами, а также описание методов расчета ВАХ и фазовой динамики. Электрическая схема рассматриваемой системы ДП с LC-шунтом представлена на Рис.1.

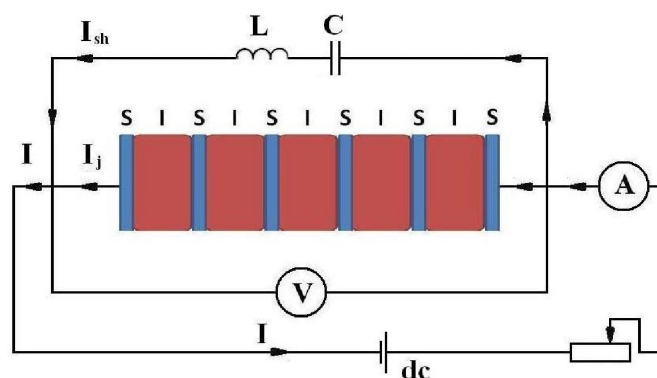


Рис. 1. Схема системы джозефсоновских переходов с LC-шунтированием

Динамика калибровочно-инвариантной разности фаз  $\varphi_l$  в  $l$ -ом ДП определяется следующей системой уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} = V_l - \alpha(V_{l+1} + V_{l-1} - 2V_l) \\ \frac{\partial V_l}{\partial t} = I + A \sin(\omega_R t) - \sin \varphi_l - \beta \frac{\partial \varphi_l}{\partial t} - C \frac{\partial u_c}{\partial t} \\ \frac{\partial^2 u_c}{\partial t^2} = \frac{1}{LC} \left( \sum_{l=1}^N V_l - u_c \right), \end{cases} \quad (1)$$

где все величины обезразмерены, а именно: базовый ток  $I$  нормирован на критический ток  $I_c$  ДП; время  $t$  – на обратную плазменную частоту  $\omega_p^{-1}$  (где плазменная частота  $\omega_p = \sqrt{\frac{2eI_c}{C_j \hbar}}$ , и в дальнейшем  $t$  используется для обозначения нормированного времени); напряжения  $V_l$  и  $u_c$  нормированы на  $V_0 = \frac{\hbar \omega_p}{2e}$ ; шунтирующая емкость  $C$  – на емкость ДП  $C_j$ , а шунтирующая индуктивность  $L$  – на  $(C_j \omega_p^2)^{-1}$ . В системе уравнений (1) введен также параметр диссипации в джозефсоновском переходе:  $\beta = \frac{1}{R_j} \sqrt{\frac{\hbar}{2eI_c C_j}} = \frac{1}{\sqrt{\beta_c}}$ , где  $\beta_c$  – параметр МакКамбера.

Система уравнений (1) решается численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка. Разность фаз  $\varphi_l(t)$  и напряжение  $V_l(t)$  рассчитываются как функции времени в определенном заданном интервале при фиксированном значении внешнего тока  $I$ . Методика расчета ВАХ и временной зависимости электрического заряда соответствует стандартной схеме и изложена в ряде работ [8, 11] и методическом пособии [57].

В данной главе представлены результаты исследования резонансных свойств одного ДП и проведен анализ их влияния на отклик на внешнее периодическое воздействие. Определена также зависимость ширины ступеньки Шапиро от амплитуды внешнего излучения. Как было показано в работах [58, 59], LC-шунтирование приводит к ступенчатой структуре на ВАХ. Однако эти ступени на самом деле являются ветвями [60], которые могут быть полностью восстановлены посредством изменения направления базового тока. Соответствующая ВАХ представлена на рис. 2. Она получается при решении системы уравнений (1), базовый ток меняется следующим образом: 01OEBABCDEFB0. ВАХ демонстрирует резонансную ветвь ( $rc$ -ветвь)  $AC$ , возникающую в результате резонанса джозефсоновских колебаний и собственных колебаний сформированного резонансного контура.

Обсудим теперь влияние внешнего электромагнитного излучения. Этот эффект

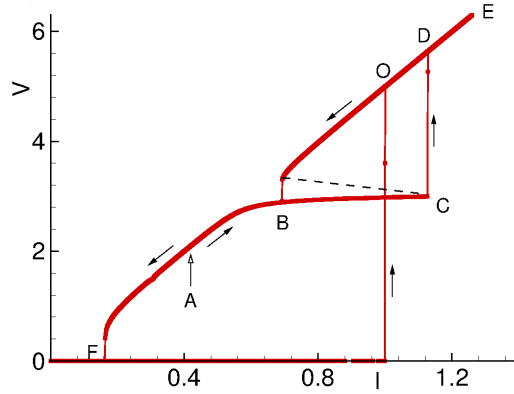


Рис. 2. ВАХ одного шунтированного ДП, рассчитанная при увеличении и уменьшении базового тока. Стрелки указывают направление изменения тока.

определяется членом  $A \sin \omega_R t$  в системе уравнений (1) и зависит от значения частоты  $\omega_R$  и амплитуды  $A$ . При облучении системы электромагнитной волной на ВАХ перехода появляются ступеньки Шапиро. Существенным изменениям подвергается амплитудная зависимость ширины ступеньки Шапиро, когда она находится на резонансной ветви системы. На рис. 3(а) показана зависимость ширины ступеньки от амплитуды при  $\omega_R = 2.7$  в случае без шунтирования (SS) и с шунтированием (SS-rc). Амплитудная зависимость ширины ступеньки Шапиро на *rc*-ветви существенно изменяется: наблюдается сжатие бесселевской зависимости. В результате при малых  $A$  ширина ступеньки в случае шунтирования больше, чем ширина ступеньки без шунтирования.

Интересной особенностью является тот факт, что первый максимум Бесселя появляется при гораздо меньшей амплитуде (мощности) внешнего электромагнитного излучения. Зависимость ширины ступеньки Шапиро от амплитуды внешнего излучения при частоте  $\omega_R = 3$  для шунтированного ДП представлена на рис. 3(б) (кривая отмеченная как *SS - rc*). Можно отметить существенные изменения по сравнению с результатами, представленными на рис. 3(а).

Изменение амплитудной зависимости ступеньки Шапиро, возникающее в резонансном состоянии, когда частота излучения совпадает с джозефсоновской частотой и частотой резонансного контура, представляет интерес не только с точки зрения фундаментальных исследований, но и может быть использовано в различных приложениях. Во многих случаях новые типы джозефсоновских переходов характеризу-

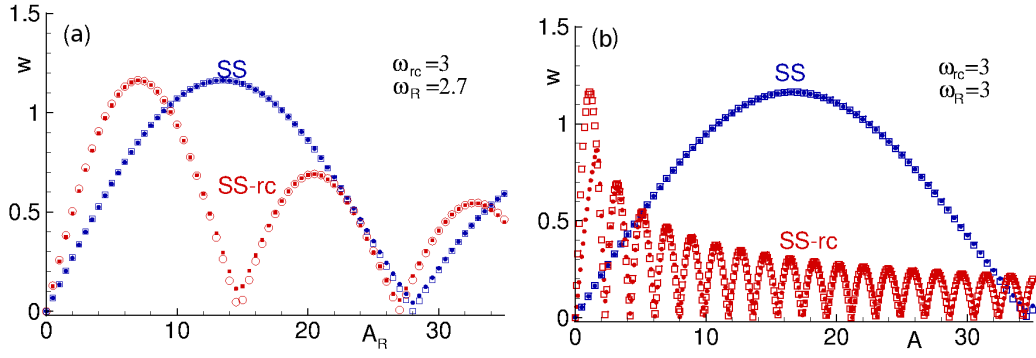


Рис. 3. (а) Амплитудная зависимость ширины ступеньки  $W$  на резонансной ветви (SS-rc) при  $\omega_R = 2.7$  по сравнению с зависимостью без шунтирования (SS). Точки показывают численно рассчитанную амплитудную зависимость ширины ступеньки Шапиро без шунтирования (SS, синие точки) и с шунтированием (SS-rc, красные точки). Квадраты показывают аналитические результаты для случая без шунтирования (SS, синие квадраты) и результаты подгонки для шунтированного ДП (SS-rc, красные квадраты). (б) То же, что и на рис. 3(а) при  $\omega_R = 3$ .

ются их откликом на микроволновое излучение, но часто доступная область частот для наблюдения того или иного явления мала и необходимая мощность источника микроволнового источника слишком велика. Таким образом, многие эффекты не могут наблюдаться в широком диапазоне [61], в частности, наличие напряжения на переходе в отсутствие приложенного к системе постоянного тока, вызванное переменным внешним электромагнитным полем (ступенька нулевого тока). В этом случае шунтирование перехода может увеличить диапазон мощности, в которой может наблюдаться ступенька нулевого тока, с использованием того же микроволнового источника, поскольку ступеньки Шапиро демонстрируют первый максимум амплитудной зависимости ширины при гораздо меньшей мощности излучения по сравнению с не шунтированным джозефсоновским переходом.

Во второй части этой главы показано возбуждение дополнительного параметрического резонанса в области резонансной ветви, возникающей в системе СДП с шунтированием. Здесь показано, что временная зависимость полного напряжения стека и, соответственно, временная зависимость напряжения на шунтирующем конденсаторе, отражают заряд, который возникает в сверхпроводящих слоях. Резонанс джозефсоновских осцилляций с колебаниями  $LC$ -контура действует как триггер для

дополнительного параметрического резонанса в системе связанных джозефсоновских переходов с  $LC$  шунтированием. Это приводит к появлению заряда на S-слоях в стеке и возбуждению продольной плазменной волны с частотой, равной половине джозефсоновской частоты [60].

Рис. 4 представляет временную зависимость заряда на шунтирующем конденсаторе (светлый, голубой) и в S-слое (темный, оранжевый) вместе с соответствующей частью ВАХ, включающей  $rc$ -ветвь. Расчеты выполнены для системы десяти ДП, шунтированных емкостью  $C = 0.002$  при трех значениях индуктивности. Как показано на рис. 4(a), электрический заряд в S-слоях при  $L = 42$  отсутствует. Заряд в шунтирующем конденсаторе рассчитан при увеличении базового тока. Отметим монотонное увеличение амплитуды колебаний заряда до резонансной точки  $\omega_J = \omega_{rc}^p$ , где  $\omega_{rc}^p$  - частота резонансного контура.

С увеличением  $L$  в S-слоях появляется электрический заряд, амплитуда осцилляций которого с ростом  $L$  увеличивается. При  $L = 45$  ( $\omega_{rc}^p = 3.367$ ), как видно на рис. 4(b), заряд в S-слое существует одновременно с зарядом в конденсаторе. Пунктирными линиями отмечен диапазон, в котором уменьшается амплитуда осцилляций заряда конденсатора, нарушая таким образом монотонное увеличение амплитуды колебаний в условиях резонанса. Этот диапазон уменьшенной амплитуды ясно просматривается на рис.4(c) при  $L = 48$ . Анализ распределения заряда в стеке показывает, что реализуется ППВ с длиной волны  $\lambda = 2d$ , где  $d$ -период стека. Пунктирные линии фактически указывают интервал базового тока, где существует ППВ. Уменьшение  $\omega_{rc}^p$  приводит к росту этого интервала тока. Теперь, для  $\omega_{rc}^p = 3.2596$ , заряд в S-слоях может быть зарегистрирован вдоль одной петлевой ВАХ после прыжка на резонансную ветвь с резистивной ветви с уменьшением базового тока.

На основании полученных результатов по исследованию динамики электрического заряда на сверхпроводящих слоях нами был предложен новый метод определения этого заряда, основанный на измерении мощности выделяемой на шунтирующем конденсаторе. Подчеркнем, что возникновение ППВ в стеке СДП важно для различных явлений в физике и связанных с ними приложениях. В частности, пока не исследовано влияние ППВ на когерентное электромагнитное излуче-

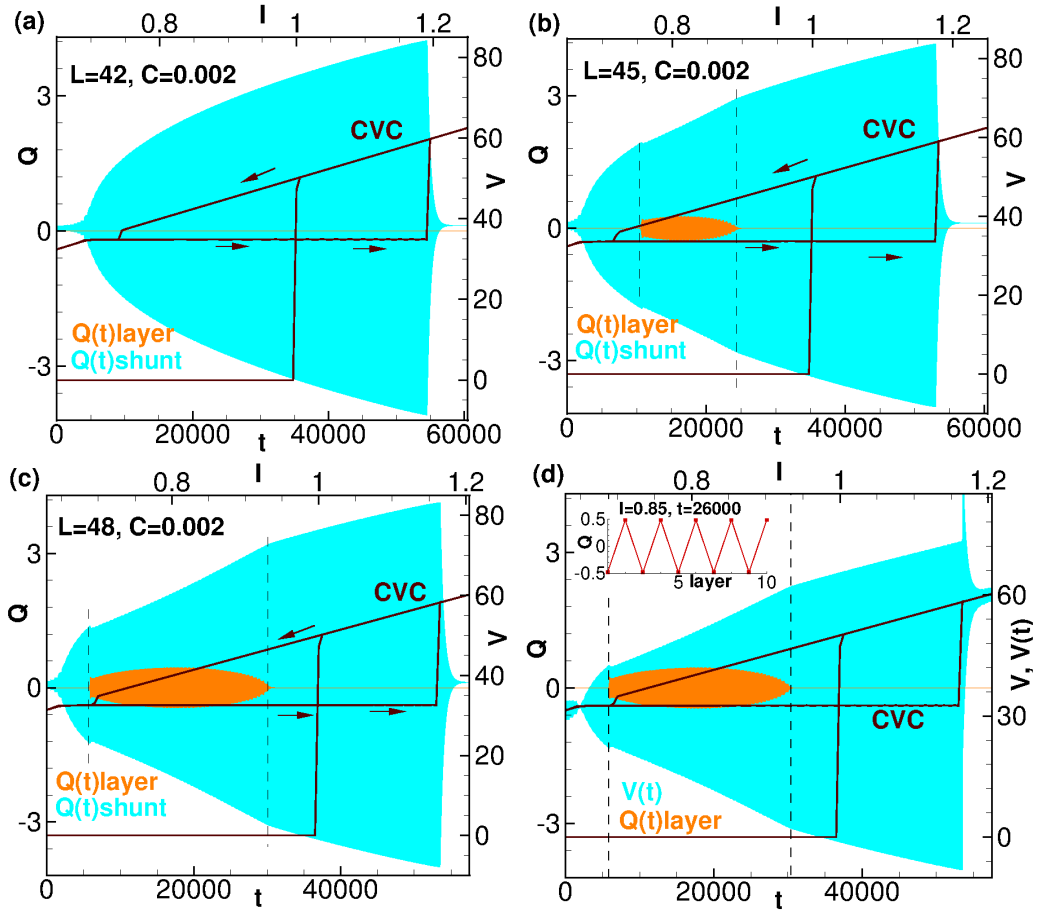


Рис. 4. Временная зависимость заряда на шунтирующем конденсаторе (светлый, голубой) и заряда в S-слоях (темный, оранжевый) вместе с соответствующей частью ВАХ, включающей  $rc$ -ветку, рассчитанную для системы десяти ДП, емкостью  $C = 0.002$  и индуктивностью (a)  $L = 42$ , (b)  $L = 45$ , (c)  $L = 48$ . (d) временная зависимость напряжения и заряда с соответствующей частью ВАХ системы  $N = 10$  ДП, шунтированной резонансным контуром с  $\omega_{rc}^p = 3.2596$ . Вставка показывает продольную плазменную волну с длиной волны  $\lambda = 2$ , которая появляется в стеке при  $I = 0.85$ .

ние из слоистой системы ВТСП в терагерцовой области частот. Но, очевидно, она должна повлиять на мощность излучения. Появление заряда на S-слоях и продольной плазменной волны с различными параметрами также может быть важно для систем нанoeлектроники, основанных на внутренних джозефсоновских переходах [62, 63, 64, 65].

**Во второй главе** приведены результаты исследования джозефсоновских переходов с топологически нетривиальными барьерами. В частности, рассмотрены

переходы образованные сверхпроводниками с триплетным  $p$ -спариванием [26, 27], которые демонстрируют  $4\pi$ -периодический джозефсоновский ток [32]. Дано описание RCSJ-модели для такого перехода, где джозефсоновский ток шунтируется сопротивлением и емкостью.

Рассматриваемый нами SNS джозефсоновский переход (сверхпроводник-нормальный металл-сверхпроводник), подключенный к источнику постоянного тока, показан на Рис. 5. Он состоит из двух топологических сверхпроводников с триплетным

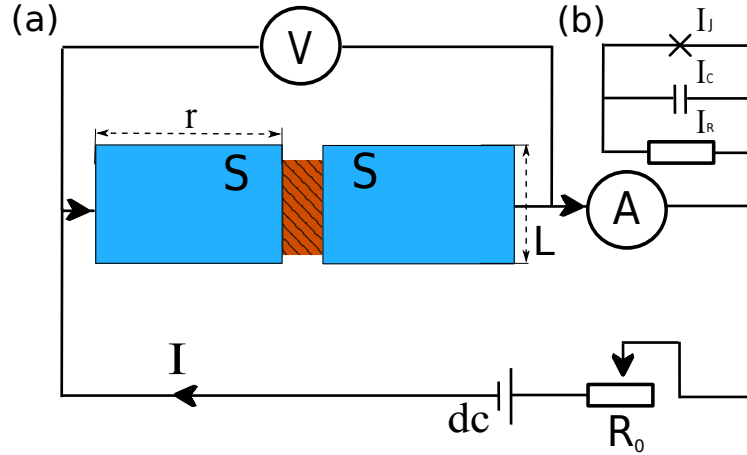


Рис. 5. (а) Джозефсоновский переход в электрической цепи [31]. Переход имеет ширину  $L$  в поперечном направлении и  $r$  в продольном. (б) Схематическое представление ДП в рамках RCSJ-модели.  $I_J$ ,  $I_C$  и  $I_R$  токи Джозефсона, смещения и квазичастичный, соответственно.

$p$ -спариванием [26, 27]. В  $p$ -состоянии орбитальный момент куперовской пары  $L = 1$  и полный спин пары  $S = 1$ . Отметим, что приведенный в данной главе анализ такого ДП относится к топологическим сверхпроводникам в 1D геометрии [26, 27] при условии, что поперечный размер  $L$  стремится к нулю.

Для расчета вольт-амперной характеристики такого перехода использовалась система уравнений [31]:

$$\begin{cases} \ddot{\phi} + \beta \dot{\phi} + I_J(\phi) = I + A \sin(\omega_R t) \\ V = \frac{d\phi}{dt}, \end{cases} \quad (2)$$

где  $A$  и  $\omega_R$  - амплитуда и частота внешнего излучения. Параметр диссипации  $\beta = \sqrt{\hbar/(2eI_c R_j^2 C_j)}$ ,  $R_j$  и  $C_j$  - сопротивление и емкость перехода.  $I$ ,  $I_J$  и  $A$



нормированы на критический ток перехода  $I_c = e\Delta_0/\hbar$ , время нормировано на обратную плазменную частоту ( $t \rightarrow t\omega_p$ , где  $\omega_p = \sqrt{2eI_c/(\hbar C_j)}$ ),  $V$  нормировано на  $V_0 = \hbar\omega_p/2e$ . Полученная система решается численно методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

В этой главе показана возможность возникновения нечетных ступенек Шапиро, имеющих субгармоническую природу и свойства, качественно отличающиеся от ступенек в обычных переходах, для этого, в рамках настоящей диссертации, был проведен пертурбативный анализ фазовой динамики ДП с триплетным  $p$ -спариванием под действием внешнего периодического воздействия.

В результате было получено условие для появления ступенек Шапиро  $I_0/2 + n\omega_R = 0$  или  $I_0 = 2 | n_0 | \omega_R$ . Таким образом, ступеньки отвечающие нулевому приближению являются кратными  $2\omega_R$  и их ширина определяется из условия:

$$\Rightarrow \Delta I_s^{n_0} = 2J_n\left(\frac{A}{2\gamma\omega_R}\right). \quad (3)$$

где  $\gamma = \sqrt{(\beta_c\omega_R)^2 + 1}$ ,  $J_n$  - функции Бесселя,  $\beta_c$  - параметр Мак-Камбера,  $A$  и  $\omega_R$  - амплитуда и частота внешнего электромагнитного излучения, соответственно.

Условием для появления ступеньки Шапиро в первом приближении является:  $I_0 = |2n - 1| \omega_R$  для целых чисел  $n = 1, 2, \dots$  и полученные из него ступеньки Шапиро являются нечетными. Таким образом, нечетные ступеньки тока для перехода с триплетным  $p$ -спариванием имеют субгармонический характер так как появляются во втором порядке по теории возмущений. Ширина  $n = 1$  ступеньки, оставляя только первый член в сумме ряда, может быть записана в виде:

$$\Delta I_s = \frac{\beta_c J_0(x) J_1(x)}{2[(\beta_c\omega_R)^2 + 1]}.$$

Фактор  $1/2$  появляется из-за того, что  $I_s \sim \sin(\phi/2)$ , а не  $\sin(\phi)$ . Отметим, что когда  $C_j \rightarrow 0, \beta_c \rightarrow 0$ , ширина субгармонических ступеней обращается в нуль, что приводит к существованию только четных ступенек Шапиро для джозефсоновских переходов без емкости. Таким образом, наш анализ воспроизводит результаты, полученные в работах [32, 38, 39] в рамках модели без емкости, где отмечается отсутствие нечетных ступенек Шапиро на ВАХ джозефсоновских переходов, поддерживающих связанные майорановские состояния. Отметим также, что полученные

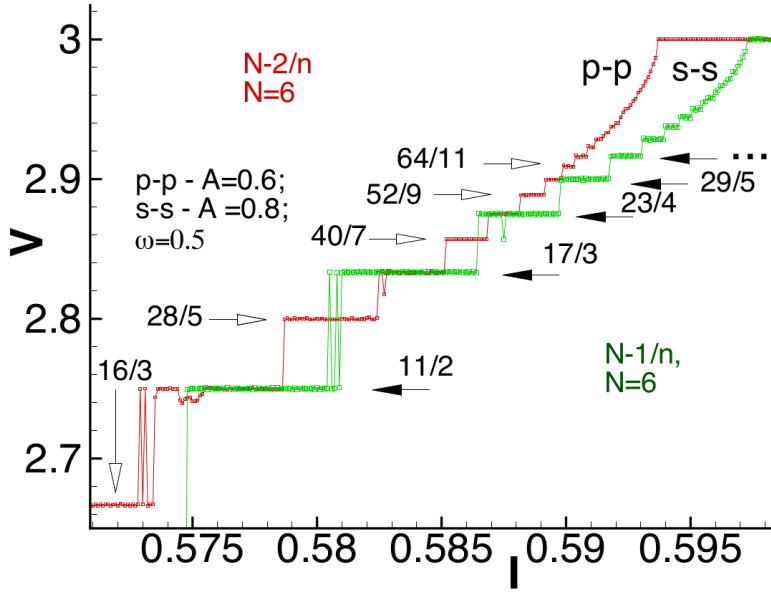


Рис. 6. (а) Лестничная структура ДП с  $p$ -спариванием (при  $A = 0.6$ ) и  $s$ -спариванием (при  $A = 0.8$ ) для параметра прозрачности  $D = 0.7$  и  $\omega = 0.5$ . Стрелками отмечены дополнительные последовательности характерные для ДП с  $p$ -спариванием. (б) То же, что и в (а), но с разными амплитудами внешнего излучения (ДП с  $p$ -спариванием  $A = 0.77$ , переход с  $s$ -спариванием  $A = 0.9$ ). Отметим, что дополнительная последовательность ступенек для перехода с  $p$ -спариванием сохраняется.

нечетные ступеньки имеют субгармоническую природу в отличие от аналогичных ступенек, показанных в работе [39], так как они появляются даже без  $2\pi$  периодического члена в ток-фазовом соотношении.

В рамках настоящей диссертации в ДП с триплетным  $p$ -спариванием была обнаружена дополнительная последовательность субгармоник в лестничной структуре на ВАХ.

Лестничные структуры для переходов с  $s$ -спариванием и  $p$ -спариванием показаны на рис. 6. Отметим, что для перехода с  $s$ -спариванием присутствуют только субгармоники второго уровня при приближении к  $V = 6\omega$  ступеньке, описываемые выражением  $V = (N \pm 1/n)\omega$  для разных  $n$ . Напротив, для перехода с  $p$ -спариванием можно обнаружить существование дополнительных ступенек, соответствующих  $V = (N \pm 2/n)\omega$  (рис. 6). Это различие в структуре приводит нас к гипотезе о том, что в отличие от джозефсоновских переходов с  $s$ -спариванием

непрерывные дроби для переходов с  $p$ -спариванием демонстрируют дополнительную последовательность. Таким образом, присутствие этой дополнительной последовательности можно рассматривать как признак наличия  $4\pi$ -периодичности сверхпроводящего тока.

**Третья глава** диссертации посвящена исследованию неравновесных эффектов, создаваемых инжекцией тока в стек внутренних джозефсоновских переходов в высокотемпературных сверхпроводниках. В главе дано описание модели системы СДП с учетом зарядового разбаланса ветвей спектра элементарных возбуждений. Ключевым моментом данной модели является неравновесный характер эффекта Джозефсона в слоистых сверхпроводниках [47, 9, 53]. Это означает, что сверхпроводящие слои находятся в нестационарном неравновесном состоянии из-за инжекции квазичастиц и куперовских пар, и ненулевого инвариантного потенциала

$$\Phi_l(t) = \phi_l + \frac{\hbar}{2e} \dot{\theta}_l \quad (4)$$

образующегося внутри них, где  $\phi_l$  - электростатический потенциал,  $\theta$  - фаза сверхпроводящего конденсата,  $\Phi = 0$  в равновесном состоянии.

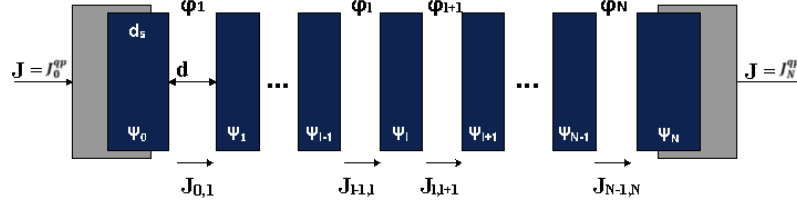


Рис. 7. Слоистая система  $N + 1$  сверхпроводящих слоев образует стек джозефсоновских переходов. Поскольку первый и последний слои находятся в контакте с нормальным металлом, их толщины  $d_s^0$  и  $d_s^N$  из-за эффект близости отличаются от толщины других S-слоев  $d_s$  внутри стека.

Динамика системы  $N + 1$  сверхпроводящих слоев (S-слоев), представленной на рисунке 7, может быть описана системой уравнений:

$$\begin{aligned} \dot{v}_l = & \left[ I - \sin \varphi_l - \beta \dot{\varphi}_l + A \sin \omega \tau + I_{noise} \right. \\ & \left. + \psi_l - \psi_{l-1} \right] \end{aligned} \quad (5)$$

$$\dot{\varphi}_1 = v_1 - \alpha(v_2 - (1 + \gamma)v_1) + \frac{\psi_1 - \psi_0}{\beta} \quad (6)$$

$$\dot{\varphi}_l = (1 + 2\alpha)v_l - \alpha(v_{l-1} + v_{l+1}) + \frac{\psi_l - \psi_{l-1}}{\beta} \quad (7)$$

$$\dot{\varphi}_N = v_N - \alpha(v_{N-1} - (1 + \gamma)v_N) + \frac{\psi_N - \psi_{N-1}}{\beta} \quad (8)$$

$$\zeta_0 \dot{\psi}_0 = \eta_0 (I + A \sin \omega \tau - \beta \dot{\varphi}_{0,1} + \psi_1 - \psi_0) - \psi_0 \quad (9)$$

$$\zeta_l \dot{\psi}_l = \eta_l (\beta [\dot{\varphi}_{l-1,l} - \dot{\varphi}_{l,l+1}] + \psi_{l-1} + \psi_{l+1} - 2\psi_l) - \psi_l$$

$$\zeta_N \dot{\psi}_N = \eta_N (-I - A \sin \omega \tau + \beta \dot{\varphi}_{N-1,N} + \psi_{N-1} - \psi_N) - \psi_N, \quad (10)$$

записанной в безразмерной форме. Где точка показывает производную по  $\tau = \omega_p t$ ,  $I = J/J_c$  - нормированная плотность тока,  $\omega_p = \sqrt{\frac{2eJ_c}{\hbar C}}$  - плазменная частота. Другими нормированными параметрами являются параметр диссипации  $\beta = \frac{\hbar \omega_p}{2eRI_c}$ , нормированное время релаксации квазичастиц  $\zeta_l = \omega_p \tau_{qp}$  и параметр неравновесности  $\eta_l = \frac{4\pi r_D^2 \tau_{qp}}{d_s^l R}$ . Параметром неперидических граничных условий является  $\gamma = \frac{d_s^l}{d_s^l} = \frac{d_s^l}{d_s^N}$ , где  $l = 1, 2, 3, \dots, N - 1$ . Член  $A \sin \omega \tau$  отражает эффект внешнего излучения с амплитудой  $A$  и частотой  $\omega$ , которые нормируются на  $J_c$  и  $\omega_p$ , соответственно. Поскольку в эксперименте всегда присутствует внешний шум, нами также был добавлен шум  $I_{noise}$  в базовый ток. Его амплитуда нормирована на критическую плотность тока  $J_c$  и равна  $\sim 10^{-8}$ .

В данной главе рассматривается система СДП с учетом разбаланса заряда в спектре элементарных возбуждений квазичастиц при неперидических граничных условиях. Неперидические граничные условия позволяют выделить S-слои, в которые происходит инжекция квазичастиц из нормального электрода, что невозможно при рассмотрении задачи с перидическими граничными условиями. Одной из характерных черт ВАХ системы СДП в неравновесных условиях является интенсивное ветвление вблизи критического тока и в области гистерезиса, вызванное переходами между вращающимися и осциллирующими состояниями в стеке [66, 67, 68]. Моделируемые ВАХ стека СДП в случае без зарядового разбаланса  $\eta = 0$  (сплош-

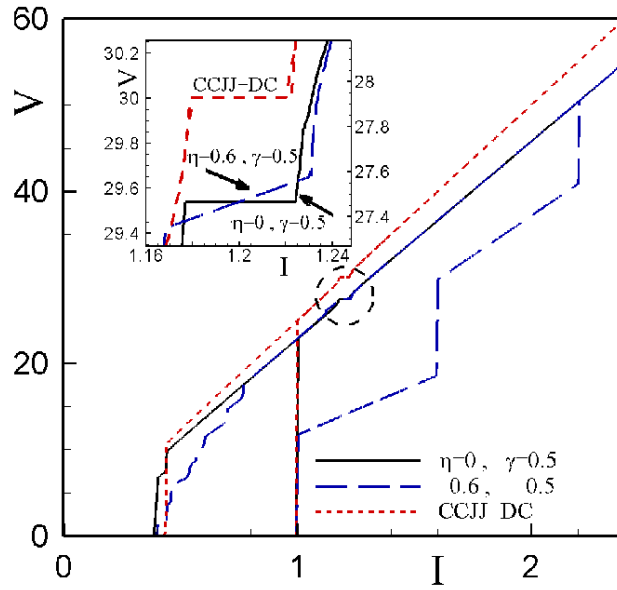


Рис. 8. ВАХ стека СДП без зарядового разбаланса  $\eta = 0$  (сплошная линия) и с учетом разбаланса при  $\eta = 0.6$  (линия крупным пунктиром). Для сравнения показаны результаты, полученные в рамках модели ССJJ + DC при периодических граничных условиях (линия мелким пунктиром). Увеличенная часть ВАХ со ступенькой Шапиро показаны на вставке.

ная линия) и с учетом разбаланса при  $\eta = 0.6$  (линия крупным пунктиром) представлены на рис. 8. Расчет был выполнен для стека с пятью СДП, параметр связи  $\alpha = 0.5$  и  $\gamma = 0.5$ . Показана также ВАХ без зарядового разбаланса при периодических граничных условиях в рамках модели ССJJ + DC - емкостно связанная модель ВТСП с диффузионным током. Облучение системы электромагнитными волнами с частотой  $\omega_R = 6$  и амплитудой  $A = 1.6$  приводит к появлению ступеньки Шапиро на ВАХ. Положение ступеньки в этом случае (линия крупным пунктиром на вставке) соответствует каноническому значению напряжения  $V = 30$  и находится в согласии со значением частоты внешнего излучения  $V = N\omega = 30$ , где  $N = 5$  - число переходов в стеке. Отметим, что неперiodические граничные условия с  $\gamma = 0.5$  сдвигают внешнюю ветвь относительно ВАХ с периодическими граничными условиями, что приводит к соответствующему сдвигу ступенек Шапиро. Учет зарядового разбаланса приводит к появлению наклона ступеньки Шапиро, что наглядно продемонстрировано на вставке (линия крупным пунктиром). Наклон вызван разностью потенциалов разбаланса  $\Psi_l$  на противоположных краях ступеньки. Отметим также,

что ширина ступеньки увеличивается с увеличением неравновесного параметра, как видно на вставке к рис. 8.

На самом деле сдвиг и наклон ступенек Шапиро на ВАХ СДП проявляется в некоторых экспериментальных работах. В частности, в работе [69] авторы объяснили наклон как проявление эффекта фазовой диффузии. Согласно представленным результатам, наклон ступеньки Шапиро также может быть связан с эффектом зарядового разбаланса.

**В Заключении** диссертационной работы сформулированы выводы, соответствующие положениям выносимым на защиту.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы. Объем диссертации - 88 страниц. Список литературы содержит 105 наименований.

## Список литературы

1. A. A. Yurgens / Intrinsic Josephson junctions: recent developments // Supercond. Sci. Technol. – 2000. – Vol. 13. – pp. R85
2. T. M. Benseman, A. E. Koshelev, K. E. Gray, et al. / Tunable terahertz emission from  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$  mesa devices // Phys. Rev. B – 2011. – Vol. 84. – pp. 064523.
3. A. E. Koshelev / Stability of dynamic coherent states in intrinsic Josephson-junction stacks near internal cavity resonance // Phys. Rev. B – 2010. – Vol. 82. – pp. 174512.
4. J. Pfeiffer, A. A. Abdumalikov, Jr., M. Schuster, and A. V. Ustinov / Resonances between fluxons and plasma waves in underdamped Josephson transmission lines of stripline geometry // Phys. Rev. B – 2008. – Vol. 77. – pp. 024511.
5. L. Ozyuzer, A. E. Koshelev, C. Kurter, et al. / Emission of Coherent THz Radiation from Superconductors // Science – 2007. – Vol. 318. – pp. 1291.
6. U. Welp, K. Kadowaki and R. Kleiner / Superconducting emitters of THz radiation // Nat. Photonics – 2013. – Vol. 7. – pp. 702.
7. Yu. M. Shukrinov and F. Mahfouzi / Influence of Coupling between Junctions on Breakpoint Current in Intrinsic Josephson Junctions // Phys. Rev. Lett. – 2007ю – Vol. 98. – pp. 157001.
8. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and M. Suzuki / Structure of the breakpoint region on current-voltage characteristics of intrinsic Josephson junctions // Phys. Rev. B – 2008. – Vol. 78. – pp. 134521.
9. T. Koyama and M. Tachiki /  $I - V$  characteristics of Josephson-coupled layered superconductors with longitudinal plasma excitations // Phys. Rev. B – 1996. – Vol. 54. – pp. 16183.
10. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi / Branching in current-voltage characteristics of intrinsic Josephson junctions // Supercond. Sci. Technol. – 2007. – Vol. 20. – pp. S38.
11. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and N. F. Pedersen / Investigation of the breakpoint region in stacks with a finite number of intrinsic Josephson junctions // Phys. Rev. B – 2007. – Vol. 75. – pp. 104508.

12. M. Tinkham / Introduction to Superconductivity // 2-nd edition – New York: McGraw-Hill – 1996. – p. 454.
13. C. A. Hamilton / Josephson voltage standards // Rev. Sci. Instrum. – 2000. – Vol. 71. – pp. 3611.
14. A. M. Hriscu and Yu. V. Nazarov / Quantum Synchronization of Conjugated Variables in a Superconducting Device Leads to the Fundamental Resistance Quantization// Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 110. – pp. 097002.
15. P. Hadley and M. R. Beasley / Dynamical states and stability of linear arrays of Josephson junctions // Appl. Phys. Lett. – 1987. – Vol. 50. – pp. 621.
16. K. Wiesenfeld, P. Colet, and S. H. Strogatz / Synchronization Transitions in a Disordered Josephson Series Array // Phys. Rev. Lett. – 1996. – Vol. 76. – pp. 404.
17. G. Filatrella, N. F. Pedersen, and K. Wiesenfeld / High- $Q$  cavity-induced synchronization in oscillator arrays // Phys. Rev. E – 2000. – Vol. 61 – pp. 2513.
18. A. N. Grib, P. Seidel, and J. Scherbel / Synchronization of overdamped Josephson junctions shunted by a superconducting resonator // Phys. Rev. B – 2002. – Vol. 65. – pp. 094508.
19. M. V. Fistul / Macroscopic quantum tunneling in globally coupled series arrays of Josephson junctions // Phys. Rev. B – 2007. – Vol. 75. – pp. 014502.
20. Yu. M. Shukrinov , I. R. Rahmonov , K. V. Kulikov and P. Seidel / Effects of LC shunting on the Shapiro steps features of Josephson junction // Europhys. Lett. – 2015. – Vol. 110. – pp. 47001.
21. V. K. Kornev and N. V. Kolotinskiy / Shapiro Steps Induced by Resonance Irradiation // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2016. – Vol. 26. – No. 5. – pp. 1601605.
22. A. Yu. Kitaev / Unpaired Majorana fermions in quantum wires // Physics-Uspekhi – 2001. – Vol. 44. – pp. 131-136.
23. G. Moore and N. Read / Nonabelions in the fractional quantum hall effect // Nucl. Phys. B – 1991. – Vol. 360. – pp. 362; N. Read and D. Green / Paired states of fermions in two dimensions with breaking of parity and time-reversal symmetries and the fractional quantum Hall effect // Phys. Rev. B – 2000. – Vol. 61. – pp.



10267.

24. N. B. Kopnin and M. M. Salomaa / Mutual friction in superfluid  $^3\text{He}$ : Effects of bound states in the vortex core // Phys. Rev. B – 1991. – Vol. 44. – pp. 9667.
25. L. S. Levitov, T. P. Orlando, J. B. Majer, and J. E. Mooij / Quantum spin chains and Majorana states in arrays of coupled qubits // arXiv: cond-mat/0108266.
26. R. M. Lutchyn, J. D. Sau, and S. Das Sarma / Majorana Fermions and a Topological Phase Transition in Semiconductor-Superconductor Heterostructures // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105. – pp. 077001.
27. Y. Oreg, G. Refael, and F. von Oppen / Helical Liquids and Majorana Bound States in Quantum Wires // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 105. – pp. 177002.
28. L. Fu and C. L. Kane / Superconducting Proximity Effect and Majorana Fermions at the Surface of a Topological Insulator // Phys. Rev. Lett. – 2008. – Vol. 100. – pp. 096407.
29. L. Fu and C. L. Kane / Josephson current and noise at a superconductor/quantum-spin-Hall-insulator/superconductor junction // Phys. Rev. B – 2009. – Vol. 79. – pp. 161408(R); J. D. Sau, R. M. Lutchyn, S. Tewari, and S. Das Sarma / Generic New Platform for Topological Quantum Computation Using Semiconductor Heterostructures // Phys. Rev. Lett. – 2010. – Vol. 104 – pp. 040502; J. Alicea / Majorana fermions in a tunable semiconductor device // Phys. Rev. B – 2010. – Vol. 81 – pp. 125318; A. Cook and M. Franz / Majorana fermions in a topological-insulator nanowire proximity-coupled to an s-wave superconductor // Phys. Rev. B – 2011. – Vol. 84 – pp. 201105; D. Sau and S. D. Sarma / Realizing a robust practical Majorana chain in a quantum-dot-superconductor linear array // Nature communications – 2012. – Vol. 3. – pp. 964; A. Das, Y. Ronen, Y. Most, Y. Oreg, M. Heiblum, and H. Shtrikman / Zero-bias peaks and splitting in an  $\text{Al} - \text{InAs}$  nanowire topological superconductor as a signature of Majorana fermions // Nature Phys. – 2012. – Vol. 8. – pp. 887; M. T. Deng, C. L. Yu, G. Y. Huang, M. Larsson, P. Caroff, and H. Q. Xu / Anomalous Zero-Bias Conductance Peak in a  $\text{Nb} - \text{InSb}$  Nanowire-Nb Hybrid Device // Nano Lett. – 2012. – Vol. 12 – pp. 6414; A. D. K. Finck, D. J. Van Harlingen, P. K. Mohseni, K. Jung, and X. Li / Anomalous Modulation of a Zero-Bias Peak in a Hybrid Nanowire-Superconductor

- Device // *Phys. Rev. Lett.* – 2013. – Vol. 110. – pp. 126406; H. O. H. Churchill, V. Fatemi, K. Grove-Rasmussen, M. T. Deng, P. Caroff, H. Q. Xu, and C. M. Marcus / Superconductor-nanowire devices from tunneling to the multichannel regime: Zero-bias oscillations and magnetoconductance crossover // *Phys. Rev. B* – 2013. – Vol. 87. – pp. 241401.
30. M. Wimmer, A. R. Akhmerov, M. V. Medvedyeva, J. Tworzydło, and C. W. J. Beenakker / Majorana Bound States without Vortices in Topological Superconductors with Electrostatic Defects // *Phys. Rev. Lett.* – 2010. – Vol. 105 – pp. 046803.
31. M. Maiti, K. M. Kulikov, K. Sengupta, and Y. M. Shukrinov / Josephson junction detectors for Majorana modes and Dirac fermions // *Phys. Rev. B* – 2015. – Vol. 92. – pp. 224501.
32. H.-J. Kwon, K. Sengupta, and V. M. Yakovenko / Fractional ac Josephson effect in p- and d-wave superconductors // *Eur. Phys. J. B* – 2004. – Vol. 37. – pp. 349.
33. L. P. Rokhinson, X. Liu, and J. K. Furdyna / The fractional a.c. Josephson effect in a semiconductor–superconductor nanowire as a signature of Majorana particles // *Nature Phys.* – 2012. – Vol. 8. – pp. 795.
34. K. Sengupta, I. Žutić, H.-J. Kwon, V. M. Yakovenko, and S. Das Sarma / Midgap edge states and pairing symmetry of quasi-one-dimensional organic superconductors // *Phys. Rev. B* – 2001. – Vol. 63. – pp. 144531.
35. V. Mourik, K. Zuo, S. M. Frolov, S. R. Plissard, E. P. A. M. Bakkers, and L. P. Kouwenhoven / Signatures of Majorana Fermions in Hybrid Superconductor-Semiconductor Nanowire Devices // *Science* – 2012. – Vol. 336. – pp. 1003; W. Chang, V. E. Manucharyan, T. S. Jespersen, J. Nygaard, and C. M. Marcus / Tunneling Spectroscopy of Quasiparticle Bound States in a Spinful Josephson Junction // *Phys. Rev. Lett.* – 2013. – Vol. 110. – pp. 217005; S. Nadj-Perge, I. K. Drozdov, J. Li, H. Chen, S. Jeon, J. Seo, A. H. MacDonald, B. A. Bernevig, and A. Yazdani / Observation of Majorana fermions in ferromagnetic atomic chains on a superconductor // *Science* – 2014. – Vol. 346. – pp. 602; E. J. H. Lee, X. Jiang, M. Houzet, R. Aguado, C. M. Lieber, and S. D. Franceschi / Spin-resolved Andreev levels and parity crossings in hybrid superconductor-semiconductor nanostructures

- // Nature Nanotech. – 2014. – Vol. 9. – pp. 79.
36. E. J. H. Lee, X. Jiang, R. Aguado, G. Katsaros, C. M. Lieber, and S. D. Franceschi / Zero-Bias Anomaly in a Nanowire Quantum Dot Coupled to Superconductors // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109. – pp. 186802.
  37. Jie Liu, A. C. Potter, K. T. Law, and P. A. Lee / Zero-Bias Peaks in the Tunneling Conductance of Spin-Orbit-Coupled Superconducting Wires with and without Majorana End-States // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109. – pp. 267002; D. Bagrets and A. Altland / Class *D* Spectral Peak in Majorana Quantum Wires // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109. – pp. 227005.
  38. M. Houzet, J. S. Meyer, D. M. Badiane, and L. I. Glazman / Dynamics of Majorana States in a Topological Josephson Junction // Phys. Rev. Lett. – 2013. – Vol. 111. – pp. 046401.
  39. F. Domínguez, F. Hassler, and G. Platero / Dynamical detection of Majorana fermions in current-biased nanowires // Phys. Rev. B – 2012. – Vol. 86. – pp. 140503.
  40. P. Virtanen, T. T. Heikkil, and F. S. Bergeret / Stimulated quasiparticles in spin-split superconductors // Phys. Rev. B – 2016. – Vol. 93. – pp. 014512.
  41. I. V. Bobkova and A. M. Bobkov / Quasiclassical theory of magnetoelectric effects in superconducting heterostructures in the presence of spin-orbit coupling // Phys. Rev. B – 2017. – Vol. 95. – pp. 184518.
  42. I. V. Bobkova and A. M. Bobkov / Thermospin effects in superconducting heterostructures // Phys. Rev. B – 2017. – Vol. 96. – pp. 104515.
  43. I. V. Bobkova, A. M. Bobkov, and M. A. Silaev / Gauge theory of the long-range proximity effect and spontaneous currents in superconducting heterostructures with strong ferromagnets // Phys. Rev. B – 2017. – Vol. 96. – pp. 094506.
  44. J. Linder and J. W. A. Robinson / Superconducting spintronics // Nature Physics – 2015. – Vol. 11. – pp. 307.
  45. S. A. Kivelson and D. S. Rokhsar / Bogoliubov quasiparticles, spinons, and spin-charge decoupling in superconductors // Phys. Rev. B – 1990. – Vol. 41. – pp. 11693.
  46. H. L. Zhao and S. Hershfield / Tunneling, relaxation of spin-polarized quasiparticles, and spin-charge separation in superconductors // Phys. Rev. B – 1995 – Vol. 52. –

pp. 3632.

47. S. Artemenko and A. Kobelkov / Intrinsic Josephson Effect and Violation of the Josephson Relation in Layered Superconductors // Phys. Rev. Lett. – 1997. – Vol. 78. – pp. 3551.
48. S. E. Shafranjuk and M. Tachiki / Emission of plasmons caused by quasiparticle injection to a high- $T_c$  superconductor // Phys. Rev. B. – 1999. – Vol. 59. – pp. 14087.
49. C. Helm, C. Preis, C. Walter, J. Keller / Theory for the coupling between longitudinal phonons and intrinsic Josephson oscillations in layered superconductors // Phys. Rev. B – 2000. – Vol. 62. – pp. 6002.
50. C. Helm, J. Keller, C. Preis, and A. Sergeev / Static charge coupling of intrinsic Josephson junctions // Physica C – 2001. – Vol. 362. – pp. 43.
51. C. Helm, L. N. Bulaevskii, E. M. Chudnovsky, M. P. Maley / Reflectivity and Microwave Absorption in Crystals with Alternating Intrinsic Josephson Junctions // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – pp. 057003.
52. L. N. Bulaevskii, C. Helm, A. R. Bishop, M. P. Maley / Optical properties of crystals with spatial dispersion-Josephson plasma resonance in layered superconductors // Europhys. Lett. – 2002. – Vol. 58. – pp. 057003.
53. D. A. Ryndyk / Collective Dynamics of Intrinsic Josephson Junctions in High- $T_c$  Superconductors // Phys. Rev. Lett. – 1998. – Vol. 80. – pp. 3376.
54. J. Keller and D. A. Ryndyk / Static charge-imbalance effects in intrinsic Josephson systems // Phys. Rev. B – 2005. – Vol. 71. – pp. 054507.
55. S. Rother, Y. Koval, P. Müller, R. Kleiner, D.A. Ryndyk, J. Keller, C. Helm / Charge-imbalance effects in intrinsic Josephson systems // Phys. Rev. B – 2003. – Vol. 67. – pp. 024510.
56. Shukrinov Yu. M. and Mahfouzi F. / Current-voltage characteristics of intrinsic Josephson junctions with charge-imbalance effect // Physica C: Superconductivity – 2007. – Vol. 460-462 – pp. 1303.
57. Ю.М. Шукринов, И.Р. Рахмонов, К.В. Куликов / Применение численных методов для исследования эффекта Джозефсона // Учебное пособие. – Дубна: ОИЯИ – 2016. – 94 с.

58. M. Tachiki, K. Ivanovic, K. Kadowaki, and T. Koyama / Emission of terahertz electromagnetic waves from intrinsic Josephson junction arrays embedded in resonance LCR circuits // *Phys. Rev. B* – 2011. – Vol. 83. – pp. 014508.
59. T. G. Zhou, J. Mao, T. S. Liu, Y. Lai and S. L. Yan / Phase Locking and Chaos in a Josephson Junction Array Shunted by a Common Resistance // *Chin. Phys. Lett.* – 2009. – Vol. 26. – pp. 077401.
60. Y. M. Shukrinov, I. R. Rahmonov and K. V. Kulikov / Double resonance in the system of coupled Josephson junctions // *JETP Lett.* – 2012. – Vol. 96. – pp. 588.
61. Doh Yong-Joo, J. Kim, K.-T. Kim and H.-J. Lee / Microwave-induced constant voltage steps in surface junctions of  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$  single crystals // *Phys. Rev. B* – 2000. – Vol. 61. – pp. R3834.
62. F. Rudau, R. Wieland, J. Langer, X.J. Zhou, M. Ji, N. Kinev, L.Y. Hao, Y. Huang, J. Li, P.H. Wu, T. Hatano, V.P. Koshelets, H.B. Wang, d. Koelle, and R. Kleiner / Three-Dimensional Simulations of the Electrothermal and Terahertz Emission Properties of  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_8$  Intrinsic Josephson Junction Stacks // *Phys. Rev. App.* – 2016. – Vol. 5. – pp. 044017.
63. X.J. Zhou, J. Yuan, H. Wu, Z.S. Gao, M. Ji, D.Y. An, Y. Huang, F. Rudau, R. Wieland, B. Gross, N. Kinev, J. Li, A. Ishii, T. Hatano, V.P. Koshelets, D. Koelle, R. Kleiner, H.B. Wang, and P.H. Wu / Tuning the Terahertz Emission Power of an Intrinsic Josephson-Junction Stack with a Focused Laser Beam // *Phys. Rev. App.* – 2015. – Vol. 3. – pp. 044012.
64. K. Delfanazari, H. Asai, M. Tsujimoto, T. Kashiwagi, T. Kitamura, T. Yamamoto, W. Wilson, R. A. Klemm, T. Hattori, and K. Kadowaki / Effect of Bias Electrode Position on Terahertz Radiation From Pentagonal Mesas of Superconducting  $Bi_2Sr_2CaCu_2O_{8+\delta}$  // *IEEE Trans. on terahertz sci. and tech.* – 2015. – Vol. 5. – No. 3. – pp. 505.
65. X. Zhou, Q. Zhu, M. Ji, D. An, L. Hao, H. Sun, Sh. Ishida, F. Rudau, R. Wieland, J. Li, D. Koelle, H. Eisaki, Y. Yoshida, T. Hatano, R. Kleiner, H. Wang, and P. Wu / Three-terminal stand-alone superconducting terahertz emitter // *Appl. Phys. Lett.* – 2015. – Vol. 107. – pp. 122602.
66. H. Matsumoto, S. Sakamoto, F. Wajima, T. Koyama, M. Machida / Simulation of

- $I - V$  hysteresis branches in an intrinsic stack of Josephson junctions in high- $T_c$  superconductors // Phys. Rev. B – 1999. – Vol. 60. – pp. 3666.
67. Yu. M. Shukrinov, F. Mahfouzi, and P. Seidel / Equidistance of branch structure in capacitively coupled Josephson junctions model with diffusion current // Physica C – 2006. – Vol. 449. – pp. 62.
68. Yu. M. Shukrinov, and F. Mahfouzi / Collective Dynamics of Intrinsic Josephson Junctions in HTSC // J. Phys.: Conf. Ser. – 2006. – Vol. 43. – pp. 1143.
69. Myung-Ho Bae, R.C. Dinsmore III, M. Sahu, Hu-Jong Lee, and A. Bezryadin / Zero-crossing Shapiro steps in high- $T_c$  superconducting microstructures tailored by a focused ion beam // Phys. Rev. B – 2008. – Vol. 77. – pp. 144501.