

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

АНИКИН Игорь Валерьевич

Вклады высшего твиста в жестких процессах КХД

Специальность 01.04.02 — теоретическая физика

**Диссертация на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук**

Научный консультант:
доктор физико-математических наук
Теряев Олег Валерианович

Дубна 2014

Оглавление

Введение	4
1 Вклады высшего твиста в процессах глубоко-виртуального комптоновского рассеяния	23
1.1 Калибровочная инвариантность и твист 3 для амплитуды глубоко-виртуального комптоновского рассеяния: пионная мишень	23
1.2 Калибровочная инвариантность амплитуды глубоко-виртуального комптоновского рассеяния: пример дейтрона и обобщение для случая произвольного адронного спина	32
1.3 Приближение Вандзуры-Вильчека и инвариантность относительно обобщенных вращений	43
1.4 Дисперсионные соотношения и вычитания в жестких эксклюзивных процессах	56
1.5 Пространственно-временная структура полиномиальности и положительной определенности ОПР	63
2 Вклады высшего твиста в двух-фотонных столкновениях	76
2.1 Рождение двух ρ^0 мезонов в $\gamma\gamma^*$ столкновениях	76
2.2 Поиск изотензорного экзотического мезона и вклад твиста 4 в $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho\rho$	91
2.3 Рождение экзотического гибридного мезона в $\gamma^*\gamma$ столкновениях	100
2.4 Дуальность между различными механизмами КХД факторизации в $\gamma^*\gamma$ столкновениях	113
3 Вклады высшего твиста в нуклонных формфакторах	126
3.1 Нуклонные амплитуды распределения высшего твиста в приближении Вандзуры-Вильчека	126
3.2 Нуклонные формфакторы и амплитуды распределения в КХД	143
3.3 Конформная группа и представления для коэффициентных функций	167

3.4	Нуклонные амплитуды распределения и разложение произведений операторов для трех-кварковых токов	170
4	Вклады высшего твиста в электророждении мезонов	178
4.1	Жесткое электророждение гибридного мезона	178
4.2	БЛМ-схема для масштаба в эксклюзивных процессах	197
4.3	Описание эксклюзивных процессов вне рамок лидирующего твиста	205
4.4	Подлинный твист 3 в эксклюзивном электророждении поперечно-поляризованного векторного мезона	214
5	Высший твист в инклюзивных и полуинклюзивных процессах	228
5.1	Калибровочная инвариантность, причинность и глюонные полюса	228
5.2	Факторизация и поперечный импульс в рождении двух адронов при инклюзивной $e^+ e^-$ -аннигиляции	238
	Заключение	258
	Приложение I: Выражения для производных от операторов твиста 5	262
	Литература	264

Введение

В течение десятилетий вся наиболее важная информация о внутренней структуре адронов (в частности, нуклонов) собиралась на основе исследований инклюзивных процессов по рассеянию лептонов. Инклюзивные процессы – это процессы с недектируемыми частицами в конечном состоянии, где лептоны с высокой энергией рассеивались на нуклонной мишени в кинематическом режиме с большими значениями квадратов передачи импульса Q^2 . При этом значения бьеркеновских долей импульса активного кварка x_B равны конечным величинами. Это так называемый бьеркеновский режим (бьеркеновский предел), а процессы, происходящие при таких режимах, относятся к *жестким* процессам. Однако с развитием новых классов ускорителей с очень высокой светимостью, в последние несколько лет стало возможным изучать структуру адронов с помощью эксклюзивных жестких процессов, в которых, в отличие от инклюзивных процессов, все частицы в начальном и конечном состоянии известны и хорошо детектируемы на эксперименте. В частности, для таких будущих ускорителей, как Международный Линейный Коллайдер (МЛК), исследования такого рода жестких процессов является значимой частью в общем числе научных программ и проектов.

На фоне отсутствия полного понимания цветного конфайнмента с теоретической точки зрения, единственным методом приложения квантовой хромодинамики (КХД) является метод, который основывается на разделения (факторизации) динамик, связанных с малыми и большими расстояниями. Процессы, которые происходят на малом расстоянии (или при больших энергиях), могут быть описаны обычными пертурбативными теориями с использованием теории возмущений по малой константе взаимодействия (пертурбативная КХД). Причем, такие подпроцессы не зависят от динамики на больших расстояниях (или при малых энергиях).

С другой стороны, части амплитуд подпроцессов на больших расстояниях должны быть параметризованы в терминах матричных элементов от различных комбинаций кварк-глюонных операторов между адронными состояниями, включая и вакуумные состояния. Данные матричные элементы обладают непертурбативной природой и не могут быть вычислены в рамках пертурбативной КХД. Поэтому информация о таких объектах обычно извлекается из эксперимента или вычисляется в рамках каких-либо непертурбативных подходах, например в рамках решеточ-

ных моделей. Причем, основные свойства таких непертурбативных объектов, например свойства симметрии по отношению к пространственно-временным преобразованиям или свойства эволюции по какой-либо переменной, можно фиксировать исходя из первых принципов.

С математической точки зрения, данная физическая процедура разделения динамик описывается теоремой факторизации или факторизационной процедурой. Теорема факторизации утверждает, что в рамках асимптотического режима при больших значениях переданного импульса, которые обычно выражаются через виртуальность фотона Q^2 , амплитуда данного процесса может быть оценена с помощью разложения по малой величине $1/Q^2$ и представлена в виде, в котором динамики больших и малых расстояний факторизованы. Действительно, в скалярной теории любую амплитуду процесса в α -представлении условно можно записать в виде интеграла Лапласа с интегрантом в виде произведения предэкспоненциальной, относительно большого параметра, и экспоненциальной функций:

$$F(\lambda) = \int_0^{\infty} d\alpha g(\alpha) \exp[-\lambda f(\alpha)] = \frac{g(0)}{\lambda f'(0)} + O(1/\lambda), \quad (1)$$

где λ есть некий большой и положительный параметр, в нашем случае это Q^2 , а функция $f(\alpha)$ имеет минимум, но не экстремум, в точке $\alpha = 0$, причем $f(0) = 0$, $f'(0) > 0$. В общем случае, мера интегрирования определяется многомерными α -переменными, а функции $g(\alpha)$ и $f(\alpha)$ имеют довольно сложный вид по α -переменным и выражаются через соответствующие однородные функции, структуры которых определяются конкретными диаграммами Фейнмана. Заметим, что при асимптотической оценке (1) значения $g(0)$ и $f'(0)$ в итоге будут ассоциированы с мягкими (непертурбативными) и жесткими (пертурбативными) частями амплитуд, соответственно, которые независимы друг от друга.

Для удобства классификации поправок типа $1/Q^2$ вводят понятия геометрического твиста как разность массовой размерности оператора и его лоренцевского спина: $\tau = d - j$. Геометрический твист определяется только для локальных кварк-глюонных операторов, которые преобразуются по определенному лоренцевскому представлению и, следовательно, имеют определенный спин. Кроме того твист связан с определенной степенью поправок, например как $(1/Q^2)^{\tau/2-1}$.

В связи с этим, становится актуальной разработка эффективных методов вычисления и учета поправок по $1/Q^2$ в различных порядках теории возмущения по константе взаимодействия. Данные поправки особо важны для теоретического и экспериментального анализа жестких процессов в области умеренных значений Q^2 .

Основной целью данной диссертации является разработка и дальней-

шее развитие наиболее эффективных методов исследования составной структуры адронов на основе различных схем факторизации, примененных к различным жестким процессам, и учета поправок высшего твиста [1]– [36]. В частности, предложена и развита коллинеарная факторизация на световом конусе, в основе которой лежит факторизация в импульсном представлении вокруг доминантного свето-подобного направления. Данный метод ведет к наиболее естественным определениям соответствующих мягких корреляторов, которые в общем случае не являются независимыми. Редукция их числа к минимальному набору независимых корреляторов достигнута с помощью, во-первых, использования определенных интегральных соотношений, которые вытекают из уравнений движения КХД и, во-вторых, требования инвариантности амплитуд рассеяния относительно обобщенных лоренцевских вращений на световом конусе, описываемых свето-подобным вектором n^μ фиксирующим калибровку. Кроме того, для описания нуклонных жестких процессов предложенный метод включает способ факторизации на основе ковариантного подхода без выделения доминантного направления на световом конусе. Условно можно сказать, что наш подход представляет собой некий симбиоз факторизации в импульсном и координатном представлении:

$$\left\{ \text{LCCF}(\text{p-space}) \right\} \oplus \left\{ \text{CCF}(\text{x-space}) \right\},$$

где LCCF обозначает коллинеарную факторизацию на световом конусе в рамках импульсного представления, а CCF - ковариантную факторизацию на световом конусе в координатном представлении.

Весь материал диссертации можно разделить на три больших направления: (а) исследование высшего твиста в двух-фотонных жестких эксклюзивных процессах, (б) исследование высшего твиста в одно-фотонных жестких эксклюзивных процессах, (в) исследование высшего твиста в жестких инклюзивных и полу-инклюзивных процессах.

Большой интерес со стороны физиков к жестким эксклюзивным процессам вызван главным образом за счет того, что такие процессы дают возможность получить и изучить связь с КХД-корреляторами, которые включают волновые функции адронов. Это стало возможным благодаря введению нового класса партонных распределений и амплитуд распределений, которые называются обобщенными партонными распределениями (ОПР) и обобщенными амплитудами распределения (ОАР), соответственно.

Обобщенные партонные распределения обеспечивают, с одной стороны, связь между обычными партонными распределениями и упругими форм-факторами. С другой стороны, ОПР связаны с недиагональными адронными матричными элементами от соответствующих кварк-глюонных операторов, где является существенным ненулевые передачи импульса и поперечности. В тоже время, обобщенные амплитуды распределения

описывают переходы кварков и глюонов в адронные состояния. Отметим, что обобщенные партонные распределения и обобщенные амплитуды распределения не являются независимыми друг от друга и могут быть связаны определенными преобразованиями кроссинга. В настоящее время, хорошо-известным является тот факт, что ОПР и ОАР дают новые возможности для изучения составной сложной структуры адронных состояний.

Основными реакциями, где исследуются ОПР и ОАР, являются двух-фотонные процессы: непередовое глубоко-виртуальное комптоновское рассеяние с ненулевыми переданными импульсами и столкновение двух фотонов, в результате которого рождаются адроны, а также процессы по рождению адронов в соударении глубоко-виртуального фотона с нуклонами.

Как уже упоминалось, глубоко-виртуальное комптоновское рассеяние является весьма привлекательным процессом для исследования обобщенных партонных распределений. Процесс

$$\gamma^*(q)N(p) \rightarrow \gamma(q')N(p')$$

может быть факторизован в бьеркеновском режиме, при больших значениях переданного импульса $q^2 = -Q^2$, и амплитуда процесса принимает вид математической конволюции коэффициентных функций и ОПР. Было известно, что имеет место нарушение калибровочной инвариантности для амплитуды ГВКР в лидирующем порядке в бьеркеновском режиме [40]). Дело в том, что в рамках рассматриваемого режима соответствующие вклады в амплитуду оказываются пропорциональными поперечной компоненте переданного импульса. Кроме того, они дают ведущие вклады в такие важные наблюдаемые величины, как одно-спиновые асимметрии.

В диссертации проводится детальный анализ проблемы нарушения калибровочной инвариантности амплитуды ГВКР. В импульсном представлении лоренцевская структура амплитуды ГВКР на уровне лидирующего твиста 2 имеет вид поперечного проектора $g^{\mu\nu} - P^\mu n^\nu - n^\mu P^\nu$ [38]. Все 4-вектора можно представить в виде судаковского разложения по поперечным компонентам и свето-подобному базису, составленный из векторов P и n . Следовательно, если импульс виртуального фотона имеет поперечную компоненту, то свертка данного импульса с амплитудой ГВКР на уровне твиста 2 дает ненулевое значение, что ведет к нарушению калибровочной инвариантности по фотону. Другими словами, мерой нарушения абелевой калибровочной инвариантности является ненулевая поперечная компонента виртуального фотона. Поэтому для восстановления калибровочной инвариантности необходимо включить в рассмотрение все возможные вклады, которые линейны по поперечностям. Данные вклады можно разделить на кинематические (кинематический твист 3)

и динамические (динамический твист 3). Последние связаны со вкладами от диаграмм с кварк-глюонными корреляторами в мягких частях соответствующих амплитуд. Включая в рассмотрение диаграммы с одноглюонным излучением из соответствующих коэффициентных функций, которые дают вклад твиста 3, и используя уравнения движения КХД, получено полное калибровочно-инвариантное выражение для амплитуд глубоко-виртуального комптоновского рассеяния на мишенях, состоящих из различных адронов со спинами 0 (пионы, He^4), 1 (дейтрон). Кроме этого получено выражение амплитуды ГВКР для случая произвольного спина адронной мишени. Отметим, что, также как и в случае ГНР, полученные калибровочно-инвариантные амплитуды не содержат явно вклады от кварк-глюонных корреляторов твиста 3, поскольку данные вклады в конечном счете выразились через вклады кварковых корреляторов благодаря уравнениям движения.

Необходимо подчеркнуть, что при исследовании эксклюзивных жестких процессов удобнее работать с нелокальными кварк-антикварковыми и кварк-глюонными операторами. Однако нелокальные операторы не несут определенного геометрического твиста, так как нелокальные операторы не преобразуются по определенному неприводимому представлению неоднородной группы Лоренца. Вместо этого используют понятие коллинеарного твиста, которое определяется как разность между размерностью оператора и его проекции спина на заданное свето-подобное направление: $t = d - s_a$. В результате этого операторы коллинеарного старшего твиста не являются независимыми от операторов лидирующего твиста. Отметим, что лидирующий геометрический твист, т.е. твист 2 для кварк-антикварковых операторов и твист 3 для трех-кварковых операторов, полностью совпадает с лидирующим коллинеарным твистом. В этой связи, становится актуальной задача выделения вкладов лидирующего твиста в соответствующих вкладах высшего (или старшего) коллинеарного твиста. Такого сорта вклады называются вкладами Вандзуры-Вильчека (ВВ), а соотношения, которые устанавливают связь между членами высшего коллинеарного твиста и лидирующего твиста называются соотношениями ВВ.

В диссертации представлено два метода выделения вкладов ВВ. Для случая процессов, амплитуды которых содержат кварк-антикварковые корреляторы, разработан метод получения соотношений ВВ на основе инвариантности относительно обобщенных лоренцевских вращений. В рамках коллинеарной факторизации данное требование накладывается на амплитуду для того, чтобы доказать независимость амплитуды от фиксированного свето-подобного направления – это так называемая n -независимость. Другими словами, необходимо доказать, что амплитуда является физической. Использование условия n -независимости в комбинации с уравнениями движения КХД дает альтернативный простой способ вывода соотношений ВВ, тем самым доказывая физичность дан-

ной амплитуды. Подчеркнем, что в этом случае основными объектами рассмотрения являются функции, параметризующие соответствующие кварк-антикварковые корреляторы. Для процессов, амплитуды которых содержат трех-кварковые корреляторы, представлен операторный метод выделения вкладов ВВ, основанный на использовании конформного разложения нелокальных операторов в спинорном (твисторном) представлении. Причем, данный метод не зависит от конкретной параметризации соответствующих корреляторов.

С теоретической точки зрения, одним из наиболее интересных вопросов является исследование аналитических свойств амплитуд глубоко-виртуального комптоновского рассеяния и жесткого эксклюзивного рождения векторного мезона. Аналитические свойства играют важную роль также и в других адронных процессах, в таких как нуклон-нуклонное рассеяние при очень больших энергиях, которые изучаются на Большом Адронном Коллайдере (БАК) и в космических лучах. Критическим местом в приложении соответствующих дисперсионных соотношений является возможная неопределенность за счет констант вычитаний, которые являются своего рода двойниками констант перенормировки в процедуре ультрафиолетовых перенормировок. Особым случаем является случай, когда такого рода константы определены мнимой частью амплитуд. Данная ситуация была изучена много лет назад на примере впередового комптоновского рассеяния и пересмотрена для случая глубоко-виртуального комптоновского рассеяния. В диссертации показано, что метод коллинеарной факторизации КХД, применимый к процессам ГВКР и жесткого электророждения векторного мезона, ведет к вычитательным дисперсионным соотношениям. При этом, константы вычитания определяются D -членом, необходимым для выполнения условия полиномиальности - одного из фундаментального свойства, которому должны удовлетворять ОПР. Получено и изучено соотношение между данной константой и вкладом фиксированных полюсов. А также рассмотрено, во-первых, продолжение к случаю реального фотона и, во-вторых, численное соотношение между решеточными вычислениями для D -члена и низко-энергетической томсоновской амплитудой. Таким образом, использование дисперсионных соотношений и вычитаний в связи с КХД-факторизацией в лидирующем порядке является весьма важным для феноменологии, основанной на КХД. С другой стороны, дисперсионные соотношения являются важным объектом для изучения различных параметризаций ОПР и ОАР. Действительно, как было отмечено, ОПР и ОАР нельзя вычислить в рамках пертурбативных теорий, но они могут быть извлечены из различных экспериментальных наблюдаемых. Основной возможностью для этого является осуществление параметризации ОПР и ОАР на основе лоренцевской, калибровочной и других инвариантностей. Затем необходимо извлечь или зафиксировать соответствующие параметры из экспериментальных данных. Следовательно, выбор

наиболее адекватного и само-согласованного способа параметризации соответствующих ОПР и ОАР является весьма важным для феноменологического описания любых жестких процессов.

Другим важным проявлением фундаментальных свойств ОПР является пространственно-временная структура условия полиномиальности и требования положительной определенности (позитивности). В этой связи рассмотрен вопрос временного и нормального упорядочения операторов в определении ОПР. В диссертации показано, что вклады от матричных элементов антикоммутаторов полевых операторов в коллинеарной кинематике, которые до этого считались как не дающие вкладов и которыми всегда пренебрегали, на самом деле могут играть важную роль для выполнения условия полиномиальности обобщенных партонных распределений. Кроме этого, приведена схема доказательства того, что найденные новые вклады от антикоммутаторов модифицируют условие положительной определенности для ОПР, которое является неравенством Коши-Буняковского-Шварца.

Следующим классом двух-фотонных жестких процессов является столкновение глубоко-виртуального фотона с реальным, в результате чего рождаются пары адронов. Амплитуды данных процессов включают обобщенные амплитуды распределений, которые связаны кроссингом с обобщенными партонными распределениями и наряду с ними являются объектом интенсивных исследований. Рождение пары ρ -мезонов в двух-фотонных соударениях является важным случаем жестких эксклюзивных процессов, которые изучались несколькими экспериментальными группами. В частности, относительно недавно коллаборацией L3 были получены экспериментальные данные по эксклюзивному рождению двух нейтральных ρ -мезонов. Позже данные были дополнены заряженными мезонами [109, 110]. В диссертации эти случаи анализируются отдельно. Сначала рассмотрен случай рождения двух нейтральных ρ -мезонов, а затем изучен более общий случай, включающий нейтральные и заряженные ρ -мезоны. А именно, проводится детальный сравнительный анализ процессов $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$ и $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho^+\rho^-$ в контексте поиска экзотического изотензорного, т.е. с изоспином равным 2, резонанса, который имеет моду распада на два ρ мезона.

Из экспериментальных данных, представленных коллаборацией L3, видно, что в области малых значений Q^2 вопреки изоспинной симметрии дифференциальное сечение рождения $\rho^0\rho^0$, как функция по виртуальности фотона Q^2 , в несколько раз больше сечения рождения $\rho^+\rho^-$. В то время как в области больших значений Q^2 нет никаких разногласий с выводами, которые основаны на изоспиновой симметрии, то есть сечение рождения $\rho^+\rho^-$ в два раза больше по сравнению с сечением рождения $\rho^0\rho^0$. Для объяснения увеличения сечения рождения нейтральных мезонов по сравнению с сечением рождения заряженных мезонов в случае, когда оба фотона участвующих в столкновении являются реальными,

то есть когда виртуальность фотонов равна нулю, Н.Н. Ачасовым была выдвинута гипотеза о существовании четырех-кваркового экзотического мезона с изоспином 2, который интерферирует с изоскалярным мезоном с положительным знаком для нейтральных мезонов и с отрицательным знаком для заряженных мезонов [112, 113]. К похожему выводу независимо пришли авторы работы [114].

В диссертации найдено обобщение данной концепции на случай КХД (факторизации в рамках КХД) для процессов с произвольной виртуальностью одного из фотонов, что в корне отличается от предыдущих рассмотрений, где невозможно было применить КХД из-за нулевых виртуальностей фотонов. Показано, что изотензорное состояние можно описать через обобщенные амплитуды распределений, которые связаны с четырех-кварковыми операторами на световом конусе твиста 4. Важно отметить, что четырех-кварковые операторы твиста 4 помимо изотензорных проекций содержат также проекции на изоскалярное состояние. В тоже время, кварк-антикварковые операторы твиста 2 проецируются только на изоскалярное состояние в двух-фотонном столкновении благодаря сохранению C -четности. Вклады твиста 4, как и следует ожидать, подавлены в области больших значений Q^2 , тогда как их учет существенен при аналитическом продолжении в область малых значений Q^2 . Для области малых значений Q^2 , подробно исследуется зависимость дифференциальных сечений процессов рождения $\rho^0\rho^0$ и $\rho^+\rho^-$ от инвариантной массы пары мезонов W . Показано, что кроме положительной (для случая $\rho^0\rho^0$) и отрицательной (для случая $\rho^+\rho^-$) интерференции изоскалярной и изотензорной проекции соответствующих операторов важную роль играет интерференция вкладов операторов твиста 2 и твиста 4. В итоге, благодаря комбинированному эффекту от положительной и отрицательной интерференции как между изотензорной и изоскалярной проекциями, так и между вкладами операторов твиста 2 и 4, удалось надежным образом описать экспериментальные данные от L3 при условии существования экзотического изотензорного мезона с массой в районе 1.6 GeV. Иными словами, при анализе экспериментальных данных найдено необходимое условие существования экзотического резонанса.

Жесткие столкновения двух фотонов, один из которых глубоко-виртуальный, являются весьма перспективными для исследования других экзотических состояний с квантовыми числами гибридного состояния $J^{PC} = 1^{-+}$, которые распадаются на $\pi\eta$ -пару мезонов. В диссертации проводится теоретическое исследование амплитуды данного процесса с учетом вкладов от лидирующего твиста 2 и от вкладов высшего твиста 3. На основе данных вкладов, вычислено сечение процесса $\gamma^*\gamma \rightarrow \pi_1 \rightarrow \pi\eta$ и показана важность канала распада $\pi\eta$ для детектирования гибридного экзотического мезона $\pi_1(1400)$. Вычислено также сечение и угловое распределение, которое является важным инструментом понимания гибридного состояния, для рождения пары $\pi\eta$ для неполяризованного слу-

чая. Помимо этого, вычислена одно-спиновая асимметрия, связанная с продольно-поляризованными лептонами. В итоге, показано, что если существует гибридный мезон с $J^{PC} = 1^{-+}$ и массой около 1.4 GeV , то наиболее подходящим процессом для его изучения является жесткий процесс двух-фотонного столкновения по рождению пары мезонов $\pi - \eta$. Величина сечения, полученная в рамках предложенной модели для обобщенной амплитуды распределений $\pi - \eta$ мезонов, указывает, что существующие детекторы для e^+e^- -коллайдеров могут дать достаточно хорошую статистику для данных процессов.

Недавно, было введено новое дуальное представление для ОПР лидирующего твиста, которое основано на представлении ОПР и ОАР в форме бесконечного ряда в обменном t -канале. Вывод данного представления следовал из гипотезы о дуальности в мягких адрон-адронных взаимодействиях. Дуальность, в данном контексте, означает предположение о том, что амплитуда двух-частичного рассеяния в s -канале может быть выражена через бесконечный ряд по резонансным обменам в t -канале. Отметим, что преимущество дуального представления заключается в том, что оно не содержит ряд феноменологических неудовлетворительных особенностей, которыми страдают обычные представления с двойными распределениями. Например, параметризация через двойные распределения находится в противоречии с КХД-эволюцией.

Другим интересным проявлением дуальности является взаимосвязь между различными механизмами факторизации. Как было отмечено, двух-фотонные процессы являются одним из поставщиков информации о структуре адронов. Действительно, недавно были введены новые непертурбативные характеристики – переходные амплитуды распределений (ПАР) [130–132], которые тесно связаны с ОПР и описывают переход $q\gamma \rightarrow qA$. В противоположность к ОАР, ПАР возникают в факторизационной процедуре тогда, когда мандельштамовская переменная s является величиной такого же порядка как Q^2 , но при малых t .

Однако, существуют процессы, где оба типа амплитуд, ОАР и ПАР, могут возникнуть одновременно. Это может произойти в столкновении реального фотона с глубоко-виртуальным и продольно-поляризованным фотоном, а результате чего рождаются пары пионов. Данный процесс потенциально может идти двумя способами: через механизм с обобщенными амплитудами распределений твиста 3 или через механизм с переходными амплитудами распределения твиста 2. Таким образом, сравнительный анализ этих двух механизмов факторизации является весьма важным для исследования такого феномена как дуальность.

Одновременный анализ упомянутых механизмов был выполнен ранее для рождения пары векторных мезонов [133]. Было показано, что тот или другой механизм выбирается в зависимости от поляризации начальных фотонов. В нашем случае исследован процесс с (псевдо)скалярными частицами, где такой эффект отсутствует. Поэтому, имеется возможность

исследовать: перекрываются ли эти два механизма факторизации, или же имеет место дуальность этих двух механизмов.

В диссертации исследована возможность дуальности между двумя различными механизмами факторизации, связанной либо с ОАР, либо с ПАР, при условии, что обе мандельштамовские переменные s и t достаточно малы по сравнению с фотонной виртуальностью Q^2 . Доказано, что когда переменные s и t становятся малыми по сравнению с большой величиной Q^2 ОАР- и ПАР-факторизационные механизмы эквивалентны друг другу и должны быть рассмотрены параллельно. Иными словами можно сказать, что в данном случае имеет место дуальность между t -канальной факторизацией, идущей через механизм с ПАР, и s -канальной факторизацией, идущей через механизм с ОАР. Кроме этого, продемонстрировано, что дуальность может служить правилом отбора для различных моделей, описывающих непертурбативные объекты в эксклюзивных амплитудах. Показано, что обобщенные амплитуды распределений твиста 3 дуальны конволюции между функциями ПАР твиста 2 и мезонной амплитуды распределения.

Следующим большим направлением исследований, которое представлено в диссертации, является изучение жестких одно-фотонных процессов формфакторного типа. В рамках факторизации КХД, измерение формфакторов при достаточно больших переданных импульсах Q дает нам информацию о распределении валентных кварков внутри адронов в ранних конфигурациях, где они разделены малыми поперечными дистанциями порядка $1/Q$. Однако, классическая факторизационная процедура встречается с концептуальными трудностями для ее приложения к барионам [142, 144, 146], и к тому же, что наиболее важно, терпит неудачу при феноменологическом описании процессов при реалистических значениях переданного импульса. Проблема в том, что каждый жесткий глюонный обмен сопровождается фактором α_s/π , который является стандартным в пертурбативной теории для каждой дополнительной петли. Если $\alpha_s/\pi \sim 0.1$, то тогда факторизуемые вклады в барионных формфакторах подавлены фактором 100 по сравнению с “мягкими” вкладами. Последние подавлены как степень $1/Q^2$ и при этом не имеют малых коэффициентов при данных степенях. Следовательно, режим коллинеарной факторизации достигается очень медленно. Исходя из модельных вычислений, можно заключить, что “мягкие” вклады играют доминантную роль при существующих энергиях. Однако, учет мягких вкладов не является простой задачей, поскольку их учет должен происходить вместе с нетривиальным перекрытием непертурбативных волновых функций начального и конечного адронных состояний, что нельзя описать на основе факторизации.

Одной из возможностей является использование волновых функций на световом конусе, зависящих от поперечного импульса, $\Psi(x, k_\perp)$, в комбинации с судаковским подавлением больших поперечных дистанций [166].

В диссертации рассмотрена другая возможность, основанная на использовании правил сумм на световом конусе (ПССК). Именно, представлено вычисление мягких вкладов в электромагнитных формфакторах нуклонов через разложение в терминах нуклонных амплитуд распределений с увеличивающимся твистом, используя при этом дисперсионные соотношения и дуальность. Данный подход является весьма привлекательным, поскольку мягкие вклады в формфакторах могут быть вычислены в терминах таких же АР, что появляются в пертурбативных вычислениях, причем нет никакого двойного счета. Таким образом, подход ПССК дает нам наиболее прямые связи адронных формфакторов с АР, которые сейчас доступны и при этом нет необходимости в дополнительных непертурбативных внешних параметров.

В рамках правил сумм на световом конусе в диссертации вычислены КХД поправки, вплоть до α_S -поправок, к вкладам от амплитуд распределения твиста 3 и 4 для нуклонных формфакторов. Произведен точный учет кинематических вкладов к нуклонным амплитудам распределений твиста 4 и твиста 5, которые индуцированы операторами с низшим геометрическим твистом. Выполнено разложение на световом конусе с точностью до твиста 4 для трех-кварковых операторов, где кварковые поля определены в разных точках. Кроме того, в диссертации представлены новые вычисления вкладов твиста 5 вне светового конуса и предложена наиболее общая модель для амплитуд распределений лидирующего твиста, включая вклады от полиномов второго порядка. Особо следует отметить, что вычислены двадцать две коэффициентные функции с точностью до α_S -поправок, причем двадцать из них вычислены впервые. Характеристической чертой предложенного подхода является то, что для избежания смешивания с нефизическими операторами в рамках размерной регуляризации, была использована перенормировочная процедура для операторов с открытыми спинорными индексами. На основе проведенного численного анализа, сделан вывод о том, что электромагнитные формфакторы могут быть описаны с ожидаемой точностью в 10-20%, используя при этом нуклонные амплитуды распределений достаточно слабо отличающиеся от асимптотических форм.

К формфакторному типу относятся также процессы эксклюзивного электророждения экзотических гибридных мезонов с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{-+}$, которые являлись объектом исследований на протяжении многих лет. Вообще говоря, изучение свойств всех состояний, которые описываются вне рамок конституентной кварковой модели, приобретает особую важность для лучшего понимания динамики кваркового конфайнмента. В диссертации показано, что вопреки наивным ожиданиям амплитуда эксклюзивного жесткого электророждения гибридного мезона имеет неисчезающий вклад от твиста 2, поскольку соответствующие кварк-антикварковые корреляторы на световом конусе включают глюонные компоненты за счет калибровочной инвариантности и использова-

нии уравнений движения КХД. На основе прямого сравнения со случаем рождения ρ -мезона, можно ожидать, что электророждение гибридного мезона является вполне доступным для экспериментального изучения в JLAB, коллаборациями HERMES и COMPASS. В диссертации впервые представлены оценки дифференциальных сечений рождения гибридного мезона. Оказалось, что величина данного сечения сравнима по величине сечений рождений π или ρ мезонов. Разумеется, рассмотрение только вкладов лидирующего твиста 2 является может быть не совсем надежным для области умеренных значений Q^2 и требуется учет вкладов твиста 3. Но не смотря на это, обнаружение вкладов твиста 2 в амплитуде электророждения гибридного мезона является важным результатом.

Другим важным аспектом исследования жестких процессов в рамках предложенной факторизации является процедура Бродского-Лепаж-Маккензи (БЛМ) для фиксации масштаба в эксклюзивном электророждении. В диссертации показано, что в случае рождения векторного мезона, в котором доминирует механизм кваркового обмена, обычный способ применения БЛМ-процедуры терпит неудачу за счет присутствия сингулярностей в выражениях, с помощью которых фиксируется масштаб. В свою очередь, данные выражения связаны с действительными частями соответствующих амплитуд. Показано, что данные сингулярности не возникают, если БЛМ-процедуру применить к квадрату амплитуды рассеяния, а не к самой амплитуде. Кроме того, квадрат амплитуды является величиной близкой к соответствующим наблюдаемым, в основном к сечениям. С другой стороны, действительные и мнимые части амплитуд связаны друг с другом дисперсионными соотношениями. Поэтому, предложенная схема фиксации масштаба является важным шагом для дальнейшего изучения фундаментальных аналитических свойств амплитуд жестких процессов.

Процесс электророждения поперечно-поляризованного векторного мезона или продольно-поляризованного векторного мезона с присущими поперечными импульсами активного кварка дают нам примеры, где факторизация КХД явно нарушается. Действительно, факторизация является хорошо-определенной процедурой только в достаточно узком классе процессов по рождению продольно-поляризованных векторных мезонов в рамках коллинеарной аппроксимации, где любыми поперечностями можно пренебречь. В данном случае, факторизационная теорема утверждает, что жесткий пертурбативно-вычисляемый фотон-партонный подпроцесс можно отделить от непертурбативных матричных элементов, причем последние являются универсальными объектами независимыми от процесса. Поскольку любые реальные эксперименты имеют дело с конечными и часто с достаточно умеренными значениями Q^2 , исследование эффектов нарушения факторизации играют очень важную роль для правильной интерпретации экспериментальных данных.

Отметим, что побочный эффект от неасимптотических значений Q^2

как результат поперечной поляризации также ведет к нарушению факторизации. Действительно, экспериментально показано, что амплитуда рождения поперечного мезона дает значительный вклад даже при умеренных значениях Q^2 , несмотря на тот факт, что данная амплитуда подавлена фактором $1/Q$ по сравнению со случаем продольного векторного мезона. С теоретической точки зрения, амплитуда рождения продольного векторного мезона на уровне твиста 2 является достаточно хорошо-изученной. Однако, исследования вкладов твиста 3, которые связаны с амплитудой рождения поперечно-поляризованного мезона, обычно ограничивались аппроксимацией Вандзуры-Вильчека, в рамках которой твист 3 возникает только из кинематических вкладов, например от поперечных импульсов активного кварка. Как показано в диссертации, всесторонний полный анализ требует включения подлинного твиста 3, который связан с кварк-глюонными корреляторами. Используя разработанный подход учета подлинных твистов 3, получено полное выражение для амплитуды рождения поперечного мезона, которое содержит вклады от нуклонных ОПР лидирующего твиста 2 и вклады от подлинного твиста 3 в амплитудах распределений для ρ -мезона.

В результате изучения данного случае впервые обнаружено несколько важных свойств вкладов от подлинного твиста 3 в АР ρ -мезона. Во-первых, двойные полюса по долям импульсов x в кварковых вкладах в аксиальной калибровке полностью сокращаются вкладами от кварк-глюонных диаграмм за счет применения интегральных соотношений, связанных с уравнениями движения КХД. Кроме того, использование уравнений движения позволило устранить двойные полюса по y (y обозначают доли кварковых импульсов, входящих в мезонный блок) во вкладах кварк-глюонных диаграммах, где в аксиальной калибровке остаются только полюса первого порядка. Полюса первого порядка по y во вкладах ВВ пропорциональны интегралам от кварковых ОПР и, как оказалось, данные полюса могут быть сокращены нулевыми граничными условиями для специальных комбинаций векторных и аксиально-векторных распределений. Заметим, что амплитуды, которые содержат вклады от твиста 3, идущие от векторных и аксиально-векторных кварковых корреляторов, не являются свободными от инфракрасных расходимостей. Одним из стандартных способов борьбы с такими расходимостями является включение k_T -зависимости в соответствующие ОПР. В тоже время, включение k_T может привести к проблемам с калибровочной инвариантностью амплитуд, которые можно решить используя предложенный метод.

Помимо жестких эксклюзивных процессов в диссертации исследованы инклюзивные и полуинклюзивные процессы. В частности, исследован вопрос о электромагнитной калибровочной инвариантности адронного тензора для процесса Дрелла-Яна с поперечно-поляризованным адроном. Основной наблюдаемой величиной данного процесса является

ся одно-спиновая асимметрия, которая выражается через соответствующую комбинацию сверток адронного и лептонного тензоров. Данная асимметрия впервые была рассмотрена в КХД для случая продольно-поляризованного адрона [222, 223]. Мнимые фазы в асимметрии для продольно-поляризованного нуклона появляются главным образом благодаря либо глюонным петлям в жестком пертурбативном подпроцессе [222, 223], либо твисту 4 в пионных амплитудах распределений [224, 225, 229]. В тоже время, источником мнимой части при вычислении одно-спиновой асимметрии для процесса $P + P^{\uparrow\downarrow} \rightarrow \ell\bar{\ell} + X$, является кварковый пропагатор в диаграммах с кварк-глюонными корреляторами твиста 3, что ведет к вкладам от глюонных полюсов [230]. Данные вклады были воспроизведены в случае ненулевых граничных условий для глюонных полей, а также для случая асимметричных граничных условий [231]. Причина этого в том, что данные граничные условия обеспечивают чисто вещественную кварк-глюонную функцию $B^V(x_1, x_2)$, которая параметризует матричный элемент $\langle \bar{\psi}\gamma^+ A_\alpha^T \psi \rangle$. В следствии этого, диаграммы с двух-частичными корреляторами не дают вклада в мнимую часть адронного тензора, связанного с данной асимметрией.

В диссертации выполнен полный анализ адронного тензора для поперечно-поляризованного процесса Дрелла-Яна в контексте изучения калибровочной (КЭД) инвариантности, причинности и глюонных полюсов. Доказано, что для восстановления абелевой калибровочной инвариантности адронного тензора необходимо добавить вклад дополнительной диаграммы, которая также генерируется вкладом твиста 3. Но в отличие от всех предшествующих рассмотрений, продемонстрировано, что новый дополнительный вклад напрямую связан с определенной комплексной прескрипцией в глюонном полюсе $1/(x_1 - x_2)$ кварк-глюонной функции $B^V(x_1, x_2)$. Важно подчеркнуть, что данная прескрипция является зависимой от процесса, что подтверждает идею об эффективной зависимости функции Сиверса от процесса.

Подчеркнем, что особую роль в предложенном подходе играет так называемая контурная калибровка для глюонных полей. Хорошо известные такие калибровки как аксиальная и Фока-Швингера также принадлежат к типу контурных калибровок. Преимущество использования контурных калибровок заключается в том, что квантовая калибровочная теория в данном случае является свободной от грибовских неопределенностей. А именно, для того чтобы проквантовать систему из калибровочных полей, необходимо выбрать единственный элемент в каждой групповой орбите. Обычно это достигается с помощью решения уравнений связи, что является в общем случае достаточно трудной задачей из-за наличия грибовских копий. В отличие от обычного способа, можно действовать следующим образом: сначала зафиксировать представителя на групповой орбите, а потом найти вид уравнений связи, которому данный предста-

витель удовлетворяет. В этом заключается суть использования контурной калибровки. Именно, фиксируем произвольную точку $(x_0, \mathbf{g}(x_0))$ на главном расслоении $\mathcal{P}(\mathbb{R}^4, G, \pi)$ (здесь, \mathbb{R}^4 является базой расслоения, G - группа на расслоении и π обозначает преобразование базы \mathbb{R}^4 на расслоение \mathcal{P}). Затем определяем два касательных направления: одно на базе, а другое на слое расслоения. Направление на базе \mathbb{R}^4 является ничем иным как касательным вектором к кривой, проходящей через точку x_0 . В тоже время, направление на слое может быть однозначно фиксированно как касательное подпространство, связанное с параллельным переносом. В результате данной процедуры, можно однозначно определить точку на главном расслоении.

На практике, условие контурной калибровки означает, что соответствующая вильсоновская линия равна единице:

$$\text{Pexp} \left\{ ig \int_{x_0}^x d\omega \cdot A(\omega) \right\} = 1, \quad \forall x \in \mathbb{R}^4.$$

Фиксируя каким-либо способом путь в данной упорядоченной экспоненте, определяем ту или иную обычную калибровку. Например, фиксируя путь, соединяющие точки x_0 и x , в виде прямой, получим калибровку Фока-Швингера $(x - x_0) \cdot A^{FS}(x) = 0$ и так далее.

В диссертации показано, что причинная прескрипция в кварковом пропагаторе, входящим в жесткую часть стандартной диаграммы, связана с выбором *контурной калибровки* для глюонов и, в свою очередь, с представлением кварк-глюонной функции $B^V(x_1, x_2)$ в форме глюонного полюса с упомянутой комплексной прескрипцией. Такое представление кварк-глюонной функции генерирует дополнительную диаграмму, вклад от которой прежде отсутствовал при вычислении мнимой части. Это дает новый вклад в мнимую часть, который абсолютно необходим для калибровочной инвариантности. В конечном итоге, с феноменологической точки зрения, учет данных новых вкладов в одно-спиновую асимметрию процесса Дрелла-Яна с поперечно-поляризованным адроном ведет к дополнительному общему фактору 2, что важно для сравнения с экспериментом.

К полуинклюзивным жестким процессам относится процесс электрон-позитронной аннигиляции. В частности, процесс по рождению двух адронов в инклюзивной $e^+ e^-$ -аннигиляции. Это процесс, где детектируются два адрона в конечном состоянии. Данный процесс дает уникальную возможность для изучения различных функций фрагментации [236]- [240]. Если поперечный импульс рожденных адронов такого же порядка как и большая фотонная виртуальность, $p_T \sim Q$, соответствующий адронный тензор может быть факторизован и выражен в терминах интегрированных функций фрагментации [241]. Даже если p_T является меньше, чем

большая виртуальность фотона, но с другой стороны, намного больше, чем характеристический адронный размер, Λ_{QCD} , факторизация сечения e^+e^- аннигиляции все еще возможна с помощью методов, которые использовались для описания полуинклюзивного глубоко-неупругого рассеяния или процесса Дрелла-Яна [242–244]. Однако режим, для которого поперечный импульс рожденного адрона такого же порядка как Λ_{QCD} , ведет к концептуальным проблемам. Становится неясным как выделить жесткий подпроцесс. Следовательно, факторизация становится плохо-определенной процедурой и требует специального рассмотрения [244].

Факторизация для данного процесса, как правило, изучалась в коллинеарном приближении [246]. Кроме того, процедура интегрирования по поперечным импульсам виртуального фотона [247] ограничивалась борновским приближением. Поскольку поперечный импульс является важным для функции Коллинза, мы выполняем детальный анализ его роли в процессе e^+e^- -аннигиляции. С этой целью, в диссертации используется то, что интегрирование по поперечному импульсу рожденной пары $\mu^+\mu^-$ или адрона в процессе Дрелла-Яна обеспечивается эффективным пропагатором глубоко-виртуального фотона, который генерирует структуру жесткого подпроцесса [249]. В диссертации развивается эта идея и представляется новый метод факторизации, который может быть применим для любого процесса с двумя токами. В частности, продемонстрировано приложение разработанного метода на случай e^+e^- аннигиляции, где рождаются два адрона, будучи в различных струях.

Для демонстрации метода, на первой стадии рассмотрен простейший случай спин-независимых k_\perp -интегрированных функций фрагментации. В диссертации сделан анализ вкладов α_S -поправок к жесткой части, получены уравнения эволюции для соответствующих функций фрагментации, а также, кратко обсужден способ обобщения нашего подхода для изучения эффектов Коллинза.

Диссертация состоит из Введения, Заключение и 5-ти глав. В первой главе рассмотрен процесс глубоко-виртуального комптоновского рассеяния [3], [4], [9], [10], [23], [24], [25], [26]. Основное внимание в данной главе уделено формулировке и развитию оригинального подхода учета высшего твиста в жестких процессах. В частности, исследована роль твиста 3 для восстановления абелевой калибровочной инвариантности амплитуд глубоко-виртуального комптоновского рассеяния на адронах со спином 0, 1 и построено обобщение на случай адронов с произвольным спином. Предложен альтернативный способ вывода соотношений Вандзуры-Вильчека для пионных обобщенных партонных распределений и пионных обобщенных амплитуд распределений, основу которого составляет требование инвариантности амплитуд по отношению обобщенных лоренцевских вращений. Получено полное выражение для калибровочно-инвариантной амплитуды процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi\pi$. Исследованы аналитические свойства амплитуд глубоко-виртуального комптонов-

ского рассеяния и амплитуд жесткого электророждения векторных мезонов. Показано, что точка вычитания в соответствующих дисперсионных соотношениях определяется так называемым D -членом, который необходим для выполнения фундаментального свойства полиномиальности обобщенных партонных распределений. Исследована пространственно-временная структура полиномиальности и положительной определенности для обобщенных партонных распределений. Сделано предположение о решающей роли антикоммутаторного вклада, которым по разным причинам пренебрегали, в обобщенные партонные распределения для выполнения условия полиномиальности. Продемонстрированы возможные следствия присутствия антикоммутаторного вклада в условии положительной определенности, которое со существу является неравенством Коши-Буняковского-Шварца.

Во второй главе исследованы вклады высшего твиста в жестких процессах столкновения реального и глубоко-виртуального фотонов [8], [12], [14], [15], [20]. Построено обобщение предложенного в первой главе метода учета высшего твиста для процессов рождения двух ρ мезонов в $\gamma\gamma^*$ -столкновениях. На основе экспериментальных данных, представленных коллаборацией L3 (LEP), показана возможность существования экзотического четырех-кваркового резонанса с массой в районе 1.6 GeV. При этом решающую роль в данном случае играют вклады твиста 4 в амплитудах процессов $\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0\rho^0$ и $\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^+\rho^-$. Проведен теоретический анализ и приведены теоретические оценки возможности исследования экзотических гибридных (кварк-антикварк-глюонных) состояний в двух-фотонных столкновениях. Исследован новый феномен дуальности различных механизмом факторизации амплитуд $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi\pi$. Обнаружена дуальность между t -канальной факторизацией, идущей через механизм с переходными партонными распределениями и s -канальной факторизацией, идущей через механизм с обобщенными партонными распределениями. Показано, что дуальность может служить правилом отбора для различных моделей, описывающих непертурбативные объекты в эксклюзивных амплитудах. Показано, что обобщенные амплитуды распределений твиста 3 дуальны конволюции между функциями переходных партонных распределений твиста 2 и мезонной амплитуды распределения.

В третьей главе представлен операторный метод выделения вкладов Вандзуры-Вильчека для процессов, амплитуды которых содержат трехкварковые корреляторы [1], [2]. Представленный метод основан на использовании конформного разложения нелокальных операторов в спинорном (или твисторном) представлении. Данный метод не зависит от конкретной параметризации соответствующих корреляторов, поэтому пригоден для любых процессов. Приведены конкретные конформные представления для коэффициентных функций твиста 4 и 5. Вычислены и изучены вклады высшего твиста для нуклонным электромагнитных формфакторов. В рамках правил сумм на световом конусе, вычис-

лены нуклонные формфакторы до α_S —поправок к вкладам от амплитуд распределения твиста 3 и 4. Произведен точный учет кинематических вкладов к нуклонным амплитудам распределений твиста 4 и твиста 5, которые индуцированы операторами с низшим геометрическим твистом. Выполнено разложение на световом конусе с точностью до твиста 4 для трех-кварковых операторов, где кварковые поля определены в разных точках. Представлены новые вычисления вкладов твиста 5 вне светового конуса и предложена наиболее общая модель для амплитуд распределений лидирующего твиста, включая вклады от полиномов второго порядка. Вычислены двадцать две коэффициентные функции с точностью до α_S —поправок, причем двадцать из них вычислены впервые. Для избежания смешивания с нефизическими операторами в рамках размерной регуляризации, использована перенормировочная процедура для операторов с открытыми спинорными индексами. На основе проведенного численного анализа, сделан вывод о том, что электромагнитные формфакторы могут быть описаны с ожидаемой точностью в 10-20%, используя при этом нуклонные амплитуды распределений достаточно слабо отличающиеся от асимптотических форм.

В четвертой главе исследованы различные вклады высшего твиста в жестких процессах электророждения поперечно-поляризованного ρ мезона и экзотического гибридного кварк-антикварк-глюонного мезона с $J^{PC} = 1^{-+}$ [6], [7], [13], [16], [17], [18], [19], [21], [22]. Показано, что вопреки наивным ожиданиям амплитуда эксклюзивного жесткого электророждения гибридного мезона имеет неисчезающий вклад от твиста 2, поскольку соответствующие кварк-антикварковые корреляторы на световом конусе включают глюонные компоненты за счет калибровочной инвариантности и использовании уравнений движения КХД. Обоснована возможность исследования данных экзотических мезонов на эксперименте. Изучены механизмы нарушения факторизации амплитуд электророждения поперечно-поляризованных векторных мезонов. Показан недостаток применения обычной процедуры Бродского-Лепаж-Маккензи (БЛМ) для фиксации масштаба в эксклюзивном электророждении векторных мезонов. Недостаток связан с присутствием нефизических сингулярностей в соответствующих выражениях. Предложено обобщение процедуры Бродского-Лепаж-Маккензи (БЛМ) для фиксации масштаба, которое не содержит нефизических сингулярностей.

В пятой главе изучены вклады высшего твиста в инклюзивных и полунклюзивных жестких процессах [5], [11]. Доказано, что для восстановления абелевой калибровочной инвариантности адронного тензора процесса Дрелла-Яна с поперечно-поляризованным адроном необходимо добавить вклад дополнительной диаграммы с функциями твиста 3. Продемонстрировано, что новый дополнительный вклад напрямую связан с определенной комплексной прескрипцией в глюонном полюсе кварк-глюонной функции. Показана особая роль контурной калибровки для

глюонных полей. Доказано, что причинная прескрипция в кварковом пропагаторе, входящим в жесткую часть стандартной диаграммы, связана с выбором контурной калибровки для глюонов и, в свою очередь, с представлением кварк-глюонной функции в форме глюонного полюса с упомянутой комплексной прескрипцией. Полученное представление кварк-глюонной функции генерирует дополнительную диаграмму, вклад от которой прежде отсутствовал при вычислении мнимой части, и дает новый вклад в мнимую часть, который абсолютно необходим для калибровочной инвариантности. Продемонстрировано, что учет полученных новых вкладов в одно-спиновую асимметрию процесса Дрелла-Яна с поперечно-поляризованным адроном ведет к дополнительному общему фактору 2, что важно для сравнения с экспериментом. Разработан новый метод факторизации, который может быть применен для любого процесса с двумя токами, и продемонстрировано приложение разработанного метода на случай e^+e^- аннигиляции, где рождаются два адрона, будучи в различных струях.

Глава 1

Вклады высшего твиста в процессах глубоко-виртуального комптоновского рассеяния

1.1 Калибровочная инвариантность и твист 3 для амплитуды глубоко-виртуального комптоновского рассеяния: пионная мишень

Глубоко-виртуальное комптоновское рассеяние (ГВКР) до сих пор привлекает пристальное внимание. Одна из причин такого интереса – это то, что такого сорта процессы дают информацию об новом типе партонных распределений, так называемых обобщенных партонных распределений [37–40]. Доказано, что процесс

$$\gamma^*(q)N(p) \rightarrow \gamma(q')N(p') \quad (1.1)$$

может быть рассмотрен в рамках факторизационной процедуры, т.е. представлен в виде математической конволюции между пертурбативно-вычисляемой коэффициентной функцией и непертурбативной функцией обобщенных партонных распределений, при условии, что $(q')^2 = 0$, в то время как $-q^2$ является большой величиной при малом значении $t = (p - p')^2$. Для того типа амплитуд, где существенным является поперечность в фотонном импульсе, было хорошо известно, что калибровочная инвариантность по фотону не выполняется при учете только вкладов лидирующего твиста (см. например [40]).

Как было показано в работе [41], для решения проблем с калибровочной инвариантностью весьма полезным может быть аналогия между случаем с поперечным спином в глубоко-неупругом рассеянии (ГНР) и случаем существенных импульсных поперечностей в ГВКР несмотря на существенные технические различия. Данная аналогия используется и развивается в нашем подходе. Для простоты, без потери общности, мы ограничиваемся случаем рассеяния на бесспиновой частице, например на ядрах гелия-4. Эффекты от учета масс адронов, на данном этапе, также

пренебрегаются. Они могут быть учтены независимым образом.

Лоренцевская структура амплитуды жесткого подпроцесса для ГВКР (рис. 1.1а) на лидирующем уровне имеет форму поперечного проектора: $g^{\mu\nu} - P^\mu n^\nu - n^\mu P^\nu$ (см. [38]). Кроме того, все 4-вектора могут быть представлены в виде судоковского разложения по двум свето-подобным векторам P, n и одному поперечному вектору ортогональному в четырехмерном смысле данным двум. Следовательно, если импульс фотона, который имеет ненулевую поперечную компоненту, сворачивается с жесткой частью ГВКР амплитуды на уровне лидирующего твиста, то получим результат отличный от нуля, что сигнализирует о нарушении калибровочной инвариантности. Другими словами, мера нарушения калибровочной инвариантности ГВКР амплитуды на лидирующем твисте (твисте-2) пропорциональна поперечности в данном процессе [42].

В данном разделе мы обобщаем известный подход Эллиса-Фурманского-Петронцио (ЭФП) [43], который изначально был разработан для случая рассеяния вперед (т.е. для симметричной кинематики), на случай с несимметричной кинематикой и вычисляем полное выражение для амплитуды ГВКР включая вклады от твиста 3. Необходимо отметить, что в то время как ЭФП-подход оперировал с поправками твиста 4 к ГНР, наш подход более напоминает анализ представленный в [45, 69] но для несимметричной кинематики, что с технической точки зрения сильно отличается от случая симметричной кинематики.

Итак, процесс (1.1) описывается диаграммами, представленным на рис. 1.1, которые содержат как вклады лидирующего твиста так и вклады твиста 3, следующие за вкладами лидирующего твиста. Именно, диаграмма (б), для случая с поперечным (или физическим) глюоном, целиком описывается вкладами высшего твиста 3, в то время диаграмма (а) содержит как стандартные вклада лидирующего твиста 2 так и вклады от старшего твиста 3, которые связаны с кварк-глюонными твиста-3 вкладами от диаграммы (б) через соответствующие интегральные соотношения, индуцированными уравнениями движения КХД.

Итак, сумма амплитуд $T_{\mu\nu}^{(a)}$, от диаграммы (а), и $T_{\mu\nu}^{(b)}$, от диаграммы (б), имеет следующий вид (ср. с [69]):

$$T_{\mu\nu}^{(a)} + T_{\mu\nu}^{(b)} = \int dk \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(k) \Gamma(k) \right\} + \int dk_1 dk_2 \text{tr} \left\{ E_{\mu\rho\nu}(k_1, k_2) \Gamma_\rho(k_1, k_2) \right\} \quad (1.2)$$

где $E_{\mu\nu}$ и $E_{\mu\rho\nu}$ - это коэффициентные функции с двумя кварковыми внешними полями и с двумя кварковыми и одним глюонным полями, соответственно. Ради простоты, мы ограничиваем свое рассмотрение борновскими диаграммами для коэффициентных функций. В выражении

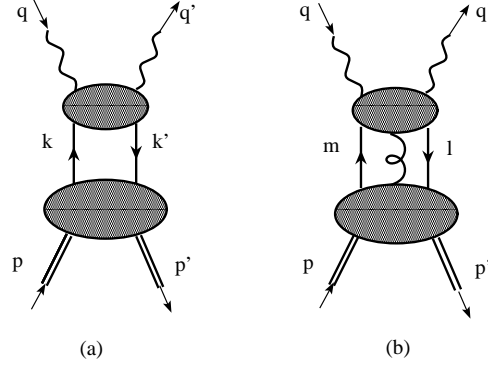


Рис. 1.1: Диаграммы для ГВКР (обозначения: $k = xP - \Delta/2 + k_T$, $k' = xP + \Delta/2 + k'_T$, $m = x_1P - \Delta/2$ и $l = x_2P + \Delta/2$).

(1.2), мы используем следующие обозначения:

$$\begin{aligned}
\Gamma_{\alpha\beta}(k) &= - \int dz e^{i(k - \frac{\Delta}{2})z} \langle p' | \psi_\alpha(z) \bar{\psi}_\beta(0) | p \rangle, \\
\Gamma_{\alpha\beta}^\rho(k_1, k_2) &= - \int dz_1 dz_2 e^{i(k_1 - \frac{\Delta}{2})z_1 + i(k_2 - k_1)z_2} \\
&\langle p' | \psi_\alpha(z_1) g A^\rho(z_2) \bar{\psi}_\beta(0) | p \rangle, \\
p' &= P + \frac{\Delta}{2}, \quad p = P - \frac{\Delta}{2}, \quad \Delta = q - q'
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Здесь, p' и p - импульсы адронов в конечных и начальных состояниях, q' и q обозначают импульсы конечных и начальных фотонов. Для удобства, мы также пренебрегаем всеми кинематическими поправками и полагаем $P^2 = \Delta^2 = 0$, сохраняя при этом только вклады, которые пропорциональны линейным степеням по Δ_T . Также мы выбираем аксиальное калибровочное условие для глюонов, т.е. $n \cdot A = 0$, где n является свето-подобным вектором нормированным условием $n \cdot P = 1$. Удобно также, принять, что $n = q'/P \cdot q'$, хотя наш конечный результат не будет явно зависеть от выбора n .

Далее, мы выполняем разложение k по базису, определяемого свето-подобными векторами P и n :

$$k = xP + (k \cdot P)n + k_T, \quad x = k \cdot n. \tag{1.4}$$

Кроме того, имеем

$$\Delta = -2\xi P + \Delta_T. \quad -2\xi = \Delta \cdot n. \tag{1.5}$$

Выполним следующую замену для переменной интегрирования в (1.2)

$$dk_i \rightarrow dk_i dx_i \delta(x_i - k_i \cdot n). \quad (1.6)$$

Разлагая двух-кварковую коэффициентную функцию $E_{\mu\nu}$ (см., (1.2)) в ряд Тейлора и, затем, используя тождество Уорда в виде [43, 69]

$$\frac{\partial E_{\mu\nu}(k)}{\partial k^\rho} = E_{\mu\rho\nu}(k, k), \quad (1.7)$$

амплитуда ГВКР может быть представлена как

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(a)} + T_{\mu\nu}^{(b)} &= \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(xP) \Gamma(x) \right\} + \\ &\int dx_1 dx_2 \text{tr} \left\{ E_{\mu\rho\nu}(x_1P, x_2P) \omega_{\rho\rho'} \Gamma_{\rho'}(x_1, x_2) \right\} \end{aligned} \quad (1.8)$$

где $\omega_{\rho\rho'} = \delta_{\rho\rho'} - n_{\rho'} P_\rho$, и

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta}(x) &= - \int d\lambda e^{i(x+\xi)\lambda} \langle p' | \psi_\alpha(\lambda n) \bar{\psi}_\beta(0) | p \rangle, \\ \Gamma_{\alpha\beta}^{\rho'}(x_1, x_2) &= - \int d\lambda_1 d\lambda_2 e^{i(x_1+\xi)\lambda_1 + i(x_2-x_1)\lambda_2} \\ &\langle p' | \psi_\alpha(\lambda_1 n) \overleftrightarrow{D}^{\rho'}(\lambda_2 n) \bar{\psi}_\beta(0) | p \rangle, \end{aligned} \quad (1.9)$$

где D_μ обозначает ковариантную производную в КХД в фундаментальном представлении.

Рассмотрим теперь уравнения движения КХД для входящих и выходящих кварковых полей. Основываясь на этих уравнениях, мы получим интегральные соотношения для различных структурных функций, параметризующих кварковые и кварк-глюонные корреляторы. Итак, начнем с уравнений движения в КХД (для случая безмассовых кварков)

$$\overrightarrow{\hat{D}}(z) \psi(z) \bar{\psi}(0) = 0 \quad \langle \psi(z) \bar{\psi}(0) \overleftarrow{\hat{D}}(0) \rangle = 0, \quad (1.10)$$

где $\langle \dots \rangle$ обозначает асимметричные адронные матричные элементы. Сохраняя только векторную и аксиально-векторную проекции (поскольку, для случая безмассовых кварков все другие структуры не дают вкладов), разложим кварковые и кварк-глюонные корреляторы по γ -базису. Получим

$$-4 \langle \psi(z) \bar{\psi}(0) \rangle = \langle \bar{\psi}(0) \gamma_\alpha \psi(z) \rangle \gamma_\alpha - \langle \bar{\psi}(0) \gamma_\alpha \gamma_5 \psi(z) \rangle \gamma_\alpha \gamma_5 \quad (1.11)$$

$$\begin{aligned} -4 \langle g A^\rho(y) \psi(z) \bar{\psi}(0) \rangle &= \langle \bar{\psi}(0) \gamma_\alpha g A^\rho(y) \psi(z) \rangle \gamma_\alpha - \\ &\langle \bar{\psi}(0) \gamma_\alpha \gamma_5 g A^\rho(y) \psi(z) \rangle \gamma_\alpha \gamma_5. \end{aligned} \quad (1.12)$$

В рамках глюонного калибровочного условия $n \cdot A = 0$, введем параметризацию соответствующих корреляторов (см.(1.11, 1.12)) в терминах векторов P, Δ^T, n , имеем (пренебрегая вкладами твиста 4):

$$\langle \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(z) \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} H_1(x) P_\mu + H_3(x) \Delta_\mu^T, \quad (1.13)$$

$$\langle \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \overset{\leftrightarrow}{i\partial}_\rho^T \psi(z) \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} H_1^T(x) P_\mu \Delta_\rho^T, \quad (1.14)$$

$$\langle \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu \psi(z) \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} i H_A(x) \varepsilon_{\mu \Delta^T P n}, \quad (1.15)$$

$$\langle \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu \overset{\leftrightarrow}{i\partial}_\rho^T \psi(z) \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} i H_A^T(x) P_\mu \varepsilon_{\rho \Delta^T P n}, \quad (1.16)$$

$$\langle \bar{\psi}(0) \gamma_\mu g A_\rho^T(y) \psi(z) \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} B(x_1, x_2) P_\mu \Delta_\rho^T, \quad (1.17)$$

$$\langle \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu g A_\rho^T(y) \psi(z) \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} i D(x_1, x_2) P_\mu \varepsilon_{\rho \Delta^T P n}, \quad (1.18)$$

где $\varepsilon_{\rho \Delta^T P n} \equiv \varepsilon_{\rho \alpha \beta \gamma} \Delta^{T\alpha} P^\beta n^\gamma$; $\stackrel{\mathcal{F}}{=}$ обозначает преобразования Фурье с мерой интегрирования ($z = \lambda n, z' = 0$)

$$dx e^{-i(xP - \frac{\Delta}{2})z + i(xP + \frac{\Delta}{2})z'}$$

для кварковых корреляторов, и

$$dx_1 dx_2 e^{-i(x_1 P - \frac{\Delta}{2})z - i(x_2 - x_1) P y + i(x_2 P + \frac{\Delta}{2})z'}$$

для кварк-глюонных корреляторов. Заметим, что в вышеуказанных выражениях зависимость от параметра "перекошенности" (skewness) и мандельштамовской переменной t не представлена явно. Кроме того, зависимость от $t = \Delta^2$ не учитывается вовсе, поскольку такие вклады генерируют члены с твистом старше чем 3. Зависимость же от параметра μ^2 , описывающий масштаб факторизации, требует отдельного рассмотрения. Отметим, что зависимость от ξ играет критическую роль для уничтожения вклада от H_3 при рассмотрении локального тока. В тоже время, это вытекает из T -инвариантности [46] ввиду чего, имеем следующее свойство симметрии (ср. [40, 47])

$$H_3(x, \xi) = -H_3(x, -\xi).$$

Интегрируя по x и применяя условие полиномиальности [38], получим функцию независящую от ξ и следовательно исчезающую поскольку единственная нечетная константа равна нулю. Такие же аргументы справедливы и для функции H_A . С учетом этого, имеем:

$$\int dx H_3(x) = 0, \quad \int dx H_A(x) = 0. \quad (1.19)$$

Действуя $i\hat{\partial}$ на (1.11) и γ оп (1.12) с левой и правой стороны, уравнения движения КХД приводят к следующим интегральным соотношениям для структурных функций:

$$\begin{aligned} \int dy \left(B^{(A)}(x, y) - D^{(S)}(x, y) - \delta(x - y)H_A^T(y) \right) = \\ -\xi H_3(x) - \frac{1}{2}H_1(x) - xH_A(x), \\ \int dy \left(B^{(S)}(x, y) + \delta(x - y)H_1^T(y) - D^{(A)}(x, y) \right) = \\ xH_3(x) + \xi H_A(x), \end{aligned} \quad (1.20)$$

где симметричные и антисимметричные функции определены как:

$$B^{(S,A)}(x, y) = \frac{1}{2} (B(x, y) \pm B(y, x)). \quad (1.21)$$

Отметим, еще раз, важное отличие от ГНР, где аксиальный коррелятор обладает симметричными свойствами а векторных коррелятор - антисимметричными [69]. Эти свойства также основаны на T -инвариантности как это было в случае с ξ -зависимостью, см. выше. Для того чтобы увидеть проявление $x \leftrightarrow y$ и ξ симметрий, запишем соотношения вытекающие из требования T -инвариантности в виде:

$$B(x, y, \xi) = B(y, x, -\xi), \quad D(x, y, \xi) = -D(y, x, -\xi); \quad (1.22)$$

Таким образом, необычная симметрия по x, y является следствием антисимметричных по ξ частей, которые определенно отсутствуют в случае рассеяния вперед. Важно отметить, что похожие необычные симметрии возникают благодаря нетривиальной фазе взаимодействия в конечном состоянии в случае T -нечетных функций фрагментации [48].

Мы, таким образом, приблизились к записи амплитуды ГВКР в калибровочно-инвариантном виде. Для этого, запишем сначала вклад кварковой амплитуды:

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{(a)} = \int dx \frac{1}{(xP + Q)^2} \\ \left(H_1(x)S_{\nu(xP+Q)\mu P} + H_3(x)S_{\nu(xP+Q)\mu\Delta^T} + \right. \\ \left. H_A(x)\varepsilon_{\alpha\Delta^T P n}\varepsilon_{\nu(xP+Q)\mu\alpha} \right) + (\mu \rightarrow \nu, Q \rightarrow -Q), \end{aligned} \quad (1.23)$$

где введены следующие обозначения

$$\begin{aligned} S_{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} = g_{\mu_1\mu_2}g_{\mu_3\mu_4} + g_{\mu_1\mu_4}g_{\mu_2\mu_3} - g_{\mu_1\mu_3}g_{\mu_2\mu_4}, \\ Q = (q + q')/2. \end{aligned}$$

Вклад от амплитуды, описывающей одно-глюонный обмен, равен

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(b)} = & \frac{1}{4} \int dx_1 dx_2 \frac{1}{(x_1 P + Q)^2 (x_2 P + Q)^2} \\
& \left(\left(B(x_1, x_2) + \delta(x_1 - x_2) H_1^T(x_2) \right) \right. \\
& \text{tr} \left(\gamma_\nu (x_2 \hat{P} + \hat{Q}) \hat{\Delta}^T (x_1 \hat{P} + \hat{Q}) \gamma_\mu \hat{P} \right) + \\
& i \left(D(x_1, x_2) - \delta(x_1 - x_2) H_A^T(x_2) \right) \varepsilon_{\alpha \Delta^T P n} \\
& \left. \text{tr} \left(\gamma_\nu (x_2 \hat{P} + \hat{Q}) \gamma_\alpha (x_1 \hat{P} + \hat{Q}) \gamma_\mu \hat{P} \gamma_5 \right) \right) + \text{"crossed"}. \quad (1.24)
\end{aligned}$$

Теперь, вычисляя все матричные следы в (1.24), используя

$$\begin{aligned}
& \frac{\pm(P \cdot Q)(x_1 + x_2) + Q^2}{(x_1 P \pm Q)^2 (x_2 P \pm Q)^2} = \\
& \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(x_1 P \pm Q)^2} + \frac{1}{(x_2 P \pm Q)^2} \right), \\
& \frac{\pm(P \cdot Q)(x_1 - x_2)}{(x_1 P \pm Q)^2 (x_2 P \pm Q)^2} = \\
& \frac{1}{2} \left(\frac{1}{(x_2 P \pm Q)^2} - \frac{1}{(x_1 P \pm Q)^2} \right),
\end{aligned}$$

вместе с уравнениями движения (1.72), записанных в терминах симметричных и антисимметричных функций, сложим вклады от (1.23) и (1.24). В результате этого получим окончательное выражение для амплитуды ГВКР в виде:

$$T_{\mu\nu} = -\frac{1}{2P \cdot Q} \int dx \left(\frac{1}{x - \xi + i\epsilon} + \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right) \mathcal{T}_{\mu\nu}, \quad (1.25)$$

где

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu} = & H_1(x) \left(-2\xi P_\mu P_\nu - P_\mu Q_\nu - P_\nu Q_\mu + \right. \\
& \left. g_{\mu\nu}(P \cdot Q) - \frac{1}{2} P_\mu \Delta_\nu^T + \frac{1}{2} P_\nu \Delta_\mu^T \right) - \\
& H_3(x) \left(\xi P_\nu \Delta_\mu^T + 3\xi P_\mu \Delta_\nu^T + \Delta_\mu^T Q_\nu + \Delta_\nu^T Q_\mu \right) - \\
& \frac{\xi}{x} H_A(x) \left(3\xi P_\mu \Delta_\nu^T - \xi P_\nu \Delta_\mu^T - \Delta_\mu^T Q_\nu + \Delta_\nu^T Q_\mu \right).
\end{aligned}$$

Мы можем увидеть, что первый член в (1.45), который пропорционален H_1 -функции, полностью совпадает с выражением полученным в [40].

Действительно, если мы перейдем к базису, предложенному в [40], где n -вектор выражен через импульс виртуального фотона q и, затем, разложим в этом базисе Q -вектор, мы получим, опуская вклады от H_3 - и iH_A -функций, следующее

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu} = & \int dx \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x - \xi + i\epsilon} + \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right) \cdot \\
& H_1(x) \left(P_\mu n_\nu + P_\nu n_\mu - g_{\mu\nu} - \frac{P_\nu \Delta_\mu^T}{P \cdot q} \right) \equiv \\
& T_{\mu\nu}^{L.O.} + \frac{P_\nu}{P \cdot q} \Delta_\lambda^T T_{\mu\lambda}^{L.O.}, \tag{1.26}
\end{aligned}$$

где определение амплитуды $T_{\mu\nu}^{L.O.}$ связано с поперечным проектором $(P_\mu n_\nu + P_\nu n_\mu - g_{\mu\nu})$. В полной аналогии со случаем ГНР, конечное выражение явно не содержит вклады от кварк-глюонных корреляторов. Однако, в отличие от ГНР, конечное калибровочно-инвариантное выражение для амплитуды ГВКР содержит вклады совершенно новых функций. Отметим также, что H_3 -функции могут быть рассмотрены как аналоги g_2 -функций в поляризованном случае ГНР, а ГНР-аналог для H_A -функции отсутствует ввиду T -инвариантности, но может быть в случае с фрагментациями.

Мы хотим особо подчеркнуть, что выведенное калибровочно-инвариантное выражение для амплитуды ГВКР имеет важное значение теоретического и экспериментального исследований наблюдаемых величин. Для демонстрации сказанного, рассмотрим одиночную спиновую

асимметрию (ОСА), которая возникает при столкновении продольно-поляризованного электронного пучка с неполяризованной скалярной мишенью. Данный ОСА-параметр равен (ср. [38])

$$\mathcal{A}_L = \frac{d\sigma(\rightarrow) - d\sigma(\leftarrow)}{d\sigma(\rightarrow) + d\sigma(\leftarrow)}, \quad (1.27)$$

где

$$\begin{aligned} d\sigma(\rightarrow) - d\sigma(\leftarrow) &\sim \frac{e^6 F_+(t) 2\xi}{q^2 t (k - \Delta)^2 (k' + \Delta)^2 \varepsilon_{kk'P\Delta}} \\ &\int dx \left(\delta(x + \xi) - \delta(x - \xi) \right) \cdot \left(H_1(x) ((k + k') \cdot P) + \right. \\ &2H_3(x) (k' \cdot \Delta^T) - \\ &\left. \frac{2\xi}{x(P \cdot Q)} H_A(x) \left((k \cdot \Delta)(k' \cdot P) - (k' \cdot \Delta)(k \cdot P) \right) \right) + \\ &\frac{e^6}{q^4} \varepsilon_{kk'P\Delta} \frac{2\xi}{(P \cdot Q)} \int dx dx' \\ &\left(\left[\delta(x + \xi) - \delta(x - \xi) \right] \left[\frac{\mathcal{P}}{x' - \xi} + \frac{\mathcal{P}}{x' + \xi} \right] - \right. \\ &\left. \left[\delta(x' + \xi) - \delta(x' - \xi) \right] \left[\frac{\mathcal{P}}{x - \xi} + \frac{\mathcal{P}}{x + \xi} \right] \right) \cdot \\ &\left(H_1(x) H_3(x') - H_1(x') H_3(x) - \right. \\ &\left. \left[H_1(x') \frac{H_A(x)}{x} - H_1(x) \frac{H_A(x')}{x'} \right] \xi \right), \quad (1.28) \end{aligned}$$

где $F_+(t)$ является электромагнитным формфактором мишени, происходящим от диаграммы Бете-Гайтлера, k и k' - импульсы начального и конечного электрона ($k - k' = q$).

1.2 Калибровочная инвариантность амплитуды глубоко-виртуального комптоновского рассеяния: пример дейтрона и обобщение для случая произвольного адронного спина

В данном параграфе, мы продолжаем исследование амплитуд ГВКР. Особый интерес, в частности с экспериментальной точки зрения, представляет случай дейтроновой мишени в ГВКР [49–52]. Как было отмечено, процессы типа ГВКР дают информацию об обобщенных партонных распределениях. С теоретической точки зрения, дейтроновые ОПР лидирующего твиста были изучены в работах [53–55]. Однако, для изучения процессов с существенными поперечностями лидирующего твиста, как было показано выше, явно недостаточно. Кроме того, соответствующие вклады (твиста 3) пропорциональные поперечным компонентам переданного импульса обеспечивают лидирующий вклад в некоторые наблюдаемые, например в одиночные асимметрии.

В данном разделе, используется подход [26], описанный в параграфе 1.1 для рассеяния на дейтроне. Следует отметить, что основные идеи нашего подхода были использованы для нуклонных мишеней (см., [56–61]). Используя [26], предлагается всесторонний анализ вкладов твиста 3 для амплитуд ГВКР на частицах со спином 1. Также, мы будем придерживаться сначала метода, свободного от какой либо конкретной параметризации, которая в свою очередь диктуется типом мишени (ср. [56]). Иными словами, предлагаемый здесь метод очень общий и не зависит от типа мишени. После получения конечного калибровочно-инвариантного выражения для амплитуды ГВКР, мы затем рассмотрим специфичный случай мишени со спином 1 (например, дейтроновой мишени).

Начнем с обсуждения кинематики и приближений, которые будут использоваться. Рассмотрим процесс

$$\gamma^*(q) + D(p_1) \rightarrow \gamma(q') + D(p_2). \quad (1.29)$$

На борновском уровне, Фейнмановские диаграммы, соответствующие данному процессу, представлены на рис. 1.2. Подчеркнем, что процесс (1.29) относится к классу жестких эксклюзивных процессов, к которым можно применять факторизационную теорему, поскольку начальный фотон находится вне массовой поверхности с $q^2 = -Q^2 \rightarrow \infty$, в то время как конечный фотон - физический фотон с $q'^2 = 0$. Следовательно, вводим свето-подобный базис:

$$\begin{aligned} n^* &= \Lambda(1, 0, 0, 1), \\ n &= \frac{1}{2\Lambda}(1, 0, 0, -1), \\ n^* \cdot n &= 1, \end{aligned} \quad (1.30)$$

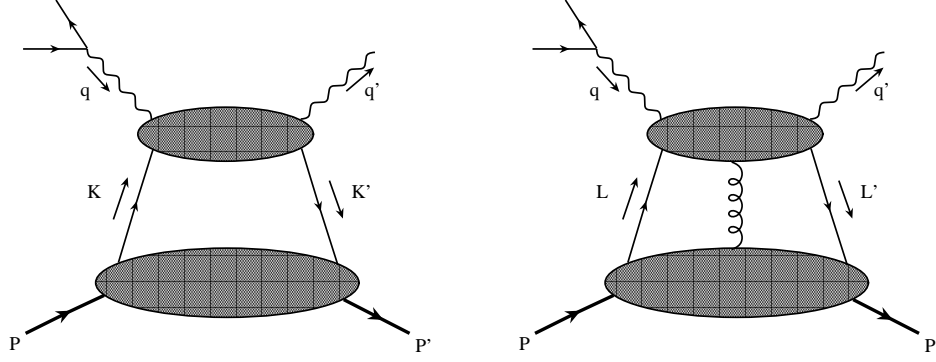


Рис. 1.2: Фейнмановские диаграммы, соответствующие ГВКР. Обозначения: $P \equiv p_1$, $P' \equiv p_2$, $K \equiv k - \Delta/2 \approx xP - \Delta/2$, $K' \equiv k + \Delta/2 \approx xP + \Delta/2$, $L \equiv k_1 - \Delta/2 \approx x_1P - \Delta/2$, $L' \equiv k_2 + \Delta/2 \approx x_2P + \Delta/2$. Здесь, k и k_i - соответствующие петлевые импульсы.

где Λ - произвольная и размерная константа, которая может быть выражена через лоренцевские инварианты. Точный вид Λ , как функция инвариантов, зависит от системы, в которой мы работаем. Кинематика дается следующим представлением адронных импульсов и импульсов передачи как (это, так называемое, судаковское разложение):

$$\begin{aligned}
P &= \frac{p_1 + p_2}{2} = n^\star + \frac{\bar{M}^2}{2}n \approx n^\star, \\
\Delta &= p_2 - p_1 = -2\xi P + 2\xi\bar{M}^2n + \Delta^T \approx -2\xi P + \Delta^T, \\
P \cdot \Delta &= 0, \quad \Delta^2 = t \approx 0.
\end{aligned} \tag{1.31}$$

Заметим, что сохранение массовых членов \bar{M}^2 в данном разложении соответствует учету твиста 4, что находится вне рамок рассматриваемого подхода. Кроме этого, поправки типа $O(\Delta_T^2/Q^2)$ требует специального рассмотрения и на данном этапе опускаются (обсуждение этого вопроса можно найти в [62, 63]). Введем также фотонный усредненный импульс как

$$\begin{aligned}
\bar{Q} &= \frac{q + q'}{2} = q - \frac{\Delta}{2} = q' + \frac{\Delta}{2}, \quad q' = (P \cdot q')n, \\
(P \cdot q') &= (P \cdot \bar{Q}) = (P \cdot q).
\end{aligned} \tag{1.32}$$

Здесь следует подчеркнуть, что все кинематические ограничения не влияют на общий характер предлагаемого метода.

Перейдем теперь к факторизации данной амплитуды. Все основные этапы этой процедуры ничем не отличаются от уже описанных в предыдущем разделе. Амплитуда данного процесса также имеет вид как в (1.2), (1.3) а формулы (1.4)-(1.12), которые описывают по-этапные шаги факторизационной процедуры, переносятся без изменений на данный

случай. Но в отличие от предыдущего раздела, здесь мы будем придерживаться абсолютно общей формы параметризации соответствующих корреляторов, которая не зависит явно от типа адронов (или адронной мишени), участвующих в рассматриваемом процессе (ср. [56]). Итак, мы имеем (здесь, Γ обозначает различные комбинации дираковских γ -матриц),

$$\begin{aligned} \langle p_2 | \bar{\psi}(0) \Gamma \psi(z) | p_1 \rangle &\stackrel{F}{=} \mathcal{F}^{[\Gamma]}(x), \\ \langle p_2 | \bar{\psi}(0) \Gamma i \overleftrightarrow{\partial}_\alpha^T \psi(z) | p_1 \rangle &\stackrel{F}{=} \mathcal{F}_\alpha^{[\overleftrightarrow{\partial}^T \Gamma]}(x), \end{aligned} \quad (1.33)$$

где $\stackrel{F}{=}$, как обычно, обозначает преобразования Фурье с мерой интегрирования ($z = \lambda n, z' = 0$)

$$dx e^{-i(xP - \frac{\Delta}{2})z + i(xP + \frac{\Delta}{2})z'}. \quad (1.34)$$

Здесь следует оговориться, что для простоты (но без потери общности) мы ограничиваемся только случаем без явного учета кварк-глюонных корреляторов. Всевозможные кварк-глюонные корреляторы имеют структуры, которые алгебраически идентичны структурам корреляторов с поперечной производной. Поэтому, по большому счету, для наших целей достаточно рассмотреть только корреляторы с поперечными производными. Если Γ в выражении (4.151) понимается как какая-либо комбинация γ -матриц с открытыми лоренцевскими индексами, то функции $\mathcal{F}^{[\Gamma]}(x)$ и $\mathcal{F}_\alpha^{[\overleftrightarrow{\partial}^T \Gamma]}(x)$ также несут эти индексы.

Сохраняя только векторные и аксиально-векторные проекции в преобразовании Фирца уравнений движения, получим

$$\begin{aligned} \gamma_T^\alpha \gamma^- \left\{ \mathcal{F}_\alpha^{[\overleftrightarrow{\partial}^T \gamma^+]}(x) - xP^+ \mathcal{F}_\alpha^{[\gamma_T]}(x) \right. \\ \left. + \frac{i}{2} \varepsilon^{\Delta T - \alpha +} \mathcal{F}^{[\gamma^+ \gamma_5]}(x) + \xi P^+ i \varepsilon^{\beta - \alpha +} \mathcal{F}_\beta^{[\gamma_T \gamma_5]}(x) \right\} = 0, \end{aligned} \quad (1.35)$$

$$\begin{aligned} \gamma_T^\alpha \gamma^- \left\{ i \varepsilon^{\beta - \alpha +} \mathcal{F}_\beta^{[\overleftrightarrow{\partial}^T \gamma^+ \gamma_5]}(x) + \frac{\Delta_\alpha^T}{2} \mathcal{F}^{[\gamma^+]}(x) \right. \\ \left. - xP^+ i \varepsilon^{\beta - \alpha +} \mathcal{F}_\beta^{[\gamma_T \gamma_5]}(x) + \xi P^+ \mathcal{F}_\alpha^{[\gamma_T]}(x) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (1.36)$$

Следовательно, амплитуда ГВКР дается следующим выражением:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(1)} = & \int dx \operatorname{tr} \left[\gamma_\nu \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\mu \gamma^- \right] \mathcal{F}^{[\gamma^+]}(x) + \\
& \int dx \operatorname{tr} \left[\gamma_\nu \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\mu \gamma_\alpha^T \right] \mathcal{F}_\alpha^{[\gamma^T]}(x) - \\
& \int dx \operatorname{tr} \left[\gamma_\nu \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\mu \gamma^- \gamma_5 \right] \mathcal{F}^{[\gamma^+ \gamma_5]}(x) - \\
& \int dx \operatorname{tr} \left[\gamma_\nu \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\mu \gamma_\alpha^T \gamma_5 \right] \mathcal{F}_\alpha^{[\gamma^T \gamma_5]}(x) \\
& + \text{“crossed”} ,
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(2)} = & - \int dx \mathcal{F}_\alpha^{[\vec{\partial}^T \gamma^+]}(x) \\
& \times \operatorname{tr} \left[\gamma_\nu \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\alpha^T \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\mu \gamma^- \right] + \\
& \int dx \mathcal{F}_\alpha^{[\vec{\partial}^T \gamma^+ \gamma_5]}(x) \\
& \times \operatorname{tr} \left[\gamma_\nu \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\alpha^T \frac{x\hat{P} + \hat{Q}}{(xP + \bar{Q})^2} \gamma_\mu \gamma^- \gamma_5 \right] \\
& + \text{“crossed”} .
\end{aligned}$$

Теперь, мы должны использовать уравнения движения в виде (1.35) and (1.36) для амплитуды $T_{\mu\nu}^{(2)}$ и, затем, комбинируя полученный результат с амплитудой $T_{\mu\nu}^{(1)}$, собрать все подобные вклады в конечное выражение.

Вследствии специфики интегральных уравнений, вытекающих из уравнений движения, корреляторы с поперечными производными (вместе с кварк-глюонными корреляторами, определяющие динамический твист 3 если бы таковые были бы учтены) в $T_{\mu\nu}^{(2)}$ могут быть устранены, поскольку данные вклады выразятся через другие известные корреляторы без поперечных производных. В результате, получим

$$T_{\mu\nu}^{(1)+(2)} = \frac{1}{2P \cdot q} \int dx \left(\frac{1}{x - \xi + i\epsilon} + \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right) \mathcal{T}_{\mu\nu}, \tag{1.37}$$

где

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_{\mu\nu} = & \left[\xi(\delta_+^\nu P_\mu + \delta_+^\mu P_\nu) + \delta_+^\mu \bar{Q}_\nu + \delta_+^\nu \bar{Q}_\mu - g_{\mu\nu} \bar{Q}^- \right. \\
& + \left. \frac{1}{2} \delta_+^\mu \Delta_\nu^T - \frac{1}{2} \delta_+^\nu \Delta_\mu^T \right] \mathcal{F}^{[\gamma^+]}(x) \\
& + \left[3\xi P_\mu g_{\nu\alpha}^T + \xi P_\nu g_{\mu\alpha}^T + \bar{Q}_\mu g_{\nu\alpha}^T + \bar{Q}_\nu g_{\mu\alpha}^T \right] \mathcal{F}_\alpha^{[\gamma^T]}(x) \\
& + i \frac{\xi}{x} \left[\Delta_\beta^T \delta_+^\nu - \bar{Q}^- g_{\beta\nu}^T \right] \varepsilon^{\beta-\mu+} \mathcal{F}^{[\gamma^+\gamma_5]}(x) \\
& + i \frac{\xi}{x} \left[-3\xi P^\mu g_{\beta\nu}^T + \xi P^\nu g_{\beta\mu}^T + \bar{Q}^\nu g_{\mu\beta}^T - \bar{Q}^\mu g_{\nu\beta}^T \right] \\
& \times \varepsilon^{\alpha-\beta+} \mathcal{F}_\alpha^{[\gamma^T\gamma_5]}(x), \tag{1.38}
\end{aligned}$$

где δ_+^ν соответствует обычному символу Кронекера. Таким образом, мы получили калибровочно-инвариантное выражение для амплитуды ГВКР в наиболее общем виде.

В качестве проверки выражений (1.37) и (1.38), мы можем явно зафиксировать спин мишени и сравнить с уже известными представлениями. Полагая спин адрона равным 0 и 1/2, после простых алгебраических упражнений, мы воспроизводим результаты работ [26], [56] – [61].

Теперь, мы возвращаемся к случаю дейтронной мишени [54, 64]. С этой целью, мы сперва конкретизируем параметризацию соответствующих адронных матричных элементов от различных кварковых операторов. А именно, параметризация векторного коррелятора лидирующего твиста 2 дается выражением:

$$\begin{aligned}
\langle p_2, \lambda_2 | [\bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(z)]^{\text{tw-2}} | p_1, \lambda_1 \rangle \stackrel{F}{=} \mathcal{F}_\mu^{[\gamma^+]}(x) = \\
e_{2\alpha}^* \mathcal{V}_{\alpha\beta,\mu}^{(i),L}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} H_i^V(x, \xi), \tag{1.39}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
& e_{2\alpha}^* \mathcal{V}_{\alpha\beta,\mu}^{(i),L}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} H_i^V(x, \xi) = \\
& P_\mu H_{1,\dots,5}^V(e_2^*, e_1; x, \xi) \equiv P_\mu \left\{ (e_2^* \cdot e_1) H_1^V(x, \xi) \right. \\
& + (e_2^* \cdot P)(e_1 \cdot n) H_2^V(x, \xi) + (e_2^* \cdot n)(e_1 \cdot P) H_3^V(x, \xi) \\
& + \frac{1}{M^2} (e_2^* \cdot P)(e_1 \cdot P) H_4^V(x, \xi) \\
& \left. + M^2 (e_2^* \cdot n)(e_1 \cdot n) H_5^V(x, \xi) \right\}. \tag{1.40}
\end{aligned}$$

Здесь, ради удобства, введено короткое обозначение $H_{1,\dots,5}^V(e_2^*, e_1; x, \xi)$.

Перейдем к параметризации корреляторов твиста 3, имеем для векторной проекции следующее выражение

$$\begin{aligned} \langle p_2, \lambda_2 | [\bar{\psi}(0)\gamma_\mu\psi(z)]^{\text{tw-3}} | p_1, \lambda_1 \rangle \stackrel{F}{=} \mathcal{F}_\mu^{[\gamma T]}(x) = \\ e_{2\alpha}^* \mathcal{V}_{\alpha\beta,\mu}^{(i)T}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} G_i^V(x, \xi), \end{aligned} \quad (1.41)$$

где

$$\begin{aligned} e_{2\alpha}^* \mathcal{V}_{\alpha\beta,\mu}^{(i)T}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} G_i^V(x, \xi) = \\ \Delta_\mu^T G_{1,\dots,5}^V(e_2^*, e_1; x, \xi) + e_{2\mu}^{*T}(e_1 \cdot P) G_6^V(x, \xi) \\ + e_{1\mu}^T(e_2^* \cdot P) G_7^V(x, \xi) + M^2 e_{2\mu}^{*T}(e_1 \cdot n) G_8^V(x, \xi) \\ + M^2 e_{1\mu}^T(e_2^* \cdot n) G_9^V(x, \xi). \end{aligned} \quad (1.42)$$

Следующим нашим шагом является рассмотрение аксиально-векторной проекции. В отличие от векторного случая, здесь важную роль играет тождество Схаутена для определения независимых лоренцевских структур. Аксиально-векторные корреляторы твиста 2 могут быть представлены как

$$\begin{aligned} \langle p_2, \lambda_2 | [\bar{\psi}(0)\gamma_\mu\gamma_5\psi(z)]^{\text{tw-2}} | p_1, \lambda_1 \rangle \stackrel{F}{=} \mathcal{F}_\mu^{[\gamma^+\gamma_5]}(x) = \\ -i e_{2\alpha}^* \mathcal{A}_{\alpha\beta,\mu}^{(i),L}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} H_i^A(x, \xi), \end{aligned} \quad (1.43)$$

где

$$\begin{aligned} e_{2\alpha}^* \mathcal{A}_{\alpha\beta,\mu}^{(i),L}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} H_i^A(x, \xi) = \\ \varepsilon_{\mu P e_2^* T} e_1^T H_1^A(x, \xi) + \frac{1}{M^2} \varepsilon_{\mu P \Delta T} e_{2^* T} (e_1 \cdot P) H_2^A(x, \xi) \\ + \frac{1}{M^2} \varepsilon_{\mu P \Delta T} e_1^T (e_2^* \cdot P) H_3^A(x, \xi) \\ + \varepsilon_{\mu P \Delta T} e_{2^* T} (e_1 \cdot n) H_4^A(x, \xi). \end{aligned}$$

Параметризация для аналогичных корреляторов по соответствующим твисту 3 несколько более сложное, чем выражение для твиста 2. Используя свето-подобный базис, можно построить 15 тензорных структур для параметризации аксиально-векторного коррелятора. Однако, использование тождества Схаутена позволяет уменьшить число независимых тензорных структур до 9 структур. Имеем

$$\begin{aligned} \langle p_2, \lambda_2 | [\bar{\psi}(0)\gamma_\mu\gamma_5\psi(z)]^{\text{tw-3}} | p_1, \lambda_1 \rangle \stackrel{F}{=} \mathcal{F}_\mu^{[\gamma T\gamma_5]}(x) = \\ -i e_{2\alpha}^* \mathcal{A}_{\alpha\beta,\mu}^{(i)T}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} G_i^A(x, \xi), \end{aligned} \quad (1.44)$$

где

$$\begin{aligned}
& e_{2\alpha}^* \mathcal{A}_{\alpha\beta,\mu}^{(i)T}(n^*, n, \Delta_T) e_{1\beta} G_i^A(x, \xi) = \\
& \varepsilon_{\mu n P e_1^T} (e_2^* \cdot P) G_1^A(x, \xi) + \varepsilon_{\mu n P e_2^* T} (e_1 \cdot P) G_2^A(x, \xi) \\
& + M^2 \varepsilon_{\mu n P e_1^T} (e_2^* \cdot n) G_3^A(x, \xi) + M^2 \varepsilon_{\mu n P e_2^* T} (e_1 \cdot n) \\
& \times G_4^A(x, \xi) + \frac{1}{M^2} \varepsilon_{\mu \Delta_T P e_2^*} (e_1 \cdot P) G_5^A(x, \xi) \\
& + \varepsilon_{\mu \Delta_T P e_2^*} (e_1 \cdot n) G_6^A(x, \xi) + \varepsilon_{\mu \Delta_T P e_1} (e_2^* \cdot n) \\
& \times G_7^A(x, \xi) + \varepsilon_{\mu \Delta_T n e_2^*} (e_1 \cdot P) G_8^A(x, \xi) \\
& + M^2 \varepsilon_{\mu \Delta_T n e_1} (e_2^* \cdot n) G_9^A(x, \xi).
\end{aligned}$$

Подставляя теперь явные лоренцевские параметризации (1.39) – (1.44) в выражение (1.38), мы в конечном счете получаем калибровочно-инвариантное выражение для амплитуды ГВКР на дейтроне:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(\lambda_1, \lambda_2)} &= \frac{1}{2P \cdot \bar{Q}} \int dx \frac{1}{x - \xi + i\epsilon} \\
&\times \left(\mathcal{T}_{\mu\nu}^{(1)} + \mathcal{T}_{\mu\nu}^{(2)} + \mathcal{T}_{\mu\nu}^{(3)} + \mathcal{T}_{\mu\nu}^{(4)} \right)^{(\lambda_1, \lambda_2)} \\
&+ O(\Delta_T^2; \bar{M}^2) + \text{“crossed”}, \tag{1.45}
\end{aligned}$$

где структурные амплитуды $\mathcal{T}_{\mu\nu}^{(k)}$ имеют следующий вид:

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_{\mu\nu}^{(1)} &= H_{1,\dots,4}^V(x; e_1, e_2^*) \left(2\xi P_\mu P_\nu + P_\mu \bar{Q}_\nu + P_\nu \bar{Q}_\mu \right. \\
&- g_{\mu\nu} (P \cdot \bar{Q}) + \frac{1}{2} P_\mu \Delta_\nu^T - \frac{1}{2} P_\nu \Delta_\mu^T \left. \right) + G_{1,\dots,4}^V(x; e_1, e_2^*) \\
&\times \left(\xi P_\nu \Delta_\mu^T + 3\xi P_\mu \Delta_\nu^T + \Delta_\mu^T \bar{Q}_\nu + \Delta_\nu^T \bar{Q}_\mu \right) \\
&- \left(\frac{(e_2^* \cdot P)(e_1 \cdot P)}{M^2} G_5^A(x) + (e_2^* \cdot P)(e_1 \cdot n) G_6^A(x) \right. \\
&+ (e_1 \cdot P)(e_2^* \cdot n) (G_7^A(x) - G_8^A(x)) \left. \right) \\
&\times \left(3\xi P_\mu \Delta_\nu^T - \xi P_\nu \Delta_\mu^T - \Delta_\mu^T \bar{Q}_\nu + \Delta_\nu^T \bar{Q}_\mu \right), \tag{1.46}
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_{\mu\nu}^{(2)} = & (e_1 \cdot P) G_6^V(x) \left(\xi P_\nu e_{2\mu}^{*T} + 3\xi P_\mu e_{2\nu}^{*T} + e_{2\mu}^{*T} \bar{Q}_\nu \right. \\
& \left. + e_{2\nu}^{*T} \bar{Q}_\mu \right) + (e_1 \cdot P) G_2^A(x) \left(3\xi P_\mu e_{2\nu}^{*T} - \xi P_\nu e_{2\mu}^{*T} \right. \\
& \left. - e_{2\mu}^{*T} \bar{Q}_\nu + e_{2\nu}^{*T} \bar{Q}_\mu \right), \tag{1.47}
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_{\mu\nu}^{(3)} = & (e_2^* \cdot P) G_7^V(x) \left(\xi P_\nu e_{1\mu}^T + 3\xi P_\mu e_{1\nu}^T + e_{1\mu}^T \bar{Q}_\nu \right. \\
& \left. + e_{1\nu}^T \bar{Q}_\mu \right) + (e_2^* \cdot P) G_1^A(x) \left(3\xi P_\mu e_{1\nu}^T - \xi P_\nu e_{1\mu}^T \right. \\
& \left. - e_{1\mu}^T \bar{Q}_\nu + e_{1\nu}^T \bar{Q}_\mu \right), \tag{1.48}
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
\mathcal{T}_{\mu\nu}^{(4)} = & \varepsilon_{\mu\nu P n} \left(\varepsilon_{n P e_2^* T e_1^T} H_1^A(x, \xi) \right. \\
& + \frac{1}{M^2} \varepsilon_{n P \Delta T e_2^* T} (e_1 \cdot P) H_2^A(x, \xi) \\
& + \frac{1}{M^2} \varepsilon_{n P \Delta T e_1^T} (e_2^* \cdot P) H_3^A(x, \xi) \\
& \left. + \varepsilon_{n P \Delta T e_2^* T} (e_1 \cdot n) H_4^A(x, \xi) \right). \tag{1.49}
\end{aligned}$$

Данное выражение есть основной наш результат. В данном выражении не учтены вклады от поправок пропорциональных квадрату масс дейтрона. Это можно сделать независимым образом и пока не входит в круг наших задач.

В качестве приложения полученного выражения для калибровочно-инвариантной амплитуды ГВКР на дейтроне, рассмотрим одно-спиновую асимметрию (ОСА). Параметр ОСА определяется как

$$\mathcal{A}_L = \frac{d\sigma(\rightarrow) - d\sigma(\leftarrow)}{d\sigma(\rightarrow) + d\sigma(\leftarrow)}. \tag{1.50}$$

Числитель в (1.50) может быть выражен через мнимую часть (а) интерференции между твистом 2 и твистом 3 соответствующих спиральных амплитуд, и (б) интерференции между амплитудами ГВКР и Бете-Гайтлера (БГ). Для кинематических особенностей экспериментов в ЛЛАВ, вкладами $|\mathcal{A}_{\text{DVCS}}|^2$ можно пренебречь по сравнению с вкладами от интерференции с амплитудами БГ.

Амплитуда ГВКР, дающая вклад в эксклюзивное рождение физического фотона при $Q^2 \gg M^2$, где физический и виртуальный фотоны несут поляризации i и j , дается следующим выражением:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{DVCS}}^{(i)} &= \frac{e\ell e_q^2}{q^2} \sum_j L^{(j)} \mathcal{A}_{(j,i)}, \\ L^{(j)} &= \mathcal{L}_{\mu'}(\ell_1, \ell_2) \epsilon_{\mu'}^{*(j)},\end{aligned}\tag{1.51}$$

соответственно. Здесь, спиральные амплитуды даются выражениями

$$\mathcal{A}_{(j,i)} = \epsilon_{\mu}^{(j)} T_{\mu\nu} \epsilon_{\nu}^{\prime*(i)}, \quad i = \pm 1, \quad j = 0, \pm 1.\tag{1.52}$$

Кроме того, амплитуда БГ равна

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{\text{BH}}^{(i)} &= \frac{e\ell e_q^2}{\Delta^2} \sum_j \Lambda^{(j,i)} \mathcal{T}_{(j)}, \quad \mathcal{T}_{(j)} = \epsilon_{\mu}^{(j)} F_{\mu}, \\ \Lambda^{(j,i)} &= L_{\mu'\nu'}(\ell_1, \ell_2) \epsilon_{\mu'}^{*(j)} \epsilon_{\nu'}^{\prime*(i)},\end{aligned}\tag{1.53}$$

где

$$\Delta^2 = -4\xi^2 \bar{M}^2 + \Delta_T^2 \equiv t,\tag{1.54}$$

с отрицательными значениями t .

Введем обозначения для комптоновских формфакторов, связанных с различными ОПР, имеем:

$$\begin{aligned}\int dx \frac{G_i^V(x, \xi)}{x - \xi + i\epsilon} &\Longrightarrow \mathcal{G}_i^V, & \int dx \frac{H_i^V(x, \xi)}{x - \xi + i\epsilon} &\Longrightarrow \mathcal{H}_i^V, \\ \int dx \frac{\xi}{x} \frac{G_i^A(x, \xi)}{x - \xi + i\epsilon} &\Longrightarrow \mathcal{G}_i^A,\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}\int dx \frac{G_i^V(x, \xi)}{x - \xi - i\epsilon} &\Longrightarrow \overline{\mathcal{G}_i^V}, & \int dx \frac{H_i^V(x, \xi)}{x - \xi - i\epsilon} &\Longrightarrow \overline{\mathcal{H}_i^V}, \\ \int dx \frac{\xi}{x} \frac{G_i^A(x, \xi)}{x - \xi - i\epsilon} &\Longrightarrow \overline{\mathcal{G}_i^A},\end{aligned}$$

Вычислим вклады в $\mathcal{A}_{\text{ВН}}^* \mathcal{A}_{\text{DVCS}}$, которые идут от интерференции (1.51) с (1.53). Получим следующее выражение: (здесь, дейтронные поляризации просуммированы):

$$\frac{1}{q^2 \Delta^2} \sum_i [L^{(0)} \mathcal{A}_{(0,i)}] \cdot [\Lambda^{(+,i)} \mathcal{T}_{(+)}]^* \Big|_{\text{tw}-2} \sim \frac{1}{\xi(\rho-4)\rho} \sum_{i=1}^5 \sum_{j=1}^3 \mathcal{H}_i^V C_{ij}^{(1)} G_j, \quad (1.55)$$

где

$$C_{ij}^{(1)} = \begin{pmatrix} -8(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(12+(-4+\rho)\rho) & 8(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho)\rho & 0 \\ -4(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho)(\xi(-4+\rho)+\rho) & 4(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho(-2+\xi(-4+\rho)+\rho) & 0 \\ 4(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho) & -4(2+\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho & 0 \\ (\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2(-2+\rho)\rho & -(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho^2 & 0 \\ -16(-2+\xi^2(-6+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho) & 16(-4+\rho)(-\xi^2(-4+\rho)+\rho)^2 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 0 & -8(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho)\rho \\ 0 & 0 & -4(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho(\xi(-4+\rho)+\rho) \\ 0 & 0 & 4(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho \\ 0 & 0 & (\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho^2 \\ 0 & 0 & -16(\xi^4(-4+\rho)^3 - 2\xi^2(-4+\rho)(-2+\rho)\rho + \rho^3) \end{pmatrix},$$

$$\frac{1}{q^2 \Delta^2} \sum_i [L^{(0)} \mathcal{A}_{(0,i)}] \cdot [\Lambda^{(+,i)} \mathcal{T}_{(+)}]^* \Big|_{\text{tw}-3}^V \sim \frac{1}{\xi(\rho-4)\rho} \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^2 \mathcal{G}_i^V C_{ij}^{(2,1)} G_j + \sum_{i=1}^9 \mathcal{G}_i^V C_i^{(2,2)} G_3 \right), \quad (1.56)$$

где

$$C_{ij}^{(2,1)} = \begin{pmatrix} -16\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(12+(-4+\rho)\rho) & 16\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho)\rho \\ -8\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho)(\xi(-4+\rho)+\rho) & 8\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho(-2+\xi(-4+\rho)+\rho) \\ 8\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho) & -8\xi(2+\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho \\ 2\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2(-2+\rho)\rho & -2\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho^2 \\ -32\xi(-2+\xi^2(-6+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho) & 32\xi(-4+\rho)(-\xi^2(-4+\rho)+\rho)^2 \\ -4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2(-2+\rho) & 4(-1+\xi)\xi(-4+\rho)^2\rho(\xi(-4+\rho)+\rho) \\ 4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2(-2+\rho) & -4\xi(1+\xi)(\xi(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho \\ 16\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\xi(-6+\rho)+\rho) & -16\xi(-4+\rho)(\xi^3(-4+\rho)^2 - \xi(-8+\rho)\rho - (-2+\rho)\rho + \xi^2(-4+\rho)(2+\rho)) \\ 16\xi(2+\xi(-6+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho) & -16\xi(-4+\rho)(\xi^3(-4+\rho)^2 - \xi(-8+\rho)\rho + (-2+\rho)\rho - \xi^2(-4+\rho)(2+\rho)) \end{pmatrix}$$

$$C_i^{(2,2)} = \begin{pmatrix} -16\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho)\rho \\ -8\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho(\xi(-4+\rho)+\rho) \\ 8\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho \\ 2\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho^2 \\ -32\xi(\xi^4(-4+\rho)^3 - 2\xi^2(-4+\rho)(-2+\rho)\rho + \rho^3) \\ -4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho \\ 4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho \\ 16\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(\xi(-4+\rho)+\rho) \\ 16\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho) \end{pmatrix},$$

$$\frac{1}{q^2 \Delta^2} \sum_i [L^{(0)} \mathcal{A}_{(0,i)}] \cdot [\Lambda^{(+,i)} \mathcal{T}_{(+)}]^* \Big|_{\text{tw-3}}^A \sim \frac{1}{\xi(\rho-4)\rho} \left(\sum_{i=1}^9 \sum_{j=1}^2 \bar{\mathcal{G}}_i^A C_{ij}^{(3,1)} G_j + \sum_{i=1}^9 \bar{\mathcal{G}}_i^A C_i^{(3,2)} G_3 \right), \quad (1.57)$$

где

$$C_{ij}^{(3,1)} = \begin{pmatrix} 4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2(-2+\rho) & -4\xi(1+\xi)(\xi(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho \\ -4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2(-2+\rho) & 4(-1+\xi)\xi(-4+\rho)^2\rho(\xi(-4+\rho)+\rho) \\ 16\xi(2+\xi(-6+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho) & -16\xi(-4+\rho)(\xi^3(-4+\rho)^2-\xi(-8+\rho)\rho+(-2+\rho)\rho-\xi^2(-4+\rho)(2+\rho)) \\ 16\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\xi(-6+\rho)+\rho) & -16\xi(-4+\rho)(\xi^3(-4+\rho)^2-\xi(-8+\rho)\rho-(-2+\rho)\rho+\xi^2(-4+\rho)(2+\rho)) \\ -2\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2(-2+\rho)\rho & 2\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho^2 \\ 8\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho)(\xi(-4+\rho)+\rho) & -8\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho(-2+\xi(-4+\rho)+\rho) \\ -8\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho) & 8\xi(2+\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho \\ 8\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(-2+\rho) & -8\xi(2+\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho \\ -32\xi(-2+\xi^2(-6+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho) & 32\xi(-4+\rho)(-\xi^2(-4+\rho)+\rho)^2 \end{pmatrix},$$

$$C_i^{(3,2)} = \begin{pmatrix} 4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho \\ -4\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho \\ 16\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho) \\ 16\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)(\xi(-4+\rho)+\rho) \\ -2\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)^2\rho^2 \\ 8\xi(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho(\xi(-4+\rho)+\rho) \\ -8\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho \\ 8\xi(\xi(-4+\rho)-\rho)(\xi^2(-4+\rho)-\rho)(-4+\rho)\rho \\ -32\xi(\xi^4(-4+\rho)^3-2\xi^2(-4+\rho)(-2+\rho)\rho+\rho^3) \end{pmatrix}.$$

Здесь, $\rho = t/M^2$. В последнем выражении, $G_{1,2,3}$ являются электромагнитными формфакторами дейтрона.

Опираясь на параметризацию корреляторов, можно убедиться, что единственно ненулевые вклады в случае рассеяния вперед связаны с членами пропорциональными комптоновским формфакторам $\mathcal{H}_{1,5}$ and $\mathcal{G}_{8,9}$.

Удерживая только такие члены, получим

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{q^2 \Delta^2} \sum_i [L^{(0)} \mathcal{A}_{(0,i)}] \cdot [\Lambda^{(+,i)} \mathcal{T}_{(+)}]^* \sim \frac{1}{\xi(\rho-4)\rho} \times \\
& \left\{ G_1 (16\xi(\xi^2(\rho-4) - \rho)(\rho-4)(\xi(\rho-6) + \rho - 2) \mathcal{G}_8^V + \right. \\
& 16\xi(\xi(\rho-6) - \rho + 2)(\xi^2(\rho-4) - \rho)(\rho-4) \mathcal{G}_9^V \\
& - 8(\xi^2(\rho-4) - \rho)(\rho-4)((\rho-4)\rho + 12) \mathcal{H}_1^V - \\
& 16((\rho-6)\xi^2 - \rho - 2)(\xi^2(\rho-4) - \rho)(\rho-4) \mathcal{H}_5^V) \\
& + G_2 (-16\xi(\rho-4)((\rho-4)^2 \xi^3 + (\rho-4)(\rho+2)\xi^2 - (\rho-8)\rho\xi - (\rho-2)\rho) \mathcal{G}_8^V - \\
& 16\xi(\rho-4)((\rho-4)^2 \xi^3 \\
& - (\rho-4)(\rho+2)\xi^2 - (\rho-8)\rho\xi + (\rho-2)\rho) \mathcal{G}_9^V + \\
& 8(\xi^2(\rho-4) - \rho)\rho((\rho-6)\rho + 8) \mathcal{H}_1^V \\
& + 16(\rho-4)(\rho - \xi^2(\rho-4))^2 \mathcal{H}_5^V) + \\
& G_3 (16\xi(\xi^2(\rho-4) - \rho)(\rho-4)(\xi(\rho-4) + \rho) \mathcal{G}_8^V \\
& + 16\xi(\xi(\rho-4) - \rho)(\xi^2(\rho-4) - \rho)(\rho-4) \mathcal{G}_9^V - \\
& 8(\xi^2(\rho-4) - \rho)\rho((\rho-6)\rho + 8) \mathcal{H}_1^V - 16((\rho-4)^3 \xi^4 \\
& \left. - 2\rho((\rho-6)\rho + 8)\xi^2 + \rho^3) \mathcal{H}_5^V) \right\} + \dots
\end{aligned}$$

Данное выражение служит заготовкой для получения параметра ОСА. Действительно, если теперь мы вычислим мнимую часть данного выражения, то получим числитель для параметра ОСА, который измеряется экспериментально [65].

В заключение данного параграфа отметим, что получена калибровочно-инвариантная амплитуда ГВКР на мишени со спином 1. В качестве важного феноменологического приложения, рассмотрен случай дейтроной мишени и представлено выражение для частного случая, связанного с одно-спиновой асимметрией.

1.3 Приближение Вандзуры-Вильчека и инвариантность относительно обобщенных вращений

Исследования двух-фотонных амплитуд, связанных либо с глубоко-виртуальным комптоновским рассеянием (ГВКР) либо с рождением пары мезонов, с точностью до поправок порядка $1/Q$ (твиста 3) являются весьма интересными с точки зрения получения новых аналитических свойств как об обобщенных партонных распределениях (ОПР) так и об обобщенных амплитуд распределений (ОАР). Как было показано в работах [66], [67], если вкладом динамического высшего твиста, которые

связаны с физическими степенями свободы глюонов пренебречь, соответствующие параметризующие функции, т.е. ОПР и ОАР, обладающие кинематическим коллинеарным твистом 3, могут быть выражены с помощью интегральных соотношений через лидирующий твист 2. Такого типа соотношения называются соотношениями Вандзуры-Вильчека (ВВ). Исследуя свойства ВВ-соотношений, было продемонстрировано, что в рамках данного приближения обобщенные партонные распределения твиста 3 имеют скачки при $x = \pm\xi$, которые, к счастью, не ведут к негативным последствиям для наблюдаемых величин. Однако важность этого эффекта для случая с вкладами геометрического твиста 3 (или для ОПР, соответствующих кварк-глюонным корреляторам) до конца неясна.

В данном разделе, мы представляем эффективный способ вывода ВВ-соотношений для двух-фотонных процессов, основываясь на изложенном в первых двух разделах подходе и на требовании лоренц-инвариантности физических амплитуд. В рамках нашего подхода, разделение кинематических и динамических эффектов твиста 3 является достаточно физически наглядным¹. В результате, мы представим способ разложения ОПР на независимые вклады кинематического и динамического твиста 3. Помимо этого, будет предложено обобщение нашего метода на случай амплитуды, соответствующей процессу $\gamma^*\gamma \rightarrow \pi\pi$. В результате, мы нашли аналоги упомянутых выше сингулярностей и показали отсутствия их влияния на физические наблюдаемые величины.

Для удобства, мы повторим ключевые моменты нашего подхода изложенного выше. Пренебрегая вкладами динамического твиста 3, амплитуда ГВКР примет следующий вид:

$$T_{\mu\nu}^{(a)} + T_{\mu\nu}^{(b)} = \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(xP) \Gamma(x) \right\} + \int dx_1 dx_2 \text{tr} \left\{ E_{\mu\rho\nu}(x_1P, x_2P) \omega_{\rho\rho'} \Gamma_{\rho'}(x_1, x_2) \right\} \quad (1.58)$$

where $\omega_{\rho\rho'} = \delta_{\rho\rho'} - n_{\rho'} P_\rho$, и

$$\begin{aligned} \Gamma_{\alpha\beta}(x) &= - \int d\lambda e^{i(x+\xi)\lambda} \langle p' | \psi_\alpha(\lambda n) \bar{\psi}_\beta(0) | p \rangle, \\ \Gamma_{\alpha\beta}^{\rho'}(x_1, x_2) &= - \int d\lambda_1 d\lambda_2 e^{i(x_1+\xi)\lambda_1 + i(x_2-x_1)\lambda_2} \\ &\quad \langle p' | \psi_\alpha(\lambda_1 n) i \overset{\leftrightarrow}{\partial}^{\rho'} (\lambda_2 n) \bar{\psi}_\beta(0) | p \rangle, \end{aligned} \quad (1.59)$$

где $p' = P + \Delta/2$, $p = P - \Delta/2$, $\Delta = q - q' = -2\xi P + \Delta_T$, а $p(p')$, $q(q')$

¹Отметим, что для простого случая рассеяния вперед аналогичный подход предложен в работе [68]

импульсы начальных (конечных) пиона и фотонов. Амплитуды $T_{\mu\nu}^{(a)}$ and $T_{\mu\nu}^{(b)}$ соответствуют вкладам твиста 2 и 3.

Обратимся теперь к параметризации соответствующих корреляторов. В терминах свето-подобных векторов P, n ($P^2 = n^2 = 0$ и $P \cdot n = 1$) и вектора Δ_T , параметризация векторных и аксиально-векторных адронных матричных элементов примет следующий вид:²,

$$\langle p' | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(\lambda n) | p \rangle = \int_{-1}^1 dx e^{-i(x+\xi)\lambda} \left\{ H_1(x) P_\mu + H_3(x) \Delta_\mu^T \right\}, \quad (1.60)$$

$$\langle p' | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu i \overleftrightarrow{\partial}_\rho^T \psi(\lambda n) | p \rangle = \int_{-1}^1 dx e^{-i(x+\xi)\lambda} H_1^T(x) P_\mu \Delta_\rho^T, \quad (1.61)$$

$$\langle p' | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu \psi(\lambda n) | p \rangle = \int_{-1}^1 dx e^{-i(x+\xi)\lambda} i H_A(x) \varepsilon_{\mu\Delta^T P n}, \quad (1.62)$$

$$\langle p' | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu i \overleftrightarrow{\partial}_\rho^T \psi(\lambda n) | p \rangle = \int_{-1}^1 dx e^{-i(x+\xi)\lambda} i H_A^T(x) P_\mu \varepsilon_{\rho\Delta^T P n}, \quad (1.63)$$

для кварковых корреляторов, и

$$\begin{aligned} \langle p' | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu g A_\rho^T(\lambda_2 n) \psi(\lambda_1 n) | p \rangle = \\ \int_{-1}^1 dx_1 dx_2 e^{-i(x_1+\xi)\lambda_1 - i(x_2-x_1)\lambda_2} B(x_1, x_2) P_\mu \Delta_\rho^T, \end{aligned} \quad (1.64)$$

$$\begin{aligned} \langle p' | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu g A_\rho^T(\lambda_2 n) \psi(\lambda_1 n) | p \rangle = \\ \int_{-1}^1 dx_1 dx_2 e^{-i(x_1+\xi)\lambda_1 - i(x_2-x_1)\lambda_2} i D(x_1, x_2) P_\mu \varepsilon_{\rho\Delta^T P n}, \end{aligned} \quad (1.65)$$

для кварк-глюонного корреляторов.

Как было отмечено, в приближении ВВ остаются только функции из (1.61, 1.63), тогда как функциями из (4.153, 1.65) мы пренебрегаем. Теперь, что остается, так это то, чтобы выразить данные функции через лидирующий твист основываясь на специальном условии инвариантности относительно лоренцевских вращений. Рассмотрим это условие, которое будем называть n -независимостью, более подробно.

²здесь $\varepsilon_{\rho\Delta^T P n} \equiv \varepsilon_{\rho\alpha\beta\gamma} \Delta^{T\alpha} P^\beta n^\gamma$.

Используя параметризацию (4.151)-(1.63), мы можем записать выражение для (1.58) в форме

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{(a)} + T_{\mu\nu}^{(b)} = & \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(x) \hat{P} \right\} H_1(x, \xi) + \\
& \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(x) \hat{\Delta}^T \right\} H_3(x, \xi) + \\
& \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(x) \gamma^\rho \gamma_5 \right\} i H_A(x, \xi) \epsilon_{\rho\Delta^T P n} + \\
& \int dx_1 dx_2 \text{tr} \left\{ E_{\mu\rho\nu}(x_1, x_2) \hat{P} \right\} H_1^T(x_2, \xi) \delta(x_1 - x_2) \Delta_\rho^T + \\
& \int dx_1 dx_2 \text{tr} \left\{ E_{\mu\rho\nu}(x_1, x_2) \hat{P} \gamma_5 \right\} i H_A^T(x_2, \xi) \delta(x_1 - x_2) \epsilon_{\rho\Delta^T P n}. \quad (1.66)
\end{aligned}$$

Согласно требованию калибровочной инвариантности, физическая амплитуда должна не зависеть от выбора параметра n , который в нашем случае аксиальной калибровки фиксирует выбор данной калибровки. С другой стороны, поскольку свето-подобный вектор n фиксирует также доминантное свето-подобное направление, требование n -независимости соответствует требованию лоренцевской инвариантности, которое должно выполняться при условии $n^2 = 0, P \cdot n = 1$. Следовательно, в данном случае мы имеем дело с частичной подгруппой группы Лоренца. Данную симметрию будем называть инвариантностью относительно обобщенных вращений для того, чтобы отличить ее от обычных лоренцевских вращений.

С математической точки зрения, данная инвариантность может быть представлена как

$$T_{\mu\nu}[n + \delta n] = T_{\mu\nu}[n], \quad (1.67)$$

или, в эквивалентной форме,

$$\frac{d}{dn_\beta} \left\{ T_{\mu\nu}^{(a)} + T_{\mu\nu}^{(b)} \right\} = 0, \quad (1.68)$$

Отметим существенное отличие от случая неполяризованного ГНР [43], где n -зависимость следовала только от появляющихся в параметризации тензорных структур. В нашем же случае, n -зависимость идет к тому же из зависимости матричных элементов и структурных функций от параметра ξ (так называемый параметр перекошености). Тогда, получим

$$\frac{d}{dn_\beta} = \frac{\partial}{\partial n_\beta} - \frac{\Delta^\beta}{2} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi}. \quad (1.69)$$

Важно отметить, что второй член в этом выражении не появляется и в случае поляризованного ГНР [69] (где роль Δ играет вектор поляризации S), поскольку зависимость партонных распределений от $(S \cdot n)$ отсутствует благодаря общему свойству линейности матрицы плотности. Соотношение (1.68), в каком-то смысле, аналогично уравнению ренорм-группы, с помощью которого изучается зависимость адронных матричных элементов от масштаба факторизации μ . Действительно, масштаб факторизации - это нефизический вспомогательный параметр, необходимый для представления амплитуды в факторизационном виде. Аналогично этому, n -вектор является также вспомогательным параметром, вытекающим из специфики использования системы бесконечного импульса. Поэтому, зависимость физических амплитуд и наблюдаемых величин от этих двух параметров μ и n должна исчезать.

Используя тождество Уорда, вычисление производной в (1.68) ведет к выражению:

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dn_\beta} \left\{ T_{\mu\nu}^{(a)} + T_{\mu\nu}^{(b)} \right\} = & -\frac{1}{2} \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(x) \hat{P} \right\} \frac{\partial H_1(x, \xi)}{\partial \xi} \Delta_\beta - \\
& \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(x) \hat{P} \right\} \Delta_\beta H_3(x, \xi) + \int dx \text{tr} \left\{ E_{\mu\nu}(x) \gamma^\rho \gamma_5 \right\} i H_A(x, \xi) \epsilon_{\rho\Delta^T P \beta} - \\
& \int dx_1 dx_2 \text{tr} \left\{ \left(E_{\mu\nu}(x_1) - E_{\mu\nu}(x_2) \right) \hat{P} \right\} \frac{H_1^T(x_2, \xi) \delta(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} \Delta_\beta + \\
& \int dx_1 dx_2 \text{tr} \left\{ \left(E_{\mu\nu}(x_1) - E_{\mu\nu}(x_2) \right) \gamma_\rho \gamma_5 \right\} \frac{i H_A^T(x_2, \xi) \delta(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} \epsilon_{\rho\Delta^T P \beta} = 0.
\end{aligned} \tag{1.70}$$

Здесь, вид амплитуды жесткого подпроцесса не конкретизировался, поэтому данное выражение годится для любого жесткого процесса. Поэтому, накладывая условие, что данное выражение справедливо для любой произвольной функции $E_{\mu\nu}$, получаем условие n -независимости в форме

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_1^T(x, \xi)}{\partial x} &= \frac{1}{2} \frac{\partial H_1(x, \xi)}{\partial \xi} + H_3(x, \xi), \\
\frac{\partial H_A^T(x, \xi)}{\partial x} &= H_A(x, \xi).
\end{aligned} \tag{1.71}$$

Рассмотрим теперь уравнения движения КХД, записанных для мат-

ричных элементов. Имеем

$$\begin{aligned}
& \int_{-1}^1 dy \left(B^{(A)}(x, y) - D^{(S)}(x, y) - \delta(x - y)H_A^T(y) \right) = \\
& -\xi H_3(x) - \frac{1}{2}H_1(x) - xH_A(x), \\
& \int_{-1}^1 dy \left(B^{(S)}(x, y) + \delta(x - y)H_1^T(y) - D^{(A)}(x, y) \right) = \\
& xH_3(x) + \xi H_A(x),
\end{aligned} \tag{1.72}$$

где симметричные и антисимметричные функции определены как

$$B^{(S,A)}(x, y) = \frac{1}{2} (B(x, y) \pm B(y, x)). \tag{1.73}$$

В рамках приближения ВВ выражение (1.72) может быть переписано в виде

$$\begin{aligned}
H_A^T(x, \xi) &= \xi H_3(x, \xi) + \frac{1}{2}H_1(x, \xi) + xH_A(x, \xi), \\
H_1^T(x, \xi) &= xH_3(x, \xi) + \xi H_A(x, \xi).
\end{aligned} \tag{1.74}$$

Заметим, что эти выражения содержат производные относительно полной трансляции, что является важным для вывода ВВ-соотношений [61, 66, 67].

Вычисляя производную от (1.74) по x и используя (1.71), получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial H_+(x, \xi)}{\partial x} &= \frac{1}{2} \frac{\partial_- H_1(x, \xi)}{x + \xi}, \\
\frac{\partial H_-(x, \xi)}{\partial x} &= \frac{1}{2} \frac{\partial_+ H_1(x, \xi)}{x - \xi},
\end{aligned} \tag{1.75}$$

где введены обозначения:

$$\begin{aligned}
\partial_{\pm} H_1(x, \xi) &= \frac{\partial H_1(x, \xi)}{\partial \xi} \pm \frac{\partial H_1(x, \xi)}{\partial x}, \\
H_{\pm}(x, \xi) &= H_3(x, \xi) \pm H_A(x, \xi).
\end{aligned} \tag{1.76}$$

Учитывая граничные условия

$$H_{\pm}(1, \xi) = H_{\pm}(-1, \xi) = 0, \tag{1.77}$$

найдем решение системы (1.75), которое принимает вид

$$\begin{aligned}
H_+^{WW}(x, \xi) &= -\frac{1}{2}\Theta(x > -\xi) \int_x^1 dy \frac{\partial_- H_1(y, \xi)}{y + \xi} + \\
&\frac{1}{2}\Theta(x < -\xi) \int_{-1}^x dy \frac{\partial_- H_1(y, \xi)}{y + \xi}, \\
H_-^{WW}(x, \xi) &= -\frac{1}{2}\Theta(x > \xi) \int_x^1 dy \frac{\partial_+ H_1(y, \xi)}{y - \xi} + \\
&\frac{1}{2}\Theta(x < \xi) \int_{-1}^x dy \frac{\partial_+ H_1(y, \xi)}{y - \xi}.
\end{aligned} \tag{1.78}$$

В этих выражениях ступеньчатая Θ -функции возникает за счет использования различных граничных условий до и после сингулярной точки $x = \pm\xi$. Выражая $H_{3(A)}^{WW}$ -функции с помощью (1.76), получим

$$\begin{aligned}
H_3^{WW}(x, \xi) &= \\
&-\frac{1}{4}\Theta(x > -\xi) \int_x^1 dy \frac{\partial_- H_1(y, \xi)}{y + \xi} - \frac{1}{4}\Theta(x > \xi) \int_x^1 dy \frac{\partial_+ H_1(y, \xi)}{y - \xi} + \\
&\frac{1}{4}\Theta(x < -\xi) \int_{-1}^x dy \frac{\partial_- H_1(y, \xi)}{y + \xi} + \frac{1}{4}\Theta(x < \xi) \int_{-1}^x dy \frac{\partial_+ H_1(y, \xi)}{y - \xi}, \\
H_A^{WW}(x, \xi) &= \\
&-\frac{1}{4}\Theta(x > -\xi) \int_x^1 dy \frac{\partial_- H_1(y, \xi)}{y + \xi} + \frac{1}{4}\Theta(x > \xi) \int_x^1 dy \frac{\partial_+ H_1(y, \xi)}{y - \xi} + \\
&\frac{1}{4}\Theta(x < -\xi) \int_{-1}^x dy \frac{\partial_- H_1(y, \xi)}{y + \xi} - \frac{1}{4}\Theta(x < \xi) \int_{-1}^x dy \frac{\partial_+ H_1(y, \xi)}{y - \xi}.
\end{aligned} \tag{1.79}$$

Подчеркнем, что данное решение полностью совпадает с результатами работы [67], хотя наше представление для H_A^{WW} намного проще по форме. Используя полученные результаты, мы можем теперь разложить

$H_{3(A)}$ -функции на ВВ-части и части, происходящие от кварк-глюонных корреляторов. С помощью (1.72) и (1.78), мы приходим к следующим выражениям:

$$H_3(x, \xi) = H_3^{WW}(x, \xi) + \frac{1}{2(x-\xi)} \int_{-1}^1 dy \left(B(x, y, \xi) - D(x, y, \xi) \right) + \frac{1}{2(x+\xi)} \int_{-1}^1 dy \left(B(x, y, -\xi) - D(x, y, -\xi) \right) \quad (1.80)$$

и

$$H_A(x, \xi) = H_A^{WW}(x, \xi) - \frac{1}{2(x-\xi)} \int_{-1}^1 dy \left(B(x, y, \xi) - D(x, y, \xi) \right) + \frac{1}{2(x+\xi)} \int_{-1}^1 dy \left(B(x, y, -\xi) - D(x, y, -\xi) \right). \quad (1.81)$$

Здесь, мы учли свойства B - и D -функций, которые следуют из T -инвариантности, т.е.

$$B(x, y, \xi) = B(y, x, -\xi), \quad D(x, y, \xi) = -D(y, x, -\xi). \quad (1.82)$$

Можно увидеть, что функции H_+ и H_- (и в рамках ВВ-приближении и вне этих рамок) обладают сингулярностями в точках $-\xi$ and $+\xi$, соответственно. Следовательно функции H_3 и H_A имеют конечные скачки в этих точках (ср. [61]). Можно также добавить, что если функция $H_1(\xi, \xi)$ конечна, то данные сингулярности логарифмические и вышеупомянутые скачки означают, что разность между двумя логарифмически растущими величинами $H_{3,A}(x \pm \epsilon)$ конечна.

С другой стороны, в амплитуде ГВКР на уровне твиста 3 мы имеем дело с такими комбинациями функций H_+ и H_- как

$$\Delta_\nu^T \left(3\xi P_\mu + Q_\mu \right) \left(H_3(x, \xi) + \frac{\xi}{x} H_A(x, \xi) \right), \quad (1.83)$$

которые сводятся к H_+ -структуре при $x = \xi$ и к H_- -структуре при $x = -\xi$, а также

$$\Delta_\mu^T \left(\xi P_\nu + Q_\nu \right) \left(H_3(x, \xi) - \frac{\xi}{x} H_A(x, \xi) \right), \quad (1.84)$$

которые сводятся к H_- -структуре при $x = \xi$ и к H_+ -структуре при $x = -\xi$.

В (1.83) и (1.84), индексы μ и ν соответствуют виртуальному и физическому фотону, соответственно. Следовательно, амплитуда ГВКР с продольно-поляризованным виртуальным фотоном (1.83) свободна от рассмотренного типа сингулярности. В тоже время, в случае поперечно-поляризованным виртуальным фотоном (1.84) вклад от амплитуды твиста 3 в наблюдаемые величины подавлен как $1/Q^2$ после свертки с вектором поляризации.

Переходим к рассмотрению процесса $\gamma(q')\gamma^*(q) \rightarrow \pi(p')\pi(p)$, вводя при этом новые обозначения для $P = p + p' = q + q'$ и $\Delta = p' - p = -\xi P + \Delta_T$. Действуя как и в предыдущем случае, получим соотношения, которые появляются в результате исследования n -независимости. Все стадии вывода остаются без изменений, кроме параметризации соответствующих матричных элементов, известные как обобщенные амплитуды распределения (ОАР) [72]. Мы приводим наиболее естественный способ параметризации:

$$\langle p, p' | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(\lambda n) | 0 \rangle = \int_0^1 dx e^{i\lambda x} \left\{ \tilde{H}_1(x; \xi, s) P_\mu + \tilde{H}_3(x; \xi, s) \Delta_\mu^T \right\}, \quad (1.85)$$

$$\langle p, p' | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu \psi(\lambda n) | 0 \rangle = \int_0^1 dx e^{i\lambda x} i \tilde{H}_A(x; \xi, s) \varepsilon_{\mu \Delta^T P n}, \quad (1.86)$$

$$\langle p, p' | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu i \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\rho^T \psi(\lambda n) | 0 \rangle = \int_0^1 dx e^{i\lambda x} \tilde{H}_1^T(x; \xi, s) P_\mu \Delta_\rho^T \quad (1.87)$$

$$\langle p, p' | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu i \overset{\leftrightarrow}{\partial}_\rho^T \psi(\lambda n) | 0 \rangle = \int_0^1 dx e^{i\lambda x} i \tilde{H}_A^T(x; \xi, s) P_\mu \varepsilon_{\rho \Delta^T P n} \quad (1.88)$$

$$\langle p, p' | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu g A_\rho^T(\lambda_2 n) \psi(\lambda_1 n) | 0 \rangle = \int_0^1 dx_1 dx_2 e^{i x_1 \lambda_1 + i (x_2 - x_1) \lambda_2} \tilde{B}(x_1, x_2) P_\mu \Delta_\rho^T, \quad (1.89)$$

$$\langle p, p' | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu g A_\rho^T(\lambda_2 n) \psi(\lambda_1 n) | 0 \rangle = \int_0^1 dx_1 dx_2 e^{i x_1 \lambda_1 + i (x_2 - x_1) \lambda_2} i \tilde{D}(x_1, x_2) P_\mu \varepsilon_{\rho \Delta^T P n}. \quad (1.90)$$

В терминах этих параметризующих функций условие n -независимости приобретает вид

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{H}_1^T(x, \xi)}{\partial x} &= \frac{\partial \tilde{H}_1(x, \xi)}{\partial \xi} + \tilde{H}_3(x, \xi), \\ \frac{\partial \tilde{H}_A^T(x, \xi)}{\partial x} &= \tilde{H}_A(x, \xi),\end{aligned}\tag{1.91}$$

в то время как уравнения движения ведут к

$$\begin{aligned}&\int_0^1 dy \left(\tilde{D}^{(S)}(x, y) + \delta(x - y) \tilde{H}_A^T(y) - \tilde{B}^{(A)}(x, y) \right) = \\ &\frac{1}{2} \tilde{H}_3(x, \xi) + \left(x - \frac{1}{2} \right) \tilde{H}_A(x, \xi), \\ &\int_0^1 dy \left(\tilde{B}^{(S)}(x, y) + \delta(x - y) \tilde{H}_1^T(y) - \tilde{D}^{(A)}(x, y) \right) = \\ &\left(x - \frac{1}{2} \right) \tilde{H}_3(x, \xi) + \frac{1}{2} \tilde{H}_A(x, \xi).\end{aligned}\tag{1.92}$$

Таким образом, в рамках приближения ВВ, получим

$$\begin{aligned}\tilde{H}_A^T(x, \xi) &= \frac{1}{2} \tilde{H}_3(x, \xi) + \left(x - \frac{1}{2} \right) \tilde{H}_A(x, \xi), \\ \tilde{H}_1^T(x, \xi) &= \left(x - \frac{1}{2} \right) \tilde{H}_3(x, \xi) + \frac{1}{2} \tilde{H}_A(x, \xi).\end{aligned}\tag{1.93}$$

Дифференцируя (1.93) по x и учитывая (1.91), придем к следующей системе³

$$\begin{aligned}\frac{\partial \tilde{H}_+(x, \xi)}{\partial x} &= \frac{1}{x} \frac{\partial \tilde{H}_1(x, \xi)}{\partial \xi}, \\ \frac{\partial \tilde{H}_-(x, \xi)}{\partial x} &= \frac{1}{(x - 1)} \frac{\partial \tilde{H}_1(x, \xi)}{\partial \xi},\end{aligned}\tag{1.94}$$

Заметим, что мы теперь не можем всегда применять нулевые граничные условия для обеих функций вследствие наличия сингулярностей в правой части. Но единственно возможные нулевые граничные условия можно определить как

$$\begin{aligned}\tilde{H}_+(1, \xi) &= 0, \\ \tilde{H}_-(0, \xi) &= 0.\end{aligned}\tag{1.95}$$

³ \tilde{H}_\pm – функции определены также как и H_\pm – функции, см. (1.76)

Решение системы можно без труда найти, имеем ⁴

$$\tilde{H}_+^{WW}(x, \xi) = - \int_x^1 dy \frac{\partial_\xi \tilde{H}_1(y, \xi)}{y}, \quad (1.96)$$

$$\tilde{H}_-^{WW}(x, \xi) = \int_0^x dy \frac{\partial_\xi \tilde{H}_1(y, \xi)}{y-1}, \quad (1.97)$$

или, для $\tilde{H}_{3(A)}^{WW}$ – функций:

$$\tilde{H}_3^{WW}(x, \xi) = \frac{1}{2} \int_0^x dy \frac{\partial_\xi \tilde{H}_1(y, \xi)}{y-1} - \frac{1}{2} \int_x^1 dy \frac{\partial_\xi \tilde{H}_1(y, \xi)}{y}, \quad (1.98)$$

$$\tilde{H}_A^{WW}(x, \xi) = -\frac{1}{2} \int_0^x dy \frac{\partial_\xi \tilde{H}_1(y, \xi)}{y-1} - \frac{1}{2} \int_x^1 dy \frac{\partial_\xi \tilde{H}_1(y, \xi)}{y}. \quad (1.99)$$

Данные выражения аналогичны ВВ-соотношениям, которые были получены для функций описывающих рождение поперечно-поляризованного ρ -мезонов [214]. И это не удивительно, так как импульс Δ_T играет роль поляризационного вектора ϵ_T . В частности, структуры H_+ и H_- соответствуют распределениям с определенной (анти)кварковой спиновой проекцией.

Получим теперь разложение функций $\tilde{H}_{3(A)}$ на ВВ-части и кварк-глюонные вклады. Имеем

$$\begin{aligned} \tilde{H}_3(x, \xi) &= \tilde{H}_3^{WW}(x, \xi) - \frac{1}{2(1-x)} \int_0^1 dy \left(\tilde{B}(x, y, \xi) - \tilde{D}(x, y, \xi) \right) + \\ &\quad \frac{1}{2x} \int_0^1 dy \left(\tilde{B}(x, y, \xi) + \tilde{D}(x, y, \xi) \right) \end{aligned} \quad (1.100)$$

и

$$\begin{aligned} \tilde{H}_A(x, \xi) &= \tilde{H}_A^{WW}(x, \xi) + \frac{1}{2(1-x)} \int_0^1 dy \left(\tilde{B}(x, y, \xi) - \tilde{D}(x, y, \xi) \right) + \\ &\quad \frac{1}{2x} \int_0^1 dy \left(\tilde{B}(x, y, \xi) + \tilde{D}(x, y, \xi) \right). \end{aligned} \quad (1.101)$$

⁴здесь $\partial_\xi = \partial/\partial\xi$

В выражениях (1.100) и (1.101), были использованы следующие свойства идущие от C -инвариантности:

$$\tilde{B}(x, y, \xi) = \tilde{B}(y, x, \xi), \quad \tilde{D}(x, y, \xi) = \tilde{D}(y, x, \xi). \quad (1.102)$$

Как и прежде, функции \tilde{H}_+ and \tilde{H}_- имеют, вообще говоря, сингулярности в точках $x = 0$ и $x = 1$, соответственно. Однако, если мы прием нулевые граничные условия для функции \tilde{H}_1 , которые являются естественным требованием для факторизации на уровне лидирующего твиста, данные сингулярности трансформируются в ненулевые конечные пределы в этих точках. В любом случае, эти конечные величины ведут к нарушению факторизации после свертки с соответствующим сечением подпроцесса на малых расстояниях. Также как и в случае с ГВКР, этот эффект не влияет на амплитуду, свернутой с поляризационным вектором физического фотона.

Действительно, получим выражение для амплитуды $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi\pi$, используя развитый нами подход. Имеем

$$T_{\mu\nu}^{\gamma\gamma^*} = -\frac{1}{q^2} \int_0^1 \frac{dx}{x(1-x)} T_{\mu\nu}^{\gamma\gamma^*}, \quad (1.103)$$

где

$$\begin{aligned} T_{\mu\nu}^{\gamma\gamma^*} = & -q^2 g_{\mu\nu}^T \left(2x - 1\right) \tilde{H}_1(x, \xi) + \\ & \Delta_\nu^T (P + q')_\mu \left((2x - 1) \tilde{H}_3(x, \xi) + \tilde{H}_A(x, \xi) \right) + \\ & \Delta_\mu^T q'_\nu \left((2x - 1) \tilde{H}_3(x, \xi) - \tilde{H}_A(x, \xi) \right). \end{aligned}$$

В противоположность к амплитуде ГВКР, вклад от H_1 является уже калибровочно-инвариантным. Это происходит благодаря тому факту, что представление кварковых импульсов в терминах вектора P становится коллинеарным и независимым от Δ_T , таким образом имеем дело с физической амплитудой, которая сама по себе калибровочно-инвариантна.

В тоже время, только полный вклад от новых кварковых и кварк-глюонных матричных элементов становится калибровочно-инвариантным только при условии учета уравнений движений. Вклад для продольно-поляризованного фотона происходит от

$$\Delta_\nu^T (P + q')_\mu \left((2x - 1) \tilde{H}_3(x, \xi) + \tilde{H}_A(x, \xi) \right), \quad (1.104)$$

который описывается структурой \tilde{H}_- при $x = 0$ и структурой \tilde{H}_+ при $x = 1$. Напомним, что в этих точках функции \tilde{H}_- и \tilde{H}_+ конечны. Соответствующие вклады в амплитуду имеют вид

$$T_{\mu\nu}^{(1)\gamma\gamma^*} = -\frac{1}{q^2} \int_0^1 \frac{dx}{x(1-x)} \Delta_\nu^T (P + q')_\mu \left((2x-1)\tilde{H}_3(x, \xi) + \tilde{H}_A(x, \xi) \right). \quad (1.105)$$

Используя (2.95) и (2.94), подставим теперь \tilde{H}_3^{WW} – и \tilde{H}_A^{WW} –функции в выражение (1.105), после чего получим

$$T_{\mu\nu}^{(1)\gamma\gamma^*} = -\frac{\Delta_\nu^T (P + q')_\mu}{Q^2} \partial_\xi \int_0^1 dx \left(\frac{J_2(x, \xi)}{1-x} + \frac{J_1(x, \xi)}{x} \right), \quad (1.106)$$

где

$$J_1(x, \xi) = \int_0^x dy \frac{\tilde{H}_1(y, \xi)}{y-1}, \quad J_2(x, \xi) = \int_x^1 dy \frac{\tilde{H}_1(y, \xi)}{y}. \quad (1.107)$$

После простой алгебры, получим следующее выражение

$$T_{\mu\nu}^{(1)\gamma\gamma^*} = \frac{\Delta_\nu^T (P + q')_\mu}{Q^2} \int_0^1 dy \partial_\xi \tilde{H}_1(y, \xi) \left(\frac{\log(1-y)}{y} - \frac{\log y}{1-y} \right), \quad (1.108)$$

которое совпадает с соответствующим выражением в работе [71]. Однако, вклад динамического твиста 3 является новым.

В заключении этого параграфа, отметим, что (а) был представлен новый способ вывода ВВ-соотношений между вкладами твиста 2 и твиста 3. Наш простой способ основывается на использовании уравнений движения и на требовании независимости амплитуды от вектора фиксирующего свето-подобную калибровку; (б) было найдено полное выражение для функций соответствующих динамическому твисту 3 для амплитуд ГВКР и процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow 2\pi$; (в) вычислена амплитуда процесса $\gamma^*\gamma \rightarrow \pi\pi$, где включены все вклады твиста 3; (г) показано также, что вклады от кварк-глюонных корреляторов обладают такими же сингулярностями что и ВВ-части, которые не дают вклада в физические амплитуды на уровне твиста 3.

1.4 Дисперсионные соотношения и вычитания в жестких эксклюзивных процессах

Исследование аналитических свойств амплитуд глубоко-виртуального комптоновского рассеяния и эксклюзивного рождения векторного мезона является наиболее важным аспектом дальнейшего изучения такого типа амплитуд [76–79]. Основным источником аналитических свойств тех или иных амплитуд являются дисперсионные соотношения. Критическим моментом для практических приложений дисперсионных соотношений является возможные неопределенности вследствие вычитательных констант, которые аналогичны, по большому счету, константам перенормировки в ренормализационной процедуре. Особенно интересными можно назвать случаи, когда такие константы определяются мнимыми частями от амплитуд. Такие случаи исследовались ранее, много лет назад, для комптоновского рассеяния вперед [81–83], и недавно для ГВКР [79].

В данном разделе, мы исследуем дисперсионные соотношения и возможные вычитания в рамках факторизационной процедуры в лидирующем порядке в КХД. Будет показано, что в этих условиях имеет место дисперсионные соотношения с вычитаниями, причем данные вычитания определяются, так называемыми, D -членами [46]. В тоже время, при значениях t вне рамок типичного адронного масштаба, данные вычитательные константы будут связаны с определенными интегралами от обобщенных партонных распределений при нулевом значении параметра перекошенности.

Рассмотрим случай больших значений s , Q^2 и малых значениях $t \ll s$, Q^2 . Тогда общий вид амплитуды, которая соответствует ГВКР и рождению векторного (ρ^0) мезона, имеет следующую форму:

$$T_{DVCs}^{\mu\nu} = \frac{g_1^{\mu\nu}}{2} \bar{u}(p_2) \hat{n} u(p_1) \sum_{f=u,d,s,\dots} e_f^2 \mathcal{A}_f(\xi, t) \quad (1.109)$$

и

$$T_{VMP}^\mu = \frac{\alpha_s f_\rho C_F e_L^\mu}{\sqrt{2} N_c Q} \bar{u}(p_2) \hat{n} u(p_1) \times \mathcal{V} \left[e_u \mathcal{A}_u(\xi, t) - e_d \mathcal{A}_d(\xi, t) \right] \quad (1.110)$$

с частью, включающую ОНР (которую можно интерпретировать как взвешанные диаграммы типа “handbag”),

$$\mathcal{A}_f(\xi, t) = \int_{-1}^1 dx \frac{H_f^{(+)}(x, \xi, t)}{x - \xi + i\epsilon} \quad (1.111)$$

и частью, включающую мезонные функции,

$$\mathcal{V} = \int_0^1 dy \frac{\phi_1(y)}{y}. \quad (1.112)$$

В (1.111), $H^{(+)}(x, \xi, t)$ обозначает синглетную ($C = +1$) комбинацию ОНР, суммирующую вклады от кварков и антикварков, а также от s - и u -каналов:

$$H_f^{(+)}(x, \xi, t) = H_f(x, \xi, t) - H_f(-x, \xi, t). \quad (1.113)$$

Для удобства, мы будем удерживать в ОНР только зависимость от параметра $\xi = Q^2/(2s + Q^2)$. Для $\xi \rightarrow 0$, (1.111) может столкнуться с расходимостями при $x = 0$, которые являются объектом нашего изучения.

В отличие от случая рассеяния вперед, выражение (1.111) не имеет формы дисперсионных соотношений, поскольку появляется величина ξ в числителе. Но как бы то ни было, амплитуда (1.111), как функция от ξ , обладает аналитичностью в нефизической области $|\xi| > 1$ [78]. Данная область связана с вкладом обобщенных амплитуд распределения (ОАР) [84], которые могут быть связаны с обобщенными партонными распределения (ОНР) через кроссинг [85]. Для того чтобы доказать аналитичность амплитуды для $|\xi| > 1$, необходимо представить знаменатель в (1.111) в виде геометрического ряда:

$$\mathcal{A}(\xi) = - \sum_{n=0}^{\infty} \xi^{-n-1} \int_{-1}^1 dx H^{(+)}(x, \xi) x^n. \quad (1.114)$$

Данный ряд сходится благодаря условию полиномиальности (см. [74, 75]):

$$\int_{-1}^1 dx x^n H(x, \xi) = \sum_{k=0,2,\dots}^n \xi^k A_k + \frac{1 - (-1)^n}{2} \xi^{n+1} C.$$

Теперь, мы можем вычислить скачек на разрезе $-1 < \xi < 1$ и записать дисперсионное соотношение при фиксированных значениях t для амплитуды (1.111) в плоскости параметра ξ . Получим

$$\text{Re } \mathcal{A}(\xi) = \frac{\mathcal{P}}{2\pi i} \int_{-1}^1 dx \frac{\text{Disc } \mathcal{A}(x)}{x - \xi} + \Delta(\xi). \quad (1.115)$$

или, используя (1.111), имеем

$$\mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \frac{H^{(+)}(x, \xi)}{x - \xi} = \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \frac{H^{(+)}(x, x)}{x - \xi} + \Delta(\xi), \quad (1.116)$$

где $\Delta(\xi)$ - возможные вычитания. Это выражение олицетворяет голографическое свойство ОНР, а именно: информация о жесткой эксклюзивной амплитуде, в рассмотренном приближении, содержится в одномерном сечении $x = \pm\xi$ на двухмерной плоскости (x, ξ) . Данное голографическое свойство, вместе с томографическим свойством [85], в импульсном пространстве дополняет часто-обсуждаемое голографическое свойство в координатном пространстве [75].

Докажем теперь тот факт, что $\Delta(\xi)$ является конечной величиной и не зависит от ξ , т.е. $\Delta(\xi) = const$. С этой целью, рассмотрим следующее представление:

$$\begin{aligned} \Delta(\xi) &= \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \frac{H^{(+)}(x, \xi) - H^{(+)}(x, x)}{x - \xi} = \\ &= -\mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n}{\partial \xi^n} H^{(+)}(x, \xi) \Big|_{\xi=x} (\xi - x)^{n-1}. \end{aligned} \quad (1.117)$$

Вследствии условия полиномиальности, единственно-выживший член данного ряда равен конечной константе вычитания. В этом можно также убедиться, используя формализм двойных распределений (ДР). Именно, $H^{(+)}(x, \xi)$ можно выразить через двойные распределения как

$$\begin{aligned} H^{(+)}(x, \xi) &= \int_{-1}^1 d\alpha \int_{-1+|\alpha|}^{1-|\alpha|} d\beta \left[f(\alpha, \beta) + \xi g(\alpha, \beta) \right] \\ &\times \left[\delta(x - \alpha - \xi\beta) - \delta(-x - \alpha - \xi\beta) \right]. \end{aligned} \quad (1.118)$$

Подставляя данное выражение в (1.117), получим, что $f(\alpha, \beta)$ -член, который зависит от ξ сокращается и, как следствие, выражение (1.117) становится ξ -независимым:

$$\Delta(\xi) = -2 \int_{-1}^1 d\alpha \int_{-1+|\alpha|}^{1-|\alpha|} d\beta \frac{g(\alpha, \beta)}{1 - \beta} \equiv \Delta. \quad (1.119)$$

Заметим, что сокращение $f(\alpha, \beta)$ и справедливость (1.119) не нарушаются (при условии конечно, что $\xi \neq 0$), даже при наличии сингулярности, соответствующей $f(\alpha, \beta) \sim \alpha^{-a}$.

В(1.119), мы можем выбрать

$$g(\alpha, \beta) = \delta(\alpha)D(\beta), \quad (1.120)$$

где функция $D(\beta)$ является, так называемым, D -членом [46]. Отметим, что выбор (1.120) - это результат использования соответствующей "калибровки" [85]. Используя (1.120), вклад Δ примет следующий вид:

$$\Delta = 2 \int_{-1}^1 d\beta \frac{D(\beta)}{\beta - 1}. \quad (1.121)$$

Подчеркнем, что в обоих интегралах в (1.116) содержится сингулярность при $\xi = t = 0$, к тому же эти расходимости не сокращаются для $\xi \rightarrow 0$. Это означает, что Δ неопределена для $\xi = t = 0$ ⁵. С другой стороны, для произвольно малого значения ξ , интегралы в (1.116) конечны и, следовательно, Δ является хорошо-определенным объектом. Отметим некую схожесть между (1.121) и (1.111), так что Δ может быть интерпретирована как вклад локальной двух-фотонной связности с кварковым током, которая не зависит от ξ .

Учитывая параметризацию

$$D(\beta) = (1 - \beta^2) \sum_{n=0}^{\infty} d_n C_{2n+1}^{(3/2)}(\beta), \quad (1.122)$$

и сохраняя только нижайшие члены, получим

$$\Delta = -4d_0. \quad (1.123)$$

Этот нижайший член d_0 был оценен в рамках различных моделей. Мы фокусируемся на результатах (1) киральной кварк-солитонной модели [86]: $d_0^{\text{CQM}}(N_f) = d_0^u = d_0^d = -\frac{4.0}{N_f}$, где N_f - число активных флэворов; и (2) решеточном моделировании [87]: $d_0^{\text{latt}} = d_0^u \approx d_0^d = -0.5$. Вычислительная константа изменяется как

$$\begin{aligned} \Delta_{\text{CQM}}^p(2) &= \Delta_{\text{CQM}}^n(2) \approx 4.4, \\ \Delta_{\text{latt}}^p &\approx \Delta_{\text{latt}}^n \approx 1.1 \end{aligned} \quad (1.124)$$

для ГВКР на протоне и нейтроне.

⁵ Отметим, что значение $\xi = 0$ (или $Q^2 = 0$) недостижима в экспериментах по ГВКР и электро-рождению векторного мезона

Как мы видели выше, D -член определяет конечное вычитание в дисперсионном соотношении, записанном в плоскости параметра ξ . Сравним теперь дисперсионное соотношение (1.116) с дисперсионным соотношением, записанным в плоскости величины ν , где $\nu = (s - u)/4m_N$. В терминах новых переменных ν' , ν , связанных с x , ξ как

$$x^{-1} = \frac{4m_N\nu'}{Q^2}, \quad \xi^{-1} = \frac{4m_N\nu}{Q^2}, \quad (1.125)$$

дисперсионное соотношение при фиксированном t приобретает вид соотношений с вычитанием:

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} \mathcal{A}(\nu, Q^2) &= \frac{\nu^2}{\pi} \mathcal{P} \int_{\nu_0}^{\infty} \frac{d\nu'^2}{\nu'^2} \frac{\operatorname{Im} \mathcal{A}(\nu', Q^2)}{(\nu'^2 - \nu^2)} + \Delta = \\ &= \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu'^2 \operatorname{Im} \mathcal{A}(\nu', Q^2) \left[\frac{1}{\nu'^2 - \nu^2} - \frac{1}{\nu'^2} \right] + \Delta. \end{aligned} \quad (1.126)$$

Здесь, $\nu_0 = Q^2/4m_N$ (зависимость от Q^2 показана точно), а вклад нуклонного полюса, существующего в этой точке, может быть рассмотрен отдельно [77]. Данное дисперсионное соотношение с вычитанием (в симметричной нефизической точке $\nu = 0$) является нашим главным результатом в этом разделе. Отметим, что наш результат годится как для амплитуды ГВКР, так и для амплитуды электроорождения векторного мезона (ср. [76, 77], [88]).

Дисперсионное соотношение можно сильно упростить при условии, что $\operatorname{Im} \mathcal{A}(\nu)$ убывает достаточно быстро, так что оба члена в квадратных скобках могут быть проинтегрированы по-отдельности:

$$\operatorname{Re} \mathcal{A}(\nu) = \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu'^2 \frac{\operatorname{Im} \mathcal{A}(\nu')}{\nu'^2 - \nu^2} + \mathbf{C}_0, \quad (1.127)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_0 &= \Delta - \frac{\mathcal{P}}{\pi} \int_{\nu_0}^{\infty} d\nu'^2 \frac{\operatorname{Im} \mathcal{A}(\nu')}{\nu'^2} \\ &= \Delta + \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \frac{H^{(+)}(x, x)}{x}. \end{aligned} \quad (1.128)$$

Используя (1.117) при $\xi = 0$, получим:

$$\Delta = \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \frac{H^{(+)}(x, 0) - H^{(+)}(x, x)}{x} \quad (1.129)$$

$$= 2\mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, 0) - H(x, x)}{x}, \quad (1.130)$$

где использовано свойство симметрии $H(x, -x) = H(x, x)$ идущее от T -инвариантности.

Соотношение (1.129) может быть также получено из правил сумм [73]:

$$\int_{-1}^1 dx \frac{H(x, \xi + xz) - H(x, \xi)}{x} = \sum_{n=1}^{\infty} z^n \int_{-1}^1 dx x^{n-1} D(x)$$

для $\xi = 0$ и $z = 1$.

Подчеркнем, что для валентных ($C = -1$) вкладов в амплитуды жесткого эксклюзивного рождения, например, пионов [73] и экзотических гибридных мезонов [19] величина Δ равна нулю, $\Delta = 0$, из-за симметрии по x и ξ -независимости.

Подставляя (1.129) в (1.128), можно увидеть, что вклад D -члена сокращается в выражениях для констант вычитания

$$\mathbf{C}_0(t) = 2\mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \frac{H(x, 0, t)}{x}, \quad (1.131)$$

где мы восстановили зависимость от t . Представление данной константы похоже на результат, полученный при изучении вкладов от фиксированных полюсов в амплитуде комптоновского рассеяния вперед [81].

В тоже время, при $\xi, t = 0$ ОПР выражаются через стандартные партоновые распределения $H(x, 0) = q(x)\theta(x) - \bar{q}(-x)\theta(-x)$. Формально, можно записать

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_0(0) &= 2 \int_0^1 dx \frac{q(x) + \bar{q}(x)}{x} \\ &= 2 \int_0^1 dx \frac{q_v(x) + 2\bar{q}(x)}{x}. \end{aligned} \quad (1.132)$$

Следовательно, интеграл определяющий $C_0(0)$ расходиться при малых x как во вкладах валентных так и во вкладах морских кварков. Следовательно, при $t = 0$, соотношение (1.126) должно рассматриваться как наиболее правильная форма для дисперсионных соотношений, которые включают бесконечное вычитание при $\nu = 0$ и, к тому же, константа вычитания связана с D -членом.

При $t \neq 0$, интеграл в (1.131) сходится для достаточно больших значений t . В случае параметризации, ассоциированной с теорией Редже, $H(x, 0, -t) \sim x^{-\alpha(0)+\alpha't}$, данное условие приобретает вид $t > \alpha(0)/\alpha'$, приводящий к $t \gtrsim 1(10)\text{GeV}^2$ для валентных (морских) кварковых вкладов. Расходимости в (1.131) рассматривались в ранних работах, в рамках различных кварковых моделей и их модификаций [81], в то время как в этом разделе данная проблема анализировалась в рамках факторизации в лидирующем порядке КХД. Следовательно, наш результат (1.126), будучи формально ξ -независимым, не может, вообще говоря, быть продолжен на случай $\xi \sim Q^2 \rightarrow 0$ ($s = \text{const}$). Предел $\xi \rightarrow 0$, $s \rightarrow \infty$, $Q^2 = \text{const}$ соответствует кинематике с существенно различными начальными и конечными состояниями, в частности с различными массами (виртуальностями) начальных и конечных фотонов. Формальное продолжение (1.126) приводило бы к следующему вычитательному дисперсионному соотношению для амплитуды комптоновского рассеяния вперед:

$$\text{Re } \mathcal{A}(\nu) = \frac{\nu^2}{\pi} \mathcal{P} \int_0^{\infty} \frac{d\nu'^2}{\nu'^2} \frac{\text{Im } \mathcal{A}(\nu')}{(\nu'^2 - \nu^2)} + \Delta. \quad (1.133)$$

Сравнивая данное выражение с дисперсионным соотношением для амплитуды комптоновского рассеяния вперед, полученное в [89], можем наблюдать интересное численное совпадение. Для протонной мишени, наше вычитание, скомбинированное с результатами на решетке (1.124) является близким к низкоэнергетическому вкладу Томсона (заметим, что $\Delta_{\text{Thomson}} = 1$ для нашей нормировки комптоновской амплитуды). В результате, загадочное появление томсоновского вклада при высоких энергиях [89] может быть дополнено возможным появлением данного вклада и при больших значениях Q^2 .

Для случая нейтронной мишени, данные выводы не справедливы, поскольку в этом случае вычитательная константа для ГВКР такая же, в то время как томсоновский вклад равен нулю. Это может иметь место поскольку сумма квадратов зарядов валентных кварков равна квадрату заряда протона, тогда как для нейтрона эти величины отличаются.

В заключении, показано что дисперсионные соотношения при фиксированном t для амплитуд ГВКР и электроорождения векторных мезонов требуют бесконечных вычитаний в нефизической точке $\nu = 0$, при этом

константы вычитания связаны с D -членом. Однако, для рождения мезонов, определяемых валентными ОПР с $C = -1$ конечное вычитание отсутствует вовсе. Показано также, что появление вычитания, выраженного через обычные партонные распределения, может быть исследовано в рамках факторизации в лидирующем порядке КХД. Рассмотрена также возможность продолжения нашего результата на случай физических фотонов.

1.5 Пространственно-временная структура полиномиальности и положительной определенности ОПР

Пространственно-временная структура обобщенных партонных распределений, вместе с их свойствами полиномиальности и позитивности, скрыта в матричных элементах от (анти)коммутаторов фермионных полей. В этой связи, проблема упорядочения по времени (T -упорядочение) и последующее замена данных упорядочений на нормальное упорядочение (N -упорядочение) в ОПР интенсивно обсуждалась в литературе на протяжении нескольких лет (см., например, [94, 183]). Были предложены аргументы, что в случае ГНР и ГВКР, матричные элементы от фермионных анти-коммутаторов исчезают, и, следовательно, упорядочение по времени а ОПР является иллюзорным и может быть заменено на нормальное упорядочение соответствующих фермионных операторов. Важным моментом а такого рода исследований было то, что вклад от антикоммутатора определяется пределом от $1/(k^-)^{n-1}$ при $n \geq 2$ и $k^- \rightarrow \infty$ для случая ненулевых мандельштамовский переменных (см. также [94]).

В данном разделе, будет продемонстрировано, что в коллинеарной кинематике и в рамках факторизации в t -канале, где t мала по сравнению с s , матричный элемент фермионного анти-коммутатора не исчезает и ведет к вкладу, который необходим для обеспечения модельно-независимого условия полиномиальности для ОПР. Более того, последнее утверждение остается справедливым и для случае, когда все величины s , u и t одинаково малы, что есть проявление полностью коллинеарной кинематики.

Напомним сначала основные определения двух представлений: Гейзенберга и взаимодействия. Рассмотрим, например, T -упорядоченное произведение двух операторов фермионных полей в представлении взаимодействия с \mathbb{S} -матрицей, определенной как $\mathbb{S}(t_2 = \infty, t_1 = -\infty) \equiv \mathbb{S}_{\infty, -\infty} \equiv \mathbb{S}$.

Согласно теореме Вика имеем:

$$\begin{aligned} T\psi(x)\bar{\psi}(y)\mathbb{S}_{\infty,-\infty} &= G^c(x,y) + \\ &\sum_n \frac{(ig)^n}{n!} \int (d^4\xi)_n \sum'_{\text{pairing}} : \psi(x)\bar{\psi}(y)(\bar{\psi}\hat{A}\psi)_{\xi_1} \\ &\dots (\bar{\psi}\hat{A}\psi)_{\xi_n} :, \end{aligned} \quad (1.134)$$

где $: \dots :$ обозначает нормальное упорядочение операторов. Здесь, \sum'_{pairing} - сумма по всем возможным спариваниям между полями, исключая вклад со всеми спаренными полями. Вклады последних аккумулированы в члене $G^c(x,y)$. Поле $\psi(x)$ в представлении взаимодействия переходит в оператор, записанный в представлении Гейзенберга, с помощью преобразования $\psi_H(x) = \mathbb{S}_{t,0}^\dagger \psi(x) \mathbb{S}_{t,0}$. Используя данное преобразование, получим следующее соотношение

$$T\psi(x)\bar{\psi}(y)\mathbb{S}_{\infty,-\infty} = \mathbb{S}_{\infty,0} T\psi_H(x)\bar{\psi}_H(y)\mathbb{S}_{0,-\infty}. \quad (1.135)$$

Вычисляя теперь вакуумное ожидание от T -упорядоченных произведений, получим стандартное определение функции Грина:

$$\begin{aligned} S^c(x,y) &= \frac{\langle 0|T\psi(x)\bar{\psi}(y)\mathbb{S}_{\infty,-\infty}|0\rangle}{\mathbb{S}_0} \\ &= {}^H\langle 0|T\psi_H(x)\bar{\psi}_H(y)|0\rangle^H, \end{aligned} \quad (1.136)$$

где нормализационное условие $\mathbb{S}_0 = \langle 0|\mathbb{S}_{\infty,-\infty}|0\rangle$ сокращает все вклады от несвязанных графов в представлении взаимодействия, в то время как вакуумные состояния в представлении Гейзенберга определяются как ${}^H\langle 0| = \langle 0|\mathbb{S}_{\infty,0}$ и $|0\rangle^H = \mathbb{S}_{0,-\infty}|0\rangle$. В последующем, мы будем сохранять индекс H только для того, чтобы маркировать представление Гейзенберга.

Если теперь мы рассмотрим адронные матричные элементы от T -упорядоченных произведений вместо вакуумных средних, мы увидим, что члены связанные с матричными элементами от N -упорядоченных произведений не пропадают, т.е. не равно нулю. Кстати, то же имеет место, если наши состояние даются физическим непертербативным вакуумом. В тоже время, вклады от полных спариваний соответствуют несвязанным диаграммам, которые будут выбрасываться. Имеем,

$$\begin{aligned} \langle p_2|T\psi(x)\bar{\psi}(y)\mathbb{S}_{\infty,-\infty}|p_1\rangle &= G^c(x,y)\langle p_2|p_1\rangle + \\ &\sum_{n;i,j} \int (d^4\xi)_n \langle p_2| : \psi(\xi_i)C_n(\xi_i,\xi_j;x,y)\bar{\psi}(\xi_j) : |p_1\rangle + \\ &(\text{"}N > 2 \text{ нормально-упорядоченные операторы"}), \end{aligned} \quad (1.137)$$

где $C_n(\xi_i, \xi_j; x, y)$ - соответствующие произведения различных пропагаторов. Первый член в левой части выражения (1.137), $G^c(x, y)\langle p_2|p_1\rangle$, который пропорционален $\delta^{(4)}(p_2 - p_1)$, описывает только несвязанные диаграммы. Таким образом, определим связанные матричные элементы N -упорядоченных произведений как

$$\begin{aligned} & \langle p_2|T\psi(x)\bar{\psi}(y)\mathbb{S}_{\infty,-\infty}|p_1\rangle_C = \\ & \sum_{n;i,j} \int (d^4\xi)_n \langle p_2| : \psi(\xi_i)C_n(\xi_i, \xi_j; x, y)\bar{\psi}(\xi_j) : |p_1\rangle + \\ & (“N > 2 \text{ нормально-упорядоченные операторы}”), \end{aligned} \quad (1.138)$$

где C указывает, что мы имеем дело со связанными диаграммами. С другой стороны, адронный матричный элемент (1.138) может быть записан в компактном виде, используя представление Гейзенберга. Имеем

$$\begin{aligned} & \sum_{n;i,j} \int (d^4\xi)_n \langle p_2| : \psi(\xi_i)C_n(\xi_i, \xi_j; x, y)\bar{\psi}(\xi_j) : |p_1\rangle + \\ & (“N > 2 \text{ нормально-упорядоченные операторы}”) \equiv \\ & \langle p_2| : \psi(x)\bar{\psi}(y) : |p_1\rangle_C^H, \end{aligned} \quad (1.139)$$

или, сравнивая (1.138) с (1.139), можем заключить, что

$$\langle p_2|T\psi(x)\bar{\psi}(y)\mathbb{S}|p_1\rangle_C = \langle p_2| : \psi(x)\bar{\psi}(y) : |p_1\rangle_C^H. \quad (1.140)$$

В свою очередь, поскольку мы рассматриваем только связанные диаграммы, нормально-упорядоченные операторы в представлении Гейзенберга могут быть заменены на T -упорядоченные операторы в том же представлении:

$$\langle p_2| : \psi(x)\bar{\psi}(y) : |p_1\rangle_C^H = \langle p_2|T\psi(x)\bar{\psi}(y)|p_1\rangle_C^H. \quad (1.141)$$

Подчеркнем, что выражения (1.140) и (1.141) являются основным нашим наблюдением, на котором мы хотим заострить внимание.

В этом разделе остановимся на факторизационной процедуре для амплитуд ГВКР. Заметим, что до факторизации, амплитуда ГВКР в представлении взаимодействий выражается как

$$\mathcal{A}_{\mu\nu} = e^2 \int d\xi d\eta e^{-iq\cdot\xi + iq'\cdot\eta} \langle p_2|T J_\nu^{em}(\eta) J_\mu^{em}(\xi)\mathbb{S}|p_1\rangle_C,$$

где J_μ^{em} есть электромагнитный ток, а \mathbb{S} -матрица включает всевозможные взаимодействия.

Разлагая \mathbb{S} -матрицу по степеням константы связи и используя теорему Вика, получим стандартное выражение для амплитуды:

$$\mathcal{A} \Rightarrow \langle p_2| : \bar{\psi}(\eta)\underline{\gamma_\nu S(\eta - \xi)} \gamma_\mu \psi(\xi) : |p_1\rangle_C + \dots,$$

где многоточием обозначаются другие возможные комбинации нормально-упорядоченных операторов. Здесь, подчеркнутые комбинации соответствуют тем комбинациям, которые затем будут формировать жесткую часть.

Факторизация амплитуды в представлении взаимодействий подразумевает разделение жестких (подчеркнутых) частей от мягких частей, которые выражаются через ОПР:

$$\begin{aligned} \Phi(x, \xi) = & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) d^4z e^{i(k-\Delta/2) \cdot z} \times \\ & \langle p_2 | \tilde{T} \bar{\psi}(0) \psi(z) \mathbb{S}_{\infty, -\infty} | p_1 \rangle_C, \end{aligned} \quad (1.142)$$

где \tilde{T} значит, что мы сохраняем только операторы с двумя фермионами в конечном N -упорядочении. Спиноры понимаются как операторы с открытыми индексами.

Как было отмечено, представление Гейзенберга позволяет переписать правую часть выражения (1.142) в более компактном виде как

$$\begin{aligned} \Phi(x, \xi) = & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) d^4z e^{i(k-\Delta/2) \cdot z} \times \\ & \langle p_2 | : \bar{\psi}(0) \psi(z) : | p_1 \rangle_C^H. \end{aligned} \quad (1.143)$$

Мы, как и выше, по-прежнему интересуемся только связанными диаграммами. Поэтому, в представлении Гейзенберга, мы можем записать T -упорядоченные операторы вместо N -упорядоченных, т.е.

$$\begin{aligned} \Phi(x, \xi) = & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) d^4z e^{i(k-\Delta/2) \cdot z} \times \\ & \langle p_2 | T \bar{\psi}(0) \psi(z) | p_1 \rangle_C^H. \end{aligned} \quad (1.144)$$

Или, используя свето-подобные обозначения, имеем

$$\Phi(x, \xi) = \int dk^- d^2 \mathbf{k}_T \Phi(xP^+, k^-, \mathbf{k}_T; \xi). \quad (1.145)$$

Данные три представления, (1.143)-(1.145), эквивалентны.

Спроектируем ОПР (1.143)-(1.145) на γ^+ -матрицу. Тем самым мы получим различные ОПР твиста 2:

$$\Phi^{[\gamma^+]} \stackrel{\text{def}}{=} \text{tr}[\gamma^+ \Phi] \Rightarrow \{H_1; H, E; \dots\}. \quad (1.146)$$

Можем заключить, что поскольку мы имеем дело со связанными диаграммами, T -упорядочение и/или N -упорядочение встречаются в ОПР в эквивалентном виде.

Остановимся теперь на (1.144). Хорошо известно, что комбинации спинов с T -упорядочением можно выразить через коммутаторы и антикоммутаторы:

$$\Phi(x) = \Phi^{[\dots]}(x) + \Phi^{\{\dots\}}(x), \quad (1.147)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi^{[\dots]}(x) &= \frac{1}{2} \int d^4k \delta(x - k.n) d^4z e^{i(k-\Delta/2).z} \times \\ &\langle p_2 | [\bar{\psi}(0), \psi(z)] | p_1 \rangle_C^H, \end{aligned} \quad (1.148)$$

и

$$\begin{aligned} \Phi^{\{\dots\}}(x) &= \frac{1}{2} \int d^4k \delta(x - k.n) d^4z e^{i(k-\Delta/2).z} \times \\ &\varepsilon(z_0) \langle p_2 | \{\bar{\psi}(0), \psi(z)\} | p_1 \rangle_C^H. \end{aligned} \quad (1.149)$$

Присутствие тензора $\varepsilon(z_0)$ в выражении (1.149) ведет к отсутствию любых $s(u)$ -разрезов во вкладе от анти-коммутатора, в то время как вклад от коммутатора может быть выражен через разрезы в $s(u)$ -канале. Действительно, рассмотрим первый член вклада анти-коммутатора, см. (1.148):

$$\frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} d^4z \varepsilon(z_0) e^{i(k-\Delta/2).z} \langle p_2 | \bar{\psi}(0) \psi(z) | p_1 \rangle_C^H. \quad (1.150)$$

Вставляя полный набор и используя трансляционную инвариантность, представим данное выражение в следующей форме:

$$\begin{aligned} \sum_X \int \frac{i}{\pi} \mathcal{P} \frac{1}{k_0 - P_0 + P_0^X} \delta^{(3)}(\vec{k} - \vec{P} + \vec{P}_X) \times \\ \langle p_2 | \bar{\psi}(0) | P_X \rangle_C^H \langle P_X | \psi(0) | p_1 \rangle_C^H. \end{aligned} \quad (1.151)$$

Можем увидеть, что четырехмерная δ -функция, которая необходима для появления разреза в $s(u)$ -канале, отсутствует. То же самое справедливо для второго члена в (1.149). Очевидно, что если бы вклад от анти-коммутатора исчезал бы по каким-то причинам (см., например, [94, 183]), то замена T -упорядочения на N -упорядочение в операторных комбинациях было бы вполне законным.

Однако, здесь мы представляем альтернативный подход, в рамках которого покажем, что вклад от анти-коммутатора, $\Phi^{\{\dots\}}(x)$, не исчезает для факторизации в t -канале, по крайней мере в коллинеарной кинематике (где переменная Мандельштама t мала по сравнению с переменной s). Одним из основных оснований нашего рассмотрения является то,

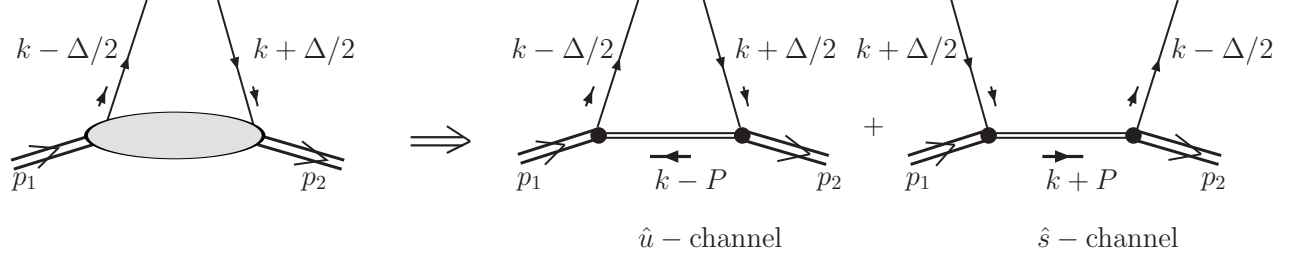


Рис. 1.3: Модель для ОПР.

что матричный элемент от анти-коммутатора необходим для обеспечения модельно-независимого условия полиномиальности, которому подчинены все ОПР. Для демонстрации этого, будем опираться на рассмотрение диаграммы типа "box" в рамках модели, использованной в работе [39] для введения ОПР.

Рассмотрим бокс-диаграмму для амплитуды ГВКР,

$$\gamma^*(q) + A(p_1) \rightarrow \gamma(q') + A(p_2), \quad (1.152)$$

в рамках пертурбативной теории. Диаграмма типа "box" является наиболее иллюстративной для исследования наиболее характерных особенностей факторизационной процедуры [39].

Определим свето-подобную кинематику следующими векторами и разложениями:

$$\begin{aligned} n^2 = p^2 = 0, \quad p \cdot n = 1, \\ g_{\mu\nu}^T = g_{\mu\nu} - p_\mu n_\nu - p_\nu n_\mu, \\ p_2 = (1 - \xi)p + (1 + \xi)\frac{\bar{M}^2}{2}n + \Delta_T/2, \\ p_1 = (1 + \xi)p + (1 - \xi)\frac{\bar{M}^2}{2}n - \Delta_T/2, \\ q' = P \cdot q' n, \\ \bar{Q} = (q + q')/2, \quad P = (p_1 + p_2)/2, \quad \Delta = p_2 - p_1, \\ P^2 = \bar{M}^2 = \frac{\Delta_T^2 - t}{4\xi^2}, \quad \Delta^2 = t. \end{aligned} \quad (1.153)$$

Без потери общности, мы можем ограничиться только коллинеарным случаем, т.е. $\Delta_T \approx 0$. Факторизованная амплитуда на уровне твиста 2 запи-

шется как:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{\mu\nu} &= \int_{-1}^1 dx \operatorname{tr}[\gamma_\nu S(xP + \bar{Q})\gamma_\mu\gamma^-] \times \\ &\int d^4k \delta(x - k \cdot n) \Phi^{[\gamma^+]}(k) + \text{“crossed”} . \end{aligned} \quad (1.154)$$

В этом случае, мягкая часть амплитуды приобретет следующий вид (в фейнмановской калибровке), см. рис 1:

$$\begin{aligned} \Phi^{[\gamma^+]}(x, \xi) &= \int (d^4k) \delta(x - k \cdot n) \Phi^{[\gamma^+]}(k) \frac{g^2}{\equiv} \\ &ig^2 \int (d^4k) \delta(x - k \cdot n) D(k - P) \times \\ &[\bar{u}(p_2) \gamma_\alpha S(k + \Delta/2) \gamma^+ S(k - \Delta/2) \gamma_\alpha u(p_1)] . \end{aligned} \quad (1.155)$$

Используя (2.3), получим

$$\begin{aligned} (k - \Delta/2)^2 &= 2k^- p^+(x + \xi) - (x + \xi)\xi \bar{M}^2 - \mathbf{k}_T^2 , \\ (k + \Delta/2)^2 &= 2k^- p^+(x - \xi) + (x + \xi)\xi \bar{M}^2 - \mathbf{k}_T^2 . \end{aligned} \quad (1.156)$$

Для партонного подпроцесса, введем переменные:

$$\begin{aligned} \hat{s} &= (k + P)^2 = 2k^- p^+(x + 1) + (x + 1)\bar{M}^2 - \mathbf{k}_T^2 , \\ \hat{u} &= (k - P)^2 = 2k^- p^+(x - 1) + (1 - x)\bar{M}^2 - \mathbf{k}_T^2 . \end{aligned} \quad (1.157)$$

Заметим, что в рамках коллинеарной кинематики, $\bar{M} \approx \sqrt{-t}/(2\xi)$, которыми можно пренебречь по сравнению с большими величинами p^+ . В тоже время, сохранение членов пропорциональных t никогда не поменяет перемещение полюсов из верхней полу-плоскости на нижнюю.

Для простоты, выделим следующие структуры:

$$\Phi^{[\gamma^+]}(x, \xi) = \bar{u}(p_2) \mathcal{I}^{[\gamma^+]}(x, \xi) u(p_1) , \quad (1.158)$$

где

$$\mathcal{I}^{[\gamma^+]}(x, \xi) \stackrel{\text{def}}{=} \int d\mu(\mathbf{k}_T) \int dk^- \frac{\phi^+(k, \Delta)}{D_1 D_2 D_3} \Big|_{k^+=xP^+} \quad (1.159)$$

с

$$\begin{aligned} \phi^+ &= \gamma_\alpha(\hat{k} + \hat{\Delta}/2)\gamma^+(\hat{k} - \hat{\Delta}/2)\gamma_\alpha \approx -\mathbf{k}_T^2 \gamma^+ , \\ D_{1,3} &= 2k^- P^+(x \mp \xi) - \mathbf{k}_T^2 + i\epsilon , \\ D_2 &= 2k^- P^+(x - 1) - \mathbf{k}_T^2 + i\epsilon . \end{aligned} \quad (1.160)$$

Мы ввели эффективную меру интегрирования $d\mu(\mathbf{k}_T)$ в выражении (1.159) для того, чтобы обеспечить сходимость соответствующих интегралов. Данная модификация меры интегрирования не влияет на результат нашего исследования. Действительно, наши выводы справедливы и для ОПР в скалярной модели, рассмотренной в [39, 95], поскольку числитель $\phi^+(k, \Delta)$ содержит только \mathbf{k}_T^2 в коллинеарной кинематике.

Выполним интегрирование по k^- в (1.159) в комплексной плоскости. С этой целью, мы проанализируем аналитические свойства интегранта, именно, положение полюсов в комплексной плоскости переменной k^- . Имеем

$$\begin{aligned} k_1^- &= -\frac{\mathbf{k}_T^2}{2P^+(\xi - x)} + i\epsilon, \quad k_2^- = -\frac{\mathbf{k}_T^2}{2P^+(1 - x)} + i\epsilon, \\ k_3^- &= -\frac{\mathbf{k}_T^2}{2P^+(\xi + x)} - i\epsilon \end{aligned} \quad (1.161)$$

для $0 < x < \xi$; и

$$\begin{aligned} k_2^- &= -\frac{\mathbf{k}_T^2}{2P^+(1 - x)} + i\epsilon, \\ k_1^- &= \frac{\mathbf{k}_T^2}{2P^+(x - \xi)} - i\epsilon, \quad k_3^- = \frac{\mathbf{k}_T^2}{2P^+(x + \xi)} - i\epsilon \end{aligned} \quad (1.162)$$

для $x > \xi > 0$. Для отрицательных значений доли x , именно для интервала $-\xi < x < 0$, полюса находятся в почти в тех же позициях, что и для случая $0 < x < \xi$; в то время как для интервала $x < -\xi$ все полюса лежат в одной полу-плоскости, а следовательно, данная область не дает вклада. В (1.161) и (1.162), $k_{1,3}^-$ соответствуют кварковым полюсам, а k_2^- - глюонным полюсам. Таким образом, интегрируя по k^- в комплексной плоскости, получим

$$\mathcal{I}^{[\gamma^+]}(x, \xi) = \gamma^+ \int (d\mathbf{k}_T^2) \frac{\Psi^2(\mathbf{k}_T^2)}{\mathbf{k}_T^2 + \Lambda^2} H(x, \xi), \quad (1.163)$$

где

$$\begin{aligned} H(x, \xi) &= \theta(-\xi < x < \xi) \left[\frac{\xi - x}{2\xi(1 - \xi)} - \frac{1 - x}{1 - \xi^2} \right] - \\ &\theta(\xi < x < 1) \frac{1 - x}{1 - \xi^2}. \end{aligned} \quad (1.164)$$

Здесь, введены эффективные ультрафиолетовые и инфракрасные регуляризаторы [95].

Выражения (4.170) могут быть разделены на вклады от кварковых и глюонных полюсов:

$$\begin{aligned} H^{[\dots]}(x, \xi) &= -\theta(-\xi < x < 1) \frac{1-x}{1-\xi^2}, \\ H^{\{\dots\}}(x, \xi) &= \theta(-\xi < x < \xi) \frac{\xi-x}{2\xi(1-\xi)}, \end{aligned} \quad (1.165)$$

где анти-коммутаторная часть ОПР, $H^{\{\dots\}}(x, \xi)$, связаны с кварковыми полюсами, а коммутаторная часть ОПР, $H^{[\dots]}(x, \xi)$, - с глюонными полюсами. Действительно, рассмотрим вклад коммутатора записанном в следующем виде (см., (1.143)-(1.145))

$$\begin{aligned} H^{[\dots]}(x, \xi) &= \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \mathcal{A}^{[\dots]}(k), \\ \mathcal{A}^{[\dots]}(k) &= \frac{1}{2} \int d^4z e^{i(k-\Delta/2) \cdot z} \langle p_2 | [\bar{\psi}(0) \gamma^+, \psi(z)] | p_1 \rangle_C^H. \end{aligned} \quad (1.166)$$

Как и выше, в качестве начальных и конечных состояний в (1.166) мы рассматривает электроны/кварки.

Далее, вставим полный набор в выражение (1.166), $\sum_X |P_X\rangle^H \langle P_X| = 1$, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{[\dots]}(k) &= \frac{1}{2} \sum_X \int \delta^{(4)}(k - P + P_X) \times \\ &\langle p_2 | \bar{\psi}(0) \gamma^+ | P_X \rangle^H \langle P_X | \psi(0) | p_1 \rangle_C^H. \end{aligned} \quad (1.167)$$

Перейдем к представлению взаимодействия и ограничимся только членами порядка g^2 :

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^{[\dots]}(k) &= \frac{1}{2} \sum_X \int \delta^{(4)}(k - P + P_X) \\ &\langle p_2 | T(\bar{\psi}(0) \gamma^+ \mathbb{S}) | P_X \rangle \langle P_X | T(\psi(0) \mathbb{S}) | p_1 \rangle_C \xrightarrow{g^2 \text{PT}} \\ &\delta((P - k)^2) \bar{u}(p_2) \gamma \cdot \varepsilon^* S(k + \Delta/2) \gamma^+ \times \\ &S(k - \Delta/2) \gamma \cdot \varepsilon u(p_1), \end{aligned} \quad (1.168)$$

где использованы одно-частичные состояния $|p_1\rangle = b^+(p_1)|0\rangle$ и $\langle p_2| = \langle 0|b^-(p_2)$, а также мы выбрали одно-бозонное промежуточное состояние. Далее, получим

$$\begin{aligned} H^{[\dots]}(x, \xi) &= \frac{1}{2} \int d\mathbf{k}_T^2 dk^- \delta(2k^- P^+(x-1) - \mathbf{k}_T^2) \\ &\bar{u}(p_2) \gamma \cdot \varepsilon^* S(k + \Delta/2) \gamma^+ S(k - \Delta/2) \gamma \cdot \varepsilon u(p_1), \end{aligned}$$

где $k^+ = xP^+$. Данное выражение может быть записано в представлении Гейзенберга как

$$H^{[\dots]}(x, \xi) = \frac{1}{2} \int d\mathbf{k}_T^2 dk^- \delta(2k^- P^+(x-1) - \mathbf{k}_T^2) \langle p_2 | \bar{\psi}(0) \gamma^+ | P - k \rangle^H \langle P - k | \psi(0) | p_1 \rangle_C^H. \quad (1.169)$$

Отсюда можем увидеть, что данное выражение является ничем иным как разрезом амплитуды (1.158) по фотонному/глюонному пропагатору. Тоже самое можно сказать и по-другому, а именно, данный вклад идет от диаграммы, где фотонный/глюонный пропагатор заменен на его мнимую часть (вклад глюонного полюса). Аналогичным способом, можно показать, что вклад от анти-коммутатора дается вкладами от кварковых полюсов, или, другими словами, взятием разреза в кварковом пропагаторе с импульсом $k + \Delta/2$.

Обратимся теперь на условие полиномиальности для (4.170). Вычисляя соответствующие моменты от (4.170), получим

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 dx x^{2n} H(x, \xi) &= -\frac{2(1 - \xi^{2n+2})}{(2n+1)(2n+2)(1 - \xi^2)} = \\ &c_0 + c_2 \xi^2 + \dots + c_{2n} \xi^{2n}, \\ \int_{-1}^1 dx x^{2n+1} H(x, \xi) &= -\frac{2(1 - \xi^{2n+2})}{(2n+2)(2n+3)(1 - \xi^2)} \\ &= d_0 + d_2 \xi^2 + \dots + d_{2n} \xi^{2n}. \end{aligned} \quad (1.170)$$

Заметим, что диаграмма типа "box" не может обеспечить появление, так называемых, вкладов D -членов, которые описываются диаграммами описывающих обмен резонансами (см., например, [46, 95]). В следствии этого, будем рассматривать условие полиномиальности для ОПР как выражение соответствующих моментов в виде конечного ряда с только четными порядками по ξ , см. (1.170).

Используя разделение (1.165), мы можем проверить условие полиномиальности для каждого из вкладов, как от коммутатора так и от анти-коммутатора. Получим

$$\int_{-1}^1 dx x^n H^{[\dots]}(x, \xi) = \frac{c_{-1}}{1 - \xi} + \sum_{k=0}^n a_k \xi^k, \quad (1.171)$$

$$\int_{-1}^1 dx x^n H^{\{\dots\}}(x, \xi) = -\frac{c_{-1}}{1 - \xi} + \sum_{k=0}^n b_k \xi^k \quad (1.172)$$

где $a_{2k-1} = -b_{2k-1}$. Можем заметить, что по-отдельности ни коммутаторный вклад, ни анти-коммутаторный вклад не могут обеспечить выполнение условия полиномиальности. Другими словами, мы получим полиномиальность только если рассмотрим сумму этих двух вкладов. Следовательно, делаем заключение, что анти-коммутаторный вклад необходим для выполнения модельно-независимого условия неполиномиальности и, поэтому, данным вкладом нельзя пренебрегать.

Опишем схематически, как новые вклады, появляющиеся от членов $H^{\{\dots\}}$, см. (1.165), влияют на условие положительной определенности ОПР, см. [96].

Структура вкладов от фотонных/глюонных полюсов в факторизованную амплитуду, определяемую "бохдиаграммой, где мягкая часть вычислена в рамках модели, помогает записать неравенство Коши-Буняковского-Шварца. Имеем

$$\begin{aligned} & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((P - k)^2) \times \\ & \left| \lambda \langle P - k | \psi_+(0) | p_2 \rangle^H + \langle P - k | \psi_+(0) | p_1 \rangle^H \right|^2 + \\ & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((k + \Delta/2)^2) \\ & \left| \lambda \langle k + \frac{\Delta}{2}, p_1 | \psi_+^\dagger(0) | p_2 \rangle^H + \langle k + \frac{\Delta}{2} | \psi_+^\dagger(0) | 0 \rangle^H \right|^2 \geq 0. \end{aligned}$$

Здесь, свето-подобные компоненты фермионных полей даются $\psi_\pm = 1/2 \gamma^\mp \gamma^\pm \psi$. Характеристическое уравнение выражения (1.173) имеет вид:

$$\lambda^2 A + \lambda B + C \geq 0$$

, где (используя кроссинг так где это необходимо)

$$\begin{aligned} A = & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((P - k)^2) \times \\ & \langle p_2 | \psi_+^\dagger(0) | P - k \rangle \langle P - k | \psi_+(0) | p_2 \rangle^H + \\ & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((k + \Delta/2)^2) \times \\ & \langle p_2, -p_1 | \psi_+(0) | k + \frac{\Delta}{2} \rangle \langle k + \frac{\Delta}{2} | \psi_+^\dagger(0) | -p_1, p_2 \rangle^H, \end{aligned} \quad (1.173)$$

$$\begin{aligned}
B = & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((P - k)^2) \times \\
& \langle p_2 | \psi_+^\dagger(0) | P - k \rangle \langle P - k | \psi_+(0) | p_1 \rangle^H + \\
& \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((k + \Delta/2)^2) \times \\
& \langle p_2, -p_1 | \psi_+(0) | k + \frac{\Delta}{2} \rangle \langle k + \frac{\Delta}{2} | \psi_+^\dagger(0) | 0 \rangle^H \\
& + (p_1 \leftrightarrow p_2),
\end{aligned} \tag{1.174}$$

и

$$\begin{aligned}
C = & \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((P - k)^2) \times \\
& \langle p_1 | \psi_+^\dagger(0) | P - k \rangle \langle P - k | \psi_+(0) | p_1 \rangle^H + \\
& \int d^4k \delta(x - k \cdot n) \delta((k + \Delta/2)^2) \times \\
& \langle 0 | \psi_+(0) | k + \frac{\Delta}{2} \rangle \langle k + \frac{\Delta}{2} | \psi_+^\dagger(0) | 0 \rangle^H.
\end{aligned} \tag{1.175}$$

Можно увидеть, что первые и вторые члены в (1.174) дают коммутаторные и анти-коммутаторные ОПР, соответственно. В то время как первый и второй члены в (1.173) и (1.175) могут связаны с обычным партонным распределением и вакуумным ожиданием (кварковым конденсатом).

Для того чтобы удовлетворить выше-указанным характеристическому уравнению, мы должны потребовать, чтобы $D = B^2 - 4AC \leq 0$, которое эквивалентно следующему неравенству (соответствующая нормировка $q(x)$ подразумевается):

$$\begin{aligned}
& \left[H_{S(A)}^{[\dots]}(x, \xi) + H_{S(A)}^{\{\dots\}}(x, \xi) \right]^2 \leq \\
& \left[q(x_2) + D(x_2) \right] \left[q(x_1) + C(x_1) \right],
\end{aligned} \tag{1.176}$$

где введены симметричные и анти-симметричные, относительно $x \leftrightarrow -x$, соответствующих ОПР и выполнен переопределение долей, см. [96].

После суммирования по промежуточным состояниям, функции $D(x)$ и

$C(x)$, см. (1.176), приобретут вид:

$$\begin{aligned}
D(x) &\sim \int d^4k \delta(x - k.n) d^4z e^{i(k-\Delta/2)\cdot z} \times \\
&\langle p_2, p_1 | \psi_+(z) \psi_+^\dagger(0) | p_2, p_1 \rangle^H, \\
C(x) &\sim \int d^4k \delta(x - k.n) d^4z e^{i(k-\Delta/2)\cdot z} \times \\
&\langle 0 | \psi_+(z) \psi_+^\dagger(0) | 0 \rangle^H.
\end{aligned} \tag{1.177}$$

В заключение отметим, что в рамках коллинеарной кинематики и режима факторизации $t \approx 0$, матричный элемент от фермионного антикоммутатора не исчезает. Было продемонстрировано, что существование данного вклада продиктовано условием полиномиальности для ОПР. Более того, выведено новое ограничение для ОПР, где появляются новые вклады от впередовых (обычных) партонных распределений и кварковых конденсатов.

Глава 2

Вклады высшего твиста в двух-фотонных столкновениях

2.1 Рождение двух ρ^0 мезонов в $\gamma\gamma^*$ столкновениях

Реакции по столкновению двух фотонов обеспечивают нас полезным теоретическим инструментом для изучения различных аспектов КХД и являются объектом пристального внимания на протяжении долгого периода [97–99]. Особое место в этих реакциях занимает эксклюзивное рождение двух адронов в области, где один из начальных фотонов обладает высокой виртуальностью (обычно обозначаемой как Q^2), но в тоже время общая энергия, или инвариантная масса двух адронов, достаточно мала [72]. Данный процесс можно исследовать в рамках факторизационной процедуры, и, следовательно, ее амплитуду можно представить как конволюцию пертурбативной (или жесткой) части, соответствующей рассеянию $\gamma^*\gamma \rightarrow q\bar{q}$ или $\gamma^*\gamma \rightarrow gg$, и непертурбативной части, описывающей переход $q\bar{q} \rightarrow AB$ и $gg \rightarrow AB$. Матричные элементы, описывающие переходы партонов (кварков или глюонов) в адронные состояния, называются обобщенными амплитудами распределений (ОАР), подчеркивая тем самым тесную связь с амплитудами распределений, введенными много лет назад в КХД для описания эксклюзивных жестких процессов в рамках КХД [100].

В данном разделе, мы концентрируемся на теоретическом описании процесса $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$, который экспериментально изучался на ускорителе LEP [102]. Так как процесс $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho\rho$ связан кроссинг-симметрией с комптоновским рассеянием на частице со спином 1, рассматриваемые физические свойства и характеристики данного процесса тесно связаны с с ГВКР, которые характеризуются ОПР [103, 104].

Начнем с обсуждения кинематики процесса, имеем (см., рис. 2.1):

$$e(k) + e(l) \rightarrow e(k') + e(l') + \rho^0(p_1) + \rho^0(p_2) \quad (2.1)$$

где начальный электрон $e(k)$ испускает жесткий виртуальный фотон с импульсом $q = k - k'$, или другими словами, его квадрат импульса

$q^2 = -Q^2$ является большой величиной. Это значит, что рассеянный электрон $e(k')$ детектируется на в эксперименте. Чтобы описать процесс (4.1), полезно рассмотреть под-процесс:

$$e(k) + \gamma(q') \rightarrow e(k') + \rho^0(p_1) + \rho^0(p_2). \quad (2.2)$$

Относительно другого импульса фотона $q' = l - l'$, мы принимаем, что, во-первых, его импульс коллинеарен импульсу электрона l и, во-вторых, q'^2 приблизительно равен нулю.

Кратко остановимся на обсуждении кинематики системы центра масс пары $\gamma\gamma^*$. Определим ось z как ось направленной вдоль трехмерного вектора \mathbf{q} , а импульсы ρ -мезонов лежат в плоскости (x, z) . Это значит, что мы игнорируем азимутальную зависимость сечения, которой на самом дела нет в рамках выбранного приближения. Таким образом, можем записать все импульсы в системе центра масс как :

$$q = (q_0, 0, 0, \mathbf{q}), \quad p_1 = (p_1^0, \mathbf{p}_1 \sin\theta, 0, \mathbf{p}_1 \cos\theta). \quad (2.3)$$

Необходимо также ввести мандельштамовские переменные S для электрон-позитронного (4.1) и электрон-фотонного (2.2) столкновений:

$$S_{ee} = (k + l)^2, \quad S_{e\gamma} = (k + q')^2. \quad (2.4)$$

Пренебрегая массами лептонов, данные переменные приобретут вид:

$$S_{ee} \approx 2(k \cdot l), \quad S_{e\gamma} \approx 2(k \cdot q') = x_2 S_{ee}, \quad (2.5)$$

где доля x_2 определена как $q'_0 = x_2 l_0$ (см., [105]).

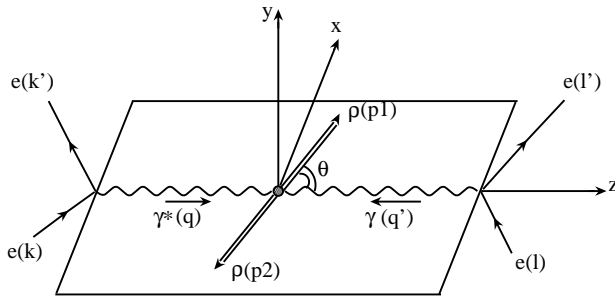


Рис. 2.1: Кинематика процесса $e(k) + e(l) \rightarrow e(k') + e(l') + \rho^0(p_1) + \rho^0(p_2)$ в системе центра масс двух мезонов.

Определим свето-подобный базис, который состоит из векторов p and n с массовой размерностью 1 и -1 , соответственно. Другими словами, данные вектора удовлетворяют следующим условиям:

$$p^2 = n^2 = 0, \quad (p \cdot n) = 1. \quad (2.6)$$

С помощью этого базиса, импульсы ρ -мезонов, p_1 и p_2 , примут вид:

$$\begin{aligned} p_1^\mu &= \zeta p^\mu + (1 - \zeta) \frac{W^2}{2} n^\mu - \frac{\Delta_T^\mu}{2}, \\ p_2^\mu &= (1 - \zeta) p^\mu + \zeta \frac{W^2}{2} n^\mu + \frac{\Delta_T^\mu}{2} \end{aligned} \quad (2.7)$$

Введем также сумму и разность импульсов адронов, разложение которых по свето-подобному базису примет вид:

$$\Delta^\mu = p_2^\mu - p_1^\mu, \quad P^\mu = p_2^\mu + p_1^\mu. \quad (2.8)$$

Так называемый, параметр перекошенности ζ определен как

$$\zeta = \frac{p_1^+}{P^+} = \frac{1 + \beta \cos \theta}{2}, \quad \beta = \sqrt{1 - \frac{4m_\rho^2}{W^2}}. \quad (2.9)$$

В рамках системы центра масс, поперечные компоненты переданного импульса $\Delta_T = (0, \mathbf{\Delta}_T, 0)$ определяются как

$$\Delta_T^2 = -\mathbf{\Delta}_T^2 = \left(4m_\rho^2 - W^2\right) \sin^2 \theta. \quad (2.10)$$

Разложения для продольных и поперечных поляризационных векторов ρ -мезонов даются выражениями:

$$\begin{aligned} e_{1\mu}^{(0)} &= \frac{1}{m_\rho} \left(p_{1\mu} - \frac{m_\rho^2}{\zeta} n_\mu \right), \\ e_{1\mu}^{(1)} &= \frac{2}{\sqrt{\Delta_T^2}} \left(\zeta p_{2\mu} - (1 - \zeta) p_{1\mu} - \frac{\zeta(2\zeta - 1)W^2 + \Delta_T^2}{2\zeta} n_\mu \right), \\ e_{1\mu}^{(2)} &= -\frac{2}{\sqrt{\Delta_T^2}} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} p_{2\alpha} p_{1\beta} n_\gamma, \end{aligned} \quad (2.11)$$

для ρ -мезона с импульсом p_1 , и

$$\begin{aligned} e_{2\mu}^{(0)} &= \frac{1}{m_\rho} \left(p_{2\mu} - \frac{m_\rho^2}{1 - \zeta} n_\mu \right), \\ e_{2\mu}^{(1)} &= -\frac{2}{\sqrt{\Delta_T^2}} \left((1 - \zeta) p_{1\mu} - \zeta p_{2\mu} + \frac{(1 - \zeta)(2\zeta - 1)W^2 - \Delta_T^2}{2(1 - \zeta)} n_\mu \right), \\ e_{2\mu}^{(2)} &= \frac{2}{\sqrt{\Delta_T^2}} \varepsilon_{\mu\alpha\beta\gamma} p_{2\alpha} p_{1\beta} n_\gamma, \end{aligned} \quad (2.12)$$

для ρ -мезона с импульсом p_2 . Как обычно,

$$e_i \cdot p_i = 0, \quad e_i^{(\lambda)} \cdot e_i^{(\lambda')} = -\delta^{\lambda\lambda'}. \quad (2.13)$$

Кроме того, для каждого мезона, для определения свето-подобных спиральностей, введем следующие поляризационные вектора:

$$e(0) = e^{(0)}, \quad e(\pm) = \frac{\mp e^{(1)} - ie^{(2)}}{\sqrt{2}}. \quad (2.14)$$

Остановимся теперь на обсуждении параметризации соответствующих матричных элементов. Сохраняя члены лидирующего твиста 2, векторные и аксиально-векторные корреляторы могут быть записаны в форме:

$$\begin{aligned} & \langle p_1, \lambda_1; p_2, \lambda_2 | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(\lambda n) | 0 \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} \\ & p_\mu \sum_i e_1^\alpha e_2^\beta V_{\alpha\beta}^{(i)}(p_1, p_2, n) H_i^{\rho\rho, V}(y, \zeta, W^2), \\ & \langle p_1, \lambda_1; p_2, \lambda_2 | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \gamma_5 \psi(\lambda n) | 0 \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} \\ & p_\mu \sum_i e_1^\alpha e_2^\beta A_{\alpha\beta}^{(i)}(p_1, p_2, n) H_i^{\rho\rho, A}(y, \zeta, W^2). \end{aligned} \quad (2.15)$$

Здесь, λ_1 и λ_2 - это спиральности ρ мезонов, $\stackrel{\mathcal{F}}{=}$ обозначает преобразования Фурье с мерой интегрирования ($z_1 = \lambda n, z_2 = 0$) [26]:

$$d\mu(y) = dy e^{-iy p z_1 + i(1-y) p z_2}. \quad (2.16)$$

С помощью инвариантности относительно пространственной четности, можно показать, что векторные тензора $V_{\alpha\beta}^{(i)}$ могут быть записаны в терминах 5-ти тензорных структур, в то время как аксиально-векторные тензора $A_{\alpha\beta}^{(i)}$ определяются как линейные комбинации 4-ех независимых структур. В полной аналогии с анализом, проведенным для дейтронных ОПР [104], запишем

$$\begin{aligned} & \sum_i e_1^\alpha e_2^\beta V_{\alpha\beta}^{(i)}(p_1, p_2, n) H_i^{\rho\rho, V}(y) = -(e_1 \cdot e_2) H_1^{\rho\rho, V}(y) + \\ & \left((e_1 \cdot n)(e_2 \cdot p_1) + (e_2 \cdot n)(e_1 \cdot p_2) \right) H_2^{\rho\rho, V}(y) - \frac{(e_1 \cdot p_2)(e_2 \cdot p_1)}{2m_\rho^2} H_3^{\rho\rho, V}(y) \\ & + \left((e_1 \cdot n)(e_2 \cdot p_1) - (e_2 \cdot n)(e_1 \cdot p_2) \right) H_4^{\rho\rho, V}(y) + \\ & \left(4m_\rho^2 (e_1 \cdot n)(e_2 \cdot n) + \frac{1}{3}(e_1 \cdot e_2) \right) H_5^{\rho\rho, V}(y) \end{aligned} \quad (2.17)$$

для векторных структур и

$$\begin{aligned}
\sum_i e_1^\alpha e_2^\beta A_{\alpha\beta}^{(i)}(p_1, p_2, n) H_i^{\rho\rho, A}(y) &= -i\epsilon_{\alpha\beta}^T e_{1\alpha}^T e_{2\beta}^T H_1^{\rho\rho, A}(y) + \\
i\epsilon_{\alpha\beta}^T \Delta_\alpha \frac{e_{1\beta}(e_2 \cdot p_1) + e_{2\beta}(e_1 \cdot p_2)}{m_\rho^2} H_2^{\rho\rho, A}(y) &+ \\
i\epsilon_{\alpha\beta}^T \Delta_\alpha \frac{e_{1\beta}(e_2 \cdot p_1) - e_{2\beta}(e_1 \cdot p_2)}{m_\rho^2} H_3^{\rho\rho, A}(y) &+ \\
i\epsilon_{\alpha\beta}^T \Delta_\alpha \left(e_{1\beta}(e_2 \cdot n) + e_{2\beta}(e_1 \cdot n) \right) H_4^{\rho\rho, A}(y) & \quad (2.18)
\end{aligned}$$

для аксиально-векторных структур. В (2.17) и (2.18), использованы стандартные обозначения $\epsilon_{\alpha\beta}^T = \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} p_\gamma n_\delta$ и подразумевается зависимость ОАР от ζ и W^2 .

Рассмотрим свойства симметрии. Подпроцесс $\gamma\gamma^*$ выбирает части со следующими свойствами симметрии:

$$H_i^{\rho\rho, V}(y) = -H_i^{\rho\rho, V}(1-y), \quad H_i^{\rho\rho, A}(y) = H_i^{\rho\rho, A}(1-y) \quad (2.19)$$

Отметим, что масштабная зависимость ОАР, приобретаемая в процессе факторизации амплитуды рассеяния, изучалась в [105] и, к тому же, нет существенных различий между каналом $\pi\pi$, рассматриваемом в [105], и векторным вкладом в $\rho\rho$ канале. В тоже время, эволюция аксиально-векторных вкладов такая же как в случае амплитуд распределений синглетных аксиальных мезонов. Подчеркнем, что поведение по переменной W^2 в 2π обобщенных амплитуд распределений изучалось в терминах импакт-представления для процесса адронизации $q\bar{q} \rightarrow MM$, см. [106].

Хотя основным объектом нашего исследования в этом разделе является ОАР, обсудим спиральные амплитуды связанные с ОПР, которые в свою очередь связаны с ОАР с помощью кроссинг-симметрии $s \leftrightarrow t$ [85, 107].

Рассмотрим распределения, сохраняющие спиральность кварков, которые параметризуют комбинации векторных и аксиально-векторных матричных элементов:

$$\mathcal{A}_{(\lambda_2\pm ; \lambda_1\pm)} = \frac{1}{2} \langle p_2, \lambda_2 | \bar{\psi}(0) \gamma^+ (1 \pm \gamma_5) \psi(z) | p_1, \lambda_1 \rangle, \quad (2.20)$$

где λ and $\mu = \pm$ - это спиральности начальных (конечных) адронов и кварков, соответственно. Матричные элементы в (4.21) берутся между двумя ρ мезонами. В пределе рассеяния вперед, когда $p_1 = p_2$, имеет место сохранение спиральностей и $\lambda_1 + \mu_1 = \lambda_2 + \mu_2$.

Инвариантность относительно преобразований четности, $\lambda_i \rightarrow -\lambda_i$ и т.д., дает 9 независимых спиральных амплитуд (4.21). В тоже время, инвариантность относительно преобразований обращения времени,

$(\mu_1, \lambda_1) \leftrightarrow (\mu_2, \lambda_2)$, не дает каких-либо ограничений на число независимых структур благодаря ζ -зависимости (см., например, [104])

Как было уже отмечено, преобразование кроссинга связывает спиральные амплитуды, ассоциированные с ОАР, с соответствующими ОНР, записанные в терминах спиральных амплитуд. Действительно, преобразования кроссинга подразумевают, что начальный адрон заменяется конечным адроном с противоположным импульсом: $p_1 \rightarrow -p_1$ и, следовательно, с противоположными спиральностями $\lambda_1 \rightarrow -\lambda_1$. В той же манере, мы выполним преобразования кроссинга для кварковых полей. Именно, конечный кварк со спиральностью μ_2 заменяется на конечный антикварк со спиральностью $-\mu_2$. Таким образом, амплитуды с неперевернутыми спиральностями кварков в t -канале переходят в амплитуды в s -канале, где первоначальные спиральности кварков и антикварков теперь противоположные, и наоборот:

$$\mathcal{A}_{(\lambda_2 \pm; \lambda_1 \pm)}^{(t)} \rightarrow A_{(\lambda_2 - \lambda_1; \mp \pm)}^{(s)}. \quad (2.21)$$

Первые два индекса, маркирующие спиральные амплитуды в (2.21) или (4.21), соответствуют спиральностям в конечном состоянии, а последние два - в начальном состоянии.

Обсудим теперь амплитуды в s -канале. Так как, спиральности и киральности антикварков отличаются знаком, кварк-антикварковые операторы, сохраняющие киральности, дадут комбинации кварковых и антикварковых полей с противоположными спиральностями: $\bar{v}_+ \gamma^+ u_+ \leftrightarrow \bar{v}_{(-)} \gamma^+ u_{(+)}$, где в скобках указаны спиральности, а без скобок - киральности. Следовательно, используя (4.151) и (2.15), получим

$$A_{(\lambda_2 \lambda_1; \pm \mp)} = \frac{1}{2} \langle p_2, \lambda_2; p_1, \lambda_1 | \bar{\psi}(0) \gamma^+ (1 \pm \gamma_5) \psi(z) | 0 \rangle. \quad (2.22)$$

Далее, прямыми вычислениями получим выражения для спиральных

амплитуд (ср., [104]) :

$$\begin{aligned}
2A_{(++,+-)} &= \\
&H_1^{\rho\rho,V} + BH_3^{\rho\rho,V} - \frac{1}{3}H_5^{\rho\rho,V} + H_1^{\rho\rho,A} + 2B \left[H_2^{\rho\rho,A} + (2\zeta - 1)H_3^{\rho\rho,A} \right], \\
2A_{(0+,+-)} &= \\
&\sqrt{\frac{2B\zeta}{1-\zeta}} \left(H_1^{\rho\rho,V} - \zeta \left[H_2^{\rho\rho,V} + H_4^{\rho\rho,V} \right] + \left[\frac{(2\zeta - 1)W^2}{4m_\rho^2} + 2(1 - \zeta) \right] H_3^{\rho\rho,V} \right. \\
&- \frac{1}{3}H_5^{\rho\rho,V} + (1 - \zeta)H_1^{\rho\rho,A} + (1 - \zeta) \left[\frac{(2\zeta - 1)W^2}{m_\rho^2} + 4(1 - \zeta)B \right] \times \\
&\left. \left[H_2^{\rho\rho,A} - H_3^{\rho\rho,A} \right] + \zeta(1 - \zeta)H_4^{\rho\rho,A} \right), \\
2A_{(-+,+-)} &= -2B \left(\frac{1}{2}H_2^{\rho\rho,V} - (2\zeta - 1)H_2^{\rho\rho,A} - H_3^{\rho\rho,A} \right), \\
2A_{(00,+-)} &= \\
&\left[\left(\frac{1}{2} - \zeta(1 - \zeta) \right) \frac{W^2}{m_\rho^2} - 4(1 - \zeta(1 - \zeta))B \right] \left[H_1^{\rho\rho,V} - \frac{1}{3}H_5^{\rho\rho,V} \right] - \\
&\frac{(2\zeta - 1)W^2}{2m_\rho^2} \left[H_4^{\rho\rho,V} + (2\zeta - 1)H_2^{\rho\rho,V} \right] + 2B \left[H_2^{\rho\rho,V} + (2\zeta - 1)H_4^{\rho\rho,V} \right] + \\
&\left[\frac{(2\zeta - 1)^2W^4}{8m_\rho^4} - 2B \left(\frac{(2\zeta - 1)^2W^2}{2m_\rho^2} + 4\zeta(1 - \zeta)B \right) \right] H_3^{\rho\rho,V} + \\
&4\zeta(1 - \zeta)H_5^{\rho\rho,V}. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

В (2.23), использованы следующие обозначения:

$$B = \frac{\Delta_T^2}{16m_\rho^2\zeta(1 - \zeta)}. \tag{2.24}$$

Рассмотрим теперь подпроцесс $\gamma(q')\gamma^*(q) \rightarrow \rho^0(p_1)\rho^0(p_2)$. Следуя работе [26], амплитуда данного подпроцесса, включающая вклады лидирующего твиста 2 имеют вид:

$$\begin{aligned}
T_{\mu\nu}^{\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0\rho^0} &= \frac{1}{2} \sum_{q=1}^{n_f} e_q^2 \int_0^1 dy \left[g_{\mu\nu}^T E_-(y) \mathbf{V}_q(y, \cos\theta, W^2) - \right. \\
&\left. i\epsilon_{\mu\nu}^T E_+(y) \mathbf{A}_q(y, \cos\theta, W^2) \right], \tag{2.25}
\end{aligned}$$

где

$$E_{\pm} = \frac{1}{1-y} \pm \frac{1}{y}. \quad (2.26)$$

В (2.25), скалярные и псевдо-скалярные функции (\mathbf{V} , \mathbf{A}) обозначают следующие свертки:

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_q(y, \cos \theta, W^2) &= \sum_i e_1^\alpha e_2^\beta V_{\alpha\beta}^{(i)} H_{i,q}^{\rho\rho,V}(y, \zeta(\cos \theta), W^2), \\ \mathbf{A}_q(y, \cos \theta, W^2) &= \sum_i e_1^\alpha e_2^\beta A_{\alpha\beta}^{(i)} H_{i,q}^{\rho\rho,A}(y, \zeta(\cos \theta), W^2). \end{aligned}$$

Спиральные амплитуды, полученные из обычных амплитуд после умножения на векторы поляризации фотонов, имеют вид:

$$A_{(i,j)} = \varepsilon_\mu'^{(i)} \varepsilon_\nu^{(j)} T_{\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0 \rho^0}^{\mu\nu}. \quad (2.27)$$

Здесь, вектора поляризации фотонов даются выражениями:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\mu'^{(\pm)} &= \left(0, \frac{\mp 1}{\sqrt{2}}, \frac{+i}{\sqrt{2}}, 0 \right), \\ \varepsilon_\mu^{(\pm)} &= \left(0, \frac{\mp 1}{\sqrt{2}}, \frac{-i}{\sqrt{2}}, 0 \right), \quad \varepsilon_\mu^{(0)} = \left(\frac{|q|}{\sqrt{Q^2}}, 0, 0, \frac{q_0}{\sqrt{Q^2}} \right), \end{aligned} \quad (2.28)$$

для физических и виртуальных фотонов, соответственно.

Обсудим теперь дифференциальное сечение процесса (4.1). Амплитуда данного процесса имеет вид:

$$\mathcal{A}_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0} = \sum_{i,j} \left[\bar{u}(l') \gamma^\mu u(l) \varepsilon_\mu'^{(i)} \right] \frac{1}{q'^2} A_{(i,j)}^{\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0 \rho^0} \frac{1}{q^2} \left[\varepsilon_\nu^{(j)} \bar{u}(k') \gamma^\nu u(k) \right]. \quad (2.29)$$

Амплитуда зависит от поляризаций рожденных ρ мезонов. За счет инвариантности относительно четности, имеются только 3 независимых набора спиральных амплитуд, которые мы определяем как $A_{(+,+)}$, $A_{(+,-)}$ и $A_{(+,0)}$. Остановимся на спиральной амплитуде лидирующего твиста 2 в случае, когда электроны неполяризованны, т.е. имеем дело с амплитудой $A_{(+,+)}$. В этом случае, квадрат модуля амплитуды (2.29) можно представить в факторизованном виде как:

$$|\mathcal{A}_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}|^2 = |\mathcal{A}_{e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0}|^2 \frac{1}{q'^4} |\mathcal{A}_{e \rightarrow e\gamma}|^2 \quad (2.30)$$

а сечение рассеяния дается формулой:

$$d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0} = \frac{1}{2S_{ee}} \frac{d^3 l'}{(2\pi)^3 2l'_0} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2k'_0} |\mathcal{A}_{e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0}|^2 \frac{1}{q'^4} |\mathcal{A}_{e \rightarrow e\gamma}|^2. \quad (2.31)$$

Подразумевается, что поляризации ρ мезонов просуммированы. Выделяя дифференциальное сечение для подпроцесса $e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0$, мы можем переписать (5.52) в форме:

$$d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0} = \frac{d^3 l'}{(2\pi)^3 2l'_0} \frac{x_2}{q'^4} |\mathcal{A}_{e \rightarrow e\gamma}|^2 d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0}, \quad (2.32)$$

где

$$d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0} = \frac{1}{2S_{e\gamma}} \frac{d^3 p_1}{(2\pi)^3 2p_1^0} \frac{d^3 p_2}{(2\pi)^3 2p_2^0} \frac{d^3 k'}{(2\pi)^3 2k'_0} |\mathcal{A}_{e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0}|^2. \quad (2.33)$$

Используя приближение эквивалентных фотонов, найдем выражение для соответствующего сечения:

$$\frac{d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}}{dQ^2} = \int .. \int dW^2 d\cos\theta d\phi dx_2 \frac{\alpha}{\pi} F_{WW}(x_2) \frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\phi}, \quad (2.34)$$

где функция Вайзекера-Уильямса F_{WW} определена как:

$$F_{WW}(x_2) = \frac{1 + (1 - x_2)^2}{2x_2} \ln \frac{Q'^2(x_2)}{m_e^2} - \frac{1 - x_2}{x_2}, \quad (2.35)$$

а величина Q'^2 определена как

$$Q'^2 = -q'^2_{max} = \frac{(1 - x_2)}{4} S_{ee} \sin^2 \alpha_{max}. \quad (2.36)$$

Угол α_{max} в (2.36) определяется разрешением детектора для лептонов (см., например, [105]) а величина энергии в системе центра масс в ee -столкновениях $\sqrt{S_{ee}}$ равна 91 GeV для LEP1, и 195 GeV для LEP2.

В (2.71), после прямых вычислений, сечение для подпроцесса равно

$$\frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\rho^0\rho^0}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\phi} = \frac{\alpha^3}{16\pi} \frac{\beta}{S_{e\gamma}^2} \frac{1}{Q^2} \left(1 - \frac{2S_{e\gamma}(Q^2 + W^2 - S_{e\gamma})}{(Q^2 + W^2)^2} \right) |A_{(+,+)}(\cos\theta, W^2)|^2 \quad (2.37)$$

где

$$|A_{(+,+)}(\cos \theta, W^2)|^2 = (|\mathbf{V}(\cos \theta, W^2)|^2 + |\mathbf{A}(\cos \theta, W^2)|^2). \quad (2.38)$$

В (2.38), функции $|\mathbf{V}|^2$ and $|\mathbf{A}|^2$ даются следующими выражениями:

$$\begin{aligned} |\mathbf{V}(\cos \theta, W^2)|^2 = & \\ & \frac{1}{4} P^{\alpha_1 \alpha_2}(p_1) P^{\beta_1 \beta_2}(p_2) \sum_{i,q} e_q^2 V_{\alpha_1 \beta_1}^{(i)} \int dy_1 E_-(y_1) H_{i,q}^{\rho\rho,V}(y_1, \cos \theta, W^2) \\ & \sum_{j,q} e_q^2 V_{\alpha_2 \beta_2}^{(j)} \int dy_2 E_-(y_2) H_{j,q}^{\rho\rho,V}(y_2, \cos \theta, W^2) \end{aligned} \quad (2.39)$$

$$\begin{aligned} |\mathbf{A}(\cos \theta, W^2)|^2 = & \\ & \frac{1}{4} P^{\alpha_1 \alpha_2}(p_1) P^{\beta_1 \beta_2}(p_2) \sum_{i,q} e_q^2 A_{\alpha_1 \beta_1}^{(i)} \int dy_1 E_+(y_1) H_{i,q}^{\rho\rho,A}(y_1, \cos \theta, W^2) \\ & \sum_{j,q} e_q^2 A_{\alpha_2 \beta_2}^{(j)} \int dy_2 E_+(y_2) H_{j,q}^{\rho\rho,A}(y_2, \cos \theta, W^2), \end{aligned} \quad (2.40)$$

где

$$P_{\alpha\beta}(p) = \sum_{\lambda} e_{\alpha}^{(\lambda)} e_{\beta}^{*(\lambda)} = -g_{\alpha\beta} + \frac{p_{\alpha} p_{\beta}}{m_{\rho}^2}. \quad (2.41)$$

Выражения (2.39) и (2.40) не зависят от азимута ϕ .

Выполнив интегрирование по $\cos \theta$, квадрат спиральной амплитуды равен:

$$F_{(+,+)}(W^2) = \int_0^1 d\cos \theta |A_{(+,+)}(\cos \theta, W^2)|^2, \quad (2.42)$$

сечение, при этом, примет вид

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}}{dQ^2} = & \frac{25\alpha^4}{36\pi} \int_0^1 dx_2 F_{WW}(x_2) \left(\frac{1}{x_2^2 S_{ee}^2 Q^2} \int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \beta F_{(+,+)}(W^2) - \right. \\ & \left. \frac{2}{x_2 S_{ee} Q^2} \int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \frac{\beta F_{(+,+)}(W^2)}{Q^2 + W^2} + \frac{2}{Q^2} \int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \frac{\beta F_{(+,+)}(W^2)}{(Q^2 + W^2)^2} \right). \end{aligned} \quad (2.43)$$

В (2.73), значения величин W_{min}^2 и W_{max}^2 определяются интервалом, где детектируется наибольшее число рождений двух ρ^0 мезонов, который в эксперименте коллаборации L3 на LEP [102] есть:

$$1.21 \text{ GeV}^2 < W^2 < 9.0 \text{ GeV}^2. \quad (2.44)$$

Поскольку ширина ρ мезона является большой величиной, определение предела снизу – это дело удобства, но тем не менее значение не должно превышать $4m_\rho^2$. Заметим также, что интегрированная функция $F_{(+,+)}$ не зависит от Q^2 вплоть до логарифмов. Кроме того, точная зависимость от W^2 этой величины неизвестна. Однако, теорема о среднем значении дает возможность свести три различных интеграла по W^2 в (2.73) к одному интегралу, имеем:

$$\int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \frac{\beta F_{(+,+)}(W^2)}{Q^2 + W^2} = \frac{1}{Q^2 + \langle W_1 \rangle^2} \int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \beta F_{(+,+)}(W^2), \quad (2.45)$$

$$\int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \frac{\beta F_{(+,+)}(W^2)}{(Q^2 + W^2)^2} = \frac{1}{(Q^2 + \langle W_2 \rangle^2)^2} \int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \beta F_{(+,+)}(W^2) \quad (2.46)$$

с двумя феноменологическими параметрами $\langle W_1 \rangle$ и $\langle W_2 \rangle$. В принципе, каждый из этих параметров есть функция от Q^2 , но за счет неизвестной зависимости адронной функции $F_{(+,+)}$ от W^2 , зависимость от Q^2 данных параметров не может быть вычислена точно. Следовательно, имеем дело с $\langle W_1 \rangle$ и $\langle W_2 \rangle$, которые мы будем рассматривать в смысле средних значений на всем интервале Q^2 . Заметим, что величины наших параметров имеют, в действительности, такой же порядок величин как Q^2 , следовательно, нам нужно сохранить параметры $\langle W \rangle$ в виде множителей в выражениях (2.45) и (2.46).

Из (2.45) и (2.46), мы можем увидеть, что уместно ввести третий феноменологический параметр:

$$C_1 = \int_{W_{min}^2}^{W_{max}^2} dW^2 \beta F_{(+,+)}(W^2). \quad (2.47)$$

Нормировка 2ρ ОАР и, следовательно, величину параметра C_1 трудно предугадать (см., (2.78)). В случае $\pi\pi$ [105], отношение второго момента операторов, определяющих ОАР, к тензору энергии-импульса позволяло

связать величину второго момента ОАР с общей энергией переносимой кварками в π мезона. Этот анализ требует плавной экстраполяции энергии пары мезонов к нулю, которая законна в случае рождения двух π мезоном с малым W , но очень опасна в рассматриваемом случае рождения двух ρ мезонов. По-прежнему, можем ожидать, что оценка порядка величины может быть обеспечена такого рода экстраполяцией, а также может быть подтверждена численными результатами. Более того, такой анализ может дать неявный доступ к партонным распределениям внутри ρ мезона, и в частности, к кварковому спину и орбитальному моменту.

Окончательно, сечение (2.73) выражается через эти три феноменологических параметра следующим простым способом:

$$\frac{d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}}{dQ^2} = \frac{25\alpha^4}{36\pi} C_1 \int_0^1 dx_2 F_{WW}(x_2) \times \quad (2.48)$$

$$\left(\frac{1}{x_2^2 S_{ee}^2 Q^2} + \frac{2}{Q^2(Q^2 + \langle W_2 \rangle^2)^2} - \frac{2}{x_2 S_{ee} Q^2(Q^2 + \langle W_1 \rangle^2)} \right).$$

В анализе коллаборации L3, величина W принадлежит интервалу (2.44). Следовательно, мы можем заключить, что феноменологические параметры $\langle W_1 \rangle$ и $\langle W_2 \rangle$ могут принимать любые значения в рамках этого интервала.

Теперь, мы сравним рождение $\rho^0\rho^0$ с рождением лептонной пары $\mu^+\mu^-$ в одинаковых кинематических условиях. Сечение процесса $e\gamma \rightarrow e\mu^+\mu^-$, идущего через подпроцесс $\gamma\gamma^*$, хорошо известно и имеет форму:

$$\frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\mu\mu}^{\gamma\gamma^*}}{dQ^2} = \frac{\alpha^3}{4S_{e\gamma}^2 Q^2} \int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 \left(1 - \frac{2S_{e\gamma}(Q^2 + W^2 - S_{e\gamma})}{(Q^2 + W^2)^2} \right) f^{\mu^+\mu^-}(W^2), \quad (2.49)$$

где

$$f^{\mu^+\mu^-}(W^2) = 8 \left(\ln \frac{1 + \beta^{(\mu)}}{1 - \beta^{(\mu)}} - \beta^{(\mu)} \right), \quad \beta^{(\mu)} = \sqrt{1 - \frac{4m_\mu^2}{W^2}}. \quad (2.50)$$

В (2.49), можно также применить теорему о среднем значении. Зная форму мионной функции (2.50), можно точно вычислить аналог $\langle W_i \rangle$. Таким

образом, теорема о среднем значении для мионного случае ведет к

$$\int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 \frac{f^{\mu^+\mu^-}(W^2)}{Q^2 + W^2} = \frac{1}{Q^2 + \langle W_{1,(\mu)} \rangle^2} \int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 f^{\mu^+\mu^-}(W^2), \quad (2.51)$$

$$\int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 \frac{f^{\mu^+\mu^-}(W^2)}{(Q^2 + W^2)^2} = \frac{1}{(Q^2 + \langle W_{2,(\mu)} \rangle^2)^2} \int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 f^{\mu^+\mu^-}(W^2). \quad (2.52)$$

Получим

$$\langle W_{1,(\mu)} \rangle^2(Q^2) = R_1(Q^2) - Q^2, \quad \left(Q^2 + \langle W_{2,(\mu)} \rangle^2 \right)^2 = R_2(Q^2), \quad (2.53)$$

где введены обозначения:

$$R_n(Q^2) = \frac{\mathcal{K}}{\mathcal{L}_n(Q^2)} \quad \mathcal{K} = \int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 f^{\mu^+\mu^-}(W^2),$$

$$\mathcal{L}_n(Q^2) = \int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 \frac{f^{\mu^+\mu^-}(W^2)}{(Q^2 + W^2)^n}. \quad (2.54)$$

Q^2 -зависимость величины $\langle W_{i,(\mu)} \rangle^2$ показана на рис. 2. Сплошная линия соответствует функции $\langle W_{1,(\mu)} \rangle^2(Q^2)$, а пунктирная линия соответствует функции $\langle W_{2,(\mu)} \rangle^2(Q^2)$. Слабая зависимость от Q^2 функции $\langle W_{i,(\mu)} \rangle^2$ подтверждает возможность использовать средние $\langle W_{i,(\mu)} \rangle^2$ в течении фитирования. Кроме того, процедура фитирования дает следующее представление для этих функций:

$$\langle W_{1,(\mu)} \rangle^2(Q^2) = 3.63 - 0.015 Q^2 + 0.47 \ln Q^2,$$

$$\langle W_{2,(\mu)} \rangle^2(Q^2) = 2.90 - 0.024 Q^2 + 0.73 \ln Q^2.$$

Далее, сечение рождения двух ρ мезонов может быть записано как

$$\frac{d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}}{dQ^2} = \int_0^1 dx_2 F_{WW}(x_2) \frac{\alpha^4}{4\pi} \frac{C_1}{Q^2 S_{e\gamma}^2} \mathcal{N}(x_2) \times$$

$$\int_{4m_\mu^2}^{W_{max}^2} dW^2 \left(1 - \frac{2S_{e\gamma}(Q^2 + W^2 - S_{e\gamma})}{(Q^2 + W^2)^2} \right) f^{\mu^+\mu^-}(W^2), \quad (2.55)$$

где функция $\mathcal{N}(x_2)$ определено отношением (напоминаем здесь, что $S_{e\gamma}$ пропорционально доле x_2 , см. (2.5)):

$$\begin{aligned}\mathcal{N}(x_2) &= \frac{\mathcal{I}_1(x_2)}{\mathcal{I}_2(x_2)}, \\ \mathcal{I}_1(x_2) &= \frac{25}{9} \left(1 - \frac{2S_{e\gamma}}{Q^2 + \langle W_1 \rangle^2} + \frac{2S_{e\gamma}^2}{(Q^2 + \langle W_2 \rangle^2)^2} \right), \\ \mathcal{I}_2(x_2) &= \left(1 - \frac{2S_{e\gamma}}{Q^2 + \langle W_{1,(\mu)} \rangle^2} + \frac{2S_{e\gamma}^2}{(Q^2 + \langle W_{2,(\mu)} \rangle^2)^2} \right) \mathcal{K}. \quad (2.56)\end{aligned}$$

Если рассмотрим случай, где Q^2 принимает большое значение относительно квадрата инвариантной массы W^2 , то можно пренебречь членами $O(1/Q^2)$ и $O(\ln Q^2/Q^4)$ в (2.56), получим, что \mathcal{N} становится независимым от x_2 :

$$\mathcal{N} \approx \frac{25}{9\mathcal{K}} = 0.01 \text{ GeV}^{-2}. \quad (2.57)$$

Подчеркнем, что данная величина получена при условии, что значение верхней границы W_{max}^2 фиксировано (см., (2.44)). На самом деле, величина \mathcal{N} есть функция от W_{max}^2 , благодаря зависимости интеграла \mathcal{K} от W_{max}^2 (2.54), к тому же эта зависимость достаточно сильна. Например, увеличение W_{max}^2 до 16.0 GeV^2 ведет к уменьшению в два раза величины \mathcal{N} .

Таким образом, сечение рассматриваемого процесса связано с сечением рождения лептонной пары как

$$\frac{d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}}{dQ^2} \sim 0.01 C_1 \frac{d\sigma_{ee \rightarrow e\mu\mu}^{\gamma\gamma^*}}{dQ^2}. \quad (2.58)$$

Ниже, будет показано, что величина C_1 приблизительно равна 1.0 GeV^2 . Следовательно, можем видеть, что сечение рождения двух ρ мезонов подавлена по сравнению с сечением рождения двух мюонов фактором, который приблизительно равен 100. Заметим, что такой же фактор подавления присутствовал в случае рождения двух π мезонов [105].

Выполним теперь фит феноменологических параметров по-средством сравнения с экспериментальными данными и с целью получения лучшего согласия с данными. Наилучшие значения параметров можно найти с помощью метода наименьших квадратов, метод χ^2 [108]. Как обычно, сумма χ^2 как функция от параметров записывается в виде:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \left(\frac{\sigma_i^{exp} - \sigma_i^{th}(\mathbf{P})}{\delta\sigma_i} \right)^2, \quad (2.59)$$

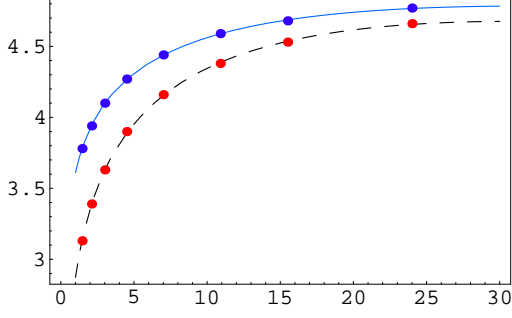


Рис. 2.2: Мюонные параметры $\langle W_{1,(\mu)} \rangle^2$ (сплошная линия) и $\langle W_{2,(\mu)} \rangle^2$ (пунктирная линия) как функции от Q^2 .

где $\mathbf{P} = \{\langle W_1 \rangle, \langle W_2 \rangle, C_1\}$ обозначает набор фитируемых параметров; σ_i^{exp} и σ_i^{th} - экспериментальные значения сечений и их теоретические оценки; $\delta\sigma_i$ обозначает статистические ошибки. Экспериментальные данные для сечений эксклюзивного рождения двух ρ^0 взяты из результатов измерений коллаборации L3 на LEP [102]. Минимизируя сумму χ^2 в (2.59) относительно параметров \mathbf{P} , мы нашли, что набор решений \mathbf{P}_{min} с их доверительными интервалами равны:

$$\begin{aligned} C_1 &= 1.20 \pm 0.23 \text{ GeV}^2, \\ \langle W_1 \rangle &= 3.0 \pm 1.9 \text{ GeV}, \quad \langle W_2 \rangle = 1.50 \pm 0.09 \text{ GeV}. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Используя это, величина χ^2 равна 1.40 и, следовательно, имеем

$$\frac{\chi^2}{\text{degree of freedom}} = 0.28 < 1 \quad (2.61)$$

Доверительные интервалы определены для случая одного стандартного отклонения. На рис. 2.3 показаны экспериментальные данные и теоретический фит. Из (2.78) можно увидеть, что доверительный интервал для

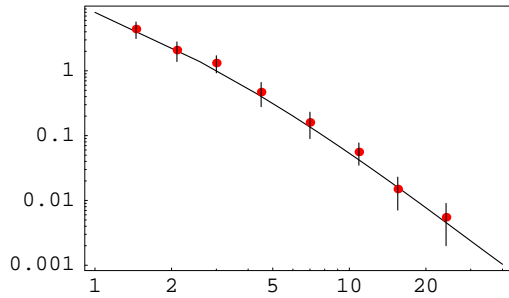


Рис. 2.3: Сечение $d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}/dQ^2 [\text{pb}/\text{GeV}^2]$ как функция от Q^2 . Теоретическое значение показано для лучшего набора фитируемых параметров $C_1 = 1.2 \text{ GeV}^2$, $\langle W_1 \rangle = 3.0 \text{ GeV}$ и $\langle W_2 \rangle = 1.5 \text{ GeV}$.

параметра $\langle W_1 \rangle$ покрывает весь доступный интервал для W . Более того, полученные значения для $\langle W_2 \rangle$ довольно малы. Проведенный анализ

показывает совместимость экспериментальных данных с развитым подходом, основанном на учете лидирующего твиста. В тоже время, нельзя исключить существования существенного влияния вкладов высшего твиста.

В заключении отметим, что существующие экспериментальные данные находятся в полном соответствии с теоретическими ожиданиями для Q^2 -зависимости сечения. Поскольку, эффективные структурные функции $F_{(+,+)}$, как ожидается, не зависят от Q^2 вплоть до логарифмов, проведенный нами анализ данных является строгим указанием на имеющую место партонную картину описания процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0\rho^0$ в кинематике эксперимента L3.

2.2 Поиск изотензорного экзотического мезона и вклад твиста 4 в $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho\rho$

Эксклюзивные реакции $\gamma^*\gamma \rightarrow A + B$, которые могут быть доступны в столкновениях e^+e^- , согласуются с партонной интерпретацией в кинематической области, где имеется одна большая фотонная виртуальность и малое значение энергии в системе центра масс [84]. Феноменологический анализ $\pi\pi$ -канала показал, что точные экспериментальные данные могли быть собраны в экспериментах по столкновению e^+e^- коллаборациями BABAR и BELLE. Между тем, первые данные по рождению $\rho^0\rho^0$, которые были опубликованы в [109] и проанализированы нами в предыдущем параграфе, показали совместность предсказаний в рамках подходов, основанных на лидирующем порядке КХД, с данными экспериментов при достаточно умеренных значениях Q^2 .

А данном параграфе, мы фокусируемся на сравнении процессов $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho^0\rho^0$ и $\gamma^*\gamma \rightarrow \rho^+\rho^-$ в контексте поиска экзотического изотензорного резонанса, распадающегося на два ρ мезона. Такие каналы были экспериментально исследованы на LEP коллаборацией L3 [109, 110]. Соответствующее изучение [111] выявило проблему увеличения вклада от рождения $\rho^0\rho^0$ по сравнению с вкладом от рождения $\rho^+\rho^-$ при малых значениях энергии. Одно из решений этой проблемы основано на предсказании о возможном существовании изотензорного состояния, чья интерференция с изоскалярным состоянием дает положительный эффект для случая нейтральных мезонов и негативный эффект для заряженных [112], [113]. Такая возможность была независимо рассмотрена в [114]. Существенным свойством таких экзотических состояний является отсутствие кварк-антикварковой волновой функции при любом разрешении по импульсам. Другими словами, кварк-антикварковые компоненты отсутствуют как в нерелятивистском описании, так и на уровне свето-подобных амплитуд распределений. Отметим, что изотензорное состояние, рассмотренное на световом конусе, соответствует вкладам твиста 4, которые подавлены по

Q^2 , что кстати подкверждается данными коллаборации L3. В данном разделе мы остановимся на пертурбативных и непертурбативных аспектах факторизации КХД для того, чтобы описать изотензорные экзотические состояния. А именно, мы вычислим коэффициентную функцию твиста 4 и извлечем информацию о непертурбативных матричных элементах из данных L3. Как мы увидим, наш анализ указывает на существовании мезона с экзотическими квантовыми числами изотопического спина и массой в районе 1.5 GeV.

Рассмотрим процесс $e(k) + e(l) \rightarrow e(k') + e(l') + \rho(p_1) + \rho(p_2)$, где ρ - это триплет ρ мезонов; начальный электрон $e(k)$ испускает жесткий виртуальный фотон с импульсом $q = k - k'$, причем величина $q^2 = -Q^2$ является большой. Чтобы описать данный процесс, полезно рассмотреть подпроцесс, как это было выше, $e(k) + \gamma(q') \rightarrow e(k') + \rho(p_1) + \rho(p_2)$. Относительно импульса другого фотона $q' = l - l'$, можно сказать что он почти коллинеарен импульсу электрона l и что q'^2 практически равен нулю.

При рождении двух мезонов, мы интересуемся каналом, где рождаемый резонанс соответствует частице с экзотическим изоспином, $I = 2$, и обычными квантовыми числами J^{PC} . Заметим, что знание конкретных значений квантовых чисел J^{PC} является несущественным для нашего анализа. Так как, изоспин 2 имеет только проекцию на четырехкварковые корреляторы, изучение изотензорных мезонов может пролить свет на природу четырехкварковых состояний. Вместе с вышеупомянутыми реакциями, будим изучать процессы $e(k) + e(l) \rightarrow e(k') + e(l') + R(p)$ и $e(k) + \gamma(q') \rightarrow e(k') + R(p)$, где мезон $R(p)$ обладает изоспином $I = 2$.

Рассмотрим амплитуду $\gamma^*\gamma$ -подпроцесса:

$$\mathcal{A}_{(i,j)}(\gamma\gamma^* \rightarrow \rho\rho) = \varepsilon_\mu'^{(i)} \varepsilon_\nu^{(j)} \int d^4 z_1 d^4 z_2 e^{-iq' \cdot z_1 - iq \cdot z_2} \langle \rho(p_1) \rho(p_2) | T [J_\mu(z_1) J_\nu(z_2)] | 0 \rangle, \quad (2.62)$$

где J_μ - электромагнитный ток кварка, $J_\mu = \bar{\psi} Q \gamma_\mu \psi$, с зарядовой матрицей Q принадлежащей группе $SU_F(2)$. Фотонные поляризации даются выражениями:

$$\varepsilon_\mu'^{(\pm)} = \left(0, \frac{\mp 1}{\sqrt{2}}, \frac{+i}{\sqrt{2}}, 0 \right), \quad \varepsilon_\mu^{(\pm)} = \left(0, \frac{\mp 1}{\sqrt{2}}, \frac{-i}{\sqrt{2}}, 0 \right),$$

$$\varepsilon_\mu^{(0)} = \left(\frac{|q|}{\sqrt{Q^2}}, 0, 0, \frac{q_0}{\sqrt{Q^2}} \right), \quad (2.63)$$

для физического и виртуального фотона, соответственно.

Обсудим флэворную и изоспиновую структуру соответствующих амплитуд. Состояние $\rho\rho$ с $I = 0$ может быть спроецировано как на двух-

так и на четырех-кварковые операторы, в то время как состояние с $I = 2$ только на четырех-кварковые операторы. Действительно, рассмотрим матричный элемент между вакуумом и $\rho\rho$ в выражении (4.15), имеем

$$\langle \rho^a \rho^b | \bar{\psi}_f(0) \Gamma \psi_g(z) | 0 \rangle = \delta^{ab} I_{fg} \Phi^{I=0} + i \varepsilon^{abc} \tau_{fg}^c \Phi^{I=1}, \quad (2.64)$$

где кварковые поля указаны со свободными флэворными индексами а Γ соответствует некой γ -матрице. Заметим, что в (2.64), соответствие между триплетами $\{\rho^1, \rho^2, \rho^3\}$ и $\{\rho^+, \rho^-, \rho^0\}$ дается стандартным образом. Для коэффициентной функции в высших порядках по сильной константе связности, соответствующий матричный элемент имеет вид

$$\langle \rho^a \rho^b | [\bar{\psi}_{f_1}(0) \Gamma_1 \psi_{g_1}(\eta)] [\bar{\psi}_{f_2}(z) \Gamma_2 \psi_{g_2}(\xi)] | 0 \rangle. \quad (2.65)$$

Используя разложение Клебша-Гордона, получим

$$\begin{aligned} & \left([\bar{\psi}_{f_1} \psi_{g_1}] [\bar{\psi}_{f_2} \psi_{g_2}] \right)^{I=0, I_z=0} \Rightarrow \\ & -\frac{1}{\sqrt{3}} \left[\frac{1}{2} \tau_{f_1 g_1}^0 \tau_{f_2 g_2}^0 + \tau_{f_1 g_1}^+ \tau_{f_2 g_2}^- + \tau_{f_1 g_1}^- \tau_{f_2 g_2}^+ \right] \tilde{\Phi}^{I=0, I_z=0} \end{aligned} \quad (2.66)$$

для изоспина 0 и $I_z = 0$ и проекции на четырех-кварковый оператор в (2.65), и

$$\begin{aligned} & \left([\bar{\psi}_{f_1} \psi_{g_1}] [\bar{\psi}_{f_2} \psi_{g_2}] \right)^{I=2, I_z=0} \Rightarrow \\ & \frac{1}{\sqrt{6}} \left[\tau_{f_1 g_1}^0 \tau_{f_2 g_2}^0 - \tau_{f_1 g_1}^+ \tau_{f_2 g_2}^- - \tau_{f_1 g_1}^- \tau_{f_2 g_2}^+ \right] \tilde{\Phi}^{I=2, I_z=0} \end{aligned} \quad (2.67)$$

для изоспина 2 и $I_z = 0$ и также проекции на четырех-кварковый оператор в (2.65).

Четырех-кварковые ОАР $\tilde{\Phi}^{I, I_z=0}$ могут быть определены по аналогии с двух-кварковыми ОАР. Следовательно, амплитуды (4.15) рождения $\rho^0 \rho^0$ и $\rho^+ \rho^-$ можно представить в форме разложения

$$\mathcal{A}_{(+,+)} = \mathcal{A}_{(+,+)_2}^{I=0, I_z=0} + \mathcal{A}_{(+,+)_4}^{I=0, I_z=0} + \mathcal{A}_{(+,+)_4}^{I=2, I_z=0}, \quad (2.68)$$

где обозначения 2 и 4 в амплитудах обозначают, что данные амплитуды связаны с двумя- и четырьмя-кварковыми корреляторами, соответственно.

Амплитуды, соответствующие рождению $\rho^+ \rho^-$, не являются независимыми и могут быть выражены через соответствующие амплитудами рождения $\rho^0 \rho^0$. Действительно, имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{(+,+)_k}^{I=0, I_z=0}(\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^+ \rho^-) &= \mathcal{A}_{(+,+)_k}^{I=0, I_z=0}(\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0 \rho^0) \quad k = 2, 4 \\ \mathcal{A}_{(+,+)_4}^{I=2, I_z=0}(\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^+ \rho^-) &= -\frac{1}{2} \mathcal{A}_{(+,+)_4}^{I=2, I_z=0}(\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0 \rho^0). \end{aligned} \quad (2.69)$$

Амплитуда рождения двух ρ мезонов в двух-фотонных столкновениях может быть выражена через промежуточные резонансные состояния. Матричный элемент между вакуумом и состоянием из $\rho\rho$ в правой части выражения (4.15) можно заменить на

$$\sum_{I=0,1,2} \langle \rho(p_1) \rho(p_2) | R^I(p) \rangle \frac{1}{M_{R^I}^2 - p^2 - i\Gamma_{R^I} M_{R^I}} \langle R^I(p) | T [J_\mu(0) J_\nu(z)] | 0 \rangle. \quad (2.70)$$

где $R^I(p)$ - резонансы с тремя возможными изоспина $I = 0, 1, 2$. Заметим, что только случаи с изоспинами 0 и 2 имеют смысл, благодаря положительной C -четности начальных и конечных состояний.

Матричный элемент $\langle \rho \rho | R^I \rangle$ определяет соответствующие константы связности мезонов, а $\langle R^I | T [J_\mu(0) J_\nu(z)] | 0 \rangle$ рассмотрен вплоть до вторых порядков по константе связности α_S , т.е. этот матричный элемент записывается как сумма двух- и четырех-кваркового корреляторов.

В предыдущем разделе, было представлено теоретическое описание экспериментальных данных по рождению $\rho^0\rho^0$. Теперь, объектом нашего исследования является дифференциальное сечение, соответствующее рождению как $\rho^0\rho^0$ так и $\rho^+\rho^-$ в электрон-позитронном столкновении.

Используя приближение эквивалентных фотонов [115], найдем выражение для соответствующего сечения:

$$\frac{d\sigma_{ee \rightarrow e\epsilon\rho\rho}}{dQ^2 dW^2} = \int .. \int d\cos\theta d\phi dx_2 \frac{\alpha}{\pi} F_{WW}(x_2) \frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\rho\rho}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\phi}. \quad (2.71)$$

В (2.71), сечение для подпроцесса дается

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\rho\rho}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\phi} = \\ \frac{\alpha^3}{16\pi} \frac{\beta}{S_{e\gamma}^2} \frac{1}{Q^2} \left(1 - \frac{2S_{e\gamma}(Q^2 + W^2 - S_{e\gamma})}{(Q^2 + W^2)^2} \right) |A_{(+,+)}|^2 \end{aligned} \quad (2.72)$$

где амплитуда $A_{(+,+)}$ определяется формулой (2.68). Для случая рожде-

ния $\rho^0\rho^0$, сечение (2.71) приобретает вид:

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{ee\rightarrow ee\rho^0\rho^0}}{dQ^2 dW^2} &= \frac{100\alpha^4}{9} G(S_{ee}, Q^2, W^2) \beta \quad (2.73) \\
&\left(\frac{\Gamma_{R^0} M_{R^0}}{\beta_0((M_{R^0}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^0}^2 M_{R^0}^2)} \left[\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0} + \frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^0}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=0, I_3=0} \right]^2 + \right. \\
&\frac{\Gamma_{R^2} M_{R^2}}{\beta_2((M_{R^2}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^2}^2 M_{R^2}^2)} \left[\frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^2}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=2, I_3=0} \right]^2 + \\
&2\sqrt{\frac{\Gamma_{R^0} \Gamma_{R^2} M_{R^0} M_{R^2}}{\beta_0 \beta_2}} \frac{(M_{R^0}^2 - W^2)(M_{R^2}^2 - W^2) + (\Gamma_{R^0} M_{R^0})(\Gamma_{R^2} M_{R^2})}{((M_{R^0}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^0}^2 M_{R^0}^2)((M_{R^2}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^2}^2 M_{R^2}^2)} \times \\
&\left. \left[\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0} + \frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^0}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=0, I_3=0} \right] \frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^2}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=2, I_3=0} \right),
\end{aligned}$$

где Γ_{R^I} - полная ширина.

Размерные структурные константы $\mathbf{S}_4^{I, I_3=0}$ и $\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0}$ связаны с непертурбативными вакуум-мезонными матричными элементами. β -функции также определены стандартным образом: $\beta = \sqrt{1 - 4m_\rho^2/W^2}$ и $\beta_I = \sqrt{1 - 4m_\rho^2/M_{R^I}^2}$. Функция G в (2.73) равна

$$\begin{aligned}
G(S_{ee}, Q^2, W^2) &= \int_0^1 dx_2 F_{WW}(x_2) \times \\
&\left[\frac{1}{x_2^2 S_{ee}^2 Q^2} - \frac{2}{x_2 S_{ee} Q^2 (Q^2 + W^2)} + \frac{2}{Q^2 (Q^2 + W^2)^2} \right]. \quad (2.74)
\end{aligned}$$

Дифференциальное сечение, соответствующее рождению $\rho^+\rho^-$, может

быть получено с помощью (2.69), имеем

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^+\rho^-}}{dQ^2 dW^2} &= \frac{200\alpha^4}{9} G(S_{ee}, Q^2, W^2) \beta & (2.75) \\
&\left(\frac{\Gamma_{R^0} M_{R^0}}{\beta_0 ((M_{R^0}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^0}^2 M_{R^0}^2)} \left[\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0} + \frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^0}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=0, I_3=0} \right]^2 + \right. \\
&\frac{1}{4} \frac{\Gamma_{R^2} M_{R^2}}{\beta_2 ((M_{R^2}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^2}^2 M_{R^2}^2)} \left[\frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^2}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=2, I_3=0} \right]^2 - \\
&\sqrt{\frac{\Gamma_{R^0} \Gamma_{R^2} M_{R^0} M_{R^2}}{\beta_0 \beta_2}} \frac{(M_{R^0}^2 - W^2)(M_{R^2}^2 - W^2) + (\Gamma_{R^0} M_{R^0})(\Gamma_{R^2} M_{R^2})}{((M_{R^0}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^0}^2 M_{R^0}^2)((M_{R^2}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{R^2}^2 M_{R^2}^2)} \times \\
&\left. \left[\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0} + \frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^0}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=0, I_3=0} \right] \frac{\alpha_S(Q^2) M_{R^2}^2}{Q^2} \mathbf{S}_4^{I=2, I_3=0} \right),
\end{aligned}$$

Отметим, что мы явно выделили бегущую константу связи $\alpha_S(Q^2)$ в выражениях (2.73) and (2.75), которая появляется в членах твиста 4.

Так как, мы собираемся изучать зависимость соответствующих сечений от Q^2 при достаточно малых значениях Q^2 , мы используем аналитический подход [116] для определения бегущей константы связи при малых Q^2 [199].

Выше были получены дифференциальные сечения $d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho\rho}/dQ^2 dW^2$ для каналов $\rho^0\rho^0$ и $\rho^+\rho^-$ в рамках КХД факторизации. Данные выражения содержат некоторое количество феноменологических параметров, которые целиком связаны с непертурбативными величинами, которые в свою очередь связаны с обобщенными амплитудами распределений. Выполним теперь фитирование этих параметров, чтобы получить наилучшее описание имеющихся экспериментальных данных.

Применим для этого, как и прежде, метод наименьших квадратов, χ^2 -критерий. Правда, для наших целей, достаточно выполнить упрощенный χ^2 -анализ. Таким образом, мы имеем следующий набор параметров для фитирования:

$$\mathbf{P} = \{M_{R^0}, \Gamma_{R^0}, M_{R^2}, \Gamma_{R^2}, \mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0}, \mathbf{S}_4^{I=0, I_3=0}, \mathbf{S}_4^{I=2, I_3=0}\}. \quad (2.76)$$

Рассмотрим сперва зависимость сечений от W . С этой целью, следуя [109, 110], определим сечение процесса $ee \rightarrow ee\rho\rho$, нормированного на функцию интегральной светимости:

$$\sigma_{\gamma\gamma^*}(\langle W \rangle) = \frac{\int dQ^2 \mathcal{L}(Q^2, \langle W \rangle) \sigma_{\gamma\gamma^*}(Q^2, \langle W \rangle)}{\int dQ^2 \mathcal{L}(Q^2, \langle W \rangle)}, \quad (2.77)$$

где определение функции интегральной светимости \mathcal{L} взято из [117]. Величина $\langle W \rangle$ соответствует центру каждого бина, см. [109, 110].

Концентрируясь сначала на области больших Q^2 , мы произведем фит параметров, связанных с доминантным вкладом идущий от амплитуды твиста 2, которая связана с неэкзотическим резонансом (или фоном частиц) с изоспином $I = 0$. Вообще говоря, имеются много изоскалярных резонансов с массами в интервале $1 - 3$ GeV. Для того, чтобы включить их общий эффект, введем массу и ширину, так называемого, эффективного изоскалярного резонанса. Затем, мы определим величины масс и ширин на основе фита данных для области относительно больших Q^2 , $1.2 < Q^2 < 8.5$ GeV². Таким образом, мы можем фиксировать параметры $\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0}$, M_{R^0} и Γ_{R^0} . Хорошее согласование можно достичь при $M_{R^0} = 1.8$ GeV, $\Gamma_{R^0} = 1.00$ GeV и $\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0}$ в интервале (0.12, 0.16). Как и ожидалось, ширина эффективного изоскалярного резонанса достаточно большая. Это, на самом деле, означает, что мы имеем дело с нерезонансным фоном частиц.

Далее, мы фитуем зависимость сечения от W для малых величин Q^2 , т.е. $0.2 < Q^2 < 0.85$ GeV². В этой области важны вклады всех твистов. Мы нашли, что экспериментальные данные можно описать следующим выбором параметров: $M_{R^2} = 1.55$ GeV, $\Gamma_{R^2} = 0.4$ GeV, а параметры $\mathbf{S}_4^{I=0, I_3=0}$ and $\mathbf{S}_4^{I=2, I_3=0}$ находятся в интервалах (0.002, 0.006) и (0.012, 0.018), соответственно.

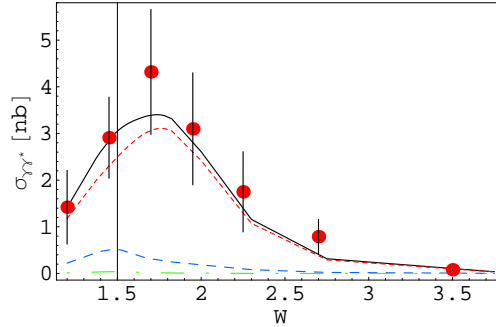


Рис. 2.4: W -зависимость сечения $\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}$, нормированного на функцию интегральной светимости, в области $1.2 < Q^2 < 8.5$. Коротко-пунктирная линия соответствует вкладу лидирующего твиста 2; Точка-пунктирная линия - вкладу твиста 4; Средне-пунктирная линия - интерференции вкладов твиста 2 и твиста 4. Сплошная линия соответствует сумме всех вкладов.

Далее, включим в наш анализ зависимость сечений рождений $\rho^0\rho^0$ и $\rho^+\rho^-$ от Q^2 , т.е. $d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho\rho}/dQ^2$, которая должна зафиксировать оставшуюся произвольность в выборе параметров. Находим, что лучшее описание зависимостей от W и Q^2 достигается при

$$M_{R^2} = 1.5 \text{ GeV}, \quad \Gamma_{R^2} = 0.4 \text{ GeV}, \quad (2.78)$$

$$\mathbf{S}_2^{I=0, I_3=0} = 0.12 \text{ GeV}, \quad \mathbf{S}_4^{I=0, I_3=0} = 0.006 \text{ GeV}, \quad \mathbf{S}_4^{I=2, I_3=0} = 0.018 \text{ GeV}.$$

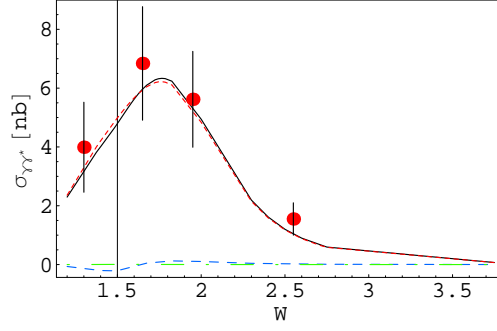


Рис. 2.5: W -зависимость сечения $\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^+\rho^-}$ с теми же обозначениями, что и на рис. 2.4

Заметим, что данные достаточно малые величины констант \mathbf{S}_4 , ответственных за вклады твиста 4, по сравнению с константами \mathbf{S}_2 , ответственными за твист 2, указывают, что лидирующий твист доминирует для величин Q^2 , которые близки и больше чем 1 GeV^2 (ср. [119]).

Наше теоретическое описание данных эксперимента на LEP представлено на рис. 2.4–2.8. Для графиков на рис. 2.4–2.7 введены следующие обозначения: коротко-пунктирная линия соответствует вкладам от лидирующего твиста (2.73); точка-пунктирная линия - вкладу твиста 4 (2.73); средне-пунктирная линия - интерференции вкладов твиста 2 и твиста 4, см. (2.73) и (2.75); линия с большим пунктиром соответствует вкладу от интерференции между изоскалярным и изотензорным каналом. Наконец, сплошная линия соответствует сумме всех вкладов. На рис. 2.8, представлены данные на LEP и наши теоретические кривые для дифференциальных сечений рождения $\rho^0\rho^0$ и $\rho^+\rho^-$ как функции от Q^2 . Сплошная линия на рис. 2.8 соответствует дифференциальному сечению рождения $\rho^0\rho^0$, а пунктирная линия - дифференциальному сечению рождения $\rho^+\rho^-$

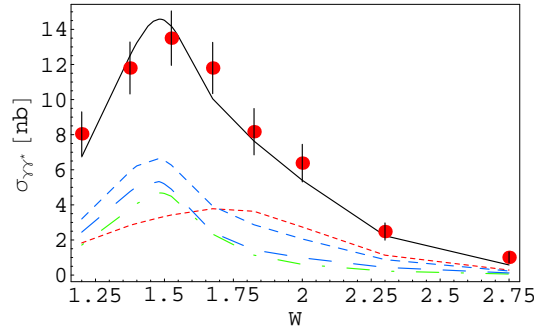


Рис. 2.6: W -зависимость сечения $\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}$, нормированного на функцию интегральной светимости, в области $0.2 < Q^2 < 0.85$.

Перейдем к обсуждению полученных результатов. Фитирование данных LEP на основе факторизации КХД позволяет сделать утверждение о существовании изотензорного $I = 2$ экзотического мезона [112, 113, 120]

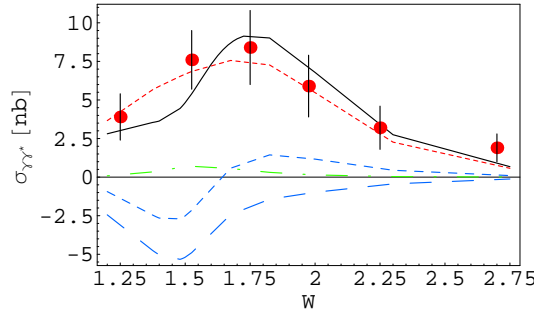


Рис. 2.7: Обозначения такие же как на рис. 2.6 но для случая сечения $\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^+\rho^-}$ в области $0.2 < Q^2 < 0.85$.

с массой в районе 1.6 GeV и шириной 0.4 GeV . Вклады от таких экзотических мезонов в сечение рождения ρ мезонов (см., (2.73) и (2.75)) напрямую связаны с твистом 4.

В области больших значений Q^2 , эти вклады твиста 4 становятся пренебрежимо малыми и поведение сечений рождения $\rho^0\rho^0$ и $\rho^+\rho^-$ контролируется лидирующими вкладами твиста 2, см. рис. 2.4 и 2.5.

На рис. 2.6 и 2.7 показано увеличивающаяся роль вкладов старшего твиста при увеличении значений Q^2 . А именно, интерференция между амплитудами твиста 2 и 4 дает доминантный вклад в рождение $\rho^0\rho^0$ в интервале малых Q^2 , а значит ответственна за W -зависимость сечений в этой кинематике. В частности, основной вклад а такую интерференцию дает интерференция между изоскалярными и изотензорными структурами, см. линию с большим пунктиром на рис. 2.6 и 2.7.

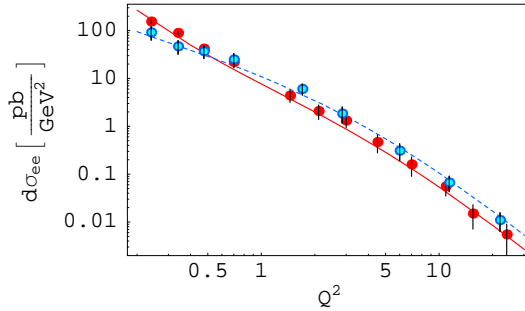


Рис. 2.8: Q^2 -зависимость сечений $d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^0\rho^0}/dQ^2$ и $d\sigma_{ee \rightarrow ee\rho^+\rho^-}/dQ^2$. Сплошная линия соответствует рождению $\rho^0\rho^0$; пунктирная - рождению $\rho^+\rho^-$.

Анализируя зависимость от Q^2 , мы можем увидеть, что благодаря амплитуде твиста 4 и ее интерференции с амплитудой лидирующего твиста 2, сечение рождения $\rho^0\rho^0$ при малых Q^2 в несколько раз больше, чем сечение рождения $\rho^+\rho^-$, см. рис. 2.8. В то время как, в области больших Q^2 , где вклады высшего твиста малы и, в конечном счете, вымирают,

сечение рождения $\rho^0\rho^0$ меньше в два раза, чем сечение рождения $\rho^+\rho^-$, что является типичным для изосинглетного канала, см. (2.73) and (2.75).

В заключение, отметим, что данные L3 позволяют оценить вклады высшего твиста от четырех-кварковых амплитуд распределения в соответствующие амплитуды рождения пар векторных мезонов. Наш численный анализ ведет к достаточно малой ширине для соответствующего резонансного состояния, которое можно отождествить с экзотическим четырех-кварковым изотензорным мезоном.

2.3 Рождение экзотического гибридного мезона в $\gamma^*\gamma$ столкновениях

В данном разделе, мы рассматриваем процесс, где экзотический изотриплетный гибридный мезон H с $J^{PC} = 1^{-+}$ (который можно интерпретировать как состояние $\pi_1(1400)$, см. [123]) рождается двух-фотонных столкновениях и, затем, распадается на пару $\pi^0\eta$. Данная экзотическая частица интенсивно изучалась также в [124].

Как будет показано ниже, вопреки наивным ожиданиям продольно поляризованный гибридный мезон может быть описан амплитудой распределения (АР) лидирующего твиста 2. Кроме этого, будет показана относительная нормировка данных АР по сравнению с обычными неэкзотическими мезонами, которая не является малой.

Мы расширяем наш анализ на $\gamma^*\gamma$ -столкновения, где рождается продольно и поперечно поляризованный гибридный мезон. Мы вычисляем жесткую амплитуду до вкладов твиста 3, но пренебрегаем вкладами массовых поправок.

Случай рождения гибридного мезона и его распада на $\pi\eta$ в электрон-позитронных столкновениях похож на электрон-протонный случай, но с тем важным отличием, что в эти амплитуды не входят ОПР. Вместо ОПР, мы будем иметь дело с АР и/или с ОАР. Подчеркнем, что рождение пары $\pi\eta$ является наиболее перспективным процессом для изучения гибридных мезонов.

Поскольку, мы будем иметь дело с изовекторным состоянием, смешивание между кварк-антикварковыми корреляторами и глюон-глюонными корреляторами отсутствует. Кроме этого, рассмотрим случай односпиновых асимметрий, связанный со случаем, где один из начальных лептонов продольно-поляризован. Данные асимметрии дают возможность изучать твист 3 по разности фаз со вкладами лидирующего твиста в конечных ОАР.

Рассмотрим соответствующие вакуум-гибрид матричные элементы. Мы полагаем, что гибридный мезон есть изотриплетное состояние с $J^{PC} = 1^{-+}$ -квантовыми числами. Мезон с такими квантовыми числами должен быть построен из кварков и глюона, т.е. вне рамок кварк-

антикварковой модели.

Запишем свето-подобный базис, который мы будем использовать для описания процессов $\gamma^*\gamma \rightarrow H$ и $\gamma^*\gamma \rightarrow \pi\eta$ в виде:

$$n^* = (\Lambda, \mathbf{0}_T, \Lambda), \quad n = \left(\frac{1}{2\Lambda}, \mathbf{0}_T, -\frac{1}{2\Lambda}\right), \quad n^* \cdot n = 1, \quad (2.79)$$

а судаковское разложение для импульсов фотона и гибрида имеет вид:

$$q = n^* - \frac{Q^2}{2}n, \quad q' = \frac{M_H^2 + Q^2}{2}n, \quad p = n^* + \frac{M_H^2}{2}n. \quad (2.80)$$

Определим поперечный метрический тензор как $g_{\mu\nu}^T = g_{\mu\nu} - n_\mu^*n_\nu - n_\mu n_\nu^*$.

Используя результаты работы [125], запишем параметризацию матричных элементов как ($\bar{u} = 1 - u$):

$$\begin{aligned} \langle H(p, \lambda) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu [z; -z] \psi(-z) | 0 \rangle = & \quad (2.81) \\ f_H M_H \left[p_\mu e^{(\lambda)} \cdot n \int_0^1 du e^{i(u-\bar{u})p \cdot z} \phi_1^H(u) + e_{\mu T}^{(\lambda)} \int_0^1 du e^{i(u-\bar{u})p \cdot z} \phi_3^H(u) \right] \end{aligned}$$

для векторного коррелятора, и

$$\langle H(p, \lambda) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu \gamma_5 [z; -z] \psi(-z) | 0 \rangle = i f_H M_H \varepsilon_{\mu e_T^{(\lambda)} p n} \int_0^1 du e^{i(u-\bar{u})p \cdot z} \phi_A^H(u) \quad (2.82)$$

для аксиально-векторного коррелятора. Здесь, использованы обозначения: $\varepsilon_{skml} = \varepsilon_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4} s_{\mu_1} k_{\mu_2} m_{\mu_3} l_{\mu_4}$. В выражениях (2.81) и (2.82), поляризационный вектор $e_\mu^{(\lambda)}$ описывает спиновое состояние гибрида.

За счет C -инвариантности, симметричные свойства АР проявляются в виде

$$\phi_1^H(u) = -\phi_1^H(1-u), \quad \phi_3^H(u) = -\phi_3^H(1-u), \quad \phi_A^H(u) = \phi_A^H(1-u). \quad (2.83)$$

По сравнению с ρ -мезонными матричными элементами, мы имеем другие симметричные свойства для гибридных АР.

Амплитуды распределения, соответствующие лидирующему твисту и продольно-поляризованному гибриду, асимптотически равны

$$\phi_1^H(u) = 30u(1-u)(1-2u) \quad (2.84)$$

а константа f_H равна примерно 50 MeV. Для того чтобы упростить вычисления, мы будем использовать приближение ВВ для вкладов твиста 3 в ϕ_3^H и ϕ_A^H [125, 126]:

$$\begin{aligned}\phi_3^{WW}(u) &= \frac{1}{2} \left[\int_0^u dv \frac{\phi_1(v)}{v-1} - \int_u^1 dv \frac{\phi_1(v)}{v} \right] \\ \phi_A^{WW}(u) &= \frac{1}{2} \left[\int_0^u dv \frac{\phi_1(v)}{v-1} + \int_u^1 dv \frac{\phi_1(v)}{v} \right]\end{aligned}\quad (2.85)$$

приводящего к

$$\begin{aligned}\phi_3^{WW}(u) &= -\frac{5}{2}(1-2u)^3 \\ \phi_A^{WW}(u) &= \frac{5}{2}[1+6u(u-1)]\end{aligned}\quad (2.86)$$

Перейдем к обсуждению $\pi\eta$ -ОАР, которые входят в амплитуды если гибридный мезон детектируется через моду распада на $\pi\eta$. Имеем

$$\begin{aligned}\langle \pi^0(p_\pi)\eta(p_\eta) | \bar{\psi}(-z)\gamma^\mu[-z; z]\psi(z) | 0 \rangle = \\ P_{\pi\eta}^\mu \int_0^1 du e^{i(\bar{u}-u)P_{\pi\eta}\cdot z} \Phi_1^{(\pi\eta)}(u, \zeta, m_{\pi\eta}^2) + \Delta_{\pi\eta}^{\mu T} \int_0^1 du e^{i(\bar{u}-u)P_{\pi\eta}\cdot z} \Phi_3^{(\pi\eta)}(u, \zeta, m_{\pi\eta}^2)\end{aligned}\quad (2.87)$$

для векторного коррелятора, и

$$\begin{aligned}\langle \pi^0(p_\pi)\eta(p_\eta) | \bar{\psi}(-z)\gamma^\mu\gamma_5[-z; z]\psi(z) | 0 \rangle = \\ \varepsilon^{\mu\alpha\beta n} \Delta_{\pi\eta}^{\alpha T} P_{\pi\eta}^\beta \int_0^1 du e^{i(\bar{u}-u)P_{\pi\eta}\cdot z} \Phi_A^{(\pi\eta)}(u, \zeta, m_{\pi\eta}^2)\end{aligned}\quad (2.88)$$

для аксиально-векторного коррелятора.

В (2.87) и (2.88), общий и относительный импульсы пары $\pi\eta$ равны

$$\begin{aligned}P_{\pi\eta} = p_\pi + p_\eta = n^* + \frac{m_{\pi\eta}^2}{2}n, \\ \Delta_{\pi\eta} = p_\pi - p_\eta = (2\zeta - 1 + \frac{m_\pi^2 - m_\eta^2}{m_{\pi\eta}^2})P_{\pi\eta} + (1 - 2\zeta)m_{\pi\eta}^2 n + \Delta_{\pi\eta}^T.\end{aligned}\quad (2.89)$$

ОАР пары $\pi\eta$ лидирующего твиста для $J^{PC} = 1^{-+}$ даются следующим выражением

$$\tilde{\Phi}_1^{(\pi\eta)}(u, \zeta, m_{\pi\eta}^2) = 30u(1-u)(1-2u) B_{11}(m_{\pi\eta}^2) P_1(\cos\theta), \quad (2.90)$$

где $\cos\theta = (2\zeta - 1)/\beta$, $\beta = \lambda(m_{\pi\eta}^2, m_\pi^2, m_\eta^2)/m_{\pi\eta}^2$, и коэффициентная функция $B_{11}(m_{\pi\eta}^2)$ связана с амплитудой Брейта-Вигнера, при $m_{\pi\eta}^2$ в окрестности M_H^2 , как

$$B_{11}(m_{\pi\eta}^2) \Big|_{m_{\pi\eta}^2 \approx M_H^2} = \frac{5}{3} \frac{g_{H\pi\eta} f_H M_H \beta}{M_H^2 - m_{\pi\eta}^2 - i\Gamma_H \cdot M_H}. \quad (2.91)$$

Формализм ОАР включает фоновые эффекты весьма натуральным образом, т.е. вклад от конечных состояний не скоррелирован с основным сигналом по обмену гибридного мезона. Смоделируем фоновые эффекты как вклад от $J = 0$, т.е. ζ —независимый случай, без структуры в $m_{\pi\eta}^2$, и с асимптотической u —зависимостью (т.е. $u(1-u)(2u-1)$).

Для простоты, мы не будем включать в наш анализ вклады от $J = 2$ в ОАР. Таким образом, наша модель для $\pi\eta$ ОАР лидирующего твиста состоит в

$$\Phi_1^{(\pi\eta)}(u, \zeta, m_{\pi\eta}^2) = 30u(1-u)(1-2u)(Ke^{i\alpha} + B_{11}(m_{\pi\eta}^2) \cos\theta). \quad (2.92)$$

Заметим, что ОАР $\Phi_3^{(\pi\eta)}(u, \zeta, m_{\pi\eta}^2)$, $\Phi_A^{(\pi\eta)}(u, \zeta, m_{\pi\eta}^2)$ обладают твистом 3, но данные вклады могут быть выражены через лидирующий твист 2 с помощью соотношений ВВ. Имеем

$$\Phi_3^{WW}(u, \zeta) = -\frac{1}{4} \int_0^u dy \frac{\partial_\zeta \Phi_1(y, \zeta)}{y-1} + \frac{1}{4} \int_u^1 dy \frac{\partial_\zeta \Phi_1(y, \zeta)}{y}, \quad (2.93)$$

$$\Phi_A^{WW}(u, \zeta) = -\frac{1}{4} \int_0^u dy \frac{\partial_\zeta \Phi_1(y, \zeta)}{y-1} - \frac{1}{4} \int_u^1 dy \frac{\partial_\zeta \Phi_1(y, \zeta)}{y}, \quad (2.94)$$

и

$$\begin{aligned} \Phi_3^{WW}(u, \zeta) &= 5(1-2u)^3 \frac{B_{11}(m_{\pi\eta}^2)}{2\beta} \\ \Phi_A^{WW}(u, \zeta) &= -5((1-2u)^2 - 2u(1-u)) \frac{B_{11}(m_{\pi\eta}^2)}{2\beta}. \end{aligned} \quad (2.95)$$

Калибровочно-инвариантное выражение для амплитуды $\gamma(q')\gamma^*(q) \rightarrow H(p)$ равно

$$T_{\mu\nu}^{\gamma\gamma^* \rightarrow H} = \frac{e^2(Q_u^2 - Q_d^2)}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{2} g_{\mu\nu}^T e^{(\lambda)} \cdot n \mathbf{A}_1 + \frac{e_{\nu T}^{(\lambda)} (p+q')_\mu}{Q^2} \mathbf{A}_2 \right], \quad (2.96)$$

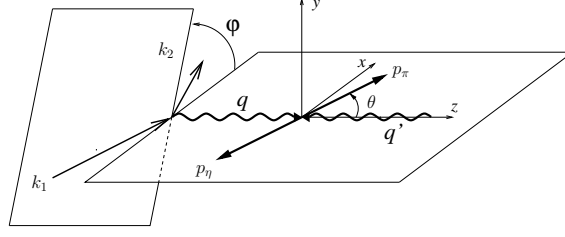


Рис. 2.9: Кинематика процесса $e \gamma \rightarrow e \pi \eta$.

где $Q_u = 2/3$, $Q_d = -1/3$, и где введены обозначения:

$$\mathbf{A}_1 = \int_0^1 du E_-(u) \Phi_1(u), \quad \mathbf{A}_2 = \int_0^1 du \left(E_-(u) \Phi_3(u) - E_+(u) \Phi_A(u) \right)$$

$$\Phi_{1,3,A}(u) = f_H M_H \phi_{1,3,A}^H(u), \quad E_{\pm}(u) = \frac{1}{1-u} \pm \frac{1}{u}. \quad (2.97)$$

Такого рода амплитуды позволяют вычислить сечения рождения и спиральные матрицы плотности для гибридных мезонов. Знание данных спиральных матриц ведет к определенным угловым распределениям для любых частных каналов распада. В частности, для процесса с $\pi\eta$ в качестве конечного состояния прямое обобщение дает

$$T_{\mu\nu}^{\gamma\gamma^* \rightarrow \pi\eta} = \frac{e^2(Q_u^2 - Q_d^2)}{\sqrt{2}} \left[\frac{1}{2} g_{\mu\nu}^T \mathbf{A}_1^{(\pi\eta)} + \frac{(\Delta_{\pi\eta}^T)_{\nu} (P_{\pi\eta} + q')_{\mu}}{Q^2} \mathbf{A}_2^{(\pi\eta)} \right], \quad (2.98)$$

где

$$\mathbf{A}_1^{(\pi\eta)} = \int_0^1 du E_-(u) \Phi_1^{(\pi\eta)}(u) = -10 [K e^{i\alpha} + B_{11}(m_{\pi\eta}^2) \cos \theta],$$

$$\mathbf{A}_2^{(\pi\eta)} = \int_0^1 du \left(E_-(u) \Phi_3^{(\pi\eta)}(u) - E_+(u) \Phi_A^{(\pi\eta)}(u) \right) = -\frac{5}{3\beta} B_{11}(m_{\pi\eta}^2). \quad (2.99)$$

Заметим, что амплитуды (2.96) и (2.98) условию калибровочной инвариантности:

$$q_{\mu} T_{\mu\nu} = q'_{\nu} T_{\mu\nu} = 0.$$

Кинематика процесса $\gamma^* \gamma \rightarrow \pi\eta$ проиллюстрирована на рис. 2.9. Теперь, мы можем вычислить сечение процесса $\gamma^* \gamma \rightarrow \text{Hybrid meson}$. Как и в обычном случае псевдо-скалярного мезона [100], сечение может быть выражено через переходной формфактор $F_{H\gamma}$, который ведет себя как

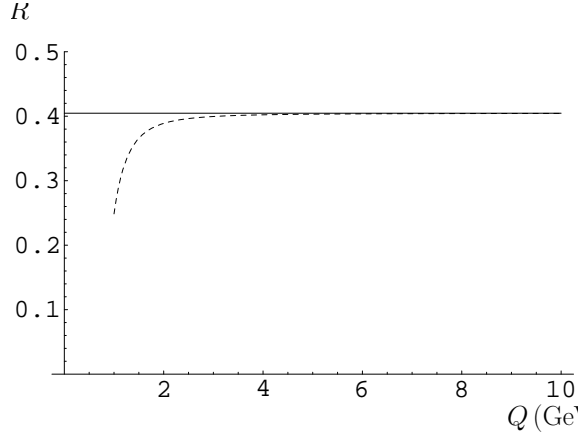


Рис. 2.10: Отношение $R(Q^2)$ для рождения H и π^0 в $\gamma^*\gamma$ столкновениях на уровне лидирующего твиста и рулевого порядка по α_s (сплошная линия) и с учетом вкладов твиста 3 (пунктирная линия).

$1/Q^2$ вплоть до логарифмических поправок. Для сравнения с хорошо-измеримыми процессами, введем отношение:

$$R = \frac{T_{\mu\nu}(\gamma\gamma^* \rightarrow H)T^{*\mu\nu}(\gamma\gamma^* \rightarrow H)}{T_{\mu\nu}(\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0)T^{*\mu\nu}(\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0)}. \quad (2.100)$$

Как показано на рис. 2.10, см. сплошную линию, вклад от переходного формфактора твиста 2 является значительным в случае с гибридом, порядка соответствующей величины для рождения π^0 или η мезонов. Результат для отношения R вкладов твиста 2 и твиста 3 в гибридный переходной формфактор показан на рис. 2.10. Вклад от твиста 3 является отрицательной величиной и порядка 20% при $Q \approx 1$ GeV, но становится довольно малой величиной при $Q \geq 3$ GeV.

Сечение процесса

$$e(k_1) + e(l_1) \rightarrow e(k_2) + e(l_2) + H(p) \quad (2.101)$$

для неполяризованного лептоного пучка легко получить при включении лептонной части. Заметим, что положительная C -четность гибридного мезона запрещает любые вклады от тормозного процесса. Получим выражение для сечения полного процесса (см. рис. 2.9):

$$e(k_1) + e(l_1) \rightarrow e(k_2) + e(l_2) + \pi(p_\pi) + \eta(p_\eta), \quad (2.102)$$

где мы усредним по поляризациям начального (конечного) лептона и используем приближение эквивалентных фотонов, имеем

$$\frac{d\sigma_{ee \rightarrow ee\pi\eta}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\varphi dx_2} = \frac{\alpha}{\pi} \frac{1}{x_2} \frac{1 + (1 - x_2)^2}{2} \ln \left[\frac{Q_{max}^2(x_2)}{Q_{min}^2(x_2)} \right] \frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\pi\eta}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\varphi}, \quad (2.103)$$

где $W = m_{\pi\eta}$; Q_{min}^2 и Q_{max}^2 - минимальные и максимальные виртуальности фотона q' , соответственно. Для энергии ee столкновения, переменные $x_2 = q'p/l_1p = s_{e\gamma}/s_{ee}$ и $y = qq'/k_1q'$ не являются независимыми при фиксированных Q^2 и W^2 , поскольку $yx_2 = (Q^2 + W^2)/s_{ee}$. Величина φ определена как угол между лептонной и адронной плоскостью. Нижний кинематический предел $Q_{min}^2 = x_2^2 m_e^2 / (1 - x_2)$ определен при помощи массы электрона m_e , тогда как Q_{max}^2 от экспериментальных ограничений. Без точной информации об этих ограничениях, мы представим результат для процесса $e\gamma \rightarrow e\pi\eta$, сечение которого равно

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\pi\eta}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\varphi} &= \frac{\alpha^3}{16\pi} \frac{\beta}{s_{e\gamma}^2} \frac{1}{Q^2} \cdot \frac{1}{2} (Q_u^2 - Q_d^2)^2 \\ &\left(\frac{1 + (1 - y)^2}{4y^2} |A_1^{(\pi\eta)}|^2 + \frac{2\bar{y}\beta^2 W^2}{Q^2 y^2} \sin^2\theta |A_2^{(\pi\eta)}|^2 + \right. \\ &\left. \frac{\sqrt{1 - y}\beta W(2 - y)}{Qy^2} \cos\varphi \sin\theta \operatorname{Re}(A_1^{(\pi\eta)} A_2^{(\pi\eta)*}) \right). \end{aligned} \quad (2.104)$$

Определим сечение интегрированное по углам θ и φ как

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma(Q^2, W^2)}{dQ^2 dW^2} &= \int d\cos\theta d\varphi \frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\pi\eta}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\varphi} = \\ &\frac{25\alpha_{em}^3 \beta}{72s_{e\gamma}^2 Q^2} \cdot \frac{1 + (1 - y)^2}{y^2} \left[K^2 + \frac{1}{3} a^2(W) b^2(W) \right], \end{aligned} \quad (2.105)$$

где учтены только вклады твиста 2 и

$$a(W) = \frac{5}{3} g_{H\pi\eta} f_H \beta M_H, \quad b(W) = \frac{1}{\sqrt{(W^2 - M_H^2)^2 + \Gamma_H^2 M_H^2}}. \quad (2.106)$$

В выражении (2.106), константа связности $g_{H\pi\eta}$ связана с отношением $BR = \Gamma_{H \rightarrow \pi\eta} / \Gamma_H$ как

$$g_{H\pi\eta}^2 = \frac{48\pi}{\beta^3 M_H} \Gamma_H BR. \quad (2.107)$$

Так как ничего неизвестно о величине брейчинга $H \rightarrow \pi\eta$, мы выбираем $BR = 20\%$. Заметим также, что одновременное перемасштабирование величины фона K и BR с помощью коэффициента c ведет к переопределению сечения с помощью c^2 , оставляя при этом $W(\theta, \varphi)$ без изменений.

Данное сечение не зависит от фазы α , которая возникает в нашей модели для $\pi\eta$ -ОАР, см. (4.50). Рис. 2.11 и 2.12 показывают как сечение зависит от W для различных величин K при $Q = 3 \text{ GeV}$ и $Q = 5 \text{ GeV}$, соответственно. Мы можем увидеть, что присутствие пика от гибрида

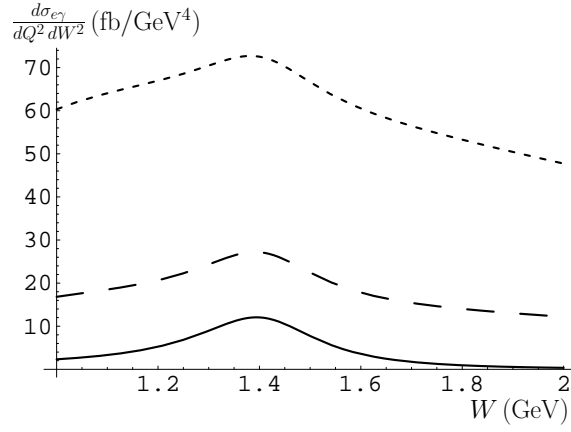


Рис. 2.11: Дифференциальное сечение рождения пар $\pi\eta$ как функция от W для $Q = 3 \text{ GeV}$, $y = 0.3$, для различных величин фона: $K = 0$ (сплошная линия), 0.5 (пунктирная линия) and 1 (линия из точек)

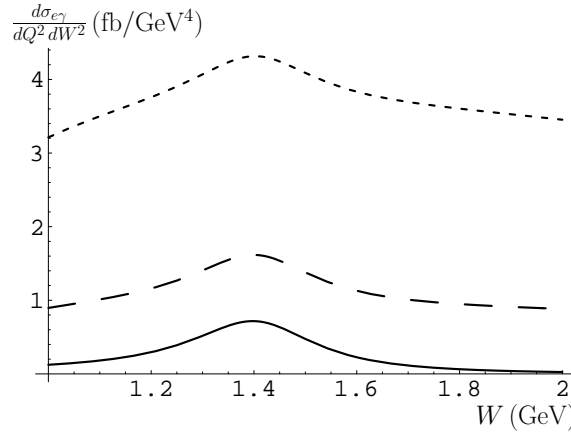


Рис. 2.12: Дифференциальное сечение рождения пар $\pi\eta$ как функция от W для $Q = 5 \text{ GeV}$, $y = 0.3$, для различных величин фона: $K = 0$ (сплошная линия), 0.5 (пунктирная линия) and 1 (линия из точек)

в районе $W = 1.4 \text{ GeV}$ едва зависит от изменения величины K . Величина данного сигнала сравнима с тем, что достижимо на эксперименте L3/LEP [110]. Как и ожидалось, сравнение рис. 2.11 и 2.12 показывает, что величина сигнала уменьшается с увеличением Q . Однако, данное уменьшение не является драматичным благодаря масштабному поведению амплитуды твиста 2. Таким образом, мы ожидаем, что зависимость от Q может быть изучена экспериментально вплоть до нескольких GeV.

Более детальный анализ можно провести при рассмотрении угловых распределений пары $\pi\eta$ в конечном состоянии. Используя (2.105) и

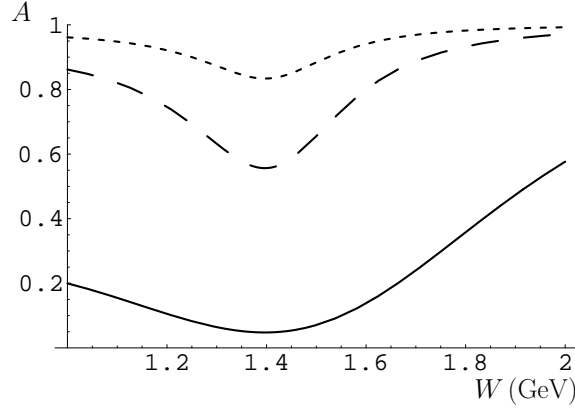


Рис. 2.13: A компонента углового распределения как функция от $\pi\eta$ -массы, W , при $Q = 3 \text{ GeV}$, $y = 0.3$, для различных значений фона $K = 0.1$ (сплошная линия), 0.5 (пунктирная линия) and 1 (линия из точек)

(2.106), в дополнении с (2.95, 2.98) и (2.99), получим

$$W(\theta, \phi) = \left(\frac{d\sigma(Q^2, W^2)}{dQ^2 dW^2} \right)^{-1} \frac{d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\pi\eta}}{dQ^2 dW^2 d\cos\theta d\phi} = \frac{1}{4\pi} [A + B \cos\theta + C \cos^2\theta + D \sin 2\theta \cos\phi + E \sin\theta \cos\phi], \quad (2.108)$$

где $A(W)$, $B(W)$, $C(W)$, $D(W, Q)$ и $E(W, Q)$ равны :

$$A = \frac{K^2}{K^2 + \frac{1}{3}a^2b^2}, \quad B = \frac{2Kab \cos(\gamma - \alpha)}{K^2 + \frac{1}{3}a^2b^2}, \quad C = \frac{a^2b^2}{K^2 + \frac{1}{3}a^2b^2}$$

$$D = \frac{W(2-y)\sqrt{1-y}}{Q 3[1+(1-y)^2]} C, \quad E = \frac{W(2-y)\sqrt{1-y}}{Q 3[1+(1-y)^2]} B, \quad (2.109)$$

где γ - фаза Брейта-Вигнера:

$$\cos\gamma = (M_H^2 - W^2) b(W), \quad \sin\gamma = b(W) \Gamma_H M_H. \quad (2.110)$$

В (2.109), мы ограничиваемся вкладами твиста 2 для коэффициентов $A(W)$, $B(W)$, $C(W)$, что ведет к независимости A , B , C от Q .

Благодаря нормировки угловых распределений $W(\theta, \varphi)$, $\int d\cos\theta d\varphi W(\theta, \varphi) = 1$, функции A и C не являются независимыми и связаны условием $A + C/3 = 1$. Функция A представлена на рис. 2.13. Ее форма диктуется инверсионной формой интегрированного сечения как показано на рис. 2.11 и как видно из (2.109) и (2.106). Это непосредственно связано с нашим основным допущением, что фон описывается вкладами $J = 0$. B коэффициент показан на рис. 2.14 и 2.15, для величины фона $K = 1$ и $y = 0.3$. Данная характеристика измеряет интерференцию между фоном и гибридным сигналом. Поэтому

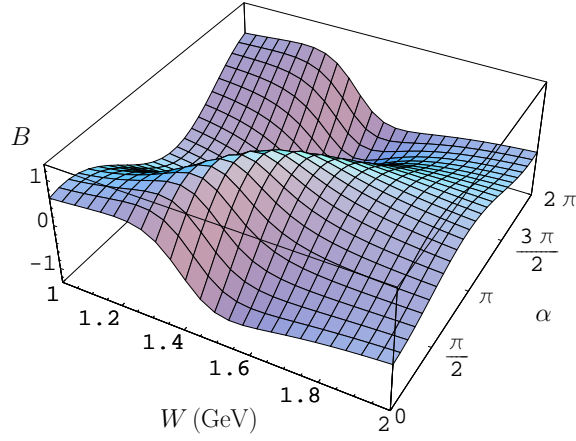


Рис. 2.14: B компонента углового распределения как функция от $\pi\eta$ -массы, W , и фазы фона α для $K = 1$, при $Q = 3 \text{ GeV}$, $y = 0.3$,

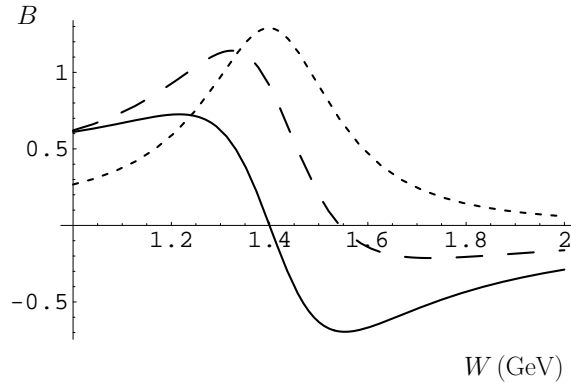


Рис. 2.15: B компонента углового распределения как функция от $\pi\eta$ -массы, W , при $Q = 3 \text{ GeV}$, $y = 0.3$, $K = 1$ для различных значений фазы фона $\alpha = 0$ (сплошная линия), $\pi/4$ (пунктирная линия) и $\pi/2$ (линия из точек)

она достаточно зависит от величины фазы фона, но зависимость от W всегда обнаруживает сильные изменения около масс гибридных мезонов.

Поскольку D и E исчезают на уровне твиста 2, эта часть углового распределения конечного мезона чувствительна к амплитуде твиста 3. Данные вклады будут вычислены в приближении ВВ. Коэффициент D не зависит от фазы фона. На рис. 2.16 показано его поведение когда величина фона изменяется при $Q = 3 \text{ GeV}$ и $y = 0.3$. На рис. 2.17, мы показываем его зависимость от W для $K = 1$ and $y = 0.3$ и различных величин Q . В следствии того, что данный коэффициент пропорционален C , и, следовательно, его связи с A , данная характеристика имеет сильный пик около гибридных масс. $E(W, Q)$ зависит от фазы фона α , также как и B , и от величины K . Мы представляем на рис. 2.18 и 2.19 как функции зависимость от W для $\alpha = 0$ и $K = 0.5$, $K = 1$. Это поведение похоже на поведение B -функции показанной на рис. 2.15, но данная зависимость намного меньше, когда Q больше, чем 5 GeV .

Рассмотрим теперь эксклюзивный процесс, где продольно поляризо-

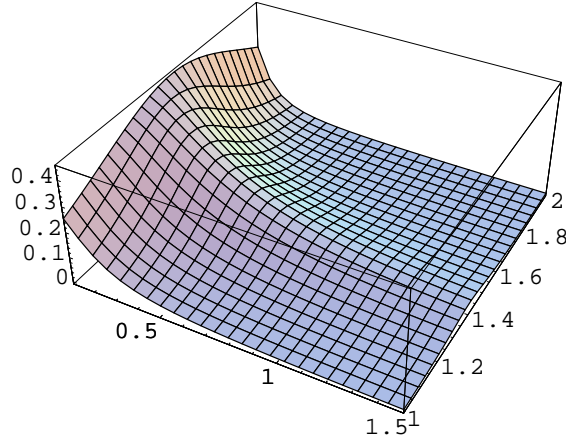


Рис. 2.16: D компонента углового распределения как функция от $\pi\eta$ -масс, W , и от величины фона K для $Q = 3 \text{ GeV}$ и $y = 0.3$.

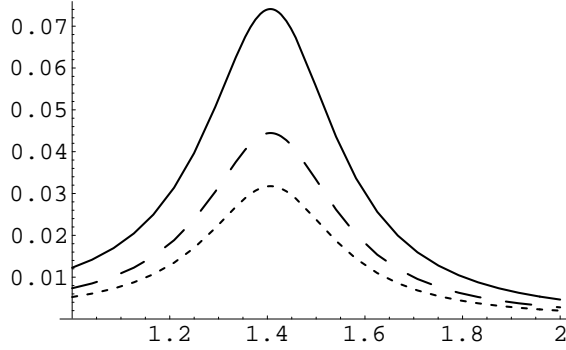


Рис. 2.17: D компонента углового распределения как функция $\pi\eta$ -масс, W , при $y = 0.3$ и $K = 1$, для различных величин $Q = 3 \text{ GeV}$ (сплошная линия), 5 GeV (пунктирная линия) и 7 GeV (линия из точек).

ванный лептон (со спиральностью h) рассеивается на неполяризованном фотоне, рождая при этом лептон и гибридный мезон, детектируемый через пару $\pi\eta$. Такой процесс позволяет определить асимметрию, которая равна нулю на уровне твиста 2, но дает вклад в интерференцию твиста 2 и твиста 3. Данная асимметрия связана с азимутальной зависимостью поляризованного сечения и определяется как

$$\mathcal{A}_1(s_{e\gamma}, Q^2, W^2; \varphi) = \frac{\int d \cos \theta_{cm} (d\sigma^{(\rightarrow)} - d\sigma^{(\leftarrow)})}{\int d \cos \theta_{cm} (d\sigma^{(\rightarrow)} + d\sigma^{(\leftarrow)})}, \quad (2.111)$$

где $d\sigma^{(\rightarrow)}$ - дифференциальное сечение $d\sigma_{e\gamma \rightarrow e\pi\eta}^{(h=1)}/dW^2 dQ^2 d \cos \theta_{cm} d\varphi$. Заметим, что знаменатель может быть выражен через дифференциальное сечение, которое соответствует неполяризованному случаю, и определяя-

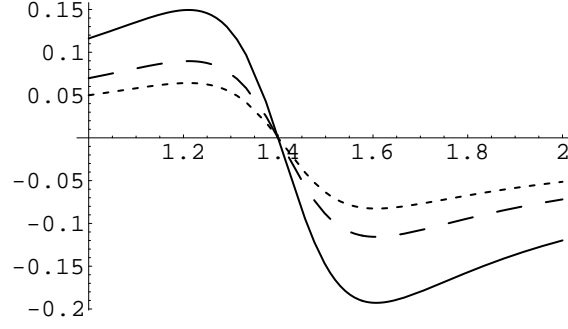


Рис. 2.18: E компонента углового распределения как функция от $\pi\eta$ -масс, W , при $y = 0.3$ и $K = 0.5$, для различных величин $Q = 3$ GeV (сплошная линия), 5 GeV (пунктирная линия) and 7 GeV (линия из точек).

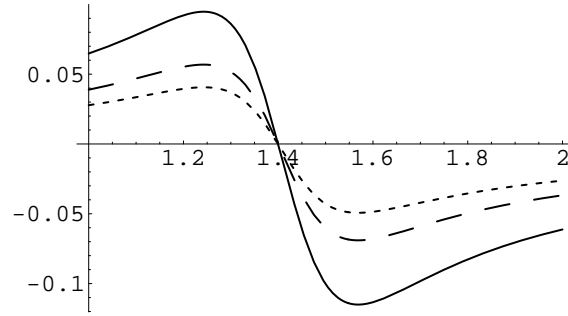


Рис. 2.19: E компонента углового распределения как функция от $\pi\eta$ -масс, W , при $y = 0.3$ и $K = 1$, для различных величин $Q = 3$ GeV (сплошная линия), 5 GeV (пунктирная линия) and 7 GeV (линия из точек).

ется в (2.106)

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_{-1}^1 d\cos\theta_{cms} \left(d\sigma^{(\rightarrow)} + d\sigma^{(\leftarrow)} \right) = 2 \frac{d\sigma_{e\gamma}(Q^2, W^2)}{dQ^2 dW^2}. \quad (2.112)$$

Асимметрия (2.111) равна

$$\mathcal{A}_1(s_{e\gamma}, Q^2, W^2; \varphi) = \frac{\int_0^\pi d\theta_{cm} \sin\theta_{cm} \mathcal{N}(\theta_{cm}, Q, W, \varphi)}{2 \int_0^\pi d\theta_{cm} \sin\theta_{cm} \mathcal{D}(\theta_{cm})} \quad (2.113)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{N}(\theta_{cm}, Q, W, \varphi) &= \frac{4}{Q^6} \varepsilon_{k_1 q' k_2 \Delta_T^{(\pi\eta)}} \text{Im}(\mathbf{A}_1^{(\pi\eta)} \mathbf{A}_2^{*(\pi\eta)}), \\ \mathcal{D}(\theta_{cm}) &= \frac{1}{Q^2} \frac{1 + (1-y)^2}{4y^2} |\mathbf{A}_1^{(\pi\eta)}|^2. \end{aligned} \quad (2.114)$$

Динамическая величина, которая зондируется данной асимметрией - это $\text{Im}(\mathbf{A}_1^{(\pi\eta)} \mathbf{A}_2^{*(\pi\eta)})$, зависящая от фазовой структуре амплитуды, и равна

$$\text{Im}(\mathbf{A}_1^{(\pi\eta)} \mathbf{A}_2^{*(\pi\eta)}) = \frac{50}{3} \frac{a(W) b(W) K}{\beta} \sin(\alpha - \gamma) , \quad (2.115)$$

где $a(W)$, $b(W)$ и γ определены выражениями (2.106) и (2.110). Эта величина зависит от неизвестной фазы фона α . На рис. 2.20 , представлен наш результат для случая $\alpha = 0$. Результирующая асимметрия достаточно большой и может быть измерена.

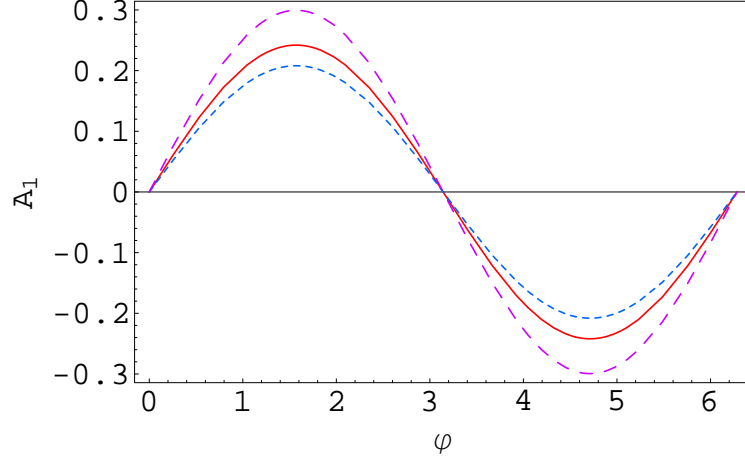


Рис. 2.20: Одно-спиновая асимметрия \mathcal{A}_1 как функция от $\varphi = (0, 2\pi)$. Величины параметров: $W = 1.4 \text{ GeV}$, $Q^2 = 5.0 \text{ GeV}^2$, $s_{e\gamma} = 10 \text{ GeV}^2$, $\alpha = 0$. Сплошная линия соответствует $K = 0.8$, линия с коротким пунктиром - $K = 1.0$, линия с длинным пунктиром - $K = 0.5$.

Для того чтобы получить больше статистики, можно определить интегрированную асимметрию:

$$\mathcal{A}_2(s_{e\gamma}, Q^2, W^2) = \frac{2\pi \int d(\cos \theta_{cm}) \int_0^{2\pi} d\varphi \sin \varphi (d\sigma^{(\rightarrow)} - d\sigma^{(\leftarrow)})}{\int d(\cos \theta_{cm}) \int_0^{2\pi} d\varphi (d\sigma^{(\rightarrow)} + d\sigma^{(\leftarrow)})}. \quad (2.116)$$

которая может быть использована для зондирования зависимости от инвариантной массы пары $\pi\eta$. На рис. 2.21 and 2.22 показана зависимость от W при различных значениях фона K .

В заключение отметим, что проведенное теоретическое исследование показывает, что если гибридный мезон существует с $J^{PC} = 1^{-+}$, массой около 1.4 GeV и значительным брэнчингом по отношению $\pi - \eta$, то можно многое узнать о гибриде из экспериментальных наблюдаемых, связанных с $\gamma^* \gamma$ столкновением, и из подробного исследования рождения пары $\pi - \eta$ в конечном состоянии.

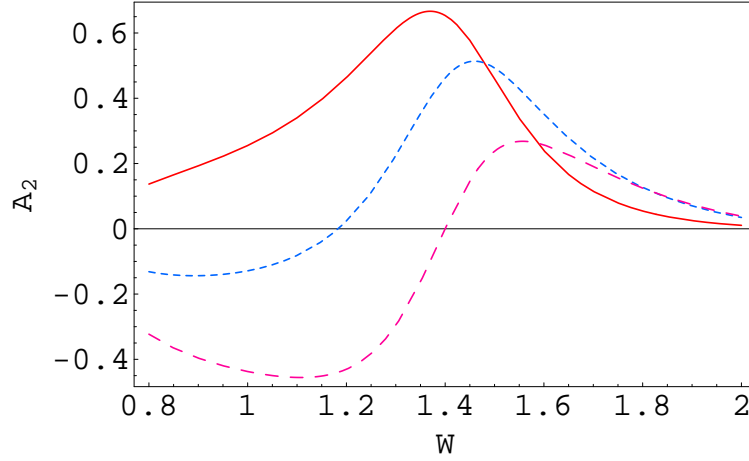


Рис. 2.21: Интегрированная асимметрия \mathcal{A}_2 как функция от инвариантной массы пары $\pi\eta$. Значение параметров: $Q^2 = 5.0 \text{ GeV}^2$, $s_{e\gamma} = 10 \text{ GeV}^2$, $K = 1.0$, сплошная линия соответствует $\alpha = 0$, линия с коротким пунктиром - $\alpha = \pi/4$, линия с длинным пунктиром - $\alpha = \pi/2$.

2.4 Дуальность между различными механизмами КХД факторизации в $\gamma^*\gamma$ столкновениях

На фоне недостатков, связанных с отсутствием полного теоретического понимания кваркового конфайнмента, единственный метод прикладной КХД основан на факторизации динамик и выделении части соответствующей малым расстояниям, которая поддается описанию с помощью пертурбативной теории [100, 127, 128]. С другой стороны, часть соответствующая большим расстояниям должна быть параметризована в терминах адронных (или адрон-вакуумных) матричных элементов от различных кварковых и глюонных операторов. Эти матричные элементы имеют непертурбативную природу и, в принципе, должны быть извлечены из эксперимента или из решеточных вычислениях. Описание на основе КХД все новых и новых адронных процессов, ввиду усовершенствования экспериментальных установок, требует введения новых партонных функций распределений.

Важным частным примером являются эксклюзивные адронные процессы, которые включают в себя амплитуды распределений (АР), обобщенные амплитуды распределений (ОАР) и обобщенные партонные распределения (ОПР) [38, 39, 73–75]. В этой связи, столкновение физического и глубоко-виртуального фотонов обеспечивает нас важным инструментом для изучения различных фундаментальных аспектов КХД. Специальным классом такого рода процессов является эксклюзивное рождение двух адронов (пионов) в области, где один начальный фотон находится вне массовой поверхности (с виртуальностью Q^2) и, к тому же, продольно-поляризован а другой начальный фотон - физический и, сле-

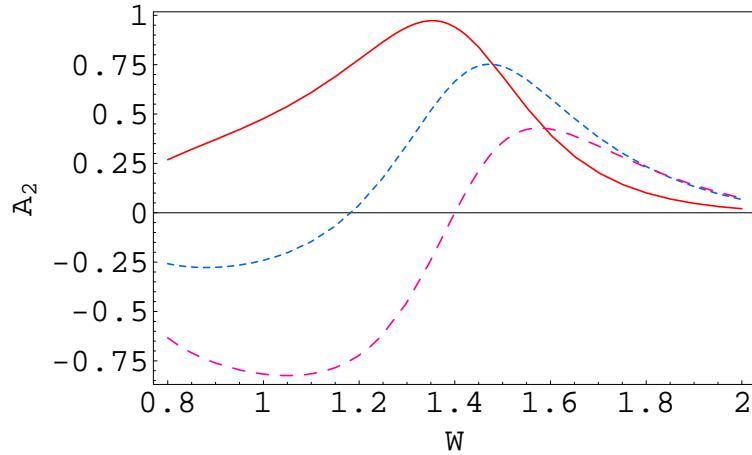


Рис. 2.22: Интегрированная асимметрия \mathcal{A}_2 как функция от инвариантной массы пары $\pi\eta$. Значение параметров: $Q^2 = 5.0 \text{ GeV}^2$, $s_{e\gamma} = 10 \text{ GeV}^2$, $K = 0.5$, сплошная линия соответствует $\alpha = 0$, линия с коротким пунктиром - $\alpha = \pi/4$, линия с длинным пунктиром - $\alpha = \pi/2$.

довательно, поперечно-поляризован. При этом, общая энергия пары (или инвариантная масса пары), s , остается малой величиной.

На современном этапе нет сомнений в полезности изучения двух-фотонных процессов как одного из основного поставщика информации о структуре адронов. На этой основе, можно попытаться продвинуться к более сложным двух-фотонным процессам, где рождается два (и более) пионов. Действительно, недавно были введены новые непertурбативные характеристики – переходные амплитуды распределений (ПАР) [130–132], которые тесно связаны с ОПР и описывают переход $q\gamma \rightarrow qA$. В противоположность к ОАР, ПАР возникают в факторизационной процедуре тогда, когда мандельштамовская переменная s является величиной такого же порядка как Q^2 , но при малых t .

Однако, существуют процессы, где обо типа амплитуд, ОАР и ПАР, могут возникнуть одновременно. Это может иметь место при соударении физического фотона с глубоко-виртуальным продольно-поляризованным фотоном, что ведет к рождению пары пионов. Данный процесс потенциально может идти двумя способами: через твист 3 ОАР или через твист 2 ПАР, как показано на рис. 2.23. Таким образом, сравнительный анализ этих двух механизмов является весьма интересным и этому посвящен данный раздел.

Одновременный анализ упомянутых механизмов был выполнен ранее для рождения пары векторных мезонов [133]. Было показано, что тот или другой механизм выбирается в зависимости от поляризации начальных фотонов. В нашем случае (псевдо)скалярных частиц такой эффект отсутствует и, поэтому, имеется возможность исследовать: или два механизма перекрываются, или же имеет место дуальность этих двух ме-

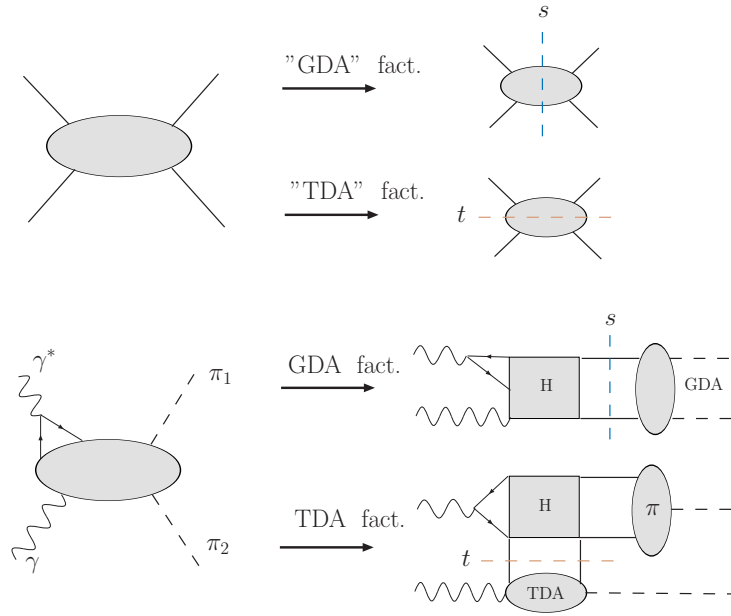


Рис. 2.23: (Вверху) Дуальные механизмы факторизации в рамках евклидовой φ_E^3 модели. (Внизу) То же самое но в КХД.

ханизмов.

В данном разделе, исследуется возможность дуальности между двумя различными механизмами факторизации, связанной либо с ОАР, либо с ПАР, при условии, что обе мандельштамовские переменные s и t достаточно малы по сравнению с фотонной виртуальностью Q^2 . С этой целью, сначала будет рассмотрена евклидовая φ_E^3 -аналог КХД, а затем исследован эксклюзивный процесс рождения пар пионов в $\gamma\gamma_L^*$ -столкновениях.

Итак, начнем наш анализ факторизации. Для простоты, мы сначала будет работать в рамках евклидовой φ_E^3 -модели, подготавливая при этом базу для приложения КХД. Наиболее удобным способом для нашего анализа является четырех-частичная амплитуда, записанная в α -представлении (следуя основным этапам [39] при обсуждении ГВКР). Действительно, (а) вычисления в α -представлении могут быть выполнены систематически не только на уровне одной петли, но и в многопетлевом приближении; (б) факторизация процесса может быть изучена в деталях; (в) можно изучать спектральные свойства ОПР/ОАР поскольку данные свойства нечувствительны к числителям кварковых и глюонных пропагаторов. Заметим так же, что α -представление фейнмановских диаграмм является весьма эффективным методом для доказательства факторизации в КХД, см. [127]. Вклад лидирующей “box”-диаграммы,

рис. 2.24, можно представить как

$$\mathcal{A}(s, t, m^2) = \tag{2.117}$$

$$-\frac{g^4}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{\prod_{i=1}^4 d\alpha_i}{D^2} \exp \left[-\frac{1}{D} (Q^2 \alpha_1 \alpha_2 + s \alpha_2 \alpha_4 + t \alpha_1 \alpha_3 + m^2 D^2) \right],$$

где m^2 является инфракрасным (ИК) регулятором, $s > 0$, $t > 0$ - мандельштамовские переменные в евклидовой области, $D = \alpha_1 + \dots + \alpha_4$.

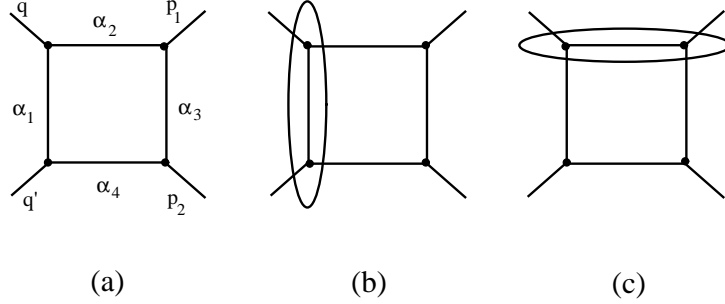


Рис. 2.24: (а) “Вохдиаграмма в α -пространстве в рамках φ_E^3 -теории. (б) ОАР-факторизация, указанная овалом. (с) ПАР-факторизация, указанная овалом.

Полезно ввести безразмерные параметры

$$\alpha_i = \frac{\tilde{\alpha}_i}{\Lambda^2} \tag{2.118}$$

(здесь, размерный параметр Λ^2 остается произвольным) и, затем, переопределить $\tilde{\alpha}$ -параметры:

$$\tilde{\alpha}_i \Big|_0^\infty = \frac{\beta_i}{1 - \beta_i} \Big|_0^1. \tag{2.119}$$

В результате, получим

$$\mathcal{A}(s, t, m^2) = -\frac{g^4}{16\pi^2 \Lambda^4} \tilde{\mathcal{A}}, \tag{2.120}$$

$$\tilde{\mathcal{A}} = \int_0^1 \frac{\prod_{i=1}^4 d\beta_i}{\tilde{D}^2} \exp \left[-\frac{Q^2}{\Lambda^2} \frac{\beta_1 \beta_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4}{\tilde{D}} - \frac{s}{\Lambda^2} \frac{\beta_2 \beta_4 \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_3}{\tilde{D}} - \frac{t}{\Lambda^2} \frac{\beta_1 \beta_3 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_4}{\tilde{D}} - \frac{m^2}{\Lambda^2} \frac{\tilde{D}}{\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4} \right],$$

где $\tilde{D} = \beta_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4 + \dots + \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \beta_4$ и $\bar{\beta}_i = 1 - \beta_i$. Характерной чертой рассматриваемого процесса является то, что $q^2 = Q^2$ намного больше

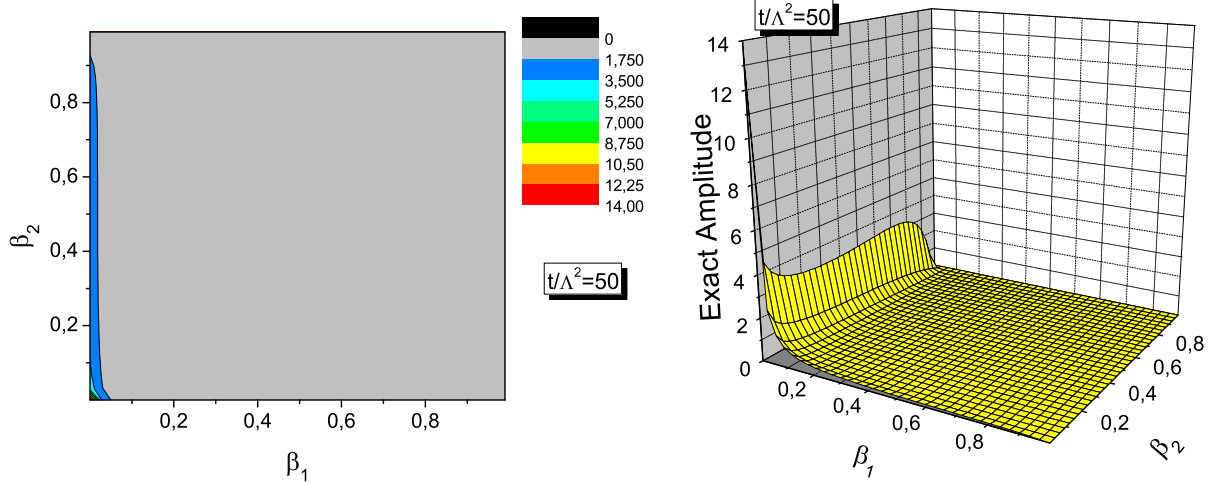


Рис. 2.25: Интегрант амплитуды (2.120) как функция от β_1 и β_2 в режиме (а). Левая панель: вид сверху; правая панель: 3D иллюстрация.

массы m^2 . Что касается остальных кинематических переменных s и t , можно выделить следующие режимы:

- (а) $s \ll Q^2$ при $t \sim Q^2$;
- (б) $t \ll Q^2$ при $s \sim Q^2$;
- (в) $s, t \ll Q^2$;
- (г) $s, t \sim Q^2$ (этот режим соответствует рассеянию на большие углы [100], который не рассматривается в нашем анализе).

Отметим, что в режимах (а) и (б), амплитуда (2.117) или (2.120) может быть факторизованной. Напомним, что факторизация (2.117) и (2.120) в лидирующем порядке в α - или β -представлении полностью эквивалентна вычислению лидирующей асимптотики по Q^2 в интегралах типа Лапласа

$$F(\lambda) = \int_0^{\infty} d\alpha g(\alpha) \exp[-\lambda f(\alpha)] \approx \frac{g(0)}{\lambda f'(0)}$$

где λ - большой положительный параметр, а функция $f(\alpha)$ имеет минимум при $\alpha = 0$.

Режим (а)

Рассмотрим как интегрант в (2.120) зависит от параметров β_1 and β_2 , при чем по параметрам β_3 и β_4 будет произведено интегрирование. Зафиксируем, например, величину $s/\Lambda^2 = 1$, и $t/\Lambda^2 = 50.0$, $Q^2/\Lambda^2 = 100.0$. Интегрант в (2.120) как двух-параметрическая функция представлена

на рис. 2.24. Из этого рисунка можно заключить, что основной вклад в точную амплитуду (2.120) идет от области ограниченной малыми значениями β_1 , $\beta_1 \sim 0.05$, и β_2 изменяющейся в $[0, 0.9]$. Данный носитель функции назовем β_2 -крылом. Действительно, мы можем разделить весь носитель функции на следующие области (см. рис. 2.26)

$$\begin{aligned}
\text{Region - 1 : } & \beta_1 \in [0, 0.1], \beta_2 \in [0, 0.1]; \\
\text{Region - 2 : } & \beta_1 \in [0.1, 1], \beta_2 \in [0.1, 1]; \\
\text{Region - 3 : } & \beta_1 \in [0, 0.1], \beta_2 \in [0.1, 1]; \\
\text{Region - 4 : } & \beta_1 \in [0.1, 1], \beta_2 \in [0, 0.1].
\end{aligned} \tag{2.121}$$

Численные вычисления показывают, что интегралы по узким областям, включающие области 1 и 3 (β_2 -крыло) дают 85% вклада в амплитуду (2.120). Таким образом, мы можем приблизить точную амплитуду интегрированием только по β_2 -крылу.

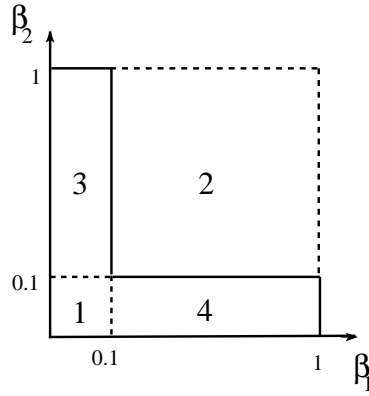


Рис. 2.26: Области интегрирования в β -пространстве интегранта точной амплитуды (2.120) как функция от β_1 и β_2 .

С другой стороны, в этом режиме, точная амплитуда может быть оценена асимптотической формулой, которую можно получить аналитическим интегрированием по области, где $\beta_1 \sim 0$ (это ОАР-факторизация, см. рис. 2.23):

$$\begin{aligned}
\tilde{\mathcal{A}}_{\text{GDA}}^{\text{as}}(s, t, m^2) &= \int_0^1 \frac{d\beta_2 d\beta_3 d\beta_4}{\tilde{D}_0^2} \exp \left(-\frac{s}{\Lambda^2} \frac{\beta_2 \beta_4 \bar{\beta}_3}{\tilde{D}_0} - \frac{m^2}{\Lambda^2} \frac{\tilde{D}_0}{\bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4} \right) \times \\
&\quad \left[\frac{Q^2}{\Lambda^2} \frac{\beta_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4}{\tilde{D}_0} + \frac{t}{\Lambda^2} \frac{\beta_3 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_4}{\tilde{D}_0} + \frac{m^2}{\Lambda^2} \right]^{-1},
\end{aligned} \tag{2.122}$$

где $\tilde{D}_0 = \beta_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4 + \bar{\beta}_2 \beta_3 \bar{\beta}_4 + \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \beta_4$. Действительно, интегрирование по области $\beta_1 \sim 0$ устраняет зависимость от Q^2 в показателе экспоненты и обеспечивает основной вклад в амплитуду $\tilde{\mathcal{A}}$. Это означает, что

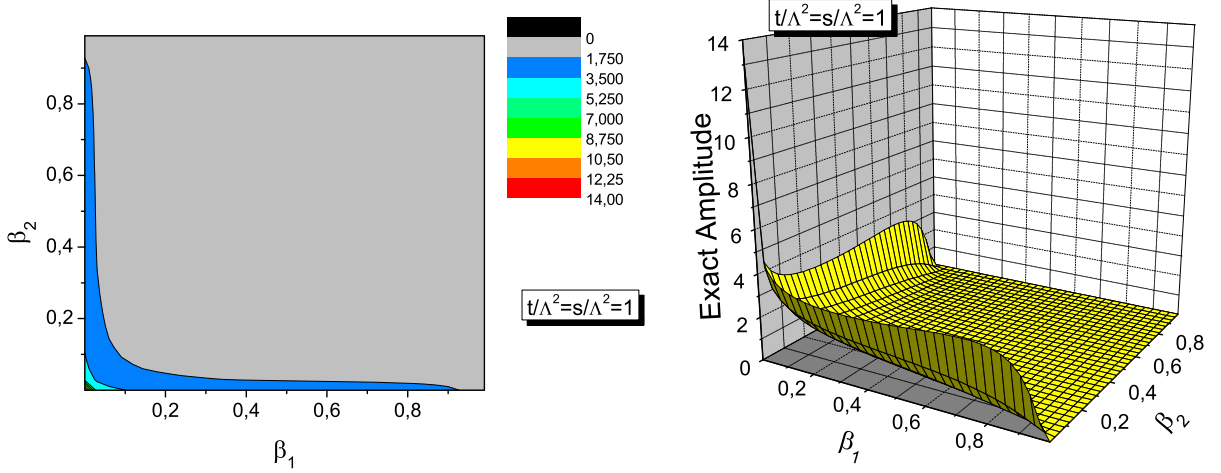


Рис. 2.27: Интегрант точной амплитуды (2.120) как функция от β_1 и β_2 в режиме (в).

пропагатор, параметризованный через α_1 или β_1 , может быть связан с жестким (партонным) подпроцессом, в то время как остающиеся пропагаторы составляют мягкую часть рассматриваемой амплитуды, т.е. дают скалярную версию ОАР (см. рис. 2.24(б)). Подчеркнем, что когда $s/\Lambda^2 = 1.0$, $t/\Lambda^2 = 50.0$, отношение между асимптотикой (2.122) и точной амплитудой (2.120) равно

$$R = \frac{\tilde{\mathcal{A}}_{\text{GDA}}^{\text{as}}}{\tilde{\mathcal{A}}} = 1.01. \quad (2.123)$$

Данное отношение показывает, что асимптотическая формула (2.122) воспроизводит точную амплитуду (2.120) с достаточно высокой точностью.

Режим (б)

При этом режиме, мы должны устранить большие величины Q^2 и s из экспоненты в (2.120). Этого можно достичь интегрированием по области $\beta_2 \sim 0$. Выполняя те же действия, что в случае режима (а), мы нашли, что скалярная ПАР амплитуда (факторизация в t -канале) может быть связана со скалярной ОАР как

$$\tilde{\mathcal{A}}_{\text{TDA}}^{\text{as}}(s, t, m^2) = \tilde{\mathcal{A}}_{\text{GDA}}^{\text{as}}(t, s, m^2). \quad (2.124)$$

Режим (в)

Наиболее важный режим для исследования дуальности - это режим, когда обе переменные s и t одновременно малы по сравнению с Q^2 (но все еще достаточно большие по сравнению с m^2): $s, t \ll Q^2$.

Основной вопрос для этого режима - это что произойдет с факторизацией, какая из асимптотических формул будет работать в этом случае? Для ответа на этот вопрос, исследуем различные возможности.

Случай 1

Начнем с режима (а), так как здесь нет сомнений, что асимптотическая формула (факторизация) может быть применена в обоих режимах (а) и (б).

Рассмотрим интегрант (2.120) в терминах переменных β_1 и β_2 , затем положим, что t/Λ^2 принимает различные значения вплоть до малых величин. Изначально, мы построили интегрант (2.120) для $t/\Lambda^2 = \{25, 10, 5, 2, 1\}$, но для наших целей необходимо изучить специальный случай $t/\Lambda^2 = s/\Lambda^2 = 1$, представленный на рис. 2.27. Из этого рисунка можно увидеть, что носитель рассматриваемой функции содержит теперь два крыла. Отметим, что β_1 - и β_2 -крылья одинаковые и оба одинаково существенны.

Численный анализ показывает, что интегрирование в (2.120) по областям 1, 3, и 4 (β_1 и β_2 крылья), т.е.

$$\tilde{\mathcal{A}} \approx \left\{ \int_{\text{Reg.-1}} + \int_{\text{Reg.-3}} + \int_{\text{Reg.-4}} \right\} d\beta_1 d\beta_2 \int_0^1 \frac{d\beta_3 d\beta_4}{\tilde{D}^2} \quad (2.125)$$

$$\exp \left[-\frac{Q^2}{\Lambda^2} \frac{\beta_1 \beta_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4}{\tilde{D}} - \frac{s}{\Lambda^2} \frac{\beta_2 \beta_4 \bar{\beta}_1 \bar{\beta}_3}{\tilde{D}} - \frac{t}{\Lambda^2} \frac{\beta_1 \beta_3 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_4}{\tilde{D}} - \frac{m^2}{\Lambda^2} \frac{\tilde{D}}{\bar{\beta}_1 \bar{\beta}_2 \bar{\beta}_3 \bar{\beta}_4} \right]$$

дает приметно 80% вклада в точную амплитуду.

Следовательно, насыщение точной амплитуды (2.120) в режиме (в) происходит от вкладов обоих крыльев β_1 и β_2 и мы имеем дело с, так называемой, аддитивностью вкладов от этих двух крыльев.

Случай 2

Однако, существует альтернативный способ определения точной амплитуды, который основан на аналитическом интегрировании (2.120) в β -пространстве. А именно, мы можем продолжить асимптотическую формулу (2.122), полученную в режиме (а), в режим (в), где t/Λ^2 и s/Λ^2 практически одинаковые. Можно увидеть, что асимптотическая формула (2.122) по-прежнему описывает амплитуду

$$\tilde{\mathcal{A}} \approx \tilde{\mathcal{A}}_{\text{GDA}}^{\text{as}}(s, t, m^2) \Big|_{t \rightarrow s} \quad (2.126)$$

с приемлемой точностью. Это можно увидеть с помощью анализа отношения (2.123) в терминах t/Λ^2 , как показано на рис. 2.28. Большой t -хвост отношения (2.123) хорошо описывается в рамках режима (а). В тоже время, когда мы идем в режим с малыми t или малыми s , асимптотическая формула (2.122), продолженная из режима (а), описывает, даже в этом случае, точную амплитуду с точностью отклонения в 10%. Действительно, в области малых t , отношение (2.123) увеличивается от

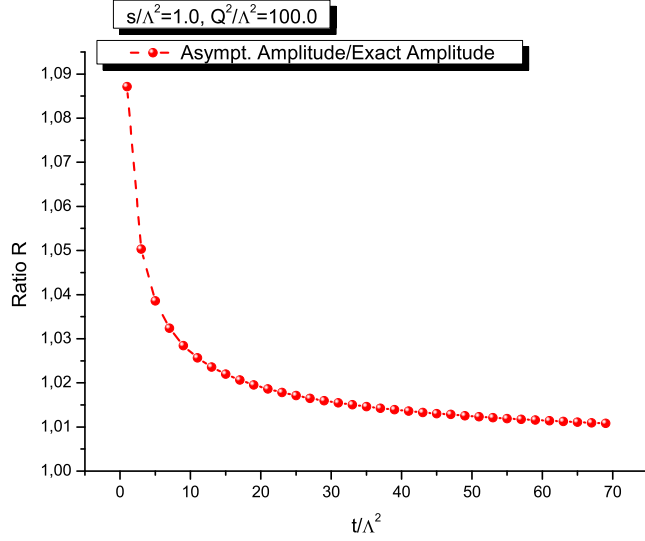


Рис. 2.28: Отношение R , см. (2.123), как функция от t/Λ^2 .

1.01 до 1.09 при $t/\Lambda^2 \approx 1$. Значит, можно заключить, что (несмотря на то, что точная амплитуда (2.120) в режиме (в) насыщается от вкладов β_1 и β_2 крыльев) асимптотическая формула (2.122), полученная в режиме (а) и продолженная в режим (в), пригодна для хорошей аппроксимации точной амплитуды.

Благодаря симметрии режимов (а) и (б) относительно замены $s \leftrightarrow t$, такой же вывод законен и для режима (б) (ср. (2.124)).

Следовательно, в режиме (в), асимптотическая формула (2.122) остается хорошим приближением для точной амплитуды, поэтому у нас нет необходимости оценить ее еще раз, используя (2.124). Если бы мы сделали это, мы бы столкнулись с проблемой двойного учета. Таким образом, мы имеем дело с дуальностью между (2.122) и (2.124).

Поскольку вывод асимптотической формулы напоминает факторизационную процедуру для данной амплитуды, ОАР и ПАР факторизации в рамках φ_E^3 -модели в режиме (в) эквивалентны друг другу без кинематических или динамических условий. Или можно говорить о дуальности этих двух факторизаций.

Перейдем теперь к обсуждению дуальности в КХД. Для этого, рассмотрим эксклюзивное рождение $\pi^+\pi^-$ в столкновениях $\gamma_T\gamma_L^*$, где виртуальный фотон с большими значениями Q^2 продольно-поляризован. ОПР и ПАР режимы соответствуют одним и тем же спиральным амплитудам. Отметим, что имея дело с продольной и поперечной поляризацией фотона, мы в действительности имеем дело с ОПР твиста 3. С другой стороны, для вкладов твиста 2, которые связаны с мезонным АР, мы будем использовать обычную параметризацию π^+ -вакуумных матричных

элементов, включающие нелокальный аксиально-векторный кварковый оператор [127]. Итак, $\gamma \rightarrow \pi^-$ аксиально-векторный матричный элемент может быть параметризован как (ср. [131])

$$\langle \pi^-(p_2) | \bar{\psi}(-z/2) \gamma_\alpha \gamma_5 [-z/2; z/2] \psi(z/2) | \gamma(q', \varepsilon') \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} \frac{e}{f_\pi} \varepsilon'_T \cdot \Delta_T P_\alpha A_1(x, \xi, t), \quad (2.127)$$

где $P = (p_2 + q')/2$, и $\Delta = p_2 - q'$, $\stackrel{\mathcal{F}}{=}$ означает соответствующее преобразование Фурье.

Для нормировки аксиально-векторной ПАР, выразим данную функцию в терминах аксиально-векторного формфактора, измеряемый в $\pi \rightarrow l\nu_l\gamma$ [134]. Спиральная амплитуда, связанная с ПАР-механизмом, равна

$$\mathcal{A}_{(0,j)}^{\text{TDA}} = \mathcal{F}^{\text{TDA}} \frac{\varepsilon'^{(j)} \cdot \Delta^T}{Q} \quad (2.128)$$

где

$$\mathcal{F}^{\text{TDA}} = [4\pi\alpha_s(Q^2)] \frac{C_F}{2N_c} \left(\text{tw-2 DA} \right) \left(\text{tw-2 TDA} \right), \quad (2.129)$$

где

$$\begin{aligned} \left(\text{tw-2 DA} \right) &= \int_0^1 dy \phi_\pi(y) \left(\frac{1}{y} + \frac{1}{\bar{y}} \right), \\ \left(\text{tw-2 TDA} \right) &= \int_{-1}^1 dx A_1(x, \xi, t) \left(\frac{e_u}{\xi - x} - \frac{e_d}{\xi + x} \right), \end{aligned} \quad (2.130)$$

подразумевая 1-петлевую $\alpha_s(Q^2)$ в $\overline{\text{MS}}$ -схеме с $\Lambda_{\text{QCD}} = 0.312 \text{ GeV}$ для $N_f = 3$ [135].

Перейдем теперь к спиральной амплитуде, которая включает ОАР твиста 3, имеем

$$\mathcal{A}_{(0,j)}^{\text{GDA}} = \mathcal{F}^{\text{GDA}} \frac{\varepsilon'^{(j)} \cdot \Delta^T}{Q} \quad (2.131)$$

где

$$\mathcal{F}^{\text{GDA}} = 2 \frac{W^2 + Q^2}{Q^2} (e_u^2 + e_d^2) \left(\text{tw-3 GDA WW} \right), \quad (2.132)$$

где

$$\left(\text{tw} - 3 \text{ GDA WW} \right) = \int_0^1 dy \partial_\zeta \Phi_1(y, \zeta, W^2) \left(\frac{\ln \bar{y}}{y} - \frac{\ln y}{\bar{y}} \right), \quad (2.133)$$

с частной производной определенной как $\partial_\zeta = \partial/\partial(2\zeta - 1)$. При выводе (2.132), было использовано приближение ВВ для кинематического твиста 3.

Функция $\Phi_1(z, \zeta)$ является стандартной и хорошо-определенной (см. [74]), имеем

$$\begin{aligned} \Phi_1(z, \zeta, W^2) = & \quad (2.134) \\ 9N_f z\bar{z}(2z - 1) & \left(\tilde{B}_{10}(W^2)e^{i\delta_0(W^2)} + \tilde{B}_{12}(W^2)e^{i\delta_2(W^2)} P_2(\cos \theta_\pi) \right), \end{aligned}$$

где сдвиг фаз $\pi\pi$ рассеяния определен как $\delta_0(W_0 = 0.8) \approx \frac{\pi}{2}$ и $\delta_2(W_0 = 0.8) \approx 0.03\pi$ [72]. В (2.134), функция \tilde{B}_{10} соответствует $L = 0$ и не дает вклада.

С другой стороны, функция \tilde{B}_{12} может быть оценена методом описанном в выше, в случае с рождением гибридного мезона. Так как \tilde{B}_{12} соответствует двух-пионному состоянию с $L = 2$ и ОАР зондирует только изоскалярный канал, получим для \tilde{B}_{12} при W^2 в области f_2 -мезона [$I^G(J^{PC}) = 0^+(2^{++})$] следующее выражение

$$\tilde{B}_{12}(W^2) = \frac{10}{9} \frac{g_{f_2\pi\pi} f_{f_2} M_{f_2}^3 \Gamma_{f_2}}{(M_{f_2}^2 - W^2)^2 + \Gamma_{f_2}^2 M_{f_2}^2}, \quad (2.135)$$

где $f_{f_2} = 0.056 \text{ GeV}$, $M_{f_2} = 1.275 \text{ GeV}$, $\Gamma_{f_2} = 0.185 \text{ GeV}$, а константа $g_{f_2\pi\pi}$ определяется как

$$g_{f_2\pi\pi} = \sqrt{\frac{24\pi}{M_{f_2}^3} \Gamma(f_2 \rightarrow \pi\pi)}, \quad \Gamma(f_2 \rightarrow \pi\pi) = 0.85\Gamma_{f_2}. \quad (2.136)$$

В дополнение, мы также моделируем \tilde{B}_{12} с помощью простейшего анзаца (см., [74])

$$\tilde{B}_{12}(0) = \beta^2 \frac{10}{9N_f} R_\pi, \quad (2.137)$$

где R_π обозначает долю импульса переносимого кварком и антикварком в пионе. Мы используем $R_\pi = 0.5$, которое взято из [74].

Дуальность между выражениями (2.129) и (2.132) может иметь место в режиме, когда переменные s и t одновременно малы по сравнению с большой фотонной виртуальностью Q^2 .

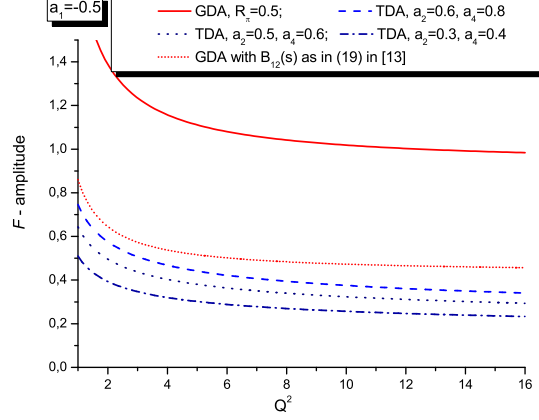


Рис. 2.29: Спиральные амплитуды \mathcal{F}^{TDA} и \mathcal{F}^{GDA} как функции от Q^2 , используя $a_1 = -0.5$. Величина s/Q^2 меняется в $[0.06, 0.3]$.

Используя факторизованный анзац для t -зависимости функции ПАР, имеем

$$A_1(x, \xi, t) = 2 \frac{f_\pi}{m_\pi} F_A(t) A_1(x, \xi),$$

где функция $A_1(x, \xi)$ нормирована на единицу. Для обеспечения данной нормировки, введем ПАР, определенную как

$$A_1(x, 1) = \frac{A_1^{\text{non-norm}}(x, 1)}{\int_{-1}^1 dx A_1^{\text{non-norm}}(x, 1)}. \quad (2.138)$$

В основном мы интересуемся ПАР в области $\xi = 1$ [100, 127], поэтому полезно использовать следующую параметризацию

$$A_1^{\text{non-norm}}(x, 1) = (1 - x^2) \left(1 + a_1 C_1^{(3/2)}(x) + a_2 C_2^{(3/2)}(x) + a_4 C_4^{(3/2)}(x) \right), \quad (2.139)$$

где a_1, a_2, a_4 свободные параметры, которые кодируют непертурбативную информацию. Можно увидеть, что в ПАР, выраженный через (2.139), включает вклад от D -члена, это член с a_1 , и вклад мезонной АР. Для нашего анализа, мы выбрали $a_1 \equiv d_0 = -0.5$ [73], полученное в решеточной модели.

Что касается параметров a_2 и a_4 , мы варьируем их в достаточно широкой области $a_2 \in [0.3, 0.6]$ и $a_4 \in [0.4, 0.8]$, так чтобы покрыть АР векторного мезона при $\mu^2 \sim 1 \text{ GeV}^2$ (см., например, [136]). В заключение отметим, что в этом разделе были вычислены функции \mathcal{F}^{TDA} and

\mathcal{F}^{GDA} , результат представлен на рис. 2.29. Пунктирная линия соответствует функции \mathcal{F}^{TDA} с параметрами $a_2 = 0.6$, $a_4 = 0.8$. Линия, составленная из точек, обозначает функцию \mathcal{F}^{TDA} с $a_2 = 0.5$ и $a_4 = 0.6$, тогда как линия из точек и пунктиров - $a_2 = 0.3$ и $a_4 = 0.4$. Для сравнения приведены также результаты для функции \mathcal{F}^{GDA} .

Из рисунка можно сделать следующий вывод, что когда параметр \tilde{B}_{12} , параметризующий ОАР, вычислен с помощью формулы Брейта-Вигнера (при условии $s, t \ll Q^2$), имеет место дуальность между ОАР- и ПАР механизмами факторизации. Иными словами, модель для $\Phi_1(z, \zeta)$, которая учитывает соответствующий резонанс, является предпочтительней с точки зрения дуальности.

В заключении данного раздела, отметим, что когда переменные s и t становятся малыми по сравнению с большой величиной Q^2 , т.е. s/Q^2 и t/Q^2 изменяются в интервалах $[0.001, 0.7]$, ОАР- и ПАР-факторизационные механизмы эквивалентны друг другу и должны быть рассмотрены параллельно. Было продемонстрировано, что дуальность может служить правилом отбора для различных моделей, описывающих непертурбативные объекты в эксклюзивных амплитудах. Показано, что функция ОАР твиста 3 дуальна свертке из функции ПАР твиста 2 и мезонной амплитуды распределения.

Глава 3

Вклады высшего твиста в нуклонных формфакторах

3.1 Нуклонные амплитуды распределения высшего твиста в приближении Вандзуры-Вильчека

Процессы с участием нуклонов особо важны, благодаря доступности их на эксперименте. Теоретическое их описание основывается на факторизации КХД при условии, что существует хотя бы один большой параметр [137–141]. При таком описании обычно вводят адронные амплитуды распределения (АР), которые трактуются как распределение долей импульса партонов в конфигурациях с фиксированным числом фоковских составляющих. Адронные АР определяются через адронные матричные элементы от соответствующих нелокальных операторов, обладающие определенным твистом. Однако, подходы КХД, как правило, сталкиваются с концептуальными трудностями в случае барионов (см. [142–146]) и терпят неудачу при качественном описании при тех значениях переданного импульса, Q^2 , которые доступны в современных и планируемых экспериментах. В частности, это касается описанию электромагнитного формфактора нуклона. Попытки получить более реалистичное описание электромагнитного формфактора нуклона в рамках правил сумм на световом конусе (ПССК) [147–149], учитывая поправки со степенным подавлением были предприняты в [150–153] в лидирующем порядке по α_s и в [154] в следующем за лидирующим порядком. В этом подходе нуклонные АР высшего твиста входят в выражения для нуклонного формфактора как непертурбативные составляющие. Однако, до сих пор знания о нуклонных АР крайне бедны. В какой-то степени известны лишь нуклонные АР лидирующего твиста 3. В тоже время, известно, что нуклонные АР высшего твиста можно разбить на кинематические и динамические вклады. Причем, как было показано в предыдущих разделах, кинематические вклады могут быть выражены через вклады лидирующего твиста через соотношения ВВ. Для случая мезонных АР, процедура получения вкладов ВВ хорошо известна (см., например, [155]).

Кроме того, вклады ВВ для непередовых матричных элементов были получены в [61, 67, 156, 157]. К сожалению, данные методы не могут быть применены для нуклонных АР, которые определены для матричных элементов от трех-кварковых операторов. Как следствие, соотношения ВВ для нуклонных АР были известны только для нескольких первых моментов [150, 151].

В данном разделе, представлена техника для вычисления соотношений ВВ для АР высшего твиста. Наш анализ основан на спинорном формализме, который является очень эффективным для изучения нуклонных АР (см., например, [158]). В комбинации с разложением нелокальных операторов по конформным волновым функциям, можно сильно упростить вывод вкладов ВВ твиста 4, представленный в [158], и вычислить вклады ВВ для АР твиста 5.

Определим амплитуду распределения лидирующего твиста, имеем

$$\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_+^{\downarrow i}(z_1 n) u_+^{\uparrow j}(z_2 n) d_+^{\downarrow k}(z_3 n) | P \rangle = \quad (3.1)$$

$$= -\frac{1}{2}(pn) N_+^{\downarrow} \int \mathcal{D}x e^{-i(pn) \sum x_i z_i} \Phi_3(x). \quad (3.2)$$

Интегрирование в (3.1) выполняется по мере

$$\mathcal{D}x = dx_1 dx_2 dx_3 \delta(1 - x_1 - x_2 - x_3). \quad (3.3)$$

Вейлевские двух-компонентные спиноры, $q^{\uparrow(\downarrow)}$, определены как

$$q = \begin{pmatrix} q^{\downarrow} \\ q^{\uparrow} \end{pmatrix}, \quad q^{\uparrow(\downarrow)} = \frac{1}{2}(1 \pm \gamma_5)q, \quad (3.4)$$

и такие же определения имеют место для нуклонных спиноров N . Вектор n - вспомогательный свето-подобный вектор ($n^2 = 0$), который может быть параметризован через вейлевский спинор λ как

$$n_\mu \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu = \lambda_\alpha \bar{\lambda}_{\dot{\alpha}}, \quad (3.5)$$

где $\bar{\lambda} = \lambda^\dagger$. Также мы определим второй свето-подобный вектор \tilde{n} , такой что $(n\tilde{n}) \neq 0$, и обозначили соответствующий вспомогательный спинор μ , ($\tilde{n}_\mu \sigma_{\alpha\dot{\alpha}}^\mu = \mu_\alpha \bar{\mu}_{\dot{\alpha}}$).

Введем определения для проекций кварковых полей на вспомогательные спиноры λ и μ :

$$q_+^{\downarrow} = \lambda^\alpha q_\alpha^{\downarrow}, \quad q_-^{\downarrow} = \mu^\alpha q_\alpha^{\downarrow}, \quad q_+^{\uparrow} = \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} q_{\dot{\alpha}}^{\uparrow}, \quad q_-^{\uparrow} = \bar{\mu}^{\dot{\alpha}} q_{\dot{\alpha}}^{\uparrow}.$$

Операция поднятия и опускания спинорных индексов совпадает с [160, 161].

Нуклонные АР твиста 4, Φ_4 , Ψ_4 , Ξ_4 , и твиста 5, Φ_5 , Ψ_5 , Ξ_5 определены в [150, 158]. Определим данные АР в рамках спинорного формализма, имеем

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_+^{\downarrow i}(z_1) u_+^{\uparrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3) | P \rangle &= \\
&= \frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_+^{\uparrow} \int Dx e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \Phi_4(x), \\
\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_+^{\uparrow i}(z_1) u_-^{\downarrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3) | P \rangle &= \\
&= \frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_+^{\uparrow} \int Dx e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \Psi_4(x), \\
\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_-^{\downarrow i}(z_1) u_+^{\downarrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3) | P \rangle &= \\
&= \frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_+^{\downarrow} \int Dx e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \Xi_4(x) \quad (3.6)
\end{aligned}$$

для твиста 4, и

$$\begin{aligned}
\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_-^{\downarrow i}(z_1) u_-^{\uparrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3) | P \rangle &= \\
&= -\frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_-^{\uparrow}(P) \int Dx e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \Phi_5(x), \\
\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_-^{\uparrow i}(z_1) u_+^{\downarrow j}(z_2) d_-^{\downarrow k}(z_3) | P \rangle &= \\
&= -\frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_-^{\uparrow}(P) \int Dx e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \Psi_5(x), \\
\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_+^{\downarrow i}(z_1) u_-^{\downarrow j}(z_2) d_-^{\downarrow k}(z_3) | P \rangle &= \\
&= -\frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_-^{\downarrow}(P) \int Dx e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \Xi_5(x). \quad (3.7)
\end{aligned}$$

для твиста 5. Здесь m_N - нуклонные массы и $q_{\pm}(z) \equiv q_{\pm}(zn)$.

Амплитуда распределения твиста 3 может быть представлена как ряд

$$\Phi_3(x) = x_1 x_2 x_3 \sum_{N,q} c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu_R) P_{Nq}(x_1, x_2, x_3), \quad (3.8)$$

где μ_R обозначает ренормировочный масштаб. Общий префактор вытекает из конформной симметрии. P_{Nq} - однородные полиномы степени N , $P_{Nq}(sx) = s^N P_{Nq}(x)$, которые формируют ортогональную систему

$$\int \mathcal{D}x x_1 x_2 x_3 P_{Nq}(x) P_{Nq'}^{\dagger}(x) = \delta_{qq'} c_{Nq}^{-1}. \quad (3.9)$$

Индекс q нумерует различные полиномы одинаковых степеней. Полиномы P_{Nq} можно получить как решения 1-петлевых РГ-уравнений для трех-кварковых операторов твиста 3.

Коэффициенты разложения $\phi_{Nq}(\mu_R)$ связаны с нуклонными матричными элементами от локальных трех-кварковых операторов

$$\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}(\mu_R) = P_{Nq}(\partial_z) \mathbb{O}_3(z, \mu_R)|_{z=0}. \quad (3.10)$$

Здесь, $\mathbb{O}_3(z, \mu_R)$ является (перенормированным) оператором на световом конусе

$$\mathbb{O}_3(z) = \epsilon^{ijk} u_+^{\downarrow i}(z_1) u_+^{\uparrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3), \quad (3.11)$$

где $z = \{z_1, z_2, z_3\}$.

Матричный элемент оператора (3.10) можно параметризовать как

$$\langle 0 | \mathbb{O}_{Nq}^{t=3} | N \rangle = -\frac{i}{2} N_+^\downarrow (-ipn)^{N+1} \phi_{Nq}. \quad (3.12)$$

Приведенный матричный элемент ϕ_{Nq} может быть выражен в виде конволюционного интеграла

$$\phi_{Nq} = \int \mathcal{D}x P_{Nq}^\dagger(x) \Phi_3(x). \quad (3.13)$$

С одно-петлевой точностью, приведенный матричный элемент $\phi_{Nq}(\mu)$ имеет независимую масштабную зависимость, см. [160, 162].

Разложение AP высшего твиста имеет аналогичный вид

$$\mathcal{F}(x) = \omega_{\mathcal{F}}(x) \sum_{N,q} C_{Nq}^{\mathcal{F}} \eta_{Nq}^{\mathcal{F}}(\mu_R) \mathcal{P}_{Nq}^{\mathcal{F}}(x_1, x_2, x_3) + \dots, \quad (3.14)$$

где точки обозначают вклады от кварк-глюонных операторов, которыми будем пренебрегать.

Для AP твиста 4, $\mathcal{F} = \{\Phi_4, \Psi_4, \Xi_4\}$, весовая функция имеет вид $\omega_{\mathcal{F}}(x) = \{x_1 x_2, x_1 x_3, x_2 x_3\}$, а для AP твиста 5, $\mathcal{F} = \{\Phi_5, \Psi_5, \Xi_5\}$, имеем $\omega_{\mathcal{F}}(x) = \{x_3, x_2, x_1\}$. Коэффициенты разложения $\eta_{Nq}^{\mathcal{F}}(\mu)$ связаны с нуклонными матричными элементами от (мультипликативно перенормированными) локальных операторов коллинеарного твиста 4 и 5. Соответствующие полиномы $\mathcal{P}_{Nq}^{\mathcal{F}}$ могут быть получены из решения РГ-уравнений (см., например, [160]).

Так как AP Φ_4 and Ψ_4 имеет коллинеарный твист 4, данные AP имеют вклады от операторов геометрического твиста 4 и 3. Часть от операторов твиста 3 является вкладом ВВ

$$\Phi_4 = \Phi_4^{t=4} + \Phi_4^{WW}, \quad \Psi_4 = \Psi_4^{t=4} + \Psi_4^{WW}. \quad (3.15)$$

Киральная AP Ξ_4 не имеет вклада от оператора твиста 3, т.е. $\Xi_4 = \Xi_4^{t=4}$. Конформное разложение для Φ_4^{WW} , Ψ_4^{WW} получено в [160]. Аналогично,

АР твиста 5 можно представить как

$$\begin{aligned}\Phi_5 &= \Phi_5^{t=5} + \Phi_5^{WW}, & \Psi_5 &= \Psi_5^{t=5} + \Psi_5^{WW}, \\ \Xi_5 &= \Xi_5^{t=5} + \Xi_5^{WW}.\end{aligned}\tag{3.16}$$

Функции $\Phi_5^{t=5}$, $\Psi_5^{t=5}$ и $\Xi_5^{t=5}$ содержат вклады от локальных операторов геометрического твиста 5, в то время как части ВВ идут от операторов геометрического твиста 3 и 4.

Рассмотрим теперь нелокальный трех-кварковые операторы коллинеарного твиста 4:

$$\mathbb{O}_4(z, \mu) = \epsilon^{ijk} u_-^{\downarrow i}(z_1) u_+^{\uparrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3),\tag{3.17a}$$

$$\tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu}) = \epsilon^{ijk} u_+^{\downarrow i}(z_1) u_-^{\uparrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3).\tag{3.17b}$$

Зависимость операторов от вспомогательных спиноров $\lambda, \bar{\lambda}$ подразумевается но не указана явно.

Матричный элемент от оператора $\mathbb{O}_4(z, \mu)$ определяет АР Ψ_4 , а нуклонный матричный элемент от оператора $\tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu})$ равен нулю, благодаря спиральности равной 3/2. Но как бы то ни было, мы все равно будем рассматривать этот оператор ввиду его необходимости для нашего анализа вкладов твиста 5.

Нелокальные операторы $\mathbb{O}_3(z)$, $\mathbb{O}_4(z, \mu)$, $\tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu})$ преобразуются надлежащим образом относительно коллинеарной подгруппы $SL(2, R)$ общей коформной группы $SO(2, 4)$. Представление T^j группы $SL(2, R)$ (j называется конформным спином) определено как

$$[T^j(g^{-1})f](z) = \frac{1}{(cz + d)^{2j}} f\left(\frac{az + b}{cz + d}\right),\tag{3.18}$$

где $g = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$ есть унимодулярная вещественная матрица. Генераторы инфинитизимальных преобразований S_{\pm}, S_0 имеют вид

$$S_+ = z^2 \partial_z + 2jz, \quad S_0 = z \partial_z + j, \quad S_- = -\partial_z\tag{3.19}$$

и удовлетворяют стандартным $sl(2)$ коммутационным соотношениям

$$[S_+, S_-] = 2S_0, \quad [S_0, S_{\pm}] = \pm S_{\pm}.\tag{3.20}$$

' \pm ' проекции кварковых полей, $q_+(z)$ и $q_-(z)$, преобразуются согласно представлениям $T^{j=1}$ и $T^{j=1/2}$, соответственно. Таким образом, оператор $\mathbb{O}_3(z)$ преобразуется согласно тензорному произведению представлений, $T^1 \otimes T^1 \otimes T^1$, а операторы $\mathbb{O}_4(z, \mu)$ и $\tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu})$ преобразуются как тензорные произведения $T^{1/2} \otimes T^1 \otimes T^1$ и $T^1 \otimes T^{1/2} \otimes T^1$, соответственно.

С одно-петлевой точностью, разложение нелокальных операторов по локальным мультипликативно перенормированным операторам имеет вид

$$\mathbb{O}_3(z) = \sum_{N,k,q} a_{Nk} S_+^k \Phi_{Nq}(\vec{z}) \partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}. \quad (3.21)$$

Здесь $\partial_+ = (n\partial)$ - производная по направлению n . Оператор $S_+ = S_{1,+} + S_{2,+} + S_{3,+}$ является суммой одно-частичных генераторов. Коэффициенты a_{Nk} в разложении (3.21) равны

$$a_{Nk} = \frac{\Gamma(2N + 6)}{k! \Gamma(2N + 6 + k)}, \quad (3.22)$$

как следует из уравнения согласованности $(\partial_+ + S_-)\mathbb{O}_3(z) = 0$. Функции $\Phi_{Nq}(z)$ и $P_{Nq}(x)$ формируют ортогональный базис [162, 164]

$$P_{Nq}(\partial_z) \Phi_{N'q'}(z) \Big|_{z=0} = \delta_{NN'} \delta_{qq'}. \quad (3.23)$$

Мультипликативно перенормируемые (с точностью до одной петли) операторы $\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}$ известны как конформные операторы, которые удовлетворяют уравнению

$$[\mathbf{K}_-, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}] = 0, \quad (3.24)$$

где $\mathbf{K}_- = \bar{n}^\rho \mathbf{K}_\rho$, \mathbf{K}_ρ является генератором специальных конформных преобразований.

Заметим также, что функции $\Phi_{Nq}(z)$ есть полиномы инвариантные относительно сдвигов, в то время как $P_{Nq}(x)$ удовлетворяют уравнению

$$\left(\sum_k x_k \partial_{x_i}^2 + 2j_k \partial_{x_k} \right) P_{Nq}(x) = 0. \quad (3.25)$$

Конформное разложение операторов твиста 4 $\mathbb{O}_4(z, \mu)$ и $\tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu})$ имеет вид

$$\mathbb{O}_4(z, \mu) = \sum_{N,k,q} b_{Nk} S_+^k \Psi_{Nq}(z) \partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=4}(\mu), \quad (3.26a)$$

$$\tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu}) = \sum_{N,k,q} b_{Nk} S_+^k \tilde{\Psi}_{Nq}(z) \partial_+^k \tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4}(\bar{\mu}), \quad (3.26b)$$

где

$$b_{Nk} = \frac{\Gamma(2N + 5)}{k! \Gamma(2N + 5 + k)} \quad (3.27)$$

здесь мы мысленно подразумеваем, что оператор S_+ включает в себя нужные конформные спины, которые соответствуют трансформационным свойствам данных операторов.

Операторы $\mathbb{O}_{Nq}^{t=4}(\mu)$ ($\tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4}(\bar{\mu})$) являются конформными (низшего веса) операторами, т.е.

$$[\mathbf{K}_-, \mathbb{O}_{Nq}^{t=4}(\mu)] = [\mathbf{K}_-, \tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4}(\bar{\mu})] = 0. \quad (3.28)$$

Среди таких операторов низшего веса существует такие операторы коллинеарного твиста 4, которые могут быть выражены через операторы $\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}$, обладающие геометрическим твистом 3. Чтобы построить такие операторы, мы напоминаем, что операторы $\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}$ являются однородными функциями от вспомогательных спиноров λ и $\bar{\lambda}$, $\mathbb{O}_{Nq}^{t=3} \mapsto \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}(\lambda, \bar{\lambda})$.

Как следует из определения (3.10),

$$\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}(a\lambda, \bar{a}\bar{\lambda}) = a^{N+2}\bar{a}^{N+1}\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}(\lambda, \bar{\lambda}).$$

Операторы $\mathbb{O}_{Nq}^{t=4}$ ($\tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4}(\bar{\mu})$) содержат одну степень вспомогательного спинора μ ($\bar{\mu}$) и являются однородными полиномами по $\lambda, \bar{\lambda}$ степени $(N+1, N+1)$ ($N+2, N$), соответственно. Для краткости, мы не будем указывать $\lambda, \bar{\lambda}$ как аргумент операторов.

Легко проверить, что операторы

$$\mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)}(\mu) = \frac{1}{N+2}(\mu\partial_\lambda)\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}, \quad (3.29a)$$

$$\tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4,(1)}(\bar{\mu}) = \frac{1}{N+1}(\bar{\mu}\partial_{\bar{\lambda}})\mathbb{O}_{Nq}^{t=3} \quad (3.29b)$$

имеют нужную степень однородности. Учитывая выражение (3.24) и то, что $\mathbf{K}_- = \frac{1}{2}\mu^\alpha\mathbf{K}_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\mu}^{\dot{\alpha}}$ не зависят от $\lambda, \bar{\lambda}$, мы можем непосредственно убедиться, что эти операторы удовлетворяют условию низшего веса (3.28). Следовательно, они могут входить в разложение (3.26).

Другой набор операторов, удовлетворяющих (3.28), включает в себя коммутаторы с оператором импульса \mathbf{P}

$$\begin{aligned} \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=4,(2)}(\mu) = & \frac{1}{4(N+3)^2} \left(i \left[\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3} \right] \right. \\ & \left. - \frac{N+2}{2N+5} i \left[\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)}(\mu) \right] \right), \end{aligned} \quad (3.30)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbb{O}}_{N+1,q}^{t=4,(2)}(\bar{\mu}) &= \frac{1}{4(N+3)(N+4)} \left(i \left[\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3} \right] \right. \\ &\quad \left. - \frac{N+1}{2N+5} i \left[\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}}, \tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4,(1)}(\bar{\mu}) \right] \right). \end{aligned} \quad (3.31)$$

Здесь, $\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}} \equiv \mu^\alpha \mathbf{P}_{\alpha\dot{\lambda}} \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}$, и аналогично для других. Очевидно, что данные операторы являются однородными полиномами по $\lambda, \bar{\lambda}$ нужной степени. Используя коммутационные соотношения для генераторов конформной алгебры и учитывая выражение (3.24), можно легко проверить, что выше-указанные операторы также удовлетворяют условию низшего веса (3.28). Подчеркнем, что оператор твиста 3 с N производными, $\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}$, ведет к двум операторам твиста 4 с N и $N+1$ производными, соответственно.

Операторы геометрического твиста 4 содержат фактор $(\mu\lambda)$ от $(\bar{\lambda}\bar{\mu})$. Действительно, для того чтобы построить оператора геометрического твиста 4, мы должны антисимметризовать часть индексов и симметризовать все остальные. После свертки с вспомогательными спинорами $\mu(\bar{\mu})$ и $\lambda, \bar{\lambda}$, антисимметризованная пара дает фактор $(\mu\lambda)$ $((\bar{\lambda}\bar{\mu}))$.

Нашей следующей задачей является определение функций $\Psi_{Nq}^{(1)}$, $\tilde{\Psi}_{Nq}^{(1)}$ и $\Psi_{Nq}^{(2)}$, $\tilde{\Psi}_{Nq}^{(2)}$, которые сопровождают операторы (3.29), (3.30), (3.31) в разложении (3.26). С этой целью, мы заметим, что замена $(-)$ \rightarrow $(+)$ ($\mu \rightarrow \lambda$) в определении (3.17а) для нелокального оператора $\mathbb{O}_4(z, \mu)$ дает оператор твиста 3, $\mathbb{O}_3(z)$.

Формально, это можно записать как

$$\begin{aligned} \lambda^\alpha \frac{\partial}{\partial \mu^\alpha} \mathbb{O}_4(z, \mu) &\equiv (\lambda \partial_\mu) \mathbb{O}_4(z, \mu) = \mathbb{O}_3(z), \\ \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial \bar{\mu}^{\dot{\alpha}}} \tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu}) &\equiv (\bar{\lambda} \partial_{\bar{\mu}}) \tilde{\mathbb{O}}_4(z, \bar{\mu}) = \mathbb{O}_3(z). \end{aligned} \quad (3.32)$$

Прежде всего, подчеркнем, что оператор $(\lambda \partial_\mu)$, $((\bar{\lambda} \partial_{\bar{\mu}}))$ уничтожает все операторы геометрического твиста 4 в разложении (3.26). Действительно, они содержат фактор $(\mu\lambda)$ и $(\lambda \partial_\mu)(\mu\lambda) = (\lambda, \lambda) = 0$. Затем, учитывая

$$(\lambda \partial_\mu) \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)}(\mu) = (\bar{\lambda} \partial_{\bar{\mu}}) \tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4,(1)}(\bar{\mu}) = \mathbb{O}_{Nq}^{t=3} \quad (3.33)$$

и

$$\begin{aligned} (\lambda \partial_\mu) \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=4,(2)}(\mu) &= (\bar{\lambda} \partial_{\bar{\mu}}) \tilde{\mathbb{O}}_{N+1,q}^{t=4,(2)}(\bar{\mu}) = \\ &= \frac{1}{2(N+3)(2N+5)} \partial_+ \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=3}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

мы можем переписать (3.32) в следующей форме

$$\sum_{N,k,q} \left\{ \left(a_{Nk} S_+^k \Phi_{Nq}(z) - b_{Nk} \tilde{S}_+^k \Psi_{Nq}^{(1)}(z) \right) \partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=3} - \frac{b_{N+1k}}{2(N+3)(2N+5)} \tilde{S}_+^k \Psi_{N+1q}^{(2)}(z) \partial_+^{k+1} \mathbb{O}_{Nq}^{t=3} \right\} = 0 \quad (3.35)$$

и аналогично для второго выражения.

Генераторы, действующие на полиномы Φ_{Nq} , $\Psi_{Nq}^{(a)}$ соответствуют различным конформным спинам, $S_+ = S_+^{(111)}$ и $\tilde{S}_+ = S_+^{(\frac{1}{2}11)}$, поскольку генераторы \mathbb{O}_3 и \mathbb{O}_4 трансформируются как различные представления группы $SL(2, R)$. Коэффициенты при $\partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}$ должны пропадать для произвольных k .

Для фиксации функций $\Psi_{Nq}^{(1)}$ и $\Psi_{Nq}^{(2)}$ достаточно рассмотреть уравнения для $k = 0, 1$. Действительно, уравнение для $k = 0$ ведет к

$$\Psi_{Nq}^{(1)}(z) = \Phi_{Nq}(z), \quad (3.36)$$

а уравнение для $k = 1$ дает

$$\Psi_{N+1q}^{(2)}(z) = \left[(2N+5)S_+ - (2N+6)\tilde{S}_+ \right] \Phi_{Nq}(z). \quad (3.37)$$

Используя представление (3.166) для функции $S_+^k \Psi_{Nq}^{(i)}$, можно убедиться, что все выражения для $k > 1$ могут быть удовлетворены при условии, что $\Psi_{Nq}^{(i)}$ даются выражениями (3.36), (3.37).

Для функций $\tilde{\Psi}_{Nq}^{(a)}$, аналогичные выражения имеют вид

$$\begin{aligned} \tilde{\Psi}_{Nq}^{(1)}(z) &= \Phi_{Nq}(z), \\ \tilde{\Psi}_{N+1q}^{(2)}(z) &= \left[(2N+5)S_+^{(111)} - (2N+6)S_+^{(\frac{1}{2}11)} \right] \Phi_{Nq}(z). \end{aligned} \quad (3.38)$$

Отметим, что коэффициентные функции $\Phi_{Nq}(\Psi_{Nq})$, которые сопровождают конформные (нижнего веса) операторы в разложении нелокальных операторов являются полиномами, которые инвариантны относительно сдвигов, $S_- \Phi_{Nq}(z) = 0$ ($S_- \Psi_{Nq}(z) = 0$) (см. [162, 164]). Можно также проверить, что полиномы (3.37), (3.38) действительно удовлетворяют этому условию.

Таким образом, мы получим следующее выражение для вкладов операторов $\mathbb{O}_4(z)$ (и аналогичное выражение для $\tilde{\mathbb{O}}_4(z)$), которые выражаются

через соответствующие части оператора твиста 3:

$$\begin{aligned} \mathbb{O}_4^{WW}(z) = \sum_{N,k,q} b_{Nk} S_+^k \left\{ \Psi_{Nq}^{(1)}(z) \partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)}(\mu) \right. \\ \left. + \Psi_{Nq}^{(2)}(z) \partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(2)}(\mu) \right\}. \end{aligned} \quad (3.39)$$

Чтобы найти $\Psi_4^{WW}(x)$, возьмем нуклонный матричный элемент от обеих частей выражения (3.39). По определению, имеем

$$\begin{aligned} \langle 0 | \mathbb{O}_4^{WW}(z) | P \rangle = \frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_+^\uparrow \int \mathcal{D}x e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \\ \times \Psi_4^{WW}(x_2, x_1, x_3). \end{aligned} \quad (3.40)$$

В свою очередь, для матричных элементов операторов $\mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)}(\mu)$, $\mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(2)}(\mu)$, получим

$$\begin{aligned} \langle 0 | \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)} | P \rangle &= \frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_+^\uparrow \frac{(-ipn)^N \phi_{Nq}}{N+2}, \\ \langle 0 | \mathbb{O}_{N+1q}^{t=4,(2)} | P \rangle &= -\frac{1}{8} (\mu\lambda) m_N N_+^\uparrow \frac{(-ipn)^{N+1} \phi_{Nq}}{(N+3)^2 (2N+5)}. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Здесь, мы учли, что нуклон имеет нулевой поперечный импульс, $p_{\mu\bar{\lambda}} = p_{\lambda\bar{\mu}} = 0$, и использовали уравнение движения $2(pn)N_-^\downarrow = -(\mu\lambda)m_N N_+^\uparrow$.

Используя (3.41) и формулу суммирования (3.169), можно привести матричный элемент от правой части (3.39) к виду

$$\frac{1}{4} (\mu\lambda) m_N N_+^\uparrow \sum_{Nq} \Gamma(2N+5) \phi_{Nq} \int \mathcal{D}x x_2 x_3 e^{-i(pn) \sum z_k x_k} \quad (3.42)$$

$$\times \left\{ \frac{1}{N+2} P_{N,q}^{(1)}(x) - \frac{1}{N+3} P_{N+1,q}^{(2)}(x) \right\}, \quad (3.43)$$

где полиномы $P_{N,q}^{(1)}(x)$, $P_{N+1,q}^{(2)}(x)$ даются $sl(2)$ преобразованием Фурье

$$P_N^{(k)}(x) = \left\langle e^{\sum_{i=1}^3 x_i z_i} | \Psi_{Nq}^{(k)} \right\rangle_{\frac{1}{2}11}. \quad (3.44)$$

Здесь, $\langle *, * \rangle$ обозначает $sl(2)$ инвариантное скалярное произведение.

Выразим теперь данные полиномы в терминах P_{Nq} , которые входят в разложение для нуклонных АР твиста 3, $\Phi_3(x)$. Как следует из выражений (3.1), (3.8), (3.21), имеем

$$c_{Nq}P_{Nq}(x) = \Gamma(2N + 6) \left\langle e^{\sum_{i=1}^3 x_i z_i} | \Phi_{Nq} \right\rangle_{111}. \quad (3.45)$$

Учитывая (3.170), получим для $P_{Nq}^{(1)}$ следующее,

$$P_{Nq}^{(1)}(x) = r_{Nq} \partial_{x_1} x_1 P_{Nq}(x), \quad (3.46)$$

где $r_{Nq} = c_{Nq}/\Gamma(2N + 6)$. Поскольку операторы S_+^j и S_-^j (j - мультииндекс $j = (j_1, j_2, j_3)$) сопряжены относительно соответствующего скалярного произведения, $\langle \Psi | S_+^j \Phi \rangle_j = -\langle S_- \Phi | \Psi \rangle_j$, получим

$$P_{N+1,q}^{(2)}(x) = r_{Nq} \left[(2N + 5) - x_{123} \partial_{x_1} \right] x_1 P_{Nq}(x), \quad (3.47)$$

где $x_{123} = x_1 + x_2 + x_3$. Подставляя (3.46), (3.47) в (3.42) и сравнивая результат с (3.40), получим

$$\Psi_4^{WW}(x) = - \sum_{Nq} \frac{c_{Nq} \phi_{Nq}}{(N + 2)(N + 3)} \quad (3.48)$$

$$\times [N + 2 - \partial_{x_2}] x_1 x_2 x_3 P_{Nq}(x_2, x_1, x_3) \quad (3.49)$$

что согласуется с [160].

Выражение для Φ_4^{WW} не нуждается в новых вычислениях. Оно может быть получено из (3.48) перестановкой аргументов.

Рассмотри теперь функцию Φ_5 , которая приобретает вклады ВВ от операторов геометрического твиста 3 и 4. Остановимся на обсуждении только вкладов твиста 3, поскольку только они нетривиальны. Вычисление твиста 4 является достаточно прямолинейным и его можно провести методом, описанном выше. Функция Ψ_5^{WW} может быть получена из Φ_5^{WW} простой перестановкой аргументов.

Амплитуда распределения Φ_5 определяется нуклонным матричным элементом от светового оператора

$$\mathbb{O}_5(z) = \epsilon^{ijk} u_-^{\downarrow i}(z_1) u_-^{\uparrow j}(z_2) d_+^{\downarrow k}(z_3). \quad (3.50)$$

Данный оператор преобразуется согласно тензорному произведению в $SL(2, R)$ представлении, $T^{1/2} \otimes T^{1/2} \otimes T^1$.

Разложение светового оператора (3.50) по локальным операторам имеет вид

$$\mathbb{O}_5(z) = \sum_{N,q,k} d_{Nk} S_+^k \Upsilon_{Nq}(z) \partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=5}. \quad (3.51)$$

Подчеркнем, что трех-частичный генератор S_+ в этом разложении переносит конформные спины, соответствующие трансформационным свойствам оператора $\mathbb{O}_5(z)$, $j_1 = j_2 = 1/2$, $j_3 = 1$.

Коэффициент d_{Nk} имеем следующую форму

$$d_{Nk} = \frac{\Gamma(2N + 4)}{k! \Gamma(2N + 4 + k)}. \quad (3.52)$$

Опять, среди операторов низшего веса $\mathbb{O}_{Nq}^{t=5}$, дающих вклад в (3.51), имеются вклады от операторов твиста 3 и 4, $\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}$, $\mathbb{O}_{Nq}^{t=4}$. Вклады от операторов твиста 3 можно представить следующим образом:

(1) первый вклад от $\mathbb{O}_{Nq}^{t=3}$ имеет вид

$$\mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(1)}(\mu, \bar{\mu}) = \frac{1}{(N+1)(N+2)} (\mu \partial_\lambda) (\bar{\mu} \partial_{\bar{\lambda}}) \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}, \quad (3.53)$$

(2) два других, связанных с операторами определенными в (3.30) и (3.31)

$$\begin{aligned} \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=5,(2)}(\mu, \bar{\mu}) &= \frac{1}{N+2} (\bar{\mu} \partial_{\bar{\lambda}}) \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=4,(2)}(\mu), \\ \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=5,(3)}(\mu, \bar{\mu}) &= \frac{1}{N+3} (\mu \partial_\lambda) \tilde{\mathbb{O}}_{N+1,q}^{t=4,(2)}(\bar{\mu}), \end{aligned} \quad (3.54)$$

(3) два последних оператора имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=5,(4)}(\mu, \bar{\mu}) &= i[\mathbf{P}_{\mu\bar{\mu}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}], \\ \mathbb{O}_{N+2,q}^{t=5,(5)}(\mu, \bar{\mu}) &= \frac{1}{2(N+3)} \left\{ [i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}} [i\mathbf{P}_{\mu\bar{\mu}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}]] \right. \\ &\quad - (\mu \partial_\lambda) [i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}}, [i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}]] \\ &\quad - (\bar{\mu} \partial_{\bar{\lambda}}) [i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}}, [i\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}]] \\ &\quad \left. + \frac{(\mu \partial_\lambda) (\bar{\mu} \partial_{\bar{\lambda}})}{(2N+7)} [i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}} [i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}]] \right\} \\ &\quad + [i\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}} [i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}, \mathbb{O}_{Nq}^{t=3}]]. \end{aligned} \quad (3.55)$$

Все эти операторы являются конформными (низшего веса) операторами, $[\mathbf{K}_-, \mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(a)}] = 0$, $a = 1, \dots, 5$. Данный факт становится очевидным для первых четырех операторов, в то время как для последнего конформность можно проверить с помощью коммутационных соотношений.

Следующим шагом является определение коэффициентных функций $\Upsilon_{Nq}^{(a)}$ в разложении (3.51). С этой целью, рассмотрим два уравнения

$$(\bar{\lambda}\partial_{\bar{\mu}})\mathbb{O}_5(z) = \mathbb{O}_4(z), \quad (3.56a)$$

$$(\lambda\partial_{\mu})\mathbb{O}_5(z) = \tilde{\mathbb{O}}_4(z). \quad (3.56b)$$

Подставим теперь разложения (3.51) и (3.26) в (3.56). Производные $(\lambda\partial_{\mu})\mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(a)}$, $(\bar{\lambda}\partial_{\bar{\mu}})\mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(a)}$ локальных операторов могут быть выражены в терминах операторов (3.29), (3.30), (3.31) и их ∂_+ производных. Для полноты изложения, мы собрали соответствующие выражения в приложении 5.2. Заметим, что производные $(\bar{\lambda}\partial_{\bar{\mu}})$, $(\lambda\partial_{\mu})$ уничтожают все операторы геометрического твиста 5.

Итак, выражение (3.56) принимает вид:

$$\begin{aligned} \sum_{Nqk} \left(C_{Nqk}^{(1)} \partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)} + C_{Nqk}^{(2)} \partial_+^k \mathbb{O}_{N+1,q}^{t=4,(2)} \right) &= 0, \\ \sum_{Nqk} \left(\tilde{C}_{Nqk}^{(1)} \partial_+^k \tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4,(1)} + \tilde{C}_{Nqk}^{(2)} \partial_+^k \tilde{\mathbb{O}}_{N+1,q}^{t=4,(2)} \right) &= 0. \end{aligned} \quad (3.57)$$

Коэффициенты $C_{Nqk}^{(i)}$, $\tilde{C}_{Nqk}^{(i)}$ даются линейными комбинациями полиномов $\Upsilon_{Nq}^{(a)}$. Так как операторы $\partial_+^k \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(a)}$, $\partial_+^k \tilde{\mathbb{O}}_{N+1,q}^{t=4,(a)}$ являются независимыми, все коэффициенты $C_{Nqk}^{(i)}$, $\tilde{C}_{Nqk}^{(i)}$ должны исчезать. Данное требование ведет к бесконечному числу уравнений на функции Υ_{Nq} . Однако, только несколько из них являются независимыми. Для того чтобы зафиксировать функции $\Upsilon_{Nq}^{(a)}$, достаточно рассмотреть уравнения $C_{Nqk}^{(i)} = 0$, $\tilde{C}_{Nqk}^{(i)} = 0$ для $k = 0, 1$. Все другие уравнения будут удовлетворены автоматически, что можно легко проверить с помощью (3.166).

Уравнения $C_{Nq,k=0}^{(1)} = 0$ и $\tilde{C}_{Nq,k=0}^{(1)} = 0$ эквивалентны друг другу и ведут к

$$\Upsilon_{Nq}^{(1)}(z) = \Phi_{Nq}(z). \quad (3.58)$$

Далее, уравнения $C_{Nq,k=1}^{(1)} = 0$, $\tilde{C}_{Nq,k=1}^{(1)} = 0$ и $C_{Nq,k=0}^{(2)} = 0$, $\tilde{C}_{Nq,k=0}^{(2)} = 0$

ИМЕЮТ ВИД

$$\begin{aligned}
\sum_{a=2}^4 B_N^a \Upsilon_{N+1,q}^{(a)}(z) &= \left(\frac{S_+^{(\frac{1}{2}11)}}{2N+5} - \frac{S_+^{(\frac{1}{2}\frac{1}{2}1)}}{2N+4} \right) \Phi_{Nq}(z), \\
\sum_{a=2}^4 \tilde{B}_N^a \Upsilon_{N+1,q}^{(a)}(z) &= \left(\frac{S_+^{(1\frac{1}{2}1)}}{2N+5} - \frac{S_+^{(\frac{1}{2}\frac{1}{2}1)}}{2N+4} \right) \Phi_{Nq}(z), \\
\sum_{a=2}^4 A_N^a \Upsilon_{N+1,q}^{(a)}(z) &= \Psi_{N+1,q}^{(2)}(z), \\
\sum_{a=2}^4 \tilde{A}_N^a \Upsilon_{N+1,q}^{(a)}(z) &= \tilde{\Psi}_{N+1,q}^{(2)}(z).
\end{aligned} \tag{3.59}$$

Коэффициенты A_N^a , \tilde{A}_N^a , B_N^a , \tilde{B}_N^a представлены в приложении 5.2, выражение (III.3). Этих уравнений достаточно для фиксации функций $\Upsilon_{N+1,q}^{(a)}$, $a = 2, 3, 4$. На самом деле, достаточно рассмотреть любые три из них.

Функцию $\Upsilon_{N+2,q}^{(5)}$ можно определить из уравнения $C_{Nq,k=1}^{(2)} = 0$, которое подразумевает

$$C_N \Upsilon_{N+2,q}^{(5)}(z) = \left(\frac{S_+^{(\frac{1}{2}11)}}{2N+7} - \frac{S_+^{(\frac{1}{2}\frac{1}{2}1)}}{2N+6} \right) \Psi_{N+1,q}^{(2)}, \tag{3.60}$$

где коэффициент C_N дается выражением (III.5). Функции $\Upsilon_{Nq}^{(a)}$ являются инвариантными относительно сдвигов, $S_- \Upsilon_{Nq}^{(a)} = 0$, как и должно быть.

Далее, необходимо вычислить $sl(2)$ преобразования Фурье от функций $\Upsilon_{Nq}^{(a)}$

$$\mathcal{P}_{N,q}^{(a)}(x) = \left\langle e^{\sum_{k=1}^3 x_k z_k} \middle| \Upsilon_{Nq}^{(a)} \right\rangle_{\frac{1}{2}1}. \tag{3.61}$$

Используя выше-описанный метод, получим

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{N,q}^{(1)}(x) &= r_{Nq} \partial_{x_1} \partial_{x_2} x_1 x_2 P_{Nq}(x), \\
\mathcal{P}_{N+2,q}^{(5)}(x) &= r_{Nq} \varkappa_N (2N+6 - x_{123} \partial_{x_2}) \\
&\quad \times (2N+5 - x_{123} \partial_{x_1}) x_1 x_2 P_{Nq}(x),
\end{aligned} \tag{3.62}$$

где $x_{123} = x_1 + x_2 + x_3$ и

$$\varkappa_N = (4(N+3)(N+4)(2N+5)(2N+6))^{-1}. \tag{3.63}$$

Выражения для полиномов $\mathcal{P}_{N+1,q}^{(2,3,4)}$ немного более сложные

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{N+1,q}^{(2)}(x) &= r_{Nq} \frac{2N+5}{(N+1)} \left\{ -\frac{3N+5}{2(N+2)} x_{123} \partial_{x_1} \partial_{x_2} \right. \\
&\quad \left. + (N+1) \partial_{x_1} + 2(N+2) \partial_{x_2} \right\} x_1 x_2 P_{Nq}(x), \\
\mathcal{P}_{N+1,q}^{(3)}(x) &= r_{Nq} \frac{(2N+5)(N+3)}{(N+1)(N+2)} \left\{ -\frac{3N+4}{2(N+2)} x_{123} \partial_{x_1} \partial_{x_2} \right. \\
&\quad \left. + 2(N+1) \partial_{x_1} + (N+2) \partial_{x_2} \right\} x_1 x_2 P_{Nq}(x), \\
\mathcal{P}_{N+1,q}^{(4)}(x) &= \frac{r_{Nq}}{2(N+1)(N+2)} \left\{ \frac{1}{2} \frac{2N+3}{N+2} x_{123} \partial_{x_1} \partial_{x_2} \right. \\
&\quad \left. - (N+1) \partial_{x_1} - (N+2) \partial_{x_2} \right\} x_1 x_2 P_{Nq}(x). \tag{3.64}
\end{aligned}$$

Затем, представим нуклонные матричные элементы от операторов $\mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(a)}$ в форме

$$\langle 0 | \mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(a)} | P \rangle = -\frac{1}{4} m_N(\mu\lambda) N_-^\dagger (-ipn)^N \Theta_{Nq}^{(a)}. \tag{3.65}$$

Учитывая выражения (3.53), (3.54), (3.55) и (3.12), получим для приведенных матричных элементов $\Theta_{Nq}^{(a)}$

$$\begin{aligned}
\Theta_{Nq}^{(1)} &= \frac{\phi_{Nq}}{(N+2)}, \\
\Theta_{N+1,q}^{(2)} &= \frac{(N+4)\phi_{Nq}}{2(N+2)(N+3)^2(2N+5)}, \\
\Theta_{N+1,q}^{(3)} &= \frac{\phi_{Nq}}{2(N+3)^2(2N+5)}, \\
\Theta_{N+1,q}^{(4)} &= 2\phi_{Nq}, \\
\Theta_{N+2,q}^{(5)} &= -\frac{2(N+4)\phi_{Nq}}{(N+3)(2N+7)}. \tag{3.66}
\end{aligned}$$

Используя формулу суммирования (3.169), получим для вкладов ВВ в

матричный элемент оператора $\mathbb{O}_5(z)$

$$\begin{aligned} \langle 0|\mathbb{O}_5(z)|P\rangle &= -\frac{1}{4}m_N(\mu\lambda)N_-^\dagger \sum_{Nq} \int \mathcal{D}x x_3 e^{-ip+\sum z_i x_i} \times \\ &\quad \left\{ \zeta_N \Theta_{Nk}^{(1)} \mathcal{P}_{Nq}^{(1)}(x) + \zeta_{N+2} \Theta_{N+2k}^{(5)} \mathcal{P}_{N+2,q}^{(5)}(x) \right. \\ &\quad \left. + \zeta_{N+1} \sum_{a=2}^4 \Theta_{N+1,q}^{(a)} \mathcal{P}_{N+1,q}^{(a)}(x) \right\}, \end{aligned} \quad (3.67)$$

где $\zeta_N = \Gamma(2N + 4)$. Подставляя точные выражения для полиномов \mathcal{P}_{Nq} и приведенные матричные элементы Θ_{Nq} , получим, после некоторой алгебры,

$$\begin{aligned} \langle 0|\mathbb{O}^{(5)}(z)|P\rangle &= -\frac{1}{4}m_N(\mu\lambda)N_-^\dagger \int \mathcal{D}x e^{-i(pn)\sum x_k z_k} \\ &\quad \times \sum_{Nq} \frac{c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu)}{(N+2)(N+3)} \mathcal{B}_{Nq}(x), \end{aligned} \quad (3.68)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{Nq}(x) &= \left[(N+2 - \partial_{x_1})(N+1 - \partial_{x_2}) \right. \\ &\quad \left. - (N+2)^2 \right] x_1 x_2 x_3 P_{Nq}(x). \end{aligned} \quad (3.69)$$

Сравнивая (3.68) с определением (3.7), получим

$$\Phi_5^{WW}(x) = \sum_{Nq} \frac{c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu)}{(N+2)(N+3)} \mathcal{B}_{Nq}(x). \quad (3.70)$$

Выражение для $\Psi_5^{WW}(x)$ можно воспроизвести из (3.70) простой перестановкой аргументов. Вычисление вкладов ВВ от операторов твиста 4 в АР Φ_5, Ψ_5 и Ξ_5 не требует дополнительных усилий.

Суммируем теперь все результаты. Конформное разложение для АР

твиста 3 и геометрического твиста 4 имеет вид

$$\begin{aligned}
\Phi_3(x) &= x_1 x_2 x_3 \sum_{Nq} c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu_R) P_{Nq}(x), \\
\Phi_4^{t=4}(x) &= x_1 x_2 \sum_{Nq} A_{Nq} \eta_{Nq}(\mu_R) R_{Nq}(x), \\
\Psi_4^{t=4}(x) &= x_1 x_3 \sum_{Nq} \tilde{A}_{Nq} \eta_{Nq}(\mu_R) \tilde{R}_{Nq}(x), \\
\Xi_4(x) &= x_2 x_3 \sum_{Nq} B_{Nq} \xi_{Nq}(\mu_R) \Pi_{Nq}(x). \tag{3.71}
\end{aligned}$$

Точные выражения для первых нескольких функций P_{Nq} , R_{Nq} , \tilde{R}_{Nq} , Π_{Nq} представлены в [161]. Вклады ВВ в АР твиста 4 Φ_4 и Ψ_4 имеют вид [161]

$$\begin{aligned}
\Phi_4^{WW}(x) &= - \sum_{Nq} \frac{c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu_R)}{(N+2)(N+3)} [N+2 - \partial_{x_3}] \\
&\quad \times x_1 x_2 x_3 P_{Nq}(x_1, x_2, x_3), \\
\Psi_4^{WW}(x) &= - \sum_{Nq} \frac{c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu_R)}{(N+2)(N+3)} [N+2 - \partial_{x_2}] \\
&\quad \times x_1 x_2 x_3 P_{Nq}(x_2, x_1, x_3). \tag{3.72}
\end{aligned}$$

Вклады ВВ в АР твиста 5 Φ_5 and Ψ_5 от операторов твиста 3 равны

$$\begin{aligned}
\Phi_5^{WW_3}(x) &= \sum_{Nq} \frac{c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu)}{(N+2)(N+3)} \left[(N+2 - \partial_{x_1})(N+1 - \partial_{x_2}) \right. \\
&\quad \left. - (N+2)^2 \right] x_1 x_2 x_3 P_{Nq}(x_1, x_2, x_3), \\
\Psi_5^{WW_3}(x) &= \sum_{Nq} \frac{c_{Nq} \phi_{Nq}(\mu)}{(N+2)(N+3)} \left[(N+2 - \partial_{x_3})(N+1 - \partial_{x_1}) \right. \\
&\quad \left. - (N+2)^2 \right] x_1 x_2 x_3 P_{Nq}(x_2, x_1, x_3), \tag{3.73}
\end{aligned}$$

Вклады ВВ от операторов с геометрическим твистом 4 даются

$$\begin{aligned}
\Phi_5^{WW_4}(x) &= \sum_{Nq} \frac{\tilde{A}_{Nq} \eta_{Nq}(\mu_R)}{(N+1)(N+3)} [N+1 - \partial_{x_2}] \\
&\quad \times x_2 x_3 \tilde{R}_{Nq}(x_2, x_1, x_3), \\
\Psi_5^{WW_4}(x) &= \sum_{Nq} \frac{A_{Nq} \eta_{Nq}(\mu_R)}{(N+1)(N+3)} [N+1 - \partial_{x_1}] \\
&\quad \times x_1 x_2 R_{Nq}(x_2, x_1, x_3).
\end{aligned} \tag{3.74}$$

Окончательно, для киральной АР Ξ_5 , получим

$$\begin{aligned}
\Xi_5^{WW_4}(x) &= - \sum_{Nq} \frac{B_{Nq} \xi_{Nq}(\mu_R)}{(N+1)(N+3)} \\
&\quad \times \left\{ [N+1 - \partial_{x_3}] x_1 x_3 \Pi_{Nq}(x_2, x_1, x_3) \right. \\
&\quad - [N+1 - \partial_{x_2}] x_1 x_2 \left(\Pi_{Nq}(x_3, x_2, x_1) \right. \\
&\quad \left. \left. + \Pi_{Nq}(x_3, x_1, x_2) \right) \right\}.
\end{aligned} \tag{3.75}$$

Можно убедиться, что первые моменты от вкладов ВВ в АР твиста 5 согласуются с результатами работ [150, 151].

3.2 Нуклонные формфакторы и амплитуды распределения в КХД

В рамках факторизации КХД, измерение формфакторов при достаточно больших переданных импульсах Q дает нам информацию о распределении валентных кварков внутри адронов в ранних конфигурациях, где они разделены малыми поперечными дистанциями порядка $1/Q$. Однако, классическая факторизационная процедура встречается с концептуальными трудностями для ее приложения к барионам [142–144, 146, 165], и к тому же, что наиболее важно, терпит неудачу при феноменологическом описании процессов при реалистических значениях переданного импульса. Проблема в том, что каждый жесткий глюонный обмен сопровождается фактором α_s/π , который является стандартным в пертурбативной теории для каждой дополнительной петли. Если, скажем, $\alpha_s/\pi \sim 0.1$, факторизуемые вклады в барионных формфакторах становятся подавленными фактором 100 по сравнению с “мягкими” вкладами,

которые подавлены как степень $1/Q^2$ при этом не имеют малых коэффициентов при этих степенях. Следовательно, режим коллинеарной факторизации достигается очень медленно. Исходя из модельных вычислений, нет сомнений, что “мягкие” вклады играют доминантную роль при существующих энергиях. Однако, учет мягких вкладов не является простой задачей, поскольку их учет должен происходить вместе с нетривиальным перекрытием непертурбативных волновых функций начального и конечного адронных состояний, что нельзя описать на основе факторизационной процедуры. Одна из возможностей - это использовать волновые функции на световом конусе, зависящие от поперечного импульса (РПИ), $\Psi(x, k_\perp)$, в комбинации с судаковским подавлением больших поперечных дистанций, см., например, [166]. Другой возможностью, которой мы будем придерживаться, является вычисление мягких вкладов в формфакторах через разложение в терминах нуклонных АР с увеличивающимся твистом, используя при этом дисперсионные соотношения и дуальность. Данная техника известна как правила сумм на световом конусе (ПССК) [147–149]. Данный подход является весьма привлекательным, т.к. мягкие вклады к формфакторам могут быть вычислены в терминах таких же АР, что появляются в пертурбативных вычислениях, причем нет никакого двойного счета. Таким образом, подход ПССК дает нам наиболее прямые связи адронных формфакторов с АР, которые сейчас доступны и при этом нет необходимости в дополнительных непертурбативных внешних параметров.

Основным объектом в ПССК для случая барионных формфакторов [150, 151] является корреляционная функция

$$\int dx e^{-iqx} \langle 0 | T \{ \eta(0) j(x) \} | P \rangle,$$

в которой j есть электромагнитный ток, η - подходящий оператор с квантовыми числами нуклона. При этом, другой нуклон, например в начальном состоянии, точно описывается его вектором состояния $|P\rangle$, см. рис. 3.1. Подход ПССК получается в результате сравнения двух раз-

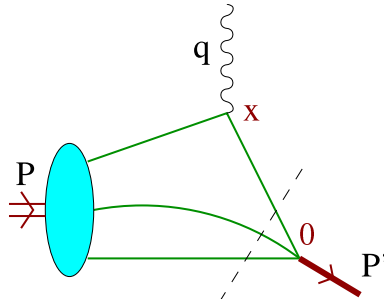


Рис. 3.1: Схематическая структура ПССК для барионных формфакторов.

личных представлений для корреляционной функции. С одной стороны,

когда передача импульса Q^2 и импульс $(P')^2 = (P - q)^2$, текущий в эффективной η -вершине, имеют большие и отрицательные значения, основной вклад в соответствующий интеграл идет от области светового конуса $x^2 \rightarrow 0$ и поэтому можно использовать разложение произведений операторов (РПО) для $T\{\eta(0)j(x)\}$. Сингулярности по x^2 , в такого рода вкладах, определяются соответствующим твистом составных операторов, чьи матричные элементы $\langle 0 | \dots | P \rangle$ связаны с нуклонными АР. С другой стороны, мы можем выразить конечный ответ в виде дисперсионного интеграла по $(P')^2$ и определить нуклонные вклады через обрезаение кварк-антикварковой инвариантной массы, так называемый интервал дуальности s_0 (или порог континуума). Основная роль интервала дуальности - это не дать большим импульсам $|k^2| > s_0$ течь через эффективную η -вершину. Поэтому, на уровне низших порядков $O(\alpha_s^0)$, получим чистый мягкий вклад в формфактор в виде суммы членов, упорядоченных по твисту соответствующих операторов и включающих нуклонные АР как лидирующего, так и старшего твиста. Заметим, что в ПССК вклады от АР высшего твиста подавлены степенью s_0 (или степенью во-релевского параметра), а не степенью от Q^2 , так как мягкие вклады не ограничены в этом случае малыми поперечными дистанциями.

Итак, мы приступаем к изложению подхода ПССК. Сначала, обсудим амплитуды распределений, которые будем использовать для наших вычислений в рамках ПССК.

Нуклонная (протонная) амплитуда распределения лидирующего твиста 3, $\varphi_N(x_i, \mu)$, определяется следующим матричным элементом [158, 168]:

$$\begin{aligned} & \langle 0 | \epsilon^{ijk} \left(u_i^\uparrow(a_1 n) C \not{n} u_j^\downarrow(a_2 n) \right) \not{n} d_k^\uparrow(a_3 n) | P \rangle \\ &= -\frac{1}{2} f_N P n \not{n} N^\uparrow(P) \int [dx] e^{-i P n \sum x_i a_i} \varphi_N(x_i), \end{aligned} \quad (3.76)$$

где $q^{\uparrow(\downarrow)} = (1/2)(1 \pm \gamma_5)q$ есть кварковые поля с определенной спиральностью; P_μ , $P^2 = m_N^2$, является импульсом протона; $N(P)$ - обычное дираковское состояние; n_μ - вспомогательный свето-подобный вектор $n^2 = 0$, а C - зарядовая матрица. Вильсоновская линия для обеспечения калибровочной инвариантности будет всегда подразумеваться, но явно не будет показана. Константа нормировки f_N определяется таким способом, чтобы

$$\int [dx] \varphi_N(x_i) = 1 \quad (3.77)$$

где

$$\int [dx] = \int_0^1 dx_1 dx_2 dx_3 \delta(\sum x_i - 1). \quad (3.78)$$

АР $\varphi_N(x_i, \mu)$ могут быть рассмотрены как коллинеарный предел волновой функции на световом конусе, соответствующей валентному трехкварковому состоянию с нулевым орбитальным моментом [100]

$$f_N(\mu) \varphi_N(x_i, \mu) \sim \int_{|\vec{k}| < \mu} [d^2 \vec{k}] \Psi_N(x_i, \vec{k}_i), \quad (3.79)$$

где интеграл идет по набору кварковых поперечных импульсов \vec{k}_i . Таким образом, f_N можно интерпретировать как волновую функцию нуклона в начале координат. Амплитуды распределения являются зависимыми от схемы и масштаба перенормировки. В вычислениях физических наблюдаемых данная зависимость пропадает благодаря соответствующей зависимости коэффициентных функций.

Амплитуда распределения $\varphi_N(x_i, \mu)$ может быть разложена по набору ортогональных полиномов $\mathcal{P}_{nk}(x_i)$, которые определены как собственные функции соответствующих одно-петлевых уравнений эволюции:

$$\varphi_N(x_i, \mu) = 120x_1x_2x_3 \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=0}^n \varphi_{nk}(\mu) \mathcal{P}_{nk}(x_i) \quad (3.80)$$

где

$$\int [dx] x_1x_2x_3 \mathcal{P}_{nk}(x_i) \mathcal{P}_{n'k'}(x_i) \propto \delta_{nn'} \delta_{kk'} \quad (3.81)$$

и, с точностью до одной петли,

$$\begin{aligned} f_N(\mu) &= f_N(\mu_0) \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(\mu_0)} \right)^{2/(3\beta_0)}, \\ \varphi_{nk}(\mu) &= \varphi_{nk}(\mu_0) \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(\mu_0)} \right)^{\gamma_{nk}/\beta_0}. \end{aligned} \quad (3.82)$$

Здесь $\beta_0 = 11 - \frac{2}{3}n_f$ и γ_{nk} - аномальные размерности. Суммирование в (3.80) идет по всем существующим ортогональным полиномам $\mathcal{P}_{nk}(x_i)$, $k = 0, \dots, n$, степени n . Можно показать, что все собственные функции уравнения эволюции, $\mathcal{P}_{nk}(x_i)$, имеют определенную четность относительно перестановки первого и третьего аргументов, т.е. $\mathcal{P}_{nk}(x_3, x_2, x_1) = \pm \mathcal{P}_{nk}(x_1, x_2, x_3)$ [160].

Первые несколько полиномов имеют вид

$$\begin{aligned}
\mathcal{P}_{00} &= 1, \\
\mathcal{P}_{10} &= 21(x_1 - x_3), \quad \mathcal{P}_{11} = 7(x_1 - 2x_2 + x_3), \\
\mathcal{P}_{20} &= \frac{63}{10}[3(x_1 - x_3)^2 - 3x_2(x_1 + x_3) + 2x_2^2], \\
\mathcal{P}_{21} &= \frac{63}{2}(x_1 - 3x_2 + x_3)(x_1 - x_3), \\
\mathcal{P}_{22} &= \frac{9}{5}[x_1^2 + 9x_2(x_1 + x_3) - 12x_1x_3 - 6x_2^2 + x_3^2] \quad (3.83)
\end{aligned}$$

а соответствующие аномальные размерности равны

$$\begin{aligned}
\gamma_{00} &= 0, \quad \gamma_{10} = \frac{20}{9}, \quad \gamma_{11} = \frac{8}{3}, \\
\gamma_{20} &= \frac{32}{9}, \quad \gamma_{21} = \frac{40}{9}, \quad \gamma_{22} = \frac{14}{3}. \quad (3.84)
\end{aligned}$$

Условие нормировки (3.77) подразумевает, что $\varphi_{00} = 1$. Мы будем рассматривать коэффициенты $\varphi_{nk}(\mu_0)$ с $n = 1, 2, \dots$ как параметры формы. Набор данных коэффициентов вместе с константой нормировки $f_N(\mu_0)$ на масштабе μ_0 определяют распределение долей импульсов валентных кварков в нуклоне. Все они являются непертурбативными величинами, которые могут быть связаны с матричными элементами локальных калибровочно-инвариантных трех-кварковых операторов. Последние можно вычислить на решетке, см. [169, 170].

В течении последних двадцати лет накопилось множество оснований того, что простейшая картина/структура протона как совокупность трех валентных кварков в S-волне не является достаточной. Например, протонный спин определенно не строится только из спинов кварков, а электромагнитный формфактор Паули $F_2(Q^2)$ включает в себя кварковый орбитальный угловой момент. Как показано в [171], волновые функции на световом конусе с $L_z = \pm 1$ приводятся, в пределе малых поперечных расстояний, к нуклонным AP твиста 4, введенные в [158]:

$$\begin{aligned}
&\langle 0 | \epsilon^{ijk} \left(u_i^\uparrow(a_1n) C \hat{n} u_j^\downarrow(a_2n) \right) \hat{p} d_k^\uparrow(a_3n) | P \rangle \\
&= -\frac{1}{4} p n \hat{p} N^\uparrow(P) \int [dx] e^{-ipn \sum x_i a_i} \\
&\quad \times [f_N \Phi_4^{WW}(x_i) + \lambda_1^N \Phi_4(x_i)],
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \langle 0 | \epsilon^{ijk} \left(u_i^\uparrow(a_1 n) C \hat{n} \gamma_\perp \hat{p} u_j^\downarrow(a_2 n) \right) \gamma^\perp \hat{n} d_k^\downarrow(a_3 n) | P \rangle \\
&= -\frac{1}{2} m_N p n \hat{n} N^\uparrow(P) \int [dx] e^{-ipn \sum x_i a_i} \\
&\quad \times [f_N \Psi_4^{WW}(x_i) - \lambda_1^N \Psi_4(x_i)], \\
& \langle 0 | \epsilon^{ijk} \left(u_i^\uparrow(a_1 n) C \hat{p} \hat{n} u_j^\uparrow(a_2 n) \right) \not{h} d_k^\uparrow(a_3 n) | P \rangle \\
&= \frac{\lambda_2^N}{12} m_N p n \hat{n} N^\uparrow(P) \int [dx] e^{-ipn \sum x_i a_i} \Xi_4(x_i),
\end{aligned} \tag{3.85}$$

где $\Phi_4^{WW}(x_i)$ and $\Psi_4^{WW}(x_i)$ являются так-называемыми вкладами ВВ, подробно рассматриваемых выше. Данные вклады можно выразить в терминах АР лидирующего твиста 3, $\varphi_N(x_i)$, (ср. [160]):

$$\begin{aligned}
\Phi_4^{WW}(x_i) &= -\sum_{n,k} \frac{240 \varphi_{nk}}{(n+2)(n+3)} \left(n+2 - \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \\
&\quad \times x_1 x_2 x_3 \mathcal{P}_{nk}(x_1, x_2, x_3), \\
\Psi_4^{WW}(x_i) &= -\sum_{n,k} \frac{240 \varphi_{nk}}{(n+2)(n+3)} \left(n+2 - \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \\
&\quad \times x_1 x_2 x_3 \mathcal{P}_{nk}(x_2, x_1, x_3).
\end{aligned} \tag{3.86}$$

Две новые константы λ_1^N и λ_2^N определяются таким образом, чтобы интегралы от АР “настоящего” твиста 4, Φ_4 , Ψ_4 , Ξ_4 , были нормированы на единицу, так же как в (3.77). Они имеют такую же зависимость от масштаба в приближении одной петли:

$$\lambda_{1,2}^N(\mu) = \lambda_{1,2}^N(\mu_0) \left(\frac{\alpha_s(\mu)}{\alpha_s(\mu_0)} \right)^{-2/\beta_0}. \tag{3.87}$$

Также как и в случае лидирующего твиста, АР твиста 4 могут быть разложены по набору ортогональных полиномов но с тем отличием, что, начиная со второго прядка, мы должны учесть смешивание с четырехчастичными (три кварка и один глюон) операторами. Так как в настоящее время практически ничего не известно о нуклонных кварк-глюонных волновых функциях (см. [159]), здесь мы предпочитаем оставаться на уровне трех кварков, следовательно, оборвать наше разложение для Φ_4 , Ψ_4 , Ξ_4 первым порядком.

С этой точностью, получим (ср. [160])

$$\begin{aligned}
\Phi_4(x_i, \mu) &= 24x_1x_2 \left\{ 1 + \eta_{10}(\mu)\mathcal{R}_{10}(x_3, x_1, x_2) \right. \\
&\quad \left. - \eta_{11}(\mu)\mathcal{R}_{11}(x_3, x_1, x_2) \right\}, \\
\Psi_4(x_i, \mu) &= 24x_1x_3 \left\{ 1 + \eta_{10}(\mu)\mathcal{R}_{10}(x_2, x_3, x_1) \right. \\
&\quad \left. + \eta_{11}(\mu)\mathcal{R}_{10}(x_2, x_3, x_1) \right\}, \\
\Xi_4(x_i, \mu) &= 24x_2x_3 \left\{ 1 + \frac{9}{4}\xi_{10}(\mu)\mathcal{R}_{11}(x_1, x_3, x_2) \right\}, \tag{3.88}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\mathcal{R}_{10}(x_1, x_2, x_3) &= 4 \left(x_1 + x_2 - \frac{3}{2}x_3 \right), \\
\mathcal{R}_{11}(x_1, x_2, x_3) &= \frac{20}{3} \left(x_1 - x_2 + \frac{1}{2}x_3 \right) \tag{3.89}
\end{aligned}$$

а $\eta_{10}(\mu)$, $\eta_{11}(\mu)$, $\xi_{10}(\mu)$ - новые параметры формы. Соответствующие аномальные размерности равны [160]

$$\gamma_{10}^{(\eta)} = \frac{20}{9}, \quad \gamma_{11}^{(\eta)} = 4, \quad \gamma_{10}^{(\xi)} = \frac{10}{3}. \tag{3.90}$$

Рассмотрим теперь трех-кварковые распределения твиста 5. Данные распределения соответствуют учету зависимости от поперечных импульсов (члены $\sim k_{\perp}^2$) в коллинеарном пределе волновых функций на световом конусе с $L_z = 0, \pm 1$. Имеем [158]

$$\begin{aligned}
&\langle 0 | \epsilon^{ijk} \left(u_i^\uparrow(a_1n) C \hat{p} u_j^\downarrow(a_2n) \right) \hat{n} d_k^\uparrow(a_3n) | P \rangle \\
&= -\frac{1}{8} m_N^2 \hat{n} N^\uparrow(P) \int [dx] e^{-ipn \sum x_i a_i} \\
&\quad \times [f_N \Phi_5^{WWW}(x_i) + \lambda_1^N \Phi_5^{WW}(x_i) + \Phi_5(x_i)], \\
&\langle 0 | \epsilon^{ijk} \left(u_i^\uparrow(a_1n) C \hat{p} \gamma_\perp \hat{n} u_j^\downarrow(a_2n) \right) \gamma^\perp \hat{p} d_k^\downarrow(a_3n) | P \rangle \\
&= -\frac{1}{2} m_N p n \hat{p} N^\uparrow(P) \int [dx] e^{-ipn \sum x_i a_i} \\
&\quad \times [f_N \Psi_5^{WWW}(x_i) - \lambda_1^N \Psi_5^{WW}(x_i) + \Psi_5(x_i)], \\
&\langle 0 | \epsilon^{ijk} \left(u_i^\uparrow(a_1n) C \hat{n} \hat{p} u_j^\uparrow(a_2n) \right) \not{p} d_k^\uparrow(a_3n) | P \rangle \\
&= \frac{1}{12} m_N p n \hat{n} N^\uparrow(P) \int [dx] e^{-iPn \sum x_i a_i} \\
&\quad \times [\lambda_2^N \Xi_5^{WW}(x_i) + \Xi_5(x_i)], \tag{3.91}
\end{aligned}$$

где $\Phi_5^{WWW}(x_i)$ and $\Phi_5^{WW}(x_i)$ дают вклады типа ВВ, связанные с операторами твиста 3 и твиста 4, соответственно. Можно показать, что

$$\begin{aligned}
\Phi_5^{WWW}(x_i) &= \sum_{n,k} \frac{240 \varphi_{nk}}{(n+2)(n+3)} \\
&\left[\left(n+2 - \frac{\partial}{\partial x_1} \right) \left(n+1 - \frac{\partial}{\partial x_2} \right) - (n+2)^2 \right] x_1 x_2 x_3 \mathcal{P}_{nk}(x_1, x_2, x_3), \\
\Psi_5^{WWW}(x_i) &= \sum_{n,k} \frac{240 \varphi_{nk}}{(n+2)(n+3)} \\
&\left[\left(n+2 - \frac{\partial}{\partial x_3} \right) \left(n+1 - \frac{\partial}{\partial x_1} \right) - (n+2)^2 \right] x_1 x_2 x_3 \mathcal{P}_{nk}(x_2, x_1, x_3).
\end{aligned} \tag{3.92}$$

и, для моделей в (3.88),

$$\begin{aligned}
\Phi_5^{WW}(x_i) &= -24 \left\{ \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\partial}{\partial x_2} \right) x_2 x_3 + \frac{1}{8} \left(2 - \frac{\partial}{\partial x_2} \right) x_2 x_3 \right. \\
&\left. \left[\eta_{10} \mathcal{R}_{10}(x_1, x_3, x_2) + \eta_{11} \mathcal{R}_{11}(x_1, x_3, x_2) \right] \right\}, \\
\Psi_5^{WW}(x_i) &= -24 \left\{ \frac{1}{3} \left(1 - \frac{\partial}{\partial x_1} \right) x_1 x_2 + \frac{1}{8} \left(2 - \frac{\partial}{\partial x_1} \right) x_1 x_2 \right. \\
&\left. \left[\eta_{10} \mathcal{R}_{10}(x_3, x_2, x_1) - \eta_{11} \mathcal{R}_{11}(x_3, x_2, x_1) \right] \right\}. \\
\Xi_5^{WW}(x_i) &= 24 \left\{ \frac{1}{3} \left[\left(1 - \frac{\partial}{\partial x_3} \right) x_1 x_3 - 2 \left(1 - \frac{\partial}{\partial x_2} \right) x_1 x_2 \right] \right. \\
&+ \frac{9}{32} \xi_{10} \left(2 - \frac{\partial}{\partial x_3} \right) x_1 x_3 \mathcal{R}_{10}(x_2, x_3, x_1) \\
&- \frac{9}{32} \xi_{10} \left(2 - \frac{\partial}{\partial x_2} \right) \left[\mathcal{R}_{10}(x_3, x_1, x_2) \right. \\
&\left. \left. + \mathcal{R}_{10}(x_3, x_2, x_1) \right] \right\}.
\end{aligned} \tag{3.93}$$

Выражения (3.92), (3.93) являются новыми. Вид распределений настоящего твиста 5, Φ_5 , Ψ_5 , Ξ_5 , не известен, за исключением правда их нормировки и свойства исчезновения первых моментов,

$$\int [dx] \Phi_5(x_i) = \int [dx] x_k \Phi_5(x_i) = 0, \quad k = 1, 2, 3 \tag{3.94}$$

аналогично для Ψ_5, Ξ_5 . В нашем анализе данные вклады не будут учитываться, что является в согласии с пренебрежением членов от четырехчастичных нуклонных AP.

Далее, матричный элемент от электромагнитного тока

$$j_\mu^{\text{em}}(x) = e_u \bar{u}(x) \gamma_\mu u(x) + e_d \bar{d}(x) \gamma_\mu d(x), \quad (3.95)$$

взятый между нуклонными состояниями, удобно записать в терминах дираковского и паулевского формфакторов, $F_1(Q^2)$ and $F_2(Q^2)$:

$$\begin{aligned} \langle P' | j_\mu^{\text{em}}(0) | P \rangle &= \\ &= \bar{N}(P') \left[\gamma_\mu F_1(Q^2) - i \frac{\sigma_{\mu\nu} q^\nu}{2m_N} F_2(Q^2) \right] N(P), \end{aligned} \quad (3.96)$$

где P_μ - импульс начального нуклона, $P^2 = m_N^2$, $P' = P - q$, $Q^2 := -q^2$, $\sigma_{\mu\nu} = \frac{i}{2} [\gamma_\mu, \gamma_\nu]$ и $N(P)$ - нуклонный спинор. Экспериментальные данные о рассеянии электронов на нуклонах, $e^- + p \rightarrow e^- + p$, часто представляют через электрический, $G_E(Q^2)$, и магнитный, $G_M(Q^2)$, формфакторы Сакса, которые связаны с $F_{1,2}(Q^2)$ как

$$G_M(Q^2) = F_1(Q^2) + F_2(Q^2), \quad (3.97)$$

$$G_E(Q^2) = F_1(Q^2) - \frac{Q^2}{4m_N^2} F_2(Q^2). \quad (3.98)$$

Подход ПССК позволяет нам вычислить формфакторы в терминах нуклонных (протонных) AP. С этой целью, рассмотрим корреляционную функцию

$$T_\nu(P, q) = i \int d^4x e^{iqx} \langle 0 | T [\eta(0) j_\nu^{\text{em}}(x)] | P \rangle \quad (3.99)$$

где $\eta(0)$ является интерполяционным током Иоффе [172]

$$\begin{aligned} \eta(x) &= \epsilon^{ijk} [u^i(x) C \gamma_\mu u^j(x)] \gamma_5 \gamma^\mu d^k(x), \\ \langle 0 | \eta(0) | P \rangle &= \lambda_1 m_N N(P). \end{aligned} \quad (3.100)$$

Мы используем следующие обозначения [173]: $\gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$, $C = i\gamma^2\gamma^0$ и $\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}$, определенный как $\epsilon_{0123} = 1$. Выбор нуклонного тока обсуждался в [151]. Было показано, что наиболее подходящим является именно ток Иоффе [174], [169].

Корреляционная функция в (3.99) содержит много различных лоренцевских структур, которые можно выделить используя соответствующие проекторы на световом конусе. Определим свето-подобный вектор n_μ следующим условием:

$$q \cdot n = 0, \quad n^2 = 0 \quad (3.101)$$

а также введем второй свето-подобный вектор как

$$p_\mu = P_\mu - \frac{1}{2} n_\mu \frac{m_N^2}{P \cdot n}, \quad p^2 = 0, \quad (3.102)$$

таким образом, что $P \rightarrow p$ в системе бесконечного импульса $P \cdot n \rightarrow \infty$ или $m_N \rightarrow 0$. Введем проекторы на ортогональные векторам p и n направление,:

$$g_{\mu\nu}^\perp = g_{\mu\nu} - \frac{1}{pn} (p_\mu n_\nu + p_\nu n_\mu) \quad (3.103)$$

и

$$a_+ \equiv a_\mu n^\mu, \quad a_- \equiv a_\mu p^\mu, \quad a_{\perp\mu} \equiv g_{\mu\nu}^\perp a^\nu \quad (3.104)$$

для γ -матриц и произвольного лоренцевского вектора a_μ . Импульс протона можно записать в виде

$$q_\mu = q_{\perp\mu} + n_\mu \frac{Pq}{Pn} = q_{\perp\mu} + n_\mu \frac{pq}{pn}. \quad (3.105)$$

Определим еще проекторы

$$\Lambda^+ = \frac{\hat{p} \hat{n}}{2pn}, \quad \Lambda^- = \frac{\hat{n} \hat{p}}{2pn} \quad (3.106)$$

которые выделяют “плюс” и “минус” компоненты спиноров, $N^\pm(P) = \Lambda^\pm N(P)$. Отметим полезные соотношения

$$\hat{p}N(P) = m_N N^+(P), \quad \hat{z}N(P) = \frac{2pn}{m_N} N^-(P) \quad (3.107)$$

которые следуют из уравнений движения $(\hat{P} - m_N) N(P) = 0$. Нетрудно проверить, что $N^+ \sim \sqrt{p^+}$ and $N^- \sim 1/\sqrt{p^+}$ в системе бесконечного импульса $p_+ \rightarrow \infty$.

Лоренцевские структуры, которые необходимы для ПССК, обычно содержат максимальную степень большого импульса p_+ . Следуя [150, 151], мы рассматриваем проектор на “+”-направление для спиноров в корреляционной функции (3.99), включающей “+”-компоненты электромагнитного тока и которую можно параметризовать через две инвариантные функции.

$$\Lambda_+ T_+ = p_+ \{m_N \mathcal{A}(Q^2, P'^2) + \hat{q}_\perp \mathcal{B}(Q^2, P'^2)\} N^+(P), \quad (3.108)$$

где $Q^2 = -q^2$ и $P'^2 = (P - q)^2$. Корреляционные функции $\mathcal{A}(Q^2, P'^2)$ и $\mathcal{B}(Q^2, P'^2)$ могут быть вычислены в КХД для достаточно больших эвклидовых импульсов $Q^2, -P'^2 \gtrsim 1 \text{ GeV}^2$, используя при этом разложение

произведений операторов (РПО). Результат можно представить в форме дисперсионного соотношения

$$\begin{aligned}\mathcal{A}^{\text{QCD}}(Q^2, P'^2) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s - P'^2} \text{Im } \mathcal{A}^{\text{QCD}}(Q^2, s) + \dots \\ \mathcal{B}^{\text{QCD}}(Q^2, P'^2) &= \frac{1}{\pi} \int_0^\infty \frac{ds}{s - P'^2} \text{Im } \mathcal{B}^{\text{QCD}}(Q^2, s) + \dots\end{aligned}\quad (3.109)$$

где многоточием обозначены возможные вычитания. С другой стороны, те же корреляционные функции могут быть записаны в терминах физических спектральных плотностей, которые содержат нуклонный (протонный) полюс при $P'^2 \rightarrow m_N^2$, другие нуклонные резонансы и континуум. Можно увидеть, что нуклонный вклад пропорционален электромагнитному формфактору, тогда как вклад от состояний с большими массами можно учесть при помощи использования кварк-адронной дуальности:

$$\begin{aligned}\mathcal{A}^{\text{phys}}(Q^2, P'^2) &= \frac{2\lambda_1 F_1(Q^2)}{m_N^2 - P'^2} \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^\infty \frac{ds}{s - P'^2} \text{Im } \mathcal{A}^{\text{QCD}}(Q^2, s) + \dots \\ \mathcal{B}^{\text{phys}}(Q^2, P'^2) &= \frac{\lambda_1 F_2(Q^2)}{m_N^2 - P'^2} \\ &\quad + \frac{1}{\pi} \int_{s_0}^\infty \frac{ds}{s - P'^2} \text{Im } \mathcal{B}^{\text{QCD}}(Q^2, s) + \dots\end{aligned}\quad (3.110)$$

где $s_0 \simeq (1.5 \text{ GeV})^2$ является интервалом дуальности. Сравнивая эти два представления и выполняя преобразование Бореля, которое уничтожает константы вычитания,

$$\frac{1}{s - P'^2} \longrightarrow e^{-s/M^2}\quad (3.111)$$

получим следующие правила сумм

$$\begin{aligned}2\lambda_1 F_1(Q^2) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{s_0} ds e^{(m_N^2 - s)/M^2} \text{Im } \mathcal{A}^{\text{QCD}}(Q^2, s), \\ \lambda_1 F_2(Q^2) &= \frac{1}{\pi} \int_0^{s_0} ds e^{(m_N^2 - s)/M^2} \text{Im } \mathcal{B}^{\text{QCD}}(Q^2, s).\end{aligned}\quad (3.112)$$

Зависимость от параметров Бореля M^2 является нефизической и, следовательно, должна пропадать в конечных выражениях. Данная ситуация очень похожа на зависимость пертурбативных вычислений в КХД

от масштабного параметра. Отметим, что вычисление корреляционных функций $\mathcal{A}(Q^2, P'^2)$ и $\mathcal{B}(Q^2, P'^2)$ вплоть до поправок, следующие за лидирующими, (СЛП) является новым.

Корреляционные функции $\mathcal{A}(Q^2, P'^2)$ и $\mathcal{B}(Q^2, P'^2)$ можно представить как сумму вкладов от u, d -кварков, взаимодействующими с электромагнитным пробником:

$$\mathcal{A} = e_d \mathcal{A}_d + e_u \mathcal{A}_u, \quad \mathcal{B} = e_d \mathcal{B}_d + e_u \mathcal{B}_u. \quad (3.113)$$

Каждая из функций может быть разложена в пертурбативный ряд как

$$\mathcal{A} = \mathcal{A}^{\text{LO}} + \frac{\alpha_s(\mu)}{3\pi} \mathcal{A}^{\text{NLO}} + \dots \quad (3.114)$$

и аналогично для \mathcal{B} ; μ - масштаб перенормировки. Выражения лидирующего порядка были получены в [150, 151]. Для согласованности с нашими вычислениями до поправок следующие за лидером (ПСЛ), запишем эти результаты в виде разложения всех кинематических факторов по степеням m_N^2/Q^2 . Именно, мы сохраняем все поправки $\mathcal{O}(m_N^2/Q^2)$, но пренебрегаем членами $\mathcal{O}(m_N^4/Q^4)$. Это согласуется с учетом вкладов твиста 3, 4, 5 в РПО.

Запишем все выражения через безразмерную переменную [154]:

$$W = 1 + P'^2/Q^2 \quad \text{where} \quad P' = P - q \quad (3.115)$$

so that, e.g.,

$$(q - xP)^2 = Q^2[-1 + xW - x\bar{x}m_N^2/Q^2] \quad (3.116)$$

где

$$\bar{x} = 1 - x. \quad (3.117)$$

Введем также набор стандартных функций:

$$g_k(x; W) = \frac{1}{[-1 + xW]^k} = \left[\frac{Q^2}{xP'^2 - \bar{x}Q^2} \right]^k \quad (3.118)$$

которые включают всю зависимость от импульсов. Используя выраже-

ния из [151], получим:

$$\begin{aligned}
Q^2 \mathcal{A}_d^{\text{LO}} &= 2 \int [dx_i] \left\{ 2 \left[g_1 + g_2 + x_3 \bar{x}_3 \frac{m_N^2}{Q^2} (g_2 + 2g_3) \right] (x_3; W) \mathbb{V}_2^{(3)}(x_i) \right. \\
&\quad \left. + x_3 \left[g_1 + x_3 \bar{x}_3 \frac{m_N^2}{Q^2} g_2 \right] (x_3; W) \mathcal{V}_3(x_i) \right\} + \\
&\quad 2 \frac{m_N^2}{Q^2} \int_0^1 dx_3 x_3^2 g_2(x_3; W) \tilde{\mathcal{V}}_5(x_3), \\
Q^2 \mathcal{A}_u^{\text{LO}} &= 2 \int [dx_i] \left\{ x_2 \left[g_1 + x_2 \bar{x}_2 \frac{m_N^2}{Q^2} g_2 \right] (x_2; W) \left(-2\mathcal{V}_1 + 3\mathcal{V}_3 + \mathcal{A}_3 \right) (x_i) \right. \\
&\quad \left. + 2 \left[g_2 + 2x_2 \bar{x}_2 \frac{m_N^2}{Q^2} g_3 \right] (x_2; W) \left(\mathbb{V}_2^{(2)} + \mathbb{A}_2^{(2)} \right) (x_i) - \right. \\
&\quad \left. 2 \left[g_1 + x_2 \bar{x}_2 \frac{m_N^2}{Q^2} g_2 \right] (x_2; W) \left(\mathbb{V}_2^{(2)} - \mathbb{A}_2^{(2)} \right) (x_i) \right\} \\
&\quad - 2 \frac{m_N^2}{Q^2} \int_0^1 dx_2 x_2 g_2(x_2; W) \left[x_2 \left(\hat{\mathcal{V}}_4 - 2\hat{\mathcal{V}}_5 + \hat{\mathcal{A}}_5 \right) (x_2) \right. \\
&\quad \left. + 2\hat{\mathcal{V}}_6(x_2) + 2\mathcal{V}_1^{M(u)}(x_2) \right], \tag{3.119}
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
Q^2 \mathcal{B}_d^{\text{LO}} &= -2 \int [dx_i] \left\{ \left[g_1 + x_3 \bar{x}_3 \frac{m_N^2}{Q^2} g_2 \right] (x_3; W) \mathcal{V}_1(x_i) \right. \\
&\quad \left. - 2x_3 \frac{m_N^2}{Q^2} g_2(x_3; W) \mathbb{V}_2^{(3)}(x_i) \right\} \\
&\quad - 2 \frac{m_N^2}{Q^2} \int_0^1 dx_3 g_2(x_3; W) \left(x_3 \tilde{\mathcal{V}}_5 + \mathcal{V}_1^{M(d)} \right) (x_3), \\
Q^2 \mathcal{B}_u^{\text{LO}} &= 2 \int [dx_i] \left\{ \left[g_1 + x_2 \bar{x}_2 \frac{m_N^2}{Q^2} g_2 \right] (x_2; W) \left(\mathcal{V}_1 + \mathcal{A}_1 \right) (x_i) \right. \\
&\quad \left. + 2x_2 \frac{m_N^2}{Q^2} g_2(x_2; W) \left(\mathbb{V}_2^{(2)} + \mathbb{A}_2^{(2)} \right) (x_i) \right\} \\
&\quad + 2 \frac{m_N^2}{Q^2} \int_0^1 dx_2 g_2(x_2; W) \left[x_2 \left(\hat{\mathcal{V}}_4 - 2\hat{\mathcal{V}}_5 + \hat{\mathcal{A}}_5 \right) (x_2) \right. \\
&\quad \left. + \mathcal{V}_1^{M(u)}(x_2) + \mathcal{A}_1^{M(u)}(x_2) \right]. \tag{3.120}
\end{aligned}$$

Обозначения объяснены в [2].

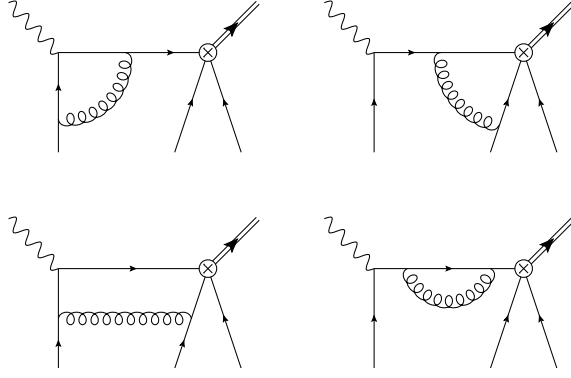


Рис. 3.2: Поправки второго порядка по константе сильного взаимодействия (ПСЛ) в рамках правил сумм на световом конусе для барионных формфакторов.

СЛ-поправки (3.114) к корреляционным функциям $\mathcal{A}(Q^2, P'^2)$ и $\mathcal{B}(Q^2, P'^2)$ соответствуют диаграммам, представленным на рис. 3.2. Данные поправки могут быть записаны как сумма вкладов с различными кварковыми флэворами $q = u, d$, взвешанные с соответствующими электромагнитными зарядами, и разложены до вкладов твиста 4:

$$\begin{aligned}
Q^2 \mathcal{A}_q^{\text{NLO}} &= \\
&= \int [dx_i] \left\{ \sum_{k=1,3} \left[\mathbb{V}_k(x_i) C_q^{\mathbb{V}_k}(x_i, W) + \mathbb{A}_k(x_i) C_q^{\mathbb{A}_k}(x_i, W) \right] \right. \\
&\quad + \sum_{m=1,2,3} \left[\mathbb{V}_2^{(m)}(x_i) C_q^{\mathbb{V}_2^{(m)}}(x_i, W) \right. \\
&\quad \left. \left. + \mathbb{A}_2^{(m)}(x_i) C_q^{\mathbb{A}_2^{(m)}}(x_i, W) \right] \right\} + \mathcal{O}(\text{twist-5}) \tag{3.121}
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
Q^2 \mathcal{B}_q^{\text{NLO}} &= \\
&= \int [dx_i] \left[\mathbb{V}_1(x_i) D_q^{\mathbb{V}_1}(x_i, W) + \mathbb{A}_1(x_i) D_q^{\mathbb{A}_1}(x_i, W) \right] \\
&\quad + \mathcal{O}(\text{twist-5}). \tag{3.122}
\end{aligned}$$

Как оказалось $C_d^{\mathbb{V}_2^{(1)}}(x_i, W) = C_d^{\mathbb{A}_2^{(1)}}(x_i, W) = 0$. Точные выражения для остальных 22 нетривиальных коэффициентных функций представлены в работе [2]. Ввиду их чрезвычайной громоздкости мы не будем приводить эти выражения. СЛ-поправки лидирующего твиста к \mathcal{B} -функции, $D_q^{\mathbb{V}_1}$ and $D_q^{\mathbb{A}_1}$, были вычислены прежде в [154], но в рамках “наивной” схеме размерной регуляризации, где не учитывались последствия смешивания с нефизическими операторами. Остальные функции вычисленные нами являются новыми и представляются впервые. Заметим, что СЛ-поправки

твиста 4 находятся только в функции $\mathcal{A}(Q^2, P'^2)$, а соответствующие поправки к функции $\mathcal{B}(Q^2, P'^2)$ эффективно связаны с коллинеарным твистом 5 и не будут учитываться здесь.

Каждая коэффициентная функция имеет следующую общую форму:

$$C_q^{\mathbb{F}} = C_0(x_i, W) \ln \frac{Q^2}{\mu^2} + C_1(x_i, W) \quad (3.123)$$

где μ - масштаб факторизации. Здесь

$$\begin{aligned} C_0 &= c_{10}(x_i, W) \ln(1 - xW) + c_{00}(x_i, W), \\ C_1 &= c_{21}(x_i, W) \ln^2(1 - xW) + c_{11}(x_i, W) \ln(1 - xW) \\ &\quad + c_{01}(x_i, W), \end{aligned} \quad (3.124)$$

где x - одна из долей кваркового импульса (или их комбинация), а функции c_{nk} могут быть разложены по степеням $1/W$ или $1/(1 - xW)$ и не содержат логарифмов. Данная структура является ожидаемой и аналогичной той, что была представлена в ПССК для мезонного случая [167]. Зависимость от факторизационного масштаба пропадает в лидирующем порядке за счет масштабной зависимости нуклонных АР и иоффевской константы связи. Судаковские логарифмы в (3.124), после интегрирования по долям импульсов и вычитания континуума, дают члены $\sim \ln Q^2/s_0$. Такого рода вклады могут, в принципе, быть просуммированы во всех порядках (ср. [146, 166]), но эффект такого суммирования в области умеренных передач импульса $Q^2 \leq 10 - 20 \text{ GeV}^2$ является достаточно малым.

Перейдем к обсуждению перенормировочной процедуры. Хорошо известно, что для составных операторов общего типа, возникающих в рамках \overline{MS} схемы, перенормировочная схема не фиксируется полностью за счет существования нефизических, так-называемых исчезающих, операторов при нецелочисленных значениях размерности d , которые не имеют аналогов в четырех-мерном пространстве. Такими операторами нельзя пренебречь, так как они смешиваются с физическими при перенормировки. Для того чтобы избежать такого смешивания, обычно делают подходящую конечную перенормировку [176]. Выбор нефизических операторов и, следовательно, условие перенормировки не является уникальной операцией и требует специального рассмотрения в каждом случае [177].

Необходимость дополнительной конечной перенормировки была упущена в работе [154]. В наших вычислениях, для того чтобы избежать смешивание с нефизическими операторами, мы следуем общей схеме [175], в рамках которой будем работать с несвернутыми, или открытыми, спинорными индексами.

Итак, в d -мерном пространстве, ток Иоффе смешивается при перенормировке с операторами типа

$$\eta^{(n)}(0) = [\psi(0) C \Gamma_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)} \psi(0)] \gamma_5 \Gamma_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)} \psi(0), \quad (3.125)$$

где $\Gamma_{\alpha_1 \dots \alpha_n}^{(n)}$ обозначает антисимметричные произведения γ -матриц. В рамках размерной регуляризации, перенормированные операторы имеет вид:

$$(\eta^{(n)})_R = \sum_k \mathbb{Z}_{nk} \eta^{(k)}. \quad (3.126)$$

Как было сказано выше, в рамках стандартной схемы, мы должны учесть смешивание нефизических операторов с физическими операторами. Причем, смешивание можно устранить с помощью конечной перенормировки, которую нужно учесть в матрице аномальной размерности. Однако, если работать, в рамках $\overline{\text{MS}}$ -схемы, с самого начала с открытыми спинорными индексами, то нет необходимости учитывать смешивание с нефизическими операторами ввиду их отсутствия. В этом случае, ток Иоффе запишется как

$$\eta_{\underline{\delta}}(0) = (C\gamma_{\alpha})_{\underline{\alpha\beta}} \otimes (\gamma_5\gamma_{\alpha})_{\underline{\delta\gamma}} [\psi_{\underline{\alpha}}(0) \psi_{\underline{\beta}}(0)] \psi_{\underline{\gamma}}(0) \quad (3.127)$$

где подчеркнутые индексы соответствуют спинорным индексам. Локальные трех-кварковые операторы с открытыми спинорными индексами перенормируются как

$$\begin{aligned} \left([\psi_{\underline{\alpha}}(0) \psi_{\underline{\beta}}(0)] \psi_{\underline{\gamma}}(0) \right)_R &= \mathbb{Z}_{\underline{\alpha\alpha'}, \underline{\beta\beta'}, \underline{\gamma\gamma'}} [\psi_{\underline{\alpha'}}(0) \psi_{\underline{\beta'}}(0)] \psi_{\underline{\gamma'}}(0), \\ \mathbb{Z}_{\underline{\alpha\alpha'}, \underline{\beta\beta'}, \underline{\gamma\gamma'}} &= \sum_{nmk} a_{nmk}(\epsilon) (\Gamma_{nmk})_{\underline{\alpha\alpha'}, \underline{\beta\beta'}, \underline{\gamma\gamma'}}, \end{aligned} \quad (3.128)$$

где

$$a_{nmk}(\epsilon) = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{(a^{(p)})_{nmk}}{\epsilon^p}, \quad (\Gamma_{nmk})_{\underline{\alpha\alpha'}, \underline{\beta\beta'}, \underline{\gamma\gamma'}} = \gamma_{\underline{\alpha\alpha'}}^{(n)} \otimes \gamma_{\underline{\beta\beta'}}^{(m)} \otimes \gamma_{\underline{\gamma\gamma'}}^{(k)}. \quad (3.129)$$

Голая константа связи определена как

$$\alpha_0 = \mu^{-2\epsilon} \mathbb{Z}_{\alpha}(\mu^2) \alpha_S(\mu^2) \quad \text{с} \quad \mathbb{Z}_{\alpha}(\mu^2) = 1 - \frac{\alpha_S(\mu^2)}{4\pi\epsilon} \beta_0. \quad (3.130)$$

Заметим, что в рамках нашего приближения, можно заметить α_0 на $\mu^{-2\epsilon} \alpha_S(\mu^2)$ (для $d = 4 + 2\epsilon$).

Рассмотрим теперь инвариантную амплитуду в лидирующем и следующем-за-лидирующим порядке по α_S . Согласно коллинеарной факторизации, данная амплитуда схематично запишется в форме:

$$\mathcal{A}_{\mu} = \mathcal{M}_{\mu}(\{u_i\}) \otimes \mathcal{F}(\{u_i\}) \quad (3.131)$$

где \mathcal{M}_{μ} и \mathcal{F} жесткая и мягкая части, соответственно. Пренебрегая на данном этапе спинорной структурой и учитывая как перенормировку

тока Иоффе так и перенормировку трех-кваркового оператора, соответствующая жесткая часть примет следующий вид:

$$\mathbb{Z}^{-1} \mathcal{M}_\mu \mathbb{Z}_\mathcal{F}^{-1} = \mathbb{Z}^{-1} \left\{ \mathcal{M}_\mu^{\text{LO}} + \mathcal{M}_\mu^{\text{NLO}} \right\} \mathbb{Z}_\mathcal{F}^{-1}, \quad (3.132)$$

где перенормировочный фактор для мягкой части $\mathbb{Z}_\mathcal{F}$ определена как (с открытыми спинорными индексами)

$$[\mathcal{F}(\{u_i\})]_R = \mathcal{F}(\{u_i\}) - \frac{\alpha_S(\mu_F^2)}{4\pi\epsilon} \mathbf{H} * \mathcal{F}(\{u_i\}) \equiv \mathbb{Z}_\mathcal{F}(\mu_F^2) \mathcal{F}(\{u_i\}). \quad (3.133)$$

Изменение масштаба описывается как

$$\frac{\alpha_S(\mu_1^2)}{\alpha_S(\mu_2^2)} = \left(\frac{\mu_2^2}{\mu_1^2} \right)^\epsilon + O(\alpha_S^2). \quad (3.134)$$

Жесткая часть с точностью до поправок СЛ-порядка по константе связи может быть записана в наиболее общем виде:

$$n^\mu \mathcal{M}_\mu^{\text{NLO}} = \left[\frac{a^{(-2)}}{\epsilon^2} + \frac{a^{(-1)}}{\epsilon} + a^{(0)} + \dots \right] \times \left\{ \left(\frac{Q^2}{\mu_2^2} \right)^\epsilon \left[b^{(0)} + \epsilon b^{(1)} + \epsilon^2 b^{(2)} + \dots \right] + \left(\frac{Q'^2}{\mu_2^2} \right)^\epsilon \left[-b^{(0)} + \epsilon \bar{b}^{(1)} + \epsilon^2 \bar{b}^{(2)} + \dots \right] \right\}, \quad (3.135)$$

где $a^{(-2)} \epsilon^{-2} + a^{(-1)} \epsilon^{-1} + \dots$ получены в результате разложения петлевых комбинаций Γ -функций $Q'^2 = Q^2 - (P'^2 + Q^2)x_{ij}$.

Отметим, что так как все операторы рассматриваются с открытыми спинорными индексами, амплитуда в лидирующем порядке для жесткого под-процесса не содержит членов пропорциональных ϵ . Запишем тогда следующее выражение для амплитуды

$$\begin{aligned} \mathbb{Z}^{-1} n^\mu \mathcal{M}_\mu \mathbb{Z}_\mathcal{F}^{-1} &= \\ & \left[1 - \frac{\alpha_S(\mu_1^2)}{4\pi} \frac{C_1}{\epsilon} \right] \left[\mathcal{M}^{\text{LO}} + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{4\pi} \mathcal{M}^{\text{NLO}} \right] \left[1 - \frac{\alpha_S(\mu_F^2)}{4\pi\epsilon} \mathbf{H} \right] = \\ & \mathcal{M}^{\text{LO}} + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{4\pi} \mathcal{M}_{\text{fin.}}^{\text{NLO}} + \frac{\alpha_S(\mu^2)}{4\pi\epsilon} \mathcal{M}_{\text{sing.}}^{\text{NLO}} - \frac{\alpha_S(\mu_1^2)}{4\pi\epsilon} C_1 \mathcal{M}^{\text{LO}} - \\ & \frac{\alpha_S(\mu_F^2)}{4\pi\epsilon} \mathbf{H} * \mathcal{M}^{\text{LO}}, \end{aligned} \quad (3.136)$$

Сингулярные члены в (3.136) должны сокращаться друг с другом, т.е.

$$\mathcal{M}_{\text{sing.}}^{\text{NLO}} - \left(\frac{\mu^2}{\mu_1^2}\right)^\epsilon C_1 \mathcal{M}^{\text{LO}} - \left(\frac{\mu^2}{\mu_F^2}\right)^\epsilon \mathbf{H} * \mathcal{M}^{\text{LO}} = 0. \quad (3.137)$$

Рассмотрим теперь инвариантную амплитуду в самой общей форме:

$$\begin{aligned} \mathcal{A}^\mu &= \mathcal{P}_{\underline{\alpha\beta}, \underline{\delta\gamma}}^{(\eta)} \mathbb{Z}_{\underline{\alpha\alpha'}, \underline{\beta\beta'}, \underline{\gamma\gamma'}}^{-1} \times \\ &\int \mathcal{D}u \mathcal{M}_{\underline{\alpha'\alpha_1}, \underline{\beta'\alpha_2}, \underline{\gamma'\alpha_3}}^\mu(u; q, P) (\mathbb{Z}_{\mathcal{F}}^{-1})_{\underline{\alpha_1\alpha'_1}, \underline{\alpha_2\alpha'_2}, \underline{\alpha_3\alpha'_3}} \mathcal{F}_{\underline{\alpha'_1\alpha'_2\alpha'_3}}^{(3q)R}(u), \end{aligned} \quad (3.138)$$

где мягкая часть амплитуды определена с открытыми спинорными индексами, т.е.

$$\mathcal{F}_{\underline{\alpha\beta}, \underline{\delta}}^{(3q)}(\{u_i\}) \stackrel{\text{F}}{=} \langle 0 | \psi_{\underline{\alpha}}(x_1) \psi_{\underline{\beta}}(x_2) \psi(x_3)_{\underline{\delta}} | B(P) \rangle, \quad (3.139)$$

где проектор на ток Иоффе определен как

$$\mathcal{P}_{\underline{\alpha\beta}, \underline{\gamma\delta}}^{(\eta)} \stackrel{\text{def.}}{=} (C\gamma_\alpha)_{\underline{\alpha\beta}} (\gamma_5 \gamma_\alpha)_{\underline{\gamma\delta}}. \quad (3.140)$$

Рассмотрим амплитуды более подробно. Для простоты, ограничимся случаем d -кварка. В рамках импульсного представления, амплитуда лидирующего порядка для вклада d -кварка имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_\mu^{(\text{LO})} &= \mathcal{P}_{\underline{\alpha\beta}, \underline{\delta\gamma}}^{(\eta)} \mathbb{Z}_{\underline{\alpha\alpha'}, \underline{\beta\beta'}, \underline{\gamma\gamma'}}^{-1} \times \\ &\int \mathcal{D}u \frac{(u_1 P + q)_\alpha}{(u_1 P + q)^2} \left(\mathbb{I}_{\underline{\alpha'\alpha_1}} \otimes \mathbb{I}_{\underline{\beta'\alpha_2}} \otimes (g_{\alpha\mu} \mathbb{I} + \Gamma_{\alpha\mu}^{(2)})_{\underline{\gamma'\alpha_3}} \right) \times \\ &(\mathbb{Z}_{\mathcal{F}}^{-1})_{\underline{\alpha_1\alpha'_1}, \underline{\alpha_2\alpha'_2}, \underline{\alpha_3\alpha'_3}} \mathcal{F}_{\underline{\alpha'_1\alpha'_2\alpha'_3}}^{(3q)R}(u). \end{aligned} \quad (3.141)$$

В тоже время диаграммы, соответствующие поправкам по константе связи, могут быть представлены в форме:

$$\begin{aligned} n \cdot \mathcal{A}^{(\text{NLO})} &= \frac{\alpha_s(\mu^2)}{4\pi} \mathcal{P}_{\underline{\alpha\beta}, \underline{\delta\gamma}}^{(\eta)} \mathbb{Z}_{\underline{\alpha\alpha'}, \underline{\beta\beta'}, \underline{\gamma\gamma'}}^{-1} \times \\ &\int \mathcal{D}u \sum_{nmk} \Gamma_{\underline{\alpha'\alpha_1}}^{(n)} \otimes \Gamma_{\underline{\beta'\alpha_2}}^{(m)} \otimes \Gamma_{\underline{\gamma'\alpha_3}}^{(k)} \sum_{p=-1}^3 \epsilon^p b_{nmk}^{(p)}(u; P'^2, Q^2) \times \\ &(\mathbb{Z}_{\mathcal{F}}^{-1})_{\underline{\alpha_1\alpha'_1}, \underline{\alpha_2\alpha'_2}, \underline{\alpha_3\alpha'_3}} \mathcal{F}_{\underline{\alpha'_1\alpha'_2\alpha'_3}}^{(3q)R}(u). \end{aligned} \quad (3.142)$$

На основе выше-приведенных форм амплитуд и явных вычислений, по-

лучим вклад диаграммы обменного типа. Имеем

$$\begin{aligned}
n^\mu \mathcal{A}_\mu^{(\text{NLO})}(\text{Exch.}) &= \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int \mathcal{D}x \mathcal{F}^{(3q)R}(x) \sum_{nmk} \Gamma^{(n)} \otimes \Gamma^{(m)} \otimes \Gamma^{(k)} \times \\
&\left[\frac{x_1}{x_2} f^{nmk}(\epsilon) \left\{ [Q^2]^\epsilon (b_{nmk}^{(0)} + \sum_{p=1}^n \epsilon^p b_{nmk}^{(p)}) + \right. \right. \\
&[Q^2 - (Q^2 + P'^2)x_1]^\epsilon (-b_{nmk}^{(0)} + \sum_{p=1}^n \epsilon^p \bar{b}_{nmk}^{(p)}) \left. \right\} - \\
&\frac{x_{12}}{x_2} f^{nmk}(\epsilon) \left\{ [Q^2]^\epsilon (c_{nmk}^{(0)} + \sum_{p=1}^n \epsilon^p c_{nmk}^{(p)}) + \right. \\
&[Q^2 - (Q^2 + P'^2)x_{12}]^\epsilon (-c_{nmk}^{(0)} + \sum_{p=1}^n \epsilon^p \bar{c}_{nmk}^{(p)}) \left. \right\} \Big], \tag{3.143}
\end{aligned}$$

где

$$x_{12\dots n} = \sum_{i=1}^n x_i, \quad f^{nmk}(\epsilon) = \frac{a_{nmk}^{(-2)}}{\epsilon^2} + \frac{a_{nmk}^{(-1)}}{\epsilon} + \dots \tag{3.144}$$

Далее, ключевым моментом является соответствующее вычитание сингулярной части из выше-указанной амплитуды. После таких вычитаний, конечная часть амплитуды примет вид (не указывая явно спинорных индексов):

$$\begin{aligned}
n^\mu \mathcal{A}_\mu^{(\text{NLO})}(\text{Exch.}) &= \int \mathcal{D}x \mathcal{F}^{(3q)R}(x) \sum_{nmk} \Gamma^{(n)} \otimes \Gamma^{(m)} \otimes \Gamma^{(k)} \times \\
&\left\{ \frac{x_1}{x_2} \mathcal{K}_{nmk}(Q^2, P'^2; x) - \frac{x_{12}}{x_2} \mathcal{L}_{nmk}(Q^2, P'^2; x) \right\} \tag{3.145}
\end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
\mathcal{K}_{nmk}(Q^2, P'^2; x) &= a_{nmk}^{(-1)} (b_{nmk}^{(1)} + \bar{b}_{nmk}^{(1)} + b_{nmk}^{(0)} \ln \frac{Q^2}{Q^2 \bar{x}_1 - P'^2 x_1}) + \\
&a_{nmk}^{(-2)} (b_{nmk}^{(2)} + \bar{b}_{nmk}^{(2)} + b_{nmk}^{(0)} [\frac{1}{2} \ln^2 Q^2 - \frac{1}{2} \ln^2 (Q^2 \bar{x}_1 - P'^2 x_1)] \\
&+ b_{nmk}^{(1)} \ln Q^2 + \bar{b}_{nmk}^{(1)} \ln (Q^2 \bar{x}_1 - P'^2 x_1)), \tag{3.146}
\end{aligned}$$

и

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{nmk}(Q^2, P'^2; x) &= a_{nmk}^{(-1)} (c_{nmk}^{(1)} + \bar{c}_{nmk}^{(1)} + c_{nmk}^{(0)} \ln \frac{Q^2}{Q^2 \bar{x}_{12} - P'^2 x_{12}}) + \\
&a_{nmk}^{(-2)} (c_{nmk}^{(2)} + \bar{c}_{nmk}^{(2)} + c_{nmk}^{(0)} [\frac{1}{2} \ln^2 Q^2 - \frac{1}{2} \ln^2 (Q^2 \bar{x}_{12} - P'^2 x_{12})] \\
&+ c_{nmk}^{(1)} \ln Q^2 + \bar{c}_{nmk}^{(1)} \ln (Q^2 \bar{x}_{12} - P'^2 x_{12})). \tag{3.147}
\end{aligned}$$

Подчеркнем, что в отличие от нашего метода, в работе [154] вычитания в амплитудах (или в корреляционных функциях) были выполнены после умножения на проекционные операторы, т.е. операторы рассматривались со свернутыми спинорными индексами. Это ведет к другой конечной части амплитуды по сравнению с нашим результатом..

Вклады АР лидирующего твиста $\varphi_N(x_i) = V_1(x_i) - A_1(x_1)$ соответствуют вкладам локальным операторам с геометрическим твистом 3 в РПО произведения $T(\eta(0)j_\mu(x))$ for $x^2 \rightarrow 0$:

$$(D_+^{k_1} u_+)(0) (D_+^{k_2} u_+)(0) (D_+^{k_3} d_+)(0). \tag{3.148}$$

Здесь $D_+ \equiv n^\mu D_\mu$ и $q_+ \equiv \Lambda_+ q$ - “плюс”-компоненты ковариантной производной и кваркового поля, соответственно. Вклады лидирующего твиста можно эквивалентно представить как

$$u_+(a_1 n) u_+(a_2 n) d_+(a_3 n), \tag{3.149}$$

где a_i являются вещественными числами, вильсоновская линия не указана явно, но подразумевается. Разложение оператора на световом конусе (3.149) при малых расстояниях $a_i \rightarrow 0$ дает формальный ряд Тейлора в терминах локальных операторов твиста 3. Соответствующие коэффициентные функции могут быть вычислены из амплитуды с кварками на массовой поверхности и коллинеарными импульсами $p_i = x_i p$, $p^2 = 0$ или, в координатном представлении, с тремя кварками на световом луче $y_i = a_i n$.

Переходя к высшему твисту, ситуация становится более сложной. Оператор твиста 4 можно построить двумя способами: либо поменять “плюс” проекцию одного из кварковых полей на “минус” проекцию, либо добавить поперечную производную, т.е.

$$\begin{aligned}
&(D_+^{k_1} u_-)(0) (D_+^{k_2} u_+)(0) (D_+^{k_3} d_+)(0), \\
&(D_+^{k_1} D_\perp u_+)(0) (D_+^{k_2} u_+)(0) (D_+^{k_3} d_+)(0) \tag{3.150}
\end{aligned}$$

(аналогично для d -кварка). Вклады первого типа соответствуют нелокальным операторам на световом конусе $u_-(a_1 n) u_+(a_2 n) d_+(a_3 n)$ и $u_+(a_1 n) u_+(a_2 n) d_-(a_3 n)$. Соответствующие коэффициентные функции

можно вычислить таким же способом как и вклады лидирующего твиста 3, рассматривая матричные элементы от свободных кварков с коллинеарными импульсами в беря различные спинорные проекции. Вклады операторов, включающих поперечные производные, могут быть получены из разложения на световом конусе нелокального трех-кваркового оператора

$$u_+(y_1)u_+(y_2)d_+(y_3), \quad y_i = a_i n + b_{i,\perp} \quad (3.151)$$

где $b_\perp \rightarrow 0$ есть вспомогательный поперечный вектор. Вклад твиста 4 (одна поперечная производная) соответствует выделению членов первого порядка, $\mathcal{O}(b_\perp)$, в разложении на световом конусе. Заметим, что $y_i^2 = b_{i,\perp}^2$ можно пренебречь в данном приближении. Это значит, что коэффициентные функции твиста 4 можно вычислить, рассмотрев матричные элементы с кварковыми импульсами $p_i = x_i p + p_{i,\perp}$ и разложив по первого порядка $p_{i,\perp}$ вдоль коллинеарного направления $p_{i,\perp} \rightarrow 0$. В такого типа вычислениях, можно пренебречь также кварковыми виртуальностями $p_i^2 = -p_{i,\perp}^2 \rightarrow 0$. В качестве примера, рассмотрим вклад АР твиста 4, $\mathbb{V}_2^{(2)}(x_i)$, имеем

$$\begin{aligned} 4\langle 0 | [\epsilon^{ijk} u_\alpha^i(y_1) u_\beta^j(y_2) d_\gamma^k(y_3)] | P \rangle &= \\ &= \mathcal{P}_{\rho;\alpha\beta\gamma}^{\mathbb{V}_2^{(2)}} y_2^\rho \int [dx_i] \mathbb{V}_2^{(2)}(x_i) e^{-iP \sum x_i y_i} + \dots \\ &= i \mathcal{P}_{\rho;\alpha\beta\gamma}^{\mathbb{V}_2^{(2)}} \int [dx_i] \mathbb{V}_2^{(2)}(x_i) \frac{\partial}{\partial p_2^\rho} e^{-i \sum p_i y_i} \Big|_{p_k = x_k p} + \dots \end{aligned} \quad (3.152)$$

где

$$\mathcal{P}_{\nu;\alpha\beta\gamma}^{\mathbb{V}_2^{(2)}} = (\hat{P}C)_{\alpha\beta} (\gamma_\nu \gamma_5 N(P))_\gamma. \quad (3.153)$$

Экспоненту $e^{-iP \sum x_i y_i}$ в (3.152) можно записать как $e^{-i(Pn) \sum x_i a_i} = e^{-i(pn) \sum x_i a_i}$ таким образом кварковые импульсы $p_i \equiv x_i p$ являются коллинеарными и зависимость от поперечностей целиком содержится в факторе $y_2^\rho = a_2 n^\rho + b_{2,\perp}^\rho$. В выражении (3.152), кварковые импульсы можно положить на коллинеарное направление только поле взятия производных. Итак, соответствующий вклад в корреляционную функцию (3.99) примет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Lambda_+ n^\nu T_\nu^{\mathbb{V}_2^{(2)}}(P, q) &= \frac{i}{4} \int [dx_i] \mathbb{V}_2^{(2)}(x_i) (\Lambda_+) \delta \mathcal{P}_{\alpha\beta;\delta\gamma}^{(\eta)} \\ &\quad \times \mathcal{P}_{\rho;\alpha\beta\gamma}^{\mathbb{V}_2^{(2)}} \frac{\partial}{\partial p_2^\rho} [n^\nu \mathcal{M}_\nu]_{\alpha'\beta'\gamma'}^{\alpha\beta\gamma}(q, p_i) \Big|_{p_k = x_k p} \end{aligned} \quad (3.154)$$

где $[\mathcal{M}_\nu]$ - перенормированная амплитуда. Данные вклады соответствуют сумме диаграмм, показанных на рис. 3.2. Производная по второму

Model	Method	f_N/λ_1	φ_{10}	φ_{11}	φ_{20}	φ_{21}	φ_{22}	Ref.
ABO1	LCSR(NLO)	-0.17	0.05	0.05	0.075	-0.027	0.17	
ABO2	LCSR(NLO)	-0.17	0.05	0.05	0.038	-0.018	-0.13	
BLW	LCSR(LO)	-0.17	0.0534	0.0664	-	-	-	[151]
BK	pQCD	-	0.0357	0.0357	-	-	-	[178]
COZ	QCDSR(LO)	-	0.163	0.194	0.41	0.06	-0.163	[179]
KS	QCDSR(LO)	-	0.144	0.169	0.56	-0.01	-0.163	[180]
	QCDSR(NLO)	-0.15	-	-	-	-	-	[174]
LAT09	LATTICE	-0.083	0.043	0.041	0.038	-0.14	-0.47	[169]
LAT13	LATTICE	-0.075	0.038	0.039	-0.050	-0.19	-0.19	[170]

Model	Method	η_{10}	η_{11}	Reference
ABO1	LCSR (NLO)	-0.039	0.140	
ABO2	LCSR (NLO)	-0.027	0.092	
BLW	LCSR (LO)	0.05	0.0325	[151]
BK	pQCD	-	-	[178]
COZ	QCDSR (LO)	-	-	[179]
KS	QCDSR (LO)	-	-	[180]
	QCDSR (NLO)	-	-	[174]
LAT09	LATTICE	-	-	[169]
LAT13	LATTICE	-	-	[170]

Таблица 3.1: Параметры нуклонной амплитуды распределения при масштабе $\mu^2 = 2 \text{ GeV}^2$.

кварковому импульсу может быть записана как сумма вкладов, соответствующих продольным и поперечным компонентам

$$\mathcal{P}_{\rho;\alpha\beta\gamma}^{\mathbb{V}_2^{(2)}} \frac{\partial}{\partial p_2^\rho} = \frac{n^\rho}{pn} \mathcal{P}_{\rho;\alpha\beta\gamma}^{\mathbb{V}_2^{(2)}} \frac{d}{dx_2} + \mathcal{P}_{\perp;\alpha\beta\gamma}^{\mathbb{V}_2^{(2)}} \frac{\partial}{\partial p_2^\perp} + \mathcal{O}(\text{twist-5}). \quad (3.155)$$

Первый вклад включает амплитуду вычисленную на коллинеарных кварках; производную d/dx_2 можно вычислить используя интегрирование по частям. Производная по кварковому поперечному импульсу во втором вкладе применяется к каждому пропагатору во второй кварковой линии. Благодаря тождеству Уорда

$$\frac{\partial}{\partial p^\perp} \frac{\hat{p} + \hat{\ell}}{(p + \ell)^2 + i\epsilon} = -\frac{\hat{p} + \hat{\ell}}{(p + \ell)^2 + i\epsilon} \gamma^\perp \frac{\hat{p} + \hat{\ell}}{(p + \ell)^2 + i\epsilon} \quad (3.156)$$

производная эквивалентна вставке γ^\perp -матрицы в кварковую линию.

Перейдем к краткому обсуждению результатов. Для лучшего понимания параметров в нашем подходе, удобно схематично записать структуру

вычисленных формфакторов в виде

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_0 + \frac{f_N}{\lambda_1} \mathcal{F}_{f_N} + \sum_{i=0,1} \eta_{1i} \mathcal{F}_{\eta_{1i}} + \frac{f_N}{\lambda_1} \sum_{i=1}^2 \sum_{j=0; j \leq i}^2 \varphi_{ij} \mathcal{F}_{\varphi_{ij}}. \quad (3.157)$$

Основными непертурбативными параметрами являются: константы перенормировки, f_N , λ_1 , и параметры формы для нуклонных амплитуд распределения, φ_{ij} and η_{ij} . Значения данных параметров, как результат фитирования, представлены в таблице 3.1. Как можно увидеть, существуют количественные оценки для отношения констант f_N/λ_1 и для параметров формы первого порядка φ_{10} , φ_{11} , соответствующие лидирующему твисту. Другие параметры довольно слабо разбросаны. Из сравнения с экспериментальными данными, получаем, что наиболее предпочтительным значением для отношения констант перенормировки является величина $f_N/\lambda_1 = -0.17$, которую мы зафиксируем для дальнейших действий, а для параметров формы первого порядка имеем: $\varphi_{10} = \varphi_{11} = 0.05$. Данный набор фиксированных параметров также согласуется с подходом [151]. Затем, мы делаем фит экспериментальных данных для протонного магнитного формфактора $G_M^p(Q^2)$ а также отношения электрического и магнитного протонных формфакторов G_E^p/G_M^p в интервале $1 < Q^2 < 8.5 \text{ GeV}^2$, при условии, что другие (т.е. помимо зафиксированных $f_N/\lambda_1, \varphi_{10}, \varphi_{11}$) параметры являются свободными. Мы разделяем фит для следующих значений борелевских параметров $M^2 = 1.5 \text{ GeV}^2$ и $M^2 = 2 \text{ GeV}^2$, и обозначаем данные фиты как АВО1 и АВО2, соответственно. Конечные значения параметров формы приведены в таб. 3.1, а соответствующие формфакторы (сплошная линия для набора АВО1, пунктирная линия для набора АВО2) показаны на рис. 3.3 для протона (левая панель) и нейтрона (правая панель). Отношение дираковского и паулевского формфакторов, $Q^2 F_2^p(Q^2)/F_1^p(Q^2)$, в протоне представлено на рис. 3.4. Качество фитирования в двух приведенных случаях для протонных данных более-менее одинаковое, тогда как описание нейтронных формфакторов немного хуже для набора параметров АВО2 по сравнению с набором АВО1. В обоих фитах нейтронный магнитный формфактор становится на 20-30% ниже экспериментальных данных.

Суммируем полученные результаты. Как отмечалось, основным вызовом при описании формфакторов на основе КХД является вычисление мягких вкладов в фейнмановский механизм при достаточно больших передачах импульса. Подход правил сумм на световом конусе (ПССК) является наиболее подходящим для этого, поскольку мягкие вклады вычисляются в терминах амплитуд распределения, которые появляются в пертурбативной КХД для вычислений вкладов жесткого перерассеяния, и при этом отсутствует проблема двойного счета. Таким образом, ПССК

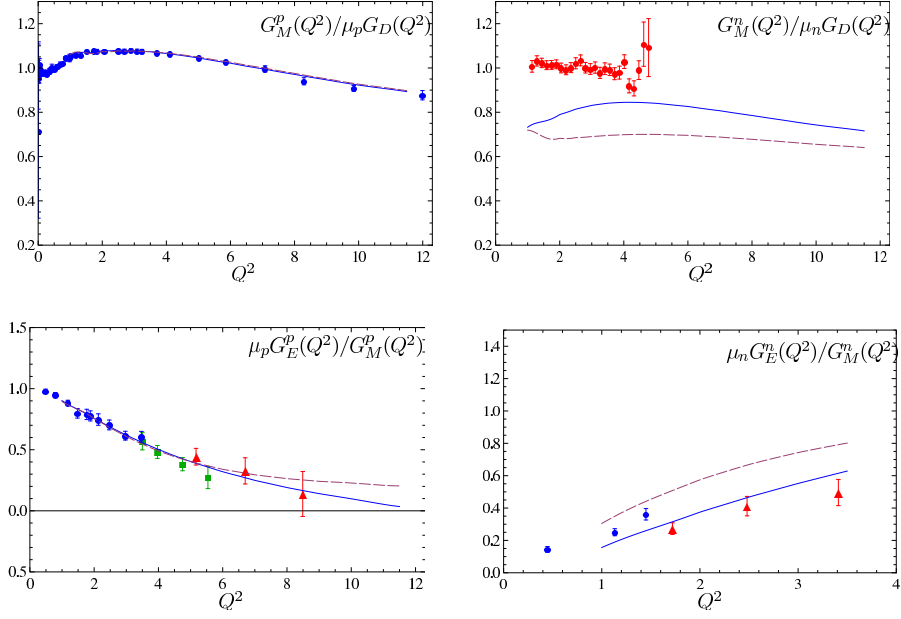


Рис. 3.3: Нуклонные формфакторы в рамках ПССК [2].

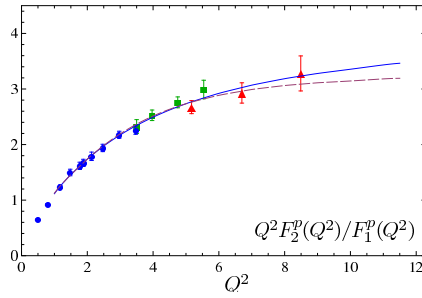


Рис. 3.4: Отношение паулевского и дираковского формфакторов для протона [2].

обеспечивает прямую связь адронных формфакторов и амплитуд распределения.

Наши вычисления включают в себя следующие элементы:

- Вычисления КХД поправок, до α_S -поправок, к вкладам от амплитуд распределения твиста 3 и 4.
- Точный учет кинематических вкладов к нуклонным AP твиста 4 и 5, индуцированные операторами с низшим геометрическим твистом.
- Разложение на световом конусе с точностью до твиста 4 для трех-кварковых операторов, где кварковые поля определены в разных точках.
- Новые вычисления вкладов твиста 5 вне светового конуса.

- Наиболее общая модель для АР лидирующего твиста, включая вклады от полиномов второго порядка.

На основе проведенного численного анализа, можно сделать вывод, что электромагнитные формфакторы могут быть описаны с ожидаемой точностью в 10-20%, используя при этом нуклонные АР достаточно слабо отличающиеся от асимптотических форм.

3.3 Конформная группа и представления для коэффициентных функций

В данном разделе представлены коммутаторы генераторов конформной группы, необходимые для построения конформных (нижнего веса) операторов. Генераторы в спинорном представлении и их коммутаторы имеют следующий вид (ср. [161]). Стартуя с

$$[i\mathbf{K}_{\alpha\dot{\alpha}}, i\mathbf{P}^{\beta\dot{\beta}}] = 4 \left(\delta_{\alpha}^{\beta} \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} i\mathbf{D} + \delta_{\dot{\alpha}}^{\dot{\beta}} i\mathbf{M}_{\alpha}{}^{\beta} + \delta_{\alpha}^{\beta} i\bar{\mathbf{M}}_{\dot{\alpha}}{}^{\dot{\beta}} \right),$$

где \mathbf{D} , $\mathbf{M}_{\alpha\beta}$ and $\bar{\mathbf{M}}_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}$ генераторы дилатаций и лоренцевских поворотов, получим

$$\begin{aligned} [i\mathbf{K}_{\mu\bar{\mu}}, i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\lambda}}] &= 4i \left((\mu\lambda)(\bar{\lambda}\bar{\mu})\mathbf{D} - (\bar{\lambda}\bar{\mu})\mathbf{M}_{\mu\lambda} - (\mu\lambda)\bar{\mathbf{M}}_{\bar{\lambda}\bar{\mu}} \right), \\ [i\mathbf{K}_{\mu\bar{\mu}}, i\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}}] &= -4(\bar{\lambda}\bar{\mu}) i\mathbf{M}_{\mu\mu}, \\ [i\mathbf{K}_{\mu\bar{\mu}}, i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}] &= -4(\mu\lambda) i\bar{\mathbf{M}}_{\bar{\mu}\bar{\mu}}, \end{aligned} \quad (3.158)$$

где $\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}} = \mu^{\alpha}\mathbf{P}_{\alpha\dot{\alpha}}\bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}$, и т.д. Также можно получить

$$\begin{aligned} [i\mathbf{M}_{\mu\lambda}, i\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}}] &= \frac{(\mu\lambda)}{2} i\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}}, & [i\bar{\mathbf{M}}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}}, i\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}}] &= \frac{(\bar{\mu}\bar{\lambda})}{2} i\mathbf{P}_{\mu\bar{\lambda}}, \\ [i\mathbf{M}_{\mu\lambda}, i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}] &= \frac{(\mu\lambda)}{2} i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}, & [i\bar{\mathbf{M}}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}}, i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}] &= \frac{(\bar{\mu}\bar{\lambda})}{2} i\mathbf{P}_{\lambda\bar{\mu}}, \\ [i\mathbf{M}_{\mu\lambda}, i\mathbf{P}_{\mu\bar{\mu}}] &= \frac{(\mu\lambda)}{2} i\mathbf{P}_{\mu\bar{\mu}}, & [i\bar{\mathbf{M}}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}}, i\mathbf{P}_{\mu\bar{\mu}}] &= \frac{(\bar{\mu}\bar{\lambda})}{2} i\mathbf{P}_{\mu\bar{\mu}}. \end{aligned}$$

Пусть $\mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda})$ есть оператор лоренцевского спина j, \bar{j} в точке $x = 0$. Такого рода операторы преобразуются относительно лоренцевских вращений как

$$\begin{aligned} [i\mathbf{M}_{\alpha\beta}, \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda})] &= -\frac{1}{2} \left(\lambda_{\alpha} \frac{\partial}{\partial \lambda^{\beta}} + \lambda_{\beta} \frac{\partial}{\partial \lambda^{\alpha}} \right) \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda}), \\ [i\bar{\mathbf{M}}_{\dot{\alpha}\dot{\beta}}, \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda})] &= -\frac{1}{2} \left(\bar{\lambda}_{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^{\dot{\beta}}} + \bar{\lambda}_{\dot{\beta}} \frac{\partial}{\partial \bar{\lambda}^{\dot{\alpha}}} \right) \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda}). \end{aligned}$$

Можно легко получить, что

$$\begin{aligned} i[\mathbf{M}_{\mu\lambda}, \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda})] &= -2j(\mu\lambda) \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda}), \\ i[\overline{\mathbf{M}}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}}, \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda})] &= -2\bar{j}(\bar{\lambda}\bar{\mu}) \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda}), \\ i[\mathbf{M}_{\mu\mu}, \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda})] &= -(\mu\lambda)(\mu\partial_\lambda) \mathbb{O}^{j\bar{j}}(\lambda, \bar{\lambda}), \end{aligned} \quad (3.159)$$

и т.д. Выше-приведенные уравнения очень полезны для проверки условия на низший вес, $i[\mathbf{K}_{\mu\bar{\mu}}, \mathbb{O}] = 0$, для различных операторов.

Приведем полезные представления для коэффициентных функций Ψ_{Nq} . Пусть $\langle *, * \rangle_j$ есть n -частичное $sl(2)$ инвариантное скалярное произведение определенное как

$$\langle \Psi, \Phi \rangle_j = \prod_{k=1}^n \int_{|z_k| < 1} d^2 z_k \mu_k(z_k) \overline{\Psi(z)} \Phi(z), \quad (3.160)$$

где z_k - комплексные переменные, $j = \{j_1, \dots, j_n\}$ является мульти-индексом, а весовая функция $\mu_k(z_k)$ дается следующим выражением

$$\mu_k(z_k) = \frac{2j_k - 1}{\pi} (1 - |z_k|^2)^{2j_k - 2}. \quad (3.161)$$

Генератор $S_0 = \sum_i S_0^{(i)}$ является само-сопряженным относительно данного скалярного произведения, $S_0^\dagger = S_0$ и $S_\pm^\dagger = -S_\mp$. Единичный оператор на данном пространстве имеет вид

$$\mathbb{K}_j(z, w) = \prod_{k=1}^n (1 - z_k \bar{w}_k)^{-2j_k}. \quad (3.162)$$

Можно легко проверить, что

$$\Phi(z) = \langle \overline{\mathbb{K}_j(z, w)} | \Phi(w) \rangle_j. \quad (3.163)$$

Определим $sl(2)$ преобразование Фурье функции $\Psi_N(z_1, \dots, z_n)$ как

$$P_N(u_1, \dots, u_n) = \langle e^{\sum_{k=1}^n z_k u_k} | \Psi_N(z) \rangle_j. \quad (3.164)$$

Заметим, что

$$\overline{\Psi_N(\partial_{u_1}, \partial_{u_n})} P_N(u_1, \dots, u_n) \Big|_{u_i=0} = \|\Psi_N\|_j^2. \quad (3.165)$$

Для произвольного полинома Ψ_N , получим следующие соотношения между полиномами P_N и Ψ_N [164]

$$\Psi_N(z) = \prod_{k=1}^n \frac{1}{\Gamma(2j_k)} \int_0^\infty du_k u_k^{2j_k-1} e^{-u_k} P_N(u_1 z_1, \dots, u_n z_n).$$

Другие полезные соотношения имеют место для полиномов Ψ_N , инвариантные относительно сдвигов, $S_- \Psi_N = 0$. Это новое соотношение состоит в

$$S_+^k \Psi_N(z) = \frac{k!}{(N+k)!} \prod_{m=1}^n \frac{1}{\Gamma(2j_m)} \int_0^\infty du_m u_m^{2j_m-1} e^{-u_m} \times \left(\sum_{p=1}^n u_p z_p \right)^{N+k} P_N(u_1, \dots, u_n). \quad (3.166)$$

Учитывая, что $P_N(u)$ является полиномом степени N и выделяя, так называемых, бесконечный объем в интегрировании, $\Lambda = \sum u_i$, мы получим

$$a_{Nk}(j) S_+^k \Psi_N(z) = \frac{\chi_N(j)}{(N+k)!} \int \mathcal{D}_n x \prod_{m=1}^n x_m^{2j_m-1} \times \left(\sum_{p=1}^n x_p z_p \right)^{N+k} P_N(x). \quad (3.167)$$

Интегрирование выполняется по N -мерному симплексу, т.е.

$$\mathcal{D}_n x = \prod_{m=1}^n dx_m \delta \left(1 - \sum_{i=1}^n x_i \right), \quad (3.168)$$

а коэффициенты $a_{Nk}(j)$ и $\chi_N(j)$ равны

$$a_{Nk}(j) = \frac{\Gamma(2N+2J)}{k! \Gamma(2N+2J+k)},$$

$$\chi_N(j) = \frac{\Gamma(2N+2J)}{\Gamma(2j_1) \dots \Gamma(2j_n)},$$

где $J = \sum_{i=1}^n j_n$ есть общий конформный спин. Представление (3.167) позволяет нам пересуммировать ряд по k , который появляется в разложении по нелокальным операторам. Именно, имеем

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-i(pn))^{N+k} a_{Nk}(j) S_+^k \Psi_N(z) = \chi_N(j) \int \mathcal{D}_n x \prod_{m=1}^n x_m^{2j_m-1} e^{-i(pn) \sum_i x_i z_i} P_N(x), \quad (3.169)$$

где мы учли тот факт, что интеграл от полиномов P_N с любым полиномом меньшей степени равен нулю.

В заключение, заметим, что существует следующее соотношение между $sl(2)$ преобразованиями Фурье

$$\langle e^{u_k z_k} | \Psi \rangle_{\frac{1}{2}, j_2, j_3 \dots} = \partial_{u_1} u_1 \langle e^{u_k z_k} | \Psi \rangle_{1, j_2, j_3 \dots} \quad (3.170)$$

которые можно проверить разложением в ряд по степеням при учете, что

$$\|z^n\|_j^2 = \frac{\Gamma(2j)n!}{\Gamma(n+2j)}. \quad (3.171)$$

Выражение (3.170) позволяет нам выразить полиномы \mathcal{P}_{Nq} , входящие во вклады ВВ в АР высшего твиста в терминах нуклонных функций твиста 3, P_{Nq} .

3.4 Нуклонные амплитуды распределения и разложение произведений операторов для трехкварковых токов

При практических вычислениях удобно работать с выражениями перенормированных операторов с открытыми спинорными индексами. Общее выражение для нуклонного матричного элемента содержит 24 скалярные функции [158], 12 из которых дают вклад в наших ПССК:

$$\begin{aligned} & 4\langle 0 | \epsilon^{ijk} u_\alpha^i(a_1 n) u_\beta^j(a_2 n) d_\gamma^k(a_3 n) | P \rangle = \\ & = V_1 (\hat{p}C)_{\alpha\beta} (\gamma_5 N^+)_{\gamma} + V_2 (\hat{p}C)_{\alpha\beta} (\gamma_5 N^-)_{\gamma} + \frac{1}{2} m_N V_3 (\gamma_\perp C)_{\alpha\beta} (\gamma^\perp \gamma_5 N^+)_{\gamma} \\ & + \frac{1}{2} m_N V_4 (\gamma_\perp C)_{\alpha\beta} (\gamma^\perp \gamma_5 N^-)_{\gamma} + \frac{m_N^2}{2pn} V_5 (\hat{n}C)_{\alpha\beta} (\gamma_5 N^+)_{\gamma} + \\ & \frac{m_N^2}{2pn} V_6 (\hat{n}C)_{\alpha\beta} (\gamma_5 N^-)_{\gamma} \\ & + A_1 (\hat{p}\gamma_5 C)_{\alpha\beta} N_\gamma^+ + A_2 (\hat{p}\gamma_5 C)_{\alpha\beta} N_\gamma^- + \frac{1}{2} m_N A_3 (\gamma_\perp \gamma_5 C)_{\alpha\beta} (\gamma^\perp N^+)_{\gamma} \\ & + \frac{1}{2} m_N A_4 (\gamma_\perp \gamma_5 C)_{\alpha\beta} (\gamma^\perp N^-)_{\gamma} + \frac{m_N^2}{2pn} A_5 (\hat{n}\gamma_5 C)_{\alpha\beta} N_\gamma^+ + \\ & \frac{m_N^2}{2pn} A_6 (\hat{n}\gamma_5 C)_{\alpha\beta} N_\gamma^- + \dots, \end{aligned} \quad (3.172)$$

где α, β, γ - спинорные индексы; $\sigma_{\perp n} \otimes \gamma^\perp = \sigma_{\mu\nu} n^\nu g_\perp^{\mu\alpha} \otimes \gamma_\alpha$. Каждая инвариантная функция $F = V_i, A_i$ может быть записана через интеграл

Фурье

$$F(a_j, Pn) = \int [dx] e^{-iPn \sum_i x_i a_i} F(x_i), \quad (3.173)$$

где $F(x_i)$ зависит от продольных долей импульсов x_i , переносимых кварками в нуклоне. Мера интегрирования определена в (3.78). Данные функции связаны с нуклонной АР $\varphi_N(x_i)$, определенной в (3.76), (3.80) как

$$\begin{aligned} V_1(1, 2, 3) &= \frac{1}{2} f_N [\varphi_N(1, 2, 3) + \varphi_N(2, 1, 3)], \\ A_1(1, 2, 3) &= \frac{1}{2} f_N [\varphi_N(2, 1, 3) - \varphi_N(1, 2, 3)]. \end{aligned} \quad (3.174)$$

Здесь и ниже, $F(1, 2, 3) \equiv F(x_1, x_2, x_3)$. Функции V_2, A_2, V_3, A_3 соответствуют вкладам коллинеарного твиста 4. Данные функции включают вклады как настоящего геометрического твиста 4, так и вклады ВВ, выражаемые через геометрический твист 3, см. (3.85), (3.86). Получим [158]

$$\begin{aligned} V_2(1, 2, 3) &= \frac{1}{4} f_N [\Phi_4^{WW}(1, 2, 3) + \Phi_4^{WW}(2, 1, 3)] \\ &\quad + \frac{1}{4} \lambda_1^N [\Phi_4(1, 2, 3) + \Phi_4(2, 1, 3)], \\ A_2(1, 2, 3) &= \frac{1}{4} f_N [\Phi_4^{WW}(2, 1, 3) - \Phi_4^{WW}(1, 2, 3)] \\ &\quad + \frac{1}{4} \lambda_1^N [\Phi_4(2, 1, 3) - \Phi_4(1, 2, 3)], \\ V_3(1, 2, 3) &= \frac{1}{4} f_N [\Psi_4^{WW}(1, 2, 3) + \Psi_4^{WW}(2, 1, 3)] \\ &\quad - \frac{1}{4} \lambda_1^N [\Psi_4(1, 2, 3) + \Psi_4(2, 1, 3)], \\ A_3(1, 2, 3) &= \frac{1}{4} f_N [\Psi_4^{WW}(2, 1, 3) - \Psi_4^{WW}(1, 2, 3)] \\ &\quad - \frac{1}{4} \lambda_1^N [\Psi_4(2, 1, 3) - \Psi_4(1, 2, 3)]. \end{aligned} \quad (3.175)$$

В свою очередь, АР коллинеарного твиста 5 содержат вклады ВВ от твиста 3 и твиста 4, а вкладами настоящего геометрического твиста 5

будем пренебрегать:

$$\begin{aligned}
V_4(1, 2, 3) &= \frac{1}{4}f_N [\Psi_5^{WWW}(1, 2, 3) + \Psi_5^{WWW}(2, 1, 3)] \\
&\quad - \frac{1}{4}\lambda_1^N [\Psi_5^{WW}(1, 2, 3) + \Psi_5^{WW}(2, 1, 3)] , \\
A_4(1, 2, 3) &= \frac{1}{4}f_N [\Psi_5^{WWW}(2, 1, 3) - \Psi_5^{WWW}(1, 2, 3)] \\
&\quad - \frac{1}{4}\lambda_1^N [\Psi_5^{WW}(2, 1, 3) - \Psi_5^{WW}(1, 2, 3)] , \\
V_5(1, 2, 3) &= \frac{1}{4}f_N [\Phi_5^{WWW}(1, 2, 3) + \Phi_4^{WWW}(2, 1, 3)] \\
&\quad + \frac{1}{4}\lambda_1^N [\Phi_5^{WW}(1, 2, 3) + \Phi_5^{WW}(2, 1, 3)] , \\
A_5(1, 2, 3) &= \frac{1}{4}f_N [\Phi_4^{WWW}(2, 1, 3) - \Phi_4^{WWW}(1, 2, 3)] \\
&\quad + \frac{1}{4}\lambda_1^N [\Phi_4^{WW}(2, 1, 3) - \Phi_4^{WW}(1, 2, 3)] .
\end{aligned} \tag{3.176}$$

Используемая модель состоит в следующей параметризации [158]:

$$\begin{aligned}
V_6(x_i) &= 2 [\phi_6^0 + \phi_6^+(1 - 3x_3)] , \\
A_6(x_i) &= 2(x_2 - x_1)\phi_6^- ,
\end{aligned} \tag{3.177}$$

где

$$\begin{aligned}
\phi_6^0 &= f_N , \\
\phi_6^+ &= f_N \left(2\varphi_{10} - \frac{2}{3}\varphi_{11} - \frac{1}{3} \right) + \lambda_1 \left(\frac{1}{5}\eta_{10} - \frac{1}{3}\eta_{11} - \frac{1}{5} \right) , \\
\phi_6^- &= f_N \left(2\varphi_{10} + 2\varphi_{11} + 1 \right) + \lambda_1 \left(\frac{1}{5}\eta_{10} + \eta_{11} - \frac{1}{5} \right) .
\end{aligned} \tag{3.178}$$

Для полноты изложения, приводим соотношения между параметрами формы первого порядка, $\varphi_{10}, \varphi_{11}$ для твиста 3 и η_{10}, η_{11} для твиста 4, с параметрами V_1^d, A_1^u и f_1^d, f_1^u , см. [158], [150, 151, 154]:

$$\begin{aligned}
A_1^u &= \varphi_{10} + \varphi_{11} , \\
V_1^d &= \frac{1}{3} - \varphi_{10} + \frac{1}{3}\varphi_{11} ,
\end{aligned} \tag{3.179}$$

$$\begin{aligned}
f_1^d &= \frac{3}{10} - \frac{1}{6} \frac{f_N}{\lambda_1} + \frac{1}{5} \eta_{10} - \frac{1}{3} \eta_{11}, \\
f_1^u &= \frac{1}{10} - \frac{1}{6} \frac{f_N}{\lambda_1} - \frac{3}{5} \eta_{10} - \frac{1}{3} \eta_{11}. \\
f_2^d &= \frac{4}{15} + \frac{2}{5} \xi_{10}.
\end{aligned} \tag{3.180}$$

Матричный элемент от трех-кварковых операторов при малом несветоподобном разделении можно свести к амплитудам распределения. В лидирующем порядке ПССК имеется существенное упрощение, когда две координаты кварков всегда совпадают [150, 151]. Соответствующие матричные элементы даются следующими выражениями:

$$-\langle 0 | \epsilon^{ijk} [u^i C \gamma_\alpha u^j] (0) d_\gamma^k(y) | P \rangle = \tag{3.181}$$

$$\begin{aligned}
&\left(\mathcal{V}_1 + \frac{y^2 m_N^2}{4} \mathcal{V}_1^{M(d)} \right) P_\alpha (\gamma_5 N)_\gamma + \frac{\mathcal{V}_2 m_N}{2(Py)} P_\alpha (\hat{y} \gamma_5 N)_\gamma + \frac{1}{2} \mathcal{V}_3 m_N (\gamma_\alpha \gamma_5 N)_\gamma \\
&+ \frac{\mathcal{V}_4 m_N^2}{4(Py)} y_\alpha (\gamma_5 N)_\gamma + \frac{\mathcal{V}_5 m_N^2}{4(Py)} (i \sigma_{\alpha\lambda} y^\lambda \gamma_5 N)_\gamma + \frac{\mathcal{V}_6 m_N^3}{4(Py)^2} y_\alpha (\hat{y} \gamma_5 N)_\gamma,
\end{aligned}$$

$$-\langle 0 | \epsilon^{ijk} [u^i C \gamma_\alpha \gamma_5 u^j] (0) d_\gamma^k(y) | P \rangle = \tag{3.182}$$

$$\begin{aligned}
&\left(\mathcal{A}_1 + \frac{y^2 m_N^2}{4} \mathcal{A}_1^{M(d)} \right) P_\alpha (N)_\gamma + \frac{\mathcal{A}_2 m_N}{2(Py)} P_\alpha (\hat{y} N)_\gamma + \frac{1}{2} \mathcal{A}_3 m_N (\gamma_\alpha N)_\gamma \\
&+ \frac{\mathcal{A}_4 m_N^2}{4(Py)} y_\alpha (N)_\gamma + \frac{\mathcal{A}_5 m_N^2}{4(Py)} (i \sigma_{\alpha\lambda} x^\lambda N)_\gamma + \frac{\mathcal{A}_6 m_N^3}{4(Py)^2} y_\alpha (\hat{y} N)_\gamma
\end{aligned}$$

а также аналогичные выражения для

$$\langle 0 | \epsilon^{ijk} [u^i(0) C \gamma_\alpha (\gamma_5) u^j(y)] d_\gamma^k(0) | P \rangle$$

с заменой $\mathcal{V}_1^{M(d)}, \mathcal{A}_1^{M(d)} \rightarrow \mathcal{V}_1^{M(u)}, \mathcal{A}_1^{M(u)}$. Инвариантные функции $\mathcal{V}_i, \mathcal{A}_i$ зависят от кварковых координат $a_i y$, имеем

$$\mathcal{F}(a_i; Py) = \int [dx] e^{-iPy(x_1 a_1 + x_2 a_2 + x_3 a_3)} \mathcal{F}(x_i). \tag{3.183}$$

Каллиграфические функции, $\mathcal{F}(x_i)$, могут быть выражены через нуклонные AP (при $\mu^2 \sim 1/|y^2|$). Получим [150]

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_1 &= V_1, & \mathcal{V}_2 &= V_1 - V_2 - V_3, & \mathcal{V}_3 &= V_3, \\
\mathcal{V}_4 &= -2V_1 + V_3 + V_4 + 2V_5, & \mathcal{V}_5 &= V_4 - V_3, \\
\mathcal{V}_6 &= -V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 - V_6
\end{aligned} \tag{3.184}$$

и

$$\begin{aligned}
\mathcal{A}_1 &= A_1, & \mathcal{A}_2 &= A_2 - A_1 - A_3, & \mathcal{A}_3 &= A_3, \\
\mathcal{A}_4 &= -2A_1 - A_3 - A_4 + 2A_5, & \mathcal{A}_5 &= A_3 - A_4, \\
\mathcal{A}_6 &= A_1 - A_2 + A_3 + A_4 - A_5 + A_6.
\end{aligned} \tag{3.185}$$

Введены обозначения [150]:

$$\begin{aligned}
\tilde{F}(x_3) &= \int_1^{x_3} dx'_3 \int_0^{1-x'_3} dx_1 F(x_1, 1 - x_1 - x'_3, x'_3), \\
\tilde{\tilde{F}}(x_3) &= \int_1^{x_3} dx'_3 \int_1^{x'_3} dx''_3 \int_0^{1-x''_3} dx_1 F(x_1, 1 - x_1 - x''_3, x''_3)
\end{aligned} \tag{3.186}$$

и

$$\begin{aligned}
\hat{F}(x_2) &= \int_1^{x_2} dx'_2 \int_0^{1-x'_2} dx_1 F(x_1, x'_2, 1 - x_1 - x'_2), \\
\hat{\hat{F}}(x_2) &= \int_1^{x_2} dx'_2 \int_1^{x'_2} dx''_2 \int_0^{1-x''_2} dx_1 F(x_1, x''_2, 1 - x_1 - x''_2),
\end{aligned} \tag{3.187}$$

где $F = A_k, V_k$ - нуклонные АР в общем виде, которые зависят от кварковых долей. Моменты от $\mathcal{V}_1^{M(u,d)}(x_2)$, $\mathcal{A}_1^{M(u,d)}(x_2)$ можно выразить через вклады моментов от АР твиста 3 и 4. Получим

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_1^{M(u)}(x_2) &\equiv \int_0^{1-x_2} dx_1 V_1^M(x_1, x_2, 1 - x_1 - x_2) \\
&= x_2^2(1 - x_2)^3 \left(\frac{5}{3} f_N C_f^u + \frac{1}{12} \lambda_1 C_\lambda^u \right), \\
\mathcal{A}_1^{M(u)}(x_2) &\equiv \int_0^{1-x_2} dx_1 A_1^M(x_1, x_2, 1 - x_1 - x_2) \\
&= x_2^2(1 - x_2)^3 \left(\frac{5}{3} f_N D_f^u + \frac{1}{12} \lambda_1 D_\lambda^u \right),
\end{aligned} \tag{3.188}$$

$$\begin{aligned}
\mathcal{V}_1^{M(d)}(x_3) &\equiv \int_0^{1-x_3} dx_1 V_1^M(x_1, 1-x_1-x_3, x_3) \\
&= x_3^2(1-x_3)^2 \left(\frac{5}{3} f_N C_f^d + \frac{1}{12} \lambda_1 C_\lambda^d \right), \\
\mathcal{A}_1^{M(d)}(x_3) &\equiv \int_0^{1-x_3} dx_1 A_1^M(x_1, 1-x_1-x_3, x_3) = 0,
\end{aligned} \tag{3.189}$$

где

$$\begin{aligned}
C_\lambda^u &= -4 - 3\eta_{10}(5x_2 - 3) - 5\eta_{11}(x_2 + 1), \\
C_f^u &= -(4x_2 - 5) - \frac{21}{4}\varphi_{10}(9x_2^2 - 14x_2 + 3) \\
&\quad + \frac{7}{4}\varphi_{11}(9x_2^2 - 8x_2 + 1), \\
D_\lambda^u &= -4 - 3\eta_{10}(5x_2 - 3) - 5\eta_{11}(9x_2 - 7), \\
D_f^u &= 1 - \frac{21}{4}\varphi_{10}(9x_2^2 - 14x_2 + 3) \\
&\quad - \frac{7}{4}\varphi_{11}(27x_2^2 - 36x_2 + 7)
\end{aligned} \tag{3.190}$$

и

$$\begin{aligned}
C_\lambda^d &= 8 + 2(5x_3 - 3)(3\eta_{10} - 5\eta_{11}), \\
C_f^d &= -2(2x_3 - 3) + \frac{7}{2}(9x_3^2 - 14x_3 + 3)(3\varphi_{10} - \varphi_{11}),
\end{aligned} \tag{3.191}$$

Для вычисления корреляционных функций с учетом α_S -поправок, необходимо найти обобщение выражений (3.181) до вкладов твиста 4 для случая, когда все кварковые координаты различны

$$\begin{aligned}
y_1 &= a_1 n + \vec{b}_1, \\
y_2 &= a_2 n + \vec{b}_2, \\
y_3 &= a_3 n + \vec{b}_3,
\end{aligned} \tag{3.192}$$

где \vec{b}_i - поперечный, относительно n_μ and P_μ , вектор. Пусть

$$-\langle 0 | \epsilon^{ijk} [u^i(y_1) C \gamma_\alpha u^j(y_2)] d^k(y_3) | P \rangle = \tag{3.193}$$

$$\left\{ P_\alpha \mathbb{V}_1 + m_N \gamma_\alpha \mathbb{V}_3 + im_N P_\alpha \left[\mathbb{V}_2^{(1)} \hat{y}_1 + \mathbb{V}_2^{(2)} \hat{y}_2 + \mathbb{V}_2^{(3)} \hat{y}_3 \right] + \dots \right\} \gamma_5 N,$$

$$-\langle 0 | \epsilon^{ijk} [u^i(y_1) C \gamma_\alpha \gamma_5 u^j(y_2)] d^k(y_3) | P \rangle = \tag{3.194}$$

$$\left\{ P_\alpha \mathbb{A}_1 + m_N \gamma_\alpha \mathbb{A}_3 + im_N P_\alpha \left[\mathbb{A}_2^{(1)} \hat{y}_1 + \mathbb{A}_2^{(2)} \hat{y}_2 + \mathbb{A}_2^{(3)} \hat{y}_3 \right] + \dots \right\} N,$$

где многоточием обозначено вклады от более старшего твиста.

Инвариантные функции \mathbb{V}_i и \mathbb{A}_i не зависят от поперечных координат, т.е.

$$\mathbb{V}_i(y_i P) = \int [dx_i] e^{-iP \sum x_i y_i} \mathbb{V}_i(x_i) = \int [dx_i] e^{-iP n \sum x_i a_i} \mathbb{V}_i(x_i) \quad (3.195)$$

Трансляционная инвариантность требует, чтобы

$$\begin{aligned} \langle 0 | [u(y_1 + z) C \gamma_\alpha(\gamma_5) u(y_2 + z)] d(y_3 + z) | P \rangle = \\ = e^{-iPz} \langle 0 | [u(y_1) C \gamma_\alpha(\gamma_5) u(y_2)] d(y_3) | P \rangle. \end{aligned} \quad (3.196)$$

Данное условие удовлетворяется для $\mathbb{V}_1, \mathbb{V}_3, \mathbb{A}_1, \mathbb{A}_3$ и ведет к соотношению

$$\mathbb{V}_2^{(1)} + \mathbb{V}_2^{(2)} + \mathbb{V}_2^{(3)} = 0, \quad \mathbb{A}_2^{(1)} + \mathbb{A}_2^{(2)} + \mathbb{A}_2^{(3)} = 0. \quad (3.197)$$

Параметризация матричных элементов в (3.195) должна воспроизводить выражения в (3.172) в пределе $b_1 = b_2 = b_3 = 0$. Отсюда, получим

$$\begin{aligned} \mathbb{V}_1(x_i) = \mathcal{V}_1(x_i) = V_1(x_i), \quad \mathbb{V}_3(x_i) = \mathcal{V}_3(x_i) = V_3(x_i). \\ \mathbb{A}_1(x_i) = \mathcal{A}_1(x_i) = A_1(x_i), \quad \mathbb{A}_3(x_i) = \mathcal{A}_3(x_i) = A_3(x_i). \end{aligned} \quad (3.198)$$

Для функций $\mathbb{V}_2^{(k)}(x_i), \mathbb{A}_2^{(k)}(x_i)$ получим

$$\begin{aligned} \mathbb{V}_2^{(1)}(x_i) &= \frac{1}{4} \left[x_3 V_2(x_i) + (x_2 - x_1) V_3(x_i) - A_3(x_i) \right. \\ &\quad \left. + x_3 A_3(x_i) + x_3 A_2(x_i) \right], \\ \mathbb{V}_2^{(2)}(x_i) &= \frac{1}{4} \left[x_3 V_2(x_i) + (x_1 - x_2) V_3(x_i) + A_3(x_i) \right. \\ &\quad \left. - x_3 A_3(x_i) - x_3 A_2(x_i) \right], \\ \mathbb{V}_2^{(3)}(x_i) &= -\frac{1}{2} x_3 V_2(x_i), \end{aligned} \quad (3.199)$$

и

$$\begin{aligned} \mathbb{A}_2^{(1)}(x_i) &= \frac{1}{4} \left[-x_3 A_2(x_i) + (x_2 - x_1) A_3(x_i) - V_3(x_i) \right. \\ &\quad \left. + x_3 V_3(x_i) - x_3 V_2(x_i) \right], \\ \mathbb{A}_2^{(2)}(x_i) &= \frac{1}{4} \left[-x_3 A_2(x_i) + (x_1 - x_2) A_3(x_i) + V_3(x_i) \right. \\ &\quad \left. - x_3 V_3(x_i) + x_3 V_2(x_i) \right], \\ \mathbb{A}_2^{(3)}(x_i) &= \frac{1}{2} x_3 A_2(x_i). \end{aligned} \quad (3.200)$$

Можно показать, что

$$\begin{aligned} \frac{i}{2} \tilde{\mathcal{V}}_2(x_3) &= \int_0^{1-x_3} dx_1 \mathbb{V}_2^{(3)}(x_1, 1-x_1-x_3, x_3), \\ \frac{i}{2} \widehat{\mathcal{V}}_2(x_2) &= \int_0^{1-x_2} dx_1 \mathbb{V}_2^{(2)}(x_1, x_2, 1-x_1-x_2) \end{aligned} \quad (3.201)$$

(ср. (3.186), (3.187)) и аналогично для функций A .

Глава 4

Вклады высшего твиста в электророждении мезонов

4.1 Жесткое электророждение гибридного мезона

В рамках КХД, адроны описываются в терминах кварков, антикварков и глюонов. Считается, что обычные, известные мезоны содержат в валентных конфигурациях только кварки и антикварки, в то время как глюоны играют роль переносчиков взаимодействия. С другой стороны, КХД не запрещает существование глюонных степеней свободы а виде, например, вибрирующих потоковых трубок ("flux tube"). Состояния, где $q\bar{q}g$ и gg конфигурации доминируют (гибриды и глюболы), представляют фундаментальный интерес для понимания динамики кваркового конфайнмента и непертурбативного сектора КХД [182]– [185].

Изучение таких адронов вне рамок конституентной кварковой модели, именно экзотических гибридов, является основной темой в данном разделе. Мы исследуем здесь гибридный мезон с $J^{PC} = 1^{-+}$ с помощью жестких процессов. Будем концентрироваться на эксклюзивном электророждении мезона [73], которое можно описать в рамках коллинеарного приближения, где ОПР и АР связаны с непертурбативными частями факторизованной амплитуды [195].

В данном разделе мы покажем, что вопреки наивным ожиданиям амплитуда электророждения изотриплетного экзотического мезона с $J^{PC} = 1^{-+}$ может быть получена таким же способом как и амплитуда рождения обычного неэкзотического мезона. Другими словами, кварк-антикварковый коррелятор на световом конусе включает, во-первых, глюонную компоненту за счет калибровочной инвариантности и уравнений движения и, во-вторых, ведет к гибридным АР лидирующего твиста 2. Мы также рассмотрим гибридный мезон как резонанс в реакции $e p \rightarrow e p (\pi^0 \eta)$, первое экспериментальное исследование которых, через $\pi^- \eta$ -моду, выполнено коллаборацией E852 в Брукхевене [196]. На сегодняшний день, кандидатами на гибридное состояние с $J^{PC} = 1^{-+}$ являются $\pi_1(1400)$, который наиболее виден через распад $\pi\eta$, и $\pi_1(1600)$,

который наблюдается через моду распада $\pi\eta'$ и $\pi\rho$ [197]. Теоретические исследования данных объектов выполнялись также в [182], и в рамках решеточных вычислений в [185].

Рассмотрим процесс

$$e(k_1) + N(p_1) \rightarrow e(k_2) + H(p) + N(p_2), \quad (4.1)$$

где подпроцессом является

$$\gamma_L^*(q) + N(p_1) \rightarrow H_L(p) + N(p_2) \quad (4.2)$$

с рассеянием барионов на большие углы. Данный процесс является жестким благодаря большому переданному импульсу Q^2 . Как уже обсуждалось, в рамках такого режима можно использовать факторизационную теорему. Итак, мы изучаем изотриплет мезонов с квантовыми числами $J^{PC} = 1^{-+}$. Это экзотические мезоны, которые не могут быть описаны в рамках кварковой модели. Для иллюстрации этого, кратко напомним основные этапы описания и классификации мезонных состояний в кварковой модели.

Хорошо известно, что в рамках кварковой модели мезоны и барионы являются связанными состояниями кварк-антикварков и системы из трех кварков. Рассмотрим мезонное состояние, т.е. кварк-антикварковую систему. Общий угловой момент мезона получается из суммы спина S и орбитального углового момента L кварков. Пренебрегая спин-орбитальным взаимодействием, квантовыми числами S и L можно проводить классификацию адронных состояний. Следовательно, собственные значения квадратов угловых моментов определяются как

$$\begin{aligned} \mathbf{J}^2 &= J(J+1) & \mathbf{S}^2 &= S(S+1) & \mathbf{L}^2 &= L(L+1), \\ \mathbf{J} &= \mathbf{S} + \mathbf{L}, \end{aligned} \quad (4.3)$$

где число L может принимать все положительные целые значения, включая ноль. Мезонный октет соответствует случаю, когда $S = 0, 1$. Для данных значений S и L , общий угловой момент J принимает следующие значения:

$$J = S + L, S + L - 1, \dots, |S - L|. \quad (4.4)$$

Значения S и L связаны с C - и P -четностью кварк-антикварковой системы как

$$C = (-)^{L+S}, \quad P = (-)^{L+1}. \quad (4.5)$$

В кварковой модели, квантовые числа S, L, J, P, C и соотношения между ними (4.4), (4.5) позволяют ввести следующую классификацию мезонных состояний:

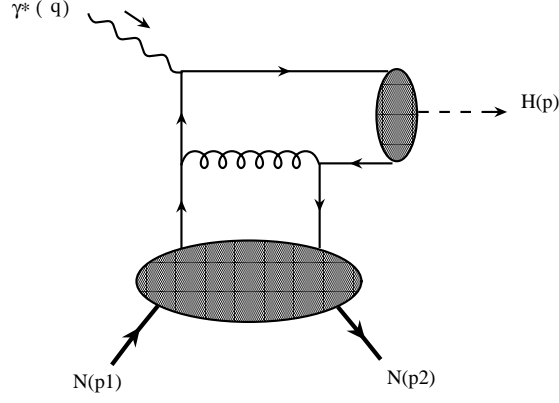


Рис. 4.1: Типичная диаграмма, описывающая электророждение мезонов в лидирующем порядке.

- $S = 0, L = J :$

$$J^{PC} = 0^{-+}, 1^{+-}, 2^{-+}, 3^{+-}, \dots \quad (4.6)$$

- $S = 1, L = 0, J = 1 :$

$$J^{PC} = 1^{--} \quad (4.7)$$

- $S = 1, L = 1, J = 2, 1, 0 :$

$$J^{PC} = 0^{++}, 1^{++}, 2^{++} \quad (4.8)$$

- $S = 1, L = 2, J = 3, 2, 1 :$

$$J^{PC} = 1^{--}, 2^{--}, 3^{--} \quad (4.9)$$

и т.д. Отсюда, можем увидеть, что мезоны с $J^{PC} = 0^{--}, 0^{+-}, 1^{-+}, \dots$, запрещены. Однако, такие мезоны можно описать вне рамок кварковой модели. Действительно, мы можем добавить дополнительную степень свободы, глюон например, для того, чтобы получить требуемые квантовые числа, см. например [183]. Ниже, мы рассмотрим данный случай подробнее.

Рассмотрим кинематику процесса, где виртуальность фотона $Q^2 = -q^2$ является большой величиной; импульсы p_1 (p_2) соответствуют входящему (выходящему) нуклону; p - импульс продольно-поляризованного гибридного мезона с массой M_H . Введем средний импульс \bar{P} и переданный импульс Δ :

$$\bar{P} = \frac{p_2 + p_1}{2}, \quad \Delta = p_2 - p_1, \quad \Delta^2 = t. \quad (4.10)$$

Свето-подобные вектора определяются как

$$n^* = \Lambda(1, \mathbf{0}^T, 1), \quad n = \frac{1}{2\Lambda}(1, \mathbf{0}^T, -1), \quad n^* \cdot n = 1, \quad (4.11)$$

где Λ - произвольный размерный параметр. Затем, судаковское разложение примет вид:

$$\begin{aligned} \Delta_\mu &= -2\xi n_\mu^* + \xi \overline{M}^2 n_\mu + \Delta_\mu^T, & \Delta^T \cdot n &= \Delta^T \cdot n^* = 0, \\ \overline{P}_\mu &= n_\mu^* + \frac{\overline{M}^2}{2} n_\mu, & \overline{P}^2 &= \overline{M}^2, & \xi &\leq \frac{\sqrt{-\Delta^2}}{2\overline{M}} \leq 1, \\ q_\mu &= -2\tilde{\xi} n_\mu^* + \frac{Q^2}{4\tilde{\xi}} n_\mu, \\ p_\mu &= q_\mu - \Delta_\mu = 2(\xi - \tilde{\xi})n_\mu^* + \left(\frac{Q^2}{4\tilde{\xi}} - \xi \overline{M}^2 \right) n_\mu - \Delta_\mu^T. \end{aligned} \quad (4.12)$$

Здесь, параметры ξ и $\tilde{\xi}$ связаны как

$$M_H^2 = 4(\xi - \tilde{\xi}) \left(\frac{Q^2}{4\tilde{\xi}} - \xi \overline{M}^2 \right) + \Delta_T^2. \quad (4.13)$$

Вектор продольной поляризации фотона записывается как

$$\varepsilon_{L\mu} = \frac{2\tilde{\xi}}{Q} n_\mu^* + \frac{Q}{4\tilde{\xi}} n_\mu, \quad (4.14)$$

где $Q = \sqrt{Q^2}$.

Амплитуда лидирующего порядка для процесса (4.1), см. рис. 4.1, равна

$$\mathcal{A} = \varepsilon_L^\mu \int d\eta e^{iq\cdot\eta} \langle N(p_2) H(p) | \frac{\delta S}{\delta A_\mu(\eta)} | N(p_1) \rangle, \quad (4.15)$$

где S -матрица дается выражением

$$S = T \exp \left\{ i \int d^4x \left(\mathcal{L}_{QCD}(x) + \mathcal{L}_{QED}(x) \right) \right\}. \quad (4.16)$$

Применяя факторизационную теорему, амплитуда примет вид (при $-t \ll Q^2$)

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_0^1 dz \int_{-1}^1 dx \Phi_H(z, \mu^2, \mu_R^2) H(x, z, Q^2, \mu^2, \mu_R^2) F(x, \mu^2, \mu_R^2) \\ &\equiv \Phi_H \otimes H \otimes F, \end{aligned} \quad (4.17)$$

где параметры μ^2 и μ_R^2 являются факторизационным и перенормировочным масштабами, соответственно. В данном подходе, мы принимаем, что $\mu = \mu_R$. В выражении (4.71), H обозначает жесткую часть амплитуды, которая вычислима в рамках пертурбативной КХД. Амплитуда распределения гибридного мезона, Φ_H , как обычно, описывает переход партонов в мезон, F обозначает обобщенные партонные распределения.

Итак, факторизованная амплитуда (4.71) может быть представлена как

$$\mathcal{A}_{(q)} = \frac{e\pi\alpha_s f_H C_F}{\sqrt{2}N_c Q} \left[e_u \mathcal{H}_{uu}^- - e_d \mathcal{H}_{dd}^- \right] \mathcal{V}^{(H,-)}, \quad (4.18)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{ff}^\pm &= \int_{-1}^1 dx \left[\bar{U}(p_2) \hat{n} U(p_1) H_{ff'}(x) + \bar{U}(p_2) \frac{i\sigma_{\mu\alpha} n^\mu \Delta^\alpha}{2M} U(p_1) E_{ff'}(x) \right] \\ &\quad \left[\frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \pm \frac{1}{x - \xi + i\epsilon} \right], \\ \mathcal{V}^{(M,\pm)} &= \int_0^1 dy \phi^M(y) \left[\frac{1}{y} \pm \frac{1}{1-y} \right]. \end{aligned} \quad (4.19)$$

В (4.19), мы включили также функции \mathcal{H}_{ff}^+ и $\mathcal{V}^{(M,+)}$, которые соответствуют ρ мезоны. АР гибридного мезона, которое входит в (4.19), является новым объектом, которые будет подробно изучен в этом разделе. Заметим, что простой полюс по y а (4.18) не приводит к инфракрасным расходимостям если функция $\phi^H(y)$ равна нулю при $y = 0$ или $y = 1$.

Преобразование Фурье гибрид-вакуумного матричного элемента от нелокального векторного кваркового оператора имеет вид

$$\begin{aligned} \langle H(p, \lambda) | \bar{\psi}(-z/2) \gamma_\mu [-z/2; z/2] \psi(z/2) | 0 \rangle = & \quad (4.20) \\ i f_H M_H \left[\left(e_\mu^{(\lambda)} - p_\mu \frac{e^{(\lambda)} \cdot z}{p \cdot z} \right) \int_0^1 dy e^{i(\bar{y}-y)p \cdot z/2} \phi_T^H(y) + \right. \\ \left. p_\mu \frac{e^{(\lambda)} \cdot z}{p \cdot z} \int_0^1 dy e^{i(\bar{y}-y)p \cdot z/2} \phi_L^H(y) \right], \end{aligned}$$

где $e^{(\lambda)}$ с $\lambda = (0, +1, -1)$ описывает поляризационное состояние гибридного мезона. Определим продольную поляризацию $e_L^{(0)}$ в ультра-релятивистском пределе как

$$e_{L\mu}^{(0)} = \frac{e^{(0)} \cdot z}{p \cdot z} p_\mu. \quad (4.21)$$

Для случая продольной поляризации, только члены с ϕ_L^H дают вклад, таким образом, имеем

$$\begin{aligned} & \langle H_L(p, 0) | \bar{\psi}(-z/2) \gamma_\mu [-z/2; z/2] \psi(z/2) | 0 \rangle = \\ & i f_H M_H e_{L\mu}^{(0)} \int_0^1 dy e^{i(\bar{y}-y)p \cdot z/2} \phi_L^H(y) \end{aligned} \quad (4.22)$$

где $\bar{y} = 1 - y$, H обозначает изотриплет гибрида; f_H - размерная константа связи для гибрида, поэтому ϕ^H является безразмерной функцией. В (4.21) и (4.22), явно указана вильсоновская линия $[z_1; z_2]$, которая обеспечивает калибровочную инвариантность нелокального оператора. $[z_1; z_2] = 1$ для свето-подобной (аксиальной) калибровки.

Экзотические квантовые числа $J^{PC} = 1^{-+}$ запрещены в кварковой модели, но это не означает, что корреляционная функция лидирующего твиста равна нулю. В частности, нелокальность кваркового коррелятора дает возможность получить гибридное состояние за счет динамической глюонной степени свободы из вильсоновской линии.

Рассмотрим разложение Тейлора для нелокального коррелятора, имеем

$$\begin{aligned} & \langle H(p, 0) | \bar{\psi}(-z/2) \gamma_\mu [-z/2; z/2] \psi(z/2) | 0 \rangle = \\ & \sum_{n \text{ odd}} \frac{1}{n!} z_{\mu_1} \dots z_{\mu_n} \langle H(p, 0) | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_{\mu_1} \dots \overleftrightarrow{D}_{\mu_n} \psi(0) | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (4.23)$$

где D_μ - ковариантная производная и $\overleftrightarrow{D}_\mu = \frac{1}{2}(\overrightarrow{D}_\mu - \overleftarrow{D}_\mu)$. За счет положительной зарядовой четности гибрида, только нечетные члены в (4.23) дают вклад. Рассмотрим простейший пример, когда $n = 1$ для оператора твиста 2:

$$\mathcal{R}_{\mu\nu} = S_{(\mu\nu)} \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \overleftrightarrow{D}_\nu \psi(0), \quad (4.24)$$

где $S_{(\mu\nu)}$ обозначает симметризацию ($S_{(\mu\nu)} T_{\mu\nu} = 1/2(T_{\mu\nu} + T_{\nu\mu})$). $\mathcal{R}_{\mu\nu}$ пропорционален кварковому тензору энергии-импульса, т.е. $\mathcal{R}_{\mu\nu} = -i\Theta_{\mu\nu}$. Его матричный элемент равен

$$\begin{aligned} & \langle H(p, \lambda) | \mathcal{R}_{\mu\nu} | 0 \rangle = \\ & \frac{1}{2} f_H M_H S_{(\mu\nu)} e_\mu^{(\lambda)} p_\nu \int_0^1 dy (1 - 2y) \phi^H(y), \end{aligned} \quad (4.25)$$

Заметим, что имеет место симметрия по $\mu\nu$ в выражении для тензора энергии-импульса, который соответствует твисту 2.

Для того чтобы определить четность, мы должны сохранять определенную осторожность при рассмотрении поляризованного вектора мезона. Действительно, уравнение $e_{L\mu} \sim p_\mu/M_H$ выполняется для быстро движущегося продольно-поляризованного векторного мезона (т.е. это соответствует проекции поляризованного вектора на доминантное светоподобное направление). С другой стороны, мезон является собственным состоянием оператора четности P только в системе покоя, в которой все пространственные компоненты p_i равны нулю, в тоже время e_μ имеет нулевую компоненту равную нулю: $e_0 = 0$.

Это ведет к отрицательной четности соответствующих компонент \mathcal{R}_{0k} при $k = 1, 2, 3$:

$$P\left(S_{(k0)}\bar{\psi}(0)\gamma_k\overleftrightarrow{D}_0\psi(0)\right) = -. \quad (4.26)$$

Данный факт показывает, что нелокальный матричный элемент (4.22) может описывать экзотическое гибридное состояние, мезон, а соответствующая АР определена на лидирующем твисте 2 с исчезающим первым моментом (4.29). Ненулевой матричный элемент от кваркового тензора энергии-импульса между вакуумом и экзотическим мезонным состоянием исследовался много лет назад в [188]. С помощью уравнений движения данный матричный элемент может быть связан с матричным элементом от кварк-глюонного оператора может быть оценен в рамках правил сумм КХД [189]. Это позволяет зафиксировать нормировочный фактор, константу связи, f_H . Один из возможных вариантов решений соответствует резонансу с массой около 1.4 GeV и значению константы связи на этом масштабе:

$$f_H \approx 50 \text{ MeV} . \quad (4.27)$$

Отметим, что аналогичных экзотический мезон, с $J^{PC} = 1^{-+}$, рассматривался в [183] для глюонного тензора энергии-импульса (случай глюониума). Было замечено, что сохранение энергии-импульса ведет к нулевому значению константы связи данного оператора с экзотическим состояние. Их аргументация была бы применима к нашему случаю для изосинглетной комбинации при условии, что кварк-глюонное взаимодействие, ведущее к не сохранению как кваркового так и глюонного тензора энергии-импульса, не учитывалось бы при рассмотрении. Однако, нет причин ожидать тоже самое для изовекторного канала. Более того, даже если для изосинглетного канала, аргументация [183] становится не применимой для локальных операторов с высшими спинами ($n = 3, 5\dots$).

Появление дополнительных ковариантных производных:

$$\begin{aligned} \langle H(p, 0) | \mathcal{R}_{\mu\nu_1 \dots \nu_n} | 0 \rangle = \\ i^{n+1} f_H M_H S_{(\mu\nu_1 \dots \nu_n)} e_{\mu}^{(0)} p_{\nu_1} \dots p_{\nu_n} \\ \times \int_0^1 dy (y - \frac{1}{2})^n \phi^H(y), \end{aligned} \quad (4.28)$$

сохраняет все квантовые числа, но разрушает аргументацию, основанную на сохранении операторов - тензор энергии-импульса больше не сохраняется. Такая ситуация полностью аналогична случаю с функциями фрагментации [190, 191].

Используя инвариантность относительно зарядового сопряжения, можно показать, что соответствующая АР является антисимметричной. Имеем

$$\phi^H(y) = -\phi^H(1-y). \quad (4.29)$$

Более того, гибридные АР удовлетворяют обычным уравнениям эволюции для несинглетного случая [194] и в асимптотическом пределе имеют вид [192]

$$\Phi^H = 30y(1-y)(1-2y) \quad (4.30)$$

Вернемся теперь к обсуждению константы связи f_H . Если сценарий с двумя резонансами имеет место в ПС КХД, то величина f_H (напомним, что данная константа связи определена выше через один резонанс), может соответствовать эффективной связи с общим вкладом от двух резонансов. Несмотря на то, что ПС КХД не может различить, на уровне связи, между случаем с двумя близко-лежащими резонансами и случаем с одним резонансом, можно записать, что

$$f_H^2 = f_1^2 + f_2^2, \quad (4.31)$$

где f_1 и f_2 - константы связи двух резонансов. Тогда, отбирая каждый резонанс и их модой распада, можно заранее сказать, что одна из констант должна быть больше, чем $f_H/\sqrt{2}$. Таким образом, тот факт, что экзотические гибридные квантовые числа могли бы обеспечиваться двумя близко-лежащими резонансами, не может повлиять на вывод об ожидаемом порядке величины гибридной АР. В данном разделе, мы будем придерживаться случая, когда одним из кандидатов на роль гибрида является мезон π_1 .

Константа связи f_H эволюционирует как [74]

$$f_H(Q^2) = f_H \left(\frac{\alpha_S(Q^2)}{\alpha_S(M_H^2)} \right)^{K_0} \quad K_0 = \frac{2\gamma_{QQ}(0)}{\beta_0}, \quad (4.32)$$

где аномальная размерность $\gamma_{QQ}(0) = 16/9$ и $\beta_0 = 11 - 2n_f/3$. K_0 является малым положительным числом. Поскольку эксперименты, вероятней всего, возможны при достаточно умеренных значениях Q^2 , мы будем пренебрегать данной эволюцией.

Проведем вычисления и анализ дифференциальных сечений электро рождения продольно-поляризованных гибридных мезонов. Экспериментально достижимое дифференциальное сечение соответствует процессу (4.1), для которого реакция (4.2) является подпроцессом. Считаем, что виртуальный фотон имеет продольную поляризацию, таким образом факторизация может быть выполнена без каких-либо проблем, идущих от наличия инфракрасных расходимостей. Рассмотрим случай, где имеется только вклад от лидирующего твиста. В рамках нашего анализа, будем сравниваться с аналогичными вычислениями для сечения рождения продольно-поляризованного ρ мезона.

Сечение для неполяризованного процесса, соответствующего реакции (4.2), определяется как ¹

$$\frac{d\sigma_L}{d\hat{t}} = \frac{1}{16\pi(\hat{s} - m_N^2)\lambda(\hat{s}, -Q^2, m_N^2)} \frac{1}{2} \sum_{pol.} |\mathcal{A}_{(q)}|^2, \quad (4.33)$$

где амплитуда $\mathcal{A}_{(q)}$ определена как в (4.18); \hat{s} , \hat{t} являются мандельштамовскими переменными и m_N есть нуклонная масса. Функция λ определена стандартным образом:

$$\lambda^2(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2xz - 2yz. \quad (4.34)$$

Для того чтобы вычислить сечение (4.33), необходимо рассмотреть модель для соответствующих ОПР. Будем использовать модель [39], где функция H , см. (4.18), выражается с помощью двойных распределений (ДР) $F^q(x, y; t)$. Имеем

$$\begin{aligned} H^q(x, \xi, t) = & \frac{\theta(\xi + x)}{1 + \xi} \int_0^{\min\{\frac{x+\xi}{2\xi}, \frac{1-x}{1-\xi}\}} dy F^q\left(\frac{x + \xi - 2\xi y}{1 + \xi}, y, t\right) - \\ & \frac{\theta(\xi - x)}{1 + \xi} \int_0^{\min\{\frac{\xi-x}{2\xi}, \frac{1+x}{1-\xi}\}} dy F^{\bar{q}}\left(\frac{\xi - x - 2\xi y}{1 + \xi}, y, t\right). \end{aligned} \quad (4.35)$$

Для ДР, $F^q(X, Y; t)$, используем стандартный анзац [201]:

$$F^q(X, Y; t) = \frac{F_1^q(t)}{F_1^q(0)} q(X) 6 \frac{Y(1 - X - Y)}{(1 - X)^3}, \quad (4.36)$$

¹Флак-фактор выбран как в [200].

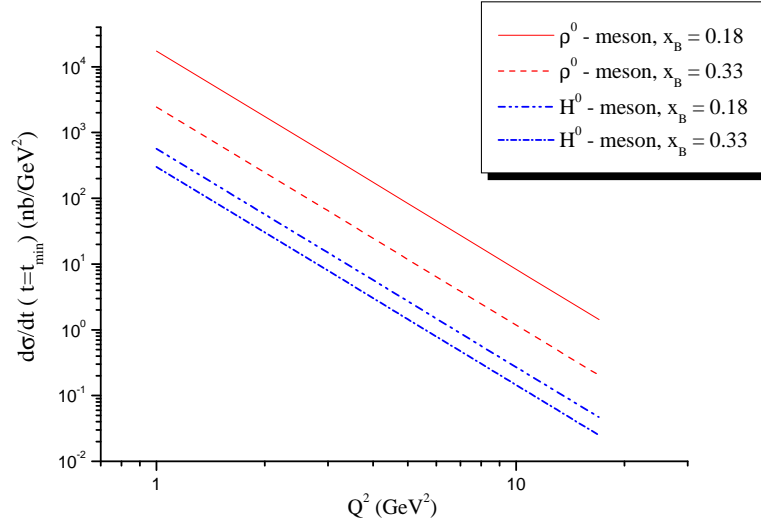


Рис. 4.2: Дифференциальное сечение рождение ρ и гибридного мезонов в случае простейшего выбора перенормировочного масштаба и различных значений x_B .

и аналогичное выражение для антикварковых вкладов.

Как показано в [46], данное определение не является полным и для само-согласованности необходимо добавить также вклад, так называемого, D -члена, восстанавливающего полиномиальность. Учитывая D -член, получим

$$H_D^q(x, \xi, t) = H^q(x, \xi, t) + \theta(\xi - |x|) \frac{D(x/\xi, t)}{N_f}, \quad (4.37)$$

где функция $D(x/\xi, 0)$ определена как в [206]. В данном разделе, мы рассматриваем область, где величина параметра перекошенности ξ является достаточно малой. Как следствие, вклад D -члена достаточно мал для сечения рождения ρ мезона. В тоже самое время, вклад D -члена отсутствует в случае рождения гибридного мезона, благодаря его свойству антисимметричности.

В (4.82), функции $q(x)$ и $\bar{q}(x)$ являются обычными кварковыми и антикварковыми распределениями в нуклоне, для которых используется MRST98-параметризация [202]. Важным аспектом данной модели для ОПР является зависимость от t [203]. В нашем анализе, мы используем факторизованный анзац для t -зависимости, т.е. через функции $F_1^q(t)$ для каждого флэвора, которые равны

$$F_1^u = 2F_1^p + F_1^n, \quad F_1^d = 2F_1^n + F_1^p, \quad (4.38)$$

где F_1^p и F_1^n - протонные и нейтронные электромагнитные формфакторы. Заметим, что мы пренебрегаем вкладами от странных кварков и

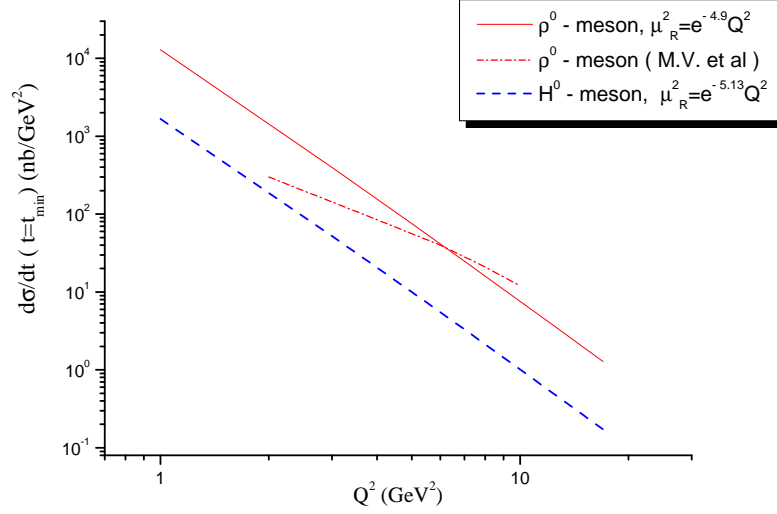


Рис. 4.3: Дифференциальное сечение рождения гибридного мезонов (пунктирная линия) для $\mu_R^2 = e^{-5.13}Q^2$ по сравнению с кварковым вкладом в сечение рождения ρ^0 мезона (сплошная линия) для $\mu_R^2 = e^{-4.9}Q^2$, как функция от Q^2 , при $x_B \approx 0.33$. Линия, составленная из точек и пунктира, соответствует результату [200] для рождения ρ мезона.

E -функциями ввиду их малого вклада

Следующим нашим шагом является выбор масштаба перенормировки. Для наши теоретических оценок, мы фиксируем масштаб двумя различными способами: (1) простейшим способом, т.е. считая $\mu_R^2 = Q^2$; (2) применяя процедуру БЛМ [198]. Полученные дифференциальные сечения рождения гибрида и ρ мезона (только для кваркового вклада) показаны на рис. 4.2 для $x_B = 0.18$ и 0.33 , используя первый способ фиксации масштаба.

БЛМ-процедура, которая будет подробно обсуждаться в следующем разделе, ведет к следующим величинам масштаба:

$$\begin{aligned} \mu_R^2 &= e^{-4.9}Q^2, & \text{для } \rho \text{ мезона,} \\ \mu_R^2 &= e^{-5.13}Q^2, & \text{для } H \text{ мезона.} \end{aligned} \quad (4.39)$$

при $\xi = 0.2$ (или $x_B \approx 0.33$), и

$$\begin{aligned} \mu_R^2 &= e^{-4.68}Q^2, & \text{для } \rho \text{ мезона,} \\ \mu_R^2 &= e^{-5.0}Q^2, & \text{для } H \text{ мезона.} \end{aligned} \quad (4.40)$$

при $\xi = 0.1$ (или $x_B \approx 0.18$). Заметим, что, учитывая D -член, масштаб для случая ρ мезона, в рамках процедуры БЛМ несколько меньше, чем без D -член. Например, при $x_B \approx 0.33$, имеем

$$\mu_R^2 = e^{-5.4}Q^2. \quad (4.41)$$

Данные масштабы имеют достаточно малую величину, что ведет к увеличению сечений. но может подвергать опасности законности применения пертурбативного подхода. В этой связи, для избежания инфракрасных расходимостей, мы используем аналитический анзац для константы связи α_S [116]:

$$\alpha_S^{an}(\mu_R^2) = \frac{4\pi}{\beta_0} \left[\frac{1}{\ln\mu_R^2/\Lambda_{QCD}^2} + \frac{\Lambda_{QCD}^2}{\Lambda_{QCD}^2 - \mu_R^2} \right]. \quad (4.42)$$

Здесь, Λ_{QCD} есть стандартный масштабный параметр в КХД. Второй член в (4.42) гарантирует отсутствие глюонного полюса при $\mu_R^2 = \Lambda_{QCD}^2$ и обладает чисто пертурбативной природой [199].

На рис. 5.53, представлены результаты для дифференциальных сечений рождений гибрида в сравнении с рождением ρ мезона при использовании БЛМ-схемы для фиксации масштабов. Можно увидеть, что сечение рождения гибрида является достаточно большой в сравнении с сечением рождения ρ мезона. В области $Q^2 \sim 5 - 10 \text{ GeV}^2$, вклад от сечения рождения ρ мезона, полученный с учетом эффектов от поперечных импульсов, является очень похожим на аналогичное сечение, вычисленное с учетом БЛМ-масштаба и без учета поперечностей. С другой стороны, при больших Q^2 амплитуда лидирующего твиста, вычисленная на БЛМ-масштабе, быстро убывает, что соответствует соответствующей амплитуде, полученной в [200], тогда как для малый Q^2 , данная амплитуда больше предсказаний. Подчеркнем, что мы не утверждаем, что вклады кинематических высших твистов не имеют эффекта при малых Q^2 , но можно наблюдать достаточно сильный эффект от Q^2 -зависимости, которая продиктована совершенно другим механизмом, связанным с проблемой выбора масштаба. Наш анализ показывает, что неоднозначность в выборе масштаба ведет к достаточно большим теоретическим неопределенностям абсолютного значения сечений. Важно также понимать, что большинство из неопределенностей не влияет на отношение сечений, $d\sigma^H : d\sigma^\rho$. Действительно, как показано в таб. 1, данное отношение не чувствительно к процедуре выбора масштаба. Более того, данное отношение не является малым при большом значении x_B и почти не зависит от Q^2 . Уменьшающееся значение отношения при уменьшении x_B идет от относительного знака в двух членах, дающих вклад в (4.18), т.е. при $\xi \rightarrow 0$, структура \mathcal{H}^- идет также к нулю.

Итак, мы продемонстрировали теоретическую возможность эксперимента по наблюдению рождения гибрида при достаточно умеренных энергиях.

x_B	0.33				0.18			
Q^2 (GeV ²)	3.0	7.0	11.0	17.0	3.0	7.0	11.0	17.0
$\mu_R^2 = Q^2$	0.123	0.123	0.123	0.123	0.0325	0.0326	0.0326	0.0326
$\mu_R^2 = \mu_{BLM}^2$	0.131	0.133	0.133	0.134	0.0356	0.0362	0.0365	0.0367

Таблица 1: Отношение $d\sigma^H : d\sigma^{\rho}$ для простейшего и БЛМ способа фиксации масштаба для различных величин x_B .

Исследуем теперь гибрид, H^0 (или $\pi_1(1400)$) мезон, через его моду распада на $\pi\eta$:

$$e(k_1) + N(p_1) \rightarrow e(k_2) + \pi^0(p_\pi) + \eta(p_\eta) + N(p_2) \quad (4.43)$$

или

$$\gamma^*(q) + N(p_1) \rightarrow \pi^0(p_\pi) + \eta(p_\eta) + N(p_2). \quad (4.44)$$

Для вычисления на лидирующем уровне, см. рис. 4.4, необходимо смоделировать ОАР [72] для $\pi\eta$. Основываясь на лоренцевскую ковариантность, имеем

$$\begin{aligned} & \langle \pi^0(p_\pi)\eta(p_\eta) | \bar{\psi}_{f_2}(-z/2)\gamma^\mu[-z/2; z/2]\tau_{f_2f_1}^3\psi_{f_1}(-z) | 0 \rangle = \\ & p_{\pi\eta}^\mu \int_0^1 dy e^{i(\bar{y}-y)p_{\pi\eta}\cdot z/2} \Phi^{(\pi\eta)}(y, \zeta, m_{\pi\eta}^2), \end{aligned} \quad (4.45)$$

где общий импульс $\pi\eta$ пары обозначен как $p_{\pi\eta} = p_\pi + p_\eta$ и $m_{\pi\eta}^2 = p_{\pi\eta}^2$. Зависимость Q^2 в ОАР $\pi^0\eta$ не будет учитываться. Амплитуда распределения $\pi\eta$, $\Phi^{(\pi\eta)}$, описывает как нерезонансные, так и резонансные вклады. Кроме того, ОАР не обладает определенными свойствами симметрии относительно параметра ζ .

Остановимся на ζ -параметре. Когда два мезона имеют одну и ту же массу, параметр ζ обычно определяют как $\zeta = p_\pi^+/p^+$. В случае различных частиц, более удобно определить параметр $\tilde{\zeta}$ в форме

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta} &= \frac{p_\pi^+}{(p_\pi + p_\eta)^+} - \frac{m_\pi^2 - m_\eta^2}{2m_{\pi\eta}^2}, \\ 1 - \tilde{\zeta} &= \frac{p_\eta^+}{(p_\pi + p_\eta)^+} + \frac{m_\pi^2 - m_\eta^2}{2m_{\pi\eta}^2}. \end{aligned} \quad (4.46)$$

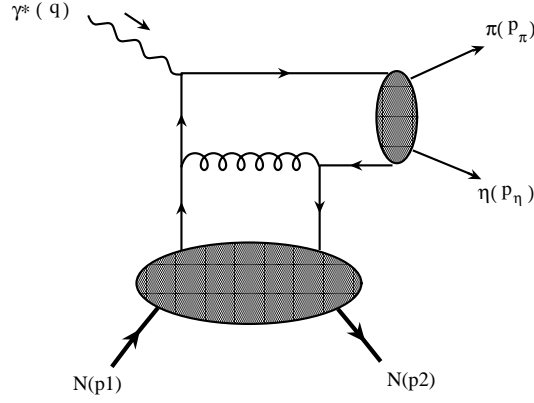


Рис. 4.4: Типичная диаграмма, описывающая электророждение мезонной пары $\pi\eta$.

Получим соотношение между $\tilde{\zeta}$ и углом θ_{cm} , определенным как полярный угол π мезона в системе центра масс мезонной пары:

$$2\tilde{\zeta} - 1 = \beta \cos \theta_{cm}. \quad (4.47)$$

В (4.47), стандартная β -функция равна

$$\beta = \frac{2|\mathbf{p}|}{m_{\pi\eta}}, \quad (4.48)$$

где $|\mathbf{p}|$ - модуль трех-мерного импульса π и η мезонов в системе центра масс.

Состояние $\pi\eta$ может иметь общий импульс, четность и зарядовое сопряжение в следующей последовательности

$$J^{PC} = 0^{++}, 1^{-+}, 2^{++}, \dots$$

которая соответствует следующим величинам орбитального момента L пары $\pi\eta$:

$$L = 0, 1, 2, \dots$$

соответственно. Можно увидеть, что резонанс, соответствующий $\pi\eta$ моде распада для нечетного значения орбитального момента L , является экзотическим мезоном. $a_2(1329)$ (2^{++}) резонанс доминирует в области масс около 1400 MeV [204]. Поэтому, естественно рассмотреть интерференцию между амплитудами рождения гибрида и a_2 мезона. Данная интерференция появляется из обычного представления ОАР $\pi\eta$ в форме

асимптотического выражения:

$$\begin{aligned} \Phi^{(\pi\eta),a}(y, \tilde{\zeta}, m_{\pi\eta}^2) = & \quad (4.49) \\ 10y(1-y)C_1^{(3/2)}(2y-1) \sum_{l=0}^2 B_{1l}(m_{\pi\eta}^2)P_l(\cos\theta). \end{aligned}$$

Сохраняя только члены с $L = 1$ и $L = 2$, получим следующую модель для ОАР $\pi\eta$:

$$\begin{aligned} \Phi^{(\pi\eta)}(y, \zeta, m_{\pi\eta}^2) = & \quad (4.50) \\ 30y(1-y)(2y-1) \left[B_{11}(m_{\pi\eta}^2)P_1(\cos\theta) + B_{12}(m_{\pi\eta}^2)P_2(\cos\theta) \right], \end{aligned}$$

где функции $B_{11}(m_{\pi\eta}^2)$ и $B_{12}(m_{\pi\eta}^2)$ связаны с соответствующими амплитудами Брейта-Вигнера, когда $m_{\pi\eta}^2$ находится в окрестности $M_{a_2}^2, M_H^2$. Имеем

$$B_{11}(m_{\pi\eta}^2) \Big|_{m_{\pi\eta}^2 \approx M_H^2} = \frac{5}{3} \frac{g_{H\pi\eta} f_H M_H \beta}{M_H^2 - m_{\pi\eta}^2 - i\Gamma_H M_H} \quad (4.51)$$

и

$$B_{12}(m_{\pi\eta}^2) \Big|_{m_{\pi\eta}^2 \approx M_{a_2}^2} = \frac{10}{9} \frac{ig_{a_2\pi\eta} f_{a_2} M_{a_2}^2 \beta^2}{M_{a_2}^2 - m_{\pi\eta}^2 - i\Gamma_{a_2} M_{a_2}}. \quad (4.52)$$

Для случая с a_2 мезоном, мы использовали обозначение [205]; константа связи $g_{a_2\pi\eta}$ имеет размерность равную -1 . Мы можем оценить константы связи $g_{H\pi\eta}$ и $g_{a_2\pi\eta}$ с помощью приблизительного измерения парциальных ширин a_2 и гибридного мезонов в канале распада на $\pi\eta$, имеем

$$\begin{aligned} \Gamma(H \rightarrow \pi\eta) &= \frac{1}{16\pi} g_{H\pi\eta}^2 \frac{\lambda^3(M_H^2, m_\pi^2, m_\eta^2)}{M_H^5}, \\ \Gamma(a_2 \rightarrow \pi\eta) &= \frac{1}{24\pi} g_{a_2\pi\eta}^2 \frac{\lambda^5(M_{a_2}^2, m_\pi^2, m_\eta^2)}{M_{a_2}^7}. \end{aligned} \quad (4.53)$$

Пренебрегая массами π и η мезонов по сравнению с массами гибрида и a_2 мезона, получим

$$g_{H\pi\eta}^2 \approx \frac{16\pi}{M_H} \Gamma(H \rightarrow \pi\eta), \quad g_{a_2\pi\eta}^2 \approx \frac{24\pi}{M_{a_2}^3} \Gamma(a_2 \rightarrow \pi\eta). \quad (4.54)$$

Рассмотрим кинематику для процесса (4.43):

$$\begin{aligned} k_1 &= (\varepsilon_1, \varepsilon_1 \sin\theta_1, 0, \varepsilon_1 \cos\theta_1) \\ p_1 &= (E_1, 0, 0, p_1^3), \quad q = k_1 - k_2 = (q_0, 0, 0, -p_1^3), \\ p_2 &= (E_2, |\mathbf{p}_2| \cos\phi \sin\theta, |\mathbf{p}_2| \sin\phi \sin\theta, |\mathbf{p}_2| \cos\theta). \end{aligned} \quad (4.55)$$

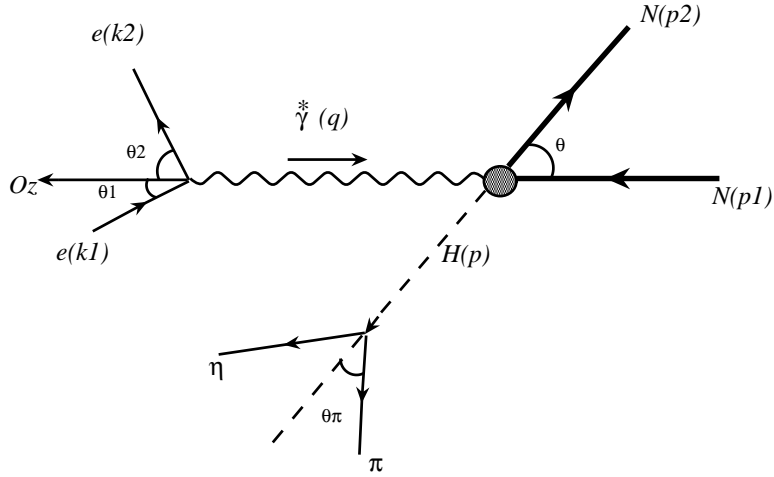


Рис. 4.5: Типичный процесс, описывающий электророждение пары $\pi\eta$.

Определим следующие мандельстамовские переменные (переменные типа \hat{a} относятся к подпроцессу (4.44))

$$\hat{s} = (p_{\pi\eta} + p_2)^2 = (q + p_1)^2, \quad \hat{t} = (p_2 - p_1)^2, \quad S = (k_1 + p_1)^2, \quad (4.56)$$

и

$$x_B = \frac{Q^2}{2p_1 \cdot q}, \quad y_l = \frac{p_1 \cdot q}{p_1 \cdot k_1}. \quad (4.57)$$

В выражении (4.55), энергия и импульсы выражаются как ²

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{S - m_N^2 - Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, & \varepsilon_2 &= \frac{S - \hat{s}}{2\sqrt{\hat{s}}}, \\ E_1 &= \frac{\hat{s} + m_N^2 + Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, & E_2 &= \frac{\hat{s} - m_{\pi\eta}^2 + m_N^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, & q_0 &= \frac{\hat{s} - m_N^2 - Q^2}{2\sqrt{\hat{s}}}, \\ |\mathbf{q}| = |\mathbf{p}_1| &= \frac{\lambda(\hat{s}, m_N^2, -Q^2)}{2\sqrt{\hat{s}}}, & |\mathbf{p}_{\pi\eta}| = |\mathbf{p}_2| &= \frac{\lambda(\hat{s}, m_{\pi\eta}^2, m_N^2)}{2\sqrt{\hat{s}}}, \end{aligned} \quad (4.58)$$

где кинематическая функция λ определена в (4.34). Соответствующие

²Здесь, ε_2 - энергия рассеянного лептона.

углы выражаются как ³

$$\begin{aligned}\cos \theta_2 &= \frac{2Q^2 \hat{s}}{(S - \hat{s})\lambda(\hat{s}, m_N^2, -Q^2)} - \frac{\hat{s} - m_N^2 - Q^2}{\lambda(\hat{s}, m_N^2, -Q^2)}, \\ \cos \theta &= \frac{2\hat{s}(\hat{t} - 2m_N^2) + (\hat{s} + m_N^2 + Q^2)(\hat{s} - m_{\pi\eta}^2 + m_N^2)}{\lambda(\hat{s}, m_N^2, -Q^2)\lambda(\hat{s}, m_{\pi\eta}^2, m_N^2)}.\end{aligned}\quad (4.59)$$

Полезно также иметь следующие соотношения между инвариантами:

$$\begin{aligned}x_B &= \frac{Q^2}{\hat{s} + Q^2 - m_N^2}, \quad y_l = \frac{Q^2}{x_B(S - m_N^2)} = \frac{\hat{s} + Q^2 - m_N^2}{S - m_N^2}, \\ Q^2 &= x_B y_l (S - m_N^2), \quad \hat{s} = \frac{1 - x_B}{x_B} Q^2 + m_N^2.\end{aligned}\quad (4.60)$$

Можно также проводить вычисления в системе центра масс пары мезонов, которую получим после соответствующего буста,

$$\begin{aligned}p_\pi &= (E_\pi, |\mathbf{p}| \sin \theta_{cm}, 0, |\mathbf{p}| \cos \theta_{cm}), \\ p_\eta &= (E_\eta, -|\mathbf{p}| \sin \theta_{cm}, 0, -|\mathbf{p}| \cos \theta_{cm}),\end{aligned}\quad (4.61)$$

где энергия и импульсы мезонов равны

$$\begin{aligned}E_\pi &= \frac{m_{\pi\eta}^2 - m_\eta^2 + m_\pi^2}{2m_{\pi\eta}}, \quad E_\eta = \frac{m_{\pi\eta}^2 - m_\pi^2 + m_\eta^2}{2m_{\pi\eta}}, \\ |\mathbf{p}| &= \frac{\lambda(m_{\pi\eta}^2, m_\eta^2, m_\pi^2)}{2m_{\pi\eta}}.\end{aligned}\quad (4.62)$$

Получим теперь выражение для дифференциального сечения процесса (4.43). Амплитуда данного процесса дается следующим выражением

$$T^{\pi^0\eta} = \bar{u}(k_2, s_2) \gamma \cdot \varepsilon_L u(k_1, s_1) \frac{1}{q^2} \mathcal{A}_{(q)}^{\pi^0\eta}, \quad (4.63)$$

которое ведет к

$$|T^{\pi^0\eta}|^2 = \frac{4e^2(1 - y_l)}{Q^2 y_l^2} |\mathcal{A}_{(q)}^{\pi^0\eta}|^2. \quad (4.64)$$

Амплитуда подпроцесса (4.44) равна

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{(q)}^{\pi^0\eta} &= \frac{e\pi\alpha_s C_F}{N_c Q} \left[e_u \mathcal{H}_{uu} - e_d \mathcal{H}_{dd} \right] \\ &\left[B_{11}(m_{\pi\eta}^2) P_1(\cos \theta_{cm}) + B_{12}(m_{\pi\eta}^2) P_2(\cos \theta_{cm}) \right].\end{aligned}\quad (4.65)$$

³ θ_2 соответствует полярному углу конечного лептона.

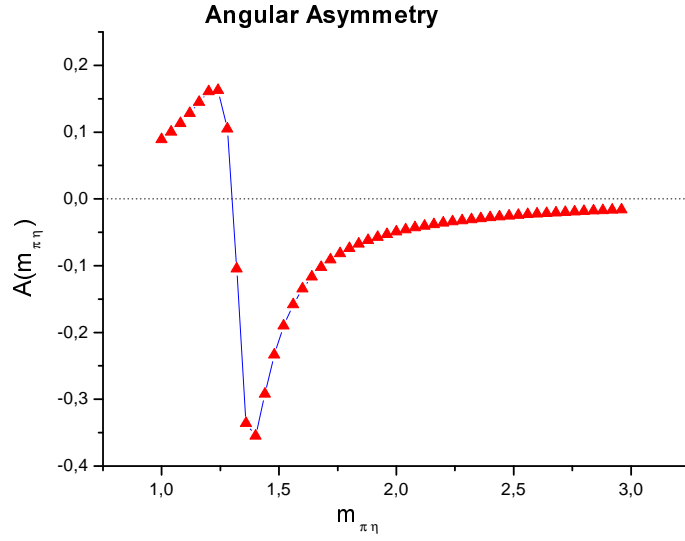


Рис. 4.6: Угловая асимметрия как функция от $m_{\pi\eta}$.

Окончательно, дифференциальное сечение процесса (4.43) примет вид

$$\frac{d\sigma^{\pi^0\eta}}{dQ^2 dy_l d\hat{t} dm_{\pi\eta} d(\cos\theta_{cm})} = \frac{1}{4(4\pi)^5} \frac{m_{\pi\eta}\beta}{y_l\lambda^2(\hat{s}, -Q^2, m_N^2)} |T^{\pi^0\eta}|^2. \quad (4.66)$$

Рассмотрим теперь угловую асимметрию. Асимметрии часто являются очень полезным инструментом, когда необходимо выделить слабый сигнал при помощи его интерференции с сильным сигналом. В нашем случае, амплитуда рождения гибрида может быть достаточно малой по сравнению с фоном. Поэтому мы предлагаем использовать большой вклад от амплитуды рождения a_2 мезона для выделения вклада от амплитуды рождения гибрида. Поскольку эти две амплитуды описывают различные орбитальные моменты состояния мезонов π и η , определим асимметрию, чувствительную к их интерференции, в виде

$$A(Q^2, y_l, \hat{t}, m_{\pi\eta}) = \frac{\int \cos\theta_{cm} d\sigma^{\pi^0\eta}(Q^2, y_l, \hat{t}, m_{\pi\eta}, \cos\theta_{cm})}{\int d\sigma^{\pi^0\eta}(Q^2, y_l, \hat{t}, m_{\pi\eta}, \cos\theta_{cm})} \quad (4.67)$$

как взвешенный интеграл по полярным углам θ_{cm} . Угол θ_{cm} связан с параметром $\tilde{\zeta}$ формулой (4.47). Благодаря тому, что $\cos\theta_{cm}$ -независимый фактор в числителе и знаменателе в (4.67) полностью факторизуется, и, с другой стороны, данные факторы одинаковые, мы можем переписать

асимметрию в виде

$$A(m_{\pi\eta}) = \frac{\int d(\cos \theta_{cm}) \cos \theta_{cm} \left| B_{11}(m_{\pi\eta}^2) P_1(\cos \theta_{cm}) + B_{12}(m_{\pi\eta}^2) P_2(\cos \theta_{cm}) \right|^2}{\int d(\cos \theta_{cm}) \left| B_{11}(m_{\pi\eta}^2) P_1(\cos \theta_{cm}) + B_{12}(m_{\pi\eta}^2) P_2(\cos \theta_{cm}) \right|^2}. \quad (4.68)$$

Вычисляя интеграл по $\cos \theta_{cm}$, получим

$$A(m_{\pi\eta}) = \frac{N(m_{\pi\eta})}{D(m_{\pi\eta})}, \quad (4.69)$$

где

$$N = \frac{8}{15} \Re \left[B_{11}(m_{\pi\eta}^2) B_{12}^*(m_{\pi\eta}^2) \right], \quad D = \frac{2}{3} \left| B_{11}(m_{\pi\eta}^2) \right|^2 + \frac{2}{5} \left| B_{12}(m_{\pi\eta}^2) \right|^2. \quad (4.70)$$

Итак, в нашем случае, мы исследуем интерференцию между модами с $L = 1$ и $L = 2$ для пары мезонов $\pi^0\eta$.

Результаты вычислений для асимметрии (4.69) показаны на рис. 4.6. Так как числитель в (4.69), т.е. вещественная часть произведения $B_{11}(m_{\pi\eta}^2)$ и $B_{12}^*(m_{\pi\eta}^2)$, пропорциональна косинусу от разности фаз $\Delta\delta_{1,2} = \delta_{l=1} - \delta_{l=2}$, (4.69) принимает нулевое значение при $\Delta\delta_{1,2} = \pi/2$. Это достигается при $m_{\pi\eta} \approx 1.3 \text{ GeV}$. Кроме того, можно увидеть из рис. 4.6, что первый положительный экстремум локализован при значениях $m_{\pi\eta}$ около массы a_2 мезона, тогда как второй отрицательный экстремум соответствует массе гибрида.

Таким образом, в данном разделе, мы вычислили вклад лидирующего твиста для экзотического гибридного мезона с $J^{PC} = 1^{-+}$ в амплитуду электророждения. Полученный порядок величины данного вклада меньше чем для электророждения ρ мезона. Вычисленное сечение выглядит вполне пригодной для дальнейшего экспериментального изучения в JLab, Hermes или Compass.

Так же, был проведен систематический сравнительный анализ со случаем рождения векторного мезона. Для того чтобы учесть поправки следующего порядка по константе связи, дифференциальное сечение этих двух процессов вычислено в рамках БЛМ-схемы для масштабного параметра.

Рассмотрен подробно случай рождения пары $\pi\eta$, соответствующий $\pi_1(1400)$ мезону как кандидату на гибридное состояние в реакции $e p \rightarrow e p \pi^0\eta$. Вычислена угловая асимметрия, указывающая на достаточно сильный эффект от присутствия гибридного состояния. Это дает теоретическое обоснование для экспериментального измерения гибрида.

4.2 БЛМ-схема для масштаба в эксклюзивных процессах

Факторизационная теорема позволяет вычислить амплитуду рассеяния при условии, что масштабы факторизации и перенормировки определены. Процедура фиксирования этих масштабов интенсивно обсуждалась на протяжении многих лет [198, 207–210]. В данном разделе мы обсуждаем процедуру Бродского-Лепаж-Маккензи (БЛМ) [198]. Мы рассмотрим следствия того, что эксклюзивные процессы факторизуются на уровне амплитуд, и что амплитуда электророждения мезона является комплексной функцией. Также, покажем необходимость применения БЛМ-процедуры к вещественной и мнимой частям по-отдельности, что ведет, в общем случае, к двум разным масштабам. Кроме того, покажем, что способ фиксирования масштаба, основанный на методе как в [208] для рождения π -мезонов, ведет к нефизическому результату в случае применения его к рождению векторного мезона.

Итак, факторизационная теорема [211] утверждает, что амплитуда может быть представлена в виде

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_0^1 dz \int_{-1}^1 dx \Phi_M(z, \mu_F^2, \mu_R^2) H(x, z, Q^2, \mu_F^2, \mu_R^2) F(x, \mu_F^2, \mu_R^2) \\ &\equiv \Phi_M \otimes H \otimes F, \end{aligned} \quad (4.71)$$

где параметры μ_F^2 and μ_R^2 - масштабы факторизации и перенормировки, соответственно. Масштабы μ_R^2 и μ_F^2 являются, в принципе, независимыми друг от друга, но часто, по тем или иным причинам, выбираются равными друг другу, $\mu_R^2 = \mu_F^2$ [212]. В выражении (4.71), H является жесткой частью амплитуды, которая подчиняется пертурбативной КХД. Мезонные АР, Φ_M , описывает переход партонов в мезон, а F обозначает соответствующее ОНР, связанное с адрон-адронным матричным элементом от нелокального оператора. Вообще говоря, произведение $\Phi_H \otimes H \otimes F$ в (4.71) не зависит от частного выбора параметра μ^2 . Однако, данная независимость нарушается при использовании разложения (при учете нескольких первых членов разложения) по константе связи α_S . В этом случае, появляется теоретическая неоднозначность при выборе параметра μ^2 . Основная цель этого выбора - найти такой параметр μ^2 , который бы гарантировал малость поправок по сравнению с лидирующим вкладом. Одним из методов как сделать такой выбор является БЛМ-процедура.

БЛМ-процедура начинается с выделения членов, которые пропорциональны одно-петлевой β -функции, $\beta_0 = 11 - 2/3N_F$, появляющиеся в поправках. Амплитуда (4.71), включающие α_S -поправки, с выделенными

членами β_0 имеем следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \alpha_S(\mu^2) \mathcal{A}^{\text{LO}}(Q^2) + \\ &\alpha_S^2(\mu^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \left\{ \left[C - \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] \mathcal{A}^{\text{LO}}(Q^2) + \tilde{\mathcal{A}}^{\text{NLO},(\beta)}(Q^2) \right\} + \dots, \end{aligned} \quad (4.72)$$

где многоточием обозначены вклады от α_S -поправок, которые не содержат β_0 . В (4.72), значение константы C зависит от типа рождаемых мезонов. Из уравнений ренорм-группы следует, что константа связи равна

$$\begin{aligned} \alpha_S(\mu^2) &= \frac{1}{(\beta_0/4\pi) \ln(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)} \\ &= \frac{\alpha_S(\mu_0^2)}{1 + (\beta_0/4\pi) \alpha_S(\mu_0^2) \ln(\mu^2/\mu_0^2)}. \end{aligned} \quad (4.73)$$

Вставим данное выражение в амплитуду (4.72) и, затем, разложим в ряд по $\alpha_S(\mu_0^2)$. Оставляя только члены пропорциональные β_0 , получим

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \alpha_S(\mu_0^2) \mathcal{A}^{\text{LO}}(Q^2) - \alpha_S^2(\mu_0^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{\mu_0^2} \mathcal{A}^{\text{LO}}(Q^2) + \\ &\alpha_S^2(\mu_0^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \left\{ \left[C - \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] \mathcal{A}^{\text{LO}}(Q^2) + \tilde{\mathcal{A}}^{\text{NLO},(\beta)}(Q^2) \right\} + \dots \end{aligned} \quad (4.74)$$

В рамках БЛМ-схемы, выбираем μ_0^2 таким, чтобы все члены пропорциональные β_0 в (4.74) исчезли, т.е.

$$\alpha_S^2(\mu_0^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{\mu_0^2} \mathcal{A}^{\text{LO}} - \alpha_S^2(\mu_0^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \left\{ \left[C - \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] \mathcal{A}^{\text{LO}} + \tilde{\mathcal{A}}^{\text{NLO},(\beta)} \right\} = 0. \quad (4.75)$$

Отсюда следует, что БЛМ-масштаб μ_{BLM}^2 равен

$$\mu_0^2 = \mu_{BLM}^2 = Q^2 e^{-f}, \quad f = C + \frac{\tilde{\mathcal{A}}^{\text{NLO},(\beta)}}{\mathcal{A}^{\text{LO}}}. \quad (4.76)$$

Если амплитуда рассеяния является чисто вещественной, как в случае с пространственно-подобным формфактором пиона, выше-описанная процедура ведет к одному масштабу μ_{BLM}^2 . Но уже в случае электророждения π^+ -мезона, амплитуда рассеяния является комплексной функцией. Поэтому, если применим БЛМ-процедуру для вещественной и мнимой части амплитуды по-отдельности, то получим два различных масштаба. Данная ситуация усложняется в случае электророждения векторных мезонов.

Действительно, рассмотрим амплитуду электророждения векторного мезона. Рассмотрим также кварковое ОПР в нуклоне без переворота спина - функция H . Функцией E будем пренебрегать, т.к. функция E дает малый вклад в амплитуду рассеяния и к тому же сильно зависит от моделей. Рассмотрим члены порядка α_S , содержащие β_0 , имеем

$$\begin{aligned} & \left[C - \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] \mathcal{A}^{\text{LO}}(Q^2) + \tilde{\mathcal{A}}^{\text{NLO},(\beta)}(Q^2) \sim \\ & \int_0^1 dz \int_{-1}^1 dx \left\{ \begin{array}{l} \Phi_\rho(z) \\ \Phi_H(z) \end{array} \right\} H^p(x, \xi, t_{\min}) \times \\ & \left\{ \frac{2\xi}{z(\xi+x)} \left[\frac{5}{3} - \ln\left(\frac{z(\xi+x)}{2\xi}\right) - \ln\left(\frac{Q^2}{\mu^2}\right) \right] \mp (z \rightarrow \bar{z}; x \rightarrow -x) \right\} = 0. \end{aligned} \quad (4.77)$$

В (4.77), функции $\Phi_\rho(z)$ и $\Phi_H(z)$ соответствуют ρ мезону и гибриду, соответственно. Функция $H^p(x, \xi, t_{\min})$ обозначает соответствующее ОПР и определяется как

$$H^p(x, \xi, t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e_u H^u(x, \xi, t) - e_d H^d(x, \xi, t) \right). \quad (4.78)$$

Мезонные АР, Φ_ρ и Φ_H , можно рассматривать в асимптотическом виде:

$$\Phi_\rho(z) = 6z\bar{z}, \quad \Phi_H(z) = 30z\bar{z}(1-2z), \quad (4.79)$$

а эффекты от эволюции достаточно малы. Обобщенные партонные распределения в (4.77) могут быть представлены в модели [39], имеем

$$\begin{aligned} H^q(x, \xi, t) &= \frac{\theta(\xi+x)}{1+\xi} \int_0^{\min\{\frac{x+\xi}{2\xi}, \frac{1-x}{1-\xi}\}} dy F^q(x_+, y, t) \\ &- \frac{\theta(\xi-x)}{1+\xi} \int_0^{\min\{\frac{\xi-x}{2\xi}, \frac{1+x}{1-\xi}\}} dy F^{\bar{q}}(x_-, y, t), \end{aligned} \quad (4.80)$$

где

$$x_+ = \frac{x+\xi-2\xi y}{1+\xi}, \quad x_- = \frac{\xi-x-2\xi y}{1+\xi}. \quad (4.81)$$

Для двойных распределений $F^q(X, Y; t)$, выбираем следующий анзац:

$$F^q(X, Y; t) = \frac{F_1^q(t)}{F_1^q(0)} q(X) 6 \frac{Y(1-X-Y)}{(1-X)^3}, \quad (4.82)$$

где обычные кварковые и антикварковые распределения параметризуются на основе MRST-процедуры [202].

Далее, выражение для ОПР имеет вид:

$$H_D^q(x, \xi, t) = H^q(x, \xi, t) + \theta(\xi - |x|) \frac{D(x/\xi, t)}{N_f}, \quad (4.83)$$

где $D(x/\xi, 0)$ определяется как

$$D(\alpha) = -4(1 - \alpha^2) \left\{ C_1^{3/2}(\alpha) + 0.3C_3^{3/2}(\alpha) + 0.1C_5^{3/2}(\alpha) \right\} \quad (4.84)$$

с

$$\alpha = \frac{x}{\xi}, \quad D(\alpha) = -D(-\alpha). \quad (4.85)$$

D -член дает вклад только в интервале $-\xi < x < \xi$. Более того, ввиду антисимметричного свойства, D -член является важным только для нечетного, относительно зарядового сопряжения, векторного мезона, например для ρ , а не для гибридного мезона. Как отмечалось, амплитуда электроорождения мезона содержит как вещественную часть так и мнимую часть. Поэтому будем фиксировать БЛМ-масштаб по-отдельности, имеем

$$\mu_{(Re)}^2 = e^{-f_{Re}(\xi)} Q^2, \quad (4.86)$$

$$\mu_{(Im)}^2 = e^{-f_{Im}(\xi)} Q^2, \quad (4.87)$$

где

$$f_{Re}^\rho(\xi) = \frac{19}{6} - \frac{H_2^{Re}(\xi)}{H_1^{Re}(\xi)}, \quad (4.88)$$

$$f_{Im}^\rho(\xi) = \frac{19}{6} - \frac{H_2^{Im}(\xi)}{H_1^{Im}(\xi)}. \quad (4.89)$$

для рождения ρ мезона, и

$$f_{Re}^H(\xi) = \frac{9}{2} - \frac{G_2^{Re}(\xi)}{G_1^{Re}(\xi)}, \quad (4.90)$$

$$f_{Im}^H(\xi) = \frac{9}{2} - \frac{G_2^{Im}(\xi)}{G_1^{Im}(\xi)}. \quad (4.91)$$

для рождения гибрида. Приведем здесь точные выражения для имею-

щихся функции:

$$H_2^{Re}(\xi) = \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx H_{\rho^0}^p(x, \xi, t_{min}) \left[\ln \left| \frac{\xi+x}{2\xi} \right| \frac{1}{\xi+x} - \ln \left| \frac{\xi-x}{2\xi} \right| \frac{1}{\xi-x} \right] + \frac{\pi^2}{2} \left[H_{\rho^0}^p(-\xi, \xi, t_{min}) - H_{\rho^0}^p(\xi, \xi, t_{min}) \right]; \quad (4.92)$$

$$H_1^{Re}(\xi) = \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx H_{\rho^0}^p(x, \xi, t_{min}) \left[\frac{1}{\xi+x} - \frac{1}{\xi-x} \right], \quad (4.93)$$

и

$$H_2^{Im}(\xi) = \int_{\xi}^1 dx \frac{H_{\rho^0}^p(x, \xi, t_{min}) - H_{\rho^0}^p(\xi, \xi, t_{min})}{\xi-x} - \int_{-1}^{-\xi} dx \frac{H_{\rho^0}^p(x, \xi, t_{min}) - H_{\rho^0}^p(-\xi, \xi, t_{min})}{\xi+x} + \ln \left| \frac{1-\xi}{2\xi} \right| \left[H_{\rho^0}^p(-\xi, \xi, t_{min}) - H_{\rho^0}^p(\xi, \xi, t_{min}) \right]; \quad (4.94)$$

$$H_1^{Im}(\xi) = \left[H_{\rho^0}^p(-\xi, \xi, t_{min}) - H_{\rho^0}^p(\xi, \xi, t_{min}) \right] \quad (4.95)$$

для рождения ρ мезона,

$$G_2^{Re}(\xi) = \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx H_H^p(x, \xi, t_{min}) \left[\ln \left| \frac{\xi+x}{2\xi} \right| \frac{1}{\xi+x} + \ln \left| \frac{\xi-x}{2\xi} \right| \frac{1}{\xi-x} \right] + \frac{\pi^2}{2} \left[H_H^p(-\xi, \xi, t_{min}) + H_H^p(\xi, \xi, t_{min}) \right]; \quad (4.96)$$

$$G_1^{Re}(\xi) = \mathcal{P} \int_{-1}^1 dx H_H^p(x, \xi, t_{min}) \left[\frac{1}{\xi+x} + \frac{1}{\xi-x} \right], \quad (4.97)$$

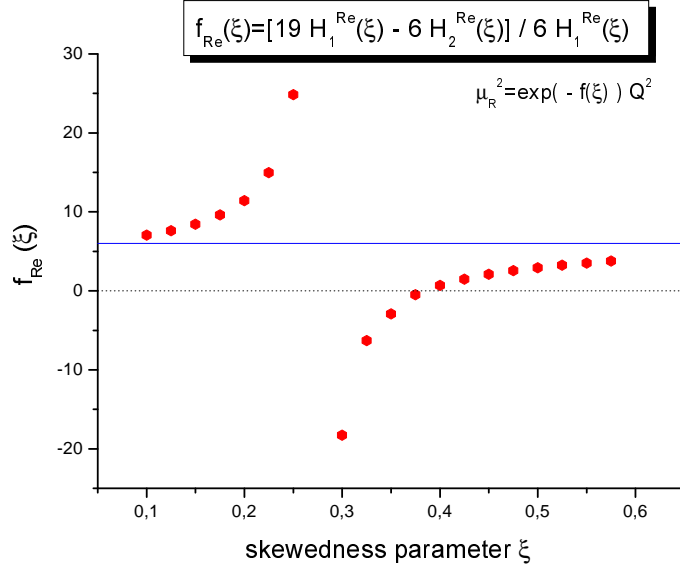


Рис. 4.7: Рождение ρ мезона meson production: БЛМ-масштаб для вещественной части амплитуды.

и

$$G_2^{Im}(\xi) = - \int_{\xi}^1 dx \frac{H_H^p(x, \xi, t_{min}) - H_H^p(\xi, \xi, t_{min})}{\xi - x} - \int_{-1}^{-\xi} dx \frac{H_H^p(x, \xi, t_{min}) - H_H^p(-\xi, \xi, t_{min})}{\xi + x} + \ln \left| \frac{1 - \xi}{2\xi} \right| \left[H_H^p(-\xi, \xi, t_{min}) + H_H^p(\xi, \xi, t_{min}) \right]; \quad (4.98)$$

$$G_1^{Im}(\xi) = \left[H_H^p(-\xi, \xi, t_{min}) + H_H^p(\xi, \xi, t_{min}) \right] \quad (4.99)$$

для рождения гибрида.

Исследование процедуры фиксации масштаба для ρ мезона, см. (4.88), показывает, что при определении БЛМ-масштаба из данного выражения возникают трудности. Действительно, как видно из рис. 4.7, ρ -мезонная функция $f_{Re}^p(\xi)$ имеет нефизическую сингулярность за счет того, что знаменатель в (4.88) может обращаться в ноль (см. выше формулу для $H_i^{Re}(\xi)$). Интегрант в (4.93) является знако-переменной функцией: интегрант положителен на $-1 < x < -\xi$ и $\xi < x < 1$, и отрицателен на $-\xi < x < \xi$. Понятно, что при некоторой величине ξ , положительный вклад в весь интеграл будет уравниваться отрицательным вкладом.

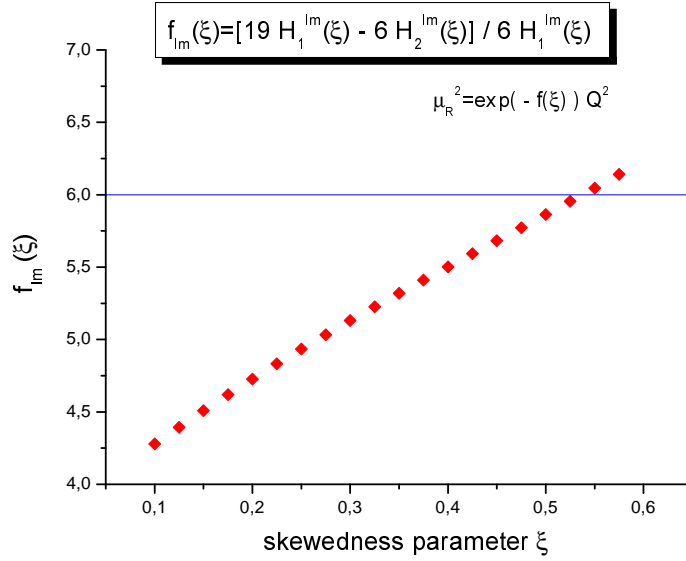


Рис. 4.8: Рождение ρ мезона meson production: БЛМ-масштаб для мнимой части амплитуды.

Численные вычисления показывают, что такого рода сингулярности возникают при $\xi \approx 0.27$. Что касается функции $f_{Im}^{\rho}(\xi)$ в (4.89), то из рис. 4.8 можно увидеть - данная функция всегда аналитична.

Для случая с гибридом, ситуация аналогична. Именно, знак интегранта в (4.97) является противоположным знаку интегранта в (4.93): интегрант является положительным на $-\xi < x < \xi$ и является отрицательным на $-1 < x < -\xi$ and $\xi < x < 1$. Таким образом, можем ожидать, что весь интеграл (4.97) примет нулевое значение. БЛМ-масштаб, соответствующий мнимой части амплитуды, как и выше, является аналитической функцией.

Отметим, что в случае рождения π^+ мезона, сингулярности отсутствуют, поэтому выражения для фиксации БЛМ-масштаба являются аналитическими. Действительно, соответствующие интегралы, определяющие БЛМ-масштаб для вещественной части амплитуды, т.е.

$$\mathcal{P} \int_{-1}^1 dx \tilde{H}_{\pi^+}^{ud}(x, \xi, t_{min}) \left[\frac{e_d}{\xi + x} - \frac{e_u}{\xi - x} \right], \quad (4.100)$$

никогда не обратятся в ноль.

Итак, суммируя сказанное, можно отметить, что для того чтобы правильно зафиксировать БЛМ-масштаб для рождения векторного мезона, необходимо извлекать его из наблюдаемых, т.е. работая с квадратом амплитуды рассеяния а не с самой амплитудой.

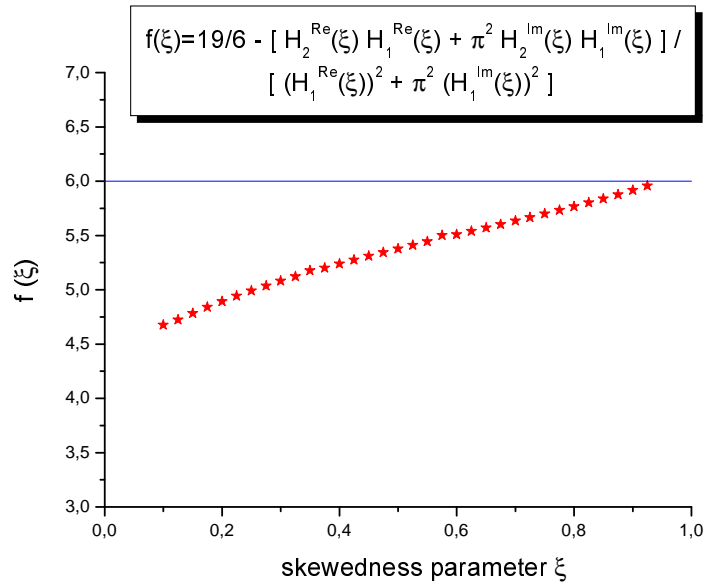


Рис. 4.9: Рождение ρ мезона (кварковый вклад): БЛМ-масштаб, извлеченный из квадрата амплитуды.

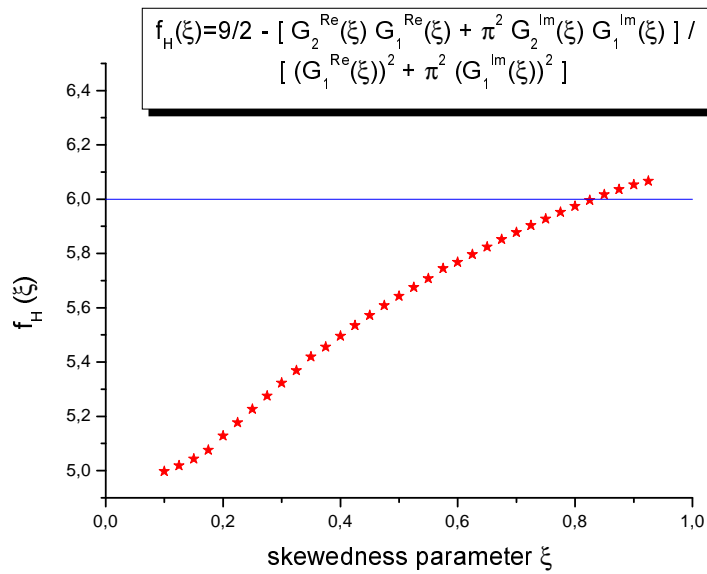


Рис. 4.10: Рождение гибрида: БЛМ-масштаб, извлеченный из квадрата амплитуды.

Рассмотрим теперь БЛМ-процедуру, работая с квадратом амплитуды, т.е. с самим сечением. Имеем

$$\alpha_S^3(\mu_0^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \ln \frac{\mu^2}{\mu_0^2} |\mathcal{A}^{\text{LO}}|^2 - \quad (4.101)$$

$$\alpha_S^3(\mu_0^2) \frac{\beta_0}{4\pi} \left\{ \Re \mathcal{A}^{\text{LO}} \Re \mathcal{A}^{\text{NLO},(\beta)} + \Im \mathcal{A}^{\text{LO}} \Im \mathcal{A}^{\text{NLO},(\beta)} \right\} = 0,$$

где

$$\mathcal{A}^{\text{NLO},(\beta)} = \left[C - \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \right] \mathcal{A}^{\text{LO}} + \tilde{\mathcal{A}}^{\text{NLO},(\beta)}. \quad (4.102)$$

Из (4.101), для ρ -мезонной функции $f^\rho(\xi)$ и гибридной функции $f^H(\xi)$ получим следующие выражения:

$$f^\rho(\xi) = \frac{19}{6} - \frac{H_2^{\text{Re}}(\xi)H_1^{\text{Re}}(\xi) + \pi^2 H_2^{\text{Im}}(\xi)H_1^{\text{Im}}(\xi)}{(H_1^{\text{Re}}(\xi))^2 + \pi^2 (H_1^{\text{Im}}(\xi))^2} \quad (4.103)$$

и

$$f^H(\xi) = \frac{9}{2} - \frac{G_2^{\text{Re}}(\xi)G_1^{\text{Re}}(\xi) + \pi^2 G_2^{\text{Im}}(\xi)G_1^{\text{Im}}(\xi)}{(G_1^{\text{Re}}(\xi))^2 + \pi^2 (G_1^{\text{Im}}(\xi))^2}. \quad (4.104)$$

В (4.103) и (4.104), структурные функции $H_i^{\text{Re}}(\xi)$, $H_i^{\text{Im}}(\xi)$, $G_i^{\text{Re}}(\xi)$ и $G_i^{\text{Im}}(\xi)$ такие же как и в (4.88) – (4.91). Кривые для (4.103) и (4.104) показаны на рис. 4.9 и 4.10.

В заключение к этому разделу, отметим, что обычный способ фиксирования БЛМ-масштаба для амплитуды рассеяния а случае эксклюзивного рождения векторного мезона ведет к появлению нефизических сингулярностей, что нарушает применимость данной процедуры.

Показано, что для избежания трудностей с сингулярностями необходимо извлекать БЛМ-масштаб не из амплитуды, а из квадрата амплитуды, т.е. из наблюдаемой физической величины.

4.3 Описание эксклюзивных процессов вне рамок лидирующего твиста

В данном разделе мы продолжаем изложение нашего подхода, где включены вклады высшего твиста, для описания эксклюзивных процессов. В частности, мы обсудим роль независимости от выбора свето-подобного направления и ее следствий в анализе эффектов от вкладов подлинного высшего твиста, т.е. вне рамок приближения Вандзуры-Вильчека. Также будет продемонстрировано, что наш подход учета вкладов твиста 3

полностью эквивалентен подходу, сформулированному в координатном пространстве и развитому в [213, 214]. Доказательство эквивалентности этих двух разных подходов вплоть до вкладов твиста 3 является весьма важным результатом для развития методов учета вкладов от более старших (более, чем три) твистов.

В качестве примера, будем рассматривать амплитуду, соответствующую специфичному случаю мезонного импакт-фактора: рождение поперечно-поляризованного векторного мезона при малых значениях x (больших значениях энергии) в столкновениях $\gamma^*\gamma^*$ и γ^*p . Итак, мы начинаем свое рассмотрение с выражения для амплитуды, записанной как (с $\{d^4\ell\}_2 = d^4\ell_1 d^4\ell_2$)

$$\mathcal{A} = \int d^4\ell \operatorname{tr} \left[H(\ell) \Phi(\ell) \right] + \int \{d^4\ell\}_2 \operatorname{tr} \left[H_\mu(\ell) \Phi^\mu(\ell) \right] + \dots \quad (4.105)$$

где H и H_μ соответствуют жестким частям с двумя и тремя (где один из них - глюон) внешними партонами, соответственно. Важно отметить, что виртуальность глюонов в t -канале является большой, такого же порядка как виртуальность фотонов Q^2 . Таким образом, все непертурбативные части подпроцесса описываются импакт-факторами Φ и Φ^μ .

В (4.105), мягкие части связаны с двух- и трех-частичными корреляторами с помощью преобразований Фурье. Включение вкладов от четырех-частичных корреляторов соответствует учету вкладов от твиста ≥ 4 , которые подавлены дополнительной степенью $1/Q$. Кроме того, мы рассматриваем случай малых передач поперечных импульсов в переходе $\gamma^* \rightarrow \rho$, что ведет к возможности пренебречь поправками типа m_ρ/Q .

Введем параметризацию импульсов и поляризационных векторов для поперечно поляризованного мезона, имеем (для подпроцесса $\gamma^*(q) \rightarrow \rho(p_\rho)$ с $q^2 = -Q^2$, $p_\rho^2 = 0$)

$$q_\mu = p_\mu - \frac{Q^2}{2} \tilde{n}_\mu, \quad p_{\rho\mu} = p_\mu. \quad (4.106)$$

Здесь, p и \tilde{n} - "плюс "минус" светоподобные вектора, соответственно, нормированные как $p \cdot \tilde{n} = 1$. Поляризационный вектор векторного мезона удовлетворяет условию

$$e \cdot p = 0, \quad e \cdot \tilde{n} = 0. \quad (4.107)$$

Амплитуда (4.105) пока еще не факторизована, так как "жесткие" и "мягкие" части связаны 4-мерным интегрированием в импульсном представлении а также связаны суммированием по спинорным индексам. Для факторизации данной амплитуды, необходимо выбрать доминантное направление, вокруг которого будем раскладывать жесткую часть в ряд

Тейлора. С этой целью, выберем в качестве свето-подобного базиса вектора: p и n ($p \cdot n = 1$). Подчеркнем, что вектор n может быть выбран произвольно. Выполним разложение ℓ по свето-подобному базису, имеем

$$\ell_{i\mu} = y_i p_\mu + (\ell_i \cdot p) n_\mu + \ell_{i\mu}^\perp \quad (4.108)$$

где $y_i = \ell_i \cdot n$, и мера интегрирования в (4.105) записано как $d^4\ell_i \rightarrow d^4\ell_i dy_i \delta(y_i - \ell \cdot n)$. Разложим также жесткую часть вдоль доминантного "плюс" направления:

$$H(\ell) = H(y p) + \left. \frac{\partial H(\ell)}{\partial \ell_\alpha} \right|_{\ell=y p} (\ell - y p)_\alpha + \dots, \quad (4.109)$$

где $(\ell - y p)_\alpha \approx \ell_\alpha^\perp$, α обозначает поперечные компоненты.

Далее, используем преобразования Фирца для разделения спинорных индексов в жесткой и мягкой части. В результате, получим

$$\begin{aligned} \mathcal{A} &= \int_0^1 dy \operatorname{tr} [H(y) \Gamma] \Phi^\Gamma(y) \\ &+ \int_0^1 dy_1 dy_2 \operatorname{tr} [H^\mu(y_1, y_2) \Gamma] \Phi_\mu^\Gamma(y_1, y_2). \end{aligned} \quad (4.110)$$

Первый член в (4.110) требует введения корреляторов с нелокальными кварк-антикварковыми операторами. Имеем,

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu \psi(0) | 0 \rangle \\ \stackrel{\mathcal{F}_1}{=} m_\rho f_\rho [\varphi_1(y) (e^* \cdot n) p_\mu + \varphi_3(y) e_\mu^{*T}], \end{aligned} \quad (4.111)$$

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_5 \gamma_\mu \psi(0) | 0 \rangle \\ \stackrel{\mathcal{F}_1}{=} m_\rho f_\rho i \varphi_A(y) \varepsilon_{\mu\lambda\beta\delta} e_\lambda^{*T} p_\beta n_\delta, \end{aligned} \quad (4.112)$$

где $\stackrel{\mathcal{F}_1}{=}$ обозначает фурье-преобразование $\int_0^1 dy \exp[iy p \cdot z]$. Свето-подобный вектор n играет тройную роль: (1) данный вектор фиксирует калибровку; (2) определяет поперечное направление в импульсном пространстве; (3) определяет поперечную поляризацию для векторного мезона.

Второй член в (4.110) требует введения матричных элементов от кварк-глюонных операторов, имеем

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z_1) \gamma_\mu g A_\alpha^T(z_2) \psi(0) | 0 \rangle \stackrel{\mathcal{F}_2}{=} \\ m_\rho f_{3\rho}^V B(y_1, y_2) p_\mu e_\alpha^{*T}, \end{aligned} \quad (4.113)$$

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z_1) \gamma_5 \gamma_\mu g A_\alpha^T(z_2) \psi(0) | 0 \rangle \stackrel{\mathcal{F}_2}{=} \\ m_\rho f_{3\rho}^A i D(y_1, y_2) p_\mu \varepsilon_{\alpha\lambda\beta\delta} e_\lambda^{*T} p_\beta n_\delta, \end{aligned} \quad (4.114)$$

где $\int_0^1 dy_1 \int_0^1 dy_2 \exp [iy_1 p \cdot z_1 + i(y_2 - y_1) p \cdot z_2]$ обозначено через \mathcal{F}_2 . Отметим, что положительность глюонных импульсных долей ведет к

$$B/D(y_1, y_2) \equiv \mathcal{B}/\mathcal{D}(y_1, y_2; y_2 - y_1) \theta(y_1 \leq y_2 \leq 1).$$

Здесь, y_1 , $1 - y_2$ и $y_2 - y_1$ соответствуют долям кварка, антикварка и глюона, соответственно. Итак, второй член в (4.109) ведет к следующим корреляторам:

$$\langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu i \overleftrightarrow{\partial}_\alpha^\perp \psi(0) | 0 \rangle \stackrel{\mathcal{F}_1}{=} m_\rho f_\rho \varphi_1^T(y) p_\mu e_\alpha^{*T}, \quad (4.115)$$

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_5 \gamma_\mu i \overleftrightarrow{\partial}_\alpha^\perp \psi(0) | 0 \rangle \\ \stackrel{\mathcal{F}_1}{=} m_\rho f_\rho i \varphi_A^T(y) p_\mu \varepsilon_{\alpha\lambda\beta\delta} e_\lambda^{*T} p_\beta n_\delta. \end{aligned} \quad (4.116)$$

Рассмотрим теперь свойства симметрий, идущих из зарядовой инвариантности ($\bar{y} \equiv 1 - y$):

$$\begin{aligned} \varphi_1(y) &= \varphi_1(\bar{y}), \quad \varphi_3(y) = \varphi_3(\bar{y}), \quad \varphi_A(y) = -\varphi_A(\bar{y}), \\ \varphi_1^T(y) &= -\varphi_1^T(\bar{y}), \quad \varphi_A^T(y) = \varphi_A^T(\bar{y}), \\ \mathcal{B}(y_1, y_2; y_g) &= -\mathcal{B}(\bar{y}_2, \bar{y}_1; y_g), \\ \mathcal{D}(y_1, y_2; y_g) &= \mathcal{D}(\bar{y}_2, \bar{y}_1; y_g). \end{aligned} \quad (4.117)$$

Выше-представленные корреляторы не являются независимыми. Используя уравнения движения $\langle (i\hat{D}(0)\psi(0))_\alpha \bar{\psi}_\beta(z) \rangle = 0$ and $\langle \psi_\alpha(0) i(\hat{D}(z)\bar{\psi}(z))_\beta \rangle = 0$ и различные спонорные проекции, получим (обозначая $\zeta_{3,\rho}^{V,A} = f_{3\rho}^{V,A}/f_\rho$)

$$\begin{aligned} \bar{y}_1 \varphi_3(y_1) + \bar{y}_1 \varphi_A(y_1) + \varphi_1^T(y_1) + \varphi_A^T(y_1) \\ = - \int_0^1 dy_2 [\zeta_3^V B(y_1, y_2) + \zeta_3^A D(y_1, y_2)], \end{aligned} \quad (4.118)$$

$$\begin{aligned} y_1 \varphi_3(y_1) - y_1 \varphi_A(y_1) - \varphi_1^T(y_1) + \varphi_A^T(y_1) \\ = - \int_0^1 dy_2 [-\zeta_3^V B(y_2, y_1) + \zeta_3^A D(y_2, y_1)]. \end{aligned} \quad (4.119)$$

Следует подчеркнуть, что наша факторизационная процедура, включающая фиксированные свето-подобные направления (в частности вектор n), не является лоренц-инвариантной. С другой стороны, физические

амплитуды, или связанные с ними наблюдаемые, обязаны быть инвариантны относительно преобразований Лоренца. Следовательно, мы должны наложить на факторизованную амплитуду дополнительно требование лоренц-инвариантности в виде условия, напоминающего уравнение ренорм-группы:

$$\frac{d}{dn^\mu} \mathcal{A} = 0. \quad (4.120)$$

Вообще говоря, свето-подобный вектор n , удовлетворяющий условию $n \cdot p = 1$, можно считать произвольным вектором, и его можно записать через поперечные компоненты n_\perp , определенные относительно фиксированных свето-подобных векторов p^+ и \tilde{n}^- , как

$$n^\alpha = -\frac{n_\perp^2}{2} p^\alpha + \tilde{n}^\alpha + n_\perp^\alpha. \quad (4.121)$$

Таким образом, условие n -независимости амплитуды \mathcal{A} для произвольно-фиксированного вектора e примет вид:

$$\frac{d}{dn_\perp^\mu} \mathcal{A} = 0. \quad (4.122)$$

С другой стороны, амплитуда рассеяния \mathcal{A} состоит из вкладов векторных корреляторов, входящих в \mathcal{A}^{vector} , и аксиально-векторных, которые группируются в \mathcal{A}^{axial} . Поэтому, ввиду различных свойств четности, условие (4.122) разобьется на два условия:

$$\frac{d}{dn_\perp^\mu} \mathcal{A}^{vector} = 0 \quad (4.123)$$

и

$$\frac{d}{dn_\perp^\mu} \mathcal{A}^{axial} = 0. \quad (4.124)$$

Зависимость \mathcal{A} от вектора n_\perp получается через зависимость \mathcal{A} от полного вектора n . Данная зависимость от n является разной в \mathcal{A}^{axial} и \mathcal{A}^{vector} . Рассмотрим данные зависимости по-отдельности. Зависимость \mathcal{A}^{axial} от вектора n входит только через выражение $\varepsilon^{pn\beta\gamma}$. Значит, условие (4.124) эквивалентно условию:

$$\begin{aligned} \frac{\partial n^\alpha}{\partial n_\perp^\mu} \frac{\partial}{\partial n^\alpha} \mathcal{A}^{axial} &= [-n_\perp^\mu p^\alpha + g_\perp^{\alpha\mu}] \frac{\partial}{\partial n^\alpha} \mathcal{A}^{axial} \\ &= \frac{\partial}{\partial n_\perp^\mu} \mathcal{A}^{axial} = 0, \end{aligned} \quad (4.125)$$

которое ведет к (используя параметризацию соответствующих корреляторов)

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy_1} \varphi_A^T(y_1) &= \varphi_A(y_1) - \zeta_3^A \int_0^1 \frac{dy_2}{y_2 - y_1} \\ &\times (D(y_1, y_2) + D(y_2, y_1)) . \end{aligned} \quad (4.126)$$

Далее, вспомним, что поляризационный вектор для поперечного ρ мезона определен как

$$e_T^\mu = e^\mu - p^\mu e \cdot n . \quad (4.127)$$

Поэтому, зависимость \mathcal{A}^{vector} от вектора n входит только через скалярное произведение $e^* \cdot n$, и выражение (4.123) можно записать в виде:

$$\frac{d}{dn_\perp^\mu} \mathcal{A}^{vector} = e_T^{*\mu} \frac{\partial}{\partial (e^* \cdot n)} \mathcal{A}^{vector} = 0 , \quad (4.128)$$

из которого следует, что

$$\begin{aligned} \frac{d}{dy_1} \varphi_1^T(y_1) &= -\varphi_1(y_1) + \varphi_3(y_1) - \zeta_3^V \int_0^1 \frac{dy_2}{y_2 - y_1} \\ &\times (B(y_1, y_2) + B(y_2, y_1)) . \end{aligned} \quad (4.129)$$

Поскольку в своем подходе мы опираемся на n -независимость амплитуды, можно заинтересоваться эффектом от выбора калибровки, которая фиксируется вектором n . Тождество Уорда в КХД требует исчезновения амплитуды, в которой поляризационный вектор глюона заменен на глюонный импульс, при условии, что все партоны находятся на массовой поверхности. В рамках k_T -факторизации, t -канальный глюон находится вне массовой поверхности. Следовательно, замена вектора поляризации s -канального глюона на его импульс ведет к исчезновению амплитуды рассеяния вплоть до членов пропорциональных k_\perp^2/s , где k_\perp является поперечным импульсом t -канального глюона (или глюонов). С этой точки зрения, в t -канале, калибровочная инвариантность импакт-фактора означает, что импакт-фактор (или соответствующие амплитуды) должен быть равен нулю, когда поперечный импульс t -канального глюона равен нулю. Для того чтобы достичь этого, необходимо включить в наше рассмотрение не только АР с низшими фоковскими компонентами, содержащие только кварки, но и вклады с глюонными степенями свободы. На практике, мы проверяем калибровочную инвариантность с помощью свертки вершины, испускающей s -канальный глюон в жесткой части амплитуды, с импульсом, который пропорционален импульсу ρ -мезона. Это ведет к упрощению при использовании

(коллинеарного) тождества Уорда, что в конечном итоге, делает жесткую часть калибровочно-инвариантной. Для доказательства этого, мы должны сначала сделать проекцию на различные цветные казимировские структуры. В случае импакт-фактора, это значит - различить вклады от N_c и C_F . Вклады C_F происходят от двух-партонных диаграмм и трех-партонных диаграмм, где испускаемый глюон присоединен к кварковой линии. Вклады N_c получаются из трех-партонных диаграмм, где испускаемый глюон присоединен в кварковой линии, находящейся только между двумя t -канальными обменными глюонами или из диаграмм, включающих по крайней мере одну трех-глюонную вершину. Используя тождество Уорда, результат выглядит как произведение двух-партонных диаграмм, дающих вклад в переход $\gamma_T^* \rightarrow \rho_L$. На борновском уровне, можно убедиться, что такой переход равен нулю в рамках подхода с вкладом твиста 3. В случае членов пропорциональных N_c , можно показать, что такие вклады действительно равны нулю. Заметим, что члены пропорциональные виртуальности \underline{k}^2 выживают, но они имеют вид \underline{k}^2/s , которые более высокого порядка относительно доминантного вклада степени s в импакт-факторе.

Итак, уравнения движения (4.118, 4.119) вместе с (4.129, 4.126) формирует систему, которая ограничивает семь AP ($\varphi_1, \varphi_3, \varphi_1^T, \varphi_A, \varphi_A^T, B, D$). Таким образом, амплитуда эксклюзивного рождения ρ мезона может быть выражена в терминах трех независимых AP: φ_1, B and D . Решение системы из (4.118, 4.119, 4.129, 4.126) при условии, что вклады от B и D равны нулю, соответствует приближению ВВ. Имеем

$$\varphi_{3/A}^{WW}(y) = \frac{1}{2} \left[\int_0^y \frac{dv}{\bar{v}} \varphi_1(v) \pm \int_y^1 \frac{dv}{v} \varphi_1(v) \right], \quad (4.130)$$

$$\varphi_{1/A}^{TWW}(y) = \frac{1}{2} \left[-\bar{y} \int_0^y \frac{dv}{\bar{v}} \varphi_1(v) \pm y \int_y^1 \frac{dv}{v} \varphi_1(v) \right]. \quad (4.131)$$

Остающиеся вклады от подлинного твиста 3 имеют вид:

$$\varphi_1^{Tgen}(y) = \int_0^y du \varphi_3^{gen}(u) - \zeta_3^V \int_0^y dy_1 \int_y^1 dy_2 \frac{B(y_1, y_2)}{y_2 - y_1}, \quad (4.132)$$

и

$$\begin{aligned}
\varphi_3^{gen}(y) = & \tag{4.133} \\
& -\frac{1}{2} \int \frac{du}{u} \left[\int_0^u dy_2 \frac{d}{du} (\zeta_3^V B - \zeta_3^A D)(y_2, u) - \int_u^1 \frac{dy_2}{y_2 - u} (\zeta_3^V B - \zeta_3^A D)(u, y_2) \right. \\
& - \int_0^u \frac{dy_2}{y_2 - u} (\zeta_3^V B - \zeta_3^A D)(y_2, u) \left. \right] - \frac{1}{2} \int_0^{y_1} \frac{du}{\bar{u}} \left[\int_u^1 dy_2 \frac{d}{du} (\zeta_3^V B + \zeta_3^A D)(u, y_2) \right. \\
& \left. - \int_u^1 \frac{dy_2}{y_2 - u} (\zeta_3^V B + \zeta_3^A D)(u, y_2) - \int_0^u \frac{dy_2}{y_2 - u} (\zeta_3^V B + \zeta_3^A D)(y_2, u) \right],
\end{aligned}$$

а соответствующие выражения для $\varphi_A^{gen}(y)$ и $\varphi_A^{Tgen}(y)$ получаются с помощью замены:

$$\varphi_A^{gen}(y) \stackrel{\zeta_3^V B \leftrightarrow \zeta_3^A D}{\longleftrightarrow} \varphi_3^{gen}(y), \tag{4.134}$$

$$\varphi_A^{Tgen}(y) \stackrel{\zeta_3^V B \leftrightarrow \zeta_3^A D}{\longleftrightarrow} \varphi_1^{Tgen}(y). \tag{4.135}$$

Обсудим теперь эквивалентный способ получения (4.132). Рассмотрим следующее операторное уравнение [213], записанное в калибровочно-инвариантном виде, где в правой части сохраним только вклады векторных корреляторов:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z_\alpha} \left[\bar{\psi}(z) \gamma_\mu [z, -z] \psi(-z) \right] = & \tag{4.136} \\
& -\bar{\psi}(z) \gamma_\mu [z, -z] \overrightarrow{D}_\alpha \psi(-z) + \bar{\psi}(z) \overleftarrow{D}_\alpha \gamma_\mu [z, -z] \psi(-z) \\
& -ig \int_{-1}^1 dv v \bar{\psi}(z) [z, vz] z_\nu G_{\nu\alpha}(vz) \gamma_\mu [vz, -z] \psi(-z),
\end{aligned}$$

где $[\]$ обозначает вильсоновскую линию $\overrightarrow{D}_\alpha = \overrightarrow{\partial}_\alpha - ig A_\alpha(-z)$ и $\overleftarrow{D}_\alpha = \overleftarrow{\partial}_\alpha + ig A_\alpha(z)$. Заметим, что в (4.136), производные действуют на аргументы фермионных полей. Вообще говоря, путь в вильсоновской линии может быть произвольным, но целиком лежащий на световом конусе. Однако, для простоты, выберем путь в виде прямой линии. Вычислим теперь матричные элементы от различных частей в (4.136). Используя параметризацию (4.113), матричный элемент от кварк-глюонной части выражения

(4.136) имеет вид

$$\begin{aligned}
& \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu \{ [z, -z] A_\alpha(-z) + A_\alpha(z) [z, -z] \} \psi(-z) | 0 \rangle \\
& - \int_{-1}^1 dv v \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) [z, vz] z_\nu G_{\nu\alpha}(vz) \gamma_\mu [vz, -z] \psi(-z) | 0 \rangle \\
& = 2 m_\rho f_{3\rho}^V p_\mu e_\alpha^{*T} \int_0^1 dy e^{i(y-\bar{y})p \cdot z} \int_0^y dx_1 \int_y^1 dx_2 \frac{B(x_1, x_2)}{x_2 - x_1}. \quad (4.137)
\end{aligned}$$

Далее, рассмотрим кварк-антикварковый оператор в (4.136) и его вакуум-мезонный коррелятор. Используя (4.127), коррелятор (4.111) может быть записан как

$$\begin{aligned}
& \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu [z, -z] \psi(-z) | 0 \rangle \quad (4.138) \\
& = -2i m_\rho f_\rho p_\mu (e^* \cdot z) \int_0^1 dy e^{i(y-\bar{y})p \cdot z} h(y) + \dots,
\end{aligned}$$

$$\text{где } h(y) = \int_0^y du (\varphi_1(u) - \varphi_3(u)), \quad (4.139)$$

где многоточием обозначены массовые поправки, которые здесь не учитываются, см. [214].

Итак, с учетом вкладов твиста 3, имеем

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial}{\partial z_\alpha} \left[\langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu [z, -z] \psi(-z) | 0 \rangle \right] \\
& = -2i m_\rho f_\rho p_\mu e_\alpha^* \int_0^1 dy e^{i(y-\bar{y})p \cdot z} h(y). \quad (4.140)
\end{aligned}$$

Окончательно, чисто кварковые вклады в правой части выражения (4.136) вместе с параметризацией (4.115) и трансляционной инвариантностью приводят к выражению

$$\begin{aligned}
& \langle \rho(p) | \bar{\psi}(z) \gamma_\mu \left[\overrightarrow{\partial}_\alpha^\perp - \overleftarrow{\partial}_\alpha^\perp \right] \psi(-z) | 0 \rangle \\
& = -2i m_\rho f_\rho p_\mu e_\alpha^{*T} \int_0^1 dy e^{i(y-\bar{y})p \cdot z} \varphi_1^T(y). \quad (4.141)
\end{aligned}$$

Таким образом, используя (4.137, 4.140, 4.141), матричный элемент (4.136) дает выражение

$$h(y) = -\varphi_1^T(y) - \zeta_3^V \int_0^y dx_1 \int_y^1 dx_2 \frac{B(x_1, x_2)}{x_2 - x_1} \quad (4.142)$$

которое воспроизводит результаты (4.133, 4.130, 4.131). Действительно, данное утверждение можно легко проверить, если подставить в (4.142) выражения (4.132) для $\varphi_1^{T^{gen}}$ и (4.131) для $\varphi_1^{T^{WW}}$. Затем, вклады с B сокращаются а то, что остается является правой частью выражения (4.139).

Свяжем теперь наши результаты (4.133, 4.134) с теми, что были получены для AP с использованием конформных разложений на световом конусе [214]. Сравнение (4.113, 4.114) с аналогичными выражениями из [214] в свето-подобной калибровке $n \cdot A = 0$ ведет к

$$B(y_1, y_2) = -\frac{1}{m_\rho} \frac{V(y_1, 1 - y_2, y_2 - y_1)}{y_2 - y_1} \quad (4.143)$$

$$D(y_1, y_2) = -\frac{1}{m_\rho} \frac{A(y_1, 1 - y_2, y_2 - y_1)}{y_2 - y_1}. \quad (4.144)$$

Используя эти выражения для V и A , можно получить наши результаты (4.133, 4.134) после прямых вычислений, при условии, что имеет место следующие соотношения:

$$\varphi_1(y) = \phi_{\parallel}(y), \quad \varphi_3(y) = g^{(v)}(y), \quad (4.145)$$

для векторных проекций, и

$$\varphi_A(y) = -\frac{1}{4} \frac{\partial g^{(a)}(y)}{\partial y} \quad (4.146)$$

для аксиально-векторных проекций.

4.4 Подлинный твист 3 в эксклюзивном электро-рождении поперечно-поляризованного векторного мезона

В данном разделе продолжим описание наших результатов по исследованию эксклюзивного процесса электро-рождения поперечно-поляризованного векторного мезона:

$$\text{Hadron}(p_1) + \gamma^*(q) \rightarrow \rho(p) + \text{Hadron}(p_2), \quad (4.147)$$

в рамках факторизационного подхода с учетом вкладов твиста 3, но теперь без диффракционного режима. Данный пример наглядно демонстрирует случай, где факторизация может нарушаться (в отличие от случая рождения продольно-поляризованного векторного мезона, где факторизация не нарушается). Нарушение факторизации обусловливается наличием инфракрасных расходимостей (см., например, [217], [39]) Отметим, что амплитуда рождения поперечного векторного мезона соответствует вкладам, которые подавлены как $1/Q$ в сравнении со случаем продольного векторного мезона [215]. В тоже время, современные эксперименты показывают, что амплитуды рождения поперечных мезонов дают довольно значимые вклады даже при умеренных виртуальностях Q^2 [218]. Таким образом, для описания таких процессов необходимо учесть вклады порядка $1/Q$.

В данном разделе, нашей основной задачей является демонстрация роли вкладов подлинного твиста 3 в нарушении факторизационной теоремы примененной к электророждению поперечно-поляризованного векторного мезона. Будем, как и прежде, следовать нашему подходу, который описан подробно в предыдущих разделах. Будет вычислено полное выражение для амплитуды рождения поперечного векторного мезона, содержащее кварковые и глюонные ОПР лидирующего твиста и вклады подлинного твиста 3 в ρ -мезонную волновую функцию. В качестве проверки нашего результата, мы воспроизводим глюонный вклад в амплитуду, рассмотренной в приближении ВВ для мезонной волновой функции [217]. Помимо этого, мы обсудим различные способы трактовки инфракрасных расходимостей и их частичных сокращений. Кинематика рассматриваемого процесса хорошо известна и уже была описана в предыдущих разделах. Имеем

$$\bar{P} = \frac{p_2 + p_1}{2}, \quad \Delta = p_2 - p_1, \quad \Delta^2 = t, \quad (4.148)$$

где p_2 и p_1 обозначают импульсы конечного и начального нуклонов. Считается, что адронные импульсы коллинеарны, т.е. $\Delta^T \rightarrow 0$ и $p_1^2 \sim p_2^2 \sim t = 0$. В дополнение к этому, пренебрегаем квадратами масс векторного мезона. Таким образом, судаковское разложение для соответствующих векторов имеем следующий вид:

$$\begin{aligned} \Delta &= -2\xi\bar{P}, \quad e = e \cdot n p + e^T, \quad n = \frac{\bar{P}}{p \cdot \bar{P}}; \\ p = q - \Delta &= p \cdot \bar{P} \tilde{n}; \quad n \cdot \tilde{n} = \frac{1}{p \cdot \bar{P}} = \frac{4\xi}{Q^2}, \end{aligned} \quad (4.149)$$

где введены нормированные вектора n и \tilde{n} .

В рамках аксиальной калибровке:

$$n \cdot A = 0, \quad (4.150)$$

введем параметризацию для корреляторов (ср. [214]), имеем:

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(z) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} \varphi_1(y) (e \cdot n) p_\mu + \varphi_3(y) e_\mu^T, \\ \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu i \overleftrightarrow{\partial}_\rho^T \psi(z) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} \varphi_1^T(y) p_\mu e_\rho^T, \end{aligned} \quad (4.151)$$

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu \psi(z) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} i \varphi_A(y) \varepsilon_{\rho\alpha\beta\delta} e_\alpha^T p_\beta n_\delta, \\ \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu i \overleftrightarrow{\partial}_\rho^T \psi(z) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} i \varphi_A^T(y) p_\mu \varepsilon_{\rho\alpha\beta\delta} e_\alpha^T p_\beta n_\delta, \end{aligned} \quad (4.152)$$

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu g A_\rho^T(z_2) \psi(z_1) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} \Phi(y_1, y_2) p_\mu e_\rho^T, \\ \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu g A_\rho^T(z_2) \psi(z_1) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} i J(y_1, y_2) p_\mu \varepsilon_{\rho\alpha\beta\delta} e_\alpha^T p_\beta n_\delta, \\ \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu i \overleftrightarrow{D}_\rho^T(z_2) \psi(z_1) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} \tilde{\Phi}(y_1, y_2) p_\mu e_\rho^T, \\ \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_5 \gamma_\mu i \overleftrightarrow{D}_\rho^T(z_2) \psi(z_1) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} i \tilde{J}(y_1, y_2) p_\mu \varepsilon_{\rho\alpha\beta\delta} e_\alpha^T p_\beta n_\delta \\ \tilde{\Phi}(y_1, y_2) &= \frac{1}{2} \left(\varphi_1^T(y_1) + \varphi_1^T(y_2) \right) \delta(y_1 - y_2) + \Phi(y_1, y_2), \\ \tilde{J}(y_1, y_2) &= \frac{1}{2} \left(\varphi_A^T(y_1) + \varphi_A^T(y_2) \right) \delta(y_1 - y_2) + J(y_1, y_2) \end{aligned} \quad (4.153)$$

где $\overleftrightarrow{\partial}_\rho = \frac{1}{2}(\overrightarrow{\partial}_\rho - \overleftarrow{\partial}_\rho)$ является стандартной антисимметричной производной, а $\stackrel{\mathcal{F}}{=}$ обозначает преобразования Фурье с мерой ($z_i = \lambda_i n$):

$$\begin{aligned} &dy e^{-iy pz}, \\ &dy_1 dy_2 e^{-iy_1 p z_1 - i(y_2 - y_1) p z_2}. \end{aligned} \quad (4.154)$$

Функция φ_1 соответствует твисту-2; функции φ_1^T, φ_A^T - твисту-3, функции Φ и J - подлинному (динамическому) твисту-3, в функции $\varphi_3, \varphi_A, \tilde{\Phi}, \tilde{J}$ содержат вклады обоих типов твиста-3.

В выражениях (4.151)–(4.153) функции φ_1, φ_3 и φ_A удовлетворяют следующим свойствам:

$$\varphi_1(y) = \varphi_1(1 - y), \quad \varphi_3(y) = \varphi_3(1 - y), \quad \varphi_A(y) = -\varphi_A(1 - y). \quad (4.155)$$

В тоже время, свойства симметрии функций Φ и J даются следующими соотношениями:

$$\Phi(y_1, y_2) = \Phi(1 - y_2, 1 - y_1), \quad J(y_1, y_2) = -J(1 - y_2, 1 - y_1). \quad (4.156)$$

Соотношения (4.156) представляют собой частный случай соотношений для функций, параметризующих аналогичные матричные элементы для рождения пионных пар с произвольным угловым моментом j , тогда как

наш случай соответствует случаю с $j = 1$. В случае с произвольным j , двух-частичные функции зависят от дополнительного параметра $\xi = (p_\pi - p'_\pi) \cdot n$ и обладают следующими свойствами (обозначения: $\Phi^{\pi\pi}$ и $J^{\pi\pi}$ соответствуют \tilde{B} и \tilde{D}):

$$\begin{aligned}\Phi^{\pi\pi}(y_1, y_2; \xi) &= \Phi^{\pi\pi}(1 - y_2, 1 - y_1; -\xi), \\ J^{\pi\pi}(y_1, y_2; \xi) &= -J^{\pi\pi}(1 - y_2, 1 - y_1; -\xi).\end{aligned}\quad (4.157)$$

Для сравнения, покажем соотношения между нашими функциями и функциями, введенными в [214], имеем:

$$\begin{aligned}\varphi_1(y) &\Leftrightarrow f_\rho m_\rho \phi_{\parallel}(y), \quad \varphi_3(y) \Leftrightarrow f_\rho m_\rho g^{(v)}(y), \\ \varphi_A(y) &\Leftrightarrow -\frac{1}{4} f_\rho m_\rho \frac{\partial g^{(a)}(y)}{\partial y}.\end{aligned}\quad (4.158)$$

В рамках приближения ВВ, для комбинаций типа

$$\varphi_{\pm}(y) = \varphi_3(y) \pm \varphi_A(y), \quad (4.159)$$

ВВ-соотношения имеют вид:

$$\varphi_+^{WW}(x) = -\int_x^1 \frac{dy}{y} \varphi_1(y), \quad \varphi_-^{WW}(x) = \int_0^x \frac{dy}{y-1} \varphi_1(y). \quad (4.160)$$

Рассмотрим интегральные соотношения, которые следуют из уравнений движения:

$$\begin{aligned}\int_0^1 dy \left(\tilde{\Phi}^{(S)}(x, y) - \tilde{J}^{(A)}(x, y) \right) &= \left(x - \frac{1}{2} \right) \varphi_3(x) + \frac{1}{2} \varphi_A(x), \\ \int_0^1 dy \left(\tilde{\Phi}^{(A)}(x, y) - \tilde{J}^{(S)}(x, y) \right) &= -\left(x - \frac{1}{2} \right) \varphi_A(x) - \frac{1}{2} \varphi_3(x),\end{aligned}\quad (4.161)$$

где симметричные и антисимметричные функции определены как ($f = \tilde{\Phi}, \tilde{J}$):

$$f^{(S,A)}(x, y) = \frac{1}{2} (f(x, y) \pm f(y, x)). \quad (4.162)$$

Более того, свойства симметрии позволяют свести два уравнения к одному уравнению:

$$\int_0^1 dy_2 \tilde{\mathcal{F}}_-(y_1, y_2) = (1 - y_1) \varphi_-(y_1). \quad (4.163)$$

Здесь и далее, используются следующие обозначения для кварк-глюонных корреляторов:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_\pm(y_1, y_2) &= J(y_1, y_2) \pm \Phi(y_1, y_2), \\ \tilde{\mathcal{F}}_\pm(y_1, y_2) &= \tilde{J}(y_1, y_2) \pm \tilde{\Phi}(y_1, y_2).\end{aligned}\quad (4.164)$$

Как будет продемонстрировано, уравнения движения играют важную роль в сокращении некоторых лидирующих инфракрасных расходимостей в амплитуде рождения поперечного ρ -мезона.

Остановимся теперь на вычислении кваркового вклада в амплитуду рождения. Так как, основное наше внимание сосредоточено на вкладе твиста 3 для мезонного блока, см. рис. 4.11, достаточно рассмотреть только нуклонные ОПР лидирующего твиста 2. Тогда, учитывая (4.148) и (4.149), параметризация примет следующий вид:

$$\langle N(p_2) | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu \psi(\tilde{z}) | N(p_1) \rangle \stackrel{\mathcal{F}}{=} H(x) \bar{U}(p_2) \gamma_\mu U(p_1) = \sqrt{1 - \xi^2} H(x) \bar{P}_\mu \quad (4.165)$$

где $\stackrel{\mathcal{F}}{=}$ обозначает соответствующее преобразование Фурье с мерой интегрирования в виде ($\tilde{z} = \lambda \tilde{n}$)

$$dx e^{-i(x\bar{P} + \Delta/2)\tilde{z}}. \quad (4.166)$$

Далее, используя параметризацию (4.151)–(4.153), (4.165) и вычисля следы матриц, амплитуда, соответствующая диаграммам 4.12 примет вид (ср. [216]):

$$\begin{aligned}\mathcal{A}_{1,\mu}^{(q), \gamma_T^* \rightarrow \rho_T} &= \\ 8\sqrt{1 - \xi^2} \frac{C_F}{N_c} \frac{e_\mu^T}{Q^2} \int_{-1}^1 dx H(x) \left[\frac{1}{x - \xi + i\epsilon} - \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right] \mathcal{S}_2^{(q)},\end{aligned}\quad (4.167)$$

где

$$\mathcal{S}_2^{(q)} = \int_0^1 \frac{dy}{y} \varphi_+(y). \quad (4.168)$$

Отметим, что двойной полюс по x сокращается за счет использования аксиальной калибровки для глюонного пропагатора.

Удобно получить диаграммы для динамического твиста 3 с помощью вставок дополнительных глюонов в диаграммы на рис. 4.12. После соответствующего суммирования получим выражение для кваркового вклада в амплитуду, который включает в себя как кинематические, так и динамические вклады твиста 3:

$$\mathcal{A}_{2,\mu}^{(q), \gamma_T^* \rightarrow \rho_T} = 8\sqrt{1 - \xi^2} \frac{C_F}{N_c^2 - 1} \frac{e_\mu^T}{Q^2} \left\{ \mathcal{H}_1 \times \mathcal{I}_1^{(q)} + \mathcal{H}_2 \times \mathcal{I}_2^{(q)} \right\}, \quad (4.169)$$

где

$$\begin{aligned}\mathcal{H}_1 &= \xi \int_{-1}^1 dx H(x) \left[\frac{1}{(x + \xi - i\epsilon)^2} + \frac{1}{(x - \xi + i\epsilon)^2} \right], \\ \mathcal{H}_2 &= \int_{-1}^1 dx H(x) \left[\frac{1}{x - \xi + i\epsilon} - \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right]\end{aligned}\quad (4.170)$$

и

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_1^{(q)} &= \int_0^1 dy_1 dy_2 \left\{ \frac{4C_F \tilde{\mathcal{F}}_-(y_1, y_2)}{(1 - y_1)^2} + \frac{C_A \mathcal{F}_-(y_1, y_2)}{(1 - y_2)(1 - y_1)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2C_F \tilde{\mathcal{F}}_-(y_1, y_2) - C_A \mathcal{F}_-(y_1, y_2)}{y_1(1 + y_1 - y_2)} \right\};\end{aligned}\quad (4.171)$$

$$\begin{aligned}\mathcal{I}_2^{(q)} &= \int_0^1 dy_1 dy_2 \left\{ \frac{C_F \tilde{\mathcal{F}}_-(y_1, y_2)}{(1 - y_2)(1 - y_1)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{2C_F \tilde{\mathcal{F}}_-(y_1, y_2) - C_A \mathcal{F}_-(y_1, y_2)}{(1 + y_1 - y_2)(1 - y_2)} \right\}.\end{aligned}\quad (4.172)$$

Подчеркнем, что конечный результат выражается в терминах только “−” комбинаций функций твиста 3 (которые, кстати сказать, можно трансформировать в “+” комбинации с помощью свойств симметрии (4.156)). Такие комбинации также возникают и в инклюзивном случае [69, 220, 221].

Далее, \mathcal{H}_1 - и $\mathcal{I}_1^{(q)}$ -структурные интегралы обладают полюсами второго порядка, что ведет к нарушению факторизационной теоремы. Однако, можно увидеть, что первый член в (4.171) может быть сведен к двухчастичной функции $\varphi_-(y_1)$ с помощью уравнений движения (4.163). В результате, степень инфракрасной расходимости уменьшается, благодаря фактору $1 - y_1$ в его правой части. Более того, в случае калибровки отличной от аксиальной (в частности, фейнмановская калибровка) появляющиеся двойные полюса по x в (4.167) сокращаются за счет соответствующего дополнительного вклада в (4.169) при использовании уравнений движения. Несмотря на это, остающиеся одиночные полюса тем не менее ведут к ИК-расходимостям, если только не специальное поведение функций $\Phi, \tilde{\Phi}, J, \tilde{J}$, которые должны обращаться в ноль при $y_i \rightarrow 1$ и $y_i \rightarrow 0$. Такое поведение вполне естественно для динамического твиста 3. Однако, поскольку соответствующий интеграл, с цветным фактором C_A становится конечным при условии хорошего (нулевого) поведения на концах отрезка, данная аргументация не может быть использована

для сокращения ИК-расходимостей во вкладах ВВ, которые содержат фактор C_F . Чтобы быть более точным, вычислим вклад ВВ, при условии, что функции $J(y_1, y_2)$ и $\Phi(y_1, y_2)$ равны нулю. Тогда, интегралы при структурах \mathcal{H}_1 и \mathcal{H}_2 в сумме вкладов от (4.167) и (4.169) имеют вид:

$$\begin{aligned}\mathcal{K}_1^{(q)} &= \mathcal{I}_1^{(q),WW} = -\frac{1}{2} \int_0^1 dy \varphi_-(y) \left(1 + \frac{2}{y}\right) \\ \mathcal{K}_2^{(q)} &= \mathcal{S}_2^{(q)} + \mathcal{I}_2^{(q),WW} = \int_0^1 dy \left(\varphi_+(y) + \frac{\varphi_+(y) + \varphi_-(y)}{2y} \right)\end{aligned}\quad (4.173)$$

С учетом (4.160), можно увидеть, что простой полюс в $\mathcal{K}_1^{(q)}$ из (4.173) сокращается при нулевых граничных условиях для функции $\varphi_-(y)$: $\varphi_-(0) = 0$. Это делает конечным коэффициент потенциально опасного интеграла \mathcal{H}_1 . Хотя такого рода эффект отсутствует в $\mathcal{K}_2^{(q)}$.

Рассмотрим теперь глюонный вклад в амплитуду. Так как будем иметь дело с двух-глюонными ОПР, зафиксируем калибровку как

$$\tilde{n} \cdot A = 0, \quad (4.174)$$

где вектор \tilde{n} (4.149) соответствует “минускомпоненте свето-подобного базиса, где “плюскомпонента дается средним нуклонным импульсом. В этом случае, A_μ может быть выражена через $G_{\mu\nu}$. Следовательно, параметризация примет следующий вид:

$$\begin{aligned}\langle N(p_2) | A_\alpha^a(0) A_\beta^b(\tilde{z}) | N(p_1) \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} \\ \frac{\delta^{ab}}{N_c^2 - 1} \left(g_{\alpha\beta} - \bar{P}_\alpha \tilde{n}_\beta - \bar{P}_\beta \tilde{n}_\alpha \right) &\frac{G(x)}{(x + \xi - i\epsilon)(x - \xi + i\epsilon)}.\end{aligned}\quad (4.175)$$

Следует отметить, что калибровочное условие, используемое здесь, отличается от той, что была использована в параметризации матричного элемента для векторного мезона (см. (4.151)-(4.153)). Поэтому возникает вопрос, возможно ли использование (4.151)-(4.153) в данном случае. Рассмотрим эту проблему более детально. В принципе, за счет лоренцевской и калибровочной инвариантности, физические амплитуды должны быть независимыми от конкретного выбора вида векторов n и \tilde{n} . В самом общем случае, вектора n и \tilde{n} могут быть выбраны в произвольном виде. Проведем сравнительный анализ двух калибровок: (4.150) and (4.174), используемых для ρ -мезонных матричных элементов. В случае калибровки (4.150), которая также была использована для вычислений кварк-глюонных амплитуд, вектор n в (4.151)-(4.153) играет двойную роль. Именно, данный вектор фиксирует калибровку и определяет долю $x = kn$ продольного импульса, которую переносит активный кварк

с импульсом k в ρ -мезоне. Тоже самое верно, если принять калибровку (4.174). Именно, упомянутые роли распределяются между векторами n и \tilde{n} : n определяет долю продольного импульса, в то время как \tilde{n} фиксирует калибровку. Конечно, в этом случае, параметризация соответствующих ρ -мезонных матричных элементов должна выглядеть более сложно за счет дополнительных \tilde{n} -членов. Однако, для физических n, \tilde{n} (4.149), можно проверить, что параметризация (4.152)-(4.153) является по-прежнему само-согласованной. Это верно однако только на уровне твиста 3, но нет никакой надежды на то, что данное простое утверждение верно на уровне твиста 4.

Далее, в калибровке (4.150) существуют только поперечные (физические) глюоны. В отличие от этого, в калибровке (4.174) поперечные глюоны получаются как

$$A_\rho^T = A_\rho - p_\rho n \cdot A, \quad (4.176)$$

где второй член в (4.176) соответствует вкладу твиста 2. В результате, использование калибровки (4.174) ведет к возникновению функций твиста 2 в параметризации трех-частичных ρ -мезонных матричных элементов, например имеем

$$\begin{aligned} \langle \rho(p) | \bar{\psi}(0) \gamma_\mu g A_\rho(z_2) \psi(z_1) | 0 \rangle &\stackrel{\mathcal{F}}{=} \\ \Phi_0(y_1, y_2) (e \cdot n) p_\mu p_\rho + \Phi(y_1, y_2) p_\mu e_\rho^T. \end{aligned} \quad (4.177)$$

Новые члены твиста 2, пропорциональные $n \cdot A$, должны быть поглощены в стандартную Р-экспоненту (вильсоновскую линию) в матричных элементах от кварковых операторов твиста 2 [219].

Таким образом, с помощью параметризации (4.151)–(4.153) и (4.175)), суммируем амплитуды, соответствующие диаграммам (4.12) и (4.15), (4.16). Последний сорт амплитуд включает кинематический и динамический твист 3 в ρ -мезонных матричных элементах. Получим следующие вклады: простейшие диаграммы дают

$$\begin{aligned} \mathcal{A}_{1,\mu}^{(g), \gamma_T^* \rightarrow \rho_T} = & \\ 8 \frac{C_F}{N_c^2 - 1} \frac{e_\mu^T}{Q^2} \left\{ \int_{-1}^1 dx G(x) \left[\frac{1}{(x + \xi - i\epsilon)^2} + \frac{1}{(x - \xi + i\epsilon)^2} \right] \mathcal{S}_1^{(g)} + \right. & \\ \left. \frac{1}{\xi} \int_{-1}^1 dx G(x) \left[\frac{1}{x - \xi + i\epsilon} - \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right] \mathcal{S}_2^{(g)} \right\}, & \quad (4.178) \end{aligned}$$

где

$$\mathcal{S}_1^{(g)} = \int_0^1 \frac{dy}{y} \left(\frac{1}{2} \varphi_+(y) - \frac{3}{2} \varphi_-(y) \right), \quad \mathcal{S}_2^{(g)} = \int_0^1 dy \frac{\varphi_+(y) + \varphi_-(y)}{y}, \quad (4.179)$$

а вклады от подлинного твиста 3 имеет вид:

$$\mathcal{A}_{2,\mu}^{(g), \gamma_T^* \rightarrow \rho_T} = 8 \frac{C_F N_c}{(N_c^2 - 1)^2} \frac{e_\mu^T}{Q^2} \left\{ \mathcal{G}_1 \times \mathcal{I}_1^{(g)} + \mathcal{G}_2 \times \mathcal{I}_2^{(g)} \right\}, \quad (4.180)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_1 &= \int_{-1}^1 dx G(x) \left[\frac{1}{(x + \xi - i\epsilon)^2} + \frac{1}{(x - \xi + i\epsilon)^2} \right], \\ \mathcal{G}_2 &= \frac{1}{\xi} \int_{-1}^1 dx G(x) \left[\frac{1}{x - \xi + i\epsilon} - \frac{1}{x + \xi - i\epsilon} \right] \end{aligned} \quad (4.181)$$

и

$$\begin{aligned} \mathcal{I}_1^{(g)} &= \int_0^1 dy_1 dy_2 \frac{C_A \mathcal{F}_-(y_1, y_2)}{(1 - y_2)(1 - y_1)}, \\ \mathcal{I}_2^{(g)} &= \int_0^1 dy_1 dy_2 \frac{C_F \tilde{\mathcal{F}}_-(y_1, y_2) + C_A \mathcal{F}_-(y_1, y_2)}{(1 - y_2)(y_1 - 1)}. \end{aligned} \quad (4.182)$$

Интеграл $\mathcal{I}_1^{(g)}$ - существенно неабелев и содержит только вклад подлинного твиста 3. Следовательно, предположение о линейном убывании $\mathcal{F}_-(y_1, y_2)$ ведет к его конечности. В тоже время, интеграл $\mathcal{I}_2^{(g)}$ становится расходящимся за счет вкладов ВВ с коэффициентами \tilde{C}_F .

Для того чтобы изучить данные эффекты и воспроизвести результаты работы [217], рассмотрим приближение ВВ более подробно. Пусть все кварк-глюонные функции $J(y_1, y_2)$ и $\Phi(y_1, y_2)$ (см. (4.153)) равны нулю. После некоторых вычислений получим:

$$\mathcal{A}_{WW,\mu}^{(g), \gamma_T^* \rightarrow \rho_T} = \frac{4}{N_c} \frac{e_\mu^T}{Q^2} \left\{ \mathcal{G}_1 \times \mathcal{N}_1^{(g)} + \mathcal{G}_2 \times \mathcal{N}_2^{(g)} \right\}, \quad (4.183)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{N}_1^{(g)} &= \mathcal{S}_1^{(g)} = \int_0^1 \frac{dy}{y} \left(\frac{1}{2} \varphi_+(y) - \frac{3}{2} \varphi_-(y) \right), \\ \mathcal{N}_2^{(g)} &= \mathcal{S}_2^{(g)} + \mathcal{I}_2^{(g), WW} = \int_0^1 \frac{dy}{y} \left(\frac{3}{2} \varphi_+(y) - \frac{1}{2} \varphi_-(y) \right). \end{aligned} \quad (4.184)$$

Если учесть (4.158), то интегралы (4.184) могут быть переписаны в фор-

ме, которая полностью совпадает с [217]:

$$\begin{aligned}\mathcal{N}_1^{(g)} &= \int_0^1 \frac{dy}{y} \left(2g^{(v)}(y) + \frac{g^{(a)}(y)}{2y(1-y)} \right), \\ \mathcal{N}_2^{(g)} &= \int_0^1 \frac{dy}{y} \left(4g^{(v)}(y) - 2\frac{\Phi_{\parallel}(y)}{y} + \frac{g^{(a)}(y)}{2y(1-y)} \right).\end{aligned}\quad (4.185)$$

Аналогично рассуждая для вкладов кварковых распределений, получим, что интегралы (4.184) (и следовательно (4.185)) содержат ИК-расходимости за счет ненулевых граничных условий [214, 217].

Перейдем к обсуждению результатов данного раздела. Подчеркнем, что был вычислен полный набор диаграмм, соответствующий подлинному твисту 3, для случая электророждения поперечного векторного мезона. Представлен впервые результат для вклада ВВ в кварковые ОНР и подтвержден результат для вклада ВВ в глюонные ОНР, вычисленные в различных моделях. В результате этих вычислений найдем новый механизм сокращений различных типов лидирующих ИК-расходимостей, именно:

- (1) двойные полюса по x в кварковом вкладе (рис. 4.12а, б) в неаксиальной калибровке сокращаются со вкладами их кварк-глюонных диаграмм (рис. 4.13, 4.14) при условии учета уравнений движений;
- (2) использование уравнений движения позволяет также устранить двойные полюса по y в тех же кварк-глюонных диаграммах, выживающих в аксиальной калибровке, которые сводятся к простым полюсам;
- (3) простой полюс по y во вкладах ВВ, пропорциональные интегралу \mathcal{H}_1 кваркового ОНР, сокращается между векторным (ϕ_3) и аксиальным (ϕ_A) распределениями.

Начнем теперь анализ потенциально выживающих расходимостей от двойных полюсов по x . Рассмотрим мнимую часть $\mathcal{H}_1, \mathcal{G}_1$, которая представляется производными $\partial_x H(x, \xi)|_{x=\xi}, \partial_x G(x, \xi)|_{x=\xi}$ в точке $x = \xi$ перехода из области ДГЛАП в область ЕРБЛ. Можно было бы ожидать, что для кваркового случая данная производная не продолжается аналитически в переходной точке ввиду присутствия D -члена, который является ненулевым только при $|x| < \xi$. Однако, данный член не дает вклада в мнимую часть амплитуды, и не должен, следовательно, учитываться, когда вычисляется производная, так что производная должна быть понята как $\partial_x H(x, \xi)|_{x=\xi+\epsilon}$.

Другой способ трактовки D -члена основан на рассмотрении его наиболее общего вида с носителем $|x| < 1$ и, следовательно, обладающе-

го свойством гладкости при $x = \pm\xi$. Общий вид D -члена можно свести к оригинальному виду с помощью определенного "калибровочно-го" преобразования, генерирующего сингулярность в D -члене и других компонентах ОПР, таким образом что сингулярности сокращаются в их сумме. Возможный скачек в производной для глюонного случая можно трактовать с помощью добавления малой массы в кварковые пропагаторы [220], которые приводят в конечном счете к аналогичному выражению: $\partial_x H(x, \xi)|_{x=\xi+\epsilon}$. В любом случае, мнимые части от $\mathcal{H}_1, \mathcal{G}_1$ являются хорошо-определенными, в то время как вещественные части можно получить, используя дисперсионные соотношения.

Обсудим теперь остающиеся расходимости от интегрирования по y . Неабелевы вклады высшего твиста (члены с C_A) можно считать конечными, так как достаточно иметь функции $\Phi(y_1, y_2), J(y_1, y_2)$, которые равны нулю при $y_{1,2}, \bar{y}_{1,2} \rightarrow 0$. Однако, дополнением данного предположения является невозможность сократить расходимости во вкладах ВВ, которые содержат цветной фактор C_F .

Единственная реальная опасность идет от вкладов ВВ, которые имеют ненулевые значения ϕ_3, ϕ_A при $y = 0, 1$. Более-менее реальный способ регуляризовать эти расходимости заключается в сохранении поперечного импульса k_i^T в петлевых интегралах. При больших значениях Q^2 , поведение структурных интегралов определяется областью, где $1 - y$ такого же порядка, что и $\langle k_T^2 \rangle / Q^2$. Для того чтобы оценить соответствующий вклад, оставаясь в рамках коллинеарного приближения, можно выполнить соответствующее ИК-обрезание в интеграле по y . В результате, поперечная амплитуда является логарифмически растущей, так что этот нефакторизованный вклад определяет асимптотическое поведение отношения поперечной амплитуды к продольной:

$$\frac{|\mathcal{A}_\mu^{(q), \gamma_T^* \rightarrow \rho_T}|}{|\mathcal{A}_\mu^{(q), \gamma_L^* \rightarrow \rho_L}|} \sim \frac{m_\rho \ln Q}{Q}, \quad (4.186)$$

где степенное подавление идет от кинематического увеличения продольной поляризации.

Для того чтобы сделать более количественную оценку, мы должны учесть факторизуемые вклады и включить k_T -зависимость в нефакторизованные вклады. Правильный учет всех степеней по k_T было бы эквивалентно суммированию всех вкладов от кинематического высшего твиста.

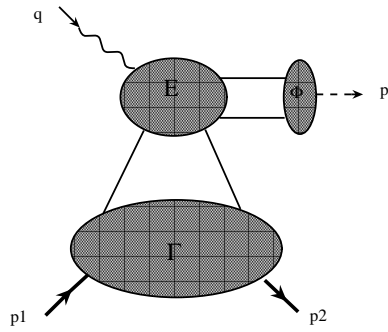


Рис. 4.11: Общая структура факторизованной амплитуды.

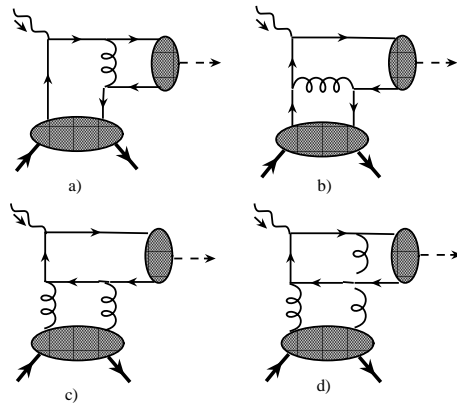


Рис. 4.12: Простейшие диаграммы с кварковыми и глюонными ОПР.

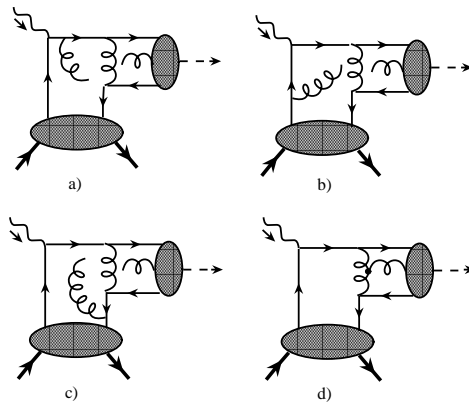


Рис. 4.13: Подлинный твист 3 с кварковыми ОПР.

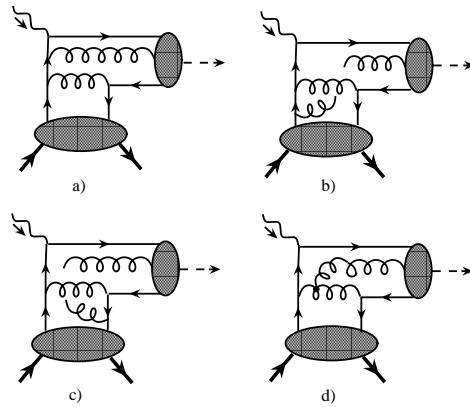


Рис. 4.14: Подлинный твист 3 с кварковыми ОПР.

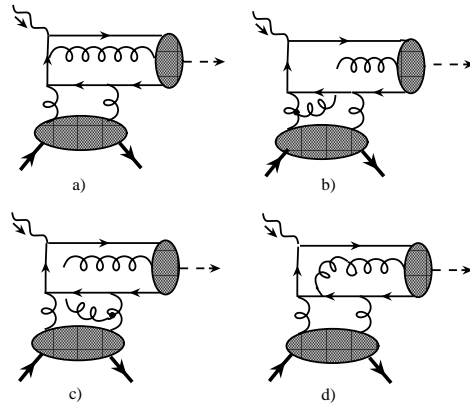


Рис. 4.15: Подлинный твист 3 с глюонными ОПР.

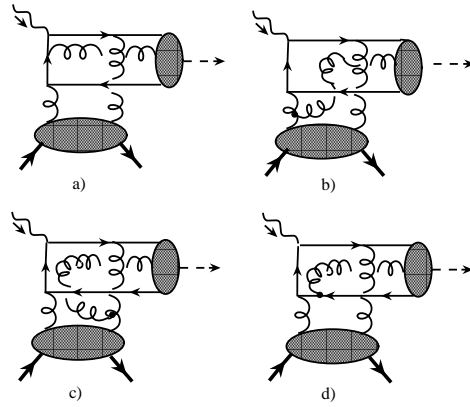


Рис. 4.16: Подлинный твист 3 с глюонными ОПР.

Глава 5

Высший твист в инклюзивных и полуинклюзивных процессах

5.1 Калибровочная инвариантность, причинность и глюонные полюса

Как уже говорилось, калибровочная инвариантность различных амплитуд гарантируется вкладами твиста 3 и использованием уравнений движения, которые обеспечивают возможность исключить вклады трех-частичных (кварк-глюонных) корреляторов из амплитуд. После комбинирования с вкладами от двух-частичных корреляторов получим калибровочно-инвариантные выражения для физической амплитуды или, в случае лептон-адронных процессов, для соответствующего адронного тензора.

В данном разделе, на основе нашего подхода, исследуется процесс Дрелл-Яна (ДЯ), где один из адронов (нуклон) поперечно-поляризован. Одно-спиновые асимметрии в процессе ДЯ впервые были рассмотрены в КХД для случая продольно-поляризованного адрона [222, 223]. Данная наблюдаемая величина особенно интересна, если вторым адроном является пион из-за чувствительности ОСА к форме пионной АР [224, 225], [226, 227], [228]. Мнимые фазы в ОСА для продольно-поляризованного нуклона появляются благодаря глюонным петлям в жестком пертурбативном подпроцессе [222, 223] или твисту 4 в пионных АР [224, 225, 229]. В тоже время, источником мнимой части, когда вычисляется ОСА связанная с процессом $P + P^{\uparrow\downarrow} \rightarrow \ell\bar{\ell} + X$, является кварковый пропагатор в диаграммах с кварк-глюонными (твист 3) корреляторами. Это ведет к вкладам от глюонных полюсов [230]. Данные вклады были воспроизведены (а) в случае ненулевых граничных условий для глюонных полей; (б) а также для случая асимметричных граничных условий [231]. Причина этого в том, что данные граничные условия обеспечивают чисто вещественную кварк-глюонную функцию $B^V(x_1, x_2)$, которая параметризует матричный элемент $\langle \bar{\psi} \gamma^+ A_\alpha^T \psi \rangle$. В следствии этого, диаграммы с двух-частичными корреляторами не дают вклада в мнимую часть адронного

тензора, связанного с ОСА.

В данном разделе, мы выполняем полный анализ адронного тензора для поперечно-поляризованного ДЯ в контексте изучения калибровочной (КЭД) инвариантности, причинности и вкладов от глюонных полюсов. Мы покажем, что для восстановления калибровочной инвариантности адронного тензора необходимо добавить вклад дополнительной диаграммы, также связанный с твистом 3. В отличие от наивных предыдущих рассмотрений, мы продемонстрируем, что новый дополнительный вклад напрямую связан с определенной комплексной прескрипцией в глюонном полюсе $1/(x_1 - x_2)$ кварк-глюонной функции $B^V(x_1, x_2)$. Существенно подчеркнуть, что данная прескрипция является зависимой от процесса, что подтверждает идею об эффективной зависимости функции Сиверса от процесса. Мы покажем, что причинная прескрипция в кварковом пропагаторе, входящим в жесткую часть стандартной диаграммы, связана с выбором контурной калибровки для глюонов и, в свою очередь, с представлением кварк-глюонной функции $B^V(x_1, x_2)$ в форме глюонного полюса с упомянутой комплексной прескрипцией. Такое представление кварк-глюонной функции генерирует дополнительную диаграмму, вклад от которой прежде отсутствовал при вычислении мнимой части. Это дает новый вклад в мнимую часть, который абсолютно необходим для калибровочной инвариантности. В конечном итоге, с феноменологической точки зрения, учет данных новых вкладов в ОСА для поперечно-поляризованного ДЯ ведет к дополнительному общему фактору 2, что важно для сравнения с экспериментом.

Итак, рассмотрим вклад в адронный тензор, который связан с ОСА измеряемой в процессе ДЯ с поперечно-поляризованным нуклоном: $N^{(\uparrow\downarrow)}(p_1) + N(p_2) \rightarrow \gamma^*(q) + X(P_X) \rightarrow \ell(l_1) + \ell(l_2) + X(P_X)$, где виртуальный фотон рождается в лептонной паре ($l_1 + l_2 = q$) и имеет большую величину $q^2 = Q^2$ (см. например [232]). Процесс ДЯ с поперечно-поляризованным нуклоном обнаруживает существование вкладов от глюонных полюсов [230]. В рамках коллинеарной факторизации, фиксируем доминантные свето-подобные направления как, см. рис. 5.1

$$p_1 \approx \frac{Q}{x_B \sqrt{2}} n^*, \quad p_2 \approx \frac{Q}{y_B \sqrt{2}} n$$

$$\text{с } n_\mu^* = (1/\sqrt{2}, \mathbf{0}_T, 1/\sqrt{2}), \quad n_\mu = (1/\sqrt{2}, \mathbf{0}_T, -1/\sqrt{2}), \quad (5.1)$$

где адронные импульсы p_1 и p_2 имеют "плюс" и "минус" доминантные свето-подобные направления, соответственно. Тогда, кварковые и глюонные импульсы k_1 и ℓ лежат вдоль плюсового направления, а антикварковый импульс – вдоль минусового направления.

Фокусируясь на дираковскую векторную проекцию, содержащую глюонный полюс, стандартный адронный тензор, соответствующий диаграм-

ме на рис. 5.1(a) имеет вид:

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)} = \int d^4k_1 d^4k_2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - q) \int d^4\ell \Phi_\alpha^{(A)[\gamma^+]}(k_1, \ell) \bar{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \times \text{tr} \left[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \gamma_\alpha \frac{\ell^+ \gamma^- - k_2^- \gamma^+}{-2\ell^+ k_2^- + i\epsilon} \right], \quad (5.2)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_\alpha^{(A)[\gamma^+]}(k_1, \ell) &\stackrel{\mathcal{F}_2}{=} \langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g A_\alpha(z) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle, \\ \bar{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) &\stackrel{\mathcal{F}_1}{=} \langle p_2 | \bar{\psi}(\eta_2) \gamma^- \psi(0) | p_2 \rangle. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Здесь, \mathcal{F}_1 и \mathcal{F}_2 обозначают преобразования Фурье с мерой интегрирования:

$$d^4\eta_2 e^{ik_2 \cdot \eta_2} \text{ и } d^4\eta_1 d^4z e^{-ik_1 \cdot \eta_1 - i\ell \cdot z}, \quad (5.4)$$

а \mathcal{F}_1^{-1} и \mathcal{F}_2^{-1} маркирует обратное преобразование Фурье с мерой

$$dy e^{iy\lambda} \text{ и } dx_1 dx_2 e^{ix_1 \lambda_1 + i(x_2 - x_1) \lambda_2}. \quad (5.5)$$

Анализируя γ -структуру в (5.2), можно заключить, что первый член в кварковом пропагаторе выделяет следующую комбинацию: $\gamma^+ \gamma_\alpha \gamma^-$ с $\alpha = T$, которая ведет матричному элементу оператора твиста 3, $\langle \bar{\psi} \gamma^+ A_\alpha^T \psi \rangle$ с поперечным глюоном полем. После факторизации, этот матричный элемент будет параметризован через функцию $B^V(x_1, x_2)$. Второй член в числителе кваркового пропагатора выделяет комбинацию $\gamma^+ \gamma_\alpha \gamma^+$ with $\alpha = -$. Следовательно, данный член даст нам $\langle \bar{\psi} \gamma^+ A^+ \psi \rangle$, который будет просуммирован в вильсоновскую линию $[-\infty^-, 0^-]$. В самом деле, данная часть стандартного адронного тензора имеет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)[k_2^- \text{-term}]} &= \int d\mu(k_i; x_1, y) \text{tr} \left[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \gamma^- \gamma^+ \right] \bar{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \times \quad (5.6) \\ &\frac{1}{2} \int dz^- \int d\ell^+ \frac{e^{-i\ell^+ z^-}}{\ell^+ - i\epsilon} \int d^4\eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \times \\ &\langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ g A^+(0, z^-, \vec{\mathbf{0}}_T) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} d\mu(k_i; x_1, y) &= \quad (5.7) \\ dx_1 d^4k_1 \delta(x_1 - k_1^+/p_1^+) dy d^4k_2 \delta(y - k_2^-/p_2^-) \left[\delta^{(4)}(x_1 p_1 + y p_2 - q) \right]. \end{aligned}$$

Отметим, что прескрипция $-i\epsilon$ в знаменателе этого выражения следует из стандартной (см. например [235]) причинной прескрипции для безмассового кваркового пропагатора в (5.2).

Интегрируя теперь по ℓ^+ , получим соответствующую θ -функцию в (5.6):

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)[k_2^- \text{-term}]} &= \int d\mu(k_i; x_1, y) \text{tr} \left[\gamma_\mu \gamma^- \gamma_\nu \gamma^+ \right] \bar{\Phi}^{[\gamma^-]}(k_2) \times \\ &\int d^4\eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ ig \int_{-\infty}^{+\infty} dz^- \theta(-z^-) A^+(0, z^-, \vec{\mathbf{0}}_T) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle. \end{aligned} \quad (5.8)$$

Включая все глюонные излучения от антикварка из верхней части диаграммы на рис. 5.1(a), получим соответствующую P -экспоненту в $\Phi_\alpha^{(A)[\gamma^+]}(k_1, \ell)$. Последнее можно представить как

$$\int d^4\eta_1 e^{-ik_1 \cdot \eta_1} \langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\eta_1) \gamma^+ [-\infty^-, 0^-] \psi(0) | S^T, p_1 \rangle, \quad (5.9)$$

где

$$[-\infty^-, 0^-] = \text{Pexp} \left\{ -ig \int_{-\infty}^0 dz^- A^+(0, z^-, \vec{\mathbf{0}}_T) \right\}. \quad (5.10)$$

Если теперь мы включим в рассмотрение глюонные излучения их входящего кварка (зеркальный вклад), получим вильсоновскую линию $[\eta_1^-, -\infty^-]$, которая вместе с (5.10) в конечном счете дает вильсоновскую линию, соединяющую точки 0 и η_1 в (5.9). Это как раз то, что происходит в спин-усредненном случае для процесса ДЯ [233]. Однако, для ОСА, эти две диаграммы должны быть рассмотрены по-отдельности. Действительно, их вклады в ОСА отличаются знаком и зависимость от граничной точки при $-\infty^-$ взаимно сокращаются.

Для того чтобы устранить нефизические глюоны и использовать нашу факторизацию, выбираем контурную калибровку [234]

$$[-\infty^-, 0^-] = 1 \quad (5.11)$$

которая, на самом деле, подразумевает аксиальную калибровку $A^+ = 0$.

В (5.11), начальная точка x_0 (см., [234]) фиксирована и равна $-\infty^-$ за счет определенной комплексной прескрипции $+i\epsilon$ в кварковом пропагаторе в (5.2). Если бы мы изменили начальную точку x_0 на равную $+\infty^-$, это соответствовало бы "антипричинной" комплексной прескрипции $-i\epsilon$. С другой стороны, аксиальная калибровка $A^+ = 0$ не зависит от выбора x_0 и мы может устранить вильсоновскую линию выбором $A^+ = 0$ без какого-то либо упоминания о начальной точке x_0 . Но как бы то ни было, поскольку наша прескрипция $+i\epsilon$ в кварковом пропагаторе однозначно

фиксирует начальную точку $x_0 = -\infty$, выражение для вильсоновской линии (5.10) намекает на выбор калибровки (5.11). Используя данную калибровку, получим следующее представление для глюонного поля:

$$A^\mu(z) = \int_{-\infty}^{\infty} d\omega^- \theta(z^- - \omega^-) G^{+\mu}(\omega^-) + A^\mu(-\infty). \quad (5.12)$$

Более того, если выберем альтернативное представление для глюонов в форме:

$$A^\mu(z) = - \int_{-\infty}^{\infty} d\omega^- \theta(\omega^- - z^-) G^{+\mu}(\omega^-) + A^\mu(\infty) \quad (5.13)$$

(которое соответствует калибровочному условию $[+\infty^-, 0^-] = 1$ и тоже ведет к $A^+ = 0$), сохраняя причинную прескрипцию $+i\epsilon$ в (5.2), то получим, что данное представление (см. (5.13)) ведет нарушению калибровочной инвариантности адронного тензора.

Рассмотрим теперь член с $\ell^+ \gamma^-$ в (5.2), который дает нам матричный элемент от кварк-глюонного оператора твиста 3 с поперечным глюоном. Остановимся по-подробнее на параметризации данного матричного элемента:

$$\langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\lambda_1 \tilde{n}) \gamma_\beta g A_\alpha^T(\lambda_2 \tilde{n}) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle \stackrel{\mathcal{F}_2^{-1}}{=} i \varepsilon_{\beta\alpha S^T p_1} B^V(x_1, x_2). \quad (5.14)$$

Используя представление (5.12), данная функция может быть выражена как

$$B^V(x_1, x_2) = \frac{T(x_1, x_2)}{x_1 - x_2 + i\epsilon} + \delta(x_1 - x_2) B_{A(-\infty)}^V(x_1), \quad (5.15)$$

где вещественная регулярная функция $T(x_1, x_2)$ ($T(x, x) \neq 0$) параметризует векторный матричный элемент от оператора, включающего тензор $G_{\mu\nu}$:

$$\langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\lambda_1 \tilde{n}) \gamma_\beta \tilde{n}_\nu G_{\nu\alpha}(\lambda_2 \tilde{n}) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle \stackrel{\mathcal{F}_2^{-1}}{=} \varepsilon_{\beta\alpha S^T p_1} T(x_1, x_2). \quad (5.16)$$

Благодаря инвариантности относительно обращения времени, функция $B_{A(-\infty)}^V(x_1)$,

$$i \varepsilon_{\beta\alpha S^T p_1} \delta(x_1 - x_2) B_{A(\pm\infty)}^V(x_1) \stackrel{\mathcal{F}}{=} \langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\lambda_1 \tilde{n}) \gamma_\beta g A_\alpha^T(\pm\infty) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle, \quad (5.17)$$

может быть выбрана в форме

$$B_{A(-\infty)}^V(x) = 0. \quad (5.18)$$

Действительно, функция $B^V(x_1, x_2)$ является антисимметричной относительно аргументов, в то время как антисимметризация члена с $B_{A(-\infty)}^V(x_1)$ дает ноль.

Нет сомнений, что единственным источником мнимой части адронного тензора является кварковый пропагатор. Можно попытаться реализовать данное утверждение, если будем считать, что матричный элемент является чисто вещественным,

$$B^V(x_1, x_2) = \frac{\mathcal{P}}{x_1 - x_2} T(x_1, x_2), \quad (5.19)$$

при асимметричном граничном условии для глюонов [231]:

$$B_{A(\infty)}^V(x) = -B_{A(-\infty)}^V(x) \quad (5.20)$$

Однако этот способ является весьма запутанным и вызывает множество сомнений в правильности.

Мы же предлагаем совсем другой путь. Именно, мы используем простое наблюдение о том, что причинная прескрипция в кварковом пропагаторе, генерирующая его мнимую часть, одновременно ведет к мнимой части в глюонном полюсе. Подчеркнем, что фиксированная комплексная прескрипция $+i\epsilon$ в глюонном полюсе функции $B^V(x_1, x_2)$ (см., (5.15)) является весьма важной для появления нового вклада в адронном тензоре. Действительно, калибровочное условие должно быть одинаковым для всех диаграмм, и это ведет к появлению мнимой фазы в диаграмме (см. рис. 5.1(b)), которая, наивно рассуждая, не имела бы ее. Подтвердим данное наше утверждение точными вычислениями.

Вернемся к адронному тензору и вычислим часть, которая содержит $\ell^+\gamma^-$. Получим следующее выражение для стандартного адронного тензора (см. диаграмму на рис. 5.1(a)):

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)[\ell^+-\text{term}]} &= \int d^2\vec{q}_T \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(1)} = - \int dx_1 dy \left[\delta(x_1 - x_B) \delta(y - y_B) \right] \bar{q}(y) \times \\ &\Im \int dx_2 \text{tr} \left[\gamma_\mu \gamma_\beta \gamma_\nu \hat{p}_2 \gamma_\alpha^T \frac{(x_1 - x_2) \hat{p}_1}{(x_1 - x_2) y s + i\epsilon} \right] B^V(x_1, x_2) \varepsilon_{\beta\alpha S T p_1}, \end{aligned} \quad (5.21)$$

где $\ell^+\gamma^- = (x_2 - x_1) \hat{p}_1$ и

$$\langle p_2 | \bar{\psi}(\lambda \tilde{n}^*) \gamma_\mu \psi(0) | p_2 \rangle \stackrel{\mathcal{F}_1^{-1}}{=} p_{2\mu} \bar{q}(y). \quad (5.22)$$

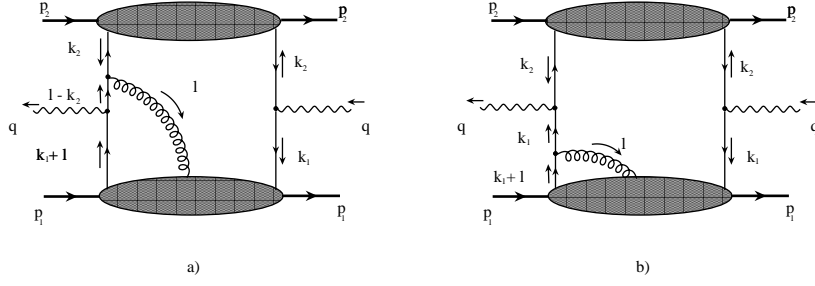


Рис. 5.1: Фенмановские диаграммы, которые дают вклад в поляризованный адронный тензор процесса ДЯ.

Проверим калибровочную инвариантность с помощью свертки с фотонным импульсом q_μ . Вычисляя след матрицы

$$\frac{1}{4} (x_1 - x_2) \varepsilon_{\beta\alpha S^T p_1} \text{tr} \left[\hat{q} \gamma_\beta \gamma_\nu \hat{p}_2 \gamma_\alpha^T \hat{p}_1 \right] = \varepsilon_{\alpha p_2 S^T p_1} g_{\alpha\nu}^T y (x_1 - x_2) s, \quad (5.23)$$

получим

$$q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)} = - \int dx_1 dy \left[\delta(x_1 - x_B) \delta(y - y_B) \right] \bar{q}(y) \varepsilon_{\nu p_2 S^T p_1} \times \quad (5.24)$$

$$\int_{-1}^1 dx_2 \Im \frac{x_1 - x_2}{x_1 - x_2 + i\epsilon} B^V(x_1, x_2) \neq 0,$$

при условии присутствия глюонных полюсов. Напомним, что в данном разделе мы рассматриваем только мнимую часть адронного тензора, которая необходима для ОСА.

Рассмотрим теперь данную проблему с точки зрения, так называемого, ξ -процесса [235], который мы применяем для партонного подпроцесса. Вообще говоря, одна единственная диаграмма на рис. 5.1(а) не может обеспечить калибровочную инвариантность адронного тензора. Необходима вторая диаграмма с глюонной вставкой в кварковую линию, см. рис. 5.1(б).

Рассмотрим вклад от диаграммы на рис. 5.1(б), получим:

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(2)} = \int d^4 k_1 d^4 k_2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - q) \text{tr} \left[\gamma_\mu \mathcal{F}(k_1) \gamma_\nu \bar{\Phi}(k_2) \right], \quad (5.25)$$

где функция $\mathcal{F}(k_1)$ равна

$$\mathcal{F}(k_1) = S(k_1) \gamma_\alpha \int d^4 \eta_1 e^{-i k_1 \cdot \eta_1} \langle p_1, S^T | \bar{\psi}(\eta_1) g A_\alpha^T(0) \psi(0) | S^T, p_1 \rangle. \quad (5.26)$$

В рамках коллинеарной факторизации, получим следующее выражение для адронного тензора, см. рис. 5.1(б):

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)} &= \int dx_1 dy \left[\delta(x_1 - x_B) \delta(y - y_B) \right] \bar{q}(y) \times \\ &\text{tr} \left[\gamma_\mu \left(\int d^4 k_1 \delta(x_1 p_1^+ - k_1^+) \mathcal{F}(k_1) \right) \gamma_\nu \hat{p}_2 \right]. \end{aligned} \quad (5.27)$$

После простых вычислений, интеграл по k_1 в (5.27) можно переписать как

$$\begin{aligned} \int d^4 k_1 \delta(x_1 p_1^+ - k_1^+) \mathcal{F}^{[\gamma^+]}(k_1) = \\ \frac{\hat{p}_2 \gamma_\alpha^T \gamma_\beta}{2p_2^- p_1^+} \varepsilon_{\beta\alpha S^T p_1} \frac{1}{x_1 + i\epsilon} \int_{-1}^1 dx_2 B^V(x_1, x_2), \end{aligned} \quad (5.28)$$

где была использована параметризация (5.14). Учитывая (5.28) и вычисляя след, свертка тензора $\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)}$ с фотонным импульсом дает

$$\begin{aligned} q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)} &= \int dx_1 dy \left[\delta(x_1 - x_B) \delta(y - y_B) \right] \bar{q}(y) \times \\ &\varepsilon_{\nu p_2 S^T p_1} \int_{-1}^1 dx_2 \Im B^V(x_1, x_2). \end{aligned} \quad (5.29)$$

Отсюда, можно увидеть, что если функция $B^V(x_1, x_2)$ является чисто вещественной (см., (5.19)), то данная часть адронного тензора, которая связана с диаграммой на рис. 5.1(б), не дает вклада в мнимую часть.

Рассмотрим чистый эффект от вкладов $\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)}$ и $\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)}$ и их роль для калибровочной инвариантности. Складывая (5.24) и (5.29), получим:

$$\begin{aligned} q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)} + q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)} = \\ \varepsilon_{\nu p_2 S^T p_1} \bar{q}(y_B) \Im \int_{-1}^1 dx_2 B^V(x_B, x_2) \left[\frac{x_B - x_2}{x_B - x_2 + i\epsilon} - 1 \right]. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Если мысленно принять, что $B^V(x_1, x_2)$ – вещественная и регулярная, при $x_1 = x_2$, функция, то числитель и знаменатель в первом члене внутри скобок сокращаются и, в результате этого, первый и второй члены в (5.30) не имеют мнимой части. Это бы значило калибровочную инвариантность для тензора.

Однако существование глюонного полюса полностью меняет ситуацию. Подставим (5.15) в (5.30), получим

$$q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)} + q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)} = \varepsilon_{\nu p_2 S^T p_1} \bar{q}(y_B) \Im \int_{-1}^1 dx_2 T(x_B, x_2) \left[\frac{x_B - x_2}{(x_B - x_2 + i\epsilon)^2} - \frac{1}{x_B - x_2 + i\epsilon} \right]. \quad (5.31)$$

После вычислений, получим:

$$q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)} + q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)} = 0. \quad (5.32)$$

Это ничто иное, как калибровочная инвариантность для мнимой части адронного тензора.

Из (5.31), можно увидеть, что калибровочная инвариантность имеет место только если прескрипции в глюонном полюсе и в кварковом пропагаторе из жесткой части совпадают. Действительно, выражение (5.31) с полем (5.13) имеет вид

$$q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)} + q_\mu \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)} = \varepsilon_{\nu p_2 S^T p_1} \bar{q}(y_B) \times \Im \int_{-1}^1 dx_2 T(x_B, x_2) \left[\frac{x_B - x_2}{(x_B - x_2 - i\epsilon)(x_B - x_2 + i\epsilon)} - \frac{1}{x_B - x_2 + i\epsilon} \right]. \quad (5.33)$$

Ясно, что первый член в скобках является чисто вещественной величиной, а мнимая часть из второго члена остается некомпенсированной. Заметим, что трактовка полюса в смысле главного значения эквивалентно среднему арифметическому от двух видов прескрипций, обсуждаемых выше, и также не может обеспечить калибровочную инвариантность. Таким образом, мы нашли, что контурная калибровка (5.11) является правильной. Иными словами, прескрипция в кварковом пропагаторе должна быть согласована с представлением функции $B^V(x_B, x_2)$. В противном случае, получим проблему с калибровочной инвариантностью.

Итак, как было показано, только сумма вкладов от диаграмм на рис. 5.1(a) и (б) могут гарантировать калибровочную инвариантность. Рассмотрим теперь влияние нового вклада 5.1(b) на одно-спинную асимметрию и получим окончательное выражение для адронного тензора. Калибровочно-инвариантный адронный тензор равен

$$\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{\text{GI}} = \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)} + \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(2)} = -\frac{2}{q^2} \varepsilon_{\nu S^T p_1 p_2} Z_\mu \bar{q}(y_B) T(x_B, x_B), \quad (5.34)$$

где было использовано $q^2 = s x_B y_B$ и введен вектор

$$Z_\mu = \hat{p}_{1\mu} - \hat{p}_{2\mu} \equiv x_B p_{1\mu} - y_B p_{2\mu}, \quad (5.35)$$

который вместе с векторами:

$$\begin{aligned} X_\mu &= -\frac{2}{s} \left[(Z \cdot p_2) \left(p_{1\mu} - \frac{q_\mu}{2x_B} \right) - (Z \cdot p_1) \left(p_{2\mu} - \frac{q_\mu}{2y_B} \right) \right], \\ Y_\mu &= \frac{2}{s} \varepsilon_{\mu p_1 p_2 q} \end{aligned} \quad (5.36)$$

формируют взаимно-ортогональный базис (см., [232]). Здесь $\hat{p}_{i\mu}$ являются партонными импульсами ($q^\mu = \hat{p}_{1\mu} + \hat{p}_{2\mu}$). С помощью (5.35) и (5.36), лептонные импульсы можно записать как (лептонная система центра масс)

$$\begin{aligned} l_{1\mu} &= \frac{1}{2} q_\mu + \frac{Q}{2} f_\mu(\theta, \varphi; \hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}), \\ l_{2\mu} &= \frac{1}{2} q_\mu - \frac{Q}{2} f_\mu(\theta, \varphi; \hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}), \end{aligned} \quad (5.37)$$

где $\hat{A} = A/\sqrt{-A^2}$ и

$$f_\mu(\theta, \varphi; \hat{X}, \hat{Y}, \hat{Z}) = \hat{X}_\mu \cos \varphi \sin \theta + \hat{Y}_\mu \sin \varphi \sin \theta + \hat{Z}_\mu \cos \theta. \quad (5.38)$$

В рамках этой системы, свертка лептонного тензора с калибровочно-инвариантным адронным тензором (5.34) получим

$$\mathcal{L}_{\mu\nu} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{\text{GI}} = -2 \cos \theta \varepsilon_{\nu S T p_1 p_2} \bar{q}(y_B) T(x_B, x_B). \quad (5.39)$$

Подчеркнем, что это выражение отличается фактором 2 по сравнению со случаем, где только одна диаграмма, представленная на рис. 5.1(а), включена в адронный тензор, т.е.

$$\mathcal{L}_{\mu\nu} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(1)} = \frac{1}{2} \mathcal{L}_{\mu\nu} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{\text{GI}}. \quad (5.40)$$

Следовательно, с практической точки зрения, пренебрежение диаграммой на рис. 5.1(б) или, другими словами, использование калибровочно-инвариантного адронного тензора ведет к ошибке в факторе равном 2. Действительно, взятие вклада от диаграммы 5.1(а) соответствует только члену пропорциональному $\hat{p}_{1\mu}$ в (5.35). Свертка с калибровочно-инвариантным лептонным тензором эквивалентно превращению данного вклада в калибровочно-инвариантный с помощью подстановки

$$\hat{p}_{1\mu} \implies \hat{p}_{1\mu} - q_\mu \frac{\hat{p} \cdot q}{Q^2} = \frac{p_{1\mu} - p_{2\mu}}{2}. \quad (5.41)$$

Это дает фактор 2, которым отличается неправильный тензор от правильного калибровочно-инвариантного тензора.

В заключение отметим, что основным моментом данного раздела является исследование электромагнитной калибровочной инвариантности адронного тензора для поперечно-поляризованного процесса Дрелл-Яна. Показана необходимость включения нового вклада от дополнительной диаграммы, которая прежде не учитывалась и не давала вклада в мнимую часть. Учет нового дополнительного вклада поправляет величину одно-спиновой асимметрии фактором 2. Новый дополнительный вклад происходит из комплексной прескрипции в глюонном полюсе в представлении коррелятора твиста $3 B^V(x_1, x_2)$, которая, в свою очередь, напрямую связана с комплексной полюсной прескрипцией в кварковом пропагаторе в жесткой части соответствующего адронного тензора.

Более детально, причинная прескрипция в кварковом пропагаторе, входящим в жесткую часть диаграммы 5.1(а), выбирает соответствующую контурную калибровку определенную выражением (5.11). В тоже время, контурная калибровка предопределяет (5.12) и, следовательно, представление функции $B^V(x_1, x_2)$ в форме глюонного полюса с комплексной прескрипцией, см. (5.15). Поскольку, обе диаграммы на рис. 5.1(а) и (б) должны быть рассмотрены в рамках одинаковой контурной калибровки, представление (5.15) должно применяться к диаграмме на рис. Fig. 5.1(б).

В результате этого, диаграмма на рис. 5.1(б), вопреки прежним наивным рассмотрением, имеет мнимую часть. В каком-то смысле, диаграмма на рис. 5.1(б) чувствует комплексную прескрипцию в жесткой части диаграммы 5.1(а) по-средством контурной калибровки. Заметим, что с физической точки зрения, рассмотрение каждой из диаграмм на рис. 5.1 по-отдельности не имеет смысла.

Также показано, что в дополнение к калибровочной инвариантности, включение нового вклада поправляет фактором 2 выражение для одно-спиновой асимметрии в поперечно-поляризованном процессе Дрелла-Яна. Было также доказано, что (1) комплексная прескрипция в кварковом пропагаторе, формирующем жесткую часть адронного тензора, (2) стартовая точка в контурной калибровке, (3) представление функции $B^V(x_1, x_2)$ как в (5.15) и (4) калибровочная инвариантность адронного тензора должны рассматриваться вместе как взаимно-связанные вещи.

5.2 Факторизация и поперечный импульс в рождении двух адронов при инклюзивной $e^+ e^-$ аннигиляции

В данном разделе рассматривается процесс электрон-позитронной аннигиляции. В частности, рассмотрим рождение двух адронов в инклюзивной $e^+ e^-$ -аннигиляции, т.е. процесс, где детектируются два адрона в

конечном состоянии. Данный процесс дает уникальную возможность для изучения различных функций фрагментации [236]– [240]. Если поперечный импульс рожденных адронов такого же порядка как и большая фотонная виртуальность, $p_T \sim Q$, соответствующий адронный тензор может быть факторизован и выражен в терминах интегрированных функций фрагментации [241]. Даже если p_T является меньше, чем большая виртуальность фотона, но с другой стороны, намного больше, чем характеристический адронный размер, Λ_{QCD} , факторизация сечения e^+e^- аннигиляции все еще возможна с помощью методов, которые использовались для описания полу-инклюзивного ГНР или процесса Дрелла-Яна [242–244]. Однако режим, для которого поперечный импульс рожденного адрона такого же порядка как Λ_{QCD} , ведет к концептуальным проблемам как выделить жесткий подпроцесс. Следовательно, факторизация становится плохо-определенной процедурой и требует специального рассмотрения [244].

Факторизация для данного процесса, как правило, изучалась в коллинеарном приближении [246]. Кроме того, процедура интегрирования по поперечным импульсам виртуального фотона [247] ограничивалась борновским приближением. Поскольку поперечный импульс является важным для функции Коллинза, мы выполняем детальный анализ его роли в процессе e^+e^- -аннигиляции. С этой целью, мы пользуемся тем, что интегрирование по поперечному импульсу рожденной пары $\mu^+\mu^-$ или адрона в процессе ДЯ обеспечивается эффективным пропагатором сильно-виртуального фотона, который генерирует структуру жесткого подпроцесса [249]. В данном разделе, мы развиваем эту идею и представляем новый метод для факторизации, которая может быть применима для любого процесса с двумя токами. В частности, будет продемонстрировано приложение нашего метода для случая e^+e^- аннигиляции, где рождаются два адрона, будучи в различных струях.

Для демонстрации метода, мы предлагаем, на первой стадии, рассмотреть простейший случай спин-независимых k_\perp -интегрированных функций фрагментации. Будем анализировать вклады по поправкам α_S в жесткой части и получим эволюцию соответствующих функций фрагментации. Также, кратко обсудим способ обобщения нашего подхода для изучения эффектов Коллинза.

Рассмотрим процесс $e^+(l_1) + e^-(l_2) \rightarrow H(P_1) + H(P_2) + X(P_X)$, где позитрон и электрон переносят импульсы l_1 and l_2 , соответственно, и аннигилируют в времени-подобный фотон с импульсом $q = l_1 + l_2$, для которого $q^2 = Q^2$ большая величина. Данный времени-подобный фотон рождает, затем, два выходящих адрона с импульсами P_i ($i = 1, 2$) и недетектируемый пучок адронов с общим импульсом P_X . Для такого рода процессов,

удобно ввести два инварианта

$$z_i = \frac{2P_i \cdot q}{Q^2} \quad (5.42)$$

которые аналогичны переменным Бьеркена. Заметим, что переменные z_1 и z_2 соответствуют долям энергии детектируемых адронов в $e^+ e^-$ центре масс. Они удовлетворяют следующим ограничениям, которые следуют из сохранения энергии:

$$\frac{z_1 + z_2}{2} < 1. \quad (5.43)$$

Более того, имеем:

$$z_1 < 1, \quad z_2 < 1, \quad (5.44)$$

В этой области, данные переменные могут изменяться независимым образом.

Выполним теперь судаковское разложение. Для этого определим светоподобный базис как:

$$\begin{aligned} n_\mu^* &= (1/\sqrt{2}, \mathbf{0}_T, 1/\sqrt{2}), & n_\mu &= (1/\sqrt{2}, \mathbf{0}_T, -1/\sqrt{2}), \\ n^* \cdot n &= 1. \end{aligned} \quad (5.45)$$

Выберем кинематику в таком виде, что фотон и один из адронов имеют чисто продольные импульсы, в то время как другой адрон имеет как продольный так и поперечный импульсы:

$$\begin{aligned} P_{2\mu} &= \frac{z_2 Q}{\sqrt{2}} n_\mu^* + \frac{M_2^2}{z_2 Q \sqrt{2}} n_\mu, & q_\mu &= \frac{Q}{\sqrt{2}} n_\mu^* + \frac{Q}{\sqrt{2}} n_\mu, \\ P_{1\mu} &= \frac{z_1 Q}{\sqrt{2}} n_\mu + \frac{M_1^2 + \vec{\mathbf{P}}_1^{\perp 2}}{z_1 Q \sqrt{2}} n_\mu^* + P_{1\mu}^\perp. \end{aligned} \quad (5.46)$$

Лептонные импульсы равны

$$\begin{aligned} l_{1\mu} &= \frac{Q[1 - \cos \theta_2]}{2\sqrt{2}} n_\mu^* + \frac{Q[1 + \cos \theta_2]}{2\sqrt{2}} n_\mu + l_{1\mu}^\perp, & l_{1\mu}^\perp &= \left(\frac{Q}{2} \sin \theta_2, 0 \right); \\ l_{2\mu} &= \frac{Q[1 + \cos \theta_2]}{2\sqrt{2}} n_\mu^* + \frac{Q[1 - \cos \theta_2]}{2\sqrt{2}} n_\mu + l_{2\mu}^\perp, & l_{2\mu}^\perp &= \left(-\frac{Q}{2} \sin \theta_2, 0 \right), \end{aligned} \quad (5.47)$$

где θ_2 - угол между \vec{P}_2 и \vec{l}_1 . Данную систему часто называют “ \perp ”-системой [247, 250]. Членами порядка M^2/Q^2 будем пренебрегать. Такая

кинематика имеет определенные преимущества при анализе экспериментальных данных, где импульс только одного из рожденных адронов реально измеряется.

Далее, для того чтобы гарантировать, что два адрона находятся в различных струях, введем две различные переменные [245]:

$$\mathcal{Z} = \frac{2P_1 \cdot q}{Q^2} \equiv z_1, \quad \mathcal{U} = \frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 \cdot q}. \quad (5.48)$$

Однако, используя (5.46), различие между \mathcal{U} и z_2 является величиной порядка $1/Q^2$:

$$\mathcal{U} = z_2 \left[1 + \vec{\mathbf{P}}_1^{\perp 2} / (z_1^2 Q^2) \right]^{-1}, \quad (5.49)$$

которой можно пренебречь в лидирующем порядке.

Тензор перпендикулярной проекции определяется как

$$g_{\mu\nu}^{\perp} = g_{\mu\nu} - \hat{q}_\mu \hat{q}_\nu + \hat{T}_\mu \hat{T}_\nu, \quad (5.50)$$

где два нормированных вектора \hat{q} and \hat{T} построены как

$$\begin{aligned} \hat{T}_\mu &= \frac{T_\mu}{T}, \quad T_\mu = P_{2\mu} - \frac{P_2 \cdot q}{Q^2} q_\mu, \\ \hat{q}_\mu &= \frac{q_\mu}{Q}. \end{aligned} \quad (5.51)$$

Для простоты, рассмотрим неполяризованный случай. Дифференциальное сечение соответствующее e^+e^- аннигиляции определяется как

$$\begin{aligned} d\sigma(e^+e^-) &= \frac{1}{2Q^2} \frac{d^3 \vec{P}_1}{(2\pi)^3 2E_1} \frac{d^3 \vec{P}_2}{(2\pi)^3 2E_2} \sum_X \int \frac{d^3 \vec{P}_X}{(2\pi)^3 2E_X} \times \\ &(2\pi)^4 \delta^{(4)}(q - P_1 - P_2 - P_X) |\mathcal{M}(e^+e^-)|^2. \end{aligned} \quad (5.52)$$

В терминах лептонного и адронного тензоров, получим

$$d\sigma(e^+e^-) = \frac{\alpha^2}{4Q^6} \frac{d^3 \vec{P}_1}{E_1} \frac{d^3 \vec{P}_2}{E_2} \mathcal{L}^{\mu\nu} \mathcal{W}_{\mu\nu}, \quad (5.53)$$

где адронный тензор $\mathcal{W}_{\mu\nu}$ определяется как

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu} &= \sum_X \int \frac{d^3 \vec{P}_X}{(2\pi)^3 2E_X} \delta^{(4)}(q - P_1 - P_2 - P_X) \times \\ &\langle 0 | J_\mu(0) | P_1, P_2, P_X \rangle \langle P_1, P_2, P_X | J_\nu(0) | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (5.54)$$

Мы можем переписать часть фазового пространства, которое соответствует детектируемому адрону с импульсом P_1 в виде

$$\frac{d^3 \vec{P}_1}{(2\pi)^3 2E_1} = \frac{dz_1}{(2\pi)^3 2z_1} d^2 \vec{P}_{1\perp}. \quad (5.55)$$

Поскольку лептонный тензор $\mathcal{L}_{\mu\nu}$ является независимым от P_1 , полезно ввести усредненный адронный тензор, $\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp)}$,

$$\overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp)} = \int d^2 \vec{P}_{1\perp} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp)}. \quad (5.56)$$

Используя (5.55) и (5.56), сечение (5.53) можно представить как

$$E_2 \frac{d\sigma(e^+e^-)}{d^3 \vec{P}_2} = \frac{\alpha^2}{4Q^6} \frac{dz_1}{z_1} \mathcal{L}^{\mu\nu} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp)}. \quad (5.57)$$

Заметим, что данная процедура усреднения генерирует жесткий подпроцесс в борновском приближении.

Перейдем теперь к обсуждению факторизации адронного тензора, который соответствует рождению адронов в e^+e^- -аннигиляции при малых значениях p_T . В данном случае, известно, что имеет место серьезная концептуальная проблема, связанная с трудностью определения (выделения) жесткой части (или жесткого подпроцесса).

В [248], было показано, что для процесса ДЯ, подходящим интегрированием по поперечным импульсам можно добиться эффективного выделения жесткого подпроцесса. Мы обобщаем этот подход для факторизации адронного тензора для e^+e^- -аннигиляции, включая поправки по α_S . Отметим, что воспроизведение ядра эволюции ДГЛАП для кварковых и антикварковых функций фрагментации можно рассматривать как доказательство продольной факторизации.

Рассмотрим простейшую борновскую диаграмму, см. рис. 5.2 (а). Адронный тензор для данного примет вид:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu} = & \int d^4 k_1 d^4 k_2 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - q) \text{tr} [\gamma_\nu \Theta(k_2) \gamma_\mu \bar{\Theta}(k_1)] \\ & +(1 \leftrightarrow 2), \end{aligned} \quad (5.58)$$

где четырех-мерная δ -функция, которая представляет закон сохранения импульсов, будет трактована как жесткая часть. Непертурбативные кварк- и антикварковые корреляторы $\Theta(k_2)$ и $\bar{\Theta}(k_1)$ даются выражени-

ями:

$$\begin{aligned}\Theta_{\underline{\alpha}\underline{\beta}}(k_2) &= \int \frac{d^4 \xi}{(2\pi)^4} e^{ik_2 \cdot \xi} \langle 0 | \psi_{\underline{\alpha}}(\xi) | P_2, P_{X_2} \rangle \langle P_2, P_{X_2} | \bar{\psi}_{\underline{\beta}}(0) | 0 \rangle, \\ \bar{\Theta}_{\underline{\alpha}\underline{\beta}}(k_1) &= - \int \frac{d^4 \eta}{(2\pi)^4} e^{-ik_1 \cdot \eta} \langle 0 | \bar{\psi}_{\underline{\beta}}(0) | P_1, P_{X_1} \rangle \langle P_1, P_{X_1} | \psi_{\underline{\alpha}}(\eta) | 0 \rangle,\end{aligned}\tag{5.59}$$

где подчеркнутые индексы соответствуют дираковским (спинорным) индексам. Суммирование и интегрирование по промежуточным недетектируемым состояниям подразумевается. За счет δ -функции в (5.58), адронный тензор может быть выражен через факторизованную функцию фрагментации, проинтегрированную по k_{\perp} .

Чтобы выразить соответствующие корреляторы через функции фрагментации, используем факторизационную схему, подробно рассмотренную в предыдущих разделах. Сначала, рассмотрим формальное тождественное преобразование:

$$\begin{aligned}d^4 k_1 &\rightarrow d^4 k_1 dz'_1 \delta(P_1^- / k_1^- - z'_1) = d^4 k_1 \frac{dz'_1}{(z'_1)^2} \delta(k_1 \cdot \tilde{n}^* - 1/z'_1), \\ d^4 k_2 &\rightarrow d^4 k_2 dz'_2 \delta(P_2^+ / k_2^+ - z'_2) = d^4 k_2 \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} \delta(k_2 \cdot \tilde{n} - 1/z'_2),\end{aligned}\tag{5.60}$$

где введены два вектора:

$$\tilde{n}_{\mu}^* = \frac{n_{\mu}^*}{P_1 \cdot n^*}, \quad \tilde{n}_{\mu} = \frac{n_{\mu}}{P_2 \cdot n}\tag{5.61}$$

Переменные z'_i могут быть интерпретированы как партонные доли соответствующих импульсов рожденных адронов.

Как было отмечено выше, мы трактуем четырех-мерную δ -функцию как жесткую часть соответствующего тензора. Так как мы ограничиваемся лидирующим твистом, мы сохраним только первые члены в разложении:

$$\begin{aligned}\delta^{(4)}(k_1 + k_2 - q) &= \delta^{(4)}\left(\frac{P_{1\mu}}{z'_1} + \frac{P_{2\mu}}{z'_2} - q\right) + O(k_{\perp}) \simeq \\ &\delta\left(\frac{P_2^+}{z'_2} - q^+\right) \delta\left(\frac{P_1^-}{z'_1} - q^-\right) \delta^{(2)}\left(\frac{\vec{P}_1^{\perp}}{z'_1}\right).\end{aligned}\tag{5.62}$$

Адронный тензор можно теперь переписать как

$$\begin{aligned}\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp)} &= \int \frac{dz'_1}{(z'_1)^2} \int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} \delta\left(\frac{P_2^+}{z'_2} - q^+\right) \delta\left(\frac{P_1^-}{z'_1} - q^-\right) \delta^{(2)}\left(\frac{\vec{P}_1^{\perp}}{z'_1}\right) \times \\ &\text{tr} [\gamma_{\nu} \Theta(z'_2) \gamma_{\mu} \bar{\Theta}(z'_1)],\end{aligned}\tag{5.63}$$

где

$$\Theta(z'_2) \stackrel{def}{=} \int d^4 k_2 \delta(k_2 \cdot \tilde{n} - 1/z'_2) \Theta(k_2), \quad (5.64)$$

$$\bar{\Theta}(z'_1) \stackrel{def}{=} \int d^4 k_1 \delta(k_1 \cdot \tilde{n}^* - 1/z'_1) \bar{\Theta}(k_1) \quad (5.65)$$

Поскольку, мы изучаем спин-независимые функции фрагментации, проектируем корреляторы (5.64) и (5.65) на соответствующие лоренцевские векторные структуры. Начиная с кварковых корреляторов, имеем

$$\Theta(z'_2) \implies \frac{1}{4} \text{tr} [\gamma_\alpha \Theta(z'_2)] \gamma_\alpha \quad (5.66)$$

Используя (5.59) и интегральное представление для δ -функции в (5.64), векторная проекция кваркового коррелятора (см. (5.66)) может быть выражена в терминах спин-независимых функций фрагментации:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \int \frac{d\lambda_2}{2\pi} e^{i\lambda_2/z'_2} \int d\xi^+ d\xi^- d^2 \vec{\xi}_\perp \delta(\lambda \tilde{n}^- - \xi^-) \delta(\xi^+) \delta^{(2)}(\vec{\xi}_\perp) \times \\ & \text{tr} [\gamma_\alpha \langle 0 | \psi(\xi^+, \xi^-, \vec{\xi}_\perp) | P_2, P_{X_2} \rangle \langle P_2, P_{X_2} | \bar{\psi}(0) | 0 \rangle] \gamma_\alpha \\ & = \frac{D(z'_2)}{z'_2} \hat{P}_2. \end{aligned} \quad (5.67)$$

Здесь, функция фрагментации $D(z'_2)$ может быть записана как

$$\begin{aligned} D(z'_2) = & \quad (5.68) \\ & \frac{z'_2}{4(2\pi)} \int d\xi^- e^{iP_2^+ \xi^- / z'_2} \text{tr} [\gamma^+ \langle 0 | \psi(0, \xi^-, \vec{\mathbf{0}}_\perp) | P_2, P_{X_2} \rangle \langle P_2, P_{X_2} | \bar{\psi}(0) | 0 \rangle] , \end{aligned}$$

при условии, что минусовая координата ξ^- равна $\lambda_2 \tilde{n}^-$. Данные функции фрагментации удовлетворяют правилам сумм, которые вытекают из сохранения импульсов [241, 250, 251]:

$$\sum_{h,s} \int dz z D(z) = 1. \quad (5.69)$$

В той же манере, проектируем антикварковый коррелятор:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \text{tr} [\gamma_\alpha \bar{\Theta}(z'_1)] \gamma_\alpha = \\ & \frac{1}{4} \int \frac{d\lambda_1}{2\pi} e^{-i\lambda_1/z'_1} \int d\eta^+ d\eta^- d^2 \vec{\eta}_\perp \delta(\lambda \tilde{n}^{*+} - \eta^+) \delta(\eta^-) \delta^{(2)}(\vec{\eta}_\perp) \times \\ & \text{tr} [\gamma_\alpha \langle 0 | \bar{\psi}(0) | P_1, P_{X_1} \rangle \langle P_1, P_{X_1} | \psi(\eta^+, \eta^-, \vec{\eta}_\perp) | 0 \rangle] \gamma_\alpha = \frac{\bar{D}(z'_1)}{z'_1} \hat{P}_1 \end{aligned} \quad (5.70)$$

Учитывая (5.66)-(5.70), адронный тензор примет следующий вид:

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp)} = \int \frac{dz'_1}{(z'_1)^3} \bar{D}(z'_1) \int \frac{dz'_2}{(z'_2)^3} D(z'_2) \delta(P_1^-/z'_1 - q^-) \delta(P_2^+/z'_2 - q^+) \delta^{(2)}(\vec{\mathbf{P}}_1^\perp/z'_1) \text{tr} \left[\gamma_\nu \hat{P}_2 \gamma_\mu \hat{P}_1 \right]. \quad (5.71)$$

Подставим P_2^+ и P_1^- , определенные через кинематические переменные z_2 и z_1 (см. (5.46)), и вычисляя след в (5.71), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp)} &= -4g_{\mu\nu}^\perp \delta^{(2)}(\vec{\mathbf{P}}_1^\perp) \left[z_1 \int dz'_1 \bar{D}(z'_1) \delta(z_1 - z'_1) \right] \times \\ &\quad \left[z_2 \int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} D(z'_2) \delta(z_2 - z'_2) \right], \\ &= -4g_{\mu\nu}^\perp \delta^{(2)}(\vec{\mathbf{P}}_1^\perp) [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[\frac{D(z_2)}{z_2} \right]. \end{aligned} \quad (5.72)$$

Из (5.72), можно увидеть, что хотя адронный тензор $\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp)}$ имеет формально факторизованный вид, выражение не имеет смысла из-за двухмерной δ -функции. Для устранения этого, проинтегрируем по перпендикулярным импульсам, или, другими словами, перейдем к усредненному адронному тензору (5.56), имеем

$$\begin{aligned} \bar{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp)} &= -4g_{\mu\nu}^\perp \int d^2 \vec{\mathbf{P}}_{1\perp} \delta^{(2)}(\vec{\mathbf{P}}_1^\perp) [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[\frac{D(z_2)}{z_2} \right] \\ &= -4g_{\mu\nu}^\perp [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[\frac{D(z_2)}{z_2} \right]. \end{aligned} \quad (5.73)$$

С другой стороны, интегрирование по $d^2 \vec{\mathbf{P}}_{1\perp}$ генерирует эффективную диаграмму, представленную на рис. 5.2 (б). Действительно, после интегрирования, можно представить одно-мерную δ -функцию $\delta(z_2 - z'_2)$ через мнимую часть некоего эффективного пропагатора:

$$\delta(z_2 - z'_2) \implies \Im \frac{1}{z_2 - z'_2} \implies \Im \frac{1}{[q - P_2/z'_2]^2}. \quad (5.74)$$

Это сведет диаграмму на рис. 5.2 (а) к диаграмме на рис. 5.2 (б). Возникновение данного жесткого эффективного пропагатора подтверждает *a posteriori* возможность обобщения факторизации на рассматриваемый случай. Именно, четырех-размерная δ -функция может рассматриваться как жесткая часть и входящие в нее партонные импульсы могут быть заменены на их продольные части (если мы интересуемся только лидирующим твистом). Обсудим теперь данную процедуру с точки зрения

подхода с усреднением, определенным как

$$d^2 \vec{\mathbf{P}}_{1\perp} = 2z_1 \int \int d^4 P_1 \delta(P_1^2) \delta\left(\frac{2P_1 \cdot q}{Q^2} - z_1\right). \quad (5.75)$$

В самом деле, интегрируя по $d^4 P_1$ с четырех-размерной δ -функцией (см. (5.71)), можно обнаружить, что одно-размерная δ -функция, которая отвечает за условие массовой поверхности, переходит в δ -функцию, которую можно понять как мнимая часть от некоего эффективного пропагатора с большой фотонной виртуальностью, т.е.

$$\delta(P_1^2) \implies \delta([q - P_2/z_2']^2) \sim \Im \frac{1}{[q - P_2/z_2']^2}. \quad (5.76)$$

На языке диаграмм, это соответствует тому, что борновская диаграмма трансформируется в диаграмму, представленную на рис. 5.2 (б). Пунктирная линия подразумевает эффективный пропагатор или, так называемый, факторизационный линк. Таким образом, усредненный адронный тензор может быть записан в терминах этого факторизационного линка:

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp)} &= \int d^2 \vec{\mathbf{P}}_{1\perp} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp)} = \\ &= \frac{4g_{\mu\nu}^\perp}{\pi} [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[z_2 \int \frac{dz_2'}{(z_2')^2} D(z_2') \Im \frac{1}{z_2 - z_2'} \right]. \end{aligned} \quad (5.77)$$

Некая асимметричность в форме записи (5.73) или (5.77) относительно перестановки z_1 и z_2 возникает за счет интегрирования по импульсу P_1 одного из конечных адронов. Восстанавливая флэворную зависимость и вставляя (5.73) в (5.57), получим

$$\frac{d\sigma(e^+e^-)}{dz_1 dz_2 d\cos\theta_2} = \frac{3\pi\alpha^2}{2Q^2} (1 + \cos^2\theta_2) \sum_{a,\bar{a}} e_a^2 \bar{D}^a(z_1) D^a(z_2), \quad (5.78)$$

где единственная остающаяся асимметричность в записи, связана с полярным углом детектируемого адрона. После интегрирования по θ_2 , имеем полностью симметричную форму:

$$\int d\cos\theta_2 \frac{d\sigma(e^+e^-)}{dz_1 dz_2 d\cos\theta_2} = \frac{4\pi\alpha^2}{Q^4} \sum_{a,\bar{a}} e_a^2 \bar{D}^a(z_1) D^a(z_2). \quad (5.79)$$

Итак, мы увидели, что факторизация борновской диаграммы может быть выполнена таким же способом, как в процессе Дрелл-Яна [247]. Но в случае процесса ДЯ, мы обычно преобразовываем двух-мерное интегрирование $d^2 \vec{\mathbf{P}}_{1\perp}$, из фазового пространства, в двух-мерное интегрирование по поперечному фотонному импульсу $d^2 \vec{\mathbf{q}}_T$, используя при этом

соотношение: $d^2 \vec{P}_{1\perp} = z_1^2 d^2 \vec{q}_T$ [247]. Однако, лептонный тензор $\mathcal{L}^{\mu\nu}$ зависит не только от Q^2 , но и от $\cos\theta_2$. Следовательно, факторизация с переходом к интегралу по $d^2 \vec{q}_T$ не позволяет вычислять угловую зависимость соответствующих сечений.

Перейдем теперь к анализу поправок α_S , которые связаны с диаграммами, включающими глюонные излучения. Известно, что в этом случае большие логарифмы можно абсорбировать в соответствующие эволюционирующие функции фрагментации. Будем обращать особое внимание на члены с массовыми сингулярностями, которые выделяются из диаграмм с излучением физических глюонов. Соответствующие диаграммы представлены на рис. 5.3. Областью интегрирования по петлевым импульсам в каждой диаграмме является область, где рассматриваемый партон является коллинеарным к направлениям импульсов P_1 или P_2 . Для определенности, считаем, что адрон с импульсом P_2 принадлежит к кварковой струе, а адрон с импульсом P_1 – к антикварковой струе.

Перейдем к рассмотрению эволюции кварковой функции фрагментации $D(z)$. Диаграмма, представленная на рис. 5.3 (а) соответствует взаимодействию кварка с виртуальным фотоном до излучения глюона. Выбирая фейнмановскую калибровку для глюонов, запишем адронный тензор, соответствующий данной диаграмме, в форме, которая напоминает борновскую, имеем

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(a)}) = \quad (5.80)$$

$$g^2 C_F \int d^4 k_1 d^4 p \delta^{(4)}(k_1 + p - q) \text{tr} [\gamma_\nu \bar{\Theta}(k_1) \gamma_\mu \Omega(p)].$$

Однако, вместо кваркового коррелятора $\Theta(k_2)$ здесь мы имеем модифицированный коррелятор $\Omega(p)$, определенный как

$$\Omega(p) = \frac{\hat{p}}{p^2} \gamma_\alpha \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^3} \delta([p - k_2]^2) \Theta(k_2) \gamma_\alpha \frac{\hat{p}}{p^2}. \quad (5.81)$$

В принципе, факторизацию (5.81) можно провести способом, который был описан выше. Однако, в отличие от борновской диаграммы, модифицированный тензор (5.81) в (5.80) не является по настоящему мягким вкладом из-за p -зависимости. Для факторизации (5.80), выразим партонные импульсы в терминах соответствующий долей адронного импульса с помощью интегрального представления единицы. Определение долей для партонных импульсов k_1 и k_2 такое же как в (5.60), тогда как для петлевого импульса p имеем

$$d^4 p \rightarrow d^4 p \frac{dy'}{(y')^2} \delta(p \cdot \tilde{n} - 1/y'). \quad (5.82)$$

Чисто мягкая часть (5.81) связана с кварковым коррелятором $\Theta(k_2)$. В тоже время как, кварковые пропагаторы и δ -функция, вытекающая из

мнимой части глюонного пропагатора, должны быть отнесены к жесткой части (5.81). Следовательно, после разложения δ -функции в (5.81) по импульса k_2 вокруг направления, которое определяется адронным импульсом P_2 , получим для коррелятора следующее выражение:

$$\Omega(p) = \frac{\hat{p}}{p^2} \gamma_\alpha \int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} \delta\left(p^2 - \frac{2p \cdot P_2}{z'_2}\right) \Theta(z'_2) \gamma_\alpha \frac{\hat{p}}{p^2}. \quad (5.83)$$

Из этого тензора, которые такой же как и для борновской диаграммы, выделим спин-независимую кварковую функцию фрагментации (см. (5.66) и (5.67)). Подставляя тензор (5.83) в адронный тензор (5.80), получим

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(a)}) &= \frac{g^2 C_F}{4(2\pi)^3} \int \frac{dz'_1}{(z'_1)^2} \int \frac{dy'}{(y')^2} \delta\left(\frac{P_2^+}{y'} - q^+\right) \times \\ &\delta\left(\frac{P_1^-}{z'_1} - q^-\right) \delta^{(2)}\left(\frac{\vec{P}_{1\perp}}{z'_1}\right) \int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} \\ &\int dp^+ \int d^2 \vec{p}_\perp \delta\left(\frac{1}{y'} - \frac{p^+}{P_2^+}\right) \frac{p^+ - P_2^+/z'_2}{p_\perp^4 (P_2^+/z'_2)^2} \times \\ &\text{tr} \left[\gamma_\nu \bar{\Theta}(z'_1) \gamma_\mu \hat{p} \gamma_\alpha \Theta(z'_2) \gamma_\alpha \hat{p} \right] \Big|_{p^- \sim 1/Q}, \end{aligned} \quad (5.84)$$

где опять мы разложили четырех-мерную δ -функцию около соответствующего адронного направления,

$$\delta^{(4)}(k_1 + p - q) \implies \delta\left(\frac{P_2^+}{y'} - q^+\right) \delta\left(\frac{P_1^-}{z'_1} - q^-\right) \delta^{(2)}\left(\frac{\vec{P}_{1\perp}}{z'_1}\right), \quad (5.85)$$

и вычисляли интеграл по dp^- при помощи δ -функции, идущей из мнимой части глюонного пропагатора и которая, к тому же, фиксирует минусовую компоненту петлевого интеграла:

$$\delta([p - k_2]^2) \implies \frac{1}{2[p^+ - P_2^+/z'_2]} \delta\left(p^- + \frac{p_\perp^2}{2[p^+ - P_2^+/z'_2]}\right). \quad (5.86)$$

Напомним, что p^+ и P_2^+ являются большими векторами. Следовательно, минусовая компонента подавлена как $1/Q$ и может быть отброшена в (5.84). В (5.84), все еще имеет интегрирование по плюсовым и перпендикулярным компонентам петлевого импульса. Так же как на рис. 5.3 (а), кварк с импульсом p излучает глюон и переходит в кварк с импульсом k_2 . Это значит, что

$$p^+ = \xi k_2^+, \quad dp^+ = \frac{P_2^+}{z'_2} d\xi \quad (5.87)$$

Используя (5.87) и вычисля соответствующий интеграл вместе со следом в (5.80), получим следующий вклад от диаграммы 5.3 (а) в адронный тензор:

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(a)}) &= -2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi^2} C_F \delta^{(2)}(\vec{\mathbf{P}}_{1\perp}) [z_1 \bar{D}(z_1)] \\ &\left[\int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} D(z'_2) \int d\xi \delta\left(\xi - \frac{z'_2}{z_2}\right) (1 - \xi) \int \frac{d^2 \vec{\mathbf{p}}_{\perp}}{\vec{\mathbf{p}}_{\perp}^2} \right]. \end{aligned} \quad (5.88)$$

Как и в случае в борновской диаграммой, можно показать, что δ -функция $\delta(\xi - z'_2/z_2)$ в (5.88) должна быть связана с мнимой частью жесткого эффективного пропагатора, см. рис. 5.4 (а). Это же справедливо и для других диаграмм, необходимых для эволюции кварковой функции фрагментации. Интегрирование по двух-мерному петлевому импульсу $\vec{\mathbf{p}}_T$ должно выполняться с учетом нижнего предела, который определяется через ИК-обрезание λ^2 , и с учетом верхнего предела Q^2 . Следовательно, фактор $\ln(Q^2/\lambda^2)$, который появляется после этого интегрирования, отражает коллинеарную сингулярность. Вернувшись назад к усредненному адронному тензору, получим

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(a)}) &= \int d^2 \vec{\mathbf{P}}_{1\perp} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp)} = \\ &-2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi} C_F \ln\left(\frac{Q^2}{\lambda^2}\right) [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[\int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} D(z'_2) \left(1 - \frac{z'_2}{z_2}\right) \right]. \end{aligned} \quad (5.89)$$

Тензор (5.89) имеет полностью факторизованную форму и соответствует диаграмме 5.4 (а), которая играет роль лестничной диаграммы.

Диаграмма 5.3 (б) не дает вклада в члены, которые содержат массовые сингулярности. В самом деле, адронный тензор для такой диаграммы дается выражением

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(b)}) &= \\ &g^2 C_F \int d^4 k_1 d^4 p \delta^{(4)}(k_1 + p - q) \text{tr} [\bar{\Theta}(k_1) \Omega_{\mu\nu}(k_1, p)], \end{aligned} \quad (5.90)$$

где

$$\begin{aligned} \Omega_{\mu\nu}(k_1, p) &= \gamma_{\alpha} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^3} \delta([p - k_2]^2) \times \\ &\frac{\hat{p} + \hat{k}_1 - \hat{k}_2}{(p + k_1 - k_2)^2} \gamma_{\mu} \Theta(k_2) \gamma_{\nu} \frac{\hat{p} + \hat{k}_1 - \hat{k}_2}{(p + k_1 - k_2)^2} \gamma_{\alpha}. \end{aligned} \quad (5.91)$$

Можно увидеть, что после интегрирования по dp^- с δ -функцией, которая идет из глюонного пропагатора, знаменатель в (5.90) не содержит

членов $\vec{\mathbf{p}}_{\perp}^2$, которые дают массовые сингулярности. В результате, данный вклад можно выкинуть из рассмотрения. Необходимо отметить, что диаграмма 5.3 (б) эффективно соответствует диаграмме 5.4 (б) с собственно-энергетической вставкой в кварковый пропагатор.

Диаграммы, представленные на рис. 5.3 (в) and (г) дают вклад в адронный тензор как

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(c+d)}) = 2g^2 C_F \int d^4 k_1 d^4 p \delta^{(4)}(k_1 + p - q) \times \text{tr} \left[\gamma_{\nu} \bar{\Theta}(k_1) \Omega_{\mu}(k_1, p) \right], \quad (5.92)$$

где

$$\Omega_{\mu}(k_1, p) = \gamma_{\alpha} \int \frac{d^4 k_2}{(2\pi)^3} \delta([p - k_2]^2) \frac{\hat{p} + \hat{k}_1 - \hat{k}_2}{(p + k_1 - k_2)^2} \gamma_{\mu} \Theta(k_2) \gamma_{\alpha} \frac{\hat{p}}{p^2}. \quad (5.93)$$

В (5.92), знаменатель содержит необходимую степень $\vec{\mathbf{p}}_{\perp}^2$ и мы должны сохранить только нулевой порядок по $\vec{\mathbf{p}}_{\perp}^2$ в следе. Получим для адронного тензора следующее:

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(c+d)}) = -2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi^2} C_F \delta^{(2)}(\vec{\mathbf{P}}_{1\perp}) \times [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[\int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} D(z'_2) \frac{2 z'_2/z_2}{1 - z'_2/z_2} \int \frac{d^2 \vec{\mathbf{p}}_{\perp}}{\vec{\mathbf{p}}_{\perp}^2} \right]; \quad (5.94)$$

а для усредненного адронного тензора имеем:

$$\bar{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp),q}(\text{Fig.5.3(c+d)}) = -2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi} C_F \ln \left(\frac{Q^2}{\lambda^2} \right) \times [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[\int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} D(z'_2) \frac{2 z'_2/z_2}{1 - z'_2/z_2} \right]. \quad (5.95)$$

Таким образом, мы имеем все для получения факторизованного адронного тензора, который включает поправки α_S и массовые сингулярности.

Суммируя (5.88) и (5.94) вместе с вкладами от излучения виртуальных глюонов, получим

$$\bar{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp),q} = -2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi} C_F \ln \left(\frac{Q^2}{\lambda^2} \right) \times [z_1 \bar{D}(z_1)] \left[\int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} D(z'_2) \left(\frac{1 + (z'_2/z_2)^2}{1 - z'_2/z_2} \right)_+ \right]. \quad (5.96)$$

Факторизационный масштаб μ_F можно ввести стандартным способом: $\ln(Q^2/\lambda^2) = \ln(Q^2/\mu_F^2) + \ln(\mu_F^2/\lambda^2)$, где первый член должен быть скомбинирован с жесткой частью а второй член с мягкой частью адронного

тензора. Если выбираем $\mu_F^2 = Q^2$, сумма (5.96) и вкладов от борновской диаграммы (5.73) дает следующую подстановку для кварковой функции фрагментации:

$$D(z_2) \implies D(z_2) + \frac{\alpha_S}{2\pi} C_F \ln \left(\frac{Q^2}{\lambda^2} \right) \int_{z_2}^1 \frac{dy_2}{y_2} D(z_2/y_2) \left(\frac{1+y_2^2}{1-y_2} \right)_+ . \quad (5.97)$$

В результате, кварковая функция фрагментации становится Q^2 -зависимой и удовлетворяет уравнению эволюции ДГЛАП:

$$\frac{dD(z_2)}{d \ln Q^2} = \int_{z_2}^1 \frac{dy_2}{y_2} D(z_2/y_2) V_{qq}(y_2), \quad V_{qq}(y) = \frac{\alpha_S}{2\pi} C_F \left(\frac{1+y^2}{1-y} \right)_+ . \quad (5.98)$$

Перейдем теперь к рассмотрению антикварковой функции фрагментации. Данные функции можно исследовать так же как и кварковые, с небольшими незначительными изменениями. Прежде всего заметим, что диаграмма 5.3 (б) теперь играет роль лестничной диаграммы. Запишем соответствующий адронный тензор как

$$\mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp), \bar{q}}(\text{Fig.5.3(b)}) = g^2 C_F \int d^4 k_2 d^4 m \delta^{(4)}(k_2 + m - q) \times \\ \text{tr} [\gamma_\mu \Theta(k_2) \gamma_\nu \bar{\Omega}(m)] , \quad (5.99)$$

где

$$\bar{\Omega}(m) = \frac{\hat{m}}{m^2} \gamma_\alpha \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^3} \delta([m - k_1]^2) \bar{\Theta}(k_1) \gamma_\alpha \frac{\hat{m}}{m^2} . \quad (5.100)$$

Как и в случае кваркового сектора, введем определения партонных долей, они аналогичны (5.60) и (5.82). Затем, соответствующие δ -функции раскладываются по направлениям адронных импульсов, получим

$$\delta^{(4)}(k_2 + m - q) \implies \delta \left(m^+ + \frac{P_2^+}{z_2'} - q^+ \right) \delta \left(\frac{P_1^-}{y'} - q^- \right) \delta^{(2)} \left(\frac{\vec{P}_1^\perp}{y'} \right) \quad (5.101)$$

и

$$\delta([m - k_1]^2) \implies \frac{1}{2[m^- - P_1^-/z_1']} \delta \left(m^+ + \frac{m_\perp^2}{2[m^- - P_1^-/z_1']} \right) \quad (5.102)$$

для (5.100). Интегрирование по dm^+ с δ -функцией (5.102) фиксирует плюсовую компоненту петлевого импульса как малую переменную. В результате, можно пренебречь величиной m^+ в соответствующих выражениях. В конечном итоге, получим для усредненного адронного тензора, который соответствует диаграмме на рис. 5.3 (б) следующее выражение:

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp),\bar{q}}(\text{Fig.5.3(b)}) = & \quad (5.103) \\ -2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi} C_F \ln \left(\frac{Q^2}{\lambda^2} \right) & \left[\frac{D(z_2)}{z_2} \right] \left[z_1^2 \int \frac{dz'_1}{(z'_1)^2} \bar{D}(z'_1) \left(1 - \frac{z'_1}{z_1} \right) \right]. \end{aligned}$$

Следующий ненулевой вклад идет от диаграмм 5.3 (в) и (г), имеем

$$\begin{aligned} \mathcal{W}_{\mu\nu}^{(\perp),\bar{q}}(\text{Fig.5.3(c + d)}) = & \quad (5.104) \\ 2g^2 C_F \int d^4 k_2 d^4 m \delta^{(4)}(k_2 + m - q) & \text{tr} [\Theta(k_2) \gamma_\nu \bar{\Omega}_\mu(k_2, m)], \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\Omega}_\mu(k_2, m) = \frac{\hat{m}}{m^2} \gamma_\alpha \int \frac{d^4 k_1}{(2\pi)^3} \delta([m - k_1]^2) \times & \quad (5.105) \\ \bar{\Theta}(k_1) \gamma_\mu \frac{\hat{m} - \hat{k}_1 + \hat{k}_2}{(m - k_1 + k_2)^2} \gamma_\alpha. \end{aligned}$$

Вычисляя тензор (5.104) таким же способом как для (5.92), получим следующее выражение для усредненного адронного тензора:

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp),\bar{q}}(\text{Fig.5.3(c) + (d)}) = -2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi} C_F \ln \left(\frac{Q^2}{\lambda^2} \right) \times & \quad (5.106) \\ \left[\frac{D(z_2)}{z_2} \right] \left[z_1^2 \int \frac{dz'_1}{(z'_1)^2} \bar{D}(z'_1) \frac{2z'_1/z_1}{1 - z'_1/z_1} \right]. \end{aligned}$$

Диаграмма 5.3 (а) в данном случае не дает вклада в эволюцию.

Таким образом, комбинируя все диаграммы и добавляя вклад от излучения виртуального глюона, получим

$$\begin{aligned} \overline{\mathcal{W}}_{\mu\nu}^{(\perp),\bar{q}} = -2 g_{\mu\nu}^{\perp} \frac{\alpha_S}{\pi} C_F \ln \left(\frac{Q^2}{\lambda^2} \right) \times & \quad (5.107) \\ \left[z_1^2 \int \frac{dz'_1}{(z'_1)^2} \bar{D}(z'_1) \left(\frac{1 + (z'_1/z_1)^2}{1 - z'_1/z_1} \right)_+ \right] & \left[\frac{D(z_2)}{z_2} \right]. \end{aligned}$$

Опять, как и в случае кваркового сектора, суммирование адронного тензора (5.107) с борновским адронным тензором модифицирует антиквар-

ковую функцию фрагментации как

$$\bar{D}(z_1) \implies \bar{D}(z_1) + \frac{\alpha_S}{2\pi} C_F \ln \left(\frac{Q^2}{\lambda^2} \right) \int_{z_1}^1 \frac{dy_1}{y_1} \bar{D}(z_1/y_1) \left(\frac{1+y_1^2}{1-y_1} \right)_+ . \quad (5.108)$$

В результате этого, антикварковая функция фрагментации становится Q^2 -зависимой и удовлетворяет уравнению эволюции ДГЛАП (см., (5.98)). Кроме того, введение жестких эффективных пропагаторов, так же как в кварковом секторе, ведет к факторизованным диаграммам в полной аналогии с 5.4.

Обратимся теперь к случаю k_T -неинтегрированных функций. Рассмотрим на борновском уровне e^+e^- -аннигиляцию, включающую функцию фрагментации Коллинза и спин-зависимую функцию фрагментации. Точнее, мы рассматриваем рождение поперечно-поляризованной кварк-антикварковой пары, связанной с $\sigma_{\mu\nu}$ -структурой в соответствующих матричных элементах. Непертурбативный блок (см. рис. 5.2), который связан с детектируемым барионом, чья поперечная поляризация скоррелирована с поперечной поляризацией кварка, может быть описан с помощью спин-зависимой функции фрагментации. В тоже время, в другом непертурбативном блоке, переход поперечно-поляризованного антикварка с присущим поперечным импульсом в неполяризованный адрон описывается функцией фрагментации Коллинза.

Мы используем координатное представление (или, другими словами, представление импакт-параметра), где точное определение поперечного импульса не требуется. В этом случае, адронный тензор выглядит как

$$\Delta W_{\mu\nu} = \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} e^{i(q\cdot\xi)} \text{tr} \left[\gamma_\mu \hat{\Theta}_1(\xi) \gamma_\nu \hat{\Theta}_2(\xi) \right]. \quad (5.109)$$

Здесь, спин-зависимая функция фрагментации определена в координатном представлении как

$$\hat{\Theta}_1(\xi) \Rightarrow \sigma_{\alpha\beta} \gamma_5 P_2^\alpha S^\beta \int_0^1 \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} e^{-i(P_2\cdot\xi)/z'_2} H_{1T}(z'_2), \quad (5.110)$$

где S - поперечная поляризация адрона, а функция Коллинза, или точнее ее аналог в нашем случае, определена как [249]

$$\begin{aligned} \hat{\Theta}_2(\xi) &\Rightarrow iM \sigma_{\alpha\beta} P_1^\alpha \xi^\beta \int_0^1 \frac{dz'_1}{(z'_1)^2} e^{-i(P_1\cdot\xi)/z'_1} \bar{H}_1^\perp(z'_1), \\ \bar{H}_1^\perp(z'_1) &= \int dk_T^2 \frac{k_T^2}{M^2} \bar{H}_1^\perp(z'_1, k_T^2), \end{aligned} \quad (5.111)$$

где ξ является поперечной координатой, M - размерный параметр порядка массы струи. Координата ξ (см., (5.111)) ведет к производной по P_1 в импульсном представлении. Следовательно, подставляя (5.110) и (5.111) в (5.109), получим:

$$\Delta\mathcal{W}_{\mu\nu} = \int \frac{dz'_1}{z'_1} \int \frac{dz'_2}{(z'_2)^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial P_1^-} \delta(q^- - \frac{P_1^-}{z'_1}) \right\} \delta(q^+ - \frac{P_2^+}{z'_2}) \times \delta^{(2)}\left(\frac{\vec{P}_1^\perp}{z'_1}\right) \bar{H}_1^\perp(z'_1) H_{1T}(z'_2) T_{\mu\nu}(P_1, P_2, S_T), \quad (5.112)$$

где

$$T_{\mu\nu}(P_1, P_2, S_T) = \text{tr} [\gamma_\mu (iM\sigma_{+-}P_1^-) \gamma_\nu (\sigma_{-T}\gamma_5 P_2^+ S_T)]. \quad (5.113)$$

Используя нашу кинематику, получим

$$\Delta\mathcal{W}_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} \delta^{(2)}(\vec{P}_1^\perp) \left[\int dz'_1 (z'_1 \bar{H}_1^\perp(z'_1)) \delta^{(1)}(z'_1 - z_1) \right] \times \left[\int \frac{dz'_2}{z'_2} H_{1T}(z'_2) \delta(z'_2 - z_2) \right]. \quad (5.114)$$

Далее, вычисляя усредненный адронный тензор, получим следующее выражение:

$$\overline{\Delta\mathcal{W}}_{\mu\nu} = \int d^2 \vec{P}_{1\perp} \delta^{(2)}(\vec{P}_1^\perp) \Delta\mathcal{W}_{\mu\nu} = T_{\mu\nu} \left[z_1 \bar{H}_1^\perp(z_1) \right]' \left[\frac{H_{1T}(z_2)}{z_2} \right]. \quad (5.115)$$

Заметим, что аналогичная комбинация, соответствующая полуклассическому ГНР (ПИ ГНР) процессу, связана с нашей с помощью кроссинга [249]. В этом случае, входящий кварк в ПИ ГНР, описывается поперечной функцией распределения:

$$\hat{h}(\eta) = \sigma_{\mu\nu} \gamma_5 P_1^\mu S^\nu \int_0^1 dx e^{ix(P_1 \cdot \eta)} h(x), \quad (5.116)$$

где S_μ является поляризацией мишени. Используя (5.111) и (5.116), адронный тензор примет вид:

$$\Delta\mathcal{W}^{\mu\nu} = \int \frac{d^4\xi}{(2\pi)^4} e^{-i(q \cdot \xi)} \text{tr}[\hat{h}(\xi) \gamma^\mu \hat{H}(\xi) \gamma^\nu]. \quad (5.117)$$

Для того чтобы изучить распределение k_T (от $\vec{\mathbf{P}}_{2\perp}$) в ПИ ГНР и связанные асимметрии, рассмотрим взвешанный адронный тензор, который выделяет соответствующий момент функции Коллинза:

$$\Delta_n \overline{\mathcal{W}}^{\mu\nu} = \int d^4 P_2 \delta(P_2^2) (P_2 \cdot n_\perp) \delta\left(\frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 \cdot q} - z\right) \Delta \mathcal{W}^{\mu\nu}, \quad (5.118)$$

где n_\perp является единичным поперечным 4-вектором ($n_\perp \cdot P_1 = n_\perp \cdot q = 0$, $n_\perp^2 = -1$), который определяет поперечное направление.

Используя (5.111), (5.116) и (5.118), можно увидеть, что one can see that производная $\partial^\alpha \equiv \partial/\partial P_2^\alpha$ в

$$\begin{aligned} \Delta_n \overline{\mathcal{W}}^{\mu\nu} &= iM \int d^4 P_2 (P_2 \cdot n_\perp) \delta(P_2^2) \delta\left(\frac{P_1 \cdot P_2}{P_1 \cdot q} - z\right) \times \\ &\int dx dz' \partial^\alpha \delta(xP_1 + q - P_2/z') \times \\ &h(x)(z'I(z')) \text{tr}[\gamma_5 \hat{P}_1 \hat{S} \gamma^\mu [\hat{P}_2 \gamma_\alpha] \gamma^\nu] \end{aligned} \quad (5.119)$$

должна действовать только на $(P_2 \cdot n_\perp)$, таким образом, что результат [249] является эквивалентным стандартному выражению для вклада функции Коллинза:

$$\text{tr}[\hat{p}_1 \hat{S} \gamma_5 \gamma^\mu \hat{p}_3 \hat{n}_\perp \gamma^\nu] \implies \text{tr}[\hat{p}_1 \hat{S} \gamma_5 \gamma^\mu \hat{p}_3 \hat{k}_T \gamma^\nu]. \quad (5.120)$$

Данная подстановка не изменит азимутальную зависимость, так как интеграл соответствует азимутальному среднему:

$$\begin{aligned} \langle d\sigma(\phi_h) \cos(\phi_h - \phi_n) \rangle &= \\ \cos \phi_n \langle d\sigma(\phi_h) \cos(\phi_h) \rangle &+ \sin \phi_n \langle d\sigma(\phi_h) \sin(\phi_h) \rangle. \end{aligned} \quad (5.121)$$

в результате, азимутальная зависимость сечения переходит в зависимость от угла ϕ_n , а $I(z)$ соответствует моменту функции Коллинза:

$$I(z) \sim \int dk_T^2 \frac{k_T^2}{M^2} H_1(z, k_T^2). \quad (5.122)$$

Таким образом, чтобы описать эффект Коллинза k_T -зависимая функция фрагментации должна быть записана в координатном представлении, где не требуется точных определений для поперечности. Следовательно, вычисления радиационных поправок можно провести тем же способом, что был продемонстрирован в данном разделе.

Подводя итог данного раздела, отметим, что мы предложили метод факторизации для процессов с функциями фрагментации, который кстати подходит для любых двух-токовых процессов. Трудности факторизации такого рода процессов связаны со случаем, когда кинематические

поперечности внутри адронов достаточно малы. Это ведет к проблемам с определением и выделением жесткий подпроцессов. Следуя нашему методу, было показано, что соответствующая δ -функция в адронном тензоре может быть трактована как жесткая часть. Данное утверждение основано на том, что δ -функция может быть связана с мнимой частью от некоего эффективного пропагатора, который порождает хорошо определенную жесткую часть. В результате, имеем полностью факторизованное выражение для адронного тензора, который включает функции фрагментации.

В данном разделе, предложенный метод был протестирован на простейшем примере, когда сечение e^+e^- аннигиляции, связано с спин-независимыми интегрированными функциями фрагментации. Мы также расширили наш подход для изучения спин-зависимых структур и k_T -зависимых функций фрагментации (функция Коллинза и функция фрагментации поперечностей). Это позволит провести КХД фит в рамках лидирующего порядка экспериментальных данных [252].

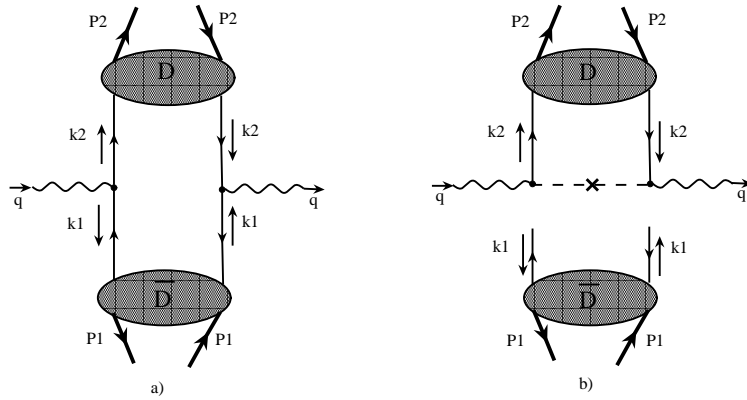


Рис. 5.2: Нефакторизованные (а) и факторизованные (б) борновские диаграммы

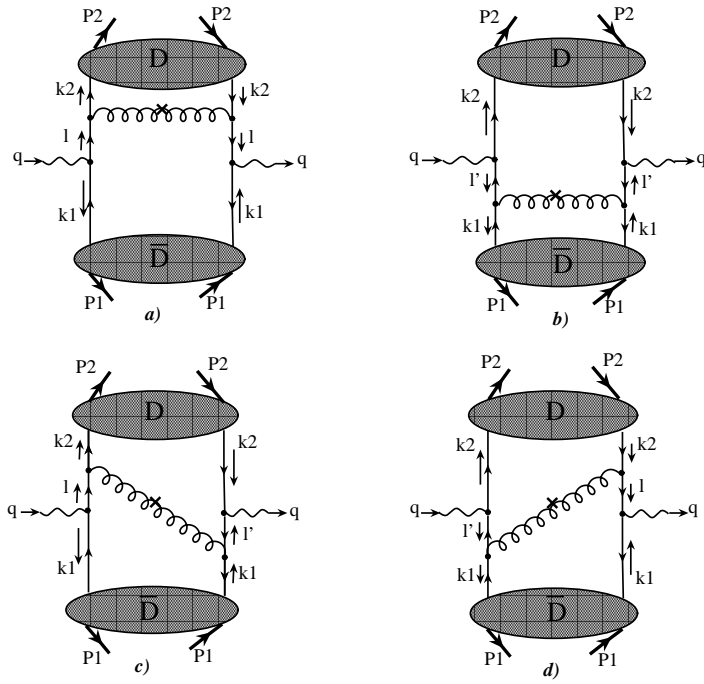


Рис. 5.3: Диаграммы лидирующего порядка по α_S .

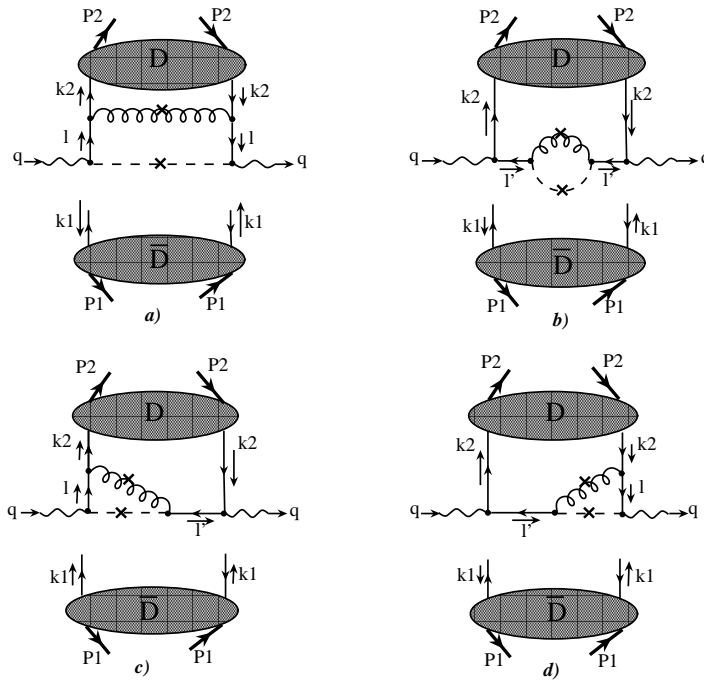


Рис. 5.4: Факторизованные диаграммы лидирующего порядка по α_S .

Заключение

В заключении отметим, что в диссертации получен ряд важных результатов, которые нашли свое место в развитии современной теоретической физики высоких энергий. По-существу, данной диссертацией открыто новое направление исследований в физике высоких энергий.

Говоря о достоверности результатов, отметим, что все результаты, приведенные в данной диссертации, основываются на использовании стандартных и хорошо-известных методов квантовой теории поля и методов математической физики. Все новые результаты проверялись на предмет соответствия известным классическим достижениям в данной области теоретической физики. Кроме того, некоторые оригинальные результаты диссертации в дальнейшем были подтверждены другими группами исследователей.

Самым основным и общим результатом диссертации является то, что разработан и развит наиболее эффективный метод учета поправок высшего твиста для исследования составной структуры адронов на основе различных схем факторизации, примененных к различным жестким процессам. В частности, предложена и развита коллинеарная факторизация на световом конусе, в основе которой лежит факторизация в импульсном представлении вокруг доминантного свето-подобного направления. Данный метод ведет к наиболее естественным определениям соответствующих мягких корреляторов, которые в общем случае не являются независимыми. Редукция их числа к минимальному набору независимых корреляторов достигнута с помощью, во-первых, использования определенных интегральных соотношений, которые вытекают из уравнений движения КХД и, во-вторых, требования инвариантности амплитуд рассеяния относительно обобщенных лоренцевских вращений на световом конусе, описываемых свето-подобным вектором n^μ фиксирующим калибровку. Кроме того, для описания нуклонных жестких предложенный метод включает способ факторизации на основе ковариантного подхода без выделения доминантного направления на световом конусе. Можно сказать, что предложенный подход представляет собой комбинацию факторизаций в импульсном и координатном представлениях.

В частности,

1. Рассмотрен процесс глубоко-виртуального комптоновского рассеяния, где исследована роль твиста \mathcal{Z} для восстановления абелевой ка-

либровочной инвариантности амплитуд глубоко-виртуального комптоновского рассеяния на адронах со спином 0, 1. Построено обобщение на случай адронов с произвольным спином. Предложен альтернативный способ вывода соотношений Вандзуры-Вильчека для пионных обобщенных партонных распределений и пионных обобщенных амплитуд распределений, основу которого составляет требование инвариантности амплитуд относительно обобщенных лоренцевских вращений. Получено полное выражение для калибровочно-инвариантной амплитуды процесса $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi\pi$. Исследованы аналитические свойства амплитуд глубоко-виртуального комптоновского рассеяния и амплитуд жесткого электро рождения векторных мезонов. Показано, что точка вычитания в соответствующих дисперсионных соотношениях определяется так называемым D -членом, который необходим для выполнения фундаментального свойства полиномиальности обобщенных партонных распределений. Исследована пространственно-временная структура полиномиальности и положительной определенности для обобщенных партонных распределений. Сделано предположение о решающей роли антикоммутаторного вклада, которым по разным причинам пренебрегали, в обобщенные партонные распределения для выполнения условия полиномиальности. Продемонстрированы возможные следствия присутствия антикоммутаторного вклада в условии положительной определенности, которое со существу является неравенством Коши-Буняковского-Шварца.

2. Вычислены вклады высшего твиста в жестких процессах столкновения реального и глубоко-виртуального фотонов. Построено обобщение, предложенного в первой главе, метода учета высшего твиста для процессов рождения двух ρ мезонов в $\gamma\gamma^*$ -столкновениях. На основе экспериментальных данных, представленных коллаборацией L3 (LEP), показана возможность существования экзотического четырех-кваркового резонанса с массой в районе 1.6 GeV. Показано, что решающую роль в данном случае играют вклады твиста 4 в амплитудах процессов $\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^0\rho^0$, $\gamma\gamma^* \rightarrow \rho^+\rho^-$. Проведен теоретический анализ и приведены теоретические оценки возможности исследования экзотических гибридных (кварк-антикварк-глюонных) состояний в двух-фотонных столкновениях. Исследован новый феномен дуальности различных механизмом факторизации амплитуд $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi\pi$. Обнаружена дуальность между t -канальной факторизацией, идущей через механизм с переходными партонными распределениями и s -канальной факторизацией, идущей через механизм с обобщенными партонными распределениями. Показано, что обобщенные амплитуды распределений твиста 3 дуальны конволюции между функциями переходных партонных распределений твиста 2 и мезонной амплитуды распределения. Обосновано, что дуальность может служить правилом отбора для различных моделей, описывающих непертурбативные объекты в эксклюзивных амплитудах.

3. Разработан операторный метод выделения вкладов Вандзуры-Вильчека для процессов с трех-кварковыми корреляторами, который основан на использовании конформного разложения нелокальных операторов в спинорном (или твисторном) представлении. Основным преимуществом разработанного метода является то, что он не зависит от конкретной параметризации соответствующих корреляторов и может быть применен для любых процессов. Приведены конкретные конформные представления для коэффициентных функций твиста 4 и 5. Вычислены и изучены вклады высшего твиста для нуклонным электромагнитных формфакторов в рамках правил сумм на световом конусе. Вычислены нуклонные формфакторы вплоть до α_S -поправок к вкладам от амплитуд распределения твиста 3 и 4. Произведен точный учет кинематических вкладов к нуклонным амплитудам распределений твиста 4 и твиста 5, которые индуцированы операторами с низшим геометрическим твистом. Выполнено разложение на световом конусе с точностью до твиста 4 для трех-кварковых операторов, где кварковые поля определены в разных точках. Представлены новые вычисления вкладов твиста 5 вне светового конуса и предложена наиболее общая модель для амплитуд распределений лидирующего твиста, включая вклады от полиномов второго порядка. Вычислены двадцать две коэффициентные функции с точностью до α_S -поправок, двадцать функций из которых вычислены впервые и с рекордной точностью. На основе проведенного численного анализа, сделан вывод о том, что электромагнитные формфакторы могут быть описаны с ожидаемой точностью в 10-20%, используя при этом нуклонные амплитуды распределений достаточно слабо отличающиеся от асимптотических форм.

4. Исследованы вклады высшего твиста в жестких процессах электророждения поперечно-поляризованного ρ мезона и экзотического гибридного кварк-антикварк-глюонного мезона с $J^{PC} = 1^{-+}$. Показано, что, вопреки наивным ожиданиям, амплитуда эксклюзивного жесткого электророждения гибридного мезона имеет неисчезающий вклад от твиста 2, поскольку соответствующие кварк-антикварковые корреляторы на световом конусе включают глюонные компоненты за счет калибровочной инвариантности и использовании уравнений движения КХД. Обоснована возможность исследования данных экзотических мезонов на эксперименте. Изучены механизмы нарушения факторизации амплитуд электророждения поперечно-поляризованных векторных мезонов. Показан недостаток применения обычной процедуры Бродского-Лепаж-Маккензи (БЛМ) для фиксации масштаба в эксклюзивном электророждении векторных мезонов. Недостаток связан с присутствием нефизических сингулярностей в соответствующих выражениях. Предложено обобщение процедуры Бродского-Лепаж-Маккензи (БЛМ) для фиксации масштаба, которое не содержит нефизических сингулярностей.

5. Изучены вклады высшего твиста в инклюзивных и полунклюзивных жестких процессах. Доказано, что для восстановления абелевой калибровочной инвариантности адронного тензора процесса Дрелл-Яна с поперечно-поляризованным адроном необходимо добавить вклад дополнительной диаграммы с функциями твиста 3. Продемонстрировано, что новый дополнительный вклад напрямую связан с определенной комплексной прескрипцией в глюонном полюсе кварк-глюонной функции. Показана особая роль контурной калибровки для глюонных полей. Доказано, что причинная прескрипция в кварковом пропагаторе, входящим в жесткую часть стандартной диаграммы, связана с выбором контурной калибровки для глюонов и, в свою очередь, с представлением кварк-глюонной функции в форме глюонного полюса с упомянутой комплексной прескрипцией. Полученное представление кварк-глюонной функции генерирует дополнительную диаграмму, вклад от которой прежде отсутствовал при вычислении мнимой части, и дает новый вклад в мнимую часть, который абсолютно необходим для калибровочной инвариантности. Продемонстрировано, что учет полученных новых вкладов в одно-спиновую асимметрию процесса Дрелл-Яна с поперечно-поляризованным адроном ведет к дополнительному общему фактору 2, что важно для сравнения с экспериментом. Развита новая методика факторизации, который может быть применен для любого процесса с двумя токами, и продемонстрировано приложение разработанного метода на случай e^+e^- аннигиляции, где рождаются два адрона, будучи в различных струях.

Результаты данной работы неоднократно докладывались и обсуждались на семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ (Дубна), Московского государственного университета им. М.В. Ломоносова (Москва), на теоретических семинарах зарубежных научных центров: ЦЕРН (Женева, Швейцария), DESY (Гамбург, Германия), LNF (Фраскати, Италия), Университетов городов Париж (Франция), Регенсбург и Бохум (Германия), Центре Теоретической Физики Высшей политехнической школы (СРНТ Ecole Polytechnique, Франция), КЕК (Цукуба, Япония); на ряде международных конференций и рабочих совещаний, например

- XV Workshop on high energy spin physics (DSPIN-13), Bogoliubov Laboratory of Theoretical Physics of the Joint Institute for Nuclear Research, Dubna, Russia
- 20th International Workshop on Deep-Inelastic Scattering and Related Subjects (DIS 2012)
- XIV International Workshop on High Energy Physics "DSPIN-11 Dubna, Russia, September 20 - 24, 2011
- 35th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2010) 21-28 Jul 2010. Paris, France
- 19th International Spin Physics Symposium (SPIN 2010) 27 Sep - 2 Oct

2010. Juelich, Germany

- Conference PHOTON-09, DESY, Hamburg, May 11-15, 2009
- 33rd International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2006) 26 Jul - 2 Aug 2006. Moscow, Russia

Благодарности

Выражаю искреннюю благодарность всем свои соавторам и коллегам за плодотворное сотрудничество и помощь в работе над диссертацией. Отдельно хочу поблагодарить Олега Теряева, который инициировал мой интерес к жестким процессам в КХД, за многолетнее плодотворное сотрудничество. Искренне выражаю свою благодарность Владимиру Брауну, Александру Дорохову, Александру Манашову, Дмитрию Иванову, Игорю Чередникову, Бернару Пиру, Леху Шимановскому, Самуэлю Валлону и Николаусу Стефанису за многолетнюю совместную работу.

Спасибо Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований за великолепную рабочую атмосферу и обеспечение условий для исследований и общения со специалистами.

Приложение I: Выражения для производных от операторов твиста 5

В этом разделе собраны выражения для производных от операторов твиста 5, $\mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(a)}$, которые были использованы для вывода уравнений на функции Υ_{Nq} . Имеем

$$\begin{aligned} (\bar{\lambda}\partial_{\bar{\mu}})\mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(1)} &= \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)}, \\ (\lambda\partial_{\mu})\mathbb{O}_{Nq}^{t=5,(1)} &= \tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4,(1)}. \end{aligned} \quad (\text{III.1})$$

Для $a = 2, \dots, 4$, получим

$$\begin{aligned} (\bar{\lambda}\partial_{\bar{\mu}})\mathbb{O}_{N+1q}^{t=5,(a)} &= A_N^a \mathbb{O}_{N+1q}^{t=4,(2)} + B_N^a \partial_+ \mathbb{O}_{Nq}^{t=4,(1)}, \\ (\lambda\partial_{\mu})\mathbb{O}_{N+1q}^{t=5,(a)} &= \tilde{A}_N^a \tilde{\mathbb{O}}_{N+1q}^{t=4,(2)} + \tilde{B}_N^a \partial_+ \tilde{\mathbb{O}}_{Nq}^{t=4,(1)}, \end{aligned} \quad (\text{III.2})$$

где

$$\begin{aligned}
A_N &= \left\{ 1, (2N+5)^{-1}, 4(N+3)^2 \right\}, \\
B_N &= \frac{N+2}{2N+5} \left\{ 0, ((2N+5)(N+3))^{-1}, 2 \right\}, \\
\tilde{A}_N &= \left\{ \frac{N+4}{(N+2)(2N+5)}, 1, 4(N+3)(N+4) \right\}, \\
\tilde{B}_N &= \frac{N+1}{2N+5} \left\{ ((2N+5)(N+2))^{-1}, 0, 2 \right\}.
\end{aligned} \tag{III.3}$$

Окончательно, для последнего оператора получим

$$\begin{aligned}
(\bar{\lambda}\partial_{\bar{\mu}})\mathbb{O}_{N+2,q}^{t=5,(5)} &= C_N\partial_+\mathbb{O}_{N+1q}^{t=4,(2)}, \\
(\lambda\partial_{\mu})\mathbb{O}_{N+2,q}^{t=5,(5)} &= C_N\partial_+\tilde{\mathbb{O}}_{N+1q}^{t=4,(2)},
\end{aligned} \tag{III.4}$$

где

$$C_N = \frac{4(N+3)(N+4)(2N+5)}{2N+7} \tag{III.5}$$

Литература

Публикации по материалам диссертации I. Статьи в рецензируемых журналах

- [1] I. V. Anikin and A. N. Manashov.
“Higher twist nucleon distribution amplitudes in Wandzura-Wilczek approximation”
arXiv:1311.3584 [hep-ph]
10.1103/PhysRevD.89.014011
Phys. Rev. D 89, 014011 (2014)
- [2] I. V. Anikin, V. M. Braun and N. Offen.
“Nucleon Form Factors and Distribution Amplitudes in QCD”
arXiv:1310.1375 [hep-ph]
10.1103/PhysRevD.88.114021
Phys. Rev. D 88, 114021 (2013)
- [3] I. V. Anikin and I. O. Cherednikov.
“Space-time structure of polynomiality and positivity for GPDs” I. V. Anikin and I. O. Cherednikov.
arXiv:1306.4178 [hep-ph]
10.1103/PhysRevD.88.105023
Phys. Rev. D 88, 105023 (2013)
- [4] I. V. Anikin, R. S. Pasechnik, B. Pire and O. V. Teryaev.
“Gauge Invariance of DVCS off an Arbitrary Spin Hadron: The Deuteron Target Case”
arXiv:1112.1849 [hep-ph]
10.1140/epjc/s10052-012-2055-5
Eur. Phys. J. C 72, 2055 (2012)
- [5] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Gauge invariance, causality and gluonic poles”
arXiv:1003.1482 [hep-ph]
10.1016/j.physletb.2010.05.072
Phys. Lett. B 690, 519 (2010)
- [6] I. V. Anikin, D. Y. Ivanov, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.
“QCD factorization beyond leading twist in exclusive $\rho(T)$ ”

- meson production”**
arXiv:0904.1482 [hep-ph]
Acta Phys. Polon. B **40**, 2131 (2009)
- [7] I. V. Anikin, D. Y. Ivanov, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.
“On the description of exclusive processes beyond the leading twist approximation”
arXiv:0903.4797 [hep-ph]
10.1016/j.physletb.2009.11.040
Phys. Lett. B **682**, 413 (2010)
- [8] I. V. Anikin, I. O. Cherednikov, N. G. Stefanis and O. V. Teryaev.
“Duality between different mechanisms of QCD factorization in gamma* gamma collisions”
arXiv:0806.4551 [hep-ph]
10.1140/epjc/s10052-009-1010-6
Eur. Phys. J. C **61**, 357 (2009)
- [9] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Dispersion relations and QCD factorization in hard reactions”
arXiv:0710.4211 [hep-ph]
Fizika B **17**, 151 (2008)
- [10] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Dispersion relations and subtractions in hard exclusive processes”
arXiv:0704.2185 [hep-ph]
10.1103/PhysRevD.76.056007
Phys. Rev. D **76**, 056007 (2007)
- [11] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Factorization and transverse momentum in double inclusive e+ e- annihilation”
hep-ph/0608230
10.1134/S1547477109010026
Phys. Part. Nucl. Lett. **6**, 3 (2009)
- [12] I. V. Anikin, B. Pire, L. Szymanowski, O. V. Teryaev and S. Wallon.
“On exotic hybrid meson production in gamma* gamma collisions”
hep-ph/0601176
10.1140/epjc/s2006-02533-7
Eur. Phys. J. C **47**, 71 (2006)
- [13] I. V. Anikin, B. Pire, L. Szymanowski, O. V. Teryaev and S. Wallon.
“Hard electroproduction of hybrid mesons”

- hep-ph/0608199
10.1007/BF03032008
Czech. J. Phys. **55**, A229 (2005)
- [14] I. V. Anikin, B. Pire and O. V. Teryaev.
“**Do L3 data indicate the existence of an isotensor meson?**”
hep-ph/0510286
Acta Phys. Polon. B **37**, 883 (2006)
- [15] I. V. Anikin, B. Pire and O. V. Teryaev.
“**Search for isotensor exotic meson and twist 4 contribution to $\gamma^* \gamma \rightarrow \rho \rho$** ”
hep-ph/0506277
10.1016/j.physletb.2005.08.113
Phys. Lett. B **626**, 86 (2005)
- [16] I. V. Anikin, B. Pire, L. Szymanowski, O. V. Teryaev and S. Wallon.
“ **$\pi \eta$ pair hard electroproduction and exotic hybrid mesons**”
hep-ph/0501119
10.1016/j.nuclphysa.2005.03.156
Nucl. Phys. A **755**, 561 (2005)
- [17] I. V. Anikin, B. Pire, L. Szymanowski, O. V. Teryaev and S. Wallon.
“**On BLM scale fixing in exclusive processes**”
hep-ph/0411408
10.1140/epjc/s2005-02289-6
Eur. Phys. J. C **42**, 163 (2005)
- [18] I. V. Anikin, B. Pire, L. Szymanowski, O. V. Teryaev and S. Wallon.
“**Exotic hybrid mesons in hard electroproduction**”
hep-ph/0411407
10.1103/PhysRevD.71.034021
Phys. Rev. D **71**, 034021 (2005)
- [19] I. V. Anikin, B. Pire, L. Szymanowski, O. V. Teryaev and S. Wallon.
“**Deep electroproduction of exotic hybrid mesons**”
hep-ph/0401130
10.1103/PhysRevD.70.011501
Phys. Rev. D **70**, 011501 (2004)
- [20] I. V. Anikin, B. Pire and O. V. Teryaev.
“**On $\gamma \gamma^*$ production of two ρ^0 mesons**”
hep-ph/0307059
10.1103/PhysRevD.69.014018
Phys. Rev. D **69**, 014018 (2004)

- [21] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Genuine twist three in exclusive electroproduction of transversely polarized vector mesons”
 hep-ph/0211028
 10.1016/S0370-2693(02)03195-7
Phys. Lett. B 554, 51 (2003)
- [22] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Nonfactorized genuine twist 3 in exclusive electro production of vector mesons”
 hep-ph/0208126
 10.1016/S0375-9474(02)01216-2
Nucl. Phys. A 711, 199 (2002)
- [23] I. V. Anikin, D. Binosi, R. Medrano, S. Noguera and V. Vento.
“Single spin asymmetry parameter from deeply virtual Compton scattering of hadrons up to twist - three accuracy. 1. Pion case”
 hep-ph/0109139
 10.1007/s10050-002-8794-1
Eur. Phys. J. A 14, 95 (2002)
- [24] I. V. Anikin, A. E. Dorokhov, A. E. Maksimov, L. Tomio and V. Vento.
“Nonforward parton distributions of the pion within an effective single instanton approximation”
 10.1016/S0375-9474(00)00320-1
Nucl. Phys. A 678, 175 (2000).
- [25] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Wandzura-Wilczek approximation from generalized rotational invariance”
 hep-ph/0102209
 10.1016/S0370-2693(01)00555-X
Phys. Lett. B 509, 95 (2001)
- [26] I. V. Anikin, B. Pire and O. V. Teryaev.
“On the gauge invariance of the DVCS amplitude”
 hep-ph/0003203
 10.1103/PhysRevD.62.071501
Phys. Rev. D 62, 071501 (2000)

**Публикации по материалам диссертации
 II. Материалы конференций и рабочих совещаний**

- [27] I. V. Anikin, A. Besse, D. Y. Ivanov, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.

- “Theory and phenomenology of helicity amplitudes for high energy exclusive leptonproduction of the ρ -meson”**
arXiv:1207.2503 [hep-ph]
PoS QNP **2012**, 056 (2012)
- [28] I. V. Anikin and O. V. Teryaev.
“Gauge invariance, gluonic poles and single spin asymmetry in Drell-Yan processes”
arXiv:1011.6203 [hep-ph]
10.1088/1742-6596/295/1/012057
J. Phys. Conf. Ser. **295**, 012057 (2011)
- [29] I. V. Anikin, R. S. Pasechnik, B. Pire and O. V. Teryaev.
“DVCS off deuteron and twist three contributions”
arXiv:1011.2853 [hep-ph]
PoS ICHEP **2010**, 137 (2010)
- [30] I. V. Anikin, D. Y. Ivanov, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.
“Exclusive electroproduction of ρ_T meson with twist three accuracy”
arXiv:1011.1854 [hep-ph]
PoS ICHEP **2010**, 121 (2010)
- [31] I. V. Anikin, D. Y. Ivanov, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.
“Hard exclusive electroproduction of ρ_T at twist 3”
arXiv:1006.1477 [hep-ph]
PoS DIS **2010**, 096 (2010)
- [32] I. V. Anikin, D. Y. Ivanov, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.
“QCD factorization beyond leading twist in exclusive processes: $\rho(T)$ -meson production”
arXiv:0909.4038 [hep-ph]
PoS EPS -HEP**2009**, 070 (2009)
- [33] I. V. Anikin, D. Y. Ivanov, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.
“ $\gamma^* \rightarrow \rho(T)$ impact factor with twist three accuracy”
arXiv:0811.2394 [hep-ph]
10.1063/1.3122219
AIP Conf. Proc. **1105**, 390 (2009)
- [34] I. V. Anikin, O. V. Teryaev, B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon.
“Recent and future experimental evidences for exotic mesons in hard reactions”
hep-ph/0610177
Conf. Proc. C **060726**, 643 (2006)

- [35] I. V. Anikin, B. Pire, L. Szymanowski, O. V. Teryaev and S. Wallon.
“Probing the partonic structure of exotic particles in hard electroproduction”
 hep-ph/0510030
 10.1063/1.1961042
 AIP Conf. Proc. **775**, 51 (2005)
- [36] I. V. Anikin, B. Pire and O. V. Teryaev.
“Exclusive two ρ^0 mesons production in gamma gamma* collision”
 hep-ph/0305194
 10.1016/S0920-5632(03)02344-2
 Nucl. Phys. Proc. Suppl. **126**, 277 (2004)

Использованная литература

- [37] D.Müller et al., Fortschr. Phys. **42** (1994) 101.
- [38] X. Ji, Phys. Rev. **D55** (1997) 7114.
- [39] A.V. Radyushkin, Phys.Rev **D56** (1997) 5524.
- [40] P.A.M. Guichon, M. Vanderhaegen, Prog. Part. Phys. **41** (1998) 125 ;
 X. Ji, J. Phys. **G24** (1998) 1181.
- [41] B. Pire, O.V. Teryaev, Proceeding of 13th International Symposium
 on High Energy Spin Physics "Spin98 September 8-12, 1998, Protvino,
 Russia.
- [42] J. Blümlein, D. Robaschik, hep-ph/0002071, to appear in Nucl. Phys.
B.
- [43] R.K. Ellis, W. Furmanski, R. Petronzio, Nucl. Phys. **B207** (1982) 1.
- [44] A.V. Efremov, O.V. Teryaev, Yad. Phys. **39** (1984) 1517.
- [45] M. Anselmino, A. Efremov, E. Leader, Phys. Rep. **261** (1995) 1.
- [46] M.V. Polyakov, C. Weiss, Phys. Rev. **D60** (1999) 114017.
- [47] L. Mankiewicz, G. Piller, T. Weigl, Eur.Phys.J.**C5** (1998) 119.
- [48] O.V. Teryaev, SPIN-96 Proceedings ; Edited by C.W. de Jager,
 T.J. Ketel, P.J. Mulders, J.E. Oberski, M. Oskam-Tamboezer. World
 Scientific, 1997, p.594
- [49] F. Ellinghaus, R. Shanidze and J. Volmer [HERMES Collaboration],
 AIP Conf. Proc. **675**, 303 (2003) [arXiv:hep-ex/0212019].

- [50] M. Mazouz *et al.* [Jefferson Lab Hall A Collaboration], Phys. Rev. Lett. **99**, 242501 (2007) [arXiv:0709.0450 [nucl-ex]].
- [51] E. Voutier, arXiv:0809.2670 [nucl-ex].
- [52] A. Airapetian *et al.* [HERMES Collaboration], Nucl. Phys. B **829**, 1 (2010) [arXiv:0911.0095 [hep-ex]].
- [53] F. Cano and B. Pire, Eur. Phys. J. A **19**, 423 (2004) [arXiv:hep-ph/0307231].
- [54] E. R. Berger, F. Cano, M. Diehl and B. Pire, Phys. Rev. Lett. **87**, 142302 (2001) [arXiv:hep-ph/0106192].
- [55] A. Kirchner and D. Mueller, Eur. Phys. J. C **32**, 347 (2003)].
- [56] M. Penttinen, M. V. Polyakov, A. G. Shuvaev and M. Strikman, Phys. Lett. B **491**, 96 (2000) [arXiv:hep-ph/0006321].
- [57] A. V. Belitsky, D. Mueller, L. Niedermeier and A. Schafer, Nucl. Phys. B **593**, 289 (2001) [arXiv:hep-ph/0004059].
- [58] A. V. Belitsky and D. Mueller, Nucl. Phys. B **589**, 611 (2000) [arXiv:hep-ph/0007031].
- [59] M. Vanderhaeghen, Eur. Phys. J. A **8**, 455 (2000) [arXiv:hep-ph/0007232].
- [60] N. Kivel, M. V. Polyakov, A. Schafer and O. V. Teryaev, Phys. Lett. B **497**, 73 (2001) [arXiv:hep-ph/0007315].
- [61] A. V. Radyushkin and C. Weiss, Phys. Lett. B **493**, 332 (2000) [arXiv:hep-ph/0008214].
- [62] V. M. Braun and A. N. Manashov, Phys. Rev. Lett. **107**, 202001 (2011) [arXiv:1108.2394 [hep-ph]].
- [63] V. M. Braun and A. N. Manashov, JHEP **1201**, 085 (2012) [arXiv:1111.6765 [hep-ph]].
- [64] A. Kirchner, D. Mueller, Eur. Phys. J. **C32**, 347-375 (2003); F. Cano, B. Pire, Eur. Phys. J. **A19**, 423-438 (2004).
- [65] A. Airapetian *et al.* [HERMES Collaboration], Nucl. Phys. B **829**, 1 (2010).
- [66] A.V. Belitsky, D. Müller, Nucl. Phys. **B589** (2000) 611.

- [67] N. Kivel, M.V. Polyakov, A. Schäfer, O.V. Teryaev, Phys. Lett. **B497** (2001) 73.
- [68] O.V. Teryaev, Proceedings, Prospects of spin physics at HERA, Hamburg DESY-95-200, pp. 132-142.
- [69] A.V. Efremov, O.V. Teryaev, Yad. Phys. **39** (1984) 1517.
- [70] P. Ball, V. Braun, Phys. Rev. **D54** (1996) 2182.
- [71] N. Kivel, L. Mankiewicz, Phys. Rev. **D63** (2001) 054017.
- [72] M. Diehl, T. Gousset, B. Pire and O.V. Teryaev, Phys. Rev. Lett. **81**, 1782 (1998).
- [73] K. Goeke, M. V. Polyakov and M. Vanderhaeghen, Prog. Part. Nucl. Phys. **47**, 401 (2001) [arXiv:hep-ph/0106012].
- [74] M. Diehl, Phys. Rept. **388**, 41 (2003) [arXiv:hep-ph/0307382].
- [75] A. V. Belitsky and A. V. Radyushkin, Phys. Rept. **418**, 1 (2005) [arXiv:hep-ph/0504030].
- [76] B. Pasquini, M. Gorchtein, D. Drechsel, A. Metz and M. Vanderhaeghen, Eur. Phys. J. A **11**, 185 (2001) [arXiv:hep-ph/0102335].
- [77] D. Drechsel, B. Pasquini and M. Vanderhaeghen, Phys. Rept. **378**, 99 (2003) [arXiv:hep-ph/0212124].
- [78] O. V. Teryaev, “Analytic properties of hard exclusive amplitudes,” in proc. of 11th Intern. Conf. on Elastic and Diffractive Scattering (Chateau de Blois, May 2005), ed. by M. Haguenaer, B.Nicolescu, J. Trần Thanh Vân, p. 237 [arXiv:hep-ph/0510031].
- [79] K. Kumericki, D. Muller and K. Passek-Kumericki, arXiv:hep-ph/0703179.
- [80] M. M. Block, Phys. Rept. **436**, 71 (2006) [arXiv:hep-ph/0606215].
- [81] S. J. Brodsky, F. E. Close and J. F. Gunion, Phys. Rev. D **5**, 1384 (1972); *ibid.* D **8**, 3678 (1973).
- [82] S. Y. Lee, Nucl. Phys. B **45**, 449 (1972).
- [83] S. B. Gerasimov, arXiv:hep-ph/0701073.
-
- [84] M. Diehl, T. Gousset, B. Pire and O. Teryaev, Phys. Rev. Lett. **81**, 1782 (1998) [arXiv:hep-ph/9805380].

- [85] O. V. Teryaev, Phys. Lett. B **510**, 125 (2001) [arXiv:hep-ph/0102303].
- [86] V. Y. Petrov, P. V. Pobylitsa, M. V. Polyakov, I. Bornig, K. Goeke and C. Weiss, Phys. Rev. D **57**, 4325 (1998) [arXiv:hep-ph/9710270].
- [87] M. Gockeler, R. Horsley, D. Pleiter, P. E. L. Rakow, A. Schafer, G. Schierholz and W. Schroers [QCDSF Collaboration], Phys. Rev. Lett. **92**, 042002 (2004) [arXiv:hep-ph/0304249].
- [88] S. J. Brodsky and F. J. Llanes-Estrada, Eur. Phys. J. C **46**, 751 (2006) [arXiv:hep-ph/0512247]; M. Vanderhaeghen, P. A. M. Guichon and M. Guidal, Phys. Rev. D **60**, 094017 (1999) [arXiv:hep-ph/9905372].
- [89] M. Damashek and F. J. Gilman, Phys. Rev. D **1**, 1319 (1970).
- [90] F. E. Close and N. Isgur, Phys. Lett. B **509**, 81 (2001) [arXiv:hep-ph/0102067].
- [91] M. Diehl and D. Y. Ivanov, arXiv:0707.0351 [hep-ph].
- [92] M. V. Polyakov, arXiv:0707.2509 [hep-ph].
- [93] R. L. Jaffe, Nucl. Phys. B **229** (1983) 205.
- [94] M. Diehl and T. Gousset, Phys. Lett. B **428** (1998) 359 [hep-ph/9801233].
- [95] A. V. Radyushkin, Phys. Rev. D **83** (2011) 076006 [arXiv:1101.2165 [hep-ph]].
- [96] B. Pire, J. Soffer and O. Teryaev, Eur. Phys. J. C **8** (1999) 103 [hep-ph/9804284].
- [97] H. Terazawa, Rev. Mod. Phys. **45**, 615 (1973).
- [98] V.M. Budnev, I. F. Ginzburg, G. V. Meledin and V. G. Serbo, Phys. Rept. **15C**, 181 (1975).
- [99] S.J. Brodsky, hep-ph/9708345, talk presented at PHOTON 97, Egmond aan Zee, Netherlands, May 1997;
M.R. Pennington, Nucl. Phys. B (Proc. Suppl.) **82**, 291 (2000) [hep-ph/9907353].
- [100] G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Rev. D **22** (1980) 2157.
- [101] M. Maul, Phys. Rev. D **63**, 036003 (2001) [arXiv:hep-ph/0003254].
- [102] P. Achard *et al.* [L3 Collaboration], Phys. Lett. B **568**, 11 (2003) [arXiv:hep-ex/0305082].

- [103] F. Cano and B. Pire, Nucl. Phys. A **711** 133 (2002) [hep-ph/0211444]; F. Cano and B. Pire, [hep-ph/0307231]; A. Kirchner and D. Müller, [hep-ph/0202279]; A. Kirchner and D. Müller, [hep-ph/0302007].
- [104] E. R. Berger, F. Cano, M. Diehl and B. Pire, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 142302 [hep-ph/0106192].
- [105] M. Diehl, T. Gousset and B. Pire, Phys. Rev. D **62** (2000) 073014 [hep-ph/0003233].
- [106] B. Pire and L. Szymanowski, Phys. Lett. B **556**, 129 (2003) [hep-ph/0212296].
- [107] M. V. Polyakov, Nucl. Phys. B **555**,231 (1999) [hep-ph/9809483].
- [108] S. L. Meyer, “Data analysis for scientists and engineers Wiley series in probability and mathematical statistics, Edt. R. A. Bradley and J. S. Hunter, (1975)
- [109] P. Achard *et al.* [L3 Collaboration], Phys. Lett. B **568**, 11 (2003).
- [110] P. Achard *et al.* [L3 Collaboration], Phys. Lett. B **597**, 26 (2004); Phys. Lett. B **604**, 48 (2004); Phys. Lett. B **615**, 19 (2005).
- [111] J. L. Rosner, Phys. Rev. D **70**, 034028 (2004)[arXiv:hep-ph/0404245].
- [112] N.N. Achasov, S.A. Devyanin and G.N. Shestakov, Phys. Lett. B **108**, 134 (1982) and Z.Phys. C **16**, 55 (1982).
- [113] N.N. Achasov, S.A. Devyanin and G.N. Shestakov, Z.Phys. C **27**, 99 (1985); N. N. Achasov and G. N. Shestakov, Sov. Phys. Usp. **34**, 471 (1991) [Usp. Fiz. Nauk **161**, 53 (1991 UFNAA,161N6,53-108.1991)].
- [114] B.A. Li and K.F. Liu, Phys. Lett. B **118**, 435 (1982); Phys. Rev. Lett. **51**, 1510 (1983);Phys. Rev. D **28**, 1636 (1983); Phys. Rev. D **30**, 613 (1984).
- [115] V. M. Budnev, I. F. Ginzburg, G. V. Meledin and V. G. Serbo, Phys. Rept. **15** (1974) 181.
- [116] D. V. Shirkov and I. L. Solovtsov, Phys. Rev. Lett. **79**, 1209 (1997).
- [117] J. H. Field, Nucl. Phys. B **168**, 477 (1980).
- [118] A. P. Bakulev, K. Passek-Kumericki, W. Schroers and N. G. Stefanis, Phys. Rev. D **70**, 033014 (2004) [Erratum-ibid. D **70**, 079906 (2004)] [arXiv:hep-ph/0405062].

- [119] S. S. Agaev, M. Guidal and B. Pire, Eur. Phys. J. C **37**, 457 (2004) [arXiv:hep-ph/0403266]; J. R. Andersen, Phys. Lett. B **475**, 141 (2000) [arXiv:hep-ph/9909396].
- [120] L. Maiani, F. Piccinini, A. D. Polosa and V. Riquer, AIP Conf. Proc. **756** (2005) 321 [arXiv:hep-ph/0501077].
- [121] B. Pire, L. Szymanowski and S. Wallon, arXiv:hep-ph/0501155 and arXiv:hep-ph/0410108;
B. Pire and L. Szymanowski, Phys. Rev. D **71** (2005) 111501.
- [122] N. Y. Lee, P. V. Pobylitsa, M. V. Polyakov and K. Goeke, J. Phys. G **27**, L127 (2001)[arXiv:hep-ph/0011166].
- [123] S. Eidelman *et al.* [Particle Data Group], Phys. Lett. B **592** (2004) 1.
- [124] M. S. Chanowitz and S. R. Sharpe, Nucl. Phys. B **222** (1983) 211 [Erratum-ibid. B **228** (1983) 588]; R. L. Jaffe, K. Johnson and Z. Ryzak, Annals Phys. **168** (1986) 344; M. S. Chanowitz, Phys. Lett. B **187** (1987) 409; A. Le Yaouanc, L. Oliver, O. Pene, J. C. Raynal and S. Ono, Z. Phys. C **28** (1985) 309; F. E. Close and P. R. Page, Phys. Rev. D **52** (1995) 1706 [arXiv:hep-ph/9412301]; S. Godfrey and J. Napolitano, Rev. Mod. Phys. **71** (1999) 1411 [arXiv:hep-ph/9811410]; S. Godfrey, arXiv:hep-ph/0211464; F. E. Close and J. J. Dudek, Phys. Rev. Lett. **91** (2003) 142001 [arXiv:hep-ph/0304243] and Phys. Rev. D **69** (2004) 034010 [arXiv:hep-ph/0308098].
- [125] P. Ball and V. M. Braun, Phys. Rev. D **54** (1996) 2182.
- [126] S. Wandzura and F. Wilczek, Phys. Lett. B **72**, 195 (1977).
- [127] A. V. Efremov and A. V. Radyushkin, Phys. Lett. B **94**, 245 (1980).
Theor. Math. Phys. **42**, 97 (1980) [Teor. Mat. Fiz. **42**, 147 (1980)].
- [128] J. C. Collins, D. E. Soper and G. Sterman, Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. **5**, 1 (1988) [arXiv:hep-ph/0409313].
- [129] N. G. Stefanis, Eur. Phys. J. direct C **7**, 1 (1999) [arXiv:hep-ph/9911375].
- [130] L. L. Frankfurt, M. V. Polyakov and M. Strikman, arXiv:hep-ph/9808449.
- [131] B. Pire and L. Szymanowski, Phys. Rev. D **71**, 111501 (2005) [arXiv:hep-ph/0411387].
- [132] J. P. Lansberg, B. Pire and L. Szymanowski, Phys. Rev. D **73**, 074014 (2006) [arXiv:hep-ph/0602195].

- [133] B. Pire, M. Segond, L. Szymanowski and S. Wallon, Phys. Lett. B **639**, 642 (2006) [arXiv:hep-ph/0605320].
- [134] M. Bychkov *et al.*, arXiv:0804.1815 [hep-ex].
- [135] A. L. Kataev, G. Parente and A. V. Sidorov, Phys. Part. Nucl. **34**, 20 (2003) [Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **34**, 43 (2003 ERRAT,38,827-827.2007)] [arXiv:hep-ph/0106221].
- [136] A. P. Bakulev, S. V. Mikhailov and R. Ruskov, arXiv:hep-ph/0006216.
- [137] V. L. Chernyak and A. R. Zhitnitsky, JETP Lett. **25**, 510 (1977) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **25**, 544 (1977)].
- [138] V. L. Chernyak, A. R. Zhitnitsky and V. G. Serbo, JETP Lett. **26**, 594 (1977) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **26**, 760 (1977)].
- [139] A. V. Efremov and A. V. Radyushkin, Phys. Lett. B **94**, 245 (1980).
- [140] A. V. Efremov and A. V. Radyushkin, Theor. Math. Phys. **42**, 97 (1980) [Teor. Mat. Fiz. **42**, 147 (1980)].
- [141] G. P. Lepage and S. J. Brodsky, Phys. Lett. B **87**, 359 (1979).
- [142] A. Duncan and A. H. Mueller, Phys. Rev. D **21**, 1636 (1980).
- [143] A. Duncan and A. H. Mueller, Phys. Lett. B **90**, 159 (1980).
- [144] A. I. Milshtein and V. S. Fadin, Yad. Fiz. **33**, 1391 (1981).
- [145] A. I. Milshtein and V. S. Fadin, Yad. Fiz. **35**, 1603 (1982).
- [146] N. Kivel and M. Vanderhaeghen, Phys. Rev. D **83**, 093005 (2011).
- [147] I. I. Balitsky, V. M. Braun and A. V. Kolesnichenko, Sov. J. Nucl. Phys. **44**, 1028 (1986) [Yad. Fiz. **44**, 1582 (1986)].
- [148] I. I. Balitsky, V. M. Braun and A. V. Kolesnichenko, Nucl. Phys. B **312**, 509 (1989).
- [149] V. L. Chernyak and I. R. Zhitnitsky, Nucl. Phys. B **345**, 137 (1990).
- [150] V. M. Braun, A. Lenz, N. Mahnke and E. Stein, Phys. Rev. D **65** (2002) 074011.
- [151] V. M. Braun, A. Lenz and M. Wittmann, Phys. Rev. D **73**, 094019 (2006).
- [152] A. Lenz, M. Wittmann and E. Stein, Phys. Lett. B **581**, 199 (2004).

- [153] T. M. Aliev, K. Azizi, A. Ozpineci and M. Savci, Phys. Rev. D **77**, 114014 (2008).
- [154] K. Passek-Kumericki and G. Peters, Phys. Rev. D **78**, 033009 (2008).
- [155] P. Ball and V. M. Braun, Nucl. Phys. B **543**, 201 (1999).
- [156] A. V. Belitsky and D. Mueller, Nucl. Phys. B **589**, 611 (2000).
- [157] B. Geyer, D. Robaschik and J. Eilers, Nucl. Phys. B **704**, 279 (2005).
- [158] V. Braun, R. J. Fries, N. Mahnke and E. Stein, Nucl. Phys. B **589**, 381 (2000) [Erratum-ibid. B **607**, 433 (2001)]
- [159] V. M. Braun, T. Lautenschlager, A. N. Manashov and B. Pirnay, Phys. Rev. D **83**, 094023 (2011).
- [160] V. M. Braun, A. N. Manashov and J. Rohrwild, Nucl. Phys. B **807**, 89 (2009).
- [161] V. M. Braun, A. N. Manashov and J. Rohrwild, Nucl. Phys. B **826**, 235 (2010).
- [162] V. M. Braun, S. E. Derkachov, G. P. Korchemsky and A. N. Manashov, Nucl. Phys. B **553** (1999) 355.
- [163] P. Ball, V. M. Braun, Y. Koike and K. Tanaka, Nucl. Phys. B **529**, 323 (1998).
- [164] S. E. Derkachov, S. K. Kehrein and A. N. Manashov, Nucl. Phys. B **493**, 660 (1997).
- [165] N. Kivel, arXiv:1202.4944 [hep-ph].
- [166] H. -n. Li and G. F. Sterman, Nucl. Phys. B **381**, 129 (1992).
- [167] V. M. Braun, A. Khodjamirian and M. Maul, Phys. Rev. D **61**, 073004 (2000); J. Bijnens and A. Khodjamirian, Eur. Phys. J. C **26**, 67 (2002).
- [168] V. L. Chernyak and A. R. Zhitnitsky, Phys. Rept. **112**, 173 (1984).
- [169] V. M. Braun *et al.* [QCDSF Collaboration], Phys. Rev. D **79**, 034504 (2009).
- [170] R. Schiel *et al.*, *Wave functions of the Nucleon and the N*(1535)*, invited talk at the 31st International Symposium on Lattice Gauge Theory, July 29 – August 03 (2013), Mainz, Germany.
- [171] A. V. Belitsky, X. -d. Ji and F. Yuan, Phys. Rev. Lett. **91**, 092003 (2003).

- [172] B. L. Ioffe, Nucl. Phys. B **188**, 317 (1981) [Erratum-ibid. B **191**, 591 (1981)].
- [173] J. D. Bjorken and S. D. Drell, *Relativistic Quantum Fields* (McGraw-Hill, New York, 1965).
- [174] M. Gruber, Phys. Lett. B **699**, 169 (2011).
- [175] S. Kränkl and A. Manashov, Phys. Lett. B **703**, 519 (2011).
- [176] M. J. Dugan and B. Grinstein, Phys. Lett. B **256**, 239 (1991).
- [177] S. Herrlich and U. Nierste, Nucl. Phys. B **455**, 39 (1995).
- [178] J. Bolz and P. Kroll, Z. Phys. A **356**, 327 (1996).
- [179] V. L. Chernyak, A. A. Ogloblin and I. R. Zhitnitsky, Z. Phys. C **42**, 583 (1989).
- [180] I. D. King and C. T. Sachrajda, Nucl. Phys. B **279**, 785 (1987).
- [181] A. Ali, V. M. Braun and H. Simma, Z. Phys. C **63**, 437 (1994).
- [182] F. E. Close and P. R. Page, Phys. Rev. D **52**, 1706 (1995); T. Barnes, F. E. Close and E. S. Swanson, Phys. Rev. D **52**, 5242 (1995); S. Godfrey, arXiv:hep-ph/0211464; S. Godfrey and J. Napolitano, Rev. Mod. Phys. **71**, 1411 (1999); F. Close and J. Dudek, Phys. Rev. Lett. **91**, 142001, (2003); Phys. Rev. D **69**, 034010 (2004)
- [183] R. L. Jaffe, K. Johnson and Z. Ryzak, Annals Phys. **168**, 344 (1986); G. S. Bali, hep-ph/0001312.
- [184] C. E. Carlson and N. C. Mukhopadhyay, Phys. Rev. Lett. **67**, 3745 (1991).
- [185] C. Bernard *et al.*, Phys. Rev. D **68**, 074505 (2003).
- [186] J. C. Collins, L. Frankfurt, M. Strikman, Phys. Rev. D **56**, 2982 (1997).
- [187] K. Hagiwara *et al.* [Particle Data Group Collaboration], Phys. Rev. D **66**, 010001 (2002).
- [188] A. V. Kolesnichenko, Yad. Fiz. **39** (1984) 1527.
- [189] I. I. Balitsky, D. Diakonov and A. V. Yung, Z. Phys. C **33** (1986) 265; I. I. Balitsky, D. Diakonov and A. V. Yung, Sov. J. Nucl. Phys. **35** (1982) 761.
- [190] A. V. Efremov and O. V. Teryaev, Sov. J. Nucl. Phys. **36**, 557 (1982);

- [191] A. Schäfer, L. Szymanowski and O. V. Teryaev, Phys. Lett. B **464**, 94 (1999).
- [192] M. K. Chase, Nucl. Phys. B **174** (1980) 109.
- [193] G. S. Adams *et al.* [E852 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 5760 (1998).
- [194] G.P. Lepage and S.J. Brodsky, Phys. Lett. **B87**, 359 (1979); A.V. Efremov and A.V. Radyushkin, Phys. Lett. **B94**, 245 (1980).
- [195] J. C. Collins, L. Frankfurt, M. Strikman, Phys. Rev. D **56**, 2982 (1997).
- [196] D. R. Thompson *et al.* [E852 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **79**, 1630 (1997)
- [197] S. Eidelman *et al.*, Phys. Lett. **B592**, 1 (2004); C. Amsler and N. A. Tornqvist, Phys. Rept. **389**, 61 (2004).
- [198] S. J. Brodsky, G. P. Lepage and P. B. Mackenzie, Phys. Rev. D **28**, 228 (1983).
- [199] A. P. Bakulev, K. Passek-Kumericki, W. Schroers and N. G. Stefanis, Phys. Rev. D **70**, 033014 (2004)
- [200] M. Vanderhaeghen, P. A. M. Guichon and M. Guidal, Phys. Rev. D **60**, 094017 (1999).
- [201] A. V. Radyushkin, Phys. Rev. D **59**, 014030 (1999).
- [202] A. D. Martin, R. G. Roberts, W. J. Stirling and R. S. Thorne, Eur. Phys. J. C **4**, 463 (1998)
- [203] M. Burkardt, Phys. Rev. D **62**, 071503 (2000), Erratum-ibid. D **66**, 119903 (2002);
J. P. Ralston and B. Pire, Phys. Rev. D **66**, 111501 (2002); M. Diehl, Eur. Phys. J. C **25**, 223 (2002), Erratum-ibid. C **31**, 277 (2003).
- [204] G. S. Adams *et al.* [E852 Collaboration], Phys. Rev. Lett. **81**, 5760 (1998).
- [205] V. M. Braun and N. Kivel, Phys. Lett. B **501**, 48 (2001).
- [206] B. Lehmann-Dronke, A. Schäfer, M. V. Polyakov and K. Goeke, Phys. Rev. D **63** (2001) 114001.
- [207] P. M. Stevenson, Phys. Rev. D **23**, 2916 (1981); P. M. Stevenson, Phys. Lett. B **100**, 61 (1981); G. Grunberg, Phys. Rev. D **29**, 2315 (1984).
- [208] A. V. Belitsky and D. Muller, Phys. Lett. B **513**, 349 (2001).

- [209] D. Y. Ivanov, L. Szymanowski and G. Krasnikov, JETP Lett. **80**, 226 (2004) [Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. **80**, 255 (2004)] [arXiv:hep-ph/0407207].
- [210] A. V. Radyushkin, Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **20**, 97 (1989); R. D. Field, R. Gupta, S. Otto and L. Chang, Nucl. Phys. B **186**, 429 (1981); F. M. Dittes and A. V. Radyushkin, Sov. J. Nucl. Phys. **34** (1981) 293 [Yad. Fiz. **34** (1981) 529].
- [211] J. C. Collins, L. Frankfurt and M. Strikman, Phys. Rev. D **56**, 2982 (1997) [arXiv:hep-ph/9611433].
- [212] A. V. Radyushkin, Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra **20**, 97 (1989).
- [213] I.I. Balitsky *et al.*, Nucl. Phys. B **311**, 541 (1989).
- [214] P. Ball *et al.* Nucl. Phys. B **529**, 323 (1998) and Phys. Rev. D **54**, 2182 (1996).
- [215] J.C. Collins, L. Frankfurt, M. Strikman, Phys. Rev. **D56**, 2982 (1997)
- [216] L. Mankiewicz, G. Piller, T. Weigl, Acta Phys. Polon. **B29**, 1235 (1998)
- [217] L. Mankiewicz, G. Piller, Phys. Rev. **D61**, 074013 (2000)
- [218] ZEUS Collaborations (J. Breitweg *et al.*) Eur. Phys. J. **C12**, 393 (2000)
HERMES Collaboration (A. Airapetian *et al.*) Phys. Lett. **B513**, 301 (2001)
- [219] J. Qiu, G. Sterman, Nucl. Phys. **B353**, 137 (1991)
- [220] A. V. Efremov and O. V. Teryaev, Phys. Lett. B **150**, 383 (1985).
- [221] A. Efremov, V. Korotkii and O. Teryaev, Phys. Lett. B **348**, 577 (1995).
- [222] B. Pire and J. P. Ralston, Phys. Rev. D **28**, 260 (1983).
- [223] R. D. Carlitz and R. S. Willey, Phys. Rev. D **45**, 2323 (1992).
- [224] A. Brandenburg, D. Mueller and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **53**, 6180 (1996) [arXiv:hep-ph/9511356].
- [225] A. P. Bakulev, N. G. Stefanis and O. V. Teryaev, Phys. Rev. D **76**, 074032 (2007) [arXiv:0706.4222 [hep-ph]].
- [226] A. V. Radyushkin, Phys. Rev. D **80**, 094009 (2009) [arXiv:0906.0323 [hep-ph]].
- [227] M. V. Polyakov, JETP Lett. **90**, 228 (2009) [arXiv:0906.0538 [hep-ph]].

- [228] S. V. Mikhailov and N. G. Stefanis, *Mod. Phys. Lett. A* **24**, 2858 (2009) [arXiv:0910.3498 [hep-ph]].
- [229] A. Brandenburg, S. J. Brodsky, V. V. Khoze and D. Mueller, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 939 (1994) [arXiv:hep-ph/9403361].
- [230] N. Hammon, O. Teryaev and A. Schafer, *Phys. Lett. B* **390**, 409 (1997) [arXiv:hep-ph/9611359].
- [231] D. Boer, P. J. Mulders and O. V. Teryaev, arXiv:hep-ph/9710525; *Phys. Rev. D* **57**, 3057 (1998) [arXiv:hep-ph/9710223].
- [232] V. Barone, A. Drago and P. G. Ratcliffe, *Phys. Rept.* **359**, 1 (2002) [arXiv:hep-ph/0104283].
- [233] A. V. Efremov and A. V. Radyushkin, *Theor. Math. Phys.* **44**, 774 (1981) [*Teor. Mat. Fiz.* **44**, 327 (1980)].
- [234] S. V. Ivanov, G. P. Korchemsky and A. V. Radyushkin, *Yad. Fiz.* **44**, 230 (1986) [*Sov. J. Nucl. Phys.* **44**, 145 (1986)]; S. V. Ivanov and G. P. Korchemsky, *Phys. Lett. B* **154**, 197 (1985); S. V. Ivanov, *Fiz. Elem. Chast. Atom. Yadra* **21**, 75 (1990).
- [235] N. N. Bogolyubov and D. V. Shirkov, "Introduction To The Theory Of Quantized Fields," *Intersci. Monogr. Phys. Astron.* **3**, 1 (1959).
- [236] Collins J.C. // *Nucl.Phys.B.* 1993. V.396. P.161;
- [237] Efremov A.V., Smirnova O.G. and Tkachev L.G.// *Nucl.Phys.Proc.Suppl.* 1999. V.74 P.49;
- [238] Bravar A.// *Nucl. Phys.Proc.Suppl.* 1999. V.79. P.520;
- [239] Abe K. *et al.* [Belle Collaboration] hep-ex/0507063;
- [240] Efremov A.V., Goeke K. and Schweitzer P.// *Phys.Rev.D* 2006. V. 73 P.094025;
- [241] Collins J.C. and Soper D.E.// *Nucl.Phys.B* 1981. V.193 P.381;
- [242] Ellis R.K., Georgi H., Machacek M., Politzer H.D. and Ross G.G.// *Nucl.Phys.B* 1979. V.152 P.285;
- [243] Collins J.C., Soper D.E. and Stermann G.// *Nucl.Phys.B* 1985. V.250 P.199;
- [244] Ji X.D., Ma J.P. and Yuan F.// *Phys.Rev.D* 2005. V.71 P.034005;
- [245] Altarelli G., Ellis R.K., Martinelli G. and Pi S.Y.// *Nucl.Phys.B* 1979. V.160 P.301;

- [246] de Florian D. and Vanni D.// Phys.Lett.B 2004. V.578 P.139;
- [247] Boer D., Jakob R. and Mulders P.J.// Nucl.Phys.B 1997. V.504 P.345;
- [248] Efremov A.V. and Radyushkin A.V.// Theor.Math.Phys. 1981. V.44 P.774;
- [249] Teryaev O.V.// Phys.Part.Nucl. 2004. V.35 P.S24;
- [250] Levelt J. and Mulders P.J.// Phys.Rev.D 1994 V.49 P.96;
- [251] Collins J.C. and Soper D.E.// Nucl.Phys.B 1982. V.194 P.445;
- [252] M. Hirai, S. Kumano, M. Oka and K. Sudoh // Phys.Rev.D 2008. V.77 P.017504;