

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи
УДК 539.125.17; 539.126.17

Михайлов Сергей Владимирович

КХД-ОПИСАНИЕ ЭКСКЛЮЗИВНЫХ ПРОЦЕССОВ С ЛЕГКИМИ
МЕЗОНАМИ:
ПЕРТУРБАТИВНЫЕ И НЕПЕРТУРБАТИВНЫЕ АСПЕКТЫ

01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Дубна — 2010

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова ОБЪЕДИНЕННОГО ИНСТИТУТА ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Грозин А. Г. (ИЯФ СО РАН, Новосибирск)

доктор физико-математических наук,
ведущий научный сотрудник
Пивоваров А. А. (ИЯИ РАН, Москва)

доктор физико-математических наук,
профессор
Лиходед А. К. (ГНЦ ИФВЭ, Протвино)

Ведущая организация: Петербургский институт ядерной физики
РАН, Гатчина

Защита состоится “__” июня 2010 в ____ ч. ____ мин. на заседании Диссертационного совета Д 720.001.01 при ОБЪЕДИНЕННОМ ИНСТИТУТЕ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ по адресу: 141980, г. Дубна, Лаборатория теоретической физики им. Н. Н. Боголюбова, ОИЯИ, ул. Жолио Кюри, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЛТФ ОИЯИ.

Отзывы на автореферат, заверенные гербовой печатью организации, просьба направлять по указанному адресу в двух экземплярах не позднее, чем за две недели до защиты.

Автореферат разослан “____” _____ 2010 г.

Учёный секретарь Диссертационного совета
кандидат физико-математических наук

Арбузов А. Б.

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

1.1. Актуальность темы

Квантовая хромодинамика (КХД) — признанная теория сильных взаимодействий. Методами теории возмущений (ТВ) получены многочисленные подтверждения того, что КХД правильно описывает взаимодействия адронов в области больших передач импульса $Q^2 \gg m_p^2 \approx 0.6 \text{ ГэВ}^2$ — характерный адронный масштаб [47, 48]. В реальных процессах, с адронами на массовой поверхности, взаимодействие происходит не только при больших Q^2 (малые расстояния), но и при малых импульсах p^2 (большие расстояния), на масштабах масс адронов, средних виртуальностях кварков и глюонов и т. п. Для применимости ТВ необходимо разделять вклады больших и малых расстояний в амплитудах физических процессов. При таком разделении (факторизации) часть амплитуды, сформированная при больших виртуальностях, — жесткая партонная амплитуда T — вычисляется по ТВ в виде ряда степеням α_s . Часть амплитуды, сформированная виртуальностями адронных масштабов, учитывается феноменологически, введением универсальных амплитуд распределения φ (АР в эксклюзивных процессах) или функций распределения f (в инклюзивных процессах). Эти распределения аккумулируют всю информацию о матричных элементах кварковых токов по адронным состояниям, они могут быть либо извлечены из эксперимента, либо определены непertурбативными методами. То, что амплитуда (сечение) всего процесса может быть представлена в ведущем твите в виде интегральной свертки жесткой партонной амплитуды и амплитуд распределения, $A = T \otimes \prod \varphi_i + O((1/Q^2)^{n_{tw}})$, составляет содержание “теорем факторизации” [33].

Одним из популярных подходов, позволяющим определять низкоэнергетические адронные характеристики, типа АР адронов, является метод пра-

вил сумм КХД (ПС КХД) [34, 35]. Основной особенностью метода является полуфеноменологический учет взаимодействия с полями КХД-вакуума — конденсатами, проявляющимися как степенные по $1/Q^2$ поправки к корреляторам токов ещё в области применимости пертурбативной КХД (пКХД). Этот метод, изначально предназначенный для извлечения статических характеристик (констант распада, масс) адронов, включал только нижайшие по размерности конденсаты, $\langle : \bar{q}q : \rangle$, $\langle : G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a : \rangle$, и токи без производных. Нами было показано [36, 31], что для получения динамических характеристик адронов типа АР, в ПС КХД необходимо учесть конденсаты с производными всех размерностей, т.е. ввести нелокальные конденсаты (НЛК) типа $\langle : \bar{q}(0)q(z) : \rangle$. Последнее ведет к исследованию корреляционных длин в КХД-вакууме и развитию нового формализма ПС КХД НЛК.

Диссертация посвящена развитию пертурбативного и непертурбативного направлений в факторизационной схеме КХД. Актуальность темы обусловлена текущим этапом развития эксперимента: точность данных эксклюзивных жестких процессов существенно улучшилась и позволяет проводить количественные сравнения с теоретическими предсказаниями. Это требует знания пертурбативных эффектов выше одной петли, и позволяет проверять *количественно* оценки для длин корреляций в непертурбативном вакууме КХД.

1.2. Основные цели (и задачи) исследования

Цель работы состояла в том, чтобы (1) построить формализм для расчёта низкоэнергетических динамических характеристик адронов — амплитуд распределения (АР), формфакторов (ФФ), проявляющихся в эксклюзивных процессах; (2) также усовершенствовать точность расчёта их жестких амплитуд и КХД-эволюции. Объединение результатов этих двух направлений в рамках теорем факторизации позволит получить прецизионные, количественные описания для эксклюзивных процессов. На заключительном этапе провести сравнение предсказаний КХД с наиболее аккуратными измерениями для жестких процессов с легкими мезонами.

Построенный формализм затем применяется в актуальных для современной физики адронов и теории поля задачах:

- Установлено допустимое множество моделей для АР пиона ведущего твиста из правил сумм КХД с нелокальными конденсатами;
- В том же формализме предложены модели для АР ведущего твиста для продольно- и поперечно-поляризованных ρ -мезонов;
- Получены переходные формфакторы процессов $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$, $\rho\gamma^* \rightarrow \pi^0$ в порядках $O(\alpha_s)$ и $O(\beta_0\alpha_s^2)$ КХД. Проводится детальное сравнение с экспериментальными данными;
- Исследовались ряды пертурбативной КХД для ренормгрупповых функций. Получены ядра эволюции ЕРБЛ (ДГЛАП) в 2-х петлях и улучшенные вкладами ренормалонных цепочек во всех порядках теории возмущений.
- Разработано обобщение процедуры оптимизации ряда теории возмущений КХД Бродского–Лепаж–Маккензи (БЛМ) для произвольного порядка по константе связи;

1.3. Научная новизна и практическая ценность диссертации

Все результаты, полученные в диссертации, являются новыми.

Развит новый формализм, основанный на НЛК и ПС КХД, для получения амплитуд распределения и их различных функционалов. Это позволяет перейти к количественному описанию жестких эксклюзивных процессов с легкими мезонами и доставляет, в частности, реалистичные АР твиста 2 для π - и ρ -мезонов.

В пертурбативном секторе развит подход для вычисления ренормалонных поправок во всех петлях, получены (несинглетные) ядра ЕРБЛ и ДГЛАП с такими поправками. Вновь получено 2-петлевое ядро ЕРБЛ для поперечно-поляризованного векторного мезона. Предложено обобщение оптимизационной процедуры БЛМ на любой порядок пКХД.

Получены переходные ФФ в порядке $O(\beta_0\alpha_s^2)$ КХД и проведено сравнение пион-фотонного ФФ с экспериментом. Этот анализ позволил определить из

обработки данных CLEO важную характеристику вакуума КХД — величину корреляционной длины в кварковом вакууме (подтверждена ее величина $\lambda_q^2 \simeq 0.4 \text{ ГэВ}^2$, полученная ранее из феноменологии адронов и на решетке).

Практическая ценность диссертации состоит в том, что представлены как эффективный формализм получения непертурбативной части факторизационного подхода, так и улучшения его пертурбативной составляющей, что важно для КХД-расчетов адронных амплитуд. Дальнейшие применения развитых методов для изучения жестких процессов с π - и ρ -мезонами, а также, учитывая результаты в пертурбативном секторе, инклюзивных процессов глубоко неупругого рассеяния и e^+e^- -аннигиляции, представляет практический интерес для специалистов, работающих в Объединенном институте ядерных исследований (ОИЯИ, г. Дубна), Институте ядерных исследований (ИЯИ РАН, г. Москва), Институте теоретической и экспериментальной физики им. А. И. Алиханова (ИТЭФ, г. Москва), Физическом институте им. П. Н. Лебедева (ФИАН, г. Москва), Петербургском институте ядерной физики им. Б. П. Константинова (ПИЯФ, г. С.-Петербург), Институте физики высоких энергий (ИФВЭ, г. Протвино), Институте ядерной физики им. Г. И. Будкера (ИЯФ СО РАН, г. Новосибирск) и других институтах и лабораториях.

1.4. Апробация диссертации и публикации

Результаты работы опубликованы в двадцати трех статьях [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24] в журналах, входящих в список ВАК, а также в восьми публикациях [31, 25, 26, 27, 28, 29, 30, 32] в других журналах, препринтах и трудах конференций. Они доложены на следующих симпозиумах и конференциях в России:

1. 1 Международное совместное Рабочее совещание Тайвань–Дубна «Физика промежуточных и высоких энергий», г. Дубна, Россия, 26–28 июня 1995 г.
2. 10-й Международный Семинар по Физике высоких энергий «Кварки'1998», г. Суздаль, Россия, 18–24 мая 1998 г.

3. 13-й Международный Семинар «Кварки'2004», г. Пушкиногорье, Россия, 24–30 мая, 2004 г.
4. Международная конференция «Ренормгруппа и связанные с ней проблемы», г. Дубна, Россия, 1–6 сент. 2008 г.
5. Международная Гельмгольцевская Школа «Расчеты для современных и будущих коллайдеров», г. Дубна, Россия, 10–20 июля 2009 г.
6. Всероссийское совещание по прецизионной физике и фундаментальным физическим константам «ФФК09», г. Дубна, Россия, 1–4 декабря 2009 г.

и за рубежом:

1. The International Conference «Hadron Structure'96», Stara Lesna, Vysoke Tatry, Slovakia, Feb. 12-16, 1996.
2. The XXXVIth Rencontres de Moriond «QCD and High Energy Hadronic Interactions», Les Arcs, Savoie, France, March 17–24, 2001.
3. International Workshop on Light Cone Physics: «Hadrons and Beyond», Durham, UK, August 5th–9th, 2003
4. The International Conference «Recent Advances in Perturbative QCD and Hadronic Physics», Trento, Italy, July 20–25, 2009.
5. The International Conference «Hadron Structure'09», Tatranská Štrba, Slovakia, Aug. 29–Sept. 3, 2009.

1.5. Личный вклад автора

Основные положения и выводы диссертации являются результатом самостоятельных исследований автора. В тех частях выполненных в соавторстве работ, которые относятся к теме диссертации, автору принадлежат постановка и формализация задачи, проведенные аналитические и, отчасти, численные расчеты.

1.6. Объем и структура диссертации

Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и 4 приложений, включает 25 рисунков и 5 таблиц, содержит список цитированной литературы из 104 наименований. Полный объём — 171 стр.

1.7. На защиту выдвигаются следующие результаты:

1. Выведены моментные правила сумм КХД с нелокальными конденсатами (НЛК) для амплитуд распределения (АР) легких мезонов. Получены АР старшего твиста, $\langle x^{-1} \rangle$ и другие функционалы АР для π - и ρ -мезонов. Исследованы “прямые” (не моментные) правила сумм с НЛК для АР пиона, установлена взаимосогласованность результатов различных типов ПС.
2. Получены несинглетные ядра уравнений КХД-эволюции в двухпетлевом приближении, а также, улучшенные вкладами ренормальных цепочек во всех порядках теории возмущений. Получены общее выражение для спектральной плотности ρ_1 в порядке $O(\alpha_s)$ и частное ρ_2 в порядке $O(\beta_0\alpha_s^2)$ для правил сумм на световом конусе.
3. Разработано обобщение оптимизационной процедуры Бродского–Лепажу–Маккензи для любого порядка теории возмущений КХД.
4. Результаты из **п. 1** и **п. 2** применены для описания в рамках правил сумм на световом конусе переходных формфакторов процессов $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$, $\rho\gamma^* \rightarrow \pi^0$, анализа экспериментов CELLO и CLEO, а также сравнения с решеточными данными. Получено хорошее согласие предсказаний КХД в порядке $O(\alpha_s)$ с различными данными. Учтён важный для оптимизации по Бродскому–Лепажу–Маккензи вклад в порядке $O(\beta_0\alpha_s^2)$, уменьшающий значение формфактора на величину $\lesssim 10\%$.

2. ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность исследуемой проблемы, сформулирована цель и задачи диссертационной работы, перечислены полученные в диссертации новые результаты, их практическая ценность, представлены положения, выносимые на защиту и описана структура диссертации.

В первой главе «ПС КХД с нелокальными конденсатами для мезонных амплитуд распределения» дано историческое введение в метод ПС КХД. Главными объектами исследования здесь являются мезонные амплитуды распределения (АР) ведущего твиста. Они определяются и восстанавливаются по своим функционалам — $\langle \xi^{2n} \rangle_M$ моментам, обратным моментам $\langle x^{-1} \rangle_M$, которые получаются в рамках обобщенных правил сумм КХД с нелокальными вакуумными конденсатами.

В **1-м** разделе обсуждается проблема ПС КХД для моментов амплитуд распределения, показана [3] несостоятельность первоначального подхода Черняка и Житницкого (ЧЖ) [37], основанного на стандартных локальных конденсатах [34]. Важности учета нелокальности вакуумных конденсатов (НЛК) для оценки моментов АР, основные идейные и расчетные элементы метода иллюстрируется на примере простой скалярной модели [1]. Вводятся и исследуются основные характеристики для описания различных НЛК – функции распределения $f_T(\nu)$ по виртуальности ν . В отсутствие теории КХД-вакуума эти распределения конструируются как модели. Главный вывод раздела — надежное построение АР мезонов в ПС КХД невозможно без учёта нелокальности конденсатов.

В разделе **2** обсуждаются основные элементы ПС КХД с НЛК, вклады разных конденсатов вычисляются в общем виде [31, 1], вычислены $O(\alpha_s)$ поправки. Рассмотрен вклад глюонного НЛК [4], незначительный численно

в случае легких мезонов, но требующий громоздкого теоретического анализа. Вводится минимальная “гауссова” модель для НЛК, учитывающий только одну, важнейшую характеристику НЛК распределений — обратную ширину распределения λ_q . Последняя связана с вакуумным средним размерности 5 [38], $\lambda_q^2 = \langle \bar{q}(ig\sigma_{\mu\nu}G_{\mu\nu})q \rangle / (2\langle \bar{q}q \rangle) \simeq 0.4 \text{ ГэВ}^2$, известна из оценок в феноменологии адронов и решетки, см гл. 2,4. Отношение $\lambda_q^2/m_\rho^2 \sim 1$ может служить критерием важности НЛК. Построены прецизионные ПС КХД с НЛК для моментов пионной и ρ -мезонной продольной АР [9] дающие оценки моментов до $\langle \xi^{10} \rangle_M$, см. рис. 1(a).

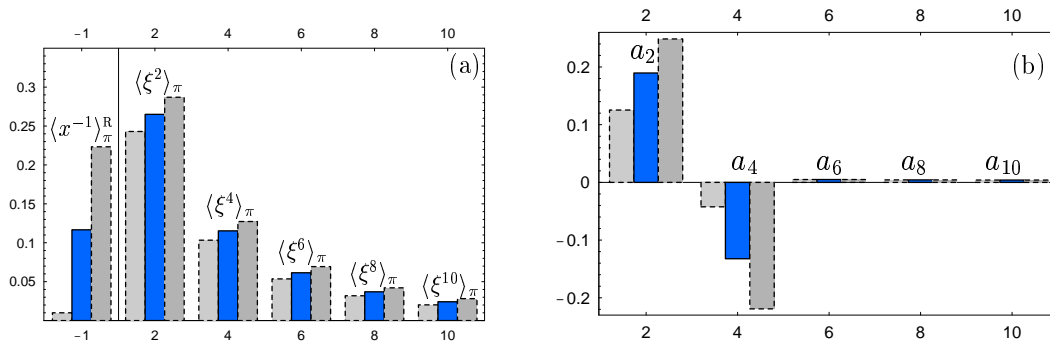


Рис. 1. (a) средние (синие) столбики — средние значения моментов, боковые (серые) дают интервал неопределенностей обработки ПС КХД. $\langle x^{-1} \rangle_\pi^R \equiv \langle x^{-1} \rangle_\pi / 3 - 1$ — независимая оценка обратного момента из ПС КХД. (b) гегенбауэровские моменты, полученные из первых 5 ξ -моментов на (a)

Эти 5 моментов были пересчитаны в коэффициенты гегенбауэровских гармоник [16, 27], и оказалось, что с хорошей точностью достаточно двух гармоник a_2 , a_4 . Построено допустимое множество моделей амплитуды рас-

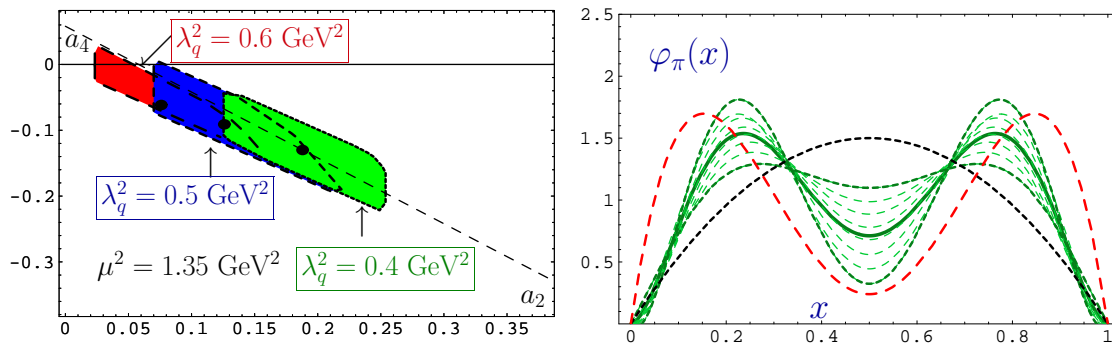


Рис. 2. слева: допустимые множества 2-параметрических АР на плоскости (a_2, a_4) при $\lambda_q^2 = 0.6, 0.5, 0.4 \text{ ГэВ}^2$ соответственно. справа: Пучок допустимых профилей АР (зеленые кривые) в сравнении с моделью ЧЖ — пунктирная (красная) и асимптотич. — коротко-пунктирная (черная)

пределения (АР) π -мезона твиста 2 и отвечающие им доверительные ин-

тервалы на плоскости (a_2, a_4) , см. рис. 2(слева) при различных значениях λ_q^2 . Пучок допустимых профилей АР (при предпочтительном значении $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ ГэВ}^2$) приведен на рис. 2(справа).

В разделе 3 сформулированы и исследуются [14, 15] ПС КХД с НЛК для константы распада и моментов АР поперечно-поляризованного ρ^T . Идейно этот расчет повторяет предыдущие для АР пиона и ρ^L , но отягощен необходимыми проекциями на более сложные тензорные структуры. На рис. 3 приведен профиль соответствующей АР, построенный на трех гегенбауэровских гармониках.

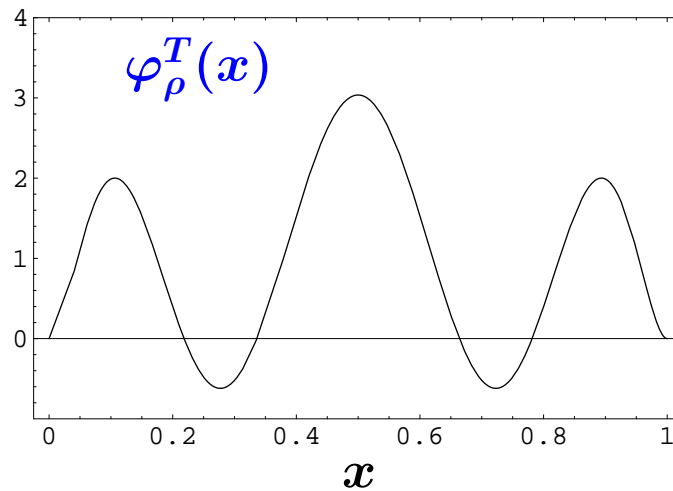


Рис. 3.

Во второй главе «Прямое определение пионной амплитуды распределения твиста 2» развивается подход для непосредственного определения формы АР пиона $\varphi_\pi(x; \mu^2)$ и радиальных возбуждений. На основе частичного сохранения аксиального тока, используя недиагональный коррелятор аксиального и псевдоскалярного токов и, применяя естественное приближение для кварк-глюон-кварковых нелокальных конденсатов удается получить важное соотношение для взвешенной суммы АР радиальных возбуждений пиона [39]. Распределение кварков-партонов $\varphi_M(x)$ по продольному импульсу xP в пионе (левая часть (1), M^2 - параметр Бореля)

$$\varphi_\pi(x) + \varphi_{\pi'}(x)e^{-m_{\pi'}^2/M^2} + \varphi_{\pi''}(x)e^{-m_{\pi''}^2/M^2} + \dots = \frac{M^2}{2} \left(1 - x + \frac{\lambda_q^2}{2M^2}\right) \cdot f_s(xM^2) + (x \rightarrow 1 - x) \quad (1)$$

оказалось прямо связанным с $f_s(\nu)$ -распределением кварков по виртуальности ν в непертурбативном КХД-вакууме. Задача состоит в извлечении $\varphi_i(x)$ и масс резонансов m_i по правой части (1), при этом $f_s(\nu)$ — гладкая функция, параметризующая скалярное вакуумное среднее $\langle : \bar{q}(0)q(z) : \rangle$ и удовлетворяющая асимптотическим условиям при $\nu \rightarrow 0$ и ∞ .

В **1-м** разделе обсуждаются различные модели для неизвестной пока f_s , общие условия которым они удовлетворяют. Эти модели соотносятся [17] с данными решеточных расчетов нелокальных кварковых конденсатов [40]. Из решеточных данных, исследованием предельных переходов и перенормировок извлекается обратная ширина кваркового распределения $\lambda_q^2 = (0.4 \div 0.55) \text{ ГэВ}^2$, подтверждая оценки из адронной феноменологии.

Во **2-м** разделе В “дифференциальном” подходе [6], предполагая известным спектр $\{m_i\}$, построена, основанная на сконструированных дифференциальных операторах, процедура выделения основного состояния и низших резонансов. Эффективность процедуры зависит от класса функций f_s , и форма АР зависит от деталей поведения конкретного анзаца. Исследованы классы функций, лучше удовлетворяющие критериям процедуры и описывающие первые возбуждения.

В **3-м** разделе развит “интегральный” подход — найдено интеграль-

ное двух-параметрическое преобразования [6, 7, 25] в комплексной плоскости $\tau \equiv 1/M^2$, осуществляющее проекцию на резонансное состояние. При этом сформулированы условия получения массы резонанса $\{m_i\}$, если предыдущее состояние/масса уже известны. В этом подходе устойчивость процедуры для определения АР/масс была проверена на примере точно решаемой задачи двумерного гармонического осциллятора. Установлено ослабление чувствительности формы $\varphi_\pi(x)$ к деталям анзаца $f_s(\nu)$. Так, приняв $m_\pi = 0$, шаг за шагом предсказываются массы первых радиальных возбуждений: $m_{\pi'}^2 = 1.8 \text{ ГэВ}^2$ (сравнить с 1.7 ГэВ^2 экспериментальной); $m_{\pi''}^2 = 3 - 4 \text{ ГэВ}^2$, а также их АР [7, 25]. Разные анзацы и разные подходы приводят к несколько различным АР $\varphi_\pi(x)$, см. рис. (4), которые, в целом, имеют общие черты поведения в области $0.15 \lesssim x \lesssim 0.85$, вне этой области профиль АР не определяется.

Основной вывод — получаемые профили АР пиона качественно согласуются друг с другом и, в целом, с АР из моментных ПС КХД гл. 1. и противоречат АР ЧЖ [37]. Главное ограничение методов — решение зависит от деталей модели $f_s(\nu)$ и не позволяет надежно определить АР в окрестностях концевых точек $x = 0, 1$.

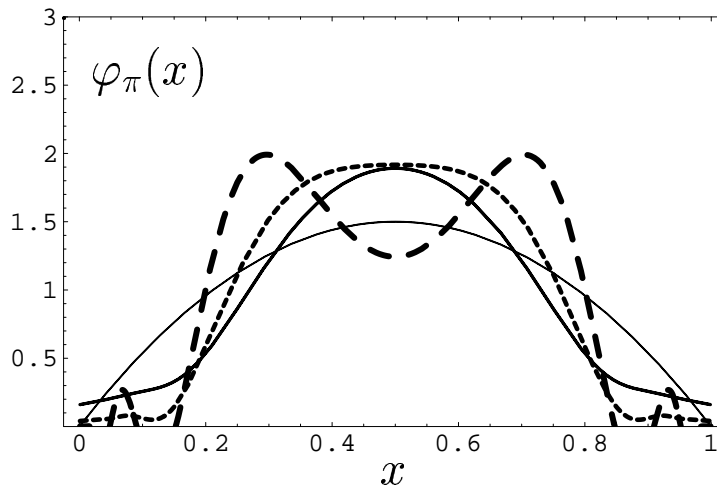


Рис. 4. Профили пионной АР — сплошной линией, коротким и длинным пунктирами — для различных анзацев и методов извлечения. Низкая тонкая кривая — асимптотическая АР, показана для сравнения.

В третьей главе «Пертурбативные вычисления для жестких эксклюзивных процессов» объектами исследований являются пертурбативные компоненты теорем факторизации применительно к процессам с π, ρ — мезонами: ядра и решения уравнений эволюции ЕРБЛ, V , (ДГЛАП, P) для АР старшего твиста [33], жесткие партонные амплитуды и их спектральные плотности ρ . Будет также рассмотрена и решена общая задача оптимизации рядов в пКХД в духе процедуры Бродского–Лепаж–Маккензи (БЛМ).

Известно, в 1-петлевых (несинглетных) ядрах эволюции $V_{(0)}$, свойства конформной симметрии (КС) не нарушены, а решения соответствующих уравнений – гегенбауровские гармоники $\psi_n = 6x(1-x)C_n^{3/2}(2x-1)$ – определяются этими свойствами, которые нарушаются перенормировками в следующих петлях. В **1-м** разделе обсуждается общая структура 2-петлевого ядра ERBL для легких мезонов, источники и проявления в ней нарушений КС [13]. Это иллюстрируется прямым 2-петлевым расчетом ядра ERBL в случае поперечно-поляризованного ρ -мезона, позволяющим использовать АР, найденную в гл. **1**, для вычислений процессов в порядке $O(\alpha_s)$.

Одним из источников нарушения КС является перенормировка заряда, проявляющаяся на 2-петлевом уровне в особых логарифмических вкладах $\alpha_s^2 V' \beta_0 \sim \alpha_s V_{(0)} (\alpha_s \beta_0 \ln(x/y))$. Такие вклады можно суммировать во всех порядках $\sim (\alpha_s \beta_0 \ln(x/y))^n$ что соответствует учёту бесконечной ренор-

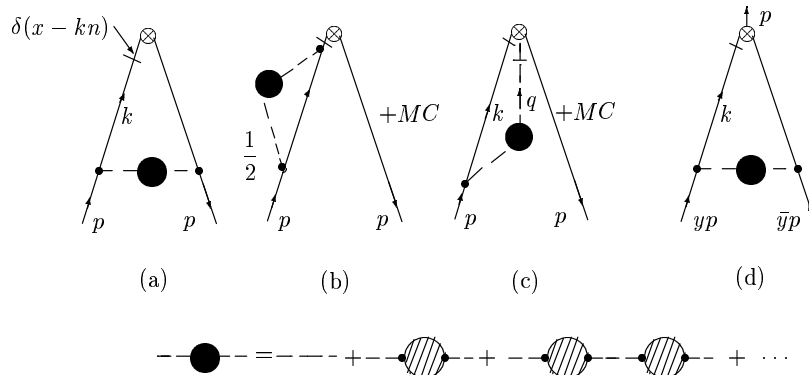


Рис. 5. Характерные диаграммы для учета вкладов ренормалонных цепочек в ядра ДГЛАП (а, b, c) и, аналогично, ЕРБЛ (d). Черный круг представляет сумму всех типов 1-петлевых вставок (штрихованный круг) в глюонную линию — кварковую, глюонную (духовую) петли. В вершинах \otimes — составной оператор, МС означает зеркально симметричную диаграмму.

малонной цепочки, см. рис. 5, в 1-петлевых диаграммах для эволюционных

ядер. Возникающие ряды для ядер/аномальных размерностей имеют ненулевой радиус сходимости [10, 11], в отличии от ренормалонных вкладов в матричные элементы, и результат можно трактовать как эффективный учет 1-петлевого “бега” заряда. Развита методика для вычисления таких вкладов “во всех петлях”, в несиглетные ядра в модели $[\varphi^3]_{D=6}$ [10] и КХД [11, 26]. Получены замкнутые выражения для полных ядер $V^t(x, y)$ ($P^t(z)$), в КХД, в ξ -калибровке это даёт, например, для ядра ЕРБЛ (для пионной АР)

$$V_0 \rightarrow V^t = a_s C_F 2 \left[\theta(y > x) \left(\frac{x}{y} \right)^{1-A} \left(1 - A + \frac{1}{y-x} \right) \right]_+ \frac{A(0, \xi)}{A(A, \xi)} + (x \rightarrow \bar{x}, y \rightarrow \bar{y}) \quad (2)$$

$$\psi_n \rightarrow \psi_n^t(x) \sim 6 (x\bar{x})^{1-A} C_n^{(3/2-A)} (2x-1), \quad A \equiv A(0, \xi) = a_s \gamma_g(\xi), \quad (3)$$

где $A(\varepsilon, \xi)$ — некоторая функция; A — её частное значение, аномальная размерность глюонного поля; ψ_n^t — собственные функции ЕРБЛ. Найдено обобщение приближения “наивной неабелизации” специальным выбором калибровки $\xi = -3$ при котором $A = a_s \beta_0$ [12]. Для улучшенного таким образом уравнения ЕРБЛ восстанавливается свойство КС, но решения даются другим представлением группы КС, ψ_n^t , со смещенным на $-A$ индексом. Учтенные в V^t вклады важны при малых значениях $x \sim 10^{-3}$. При еще меньших x более важными оказываются другие источники нарушения КС — квадратично-логарифмические члены, обязанные эффектам перенормировки составного оператора \otimes в вершинах на рис.5 и выраженные, отчасти, “одеванием” лестничными диаграммами.

Известная процедура оптимизации БЛМ, изначально сформулированная для разложения до члена $d_2 a_s^2$, фиксирует значение нормировки μ' у связи $a_s(\mu'^2)$ по отношению к внешнему масштабу импульсов μ . При этом, $d_2 \rightarrow d'_2$, т.е., часть d_2 , связанная с перенормировкой заряда, переносится, следуя РГ, в новую нормировку $\mu \rightarrow \mu'$. Последняя замена нормировки, учитывающая специфику проявления рад. поправок, может заметно изменить оценку для всей величины и эффективно учитывает часть следующих порядков разложения. Для процедуры достаточно знать лишь пропорциональную β_0 часть поправок в приближении за лидирующим. Во **2-м** разделе

разработано обобщение процедуры БЛМ для любого фиксированного порядка, основанное: (1) на представлении d_i в ряд по допустимым степеням коэффициентов β -функции β_j ; (2) на эмпирической иерархии коэффициентов β -функции, $\beta_0 = \frac{11}{3}C_A - \frac{2}{3}N_f \gg 1$ и $\beta_j = O(\beta_0^{(j+1)})$ в пКХД [30, 21]. Обобщение даёт μ' в виде однозначного разложения в ряд по степеням $a_s(\mu'^2)$, последовательно, от порядка к порядку и вне рамок приближения больших β_0 [21], при этом, нулевой член разложения — стандартная нормировка БЛМ. В результате этого обобщения, названного последовательным (п)БЛМ, исходный ряд может быть переписан в форме некоторой непрерывной дроби, или ряда, коэффициенты которого уже не зависят от β -функции и их значения отвечают конформному пределу $\beta = 0$. Рассмотрены скелетные диаграммы — образы элементов этой схемы. Показано, что следование исходному принципу БЛМ может и не приводить к оптимизации, т.е., к уменьшению $|d'_i|$ по сравнению с $|d_i|$. Проводится усовершенствование процедуры пБЛМ для систематического улучшения сходимости рядов пКХД. Затем эти процедуры применяются к функции Адлера, R-отношению $e^+e^- \rightarrow h$ в адроны, правилу сумм Бъёркена для поляризованного рассеяния. Именно к этим величинам удалось получить явно двойное разложение (т.е., представление в виде матрицы, а не ряда) до порядка $O(a_s^4)$, реализующее условие (1). Последнее обобщение пБЛМ позволяет использовать включенные свободные параметры для улучшения сходимости отрезков степенных разложений в КХД.

В настоящее время проведены расчёты жестких амплитуд T для переходных ФФ в порядках $O(\alpha_s)$ [41, 18, 42], T_1 , что позволяет вычислять ФФ (с учетом 2-петлевой эволюции) в рамках теорем факторизации, а также в следующем порядке члены $O(\alpha_s^2\beta_0)$ [42], $T_{2\beta}$, что даёт оценку эффектов этого порядка пКХД (на основании предложений БЛМ). Но знание жестких амплитуд оказывается недостаточным для описания этих процессов при существующей кинематике эксперимента. Для дисперсионных соотношений, далее примененных в гл.4, нужны соответствующие этим $T_{1,2}$ однократные спектральные плотности (СП) $\rho^{(1,2\beta)}(Q^2, s)$ для ФФ $F_{\gamma^*\gamma^* \rightarrow \pi^0}(Q^2, q^2)$, [43],

определяемые как скачки мнимых частей $\Phi\Phi$ по $s = -q^2$,

$$\rho(Q^2, s) = \frac{\mathbf{Im}}{\pi} \left[T(Q^2, -s) \otimes \varphi_\pi^{(2)} + \text{tw-4} \right] \equiv \frac{1}{Q^2 + s} \bar{\rho}(x, Q^2) \Big|_{x=\frac{Q^2}{Q^2+s}}. \quad (4)$$

В разделе **3** впервые, в общем виде получены приведенные СП $\bar{\rho}^{(1)}$ [23] построенные на гегенбауэровских гармониках ψ_n в (4) что обеспечивает компактную форму,

$$\begin{aligned} \bar{\rho}_n^{(1)}(x; Q^2) = C_F \left\{ -3[1 - v^a(n)] + \frac{\pi^2}{3} - \ln^2\left(\frac{\bar{x}}{x}\right) + 2v(n) \ln\left(\frac{\bar{x} Q^2}{x \mu_F^2}\right) \right. \\ \left. \right\} \psi_n(x) - C_F 2 \left[\sum_{l=0,2,\dots}^n (G_{nl} + v(n)b_{nl}) \psi_l(x) \right], \quad (5) \end{aligned}$$

что позволяет эффективно применять СП для *любых моделей* пионной AP. Здесь $v(n), v^a(n)$ — собственные значения 1-петлевых ядер; b_{nl}, G_{nl} — вычислимые треугольные матрицы, последняя порождена элементом $g(x, y)$ 2-петлевых ядер [42], связанного со специфическим нарушением КС калибровочными полями. Результаты при $n = 0, 2, 4$ в (4,5) сводятся к случаю исследованному в [44].

Вычисление СП в порядке $O(\alpha_s^2 \beta_0)$ основывается на извлеченном из [42] $T_{2\beta}$, зависящем порознь от μ_R, μ_F взятом здесь, для простоты, при $\mu_R = \mu_F$

$$a_s^2 T_{2\beta} = a_s^2 \beta_0 T_0 \otimes \left\{ C_F \mathcal{T}_\beta^{(2)} + L(y) \left([V_{(1\beta)}]_+ - C_F \mathcal{T}^{(1)} \right) - \frac{L^2(y)}{2} V_{(0)} \right\};$$

T_0 - борновская жесткая амплитуда; $L(y) \equiv \ln \left[(Q^2 y + q^2 \bar{y}) / \mu_F^2 \right]$; $[V_\beta^{(1)}]_+$ - β_0 -часть 2-петлевого ядра, обсуждавшаяся в разделе **1**; $\mathcal{T}^{(1)}, \mathcal{T}_\beta^{(2)}$ - ядра коэффициентных функции в 1 и 2-петлях соответственно. Что бы получить СП $\rho^{(2\beta)}(Q^2, s)$ необходимо брать, следуя (4), скачки мнимых частей $T_0 \otimes L, T_0 \otimes L^2$. Окончательные выражения достаточно громоздки, и интерпретируются в [23, 24], здесь же на рис. 6 показаны графики приведенных СП $a_s(\mu_F^2) \bar{\rho}_0^{(2\beta)}(x)$ ($\bar{\rho}_n^{(2\beta)} = b_0 C_F \left[\bar{R}_n^{(2)} \left(x; \frac{\bar{x} Q^2}{x \mu_F^2} \right) \right]$) в сравнении с $\bar{\rho}_0^{(1)}(x)$ для нулевой гармоники, играющие ключевую роль в феноменологическом анализе переходных формфакторов в гл. **4**.

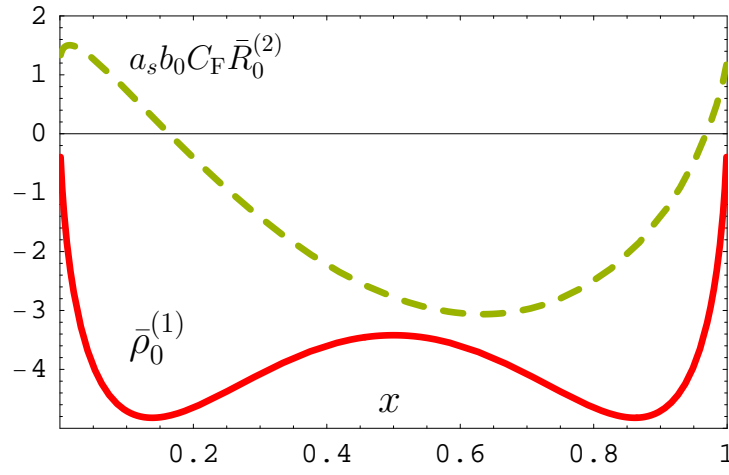


Рис. 6. Пунктирная (зеленая) линия $-a_s(\mu_F^2) \bar{\rho}_0^{(2\beta)} = a_s(\mu_F^2) b_0 C_F \bar{R}_0^{(2)}(x, \frac{x}{x})$ при $Q^2 = \mu_F^2 = (2.4 \text{ GeV})^2$; непрерывная (красная) даёт $\bar{\rho}_0^{(1)}(x)$ в (5).

В четвертой главе «Верификация пионной АР в эксклюзивных процессах» проведено детальное сравнение полученных пионной АР с рядом экспериментальных данных при учете двухпетлевой ЕРБЛ КХД-эволюции и одно- и двухпетлевых пертурбативных амплитуд, исследованных в предыдущих главах.

В **1-м** разделе рассмотрены предварительные оценки чувствительности процесса $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ [2] к нелокальности вакуумных конденсатов. Обсуждаются различные подходы КХД для вычисления переходного форм-фактора (ФФ) $F^{\gamma\gamma^*\pi}(Q^2)$ процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$. Затем, обсуждается подход правил сумм на световом конусе (ПС СК), Ходжамирян [43], Шмеддинг и Яковлев [44], основанном на дисперсионных соотношениях и конструировании физической спектральной плотности. Это позволяет учесть эффекты взаимодействия в начальном состоянии с квази-реальным фотоном и, поэтому, наиболее подходит для описания процессов при кинематике реальных экспериментов $\gamma(q \simeq 0)\gamma^*(Q) \rightarrow \pi^0$.

Во **2-м** разделе, результаты для переходного ФФ $F^{\gamma\gamma^*\pi}(Q^2)$ в ПС СК в порядке $O(\alpha_s)$ сравниваются с данными CLEO/CELLO экспериментов, это вычисление рассматривается и как инструмент обратной задачи по извлечению пионной АР [18] из высокоточных данных CLEO. Существенно улучшен предыдущий анализ экспериментальных данных

по $F^{\gamma^*\gamma\pi}(Q^2)$ проведенный в [44], путём учета двухпетлевой эволюции пионной АР для передач Q_{exp}^2 CLEO. Исследована чувствительность результатов к α_s – поправкам и ко вкладу твиста 4 (пропорционального величине δ^2). Приводим обработку данных CLEO, извлекая параметры пионной АР (с тремя гегенбауэровскими гармониками) – коэффициенты Гегенбауэра a_2 , a_4 , см. рис. 7(а,б,с). Этот анализ подтверждает наши предыдущие результаты и, в общем, выводы [44]: как асимптотическая АР (◆), так и модель ЧЖ [37] (■) отвергается данными CLEO, в то время как пучок БМС моделей АР (центральные точки ✕), следующий из КХД правил сумм с НЛК (см. гл. 1-2) — подтверждается. Существенный элемент анализа — учёт связи $2\delta^2 \simeq \lambda_q^2$ (полученной из ПС КХД) между параметром вклада твиста 4 в жестком процессе и, соответственно, основным параметром непертурбативного КХД-вакуума, λ_q^2 . Совместно с использованием данных CLEO это даёт новое ограничение величины $\lambda_q^2 = \langle \bar{q}D^2q \rangle / \langle \bar{q}q \rangle$ и ведёт: (1) к учету АР пиона согласованному с величиной вклада твиста 4, важного в области умеренных/малых передач; (2) независимой оценки средней виртуальности вакуумных кварков, $\lambda_q^2 \lesssim 0.4 \text{ ГэВ}^2$, см. пересечение допустимой области АР из ПС КХД (зеленый прямоугольник) и 2σ -области CLEO на рис. 7(а). В результате,

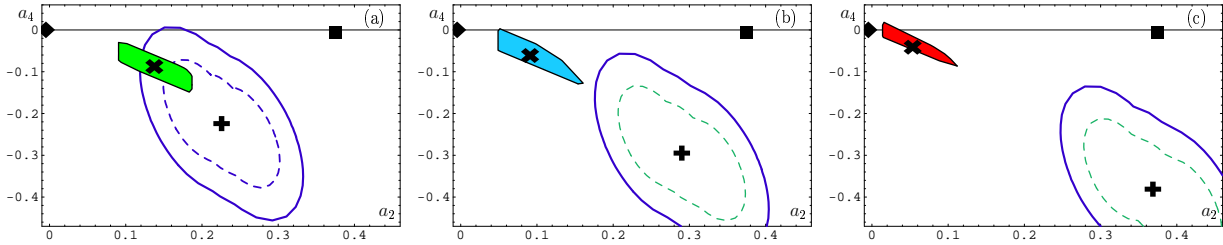


Рис. 7. Три 2σ - допустимых области значений (a_2, a_4) с центральными точками \blackplus следующих из анализа данных CLEO при различных значениях λ_q^2 : (а) — для $\lambda_q^2 = 0.4 \text{ GeV}^2$, $\delta^2 = (0.19 \pm 0.02) \text{ GeV}^2$; (б) — для $\lambda_q^2 = 0.5 \text{ GeV}^2$, $\delta^2 = (0.235 \pm 0.025) \text{ GeV}^2$; (с) — для $\lambda_q^2 = 0.6 \text{ GeV}^2$, $\delta^2 = (0.29 \pm 0.03) \text{ GeV}^2$. Непрерывной линией описан 2σ -контур, прерывистой — 1σ -контур. Три скошенных параллелограмма представляют допустимые области (a_2, a_4) , получаемые из ПС КХД для АР [16] при значениях $\lambda_q^2 = 0.4, 0.5, 0.6 \text{ GeV}^2$ (слева направо). Все значения пересчитаны к нормировке $\mu^2 = (2.4)^2 \text{ GeV}^2$, средней для передач Q_{exp}^2 CLEO. Точки ✕ означает здесь БМС модели, отвечающие приведенным частным значениям λ_q^2 , модель ЧЖ — ■, асимптотическая АР — ◆.

величина λ_q^2 оказывается в согласии с другими независимыми оценками из адронной феноменологии [45, 3, 9] и решетки [17]. Так из анализа переходного $\Phi\Phi$ в порядке $O(\alpha_s)$ КХД получает подтверждение низкоэнергетическая амплитуда AP, полученная в методе ПС КХД НЛК.

В **3-м** разделе результаты предыдущего анализа усилены, дополнены исследованием обратного момента $\langle x^{-1} \rangle_\pi$ в CLEO, двух-струйной диссоциации пионов в E791 эксперименте [18, 20, 29], вычислений на решётке [22]. Исследование главных источников неопределенностей ПС СК для $F\gamma\gamma^* \rightarrow \pi$, связанных с неопределенностью оценки вклада твиста 4, некоторых параметров ПС СК, привело к консервативным но и более надежным результатам извлечения допустимой области AP на рис. 8(слева). Эти выводы устойчивы к возможному исключению части низкоэнерге-

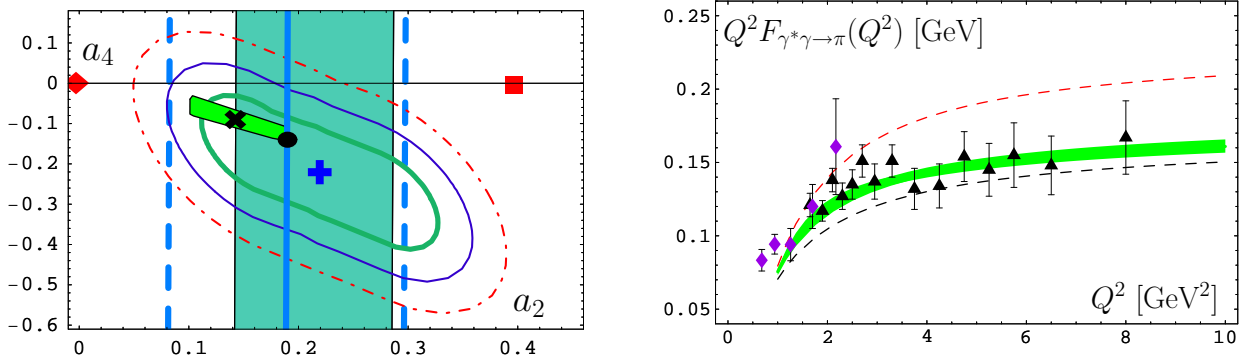


Рис. 8. Слева: Сравнение ограничений из данных CLEO по $\Phi\Phi$ с предсказаниями ПС КХД НЛК для пучка AP БМС — прямоугольник (зеленый) — на плоскости (a_2, a_4) . Плотный (зеленый) контур — 1σ -область CLEO; тонкий (синий) контур — 2σ -область; штрих-пунктирный (красный) контур 3σ -область; $+$ — лучший фит БМС [18, 19]; \bullet — лучший фит из [44]; \blacklozenge — Ас. AP; \blacksquare — ЧЗ AP; вертикальные полосы — ограничения для a_2 из решетки; прочие условия как на рис. 7. Справа: Теоретические предсказания для $F\gamma\gamma^* \rightarrow \pi$ из ПС СК на фоне данных CELLO — ромбы, CLEO — треугольники. Полоса (зеленая) — пучок БМС; пунктирная (красная) линия — AP ЧЗ; нижняя пунктирная (черная) линия — AP Ас.

тических экспериментальных точек, к стандартным вариациям вкладов радиационных поправок [18]. Мы заключаем, что согласно CLEO модель AP ЧЗ *исключена на уровне не менее 4- σ* , а асимптотическая AP — *на уровне не менее 3- σ* . Напротив, пучок AP БМС из ПС КХД НЛК (гл. 1) большей частью включен в 1σ доверительный интервал, см. прямоугольник (зеленый) включенный во внутренний 1σ эллипс на рис.

8(слева). На рис. 9(слева) приведен аналогичный анализ в терминах обратного момента $\langle x^{-1} \rangle_\pi$ пионной АР. Этот функционал АР важен при вычислении разных пионных ФФов и может быть получен *независимо* от вычисления моментов АР только в ПС КХД НЛК. Результат последней оценки представлен на рисунке синей полосой, покрывающей 1- σ эллипс CLEO. Предложенный нами пучок АР хорошо согласуется и с данными

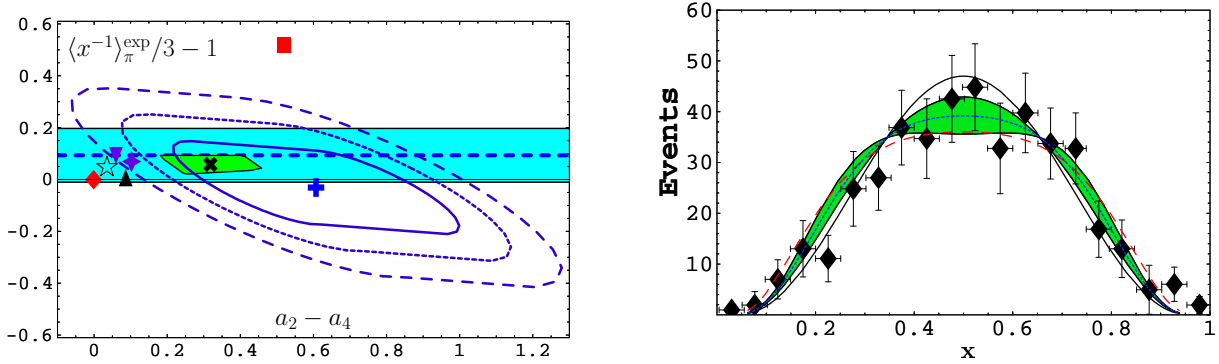


Рис. 9. Слева: то же что и на рис. 8 но для $\langle x^{-1} \rangle_\pi$, горизонтальная (синяя) полоса — предсказание для обратного момента из ПС НЛК. Справа: Предсказания для диссоциации пиона в две струи на фоне экспериментальных данных: зеленая полоса — для пучка БМС; пунктирная (красная) линия — АР ЧЖ; сплошная (черная) линия — АР Ас.

по дифракционной диссоциации пиона в две струи на ядре в эксперименте E791, независимо подтверждая этим наши результаты для АР пиона, см. полосу (зеленую) на рис.9(справа). Наконец, результаты решеточных расчетов [46], для 2-го момента пионной АР, показанные вертикальными полосами на рис. 8(слева), хорошо пересекаются и с БМС область, и лежат внутри 1- σ эллипса CLEO. Взаимное согласие всех трех независимых вычислений сохраниться и в случае применения ренормальной модели ко вкладам твиста 4, исследованной в [22], и, предположительно, завышающей отрицательный вклад твиста 4. Найденные ограничения поддерживают придавленную на концах, двугорбую форму пионной АР, полученную нами ранее из КХД правил сумм с нелокальными конденсатами при значении средней виртуальности вакуумных кварков $\lambda_q^2 \simeq 0.4$ ГэВ².

В 4-м разделе переходные фотон-пионный ($\gamma^* \gamma \rightarrow \pi$) и ρ -фотон-пионный ($\gamma^* \rho \rightarrow \pi$) ФФ изучены в ПС СК в порядке $O(\alpha_s^2 \beta_0)$ пК-

ХД. Спектральная плотность для вычисления $\Phi\Phi$ получена в порядке $O(\alpha_s)$ в общем виде — для любых гегенбауэровских гармоник, а в следующем порядке, $O(\alpha_s^2)$, учтена часть пропорциональная β -функции. Исследуется величина вклада такой двухпетлевой поправки на основе процедуры БЛМ, дающей знак и порядок величины вклада. Улучшена модель мезонного спектра в ПС СК учетом конечных ширин мезонов. Суммарная величина вновь учтенных поправок к $F^{\gamma^*\gamma\pi}$ составляет -7% при $Q^2 \simeq 2 \text{ GeV}^2$ и падает до -2% (при $Q^2 \geq 6 \text{ GeV}^2$). Показано, что использование БМС АР пиона даёт предсказания всё еще неплохо согласующиеся с данными CELLO и CLEO [23], см. рис. 10 (левый), хотя

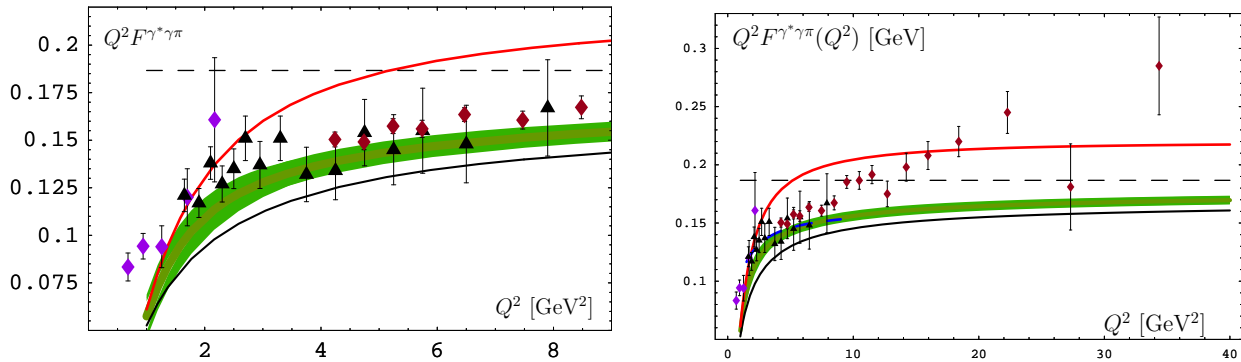


Рис. 10. Зеленая полоса — предсказания для $\Phi\Phi$ [23], основанные на АР БМС и включающие важные неопределенности подхода; верхняя красная линия — предсказания для АР ЧЖ; нижняя черная линия — предсказания для “асимптотической” АР. Фиолетовые ромбы — данные CELLO; черные треугольники — CLEO; красные ромбики — новые данные ВаВаг

величина $\Phi\Phi$ уменьшается и согласие несколько ухудшается. В тех же приближениях обсуждаются предсказания для $\Phi\Phi$ процесса $\gamma^*\rho \rightarrow \pi$, которые оказываются чувствительными к поведению амплитуды распределения пиона в окрестности концевых точек $x = 0, 1$ вместо “интегральной характеристики” $\langle x^{-1} \rangle_\pi$ для процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$. Так доставляется независимый тест для АР пиона [23]. Наши предсказания для $\Phi\Phi$ $F^{\gamma^*\rho \rightarrow \pi}$ представлены на рис. 11.

Установлено, что в рамках коллинеарной факторизации никакая АР не может воспроизвести наблюдаемый рост с Q^2 при ($Q^2 \geq 10 \text{ GeV}^2$) части новых данных ВаВаг для $F^{\gamma^*\gamma\pi}$, см. рис. 10 (правый), хотя модель БМС согласуется с другой (низко-энергетической) частью результа-

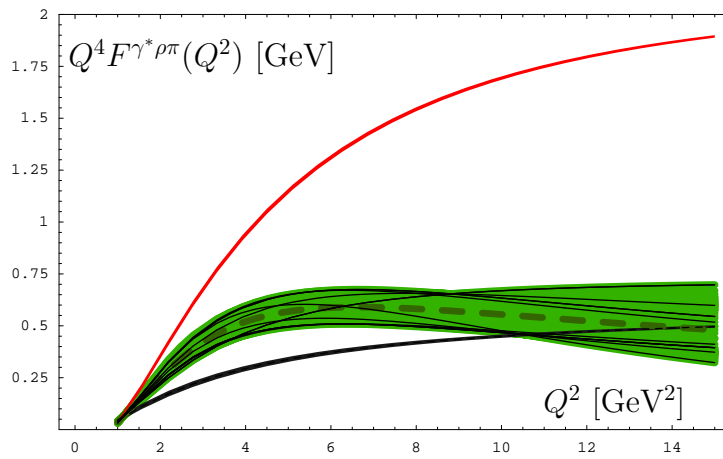


Рис. 11. Зеленая полоса — предсказания для $\Phi\Phi$ [23], основанные на АР БМС и включающие важные неопределенности подхода; верхняя красная линия — предсказания для АР ЧЖ; нижняя черная линия — предсказания для “асимптотической” АР.

тов ВаВаг (рис 10 (левый)). Если высокоэнергетические ВаВаг данные подтвердятся, то это потребует существенного пересмотра взглядов на условия применимости коллинеарной факторизации [24].

В заключении суммированы основные выводы диссертации, а важные технические детали собраны в пяти приложениях:

1. Параметризация нелокальных вакуумных конденсатов.
2. Численные параметры для правил сумм КХД.
3. Пертурбативное разложение КХД β -функции.
4. Пертурбативное разложение D_V -функции.
5. Пертурбативное разложение $S_{Vj\rho}$ -функции.

Список публикаций по материалам диссертации

- [1] С. В. Михайлов и А. В. Радюшкин, “Нелокальность кварковых конденсатов и волновая функция пиона в КХД. ”, Яд. физ. **49**, 794 (1989).
- [2] С. В. Михайлов и А. В. Радюшкин, “Процесс $\gamma^* \gamma^* \rightarrow \pi^0$ и нелокальность конденсатов”, Яд. физ. **52**, 1095 (1990).
- [3] Mikhailov S. V., Radyushkin A. V., “The pion wave function and QCD sum rules with nonlocal condensates”, Phys. Rev. **D 45**, 1754, 1992.

- [4] С. В. Михайлов, “Нелокальный глюонный конденсат в КХД правилах сумм волновых функций”, Яд. физ. **56**, 143 (1993).
- [5] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., “The Photon structure function $F(2)$ in QCD with nonlocal vacuum quark condensates”, Письма в ЖЭТФ **60**,159 (1994).
- [6] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., “QCD sum rules for pion wave function revisited”, Z. Phys. **C 68** 451 (1995).
- [7] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., “Integral transform technique for meson wave functions”, Mod. Phys. Lett.**A 11** (1996) 1611.
- [8] A. E. Dorokhov and S. V. Esaibegian and S. V. Mikhailov “Virtualities of quarks and gluons in QCD vacuum and nonlocal condensates within single instanton approximation ” Phys. Rev. **D 56**, 4062, 1997.
- [9] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., “The ρ -meson and related meson wave functions in QCD sum rules with nonlocal condensates”, Phys. Lett. **B436**, 351, 1998.
- [10] Mikhailov S. V., “Renormalon chains contributions to the non-singlet evolutional kernels in $(\varphi^3)_6$ and QCD”, Phys. Lett. **B 416** 421, 1998.
- [11] Mikhailov S. V., “Renormalon chains contributions to non-singlet evolution kernels in QCD”, Phys. Lett. **B 431** 387, 1998.
- [12] Mikhailov S. V., “A multiloop improvement of nonsinglet QCD evolution equations”, Phys. Rev. **D 62**, 034002, 2000.
- [13] Mikhailov S. V., Vladimirov A. A., “ERBL and DGLAP kernels for transversity distributions. Two-loop calculations in covariant gauge”, Phys. Lett. **B 671** 111, 2009.
- [14] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., “QCD vacuum tensor susceptibility and properties of transversely polarized mesons”, Eur. Phys. J.**C 17**, 129, 2000.

- [15] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., “New shapes of light-cone distributions of the transversely polarized rho mesons”, *Eur. Phys. J. C* **19**, 361, 2001.
- [16] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G., “QCD-based pion distribution amplitudes confronting experimental data”, *Phys. Lett. B* **508**, 279, 2001.
- [17] Bakulev A. P., Mikhailov S. V. “Lattice measurements of nonlocal quark condensates, vacuum correlation length, and pion distribution amplitude in QCD”, *Phys. Rev. D* **65**, 114511, 2002.
- [18] Bakulev, A. P. and Mikhailov, S. V. and Stefanis, N. G., “Unbiased analysis of CLEO data beyond LO and pion distribution amplitude” *Phys. Rev. D* **67**, 074012, 2003.
- [19] A. P. Bakulev, S. V. Mikhailov, and N. G. Stefanis, “CLEO and E791 data: A smoking gun for the pion distribution amplitude? ” *Phys. Lett. B* **578**, 91, 2004.
- [20] A. P. Bakulev, S. V. Mikhailov, and N. G. Stefanis, “Deep inside the pion: Reconciling QCD theory with data”, *Annalen Phys.* **13**, 629 (2004).
- [21] Mikhailov S. V., “Generalization of BLM procedure and its scales in any order of pQCD: A practical approach”, *JHEP* **06**, 009 (2007)
- [22] Bakulev, A. P. and Mikhailov, S. V. and Stefanis, N. G., “Tagging the pion quark structure in QCD” *Phys. Rev. D* **73**, 056002, 2006.
- [23] S. V. Mikhailov, and N. G. Stefanis, “Transition form factors of the pion in light-cone QCD sum rules with next-to-next-to-leading order contribution ” *Nucl. Phys. B* **821**, 291, 2009.
- [24] S. V. Mikhailov, and N. G. Stefanis, “Pion transition form factor at the two-loop level vis-à-vis experimental data”, *Mod. Phys. Lett. A* **24**, 2858, 2009.

- [25] Bakulev A. P., Mikhailov S. V. “New approach to the non-diagonal QCD sum rules for pion wave functions” *Chin. J. Phys.* **34**, 1065 (1996).
- [26] Mikhailov S. V., “The non-singlet evolution kernels improved by renormalon chain contributions in QCD”, in *Proceedings of the 10th International seminar Quarks’98, Suzdal, Russia, 18–24 May 1998* edited by F.L. Bezrukov et al. (INR RAS, Moscow, 1998), pp. 142–155; hep-ph/9809299.
- [27] Bakulev A. P., Mikhailov S. V., Stefanis N. G., “On a QCD based pion distribution amplitude versus recent experimental data” *Proceedings of the 36th Rencontres De Moriond On QCD And Hadronic Interactions, 17–24 Mar 2001, Les Arcs, France / Ed. by J. T. T. Van. Singapore: World Scientific, 2002. Pp. 133–136.*
- [28] Bakulev, A. P. and Mikhailov, S. V. and Stefanis, N. G., “What is this thing called pion distribution amplitude? From theory to data”, *Proceedings of the International Workshop on Light Cone Physics: Hadrons and Beyond, Durham, UK, August 5th–9th, 2003 / Dalley, S., Institute for Particle Physics Phenomenology, 2003, Pp. 172–177*
- [29] A. P. Bakulev, S. V. Mikhailov, N. G. Stefanis, “Accessing the pion distribution amplitude through the CLEO and E791 data”, *Fizika* **B13**, 423 (2004).
- [30] Mikhailov S. V., “Any order generalization of BLM procedure in QCD”, in *Proceedings of the 13th International Seminar Quarks’2004, Vol. 2, Pushkinogorie, Russia, May 24–30, 2004*, edited by D. G. Levkov, V. A. Matveev, and V. A. Rubakov (INR RAS, Moscow, 2005), pp. 536–550; hep-ph/0410134
- [31] Mikhailov S. V., Radyushkin A. V., “Нелокальность кварковых конденсатов и волновая функция пиона в КХД. Общий формализм”, *Dubna preprint P2-88-103*, 1988.

- [32] Mikhailov, S. V. and Stefanis, N. G., “Two-loop contribution to the pion transition form factor vs. experimental data”, Invited talk given by the first author at the 3rd Joint International Hadron Structure’09 Conference, Tatranska Strba (Slovak Republic), Aug. 30–Sept. 3, 2009, arXiv:0909.5128 [hep-ph]

Список цитированной литературы

- [33] A. V. Efremov and A. V. Radyushkin, Phys. Lett. **B94**, 245 (1980);
G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Rev. **D22**, 2157 (1980).
- [34] M. A. Shifman, A. I. Vainshtein, and V. I. Zakharov, Nucl. Phys. **B147**, 385, 448, 519 (1979).
- [35] Vainshtein, A. I. and Zakharov, Valentin I. and Novikov, V. A. and Shifman, Mikhail A., Sov. J. Nucl. Phys. **39**, 77, 1984,
- [36] С. В. Михайлов и А. В. Радюшкин, Письма в ЖЭТФ **43**, 551 (1986);
- [37] Chernyak, V. L. and Zhitnitsky, A. R., Phys. Rept. **112**, 173, 1984
- [38] A. G. Grozin, Int. J. Mod. Phys. **A10**, 3497, 1995.
- [39] A. V. Radyushkin, “Pion wave function from QCD sum rules with nonlocal condensates”, hep-ph/9406237,
- [40] M. D’Elia, A. Di Giacomo, and E. Meggiolaro, Phys. Rev. **D59** (1999) 054503.
- [41] E. P. Kadantseva, S. V. Mikhailov, and A. V. Radyushkin, Sov. J. Nucl. Phys. **44**, 326 (1986).
- [42] B. Melić, D. Müller, and K. Passek-Kumerički, Phys. Rev. **D68**, 01401
- [43] A. Khodjamirian, Eur. Phys. J. **C 6**, 477 (1999).
- [44] A. Schmedding and O. Yakovlev, Phys. Rev. **D 62**, 116002 (2000).

- [45] A. A. Ovchinnikov and A. A. Pivovarov, *Sov. J. Nucl. Phys.* **48**, 721 (1988).
- [46] V. M. Braun *et al.*, *Phys. Rev.* **D74**, 074501 (2006); M. A. Donnellan *et al.*, *PoS LAT2007*, 369 (2007).
- [47] Ф. Индурайн, *Квантовая хромодинамика* (Мир, Москва, 1986), 288 с.
- [48] М. Пескин, Д. Шредер *Введение в квантовую теорию поля* (РХД, Москва, 2001), 783 с.
- [49] Н. Н. Боголюбов and Д. В. Ширков, *Введение в теорию квантованных полей* (Наука, Москва, 1957, 1973, 1976, 1984), 597 с.