

**СЕВЕРНЫЙ АРКТИЧЕСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ М.В. ЛОМОНОСОВА**

На правах рукописи  
УДК 530.145+539.124.6+539.189

Есеев Марат Каналбекович

**ЭКЗОТИЧЕСКИЕ АТОМЫ И ИОНЫ В ИНТЕНСИВНЫХ  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЯХ**

Специальность: 01.04.16 – физика атомного ядра  
и элементарных частиц

Диссертация на соискание учёной степени  
доктора физико-математических наук

Научные консультанты:  
член-корр. РАН, д. физ.-мат. наук  
И.Н. Мешков  
д. физ.-мат. наук  
В.И. Матвеев

Архангельск 2014

## Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>	<b>4</b>
<b>ЧАСТЬ I Генерация и распад экзотических атомов в интенсивных электромагнитных полях .....</b>	<b>16</b>
<b>ГЛАВА 1 Динамика заряженных частиц в ловушке Пеннинга-Малмберга .....</b>	<b>17</b>
1.1 Накопление и удержания заряженной плазмы в ловушках и накопителях .....	17
1.1.1 История создания ловушек и накопителей.....	17
1.1.2 Ловушка Пауля.....	19
1.1.3 Ловушка Пеннинга.....	21
1.1.4 Ловушка Пеннинга-Малмберга .....	23
1.1.5 Модификации и использование ловушек заряженных и нейтральных частиц .....	26
1.2 Динамика позитронов в цилиндрической ловушке.....	28
1.2.1 Поперечное движение: циклотронное вращение и магнетронный дрейф .....	28
1.2.2 Продольные баунс-осцилляции .....	31
1.3 Неупругие взаимодействия позитронов с молекулами буферного газа .....	31
1.4 Влияние вращающегося электрического поля.....	39
1.5 3D-модель движения зарядов в ловушке.....	42
1.6 Обсуждение результатов.....	43
<b>ГЛАВА 2 Исследование накопления позитронных и электронных сгустков в «ловушке Сурко» установки LEPTA .....</b>	<b>45</b>
2.1 «Ловушка Сурко» с вращающимся электрическим полем установки LEPTA .....	45
2.2 Механизм действия вращающегося поля .....	56
2.2.1 Моделирование накопления и удержания частиц в ловушке.....	56
2.2.2 Критерии захвата, накопления и удержания частиц .....	60
2.3 Проверка механизма действия вращающегося поля в эксперименте.....	62
2.3.1 Времени жизни сгустка накопленных частиц.....	62
2.3.2 Поперечные размеры сгустка накопленных частиц.....	65
2.3.3 Оптимальные параметры накопления .....	68
2.4 Обсуждение результатов .....	69
<b>ГЛАВА 3 Распад экзотических атомов в столкновениях .....</b>	<b>71</b>
3.1 Эксперименты по исследованию экзотических атомов и антивещества .....	71
3.2. Приближение внезапных возмущений в столкновениях .....	72
3.3 Распад мезоатома при «стряхивания» мюона в столкновениях .....	76
3.3.1 Роль прилипания мюона в цикле мюокатализа термоядерного синтеза .....	76
3.3.2 «Стряхивание» мюона быстрого мезоатома в процессе типа «карамболь».....	78
3.3.3 Расчет сечения ионизации мезоатома при столкновении с двухатомной молекулой в приближении внезапных возмущений .....	90
3.4 Тушение метастабильности в антипротонном гелии примесями .....	94
3.5 Обсуждение результатов .....	106

<b>ЧАСТЬ II Взаимодействие обычных и экзотических атомно-молекулярных систем с полями ультракоротких электромагнитных импульсов .....</b>	<b>107</b>
<b>ГЛАВА 4 Ионизация и возбуждение атомов и ионов ультракороткими импульсами электромагнитного поля .....</b>	<b>107</b>
4.1 Генерация ультракоротких импульсов электромагнитного поля .....	107
4.2 Неупругие процессы в атоме гелия с учетом межчастичных корреляций.....	111
4.3 Приближение потенциалов нулевого радиуса .....	124
4.4 Ионизация отрицательных атомарных ионов .....	128
4.5 Развал атома позитрония.....	134
4.6 Взаимодействие мезоатома с последовательностью ультракоротких импульсов.....	139
4.7 Обсуждение результатов.....	143
<b>ГЛАВА 5 Переизлучение ультракоротких импульсов при взаимодействиях с атомами и ионами.....</b>	<b>145</b>
5.1 Рассеяние импульсов электромагнитного поля атомами и молекулами.....	145
5.2 Переизлучение аттосекундных импульсов электромагнитного поля атомом водорода.....	147
5.3 Парциальные спектры переизлучения для атома водорода и водородоподобных ионов .....	151
5.4 Корреляционные эффекты при переизлучении атомом гелия .....	160
5.5 Спектры переизлучения атомарных отрицательных ионов .....	174
5.6 Эффекты интерференции при переизлучении аттосекундных импульсов атомом позитрония.....	181
5.7 Обсуждение результатов.....	192
<b>ГЛАВА 6 Ориентационные эффекты при взаимодействии молекулярных систем с аттосекундными импульсами .....</b>	<b>194</b>
6.1 Молекулярный анион в приближении потенциалов нулевого радиуса .....	194
6.2 Ионизация молекулярных ионов.....	196
6.3 Переизлучение молекулярным ионом водорода $H_2^+$ .....	200
6.4 Переизлучение молекулярными анионами галогенов.....	206
6.5 Обсуждение результатов .....	210
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>	<b>211</b>
<b>Список публикаций по теме диссертации.....</b>	<b>213</b>
<b>Список литературы .....</b>	<b>218</b>
<b>Приложения.....</b>	<b>237</b>
Приложение А Список принятых сокращений и соотношения между единицами .....	237
Приложение Б Поправки к сечению ионизации за счет кратности .....	238
Приложение В К расчету матричных элементов.....	240
Приложение Г К выводу спектра переизлучения .....	243

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** Исследования в области физики экзотических атомов ведутся во многих мировых научно-исследовательских центрах. Недавние успехи по генерации и долговременному удержанию атомов антиводорода позволяют продвинуться в изучении антивещества, проверке СРТ-инвариантности, объяснению барионной асимметрии Вселенной. Сам термин - экзотические атомные и молекулярные системы (ЭАМС) – возник из-за того, что составляющими данных систем, кроме обычных электронов и нуклонов, могут быть и другие, более экзотические элементарные частицы. Достаточно отметить, что такие ЭАМС во множестве рождаются в верхних слоях атмосферы под действием космического излучения или на внутренних мишенях в ускорителях и накопителях. Отчасти название таких систем объясняется необычностью свойств ЭАМС и процессов с их участием. Иногда к таким системам относят обычные, но в экзотических состояниях – ридберговских, со слабосвязанным внешним электроном в отрицательных ионах и т.д. Особый как теоретический, так и практический интерес вызывает поведение атомно-молекулярных систем и их компонентов в интенсивных электромагнитных полях. Сама генерация и удержание ЭАМС в лабораторных условиях невозможна без использования электромагнитных ловушек и накопителей. В диссертации приведены экспериментальные и теоретические результаты по поиску оптимальных параметров накопления позитронов в ловушке Пеннинг-Малмберговского типа для последующей генерации атомов позитрония или антиводорода. Для генерации ЭАМС необходимо описание упругих и неупругих процессов взаимодействия потоков позитронов, антипротонов, электромагнитного излучения с атомами и молекулами. В работе рассмотрено замедление позитронов и антипротонов в среде и динамика

образования и развала связанных систем с учетом возможных внешних воздействий в виде электромагнитных полей. Рассматривается тушение метастабильности антипротонного гелия, развал позитрония, ионизация мезоатома в столкновениях и при воздействии интенсивного электромагнитного поля ультракоротких импульсов. Прогресс в генерации и использовании ультракоротких импульсов электромагнитного поля позволяет использовать их для исследования различных систем, включая экзотические. Интенсивность поля таких импульсов сопоставима и превосходит внутриатомную, что позволяет исследовать роль внутриатомных сил, корреляции движений частиц, связанных кулоновскими силами. Малая продолжительность таких импульсов, приближающаяся к аттосекундному рубежу [1], дает возможность проследить за внутренней динамикой, скорость которой определяется характерным временем. В диссертации также рассматривается рассеяние и неупругие процессы возбуждения, излучения, ионизации интенсивным электромагнитным полем ультракоротких импульсов различных малочастичных систем, включая экзотические (позитроний, мезоатом, различные ионы).

Физика антивещества стала развиваться с 1928 года, когда Поль Дирак предположил наличие античастиц, которые вскоре были обнаружены. Первой частицей, зафиксированной экспериментально в камере Вильсона К.Д. Андерсоном, стал позитрон в 1932 году. К середине XX века было открыто множество античастиц, включая антипротон и антинейтрон. Затем началось синтезирование экзотических ядер антидейтрона, антигелия и др. К концу XX века прогресс в экспериментальных и теоретических методах позволил создавать экзотические атомы в лабораториях: каонные и мюонные изотопы водорода и мезомолекулы, антипротонный гелий и первый атом антивещества – антиводород. Эксперименты в CERN в конце 2011 года на установке ALPHA продемонстрировали возможность удержать

антиводород в магнитной ловушке с лазерным охлаждением в течение 17 минут [2]. Продолжают совершенствоваться методики накопления и удержания отдельных компонентов антивещества – античастиц. Наиболее известный экспериментальный центр позитронной физики под руководством К. Сурко находится в Калифорнийском университете в Сан-Диего. В настоящее время Сурко и его группа занимаются исследованиями процесса взаимодействия позитронов с атомами и молекулами [3]. В лаборатории университета уже строят крупнейшую в мире ловушку низкоэнергетических позитронов, способную хранить одновременно более триллиона частиц антивещества. Еще один центр на территории Соединенных Штатов располагается в университете Калифорнии в Риверсайде. Именно там, в 2007 году Д. Кэссиди и А. Миллсу удалось получить молекулярный позитроний [4], а также позитроний в ридберговских состояниях [5] с большим временем жизни при помощи ловушки, разработанной вышеупомянутым К. Сурко и лазерного излучения, исследуются оптические переходы в молекулярном позитронии [6]. В России в Объединенном институте ядерных исследований (Дубна) под руководством И.Н. Мешкова построен накопитель позитронов с электронным охлаждением LEPTA для генерации потоков ортопозитрония [7]. Один из составных элементов установки – электромагнитная ловушка, позволяющая накапливать и формировать пучки позитронов. В Германии в центре GSI в проекте FAIR на установке FLAIR планируются исследования физики антипротонов и ионов [8]. В целом ситуация в области генерации и исследования свойств экзотических атомов продолжает быстро изменяться [9]. Это подтверждают недавние результаты по исследованию внутриатомных переходов в антиводороде [10], эксперименты по действию гравитации на антивещество [11] с целью проверки применимости КЭД и СРТ-теоремы.

В последние годы бурный подъем переживает лазерная физика в области генерации ультракоротких импульсов электромагнитного поля

(УКИ). Эти импульсы из-за их малой продолжительности, сопоставимой с атомным временем, могут проявить внутреннюю динамику атомных и молекулярных систем. Известны успехи в области фемтохимии, отмеченные в 1999 году Нобелевской премией (А. Зивэйл). Значительные успехи в области генерации и использования ультракоротких импульсов электромагнитного поля [12] стимулирует исследования поведения позитрония и других ЭАМС в полях ультракоротких импульсов [13]. Рост интереса к физике таких импульсов связан не только с современными тенденциями лазерной физики и возможностями генерации ультракоротких импульсов [14], но и со значительным прогрессом в технике ускорителей тяжелых ионов, поскольку поля, создаваемые релятивистскими и ультрарелятивистскими заряженными частицами схожи по своим свойствам к полю сжатого светового импульса электромагнитной волны. Например, в экспериментах [15] (см., также [16-19]) исследовалась двойная и однократная ионизация атома Не ударом быстрого тяжелого многозарядного иона  $U^{92+}$  (энергия 1 ГэВ/нук.) и моделировался сверхинтенсивный (более  $10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>), и сверхкороткий ( $\sim 1$  аттосек.) импульс. Получение все более коротких и мощных импульсов электромагнитного поля дает большие перспективы для планирования экспериментов по исследованию экстремальных состояний материи в области атомной и ядерной физики, физики плазмы, физики элементарных частиц. Активно исследуется поведение атомных и молекулярных систем в поле аттосекундных импульсов [20,21]. Обсуждаются возможности генерации йоктосекундных импульсов в кварк-глюонной плазме [22], рождение электрон-позитронных пар в поле сверхинтенсивных импульсов [23], лазерное ускорение заряженных частиц [24], изучение динамики нуклонов в ядре [25]. Процессы с участием отрицательных ионов (ОИ) имеют большое значение в различных технических приложениях [26]. Интерес к ОИ связан, прежде всего, с возможностью быстрого и управляемого

высвобождения слабосвязанного электрона. Поведение ОИ в поле ультракоротких импульсов (УКИ) электромагнитного поля активно исследуется в последнее время. В работах [27, 28] рассматриваются вероятности отрыва слабосвязанного электрона от атомарных ОИ в поле УКИ.

Исследования возможностей генерации экзотических атомов и их взаимодействий с ультракороткими импульсами электромагнитного поля аттосекундной длительности, создаваемыми лазерами или пучками релятивистских многозарядных ионов могут быть востребованы для решения многих научных и прикладных задач в оптике и спектроскопии, физике плазмы, астрофизике, физике экзотических атомов, материаловедении. Это делает выбранное направление исследований актуальным и востребованным для дальнейшего прогресса в вышеперечисленных областях.

**Объект исследования:** малочастичные системы с кулоновским взаимодействием, включая экзотические (позитроний, мезоатом, антипротонный гелий, водород и водородоподобные ионы, гелий, атомарные отрицательные ионы (ОИ) водорода и галогенов, молекулярные отрицательные ионы галогенов, молекулярный положительный ион и молекула водорода), и их компоненты (пучки электронов и позитронов) в интенсивных электромагнитных полях.

**Предмет исследования:** образование и распад экзотических атомных и молекулярных малочастичных систем, динамические процессы ионизации, переходов, переизлучения в интенсивных электромагнитных полях ультракоротких электромагнитных импульсов, которые могут быть созданы, в том числе, и пучками релятивистских тяжелых многозарядных ионов, с учетом корреляционных, интерференционных и ориентационных эффектов.

**Цель и основные задачи исследования:** Создание и развитие методов накопления позитронов и электронов в электромагнитных

ловушках для формирования пучков и последующей генерации экзотических атомно-молекулярных систем. Исследование поведения таких систем в интенсивных электромагнитных полях ультракоротких импульсов путем развития непertурбативных методов квантовой теории, описывающих взаимодействие ультракоротких импульсов аттосекундной и меньшей длительности с атомными и молекулярными системами как фундаментальных квантово-электродинамических процессов на связанных электронах, позитронах, мюонах.

Для реализации поставленной цели решены следующие **основные задачи**:

- исследование динамики сгустка электронов и позитронов в ловушке и выявление роли вращающегося электрического поля в процессе сжатия, долговременного удержания и формирования пучка накапливаемых частиц;
- расчет и оптимизация параметров режима накопления электронов и позитронов с экспериментальной проверкой в «ловушке Сурко» накопителя LEPТА для последующей генерации экзотических атомов;
- анализ процессов столкновений с участием экзотических атомов, приводящих к их распадам: «стряхивание» мюона в мезоатомах в процессе мюокатализа в кратных столкновениях в DTμ смеси и при взаимодействии с последовательностью УКИ, тушение метастабильности антипротонного гелия примесями;
- развитие теории процессов возбуждения и развала связанных состояний малочастичных систем, включая экзотические, индуцированных аттосекундными импульсами электромагнитного поля с учетом ориентационных эффектов и межчастичных корреляций;
- анализ процессов переизлучения УКИ электромагнитного поля при взаимодействии с малочастичными системами (включая экзотические) и выявление интерференционных, ориентационных эффектов, межчастичных корреляций при этом.

### **Основные результаты, полученные в работе**

- предложена трехмерная (3-D) модель накопления электронов и позитронов в «ловушке Сурко», исследована динамика частиц в этой модели и объяснено влияние вращающегося поля и других параметров ловушки на процесс накопления, удержания и сжатия пучка позитронов;
- произведена проверка предложенной модели на результатах экспериментального исследования накопления электронов и позитронов в «ловушке Сурко» с вращающимся электрическим полем установки LEPТА; оптимальные параметры накопления и удержания позитронов подтверждают основные критерии предложенной модели, что позволяет рассчитывать параметры физических установок для генерации атомов позитрония и антиводорода;
- разработан метод расчета скорости замедления позитронов с учетом аннигиляции в веществе в интенсивных электромагнитных полях;
- получены значения сечений «стряхивания» мюона в мезоатомах в результате неупругих процессов при кратных столкновениях и взаимодействиях с УКИ;
- уточнены значения сечений тушения метастабильности антипротонного гелия при столкновениях с примесями;
- разработан метод расчета вероятностей неупругих процессов и ионизации при взаимодействии аттосекундного лазерного импульса с малочастичными системами с кулоновским взаимодействием;
- разработан метод расчета вероятностей переизлучения при взаимодействии аттосекундного лазерного импульса с малочастичными системами с кулоновским взаимодействием;
- получены спектры переизлучения и ионизации при взаимодействии малочастичных систем с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, выявлены корреляционные, ориентационные и интерференционные эффекты при этом взаимодействии;

- предложена возможность управления и контроля состояниями атомарных и молекулярных систем, включая экзотические с помощью УКИ.

Указанные результаты получены впервые, что определяет их **научную новизну**.

#### **Научные положения, выносимые на защиту:**

1. Трехмерная модель, описывающая динамику накапливаемых частиц в электромагнитной ловушке, позволяет сформулировать механизм, объясняющий наблюдаемый в экспериментах резонансный характер влияния вращающегося электрического поля на процесс накопления, удержания, сжатия и формирования пучка позитронов в ловушке с выделением роли связи продольных баунс-осцилляций и концентрации позитронов с частотой вращения поля.
2. Механизм замедления пучка заряженных частиц, влетевших в среду в широком интервале энергий, делает возможным простой расчет замедления позитронов при влете потока позитронов от радиоактивного источника в ловушку и охлаждение позитронов внутри ловушки при столкновениях с молекулами буферного газа с учетом аннигиляций.
3. Механизм «стряхивания» мюона в мезоатомах за счет кратных столкновений и реакций в DT-смеси существенно уменьшает коэффициент прилипания мюона и увеличивает количество циклов мюонного катализа.
4. Метод расчета вероятностей неупругих процессов на основе обобщения приближения внезапных возмущений, вызванных ультракороткими импульсами электромагнитного поля, делает возможной простую аналитическую оценку сечений и вероятностей неупругих процессов возбуждения, ионизации в ЭАМС с учетом ориентационных эффектов и межчастичных корреляций.
5. Метод квантовомеханического расчета позволяет в рамках приближения внезапных возмущений и КЭД описывать неупругие

процессы переизлучения ультракоротких импульсов на связанных электронах и позитронах с учетом интерференционных, ориентационных эффектов и межчастичных корреляций в малочастичных системах с кулоновским взаимодействием.

**Теоретико-методологическая основа исследования.** Исходя из перечисленных задач, для их решения применялись непertурбативные методы теории приближения внезапных возмущений, метод потенциалов нулевого и конечного радиуса, теория возмущений, метод вторичного квантования в применении к теории излучения, вычислительные методы с использованием языков программирования C++ и MATHEMATICA. В силу специфики задач, широко использовались как традиционные, так и разработанные с участием автора методы, в частности теория переизлучения УКИ при взаимодействии с атомами и молекулами. Экспериментальные исследования, которые, с одной стороны, необходимо было выполнять для решения основной задачи данной работы, и которые, с другой стороны, необходимы для апробации корректности основных результатов и выводов работы, основаны на методах накопления и удержания заряженной плазмы античастиц (позитронов) для формирования пучков и последующей генерации экзотических атомов позитрония.

**Достоверность результатов и выводов** диссертационной работы обеспечивается строгостью используемых математических методов и моделей, непротиворечивостью результатов и выводов, их согласованностью с современными представлениями классической электродинамики, квантовой теории, сопоставлением с теоретическим и экспериментальными результатами других исследователей, доступностью простых аналитических оценок и экспериментальными проверками, сделанными при непосредственном участии автора в ОИЯИ (г. Дубна) на установке LEPTA.

**Практическая значимость исследования** заключается, прежде всего, в том, что решена научная проблема поиска оптимальных параметров накопления заряженных частиц в ловушках Пеннинг-Малмбергского типа и представлено объяснение механизма действия вращающегося электрического поля. Проведенное исследование имеет важное значение для последующей генерации атомов позитрония и антиводорода. Предложенные в работе методы исследования взаимодействий УКИ с малочастичными системами с кулоновским взаимодействием, включая экзотические, позволяют с помощью УКИ электромагнитного поля не только контролировать, но и управлять внутренними процессами.

Результаты, полученные в ходе работы над диссертацией, нашли применение в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ (Дубна, Россия) и могут быть использованы в таких научно-исследовательских институтах и лабораториях как Positron Lab (Риверсайд, США), Университет Сан Диего (США), ALPHA (ЦЕРН, Женева, Швейцария), FAIR (GSI, Дармштадт, Германия), Институт Пауля Шеррера (PSI, Швейцария).

**Связь с плановыми работами.** Работа выполнялась в рамках плановых научно – исследовательских работ кафедры теоретической физики Института естественных наук и биомедицины Северного Арктического федерального университета имени М.В. Ломоносова. Часть работ была выполнена при финансовой поддержке в виде грантов Российского фонда фундаментальных исследований (№ 08-02-90700 и № 09-02-90731) и ФЦП Министерства образования Российской Федерации "Научные и научно-педагогические кадры инновационной России", соглашение № 14.А18.21.1302.

**Апробация результатов исследования.** Результаты работы докладывались на международных и всероссийских конференциях, съездах и симпозиумах: ASACUSA theory workshop (ЦЕРН, Женева, Швейцария, 2000), Int. RIKEN Conference Muon Catalyzed Fusion and Related Exotic

Atoms – MuCF01 (Шимода, Япония, 2001), Зимней школе ПИЯФ (Санкт-Петербург, Репино, 2003), международной конференции фундаментальная атомная спектроскопия (ФАС-18, Звенигород, 2007; ФАС-19, Архангельск, 2009; ФАС-20, Воронеж, 2013), Третьем Всероссийском совещании "Прецизионная физика и фундаментальные физические константы" (С. Петербург, 2010 г.), Международной конференции RuPAC (RuPAC 08, Звенигород, 2008; RuPAC 10, Протвино 2010; RuPAC 12, Санкт-Петербург 2012), Международных конференциях по электронному охлаждению COOL (COOL 09, Ланчжоу, Китай, 2009; COOL11, Алушта, Украина, 2011; COOL13, Женева, Швейцария, 2013), Международных семинарах по проблемам ускорителей заряженных частиц памяти В.П.Саранцева (Алушта, Украина, 2009, 2011), Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС (Звенигород, XXXVII-ой конференции, 2010, XXXVIII-ой конференции, 2011, XL-ой конференции, 2013), International Topical SPARC Workshop and Lecture Days (Москва, 2011), XXIV-ом Съезде по спектроскопии (Москва, 2010), EMMI Workshop, Physics Prospects at FLAIR - The Facility for Low-Energy Antiproton and Ion Research (GSI, Дармштадт, Германия, 2012). Также результаты по материалам диссертационной работы докладывались на семинаре кафедры теоретической физики Северного (Арктического) федерального университета (Архангельск), семинаре Сектора электронного охлаждения Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ (Дубна), семинаре «Малочастичные системы» и семинаре «Теория ядра» Лаборатории теоретической физики ОИЯИ (Дубна), семинаре Отделения ядерной физики и астрофизики ФИАН (Москва), семинаре «Квантовая оптика» Института автоматики и электрометрии СО РАН (Новосибирск).

**Публикации.** Представленные в диссертации результаты опубликованы в 45 основных работах, в том числе 21 статья в рецензируемых периодических изданиях, рекомендуемых ВАК (перечень ВАК, Web of Science/Scopus). Кроме того опубликовано 5 статей в

материалах специализированных конференций, индексируемых в базе данных Scopus, остальные работы представляют собой публикации в трудах конференций и сборниках, иных журналах, отчет по НИР, монографию по теме исследования. Список публикаций автора приведен в конце автореферата и диссертации.

**Личный вклад автора.** Из работ по теме диссертации, выполненных в соавторстве, включены результаты, которые были получены лично автором или при его определяющем участии в постановке задач и разработке методов их решения. В части работ с представлением экспериментальных результатов по теме исследования автор участвовал в обсуждении, планировании и проведении экспериментов, а также в интерпретации и теоретической оценке их результатов. В работах 2001 года [A20, A21] автору принадлежат лишь разработка методов численных расчетов и результаты расчета тушения метастабильности антипротонного гелия примесями. Под руководством автора подготовлена одна диссертация на соискание степени кандидата физико-математических наук.

**Объем и структура диссертации.** Диссертация содержит в себе две части по двум циклам работ автора, объединенные общей темой, вынесенной в название. Работа состоит из введения, шести глав и заключения, списка использованной литературы и приложений. Общий объем 248 страниц, включая 12 таблиц, 56 рисунков и список цитируемой литературы из 246 наименований.

## **ЧАСТЬ I Генерация и распад экзотических атомов в интенсивных электромагнитных полях**

К ЭАМС относят электромагнитно связанные системы, содержащие в своей структуре элементарные частицы, получаемые в различных (ядерных) реакциях. В состав ЭАМС могут входить античастицы, что позволяет проводить фундаментальные исследования свойств антиматерии. ЭАМС во множестве рождаются в верхних слоях атмосферы под действием космического излучения или в лабораториях в мишенях ускорителей, ловушках и накопителях. В данной части мы рассмотрим комплекс задач и проблем, возникающих при генерации ЭАМС в лабораторных условиях – в ловушках и накопителях. Представленные результаты позволяют получить количественную информацию об оптимальных параметрах накопления позитронной плазмы для последующей генерации атомов позитрония и антиводорода. Исследования распада мезоатомов и атомов антипротонного гелия в столкновениях позволяют выявить особенности этих процессов, что может помочь как в практических приложениях, так и в фундаментальном исследовании свойств экзотических атомов и антиматерии.

## **ГЛАВА 1 Динамика заряженных частиц в ловушке Пеннинга-Малмберга**

### **1.1 Накопление и удержания заряженной плазмы в ловушках и накопителях**

#### **1.1.1 История создания ловушек и накопителей**

При проведении многих экспериментов в физике антивещества, ионной масс-спектропии необходимо уметь накапливать и долговременно удерживать сгустки заряженных частиц принципиально, уметь управлять их размерами, эффективной температурой [29]. Для удержания заряженных и даже нейтральных частиц в определенной области пространства применяются различные электромагнитные ловушки.

Электромагнитные ловушки позволяют удерживать и исследовать как одиночные, так и группы частиц. В первом случае удержание позволяет произвести высокоточные измерения свойств частиц. Во втором случае – получать интенсивные управляемые пучки из накопленных частиц. При этом удержание за счет электромагнитных сил в ловушках возможно как заряженных ионов или элементарных частиц, так и нейтральных атомов при наличии у них ненулевых дипольных или магнитных моментов. По своим функциям ловушки схожи с накопительными кольцами в ускорителях, однако отличаются конструктивно и позволяют удерживать частицы при отсутствии циркуляции. В накопителях при этом возможно формировать гораздо более интенсивные сгустки частиц (только заряженных), выводя их после охлаждения в бустеры или другие элементы ускорительного комплекса. Различаются ловушки и накопители и по способам охлаждения частиц. В накопителях часто используется электронное, стохастическое охлаждение.

В электромагнитных ловушках – буферный газ, лазерное охлаждение. В накопителях и ловушках для охлаждения также применяется радиационное затухание. Конструкция первого накопителя была предложена в 1956 году Дж. О'Нилом [30]. Первые электромагнитные ловушки были созданы чуть раньше, на рубеже 40-50 гг. XX столетия. По назначению они разделились на ловушки для удержания высокотемпературной плазмы (токамаки, стеллараторы) в экспериментах по термоядерному синтезу и ловушки для удержания заряженных и нейтральных частиц.

Конструкция токамака для управляемого термоядерного синтеза была предложена А.Д. Сахаровым и И.Е. Таммом в 1951 году, но не опубликована в открытой печати по причине секретности в связи с параллельно проводившимися работами по термоядерному оружию. Стелларатор изобретён Л. Спитцером в 1951 г. [31]. Идея магнитной ловушки открытого типа (пробкотрона) была предложена Г.И. Будкером [32] и независимо Р. Постом [33] в 1953 г.

Практически одновременно начинаются работы по долговременному удержанию и охлаждению относительно небольшого числа заряженных и нейтральных частиц. Прототип первой ловушки такого типа предложен Д. Р. Пирсом [34] в 1949 г. Создать действующую установку удалось Х. Демельту [35] в 1959 г., с ее помощью удалось долговременно удерживать один электрон [36]. Ловушка получила название в честь Е.М. Пеннинга, впервые [37] предложившего использование поперечного магнитного поля для удержания разрядной плазмы. В 1953 году [38] была создана радиочастотная ионная ловушка Пауля. За цикл работ по ловушкам и эксперименты по удержанию и манипулированию состояниями ионов и электронов В. Паулю и Х. Демельту была вручена Нобелевская премия в 1989 г. [39, 40]. Необходимо также отметить еще одну ловушку с минимумом магнитного поля в центре, предложенную В.В. Владимирским [41] в 1960 г. Вскоре [42] группа под руководством М.С. Иоффе предложила конструкцию такой ловушки, однако технически реализовать

идею удалось Д. Притчарду [43]. Устройство для удержания нейтральных частиц с магнитным моментом получило название ловушка Иоффе-Притчарда.

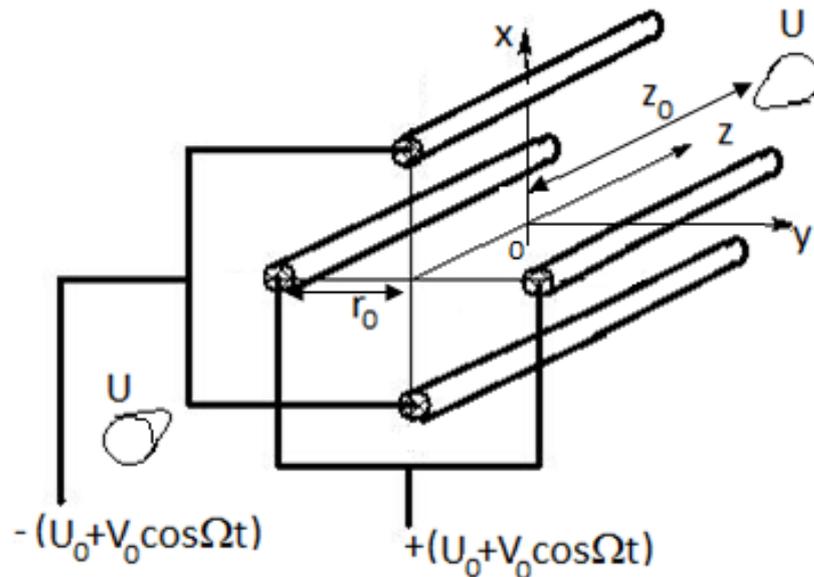
В 1978 году впервые Х. Демельтом [44] было предложено накапливать частицы антивещества позитроны в ловушке с использованием магнетронного дрейфа, что было реализовано [45] в 1981 г. Далее все успехи в области накопления, удержания античастиц, экзотических атомов связаны с использованием вышеперечисленных ловушек и накопителей и их модернизаций. Далее мы остановимся на принципах работы некоторых ловушек, часто используемых в экспериментах с антивеществом.

### 1.1.2 Ловушка Пауля

Радиочастотная ловушка Пауля [39] состоит из шести электродов - четырех продольных стержней на расстоянии  $r_0$  от оси симметрии и двух колпаков с гиперболической поверхностью на расстоянии  $z_0$  от центра ловушки (см. рис. 1.1). Колпаки поданным электростатическим полем удерживают частицы в продольном направлении. Однако, чтобы накапливаемые частицы (чаще всего ионы) находились в устойчивом положении, постоянного поля недостаточно. Для стабилизации частиц на продольные стержни подается переменное периодическое (синусоидальное) электрическое поле с частотой  $\Omega$ :

$$\Phi(x, y, z) = \frac{(U_0 + 2V_0 \cos[\Omega t])(2z^2 - x^2 - y^2)}{2d^2},$$

где  $d^2 = r_0^2 + z_0^2$ ,  $U_0, V_0$  - значения потенциалов для управления режимами работы ловушки.



**Рис. 1.1:** Схематичное изображение линейной ловушки Пауля

Здесь и далее, до упоминания иного, используется гауссова система единиц (см. Приложение А). Переменное поле имеет квадрупольную конфигурацию, его можно представить в виде седла. Для линейной ловушки, изображенной на рис. 1.1, это выполняется только вблизи центра ловушки. Где и находятся частицы (начало координат). В принципе, линейные проводники можно заменить на части гиперболической поверхности с четырьмя узкими продольными разрезами. Тогда эквипотенциальные поверхности будут гиперболическими практически во всех точках внутри ловушки. Потенциал задает устойчивое положение равновесия частиц вблизи оси симметрии по одному направлению в плоскости  $xOy$ , но при этом в перпендикулярном направлении положение равновесия неустойчиво. Если такая картина распределения потенциалов останется неизменной, то частица начинает “скатываться” из положения неустойчивого равновесия, однако если периодически менять потенциал на стержневых электродах, то можно подобрать такую частоту изменения поля, при которой дефокусировка вдоль одного из направлений исчезает. Таким образом, можно заставить частицы сфокусироваться вблизи оси ловушки или совершать достаточно сложное движение по траекториям,

зависящим от параметров поля радиочастоты переменного напряжения, приложенного к ловушке и массы и заряда удерживаемых частиц. Можно добиться, чтобы в ловушке при заданных параметрах удерживались только ионы одного типа. Тем самым ловушка Пауля может использоваться как масс-спектрометр. Ловушки Пауля имеют большую историю использования в различных экспериментах. С помощью этой ловушки удается охладить единичные ионы до очень низкой температуры и наблюдать кристаллизацию небольших групп ионов [46].

### 1.1.3 Ловушка Пеннинга

В ловушке Пеннинга [40] кроме статического электрического поля используется постоянное однородное магнитное поле, и пространственно неоднородное электрическое поле для хранения заряженных частиц. К гиперболическим концевым электродам и кольцевому центральному электроду приложена постоянная разность потенциалов  $V_0$ , что приводит к образованию электростатического аксиально-симметричного квадрупольного поля:

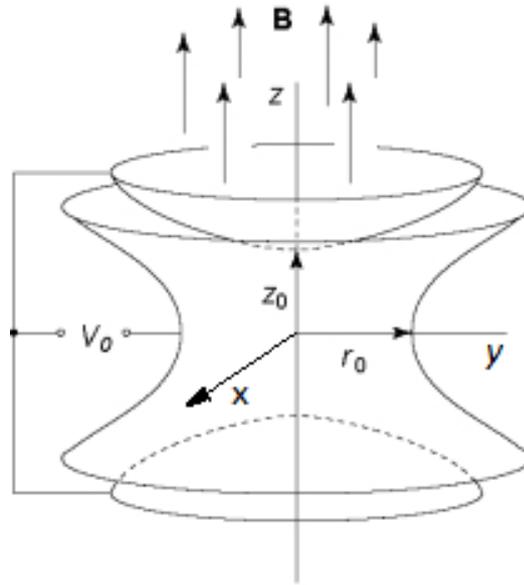
$$\Phi(x, y, z) = V_0 \frac{x^2 + y^2 - 2z^2}{r_0^2 - 2z_0^2}$$

Сборка электродов помещена в соленоид, создающий однородное статическое магнитное поле  $\mathbf{B}$  вдоль оси симметрии ловушки (см. рис. 1.2). Наличие этих полей задает достаточно сложную траекторию движения частиц в ловушке. Схематично траектории изображены на рис. 1.3. Можно выделить продольные (по отношению к оси  $z$ ) осцилляции с частотой  $f_b$ . В плоскости  $xOy$  траектории состоят из эпициклов, вращение по малому кругу (в достаточно сильном магнитном поле) – циклотронное вращение с частотой  $f_c$ , вращение по большому кругу – магнетронное вращение с частотой  $f_m$ . Значения этих частот для частицы с зарядом  $Z$  и массой  $m$  равны при условии сильного магнитного поля

$$f_b = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{ZV_0}{m(r_0^2 - 2z_0^2)}},$$

$$f_c = \frac{ZB}{2\pi mc},$$

$$f_m = \frac{cV_0}{\pi B(r_0^2 - 2z_0^2)}.$$



**Рис. 1.2:** Схема ловушки Пеннинга

Величины этих частот зависят от величины полей и геометрии ловушки. Вдоль оси симметрии ловушки движение частиц достаточно простое – продольные баунс (т.е. блуждающие) осцилляции в параболическом потенциале. В плоскости, перпендикулярной оси ловушки сильное влияние оказывает магнитное поле. Во-первых, оно задает ларморово вращение по кружку радиуса  $r_c = v / (2\pi f_c)$ , где  $v$  - проекция скорости на плоскость  $xOy$  (см. рис. 1.3). Во-вторых, при наличии радиального поля за счет потенциалов ловушки либо пространственного заряда сгустка накопленных частиц начинается проворот за счет дрейфа в скрещенных полях (электрическом и магнитном) [47]. Данное движение характерно для магнетронов, поэтому название оно получило

магнетронное вращение. Происходит вращение зарядов вокруг оси симметрии электрического поля параллельной магнитному полю.

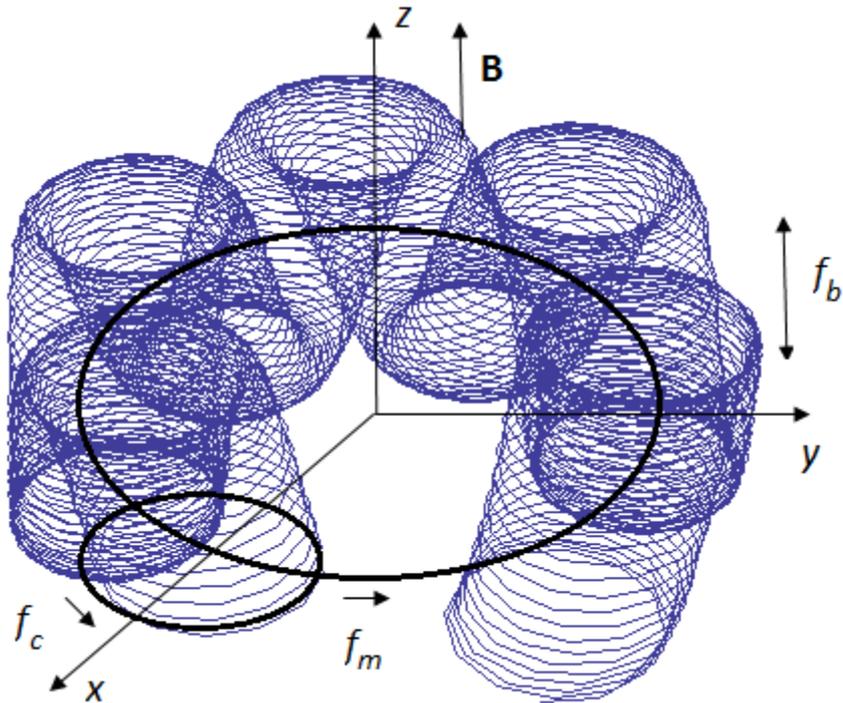


Рис. 1.3: Траектории частиц в ловушке Пеннинга

#### 1.1.4 Ловушка Пеннинга-Малмберга

Ловушка Пеннинга-Малмберга [48] (рис. 1.4) представляет собой модификацию ловушки Пеннинга и состоит из набора электродов в форме пустотелых цилиндров. К электродам приложена статическая разность потенциалов так, чтобы крайние электроды создавали на оси запирающий потенциал. Это удерживает заряженные частицы в продольном направлении. В поперечном направлении от ухода частиц на стенки удерживает статическое продольное магнитное поле  $\mathbf{B}$ . Наличие большого пространства внутри цилиндров позволяет за счет создания большой разности потенциалов удерживать значительно большее число частиц, чем

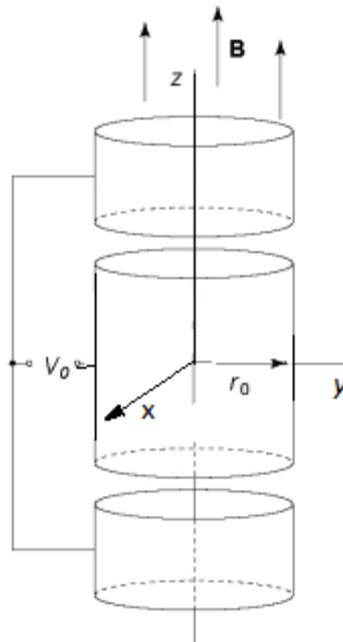
в ловушках, описанных выше. Потенциал внутри цилиндров может быть найден при решении соответствующей граничной задачи Дирихле:

$$\Phi(r, z) = 2V_0 \sum_i^{\infty} \frac{J_0(\mu_i r / r_0) \cosh[\mu_i z / r_0]}{\mu_i J_1(\mu_i) \cosh[\mu_i z_0 / r_0]} \frac{r^2 - 2z^2}{r_0^2 - 2z_0^2},$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $J_0$ ,  $J_1$  - функции Бесселя первого рода соответствующего порядка,  $\mu_i$  - корни функций Бесселя. В случае нахождения частиц в ловушке вблизи оси и центра ловушки ( $\mu_i r \ll 1$ ,  $\mu_i z \ll 1$ ) решение упрощается и его можно представить [49, 50] как поле близкое к электростатическому аксиально-симметричного квадруполью:

$$\Phi(r, z) \approx 2V_0 \sum_i^{\infty} \frac{1}{\mu_i J_1(\mu_i) \cosh[\mu_i z_0 / r_0]} - \\ - V_0 (r^2 - 2z^2) \sum_i^{\infty} \frac{\mu_i}{J_1(\mu_i) \cosh[\mu_i z_0 / r_0]}.$$

Тем самым с хорошей степенью точности можно описывать движение частиц как в ловушке Пеннинга.



**Рис. 1.4:** Ловушка Пеннинга – Малмберга

Существует несколько ограничений на максимальное число частиц, накапливаемых в ловушке. Первое – это ограничение по пространственному заряду. Потенциал, создаваемый на оси сгустком заряженных частиц с концентрацией  $n$  и зарядом  $Z$  может быть определен [51] как

$$\varphi(r, z) = Zn\pi a^2 \left( 2 \ln \frac{r_0}{a} + 1 - \frac{r^2}{a^2} \right),$$

где  $a$  - радиус сгустка в виде цилиндра. Как только потенциал  $\varphi(r, z)$  превысит запирающие потенциалы ловушки  $\Phi(r, z)$ , дальнейшее повышение числа накопленных частиц будет невозможно.

Второе ограничение определяется магнитным полем и также зависит от концентрации частиц. Это возможный режим «потока Бриллюэна» [52], когда сила пространственного кулоновского заряда в сгустке перестает компенсироваться удерживающей силой Лоренца в радиальном направлении. Согласно этому пределу  $n_B \leq B^2 / (8\pi mc^2)$ . В виду обратной зависимости от массы, «включение» режима «потока Бриллюэна», в первую очередь, угрожает стабильности сгустков из массивных частиц.

Такие ловушки способны удерживать больше частиц по отношению к пеннинговским ловушкам за счет больших продольных размеров. Если бы не было рассеяния и диффузии на остаточном газе, то частицы, обладающие суммарным зарядом, удовлетворяющим вышеуказанным соотношениям, не соприкасались со стенками время, стремящееся к бесконечности при идеальных условиях. Однако, именно за счет рассеяния на молекулах остаточного и буферного (в условиях его использования, описанных далее) газа происходит поперечная диффузия накапливаемых частиц и, как следствие, резкое уменьшение максимального числа накопленных заряженных частиц. Учет поперечной диффузии за счет столкновений приводит к необходимости обеспечения высоких степеней вакуума с давлением ниже  $10^{-4}$  Па. Время удержания электронных

сгустков оказывается прямо пропорциональным квадрату индукции магнитного поля и обратно пропорциональным давлению остаточного газа [48]. В случае удержания античастиц, склонных к аннигиляции в столкновениях вакуум должен быть улучшен на 2-3 порядка. Еще одним ограничением является рассеяние на неизбежных неоднородностях магнитного и электрических полей. Роль диффузии на стенки в этом случае значительно возрастает с длиной  $L$  удерживаемых сгустков в области накопления. Время удержания в этом случае при высокой степени вакуума будет пропорционально отношению  $(B / L)^2$  [53].

Несомненным достоинством магнитной ловушки Пеннинг-Малмберговского типа является простота обеспечения инжекции в область накопления и вывода частиц из ловушки, что делает ее удобной для накопления заряженной плазмы из античастиц. Однако для эффективного их захвата от потока радиоактивного источника необходима техника с использованием буферного газа, описанная далее.

### **1.1.5 Модификации и использование ловушек заряженных и нейтральных частиц**

Нужно отметить, что описанные открытые электромагнитные ловушки и их модификации с успехом используются в современной атомной физике. С помощью них можно удерживать как заряженные, так и нейтральные частицы [54, 55]. Ловушки перечисленных типов используются как в фундаментальных, так и прикладных целях. В качестве прикладных задач с помощью ловушек проводят масс-спектрометрию и определение состава исследуемых веществ [56]. Нейтральные частицы, обладающие отрицательной поляризуемостью, удерживаются за счет конфигураций электростатического поля и эффекта Штарка. Это возбужденные ридберговские атомы, некоторые молекулы. За счет особой

геометрии магнитных полей в ловушках типа пробкотрона удерживаются нейтральные частицы с ненулевым магнитным моментом [57]. Успехи в области лазерного охлаждения, пленения атомом светом [58] позволили реализовать магнитооптическую ловушку для атомов. В 1997 году руководителю группы Стэнфордского университета С.Чу была вручена нобелевская премия за успехи в этой области [59].

Используя атомные ловушки и различные методы охлаждения, в 1995 году удалось получить конденсат атомов Бозе-Эйнштейна, что также было отмечено нобелевской премией 2001 года, врученной Э.А. Корнеллу, В. Кеттерле и К. Виману [60].

Стоит также отметить достижения в области создания квантовых компьютеров. В 2012 году Д. Вайленду и С. Арошу была вручена нобелевская премия за «создание прорывных технологий манипулирования квантовыми системами, которые сделали возможными измерение отдельных квантовых систем и управление ими» [61]. С помощью лазерного охлаждения ионов в квадрупольных ловушках была реализована принципиальная возможность управления квантовыми системами, что делает возможным квантовые вычисления.

С другой стороны непрерывно развивается и совершенствуется техника и методы накопления и удержания заряженной плазмы из античастиц. Здесь необходимо упомянуть группу Сурко из Сан-Диего (США) и группу Милса из Риверсайда (США), которым удаётся накапливать свыше  $10^{10}$  позитронов [9], а также эксперименты группы ALPHA по генерации и долговременному удержанию атомов антиводорода [2]. В этих экспериментах также используются открытые электромагнитные ловушки. Достигнуть таких результатов удается благодаря модернизации Сурко ловушки Пеннинга-Малмберга. Суть модернизации состоит в использовании буферного газа при накоплении позитронов от радиоактивного источника. Неупругие столкновения позитронов с молекулами буферного газа позволяют их локализовать в

области накопления, оставляя ловушку открытой со стороны радиоактивного источника во время аккумуляции позитронов. Еще одним усовершенствованием является введение разрезных электродов в области накопления, благодаря которым можно создавать вращающееся электрическое поле в плоскости перпендикулярной оси симметрии ловушки. Такое поле при выборе оптимальных параметров способно вызвать увеличение Тем самым мы видим, что происходит бурный прогресс и развитие в области ловушек для нейтральных и заряженных частиц. Это делает актуальным и востребованы дальнейшее развитие и совершенствования методов накопления и удержания частиц в ловушках.

## 1.2 Динамика позитронов в цилиндрической ловушке

### 1.2.1 Поперечное движение: циклотронное вращение и магнетронный дрейф

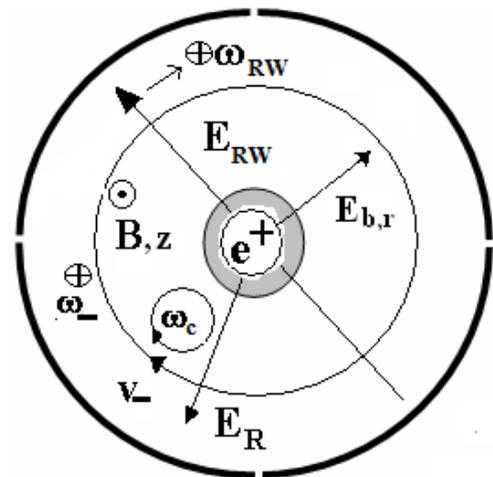
Здесь мы ограничимся рассмотрением одночастичного приближения в поле сгустка заданной конфигурации. Поиск самосогласованного решения является, несомненно, более

сложной задачей, и будет проведен далее. Наша цель здесь провести качественный анализ причин наблюдаемого эффекта. Уравнение имеет вид:

$$m\dot{\mathbf{v}} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}[\mathbf{v} \times \mathbf{B}] - k\mathbf{v},$$

где  $\mathbf{E} = \mathbf{E}_R + \mathbf{E}_b + \mathbf{E}_{RW}$ ,  $e$ ,  $m$  - заряд

и масса частицы или группы частиц. На рис. 1.5 представлены поперечные



**Рис. 1.5:** Поперечный разрез ловушки. Схематическое изображение поперечных полей и дрейфов для позитронного сгустка

по отношению к оси симметрии (ось  $z$ ) ловушки поля:  $\mathbf{B}$  – магнитная индукция однородного продольного поля,  $\mathbf{E}_{RW}$  – вращающееся с частотой  $\omega_{RW}$  и амплитудой  $U_{RW}$  электрическое поле («Rotating Wall», «вращающейся стенка» – RW) в области разрезных электродов в т.н. «ловушке Сурко». При однородном (для простоты решения) распределении плотности частиц в центральной области и осевой симметрии сгустка в виде длинного вытянутого цилиндра поле пространственного заряда сгустка  $\mathbf{E}_R = m\omega_p^2 \mathbf{r} / (2e)$ , где  $\omega_p = \sqrt{4\pi n e^2 / m}$  – плазменная частота,  $n$  – концентрация накапливаемых частиц.  $\mathbf{E}_b = \mathbf{E}_{b,r} + \mathbf{E}_{b,z}$  – электрическое поле запирающих электродов ловушки и его компоненты относительно оси ловушки. Распределение потенциала можно аппроксимировать зависимостью  $U(z, r) = U_0 (z^2 - r^2 / 2) / (2d^2)$ , где  $d^2 = (Z_0^2 - R_0^2 / 2) / 2$ ,  $Z_0 = L_0 / 2$  определяются геометрическими размерами ловушки в области накопления ( $L_0$  – длина и  $R_0$  – радиус области). В результате получаем  $\mathbf{E}_{b,r} = \mathbf{r}U_0 / (2d^2)$ ,  $\mathbf{E}_{b,z} = -\mathbf{z}U_0 / d^2$ . Вращающееся поле можно записать

$$\mathbf{E}_{RW} = \frac{U_{RW}}{2R_0} \{ \cos[\omega_{RW} \cdot t] \cdot \mathbf{i} - \sin[\omega_{RW} \cdot t] \cdot \mathbf{j} \}.$$

Действие буферного газа  $N_2$  в первом приближении можно свести к вязкому трению с силой  $F_{fr} = -k \cdot v$ , где  $k$  – коэффициент трения,  $v$  – скорость частицы. Скорость потерь энергии в упругих и неупругих столкновениях можно оценить как:  $-dE / dt = \langle \Delta E \rangle \nu = F_{fr} \nu = k v^2$ , где  $\langle \Delta E \rangle$  – средняя потеря энергии за столкновение в каком-либо процессе,  $\nu$  – частота столкновений:  $\nu = \sigma n_N v$ , где  $\sigma$  – сечение процесса,  $n_N$  – концентрация молекул  $N_2$ . Используя известные сечения [62], можно получить численные значения коэффициента трения для упругих и неупругих процессов (электронное возбуждение, ионизация, возбуждение

колебательных и вращательных уровней в молекуле):  
 $K = k / m = \sigma n_N \nu \langle \Delta E \rangle / (2E)$ . Процедура получения значений коэффициента трения описана в разделе (1.3).

В итоге уравнения движения имеют вид:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{2} x + \dot{y} \omega_c - A_{RW} \theta[D - z - Z_0] \cos[\omega_{RW} \cdot t] - K\dot{x} \\ \ddot{y} = \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{2} y - \dot{x} \omega_c + A_{RW} \theta[D - z - Z_0] \sin[\omega_{RW} \cdot t] - K\dot{y} \\ \ddot{z} = -\omega_z^2 z - K\dot{z} \end{cases} \quad (1.1)$$

Здесь  $A_{RW} = eE_{RW} / m = eU_{RW} / (2mR_0)$ ,  $\omega_z = \sqrt{eU_0 / md^2}$  - баунс-частота. Принято, что зависимость RW-поля от продольной к оси ловушки координаты  $z$  описывается функция Хевисайда  $\theta(z)$ ,  $D$  длина электрода с RW-полем. Остановимся на решении уравнений движения в поперечной по отношению к направлению магнитного поля плоскости. Будем искать решение вне области действия вращающегося поля. Это будет совокупность двух вращений с частотами

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_c}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 2 \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{\omega_c^2}} \right).$$

Можно разделить движения на быстрое циклотронное вращение с радиусом  $r_+$  и частотой  $\omega_+ \approx \omega_c = eB / mc$  и медленное дрейфовое движение с радиусом  $r_-$  и магнетронной частотой

$$\omega_- \approx (\omega_p^2 + \omega_z^2) / 2\omega_c \ll \omega_c. \quad (1.2)$$

Последнее соотношение справедливо в сильном магнитном поле, когда концентрация пространственного заряда сгустка позитронов мала  $B \gg c\sqrt{2\pi n t}$ . Точные соотношения связи между частотами:

$$\omega_+ + \omega_- = \omega_c, \quad \omega_+ \omega_- = \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{2}, \quad \omega_+^2 + \omega_-^2 + \omega_p^2 + \omega_z^2 = \omega_c^2.$$

В целом решение уравнений (1.1) типично для ловушки Пеннинг-Малмбергского типа. Роль силы трения в решении уравнений поперечного движения приведена в следующем разделе.

### 1.2.2 Продольные баунс-осцилляции

В нулевом приближении частота продольных баунс-осцилляций находится оценочно достаточно просто:

$$f_z = \omega_z / 2\pi \approx v_{\parallel} / 2L_0. \quad (1.3)$$

Здесь  $v_{\parallel}$  - продольная по отношению к оси скорость частиц. Решение уравнений движения дает продольное движение в виде затухающих осцилляций.

$$z = z_0 e^{-Kt} \cos[\omega_z t + \varphi_0] \quad (1.4)$$

Баунс-частота  $\omega_z$  определяется глубиной потенциальной ямы, создаваемой запирающими электродами с учетом действия пространственного заряда накапливаемых частиц. Здесь  $\varphi_0$  фаза влета частиц в область накопления. Как показано далее, учет продольного движения (1.4) принципиально важен для формулируемой модели, описывающей движение заряженных частиц в ловушке.

## 1.3 Неупругие взаимодействия позитронов с молекулами буферного газа

В 1978 году группой Демельта была реализована схема захвата позитронов в пеннинговскую ловушку с помощью буферного газа. Подробное описание методики использования буферного газа в «ловушке Сурко» дано ниже (в разделе 2.1). Рассмотрим роль буферного газа в ловушке более подробно. Будем использовать для оценок типичные для наших экспериментов [7] значения параметров. Определим коэффициент

трения, приведенный к массе  $K = \frac{k}{m}$ , размерность  $[1/c]$ , имеет смысл, по сути, показателя расширения. Циклотронное вращение быстро затухает (велико влияние диссипативной силы на движения с большими скоростями), но циклотронный радиус мал и эффект незаметен в условиях сильного магнитного поля и небольших концентраций заряженных частиц в ловушке. Магнетронное движение затухает гораздо медленнее, обеспечивая дрейф накапливаемых частиц на стенки.

При решении классических уравнений движения в одночастичном приближении необходимо определить коэффициент  $K$ . Оценим его исходя из потерь энергии частиц в веществе:

$$-\frac{dE}{dt} = \langle \Delta E \rangle \nu,$$

Здесь  $\langle \Delta E \rangle$  - средняя потеря энергии в результате одного столкновения в каком-либо процессе,  $\nu$  - частота столкновений, с «включением» этого процесса. Частота столкновений через сечение процесса  $\sigma$  равна  $\nu = \sigma n v$ , где  $n$  - концентрация молекул буферного газа,  $v$  - скорость легкой частицы в столкновении. Учитывая, что потери энергии происходят за счет работы силы трения  $F_{fr}$ , имеем:

$$-\frac{dE}{dt} = \langle \Delta E \rangle \nu = F_{fr} v = k v^2,$$

$$\langle \Delta E \rangle \nu = k \frac{2}{m} E, \quad K = \frac{k}{m} = \frac{\langle \Delta E \rangle \nu}{2E}.$$

*Учет аннигиляции.* В дальнейшем рассмотрении стоит учесть, что часто можно пользоваться данными и формулами для расчетов процессов с электронами, а не позитронами. Столкновения позитронов с молекулами вещества часто описывается практически теми же соотношениями, что и для электронов. Необходимо только дополнительно учесть эффекты аннигиляции налетающего позитрона с электроном вещества и исключить из расчётов эффект обмена. Сечение аннигиляции обратно

пропорционально скорости позитронов (при нерелятивистских скоростях столкновения):  $\sigma_{ann} \sim 1/\nu$ , поэтому позитроны аннигилируют, практически потеряв всю свою энергию. Правда, перед этим они должны «найти» свободный электрон для аннигиляции, если свободных электронов нет, они его должны предварительно оторвать от молекул в акте ионизации. В области накопления в ловушке обычно энергии позитронов уже недостаточно для процесса ионизации, поэтому позитроны, даже охладившись до низких энергий, достаточно долго не аннигилируют. Сечения прямого механизма аннигиляции позитронов на электронах «на лету» очень малы (см., например [63])  $\sigma_a = \pi r_0^2 c / \nu$ , где  $r_0$  – классический радиус электрона. Согласно модели «щели Оре» энергия позитрона для дальнейшего образования позитрония и аннигиляцией последнего должна превышать  $J - 6.8 \text{ эВ}$  и не превышать энергию ионизации  $J$  (или возбуждения первого электронного уровня, для азота это 6.2 эВ). Для молекулярного азота щель это будет от 8.8 эВ до 15.6 эВ. Сечение аннигиляции позитронов на молекулах должно учитывать должны учитывать число электронов в молекуле, валентность, поляризационные эффекты и структуру энергетических уровней. Это дает соотношение для сечения аннигиляции  $\sigma_a = \pi r_0^2 c Z_{eff} / \nu$ , где  $Z_{eff}$  (для азота  $Z_{eff} = 30.5$ ) – учитывает эффективное количество электронов в молекуле, способствующее аннигиляции с учетом всех эффектов взаимодействия [64]. Для скорости процесса аннигиляции можно записать  $\nu_a = \sigma_a n \nu = \pi r_0^2 c Z_{eff} n$ , здесь  $n$  – концентрация молекул азота при комнатной температуре и давлении в области накопления  $p = 10^{-6} \text{ Torr}$   $n = p / (kT) = 3.2 \cdot 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ . Тогда

$$\nu_a = \pi r_0^2 c Z_{eff} n \approx 7.5 \cdot 10^{-3} \text{ c}^{-1}.$$

Т.е. при плотностях и выборе буферного газа, типичных для экспериментов с накоплением позитронов в ловушках с буферным газом, события аннигиляции очень редки.

*Упругие процессы.* Выберем нижнюю границу значения коэффициента трения, исходя из потерь энергии позитронами при столкновениях с молекулами буферного газа. Учтем, что в упругом столкновении легкой частицы с массой  $m$  и кинетической энергией  $E$  с покоящейся частицей массой  $M$  передается энергия порядка  $\Delta E = 2mE / M$ . Тогда используя  $\sigma_D$ -сечение обмена импульсом в упругих столкновениях или транспортное сечение, получим:

$$K_{el} = \frac{k}{m} = \frac{m}{M} \nu = \frac{m}{M} \sigma_D n v = \frac{m}{M} \sigma_D n \sqrt{\frac{2E}{m}}.$$

Учтем малость отношения  $m/M$  (позитрон с молекулой азота,  $m/M \leq 2 \cdot 10^{-5}$ ). Определим частоту столкновений. Сечение  $\sigma_D$  определим из [62], [65-69], взяв соответствующие значения для электронов. Позитрон при энергии 1 эВ имеет скорость  $v = 6 \cdot 10^7$  см/с,  $\sigma_D \approx 10^{-15}$  см<sup>2</sup>, частота столкновений  $\nu \approx 2000$  с<sup>-1</sup>, при понижении температуры частиц до комнатной (0.026 эВ),  $v = 0.95 \cdot 10^7$  см/с,  $\sigma_0 \approx 2 \cdot 10^{-16}$  см<sup>2</sup>,  $\nu \approx 60$  с<sup>-1</sup>. Частота столкновений достаточно мала, т.е. трение в упругих столкновениях не играет заметной роли:  $K_{el} \leq 2 \cdot 10^{-2}$  с<sup>-1</sup>.

*Передача энергии в колебательные степени свободы молекул.* Энергия колебательного движения молекул [67] может быть записана как

$$E_v = h\nu_{os} (n_{os} + 1/2),$$

где  $\nu_{os}$  - характерная частота колебаний двухатомной молекулы (для азота  $\nu_{os} = 0.71 \cdot 10^{14}$  с<sup>-1</sup>),  $n_{os}$  - колебательные квантовые числа (0,1,2...). При переходе между уровнями  $n_{os1}$  и  $n_{os2}$  выделяется или поглощается энергия  $\Delta E_v = h\nu_{os} (n_{os2} - n_{os1})$ . Для азота практическая формула может быть записана как

$$\Delta E_v = 0.29[\text{эВ}](n_{os2} - n_{os1}).$$

Такое расстояние между уровнями определяется из схемы энергетических уровней для азота. Средняя энергия, передаваемая при возбуждении 8-ми первых колебательных уровней равна

$$\langle \Delta E_v \rangle = 0.29[\text{эВ}] \frac{\sum_{k=1}^8 k}{8} \approx 1.3 \text{эВ}.$$

Механизм передачи энергии в колебательное движение молекул становится существенным при энергии больше или порядка средней. При энергии в диапазоне от 1 до 0.29 эВ сечение  $\sigma_v$  меняется от  $10^{-18} \text{см}^2$  до  $10^{-19} \text{см}^2$ . Частота таких столкновений при этом меняется от

$$\nu_1 = \sigma_v n v \approx 2 \cdot 10^{-18} \text{см}^2 \cdot 3.2 \cdot 10^{10} \text{см}^{-3} \cdot 6 \cdot 10^7 \text{см/с} = 4 \text{с}^{-1}$$

до

$$\nu_2 = \sigma_v n v \approx 10^{-19} \text{см}^2 \cdot 3.2 \cdot 10^{10} \text{см}^{-3} \cdot 3 \cdot 10^7 \text{см/с} = 0.1 \text{с}^{-1}.$$

Расчет с этими данными дает коэффициент трения как  $0.05 \text{с}^{-1} \leq K_{os} \leq 1 \text{с}^{-1}$ .

При энергии позитронов в 2 эВ частота столкновений

$$\nu_3 = \sigma_v n v \approx 5 \cdot 10^{-16} \text{см}^2 \cdot 3.2 \cdot 10^{10} \text{см}^{-3} \cdot 8.5 \cdot 10^7 \text{см/с} = 1360 \text{с}^{-1},$$

$$K_{os} \approx 350 \text{с}^{-1},$$

т.е. в узком диапазоне энергий от 1 до 2 эВ коэффициент трения увеличивается на 2 порядка. От 2 до 5 эВ трение уменьшается на 1 порядок. С 5 эВ до 15 эВ начинаются потери энергии на возбуждение электронных уровней ( $\langle \Delta E_e \rangle \approx 6.2 \text{эВ}; 8.4 \text{эВ} \dots$ ), диссоциацию ( $\langle \Delta E_d \rangle \approx 9.8 \text{эВ}$ ) и ионизацию ( $\langle \Delta E_i \rangle \approx 15.6 \text{эВ}$ ). Сечение ионизации при превышении порога сначала растет, а затем начинает уменьшаться. По классической формуле Томсона – максимум сечения при энергии позитронов порядка двух потенциалов ионизации, в эксперименте максимум сдвинут в область больших энергий.

*Учет вращения молекул.* Во всем диапазоне энергий действует механизм передачи энергии во вращательный степени свободы молекулы [65-69]. Энергия вращательного движения может быть записана как

$$E_{rot} = B_e j(j+1),$$

где  $B_e$  - характерная энергия ротатора двухатомной молекулы (для азота  $B_e = 2.9K = 2.5 \cdot 10^{-4}$  эВ),  $j$  - вращательные квантовые числа (0,1,2...). При переходе между уровнями  $j_1$  и  $j_2$  выделяется или поглощается энергия  $\Delta E_{rot} = B_e(j_2^2 - j_1^2 + j_2 - j_1) = B_e(j_2 - j_1)(j_2 + j_1 + 1)$ . Для двухатомных молекул, состоящих из одинаковых атомов изменение  $j$  возможно только на число кратное 2. Для азота при комнатной температуре  $j_1(j_1 + 1) \approx 100$ , начальное  $j_1 \approx 10$ , ближайшее по правилу отбора  $j_1 \approx 12$ , тогда  $\Delta E_{rot} = 46B_e \approx 10^{-2}$  эВ. Расчет с этими данными дает коэффициент трения как  $0.1c^{-1} \leq K_{rot} \leq 2.5c^{-1}$ .

Нужно отметить, что учет перехода энергии во вращательные степени свободы носит наиболее оценочный характер, т.к. до сих пор нет экспериментов, в которых корректно были бы разделены при низких энергиях электронов или позитронов потери на возбуждение колебаний, вращения и упругие столкновения. Есть только теоретические расчеты сечений возбуждения вращательных мод и потерь энергии в таких процессах. Для более тщательных оценок воспользуемся формулой, предложенной [70]:

$$\left(\frac{dE}{dt}\right)_{rot} = 3\sqrt{\frac{2E}{m}}\sigma_{02}nB_e \times$$

$$\frac{\sum_j (1+a)e^{-\frac{B_e j(j+1)}{kT}} \left\{ (j+1)(j+2)\sqrt{1 - \frac{2B_e(2j+3)}{E}} - j(j-1)\sqrt{1 + \frac{2B_e(2j-1)}{E}} \right\}}{\sum_j (1+a)(2j+1)e^{-\frac{B_e j(j+1)}{kT}}}$$

При суммировании учесть, что параметр  $a$  для ядерных спинов молекулы 1 (в частности для азота) равен 1 при четных  $j$  и равен 0 при нечетных.

Тогда с учетом того, что

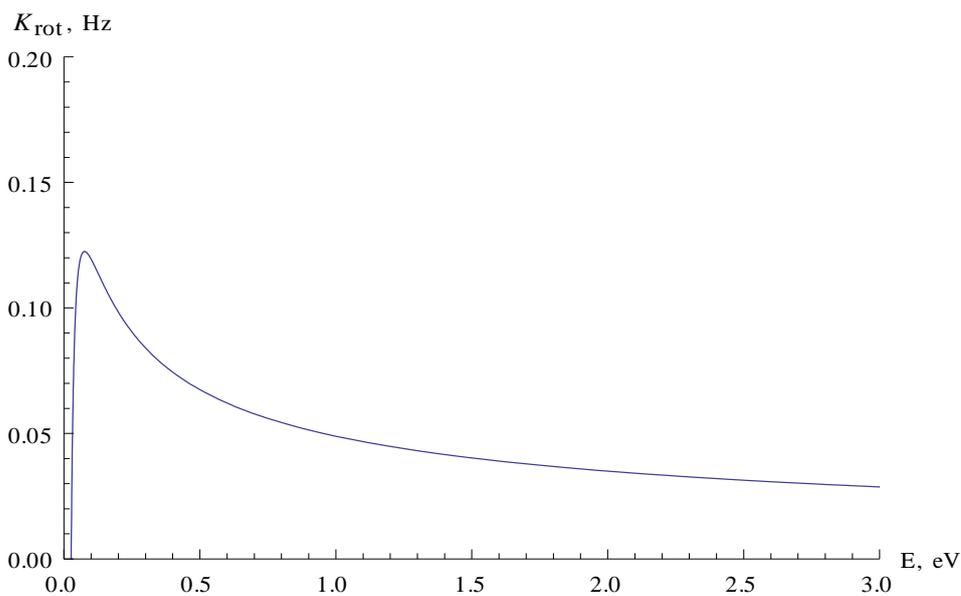
$$K_{rot} = \frac{k_{rot}}{m} = \frac{1}{2E} \left( \frac{dE}{dt} \right)_{rot},$$

Расчетная формула принимает вид:

$$K_{rot} = 3 \sqrt{\frac{1}{2mE}} \sigma_{02} n B_e \times \frac{\sum_j (1+a) e^{-\frac{B_e j(j+1)}{kT}} \left\{ (j+1)(j+2) \sqrt{1 - \frac{2B_e(2j+3)}{E}} - j(j-1) \sqrt{1 + \frac{2B_e(2j-1)}{E}} \right\}}{\sum_j (1+a)(2j+1) e^{-\frac{B_e j(j+1)}{kT}}}.$$

.Если построить зависимость коэффициента трения за счет вращательных потерь энергии от энергии налетающей частицы получим (см. рис. 1.6).

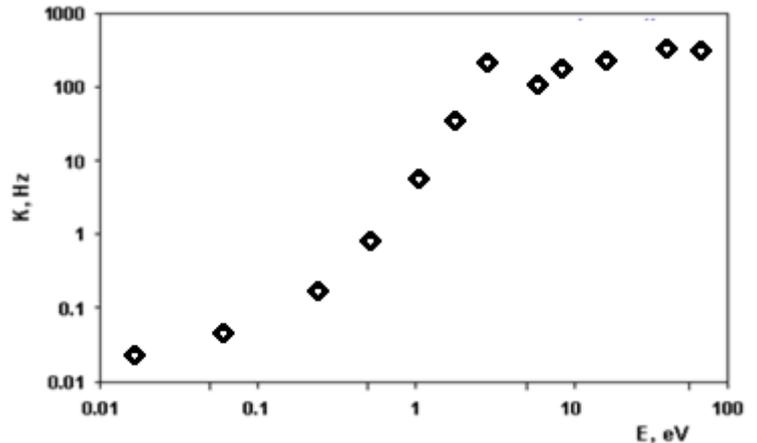
Обобщая полученные значения коэффициента трения, можно сделать вывод, что при энергиях позитронов до 5 эВ основную роль в потерях энергии играют потери энергии на возбуждение колебаний молекул азота. Особенно велики эти потери в интервале 1-3 эВ, где коэффициент трения достигает значения  $K_{os} \approx 350 Hz$ .



**Рис. 1.6:** Зависимость коэффициента трения (потери энергии на возбуждение вращений молекул) от энергии налетающих частиц.

Т.е. видим, что во всем диапазоне (вплоть до пороговых значений  $E \geq B_e$ )  $K_{rot} \leq 0.15 \text{ с}^{-1}$ . Стоит также отметить, что среднее значение энергии, переданной поступательным степеням свободы частицей с массой  $m$  и энергией  $E$  молекуле с массой  $M$   $E_{el} = 2Em / M$ , вращательным степеням свободы –  $E_{el} \approx 15Em / M$ , колебательным – еще на порядок больше. Учитывая больцмановское распределение по энергиям для колебательного и вращательного движения и малую частоту межчастичных столкновений, делающих распределение по энергиям у легких частиц максвелловским, сделаем вывод: может быть, что распределение по энергиям в позитронном сгустке отлично от максвелловского. Важно, что возбуждение электронным ударом вращательных уровней молекул теоретически описывается хорошо в области малых энергий налетающих частиц, а вот теоретический расчет сечений возбуждения колебательных уровней не дает точного результата и используется только как вспомогательный к экспериментальным результатам [71,72]. С другой стороны, из-за малости расстояний между вращательными уровнями, экспериментальные измерения сечений данных процессов сильно затруднены и практически отсутствуют в литературе. Подводя итог вышесказанному можно резюмировать действие буферного газа следующим. В области сравнительно больших энергий (порядка энергии ионизации, диссоциации и возбуждения электронных уровней молекулы) потери энергии существенны и коэффициент  $K$  велик. В области малых энергий существенными становятся диссипации энергии позитронов на возбуждение колебательных и вращательных уровней в молекуле. При снижении энергии позитронов остается вклад в коэффициент трения только упругих столкновений с малыми передачами энергии при столкновении  $\Delta E = 2mE / M$ , где  $M$  – масса молекулы. Зависимость коэффициента трения от энергии позитронов, рассчитанная нами, представлена на рис. 1.7. Роль трения в поперечном движении

позитронов в ловушке сводится к двум эффектам. К относительно быстрому уменьшению радиуса циклотронного движения и медленному увеличению радиуса магнетронного движения, ведущему к дрейфу позитронов на стенки ловушки и аннигиляции:



**Рис. 1.7:** Зависимость коэффициента трения от энергии позитронов в столкновениях с молекулами азота

$$\xi(t) = x + iy = r_+ e^{-Kt} e^{i(\omega_+ t + \Phi)} + r_- e^{Kt(\omega_-/\omega_c)} e^{i(\omega_- t + \Phi)}. \quad (1.5)$$

Здесь  $x$ ,  $y$  – координаты частицы,  $r_+$ ,  $r_-$  – радиусы циклотронного и магнетронного движения,  $\Phi$  – фаза позитронов при влете в ловушку.

#### 1.4 Влияние вращающегося электрического поля

Эффект влияния RW-поля на поперечные размеры сгустка не имеет до сих пор ясного объяснения механизма [73]. В работе [74] используют теорию электромеханических или электростатических волн в цилиндрическом столбе плазмы [75], [76]. Согласно этой теории у цилиндрического столба плазмы существуют моды колебаний Гоулда-Трайвелписа. Попадая в резонанс с этими модами, RW-поле оказывает возбуждающее действие на столб заряженной плазмы, но при этом не ясна причина сжатия сгустка. Однако в последующих экспериментах было обнаружено сжимающее действие RW-поля в случае предельно малых концентраций накопленных частиц, когда не приходится говорить о возбуждении плазменных волн [73], [77]. Очевидно, что в случае малого числа частиц фокусирующий эффект должен следовать из решения уравнений движения одиночной частицы в полях сил, действующих в

ловушке. Эта попытка была сделана в работе [77], но полученное там решение не дает понятного физического обоснования эффекта. В результате решений наших уравнений движения можно получить следующие результаты, определяющие действие вращающегося электрического поля. Как было показано выше (см. раздел 1.2.1) поперечное движение идет по закону в проекциях (пока не будем учитывать диссипацию энергии (1.5)):

$$\begin{aligned}x_+ &= r_+ \sin[\omega_+ t + \Phi], \quad y_+ = r_+ \cos[\omega_+ t + \Phi], \\x_- &= r_- \sin[\omega_- t + \Phi], \quad y_- = r_- \cos[\omega_- t + \Phi].\end{aligned}$$

Здесь  $r_{\pm}$  - радиусы соответствующих движений. Полная энергия движения состоит из энергии этих движений и энергии продольных осцилляций.

$$\varepsilon = \varepsilon_+ + \varepsilon_- + \varepsilon_z.$$

$$\varepsilon_+ = \frac{m\dot{\mathbf{r}}_+^2}{2} + U_p = mr_+^2 \left( \omega_+^2 - \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{2} \right) = mr_+^2 (\omega_+^2 - \omega_+ \omega_-),$$

$$\varepsilon_- = \frac{m\dot{\mathbf{r}}_-^2}{2} + U_p = mr_-^2 \left( \omega_-^2 - \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{2} \right) = mr_-^2 (\omega_-^2 - \omega_+ \omega_-),$$

$$\varepsilon_z = \frac{m\omega_z^2}{2} z_0^2 U_p.$$

Здесь  $U_p$  - потенциальная энергия заряда в поле. Очевидно, что в сильном магнитном поле именно энергия магнетронного движения может быть отрицательной – это позволит сделать вывод о том, что параметрическое возбуждение способно эффективно изменить именно это нестабильное магнетронное движение. Покажем, как это происходит. Включим вращающееся поле. Оно будет передавать мощность движущимся зарядам  $P(t) = e\mathbf{E}_{RW}(\dot{\mathbf{r}}_+ + \dot{\mathbf{r}}_-)$ , воспользовавшись решениями для координат, получим (фазу влета частицы в поле будем выбирать с помощью  $\Phi$ ):

$$\begin{aligned}P(t) &= e\mathbf{E}_{RW}(\dot{\mathbf{r}}_+ + \dot{\mathbf{r}}_-) = mA_{RW} \times \\&\times \left( r_+ \omega_+ \sin[\{\omega_{RW} - \omega_+\}t + \Phi] + r_- \omega_- \sin[\{\omega_{RW} - \omega_-\}t + \Phi] \right).\end{aligned}\quad (1.6)$$

Анализ (1.6) дает ответ на вопрос, почему вращающее поле определенной частоты и направления, совпадающих с частотой и направлением магнетронного движения, способно так сильно повлиять на движение зарядов. Покажем это. Усредним передаваемую мощность по большому периоду – периоду циклотронного или магнетронного движения  $T = 2\pi / \omega_+, T = 2\pi / \omega_-$ . В случае, если частота вращающегося поля значительно отличается от  $\omega_-, \omega_+$  или совпадает по величине, но противоположна по направлению средняя мощность  $\bar{P} = \frac{1}{T} \int_0^T P(t) dt$  равна нулю. В случае, если  $\omega_{RW} = \omega_+$  (одинаковые знаки с учетом сонаправленного вращения),  $\bar{P}_+ = mA_{RW} r_+ \omega_+ \sin[\Phi]$ . Если  $\omega_{RW} = \omega_-$ , то  $\bar{P}_- = mA_{\omega} r_- \omega_- \sin[\Phi]$ . С другой стороны передаваемая мощность вызовет изменение энергии соответствующего движения:

$$d\varepsilon_{\pm} / dt = mr_{\pm} \dot{r}_{\pm} (\omega_{\pm}^2 - \omega_+ \omega_-) = \bar{P}_{\pm}.$$

Отсюда получаем дифференциальные уравнения движения:

$$\dot{r}_+ (\omega_+ - \omega_-) = A_{RW} \sin[\Phi], \quad \dot{r}_- (\omega_- - \omega_+) = A_{RW} \sin[\Phi].$$

Решение дает:

$$r_+(t) = r_+(0) + \frac{A_{RW} \sin[\Phi]}{\omega_+ - \omega_-} t, \quad r_-(t) = r_-(0) - \frac{A_{RW} \sin[\Phi]}{\omega_+ - \omega_-} t. \quad (1.7)$$

Магнетронный радиус, определяющий поперечное движение частицы, будет изменяться при влете частицы в область действия RW-поля. Здесь  $r_-(0)$  - магнетронный радиус. Из анализа выражений (1.6), (1.7) видно, что RW-поле способно оказывать систематическое действие, не исчезающее при усреднении по времени, только в том случае, когда его частота совпадает с циклотронной или магнетронной частотами. Само действие в этом случае может привести к уменьшению радиуса магнетронного движения и увеличению радиуса циклотронного движения при соответствующем значении фазы влета частицы в RW-поле. Наличие

подобных решений было отмечено в работах [78,79]. Действие вращающегося поля сводится к параметрическому возбуждению поперечного движения, сводящееся к изменению радиуса вращения.

### 1.5 3D-модель движения зарядов в ловушке

Предварительно в экспериментах [80] отмечалось хорошее совпадение частоты и направления вращения RW-поля с частотой и направлением макроскопического дрейфового движения всего сгустка как целого в скрещенных магнитном поле и поле пространственного заряда. Кроме этого, в нашей работе [81] обнаружено хорошее совпадение частоты вращающегося поля с частотой продольных баунс-осцилляций:

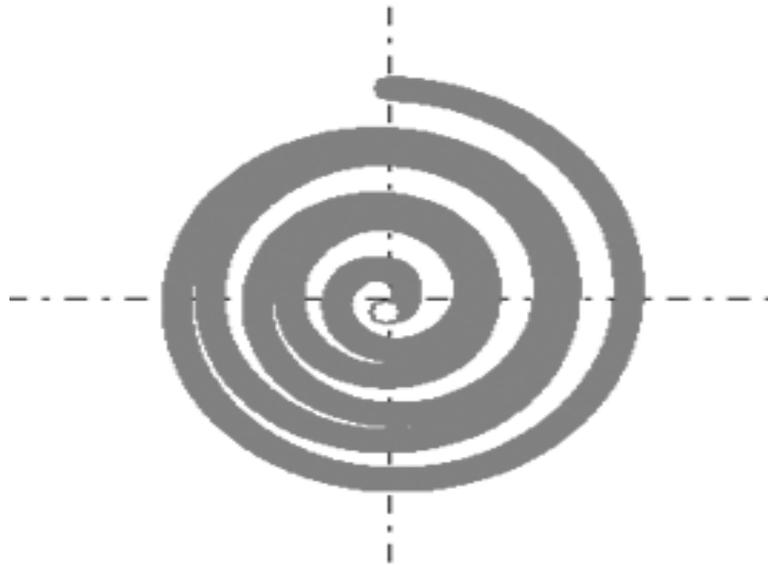
$$f_{RW} = f_z = \omega_z / 2\pi \approx v_{\parallel} / 2L_0. \quad (1.8)$$

Здесь  $v_{\parallel}$  - продольная по отношению к оси скорость частиц. Это обусловило необходимость анализа трехмерной (3-D) динамики частиц в области накопления ловушки. Таким образом, условие резонанса – совпадение частот RW-поля и магнетронного движения имеет вид:

$$f_{RW} = \frac{\omega_-}{2\pi} = \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{4\pi\omega_B}. \quad (1.9)$$

Следует отметить, что действие RW-поля имеет резонансный характер, как в случае больших концентраций накопленных частиц ( $\omega_p \gg \omega_z$ ), так и в случае малых концентраций ( $\omega_p \ll \omega_z$ ). Для эффективного влияния RW-поля на поперечное движение частиц необходимо, чтобы частицы входили в поле в нужной фазе. Эта фаза «отбирается» как продольным (1.3), так и поперечным движением. Поэтому необходимо согласование обеих частот (1.2) и (1.8) с частотой RW-поля. Буферный газ производит «охлаждающее» действие на частицу. Сила трения выравнивает скорости продольного движения частиц в сгустке, обеспечивая сфазированность их

влета в область действия RW-поля. Наши эксперименты с откачкой буферного газа во время удержания сгустка частиц показали его распад при включенном RW-поле. Эффективность действия RW зависит от концентрации. При больших концентрациях становится определяющим совпадение  $f_{RW}$  с частотой поперечного дрейфа, малых – с частотой продольных осцилляций. Типичное изображение траектории частицы при резонансной частоте вращения поля с учетом согласования с частотой продольного движения представлено на рис. 1.8. Видно сжатие при согласовании продольного и поперечного движений.



**Рис. 1.8:** Поперечный разрез ловушки в области RW-электродов в ловушке Сурко. Траектория движения частицы к центру в случае тройного резонанса

## 1.6 Обсуждение результатов

В данной главе мы рассмотрели различные типы ловушек. На основе решения уравнения движения позитронов в ловушке Пеннинг-Малмбергского типа с наличием буферного газа, вращающегося поля была сформулирована модель, объясняющая возможность действие вращающегося поля и его роль при сжатия сгустка позитронов в ловушке. Была проанализирована роль рассеяния накапливаемых частиц на

молекулах буферного и остаточного газов. Определены необходимые критерии действия буферного газа и вращающегося электрического поля. Данные модели использованы в следующей главе для экспериментальной проверки и нахождения оптимальных параметров накопления позитронов для формирования интенсивного позитронного пучка на выходе из ловушки.

Из основных результатов работы здесь было получено:

- предложена трехмерная (3-D) модель накопления электронов и позитронов в «ловушке Сурко», исследована динамика частиц в этой модели и объяснено влияние вращающегося поля и других параметров ловушки на процесс накопления, удержания и сжатия пучка позитронов;
- разработан метод расчета скорости замедления позитронов с учетом аннигиляции в веществе в интенсивных электромагнитных полях;

Результаты данной главы опубликованы в работах авторского списка [A3, A17, A25, A27, A28, A30, A32, A33, A38].

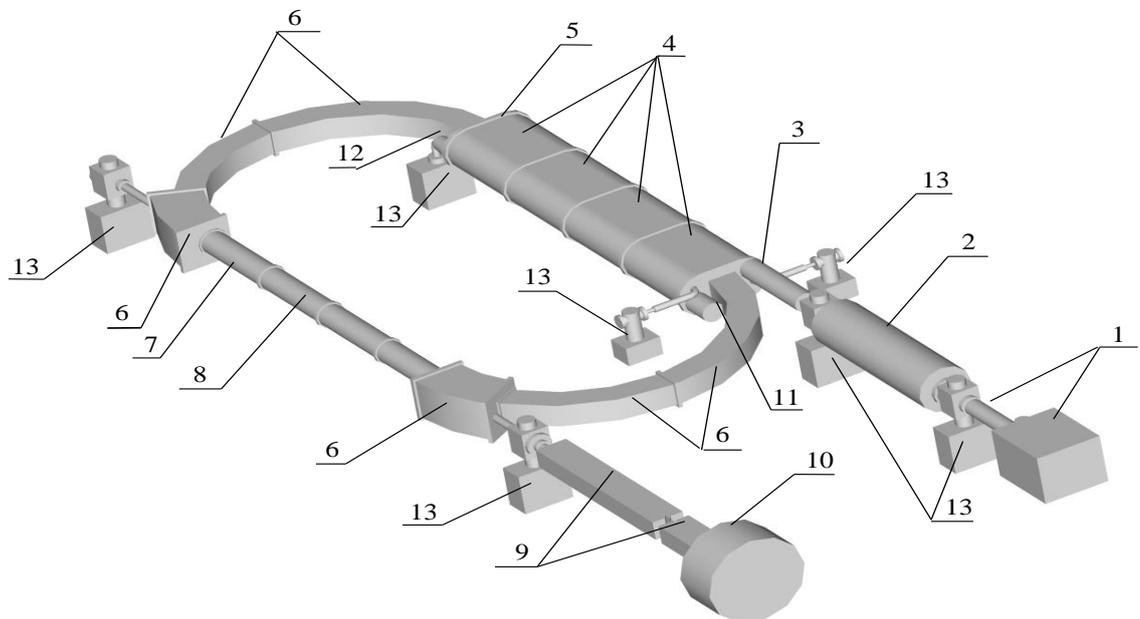
## **ГЛАВА 2 Исследование накопления позитронных и электронных сгустков в «ловушке Сурко» установки LEPTA**

### **2.1 «Ловушка Сурко» с вращающимся электрическим полем установки LEPTA**

Накопитель LEPTA (рис.2.1) создан для генерации интенсивного потока ортопозитрония возможностью осуществлять прецизионные измерения характеристик позитрония. Кольцо накопителя представляет собой два прямолинейных и два торообразных участка. Поперечное сечение одной прямолинейной секции – круг, а в другом – эллипс. Последний участок носит название септумных электродов. В накопительное кольцо можно осуществлять инъекцию двух сортов частиц. Пучок электронов создаётся электронной пушкой, для сброса циркулирующего электронного пучка существует коллектор, пучок позитронов инжектируется из источника позитронов, проходя через позитронную ловушку. Каждый перечисленный элемент является дополнением к кольцу. По всему кольцу и во всех дополнительных элементах расположены соленоиды, обеспечивающие необходимые значения продольного магнитного поля для управления пучками.

Позитроны из инжектора (1, 2) транспортируются по каналу (3) к септуму (4) (здесь смотри обозначения на рис.2.1). Проходя через септум, позитроны под действием дополнительного поперечного поля смещаются в горизонтальной плоскости таким образом, что на выходе из септума они оказываются строго над равновесной орбитой. За септумом позитроны попадают в кикер (5), где смещаются в вертикальной плоскости вниз и попадают на равновесную орбиту. Кикер выключается после того, как позитроны заполнят весь периметр накопителя. Из кикера позитроны попадают в первый тор (6), в котором, кроме продольного магнитного

поля, создано дополнительное вертикальное магнитное поле. Оно необходимо для компенсации центробежного дрейфа позитронов в торе. В прямолинейной секции (7, 8) позитроны вначале проходят область со спиральным квадрупольным магнитным полем (7), а затем попадают на участок электронного охлаждения (8). На этом участке и происходит рекомбинация электронов и позитронов с образованием позитрония (Ps). Электрически нейтральные атомы Ps выводятся в экспериментальный канал (9, 10). Позитроны после секции охлаждения попадают во второй тор (6), а затем в септум (4) и проходят его по равновесной траектории.



**Рис. 2.1:** Схема накопителя LEPTA . 1 – источник позитронов, 2 – позитронная ловушка, 3 – секция инжекции позитронов, 4 – септумные соленоиды, 5 – кикер (расположен внутри септумного соленоида), 6 – тороидные соленоиды, 7 – соленоид и квадрупольная катушка, 8 – секция электронного охлаждения, прямолинейный соленоид, 9 – анализирующий магнит, 10 – детектор, 11 – электронная пушка, 12 – коллектор электронов, 13 – вакуумные насосы

Пучок электронов создаётся электронной пушкой, которая расположена несколько левее и ниже траектории движения позитронов, приходящих из ловушки. Пучок электронов формируется как можно более монохроматичным. Принцип действия септума с эллиптическим сечением

следующий. На электроны действует поперечная составляющая магнитного поля, что приводит к смещению их траектории по направлению к равновесной траектории позитронов еще до влета в кикер. В кикере, который выключается сразу после открытия позитронной ловушки, электроны движутся без отклонений. Вначале позитронный пучок расположен выше электронного. Далее используется зарядовая зависимость направление и величины центробежного дрейфа. С учетом действия вертикального магнитного поля перед входом в прямолинейный сегмент кольца происходит совмещение позитронного и электронного пучков. В тороидальной секции происходит снова разделение пучков за счет центробежного дрейфа. При совмещении пучков происходит электронное охлаждение позитронов и генерация ортопозитрония. У электронов при этом появляется большой разброс по скоростям – т.е. электронный пучок «портится» и сбрасывается через специальный канал в коллектор. Для формирования устойчивого движения по равновесной орбите, дополнительно к продольному магнитному полю поле квадруполь в виде спиралей. Это создается в т.н. стеллараторной обмотке (само понятие пришло из техники стеллараторов [31], в которых использован данный тип обмоток и поля). Проектные параметры установки приведены в табл. 2.1. Для экспериментов по прецизионным измерениям характеристик атомов позитрония требуется минимально возможный в фазовом пространстве. Например, для уточнения времени жизни позитрония в парасостоянии с относительной точностью выше  $1 \cdot 10^{-4}$  отклонение значений продольной скорости от среднего значения в позитронном пучке должно быть менее сотой процента. Для этого и используется электронное охлаждение в продольном магнитном поле. Электронное охлаждение пучка позитронов уменьшает их энергию и разброс по скоростям, но не меняет размер пучка в поперечной плоскости по отношению к направлению движения. Позитрон при этом остаётся «нанизанным» на продольную магнитную силовую линию. Поэтому

разброс позитронов по скоростям определяется перепадом потенциала собственного поля электронного пучка на радиусе пучка позитронов. Эта разность потенциалов определяется степенью естественной нейтрализации пучка, зависящей от геометрии вакуумной камеры (по всему кольцу).

**Таблица 2.1:** Проектные параметры накопителя LEPTA

Периметр, м	16.8
Энергия позитронов, кэВ	4...10
Период обращения, нс	500...300
Продольное магнитное поле, Гс	400
Большой радиус тороидов, м	1.45
Градиент спирального квадрупольного поля, Гс/см	10
Радиус позитронного пучка, см	0.5
Количество циркулирующих позитронов	$10^8$
Давление остаточного газа, Торр	$10^{-10}$
Система электронного охлаждения	
Длина секции охлаждения, м	4
Ток пучка электронов, А	0.5
Радиус электронного пучка, см	1
Параметры пучка ортопозитрония	
Интенсивность, атом/сек	$10^4$
Угловая расходимость, мрад	1
Разброс по энергиям	$10^{-3}$

Первоначально на накопителе LEPTA была достигнута долговременная и устойчивая циркуляция электронов за счет коррекций магнитного поля и управления током в соленоидах и кикере. Нужно отметить, несмотря на то, что было уже несколько попыток создания подобных накопителей, но ни в одном из них не было достигнуто достаточно длительное время циркуляции [82]. На накопителе LEPTA

удалось получить очень большие времена циркуляции в заданных значениях энергии [83-85]. После коррекции продольного магнитного поля и улучшения вакуума удалось существенно увеличить время жизни пучка в накопителе.

Следующий этап заключается в электронном охлаждении пучка позитронов и генерация орто и парапозитрония. В случае успеха этого этапа можно говорить о фундаментальных исследованиях в экспериментах с остронаправленным потоком атомов позитрония. Целью этих экспериментов может быть:

1. Проверка СРТ - теоремы, сохранения или нарушения СР и Р - четностей
2. Квантовая электродинамика в системе позитрония, включающая в себе:
  - 2.1. Спектроскопия позитрония (уточнение энергетической структуры).
  - 2.2. Измерение времени жизни парапозитрония.
  - 2.3. Измерение времени жизни ортопозитрония.
3. Поиск лёгких, нейтральных бозонов (лёгкого аксиона), который может появиться в редких распадах при аннигиляции, возможность выхода за пределы Стандартной модели.
4. Проверка гипотезы “Зеркальной вселенной” (Тёмная материя), подробно рассмотренной в работе [86].

Ключевыми экспериментами с атомами позитрония [86, 87] являются прецизионные измерения скоростей и каналов аннигиляции. Исключительность постановки эксперимента здесь в том, что измерения могут проводиться на направленных потоках атомов, не находящихся в среде. Учитывая различия во времени жизни парапозитрония и ортопозитрония, можно пространственно разнести детекторы для исследования распадов, добиваясь тем самым большей точности и избирательности. Это позволяет провести эксперименты по прецизионному измерению времени жизни позитрония в различных

состояниях, с точностью, недоступной ранее, установить вероятность распадов с нарушением закона сохранения момента и зарядовой инвариантности, существенно улучшить точность измерения параметров лёгкого аксиона, гипотетически ответственного за расхождение между экспериментальным и теоретическим временем жизни ортопозитрония. Существующие на сегодняшний день эксперименты [4-7] с атомами и молекулами позитрония происходят в средах, что не дает исключить внешние влияния.

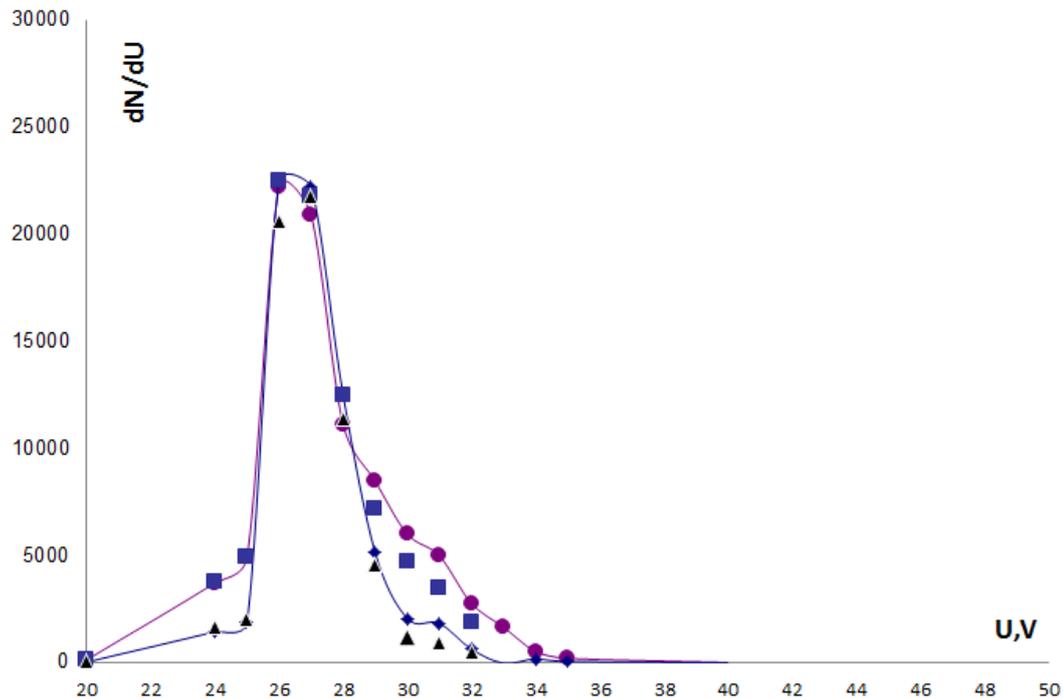
*Источник позитронов.* В 2009 году был введён в эксплуатацию новый источник позитронов на основе изотопа  $\text{Na}^{22}$ , изготовленный в институте iThemba Labs (ЮАР). Исходная активность источника 25 мКю. Позитроны получают за счет радиоактивного распада по основному каналу изотопа Na



Энергетический спектр вылетевших позитронов согласно законам сохранения энергии и импульса непрерывен. Минимальное значение кинетической энергии позитронов равно нулю. Максимальное значение ограничено разницей масс распадающегося и дочернего ядра за вычетом удвоенной массы позитрона (в энергетических единицах). При накоплении позитронов в ловушке нужен монохроматичный пучок позитронов. Поэтому применяются специальные методики для этого. Во-первых, в специальном замедлителе происходит торможение быстрых позитронов до заданного значения энергии. Во-вторых, часть быстрых и медленных позитронов, не удовлетворяющих заданной энергии уводиться из формируемого пучка за счет «слалома» в магнитном поле.

Эксперименты по формированию потока медленных позитронов в инжекторе LEPТА подтвердили эффективность созданной конструкции замедлителя: параметры спектра позитронов нами были оптимизированы подбором слоя замедлителя – замороженного при температуре порядка 5 К неона (рис. 2.2). При этом из широко спектра позитронов (первоначальная

энергия вылета (2.) в пределах от 0 до примерно 1 МэВ), вылетевших при радиоактивном распаде изотопа Na формировался узкий спектр.



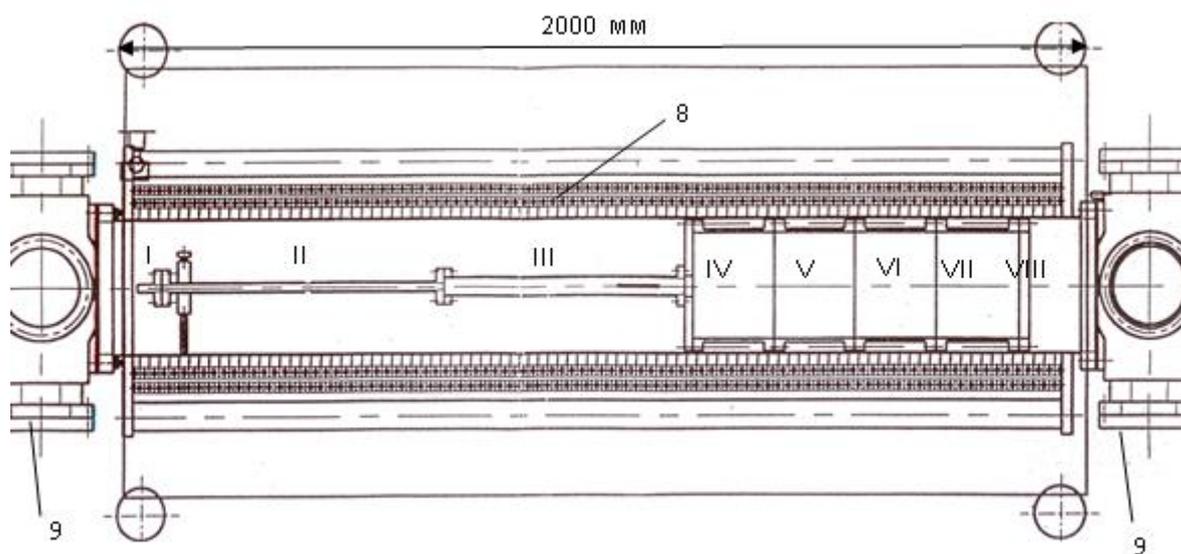
**Рис. 2.2:** Дифференциальный спектр позитронов на выходе из источника. Кривая с кружками – толщина замедлителя 75 мкм, кривая с ромбиками - толщина замедлителя 95 мкм. Данные по измерениям с помощью фотоэлектронных умножителей, подключенных по схеме совпадений. Квадратики – толщина замедлителя 75 мкм, треугольники - толщина замедлителя 95 мкм. Данные по измерениям с помощью выходного сигнала с микроканальной пластины. Ширина спектра – порядка 3÷4 эВ.

Было выяснено, что для увеличения времени жизни и количества накопленных частиц сгустка требуется высокая монохроматичность потока позитронов, поступающего из источника. В ходе работы подобраны оптимальные толщины замедлителя (твердого неона) при формировании узкого энергетического спектра позитронов, поступающих в ловушку с энергией порядка  $50 \pm 2$  эВ. Эффективность замедления составила более процента от общего числа позитронов, увеличив количество позитронов в узком диапазоне энергий на три порядка по отношению к исходному спектру. После источника поток позитронов попадает в электромагнитную ловушку.

Устройства, позволяющие накапливать, удерживать заряженные частицы и формировать из них управляемые сгустки, востребованы в атомной физике, физике ускорителей, масс-спектрометрии, плазменных установках. Часто в этих целях используются открытые ловушки Пеннинг-Малмбергского типа. Сгусток накапливаемых частиц удерживается в поперечном (по отношению к оси ловушки) направлении продольным магнитным полем, а с открытых торцов ловушки – запирающими потенциалами концевых электродов. Это позволяет достаточно просто реализовать возможности инжекции частиц во время накопления и вывода сгустка из ловушки. Заряженный сгусток обладает многими свойствами квазинейтральной низкотемпературной плазмы [88]. Поперечное расталкивание частиц полем пространственного заряда сгустка компенсируется удерживающими полями. В случае накопления частиц антивещества приходится иметь дело с достаточно малой интенсивностью их источников. Поэтому необходимо обеспечить непрерывное поступление частиц в зону накопления. При этом частицы, влетевшие в ловушку, должны быть локализованы в области накопления. Для этого К. Сурко [89] предложил использовать буферный газ с градиентом давления вдоль ловушки. Модифицированная таким образом ловушка стала носить его имя. Позднее появился еще один метод увеличения эффективности накопления: увеличение времени жизни заряженной плазмы во вращающемся электрическом поле. Этот эффект «вращающейся стенки» («rotating wall» - RW) был обнаружен в экспериментах по накоплению плазменного сгустка ионов  $Mg^+$  [90]. Затем аналогичные результаты были получены как для электронной, так и для позитронной плазмы [80], [91]. Метод вращающегося поля используется для генерации антиводорода в проекте ATHENA/ALPHA [92]. Успешное использование этого метода позволило приступить к исследованию свойств антивещества и экзотических атомно-молекулярных систем [6,10,93]. Определяющим при накоплении здесь являются частота и направление вращения поля в

плоскости, поперечной к оси ловушки. Зависимость эффективности накопления от параметров RW-поля носит резонансный характер. Механизм действия вращающегося поля на сгусток до сих пор не имеет ясного объяснения, что отмечается в работах [73], [77]. В наших экспериментах на установке LEPTA (Low Energy Particle Toroidal Accumulator, ОИЯИ, Дубна) используется ловушка Сурко с вращающимся электрическим полем. Накопленные в ней позитроны инжектируются в накопительное кольцо для дальнейших исследований физики элементарных частиц и экзотических атомов [7], [85]. Цель исследований накопления заряженных частиц в ловушке – поиск оптимальных методик и параметров накопления, экспериментальная проверка возможных механизмов сжатия сгустка частиц во вращающемся электрическом поле.

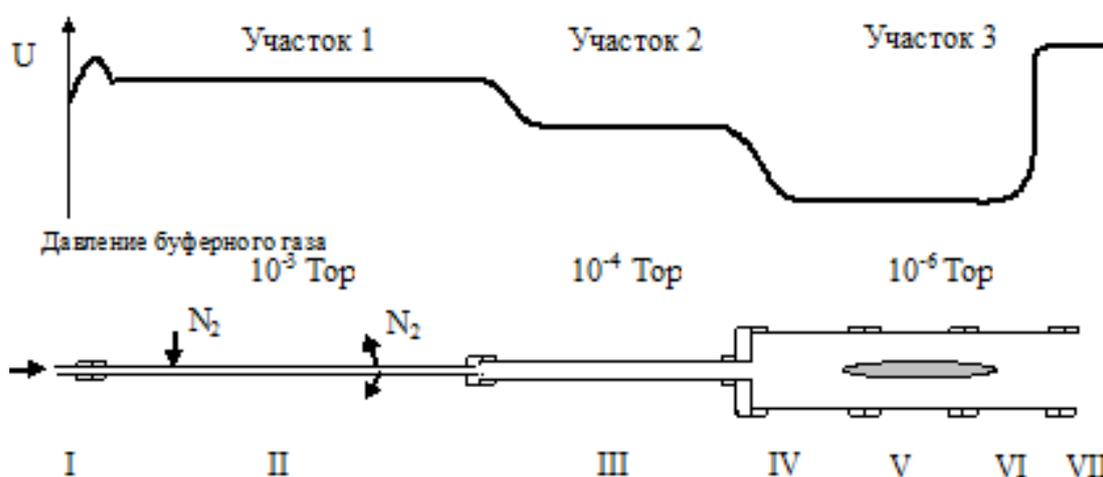
Ловушка Сурко установки LEPTA имеет геометрию [94], представленную на рис. 2.3.



**Рис. 2.3:** Схема ловушки Сурко. I - VIII – электроды, 8 – соленоид, 9 – вакуумные посты

Сборка электродов помещена в цилиндрическую вакуумную камеру. Камера расположена в соленоиде, создающем продольное магнитное поле. На торцах камеры расположены вакуумные насосы, которые создают дифференциальную откачку. Это необходимо как для удаления

остаточного газа, сокращающего время жизни частиц в ловушке, так и для создания градиента давления буферного газа (рис. 2.4). Последнее достигается благодаря специальной геометрии электродов: восемь изолированных друг от друга цилиндрических электродов, различной длины и диаметра. Газ натекает в систему через отверстие в середине электрода II, а его откачка осуществляется с торцов электродов I и VIII. В результате для накопления позитронов между участками захвата 1, 2 и участком накопления 3 создается перепад давления.



**Рис. 2.4:** Распределение запирающего потенциала (для случая накопления позитронов) на оси камеры и давление буферного газа в электродах

Позитроны захватываются в ловушку и охлаждаются за счет неупругих столкновений с молекулами азота. Давление подобрано таким образом, чтобы позитрон из источника, пролетая внутри электрода II, испытывал в среднем одно неупругое столкновение. Теряя энергию на соударение, он уже не может преодолеть потенциал электрода I и покинуть ловушку. Последующие неупругие столкновения приводят к запираению позитрона в потенциальной яме участка 3. Энергия позитронов на входе в ловушку и потенциалы электродов выбраны так (Рис. 2.4), что на участке 3 в области накопления позитроны обладают энергией порядка 1эВ. Далее позитроны теряют энергию в результате возбуждения ротационных и вибрационных мод молекул буферного газа и охлаждаются до комнатной температуры ( $\sim 26$  мэВ). Процесс накопления длится до установления равновесия между

поступлением позитронов из источника и их аннигиляцией на остаточном газе и диффузией на стенки камеры. Давление азота и потенциалы ловушки определяют эффективную энергию позитронов и играют критическую роль в эффективности процесса накопления. Выбор азота в качестве буферного газа объясняется малыми сечениями аннигиляции позитронов в данном газе при типичных для эксперимента значениях энергии частиц. С целью исследования влияния вращающегося электрического поля на эффективность накопления частиц один из электродов ловушки (IV) изготовлен в виде четырех изолированных сегментов. На каждый сегмент подается переменное напряжение в виде синусоиды одинаковой частоты и амплитуды, сдвинутое по фазе на 90 градусов относительно соседнего сегмента. Этим достигается вращение электрического поля в плоскости, перпендикулярной оси ловушки. Типичные значения изменяемых параметров и характеристики сгустка накопленных частиц в нашем эксперименте представлены в таблице 2.2.

**Таблица 2.2.** Типичные значения параметров ловушки при накоплении

Параметр	Интервал изменений	Пояснение
$B$ , Гс	$0 \div 1200$	Продольное магнитное поле
$\omega_c$ , $c^{-1}$	$0 \div 2 \cdot 10^{10}$	Циклотронная частота
$U_0$ , В	$0 \div 10$	Глубина потенциальной ямы в области накопления с учетом поля пространственного заряда сгустка заряженных частиц
$P$ , Торр	$10^{-8} \div 5 \cdot 10^{-6}$	Давление в области накопления с учетом напуска буферного газа $N_2$
$E_{RW}$ , В/см	$0 \div 0.2$	Амплитуда RW-поля
$f_{RW}$ , кГц	$0 \div \pm 1400$	Частота вращения RW-поля, знак указывает на направление вращения по отношению к направлению магнетронного вращения сгустка
$R_0$ , см	10	Радиус электродов IV-VIII в области

		накопления
$L_0$ , см	$16.5 \div 72$	Длина электродов в области накопления
$n$ , см <sup>-3</sup>	$0 \div 10^8$	Концентрации накопленных частиц
$\omega_p$ , с <sup>-1</sup>	$0 \div 2 \cdot 10^8$	Плазменная частота
$R$ , см	$0.25 \div 3$	Радиус поперечного среза накопленного сгустка
$L$ , см	$12 \div 65$	Длина накопленного сгустка

## 2.2 Механизм действия вращающегося поля

Эффект сжатия сгустка под действием RW-поля не зависит от знака заряда накапливаемых частиц. Поэтому в 2009-2011 годах эксперименты по накоплению проводились на электронах. Совершенствование методики получения монохроматического потока позитронов в источнике с использованием радиоактивного <sup>22</sup>Na (2.1) и улучшение вакуумных условий позволили позднее накопить позитроны в ловушке и инжектировать их в накопительное кольцо установки [7].

### 2.2.1 Моделирование накопления и удержания частиц в ловушке

При численном моделировании поведения сгустка частиц в электромагнитном поле ловушки учитывалось как поперечное, так и продольное движение частиц в сгустке. Использовались результаты аналитических решений уравнений движения из главы 1. Численное решение уравнений движения позитронов в самосогласованном поле по методу Рунге-Кутты позволило учесть неоднородности в распределении по плотности и по скоростям позитронов, влетающих в ловушку, особенности геометрии ловушки и распределение электромагнитных полей в области накопления. Начальные координаты и скорости определялись розыгрышем по методу Монте-Карло в указанных границах в соответствии с начальным

распределением. Также был учтен диффузионный дрейф позитронов на стенки вакуумной камеры за счет столкновений с молекулами буферного и остаточного газа, влияние неоднородностей магнитного поля и аннигиляции позитронов при столкновениях с молекулами буферного и остаточного газа. Дрейф частиц на стенки вакуумной камеры является основной причиной ограничения количества накопленных частиц и времени жизни сгустка при удержании. Столкновение частиц с молекулами буферного газа моделировалось по методу Монте-Карло. Механизм дрейфа формулируется следующим образом.

При использовании непрерывного представления потерь энергии позитронов или электронов при столкновении с буферным газом через коэффициент трения  $K$  диффузия является следствием дрейфа в скрещенном магнитном поле и силовом поле трения, направленном против магнетронного вращения частиц. Скорость такого дрейфа направлена радиально на стенку и определяется как

$$V_{\perp} = c \frac{kv_{\perp}}{eB} = \frac{Kv_{\perp}}{\omega_c}. \quad (2.2)$$

При использовании дискретного представления о столкновениях также возможна простая оценка диффузии согласно, например, [62]. При лобовом столкновении легкой частицы с тяжелой молекулой скорость первой  $v$  может измениться на прямо противоположную (т.е. в два раза) и замагниченный электрон или позитрон уходит с силовой линии магнитного поля, «перескакивая» на другую на расстояние в среднем порядка половины ларморова радиуса  $r_c = v / \omega_c$ . Скорость диффузии перпендикулярно магнитному полю при этом определяется как

$$V_{\perp} = \frac{1}{2} \frac{\Delta v}{\omega_c} \nu = r_c \nu = \frac{v}{\omega_c} \nu, \quad (2.3)$$

где  $\nu$  - частота столкновений накапливаемых частиц с молекулами.

При малых концентрациях накопленных частиц магнетронное движение несущественно. Скорость в основном имеет тепловую

составляющую  $v \sim v_T = \sqrt{(3/2)(kT/m)}$ . При больших концентрациях магнетронная скорость равна (см. раздел 1.2)

$$v \sim v_- = \frac{\omega_p^2 + \omega_z^2}{2\omega_c} r_- . \quad (2.4)$$

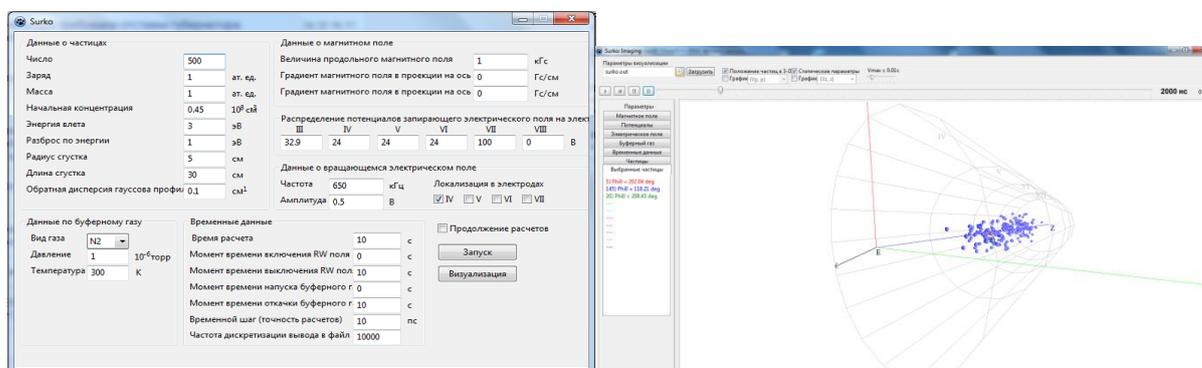
Обобщая вышесказанное по скоростям (2.2)-(2.4) можно записать коэффициент поперечной диффузии как

$$D_{\perp} = v \left( \frac{1}{3} r_{c,T}^2 + r_{c,-}^2 \right), \quad (2.5)$$

где радиусы ларморовой прецессии определяются как  $r_{c,T} = v_T / \omega_c$ ,  $r_{c,-} = v_- / \omega_c$ . Кроме учета в коэффициенте поперечной диффузии (2.5) столкновительной составляющей необходимо учитывать и неизбежные неоднородности магнитного поля на всей длине области накопления. В работе [53] экспериментально исследовалась неустойчивость сгустка фиксированной длины  $L$  от величины магнитного поля. Время удержания пропорционально отношению  $(B/L)^2$ .

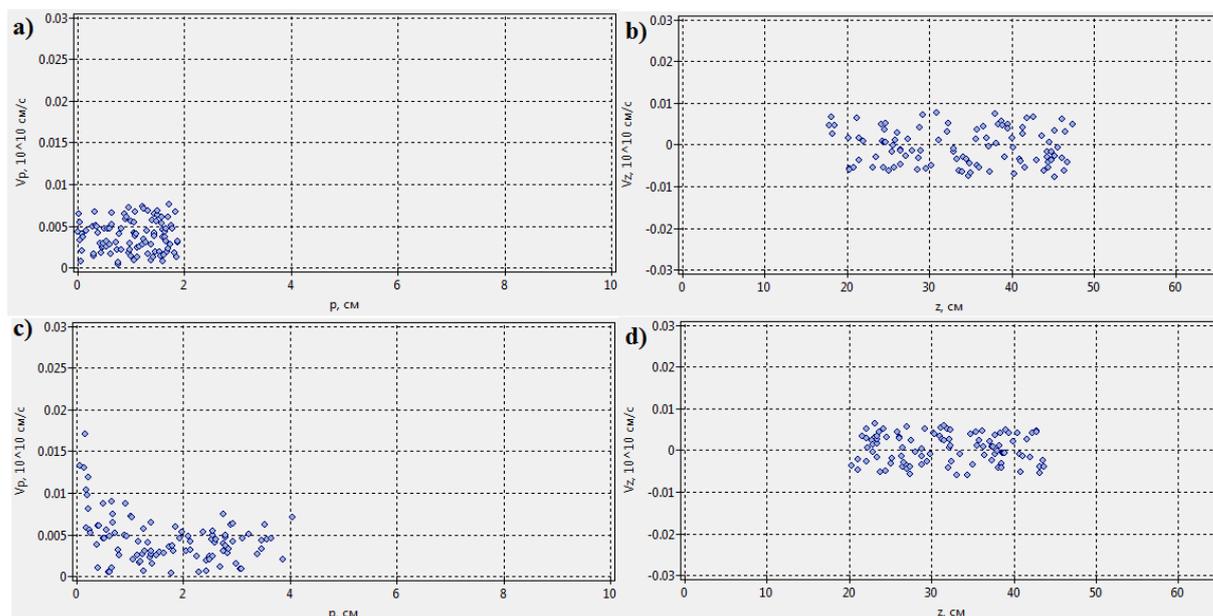
Распределение частиц по сгустку предполагалось гауссовым с параметрами из эксперимента. Физико-математический метод моделирования движения частиц в ловушке, основанный на описанных выше принципах реализован в программе Surko (рис. 2.5). В программе есть возможность задавать число крупных частиц, по динамике которых определяется конфигурация всего сгустка. Также есть возможность менять электрические и магнитные поля в ловушке, давление и вид буферного газа, энергии частиц при влете в ловушку. Результат моделирования представляется в нескольких формах. Во-первых, можно непосредственно следить за движением всех пробных частиц в трехмерной форме. Есть возможность отображать движение частиц сгустка в проекциях на фазовые плоскости (радиальные к оси ловушки координаты и поперечные скорости, аксиальные координаты и скорости). Во-вторых, можно выбирать интересующие нас частицы, фиксируя их фазу влета в область накопления,

и строить для них зависимость продольных и поперечных координат и скоростей от времени. Тем самым можно определить те фазы влета частиц в ловушку, которые позволяют при выполнении резонансных условий

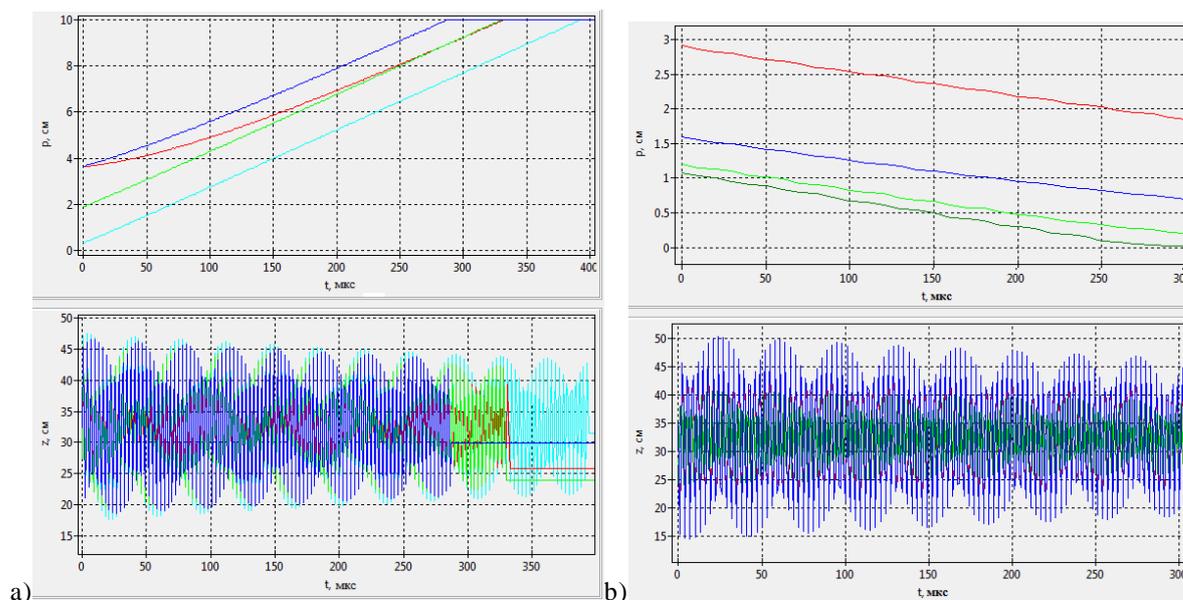


**Рис. 2.5:** Параметры и визуализация моделирования движения частиц в «ловушке Сурко»

В качестве иллюстрации применения метода расчета приведем фазовые портреты (рис. 2.6) и временные зависимости координат и скоростей (рис. 2.7) фиксированных частиц.



**Рис. 2.6:** Проекция фазового объема частиц стужка в ловушке в различные моменты времени. а) и б) - поперечный и продольный фазовый портрет в начальный момент, а) и б) - поперечный и продольный фазовый портрет в через 0.2 мс при включенном вращающемся поле



**Рис. 2.7:** Зависимость координат частиц от времени. а) – частицы, попавшие не в фазу вращающегося поля, увеличивают радиус своего магнетронного движения, б) - частицы, попавшие в фазу вращающегося поля, уменьшают радиус своего магнетронного движения. Продольные осцилляции затухают с течением времени

Анализируя данные рис.2.6 и рис. 2.7, можно сделать вывод о достаточно быстром охлаждении продольного движения частиц в ловушке и о сепарации вращающимся полем частиц. Пришедшие в необходимой фазе способны удержаться от дрейфа на стенки.

### 2.2.2 Критерии захвата, накопления и удержания частиц

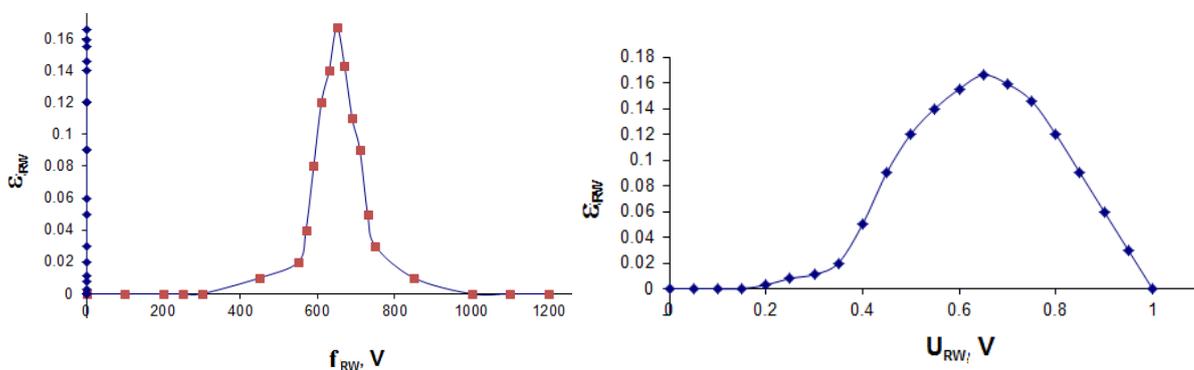
На основе разработанного физико-математического метода моделирования динамики позитронов в «ловушке Сурко» сформулируем критерии захвата, накопления и удержания частиц путем численного моделирования накопления сгустка частиц в ловушке накопителя LEPTA. Процесс накопления с хорошей степенью точности описывается зависимостью числа накопленных в ловушке частиц от времени

$$N(t) = \varepsilon_{RW} \varepsilon \dot{N} \tau (1 - e^{-t/\tau}). \quad (2.6)$$

Здесь  $\dot{N}$  - поток частиц влетающих в ловушку из источника,  $\varepsilon$  - эффективность захвата частиц в область накопления из потока,  $\varepsilon_{RW}$  -

эффективность стабилизирующего и сжимающего действия RW-поля,  $\tau$  - время жизни сгустка при удержании.

Поток частиц известен из данных эксперимента  $\dot{N} = 10^4 \div 10^5 \text{ с}^{-1}$ . Эффективность захвата частиц в ловушку определяется неупругими столкновениями на 1,2 участках (см. рис. 2.4) и распределением потенциалов ямы в области накопления. Из эксперимента известно, что эффективность  $\varepsilon$  не превышает 30%. При численном моделировании была определена эффективность работы вращающегося поля на процесс удержания для уже захваченных частиц и время жизни с учетом действия вращающегося поля. Как отмечалось выше в (1.6), (1.7) действие вращающегося поля может привести к скручиванию траектории частицы в поперечном направлении. Это способно компенсировать диффузионное расширение и уменьшить дрейф на стенки. Необходимо только, чтобы частицы находились в определенной фазе RW-поля. Были проведены расчеты с изменением частоты вращающегося поля. В результате была найдена зависимость эффективности захвата позитронов вращающимся полем в фазу, при которой их радиус вращения не увеличивался с учетом диффузии от частоты и амплитуды вращающегося поля (рис 2.8).



**Рис. 2.8:** Зависимость эффективности захвата позитронов вращающимся полем от частоты и амплитуды вращающегося поля при полной длине области накопления в условиях эксперимента

Оказалось, что область фаз позитронов, захватываемых вращающимся полем с резонансной частотой в состоянии, при которых вращающееся поле способно эффективно компенсировать диффузию позитронов на стенки или даже сжать позитронный сгусток, лежит в пределах  $\Phi = \pi/2 \pm \Delta\Phi/2$ ,  $\Delta\Phi = \pi/3$ . Учитывая, что эта область фаз вырезает из сгустка цилиндрической формы сегмент, определим эффективность  $\varepsilon_{RW} = \Delta\Phi / 2\pi = 1/6$ . Время жизни частиц в ловушке определялось как время, за которое в 3 раза увеличивался радиус частиц удерживаемых вращающимся полем. В результате действия вращающегося поля на резонансной частоте время жизни увеличивается в 10-15 раз в зависимости от концентрации частиц.

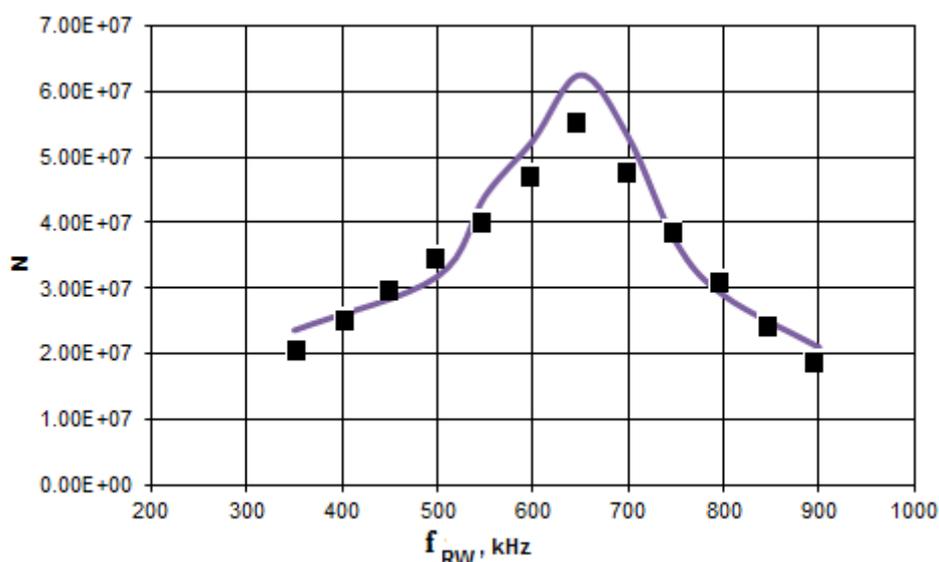
Далее результаты расчетов и численного моделирования сопоставляются с данными эксперимента по накоплению позитронной и электронной плазмы.

## **2.3 Проверка механизма действия вращающегося поля в эксперименте**

### **2.3.1 Времени жизни сгустка накопленных частиц**

Здесь представлены экспериментальные результаты по накоплению позитронов. В проведенных экспериментах с электронами найдены оптимальные режимы работы ловушки Сурко с RW-полем. По заряду накопленных частиц, сброшенных на коллектор, определялось их количество. Производя сброс в фиксированные моменты времени, можно измерять зависимость количества накопленных частиц от времени. Были найдены оптимальные значения давления буферного газа ( $2 \cdot 10^{-6}$  Торр, на участке 3), величины магнитного поля (1200 Гс), направления, частоты и амплитуды (0.5 В) RW-поля. В частности было отмечено, что существует

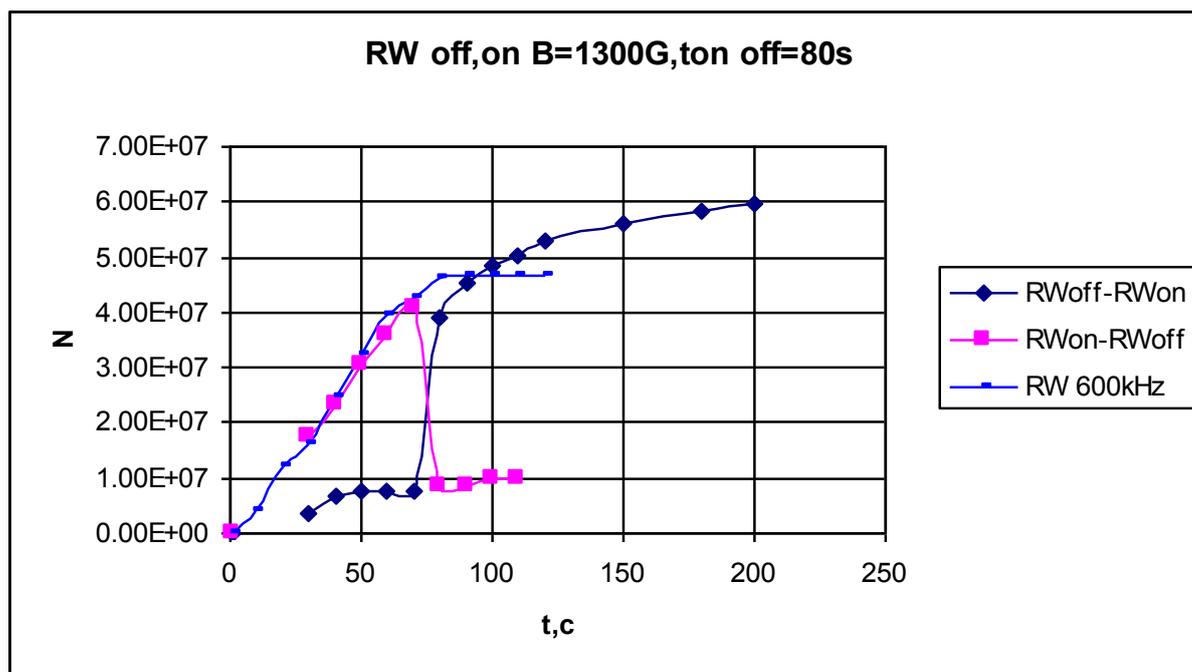
резонансная частота RW-поля, при которой зафиксировано существенное увеличение времени жизни и количества частиц в ступке в нашей ловушке, как по результатам моделирования, так и в эксперименте:  $f_{RW} \approx 650$  кГц (рис. 2.9, рис. 2.10). Аналогичная зависимость отмечена в работах [80,91]. Однако есть существенные особенности наших экспериментов, рассмотренные ниже. Роль RW-поля особенно заметна в динамических экспериментах по накоплению, когда RW-поле включалось или выключалось в процессе накопления. Сброс ступки на коллектор производился, когда RW-поле включалось или выключалось в процессе накопления (рис. 2.11).



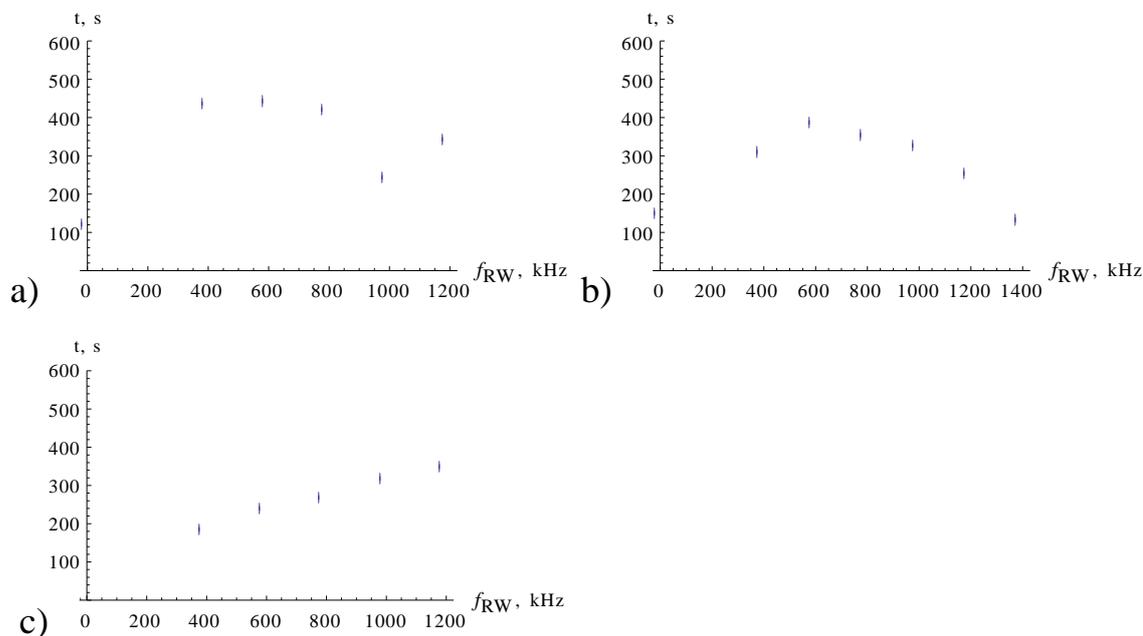
**Рис. 2.9:** Зависимость числа накопленных частиц (электронов) в ступке от частоты RW-поля при оптимальных параметрах:  $P=2 \cdot 10^{-6}$  Торр,  $V=1200$  Гс в эксперименте (кривая) и моделирование (квадратики)

Данные эксперимента показывают, что именно RW-поле обеспечивает хорошую эффективность накопления: при его включении количество накопленных частиц резко возрастает, и наоборот, уменьшается при выключении.

Для проверки связи резонансной частоты RW-поля с баунс-частотой (1.1) проведен эксперимент, в котором изменялась длина области накопления (рис. 2.11).



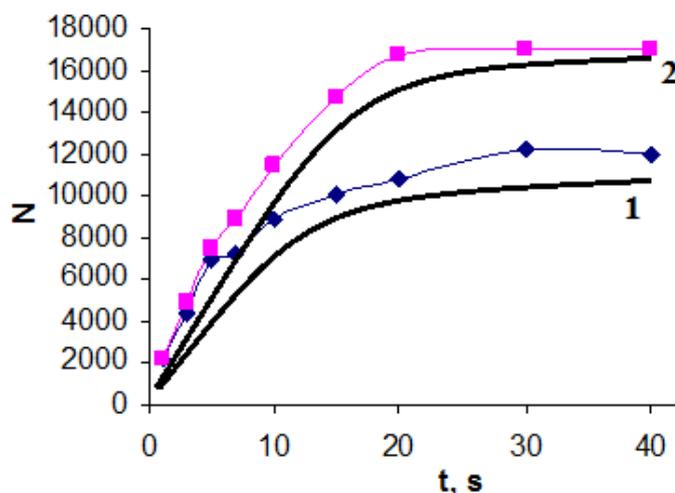
**Рис. 2.10:** Динамика процесс накопления при включении-выключении RW-поля. Кривая с квадратами – после 80 секунд накопления с вращающимся полем поле было отключено. Кривая с ромбиками – через 80 секунд накопления без вращающегося поля поле было включено, кривая с прямоугольниками – RW-поля действовало во время всего накопления



**Рис. 2.11:** Зависимость времени жизни сгустка частиц от частоты RW-поля при различных длинах а)  $L=72$  см, б)  $L=48$  см, в)  $L=32$  см. Давление буферного газа и магнитное поле имеют оптимальные значения.  $P=2 \cdot 10^{-6}$  Торр,  $B=1200$  Гаусс

При укорочении длины накопления баунс-частота возрастает, и приходится повышать частоту RW-поля. Результаты работы по подбору оптимальных параметров накопления позволили осуществить инжекцию [15] накопленных позитронов из ловушки Сурко в накопительное кольцо установки LEPTA.

При работе с позитронами исследованы зависимости динамики сгустка позитронов и подобрана оптимальная частота RW-поля при малых концентрациях частиц (рис. 2.12).

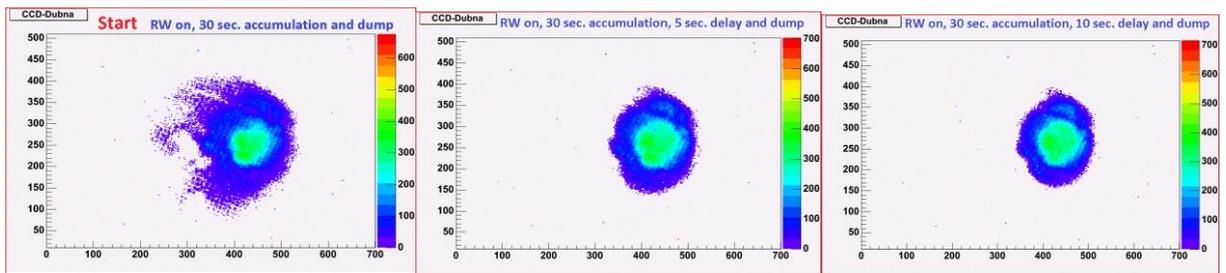


**Рис. 2.12:** Зависимость числа накопленных позитронов в ловушке Сурко от времени с использованием (кривая с квадратиками) и без использования (кривая с ромбиками) RW-поля.  $P=2 \cdot 10^{-6}$  Торр,  $V=1200$  Гс, кГц, частота вращающегося поля резонансная. Рядом с данными эксперимента кривыми 1 (без RW поля) и 2 (с RW полем) представлен расчет по формуле (2.6) с параметрами из численных расчетов

### 2.3.2 Поперечные размеры сгустка накопленных частиц

В работах [80], [91] указывается также на сжатие накопленного сгустка RW-полем в поперечном направлении. Для измерения поперечного распределения плотности накопленных частиц в сгустке нами были использованы сборка из двух микроканальных пластин (усилитель), люминофор и CCD камера. Это позволило впервые (рис. 2.13) изучить распределение плотности накапливаемых частиц по поперечному сечению сгустка с отделением фазы инжекции частиц в ловушку от фазы удержания

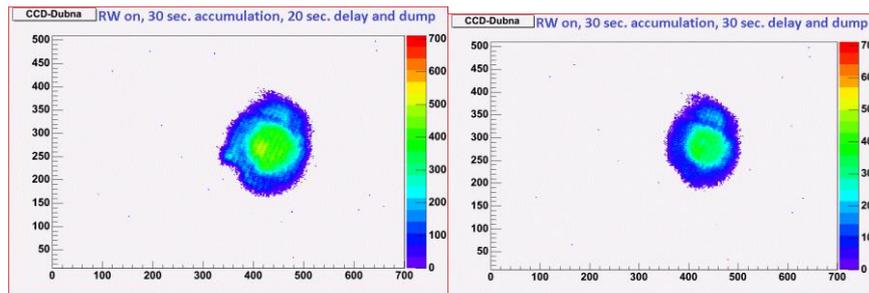
и сброса. Для измерения размеров на люминофор была наложена металлическая сетка с шагом ячейки 1 мм, которая видна на полученных снимках. Независимо использовался подвижный коллектор для дополнительного контроля размера сгустка. Из анализа снимков видно, что с включением RW-поля в направлении дрейфа частиц в скрещенных  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  полях сгусток сжимается. При выключении RW-поля происходит его расширение.



1a

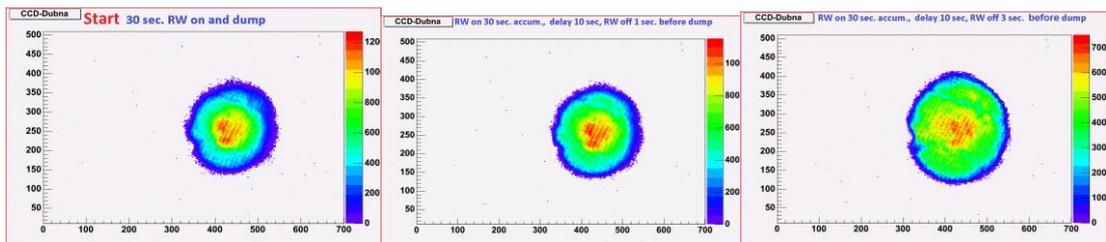
1b

1c



1d

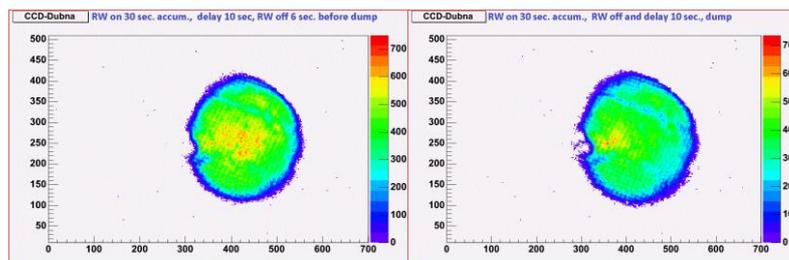
1e



2a

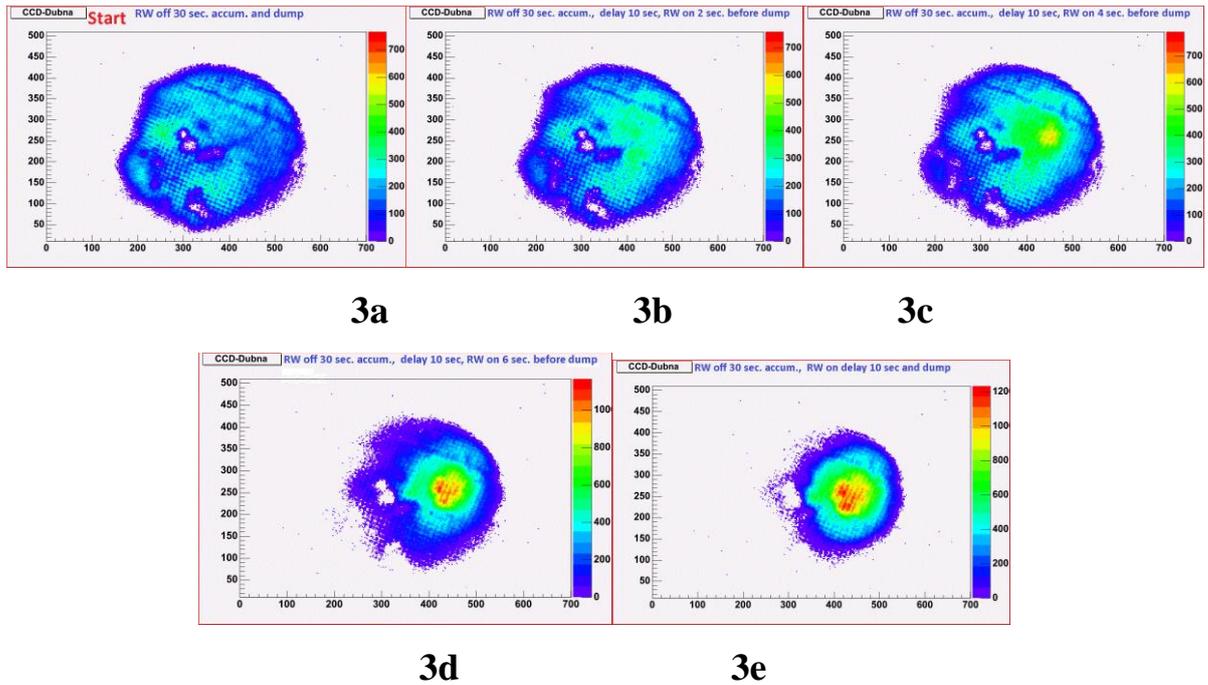
2b

2c



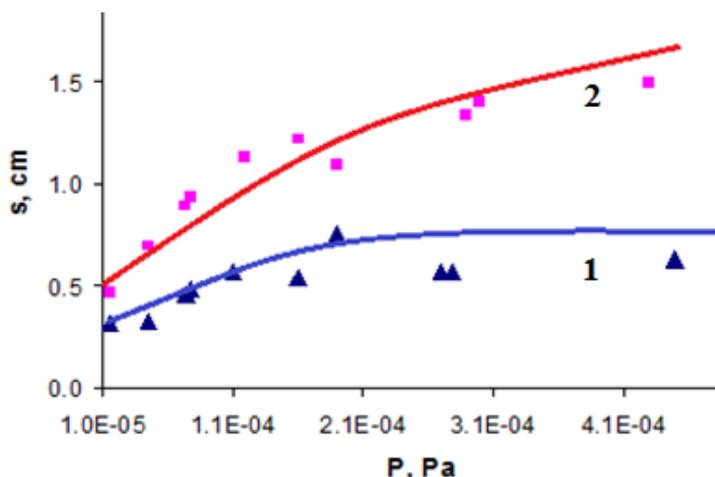
2d

2e



**Рис. 2.13:** Снимки поперечного размера CCD камерой сгустка накопленных частиц по свечению при сбросе на люминофор в различные моменты времени. RW-поле включено в направлении дрейфа. Эффект поперечного сжатия сгустка постоянно действующим RW полем. 1. Инжекция и накопление (30 сек.)→ инжекция закрыта →удержание →сброс на люминофор через 0, 5, 10, 20, 30 сек. (1a-e). 2. Эффект выключения RW-поля. Сгусток расширяется. Инжекция и накопление при включенном RW (30 сек.)→ инжекция закрыта →удержание в течение 10 сек. с выключением RW поля за 0, 1, 3, 6, 10 сек. (2a-e) до сброса. 3. Эффект включения RW-поля. Сгусток сжимается. Инжекция и накопление при выключенном RW (30 сек.)→ инжекция закрыта →удержание в течение 10 сек. с включением RW поля за 0, 2, 4, 6, 10 сек. (3a-e) до сброса. Шаг масштабирующей сетки 1 мм x 1 мм, размер отображаемой области 3 см x 4.5 см.  $P=2 \cdot 10^{-6}$  Торр,  $V=1200$  Гс, частота вращающегося поля резонансная

Приведем также зависимость поперечных размеров сгустка от давления буферного газа в ловушке (рис. 2.14). По рис. 2.14 можно сделать вывод, что с увеличением давления буферного газа поперечный размер сгустка растет, что говорит об увеличении диффузии на стенки за счет возрастания числа столкновений. При этом вращающееся поле способно при выполнении условий резонанса эффективно препятствовать этому процессу.



**Рис. 2.14:** Зависимость дисперсии гауссова профиля накопленного сгустка от давления буферного газа (азот). Экспериментальные данные обозначены: треугольниками без RW-поля, квадратики с RW-полем. Кривая 1 – расчет без RW-поля, 2 – с влиянием RW-поля с выполнением условия резонанса

### 2.3.3 Оптимальные параметры накопления

Приведем также оптимальные параметры накопления частиц в ловушке установки LEPTA в табл. 2.3.

**Таблица 2.3:** Оптимальные параметры накопления в «ловушке Сурко» установки LEPTA

Параметр	Величина	Пояснение
$B$ , Гс	1200	Продольное магнитное поле
$U_0$ , В	10	Глубина потенциальной ямы
$P$ , Торр, $10^{-6}$	4	Давление в области накопления с учетом напуска буферного газа $N_2$
$U_{RW}$ , В	0.5	Амплитуда RW-поля
$f_{RW}$ , кГц	650 800 1200	Зависит от длины накопленного сгустка $L = 12 \div 65$ см
$T$ , К	300	Температура газа в области накопления

Приведенные оптимальные параметры электрических, магнитных полей, давления буферного газа при накоплении позитронов в ловушке установки указаны с учетом диапазона изменений в рамках проводимых экспериментов. Приведенные результаты первой и второй главы диссертации позволяют теоретически и экспериментально решить проблему оптимизации методов накопления позитронов в ловушках Пеннинг-Малмберговского типа для последующей генерации экзотических атомов позитрония, антиводорода и др. Развитие и совершенствование методики управления позитронным пучком позволяет продвинуться в области фундаментальных исследований структуры вещества с помощью позитронной аннигиляционной спектроскопии [95,96]. Известные из литературы [73, 74, 77, 80] механизмы сжатия не дают единого убедительного объяснения этого эффекта при произвольной концентрации частиц. В нашей работе [97] было рассмотрено влияние пространственного заряда на процесс накопления. В работе [98] обсуждается картина, включающая трехмерный резонанс (совпадение трех частот: вращающегося поля, поперечного дрейфа и продольных осцилляций) в воздействии RW-поля с учетом влияния буферного газа. Такой резонанс возможен как при большой, так и при малой концентрации частиц.

## 2.4 Обсуждение результатов

В данной главе исследованы особенности накопления заряженных частиц и сжатия их сгустка в ловушке Сурко установки LEPTA. Установлены следующие факты:

- характер воздействия RW-поля на накапливаемые частицы носит резонансный характер. Значение резонансной частоты RW-поля зависит от концентрации частиц в сгустке;

- экспериментально подтверждена определяющая роль буферного газа не только при захвате, но и при удержании и сжатии сгустка частиц;
- подтверждено сжимающее действие вращающегося электрического поля на поперечные размеры накапливаемого сгустка частиц;
- подтверждена роль сжатия в росте числа удерживаемых частиц и увеличении времени жизни всего сгустка частиц.

Подтверждено, что в описании происходящих процессов существен учет баунс-осцилляций.

Из основных результатов работы здесь было получено:

- найдены оптимальные толщины и температуры замедлителя в позитронном источнике, позволяющие формировать пучок позитронов на входе в ловушку с малым разбросом по продольным энергиям;
- произведена проверка предложенной модели на результатах экспериментального исследования накопления электронов и позитронов в «ловушке Сурко» с вращающимся электрическим полем установки LEPTA; оптимальные параметры накопления и удержания позитронов подтверждают основные критерии предложенной модели, что позволяет рассчитывать параметры физических установок для генерации атомов позитрония и антиводорода.

Результаты данной главы опубликованы в работах авторского списка [A4, A5, A7, A10, A11, A22-A28, A32, A34, A36, A40, A42-A44].

## ГЛАВА 3 Распад экзотических атомов в столкновениях

### 3.1 Эксперименты по исследованию экзотических атомов и антивещества

В 1947 году в ходе экспериментов [99] с отрицательными мюонами в различных средах было выяснено, что это время жизни мюонов существенно меньше такового в вакууме ( $\tau \sim 2 \cdot 10^{-6} c$ ). Объяснение этому факту было предложено в работах [100], [101]. Отрицательный мюон  $\mu^-$ , влетев в среду, останавливается и замещает один из внешних электронов атомов среды, попадая на круговые высоковозбужденные орбиты  $l \sim n \sim \sqrt{m_\mu / m_e} \sim 15$  с радиусом порядка боровского  $a_0$ . Затем начинаются быстрые каскадные переходы ( $\tau_{cas} \sim 10^{-12} c$ ) в состояния с малыми квановыми числами  $n \sim 1$ , размер которых ( $\sim a_0 m_e / (Z m_\mu)$ ) мал. Мюон, находясь близко к ядру, имеет большую вероятность быть поглощенным нуклонами за счет слабого взаимодействия. Это связанное состояние мюона и атомного остова и получило название экзотический атом (ЭА). Вместо мюона могут быть захвачены ядрами антипротоны  $\bar{p}$ , отрицательные каоны  $K^-$ , пионы  $\pi^-$  и другие экзотические, по отношению к электронам, частицы. Часто к ЭА относят также и атомы антиводорода ( $\bar{p}e^+$ ), позитрония ( $e^-e^+$ ), мюоний ( $e^-\mu^+$ ) и др. Интенсивные исследования в этой области позволили сформировать целое направление в ядерной и атомной физике, в этом нас убеждают обзоры по физике экзотических атомов [87], [102]-[114]. Физика экзотических атомов или, по-другому – физика промежуточных энергий занимается поиском редких распадов и реакций с уже известными частицами,

обнаружение нарушений фундаментальных свойств симметрии, изучение атомных и молекулярных процессов с участием ЭАМС. В этих исследованиях применяются накопители, замедлители, ловушки с интенсивными пучками и сравнительно малыми энергиями частиц. Из недавних успехов в физике ЭАМС можно отметить долговременное (17 минут) удержание в ловушке на установке ALPHA (CERN) атомов антиводорода [2]. На сегодняшний день идут исследования внутриатомных переходов в антиводороде [10], разрабатываются эксперименты по поиску антигравитации [11] с целью проверки СРТ-теоремы. В лаборатории в Риверсайде (США) проводятся эксперименты с атомами позитрония в ридберговских состояниях [5], исследуются оптические переходы в молекулярном позитронии [6].

Сосредоточимся на отдельных направлениях и объектах исследования в области столкновений с участием экзотических атомов, приводящих к их распаду. Рассмотрим столкновения мезоатомов и антипротонного гелия с атомами и молекулами в широком диапазоне энергий.

### 3.2. Приближение внезапных возмущений в столкновениях

При условии малости время действия возмущающего поля при столкновении  $\tau$  по отношению к времени движения частиц внутри атома или молекулы  $\tau_a$ , то расчет эволюции внутри атома или молекул в результате действия возмущения можно проводить, используя разложение по малому параметру  $\tau/\tau_a$ . На величину и форму возмущения не накладывается каких-либо ограничений. Такое разложение по малому параметру  $\tau/\tau_a$  является так называемым разложением Магнуса [115, 116]. Первые слагаемые при разложении по степеням порядка малости  $\tau/\tau_a$  это и есть то, что мы понимаем под приближением внезапных возмущений (ПВВ). Само приближение было сформулировано

в [117, 118]. Непосредственное использование приближения при описании столкновений с атомами было применено в статьях [119, 120]. Наиболее полные и детальные описания ПВВ можно найти в обзорных статьях [119, 120], также можно порекомендовать монографию [121] в которой изложены применения ПВВ в теории столкновений быстрых многозарядных ионов с атомами и молекулами.

В качестве краткого описания ПВВ исследуем решение уравнения Шредингера (УШ) непertурбативными методами

$$i\dot{\Phi} = (\hat{H}_0 + V(t))\Phi, \quad (3.1)$$

здесь  $V(t)$  внезапное возмущение, кратковременно действующее на атом или молекулу,  $\hat{H}_0$  - невозмущенный гамильтониан атомной системы. Здесь атомная система единиц  $m_\mu = \hbar = e = 1$  (см. Приложение А). Во время действия возмущения  $V(t)$ , пренебрегая временным изменением волновой функции системы  $\Phi$  под действием  $\hat{H}_0$ , запишем (3.1) как

$$i\dot{\Phi} = \hat{V}(t)\Phi. \quad (3.2)$$

Согласно [122]-[126] амплитуда перехода атома из первоначального состояния  $|i\rangle$  в конечное состояние  $|f\rangle$  может быть определена как

$$a_{fi} = \langle f | \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) dt \right\} | i \rangle. \quad (3.3)$$

УШ (3.2) допускает запись в представлении взаимодействия

$$i\dot{\Phi} = V(t)\Phi,$$

здесь  $\hat{V}(t)$  – оператор внезапного возмущения в таком представлении

$$\hat{V}(t) = e^{i\hat{H}_0 t} V(t) e^{-i\hat{H}_0 t}.$$

УШ имеет решение

$$\Phi(t) = T \exp \left\{ -i \int_{t_0}^t \hat{V}(t) dt \right\} \Phi(t_0), \quad (3.4)$$

здесь  $T$  – оператор хронологизации, устанавливающий временной порядок во время эволюции системы. Амплитуда перехода (3.3) может быть определена как

$$a_{fi} = \langle f | T \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{+\infty} \widehat{V}(t) dt \right\} | i \rangle. \quad (3.5)$$

Если теперь представить оператор хронологизации через разложение по малому параметру, то получим стандартный ряд теории возмущений. Временную эволюцию волновой функции (ВФ) системы можно записать и в иной, чем (3.4) форме. Пусть имеется малый шаг по времени  $\delta t$ , позволяющий выписать изменение ВФ в виде

$$\Phi(t + \delta t) = \exp \{ -i \widehat{V}(t) \delta t \} \Phi(t).$$

Для получения решений разобьем временной отрезок  $t - t_0$  на малые промежутки  $\delta t$ :

$$\Phi(t = t_N) = \prod_{j=0}^{N-1} \left[ \exp \{ -i \widehat{V}(t_j) \delta t \} \right] \Phi(t_0),$$

тогда, группируя в пары все слагаемые из произведения и воспользовавшись соотношением

$$\exp(\widehat{A}) \exp(\widehat{B}) = \exp \left( \widehat{A} + \widehat{B} + \frac{1}{2} [\widehat{A}, \widehat{B}] + \frac{1}{12} [\widehat{A}, [\widehat{A}, \widehat{B}]] + \dots \right),$$

получаем представление Магнуса для УШ:

$$\Phi(t) = \exp \left\{ -i \int_{t_0}^t \widehat{V}(t) dt + (-i)^2 \frac{1}{2} \int_{t_0}^t dt_1 \int_{t_0}^{t_1} dt_2 [\widehat{V}(t_1), \widehat{V}(t_2)] + \dots \right\} \Phi(t_0),$$

Что отражаем разложение в ряд по малому параметру  $\tau/\tau_a$ . Здесь нет ограничений на  $\widehat{V}(t)$  [122]. Стоит заметить, что по отношению к борновскому приближению стандартной теории возмущений члены полученного ряда в показателе экспоненты в разложении Магнуса в любой конечной сумме сохраняет условие унитарности оператора эволюции. Если возмущение действует в некий начальный момент

времени  $t = 0$ , то при сохранении условия кратковременности возмущения  $\tau \ll \tau_a \sim 1/\omega_0$ , где  $\omega_0$  определяется частотой движений электронов в начальном и конечном состоянии, то  $\widehat{V}(t) \approx V(t)$  и, следует выражение (3.3). Это и есть стандартная форма ПВВ, удобная для дальнейших расчетов.

С учетом полученного выражения для амплитуды перехода (3.5) из начального состояния (с ВФ  $\Psi_i$ ) в конечное для системы (с ВФ  $\Psi_f$ ), можно записать сечение неупругих процессов в столкновениях быстрых частиц, способных вызвать кратковременное возмущение, с атомами и молекулами в ПВВ:

$$\sigma = \int d^2\mathbf{b} \left| \langle \Psi_f | \left[ \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{+\infty} V(\mathbf{v}t, \mathbf{b}; \{\mathbf{r}_a\}) dt \right\} \right] | \Psi_i \rangle \right|^2 .$$

ПВВ тесно связана с приближением эйконала и данное выражение может быть получено в рамках эйконального приближения.

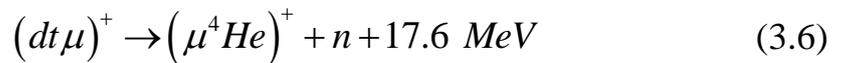
Использование ПВВ в задачах возбуждения атомов или молекул кулоновским далекодействующим неэкранированным потенциалом не дает непосредственной возможности вычислить необходимые интегралы при расчете сечений и вероятностей из-за расходимости. Физическая причина расходимости достаточно проста: ПВВ не применимо, если время взаимодействия немало по отношению к временам характерного внутреннего движения электронов в атомах или молекулах. В случае далекодействующего потенциала данный критерий не выполняется, т.к. в принципе невозможно говорить об ограниченности поля не в пространстве не по времени взаимодействия. Поэтому нужна корректная процедура «обрезания» и «сшивки», подробно описанным в работе [91]. Многочисленные примеры применения ПВВ в столкновительных задачах можно найти в работах [127]-[129].

### 3.3 Распад мезоатома при «стряхивания» мюона в столкновениях

Экспериментальные и теоретические исследования мюонного катализа ядерного синтеза проходят в ряде ведущих научных центров, таких как PSI (Paul Scherrer Institute, Швейцария), TRIUMF (Ванкувер, Канада), RIKEN (Токио, Япония), ОИЯИ (Дубна, Россия), ПИЯФ (Гатчина, Россия).

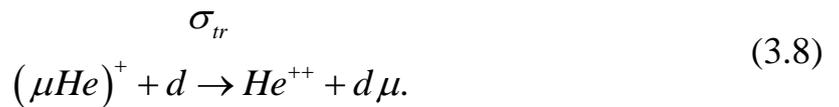
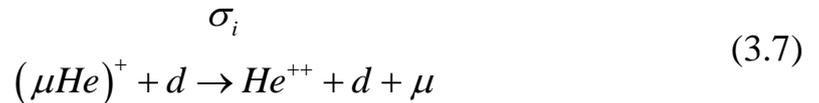
#### 3.3.1 Роль прилипания мюона в цикле мюокатализа термоядерного синтеза

Одной из основных проблем, возникающих при практической реализации идеи мюонного катализа [102, 130, 131] является прилипание примерно одного процента мюонов к продуктам термоядерной реакции в процессе



Аналогичные процессы могут произойти и при участии мезоатома  $(\mu^3He)^+$ . Скорости процесса (3.6) были рассчитаны [132, 133] и измерены экспериментально при различных параметрах смеси дейтерия и трития [134, 135]. Для коммерчески выгодного использования мюокатализа по оценкам необходимо, чтобы один мюон катализировал примерно  $10^4$  актов термоядерного синтеза в дейтериево-тритиевой смеси. Однако экспериментальные [134, 136] результаты дают на два порядка меньшее число циклов на каждый мюон за время его жизни. Увеличение количества циклов возможно за счет «стряхивания» («stripping») мюона в различных неупругих процессах. Расчет сечений и вероятностей «стряхивания» [107] был произведен для быстрых мезоатомов  $(\mu^4He)^+$ , движущихся с энергией до 3.8 МэВ. Предлагаются и реализуются различные способы увеличения

вероятности «стряхивания» мюона [134]. «Стряхивание» в дейтериево-трیتیевой смеси может произойти в основном за счет ударной ионизации (с сечением  $\sigma_i$ ) и реакции перехвата (с сечением  $\sigma_{tr}$ ). Т.к. мезоатом мал, то обычно взаимодействие с молекулами ( $D_2$ ,  $T_2$ ) рассматривают как с отдельными центрами (d, t):



В итоге сечение страхования есть сумма сечений ионизации и перехвата:

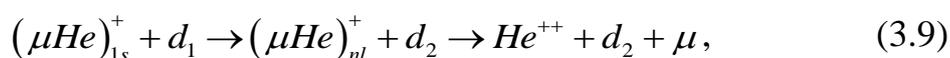
$$\sigma_s = \sigma_i + \sigma_{tr}.$$

Сечение перехвата (3.8) достаточно быстро спадает с ростом скорости мезоатома [108,109]. Поэтому для быстрых мезоатомов именно процесс ионизации (3.7) играет важную роль в «стряхивании» мюона. Размер мезоатома меньше размера атома водорода в  $m_\mu / (Z_m m_e) \approx 414$  раз (масса мюона  $m_\mu \approx 207m_e$ , заряд ядра мезоатома  $Z_m = 2$ ), поэтому можно рассматривать взаимодействие мезоатома с молекулой как неупругое рассеяние на отдельных центрах. По сравнению с размерами молекулы  $D_2$  позволяют считать, что мюон стряхивается в результате столкновений мезоатома с отдельными дейтронами в рамках процессов. Учитывая малость времени девозбуждения мезоатома в каскадных процессах ( $\tau^* \leq 10^{-12}$  с [140]), можно сказать, что время между столкновениями  $\tau_c \ll \tau^*$  при плотностях дейтериево-трیتیевой смеси меньше или порядка плотности жидкого гелия  $\rho_0 = 4.25 \cdot 10^{22}$  яд / см<sup>3</sup> при быстром торможении мезоатома в среде. Поэтому мезоатом в таких случаях может потерять мюон только в прямых процессах ионизации из основного состояния. Промежуточные возбуждения успевают срелаксировать между столкновениями и практически не влияют на вероятность отрыва  $\mu$ -

частицы. Этот факт дает малую зависимость вероятности срыва мюона от плотности смеси  $D_2, T_2$ . Вклад же возбужденных состояний очень мал [140]. Учет же процессов столкновений с участием возбужденных приводит к появлению зависимости (хотя и несущественной при  $\varphi \leq \varphi_0$ ) стряхивания мюона от плотности среды. Естественно предположить, что в случае сохранения возбуждения, в каждом следующем столкновении ионизовать  $(\mu\text{He})^+$  будет проще. Сохранить возбуждение поможет близкое положение второго рассеивающего центра к первому и наличие большой скорости столкновения, способной обеспечить случай, когда  $\tau_c \geq \tau^*$ . Это выполняется для молекулы  $D_2$  с межъядерным расстоянием.  $L \approx 1.4 \text{ a.e.} \approx 288 \text{ m.a.e.}$  (далее в рассмотрении процессов с участием мезоатома мы будем пользоваться мезоатомной системой единиц  $m_\mu = \hbar = e = 1$ , см. Приложение А) в случае ее продольной ориентации относительно направления скорости быстрого мезоатома. Простая оценка при скорости быстрого мезоатома в  $v \sim 6 \text{ m.a.e.}$  (соответствует энергии, получаемой при термоядерной реакции  $(\mu\text{He})^+$  в 3.8 МэВ) дает  $\tau_c = L/v \sim 10^{-17} \text{ c.}$

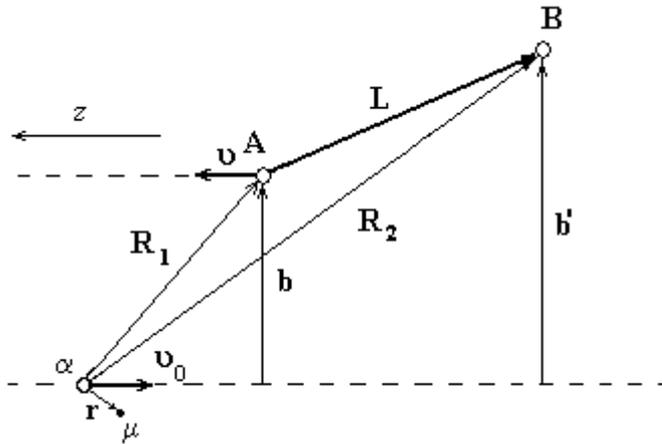
### 3.3.2 «Стряхивание» мюона быстрого мезоатома в процессе типа «карамболь»

Рассмотрим механизм «стряхивания» мюона в процессе типа карамболь<sup>1</sup>. Рассмотрим двухстадийный процесс ионизации мезоатома через промежуточное возбужденное состояние



<sup>1</sup> Matveev V.I., Eseev M.K. The «carom» type contribution to ionization processes of fast mesoatom at collisions with a diatomic molecule // XXIV mSR-Seminar, XXXVII PNPI Winter School, Sankt-Petersburg, Repino, 2- 6 March 2003.

где  $d_1$  и  $d_2$  - соответствующие ядра молекулы  $D_2$ . Сделаем расчет сечений процессов типа "карамболь" за счет кратности столкновений, когда в первом столкновении происходит возбуждение  $(n,l)$ , а во втором – ионизация из возбужденного состояния. Введем межъядерную ось  $\mathbf{L}$  и прицельные параметры  $b$  и  $b'$  относительно ядер молекулы (см. рис. 3.1).



**Рис. 3.1:** Столкновение мезоатома с двухатомной молекулой

Идея расчёта состоит в следующем. В ходе столкновения  $(\mu\text{He})^+$  с центром А ( $d_1$ ) с вероятностью  $W_{n0}(b)$  ион мюонного гелия переходит из основного состояния  $|0\rangle$  в возбужденное состояние  $|n\rangle$  (3.9). После столкновения с центром В ( $d_2$ ) возбужденный мезоатом ионизуется с вероятностью  $W_{pn}(b')$ . Тогда вероятность ионизации при таком двухстадийном процессе есть сумма произведений по всем  $n \geq 2$

$$W_{ion} = \sum_n W_{n0}(b) W_{pn}(b'). \quad (3.10)$$

Вклад в сечение ионизации процесса (3.10) после усреднения по ориентациям оси молекул  $D_2$  выстроенных в телесный угол  $\Omega_{\mathbf{L}}$  получается как

$$\Delta\sigma = \frac{1}{\Omega_{\mathbf{L}}} \int d\Omega_{\mathbf{L}} \int W_{ion} d^2b, \quad (3.11)$$

Если  $\Omega_L \ll 4\pi$ , то  $\Omega_L L^2 \equiv S \gg \sigma_{0n}$ , то можно записать поправку к сечению за счет процесса типа карамболь как

$$\Delta\sigma = \frac{1}{\Omega_L} \int d\Omega_L \int W_{ion} d^2b = \frac{1}{\Omega_L L^2} \int d^2b' \int W_{ion} d^2b \quad (3.12)$$

и из (3.11) и (3.12) получим

$$\Delta\sigma = \frac{1}{S} \sum_{n=2} \sigma_{0n} \sigma_{np}, \quad (3.13)$$

где

$$\sigma_{0n} = \int W_{0n}(b) d^2b, \quad \sigma_{np} = \int W_{np}(b') d^2b'. \quad (3.14)$$

выражение (3.13) можно использовать для оценок сечения ионизации мезоатома в столкновении типа "карамболь".

Произведем расчет сечения ионизации мезоатома при столкновении с двухатомной молекулой  $D_2$ ,  $N_2$  по теории возмущений. Комплекс  $(\mu He)^+$  движется со скоростью  $\mathbf{v}_0$  (см. рис. 3.1). Расстояние до центров молекулы (ядер дейтерия) рассчитывается как  $\mathbf{R}(t) = \mathbf{b} + \mathbf{v}t$ , где  $\mathbf{v} = -\mathbf{v}_0$  – скорость молекулы относительно мезоатома,  $\mathbf{b}$  – прицельный параметр столкновения. Потенциал действующий на  $\mu$  со стороны молекулы будем рассчитывать с учетом влияния электронного облака в отличие от [141]. Учет электронного облака произведем следующим образом. Представим молекулу двумя атомами на расстоянии  $\mathbf{L}$  друг от друга и не будем учитывать в этом приближении взаимодействие между атомами. Фактически этим мы «заморозим» движение атомов в молекуле, однако за время столкновения  $\tau_c$  таким движением можно пренебречь при больших скоростях столкновения. Распределение заряда, создающего поле, в атомах будем описывать по модели Дирака-Хартри-Фока-Слейтера. Потенциал, создаваемый двухатомной молекулой в точке наблюдения  $\mathbf{r}$  с учетом экранировки заряда ядер  $Z_A$ ,  $Z_B$  облаков электронов рассчитывается как

$$V(\mathbf{r}) = \frac{Z_A}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_1(t)|} \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{R}_1(t)|) + \frac{Z_B}{|\mathbf{r} - \mathbf{R}_2(t)|} \Phi(|\mathbf{r} - \mathbf{R}_2(t)|).$$

Энергия взаимодействия мюона с молекулой может быть рассмотрена как возмущение, а сам процесс описан в рамках теории возмущений как при столкновении быстрой частицы с рассеивающими центрами. Здесь экранирующие функции определяются как:

$$\Phi(r) = \sum_{i=1}^3 A_i e^{-\alpha_i r},$$

Коэффициенты  $A_i$ ,  $\alpha_i$  зависят от рода атомов в молекуле и рассчитаны в работе [142]. В импульсном представлении потенциал взаимодействия запишется как:

$$V(\mathbf{q}) = \int V(\mathbf{r}) \cdot e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} d^3 r = \frac{4\pi}{q^2}. \quad (3.15)$$

Фурье-преобразование потенциала позволяет записать  $V(\mathbf{r})$  через импульс по выражению (3.15):

$$V(\mathbf{r}) = 4\pi \int \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \cdot e^{i\mathbf{q}(\mathbf{r}-\mathbf{b}-\mathbf{v}t)} (1 + e^{-i\mathbf{q}\mathbf{L}}) \frac{d^3 q}{(2\pi)^3}. \quad (3.16)$$

Амплитуда прихода мезоатома из начального состояния  $|i\rangle$  с энергией  $\varepsilon_i$  в конечное  $|f\rangle$  с энергией  $\varepsilon_f$  в первом борновском приближении есть

$$\begin{aligned} a_{fi} &= -i \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\varepsilon_f - \varepsilon_i)t} \langle f | V(\mathbf{r}) | i \rangle = \\ &= -\frac{i}{2\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} dt \int d^3 q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\} e^{i(\varepsilon_f - \varepsilon_i)t} \langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle \times \\ &\quad \times e^{-i\mathbf{q}\mathbf{v}t} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{b}} (1 + e^{-i\mathbf{q}\mathbf{L}}). \end{aligned} \quad (3.17)$$

Используем аналитическое представление  $\delta$ -функции:

$$\int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i(\varepsilon_f - \varepsilon_i)t} e^{-i\mathbf{q}\mathbf{v}t} = 2\pi \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i - \mathbf{q}\mathbf{v}).$$

В этом случае выражение (3.16) запишется как

$$a_{fi} = -\frac{i}{\pi} \int \int d^3q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\} \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i - \mathbf{q}\mathbf{v}) \langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle e^{-i\mathbf{q}\mathbf{b}} (1 + e^{-i\mathbf{q}\mathbf{L}}).$$

Сечение процесса с амплитудой  $a_{fi}$ :

$$\begin{aligned} \sigma_{fi} &= \int d^2b W_{if} = \int d^2b |a_{fi}|^2 = \frac{1}{\pi^2} \int d^2b \times \\ &\times \int d^3q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\} \times \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i - \mathbf{q}\mathbf{v}) \langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle e^{-i\mathbf{q}\mathbf{b}} (1 + e^{-i\mathbf{q}\mathbf{L}}) \times \\ &\times \int d^3q' \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q'^2 + \alpha_i^2} \right\} \delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i - \mathbf{q}'\mathbf{v}) \langle f | e^{i\mathbf{q}'\mathbf{r}} | i \rangle e^{i\mathbf{q}'\mathbf{b}} (1 + e^{i\mathbf{q}'\mathbf{L}}). \end{aligned}$$

Здесь импульс  $\mathbf{q}'$  принимает все значения, включая  $\mathbf{q}$ . Расчет сечения ионизации в случае невыстроенностей молекул относительно направления движения мезоатома приведен в *Приложении Б* и дает очень малое значение.

Совсем другая ситуация в случае ориентированности рассеивающих мезоатом центров молекулы. Предположим, что угол выстроенности  $\Omega_{\mathbf{L}} \ll 4\pi$ . Используем (3.10). При этом будем считать, что при изменении  $b$  прицельный параметр  $b'$  не меняется. Получим:

$$\int W_{ion} d^2b = \sum_n \sigma_{n0} W_{pn}(b')$$

Проведя усреднение по  $\Omega_{\mathbf{L}}$ , запишем поправку к сечению ионизации на одном центре как:

$$\Delta\sigma = \frac{1}{L^2 \Omega_{\mathbf{L}}} \sum_n \sigma_{n0} \sigma_{pn} \quad (3.18)$$

Здесь использованы сечения определенные в (3.14). Нам необходимо рассчитать сечение перехода из состояния  $|i\rangle$  в состояние  $|f\rangle$  при рассеянии одного центра с зарядом  $Z$  с учетом экранировки на мезоатоме в первом борновском приближении:

$$\begin{aligned}\sigma_{fi} &= \frac{4Z^2}{v^2} \int d^3q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 \delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v} - \mathbf{q} \frac{\mathbf{v}}{v}\right) |\langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle|^2 = \\ &= \frac{8\pi}{v^2} \int_{-1}^1 d\cos\theta \int_0^\infty \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 q^2 \cdot dq \delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v} - q \cos\theta\right) |\langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle|^2\end{aligned}\quad (3.19)$$

По свойствам  $\delta$ -функции:

$$\delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v} - q \cos\theta\right) = \frac{1}{q} \delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{qv} - \cos\theta\right),$$

где  $\cos\theta \leq 1$ , а, следовательно, при интегрировании по нему в выражении (3.19) на  $q$  накладываются ограничения из последнего равенства

$\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{qv} \leq 1$ . Следовательно, существует минимальное значение импульса

налетающей частицы, которое можно найти как:

$$q_{\min} = \frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v}.$$

Поэтому выражение для сечения с учетом (3.17), (3.19) принимает вид:

$$\sigma_{fi} = \frac{8\pi Z^2}{v^2} \int_{q_{\min}}^\infty \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 q dq |\langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle|^2. \quad (3.20)$$

Рассчитаем сечение возбуждения мезоатома из основного состояния в состояние  $|n\rangle$ , минимальное значение импульса налетающей частицы при этом можно вычислить из следующих соображений. Пусть заряд ядра мезоатома равен  $Z_m$  (для мезоатома  $(\mu\text{He})^+ Z_m = 2$ ). Мезоатом является водородоподобным атомом. Уровни его энергии легко определить:

$$\varepsilon_n = -\frac{Z_m^2}{2n^2}, \quad \varepsilon_{1s} = -\frac{Z_m^2}{2}.$$

Тогда выражение для импульса примет вид

$$q_{\min} = \frac{Z_m^2}{2v} \left(1 - \frac{1}{n^2}\right). \quad (3.21)$$

Для определения сечений столкновений дейтронов (в случае молекулы  $D_2$ ) с мезоатомами в нормальном состоянии, сопровождающееся возбуждением  $n$ -го уровня дискретного спектра, необходимо вычислить матричный элемент в выражении (3.20). Просуммировав в параболических координатах, где  $e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} = e^{iqz} = e^{iq(\xi-\eta)/2}$  по всем возможным состояниям  $l$  и  $m$  в каждом наборе  $n, l, m$  [143], используем квадрат форм-фактора при переходе из основного водородоподобного состояния мезоатома  $|0\rangle = \pi^{-1/2} a^{-3/2} e^{-r/a}$  в возбужденное  $|nlm\rangle$ :

$$\sum_{l=0}^{n-1} \sum_{m=-l}^l \left| \langle nlm | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | 0 \rangle \right|^2 = 2^8 n^7 (qa)^2 \frac{\left[ (n^2 - 1)^2 + (qan)^2 \right]^{n-3}}{\left[ (n+1)^2 + (qan)^2 \right]^{n+3}} \left[ \frac{n^2 - 1}{3} + (qan)^2 \right],$$

где,  $a = \hbar / (Z_m m_\mu e^2) = 1/2$  м.а.е.

С учетом этого выражение (3.20) принимает вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{n0} = & \frac{8\pi Z^2}{v^2} \int_{q_{\min}}^{\infty} q dq \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 2^8 n^7 (qa)^2 \times \\ & \times \frac{\left[ (n^2 - 1)^2 + (qan)^2 \right]^{n-3}}{\left[ (n+1)^2 + (qan)^2 \right]^{n+3}} \left[ \frac{n^2 - 1}{3} + (qan)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.22)$$

Расчет сечения ионизации из возбужденного состояния  $|n\rangle$  в борновском приближении уже невозможен. Воспользуемся выражением, полученным в работе [144] на основе расчета классических траекторий по методу Монте-Карло для быстрых мезоатомов:

$$\sigma_{pn} \equiv \sigma_n^{ion} \approx \frac{4\pi Z^2}{v^2 Z_m^2} \left( \frac{5}{3} n^2 - \frac{Z_m^2}{4v^2} \right). \quad (3.23)$$

Окончательное выражение поправки к сечению получим, используя (3.18)

$$\Delta\sigma = \frac{1}{L^2\Omega_L} \sum_{n=2}^{\infty} \sigma_{0n} \sigma_{np} = \frac{1}{L^2\Omega_L} \frac{32\pi^2 Z^4}{\nu^4 Z_m^2} \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{5}{3} n^2 - \frac{Z_m^2}{4\nu^2} \right) 2^8 n^7 \times$$

$$\times \int_{q_{\min}}^{\infty} q dq \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 (qa)^2 \frac{\left[ (n^2 - 1)^2 + (qan)^2 \right]^{n-3}}{\left[ (n+1)^2 + (qan)^2 \right]^{n+3}} \left[ \frac{n^2 - 1}{3} + (qan)^2 \right]$$

Для оценки сходимости проделаем в подынтегральном выражении следующие преобразования, справедливые при больших  $n$ :

$$(n-1)^2 + (qan)^2 = n^2 \left( 1 - \frac{2}{n} + \frac{1}{n^2} + (aq)^2 \right) \approx \frac{n^2}{(1+q^2)} \left( 1 - \frac{2}{n(1+(aq)^2)} \right),$$

$$\left[ 1 - \frac{2}{n(1+(aq)^2)} \right]^n = \left[ 1 - \frac{2}{n(1+(aq)^2)} \right]^{\frac{2n(1+(aq)^2)}{2(1+(aq)^2)}}$$

$$\left( 1 + \frac{y}{x} \right)^x \rightarrow e^y, \quad x \rightarrow \pm\infty, \quad \left[ 1 - \frac{2}{n(1+(aq)^2)} \right]^n \rightarrow e^{-\frac{2}{1+(aq)^2}},$$

$$\left[ (n+1)^2 + (qan)^2 \right]^n \rightarrow \frac{n^2}{1+(aq)^2} e^{\frac{2}{1+(aq)^2}},$$

$$\frac{\left[ (n^2 - 1)^2 + (qan)^2 \right]^{n-3}}{\left[ (n+1)^2 + (qan)^2 \right]^{n+3}} = \frac{1}{n^{12} (1+(aq)^2)^6} e^{\frac{-4}{1+(aq)^2}},$$

$$n^7 \left[ \frac{n^2 - 1}{3} + (qan)^2 \right] \rightarrow n^9 \left( (aq)^2 + \frac{1}{3} \right).$$

Также при оценке не будем использовать экранировку заряда ядра рассеивающего центра электронным облаком, т.е. вместо выражения под

интегралом  $\sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2}$  используем  $\frac{1}{q^2}$ . В итоге при достаточно больших  $n$

выражение (3.22) преобразуется к виду:

$$\sigma_{n0} = \frac{8\pi Z^2}{v^2} \frac{1}{n^3} 2^8 a^2 \int_{q_{\min}}^{\infty} \frac{dq \left( (aq)^2 + \frac{1}{3} \right)}{q \left( 1 + (aq)^2 \right)^6} e^{\frac{-4}{1+(aq)^2}}$$

Взятие интеграла дает в этом предельном случае

$$\begin{aligned} \sigma_{n0} = & \frac{8\pi Z^2}{v^2} \frac{1}{n^3} 2^8 a^2 \left[ 0.00654 \cdot e^{-\frac{4}{1+q_{\min}^2}} \left( \frac{41}{768} + \frac{1}{12(1+q_{\min}^2)^4} \right. \right. \\ & + \frac{1}{24(1+q_{\min}^2)^3} + \frac{1}{96(1+q_{\min}^2)^2} \\ & \left. \left. + \frac{3}{64(1+q_{\min}^2)} \right) - \frac{\text{ExpIntegralEi} \left[ 4 - \frac{4}{1+q_{\min}^2} \right]}{6e^4} \right], \end{aligned} \quad (3.24)$$

где  $q_{\min}$  определяется из выражения (3.21), а  $\text{ExpIntegralEi}[z]$  –

экспоненциально-интегральная функция  $\text{Ei}[z] = -\int_{-z}^{\infty} \frac{e^{-t}}{t} dt$ . Представим

поправку к сечению как два слагаемых:

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma_1 + \Delta\sigma_2.$$

Первое с суммой по  $n$  от 2 до какого-либо конечного  $n_m \gg 1$ , а второе с суммой от  $n_m + 1$  до бесконечности. При расчете второго слагаемого можем воспользоваться полученным приближением (3.24). Также пренебрежём для больших скоростей вторым слагаемым в (3.23). В итоге при больших  $n$  получается из уравнения (3.18) с учетом (3.23) и (3.24).

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_2 = & \frac{1}{L^2 \Omega_L} \frac{160\pi^2 Z^4}{3v^4 Z_m^2} \sum_{n=n_m+1}^{\infty} \frac{2^8}{n} \left[ 0.00654 \cdot e^{-\frac{4}{1+q_{\min}^2}} \left( \frac{41}{768} + \right. \right. \\ & + \frac{1}{12(1+q_{\min}^2)^4} + \frac{1}{24(1+q_{\min}^2)^3} + \frac{1}{96(1+q_{\min}^2)^2} \\ & \left. \left. + \frac{3}{64(1+q_{\min}^2)} \right) - \frac{\text{ExpIntegralEi} \left[ 4 - \frac{4}{1+q_{\min}^2} \right]}{6e^4} \right]. \end{aligned}$$

В случае выбора больших значений  $n_m$  при логарифмической зависимости от  $n_m$  очевидно, что  $\Delta\sigma_2 \ll \Delta\sigma_1$ .

При больших  $n_m$  выражение для поправки  $\Delta\sigma$  перестает быть справедливым. Это связано с тем, что выражение (3.23) для сечения ионизации из возбужденного состояния получено при рассеянии мезоатома на одном центре. В случае больших  $n_m$  возбужденный мезоатом становится сравнимым по размерам ( $r \approx a_0(m_e/m_\mu)n^2$ ) с размером атомов в молекуле и при расчете сечений необходимо учитывать одновременное, а не последовательное рассеяние на двух центрах. Поэтому  $n_m \leq \sqrt{m_\mu/m_e} = 15$ . При таком определении члены суммы с  $n > n_m$  вносят малый вклад в сечение  $\Delta\sigma$  и могут быть упущены, что позволяет записать поправку в виде конечной суммы:

$$\begin{aligned} \Delta\sigma \approx \Delta\sigma_1 &= \frac{1}{L^2\Omega_L} \sum_{n=2}^{\infty} \sigma_{0n} \sigma_{np} = \frac{1}{L^2\Omega_L} \frac{32\pi^2 Z^4}{v^4 Z_m^2} \sum_{n=2}^{n_m} \left( \frac{5}{3} n^2 - \frac{Z_m^2}{4v^2} \right) \times \\ &\times \int_{q_{\min}}^{\infty} q dq \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 2^8 n^7 (qa)^2 \times \\ &\times \frac{\left[ (n^2 - 1)^2 + (qan)^2 \right]^{n-3}}{\left[ (n+1)^2 + (qan)^2 \right]^{n+3}} \left[ \frac{n^2 - 1}{3} + (qan)^2 \right]. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Для непосредственной оценки вклада последовательных столкновений и сравнений результатов с экспериментом и расчетами других авторов удобно вычислить сечение ионизации на одном центре с поправкой на кратность. Сечение ионизации на одном центре определим с помощью формулы Бете при больших скоростях столкновения [145]:

$$\sigma_{i1} = \frac{4\pi Z^2}{v^2 Z_m^2} 0.285 \ln \left( \frac{v^2}{0.012 \cdot Z_m^2} \right). \quad (3.26)$$

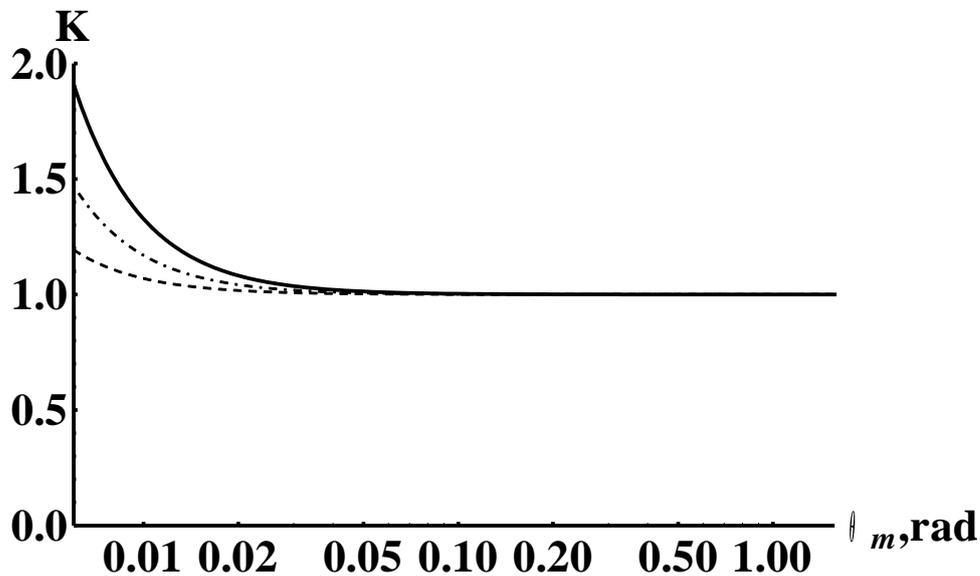
Тогда сечение стряхивания мюона за счет ионизации при учете кратных столкновений можно вычислить с использованием выражений (3.25) и (3.26) как

$$\sigma_i = \sigma_{i1} + \Delta\sigma / 2. \quad (3.27)$$

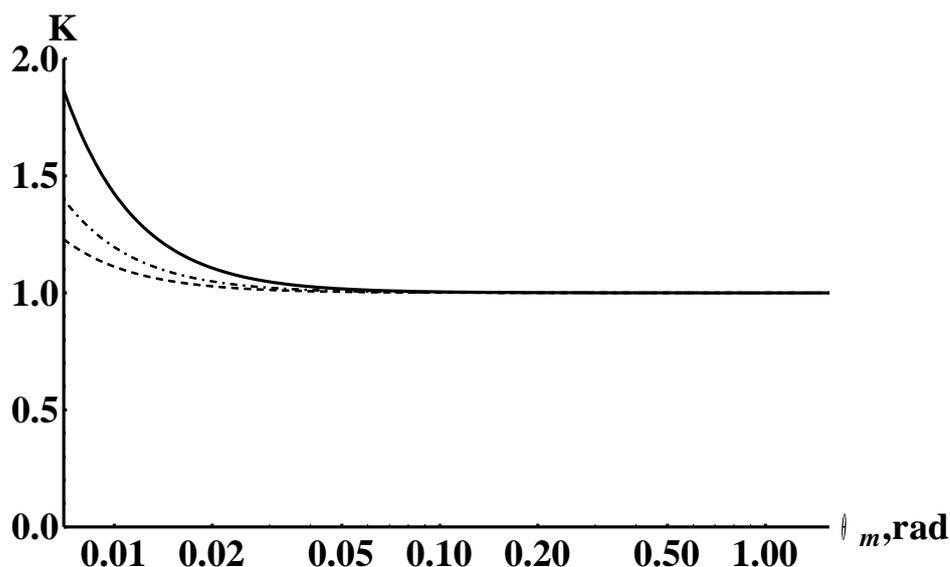
В последнем слагаемом в выражении (3.27) делением на 2 учтено то, что поправка  $\Delta\sigma$  относится сразу к двум рассеивающим центрам. Для оценки зависимости сечения ионизации с учетом поправки на эффект карамболь от угла выстроенности молекул удобно взять отношение

$$K = \frac{\sigma_i}{\sigma_{i1}} = 1 + \frac{\Delta\sigma}{2\sigma_{i1}}.$$

При расчете последнего слагаемого учтем, что  $\Omega_L = 2\pi(1 - \cos\theta_m)$ , где  $\theta_m$  - угол раствора конуса, ограничивающий телесный угол выстроенности молекул  $\Omega_L$ . На рис. 3.2 и рис. 3.3 приведены зависимость  $K(\theta_m)$  для молекулы дейтерия и азота при различных скоростях столкновений.

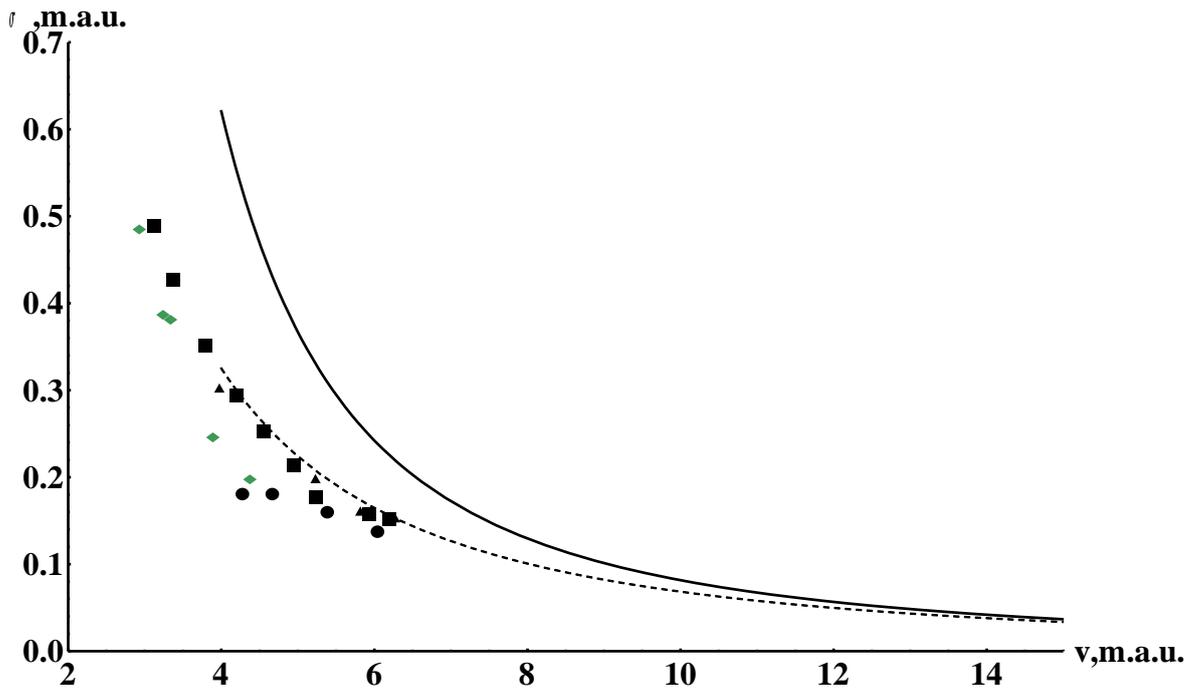


**Рис. 3.2:** Зависимость отношения сечений ионизации мезоатома с учетом кратности к сечению без учета кратности  $K$  от угла выстроенности для столкновений с молекулой дейтерия при скорости столкновения  $v$  равной 4 м.а.е. (сплошная кривая), 6 м.а.е. (штрих-пунктир), 10 м.а.е. (пунктирная кривая)



**Рис. 3.3:** Зависимость отношения сечений ионизации мезоатома с учетом кратности к сечению без учета кратности  $K$  от угла выстроенности для столкновений с молекулой азота при скорости столкновения  $v$  равной 20 м.а.е. (сплошная кривая), 30 м.а.е. (штрих-пунктир), 40 м.а.е. (пунктирная кривая)

По данным видно, что сечение ионизации мезоатома с учетом поправки может практически вдвое превышать сечение при малых углах выстроенности. С ростом скорости столкновения угловая зависимость уменьшается. Сравнение зависимостей для молекул  $D_2$  и  $N_2$  позволяет сделать вывод о том, что для азота (зарядом ядра больше) можно наблюдать сильную угловую зависимость при больших скоростях столкновений. Приведем также сравнение с экспериментом [146, 147, 148] и расчетами других авторов [149, 150] по «стряхиванию» мюонов в дейтериевой смеси, чтобы наглядно продемонстрировать возможное увеличение сечений за счет кратности столкновений (см. рис. 3.4). Из анализа видно, что рассеяние на выстроенных молекулах увеличивает сечение ионизации мюона в мезоатоме почти в два раза.



**Рис. 3.4:** Зависимость сечений стряхивания мюона и ионизации мезоатома в зависимости от скорости столкновения на дейтронах, рассчитанных с учетом кратности столкновения (сплошная линия) при выстроенности осей молекул в пределах  $\theta_m = 10^{-3}$  в расчете на каждый атом. Пунктир – расчет сечения ионизации на изолированных атомах. Теоретические расчеты сечений на изолированных атомах стряхивания мюона из работы [149] – треугольники, [150] – квадратики. Экспериментальные данные [146] – кружки, [147] – ромбики

### 3.3.3 Расчет сечения ионизации мезоатома при столкновении с двухатомной молекулой в приближении внезапных возмущений

Рассмотрим столкновение мезоатома с молекулами при больших скоростях. В этом случае мы можем смоделировать действие ультракоротких импульсов электромагнитного поля полями рассеивающих центров молекул, т.к. в этом случае за счет релятивистского сжатия эти поля становятся схожими с полем плоской волны. Будем считать, что скорость мезоатома настолько велика, что он воспринимает взаимодействие с рассеивающими центрами молекулы как внезапное возмущение. Это позволяет пользоваться приближением внезапных возмущений [151]. Используем метод расчета сечений ионизации за счет

кратных столкновений, предложенный в работе [152]. Пусть при столкновении мезоатома с каждым рассеивающим центром молекулы передается импульс  $\mathbf{q}_s$ , где  $s$  – номер рассеивающего центра. Если время между взаимодействиями большое, то можно считать, что импульсы передаются независимо, если мало, то передача импульса может осуществляться практически за одну порцию  $\sum_s \mathbf{q}_s$ . Известно [151], что сечения и вероятности ионизации при малых переданных импульсах (соответствующих быстрым столкновениям) возрастают пропорционально переданному импульсу в квадрате. Тогда мгновенная передача, например удвоенного импульса, может привести к удвоению эффекта от столкновения по отношению к последовательной передаче двух импульсов. Тогда кратные столкновения на двух центрах при условии их выстроенности способны увеличить сечения ионизации на величину, стремящуюся к двум, по отношению к сечению ионизации на двух несвязанных центрах.

В рамках этих рассуждений расчет сечения ионизации мезоатома можно вести проинтегрировав вероятность перехода мезоатома из основного состояния  $|0\rangle$  в непрерывный спектр с импульсом мюона  $\mathbf{k}$  по прицельному параметру столкновения  $\mathbf{b}$  по формуле:

$$\sigma_{0\mathbf{k}} = \int \left| \langle \mathbf{k} | e^{-i \sum_s \mathbf{q}_s \cdot \mathbf{r}} | 0 \rangle \right|^2 d^2 \mathbf{b}.$$

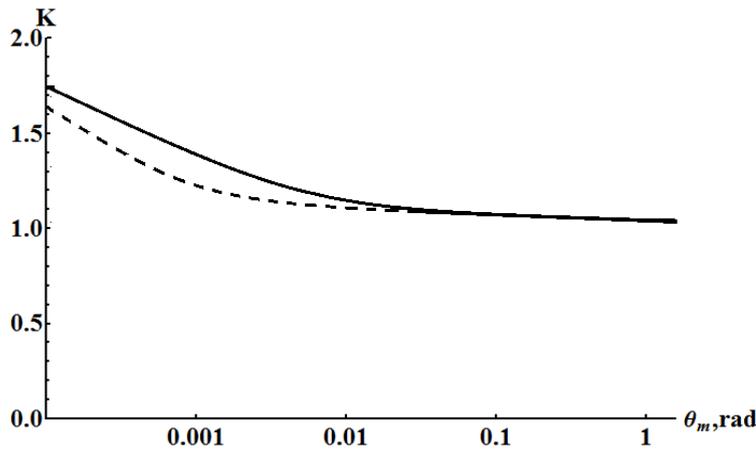
Проинтегрировав данное сечение по импульсам и направлениям вылета мюонов получим сечение ионизации мезоатома  $\sigma_i$  при релятивистских скоростях столкновений. Здесь переданный импульс от атомов в молекуле может быть рассчитан с учетом экранировки электронным облаком и ориентации межъядерной оси [122]:

$$\sum_{s=1}^2 \mathbf{q}_s = \sum_{s=1}^2 \frac{2Z_s}{v} \sum_{i=1}^3 \alpha_{si} A_{si} K_1(\alpha_{si} b_s) \frac{\mathbf{b}_s}{b_s}$$

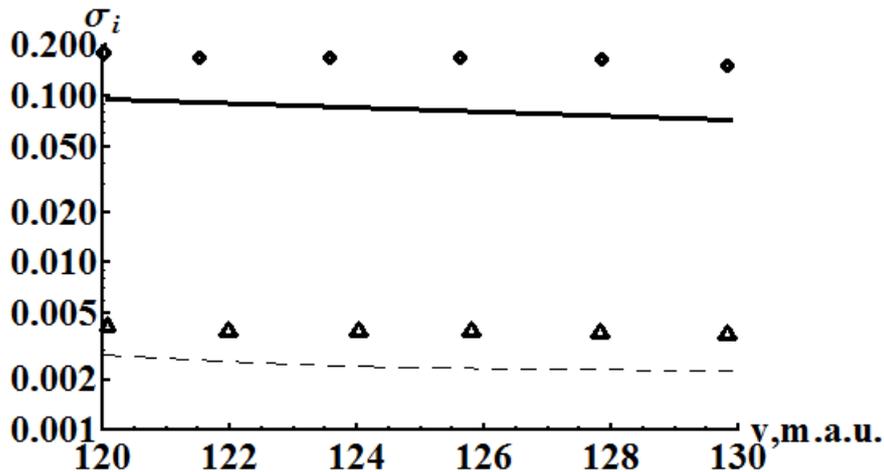
$K_1(\alpha_{si}b_s)$  – функция Макдональда. Коэффициенты  $A_{si}$ ,  $\alpha_{si}$  зависят от рода атомов в молекуле [152]. Суммирование по  $s$  учитывает количество атомов в молекуле (в нашем случае равно двум), суммирование по  $i$  определяется способом учета экранировки. Прицельный параметр  $\mathbf{b}_s$  зависит от ориентации межъядерной оси молекулы  $\mathbf{L}$  относительно направления скорости  $\nu$  налетающего мезоатома. Приведем ориентационную зависимость поправки к сечению за счет кратности взаимодействия в виде

$$K = \frac{\sigma_i}{2\sigma_{i1}},$$

где  $\sigma_{i1}$  – сечение ионизации при рассеянии на одном центре, когда в данной модели взаимодействия учитывается импульс, переданные только от одного атома молекулы. Данные расчета приведены на рис. 3.5 для молекулы азота и дейтерия в зависимости от угла выстроенности. Очевидно, что угловая зависимость очень сильная и эффект кратности сильно увеличивает сечения только для малых углов выстроенности. Молекулы с большим зарядом ядер дают большее относительное увеличение сечений за счет выстроенности, что, видимо, объясняется тем, что больший заряд вызывает большее возбуждение и последующую ионизацию мезоатома. Также на рис. 3.6 представлены сечения ионизации на различных молекулах в зависимости от скорости. Можно сделать вывод о слабом уменьшении сечений с ростом скорости столкновений и о значительном отличии сечений ионизации на молекулах азота по отношению к молекулам дейтерия. При условии выстроенности сечения увеличиваются почти в два раза по отношению к удвоенному сечению ионизации на независимых центрах рассеяния.



**Рис. 3.5:** Зависимость отношения сечений ионизации мезоатома с учетом кратности к сечению без учета кратности  $K$  от угла выстроенности для столкновений с молекулой азота (сплошная кривая) и молекулой дейтерия (пунктир) при скорости столкновения  $v$  равной 125 м.а.е.



**Рис. 3.6:** Зависимость рассчитанных сечений ионизации мезоатома при столкновении с молекулой азота (ромбики) и молекулой дейтерия (треугольники) с учетом кратности столкновения при выстроенности осей молекул в пределах  $\theta_m = 10^{-4}$ . Кривыми изображены сечения без учета кратности (сплошная - для молекулы азота, пунктир - для молекулы дейтерия)

Подводя итог можно отметить, что учет возможной выстроенности центров рассеивания приводит к значительному увеличению сечения ионизации мезоатома. В целом вклад процессов типа «карамболь» в сечение ионизации быстрого мезоатома существенно возрастает с увеличением степени выстроенности центров рассеяния по отношению к направлению движения мезоатома. Выстроенность центров рассеяния

можно получить, например, поляризацией молекул в электрическом поле или взяв кристалл с уже выстроенными центрами. В целом, зависимость поправки к сечению ионизации от ориентации и расстояния между рассеивающими центрами в молекулах или кристалле можно использовать для исследования свойств вещества. Также, учитывая, что возникновение поправки к сечению объясняется ионизацией на втором рассеивающем центре из возбужденного состояния мезоатома, можно исследовать свойства высоковозбужденных состояний в мезоатоме. Здесь сделаны расчеты учета процессов типа «карамболь» в столкновениях мезоатомов с выстроенными центрами рассеяния. Далее будут приведены оценки вероятности ионизации мезоатома последовательностью ультракоротких импульсов электромагнитного поля. Предложен механизм увеличения сечений и вероятности стряхивания мюона за счет кратных взаимодействий за счет ступенчатого процесса, когда в первом взаимодействии мезоатом возбуждается, а во втором взаимодействии, не успевая вернуться в основное состояние, ионизируется с большей вероятностью, чем из основного состояния. Данный механизм может быть использован при поиске новых возможностей увеличения вероятности стряхивания мюонов при рассеянии мезоатомов в экспериментах по мюонной физике.

### **3.4 Тушение метастабильности в антипротонном гелии примесями**

Поднимаемая в данном разделе проблематика относится к физике ЭА, которая представляет собой область на стыке атомной, ядерной физики и физики элементарных частиц. Одним из направлений является изучение природы и свойств метастабильности антипротонов, влетевших в среду. Этой проблеме более 20 лет и она остается актуальной, находя новое развитие [153]. Сравнительно недавно в экспериментах с антипротонным гелием получена точная оценка массы антипротона [154,

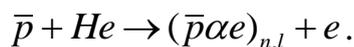
155]. Точное измерение массы антипротона и сопоставление ее с массой позитрона необходимо с целью проверки СРТ-инвариантности и связи свойств материи и антиматерии. В эксперименте ASACUSA (CERN, Швейцария) с помощью двухлучевой лазерной компенсации доплеровского сдвига, возникающего вследствие теплового движения антипротонных атомов были измерены отношения масс антипротона и электрона. В качестве поставщика антипротонов использовался замедлитель AD, антипротоны направлялись в гелиевую мишень.

Как отмечалось выше, понятие экзотического атома (ЭА) было введено по результатам объяснения [100,101] экспериментов по быстрому поглощению тяжелыми ядрами мюонов. Объяснение данному факту было дано с помощью образования мезоатома в связанном состоянии. Быстрый каскад по уровням мюона приводил к захвату ядром за время порядка  $10^{-11}$  с. Суть явления метастабильности сводится к аномально долгому времени жизни тяжелых отрицательно заряженных частиц, влетевших в гелий. Время жизни некоторой доли (1÷3%) таких частиц на 5÷6 порядков превосходит время каскадных процессов с последующей аннигиляцией на ядрах остальных влетевших частиц. Эти исследования проводились в рамках международных проектов PS205, ASACUSA в ведущих лабораториях мира, таких как КЕК (Япония), ЦЕРН (Швейцария). Объяснение причин метастабильности тяжелых отрицательно заряженных частиц в гелии очень важно на фоне полученных экспериментальных данных по тушению метастабильности атомарными и молекулярными примесями, лазерным излучением и т.д. Все расчеты здесь сделаны для антипротонного экзотического атома гелия, но основные выводы могут быть обобщены и на другие экзотические атомы гелия. Для расчета сечений тушения используется разработанная и развитая совместно с Л.И. Меньшиковым ионная модель метастабильности [113,156,157]. Показано, что модель способна объяснить целый ряд экспериментальных данных, таких как возникновение и тушение метастабильности при

различных плотностях атомарными и молекулярными примесями.

На качественном уровне механизм возникновения метастабильности впервые был предложен в работе Кондо [158], затем детализирован и уточнен в [159]. Механизм метастабильности известен как модель Кондо. Суть ее состоит в следующем. Первоначально антипротон уменьшает свою энергию в соударениях с атомами гелия вплоть до потенциала ионизации  $I_0 = 24.6$  эВ гелиевого атома. Далее медленный антипротон захватывается гелиевым атомом и замещает один из связанных электронов, формируя нейтральный комплекс, состоящий из гелиевого ядра, антипротона и оставшегося электрона – это и есть т.н. «атомкула».

Образование  $\bar{p}He^+$  происходит в реакции:



Это т.н. прямой механизмом образования антипротонного гелия. В этом выражении  $(n,l)$  – главное и орбитальное квантовые числа антипротона в комплексе. Однако «атомкула» не в состоянии объяснить целый ряд экспериментов по тушению метастабильности. Поэтому в работах [113], [156] был предложен другой механизм образования экзотического гелия, идущий в несколько этапов. Модель метастабильности получившегося антипротонного гелия носит название «ионкулы», т.к. представляет из себя ион, подобный  $H$  ( $\bar{p}\alpha ee$ ). Эта модель лучше согласуется с имеющимися экспериментальными фактами. Большинство экспериментов проведено по исследованию тушения метастабильности антипротонов в гелии.

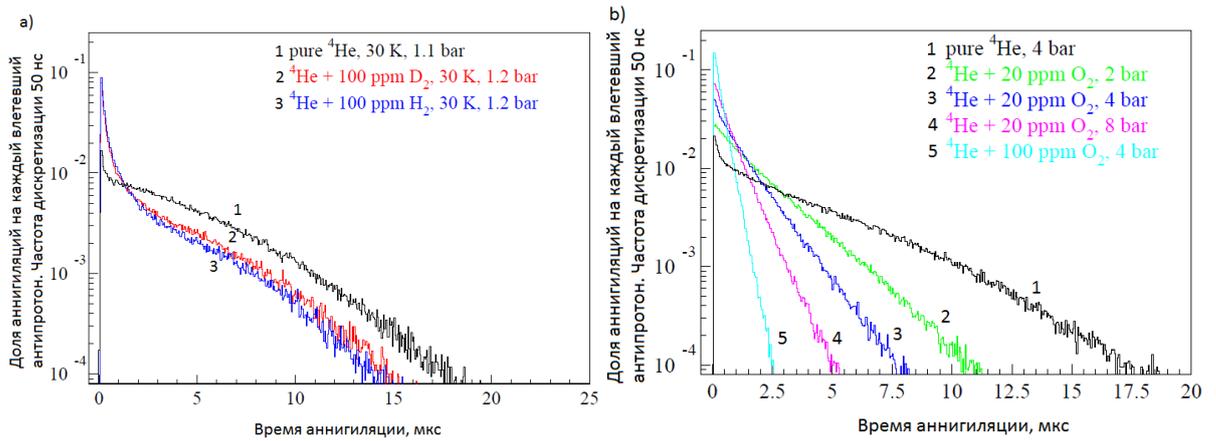
В частности, было обнаружено [160], что метастабильность антипротонов быстро (за время  $\sim 10^{-11}$  с) тушится во всех веществах, кроме гелия. В рамках ионной модели этот факт находит естественное объяснение. По модели «атомкулы» метастабильность  $\bar{p}$  в гелии объясняется паулиевским отталкиванием  $(\bar{p}\alpha e)_{n,l}$  от атомов гелия. Электронные оболочки атомов других инертных газов также полностью заполнены, поэтому здесь тоже имеется паулиевское отталкивание и

должна быть метастабильность. Однако исследования не выявили характерных для метастабильности зависимостей во временных спектрах аннигиляции антипротонов в иных благородных газах. Причина состоит в том, что такие ЭА с участием антипротонов образуются в состояниях, приводящих к быстрым каскадным процессам, разрушающим метастабильность [161].

**Таблица 3.1:** Поляризуемость  $\alpha$  и длина рассеяния  $a$  медленных электронов на атомах благородных газов.

Атом	He (H)	Ne (F)	Ar (Cl)	Kr (Br <sup>-</sup> )	Xe (I)
$\alpha$ , а.е.	1,4	2,7	11,1	16,7	27
$a$ , а.е.	1.14	0.2	-1,6	-3,2	-5,8

При сближении  $\bar{p}$  с He получается система  $\bar{p}He$ , подобная ОИ H. Аналогично при сближении  $\bar{p}$  с атомами Ne, Ar, Kr и Xe получают ионы, подобные, соответственно, ионам F, Cl, Br<sup>-</sup> и I. Метастабильные состояния антипротонов не разрушаются в столкновениях только в том случае, если эти «ионкулы» отталкиваются от атомов среды. Из-за малой энергии связи внешний электрон этих «ионкул» взаимодействует с атомами благородного газа приблизительно как свободный электрон с малой кинетической энергией. В этом взаимодействии имеются два противоположных эффекта: паулиевское отталкивание и поляризационное притяжение. Результат их конкуренции определяется знаком длины рассеяния медленного электрона на атоме. Из табл. 3.1 видно, что отталкивание "ионкулы" имеется только для гелия. В остальных случаях, сразу после образования «ионкулы» (например,  $\bar{p} + Xe \rightarrow I^-$ ), в которой антипротон находится на метастабильной орбите, происходит быстрое разрушение этого состояния в столкновениях с атомами ( $I^- + Xe$ ) по механизму индуцированного оже-перехода.



**Рис. 3.7:** Временные спектры, показывающие тушение метастабильности в чистом гелии при различных плотностях и молекулярными и атомарными примесями: а) Температура  $T=30$  К. 1. Газ  ${}^4\text{He}$  при, давление 1.1 атм.; 2. Газ  ${}^4\text{He}$  с примесью дейтерия (0.1%),  $T=30$  К,  $p=1.2$  атм.; 3. Газ  ${}^4\text{He}$  с примесью водорода (0.1%),  $T=30$  К,  $p=1.2$  атм.; б) Температура  $T=100$  К. 1.  ${}^4\text{He}$ , давление 4 атм.; 2.  ${}^4\text{He}$  с примесью кислорода (0.02%),  $p=2$  атм.; 3.  ${}^4\text{He}$  с примесью кислорода (0.02%),  $p=4$  атм.; 4.  ${}^4\text{He}$  с примесью кислорода (0.02%),  $p=8$  атм.; 5.  ${}^4\text{He}$  с примесью кислорода (0.1%),  $p=4$  атм. Экспериментальные данные из работ [162,163].

Показательными также являются результаты по тушению метастабильности атомарными и молекулярными примесями. Сразу после обнаружения метастабильности антипротонов в гелии началось детальное исследование этого явления, продолжающееся в настоящее время. В первых работах изучались интегральные временные спектры продуктов аннигиляции. Позже была применена лазерно-спектроскопическая методика: сигнал об остановке  $\bar{p}$  в мишени запускал короткий лазерный импульс. При резонансе лазерной частоты  $\Omega$  с одним из переходов антипротона в «атомкуле» из метастабильного в короткоживущее состояние ( $\Omega \sim \omega$ ) в спектрах DATs появлялся пик, соответствующий аннигиляции  $\bar{p}$ , происходящей после перехода в это короткоживущее состояние. Все эти эксперименты проводились как в чистом гелии, так и в гелии с атомарными (благородные газы) и молекулярными ( $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{O}_2$ ) примесями. Плотность гелия в мишени  $N$  изменялась в широких пределах ( $2 \cdot 10^{20} < N < 2 \cdot 10^{22} \text{ см}^{-3}$ ). Цель этих экспериментов состояла в

подтверждении предложенной модели метастабильности и уточнения структуры энергетических уровней в атомкуле, а также в выяснении природы каскадных процессов, приводящих, в конце концов, к аннигиляции антипротонов. Результаты по тушению метастабильности примесями (см. рис. 3.7) получились неожиданными. Даже небольшое количество примеси давало сильное тушение метастабильности антипротонов и быструю их аннигиляцию. Большие сечения тушения объясняются сильным дальнедействующим взаимодействием между антипротонным гелием и атомами и молекулами примесей.

Покажем, как определить сечение тушения метастабильных состояний  $\sigma_q$  антипротонного гелия при столкновении с атомами инертных газов. Сама задача о столкновениях атомов антипротонного гелия была неоднократно рассмотрена в различных случаях [164,165].

Согласно теореме Гельмана-Фейнмана на расстоянии  $\rho$  между  $(\bar{p}\alpha ee)$  и примесным атомом  $Z$  вблизи атомного остова (т.е. вблизи  $(\bar{p}\alpha ee)$ ) появляется электрическое поле, связанное с потенциальной энергией взаимодействия соотношением  $E = -\frac{dU(\rho)}{d\rho}$  (в а.е.). Действие на антипротон сводится к возмущению его движения таким полем. В итоге возможно перемешивание метастабильного состояния  $(n,l)$  с энергетически близким быстрораспадным  $(n,l-1)$ . Конкуренция различных каналов каскада приводит к тому, что превалирует Оже-процесс со скоростью  $\Gamma_A$  над радиационными, штрафовскими и др. возможными. В итоге перемешивание можно выразить через эволюцию ВФ комплекса:

$$\psi_{n,l} \rightarrow \psi_{n,l} + \alpha \psi_{n,l-1}, \quad \alpha = \frac{V_{21}}{\Delta E}, \quad (3.28)$$

здесь  $V_{21}$  – недиагональный матричный элемент оператора взаимодействия  $V = -\mathbf{E}\mathbf{d}$ , взятый между этими состояниями,  $\mathbf{d}$  – оператор дипольного момента "атомкулы", энергия между уровнями  $\Delta E = E_{n,l} - E_{n,l-1} \sim 0.3$  эВ. Из оценки по соотношению (3.28) можно определить  $\Gamma_A$  в "атомкуле" с

учетом перемешивания как

$$\Gamma_\rho = \Gamma_A \cdot \alpha^2(\rho).$$

Можно поменять порядок интегрирования по  $\rho$  и прицельному параметру столкновения  $b$ . Тогда, используя очевидное выражение

$$dt = \frac{d\rho}{\sqrt{v^2(1 - b^2/\rho^2) - 2U/\mu_0}},$$

найдем

$$\sigma_q = \int_0^\infty 2\pi b db \int_{-\infty}^\infty \Gamma(\rho(t)) dt = \frac{4\pi\Gamma_A d^2}{3v(\Delta E)^2} \int_{\rho_0}^\infty \rho \left( \frac{dU}{d\rho} \right)^2 d\rho, \quad (3.29)$$

где  $\mu_0 = \frac{M \cdot M_Z}{M + M_Z}$ ,  $M = m_{\bar{p}} + m_\alpha$ ,  $v$  – скорость столкновения

антипротонного гелия с атомом массой  $M_Z$  примеси  $Z$ ,  $\rho_0$  – расстояние их наибольшего сближения при центральном столкновении ( $b=0$ ). Матричный элемент  $d$  для перехода определим в приближении водородоподобных ВФ для  $\bar{p}$  и  $\alpha$  в «атомкуле»:

$$d^2 = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |\langle n, l-1, m | z | n, l, m \rangle|^2 = \frac{3}{2} \left( \frac{n}{q\mu} \right)^2 \frac{l^2(n^2 - l^2)}{4l^2 - 1}, \quad (3.30)$$

здесь  $\rho = \frac{m_{\bar{p}} m_\alpha}{M}$ ,  $m$  – проекция орбитального момента антипротона на ось  $z$  (т.е. ось  $\rho$ ),  $q \approx 1.5$  – эффективный заряд с учетом экранировки электроном, в поле которого движется  $\bar{p}$  в  $(\bar{p}\alpha e)$ . Также в (3.30) выполнено суммирование по всем ориентациям  $m$ . Энергия связи антипротона и радиус его орбиты с  $l = n - 1$  в таком представлении дается по теории Бора соотношениями

$$\varepsilon = -\frac{q^2}{2\mu n^2}, \quad R = \frac{n^2}{q\mu}.$$

Малые величины  $\rho$  приводят к отталкиванию согласно термам  $U(\rho)$ , а большие  $\rho$  – создают поляризационное притяжение:

$$U(\rho) \approx A \exp(-\eta\rho) - \frac{\alpha}{2\rho^4}. \quad (3.31)$$

Оценка в модели «ионкулы» по формуле (3.29) величины сечений тушения  $\sigma_q$  для состояния ( $n=37, l=34$ ) антипротонного гелия и инертных газов как примесей даны в табл. 3.2 (строка («ионк.» теор.)). Необходимые для расчета значения  $A, \eta, \alpha$  взяты из [166], а величины скоростей оже-процессов  $\Gamma_A$  – из [167].

В строке («атомк.», теор.) табл. 3.2 даны величины  $\sigma_q$  по модели «атомкулы», когда поляризационное притяжение заменяем на притяжение Ван-дер-Ваальса с меньшей, чем у поляризационного взаимодействия (3.31) глубиной потенциальной ямы:

$$U(\rho) \approx A \exp(-\eta\rho) - \frac{\alpha}{\rho^6}. \quad (3.32)$$

Напряженность поля  $E = -\frac{dU(\rho)}{d\rho}$  тогда для потенциальной энергии (3.32) будет значительно меньше, чем для (3.31). Это приводит к меньшим возмущениям метастабильных орбит антипротона в «атомкуле», поэтому тушение значительно меньше и это видно по оценке значений сечений  $\sigma_q$ , которые значительно меньше, полученных в эксперимента (строка экспер.) [162,163,168,169]. Из табл. 3.2 можно заключить, что существует дальнедействующее поляризационное взаимодействие антипротонного гелия с атомами благородных газов в соответствии с потенциалом (3.31), а не (3.32), т.е. справедлива ионная модель метастабильности.

**Таблица 3.2:** Измеренные и вычисленные величины сечений тушения метастабильности  $\sigma_q$  примесями благородных газов

Примесь Z	Ne	Ar	Kr	Xe
$\sigma_q, \text{см}^2, (\text{экспер.})$	$1 \cdot 10^{-20}$	$4 \cdot 10^{-20}$	$0.5 \cdot 10^{-18}$	$3 \cdot 10^{-18}$
$\sigma_q, \text{см}^2, (\text{«атомк.»}, \text{теор.})$	$1 \cdot 10^{-24}$	$3 \cdot 10^{-24}$	$7 \cdot 10^{-22}$	$1.5 \cdot 10^{-20}$

$\sigma_q, \text{см}^2, (\text{«ионк.» теор.})$	$0.3 \cdot 10^{-20}$	$6 \cdot 10^{-20}$	$1 \cdot 10^{-18}$	$3 \cdot 10^{-18}$
---	----------------------	--------------------	--------------------	--------------------

Для примесей молекул ( $Z= N_2, H_2, O_2$ ) также, обращают на себя внимание большие величины  $\sigma_q$ , (особенно для молекул  $H_2$  и  $O_2$ ) [163,168] (табл. 3.3).

**Таблица 3.3:** Измеренные и вычисленные величины сечений тушения метастабильности  $\sigma_q$  примесями молекулярных газов

Примесь $Z$	$N_2$	$H_2$	$O_2$
$\sigma_q, \text{см}^2, (\text{экспер.})$	$10^{-17}$	$2 \cdot 10^{-16}$	$2 \cdot 10^{-15}$
$\sigma_q, \text{см}^2, (\text{«атомк.»}, \text{расчет КТМК})$	$6 \cdot 10^{-19}$	$10^{-15}$	$10^{-16}$
$\sigma_q, \text{см}^2, (\text{«ионк.» теор.})$	$\sim 10^{-17}$	$\sim 3 \cdot 10^{-16}$	$\sim 5 \cdot 10^{-15}$
$\sigma_q, \text{см}^2, (\text{«ионк.» расчет КТМК})$	$9 \cdot 10^{-18}$	$1.4 \cdot 10^{-16}$	$1.5 \cdot 10^{-15}$

Из этих данных следует (особенно для  $O_2$ ), что тушение метастабильности происходит в столкновениях с большими прицельными параметрами ( $b \sim 10$  а.е.). На таких расстояниях поле молекул представляет собой поле их квадрупольного момента  $Q$ , степенным образом спадающее с расстоянием  $\rho$ . На указанных расстояниях ( $b \geq 5 \div 10$  а.е.) относительное движение «атомкулы» и  $Z$  можно считать прямолинейным и равномерным. Штарковские переходы при этом имеют малую вероятность, т.к. параметр Мессии в этом случае  $\xi \sim 10^2$ . Вероятность индуцированного оже-перехода при этом можно оценить исходя из квадрупольного момента, создающего поле, влияющее на движение и состояние антипротона. Это величина

$$W \sim \frac{b}{v} \Gamma_A \left( \frac{Qd}{b^4 \Delta E} \right)^2$$

и при  $b=5$  и  $10$  составляет, соответственно, примерно  $10^{-7}$  и  $10^{-9}$ . Тогда тушение на прямолинейных траекториях практически не происходит.

Следовательно, объяснить большие экспериментальные значения сечений тушения возможно, только если антипротонный гелий будет захватываться молекулами примесей при столкновениях с большими параметрами удара. В этом случае сечение тушения можно определить как

$$\sigma_q = \sigma_c \cdot W_q,$$

здесь  $\sigma_c$  – сечение захвата, а  $W_q$  – вероятность тушения метастабильности уже захваченного антипротонного гелия в некую сферу с центром в молекуле примеси.

Расчет сечения захвата  $\sigma_c$  для комплекса  $(\bar{p}\alpha e)$  на молекулах  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ , был выполнен по методу Монте-Карло с классическими траекториями частиц  $\alpha$ ,  $\bar{p}$  и  $Z$  (КТМК). В начальный момент времени при «влете» комплекса в поле молекулы предполагалось, что они находятся на расстоянии  $R$  порядка 0.6 а.е. Взаимодействие между молекулой примеси и  $(\bar{p}\alpha e)$  при моделировании движения использовалось в дипольном разложении  $U = \mathbf{R}\mathbf{E}$ . Электрическое поле  $\mathbf{E}$ , создаваемое молекулой примеси, имело две составляющих: на больших расстояниях – квадрупольное (с квадрупольным моментом  $Q(N_2)=1.13$  а.е.,  $Q(H_2)=0.48$  а.е.,  $Q(O_2)=0.29$  а.е. [166]) и на малых расстояниях  $\mathbf{E} = e^{-2\rho} (1 + 2\rho + 2\rho^2) / \rho^2$ . Молекула рассматривалась как нежесткий ротатор с больцмановским распределением по угловым моментам с дополнительным включением колебательных степеней свободы (т.е. при включении колебаний в молекулах) и с равновесным моментом инерции  $I_0 = \mu_0 R_0^2$ , здесь  $\mu_0$  – приведенная масса ее ядер,  $R_0$  – равновесное межъядерное расстояние в молекуле. Расчет показал, что захват происходит в основном в результате диполь-квадрупольного дальнегодействующего взаимодействия. При этом поле молекулы записывалось с учетом осцилляций межъядерного расстояния с использованием потенциала Морзе. Дипольный момент «атомкулы» также

мог меняться за время движения, совершая гармонические осцилляции. Небольшие значения сечения захвата  $\sigma_c$  ( $< 2 \cdot 10^{-16} \text{ см}^2$ ) объясняются быстрым вращением  $\bar{p}$  в комплексе ( $\bar{p}\alpha e$ ). В табл. 3.3 представлены  $\sigma_q$  для модели «атомкулы».

Для  $N_2$ ,  $H_2$  и  $W_q \ll 1$ , а для  $O_2$   $W_q \sim 1$ . Поэтому имеется резкое отличие в сечениях тушения, вычисленных теоретически по модели атомкулы и полученных экспериментально, для молекул  $N_2$ ,  $H_2$ ,  $O_2$ . Следовательно, в рамках модели «атомкулы» невозможно объяснить эксперименты [132,133,138] которые находят естественное объяснение в модели "ионкулы". Заряженность комплекса в виде ОИ ( $\bar{p}\alpha e e$ ) создает дальнедействующее поляризационное взаимодействие с молекулой примеси, что приводит к большим величинам сечения захвата, которые могут быть оценены по формуле Ланжевена:

$$\sigma_c = \frac{2\pi}{v} \sqrt{\frac{\alpha}{\mu_0}} \approx 10^{-14} \text{ см}^2,$$

где  $\alpha$  – поляризуемость молекулы,  $\mu_0$  – приведенная масса молекулы  $Z$  и «ионкулы». Следовательно, сечения тушения метастабильности в случае ионкулы тоже велики. Оцененные в рамках ионной модели с использованием последнего выражения значения  $\sigma_q$  примесью молекулярных газов приведены в табл. 3.3 в предпоследней строке. Были проведены расчеты с использованием модели «ионкулы» в том же приближении классических траекторий по методу Монте-Карло (КТМК). «Ионкула» рассматривалась как аналог отрицательного иона, поэтому при расчете траекторий учтено поляризационное дальнедействующее притяжение антипротонного гелия и молекулы. Это значительно увеличило сечение захвата (см. последнюю строку табл. 3.3) антипротонного гелия в область, где поле молекулы способно инициировать быстрые каскадные процессы, и, как следствие, тушение метастабильности.

Данные табл. 3.3 также свидетельствуют о наличии дальнедействующего поляризованного «хвоста» во взаимодействии антипротонного гелия с молекулами.

Подводя итог, можно сделать следующие выводы:

1. Известная модель Кондо сравнивается с ионной моделью. В последнем случае после торможения антипротона в гелии образуется ион  $(\bar{p}\alpha e e)$  – «ионкула». Один из электронов «ионкулы» является слабосвязанным и, находясь на одном из слабосвязанных уровней (ефимовских) на границе непрерывного спектра, движется по орбите радиуса  $\sim 20$  а.е. в поле нейтральной "атомкулы"  $(\bar{p}\alpha e)$ , удерживаемый заряд-дипольным взаимодействием.

2. В рамках этой модели объясняется, почему метастабильность существует только в гелии.

3. Рассчитанные в рамках ионной модели сечения тушения метастабильных состояний атомами или молекулами примесей, содержащихся в гелии, близки к экспериментальным данным, тогда как модель Кондо, основанная на «атомкуле», дает величины сечений тушения на 3÷4 порядка меньше экспериментально измеренных.

Подводя итог, на основании сделанных расчетов, можно конкретизировать и уточнить ранее предложенную [113,156] ионную модель метастабильности. За счет столкновений образовавшегося ионного комплекса с атомами гелия остов комплекса «атомкула» не разрушается, а слабосвязанный электрон быстро отрывается, оставляя антипротонный гелий в нейтральном состоянии  $(\bar{p}\alpha e)$ . Это и подтверждают последние лазерные эксперименты [154,155] в чистом гелии, позволившие с большой точностью подтвердить симметричные отношения масс антипротона и протона к электрону в метастабильном состоянии  $(\bar{p}\alpha e)$ .

Наличие примесей существенно меняет картину взаимодействия. Поляризуемость примесей приводит к включению дальнедействующего

взаимодействия между антипротонным комплексом ( $\bar{p}\alpha ee$ ) и атомом и молекулой примеси. Это взаимодействие обеспечивает быстрое сближение комплекса с атомом или молекулой примеси. Сильное поле, в которое попадает комплекс, индуцирует быстрый каскад и аннигиляцию антипротона.

Ионная модель метастабильности антипротонов в гелии позволяет качественно и количественно объяснить результаты экспериментов по тушению метастабильности антипротонов в гелии примесями инертных и молекулярных газов. Образование антипротонного комплекса ( $\bar{p}\alpha ee$ ) является переходной стадией в процессе замедления и связывания антипротона в чистом гелии. В конечном состоянии слабосвязанный электрон отрывается из комплекса и образуется метастабильное состояние "атомкулы" ( $\bar{p}\alpha e$ ).

### 3.5 Обсуждение результатов

В данной главе исследованы столкновения и распады экзотических атомов мюонного гелия и антипротонного гелия. Показано, что наличие выстроенности рассеивающих центров позволяет значительно увеличить вероятность ионизации для быстрых мезоатомов. Определено, что большие сечения тушения антипротонного гелия могут быть вызваны эффектами «прилипания» электрона к нейтральному комплексу.

Из основных результатов работы здесь было получено:

- получены значения сечений «стряхивания» мюона в мезоатомах в результате неупругих процессов при кратных столкновениях;
- уточнены значения сечений тушения метастабильности антипротонного гелия при столкновениях с примесями.

Результаты данной главы опубликованы в работах авторского списка [A19-A21, A27].

## **ЧАСТЬ II Взаимодействие обычных и экзотических атомно-молекулярных систем с полями ультракоротких электромагнитных импульсов**

Здесь обсуждается поведение малочастичных систем с кулоновским взаимодействием в интенсивных электромагнитных полях ультракоротких импульсов. Предложенные в работе методы исследования взаимодействий ультракоротких импульсов электромагнитного поля с атомными и молекулярными системами, включая экзотические, позволяют выявить корреляционные, интерференционные, ориентационные эффекты, количественно получить спектры переизлучения и спектры при ионизации систем. Также предложенные в работе методы позволяют с помощью ультракоротких импульсов электромагнитного поля не только контролировать, но и управлять внутриатомными процессами в ЭАМС.

### **ГЛАВА 4 Ионизация и возбуждение атомов и ионов ультракороткими импульсами электромагнитного поля**

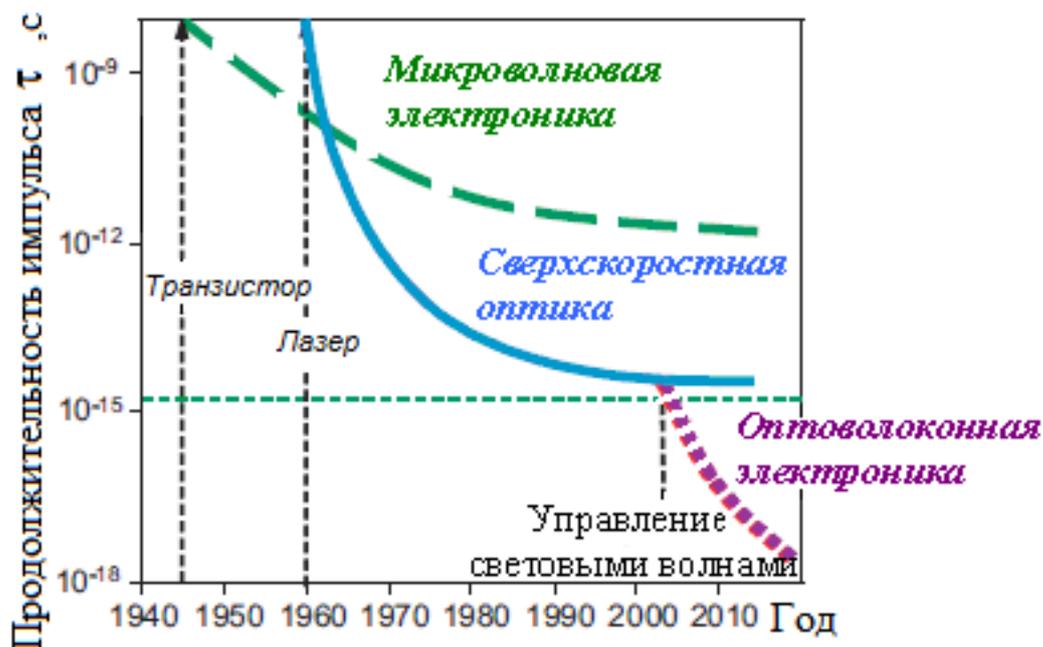
Представлены исследования ионизации и неупругих процессов в экзотических атомах и ионах при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля аттосекундной длительности, создаваемыми лазерами или пучками релятивистских многозарядных ионов.

#### **4.1 Генерация ультракоротких импульсов электромагнитного поля**

Ультракороткие импульсы из-за их малой продолжительности, сопоставимой с атомным временем, могут проявить внутреннюю динамику

атомных и молекулярных систем. Значительные успехи в области генерации и использования ультракоротких импульсов электромагнитного поля [12] стимулирует исследования поведения позитрония и других ЭАМС в полях лазерных полей. Проводятся исследования с компенсацией доплеровского уширения [13]. Рост интереса к физике таких импульсов связан не только с современными тенденциями лазерной физики и возможностями генерации ультракоротких импульсов [14], но и со значительным прогрессом в технике ускорителей тяжелых ионов, поскольку поля, создаваемые релятивистскими и ультрарелятивистскими заряженными банчами схожи по своим свойствам к полю сжатого светового импульса электромагнитной волны. Например, в экспериментах [15] (см., также [16-19]) исследовалась двойная и однократная ионизация атома Не ударом быстрого многозарядного иона  $U^{92+}$  (энергия 1 ГэВ/нук.) и моделировался сверхинтенсивный (более  $10^{19}$  Вт/см<sup>2</sup>), и сверхкороткий ( $\sim 1$  аттосек.) импульс. Получение все более коротких и мощных импульсов электромагнитного поля дает большие перспективы для планирования экспериментов по исследованию экстремальных состояний материи в области атомной и ядерной физики, физики плазмы, физики элементарных частиц. Активно исследуется поведение атомных и молекулярных систем в поле аттосекундных импульсов [20,21]. Обсуждаются возможности генерации йоктосекундных импульсов в кварк-глюонной плазме [22], рождение электрон-позитронных пар в поле сверхинтенсивных импульсов [23], лазерное ускорение заряженных частиц [24], изучение динамики нуклонов в ядре [25]. Прогресс в области лазерной физики (рис. 4.1) инициировал исследования быстропротекающих процессов. Лазеры, с активной средой в виде органических красителей позволили генерировать короткие импульсы продолжительностью в доли пикосекунд. Переход в область фемтосекундных длительностей потребовал использования новых методов генерации [170-177]. Суть метода состоит в последовательном

преобразовании исходного пикосекундного лазерного импульса. В нелинейной среде за счет эффекта Керра происходит самофокусировка и спектральное уширение.



**Рис. 4.1:** Прогресс в генерации коротких импульсов электромагнитного поля [1].

Для контроля за несущей частотой используют компенсатор из дифракционных решеток. Т.к. длительность импульса обратно зависит от его полуширины, то происходит эффективное сжатие временной продолжительности исходного импульса. Описание конкретных экспериментальных установок по получению импульсов продолжительностью в единицы фемтосекунд можно найти в работах [166, 178, 179]. Использовался капилляр из кварца, содержащий сжатый газ аргона или криптона. Исходный импульс лазера (активная среда – оксид алюминия с примесью титана) при входе в капилляр имеет длительность порядка двадцати фемтосекунд с энергией после усиления порядка сорока микроджоулей. После нелинейных процессов с импульсом в капилляре его спектральная ширина увеличивалась до 130 терагерц. После сжатия продолжительность импульса уменьшалась более чем в 4 раза, энергия за

счет рассеяния падала в 2.5 раза, но пиковая мощность за счет сокращения длительности возрастала в полтора раза. Дальнейшее сокращение продолжительности импульсов до единиц аттосекунд возможно в нескольких направлениях. В качестве альтернативы лазерным технологиям по генерации ультракоротких импульсов электромагнитного поля используются техника ускорителей тяжелых многозарядных ионов, поля которых, за счет релятивистских эффектов схожи с электромагнитными лазерными импульсами поперечных волн [15].

В статье [178] определены пути и задачи прогресса в генерации ультракоротких импульсов электромагнитного поля. На примере, показанном выше видно, что с уменьшением длительности растет пиковая мощность в импульсе. Это позволяет уже на сегодняшний день получать интенсивности, существенно превосходящие значения типичные для внутриатомных полей. В результате исследовать поведение вещества в экстремальных состояниях интенсивных электромагнитных воздействий. Сверхинтенсивное поле способно разгонять заряженные частицы до релятивистских скоростей, инициировать фотоядерные реакции. Принцип воздействия на ядро атома заключается в следующем: ускоренный в поле ультракороткого импульса электрон испытывает сильное торможение на родительском ядре и испускает гамма-кванты, вызывающие изменения в нуклонной структуре. С другой стороны, краткая продолжительность таких импульсов позволяет следить за динамикой сверхбыстрых процессов. В этом случае используется методика возбуждающего и сканирующего импульсов, дающая высокое временное разрешение для временной эволюции систем. На сегодняшний день возможно использование динамики внутримолекулярных процессов и процессов внутри ридберговских атомов. Высокая когерентность последовательностей ультракоротких импульсов позволяет существенно продвинуться в области прецизионной спектроскопии, стандартов частоты. Точность оптических часов на основе использования фемтосекундных

лазеров такова, что уход часов на 1 секунду возможен за 25 миллионов лет. Большая ширина спектра лазерного импульса, возникающая в силу соотношения неопределенностей, позволяет значительно увеличить пропускную способность оптоволоконных линий [178, 179]. Высокое временное разрешение позволяет добиться и высокого пространственного разрешения, имеется возможность определять расстояния между атомами в молекуле с точностью до долей ангстрема [180]. Области применения ультракоротких импульсов обширны, а перспективы в генерации ультракоротких импульсов можно найти в работах [179], [181].

#### **4.2 Неупругие процессы в атоме гелия с учетом межчастичных корреляций**

В последнее время вновь обращаются к компактным аналитическим волновым функциям атомов. Критерием корректности этих функций является расчет энергии основного состояния. Однако такая проверка является по сути своей статической. В данном разделе проводится исследование корректности различных простых аналитических волновых функций двухэлектронных систем в динамических процессах, сопровождающих столкновения атома гелия с быстрыми многозарядными ионами и при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Следует подчеркнуть, что целью настоящей работы является проверка корректности волновых функций в таких динамических процессах, сечения (и вероятности) которых выражаются только через волновые функции основного состояния, именно по этой причине в работе мы ограничиваемся расчетами полных (т.е. просуммированных по всем неупругим процессам) сечений и вероятностей. Также в работе даны непосредственные рекомендации по использованию конкретных аналитических волновых функций, которые могут быть полезны при простых вычислениях и оценках динамических

процессов. Простейшей системой, позволяющей в физике атомных столкновений всесторонне исследовать проблемы двухэлектронной динамики, является атом гелия. Существуют различные подходы к учету межэлектронного взаимодействия при описании внутриатомных процессов. Можно выделить следующие. Это численное решение уравнения Шредингера по методу Хартри-Фока с получением атомных орбиталей [182], различные аналитические аппроксимации атомных орбиталей Хартри-Фока (Слэтера-Зенера, гауссовы и др.) [183]. Отдельно необходимо упомянуть хиллераасовские волновые функции (ВФ), имеющие достаточно простой аналитический вид, включающий в качестве аргумента  $u = r_{12} = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2|$ , где  $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2$  – координаты атомных электронов. В своих первых работах Хиллераас использовал [184] трехпараметрическую функцию. Параметры находились вариационным способом. Далее число параметров и вид функций усложнялись, что приводило к более точному расчету, например, энергии основного состояния гелия. На сегодняшний день она известна с точностью до 35 знаков после запятой, при этом число варьируемых параметров и термов превышает  $10^4$  [185]. Однако использование таких многопараметрических функций для расчетов процессов с гелиевыми атомами также затруднительно, как и числовых таблиц Хартри-Фока. Поэтому в последнее время вновь обращаются к компактным аналитическим волновым функциям [185]. Критерием корректности этих функций является расчет энергии основного состояния. Однако такая проверка является по сути своей статической. Кроме того, как было показано еще в работе Барлетта [186] по расчету среднеквадратичного отклонения при определении энергии основного состояния, учет электронных корреляций не является полным для хиллераасовских волновых функций. Данные функции не могут являться точными решениями уравнения Шредингера для атома гелия даже при неограниченном числе варьируемых параметров. Энергия, рассчитанная с

использованием хиллераасовских волновых функций, имеет сингулярный характер в областях, где  $\mathbf{r}_1 \rightarrow 0$ ,  $\mathbf{r}_2 \rightarrow 0$  или  $\mathbf{r}_{12} \rightarrow 0$ . Эти области физически соответствуют двойным и тройным столкновениям электронов и ядра атома гелия. Существуют различные варианты учета этих особенностей в аналитических ВФ, примером таких работ являются [185], [186], [187]. Таким образом, представляется необходимым сформулировать простой динамический критерий корректности для различных волновых функций основного состояния.

Несмотря на то, что существуют практически точные численные расчеты временного уравнения Шредингера для атома гелия, как волновых функций основного состояния, так и процесса ионизации, мы предлагаем здесь простой динамический способ проверки корректности аналитических волновых функций двухэлектронных атомов, учитывающих межэлектронные корреляции. Также здесь даны непосредственные рекомендации по использованию конкретных аналитических волновых функций, которые могут быть полезны при простых вычислениях и оценках динамических процессов. Следует подчеркнуть, что целью настоящей работы является проверка корректности волновых функций в таких динамических процессах, сечения (и вероятности) которых выражаются только через волновые функции основного состояния, именно по этой причине в работе мы ограничиваемся расчетами полных (т.е. просуммированных по всем неупругим процессам) сечений и вероятностей.

В настоящем разделе исследованы неупругие процессы, сопровождающие столкновения атома гелия с быстрыми многозарядными ионами и процессы при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Под ультракороткими импульсами здесь понимаются импульсы, длительность которых меньше характерных периодов времени для атома-мишени. Такие импульсы могут иметь различное происхождение, но могут быть и полями движущихся с

релятивистской или ультрарелятивистской скоростью высокозаряженных тяжелых ионов. Поэтому в настоящей работе на характеристики поля не налагаются ограничения, связанные с применением теории возмущений и используются непertурбативные подходы. Общей основой для непertурбативного рассмотрения сечений неупругих процессов при столкновениях быстрых тяжелых ионов высоких зарядов с атомами и при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля является использование приближения внезапных возмущений (см. раздел 3.2). Причем, большой заряд быстрой налетающей частицы  $Z_p$  позволяет в этом случае применить сравнительно простой способ расчета сечений неупругих процессов основанный на механизме внезапной передачи импульса атомным электронам в расчетах различного рода неупругих процессов, сопровождающих столкновения быстрых ионов высоких зарядов со сложными атомами. Механизм внезапной передачи импульса позволяет описывать и неупругие процессы и при взаимодействии с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. В соответствии с механизмом внезапной передачи импульса вероятность перехода атома гелия из начального состояния  $|0\rangle$  в конечное  $|n\rangle$  в результате столкновения с быстрым многозарядным ионом выражается через неупругий атомный форм-фактор и имеет вид

$$W_n(\mathbf{q}) = \left| \langle n | e^{-i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)} | 0 \rangle \right|^2,$$

где  $\mathbf{q}$  – переданный импульс,  $\mathbf{r}_i$  – координаты атомных электронов. При ионизации в конечном состоянии необходимо выбрать волновые функции электронов непрерывного спектра. Здесь используется атомная система единиц ( $e = \hbar = m_e = 1$ , Приложение А). Однако непосредственный расчет вероятностей неупругих процессов с использованием аналитических волновых функций затруднен сложностью учета электронных корреляций в возбужденных и ионизованных состояниях. Эту сложность можно

обойти, если определить полную вероятность упругих процессов при столкновении как

$$W_{el}(\mathbf{q}) = \left| \langle 0 | e^{-i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2)} | 0 \rangle \right|^2, \quad (4.1)$$

Полную вероятность неупругих процессов (одно-, двукратную ионизацию и возбуждения) можно, используя (4.1), рассчитать как

$$W_{inel}(\mathbf{q}) = 1 - W_{el}(\mathbf{q}). \quad (4.2)$$

В этом случае мы избегаем проблемы ортогонализации начального и конечных состояний и сложных численных расчетов. Исследуя зависимость вероятностей неупругих процессов от переданного импульса  $\mathbf{q}$  для различных волновых функций можно выявить чувствительность этих функций к межэлектронному взаимодействию в динамическом процессе столкновения. Зная вероятность  $W_{inel}(\mathbf{q})$ , можно рассчитать полное сечение неупругих процессов при столкновении движущегося со скоростью  $\nu$  иона с неподвижным атомом гелия так:

$$\sigma_{inel} = 8\pi \frac{Z_p^2}{\nu^2} \int_{q_0}^{q_1} \frac{dq}{q^3} W_{inel}(\mathbf{q}), \quad (4.3)$$

пределы интегрирования  $q_0 = 2/\nu$ ,  $q_1 = 2Z_p/\nu$  определены [151] из условия применимости данного подхода.

Приведем исследуемые простые аналитические волновые функции основного состояния атома гелия. Во-первых, это волновая функция без учета электронных корреляций как симметризованное произведение водородоподобных функций:

$$\psi_0^a(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \psi_{0,0,0}(r_1, \theta_1, \varphi_1) \psi_{0,0,0}(r_2, \theta_2, \varphi_2) = \frac{Z^3 e^{-Z(r_1+r_2)}}{\pi}, \quad (4.4)$$

где  $Z = 2$  – заряд голого ядра атома гелия (см., например, [182]). Если использовать модель экранировки, то получим [188] волновую функцию (ВФ), построенную из водородоподобных, без учета электронных корреляций с введением эффективного заряда ядра  $Z_{eff} = 2 - 5/16$ :

$$\psi_0^b(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{Z_{eff}^3 e^{-Z_{eff}(r_1+r_2)}}{\pi}. \quad (4.5)$$

Для учета электронных корреляций в атоме гелия воспользуемся трехпараметрической хиллераасовской волновой функцией основного состояния [184]:

$$\psi_0^c(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = Ne^{-Zs} (1 + a_1 u + a_2 t^2), \quad (4.6)$$

где  $s = r_1 + r_2$ ,  $t = r_1 - r_2$ ,

$$u = |\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2| = \sqrt{r_1^2 + r_2^2 - 2r_1 r_2 (\sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \cos \theta_1 \cos \theta_2)},$$

индексы 1 и 2 нумеруют координаты первого и второго электронов, варьируемые параметры  $N = 1.32135$ ,  $Z = 1.816$ ,  $a_1 = 0.3$ ,  $a_2 = 0.13$ .

Также приведем шестипараметрическую хиллераасовскую волновую функцию основного состояния [189]:

$$\psi_0^d(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = Ne^{-Zs} (1 + a_1 u + a_2 t^2 + a_3 s + a_4 s^2 + a_5 u^2), \quad (4.7)$$

где варьируемые параметры  $N = 1.38189$ ,  $Z = 1.818$ ,  $a_1 = 0.353$ ,  $a_2 = 0.128$ ,  $a_3 = -0.101$ ,  $a_4 = 0.033$ ,  $a_5 = -0.032$ . Рассмотрим и компактные волновые функции, предложенные в [185]:

$$\psi_0^e(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = e^{-2s} \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} u \right) e^{-0.68u} \right] (1 + 0.25su + 0.15t^2 - 0.02125u^2). \quad (4.8)$$

$$\psi_0^f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = e^{-2s} \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} u \right) e^{-1.013u} \right] (1 + 0.2119su + 0.1406t^2 - 0.003u^2). \quad (4.9)$$

Здесь нормирующий множитель  $N$  равен 2.4142; 3.5064, соответственно. Данные волновые функция позволяют вычислить энергию основного состояния с несколько меньшей точностью, чем хиллераасовские ВФ, но более корректно описывают поведение системы в особых точках  $\mathbf{r}_1 \rightarrow 0$ ,  $\mathbf{r}_2 \rightarrow 0$  или  $\mathbf{r}_{12} \rightarrow 0$ , что соответствует двойным и тройным столкновениям электронов и ядра. Отличие последних приведенных функций в точности расчета энергии основного состояния ( $\varepsilon_i = -2.9006$ ;  $-2.9012$  а.е.). Сравним эти ВФ с простой аналитической функцией, предложенной в [190]:

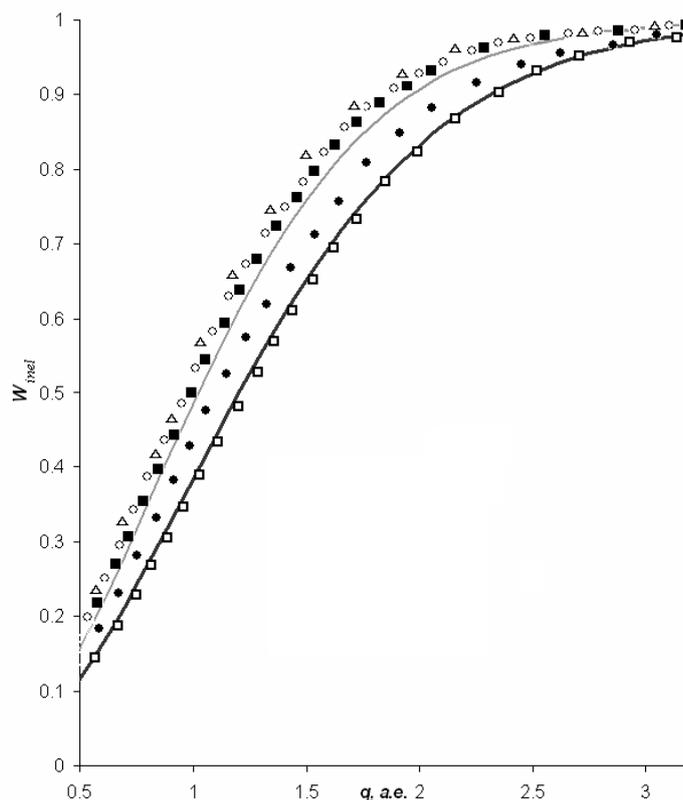
$$\psi_0^s(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = Ne^{-2s} \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} ue^{-au} \right) \right] (\cosh(\lambda r_1) + \cosh(\lambda r_2) + bt^2), \quad (4.10)$$

где  $\lambda = 0.68$ ,  $a = 0.17$ ,  $b = 0.06$ . Нормирующий множитель  $N$  по расчетам для атома гелия должен быть равен 0.7024. Данная волновая функция содержит гиперболический косинус от  $r_1$ ,  $r_2$ , что позволяет более корректно описывать экранирующее действие одного из электронов двухэлектронной системы при  $\mathbf{r}_1 \rightarrow \infty$ ,  $\mathbf{r}_2 \rightarrow \infty$  и  $\mathbf{r}_1 \rightarrow 0$ ,  $\mathbf{r}_2 \rightarrow 0$ .

**Таблица 4.1:** Полная вероятность неупругих процессов

$q$ , В а.е.	$W_{inel}$						
	а) ВФ (4.4)	б) ВФ (4.5)	с) ВФ (4.6)	д) ВФ (4.7)	ф) ВФ (4.8)	г) ВФ (4.9)	е) ВФ (4.10)
0.5	0.1167	0.1573	0.1518	0.1648	0.1301	0.1162	0.1690
1	0.3843	0.4851	0.5023	0.5064	0.4315	0.3852	0.5132
1.5	0.6510	0.7590	0.7780	0.7787	0.7079	0.6504	0.7785
2	0.8322	0.9072	0.9154	0.9182	0.8745	0.8308	0.9171

Приведем данные расчета соответствующих вероятностей от переданного импульса по формуле (4.2) с использованием волновых функций (4.4)–(4.10) в таблице 4.1. Аналитически вычисляются интегралы для вероятностей и сечений только в случае водородоподобных ВФ (4.4), (4.5). Все численные расчеты проводились с использованием пакета Mathematica, многократные интегралы, не вычисляющиеся аналитически, рассчитаны по методу Монте-Карло. Полностью результаты расчета вероятностей представлены на рис. 4.2.



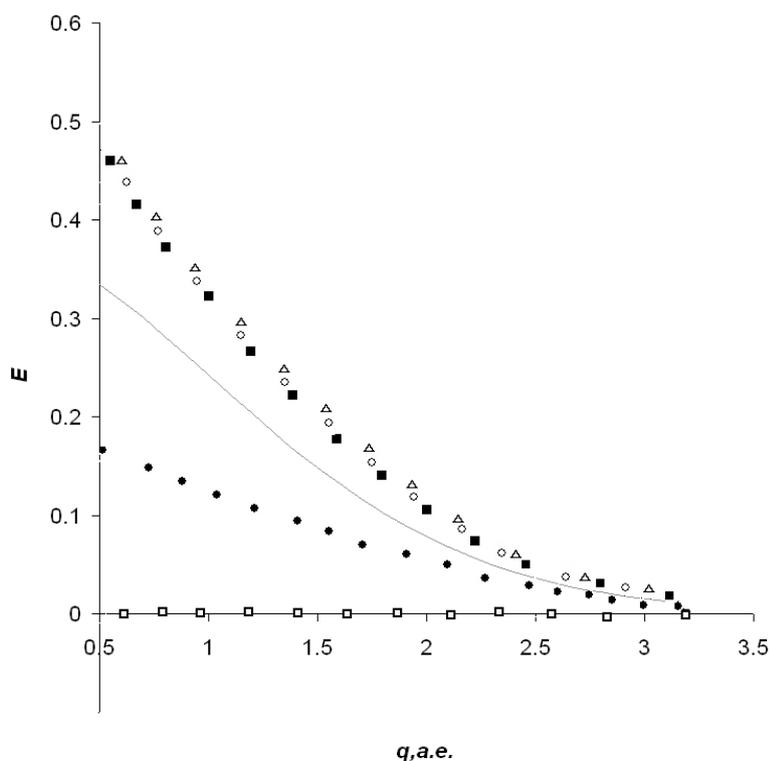
**Рис. 4.2:** Зависимость полной вероятности неупругих процессов от переданного импульса. Жирная сплошная линия – расчет с использованием ВФ (4.4), тонкая серая сплошная – ВФ (4.5), точки, помеченные белыми кружками, приведены по расчетам с ВФ (4.6), треугольниками – ВФ (4.7), черными кружками – ВФ (4.8), белыми квадратиками – ВФ (4.9), черными квадратиками – ВФ (4.10)

Как видно из полученных результатов учет электронных корреляций существенно повышает вероятность ионизации и возбуждения атома гелия в достаточно большом интервале переданных импульсов для ВФ (4.6)–(4.8), (10) и практически не влияет на результат для ВФ (4.9). Среднее эффективное поле, учтенное в ВФ (4.5), также значительно увеличивает вероятности неупругих процессов. Приведем также относительную поправку учета корреляционных эффектов, рассчитанную по выражению:

$$E(q) = \frac{W_{in}^{cor} - W_0}{W_0},$$

где  $W_{in}^{cor}$  – вероятности неупругих процессов, рассчитанные с использованием волновых функций (4.5)–(4.10),  $W_0$  – вероятности

неупругих процессов, рассчитанные полностью без учета корреляций и среднего эффективного поля с использованием волновой функции (4.4). Результаты расчета представлены на рис.4.3.



**Рис. 4.3:** Зависимость относительной поправки учета электронных корреляций от переданного импульса по отношению к расчету с неэкранированной ВФ (4.4). Тонкая серая сплошная – ВФ (4.5), точки, помеченные белыми кружками, приведены по расчетам с ВФ (4.6), треугольниками – ВФ (4.7), черными кружками – ВФ (4.8), белыми квадратиками – ВФ (4.9), черными квадратиками – ВФ (4.10)

Очевидно, что учет межэлектронного взаимодействия в основном увеличивает сечения неупругих процессов, что естественно объясняется отталкивающим взаимодействием электронов. Можно также отметить, что учет межэлектронного взаимодействия только за счет модели экранировки и среднего поля в ВФ в выражении (4.5) дает меньшие вероятности неупругих процессов, чем ВФ (4.6), (4.7), (4.10). Однако компактные ВФ (8), (9) дают вероятности неупругих процессов еще меньше, чем ВФ (4.5) с эффективным зарядом. При этом использование ВФ (4.9), дает такой же

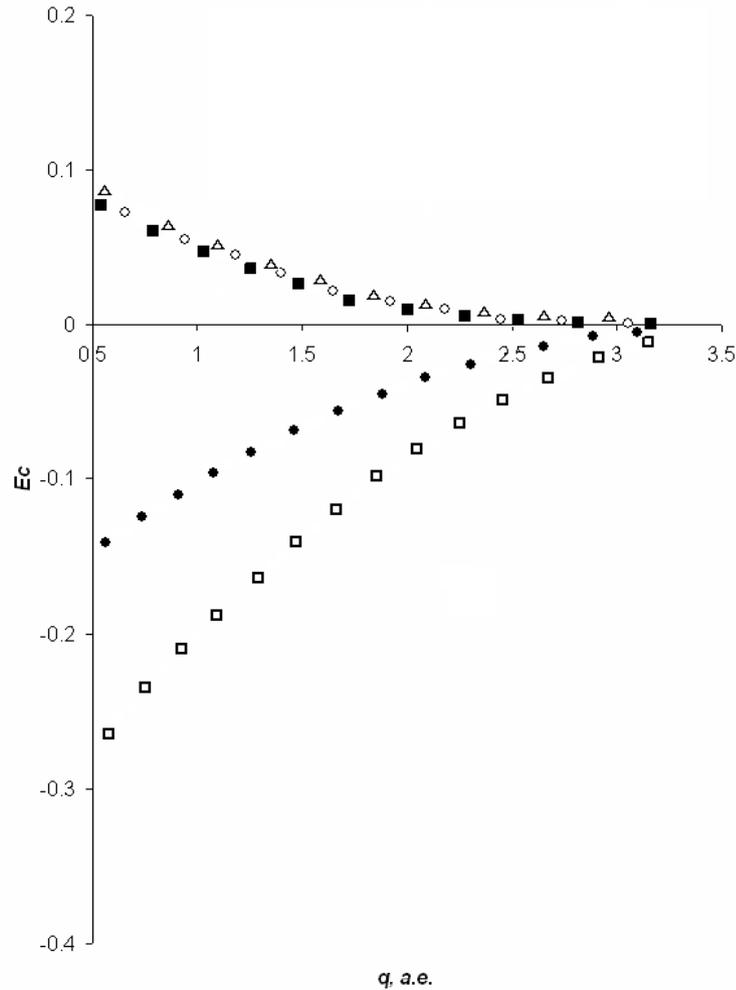
результат, как и при незранированной ВФ (4.4), не учитывающей межчастичных взаимодействия. Это явно свидетельствует о некорректном описании атома гелия с помощью волновой функции (4.9). Интересно также проанализировать зависимости относительной поправки к вероятности от переданного при столкновении импульса для различных коррелированных ВФ по отношению к волновой функции с эффективным зарядом (4.5):

$$E_c(q) = \frac{W^{cor} - W}{W}, \quad (4.11)$$

где  $W^{cor}$  – вероятности неупругих процессов, рассчитанные с полным учетом корреляций с использованием волновых функций (4.6)–(4.10),  $W$  – вероятности неупругих процессов, рассчитанные с учетом корреляций в нулевом приближении с использованием ВФ (4.5). Результаты расчета представлены на рис.4.4. Необходимо отметить, что представленные кривые на графиках были построены после полиномиальной аппроксимации данных расчета. Отрицательные относительные ошибки говорят о значительном занижении вероятностей неупругих процессов при использовании в расчетах ВФ (4.8), (4.9). Следует заметить, что хиллераасовские ВФ (4.6), (4.7) и аналитическая ВФ (4.10) дают удивительно согласованные результаты для вероятностей неупругих процессов.

Далее были проведены оценки полных сечений неупругих процессов с использованием выражения (4.3). Корреляционные поправки полных сечений неупругих процессов рассчитанные с использованием ВФ (4.6)–(4.10) к полному сечению, рассчитанному при учете межэлектронного взаимодействия за счет среднего поля в ВФ (4.5) вычислены по следующему выражению и приведены в таблице 4.2:

$$E_\sigma = \frac{\sigma_i - \sigma_0}{\sigma_0}. \quad (4.12)$$



**Рис. 4.4:** Зависимость относительной поправки учета электронных корреляций от переданного импульса по отношению к расчету с экранированной ВФ (4.5). Точки, помеченные белыми кружками, приведены по расчетам с ВФ (4.6), треугольниками – ВФ (4.7), черными кружками – ВФ (4.8), белыми квадратиками – ВФ (4.9), черными квадратиками – ВФ (4.10)

Здесь  $\sigma_0$  – полное сечение неупругих процессов, рассчитанное с использованием ВФ (4.5),  $\sigma_i$  – полные сечения неупругих процессов, определенные с использованием ВФ (4.6)–(4.10).

**Таблица 4.2:** Относительные поправки на межэлектронное взаимодействие к вероятностям, сечениям неупругих процессов и энергиям основного состояния

Поправки	Волновая функция вида				
	(4.6)	(4.7)	(4.8)	(4.9)	(4.10)
$E_c(q)$ , (4.11) $q = 0.6 \text{ а.е.}$	0.1003	0.109	-0.091	-0.241	0.091
$E_c(q)$ , (4.11) $q = 1.4 \text{ а.е.}$	0.047	0.039	-0.078	-0.15	0.035
$E_\sigma$ , (4.12)	0.034	0.05	-0.03	-0.08	0.04
$E_0$ , (4.13)	0.0192	0.0195	0.0184	0.0188	0.0193

Здесь же приведены значения относительной поправки  $E_c(q)$  к вероятности для различных коррелированных ВФ при двух типичных значениях импульса. Для сравнения определим относительные отклонения в статистическом методе проверки волновых функций по расчету энергии основного состояния:

$$E_0 = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_0}{\varepsilon_0}, \quad (4.13)$$

где  $\varepsilon_0$  – энергия основного состояния, рассчитанная с использованием ВФ (4.5),  $\varepsilon_i$  – энергия основного состояния, определенная с использованием ВФ (4.6)–(4.10). Значения энергии  $\varepsilon_0, \varepsilon_i$  взяты из [186], [188], [190]:

$$\varepsilon_0 = -(Z - 5/16)^2 = -2.84765625,$$

$$\varepsilon_i = -2.90244; \quad -2.90324; \quad -2.9006; \quad -2.9012; \quad -2.9026$$

для ВФ (5)–(10) соответственно. Знак минус в последней таблице указывает на то, что сечения и вероятности занижаются при использовании ВФ (4.8), (4.9) по отношению к расчету с ВФ (5). Так как результаты динамической проверки указывают на существенное занижение вероятностей и сечений неупругих процессов при использовании ВФ (4.8), (4.9), то есть основание для сомнений в

целесообразности использования данных ВФ при расчете динамических процессов. Из сопоставления относительных поправок, очевидно, что статистический расчет энергии основного состояния менее чувствителен к степени учета электронных корреляций в волновых функциях, чем динамический расчет вероятностей и полных сечений неупругих процессов. Физические причины этого, очевидно, заключаются в том, что межэлектронные взаимодействия играют существенную роль при возбуждении и ионизации атома гелия в различных неупругих процессах. При этом стоит заметить, что в статистическом методе расчета энергии основного состояния мы учитываем корреляции только в основном состоянии. В динамическом методе при расчете вероятностей и полных сечений неупругих процессов в неявном виде учтены корреляции в начальном и во всех конечных состояниях.

Из анализа табличных данных и представленных графиков можно сделать следующие выводы:

- учет электронных корреляций заметно увеличивает сечения и вероятности неупругих процессов при столкновении атома гелия с быстрыми заряженными частицами для большинства представленных ВФ;
- расчет с представленными в [185] компактными волновыми функциями (4.8), (4.9) свидетельствует о явно заниженных вероятностях и сечениях даже по отношению к данным расчета с ВФ (4.5) с учетом межэлектронного взаимодействия в нулевом приближении за счет введения эффективного среднего поля ядра и одного из электронов. Это свидетельствует о некорректном описании динамических процессов с использованием ВФ (4.8), (4.9). При этом показательно, что энергия основного состояния, рассчитанная с этими ВФ, отличается незначительно, а вот вероятности неупругих процессов, как видно из приведенных графиков, отличаются значительно;
- расчет с представленной в [190] аналитической волновой функцией (4.10) и хиллераасовскими ВФ (4.6), (4.7) дает согласованные результаты по

полным вероятностям неупругих процессов. Если принять во внимание тот факт, что ВФ (4.10) корректно описывает состояние двухэлектронной системы в особых точках двойных и тройных электрон-электронных и электрон-ядерных столкновений, то несомненно целесообразность использования данной ВФ для расчета динамических процессов возбуждения и ионизации двухэлектронных систем;

- особенно сильно влияние электронных корреляций на вероятности неупругих процессов в области переданных импульсов  $q = 0.5 \div 3.5$  а.е., что очевидно соответствует принятому при расчете приближению;
- приближение внезапных возмущений позволяет проводить сравнительно простую и эффективную динамическую проверку волновых функций для многоэлектронных атомов с целью выяснения возможностей учета межэлектронных взаимодействий.

Несомненно, что динамическая проверка приближенных волновых функций по нахождению полных вероятностей неупругих процессов при взаимодействии атома гелия с многозарядными ионами или ультракороткими импульсами электромагнитного поля позволяет уточнить их аналитическую структуру и выяснить степень учета межэлектронных корреляций.

### **4.3 Приближение потенциалов нулевого радиуса**

Для описания слабосвязанных состояний систем, полей быстро спадающих с ростом расстояния успешно используется модель потенциалов нулевого радиуса (ПНР). С помощью ПНР описываются системы, в которых поле эффективно спадает на расстояниях гораздо меньших, чем типичные размеры системы или расстояния, характерные для какого-либо процесса в этой системе. К числу достоинств ПНР можно отнести то, что это приближение позволяет получить решение УШ в аналитическом виде. Круг задач, в которых применима модель ПНР,

достаточно широк. Первоначально приближение было введено Энрико Ферми для описания рассеяния нейтронов на ядрах [191,192]. В физике твердого тела это дает возможность описывать состояния примесных центров. В атомной физике ПНР используется для описания процессов с участием отрицательных атомарных и молекулярных ионов (ОИ) – анионов [193].

ОИ возникают при наличии ненулевой энергии электронного сродства электрона к какому-либо атому [194]. Такое сродство существует отнюдь не для всех атомов, а лишь для элементов с незаполненной электронной оболочкой [26]. Поэтому не существует стабильных состояний ОИ с участием атомов II группы – щелочноземельных металлов (полностью заполнена внешняя s-оболочка) VIII группы – инертных газов (полностью заполнены внешние s,p-оболочки). Электронное сродство увеличивается с ростом неметаллических свойств. Самые устойчивые состояния со связанным дополнительным электроном у элементов VII группы – галогенов. Максимальна энергия сродства электрона к атому йода. В целом энергия сродства в ОИ значительно меньше потенциала ионизации соответствующего атома. Это приводит к тому, что во-первых, размер отрицательного иона значительно больше чем у соответствующего атома, а, во-вторых, малая энергия сродства оставляет, чаще всего, только одно стационарное состояние слабосвязанного электрона в комплексе. Процессы с участием ОИ имеют большое значение в донорно-акцепторных взаимодействиях, окислительно-восстановительных реакциях [194]. Отрицательные ионы используются в создании электронного и ионного транспорта, процессах перезарядки при управлении потоками частиц при транспортировке пучка в ускорителях и накопителях, при генерации пучков нейтральных частиц большой энергии для катализа термоядерного синтеза.

Всем этим особенностям и свойствам отрицательных ионов удовлетворяет модель ПНР. Энергия сродства или ионизации электрона в ОИ в атомной системе можно выразить через параметр  $\gamma$ :

$$I = \frac{\gamma^2}{2}. \quad (4.14)$$

Опишем состояние слабосвязанного электрона в s-состоянии в поле центрального дельтаобразного потенциала (расположенного симметрично относительно начало координат). Пусть поле ПНР имеет ненулевое значение только в области  $r < r_0$ , где  $r$  – расстояние до слабосвязанного электрона от начала координат, радиус  $r_0$  это ширина потенциальной ямы, определяющий ее границы. Нахождение электрона внутри ямы невозможно, а по мере удаления от границы при  $r > r_0$  ВФ будет спадать как [193]

$$\psi_1(r) \sim \frac{e^{-\gamma r}}{r}.$$

где  $\gamma = \sqrt{2I}$  – волновой вектор согласно (4.14), имеющий в данной записи также смысл обратного расстояния от границы ямы на котором ВФ уменьшается в e-раз.

При  $r > r_0$  УШ, за счет быстрого спадания потенциала  $U$  можно записать как:

$$\psi'' + 2E\psi = 0.$$

Требование непрерывности ВФ и первой производной при сшивке решений на границе области позволяет описать действие ПНР на ВФ при  $r > r_0$  как [195]:

$$\frac{1}{r\psi_0(r)} \frac{d[\psi_1(r)]}{dr} \Big|_{r \rightarrow 0} = -\gamma.$$

С учетом нормировки ВФ основного состояния в приближении ПНР имеет вид

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \frac{e^{-\gamma r}}{r}. \quad (4.15)$$

При этом энергия электрона может быть как отрицательна (слабосвязанное состояние в дискретном спектре с энергией  $E_0 = -I$ ), так и положительна ( $E = k^2 / 2$ ). В последнем случае можно определить ВФ для электрона в непрерывном спектре вблизи центра ПНР как суперпозицию плоской волны и рассеяния на центральном потенциале

$$\psi_{\mathbf{k}}^+(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + C \frac{e^{ikr}}{r},$$

где  $C$  – амплитуда рассеяния. Используем выражение для ВФ непрерывного спектра

$$\frac{1}{r\psi_{\mathbf{k}}^+(\mathbf{r})} \frac{d[\psi_{\mathbf{k}}^+(\mathbf{r})]}{dr} \Big|_{r \rightarrow 0} = -\gamma,$$

что приведет к соотношению

$$\frac{1}{r e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + C e^{ikr}} \left[ e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + r \cdot e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} (i\mathbf{k}\mathbf{r}) + ikC e^{ikr} \right] \Big|_{r \rightarrow 0} = -\gamma.$$

В пределе это дает соотношение:

$$\frac{1}{C} [1 + ikC] = -\gamma.$$

Тогда амплитуда рассеяния

$$C = -(\gamma + ik)^{-1}.$$

Используя данный подход, мы получаем возможность с помощью приближения ПНР достаточно просто описывать состояния атомарных и молекулярных отрицательных ионов в процессах ионизации и возбуждения полем ультракоротких импульсов. Под радиусом  $r_0$  в этом случае нужно понимать радиус атомного остова, захватившего слабосвязанный электрон. ВФ электрона в непрерывном спектре в поле ПНР записывается в виде

$$\psi_{\mathbf{k}}^+(\mathbf{r}) = (2\pi)^{-3/2} e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} - \frac{e^{ikr}}{r(\gamma + ik)}. \quad (4.16)$$

Можно также использовать ВФ в приближении потенциала конечного радиуса [194]:

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{\gamma}{2\pi}} \frac{B}{r} (e^{-\gamma r} - e^{-\beta r}), \quad (4.17)$$

здесь  $B = \frac{\sqrt{\beta(\beta + \gamma)}}{\beta - \gamma}$  – коэффициент, зависящий от параметров  $\beta, \gamma$

волновой функции. Отличие от ВФ (4.15) состоит в том, что распределение электронной плотности теперь допускает нахождение слабосвязанного электрона в области  $r < r_0$ .

#### 4.4 Ионизация отрицательных атомарных ионов

С точки зрения технических приложений отрицательные ионы интересны, прежде всего, как легко управляемые электронные доноры. Поэтому ионизация ОИ является активно исследуемым процессом во многих работах. Например, в статье [196] с учетом многофотонных переходов рассмотрена ионизация ОИ по методу скрещенных пучков.

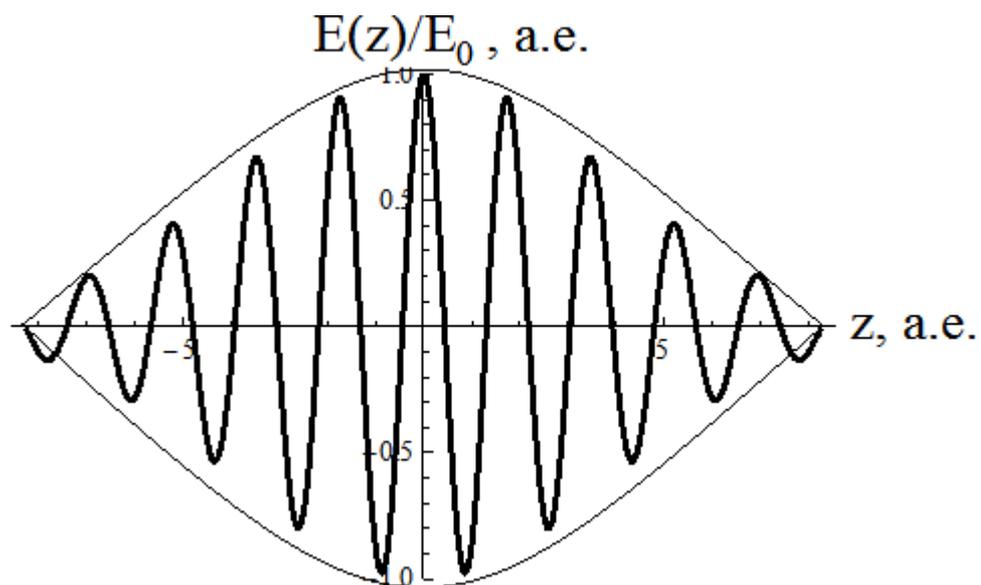
Взаимодействие ОИ с УКИ с освобождением слабосвязанного электрона исследуется в статьях [27, 28], [197-200]. При этом анализируется процесс ионизации в зависимости от фазы, количества циклов в падающем ультракоротком импульсе. Рассматриваются, также, процессы с последовательностями ультракоротких импульсов. Расчёты процессов выполняются с использованием приближений потенциалов нулевого радиуса и конечного радиуса для описания атомарных ОИ. Взаимодействие с ОИ описывается в рамках теории возмущений или приближения внезапных возмущений

В статье [201] теоретически исследованы процессы фоторекомбинации и фотоотрыва электрона на двуцентровом модельном потенциале нулевого радиуса. Этот подход можно использовать для описания взаимодействия молекулярных ОИ с полем УКИ.

Падающий ультракороткий импульс будем использовать с огибающей в виде кривой Гаусса (рис. 4.5), для напряженности электрического поля можно записать соотношение:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \exp \left\{ -\alpha^2 \left( t - \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}{\omega_0} \right)^2 \right\} \cos(\omega_0 t - \mathbf{k}_0 \mathbf{r}), \quad (4.18)$$

здесь  $\mathbf{E}_0$  – амплитуда напряженности поля в падающем ультракоротком электромагнитном импульсе,  $\omega_0$  – несущая частота налетающего ультракороткого импульса,  $\alpha \approx 1/\tau$  – параметр затухания в гауссовом импульсе,  $\tau$  – характерная продолжительность импульса (в атомной системе единиц). Направление распространения такого импульса задается волновым вектором  $\mathbf{k}_0$ , перпендикулярным напряженностям поля. Стоит отметить, что в падающем импульсе учтена возможная пространственная неоднородность. Выбор гауссовой формы для огибающей импульса объясняется, прежде всего, физическими соображениями.



**Рис. 4.5:** Гауссов импульс, распространяющийся по оси  $z$

Потенциал электронов в атоме или ионе  $V(\mathbf{r}, t)$  в поле падающего импульса можно определить как:

$$V(t) \equiv V(\{\mathbf{r}_a\}, t) = \sum_{a=1}^N \mathbf{E}(\mathbf{r}_a, t) \mathbf{r}_a,$$

где  $\{\mathbf{r}_a\}$  — радиус-вектора электронов,  $N$  — их число.

Амплитуда перехода (см. раздел 3.2) системы из состояния, описываемого ВФ  $\varphi_0$  в состояние с ВФ  $\varphi_n$  в соответствии с ПВВ, если считать  $V(t)$  внезапным возмущением, определяется как:

$$a_{0n} = \langle \varphi_n | \exp(-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t) dt) | \varphi_0 \rangle,$$

ВФ  $\varphi_0, \varphi_n$  при этом являются собственными ортонормированными из полного набора невозмущенного гамильтониана системы, которым пренебрегают во время взаимодействия с импульсом, но учитывают при временной эволюции системы до и после взаимодействия. Вероятность перехода системы из начального состояния  $\varphi_0$  в конечное  $\varphi_n$  в ПВВ есть  $W_{0n} = |a_{0n}|^2$ . Тогда.

$$W_{0n} = \left| \langle \varphi_n | \exp\left(-i \mathbf{q}_E \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a\right) | \varphi_0 \rangle \right|^2,$$

где  $\mathbf{q}_E$  — переданный системе импульс при взаимодействии типа встряски. Переданный импульс связан с силой, действующей на электроны системы как:

$$\mathbf{F} = \frac{d\mathbf{q}_E}{dt},$$

Учитывая связь силы с напряженностью поля в импульсе, получим:

$$\mathbf{q}_E = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{F} dt = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt.$$

Тогда переданный импульс можно определить путем интегрирования (4.18):

$$\mathbf{q}_E = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}_0 \exp \left\{ -\alpha^2 \left( t - \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}{\omega_0} \right)^2 \right\} \cos \left( \omega_0 \left( t - \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}{\omega_0} \right) \right) dt.$$

С учетом замены переменных

$$t' = t - \frac{\mathbf{k}_0 \mathbf{r}}{\omega_0}, \quad dt' = dt.$$

Получим через характеристики падающего УКИ:

$$\mathbf{q}_E = \int_{-\infty}^{\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) dt = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \mathbf{E}_0 \exp \left\{ -\frac{\omega_0^2}{4\alpha^2} \right\}. \quad (4.19)$$

Возможность перехода атомных и молекулярных систем под действием поля с таким возмущением от столкновений с релятивистскими многозарядными ионами и УКИ в ПВВ рассматривалась в работах [202, 203].

Используя ВФ электрона в поле ПНР в непрерывном спектре (4.16) и в основном состоянии (4.15), а также *Приложение В*, получаем спектр вылетевших электронов при ионизации

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_{ion}(k, \mathbf{q}_E)}{d\Omega_k k^2 dk} &= \left| \langle \psi_k | \exp \left( -i\mathbf{q}_E \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a \right) | \psi_0 \rangle \right|^2 = \frac{\gamma}{\pi^2} \times \\ &\times \left\{ \frac{1}{\gamma^2 + (\mathbf{k} - \mathbf{q}_E)^2} - \ln \left( \frac{\gamma - ik + iq_E}{\gamma - ik - iq_E} \right) \frac{1}{2iq_E(\gamma + ik)} \right\}. \quad (4.20) \end{aligned}$$

Проинтегрировав его по углам вылета ионизованных электронов, получаем полный спектр ионизации. Выражение может быть записано аналитически, однако, из-за громоздкости мы его не приводим. Для получения полной вероятности ионизации можно последовательно выполнить все интегрирования по направлениям и импульсам вылетевших электронов, но учитывая, что в ПНР есть только одно связанное состояние удобно определить вероятность как

$$\begin{aligned}
W_{ion} = 1 - W_{00} &= 1 - \left| \langle \psi_0 | \exp \left( -i \mathbf{q}_E \sum_{a=1}^N \mathbf{r}_a \right) | \psi_0 \rangle \right|^2 = \\
&= 1 - \frac{4\gamma^2}{q_E^2} \operatorname{arcctg}^2 \left( \frac{q_E}{2\gamma} \right) \quad (4.21)
\end{aligned}$$

Можно сравнить полученный результат с вероятностью, рассчитанной с использованием ВФ (4.17) приближения конечного радиуса

$$W_{ion}' = 1 - \frac{4\gamma^2 B^4}{q_E^2} \left[ \operatorname{arcctg} \left( \frac{q_E}{2\gamma} \right) + \operatorname{arcctg} \left( \frac{q_E}{2\beta} \right) - 2 \operatorname{arctg} \left( \frac{q_E}{\beta + \gamma} \right) \right]^2. \quad (4.22)$$

Интересно также представить зависимость вероятности ионизации для ОИ водорода ( $\gamma = 0.234$ ,  $\beta = 0.742$ , [192]) от количества осцилляций в падающем импульсе. Для введения понятия осцилляции воспользуемся параметром гауссова затухания:

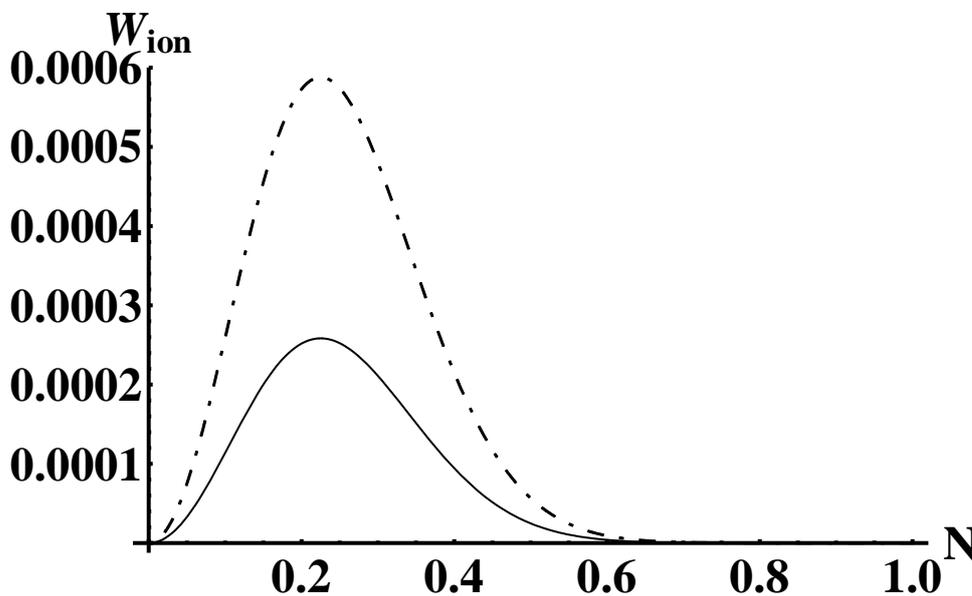
$$\alpha = \frac{1}{\tau} = \frac{1}{NT_0} = \frac{\omega_0}{2\pi N}, \quad (4.23)$$

где  $N$  – число осцилляций импульса, то есть количество колебаний в импульсе на несущей частоте. Конечно, данное представление относительно, т.к. нужно учитывать, что за счет неопределённости Гейзенберга ( $\tau\Delta\omega \geq 1$ , в а.е.  $\hbar = 1$ ) ультракороткий импульс принципиально немонахроматичен и содержит широкий спектр частот. Величина  $\mathbf{q}_E$  будет зависеть от  $N$ :

$$\mathbf{q}_E = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \mathbf{E}_0 \exp \left\{ -\frac{\omega_0^2}{4\alpha^2} \right\} = \frac{2\pi^{3/2} N}{\omega_0} \mathbf{E}_0 \exp \left\{ -\frac{\pi^2 N^2}{\omega_0^2} \right\}. \quad (4.24)$$

Вероятность ионизации (см. рис. 4.6) с ростом числа осцилляций сначала возрастает, а затем уменьшается, имея максимум при  $N$  равном  $1/4$ . Это можно объяснить тем, что при увеличении числа осцилляций средняя сила со стороны электрического поля стремится к нулю и только неполное число осцилляций дает при усреднении по продолжительности взаимодействия отличные от нуля значения. Видны существенные различия вероятностей в модели ПНР и конечного радиуса, последняя

модель дает большие вероятности. Это объясняется тем, что в приближении потенциалов конечного радиуса дополнительный вклад в вероятность ионизации вносит учет при интегрировании области пространства, в которой внешний электрон может подходить достаточно близко к силовому центру. Из зависимостей в работе [28] можно сделать вывод, что такие различия характерны для промежуточных значений переданного импульса (4.23). В области больших и малых переданных импульсов обе модели дают близкие вероятности ионизации. Очевидно, что, варьируя числом осцилляций в падающем на ОИ УКИ, можно эффективно управлять процессами ионизации. Стоит отметить, что сравнение теоретически полученных вероятностей ионизации по двум моделям в экспериментах поможет в уточнении корректности описания отрицательных ионов с помощью потенциалов нулевого и конечного радиуса. При рассмотрении процесса переизлучения далее сопоставим диаграммы направленности вылета фотонов и электронов при взаимодействии ОИ с УКИ (см. раздел 5.5).



**Рис. 4.6:** Зависимость вероятности ионизации от числа осцилляций налетающего УКИ: сплошная линия – модель ПНР (4.21); штрихпунктирная линия – модель конечного радиуса (4.22). Использован анион водорода. При расчете продолжительность импульса была взята в 1 аттосекунду, амплитуда напряженности поля в УКИ равнялась 3 а.е.

#### 4.5 Развал атома позитрония

Атом позитрония, представляющий из себя связанное состояние электрона и позитрона, является уникальным объектом исследования в квантовой электродинамике [87, 204]. Этот экзотический атом, состоящий из лептона и антилептона, позволяет получить новые сведения о природе электрослабого взаимодействия, процессах с участием античастиц, аннигиляции антивещества. Среди экзотических атомов позитроний был получен экспериментально первым [205] и работы по его исследованию продолжаются в ряде лабораторий мира [7, 9, 206]. Особый интерес вызывают процессы лазерного возбуждения атомов позитрония в ридберговские состояния, в которых атомы могут существовать достаточно долго [5]. Достижения в области генерации и использования ультракоротких импульсов электромагнитного поля [1, 12] стимулирует исследования поведения позитрония в полях ультракоротких импульсов. В работах [207-209] методами прямого численного интегрирования уравнения нестационарного Шредингера рассчитана вероятность ионизации позитрония лазерными импульсами фемтосекундной длительности. Модель Келдыша для волковских волновых функций с кулоновскими поправками сопоставлялась в статье [210] с численным решением нестационарного Шредингера при расчете неупругих процессов в атоме позитрония в поле фемтосекундного лазера. В работе [211] для описания процесса ионизации позитрония наряду с моделью Келдыша численно решались классические уравнения движения частиц с использованием методом Монте-Карло. Длительность импульса при этом составляла порядка ста аттосекунд.

Здесь рассмотрены процессы возбуждения и развала при взаимодействии атома позитрония с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Развитая методика позволяет произвести точный учет пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса и

импульсов фотонов в процессах переизлучения. В рассматриваемых нами случаях длительность ультракоротких импульсов  $\tau$  и время их взаимодействия с мишенью считаются значительно меньшими по сравнению с характерным атомным временем  $\tau_a$ . Получены вероятности возбуждения и развала позитрония в такого рода процессах. Развитый подход применим при взаимодействии позитрония с ультракороткими импульсами аттосекундной и меньшей длительности.

Рассмотрим атом позитрония, взаимодействующий с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы (4.18). Взаимодействие электрона и позитрона с импульсом электромагнитного поля запишем в виде

$$V(t) \equiv V(\mathbf{r}_e, \mathbf{r}_p, t) = -\mathbf{E}(\mathbf{r}_e, t)\mathbf{r}_e + \mathbf{E}(\mathbf{r}_p, t)\mathbf{r}_p = \sum_{a=1}^{a=2} (-1)^a \mathbf{E}(\mathbf{r}_a, t)\mathbf{r}_a, \quad (4.25)$$

где  $\mathbf{r}_e$  - координаты электрона,  $\mathbf{r}_p$  - координаты позитрона и для удобства введено обозначение  $\mathbf{r}_a$ , так что  $\mathbf{r}_1 \equiv \mathbf{r}_e$  и  $\mathbf{r}_2 \equiv \mathbf{r}_p$ .

Пусть  $\alpha$  в (4.18) такое, что  $V(t)$  из (4.25) эффективно отличается от нуля только в течение времени  $\tau$ , много меньшего характерных периодов невозмущенного атома позитрония, описываемого гамильтонианом  $H_0$ . Тогда амплитуда перехода атома из начального состояния  $\phi_0$  в какое-либо конечное состояние  $\phi_n$  в результате действия внезапного возмущения (см. раздел 3.2)  $V(t)$  будет иметь вид:

$$a_{0n} = \langle \phi_n | \exp(-i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) dt) | \phi_0 \rangle, \quad (4.26)$$

где  $\phi_0$  и  $\phi_n$  принадлежат полной ортонормированной системе собственных функций невозмущенного гамильтониана  $H_0$ . Отметим, что

$$\int_{-\infty}^{+\infty} V(t) dt = - \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}_1, t)\mathbf{r}_1 dt + \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}_2, t)\mathbf{r}_2 dt,$$

причем интеграл  $\int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}_1, t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{E}(\mathbf{r}_2, t) dt$ , общее значение этого интеграла (независящее от координат  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$ ) обозначим  $\mathbf{q} \equiv \mathbf{q}_E$ , равное (4.19). Тогда (4.26) примет вид

$$a_{0n} = \langle \phi_n | \exp(-i\mathbf{q}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)) | \phi_0 \rangle, \quad (4.27)$$

откуда следует, что  $\mathbf{q}$  имеет смысл переданного импульса, причем импульсы передаваемые электрону и позитрону равны по величине и противоположны по знаку. Другими словами, при взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля, в приближении внезапных возмущений движение центра масс позитрония не изменяется. В (4.27) волновая функция основного состояния позитрония, нормированная на один атом в объеме  $V$ , имеет вид  $|\phi_0\rangle = \phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V^{-1/2} \exp(i\mathbf{P}\mathbf{R})\varphi_0(\mathbf{r})$ , где  $\varphi_0 = \pi^{-1/2} 2^{-3/2} e^{-r/2}$  - волновая функция основного состояния относительного движения в атоме позитрония. Соответственно, волновые функции возбужденных состояний представимы так:  $|\phi_n\rangle = V^{-1/2} \exp(i\mathbf{P}\mathbf{R})\varphi_n(\mathbf{r})$ . где  $\varphi_n$  - волновая функция произвольного состояния относительного движения в атоме позитрония. Введены обозначения: координаты центра масс позитрония  $\mathbf{R} = (\mathbf{r}_1 + \mathbf{r}_2) / 2$ , относительного движения  $\mathbf{r} = \mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$  и импульс центра масс  $\mathbf{P}$ . Поэтому (4.27) после замены переменных  $\mathbf{r}_1$  и  $\mathbf{r}_2$  на  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$  принимает вид

$$a_{0n} = \int d^3r \varphi_n^*(\mathbf{r}) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \varphi_0(\mathbf{r}) V^{-1} \int d^3R = \langle \varphi_n | \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) | \varphi_0 \rangle,$$

Таким образом, амплитуды  $a_{0n}$  выражаются через хорошо известные [143, 212] неупругие атомные форм-факторы водородоподобного атома. Соответственно, вероятности переходов  $w_{0,n} = |a_{0n}|^2$ . Поэтому, например, для водородоподобного атома вероятность переходов из  $1s$  состояния во все состояния с главным квантовым числом  $n$  имеет вид

$$w_{0,n} = 2^8 q^2 a^2 n^7 \left[ \frac{n^2 - 1}{3} + (qan)^2 \right] \frac{[(n-1)^2 + (qan)^2]^{n-3}}{[(n+1)^2 + (qan)^2]^{n+3}},$$

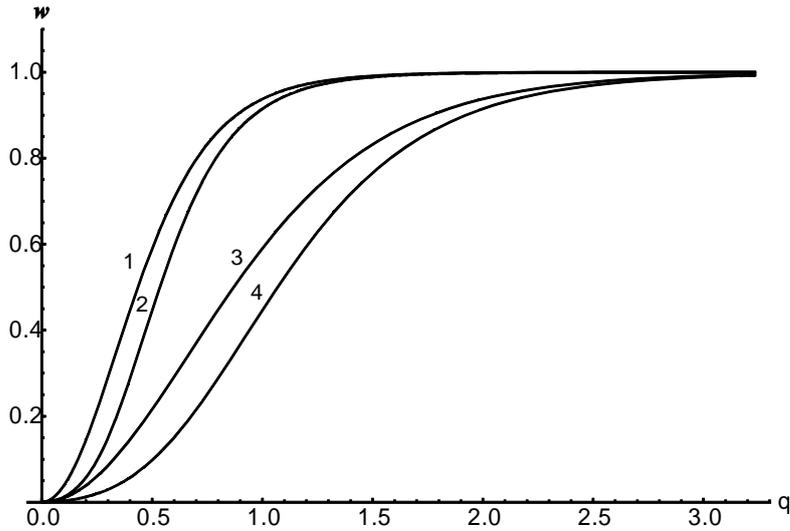
здесь и ниже  $a = 2$  для позитрония и  $a = 1$  для атома водорода. В частности,  $w_{0,0}$  - вероятность остаться в основном состоянии. Из унитарности приближения внезапных возмущений следует, что вероятность реакции - вероятность перехода атома позитрония во все возбужденные состояния (включая состояния континуума) равна  $w_r = 1 - w_{0,0}$  и превышает соответствующую вероятность для атома водорода. Приведем также вероятность перехода атома позитрония в состояния континуума с импульсом  $k$  (по всем углам  $\Omega_k$  вектора  $k$  проведено интегрирование):

$$\frac{dw_{0,k}}{dk} = \frac{2^8 q^2 k a^4}{(1 - e^{-\frac{2\pi}{ka}})} \frac{q^2 a^2 + \frac{1}{3}(1 + k^2 a^2)}{[(q^2 a^2 + 1 - k^2 a^2)^2 + (2ka)^2]^3} \times \quad (4.28)$$

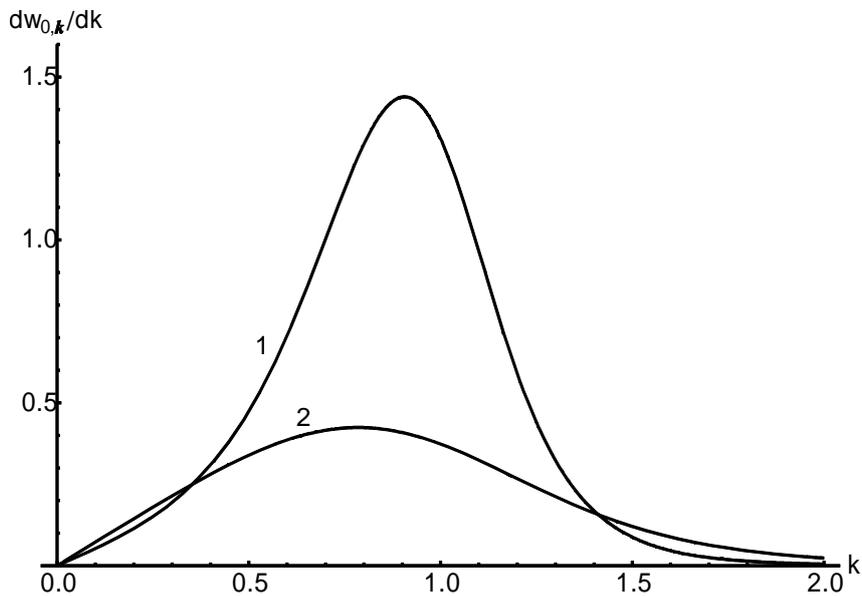
$$\times \exp\left\{-\frac{2}{ka} \operatorname{arctg} \frac{2ka}{q^2 a^2 + 1 - k^2 a^2}\right\}.$$

Полная вероятность развала атома позитрония получается из (4.28) путем интегрирования по всем значениям импульса  $k$ . На рис. 4.7 изображены результаты расчетов вероятностей возбуждения и развала атомов позитрония и водорода в зависимости от переданного импульса  $q$ . На рис. 4.7 приведены распределения (4.28) для позитрония и атома водорода.

Таким образом, нами получены выражения для вероятностей возбуждения и ионизации (развала) при взаимодействии атома позитрония с ультракоротким импульсом электромагнитного поля. При этом мы смогли точно учесть, как пространственную неоднородность поля импульса на размерах атома, так и импульсы испускаемых фотонов. Произведен расчет и сравнение вероятностей неупругих процессов ионизации и переизлучения в атомах позитрония и водорода, вызванных аттосекундными (либо меньшей длительности) импульсами электромагнитного поля.



**Рис. 4.7:** Вероятности неупругих процессов в зависимости от переданного импульса  $q$ . Кривая 1 – вероятность всех неупругих процессов для атома Ps, кривая 2 – вероятность развала атома Ps, кривая 3 – вероятность всех неупругих процессов в атоме H, кривая 4 – вероятность ионизации атома H. Переданный импульс представлен в атомных единицах, все вероятности безразмерны.



**Рис. 4.8:** Зависимость вероятности ионизации от абсолютной величины импульса вылетевшей частицы. Кривая 1 описывает спектр ионизации для позитрона (электрона) в атоме Ps, кривая 2 – распределение по импульсам для вылетевших из атома H электронов. Импульс, переданный атомной системе при взаимодействии  $q=1$  а.е., все величины на рисунке представлены в атомных единицах.

Показано, что вероятность развала позитрония может значительно превосходить вероятность ионизации атома водорода. Причина, состоит в том, что атом позитрония, в силу больших размеров и меньшей энергии связи, более эффективно, чем атом водорода разрушается под действием ультракороткого импульса электромагнитного поля.

#### **4.6 Взаимодействие мезоатома с последовательностью ультракоротких импульсов**

Рассмотрим взаимодействие мезоатома с последовательностью ультракоротких импульсов электромагнитного поля. Ранее мы моделировали подобное взаимодействие столкновением релятивистского мезоатома с двухатомной молекулой. Возможности неупругих процессов под действием последовательности ультракоротких импульсов в атомах и ионах исследовалось ранее в работах [20,27,28], [213-215]. Последовательность двух ультракоротких импульсов электромагнитного поля гауссовой формы опишем через переданный импульс  $\mathbf{q}$  электрического поля с помощью дельта-функции

$$\mathbf{q}(t) = \mathbf{q}_0 \sum_{s=0}^1 \delta\{t - sT\}$$

где  $T$  - период следования импульсов  $\mathbf{q}_0$  в последовательности. Амплитуда перехода системы из начального  $|i\rangle$  в конечное состояние  $\langle f|$  определяется с учетом временной эволюции между импульсами как

$$a_{if} = \langle f | \exp(-i\mathbf{q}_0\mathbf{r}) \exp(-iHT) \exp(-i\mathbf{q}_0\mathbf{r}) | i \rangle,$$

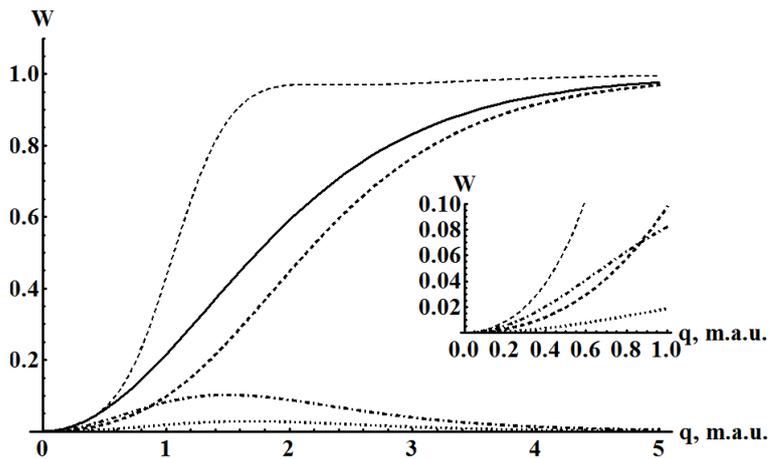
где  $H$  - гамильтониан атома в невозмущенном состоянии. В итоге действия оператора временной эволюции получается амплитуда перехода в двухступенчатом процессе с учетом промежуточного возбуждения системы во все состояния непрерывного  $\psi_n$  и дискретного спектра  $\psi_k$ :

$$a_{if} = \sum_{n=1}^{\infty} \exp(-iE_n T) \langle f | \exp(-i\mathbf{q}_0 \mathbf{r}) | \psi_n \rangle \langle \psi_n | \exp(-i\mathbf{q}_0 \mathbf{r}) | i \rangle + \\ + \int \exp(-ik'^2 T / 2) \langle f | \exp(-i\mathbf{q}_0 \mathbf{r}) | \psi_{k'} \rangle \langle \psi_{k'} | \exp(-i\mathbf{q}_0 \mathbf{r}) | i \rangle d^3 \mathbf{k}'$$

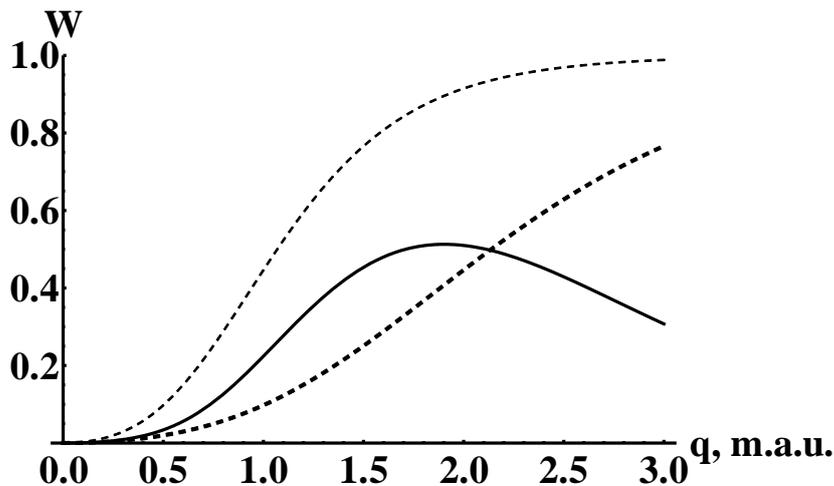
Здесь  $E_n$  - энергия системы в  $n$  связанном состоянии, а  $k'$  - импульс вылетевшей частицы (мюона) после действия первого импульса. Первое слагаемое описывает двухступенчатый процесс, когда система после первого импульса возбуждается в промежуточное связанное состояние, а вторым импульсом переводится в конечное состояние. Второе слагаемое аналогично по смыслу, однако в нем в качестве промежуточного состояния выступает состояние непрерывного спектра. Выбирая в качестве конечного состояния ионизированный мезоатом с импульсом вылетевшего мюона  $k$ , а в качестве начального – основное невозбужденное состояние мезоатома, можно вычислить амплитуду ионизации. Полная вероятность ионизации в этом случае определится как

$$W_i = \int |a_{0k}|^2 \frac{d\Omega_k k^2 dk}{(2\pi)^3},$$

где интегрирование нужно провести по всем направлениям вылета в телесный угол  $\Omega_k$  и значениям импульса  $k$  вылетевшего мюона. В общем случае вычисление вероятности в данном подходе для мезоатома представляется сложной задачей, т.к. нужно учесть все связанно-связанные, связанно-свободные и свободно-свободные переходы. Однако исходное выражение для амплитуды перехода можно упростить исходя из следующих соображений. Представим на рисунке 4.8 зависимость вероятности неупругих процессов от переданного при взаимодействии импульса для водородоподобных атомов используя соответствующие атомные формфакторы [151].



**Рис. 4.9:** Зависимость вероятностей неупругих процессов при взаимодействии мезоатома с ультракоротким импульсом электромагнитного поля в зависимости от переданного импульса. Сплошная линия – вероятность всех неупругих процессов из основного состояния мезоатома. Тонкий пунктир – вероятность ионизации из  $2s$  состояния, жирный пунктир – вероятность ионизации из основного состояния. Штрих-пунктир – вероятность возбуждения  $2s$  состояния, точечная линия – вероятность возбуждения  $3s$  состояния



**Рис. 4.10:** Зависимость вероятностей ионизации мезоатома ультракоротким импульсом электромагнитного поля в зависимости от переданного импульса. Сплошная линия – вероятность ионизации последовательностью импульсов, разделенных интервалом  $T=100$  м.а.е. Тонкий пунктир – вероятность ионизации удвоенным значением импульса ( $2q$ ). Жирный пунктир – вероятность ионизации из основного состояния импульсом  $q$ . Начальное состояние мезоатома -  $1s$

Можно увидеть, что вероятность ионизации из возбужденных состояний намного превышает ионизацию из основного состояния и есть область малых импульсов (изображение сбоку основного графика), где вероятность

возбуждения превышает вероятность прямой ионизации из основного состояния атома. В этой области первое слагаемое в амплитуде переходов превалирует над вторым. Кроме того можно выбрать достаточно большое значение временной задержки  $T$ , что за счет быстрых осцилляций подынтегрального выражения, стремится второе слагаемое к нулю. В этом случае расчет вероятностей ионизации существенно упрощается. На рис. 4.10 нами приведены оценки вероятностей ионизации мезоатома последовательностью импульсов при условии обрезания суммирования по промежуточным возбужденным состояниям  $n \leq 3$ . Вероятность возбуждения более высоких по энергии промежуточных состояний, как видно из рис. 4.9 резко убывает с ростом  $n$ . На рис. 4.10 производится сравнение вероятности ионизации мезоатома из основного состояния одиночным импульсом  $q$ , одиночным импульсом  $2q$  и последовательностью из двух импульсов по  $q$ . Видно, что есть область значений переданных импульсов, при которых вероятность в последовательных взаимодействиях значительно превышает вероятность ионизации отдельным импульсом. Затем более вероятной становится прямая ионизация, а вероятность двухстадийного процесса уменьшается. Очевидно, что в этой области начинают играть важную роль свободно-свободные переходы. Вероятность прямой ионизации удвоенным импульсом значительно превосходит другие вероятности, но нужно учитывать, что возможности генерации такого импульса ограничены пиковой мощностью существующих систем. Стоит также отметить, что продолжительность таких импульсов должна быть очень малой для применимости нашего метода расчета вероятности и может приближаться к зептосекундному рубежу ( $10^{-21} c$ ). На сегодняшний день современная лазерная техника приближается только к аттосекундным ( $10^{-18} c$ ) временам длительности, поэтому более реальным видится создание ультракоротких импульсов электромагнитного поля сверхмалой длительности за счет полей релятивистских многозарядных ионов или за счет кратных

столкновений быстрого мезоатома с двумя центрами молекул при условии их выстроенности, как было описано выше.

Здесь приведены оценки вероятности ионизации мезоатома последовательностью ультракоротких импульсов электромагнитного поля. Ранее (раздел 3.3) мы рассматривали ионизацию мезоатома за счет последовательных столкновений в процессе типа «карамболь». Был предложен механизм увеличения сечений и вероятности стряхивания мюона за счет кратных взаимодействий за счет ступенчатого процесса, когда в первом взаимодействии мезоатом возбуждается, а во втором взаимодействии, не успевая вернуться в основное состояние, ионизируется с большей вероятностью, чем из основного состояния. Стоит отметить аналогию в процессах кратного столкновений мезоатома с рассеивающими центрами как источниками электромагнитного поля и процессах ионизации мезоатома последовательностью ультракоротких импульсов. Особенно при релятивистских скоростях столкновений, что обусловлено тем, что электромагнитное поле релятивистских источников может рассматриваться как поле ультракоротких импульсов. Механизм ионизации мезоатома за счет последовательных столкновений или взаимодействий может быть использован при поиске новых возможностей увеличения вероятности стряхивания мюонов при рассеянии мезоатомов в экспериментах по мюонной физике.

#### **4.7 Обсуждение результатов**

В данной главе исследованы неупругие столкновения и ионизация в атомах и ионах в результате взаимодействия с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. В качестве объектов действия УКИ выступали атом гелия, отрицательные атомарные ионы, атом позитрония, мезоатом. Здесь был предложен метод расчета вероятностей и сечений

неупругих процессов и ионизации в таких взаимодействиях с использованием приближения внезапных возмущений.

Из основных результатов работы здесь было получено:

- разработан метод расчета вероятностей неупругих процессов и ионизации при взаимодействии аттосекундного лазерного импульса с малочастичными системами с кулоновским взаимодействием;
- получены значения сечений «стряхивания» мюона в мезоатомах в результате неупругих процессов при кратных взаимодействиях с УКИ;
- получены спектры ионизации при взаимодействии малочастичных систем с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, выявлены корреляционные эффекты при этом взаимодействии.

Результаты данной главы опубликованы в работах авторского списка [A2, A9, A14, A16, A27-A29].

## ГЛАВА 5 Переизлучение ультракоротких импульсов при взаимодействиях с атомами и ионами

### 5.1 Рассеяние импульсов электромагнитного поля атомами и молекулами

Рассмотрим несколько подходов, которые также применяются для описания рассеяния ультракороткого импульса электромагнитного поля. Описание процессов рассеяния важно, прежде всего, с точки зрения распространения ультракоротких импульсов электромагнитного поля в различных средах и может быть использовано при передаче информации по волоконным системам. Рассеяние монохроматических волн во многом хорошо описывается в рамках классической электродинамики. Однако процессы с участием ультракоротких импульсов имеют существенные особенности. В статье [216] рассеяние УКИ различной формы рассчитывается классически с учетом поляризуемости атомной системы. Рассеяния УКИ на атомной системе описывается тензором рассеяния  $c_{ik}(\omega)$ . Спектр УКИ представляется как набор фурье-компонент поля, зависящий от формы импульса. В статье [21] рассеяние УКИ рассматривается с учетом неупругих процессов в атоме и недипольности электромагнитного взаимодействия. В работе [217] рассеяние УКИ рассматривается уже на нанообъектах. Поле падающего УКИ выбирается в виде

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{e} E_0 g\left(t - \frac{\mathbf{n} \cdot \mathbf{r}}{c}\right),$$

здесь  $\mathbf{e}$  – вектор, задающий направление поляризации,  $\mathbf{n}$  – направление распространения УКИ, зависимость  $g(\tau)$  определяет форму УКИ. Рассеяние УКИ на свободных электронах анализируется в работе [218]. В рамках решения релятивистских классических уравнений рассматривается

тормозное излучение ускоренных электронов, что позволяет описать нелинейное рассеяние УКИ высокой интенсивности как процесс классической электродинамики.

Большие интенсивности падающего излучения УКИ (более от  $10^{20}$  Вт/см<sup>2</sup>) приводят к нелинейным процессам при рассеянии и возникновению высокоэнергетических фотонов рентгеновского диапазона. В случае такого рассеяния на молекулах, наноструктурах можно получать как изображение таких структур, так и следить за их динамикой.

При описании процесса рассеяния обязательно необходимо учитывать большую спектральную ширину в падающем излучении, возникающую в силу спектрального уширения для кратковременного импульса. Учитывать спектральных компонент импульсов можно с использованием формализма вейвлетов, как в работах [216], [218]. Это позволяет произвести учет полного набора гармоник УКИ. Сами наборы вейвлетов могут быть в форме Габора, Морле, производных от функции Гаусса:

$$a_m(t) = -\frac{d^m}{dt^m} \exp\left(-\frac{t^2}{\tau^2}\right).$$

В частности, в статье [218] использовалась так называемая «мексиканская шляпа» (вторая производная от гауссовой формы). Все это позволяет получить аналитические результаты, доступные для оценок процессов рассеяния. Стоит отметить, что магнитная составляющая сил со стороны падающего УКИ в процессе рассеяния не играет значительной роли и обычно опускается. Таким образом, можно заключить, что выбор гауссовой формы (4.18) импульса при описании УКИ оправдан, хотя возможны и другие вышеупомянутые подходы.

## 5.2 Переизлучение аттосекундных импульсов электромагнитного поля атомом водорода

Приведем метод расчета спектра переизлучения ультракороткого импульса атомом или молекулой с использованием ПВВ, позволяющий учесть как пространственную неоднородность, так и спектральное уширение падающего импульса.

Особенностью применения ПВВ является то, что при условии малости времени взаимодействия квантовой системы с УКИ  $\tau$ , по сравнению с характерными временами системы  $T$ , на возмущение можно не накладывать каких-либо ограничений, считая его произвольным [151].

В этом случае при решении УШ

$$i\Phi' = (\hat{H}_0 + V(t))\Phi, \quad (5.1)$$

где внезапное возмущение  $V(t)$  (см. раздел 3.2) действует в течение времени  $\tau \ll T$ . Здесь характерные периоды  $T$  невозмущенной квантовой системы определяются собственным гамильтонианом  $\hat{H}_0$ . Тогда в УШ (5.1) на время  $\tau \ll T$  можно, пренебрегая эволюцией ВФ под действием гамильтониана  $\hat{H}_0$  записать

$$i\Phi' = V(t)\Phi.$$

Тогда амплитуда перехода системы из начального состояния  $|i\rangle$  в конечное  $|f\rangle$  под действием  $V(t)$  будет иметь вид (см. раздел 3.2) [151]

$$a_{fi} = \langle f | \exp \left\{ -i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) dt \right\} | i \rangle.$$

В ПВВ [122] эволюция начального состояния  $\varphi_0$ , записанного с учетом только действия собственного гамильтониана, есть:

$$\Phi_0(t) = \exp \left[ -i \int_{-\infty}^t V(t') dt' \right] \varphi_0,$$

где  $\Phi_0(t) \rightarrow \varphi_0$  при  $t \rightarrow -\infty$ . При описании конечного состояния системы будем использовать ортонормированную систему ВФ с полным набором

$$\Phi_n(t) = \exp \left[ i \int_t^{\infty} V(t') dt' \right] \varphi_n,$$

где  $\Phi_n(t) \rightarrow \varphi_n$  при  $t \rightarrow \infty$ . Тогда амплитуду перехода системы из начального состояния  $|i\rangle$  в конечное  $|f\rangle$  запишем как

$$a_{0n} = \langle \Phi_n(t) | \Phi_0(t) \rangle.$$

Выразим амплитуду рождения переизлученного фотона  $b_{0n}(\omega)$  с одновременным переходом переизлучающей системы из состояния с ВФ  $\varphi_0$  в состояние с ВФ  $\varphi_n$ . В случае использования бы теории возмущений амплитуда перехода определялась через расстояние между энергетическими уровнями  $\omega_{n0}$  бы как

$$a_{fi} = -i \int_{-\infty}^{\infty} \langle \Phi_n | V(t) | \Phi_0 \rangle \exp\{i\omega_{n0}t\} dt.$$

В нашем рассмотрении необходимо также учесть испускание фотона с волновым вектором  $\mathbf{k}$ , взаимодействующего с системой потенциалом (см. Приложение Г):

$$U(t) = - \sum_{a, \mathbf{k}, \sigma} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} a_{\mathbf{k}\sigma}^+ \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a\} \hat{\mathbf{p}}_a.$$

Тогда в первом порядке теории возмущений амплитуда  $b_{0n}(\omega)$  определяется как:

$$b_{0n}(\omega) = i \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\omega t) \left\langle \Phi_n(t) \left| \sum_a \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \mathbf{p}_a \right| \Phi_0(t) \right\rangle.$$

С учетом интегрирования и асимптотики поведения взаимодействия квантовой системы с полем УКИ при  $t \rightarrow \pm\infty$  запишем

$$b_{0n}(\omega) = -\left(\frac{2\pi}{\omega}\right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dt \frac{\exp(i\omega t)}{i\omega} \left\langle \varphi_n \left| \sum_a \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \frac{\partial V(t)}{\partial \mathbf{r}_a} \exp\left[-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt'\right] \right| \varphi_0 \right\rangle.$$

Перейдя к интегрированию по телесному углу  $\Omega_{\mathbf{k}}$  в направлении вылета фотона и частотам переизлучения как

$$(2\pi)^{-3} d\mathbf{k} = (c2\pi)^{-3} d\Omega_{\mathbf{k}} \omega^2 d\omega$$

и просуммировав вероятности  $|b_{0n}(\omega)|^2$  по всем поляризациям, учтем  $\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \perp \mathbf{n}$ ,  $\mathbf{k} = \frac{\omega}{c} \mathbf{n}$ . В итоге запишем спектр переизлучения фотона в единицу телесного угла  $d\Omega_{\mathbf{k}}$  с одновременным переходом квантовой системы из начального в конечное состояние:

$$\frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \times \left\langle \left| \varphi_n \left| \sum_a \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \exp\left[-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt'\right] \right| \varphi_0 \right\rangle \right|^2,$$

что дает так называемый парциальный спектр. Спектральное размытие падающего импульса в спектре учитывается через фурье-образ  $\tilde{V}(\omega)$  потенциала взаимодействия  $V(t)$ :

$$\tilde{V}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} V(t) \exp(i\omega t) dt.$$

Получить фурье-образ  $\tilde{V}(\omega)$  для потенциала гауссовой формы (4.18) можно путем непосредственного интегрирования:

$$\tilde{V}(\omega) = \sum_{a=1}^N \mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}_a \exp\left(i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_a\right) f_0(\omega),$$

где  $f_0(\omega)$  определяется зависимостью от частоты переизлученного фотона  $\omega$  и несущей частоты падающего импульса  $\omega_0$ :

$$f_0(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} \left\{ \exp \left[ -\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right] + \exp \left[ -\frac{(\omega + \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right] \right\},$$

тогда можно ввести фурье-образ силы, действующей со стороны УКИ

$$\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} = f_0(\omega) \exp \left\{ i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_a \right\} \sum_{a=1}^N (\mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_0 \mathbf{r}_a i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0). \quad (5.2)$$

Произведение

$$\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} = f_0(\omega) \exp \left( -i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \cdot \mathbf{r}_a \right) \left( \mathbf{E}_0 \times \mathbf{n} + i \frac{\omega}{\omega_0} (\mathbf{E}_0 \cdot \mathbf{r}_a) [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right).$$

будет определять угловое распределение переизлучения. Для получения полного спектра испускания необходимо просуммировать парциальный спектр по всем возможным конечным состояниям:

$$\frac{d^2 W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \sum_n \frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega}.$$

Детали суммирования с учетом полноты ВФ системы приведены в *Приложении Г*. В результате полный спектр переизлучения определяется через усреднение оператора, учитывающего фурье-компоненты силы, по основному состоянию системы при условии суммирования по всем излучателям:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} &= \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \times \\ &\times \left\langle \varphi_0 \left| \sum_{a,a'} \exp(-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_{a'})) \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \cdot \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{a'}} \times \mathbf{n} \right] \right| \varphi_0 \right\rangle. \end{aligned} \quad (5.3)$$

Таким образом, можно определить полный спектр рассеяния УКИ (5.3) в приближении внезапных возмущений при учете неупругих процессов в атоме, молекуле или ионе и первом порядке теории возмущений при описании испускания фотонов. При этом величина возмущения  $V(t)$  со стороны УКИ может быть любой, а продолжительность возмущения малой по отношению к характерным временам квантовой системы.

### **5.3 Парциальные спектры переизлучения для атома водорода и водородоподобных ионов**

Действие ультракороткого импульса электромагнитного поля на атом приводит к встряхиванию последнего и обуславливает различные электронные переходы внутри атома. Это сопровождается переизлучением налетающего ультракороткого импульса. В данном параграфе исследуется связь между спектром переизлученных фотонов ультракороткого импульса и переходом атомных электронов в конкретные состояния. На характеристики поля не налагаются ограничения, связанные с применением теории возмущений и используются непertурбативные подходы. На основе расчета полного спектра предложены способы учета межэлектронных корреляций в многоэлектронных атомах и предложены динамические критерии корректности аналитических волновых функций двухэлектронных систем при взаимодействии с ультракороткими импульсами и многозарядными ионами. Выполним расчет парциальных спектров переизлучения. Они вызывают значительный интерес в связи с тем, что позволяют связать диаграммы направленности с вероятностью возбуждения атомов в различные состояния дискретного спектра и вероятностью ионизации. Как показано здесь диаграммы направленности переизлучения имеют характерные количественные и качественные отличия в зависимости от конечного состояния атома. Таким образом, можно детектируя спектр переизлучения предсказать конечные состояния атомов. Объектом исследования выберем водородоподобные атомы и ионы. Однако наши выводы можно расширить и на многоэлектронные системы. Пусть ультракороткий импульс электромагнитного поля гауссовой формы взаимодействует с атомом. Поле ультракороткого импульса будет по прежнему гауссовой формы электрического поля

импульса (4.18). Будем считать длительность ультракороткого импульса такой, что применимо приближение внезапных возмущений. Спектр испускания фотона в единицу телесного угла  $\Omega_{\mathbf{k}}$  с одновременным переходом  $N$ -электронного атома из состояния  $\varphi_n$  в состояние  $\varphi_m$  в результате действия ультракороткого импульса имеет вид:

$$\frac{d^2 W_{nm}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} \times \left\langle \left\langle \varphi_m \left| \sum_a \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a) \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \exp\left(-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt'\right) \right| \varphi_n \right\rangle \right\rangle^2, \quad (5.4)$$

где суммирование происходит по всем атомным электронам, определяемым радиус-векторами  $\mathbf{r}_a$ ,  $\omega$  – частота испущенного атомом фотона,  $d\Omega_{\mathbf{k}}$  – элементарный телесный угол, в который вылетает этот фотон,  $\mathbf{k}$  – его волновой вектор, равный  $(\omega/c)\mathbf{n}$ . Входящее выражение

$$\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} = \exp\left(i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \mathbf{r}_a\right) f_0(\omega) \left( \mathbf{E}_0 + i \frac{\omega}{\omega_0} (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_a) \mathbf{k}_0 \right)$$

есть Фурье-образ силы, действующей со стороны электромагнитного поля импульса на атомные электроны. Здесь  $f_0(\omega)$ , функция, возникающая вследствие гауссовой формы налетающего импульса:

$$f_0(\omega) = \sqrt{\pi} / (2\alpha) \left( \exp\left\{-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\alpha^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{(\omega + \omega_0)^2}{4\alpha^2}\right\} \right).$$

Запишем парциальный спектр для водородоподобных ионов и атомов. При использовании водородоподобных волновых функций диаграмму направленности можно представить, используя известные формфакторы

$$F_{nm}(\mathbf{q}) = \langle m | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | n \rangle, \quad (5.5)$$

$$\frac{d^2 W_{nm}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 \left| \left[ \mathbf{E}_0 \times \mathbf{n} \right] F_{nm}(\mathbf{q}) - \frac{\omega}{\omega_0} \left[ \mathbf{k}_0 \times \mathbf{n} \right] \mathbf{E}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} F_{nm}(\mathbf{q}) \right|^2.$$

Здесь учтено, что

$$\langle \varphi_m | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}) | \varphi_n \rangle = -\frac{1}{i} \mathbf{E}_0 \frac{\partial}{\partial \mathbf{q}} \langle \varphi_m | e^{-i\mathbf{q}\mathbf{r}} | \varphi_n \rangle,$$

где импульс

$$\mathbf{q} = \mathbf{k} - \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 + \eta \mathbf{E}_0,$$

$$\eta = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \exp \left\{ -\frac{\omega_0^2}{4\alpha^2} \right\}.$$

Направив ось  $Z$  по направлению  $\mathbf{k}_0$  налетающего ультракороткого импульса. В этом случае выпишем диаграмму направленности парциального спектра переизлучения

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_{nm}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = & \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \{ F_{nm}^2(q) (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \phi) + \\ & + 2 \frac{\omega}{c} F'_{nm}(q) F_{nm}(q) A(\theta, \phi) \sin \theta \cos \theta \cos \phi + \\ & + \left( \frac{\omega}{c} F'_{nm}(q) A(\theta, \phi) \cos \theta \right)^2 \}. \end{aligned} \quad (5.6)$$

В последнем соотношении  $\theta, \phi$  – сферические углы вылета переизлученного атомом фотона,  $F'_{nm}(q)$  – производная формфактора по  $q$ ,

$$A(\theta, \phi) = \frac{\omega \sin \theta \cos \phi + c \eta E_0}{\sqrt{2\omega^2 (1 - \cos \theta) + 2\omega c E_0 \eta \sin \theta \cos \phi + c^4 E_0^2}}.$$

При этом стоит отметить, что формфактор  $F_{nm}(q)$  будет также зависеть от углов вылета переизлученных фотонов.

Для получения полного парциального спектра необходимо провести интегрирование выражения (5.6) по углам вылета фотона. При интегрировании теперь удобно направить ось  $Z$  по направлению результирующего вектора  $\mathbf{p} = \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 + \eta \mathbf{E}_0$ . В этом случае, входящий в

формфактор импульс  $q$  запишется как

$$q = \left( 2(\omega/c)^2 + 2(\omega/c) \left( \eta^2 E_0^2 + (\omega/c)^2 \right)^{1/2} \cos \theta + \eta^2 E_0^2 \right)^{1/2} \quad (5.7)$$

Интегрирование по полярному углу  $\phi$  позволяет получить следующий общий вид

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_{nm}}{d\theta d\omega} = & \frac{1}{4\pi c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \sin \theta \{ F_{nm}^2(q) [2 - \sin^2 \theta \sin^2 \theta_E - \\ & - 2 \cos^2 \theta \cos^2 \theta_E] + \frac{\omega}{c} \frac{F'_{nm}(q)}{8q} F_{nm}(q) [4\eta E_0 \sin 2\theta_E (1 + 3 \cos 2\theta) + \\ & + (\omega/c) \cos \theta (7 \sin \theta_E + 3 \sin 3\theta_E) + (\omega/c) \cos 3\theta (\sin \theta_E + 5 \sin 3\theta_E)] + \\ & + \left( \frac{\omega}{c} \frac{F'_{nm}(q)}{16q} \right)^2 [ \eta^2 E_0^2 (320 - 64 \cos 2\theta) + \omega^2 / c^2 \times \\ & \times (119 + 44 \cos 2\theta + 29 \cos 4\theta + 41 \cos 4\theta_E + 20 \cos 2\theta \cos 4\theta_E + \\ & + 3 \cos 4\theta \cos 4\theta_E) + 96 \eta E_0 \omega / c (7 \cos \theta + \cos 3\theta) \cos \theta_E + \\ & + 64 (\eta^2 E_0^2 + \omega^2 / c^2) (1 + 3 \cos 2\theta) \cos 2\theta_E + \\ & + 32 \eta E_0 \omega / c (7 \cos \theta + \cos 3\theta) \cos 3\theta_E ] \}. \end{aligned} \quad (5.8)$$

В последнем выражении  $\cos \theta_E = \eta E_0 / \sqrt{(\eta E_0)^2 + (\omega/c)^2}$ , импульс  $q$  представлен выражением (5.7). Дальнейшее вычисление парциального спектра, сводится к интегрированию (5.8) по углу  $\theta$ . В результате мы получаем общее выражение для спектра, которое не приводим здесь ввиду его громоздкости. Для конкретных состояний парциальный спектр  $dW_{nm} / d\omega$  может быть выписан с использованием общих выражений для атомного формфактора (5.5) [151]. Приведем также аналитическое выражение для полного спектра  $\frac{dW}{d\omega} = \sum_m \frac{dW_{0m}}{d\omega}$ , полученное для водородоподобных атомов и ионов после суммирования вероятностей перехода из основного состояния во все возбужденные состояния и непрерывный спектр:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{Z^2} \right) \quad (5.9)$$

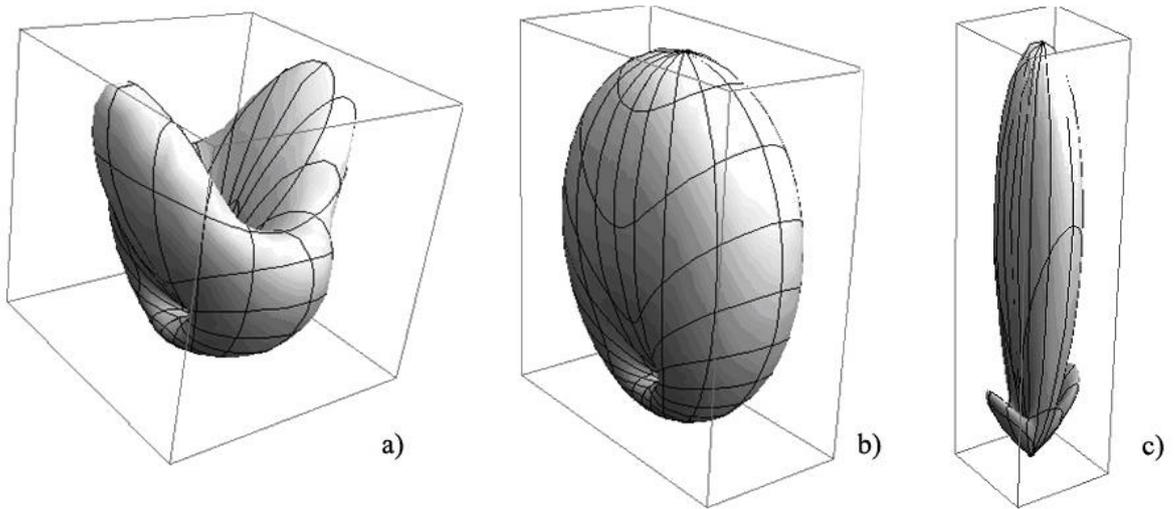
где  $Z$  – заряд ядра атома. Это соотношение дает вероятность вылета переизлученных фотонов при переходе атома из основного состояния в любое, т.е. этот спектр просуммирован по всем возможным конечным состояниям атома и является суммой всех возможных парциальных спектров. Используя формфакторы перехода из основного состояния атома, мы можем вычислить парциальные спектры  $dW_{0m} / d\omega$ , соответствующие вероятности переизлучения ультракороткого импульса на определенной частоте  $\omega$  при возбуждении атома в  $m$ -ое состояние, и сравнить их с полным спектром  $dW / d\omega$ , оценив вклад конкретного состояния в полный спектр переизлучения. Проинтегрировав парциальные и полный спектр (5.9) по частоте переизлученных фотонов получим отношение вероятностей (нормированных на единицу) переизлучения атома при взаимодействии с ультракороткими импульсами:

$$I_m = \frac{W_{0m}}{W} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_x^\infty \left( \frac{dW_{0m}}{d\omega} \right) d\omega}{\int_x^\infty \left( \frac{dW}{d\omega} \right) d\omega}. \quad (5.10)$$

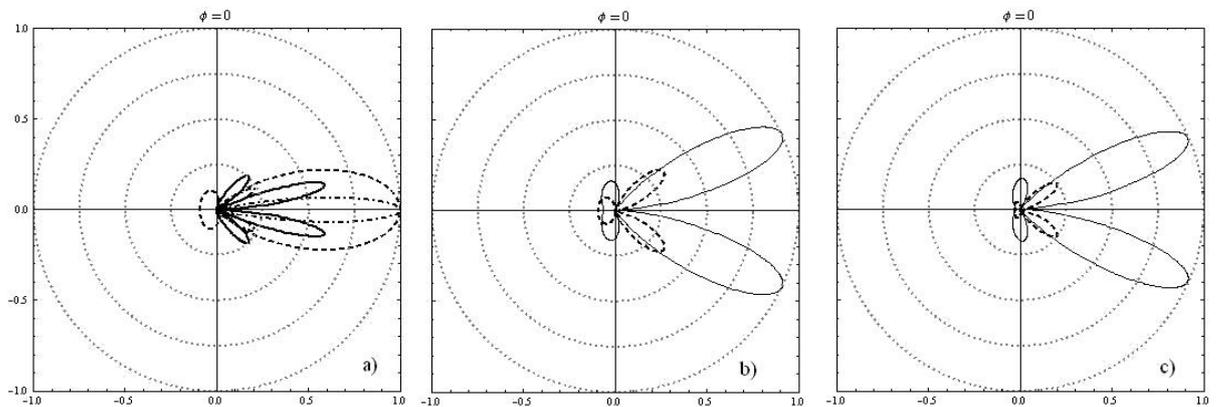
Несмотря на то, что оба представленных интеграла в формуле (5.10) расходятся на нижнем пределе, эта (логарифмическая) расходимость одинакова в числителе и знаменателе и сокращается в отношении. Найдя отношение, можно непосредственно связать вероятность переизлучения с конечным состоянием атома после процесса переизлучения. Полученные результаты могут быть обобщены на случай многоэлектронных атомов. В этом случае необходимо, используя выражение (5.4), произвести суммирование по всем атомным электронам. При этом в полученном спектре можно выделить когерентную и некогерентную часть излучения.

Приведем данные расчета диаграмм направленности при переизлучении атомом ультракороткого импульса электромагнитного поля для некоторых конечных состояний атома по выражению (5.6). Из объемных диаграмм направленности при частоте ультракороткого

импульса  $\omega_0 = 125 \text{ a.e.}$  (соответствует продолжительности импульса  $\tau \approx 4 \cdot 10^{-18} \text{ сек}$ ) (рис. 5.1) видно, что различия в форме направлений переизлучения значительны и определяются конечным состоянием атома. Для более детального анализа приведем (рис. 5.2) типичные срезы диаграмм направленности при угле  $\phi = 0^\circ$ . Все срезы диаграмм направленности нормированы на максимальные, из представленных на графиках, значения вероятностей вылета переизлученных фотонов. По представленным графикам можно заметить, что различия диаграмм направленностей позволяют непосредственно определить, какой электронный переход совершается в атоме при взаимодействии с ультракоротким импульсом. Стоит отметить, что различия существенны не только по форме спектра, но и по абсолютным значениям. При этом единицы шкалы на графиках а), б), в) на рис. 5.2 соотносятся между собой как 1: 0.1275: 0.00118. Все это позволяет сделать вывод: по спектру переизлучения можно уверенно детектировать конечные состояния атома и предсказать спектр излучения атома при переходе в основное состояния. Показательна также сильная зависимость диаграмм направленности от частоты налетающего фотона. Для примера приведем диаграммы направленностей в срезах (рис. 5.3) при тех же, что и на рис. 5.2, переходах атома, но при частоте  $\omega_0$  вдвое меньшей. Здесь единицы шкалы на графиках а), б), в) соотносятся как 1: 0.085: 0.0008125. Исходя из столь существенных различий возможно точное определение частоты налетающего ультракороткого импульса по диаграмме направленностей спектра переизлучения.



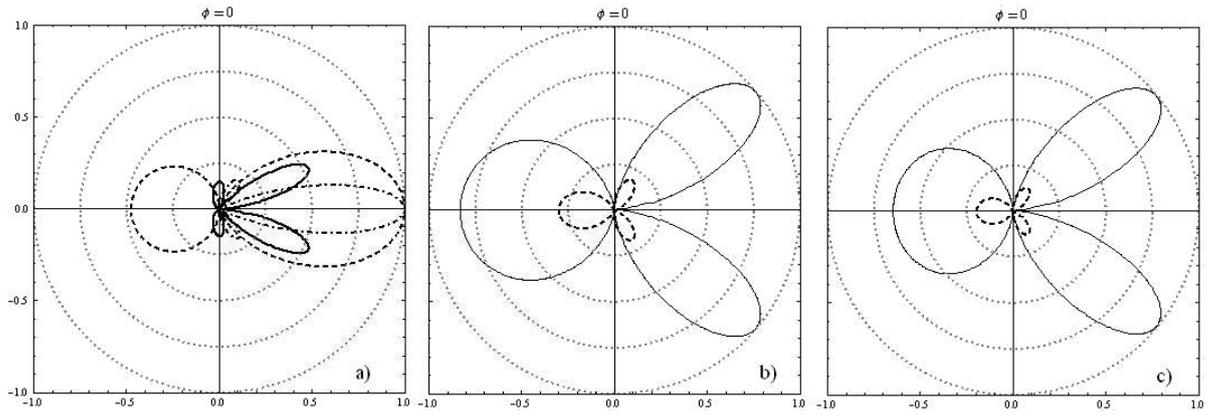
**Рис. 5.1:** 3D-диаграмма направленности переизлучения соответствует переходу атома а)  $1s-2p$ , просуммированное по всем проекциям орбитального момента, б) упругому рассеянию атома  $1s-1s$ , в)  $2s-2s$ .



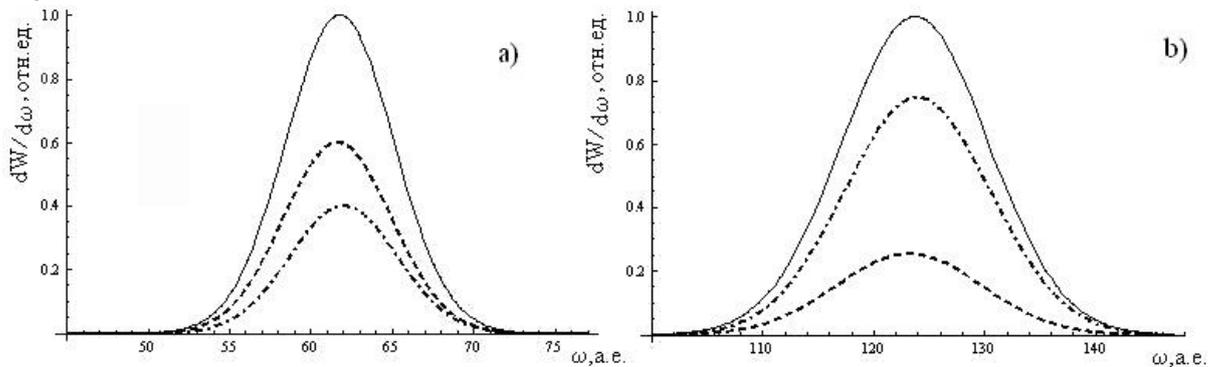
**Рис. 5.2:** Диаграмма направленности переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля водородоподобного атома

а) пунктирная линия соответствует переизлучению без изменения состояния атома  $1s-1s$ , штрихпунктирная –  $2s-2s$ , сплошная – одновременно с переизлучением переходу атома  $2s-2p$ , просуммированное по всем проекциям орбитального момента; б) пунктирная линия соответствует одновременно с переизлучением переходу атома из основного в возбужденное состояние  $2s$ , сплошная – во все состояния  $2p$ ; в) пунктирная линия соответствует одновременно с переизлучением переходу атома из основного в возбужденное состояние  $3s$ , сплошная – в состояния  $3p$ , просуммированные по всем проекциям орбитального момента. Частота  $\omega_0 = 125 \text{ a.e.}$

Интересными, также, являются данные расчетов и сравнения парциальных и полных спектров переизлучения. На рис. 5.4 представлены парциальные спектры переизлучения при столкновениях атома с ультракороткими импульсами.



**Рис. 5.3:** Диаграмма направленности переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля водородоподобного атома а) пунктирная линия соответствует переизлучению без изменения состояния атома  $1s-1s$ , штрихпунктирная –  $2s-2s$ , сплошная – одновременному с переизлучением переходу атома  $2s-2p$ , просуммированное по всем проекциям орбитального момента; б) пунктирная линия соответствует одновременному с переизлучением переходу атома из основного в возбужденное состояние  $2s$ , сплошная – во все состояния  $2p$ ; в) пунктирная линия соответствует одновременному с переизлучением переходу атома из основного в возбужденное состояние  $3s$ , сплошная – в состояния  $3p$ , просуммированные по всем проекциям орбитального момента. Частота  $\omega_0 = 62.5 \text{ a.e.}$



**Рис. 5.4:** Парциальные и полные спектры переизлучения водородоподобного атома. Пунктирная линия соответствует спектру переизлучения без изменения состояния атома, штрихпунктирная – спектру переизлучения с изменением состояния атома, сплошная – полному спектру переизлучения при любом конечном состоянии атома; а)  $\omega_0 = 62.5 \text{ a.e.}$  б)  $\omega_0 = 125 \text{ a.e.}$

Расчет здесь выполнен путем интегрирования выражения (5.8) по углу  $\theta$  с использованием формфактора  $F_{00}$ . Результат интегрирования может быть записан в аналитическом виде, однако выражение получается достаточно громоздкое для приведения его здесь. На этом же графике

приведен полный спектр переизлучения (5.9). При вычислениях использовалось поле  $E_0$ , вдвое превосходящее внутриатомное. Результаты расчета представлены в относительных единицах. Очевидно, что с ростом частоты падающего ультракороткого импульса существенно возрастает вероятность переизлучения при неупругих процессах внутри атома. Механизм преобладания вероятности переизлучения при неупругих процессах над вероятностью переизлучения при упругих процессах заключается, видимо, в том, что изменяется баланс между энергией, расходуемой атомом на возбуждение и переходы и энергией ультракороткого импульса, которую атом переизлучает. Произведя интегрирование данных спектров по частоте и найдя отношение (5.10) сопоставим полученные результаты в таблице 5.1. Приведем отношение вероятности переизлучения при упругом рассеянии  $I_0$  и при неупругом рассеянии  $I_{inel} = 1 - I_0$  к полной вероятности переизлучения при произвольном конечном состоянии атома. Из данных таблицы можно заметить, что с ростом частоты вероятность переизлучения с одновременным возбуждением и ионизацией атома возрастает по отношению к вероятности переизлучения без изменения состояния атома.

**Таблица 5.1:** Отношение вероятности переизлучения фотонов без изменения и с изменением состояния атома к вероятности переизлучения фотонов при любом конечном состоянии атома водорода

$\omega_0, a.e.$	$I_0$	$I_{inel}$
62.5	0.642	0.358
125	0.251	0.749

Из анализа табличных данных и представленных графиков по диаграммам направленности и парциальным спектрам и сравнением с полными спектрами переизлучения можно сделать следующие выводы:

– по диаграмме направленности переизлучения можно точно определить состояние атома после взаимодействия с ультракороткими импульсами и предсказать спектр излучения атома при релаксации в основное состояние;

– зависимость парциального спектра от частоты подающего ультракороткого импульса позволяет определить по спектру характеристики падающего на атом ультракороткого импульса электромагнитного поля;

– с ростом частоты падающего ультракороткого импульса существенно возрастает вероятность переизлучения при неупругих процессах внутри атома.

Все вышесказанное позволяет с уверенностью сделать вывод о том, что парциальные спектры переизлучения могут стать инструментом исследования состояний атома в сверхсильных электромагнитных полях. Ультракороткие импульсы и процесс переизлучения, таким образом, могут быть использованы для приведения атомов среды в заданное состояние, при этом одновременно позволяют детектировать и контролировать состояние среды с высокой степенью точности.

#### **5.4 Корреляционные эффекты при переизлучении атомом гелия**

Возможность динамического учета электронных корреляций в процессах переизлучения в рассматриваемом процессе обусловлена следующим: спектры и угловые распределения переизлученного многоэлектронным атомом ультракороткого импульса (после суммирования по полному набору конечных состояний атомных электронов) выражаются только через волновые функции основных состояний и тем самым неявно учитывают электронные корреляции в динамических процессах. Используем простые аналитические волновые функции основного состояния атома гелия (см. раздел 4.2).

Пусть ультракороткий импульс электромагнитного поля гауссовой формы взаимодействует с атомом гелия. По сути дела на атом падает плоская электромагнитная волна в виде ультракороткого импульса длительностью  $\tau$ . Напряжённость электрического поля импульса гауссова (4.18). Потенциал взаимодействия атомных электронов с импульсом электромагнитного поля гауссовой формы за счет соответствующего выбора калибровки запишем в виде

$$V(t) = V(\{\mathbf{r}_a\}, t) = \sum_{a=1}^{a=N} \mathbf{E}(\mathbf{r}_a, t) \cdot \mathbf{r}_a,$$

где  $\{\mathbf{r}_a\}$  – совокупность координат атомных электронов ( $a=1, \dots, N$ ). Для гелиеподобного атома число электронов  $N=2$ . Спектр испускания фотона в единицу телесного угла  $\Omega_{\mathbf{k}}$  с одновременным переходом атома из состояния  $\varphi_0$  в состояние  $\varphi_n$  в результате действия ультракороткого импульса имеет вид

$$\frac{d^2 W_{0n}}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} \left| \left\langle \varphi_n \left| \sum_a^N \exp(-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a) \left[ \frac{\partial V^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \exp\left(-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt'\right) \right| \varphi_0 \right\rangle \right|^2,$$

где  $\omega$  – частота испущенного атомом фотона,  $d\Omega_{\mathbf{k}}$  – элементарный телесный угол, в который вылетает этот фотон,  $\mathbf{k}$  – его волновой вектор,  $\varphi_0$ ,  $\varphi_n$  – волновые функции основного и возбужденного состояний атома

гелия,  $\mathbf{r}_a$  – координаты одного из атомных электронов,  $\left[ \frac{\partial V(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right]$  –

фурье-образ силы, действующей на электроны со стороны ультракороткого импульса. Данная формула описывает спектр излучения фотона с одновременным переходом атома из состояния  $\varphi_0$  в состояние  $\varphi_n$ , т.е. парциальный спектр. Здесь

$$\left[ \frac{\partial V(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] = f_0(\omega) e^{-i\frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \mathbf{r}_a} \left( [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}] + i \frac{\omega}{\omega_0} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_a) \right),$$

$$f_0(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} \left( e^{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{4\alpha^2}} + e^{-\frac{(\omega+\omega_0)^2}{4\alpha^2}} \right)$$

– фурье-образ функции, задающей гауссову форму для налетающего импульса.

После суммирования по всем конечным состояниям атома  $\varphi_n$  (полный набор), находим полный спектр излучения:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} \left\langle \varphi_0 \left| \sum_{a,b}^{N,N} e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)} \left[ \frac{\partial V(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \left[ \frac{\partial V^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_b} \times \mathbf{n} \right] \right| \varphi_0 \right\rangle, \quad (5.11)$$

где  $W$  – полная вероятность испускания фотона с произвольной судьбой атома,  $\mathbf{r}_a, \mathbf{r}_b$  – координаты атомных электронов. Двойная сумма берется по числу  $N$  всех электронов, входящих в систему. Разделяя в выражении (5.11) суммирование по индексам  $a=b$  и  $a \neq b$ , получим, что спектр испущенных фотонов можно разбить на две части:

$$\frac{d^2W}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}} = \frac{d^2W_1}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}} + \frac{d^2W_2}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}}, \quad (5.12)$$

где первое слагаемое в правой части (5.12) пропорционально  $N$  числу атомных электронов и описывает некогерентную часть спектра, второе слагаемое пропорционально  $N(N-1)$  и описывает когерентную и некогерентную части спектра.

Если использовать водородоподобные ВФ то спектр получается в аналитическом виде, доступном для непосредственного анализа каждого из слагаемых в выражении (5.12). Выражение для первой части спектра в сферических координатах имеет вид:

$$\frac{d^2W_1}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}} = \frac{2}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left( 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \frac{\omega^2}{c^2} \sin^2 \theta \frac{1}{Z_{\text{eff}}^2} \right), \quad (5.13)$$

где  $\theta, \varphi$  – сферические углы вылета переизлученного атомом фотона. После усреднения по углам имеем

$$\frac{dW_1}{d\omega} = 2 \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{Z_{eff}^2} \right). \quad (5.14)$$

Расчет второй части спектра может быть проведен аналитически также только с водородоподобными ВФ в модели экранировки. Учет корреляций в ВФ (4.6)-(4.10) приводит к необходимости численного расчета соответствующих матричных элементов. Приведем аналитические выражения для  $\frac{d^2W_2}{d\omega d\Omega_k}$  и  $\frac{dW_2}{d\omega}$ , полученные для водородоподобных ВФ.

Угловое распределение спектра  $\frac{d^2W_2}{d\omega d\Omega_k}$  в сферических координатах имеет

вид:

$$\begin{aligned} \frac{d^2W_2}{d\omega d\Omega_k} = & \frac{2}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 (E_0)^2 \left( \frac{16Z_{eff}^4}{\left( 4Z_{eff}^2 + 2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1 - \cos\theta) \right)^2} \right)^2 \times \\ & \times \left\{ 1 - \sin^2\theta \cos^2\varphi - \frac{8\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sin^2\theta \cos\theta \cos^2\varphi}{4Z_{eff}^2 + 2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1 - \cos\theta)} + \right. \\ & \left. + \left( \frac{4\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \sin^2\theta \cos\varphi}{4Z_{eff}^2 + 2\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 (1 - \cos\theta)} \right)^2 \right\}. \end{aligned} \quad (5.15)$$

После интегрирования по углам полный спектр  $\frac{dW_2}{d\omega}$  примет вид

$$\frac{dW_2}{d\omega} = \frac{1}{(2\pi)} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 (E_0)^2 I(\beta), \quad (5.16)$$

$$\text{где } \beta = \frac{\omega^2}{2c^2 Z_{eff}^2}, \quad I(\beta) = \frac{8(5 + 2\beta(5 + 4\beta))}{15(1 + 2\beta)^3}.$$

При больших частотах имеем  $I(\beta) \rightarrow 0$ , при малых частотах  $I(\beta) \rightarrow 8/3$ .

Выписывая общее выражение для спектра (5.12) после интегрирования по углам вылета фотона замечаем, что его можно представить в виде:

$$\frac{dW}{d\omega} = \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left( N \left( 1 + \frac{\omega^2}{c^2} \frac{1}{Z_{eff}^2} \right) + N(N-1) \frac{3}{8} I(\beta) \right) \quad (5.17)$$

Здесь множитель  $N(N-1)$  выделен по результатам суммирования слагаемых в выражении (5.11) с индексами  $a \neq b$ , обозначающими различные электроны. Вторая часть спектра пропорциональна  $N(N-1)$  и отвечает за смешанный (когерентный и некогерентный) характер излучения. Из последнего выражения можно сделать вывод о том, что в высокочастотной части спектра присутствует в основном некогерентное излучение. В низкочастотной части спектра – когерентное излучение. Первая часть спектра излучения двухэлектронного атома связана с некогерентным излучением и пропорциональна  $N=2$ . Полученные соотношения (5.13) и (5.14) позволяют сравнительно легко найти диаграмму направленности и частотный спектр первой части излучения для водородоподобных ВФ (4.4), (4.5). Если использовать ВФ, учитывающие корреляции (4.6)-(4.10), то аналитические выражения в явном виде получить не удастся:

$$\begin{aligned} \frac{dW_1}{d\omega d\Omega_{\mathbf{k}}} = & \frac{2}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left\{ 1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi + \right. \\ & \left. + \frac{\omega^2}{c^2} \sin^2 \theta \langle \varphi_0 | r_1^2 \sin^2 \theta_1 \cos^2 \varphi_1 | \varphi_0 \rangle \right\}, \end{aligned} \quad (5.18)$$

где  $r_1, \theta_1, \varphi_1$  – сферические координаты одного из электронов в атоме гелия.

После интегрирования по углам вылета переизлученного фотона имеем

$$\frac{dW_1}{d\omega} = 2 \frac{2}{3\pi} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2}{c^2} \langle \varphi_0 | r_1^2 \sin^2 \theta_1 \cos^2 \varphi_1 | \varphi_0 \rangle \right) \quad (5.19)$$

Сопоставляя выражения (5.14) и (5.19) можно сделать вывод о том, что, учет корреляций сказывается в первую очередь на различии между значением матричного элемента

$$M_c = \langle \varphi_0 | r_1^2 \sin^2 \theta_1 \cos^2 \varphi_1 | \varphi_0 \rangle = \langle \varphi_0 | r_2^2 \sin^2 \theta_2 \cos^2 \varphi_2 | \varphi_0 \rangle$$

и  $M_{eff} = 1/Z_{eff}^2$ . Здесь  $r_1, \theta_1, \varphi_1, r_2, \theta_2, \varphi_2$  – сферические координаты электронов в атоме гелия.

Непосредственный учет корреляций можно произвести из расчета относительного отклонения  $M_c$  от  $M_{eff}$ :

$$E_{c1} = \frac{M_c - M_{eff}}{M_{eff}}. \quad (5.20)$$

Соответствующие матричные элементы были вычислены с использованием численного интегрирования по методу Монте-Карло. Приведем (см. табл. 5.2) данные расчетов спектра и относительного отклонения (5.20) при длительности ультракороткого в импульса  $\tau = 10^{-18}$  сек ( $\omega_0 = 455.95$  а.е.) и напряженность электрического поля  $E_0 = 2$  а.е.

**Таблица 5.2:** Данные расчетов спектра с различными ВФ

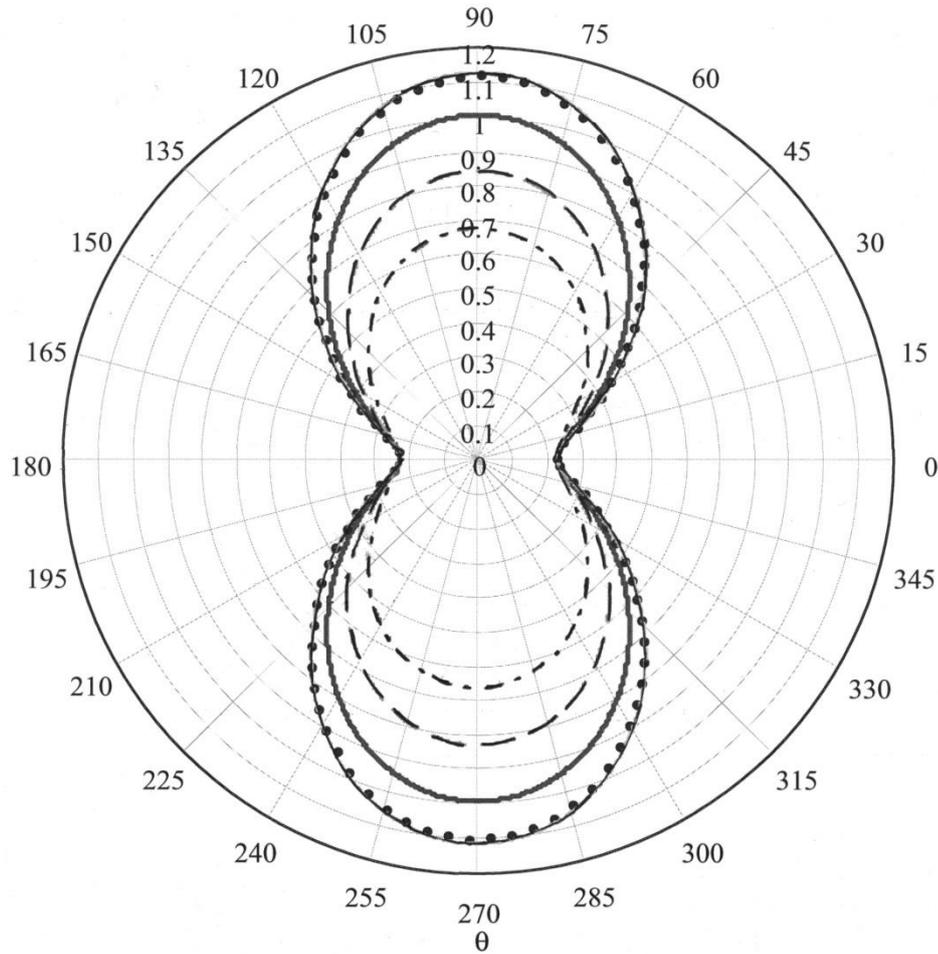
Волновые функции	ВФ (4.4)	ВФ (4.5)	ВФ (4.6)	ВФ (4.7)	ВФ (4.8)	ВФ(4.9 )
$M_c, M_{eff}$	0.25	0.3513	0.3955	0.4001	0.2861	0.2202
$\frac{dW_1}{d\omega}$ , отн.ед. $\omega = \omega_0/4$	0.944	1	1.025	1.027	0.964	0.927
$E_{c1}, \omega = \omega_0/4$	-0.0562	0	0.025	0.027	-0.0361	-0.073
$\frac{dW_1}{d\omega}$ , отн.ед. $\omega = \omega_0$	0.77	1	1.1	1.11	0.853	0.702
$E_{c1}, \omega = \omega_0$	-0.229	0	0.100	0.111	-0.147	-0.298
$\frac{dW_1}{d\omega}$ , отн.ед. $\omega = 7\omega_0/4$	0.734	1	1.117	1.129	0.829	0.656
$E_{c1}, \omega = 7\omega_0/4$	-0.266	0	0.117	0.129	-0.171	-0.344

Относительное отклонение вероятностей вылета фотонов (5.20) при учете корреляций в ВФ (4.7), (4.10) по отношению к расчету с ВФ (4.5) достигают 13 процентов. Отрицательные значения относительного отклонения (5.20) свидетельствуют о занижении вероятностей излучения фотонов с использованием некоторых коррелированных ВФ по отношению к расчету некоррелированной ВФ (4.5). Анализ приведенных данных однозначно указывает на значительное увеличение доли некогерентного излучения при учете электронных корреляций в волновых функциях (4.7), (4.10). Расчет с ВФ (4.8), (4.9) напротив уменьшает долю некогерентного излучения до 34 процентов по отношению к расчету с ВФ (4.5). Наибольшее относительное увеличение вероятностей вылета фотонов по первой части спектра в результате корреляций достигается при  $\omega \rightarrow \infty$ , при этом  $\omega_0 \rightarrow \omega$ . Оно стремится к  $E_{c1} = 0.1389$ , где  $M_c$  взято для ВФ (4.10).

Угловое распределение для первой части спектра  $\frac{d^2W_1}{d\omega d\Omega_k}$  не меняет своей формы при учете корреляций, однако при этом значительно изменяются значения вероятностей вылета фотона во всех направлениях. Следует отметить сильно меняющуюся направленность излучения с изменением частоты испущенного фотона вблизи частоты  $\omega_0$  ультракороткого электромагнитного импульса. В высокочастотной асимптотике диаграмма направленности принимает вид, схожий с диаграммой для дипольного излучения.

Изобразим характерную диаграмму направленности  $\frac{d^2W_1}{d\omega d\Omega_k}$  в сечении плоскостью параллельной плоскости ОХУ при использовании различных ВФ (см. рис. 5.5). На рисунке график нормирован на значение  $\frac{d^2W_1}{d\omega d\Omega_k} \left( \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} \right)$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta = \frac{\pi}{2}$  для частоты  $\omega = \omega_0$ . рассчитанное с

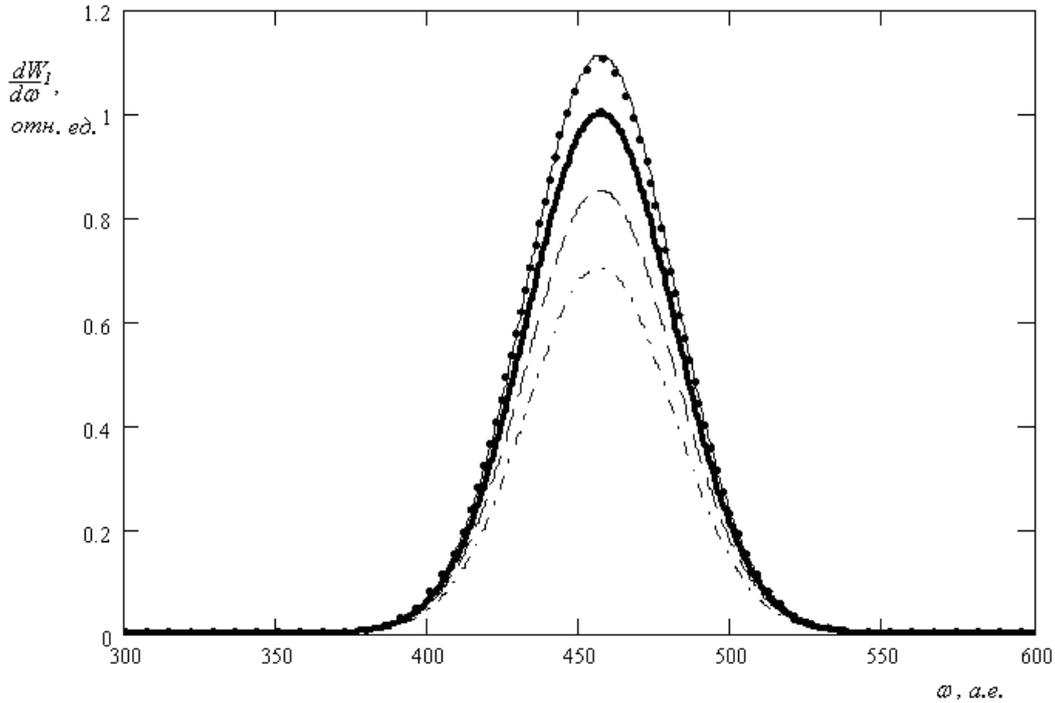
помощью водородоподобной ВФ (4.5). При построении использовались полученные выражения (5.13) и (5.18). После интегрирования по углам зависимость первой части спектра  $dW_1/d\omega$  от частоты при учете корреляций (ВФ (4.7), (4.10)) расположится выше или ниже (ВФ (4.8), (4.9)), чем при использовании ВФ (4.5), но вид зависимости останется прежним (см. рис. 5.6).



**Рис.5.5:** Диаграмма направленности (первая часть спектра) в срезе  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  для частоты  $\omega = \omega_0$ . Жирная кривая – результат расчета с ВФ (4.5), тонкая сплошная – ВФ (4.10), точками обозначен расчет с ВФ (4.7), пунктирная кривая – ВФ (4.8), штрихпунктирная кривая – ВФ (4.9)

Вторая часть спектра в выражении (5.12) содержит в себе как когерентное, так и некогерентное излучение. Выделить эти части аналитически не представляется возможным. Однако, можно сделать

вывод о том, что в высокочастотной части спектра присутствует в основном некогерентное излучение. В низкочастотной части спектра – когерентное излучение. Поэтому при исследовании когерентной части нам необходима низкочастотная асимптотика, некогерентной – высокочастотная асимптотика.



**Рис.5.6:** Зависимость первой части спектра  $\frac{dW_1}{d\omega}$  от частоты. Жирная кривая – результат расчета с ВФ (4.5), тонкая сплошная – ВФ (4.10), точками обозначен расчет с ВФ (4.7), пунктирная кривая – ВФ (4.8), штрихпунктирная кривая – ВФ (4.9). Частота ультракороткого импульса  $\omega_0 = 455.95$  а.е. и напряженность электрического поля  $E_0 = 2$  а.е.

Приведем данные расчетов по второй части спектра (5.12). Угловое распределение второй части спектра при использовании водородоподобной ВФ (4.5) можно построить по выражению (5.15). При использовании ВФ, учитывающих корреляции (4.6)-(4.10), аналитические выражения в явном виде получить не удастся:

$$\frac{d^2W_2}{d\omega d\Omega_k} = \frac{2}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 E_0^2 \left\{ (1 - \sin^2 \theta \cos^2 \varphi) \langle \varphi_0 | \cos \delta | \varphi_0 \rangle - \right.$$

$$-\frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \theta \cos \varphi \left\langle \varphi_0 \left| \sin \delta \cdot (r_1 \sin \theta_1 \cos \varphi_1 - r_2 \sin \theta_2 \cos \varphi_2) \right| \varphi_0 \right\rangle + \quad (5.21)$$

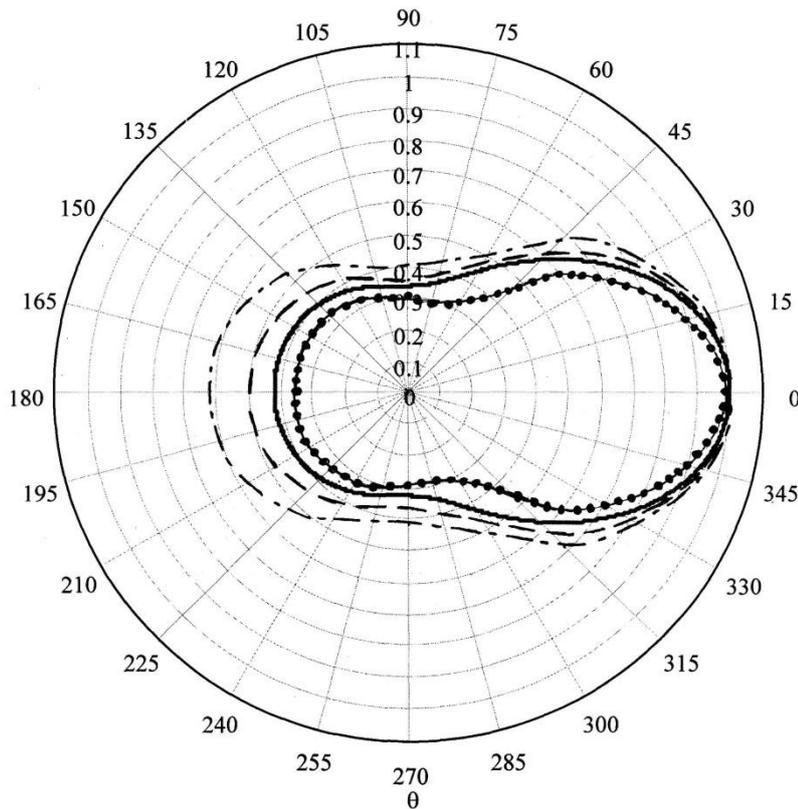
$$+ \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \sin^2 \theta \left\langle \varphi_0 \left| \cos \delta \cdot (r_1 \sin \theta_1 \cos \varphi_1 \cdot r_2 \sin \theta_2 \cos \varphi_2) \right| \varphi_0 \right\rangle \Bigg\},$$

где

$$\delta = \frac{\omega}{c} \left\{ r_1 \left( \sin \theta \sin \theta_1 \cos(\varphi - \varphi_1) + \cos \theta \cos \theta_1 - \cos \theta_1 \right) - \right.$$

$$\left. - r_2 \left( \sin \theta \sin \theta_2 \cos(\varphi - \varphi_2) + \cos \theta \cos \theta_2 - \cos \theta_2 \right) \right\}$$

Соответствующие матричные элементы были вычислены с использованием численного интегрирования по методу Монте-Карло. В результате диаграмма направленности примет характерный вид изображенный на рис. 5.7.



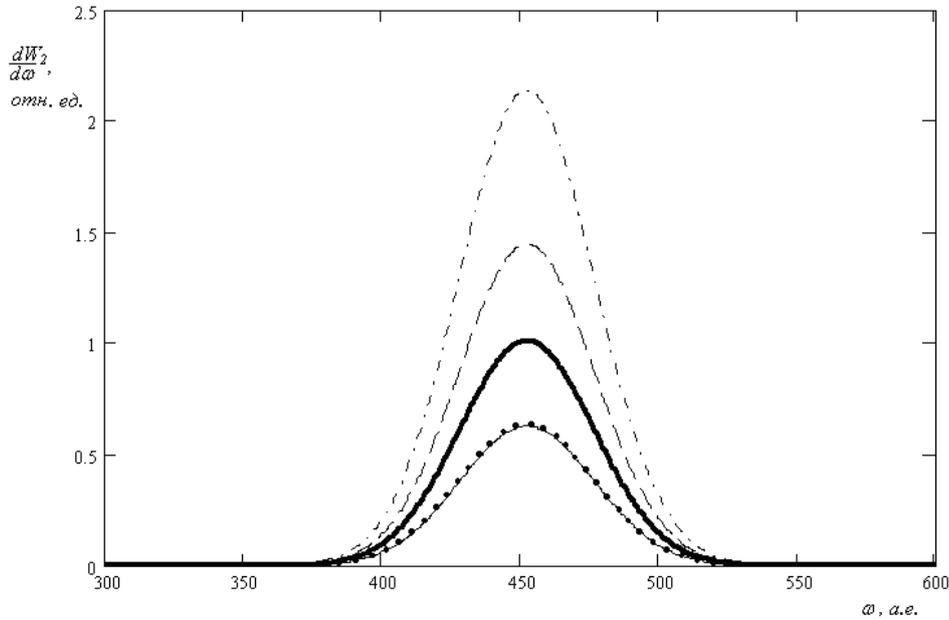
**Рис. 5.7:** Диаграмма направленности (вторая часть спектра) в срезе  $\varphi = \frac{\pi}{4}$  для частоты  $\omega = \frac{1}{4} \omega_0$ . Жирная кривая – результат расчета с ВФ (4.5),

тонкая сплошная – ВФ (4.10), точками обозначен расчет с ВФ (4.7), пунктирная кривая – ВФ (4.8), штрихпунктирная кривая – ВФ (4.9).

На рисунке график нормирован на значение  $\frac{d^2W_1}{d\omega d\Omega_k} \left( \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4} \right)$ ,  $\varphi = \frac{\pi}{4}$ ,  $\theta = 0$

для частоты  $\omega = \frac{1}{4}\omega_0$ . рассчитанное с помощью водородоподобной ВФ (4.5). Следует отметить, что при больших частотах диаграмма направленности вытягивается по направлению волнового вектора  $\mathbf{k}_0$  ультракороткого импульса электромагнитного поля. Учет корреляций существенно меняет диаграмму направленностей по форме и абсолютным значениям. Зависимость второй части полного спектра  $dW_2/d\omega$  от частоты после интегрирования по телесному углу с использованием водородоподобных ВФ (4.5) может быть записана в аналитическом виде (5.16). При использовании ВФ (4.6)-(4.10) необходимо провести численное интегрирование выражения (5.21). Данная процедура расчета также была проделана по методу Монте-Карло с учетом многомерности интегралов. Вид рассчитанного спектра для различных волновых функций при  $\omega_0 = 455.952$  а.е. и напряженности электрического поля  $E_0 = 2$  а.е. представлен на рисунке 5.8. Из последнего графика видно, что учет корреляций в ВФ (4.7), (4.10) уменьшает вероятности вылета переизлученных фотонов второй части спектра, при использовании ВФ (4.8), (4.9) вероятность вылета увеличивается по отношению к расчету с ВФ (4.5). Численные результаты для спектра представлены в таблице 5.3. Непосредственный учет корреляций можно произвести из расчета относительного отклонения второй части полного спектра  $(dW_2/d\omega)_{eff}$ , рассчитанной с ВФ (4.5) от  $(dW_2/d\omega)_c$ , рассчитанной с ВФ учитывающими корреляции электронов.

$$E_{c2} = \frac{\left(\frac{dW_2}{d\omega}\right)_c - \left(\frac{dW_2}{d\omega}\right)_{eff}}{\left(\frac{dW_2}{d\omega}\right)_{eff}}. \quad (5.22)$$



**Рис.5.8:** Зависимость второй части спектра  $\frac{dW_2}{d\omega}$  от частоты. Жирная кривая – результат расчета с ВФ (2), тонкая сплошная – ВФ (7), точками обозначен расчет с ВФ (4), пунктирная кривая – ВФ (5), штрихпунктирная кривая – ВФ (6). Частота ультракороткого импульса  $\omega_0 = 455.95$  а.е. и напряженность электрического поля  $E_0 = 2$  а.е.

Отрицательные значения относительного отклонения (5.22) в таблице 5.3 свидетельствуют о занижении вероятностей излучения фотонов с использованием некоторых коррелированных ВФ по отношению к расчету с некоррелированной ВФ (4.5).

**Таблица 5.3:** Относительные отклонения в спектрах

Волновые функции	ВФ(4.5)	ВФ(4.10)	ВФ(4.7)	ВФ(4.8)	ВФ(4.9)
$\frac{dW_2}{d\omega}, \omega = \frac{1}{4}\omega_0,$ отн.ед.	1	0.877	0.879	1.039	1.147
$E_{c2}, \omega = \frac{1}{4}\omega_0$	0	-0.123	-0.121	0.039	0.147
$\frac{dW_2}{d\omega}, \omega = \omega_0,$ отн.ед.	1	0.620	0.630	1.429	2.114
$E_{c2}, \omega = \omega_0$	0	-0.380	-0.370	0.429	1.114
$\frac{dW_2}{d\omega}, \omega = 1\frac{3}{4}\omega_0,$ отн.ед.	1	0.441	0.421	1.799	2.335
$E_{c2}, \omega = 1\frac{3}{4}\omega_0$	0	-0.559	-0.579	0.799	1.335

По представленным данным для полного спектра и относительного отклонения (5.22) можно сделать вывод о значительном уменьшении доли когерентного излучения и всей второй части спектра при учете электронных корреляций в волновых функциях (4.7), (4.10). Расчет с ВФ (4.8), (4.9) напротив увеличивает долю когерентного излучения в несколько раз по отношению к расчету с ВФ (4.5). Вторая часть спектра увеличивается или уменьшается с учетом корреляций в зависимости от выбора ВФ. В низкоэнергетической части спектра различие меньше чем в высокоэнергетической части спектра.

Таким образом, сопоставляя результаты первой и второй части спектра можно сделать вывод о диаметрально противоположном поведении волновых функций (4.7), (4.10) и (4.8), (4.9), учитывающих корреляции. Несомненно, что учет электронных корреляций в волновых функциях меняет диаграмму направленности и спектр переизлученных фотонов.

Вывод в данном случае можно сделать следующий. Включение корреляций должно эффективно увеличивать долю некогерентного излучения в спектре по отношению к когерентному. Причина состоит в

том, что корреляции максимально «расталкивают» электроны и они, находясь в различных точках пространства, оказываются в различных полях, созданных ультракоротким импульсом. Это и приводит к несогласованному излучению этими электронами фотонов. Т.е. первая часть спектра в выражении (5.12) должна увеличиваться при учете корреляций, а вторая часть спектра – уменьшаться. Согласно (5.17) некогерентное излучение доминирует при высоких частотах, а когерентное при низких. Соответственно, наиболее сильно учет корреляций сказывается для высокоэнергетической части спектра. Мы видим, что расчетные данные подтверждают эту гипотезу для волновых функций (4.7), (4.10). Расчет с волновыми функциями (4.8), (4.9) не дает таких согласованных результатов. Следовательно, можно предположить, что последние ВФ не могут корректно описывать атом гелия в динамических процессах взаимодействия с ультракороткими импульсами электромагнитного поля. Аналогичное поведение этих ВФ было отмечено авторами ранее при оценках полных вероятностей неупругих процессов в атоме гелия.

Подводя итог, можно отметить следующее:

- учет электронных корреляций заметно меняет полный спектр переизлученных фотонов при взаимодействии атома гелия с ультракоротким импульсом электромагнитного поля гауссовой формы;
- когерентная часть спектра уменьшается при включении корреляций, а некогерентная увеличивается. Расчет спектра с представленной в [190] аналитической волновой функцией (4.10) и хиллераасовскими ВФ (4.6), (4.7) дает согласованные результаты. Если принять во внимание тот факт, что ВФ (4.10) корректно описывает состояние двухэлектронной системы в особых точках, то несомненна целесообразность использования данной ВФ для расчета динамических процессов возбуждения, ионизации и переизлучения двухэлектронных систем;

- расчет с представленными в [185] компактными волновыми функциями (4.8), (4.9) свидетельствует о некорректном описании динамических процессов с использованием данных волновых функций;
- особенно сильно влияние электронных корреляций на вероятности процессов переизлучения сказывается в области высоких частот;
- важно отметить, что расчет спектров переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля двухэлектронным атомом сводится в конечном случае к усреднению по основному состоянию атома гелия. Это позволяет исследовать непосредственно ВФ основного состояния. Результаты расчета с различными волновыми функциями однозначно свидетельствуют о несомненном влиянии учета межэлектронных корреляций на процесс переизлучения ультракороткого импульса.

Таким образом, можно говорить о том, что приближение внезапных возмущений дает возможность осуществить сравнительно простую и эффективную динамическую проверку волновых функций для многоэлектронных атомов с целью выяснения возможностей учета межэлектронных взаимодействий. Несомненно, что динамическая проверка приближенных волновых функций по нахождению полных спектров переизлучения при взаимодействии атома гелия с ультракороткими импульсами электромагнитного поля позволяет уточнить их аналитическую структуру и выяснить степень учета межчастичных корреляций.

### **5.5 Спектры переизлучения атомарных отрицательных ионов**

Отрицательные атомарные и молекулярные ионы (анионы) выступают в роли ловушек, связывающих электроны. Заряженность этих комплексов позволяет достаточно легко ими управлять, а слабосвязанность с избыточным электроном дает возможность быстрого его высвобождения. Процессы с участием отрицательных ионов (ОИ) имеют важное значение в

донорно-акцепторных взаимодействиях, окислительно-восстановительных реакциях. ОИ используются в создании электронного и ионного транспорта, процессах перезарядки при управлении потоками частиц при транспортировке пучка в ускорителях и накопителях, при генерации пучков нейтральных частиц большой энергии для нагревания термоядерной плазмы. Здесь представлено описание взаимодействия ультракоротких импульсов электромагнитного (УКИ) поля аттосекундной длительности с некоторыми атомарными и молекулярными анионами. Процесс рассеяния импульсов электромагнитного поля в широком спектральном диапазоне в последнее время вызывает значительный интерес. В статье [21] получено описание рассеяния ультракороткого электромагнитного импульса на атомных частицах с учетом возбуждения мишени и недипольности электромагнитного взаимодействия по теории возмущений. Значительный прогресс в генерации ультракоротких импульсов позволил вплотную приблизиться в лазерной физике к аттосекундным длительностям. Процессы взаимодействия с аттосекундными импульсами могут иметь широкое применение при определении электронной динамики в атомных и молекулярных системах [177,219]. Для создания ультракоротких импульсов в лазерной физике с успехом используется генерация оптических гармоник высокого порядка, предлагается использовать вынужденное комбинационное рассеяние на колебательных и вращательных модах молекул [220]. Важно отметить, что необходимые длительности и интенсивности уже достижимы на сегодняшний день за счет релятивистского сжатия полей пучков многозарядных ионов. Малая, по сравнению со временем внутриатомного движения, продолжительность ультракороткого импульса позволяет использовать ПВВ. В рамках данного приближения здесь рассмотрено перерассеяние ультракороткого импульса на атомарных и молекулярных анионах. Учитывая слабосвязанность электрона в анионе, характерное время его движения существенно превышает таковое для атомов. Это

позволяет рассчитывать в приближении внезапных возмущений процессы взаимодействия ОИ с УКИ при уже достигнутых продолжительностях импульсов. Поведение ОИ в интенсивном лазерном поле исследовалось в [221,222]. Часто даже простейшие задачи с потенциалами нулевого радиуса сохраняют основные особенности физических систем. В атомной физике простейшей системой, которая может моделироваться частицей в поле ямы нулевого радиуса, является отрицательный ион с внешним слабосвязанным электроном, находящимся в s-состоянии. Два потенциала нулевого радиуса, находящиеся на расстоянии  $R$  друг от друга являются моделью отрицательного молекулярного иона.

В данном разделе произведены расчеты сечений и спектров переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля на одном центре, описываемом как ПНР, (см. раздел 4.3). Расчеты существенным образом используют подход, предложенный в работе [223] (см. также [203, 224,225]), в которой на основе приближения внезапных возмущений проведено общее рассмотрение процессов переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля атомами, развитая методика не использует дипольного приближения по полю излучения и позволяет произвести точный учет импульсов фотонов и пространственной неоднородности поля падающего ультракороткого импульса.

Пусть ультракороткий (длительностью  $\tau$ ) импульс электромагнитного поля гауссовой формы взаимодействует с мишенью. Вероятность испускания фотона заданной частоты  $\omega$  в единицу телесного угла  $\Omega_{\mathbf{k}}$  с одновременным переходом одноэлектронной системы из основного состояния  $|\varphi_0\rangle$  во все возможные конечные состояния в приближении внезапных возмущений равна (см. Приложение Г и раздел 5.2):

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_0 | \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_0 \rangle, \quad (5.23)$$

Волновая функция аниона в приближении ПНР (см. раздел 4.3) определяется как:

$$\varphi_0 = \sqrt{\frac{q}{2\pi}} \frac{e^{-qr}}{r}, \quad (5.24)$$

где  $q = \sqrt{2I}$ ,  $I$  – энергия электронного сродства соответствующего аниона. Используя ВФ (4.5) и умножая выражение (5.23) на энергию переизлученных фотонов (в атомных единицах равную  $\omega$ ), получим энергетический спектр переизлучения атомарного аниона в единицу телесного угла:

$$\frac{d^2\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3} |f_0(\omega)|^2 \left\{ [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 + \frac{1}{6} \left( \frac{\omega E_0}{q\omega_0} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right)^2 \right\}, \quad (5.25)$$

где  $d\Omega_{\mathbf{k}}$  – элементарный телесный угол в направлении, задаваемым  $\mathbf{k}$ . Проинтегрировав (5.25) по частоте  $\omega$ , мы найдем количество энергии переизлученной системой за все время взаимодействия в единичный телесный угол атомарным анионом:

$$\frac{d\varepsilon}{d\Omega_{\mathbf{k}}} = \frac{1}{8\sqrt{2\pi}c^3} \frac{1}{\alpha} \times \left\{ f_1(\omega_0) [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 + \frac{1}{6} \left( \frac{E_0}{q} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right)^2 \left( 1 + \left( \frac{\alpha}{\omega_0} \right)^2 f_1(\omega_0) \right) \right\}, \quad (5.26)$$

где  $f_1(\omega_0) = 1 + \exp\left\{-\frac{\omega_0^2}{2\alpha^2}\right\}$ .

Для получения сечений переизлучения импульса, очевидно, необходимо (5.26) разделить на поток энергии  $I$ , выраженный через интеграл по времени от абсолютной величины вектора Пойнтинга падающего на систему ультракороткого импульса

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} S(t) dt = \frac{c}{4\pi} E_0^2 \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}\alpha} f_1(\omega_0).$$

В результате, эффективное сечение перерасеяния равно

$$d\sigma = \frac{1}{E_0^2 c^4} \times \left\{ [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 + \frac{1}{6} \left( \frac{E_0}{q} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right)^2 \left( \frac{1}{f_1(\omega_0)} + \left( \frac{\alpha}{\omega_0} \right)^2 \right) \right\} d\Omega_{\mathbf{k}} \quad (5.27)$$

Проинтегрировав (5.27) по всем углам вылета фотона получим  $\sigma$  – полное сечение перерассеяния ультракороткого импульса электромагнитного поля на отрицательных атомарных ионах, для которых применима ВФ (5.24):

$$\frac{\sigma}{\sigma_{cl}} = 1 + \frac{1}{6} \left( \frac{k_0}{q} \right)^2 \left( \frac{1}{f_1(\omega_0)} + \left( \frac{\alpha}{\omega_0} \right)^2 \right), \quad (5.28)$$

где  $\sigma_{cl} = 8\pi / (3c^4)$  – томсоновское сечение рассеяния плоской монохроматической волны [47, формула (78.5)]. Таким образом, наше сечение существенным образом зависит от частоты и продолжительности налетающего ультракороткого импульса. Численные значения отношения сечения перерассеяния к томсоновскому сечению рассеяния для нескольких атомарных анионов, полученные по формуле (5.28), приведены в таблице 5.4.

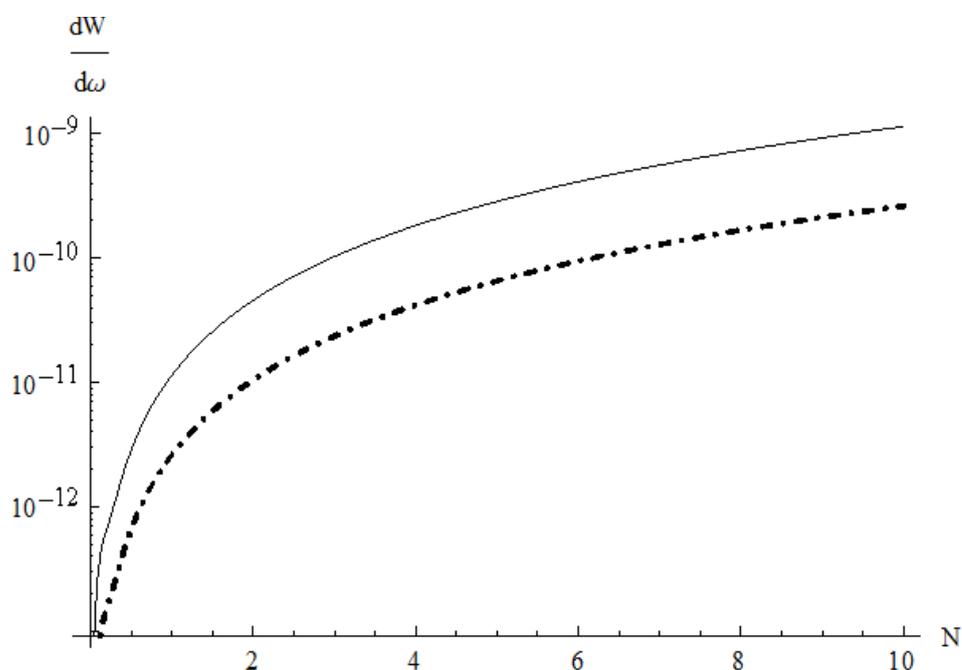
**Таблица 5.4:** Значения отношения сечений перерассеяния на некоторых атомарных анионах к томсоновскому сечению рассеяния

Атомарный ион	Энергия сродства $I$ , эВ, [194]	$\sigma / \sigma_{cl}$ (6)
$H^-$	0.75416	40.58
$Li^-$	0.609	49.6639
$Na^-$	0.5479	54.9727
$K^-$	0.501	60.37
$Rb^-$	0.4859	61.5816
$Cs^-$	0.4716	64.1596

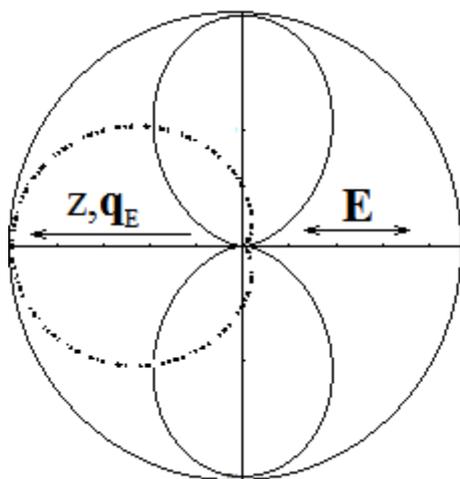
$Cu^-$	1.228	25.1342
$Ag^-$	1.302	23.8346
$Au^-$	2.3086	13.8507

Представим спектры переизлучения для атомарных анионов в зависимости от числа осцилляций (4.23). Для этого используем энергетически спектр (5.25), разделив его на энергию фотона  $\omega$  и проинтегрировав по направлениям вылета фотона. Результат построен на рис. 5.9. Из анализа зависимости мы видим, что с ростом  $N$  спектр вероятность переизлучения эффективно увеличивается. Видимо, это связано с ростом ускорений слабосвязанного электрона в поле все более быстро осциллирующего поля УКИ. Используя полученные аналитические выражения, получаем возможности сравнить спектры переизлучения (5.25) (с учетом деления на энергию фотона  $\omega$ ) с электронными спектрами отрицательных ионов (4.20). На рис. 5.10 представлены расчеты направленности при переизлучении и ионизации для атомарного отрицательного иона калия в поле в поле УКИ. Напряженность электрического поля  $\mathbf{E}_0$  падающего импульса направлена вдоль оси  $z$  графика (горизонтальная ось). Для удобства восприятия диаграммы направленностей представлены нормированными на свои максимальные значения, задаваемые радиусом круга на рисунке. Видим, что переизлучение идет в основном в направлении перпендикулярном  $\mathbf{E}_0$ , соответствуя классической картине направленности излучения в дипольном приближении, а ионизация в направлении параллельном  $\mathbf{E}_0$ , т.е. в направлении действия силы или переданного импульса. Это соответствует картине процесса ионизации и переизлучения, построенной на основе из простых физических соображений и моделей. Под действием переменного электрического поля УКИ слабосвязанная частица в ОИ совершает осцилляции в направлении оси  $z$ , представляя собой некий аналог диполя Герца с соответствующей

диаграммой направленности излучения. Направление вылета слабосвязанного электрона идет преимущественно в направлении переданного при взаимодействии с УКИ импульса  $\mathbf{q}_E$ . Возможность иных направлений ионизации связана с суперпозицией полей УКИ и ОИ.



**Рис. 5.9:** Зависимость вероятности переизлучения от числа осцилляций налетающего импульса: сплошная линия – для аниона калия  $K^-$ ; штрихпунктирная линия – для аниона золота  $Au^-$ . При расчете продолжительность импульса была взята в 1 аттосекунду, амплитуда напряженности поля в УКИ равнялась 3 а.е., использовалась несущая частота



**Рис. 5.10:** Зависимость полного спектра переизлучения и ионизации от угла: сплошная линия – для спектра переизлучения фотона; штриховая линия – для спектра вылета электрона при импульсе вылетевшего электрона  $k = 0.003$  а.е. Для расчета использовался отрицательный ион калия  $K^-$ . Продолжительность импульса была взята в 1 аттосекунду, амплитуда напряженности поля в УКИ равнялась 3 а.е., количество осцилляций  $N$  равно  $\frac{1}{2}$

## **5.6 Эффекты интерференции при переизлучении аттосекундных импульсов атомом позитрония**

Помимо процессов возбуждения и ионизации активно исследуется рассеяние электромагнитного поля на позитронии. Процесс поглощения и излучения фотонов в атоме позитрония с учетом поляризации в рамках квантовой электродинамики рассмотрен, например, в работе [226]. Атом позитрония свободен от релятивистского дрейфа электрона относительно позитрона в поле интенсивной электромагнитной волны, поэтому представляет интерес с точки зрения возможностей генерации высоких гармоник [227]. Сечения комптоновского рассеяния рентгеновских фотонов на позитронии с учетом интерференции на двух центрах было найдено в работе [228]. Процессы же переизлучения ультракоротких импульсов длительностью длительностью порядка аттосекунды и менее на атоме позитрония до настоящего времени не рассматривались, хотя аналогичные процессы при выборе атомов и молекул в качестве мишеней рассмотрены недавно в ряде теоретических работ (см., например, [21] и приведенные там ссылки). В работе [216] в рамках классического описания рассмотрено рассеяние ультракороткого импульса на атоме. Сравнительно недавно в работе [229] в рамках последовательного квантовомеханического подхода, основанного на теории возмущений, развито описание рассеяния ультракороткого электромагнитного импульса на многоэлектронном атоме с учетом возбуждения мишени и

недипольности электромагнитного взаимодействия, справедливое в широком спектральном диапазоне. Получены спектры рассеянного излучения для различных длительностей ультракороткого импульса. Такой подход, в принципе, применим и для импульсов аттосекундной и меньшей длительности, однако, в случаях такой длительности возможен точный учет поля ультракороткого импульса в рамках теории внезапных возмущений, что позволяет проще описать процессы перерассеяния и распространить теорию на случаи простейших молекул [200, 230, 231]. Недавно в работе [232], [233] рассмотрены процессы переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля сложными нанообъектами, составленными из изолированных многоэлектронных атомов. В работе [234] исследуются процессы рассеяния ультракоротких импульсов экзотическими атомами.

Развитая методика расчета спектров переизлучения позволяет произвести точный учет пространственной неоднородности поля ультракороткого импульса и импульсов фотонов в процессах переизлучения. В рассматриваемых нами случаях длительность ультракоротких импульсов  $\tau$  и время их взаимодействия с мишенью считаются значительно меньшими по сравнению с характерным атомным временем  $\tau_a$ . При этом поле ультракороткого импульса учитывается точно в рамках приближения внезапных возмущений, а процесс излучения фотонов описывается по теории возмущений. Развито описание процессов переизлучения позитронием ультракоротких импульсов электромагнитного поля. Получены угловые распределения и спектры переизлучения. Показано, что процессы интерференции амплитуд излучения фотона электроном и позитроном вносят заметный вклад в спектры переизлучения. Развитый подход применим при взаимодействии позитрония с ультракороткими импульсами аттосекундной и меньшей длительности.

В приближении внезапных возмущений эволюция начального состояния  $\phi_0$  имеет вид [223]:

$$\Phi_0(t) = \exp(-i \int_{-\infty}^t V(t') dt') \phi_0, \quad (5.29)$$

причем  $\Phi_0(t) \rightarrow \phi_0$  при  $t \rightarrow -\infty$ . Волновую функцию произвольного возбужденного состояния атома позитрония будем обозначать  $\phi_n$ . Введем полную и ортонормированную систему функций

$$\Phi_n(t) = \exp(i \int_t^{+\infty} V(t') dt') \phi_n, \quad (5.30)$$

причем  $\Phi_n(t) \rightarrow \phi_n$  при  $t \rightarrow +\infty$ . Очевидно, что амплитуду перехода из состояния  $\Phi_0$  в состояние  $\Phi_n$  в результате действия внезапного возмущения можно записать в виде

$$a_{0n} = \langle \phi_n | \exp(i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t') dt') | \phi_0 \rangle = \langle \Phi_n(t) | \Phi_0(t) \rangle.$$

Нас интересует переизлучение ультракороткого импульса в течение времени его взаимодействия с атомом позитрония. Поле излучения описываем оператором вектор-потенциала

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \left( \frac{2\pi c^2}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^+ e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}},$$

где  $\hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^+$  - оператор рождения фотона с импульсом  $\mathbf{k}$ , частотой  $\omega$  и поляризацией  $\sigma$ , ( $\sigma=1,2$ ),  $\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}$  - единичные векторы поляризации. Оператор взаимодействие позитрония с полем излучения равен

$$U = -\frac{1}{c} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{p}}_1 + \frac{1}{c} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{p}}_2 = \left( \frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^+ \sum_{a=1}^2 (-1)^a e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a} \hat{\mathbf{p}}_a,$$

где  $\hat{\mathbf{p}}_1 = -i\partial / \partial \mathbf{r}_1$  - оператор импульса электрона и  $\hat{\mathbf{p}}_2 = -i\partial / \partial \mathbf{r}_2$  - импульса позитрона. Поэтому, амплитуду излучения фотона будем вычислять как поправку к состояниям (5.29) и (5.30) в первом порядке теории возмущений по взаимодействию атомных электронов с электромагнитным

полем. При этом внезапное возмущение  $V(t)$  учтено в функциях  $\Phi_n(t)$  и  $\Psi_0(t)$  без ограничений на величину  $V(t)$ . Тогда амплитуда испускания фотона с одновременным переходом позитрония из состояния  $\phi_0$  в состояние  $\phi_n$  имеет вид

$$b_{0n}(\omega) = i \left( \frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega t} \langle \Phi_n(t) | \sum_{a=1}^2 (-1)^a e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a} \hat{\mathbf{p}}_a | \Phi_0(t) \rangle.$$

Отсюда, после интегрирования по частям по времени и опускания членов, исчезающих при выключении (при  $t \rightarrow \pm\infty$ ) взаимодействия с электромагнитным полем, получаем

$$b_{0n}(\omega) = \left( \frac{2\pi}{\omega} \right)^{1/2} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} dt \frac{e^{i\omega t}}{i\omega} \langle \phi_n | \sum_{a=1}^2 (-1)^a e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a} \frac{\partial V(t)}{\partial \mathbf{r}_a} e^{-i \int_{-\infty}^{+\infty} V(t') dt'} | \phi_0 \rangle.$$

Подчеркнем, речь идет об излучении одного фотона одновременно электроном и позитроном за время действия внезапного возмущения  $V(t)$ . Далее нам необходимо найти спектр излучения фотона в телесный угол  $d\Omega_{\mathbf{k}}$ , описанный вдоль направления импульса фотона  $\mathbf{k}$ . Представив элемент интегрирования по импульсу фотона в виде

$$(2\pi)^{-3} d^3\mathbf{k} = (c2\pi)^{-3} d\Omega_{\mathbf{k}} \omega^2 d\omega$$

и выполнив суммирование  $|b_{0n}(\omega)|^2$  по поляризациям и по всем возможным конечным состояниям атома позитрония, получим соответствующий спектр испускания фотона в единицу телесного угла  $\Omega_{\mathbf{k}}$ :

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{c^3 \omega} \times \langle \phi_0 | \sum_{a,b} (-1)^{a+b} e^{-i\mathbf{k}(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)} \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \mathbf{n} \right] \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_b} \mathbf{n} \right] | \phi_0 \rangle. \quad (5.31)$$

Таким образом, мы получили угловое распределение полного спектра излучения фотона в единицу телесного угла в течение времени действия внезапного возмущения  $V(t)$ . В формуле (5.31)  $\mathbf{n} = \mathbf{k}/k$  - единичный

вектор направления вылета фотона,  $\tilde{V}(\omega)$  - Фурье-образ функции  $V(t)$ , представленной формулой (4.25), поэтому

$$\tilde{V}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} V(t) e^{i\omega t} dt = f_0(\omega) \mathbf{E}_0 \sum_a \mathbf{r}_a (-1)^a \exp\left(i \frac{\omega}{c} \mathbf{n}_0 \mathbf{r}_a\right),$$

где

$$f_0(\omega) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} \left\{ \exp\left[-\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\alpha^2}\right] + \exp\left[-\frac{(\omega + \omega_0)^2}{4\alpha^2}\right] \right\}, \quad (5.32)$$

а векторное произведение в соответствии с (5.23) равно

$$\left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \mathbf{n} \right] = (-1)^a f_0(\omega) \exp\left(i \frac{\omega}{c} \mathbf{n}_0 \mathbf{r}_a\right) \left( [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}] + i \frac{\omega}{c} (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_a) [\mathbf{n}_0 \mathbf{n}] \right).$$

Теперь нетрудно переписать спектр излучения (5.31) в виде

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} &= \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \phi_0 | \sum_{a,b} e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)} \{ [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2 + i \frac{\omega}{\omega_0} ([\mathbf{E}_0 \mathbf{n}] [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}]) \times \\ &\quad \times \mathbf{E}_0 (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) + (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_a) (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_b) \frac{\omega^2}{\omega_0^2} [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}]^2 \} | \phi_0 \rangle, \end{aligned} \quad (5.33)$$

где  $\mathbf{p} = \mathbf{k} - (\omega / \omega_0) \mathbf{k}_0 = (\omega / c) (\mathbf{n} - \mathbf{n}_0)$ . Отдельно рассмотрим в (5.33) слагаемые с  $a = b$  и с  $a \neq b$ , соответственно представим спектр в виде

$$\frac{d^2 W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{d^2 W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} + \frac{d^2 W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega}, \quad (5.34)$$

где

$$\frac{d^2 W_1}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \phi_0 | \sum_a \{ [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2 + (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_a)^2 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}]^2 \} | \phi_0 \rangle, \quad (5.35)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 W_2}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} &= \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \phi_0 | \sum_{a,b(a \neq b)} e^{-i\mathbf{p}(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b)} \{ [\mathbf{E}_0 \mathbf{n}]^2 + \\ &\quad + i \frac{\omega}{\omega_0} ([\mathbf{E}_0 \mathbf{n}] [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}]) \mathbf{E}_0 (\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_b) + (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_a) (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}_b) \frac{\omega^2}{\omega_0^2} [\mathbf{k}_0 \mathbf{n}]^2 \} | \phi_0 \rangle \end{aligned}, \quad (5.36)$$

По своему определению, спектр  $d^2 W_1 / (d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega)$  представляет собой сумму двух спектров: спектра излучения фотона только электроном и спектра излучения только позитроном, тогда как спектр  $d^2 W_2 / (d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega)$ , очевидно,

обусловлен интерференцией амплитуд процесса излучения электроном и позитроном. Для выполнения дальнейших преобразований учтем следующее. Как отмечалось после формулы (4.27) (см. раздел 4.5), при взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля, положение центра масс позитрония не изменяется. Поэтому выберем систему координат, в начале которой расположен центр масс позитрония, причем  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}/2$ , а  $\mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}/2$ . При таком выборе системы координат входящие в (5.35) и (5.36) средние вида  $\langle \phi_0 | (\dots) | \phi_0 \rangle$  берутся с учетом того, что волновая функция основного состояния позитрония нормированная на один атом в объеме  $V$  имеет вид  $|\phi_0\rangle = \phi_0(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = V^{-1/2} \exp(i\mathbf{P}\mathbf{R})\varphi_0(\mathbf{r})$ . При переходе в систему покоя центра масс эта функция принимает вид  $|\phi_0\rangle = V^{-1/2}\varphi_0(\mathbf{r})$ . Поэтому  $\langle \phi_0 | (\dots) | \phi_0 \rangle = \langle \varphi_0 | (\dots) | \varphi_0 \rangle$ . Тогда входящие в (5.35) и (5.36) средние по водородоподобным функциям  $|\varphi_0\rangle$  легко вычисляются, в результате

$$\frac{d^2W_1}{d\Omega_k d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} 2\left\{[\mathbf{E}_0\mathbf{n}]^2 + \frac{A_1}{4} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} [\mathbf{k}_0\mathbf{n}]^2\right\}, \quad (5.37)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2W_2}{d\Omega_k d\omega} = & \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3 \omega} 2\left\{A_2[\mathbf{E}_0\mathbf{n}]^2 + \right. \\ & \left. + A_3 \frac{i\omega}{\omega_0} ([\mathbf{E}_0\mathbf{n}][\mathbf{k}_0\mathbf{n}]) - \frac{A_4}{4} \frac{\omega^2}{\omega_0^2} [\mathbf{k}_0\mathbf{n}]^2\right\}, \end{aligned} \quad (5.38)$$

где

$$A_1 = \langle \varphi_0 | (\mathbf{E}_0\mathbf{r})^2 | \varphi_0 \rangle = 4E_0^2,$$

$$A_2 = \langle \varphi_0 | e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} | \varphi_0 \rangle = \frac{1}{(1+p^2)^2},$$

$$A_3 = \langle \varphi_0 | e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} (\mathbf{E}_0\mathbf{r}) | \varphi_0 \rangle = -\frac{4i(\mathbf{E}_0\mathbf{p})}{(1+p^2)^3},$$

$$A_4 = \langle \varphi_0 | e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}} (\mathbf{E}_0\mathbf{r})^2 | \varphi_0 \rangle = -\frac{24(\mathbf{E}_0\mathbf{p})^2}{(1+p^2)^4} + \frac{4E_0^2}{(1+p^2)^3}.$$

Теперь мы можем проинтегрировать (5.37) по всем углам вылета фотона, для этого выберем ось  $Z$  направленной по вектору  $\mathbf{k}_0$ , тогда  $d\Omega_{\mathbf{k}} = d\phi \sin\theta d\theta$ , в результате

$$\frac{dW_1}{d\omega} = \frac{4|f_0(\omega)|^2}{3\pi c^3 \omega} \mathbf{E}_0^2 \left(1 + \frac{\omega^2}{c^2}\right).$$

Аналогично, будем интегрировать (5.38) по всем углам вылета фотона, соответствующий результат обозначим как  $dW_2/d\omega$ , который после замены  $x = \cos\theta$  примет вид:

$$\frac{dW_2}{d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{2\pi c^3 \omega} \mathbf{E}_0^2 \int_{-1}^1 dx \left( \frac{1}{(1 + 2\omega^2 c^{-2}(1-x))^2} \right) \times$$

$$\left( 1 + x^2 - \frac{4\omega^2 c^{-2}(1-x^2)x}{1 + 2\omega^2 c^{-2}(1-x)} - \frac{2\omega^2 c^{-2}(1-x^2)}{1 + 2\omega^2 c^{-2}(1-x)} + \frac{6\omega^4 c^{-4}(1-x^2)^2}{(1 + 2\omega^2 c^{-2}(1-x))^2} \right).$$

Входящий сюда интеграл берется элементарно, но громоздко, в результате

$$\frac{dW_2}{d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{2\pi c^3 \omega} \mathbf{E}_0^2 \cdot G(\omega^2 / c^2), \quad (5.39)$$

где

$$G(b) = \frac{(1+b)}{4y^3} \left( \frac{4b(1+2b)}{1+4b} - \ln(1+4b) \right)$$

введено обозначение  $b = \omega^2 / c^2$ . При малых  $b$

$$G(b) = \frac{8}{3} - \frac{40b}{3} + O[b]^2,$$

при больших  $b$

$$G(b) = \frac{1}{2b} + O\left[\frac{1}{b}\right]^2. \quad (5.40)$$

Согласно (5.34), проинтегрированный по углам вылета фотона, полный энергетический спектр с использованием (5.37), (5.39) представляется в виде

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{d\omega} &= \omega \left( \frac{dW_1}{d\omega} + \frac{dW_2}{d\omega} \right) = \frac{d\varepsilon_1}{d\omega} + \frac{d\varepsilon_2}{d\omega} = \\ &= \frac{|f_0(\omega)|^2}{\pi c^3} \mathbf{E}_0^2 \left( \frac{4}{3} (1 + \omega^2 / c^2) + \frac{1}{2} \cdot G(\omega^2 / c^2) \right). \end{aligned} \quad (5.41)$$

Поскольку этот спектр пропорционален  $|f_0(\omega)|^2$ , постольку согласно (5.32) атомом преимущественно испускаются фотоны, принадлежащие непрерывному спектру с характерными частотами  $|\omega - \omega_0| \leq 1/\tau$ . Конечно же, после прохождения ультракороткого импульса через мишень, атомы, входящие в состав мишени, могут остаться в возбужденных состояниях и релаксировать путем испускания фотонов, принадлежащих известному спектру спонтанного излучения. Очевидно, что в этом случае интерференционные эффекты, характерные для спектров переизлучения (5.31), (5.37) будут отсутствовать. Для получения сечения переизлучения импульса, очевидно согласно [47], необходимо энергетический спектр (5.37) разделить на поток энергии  $I$  выражаемый через интеграл по времени от абсолютной величины вектора Пойнтинга  $S(t) = c(4\pi)^{-1} \mathbf{E}^2$ :

$$I = \int_{-\infty}^{+\infty} dt S(t) = \frac{c}{4\pi} \mathbf{E}_0^2 \frac{F(\omega_0)}{\sqrt{2}},$$

где  $F(\omega_0) = \frac{\sqrt{\pi}}{2\alpha} \left\{ \exp\left(-\frac{\omega_0^2}{2\alpha^2}\right) + 1 \right\}$ .

Для выявления роли интерференции и других эффектов проведем сравнение энергетических спектров и сечений переизлучения для атомов водорода, гелия, отрицательного иона водорода [230]. Дифференциальное сечение для атома водорода, выраженное через энергетический спектр  $d\varepsilon_H / d\omega$  (используем формулу 22 в статье [223]) имеет вид

$$\frac{d\sigma_H}{d\omega} = \frac{4\pi\sqrt{2}}{c\mathbf{E}_0^2 F(\omega_0)} \frac{d\varepsilon_H}{d\omega} = \frac{4\sqrt{2}|f_0(\omega)|^2}{\pi c^4 F(\omega_0)} \left( \frac{2}{3} (1 + \omega^2 / c^2) \right). \quad (5.42)$$

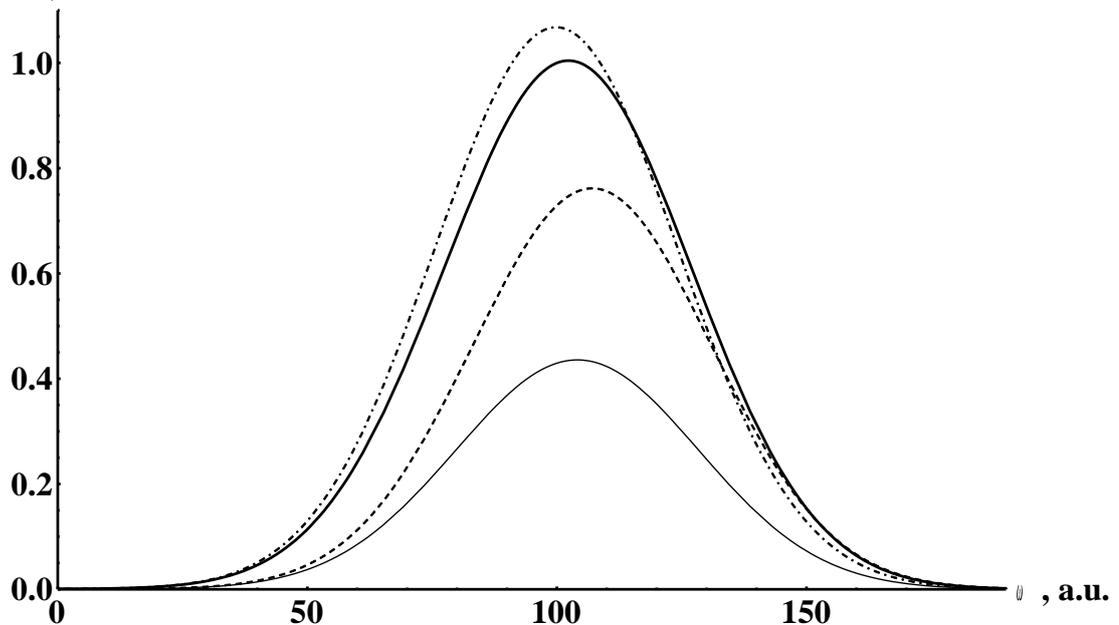
Для атома гелия (используем формулу 14 в статье [224])

$$\frac{d\sigma_{\text{He}}}{d\omega} = \frac{4\pi\sqrt{2}}{cE_0^2 F(\omega_0)} \frac{d\varepsilon_{\text{He}}}{d\omega} =$$

$$= \frac{4\sqrt{2} |f_0(\omega)|^2}{\pi c^4 F(\omega_0)} \left( \frac{4}{3} \left( 1 + \frac{\omega^2}{Z_{ef}^2 c^2} \right) + \frac{1}{2} \cdot J \left( \frac{\omega^2}{Z_{ef}^2 c^2} \right) \right), \quad (5.43)$$

где  $J(\beta) = 8[5 + 2\beta[5 + 4\beta] / [15(1 + 2\beta^3)]]$ ,  $Z_{ef} = 2 - 5/16$ ,  $d\varepsilon_{\text{He}}/d\omega$  - спектр для атома He. Как и следовало ожидать, спектр  $d\varepsilon_1/d\omega$  из (5.37), полученный в результате сложения спектра излучения фотона только электроном и спектра излучения только позитроном, совпадает с умноженным на два спектром переизлучения атома водорода  $d\varepsilon_{\text{H}}/d\omega$ . Причем, в атоме водорода излучает только электрон и интерференционная часть отсутствует. Для позитрония (как и для гелия) полный спектр  $d\varepsilon/d\omega$ , помимо  $d\varepsilon_1/d\omega$ , содержит член  $d\varepsilon_2/d\omega$ , обусловленный интерференцией амплитуд процесса излучения электроном и позитроном. Сравнение энергетических спектров для атомов Ps, He, H и  $\text{H}^-$  приведены на рис. 5.11.

$d/d$ , arb.u.



**Рис. 5.11:** Энергетический спектр переизлучения ультракороткого импульса аттосекундной длительности на различных атомных объектах. Тонкая сплошная линия – для атома H, пунктирная – анион  $\text{H}^-$ , жирная сплошная линия - атом Ps, штрихпунктир – атом He. В падающем

импульсе напряженность поля  $E_0 = 2$  а.е.,  $\omega_0 = 100$  а.е. Используются выражения (5.25), (5.39), (5.17) и комментарии к ним

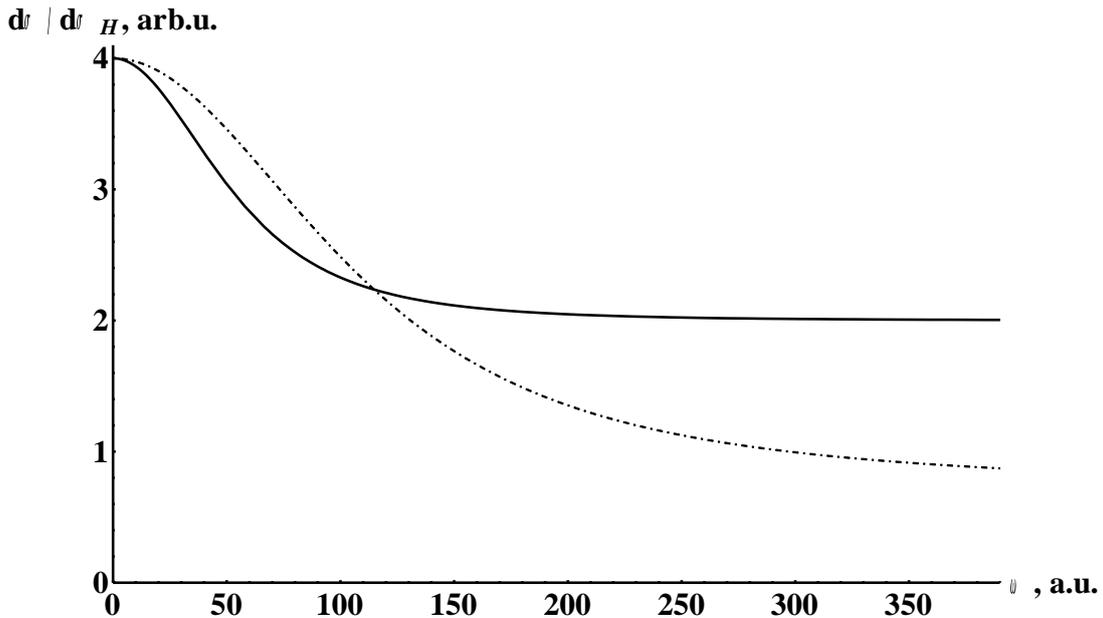
Спектры нормированы на максимальное значение переизлучения атома Ps. Мы видим, что атом водорода переизлучает меньше всех. Отрицательный ион водорода переизлучает больше за счет больших поперечных размеров системы, на которой происходит рассеяние падающего импульса. Двухчастичные системы переизлучают еще больше за счет количества источников переизлучения. При этом атом гелия, несмотря на меньшие, чем у атома позитрония, размеры, переизлучает чуть больше энергии. Это свидетельствует о большем вкладе интерференционной части спектра  $d\varepsilon_2 / d\omega$  в гелии.

Вклад интерференционных эффектов в полный спектр переизлучения ультракороткого импульса электромагнитного поля атомом позитрония удобно характеризовать отношением

$$\frac{d\sigma}{d\sigma_H} = \frac{d\sigma / d\omega}{d\sigma_H / d\omega} = 2 + \frac{3G(\omega^2 / c^2)}{4(1 + \omega^2 / c^2)}. \quad (5.44)$$

Аналогичное соотношение  $d\sigma_{He} / d\sigma_H$  можно записать для гелия с заменой функции  $G(b)$  на функцию  $J(\beta)$  и аргументов  $\omega^2 / c^2$  на  $\omega^2 / [Z_{ef}c]^2$ . На рис. 5.12 представлены зависимости относительного вклада интерференционных эффектов в дифференциальное сечение перерассеяния от частоты испущенного фотона  $\omega$ . Как следует из (5.37) и (5.44) и как видно из рис. 5.12, интерференционный вклад для атомов Ps и He уменьшается с ростом частоты излучаемого фотона, причем в широком интервале частот вклад интерференционных эффектов в дифференциальное сечение при низких частотах достигает 50%, уменьшаясь с ростом частоты до 10% лишь при достаточно больших  $\omega \approx 120$  ат.ед. (при этом  $\omega / c \approx 0,88$ ).

Сечение перерасеяния ультракороткого импульса вследствие явления интерференции ведет себя в полном соответствии с классическим случаем (§80, [47]). В области низких частот дифференциальное сечение перерасеяния двухчастичных (по числу излучателей) систем в четыре раза превышает значение дифференциального сечения для одночастичных систем, т.е. пропорционально квадрату числа излучателей.



**Рис 5.12:** Отношения дифференциальных сечений переизлучения атома Ps (жирная сплошная линия) и атома He (штрихпунктир) по отношению к дифференциальному сечению для атома H. Использовано выражение (5.44) и комментарии к нему

В области высоких частот, где интерференция отсутствует, сечения становятся пропорционально числу излучателей и кроме того зависят от размеров систем на которых происходит рассеяние. Можно воспользоваться асимптотикой (5.40). Поэтому отношение сечений перерасеяния для гелия и водорода асимптотически выходит на значение, равное  $2 / Z_{ef}^2$ . Также можно заметить, что в атомах Ps и He по-разному происходит интерференция между излучением электрона и позитрона и электрона и электрона в промежуточной области частот. Излучение от электронов в He лучше интерферирует, чем излучение от электрона и позитрона в Ps. Это, видимо, объясняется тем, что в атоме гелия

излучающие частицы находятся ближе друг к другу, чем в атоме позитрония. В заключение отметим, что свойства излучения в широком спектральном диапазоне при взаимодействии атомов, молекул, нанообъектов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля подробно рассмотрены в [235].

## 5.7 Обсуждение результатов

Таким образом, нами получены выражения для спектров и сечений переизлучения при взаимодействии атома позитрония и других атомов и ионов с ультракоротким импульсом электромагнитного поля. При этом мы смогли точно учесть, как пространственную неоднородность поля импульса на размерах атома, так и импульсы испускаемых фотонов. Проведен расчет вероятности излучения одного фотона частицей и античастицей, составляющих атом позитрония. Произведен расчет и сравнение спектров и сечений переизлучения в атомах позитрония, водорода, гелия и отрицательного иона водорода, вызванных аттосекундными (либо меньшей длительности) импульсами электромагнитного поля. Проанализирована роль интерференционных эффектов и размеров систем при переизлучении подающего ультракороткого импульса на электроне и позитроне и двух электронах. Показано, что с ростом частоты переизлучения вклад интерференционных слагаемых в спектре и сечении перерасеяния падает аналогично случаю классической картины интерференции на двух щелях. Сравнение спектров переизлучения позитрония и водорода показывает, что в области малых частот позитроний за счет интерференции переизлучает почти в четыре раза больше, в области же больших частот, где вклад интерференции нивелируется, позитрон и электрон в атоме позитрония излучают как два атома водорода. В атоме гелия вклад интерференции в переизлучение

больше, чем в атоме позитрония за счет более близкого расположения излучающих частиц. Произведено сопоставление направлений переизлучения и ионизации. Показано, что диаграмма направленности переизлучения соответствует картине излучения классического диполя, а отрыв электрона или позитрона идет в направлении действия силы.

Из основных результатов работы здесь было получено:

- разработан метод расчета вероятностей переизлучения при взаимодействии аттосекундного лазерного импульса с малочастичными системами с кулоновским взаимодействием;
- получены спектры переизлучения при взаимодействии малочастичных систем с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, выявлены корреляционные и интерференционные эффекты при этом взаимодействии.

Результаты данной главы опубликованы в работах авторского списка [A2, A6, A8, A13, A15, A16, A18, A23, A31, A45].

## **ГЛАВА 6 Ориентационные эффекты при взаимодействии молекулярных систем с аттосекундными импульсами**

### **6.1 Молекулярный анион в приближении потенциалов нулевого радиуса**

В работе [196] рассматривается расчет вероятности отрыва электрона и ее зависимость от параметров, которые характеризуют излучение, с точки зрения метода скрещенных пучков для наблюдения многофотонных процессов на атомарных отрицательных ионах. Однако молекулярные ОИ, особенно галогенов, также часто встречаются в природе.

Задачи по взаимодействию отрицательных ионов с ультракороткими импульсами рассматриваются, например, в работах [27, 28], [197-200], где происходит отрыв электронов от отрицательных ионов за несколько циклов лазерных импульсов, получено фотоэлектронное угловое распределение фотоотрыва отрицательных ионов в сильных лазерных полях и др. При расчете процессов отрыва используется как теория возмущений, так и приближение внезапных возмущений. В работе [201] исследованы недипольные эффекты при фотопоглощении электронов в двуцентровом потенциале нулевого радиуса. Выбор модели потенциала нулевого радиуса обосновывается тем, что она обеспечивает точное описание поведения частиц, взаимодействующих друг с другом посредством короткодействующих сил, например, как электрон в отрицательном ионе. Как отмечалось во введении, процессы с участием отрицательных ионов имеют большое значение в различных технических приложениях. Интерес к ОИ связан, прежде всего, с возможностью быстрого и управляемого высвобождения слабосвязанного электрона. Поведение ОИ в поле ультракоротких импульсов (УКИ) электромагнитного поля активно исследуется в последнее время. В работах [27, 28, 200, 236] рассматриваются вероятности отрыва слабосвязанного

электрона от атомарных ОИ в поле УКИ. Вместе с тем, представляет интерес расчет ионизации молекулярных ОИ полем УКИ с целью выявления ориентационных и интерференционных эффектов, активно исследуемых в последнее время [232,237]. Стоит отметить, что ОИ больше, чем родительская молекула или атом, поскольку лишний электрон добавляет физический размер иона, т.к. его размер определен электронным облаком. Поэтому характерное время движения слабосвязанного электрона в анионе превышает таковое для атомов. Продолжительность импульса должна не превышать данное характерное время, что позволяет использовать в наших расчетах приближение внезапных возмущений при уже достигнутых и прогнозируемых в ближайшее время аттосекундных продолжительностях импульсов [12]. Частица в поле двух потенциалов нулевого радиуса (ПНР) является моделью молекулярного ОИ с внешним s-электроном [193, 195].

Рассмотрим взаимодействие молекулярного ОИ с ультракоротким импульсом электромагнитного поля гауссовой формы (3.3). Для описания движения слабосвязанного электрона молекулярного ОИ используем волновую функцию двуцентровой системы в приближении ПНР [201]:

$$\Psi_{u,g}(\mathbf{r}) = C_{u,g} \left[ \frac{e^{-q'_{u,g} \left| \mathbf{r} + \frac{\mathbf{R}}{2} \right|}}{\left| \mathbf{r} + \frac{\mathbf{R}}{2} \right|} \mp \frac{e^{-q'_{u,g} \left| \mathbf{r} - \frac{\mathbf{R}}{2} \right|}}{\left| \mathbf{r} - \frac{\mathbf{R}}{2} \right|} \right], \quad (6.1)$$

здесь радиус-вектор  $\mathbf{r}$  определяет положение слабосвязанного электрона относительно центра масс системы, вектор  $\mathbf{R}$  – положение одного центра двухатомного аниона относительно другого. Обозначения  $u, g$  и знаки  $\mp$  соответствует антисимметричному или симметричному состоянию молекулярного иона. Параметр  $q'_{u,g}$  является решением трансцендентного уравнения

$$\exp[-q'_{u,g} R] / R \mp (q'_{u,g} - q_{u,g}) = 0,$$

где  $q_{u,g} = \sqrt{2I}$  выражается через энергию электронного сродства  $I$  соответствующего аниона. Нормировочная константа

$$C_{u,g} = \sqrt{q'_{u,g} / \left(4\pi \left\{1 \mp \exp[-q'_{u,g} R]\right\}\right)}.$$

## 6.2 Ионизация молекулярных ионов

Определим вероятность неупругих процессов  $W_{ne}$ , амплитуда перехода системы из начального  $|\varphi_i\rangle$  в конечное  $|\varphi_f\rangle$  определяется как

$$a_{if} = \langle \varphi_f | \exp(-i\mathbf{q}_E \mathbf{r}) | \varphi_i \rangle,$$

где  $\mathbf{q}_E$  - переданный при взаимодействии с полем (3.4) импульс.

Вероятность неупругих процессов запишем как

$$W_{ne} = 1 - W_{00} = 1 - |a_{00}|^2.$$

Используя в качестве волновой функции, описывающей начальное состояние слабосвязанного электрона, выражение (6.1), получим амплитуду упругого канала процесса

$$a_{00}^{u,g} = \langle \Psi_{u,g} | \exp(-i\mathbf{q}_E \mathbf{r}) | \Psi_{u,g} \rangle = |C_{u,g}|^2 [J_1 \mp 2J_{12} + J_3].$$

Сумма матричных элементов в скобках легко вычисляется:

$$\begin{aligned} J_{13} = J_1 + J_3 &= \langle e^{-q_{u,g}r_1} / r_1 | e^{-i\mathbf{q}_E \mathbf{r}} | e^{-q_{u,g}r_1} / r_1 \rangle + \langle e^{-q_{u,g}r_2} / r_2 | e^{-i\mathbf{q}_E \mathbf{r}} | e^{-q_{u,g}r_2} / r_2 \rangle = \\ &= (8\pi / q_E) \arctan \left[ q_E / (2q_{u,g}) \right] \cos[\mathbf{q}_E \mathbf{R} / 2]. \end{aligned}$$

Здесь радиус-вектор  $\mathbf{r}_{1,2} = \mathbf{r} \pm \mathbf{R} / 2$ .  $J_{12}$  получается с помощью параметризации Фейнмана (см. Приложение В)

$$J_{12} = \left\langle \frac{e^{-q_{u,g}r_1}}{r_1} \middle| e^{-i\mathbf{q}_E \mathbf{r}} \middle| \frac{e^{-q_{u,g}r_2}}{r_2} \right\rangle = 2\pi \int_{-1/2}^{1/2} \cos[x\mathbf{q}_E \mathbf{R}] \frac{e^{-\beta R}}{\beta} dx,$$

где  $\beta = \sqrt{q_{u,g}^2 + q_E^2 (1/4 - x^2)}$ .

В итоге

$$W_{ne} = 1 - |C_{u,g}|^4 (J_{13}^2 \mp 4J_{12}J_{13} + 4J_{12}^2). \quad (6.2)$$

В этом соотношении вероятность будет зависеть от симметрии основного состояния молекулярного ОИ. Стоит также отметить, что сумма матричных элементов  $J_{13}$  отражает вклад в амплитуду упругого канала рассеяния на слабосвязанном электроны в поле двух независимых центров молекулярного ОИ, а  $J_{12}$  отражает интерференционный вклад в упругое рассеяние и носит для слабосвязанного электрона обменный (по отношению к двум центрам) характер. Для расчета вероятности отрыва слабосвязанного электрона от двуцентрового комплекса необходимо учесть вероятность перехода между термами антисимметричного и симметричного состояния

$$W_{ug} = |\langle \Psi_u(\mathbf{r}) | e^{-i\mathbf{q}_E \mathbf{r}} | \Psi_g(\mathbf{r}) \rangle|^2.$$

Для анализа ориентационных эффектов можно воспользоваться приближениями

$$q_u \approx q_g \approx q = \sqrt{2I}, \quad C_u \approx C_g \approx C = \sqrt{q/(4\pi)},$$

справедливыми при  $qR \gg 1$ . В этом случае выводы упрощаются

$$W_{ug} \approx |C|^4 [J_1 - J_3]^2 = |C|^4 (8\pi/q_E)^2 \times \\ \times \left( \arctan \left[ q_E / (2q_{u,g}) \right] \sin [\mathbf{q}_E \mathbf{R} / 2] \right)^2. \quad (6.3)$$

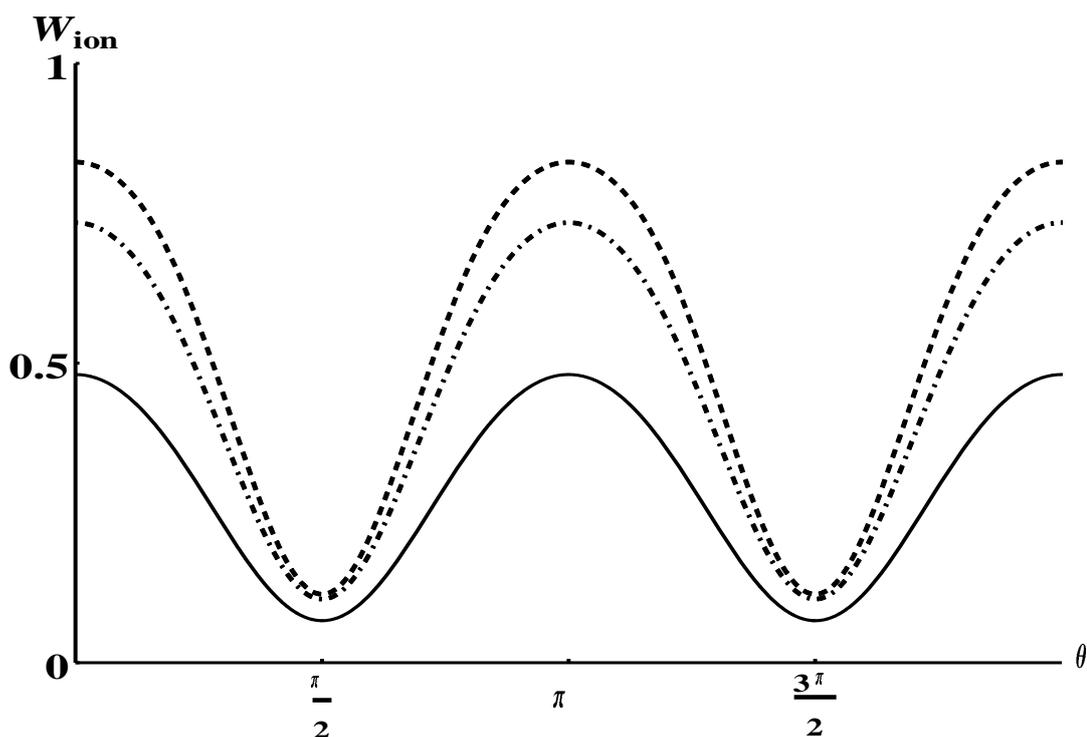
Вероятность ионизации в этом случае рассчитывается с использованием (6.2) и (6.3) как

$$W_{ion} = W_{ne} - W_{ug} \approx 1 - |C|^4 (4\pi)^2 \left\{ \left( \frac{2}{q_E} \arctan \left[ \frac{q_E}{2q} \right] \right)^2 \mp \right. \\ \mp \frac{4}{q_E} \arctan \left[ \frac{q_E}{2q_{u,g}} \right] \cos \left[ \frac{\mathbf{q}_E \mathbf{R}}{2} \right] \int_{-1/2}^{1/2} \cos [x\mathbf{q}_E \mathbf{R}] \frac{e^{-\beta R}}{\beta} dx + \\ \left. + \left( \int_{-1/2}^{1/2} \cos [x\mathbf{q}_E \mathbf{R}] \frac{e^{-\beta R}}{\beta} dx \right)^2 \right\}. \quad (6.4)$$

Для молекулярных ОИ обычно имеется только одно стационарное состояние. Например, для молекулярных ОИ галогенов имеется только антисимметричное  $u$ -состояние, а терм  $g$ -состояния иона пересекается с молекулярным термом, что свидетельствует об отсутствии связи внешнего электрона с молекулой при таком типе симметрии. В этом случае переход между состояниями с различной симметрией означает ионизацию. Тогда вероятность ионизации полностью совпадет с вероятностью всех неупругих процессов и может быть определена в общем случае как

$$\begin{aligned}
 W_{ion} = W_{ne} = 1 - |C_{u,g}|^4 (4\pi)^2 & \left\{ \frac{2}{q_E} \arctan \left[ \frac{q_E}{2q_{u,g}} \right] \cos \left[ \frac{\mathbf{q}_E \mathbf{R}}{2} \right] \right\}^2 \mp \\
 & \mp \frac{4}{q_E} \arctan \left[ \frac{q_E}{2q_{u,g}} \right] \cos \left[ \frac{\mathbf{q}_E \mathbf{R}}{2} \right] \times \\
 & \times \int_{-1/2}^{1/2} \cos[x \mathbf{q}_E \mathbf{R}] \frac{e^{-\beta R}}{\beta} dx + \left( \int_{-1/2}^{1/2} \cos[x \mathbf{q}_E \mathbf{R}] \frac{e^{-\beta R}}{\beta} dx \right)^2.
 \end{aligned} \tag{6.5}$$

Проведем анализ ориентационных эффектов, используя полученные соотношения. Анализируя выражение (6.4), можно сделать вывод, что при указанном приближении  $qR \gg 1$  роль второго и третьего слагаемых в фигурных скобках мала и ориентационная зависимость будет достаточно слабой. В случае расчета вероятности ионизации по соотношению (6.5) роль ориентации межъядерной оси  $\mathbf{R}$  относительно направления переданного импульса  $\mathbf{q}_E$  (обозначим угол выстроенности между этими векторами как  $\theta$ ) достаточно заметна, что подтверждается данными графика, приведенными на рис. 6.1. Из этих данных видно, что минимальна вероятность отрыва слабосвязанного электрона при перпендикулярном расположении межмолекулярной оси по отношению к направлению переданного импульса. Интересно отметить, что вероятность переизлучения УКИ, вычисленная [230], [231] для молекулярных ОИ, также минимальна при аналогичной ориентации.



**Рис. 6.1:** Зависимость вероятности ионизации  $W_{ion}$  от угла выстроенности  $\theta$ . Сплошная линия – для ОИ  $F_2^-$ . Штрихпунктирная линия – для ОИ  $Cl_2^-$ . Штриховая линия –  $Br_2^-$ . При расчете переданный импульс  $q_E$  был равен 0.5 а.е. Длительность импульса  $\tau = 10^{-18}$  с. Данные для ОИ взяты из [172]. Состояние слабосвязанного электрона описывается антисимметричной волновой функцией.

Физическая причина такой зависимости видится нам в следующем. Как процесс ионизации, так и процесс переизлучения напрямую связан с ускорением получаемым слабосвязанным электроном в поле УКИ. Очевидно, что дополнительное рассеяние на ядрах, выстроенных в направлении осцилляций электрона в поле УКИ, усиливает вероятность отрыва и переизлучения. В целом, по данным, представленным на рис. 6.1, можно сделать вывод о том, что вероятность ионизации зависит еще и от параметров молекулярного ОИ (межъядерного расстояния, потенциала ионизации).

В итоге можно сказать, что мы получили выражения для вероятности отрыва слабосвязанного электрона от молекулярных ОИ полем УКИ в зависимости от ориентации межъядерной оси, расстояния между центрами

и энергии электронного сродства. Выяснили, что при наличии только одного связанного состояния с той или иной симметрией в отрицательном ионе угловая зависимость вероятности отрыва электрона полем УКИ становится заметной. Это поможет контролировать степень выстроенности и симметрию состояний молекулярных ОИ и даст возможность управлять процессами высвобождения слабосвязанного электрона в технических приложениях.

### 6.3 Переизлучение молекулярным ионом водорода $H_2^+$

По сравнению с атомом молекула является более сложной системой, и процессы, возникающие при ее взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля определяются такими молекулярными параметрами как ориентация молекулы, межъядерное расстояние. В последнее время значительный интерес вызывают исследования ионизации и диссоциации молекул водорода и молекулярного иона в сверхсильных электромагнитных лазерных полях [238-241]. В этих работах обсуждается экспериментально подтвержденная зависимость молекулярных откликов, а именно спектров высоких гармоник оптического излучения при ионизации молекул от их ориентации, межъядерного расстояния и симметрии орбиталей. Отдельной задачей является расчет спектров переизлучения ультракоротких импульсов электромагнитного поля на молекуле водорода. Расчет с молекулой водорода усложнен двухцентровым рассеянием падающего ультракороткого импульса, учетом межэлектронных корреляций и выстроенности рассеивающих центров. В общем случае мы можем использовать приближение Гайтлера-Лондона [182] для описания молекулы водорода, однако получение спектра переизлучения в аналитической форме в этом случае затруднительно. Однако в случае молекулярного иона водорода  $H_2^+$  можно использовать наши расчеты по

парциальным спектрам переизлучения ультракоротких импульсов на атоме водорода.

Пусть ультракороткий импульс электромагнитного поля гауссовой формы взаимодействует с молекулярным ионом. По сути дела на ион падает плоская электромагнитная волна в виде ультракороткого импульса длительностью  $\tau \leq 10^{-18}$  с. Напряженность электрического поля импульса используем вида (4.18).

В результате действия сверхсильного электромагнитного поля импульса электронная система переизлучает фотоны с волновым вектором  $\mathbf{k}$ . Вероятность испускания фотона заданной частоты  $\omega$  в единицу телесного угла  $\Omega_{\mathbf{k}}$  с одновременным переходом при возбуждении электронной системы из основного состояния  $|0\rangle$  в возбужденное  $|n\rangle$   $d^2W_{0n}/d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega$  может быть найдена в приближении внезапных возмущений. Проинтегрированное по углам вылета переизлученных фотонов выражение для вероятности представляет собой парциальный спектр  $dW_{0n}/d\omega$ . Просуммировав парциальный спектр по всем конечным состояниям системы  $|n\rangle$  (состояния  $|0\rangle$  и  $|n\rangle$  принадлежат полной ортонормированной системе собственных функций невозмущенного гамильтониана), найдем для молекулярного иона полный спектр испускания фотона:

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_0 | \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_0 \rangle.$$

где выражение

$$\frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} = \exp\left(i \frac{\omega}{\omega_0} \mathbf{k}_0 \mathbf{r}\right) f_0(\omega) \left( \mathbf{E}_0 + i \frac{\omega}{\omega_0} (\mathbf{E}_0 \mathbf{r}) \mathbf{k}_0 \right)$$

есть Фурье-образ силы, действующей со стороны электромагнитного поля импульса на электрон мишени,  $\mathbf{r}$  – радиус-вектор определяющий положение электрона,  $\mathbf{n}$  – единичный вектор задающий направление

вылета переизлученных фотонов. Здесь  $f_0(\omega)$ , функция, возникающая вследствие гауссовой формы налетающего импульса:

$$f_0(\omega) = \sqrt{\pi} / (2\alpha) \left( \exp \left\{ -\frac{(\omega - \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(\omega + \omega_0)^2}{4\alpha^2} \right\} \right).$$

В качестве волновых функций основного состояния для иона водорода  $H_2^+$  выберем [182] выражение

$$\varphi_0 = [2(1+S)]^{-1/2} (\varphi_A + \varphi_B),$$

где  $S$  – интеграл перекрытия,  $\varphi_{A,B}$  – водородоподобные волновые функции, центрированные на первом (А) и втором (В) ядрах. При подстановке данной волновой функции в выражение для полного спектра переизлучения получаем при произвольном конечном состоянии молекулярного иона:

$$\frac{d^2W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = [(1+S)]^{-1} \left( \frac{d^2W_{AA}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} + \frac{d^2W_{AB}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} \right), \quad (6.6)$$

$$\frac{d^2W_{AA}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_A | \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_A \rangle, \quad (6.7)$$

$$\frac{d^2W_{AB}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_A | \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{n} \right] | \varphi_B \rangle. \quad (6.8)$$

Первое слагаемое (6.7) в (6.6) отвечает за спектр переизлучения на изолированных центрах ( $d^2W_{AA} / d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega = d^2W_{BB} / d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega$ ). Процесс взаимодействия в этом случае условно представим как два независимых переизлучения УКИ на электроны в поле первого и второго ядра. Во втором (6.8) слагаемом велика роль, прежде всего, интерференции в процессе излучения электрона. В этой части спектра можно проследить за интерференцией ядер в процессе переизлучения. Оно, очевидно, будет зависеть от перекрытия волновых функций электрона на ядрах и ориентации молекулярного иона относительно налетающего

ультракороткого импульса. Диаграмма направленностей для первого слагаемого (6.6) после вычислений может быть записана как

$$\frac{d^2W_{AA}}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 \left\{ [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 + \left( \frac{\omega}{Z\omega_0} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right)^2 \right\},$$

где  $Z$  – заряд одного ядра молекулярного иона. Проинтегрировав это выражение по углам вылета переизлученных фотонов, запишем для первого спектра:

$$\frac{dW_{AA}}{d\omega} = \frac{2}{3\pi c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 \mathbf{E}_0^2 \left( 1 + \frac{\omega^2}{Z^2 c^2} \right). \quad (6.9)$$

Диаграмма направленностей для второго слагаемого (6.6) после вычислений может быть записана как

$$\frac{d^2W_{AB}}{d\Omega_{\mathbf{k}}d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 \left\{ [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 S + \left( \frac{\omega E_0}{Z\omega_0} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right)^2 \langle \varphi_A | (\mathbf{E}_0 \mathbf{r})^2 | \varphi_B \rangle \right\}.$$

Проинтегрировав это выражение по углам вылета переизлученных фотонов, и рассчитав матричный элемент в скобках в вытянутых сфероидальных координатах [242], запишем для второй части спектра:

$$\frac{dW_{AB}}{d\omega} = \frac{dW_{AB1}}{d\omega} + \frac{dW_{AB2}}{d\omega}, \quad (6.10)$$

где

$$\frac{dW_{AB1}}{d\omega} = \frac{2}{3\pi c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 \mathbf{E}_0^2 S, \quad (6.11)$$

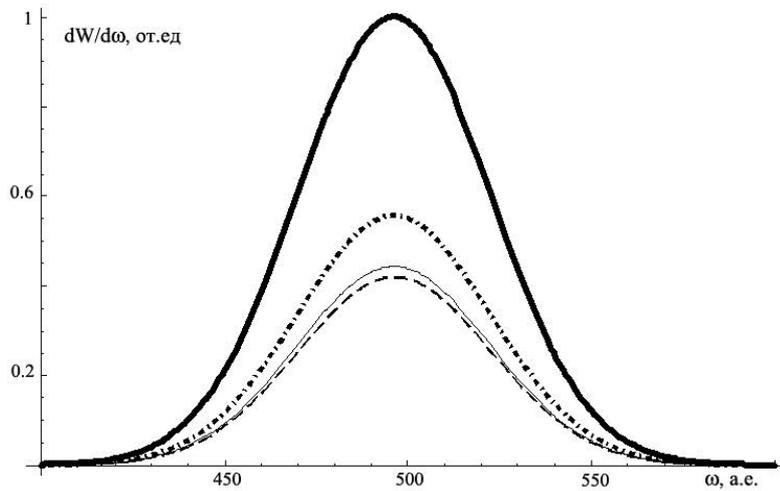
$$\begin{aligned} \frac{dW_{AB2}}{d\omega} = & \frac{2}{3\pi c^3 \omega} |f_0(\omega)|^2 \mathbf{E}_0^2 \times \\ & \times \frac{\omega^2}{Z^2 c^2} \{ S_1 \sin^2 \theta_{RE} + S_2 \cos^2 \theta_{RE} \}, \end{aligned} \quad (6.12)$$

здесь  $\theta_{RE}$  – угол между направлением напряженности  $\mathbf{E}_0$  налетающего ультракороткого импульса и осью молекулярного иона, направленной от одного ядра к другому. Многочлены  $S_{1,2}$  зависят от перекрытия волновых функций электрона на двух ядрах:

$$S_1 = e^{-RZ} / 15 (15 + RZ \{15 + RZ [6 + RZ]\}),$$

$$S_2 = e^{-RZ} / 60 (60 + RZ (4 + RZ) \{15 + RZ [3 + RZ]\}).$$

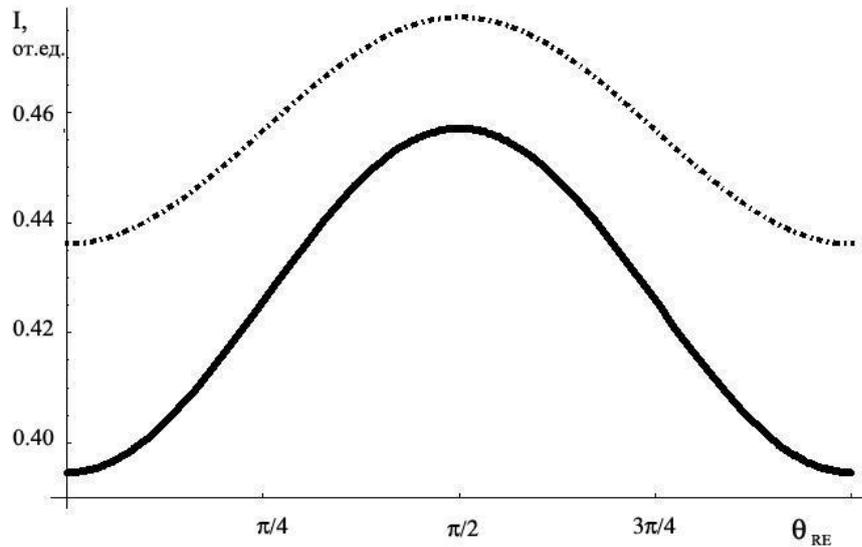
Можно отметить, что вторая часть спектра зависит от расстояния  $R$  между ядрами и ориентации оси молекулы относительно налетающего ультракороткого импульса. Причем  $dW_{AB1} / d\omega$  зависит от  $R$ , т.е. только от перекрытия волновых функций электрона на двух ядрах, а  $dW_{AB2} / d\omega$  от  $R$  и  $\theta_{RE}$ , т.е. зависит еще от ориентации межядерной оси относительно направления падающего импульса  $\mathbf{k}_0$ . Таким образом, можно исследовать влияние выстроенности молекулярного иона в зависимости от направления налетающего ультракороткого импульса на спектр переизлучения. На рис. 6.2 изображены общий спектр как сумма (6.9) и (6.10), первая часть спектра (6.9) и вторая часть спектра (6.11), (6.12) при фиксированных углах  $\theta_{RE}$ .



**Рис. 6.2:** Спектры переизлучения молекулярного иона. Сплошная жирная линия соответствует полному спектру (6.9) и (6.10), штрихпунктирная линия – спектру (6.9) переизлучения без изменения состояния атома, тонкая сплошная – спектру (6.10), пунктирная – спектру (6.12). При построении были использованы значения частота импульса  $\omega_0 = 495$  а.е. (при типичной продолжительности  $\tau = 10^{-18}$  с), напряженность поля импульса  $E_0 = 2$  а.е. (в два раза превосходит внутриатомную),  $Z = 1$ ,  $R = 2$  а.е. (равновесное расстояние в молекулярном ионе водорода),

$\theta_{RE} = 0$  (направление напряженности поля в импульсе совпадает с осью иона). Спектры нормированы на максимальное значение полного спектра (6.9)

На рис. 6.3 представлены ориентационные зависимости спектров от угла  $\theta_{RE}$ . Для этого построено отношение ориентационной части спектра (6.12) к общему спектру - суммы (6.9) и (6.10), усредненного по всем возможным ориентациям молекулярной оси для двух межъядерных расстояний.



**Рис. 6.3:** Ориентационные эффекты при переизлучении молекулярным ионом УКИ в зависимости от выстроенности оси иона относительно направления напряженности поля импульса  $\theta_{RE}$ .  $I$  соответствует отношению ориентационного спектра (6.12) к полному спектру (6.9) и (6.10), усредненному по углам выстроенности. Сплошная линия построена при межъядерном расстоянии  $R = 2$  a.e. Штрихпунктирная при межъядерном расстоянии  $R = 1.5$  a.e. При построении были использованы значения частота импульса  $\omega_0 = 495$  a.e., напряженность поля импульса  $E_0 = 2$  a.e.,  $\omega = \omega_0$

Исходя из анализа полученных аналитических выражений для спектра и графиков, можно сделать следующие выводы:

- В предельных случаях, когда  $R \rightarrow \infty$ ,  $H_2^+ \rightarrow H$ , когда  $R \rightarrow 0$ ,  $H_2^+ \rightarrow He^+$  мы получим спектр атома водорода, либо спектр водородоподобного иона гелия (см. раздел 5.2, 5.4).

- Как видно из графика на рис. 6.2 роль второй части спектр существенна и возрастает при уменьшении  $R$ . При этом существенное влияние на переизлучаемый спектр оказывает не просто перекрывание волновых функций электрона на ядрах, а расположение межъядерной оси молекулярного иона относительно налетающего ультракороткого импульса электромагнитного поля.
- По анализу графика на рис. 6.3 можно заметить, что максимально меняется спектр в случае совпадения направления напряженности  $\mathbf{E}_0$  налетающего ультракороткого импульса и межъядерной оси ( $\mathbf{k}_0 \perp \mathbf{R}$ ). В этом случае направление внешнего поля совпадает или противоположно внутреннему молекулярному полю, в котором находится электрон.

В итоге мы получаем спектр переизлучения на молекулярном ионе в приближении внезапных возмущений. Учет переизлучения ультракороткого импульса на двух центрах одновременно существенно меняет спектр. Спектр переизлучения находится в сильной зависимости от ориентации межъядерной оси относительно налетающего ультракороткого импульса, что позволяет определить степень выстроенности молекулярных ионов в веществе. Создать выстроенность молекул и молекулярных ионов при планировании эксперимента по спектрам переизлучения ультракоротких импульсов можно при помощи также лазерного поля [243].

#### 6.4 Переизлучение молекулярными анионами галогенов

Рассмотрим теперь процессы перерассеяния поля УКИ двухцентровыми мишенями – молекулярными анионами. Для описания взаимодействия УКИ с молекулярными анионами в формуле (5.23) в качестве  $\varphi_0$  мы используем волновую функцию двухцентровой системы в

приближении ПНР (см. раздел 6.1). В результате запишем, используя (5.23) и ВФ (6.1), энергетический спектр переизлучения молекулярного аниона в единицу телесного угла при фиксированном направлении ориентации оси иона:

$$\frac{d^2 \varepsilon_{u,g}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{|f_0(\omega)|^2}{(2\pi)^2 c^3} \frac{1}{(1 \mp e^{-qR})} \{ [\mathbf{E}_0 \times \mathbf{n}]^2 (1 \mp e^{-qR}) + \left( \frac{\omega E_0}{\omega_0} [\mathbf{k}_0 \times \mathbf{n}] \right)^2 \left( \frac{1}{6q^2} + \frac{R^2}{4} \cos^2 \theta_{RE} \mp (I_1 \sin^2 \theta_{RE} + I_2 \cos^2 \theta_{RE}) \right) \}, \quad (6.13)$$

где  $I_{1,2}$  - интегралы перекрытия вычислены в эллиптических координатах и равны:

$$I_1 = e^{-qR} \frac{(1 + qR)}{6q^2},$$

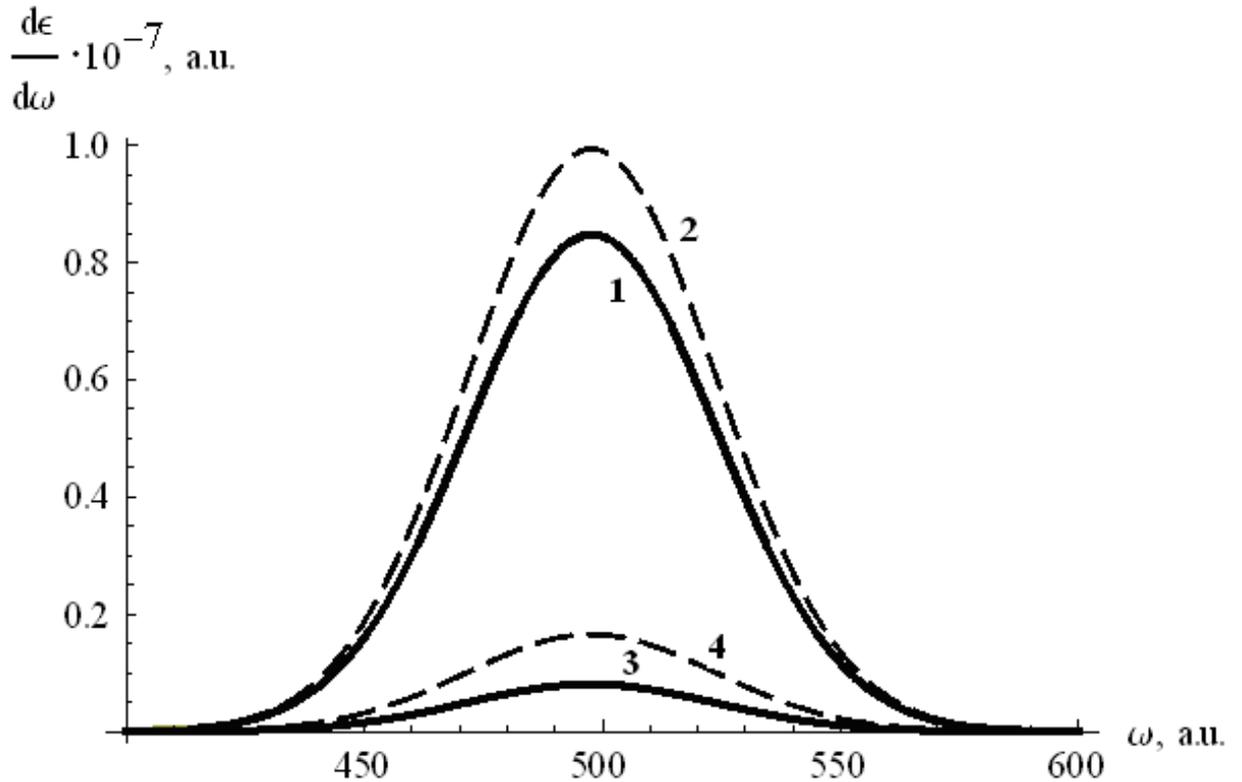
$$I_2 = e^{-qR} \frac{(2 + qR(2 + qR))}{12q^2}.$$

Отметим, что спектр (6.13) зависит от  $R$  - расстояния между центрами двухатомного аниона и ориентации межъядерной оси относительно напряженности поля  $\mathbf{E}_0$ , описываемой углом  $\theta_{RE}$  между векторами  $\mathbf{E}_0$  и  $\mathbf{R}$ . После интегрирования (6.13) по всем углам вылета фотона получим полный энергетический спектр излучения при фиксированном направлении ориентации оси иона

$$\frac{d\varepsilon_{u,g}}{d\omega} = \frac{2}{3\pi c^3} \frac{|f_0(\omega)|^2 E_0^2}{(1 \mp e^{-qR})} \times \left\{ 1 \mp e^{-qR} + \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \left( \frac{1}{6q^2} + \frac{R^2}{4} \cos^2 \theta_{RE} \mp (I_1 \sin^2 \theta_{RE} + I_2 \cos^2 \theta_{RE}) \right) \right\}. \quad (6.14)$$

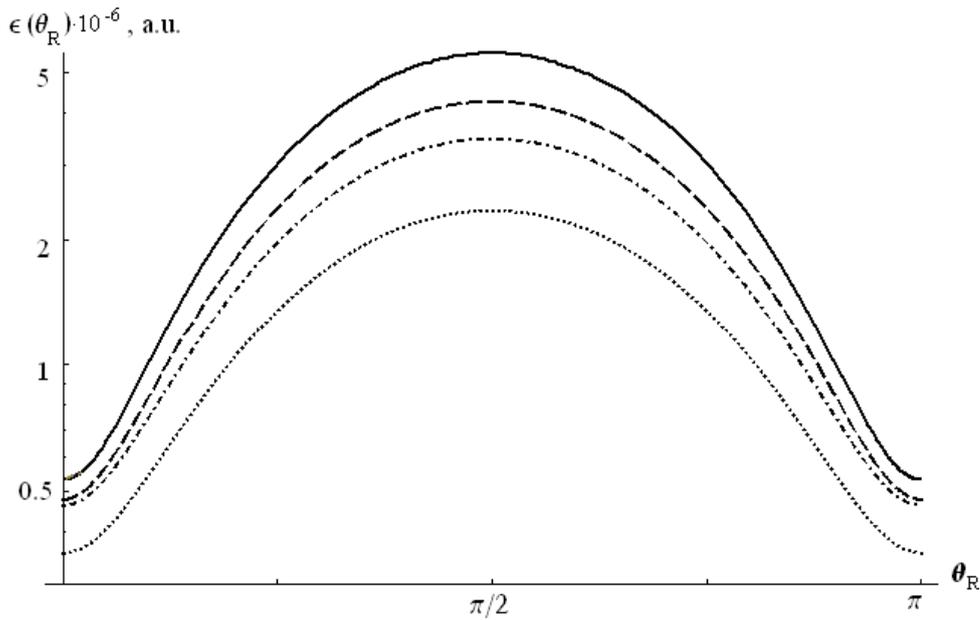
Спектр существенно зависит от ориентации межъядерной оси  $\mathbf{R}$ . На рис. 6.4 мы приводим значения спектра (6.14) для двух ориентаций  $\mathbf{R}$  на примере антисимметричных и симметричных состояний молекулярного ОИ йода. Интегрируя (6.14) по всем частотам, получаем энергию переизлучения в зависимости от ориентации  $\mathbf{R}$ . Результат имеет

громоздкий вид, поэтому мы иллюстрируем его численно на рис. 6.5. Параметры молекулярных ОИ взяты из работ [26], [166].



**Рис. 6.4:** Спектры переизлучения  $I_2^-$  при различных состояниях и выстроенностях молекулярного ОИ. Кривые 1,2 при ориентации межъядерной оси перпендикулярно, 3,4 – параллельно направлению падающего ультракороткого импульса электромагнитного поля  $\mathbf{k}_0$  для антисимметричного и симметричного состояний ОИ ( $\Sigma_u$  – сплошная,  $\Sigma_g$  – штриховая линии). При расчете продолжительность импульса была взята в 1 аттосекунду, амплитуда напряженности поля в УКИ равнялась 3 а.е.

На основании этих результатов можно сделать следующие выводы и заключения. Полученные сечения перерассеяния ультракоротких импульсов электромагнитного поля на ОИ зависят от параметров импульса и значительно превышают сечения классического рассеяния свободным электроном плоской монохроматической волны.



**Рис. 6.5:** Энергия переизлучения молекулярных ионов (состояние  $\Sigma_u$ ) в зависимости от  $\theta_R$  - угла выстроенности межъядерной оси относительно направления падающего ультракороткого импульса электромагнитного поля  $\mathbf{k}_0$ . Сплошная линия – для  $I_2^-$ . Штриховая линия – для  $Br_2^-$ . Штрихпунктирная линия – для  $Cl_2^-$ . Точечная линия – для  $F_2^-$ . При расчете продолжительность импульса была взята в 1 аттосекунду, амплитуда напряженности поля в УКИ равнялась 3 а.е.

Сечения перерасеяния УКИ возрастают при уменьшении энергии электронного сродства в анионе. Это связано с тем, что слабосвязанный электрон испытывает большие ускорения в поле УКИ. Зависимость спектров переизлучения от энергии связи может помочь в уточнении энергии электронного сродства для ОИ. Спектры также зависят от симметрии состояний молекулярного ОИ. Спектры и энергии переизлучения существенным образом зависят от выстроенностей межъядерной оси молекулярных анионов и от типа ОИ. Максимально переизлучение в случае параллельности напряженности внешнего электрического поля и межъядерной оси. Это может помочь контролировать степень выстроенности и облегчить управление ОИ в различных технических приложениях. Отметим, что для применимости нашего рассмотрения необходимо, чтобы длительность ультракороткого

импульса  $\tau$  была существенно меньше  $\tau_a$  - характерных электронных периодов мишени, очевидно  $\tau_a \sim 1/I$ , где  $I$  – энергия электронного сродства соответствующего аниона. Согласно [26] характерные  $I \leq 0,1$  ат.ед., таким образом, необходимо выполнение неравенства  $\tau \ll 10$  ат.ед. ( $\tau \ll 2,4 \cdot 10^{-16}$  секунды).

## 6.5 Обсуждение результатов

Здесь исследованы ориентационные эффекты при ионизации и переизлучении молекулярными ионами УКИ, показано, что есть существенная ориентационная зависимость. Можно также говорить об интерференционном влиянии ядер на эти процессы. Выявлено, что ориентация межъядерной оси параллельно относительно направления осцилляций частиц в поле ультракороткого импульса приводит к большей вероятности ионизации и переизлучения за счет рассеяния на ядрах.

Из основных результатов работы здесь было получено:

- получены спектры переизлучения и ионизации при взаимодействии молекулярных ионов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, выявлены ориентационные эффекты при этом взаимодействии;
- предложена возможность управления и контроля состояниями атомарных и молекулярных систем, включая экзотические с помощью УКИ.

Результаты данной главы опубликованы в работах авторского списка [A1, A12, A6, A8, A27, A35, A39, A41].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Перечислим полученные основные результаты, полученные в работе:

- предложена трехмерная (3-D) модель накопления электронов и позитронов в «ловушке Сурко», исследована динамика частиц в этой модели и объяснено влияние вращающегося поля и других параметров ловушки на процесс накопления, удержания и сжатия пучка позитронов;
- произведена проверка предложенной модели на результатах экспериментального исследования накопления электронов и позитронов в «ловушке Сурко» с вращающимся электрическим полем установки LEPТА; оптимальные параметры накопления и удержания позитронов подтверждают основные критерии предложенной модели, что позволяет рассчитывать параметры физических установок для генерации атомов позитрония и антиводорода;
- разработан метод расчета скорости замедления позитронов с учетом аннигиляции в веществе в интенсивных электромагнитных полях;
- получены значения сечений «стряхивания» мюона в мезоатомах в результате неупругих процессов при кратных столкновениях и взаимодействиях с УКИ;
- уточнены значения сечений тушения метастабильности антипротонного гелия при столкновениях с примесями;
- разработан метод расчета вероятностей неупругих процессов и ионизации при взаимодействии аттосекундного лазерного импульса с малочастичными системами с кулоновским взаимодействием;
- разработан метод расчета вероятностей переизлучения при взаимодействии аттосекундного лазерного импульса с малочастичными системами с кулоновским взаимодействием;

- получены спектры переизлучения и ионизации при взаимодействии малочастичных систем с ультракороткими импульсами электромагнитного поля, выявлены корреляционные, ориентационные и интерференционные эффекты при этом взаимодействии;
- предложена возможность управления и контроля состояниями атомарных и молекулярных систем, включая экзотические с помощью УКИ.

Автор пользуется возможностью выразить искреннюю благодарность чл.-корр. РАН И.Н. Мешкову и профессору В.И. Матвееву за многочисленные плодотворные дискуссии и консультации, к.ф.-м.н. С.Л. Яковенко, А.Г. Кобецу и А.Ю. Рудакову за полезные обсуждения и возможность участия автора в экспериментах, описанных во второй главе.

## Список публикаций по теме диссертации

- A1. Есеев М.К., Матвеев В.И., Юлкова В.М. Ориентационные эффекты при отрыве слабосвязанного электрона от молекулярных анионов полем ультракороткого импульса // Письма в ЖТФ. – 2014. – Т.40, №2. С. 16-22.
- A2. Есеев М.К., Матвеев В.И. Неупругие процессы и эффекты интерференции при взаимодействии позитрония с ультракороткими импульсами электромагнитного поля // ЖЭТФ. – 2013. – Т. 144, №5. – С. 943-950.
- A3. Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н., Рудаков А.Ю., Яковенко С.Л. Исследование накопления заряженной плазмы в ловушке с вращающимся электрическим полем установки LEPTA // Физика плазмы. – 2013. – Т. 39. – С. 883–890.
- A4. Sidorin, A.A., Meshkov, I., Ahmanova, E., Eseev, M., Kobets, A., Lokhmatov, V., Pavlov, V., Yakovenko, S. The LEPTA facility for fundamental studies of positronium physics and positron spectroscopy // Materials Science Forum. – 2013. – V. 733. – P. 291-296.
- A5. Sidorin, A.A., Meshkov, I., Ahmanova, E., Eseev, M., Kobets, A., Lokhmatov, V., Pavlov, V., Yakovenko, S. Positron annihilation spectroscopy at LEPTA facility // Materials Science Forum. – 2013. – V. 733. – P. 322-325.
- A6. Есеев М.К., Матвеев В.И., Юлкова В.М. Взаимодействие аттосекундного импульса с отрицательными атомарными и молекулярными ионами. ЖТФ. – 2012. – Т. 82, №11. – С. 130-132.
- A7. Ахманова Е.В., Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н., Рудаков А.Ю., Сидорин А.А., Яковенко С.Л. Проект LEPTA: формирование и инжекция позитронного пучка// Письма в ЭЧАЯ. – 2012. – Т. 9 – С. 618-623.
- A8. Есеев М.К., Матвеев В.И., Юлкова В.М. Перерасcеяние ультракороткого импульса на атомарных и молекулярных анионах в модели потенциалов нулевого радиуса // Оптика и спектроскопия. – 2011. – Т. 111. – С. 360-363.
- A9. Есеев М.К., Матвеев В.И., Юлкова В.М. Электронные спектры ионизации отрицательных ионов аттосекундными импульсами электромагнитного поля // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные науки». – 2011. – № 3. – С. 90-94.
- A10. Ахманова Е.В., Быковский В.Ф., Есеев М.К., Кобец А.Г., Лохматов В.И., Мешков И.Н., Павлов В.Н., Пивин Р.В., Рудаков А.Ю.,

- Яковенко С.Л. Развитие проекта LEPТА // Письма в ЭЧАЯ. – 2010. – Т. 7. – С. 814-820.
- A11. Рудаков А.Ю., Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н., Пивин Р.В., Соболева Л.В., Яковенко С.Л. Новое развитие экспериментальных исследований физики позитрония. // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные науки». – 2010. – № 1. – С. 105–110.
- A12. Есеев М.К., Матвеев В.И. Взаимодействие ультракороткого импульса с молекулярным ионом водорода // Письма в ЖТФ. – 2009. – Т. 35, № 23. – С. 47–54.
- A13. Есеев М.К., Матвеев В.И., Абикулова Н.В. Спектры переизлучения при взаимодействии атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля // Оптика и спектроскопия. – 2009. – Т. 106. – С. 231–236.
- A14. Есеев М.К., Матвеев В.И. Исследование аналитических волновых функций двухэлектронных систем в динамических взаимодействиях с многозарядными ионами и ультракороткими импульсами электромагнитного поля // ЖТФ. – 2008. – Т. 78, № 8. – С. 28–33.
- A15. Есеев М.К., Матвеев В.И. Исследование корреляционных эффектов при переизлучении атомом гелия ультракоротких импульсов электромагнитного поля // Оптика и спектроскопия. – 2008. – Т. 104. – С. 885–894.
- A16. Есеев М.К., Матвеев В.И. Динамические критерии корректности аналитических волновых функций двухэлектронных систем // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные науки». – 2008. – № 1. – С. 77–90.
- A17. Есеев М.К., Крестников Д.А., Смирнов А.В., Мешков И.Н., Яковенко С.Л. Исследование резонансов частот вращающегося поля при накоплении позитронов в ловушке Сурко установки LEPТА // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные науки». – 2008. – № 4. – С. 50–57.
- A18. Есеев М.К., Матвеев В.И., Абикулова Н.В. Парциальные спектры переизлучения при взаимодействии атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные науки». – 2008. – № 3. – С. 43–49.
- A19. Есеев М.К. Расчет сечений тушения метастабильности антипротонов в гелии атомарными и молекулярными примесями // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные и точные науки». – 2002. – № 2. – С. 46–51.
- A20. Men'shikov L.I., Eseev M. K. Ionic model of long-lived antiprotonic states in helium // Hyperfine Interactions. – 2001. – Т. 138, № 1–4. – С. 167–169.

- A21. Меньшиков Л.И., Есеев М.К. Некоторые вопросы физики экзотических атомов // Успехи физических наук. – 2001. – Т. 171 – С. 149–185.
- A22. Eseev M.K., Ahmanova E.V., Vititnev A.N., Kobets A.G., Meshkov I.N., Rudakov A.Yu., Sidorin A.A., Yakovenko S.L. Compression and Confinement of Positron Clouds in the Surko Trap of Lepta Facility // RuPAC 2012 Contributions to the Proceedings - 23rd Russian Particle Accelerator Conference. – SPb: JACoW. – 2012. – P. 319-321.
- A23. Kobets A.G., Ahmanova E. V., Eseev M. K. , Lokhmatov V. I., Meshkov I. N., Pavlov V., Rudakov A. Yu., Sidorin A. A., Yakovenko S. LEPTA project: towards positronium // RuPAC 2012 Contributions to the Proceedings - 23rd Russian Particle Accelerator Conference. – SPb: JACoW. – 2012. – P. 316-318.
- A24. Kobets A.G., Ahmanova E.V. , Eseev M.K. , Karpinsky V., Lokhmatov V.I., Malakhov V.N., Meshkov I. N., Pavlov V., Rudakov A. Yu., Sidorin A. A., Yakovenko S. Advance in the LEPTA Project // RuPAC 2010 Contributions to the Proceedings - 22nd Russian Particle Accelerator Conference. – Protvino: JACoW. – 2010. – С. 166–168.
- A25. Eseev M.K., Meshkov I.N., Yakovenko S.L., Smirnov A.V., Krestnikov D.A. Dynamic positronic bunch in surko trap of LEPTA facility // RuPAC 2008 Contributions to the Proceedings - 21st Russian Particle Accelerator Conference. – Zvenigorod: JACoW. – 2008. – С. 385–387.
- A26. Bykovsky V., Meshkov I., Pavlov V., Pivin R., Rudakov A., Trubnikov G., Yakovenko S., Eseev M. Development of the positron injector for LEPTA facility // RuPAC 2008 Contributions to the Proceedings - 21st Russian Particle Accelerator Conference. – Zvenigorod: JACoW. – 2008. – С. 382–384.
- A27. Есеев М.К. Экзотические атомы, ионы и их компоненты в интенсивных электромагнитных полях. – Архангельск: Изд-во САФУ, 2014. – 151 с.
- A28. Исследование процессов с экзотическими атомами и их компонентами в накопителях и ловушках с использованием интенсивных электромагнитных полей: отчет о НИР (итоговый) / САФУ имени М.В. Ломоносова ; рук. Есеев М.К.; исполн.: Юлкова В.М. [и др.]. – Архангельск, 2013. – 48 с. – № ГР 01201280747.
- A29. Есеев М.К., Матвеев В.И. Неупругие процессы при взаимодействии ультракоротких импульсов с экзотическими атомами // Сборник тезисов докладов конференции и школы молодых ученых по фундаментальной атомной спектроскопии ФАС - XX – Воронеж: Издательство ООО «Цифровая полиграфия», 2013. – С. 99-101.

- A30. Ахманова Е.В., Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н., Рудаков А.Ю., Сидорин А.А., Яковенко С.Л. Исследование механизма сжатия сгустка заряженной плазмы в ловушке Пеннинг-Малмбергского типа // Сборник трудов XL Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС. – М: ЗАО НТЦ «ПЛАЗМАИОФАН», 2013. – С.181.
- A31. Eseev M.K., Matveev V.I., Ulkova V.M. The interaction of attosecond pulse with a negative atomic and molecular ions // Book of abstract 8th International Topical SPARC Workshop and Lecture Days: Troitsk., Institut Spectr. RAS, 2011. – С.83.
- A32. Eseev M.K., Kobets A.G., Meshkov I.N., Rudakov A.Y., Yakovenko S.L. Methods for optimization of the dynamics of the storage of positrons in the Surko trap // COOL'11 Contributions to the Proceedings Workshop on Beam Cooling and Related Topics. Alushta: JACoW. – 2011 – P 81-84.
- A33. Есеев М.К., Мешков И.Н., Кобец А.Г., Рудаков А.Ю., Яковенко С.Л. Исследование неустойчивостей заряженной плазмы в ловушке Пеннинг-Малмбергского типа с вращающимся электрическим полем установки LEPTA // Сборник трудов XXXVIII Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС. – М: ЗАО НТЦ «ПЛАЗМАИОФАН», 2011. – С.329.
- A34. Ahmanova V., Eseev M., Kobets A., Lokhmatov V., Meshkov I., Pavlov V., Rudakov A., Sidorin A., Yakovenko S. LEPTA project: towards positrons // COOL'11 Contributions to the Proceedings Workshop on Beam Cooling and Related Topics. Alushta: JACoW. – 2011. – P 111-113.
- A35. Есеев М.К., Матвеев В.И., Юлкова В.М. Ориентационные эффекты при взаимодействии ультракоротких импульсов электромагнитного поля с молекулами // Труды XXIV-го Съезда по спектроскопии. Том.1. – Троицк: «Тривант», 2010. Сборник тезисов. – Москва, 28 февраля – 5 марта 2010. – С. 138–139.
- A36. Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н., Рудаков Ю.А., Соболева Л.В., Яковенко С.Л. Развитие проекта LEPTA // Тезисы докладов Третьего Всероссийского совещания "Прецизионная физика и фундаментальные физические константы" (С. Петербург, Физико-технический институт имени А.Ф. Иоффе, 7-10 декабря 2010 г.). – С. 37.
- A37. Ахманова Е.В., Быковский В.Ф., Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н., Рудаков Ю.А., Яковенко С.Л. Исследование накопления позитронов в ловушке установки LEPTA для экспериментов по позитронной спектроскопии // Труды XXIV-го Съезда по спектроскопии. Том.2. – Троицк: «Тривант», 2010. – С. 324.

- A38. Ахманова Е.В., Быковский В.Ф., Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н., Пивин Р.В., Рудаков А.Ю., Сидорин А.А., Яковенко С.Л. Исследование накопления позитронов в ловушке с вращающимся электрическим полем установки LEPTA // Сборник трудов XXXVII Международной (Звенигородской) конференции по физике плазмы и УТС. – М: ЗАО НТЦ «ПЛАЗМАИОФАН», 2010. С.312.
- A39. Есеев М.К., Юлкова В.М. Взаимодействие молекулярного иона водорода с ультракоротким импульсом электромагнитного поля // Труды 19-й Конференции по фундаментальной атомной спектроскопии (ФАС-19). – Архангельск: ПГУ. – 2009. – С. 109–110.
- A40. Meshkov I. N., Kobetz A. G., Eseev M. K. et al. Research Programme at the LEPTA Facility // 29 Meeting of the PAC for Nuclear Physics. – Dubna: JINR, 2009. – 33 p.
- A41. Есеев М.К., Матвеев В.И. Спектры переизлучения при взаимодействии атомов и молекул с ультракороткими импульсами электромагнитного поля // Труды 19-й Конференции по фундаментальной атомной спектроскопии (ФАС-19). – Архангельск: ПГУ. – 2009. – С. 25–26.
- A42. Есеев М.К. LEPTA в получении направленного пучка ортопозитрония // Вестник РФФИ. – 2009. – № 1–2 (61–62) – С. 43-49.
- A43. Есеев М.К., Кобец А.Г., Мешков И.Н. и др. Новое развитие экспериментальных исследований физики позитрония // Труды 19-й Конференции по фундаментальной атомной спектроскопии (ФАС-19). – Архангельск: ПГУ. – 2009. – С. 65–69.
- A44. Ahmanova E. , Bykovsky V. , Eseev M. , Kaplin V. , Karpinsky V., Kobets A., Lokhmatov V., Malakhov V., Meshkov I., Pavlov V., Pivin R., Rudakov A., Sidorin A.A., Yakovenko S. Advance in the LEPTA project // COOL'09 Contributions to the Proceedings Workshop on Beam Cooling and Related Topics. Lanzhou: JACoW . – 2009. – P. 146-149.
- A45. Есеев М.К., Матвеев В.И. Спектр излучения атома гелия при взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля с учетом межэлектронных корреляций // Труды 18-й Конференции по фундаментальной атомной спектроскопии (ФАС-18). – г. Звенигород, Московская обл., 22–26 октября 2007 г. – С. 33–34.

## Список литературы

1. Krausz, F. Attosecond physics / F. Krausz, M. Ivanov // *Rev. Mod. Phys.* – 2009. – V. 81. – P. 163-234.
2. Confinement of antihydrogen for 1,000 seconds / G.B. Andresen et al. [The ALPHA Collaboration] // *Nature Phys.* 2011. – V. 7. – P. 558-564.
3. Gribakin, G.F. Positron-molecule Interactions: Resonant Attachment, Annihilation, and Bound States / G.F. Gribakin, J.A. Young, and C.M. Surko // *Rev. Mod. Phys.* – 2010. V. 82 – P. 2577-2607.
4. Cassidy, D.B. The production of molecular positronium // D.B. Cassidy, A.P. Mills // *Nature.* – 2007. – V. 449 – P. 195-197.
5. Cassidy, D.B. Efficient Production of Rydberg Positronium / D.B. Cassidy, T.H. Hisakado, H.W.K. Tom, and A.P. Mills // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 108. – P. 043401 [5 pages].
6. Cassidy, D.B. Optical Spectroscopy of Molecular Positronium / D.B. Cassidy, T.H. Hisakado, H.W.K. Tom, and A.P. Mills // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 108. – P. 133402 [5 pages].
7. Проект ЛЕРТА: формирование и инжекция позитронного пучка / Е.В. Ахманова, М.К. Есеев, А.Г. Кобец и др. // *Письма в ЭЧАЯ.* 2012 – V. 9. – P. 618-623.
8. Welsch, C.P. An ultra-low-energy storage ring at FLAIR / C.P. Welsch, M. Grieser, J. Ullrich, A. Wolf // *Nucl. Instrum. Meth. A.* – 2005. – V. 546. – P. 405-417.
9. Surko, C.M. Anti-atoms Gotcha! / Clifford M. Surko // *Nature Phys.* – 2012 – V. 7. – P. 520-521.
10. Resonant quantum transitions in trapped antihydrogen atoms / C. Amole et al. // *Nature.* – 2012. – V. 483. – P. 439-443.
11. Description and first application of a new technique to measure the gravitational mass of antihydrogen / C. Amole et al. // *Nature Commun.* – 2013. – V. 4. – P. 1785 [9 pages].
12. Zhao, K. Tailoring a 67 attosecond pulse through advantageous phase-mismatch / Kun Zhao, Qi Zhang, Michael Chini, Yi Wu, Xiaowei Wang, and Zenghu Chang // *Optics Lett.* – 2012. – V. 37. – P. 3891-3893.
13. Cassidy, D.B. Positronium Hyperfine Interval Measured via Saturated Absorption Spectroscopy / D.B. Cassidy, T.H. Hisakado, H.W.K. Tom, and A.P. Mills // *Phys. Rev. Lett.* – 2012. – V. 109. – P. 073401 [5 pages].
14. Brabec, T. Intense few-cycle laser fields: Frontiers of nonlinear optical Spectroscopy / T. Brabec, F. Krausz // *Rev. Mod. Phys.* – 2000. – V. 72. –

- P. 545–591.
15. Ionization of Helium in the Attosecond Equivalent Light Pulse of 1 GeV/Nucleon  $U^{92+}$  Projectiles / R. Moshhammer et al. // *Phys. Rev. Lett.* 1997. – V. 79. – P. 3621-3624.
  16. Atomic Fragmentation in Attosecond Ion induced Fields / J. Ullrich et al. // *GSI Scientific Report 2002, 2003.* – Is. 1. – P. 198-199.
  17. Baltz, A.J. Exact Dirac Equation Calculation of Ionization and Pair Production Induced by Ultrarelativistic Heavy Ions / A.J. Baltz // *Phys. Rev. Lett.* – 1997. – V. 78. – P. 1231-1234.
  18. Voitkiv, A.B. An approach for considering ionization of light atoms by relativistic projectiles generating strong electromagnetic fields / A.B. Voitkiv, B. Najjari, J. Ullrich // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2003. V. 36 – P. 2325-2340.
  19. Baltz, A.J. Coulomb potential from a particle in uniform ultrarelativistic motion / A.J. Baltz // *Phys. Rev. A.* – 1995. – V. 52. – P. 4970-4971.
  20. Dimitrovski, D. Ionization and recombination in attosecond electric field pulses / D. Dimitrovski, E.A. Solov'ev and J. S. Briggs // *Phys. Rev. A.* – 2005. – V. 72. – P. 043411 [11 pages].
  21. Астапенко, В.А. Рассеяние ультракороткого импульса электромагнитного излучения на атоме в широком спектральном диапазоне / В.А. Астапенко // *ЖЭТФ.* – 2011. – Т. 139. – С. 228-234.
  22. Ipp, A. Yoctosecond Photon Pulses from Quark-Gluon Plasmas / A. Ipp, C.H. Keitel, and J. Evers // *Phys. Rev. Lett.* – 2009. V. 103. – P. 152301 [4 pages].
  23. Streaking at high energies with electrons and positrons / A. Ipp et al. // *Phys. Lett. B.* – 2011. V. 702. – P. 383-387.
  24. Беляев, В.С. Генерация быстрых заряженных частиц и сверхсильных магнитных полей при взаимодействии сверхкоротких интенсивных лазерных импульсов с твердотельными мишенями / В.С. Беляев, В.П. Крайнов, В.С. Лисица, А.П. Матафонов // *УФН.* – 2008. – Т. 178. – С. 823-847.
  25. Weidenmuller, H.A. Nuclear Excitation by a Zeptosecond Multi-MeV Laser Pulse / H.A. Weidenmuller // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. V. 106. – P. 122502 [4 pages].
  26. Месси, Г. Отрицательные ионы / Г. Месси. – М.: Мир, 1979. – 754 с.
  27. Grozdanov, T.P. Model for electron detachment from negative ions by ultrashort half-cycle electric-field pulses / T.P. Grozdanov, J. Jaćimović // *Phys. Rev. A.* – 2009. – V. 79. – P. 013413 [9 pages].

28. Головинский, П.А. Отрыв электронов от отрицательных ионов водорода и лития ультракоротким лазерным импульсом / П.А. Головинский, А.А. Дробышев // ЖТФ. – 2013. – Т. 83, №2. – P. 8-14.
29. Скринский, А.Н. Ускорительные и детекторные перспективы физики элементарных частиц / Скринский А.Н. // УФН. – 1982. – Т. 138. – С. 3-43.
30. O'Neill, G.K. Storage-Ring Synchrotron: Device for High-Energy Physics Research / G.K.O'Neill // Phys. Rev. – 1956. – V. 102. – P. 1418-1419.
31. Спитцер, Л. Стелларатор / Л. Спитцер // УФН. – 1960. –Т. 71. – С. 328–338.
32. Будкер, Г.И. Термоядерные реакции в системе с магнитными пробками. К вопросу о непосредственном преобразовании ядерной энергии в электрическую / Г.И. Будкер; под. общ. ред. М.А. Леонтовича // Физика плазмы и проблема управляемых термоядерных реакций. М.: Изд-во АН СССР, 1958. – Т. III. – С. 3-31.
33. Post, R.F. Controlled Fusion Research – An Application of the Physics of High Temperature Plasmas / R.F. Post // Rev. Mod.Phys. -1956. – V. 28. – P. 338-362.
34. Pierce, J. R. Theory and Design of Electron Beams / J. R. Pierce. D. Van Nostrand Company, Inc., Princeton, New Jersey, 1949. – p. 197.
35. Dehmelt, H. Radiofrequency Spectroscopy of Stored Ions / H. Dehmelt // Adv. At. Mol. Phys. – 1967. – V. 3. – P. 53-72 and 1969. – V. 5 – P. 109-153.
36. Wineland, D. Monolectron Oscillator / D.Wineland, P. Ekstrom and H. Dehmelt // Phys. Rev. Lett. – 1973. – V. 31. – P. 1279-1282.
37. Penning, E.M. Die glimmentladung bei niedrigem druck zwischen koaxialen zylindern in einem axialen magnetfeld / E.M. Penning // Physica. – 1936. – V. 3. – P. 873-894.
38. Paul, W. A new mass spectrometer without magnetic field / W. Paul, H. Steinwedel // Z. Naturforsch. – 1953. – V. 8A. – P. 448-450.
39. Пауль, В. Электромагнитные ловушки для заряженных и нейтральных частиц / В. Пауль // УФН. – 1990. – Т. 160. – С. 109-127.
40. Демельт, Х. Эксперименты с покоящейся изолированной субатомной частицей / Х. Демельт // УФН. – 1990. – Т. 160. – С. 129-139.
41. Владимирский, В.В. Магнитные зеркала, каналы и бутылки для холодных нейтронов / Владимирский В.В. // ЖЭТФ. – 1960. – Т. 39. – С. 1062-1070.

42. Готт, Ю.В. Некоторые новые результаты по удержанию плазмы в магнитной ловушке / Ю.В. Готт, М.С. Иоффе, В.Г. Тельновский // *Ядерный синтез: Дополнение*. – 1962. – Т. 3. – С. 1045-1047.
43. Pritchard, D.E. Neutral Atoms in a Magnetic Trap for Precision Spectroscopy / D.E. Pritchard // *Phys. Rev. Lett.* – 1983. – V. 51. – P. 1336-1339.
44. Dehmelt, H.G. Proposed scheme to catch positrons in a penning trap / H.G. Dehmelt, P.B. Schwinberg, and R.S. Van Dyck // *Int. J. Mass Spectrom. Ion Phys.* – 1978. – V. 26. – P. 107-108.
45. Schwinberg, P.B. Trapping and thermalization of positrons for geonium spectroscopy / P.B. Schwinberg, R.S. Van Dyck, and H.G. Dehmelt // *Phys. Lett. A.* – 1981. – V. 81. – P. 119-120.
46. Schneider, C. Experimental quantum simulations of many-body physics with trapped ions / C. Schneider, D. Porras and T. Schaetz // *Rep. Prog. Phys.* – 2012. – V. 75. – P. 024401.
47. Ландау, Л.Д. Теория поля / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Наука, 1988. – 512 с.
48. Malmberg, J.H. Long-Time Containment of a Pure Electron Plasma / J.H. Malmberg and C.F. Driscoll // *Phys. Rev. Lett.* – 1980. – V. 44. – P. 654-657.
49. Benilan, M.-N. Confinement d'ions par un champ électrique de radiofréquence dans une cage cylindrique / M.-N. Benilan, C. Audoin // *Int. J. Mass Spectr. Ion Phys.* – 1973. – V. 11. – P. 421-432.
50. Gabrielse, G. Cylindrical Penning traps with orthogonalized anharmonicity compensation / G. Gabrielse, F.C. Mackintosh // *Int. J. Mass Spectr. Ion Proc.* – 1984. – V. 57. – P. 1-17.
51. Malmberg, J.H. Properties of Nonneutral Plasma/ J.H. Malmberg and J.S. deGrassie // *Phys. Rev. Lett.* – 1975. – V. 35. – P. 577-580.
52. Brillouin, L. A Theorem of Larmor and Its Importance for Electrons in Magnetic Fields / L. Brillouin // *Phys. Rev.* – 1945. – V. 67. – P. 260-266.
53. Driscoll, C.F. Length-Dependent Containment of a Pure Electron-Plasma Column / C.F. Driscoll, J.H. Malmberg // *Phys. Rev. Lett.* – 1983. – V. 50. – P. 167-170.
54. Major, F.G. Charged Particle Traps / F.G. Major, V.N. Gheorghe, G. Werth. – Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2005. – 354 p.
55. Werth, G. Charged Particle Traps II: Applications / G. Werth, V.N. Gheorghe, F.G. Major. – Verlag Berlin Heidelberg: Springer, 2009. – 275 p.

56. Тарантин, Н.И. Методы измерения атомных масс в ядерной физике. Основа масс-анализа - диспергирование ионов или заряженных частиц / Тарантин Н.И. // ЭЧАЯ. – 1999. – Т. 30. – С. 402-468.
57. Тошек, П.Э. Атомные частицы в ловушках / П.Э. Тошек // УФН. – 1989. – Т.158. – С. 451-497.
58. Миногин, В.Г. Моноионный осциллятор с радиационным охлаждением / В.Г. Миногин // УФН. – 1982. – Т. 137. – С. 173-184.
59. Чу, С. Управление нейтральными частицами / С. Чу // УФН. – 1999. – Т. 169. – С. 274-291.
60. Кеттерле, В. Когда атомы ведут себя как волны. Бозе-эйнштейновская конденсация и атомный лазер / В. Кеттерле // УФН. – 2003. – Т. 173. – С. 1339-1358.
61. Wineland, D.J. Nobel Lecture: Superposition, entanglement, and raising Schrödinger's cat / D.J. Wineland // Rev. Mod. Phys. – 2013. – V. 85. – P. 1103-1114.
62. Райзер, Ю.П. Физика газового разряда. / Ю.П. Райзер. – Долгопрудный: Издательский дом «Интеллект», 2009. – 736 с.
63. Арифов, У.А. Физика медленных позитронов / У.А. Арифов, П.У. Арифов. – Ташкент: Фан, 1971. – 244 с.
64. Measurements of positron-annihilation rates on molecules / K. Iwata et al. // Phys. Rev. A. – 1995. – V. 51. – P. 473-487.
65. Низкотемпературная плазма / Под ред. А.Е. Шейндлина. – М.: Мир, 1967. – 631 с.
66. Друкарев, Г.Ф. Столкновения электронов с атомами и молекулами / Г.Ф. Друкарев. – М.: Наука, 1978. – 256 с.
67. Карнюшин, В.Н. Макроскопические и молекулярные процессы в газовых лазерах / В.Н. Карнюшин, Р.И. Солоухин. – М.: Атомиздат, 1981. – 200 с.
68. Митчнер, М. Частично ионизованные газы / М. Митчнер, Ч. Кругер. – М.: Мир, 1976. – 496 с.
69. Богданов, А.В. Вращательная релаксация в газах и плазме / А.В. Богданов, Г.В. Дубровский, А.И. Осипов. – М.: Энегатоиздат, 1991. – 216 с.
70. Coleman, P.G. Rotational excitation and momentum transfer in slow positron-molecule collisions / P.G. Coleman, T.C. Griffith and G.R. Heyland // J. Phys. B: At. Mol. Phys. – 1981. – V.14. – P. 2509-2517.

71. Елецкий, А.В. Явления переноса в слабоионизованной плазме / А.В. Елецкий, Л.А. Палкина, Б.М. Смирнов . – М.: Атомиздат, 1975. – 336 с.
72. Murphy, T.J. Positron trapping in an electrostatic well by inelastic collisions with nitrogen molecules / T.J. Murphy and C.M. Surko // *Phys. Rev. A.* – 1992. – V. 46. – P. 5696-5705.
73. Greaves, R.G. Compression of trapped positrons in a single particle regime by a rotating electric field / R.G. Greaves and J.M. Moxom // *Phys. Plasmas.* – 2008. – V.15. – P. 072304 [6 pages].
74. Danielson, J.R. High-Density Fixed Point for Radially Compressed Single-Component Plasmas / J.R. Danielson, C.M. Surko, and T.M. O’Neil // *Phys. Rev. Lett.* – 2007. – V. 99. – P. 135005 [4 pages].
75. Trivelpiece, W. Space Charge Waves in Cylindrical Plasma Columns / W. Trivelpiece and R.W. Gould // *J. Appl. Phys.* – 1959. – V. 30. – P. 1784-1793.
76. Anderegg F., Rotating Field Confinement of Pure Electron Plasmas Using Trivelpiece-Gould Modes / F. Anderegg, E.M. Hollmann, and C.F. Driscoll // *Phys. Rev. Lett.* – 1998. – V. 81. – P. 4875-4878.
77. Isaac, C.A. Compression of Positron Clouds in the Independent Particle Regime / C.A. Isaac, C.J. Baker, T. Mortensen // *Phys. Rev. Lett.* – 2011. – V. 107. – P. 033201 [4 pages].
78. Brown, L.S. Geonium theory: Physics of a single electron or ion in a Penning trap / L.S. Brown, G. Gabrielse // *Rev. Mod. Phys.* – 1986. – V. 58. – P. 233-311.
79. Savard, G. A new cooling technique for heavy ions in a Penning trap / G. Savard et al. // *Phys. Lett. A.* – 1991. – V. 158. – P. 247-252.
80. Danielson, J.R. Radial compression and torque-balanced steady states of single-component plasmas in Penning-Malmberg traps / J.R. Danielson, and C.M. Surko // *Phys. Plasmas.* – 2006. – V. 13. – P. 055706 [10 pages].
81. Methods for optimization of the dynamics of the storage of positrons in the Surko trap / M.K. Eseev et al. // *COOL'11 Contributions to the Proceedings Workshop on Beam Cooling and Related Topics.* Murren: JACoW. – 2011. – P 81-84.
82. Модифицированный бетатрон / И.Н. Мешков и др. // *ЭЧАЯ.* – 2005. – Т.36. – С. 1071-1133.
83. Positron storage ring for positronium and antihydrogen generation in flight. The LEPTA project / I. Meshkov et.al. // *NUCL. INSTR. METH. B.* – 2004. – V. 214. – P. 186-190.

84. Новое развитие экспериментальных исследований физики позитрония / А.Ю. Рудаков, М.К. Есеев, А.Г. Кобец и др. // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные и точные науки». – 2010. – № 1. – С. 105-120.
85. Развитие проекта LEPTA / Е.В. Ахманова, В.Ф. Быковский, М.К. Есеев и др. // Письма в ЭЧАЯ. – 2010. – Т. 7. – С. 814-820.
86. Окунь, Л.Б. Зеркальные частицы и зеркальная материя: 50 лет гипотез и поисков/ Л.Б. Окунь // УФН. – 2007. – Т. 177. – С. 397-406.
87. Мешков, И.Н. Экспериментальные исследования физики антиводорода и позитрония. Проблемы и возможности / И.Н. Мешков // ЭЧАЯ. – 1997. – Т. 28. – С. 495-540.
88. Девидсон, Р. Теория заряженной плазмы / Р. Девидсон. – М.: Мир, 1978. – 216 с.
89. Surko, С.М. Positron Plasma in the Laboratory / С.М. Surko, М. Leventhal, and А. Passner // Phys. Rev. Lett. 1989. – V. 62. –P. 901-904.
90. Steady-State Confinement of Non-neutral Plasmas by Rotating Electric Fields / X-P. Huang et al. // Phys. Rev. Lett. – 1997. – V. 78. – P. 875-878.
91. Greaves, R.G. Inward Transport and Compression of a Positron Plasma by a Rotating Electric Field / R.G. Greaves, С.М. Surko // Phys. Rev. Lett. – 2000. – V. 85. – P. 1883-1886.
92. Compression of Antiproton Clouds for Antihydrogen Trapping / G.B. Andresen, et al. // Phys. Rev. Lett. – 2008. – V. 100. – P. 203401 [5 pages].
93. Comparisons of Positron and Electron Binding to Molecules / Danielson J.R., Jones A.C.L., Natisin M.R. and Surko С.М. // Phys. Rev. Lett. – 2012. – V. 109. – P. 113201 [4 pages].
94. Яковенко, С.Л. Импульсный инжектор позитронов низкой энергии: дисс. ...канд. физ.-мат. наук: 01.04.20 / Яковенко Сергей Леонидович. – Дубна, 2007. – 75 с.
95. The LEPTA facility for fundamental studies of positronium physics and positron spectroscopy / А.А. Sidorin, Е. Ahmanova, М. Eseev et al. // Materials Science Forum. – 2013. – V. 733. – P. 291-296.
96. Positron annihilation spectroscopy at LEPTA facility / А.А. Sidorin, Е. Ahmanova, М. Eseev et al. // Materials Science Forum. – 2013. – V. 733. – P. 322-325.
97. Исследование резонансов частот вращающегося поля при накоплении позитронов в ловушке Сурко установки LEPTA /

- М.К. Есеев и др. // Вестник Поморского университета. Серия «Естественные и точные науки». – 2008. – № 4. – С. 50-57.
98. Исследование накопления заряженной плазмы в ловушке с вращающимся электрическим полем установки ЛЕРТА / М.К. Есеев и др. // Физика плазмы. – 2013. – Т. 39. – С. 883-890.
  99. Conversi, M. On the Disintegration of Negative Meson / M. Conversi, E. Pancini, and O. Piccioni // Phys. Rev. – 1947. – V. 71. – P. 209-210.
  100. Wheeler, J.A. Mechanism of Capture of Slow Mesons / J.A. Wheeler // Phys. Rev. – 1947. – V. 71. – P. 320-321.
  101. Fermi, E. The Capture of Negative Mesotrons in Matter / E. Fermi, E. Teller // Phys. Rev. – 1947. – V. 72. – P. 399-408.
  102. Герштейн, С.С. Ядерные реакции в холодном водороде. I. Мезонный катализ / С.С. Герштейн, Я.Б. Зельдович // УФН. – 1960. – Т. 71. – С. 581-630.
  103. Герштейн, С.С. Мезоатомные процессы и модель больших мезомолекул / С.С. Герштейн, В.Н. Петрухин, Л.И. Пономарев, Ю.Д. Прокошкин // УФН. – 1969. – Т. 97. – С. 3-36.
  104. Бархоп, Э. Экзотические атомы / Э. Бархоп // УФН. – 1972. – Т. 106. – С. 527-548.
  105. Кириллов-Угрюмов, В.П. Атомы и мезоны / В.П. Кириллов-Угрюмов, Ю.П. Никитин, Ф.М. Сергеев. – М.: Наука, 1980. – 216 с.
  106. Балашов, В.В. Поглощение мезонов атомными ядрами / В.В. Балашов, Г.Я. Коренман, Р.А. Эрамжян. – М.: Наука, 1978. – 294 с.
  107. Muon Physics / ed. by V.W. Hughes, C.S. Wu. – NY: Academic Press, 1975. V. 1-3.
  108. Scheck, F. Leptons, Hadrons and Nuclei / F. Scheck. – North-Holland, Amsterdam, 1983. – 388 p.
  109. Бакенштосс, Г. Пионные атомы / Г. Бакенштосс // УФН. – 1972. – Т. 107. – С. 405-438.
  110. Бетти, С.Дж. Экзотические атомы / С.Дж. Бетти // ЭЧАЯ. – 1982. – Т. 13. – С. 164-232.
  111. Batty, C.J. Antiprotonic-hydrogen atoms / C.J. Batty // Rep. Progr. Phys. – 1989. – V. 52. – P. 1165-1216.
  112. Batty, C.J. Strong interaction physics from hadronic atoms / C.J. Batty, E. Friedman, A. Gal // Phys. Rep. – 1997. – V. 287. – P. 385-445.

113. Меньшиков, Л.И. Некоторые вопросы физики экзотических атомов / Л.И. Меньшиков, М.К. Есеев // УФН. – 2001. – Т. 171. – С. 149-185.
114. Меньшиков, Л.И. Состояние исследований по «холодному» антиводороду / Л.И. Меньшиков, Р. Ландуа // УФН. – 2003. – Т. 173. – С. 233-263.
115. Magnus, W. On the exponential solution of differential equations for a linear operator / W. Magnus // Commun. Pure Appl. Math. – 1954. – V. 7. – P. 649-673.
116. Pechukas, P. On the Exponential Form of Time-Displacement Operators in Quantum Mechanics / P. Pechukas, J.C. Light // Chem. Phys. – 1966. – V. 44. – P. 3897-3912.
117. Alder, K. On the theory of multiple coulomb excitation with heavy ions / K. Alder, A. Winther. – Kobenhavn: Ejnar Munksgaard, 1960. – 72p. (Mat. Fys. Medd. Dan. Vid., Selsk. 32; no. 8).
118. Alder K. Reactions between complex nuclei / K. Alder: ed. by A. Chiorso, R.M. Diamond, E. Conzett. – Berkley: University of California Press, 1963. – 253 p.
119. Takayanagi, K. Vibrational and Rotational Transitions in Molecular Collisions / K. Takayanagi // Prog. Theor. Phys. Suppl. – 1963. – V. 25. – P. 1- 98.
120. Матвеев, В.И. Столкновения быстрых многозарядных ионов с атомами / В.И. Матвеев // ЭЧАЯ. – 1995. – Т. 26. – С. 780-820.
121. Матвеев, В.И. Непертурбативные методы в теории столкновений быстрых тяжёлых ионов с атомами и молекулами / В.И. Матвеев, Д.Н. Макаров. – Архангельск: С(А)ФУ, 2012. – 153 с.
122. Дыхне, А.М. „Встряхивание“ квантовой системы и характер стимулированных им переходов / А.М. Дыхне, Г.Л. Юдин // УФН. – 1978. – Т. 125. – С. 377-407.
123. Дыхне, А.М. Вынужденные эффекты при „встряске“ электрона во внешнем электромагнитном поле / А.М. Дыхне, Г.Л. Юдин // УФН. – 1977. – Т. 121. – С. 157-168.
124. Персиваль, И.С. Атомы в астрофизике. / И.С. Персиваль: под ред. Ф.Г. Берка, В.Б. Эйспера, Д.Г. Хаммера, И.С. Персиваля. – М.: Мир, 1988. – С. 87-113.
125. Eichler, J. Magnus approximation for K-shell ionization by heavy-ion impact / J. Eichler // Phys. Rev. A. – 1977. – V. 15. – P. 1856-1862.

126. Юдин, Г.Л. Кулоновская ионизация атома быстрым многозарядным ионом / Г.Л. Юдин // ЖЭТФ. 1981. – Т. 80. – С. 1026- 1037.
127. Toshima, N. Direct reactions in relativistic atomic collisions and the influence of Coulomb boundary conditions / N. Toshima, J. Eichler // Phys. Rev. A. – 1990. – V. 42. – P. 3896-3900.
128. Salop, A. Sudden approximation cross sections for ionisation of H atoms by energetic  $C^{6+}$  and  $He^{2+}$  impact / A. Salop, J.H. Eichler // J. Phys. B: At. Mol. Phys. – 1979. – V. 12. – P. 257-264.
129. Матвеев, В.И. Неупругие процессы при столкновениях релятивистских многозарядных ионов с атомами / В.И. Матвеев, М.М. Мусаханов // ЖЭТФ. – 1994. – Т. 105. – С. 280-287.
130. Герштейн, С.С. Мюонный катализ и ядерный бридинг / С.С. Герштейн, Ю.В. Петров, Л.И. Пономарев // УФН. – 1990. – Т. 160. – С. 3-46.
131. Меньшиков, Л.И. Современное состояние мюонного катализа ядерных реакций синтеза / Л.И. Меньшиков, Л.Н. Сомов // УФН. – 1990. – Т. 160. – С. 47-103.
132. Muon sticking to helium in the muon catalyzed fusion  $dd\mu \rightarrow \mu^3He + n$  / Bogdanova L.N., Markushin V.E., Melezhik V.S. et al. // Phys.Lett. B. – 1985. – V. 161. – P. 1-4.
133. Markushin, V.E. Sticking and stripping in the muon catalyzed fusion / V.E. Markushin // Muon Cat. Fusion. – 1988. – V. 3. – P. 395-420.
134. Observation of unexpected density effects in muon-catalyzed d-t fusion / S.E. Jones, A.N. Anderson, A.J. Caffrey et al. // Phys. Rev. Lett. – 1986. – V. 56. – P. 588-591.
135. Insights on  $d \mu t$  sticking from  $d \mu d$  stripping and  $\mu, ^3He$  capture / T. Case, D.V. Balin, W.H. Breunlich et al. // Нур. Int. – 1999. – V. 118. – P. 197-202.
136. New experimental results on muon catalyzed dt fusion / C. Petitjean, P. Ackerbauer, W.H. Breunlich et al. // Muon Cat. Fusion. – 1988. – V. 2. – P. 37-52.
137. Герштейн, С.С. Кинетика процессов мюонного катализа в смеси дейтерия и трития / С.С. Герштейн, Ю.В. Петров, Л.И. Пономарев и др. // ЖЭТФ. – 1980. – Т. 78. – С. 2099-2111.
138. Cohen, J.S. Stripping of  $\mu^-$  from  $a\mu$  after muon-catalyzed fusion: Effect of target structure / J.S. Cohen // Phys. Rev. A. – 1987. – V. 35. – P. 1419-1422.

139. Cohen, J.S. Charge transfer and ionization in collisions of  $\alpha\mu$  with all elements / J.S. Cohen // *Phys. Rev. A.* – 1988. – V. 37. – P. 2343-2348.
140. J.H. Doede / *Muon Reactions in Liquid Hydrogen and Liquid Deuterium* // *Phys. Rev.* – 1963. – V. 132. – P. 1782-1799.
141. Матвеев, В.И. Кратные столкновения быстрого мезоатома с двухатомной молекулой / В.И. Матвеев, С.В. Рябченко // *Известия вузов. Физика.* – 2005. – Т. 48, № 5. – С. 30-33.
142. Salvat, F. Analytical Dirac-Hartree-Fock-Slater screening function for atoms ( $Z=1-92$ ) / F. Salvat, J.D. Martinez, R. Mayol and J. Parellada, *Phys. Rev. A.* – 1987. – V. 36. – P. 467-474.
143. Ландау, Л.Д. Квантовая механика. Нерелятивистская теория / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – М.: Н., 1974. – 768 с.
144. Bracci, L. Some aspects of the muon catalysis of d-t fusion / L. Bracci and G. Fiorentini // *Nucl. Phys. A.* – 1981. – V. 364. – P. 383-407.
145. Мотт, Н.Ф. Теория атомных столкновений / Н.Ф. Мотт, Г. Месси. – 3-е изд. – М.: Мир, 1969. – 756 с.
146. Dolder, K.T. Measurement of the Ionization Cross-Section of Helium Ions by Electron Impact / K. T. Dolder, M. F. A. Harrison, and P. C. Thonemann // *Proc. R. Soc. Lond. A.* – 1961 – V. 264 – P. 367-378.
147. Angel, G.C. Ionisation and charge transfer in fast  $H^+ - He^+$  collisions: further measurements of improved accuracy / G.C. Angel, K.F. Dunn, E.C. Sewell, and H.B. Gilbody // *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* – 1978. – V. 11. – P. L49-L53.
148. Angel, G.C. Charge transfer and ionisation in fast  $H^+ - He^+$  collisions: further measurements using a coincidence technique / G.C. Angel, E.C. Sewell, K.F. Dunn, and H.B. Gilbody, *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* – 1978. – V. 11. – P. L297-L300.
149. Rice, G.B. Extended Tables for Planewave Born Approximation Calculation of Direct Coulomb Ionization of the K-Shell by Charged Particles / G.B. Rice, G. Basbas, and F.D. McDaniel // *Atomic Data and Nuclear Data Tables.* – 1977. – V. 20. – P. 503-511.
150. Пономарев, Л.И. Вероятность стряхивания мю-мезонов при торможении мезоатомов  $(\mu He)^+$  в веществе / Л.И. Пономарев, Н.П. Попов, Л.И. Пресняков и др. // *ЖЭТФ.* – 1981. – Т. 80. – С. 1690-1699.
151. Дыхне, А.М. Внезапные возмущения и квантовая эволюция / А.М. Дыхне, Г.Л. Юдин. – М.: Редакция журнала «Успехи физических наук», 1996. – 432 с.

152. Матвеев, В.И. Потери энергии быстрыми структурными ионами при кратных столкновениях с двухатомными молекулами / В.И. Матвеев, Е.С. Гусаревич, С.В. Рябченко, Д.Н. Макаров // Письма в ЖЭТФ. – 2008. – Т. 88, № 4. – С. 268–275.
153. Hayano, R.S. 20 years of antiprotonic helium. Overview and history / R.S. Hayano // *Hyp. Int.* – 2012. – V. 209, I. 1-3. P. 9-14.
154. Two-photon laser spectroscopy of antiprotonic helium and the antiproton-to-electron mass ratio / M. Hori et al. // *Nature*. – 2011. – V. 475. – P. 484-488.
155. Hori M. Two-photon laser spectroscopy of antiprotonic helium / M. Hori // *Int. J. Mod. Phys. E*. – 2013. – V. 22. – P. 1330024 [11 pages].
156. Men'shikov, L.I. Ionic model of long-lived antiprotonic states in helium / L.I. Men'shikov, M.K. Eseev // *Hyp. Int.* – 2001. – V. 138. – P. 167-169.
157. Есеев М.К. Расчет сечений тушения метастабильности антипротонов в гелии атомарными и молекулярными примесями / М.К. Есеев // Вестник Поморского университета. Серия. Естественные и точные науки. – 2002. – № 2. – С. 46-51.
158. Condo, G.T. On the absorption of negative pions by liquid helium / G.T. Condo // *Phys. Lett.* – 1964. – V. 9. – P. 65-66.
159. Russel, J.E. Interactions of an  $\alpha K^-e^-$  Atom with a He Atom / J.E. Russel // *Phys. Rev.* – 1969. – V.188. – P.187-197.
160. Formation of long-lived gas-phase antiprotonic helium atoms and quenching by H<sub>2</sub> / T. Yamazaki, E. Widmann, R.S. Hayano et al. // *Nature*. – 1993. – V. 361. – P. 238-240.
161. X-ray transitions from antiprotonic noble gases / D. Gotta, K. Rashid, B. Fricke et al. // *Eur. Phys. J. D*. – 2008. – V. 47. – P. 11-26.
162. Ketzer, B. Quenching of metastable states of antiprotonic helium by foreign gas admixtures / B. Ketzer // *Hyp. Int.* – 1999. V. 119. – P. 221-226.
163. Influence of oxygen admixtures on the lifetime of metastable antiprotonic helium atoms / R. Pohl et al. // *Phys. Rev. A*. – 1998. – V. 8. – P. 4406-4415.
164. Obreshkov, B.D. Collisional quenching of antiprotonic helium atoms in gaseous helium / B.D. Obreshkov, D.D. Bakalov, B. Lepetit, K. Szalewicz // *Phys. Rev. A*. – 2004. – V. 69. – P. 042701 [6 pages].
165. Korenman, G.Ya. Collisional processes in exotic atoms / Korenman G.Ya. // *Hyp. Int.* – 2012. – V. 209, I. 1-3. – P. 15-20.

166. Радциг, А.А. Параметры атомов и атомных ионов / А.А. Радциг, Б.М. Смирнов. – М.: Энергоатомиздат, 1986. – 344 с.
167. Korobov, V.I. Auger transition rates for metastable states of antiprotonic helium  $\text{He}+p^-$  / V.I. Korobov, I. Shimamura // *Phys. Rev. A.* – 1997. – V. 56. – P. 4587-4594.
168. Quenching of metastable states of antiprotonic helium atoms by collisions with  $\text{H}_2$  molecules / B. Ketzner et al. // *J. Chem. Phys.* – 1998. – V. 109. – P. 424-431.
169. Laser spectroscopic studies of state-dependent collisional quenching of the lifetimes of metastable antiprotonic helium atoms / Hori M. et al. // *Phys. Rev. A.* – 1998. V. 57. – P. 1698-1712; Erratum: *Phys. Rev. A.* – 1998. V. 58. – P. 1612-1627.
170. Ахманов, С.А. Оптика фемтосекундных лазерных импульсов / С.А. Ахманов, В.А. Выслоух, А.С. Чиркин. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1988. – 312 с.
171. Коротеев, Н.И. Физика мощного лазерного излучения / Н.И. Коротеев, И.Л. Шумай. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1991. – 312 с.
172. Ким, А.В. От фемтосекундных к аттосекундным импульсам / А.В. Ким, М.Ю. Рябикин, А.М. Сергеев // *УФН.* – 1999. – Т. 169. – С. 58-66.
173. *Extreme Photonics and Applications* / edited by Trevor J. Hall and Sergey V. Gaponenko. – Berlin: Springer. – 2010. 250 p.
174. Pfeifer, T. Femtosecond x-ray science / T. Pfeifer, C. Spielmann, G. Gerber // *Rep. Prog. Phys.* – 2006. – V. 69. – P. 443-505.
175. Mourou, G. A. Ultrahigh-Intensity Lasers: Physics of the Extreme on a Tabletop / Mourou G. A., Barty C.P.J., Perry M.D. // *Phys. Today.* – 1998. – V. 51, № 1. – P. 22-30.
176. Чекалин, С.В. Уникальный фемтосекундный спектрометрический комплекс как инструмент для ультрабыстрой спектроскопии, фемтохимии и нанооптики / С.В. Чекалин // *УФН.* – 2006. – Т. 176. – С. 657-664.
177. Electron localization following attosecond molecular photoionization / G. Sansone, F. Kelkensberg, J.F. Pérez-Torres et al. // *Nature.* – 2010. – V. 465. – P. 763-766.
178. Крюков, П.Г. Лазеры ультракоротких импульсов / П.Г. Крюков // *Квантовая электроника.* – 2001. – Т. 31. – С. 95-119.
179. Крюков, П.Г. Фемтосекундные импульсы / П.Г. Крюков. – М.: Физматлит, 2008. – 208 с.

180. Саркисов, О.М. Фемтохимия / О.М. Саркисов, С.Я. Уманский // Успехи химии. – 2001. – Т. 70. – С. 515-538.
181. Козлов, С.А. Основы фемтосекундной оптики / С.А. Козлов, В.В. Самарцев. – М.: Физматлит, 2009. – 292 с.
182. Давыдов, А.С. Квантовая механика / А.С. Давыдов. – М.: Наука, 1973. – 704 с.
183. Минкин, В.И. Теория строения молекул / В.И. Минкин, Б.Я. Симкин, Р.М. Миняев. – Ростов-на-Дону: Изд. “Феникс”, 1997. – 560 с.
184. Hylleraas, E.A. Uber den Grundzustand des Heliumatoms / E.A. Hylleraas // Zeit. für Phys. – 1928. – V. 48. P. 429-494.
185. David, C.W. Compact  $1^1S$  helium wave functions / C.W. David // Phys. Rev. A. – 2006. – V. 74, № 1. – P. 014501 [2 pages]; Erratum: Phys. Rev. A. – 2006. – V. 74, № 5. – P. 059904.
186. Bartlett, J.H. The Normal Helium Atom / J.H. Bartlett, J.J. Gibbons, C.G. Dunn // Phys. Rev. – 1935. – V. 47. – P. 679-680.
187. Ancarani, L.U. A simple parameter-free wavefunction for the ground state of two-electron atoms / L.U. Ancarani, K.V. Rodriguez and G. Gasaneo // J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys. – 2007. – V. 40. – P. 2695-2702.
188. Бете, Г. Квантовая механика атомов с одним и двумя электронами / Г. Бете, Э. Солпитер. – М.: ГИФМЛ, 1960. – 565 с.
189. Green, L.C. Correlation Energy in the Ground State of He I / L.C. Green, M.M. Mulder, P.C. Milner // Phys. Rev. – 1953. – V. 91. – P. 35-39.
190. Sech, C. Le. Accurate analytic wavefunctions for two-electron atoms / C. Le. Sech // J. Phys. B: At. Mol. Phys. – 1997. – V. 30. – P. L47-L50.
191. Ферми, Э. Научные труды / Э. Ферми. – М.: Наука, 1971. – Т. 1, 2.
192. Gribakin, G.F. Application of the zero-range potential model to positron annihilation on molecules / G.F. Gribakin, C.M.R. Lee // Nucl. Instr. and Meth. B. – 2006. – V. 247. – P. 31-37.
193. Демков, Ю.Н. Метод потенциалов нулевого радиуса в атомной физике / Ю.Н. Демков, В.Н. Островский. – Ленинград: Изд. Ленинградского университета, 1975. – 240 с.
194. Смирнов, Б.М. Отрицательные ионы / Б.М. Смирнов. – М.: Атомиздат, 1978. – 176 с.
195. Базь, А.И. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике / А.И. Базь, Я.Б. Зельдович, А.М. Переломов. – М.: Наука, 1966. – 340 с.

196. Киян, И.Ю. Исследование нелинейного фотораспада отрицательных ионов методом скрещенных пучков: препринт / И.Ю. Киян, В.И. Тугушев. – М.: ФИАН, 1983. – 33 с.
197. Photoelectron angular distributions from photodetachment of negative ions in strong laser fields / L. Bai et al. // *J. Phys.: Conf. Ser.* – 2011. – V. 276. – P. 012012 [6 pages].
198. Dimitrovski, D. Detachment from negative ions by an electric pulse: from symmetric to fully asymmetric momentum distribution / D. Dimitrovski, E.A. Solov'ev // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2008. – V. 41. – P. 215003 [5 pages].
199. Есеев, М.К. Электронные спектры ионизации отрицательных ионов аттосекундными импульсами электромагнитного поля / Есеев М.К., Матвеев В.И., Юлкова В.М. // *Вестник Поморского университета. Серия. Естественные науки.* – 2011. – № 3. – С. 90-94.
200. Есеев, М.К. Ориентационные эффекты при отрыве слабосвязанного электрона от молекулярных анионов полем ультракороткого импульса / М.К. Есеев, В.И. Матвеев, В.М. Юлкова // *Письма в ЖТФ.* – 2014. – Т.40, №2. – С. 16-22.
201. Baltenkov, A.S. Nondipole effects in the photoabsorption of electrons in two-centre zero-range potentials / A.S. Baltenkov, V.K. Dolmatov, S.T. Manson and A.Z. Msezane // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2004. – V. 37. – P. 3837-3846.
202. Матвеев, В.И. Электронные переходы и излучение атома при взаимодействии с ультракоротким импульсом электромагнитного поля / В.И. Матвеев // *Письма в ЖТФ.* – 2002. – Т. 28, № 20. – С. 80–86.
203. Есеев, М.К. Исследование аналитических волновых функций двухэлектронных систем в динамических взаимодействиях с многозарядными ионами и ультракороткими импульсами электромагнитного поля / М.К. Есеев, В.И. Матвеев // *ЖТФ.* – 2008. – Т. 78, № 8. – С. 28–33.
204. Rich, A. Recent experimental advances in positronium research / A. Rich // *Rev. Mod. Phys.* – 1981. – V. 53. – P. 127-165.
205. Deutsch, M. Evidence for the Formation of Positronium in Gases / M. Deutsch // *Phys. Rev.* – 1951. – V. 82. – P. 455-456.
206. Experiments with a High-Density Positronium Gas / D.B. Cassidy et al. // *Phys. Rev. Lett.* – 2005. – V. 95. – P. 195006 [4 pages].

207. Madsen, L.B. Excitation and ionization of positronium by 50–100 fs laser pulses / L.B. Madsen, L.A.A. Nikolopoulos and P. Lambropoulos // *Hyp. Int.* – 2000. – V. 127. – P. 185-188. `
208. Madsen, L.B. Extracting generalized multiphoton ionization cross-sections from nonperturbative time-dependent calculations: An application in positronium / L.B. Madsen, L.A.A. Nikolopoulos and P. Lambropoulos // *Eur. Phys. J. D.* – 2000. – V. 10. – P. 67-79.
209. Madsen, L.B. Positronium in laser fields / L.B. Madsen // *Nucl. Instr. and Meth. B.* – 2004. – V. 221. – P. 174-181.
210. Rodriguez, V.D. Positronium ionization by short UV laser pulses: Splitting of the ATI peaks by Rabi oscillations / V.D. Rodriguez // *Nucl. Instr. and Meth. B.* – 2006. – V. 247. – P. 105-110.
211. Borbely, S. Interaction of intense short laser pulses with positronium / S. Borbely, K. Tokesi, L. Nagy // *Nucl. Instr. Meth. B.* – 2009. – V. 267. – P. 386-389.
212. Holt, A.R. Matrix elements for bound-free transitions in atomic hydrogen / A.R. Holt // *J. Phys. B: At. Mol. Phys.* – 1969. – V. 2. – P. 1209-1213.
213. Dimitrovski, D. Ionization and Recombination in Intense, Short Electric Field Pulses / D. Dimitrovski, E.A. Solov'ev and J.S. Briggs // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V. 93. – P. 083003 [4 pages].
214. Dimitrovski, D. Ionization of negative ions and atoms by electric pulses: zigzag dependence on pulse duration / D. Dimitrovski, E.A. Solov'ev // *J. Phys. B: At. Mol. Opt. Phys.* – 2006. – V. 39. P. 895-903.
215. Moreno, M.P. Comparative analysis in the frequency domain of the resonant interaction between an ultrashort pulse train and a two-level system / M.P. Moreno, S.S. Vianna / *Opt. Comm.* – 2014. – V. 313 – P. 113–118.
216. Golovinski, P.A. Scattering of ultrashort laser pulse by atomic systems / Golovinski P.A., Mikhailov E.M. // *Laser Phys. Lett.* – 2006. – V. 5. – P. 259-262.
217. Astapenko, V.A. Change of ultra-short laser pulse shape after scattering by a nanosphere in dielectric matrix / V.A. Astapenko, V.A. Bagan // *J. Mod. Opt.* – 2013. – V. 60. – P. 731-736.
218. Головинский, П.А. Нелинейное томсоновское рассеяние ультракороткого лазерного импульса / П.А. Головинский, Е.А. Михин // *ЖЭТФ.* – 2011. – Т. 140. – С. 627-636.

219. Molecular internal dynamics studied by quantum path interferences in high order harmonic generation / A. Zaïr et al. // *Chem. Phys.* – 2013 – V. 414. – P. 184-191.
220. Желтиков, А.М. Комбинационное рассеяние света в фемто- и аттосекундной физике / А.М. Желтиков // *УФН.* – 2011. – Т. 181. – С. 33-58.
221. Делоне, Н.Б. Многофотонный распад отрицательных ионов с электроном в s-состоянии: препринт / Н.Б. Делоне, Ю.И. Киян, В.П. Крайнов и др. – М.: ФИАН, 1984. – 20 с.
222. Frolov, M.V. Model-Independent Quantum Approach for Intense Laser Detachment of a Weakly Bound Electron / M.V. Frolov, N.L. Manakov, E.A. Pronin // *Phys.Rev.Lett.* – 2003. – V. 91. – P. 053003 [4 pages].
223. Матвеев, В.И. Излучение и электронные переходы при взаимодействии атома с ультракоротким импульсом электромагнитного поля / В.И. Матвеев // *ЖЭТФ.* – 2003. – Т. 124, № 5(11). – С. 1023–1029.
224. Есеев, М.К. Исследование корреляционных эффектов при переизлучении атомом гелия ультракоротких импульсов электромагнитного поля / М.К. Есеев, В.И. Матвеев // *Опт. и спектр.* – 2008. – Т. 104, № 6. – С. 885–894.
225. Есеев, М.К. Спектры переизлучения при взаимодействии атомов с ультракороткими импульсами электромагнитного поля / М.К. Есеев, В.И. Матвеев, Н.В. Абикулова // *Опт. и спектр.* – 2009. – Т. 106, № 2. – С. 231–236.
226. Гадамский, О.Н. Поляризуемые поля в атоме позитрония при излучении или поглощении оптических фотонов / О.Н. Гадамский, С.Г. Моисеев // *ЖЭТФ.* – 1998. – Т. 113. – С. 471-488.
227. Henrich, B. Positronium in Intense Laser Fields / B. Henrich, K.Z. Hatsagortsyan and C.H. Keitel // *Phys. Rev. Lett.* – 2004. – V. 93. – P. 013601 [4 pages].
228. Kaliman, Z. Compton scattering from positronium and validity of the impulse approximation / Z. Kaliman, K. Pisk, R.H. Pratt // *Phys. Rev. A.* – 2011. – V. 83. – P. 053406 [8 pages].
229. Astapenko, V.A. Simple formula for photoprocesses in ultrashort electromagnetic field / V.A. Astapenko // *Phys. Lett. A.* – 2010. – V. 374. – P. 1585-1590.
230. Есеев, М.К. Перерассеяние ультракороткого импульса на атомарных и молекулярных анионах в модели потенциалов

- нулевого радиуса / М.К. Есеев, В.И. Матвеев, В.М. Юлкова // Опт. и спектр. – 2011.– Т. 111, № 3. – С. 360-363.
231. Есеев, М.К. Взаимодействие аттосекундного импульса с отрицательными атомарными и молекулярными ионами / М.К. Есеев, В.И. Матвеев, В.М. Юлкова // ЖТФ. – 2012. – Т. 82, №11 – С. 130-132.
232. Матвеев, В.И. Спектры переизлучения и эффекты интерференции при взаимодействии многоатомных мишеней с ультракороткими импульсами электромагнитного поля / В.И. Матвеев, Д.У. Матрасулов // Письма в ЖЭТФ. – 2012. – Т. 96, № 10. – С. 700-705.
233. Макаров, Д.Н. Эффекты интерференции при переизлучении ультракоротких импульсов электромагнитного поля многоатомными системами / Д.Н. Макаров, В.И. Матвеев // ЖЭТФ. – 2013. – Т. 144. – С. 905-913.
234. Есеев, М.К. Неупругие процессы и эффекты интерференции при взаимодействии позитрония с ультракороткими импульсами электромагнитного поля / М.К. Есеев, В.И. Матвеев // ЖЭТФ. – 2013. – Т. 144. – С. 943-950.
235. Astapenko, V. Polarization Bremsstrahlung on Atoms, Plasmas, Nanostructures and Solids / V. Astapenko. – Berlin: Springer. 2013. – 94 p.
236. Головинский, П.А. Фотоотрыв электрона коротким импульсом / П.А. Головинский, А.А. Дробышев // Письма в ЖТФ. – 2012. – Т. 38, № 6. – С. 37-44.
237. Амусья, М.Я. Поляризационное тормозное излучение при столкновениях быстрых ионов с многоатомными мишенями / М.Я. Амусья, В.И. Матвеев // Письма в ЖЭТФ. – 2013. – Т. 97. – С. 443-446.
238. Time-resolved measurements with intense ultrashort laser pulses: a 'molecular movie' in real time / A. Rudenko, Th. Ergler, B. Feuerstein et al. // J. Phys.: Conf. Ser. – 2007. – V. 88. – P. 012050 [8 pages].
239. Geometrical dependence in photoionization of  $H_2^+$  in high-intensity, high-frequency, ultrashort laser pulses / S. Selsto, J.F. McCann, M. Forre et al. // Phys. Rev. A. – 2006. – V.73. – P. 033407 [8 pages].
240. Nikolopoulos, L.A.A. Three-dimensional time-dependent Hartree-Fock approach for arbitrarily oriented molecular hydrogen in strong electromagnetic fields / L.A.A. Nikolopoulos, T.K. Kjeldsen and L.B. Madsen // Phys. Rev. A. – 2007. – V. 76. – P. 033402 [13 pages].

241. Della, Picca R. Geometrical dependence of molecular-frame photoelectron emission from  $H_2^+$  / Picca R. Della, P.D. Fainstein and M.L. Martiarena // *Phys. Rev. A.* – 2007. – V. 75. – P. 032710 [6 pages].
242. Комаров, И.В. Сфероидальные и кулоновские сфероидальные функции / И.В. Комаров, Л.И. Пономарев, С.Ю. Славянов. – М.: Наука, 1976. – 320 с.
243. Делоне, Н.Б. Ориентация и фокусировка молекул и молекулярных ионов в поле лазерного излучения / Н.Б. Делоне, В.П. Крайнов, М.А. Сухарев // *Труды Института Общей Физики РАН.* – 2000. – Т. 57. – С. 27-58.
244. Градштейн, И.С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И.С. Градштейн, И.М. Рыжик. – М.: Физматгиз, 1963. – 1100 с.
245. Feynman, R.P. Space-Time Approach to Quantum Electrodynamics / R.P. Feynman // *Phys. Rev.* – 1949. – V. 76. – P. 769-789.
246. Берестецкий, В.Б. Квантовая электродинамика. Т. IV. / В.Б. Берестецкий, Е.М. Лифшиц, Л.П. Питаевский. – Издание 4-е, исправленное. – М.: Физматлит, 2002. – 720 с.

## Приложения

### Приложение А

#### Список принятых сокращений и соотношения между единицами

ВФ – волновая(ые) функция(и)

ОИ – отрицательный(ые) ион(ы)

КЭД – квантовая электродинамика

ПВВ – приближение внезапных возмущений

ПНР – модель потенциалов нулевого радиуса

УКИ – ультракороткие импульсы электромагнитного поля

УШ – уравнение Шрёдингера

ЭА – экзотические атомы

ЭАМС – экзотические атомные и молекулярные системы

а.е. – атомная единица ( $m_e = \hbar = e = 1$ , а.у. – atom unit)

м.а.е. – мезоатомная единица ( $m_\mu = \hbar = e = 1$ , м.а.у. – mesoatom unit)

$$m_e \approx 9.1 \cdot 10^{-28} \text{ г} \approx m_\mu / 207$$

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} = 1 \text{ а.е.} \approx 0.53 \cdot 10^{-8} \text{ см} \approx 207 \text{ м.а.е.}; a_{0\mu} = \frac{\hbar^2}{m_\mu e^2} = 1 \text{ м.а.е.} \approx \frac{1}{207} \text{ а.е.}$$

$$\tau_0 = \frac{\hbar}{m_e e^4} = 1 \text{ а.е.} \approx 2.42 \cdot 10^{-17} \text{ с} \approx 207 \text{ м.а.е.}; \tau_{0\mu} = \frac{\hbar}{m_\mu e^4} = 1 \text{ м.а.е.} \approx \frac{1}{207} \text{ а.е.}$$

$$\nu_0 = \frac{m_e e^4}{\hbar^3} = 1 \text{ а.е.} \approx 4.13 \cdot 10^{16} \text{ Гц} \approx \frac{1}{207} \text{ м.а.е.}$$

$$\nu_0 = \frac{e^2}{\hbar} = 1 \text{ а.е.} = 1 \text{ м.а.е.} \approx 2.19 \cdot 10^8 \text{ см} / \text{с}$$

$$\sigma_0 = a_0^2 = 1 \text{ а.е.} \approx 2.8 \cdot 10^{-17} \text{ см}^2 \approx 207^2 \text{ м.а.е.}$$

$$E_0 = \frac{m_e^2 e^5}{\hbar^4} = 1 \text{ а.е.} \approx 5.14 \cdot 10^9 \text{ В} / \text{см} \approx \frac{1}{207^2} \text{ м.а.е.}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{m_e e^4}{\hbar^2} = 1 \text{ а.е.} \approx 4.36 \cdot 10^{-11} \text{ эрг} \approx 27.212 \text{ эВ} \approx \frac{1}{207} \text{ м.а.е.}$$

## Приложение Б

### Поправки к сечению ионизации за счет кратности

Используем фурье-образ  $\delta$ -функции

$$\int d^2b e^{i(\mathbf{q}'-\mathbf{q})\mathbf{b}} = (2\pi)^2 \delta^{(2)}(q_{\perp} - q'_{\perp}),$$

здесь  $q_{\perp} = q \cdot \cos(\mathbf{q}\mathbf{b})$  – проекция  $\mathbf{q}$  на плоскость, перпендикулярную к направлению движения при столкновении,  $q'_{\perp} = q' \cdot \cos(\mathbf{q}'\mathbf{b})$ . Учтя  $\mathbf{q} = (q_{\perp}, q_z)$  и то, что  $q_z$  – проекция  $\mathbf{q}$  на направление движения вдоль оси  $z$ . Тогда  $\delta(\varepsilon_f - \varepsilon_i - \mathbf{q}\mathbf{v}) = \frac{1}{v} \delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v} - q_z\right)$ ,  $q_z = \mathbf{q} \frac{\mathbf{v}}{v}$ . Сечение перехода в борновском приближении при учете экранировки заряда  $Z=1$  рассеивающего центра:

$$\sigma_{fi} = \frac{4}{v^2} \int d^3q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 \delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v} - \mathbf{q} \frac{\mathbf{v}}{v}\right) |\langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle|^2 |1 + e^{-i\mathbf{q}\mathbf{L}}|^2,$$

Здесь

$$|1 + e^{-i\mathbf{q}\mathbf{L}}|^2 = \left| e^{-\frac{i\mathbf{q}\mathbf{L}}{2}} \right|^2 \cdot \left| e^{\frac{i\mathbf{q}\mathbf{L}}{2}} + e^{-\frac{i\mathbf{q}\mathbf{L}}{2}} \right|^2 = \left( 2 \cos\left(\frac{\mathbf{q}\mathbf{L}}{2}\right) \right)^2.$$

С учетом этого:

$$\sigma_{fi} = \frac{16}{v^2} \int d^3q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 \delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v} - \mathbf{q} \frac{\mathbf{v}}{v}\right) \cdot \cos^2\left(\frac{\mathbf{q}\mathbf{L}}{2}\right) \cdot |\langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle|^2.$$

Усредним  $\cos^2(\mathbf{q}\mathbf{L}/2)$  углам ориентации  $\mathbf{L}$ .

$$\begin{aligned} \int \frac{d\Omega_{\mathbf{L}}}{4\pi} \cos^2\left(\frac{\mathbf{q}\mathbf{L}}{2}\right) &= \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \cos^2\left(\frac{qL \cos\theta}{2}\right) d(\cos\theta) = \\ &= \frac{1}{qL} \int_{-\frac{qL}{2}}^{\frac{qL}{2}} \cos^2(x) dx = \frac{1}{qL} \left( \frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} \right) \Big|_{-\frac{qL}{2}}^{\frac{qL}{2}} = \frac{1}{2} + \frac{\sin qL}{2qL} \end{aligned}$$

Если  $L \gg 1$ , то  $\cos^2\left(\frac{\mathbf{qL}}{2}\right) \rightarrow \frac{1}{2}$ , т.е. вклад от второго столкновения очень

мал. С учетом этого:

$$\sigma_{fi} = \frac{16}{v^2} \int d^3q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\}^2 \delta\left(\frac{\varepsilon_f - \varepsilon_i}{v} - \mathbf{q} \frac{\mathbf{v}}{v}\right) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{\sin qL}{2qL}\right) \cdot \left| \langle f | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | i \rangle \right|^2,$$

т.е., отсутствие требования выстроенности  $\mathbf{L}$  относительно направления движения мезоатома позволят считать неупругие процессы при столкновении с молекулой как независимые на каждом атоме молекулы.

Амплитуда перехода из основного состояния в возбужденное в борновском приближении с учетом экранировки есть:

$$a_{n0} = -\frac{i}{\pi} \int d^3q \left\{ \sum_{i=1}^3 \frac{A_i}{q^2 + \alpha_i^2} \right\} \delta\left(\frac{\varepsilon_n - \varepsilon_0}{v} - \frac{\mathbf{q}\mathbf{v}}{v}\right) \langle n | e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} | 0 \rangle e^{-i\mathbf{q}\mathbf{b}}.$$

Вероятность возбуждения из основного состояние в состояние  $|n\rangle$   $W_{n0}(b)$  при рассеянии на первом атоме молекулы. Второе рассеяние переводит систему в  $|p\rangle$  (вероятность  $W_{pn}(b')$ ). Учтем различные углы выстроенности  $\mathbf{L}$ :

$$\int \frac{d\Omega_L}{4\pi} \cdot W_{pn}(b') = \int_{-1}^1 \frac{2\pi \cdot d \cos \theta}{4\pi} \cdot W_{pn}(b').$$

Если  $L \gg 1$ , то  $\cos \theta = \sqrt{1 - \frac{b'^2}{L^2}} \approx 1 - \frac{b'^2}{2L^2}$  и

$$\int \frac{d\Omega_L}{4\pi} \cdot W_{pn}(b') = \frac{1}{4\pi L^2} \int_0^L 2\pi \cdot b' db' \cdot W_{pn}(b') = \frac{1}{4\pi L^2} \sigma_{pn}.$$

В итоге поправка  $\Delta\sigma$ :

$$\Delta\sigma = \sum_n \sigma_{n0} \frac{\sigma_{pn}}{4\pi L^2}.$$

Учитывая, что  $L = 288$  м.а.е. (для молекулы дейтерия), можно сделать вывод о малости поправки к сечению ионизации на одном атоме за счет кратности.

## Приложение В

### К расчету матричных элементов

При расчете формфакторов с использованием ВФ в приближении ПНР часто необходимо рассчитать матричные элементы, включающее в себя интеграл:

$$L(\gamma, \mathbf{q}_E) = \int \frac{e^{-\gamma r - i\mathbf{q}_E \mathbf{r}}}{r^3} d^3 r.$$

Учтем, что данный интеграл представим через другой, в чем нетрудно убедиться:

$$L(\gamma, \mathbf{q}_E) = -\int J(\gamma, \mathbf{q}_E) d\gamma.$$

Здесь выражение  $J(\gamma, \mathbf{q}_E)$  равно интегралу:

$$J(\gamma, \mathbf{q}_E) = \int \frac{e^{-\gamma r - i\mathbf{q}_E \mathbf{r}}}{r^2} d^3 r.$$

Вычислим этот интеграл, используя сферические координаты, направив ось  $z$  по вектору  $\mathbf{q}_E$ :

$$J(\gamma, \mathbf{q}_E) = \int e^{-\gamma r - i q_E r \cos \theta} \sin \theta dr d\theta d\phi$$

$$J(\gamma, \mathbf{q}_E) = 2\pi \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \int_0^\infty e^{-(\gamma + i q_E \cos \theta)r} dr.$$

Интеграл для действительных  $\gamma$ ,  $q_E$

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-(\gamma + i q_E \cos \theta)r} dr &= -\frac{1}{\gamma + i q_E \cos \theta} e^{-(\gamma + i q_E \cos \theta)r} \Big|_0^\infty = \\ &= \frac{1}{\gamma + i q_E \cos \theta} \left( 1 - \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ e^{-(\gamma + i q_E \cos \theta)r} \right\} \right) = \frac{1}{\gamma + i q_E \cos \theta} \left( 1 - \lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ e^{-i q_E \cos \theta r} \right\} \right). \end{aligned}$$

При этом необходимо учесть, что интеграл

$$\int_{-1}^1 d(\cos \theta) \frac{\lim_{r \rightarrow \infty} \left\{ e^{-i q_E \cos \theta r} \right\}}{\gamma + i q_E \cos \theta} = 0,$$

как интеграл от быстроосциллирующей функции.

Тогда

$$J(\gamma, \mathbf{q}_E) = 2\pi \int_{-1}^1 d(\cos \theta) \frac{1}{\gamma + iq_E \cos \theta} = \frac{2\pi}{iq_E} \frac{\ln|\gamma + iq_E|}{\ln|\gamma - iq_E|}.$$

Если использовать полученное значение интеграла  $J(\gamma, \mathbf{q}_E)$ , то исходный интеграл  $L(\gamma, \mathbf{q}_E)$  достаточно просто вычисляется

$$L(\gamma, \mathbf{q}_E) = \frac{2\pi}{iq_E} \left( \gamma \ln \frac{\gamma + iq_E}{\gamma - iq_E} + iq_E \ln(\gamma^2 + q_E^2) \right).$$

Также можно вычислить интегралы производные от  $J(\gamma, \mathbf{q}_E)$ :

$$I(\gamma, \mathbf{q}_E) = -\frac{\partial J}{\partial \gamma} = \int \frac{e^{-\gamma r - iq_E \mathbf{r}}}{r} d^3 r = \frac{4\pi}{\gamma^2 + q_E^2}$$

и

$$K(\gamma, \mathbf{q}_E) = -\frac{\partial I}{\partial \gamma} = \int (e^{-\gamma r - iq_E \mathbf{r}}) d^3 r = \frac{8\pi\gamma}{(\gamma^2 + q_E^2)^2}.$$

Стоит также отметить, что возможны и другие представления  $J(\gamma, \mathbf{q}_E)$  с учетом соотношения [244]:

$$\operatorname{arctg} Z = \frac{1}{2i} \ln \frac{1+iZ}{1-iZ}.$$

Используя это, можно определить

$$\ln \left( \frac{\gamma + iq_E}{\gamma - iq_E} \right) = 2i \operatorname{arctg} \frac{q_E}{\gamma}.$$

Тогда можно переписать интеграл  $J(\gamma, \mathbf{q}_E)$  в явно действительной форме

$$J(\gamma, \mathbf{q}_E) = \frac{2\pi}{iq_E} \frac{\ln|\gamma + iq_E|}{\ln|\gamma - iq_E|} = \frac{4\pi}{q_E} \operatorname{arctg} \frac{q_E}{\gamma}.$$

Поясним здесь также определение матричного элемента

$\left\langle \frac{e^{-q_{u,g} r_1}}{r_1} \middle| e^{-iq_E \mathbf{r}} \middle| \frac{e^{-q_{u,g} r_2}}{r_2} \right\rangle$  с помощью параметризации Фейнмана. Здесь радиус-

вектор  $\mathbf{r}_{1,2} = \mathbf{r} \pm \mathbf{R} / 2$ . Используем известное преобразование,

предложенное Фейнманом [245] при вычислении пропагатора. При вычислении интеграла  $\iiint_{V_\infty} \frac{e^{-q_{u,g}|\mathbf{r}-\mathbf{R}/2|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}/2|} e^{-i\mathbf{q}_E\mathbf{r}} \frac{e^{-q_{u,g}|\mathbf{r}+\mathbf{R}/2|}}{|\mathbf{r}+\mathbf{R}/2|_2} d^3r$ , воспользуемся

импульсным представлением волновой функции, найдем соответствующие фурье-образы. Далее используя очевидное соотношение

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 \frac{dz}{(az + b(1-z))^2} = \int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{(a(1/2+x) + b(1/2-x))^2},$$

Найдем значение интеграла в импульсном представлении с учетом вычетов:

$$\begin{aligned} \left\langle \frac{e^{-q_{u,g}r_1}}{r_1} \middle| e^{-i\mathbf{q}_E\mathbf{r}} \middle| \frac{e^{-q_{u,g}r_2}}{r_2} \right\rangle &= \iiint_{V_\infty} \frac{e^{-q_{u,g}|\mathbf{r}-\mathbf{R}/2|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{R}/2|} e^{-i\mathbf{q}_E\mathbf{r}} \frac{e^{-q_{u,g}|\mathbf{r}+\mathbf{R}/2|}}{|\mathbf{r}+\mathbf{R}/2|_2} d^3r = \\ &= 2\pi \int_{-1/2}^{1/2} \cos[x\mathbf{q}_E\mathbf{R}] \frac{e^{-\beta R}}{\beta} dx, \end{aligned}$$

где  $\beta = \sqrt{q_{u,g}^2 + q_E^2(1/4 - x^2)}$ .

## Приложение Г

### К выводу спектра переизлучения

Пусть взаимодействие между частицей и полем падающего ультракороткого импульса выражается как

$$U(t) = -\frac{1}{c} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{p}} + \frac{1}{2c^2} \hat{\mathbf{A}}^2, \quad (\text{П.1})$$

здесь  $\hat{\mathbf{A}}$  – вектор-потенциал фотонного поля. Будучи представленным через фурье-компоненты этот оператор можно представить как:

$$\hat{\mathbf{A}}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} q_{\mathbf{k}\sigma}(t) \hat{\mathbf{A}}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}), \quad (\text{П.2})$$

здесь  $\mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} A^0 \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{r}\}$ .

Величина последнего составляющего  $\frac{1}{2c^2} \hat{\mathbf{A}}^2$  в (П.1) для обычных систем невелика, что можно подтвердить следующим анализом. Обычная малочастичная система с кулоновским взаимодействием – легкий атом или ион содержит частицы, двигающиеся со скоростями гораздо меньшими скорости света. Тогда, например для электрона в такой системе, можно записать импульс  $p \sim 1$  а.е. (в водородоподобном атоме на первой боровской орбите  $v \approx 1$  а.е.). Вектора поля связаны соотношением

$$\mathbf{A} = -c \int \mathbf{E} dt.$$

Оценка сверху при типичных параметрах поля в УКИ дает

$$|\mathbf{A}| \leq 137 \text{ а.е.} \cdot (1 \div 2) \text{ а.е.} \cdot 0.1 \text{ а.е.} < 30 \text{ а.е.}$$

Т.к. скорость света в знаменателе в (П.1) в квадрате, то

$$\frac{1}{2c^2} \hat{\mathbf{A}}^2 \ll -\frac{1}{c} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{p}}.$$

Тогда

$$U(t) \approx -\frac{1}{c} \hat{\mathbf{A}} \hat{\mathbf{p}}.$$

Компоненты  $q_{\mathbf{k}\sigma}(t)$  определяются из соотношения:

$$\ddot{q}_{\mathbf{k}\sigma} + \omega_{\mathbf{k}}^2 q_{\mathbf{k}\sigma} = 0,$$

здесь  $\omega_{\mathbf{k}} = ck$ ,  $q_{\mathbf{k}\sigma}(t) = b_{\mathbf{k}\sigma} \exp\{-i\omega_{\mathbf{k}}t\} + c_{\mathbf{k}\sigma} \exp\{i\omega_{\mathbf{k}}t\}$ .

Компоненты  $q_{\mathbf{k}\sigma}(t)$ :

$$q_{\mathbf{k}\sigma}(t) = b_{\mathbf{k}\sigma} \exp\{-i\omega_{\mathbf{k}}t\} + b_{-\mathbf{k}\sigma}^* \exp\{i\omega_{\mathbf{k}}t\}.$$

Учитывая, что  $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{A}^*(\mathbf{r}, t)$ , можно записать разложение с учетом единичных векторов и комплексного сопряжения

$$\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} b_{\mathbf{k}\sigma} = \mathbf{u}_{-\mathbf{k}\sigma}^* c_{-\mathbf{k}\sigma}^*.$$

При этом  $\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} = \mathbf{u}_{-\mathbf{k}\sigma}^*$  и  $c_{\mathbf{k}\sigma} = b_{-\mathbf{k}\sigma}^*$ .

Тогда вектор-потенциал

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} [b_{\mathbf{k}\sigma}(t) \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) + b_{-\mathbf{k}\sigma}^*(t) \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*(\mathbf{r})],$$

здесь  $b_{\mathbf{k}\sigma}(t) = b_{\mathbf{k}\sigma} \exp\{-i\omega_{\mathbf{k}}t\}$ .

Выразим  $\mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r})$  с использованием энергетического полевого соотношения:

$$W = \frac{1}{8\pi} \int_V (E^2 + H^2) dV.$$

Величина поля (здесь точка – производная по времени):

$$\mathbf{E} = -\frac{1}{c} \dot{\mathbf{A}} = -\frac{1}{c} \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \dot{q}_{\mathbf{k}\sigma}(t) \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{c} \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \dot{q}_{\mathbf{k}\sigma}^*(t) \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*(\mathbf{r}).$$

$$\mathbf{H} = \text{rot} \mathbf{A} = i \sum_{\mathbf{k}, \sigma} q_{\mathbf{k}\sigma}(t) [\mathbf{k} \times \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r})] = -i \sum_{\mathbf{k}, \sigma} q_{\mathbf{k}\sigma}^*(t) [\mathbf{k} \times \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*(\mathbf{r})].$$

Поле обладает энергией:

$$W = \frac{1}{8\pi} \frac{1}{c^2} \int_V \left( \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*(\mathbf{r}) \mathbf{A}_{\mathbf{k}'\sigma'}(\mathbf{r}) \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \dot{q}_{\mathbf{k}\sigma}^*(t) \dot{q}_{\mathbf{k}'\sigma'}(t) + \right. \\ \left. + \sum_{\mathbf{k}, \sigma} q_{\mathbf{k}\sigma}^*(t) q_{\mathbf{k}'\sigma'}(t) \sum_{\mathbf{k}, \sigma} [\mathbf{k} \times \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*(\mathbf{r})] [\mathbf{k} \times \mathbf{A}_{\mathbf{k}'\sigma'}(\mathbf{r})] \right) dV$$

Поменяв  $\mathbf{k}'$  на  $\mathbf{k}$ , выразив сумму через символы Кронекера

$$\sum_{\mathbf{k}, \sigma} \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*(\mathbf{r}) \mathbf{A}_{\mathbf{k}'\sigma'}(\mathbf{r}) = (A^0)^2 V \delta_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} \delta_{\sigma, \sigma'},$$

запишем

$$W = \frac{1}{8\pi c^2} (A^0)^2 V \sum_{\mathbf{k}, \sigma} (\dot{q}_{\mathbf{k}\sigma}^* \dot{q}_{\mathbf{k}\sigma} + c^2 k^2 q_{\mathbf{k}\sigma}^* q_{\mathbf{k}\sigma}),$$

учтя  $\omega_k = ck$ , в итоге энергия поля:

$$W = \frac{1}{2\pi c^2} (A^0)^2 V \sum_{\mathbf{k}, \sigma} \omega_k^2 b_{\mathbf{k}\sigma} b_{\mathbf{k}\sigma}^*.$$

Через обобщённые координаты поля  $Q_{\mathbf{k}\sigma}, P_{\mathbf{k}\sigma}$  запишем амплитуду

$$b_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{1}{2} (Q_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{i}{\omega_k} P_{\mathbf{k}\sigma}).$$

Функция Гамильтона есть:

$$H = \frac{(A^0)^2 V}{8\pi c^2} \sum_{\mathbf{k}, \sigma} (P_{\mathbf{k}\sigma}^2 + \omega_k^2 Q_{\mathbf{k}\sigma}^2),$$

здесь  $A^0 = \sqrt{\frac{4\pi c^2}{V}}$  определяется нормировкой.

Гамильтониан равен сумме:

$$H = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} H_{\mathbf{k}\sigma},$$

$$H = \frac{1}{2} (P_{\mathbf{k}\sigma}^2 + \omega_k^2 Q_{\mathbf{k}\sigma}^2),$$

уравнения в каноническом виде есть:

$$\dot{Q}_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{\partial H}{\partial P_{\mathbf{k}\sigma}} = P_{\mathbf{k}\sigma}, \quad \dot{P}_{\mathbf{k}\sigma} = -\frac{\partial H}{\partial Q_{\mathbf{k}\sigma}} = -\omega_k^2 Q_{\mathbf{k}\sigma}.$$

Связь в виде волнового уравнения:

$$\ddot{Q}_{\mathbf{k}\sigma} + \omega_k^2 Q_{\mathbf{k}\sigma} = 0.$$

Это позволяет записать компоненты поля как

$$A_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) = \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \sqrt{\frac{4\pi c^2}{V}} \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{r}\}. \quad (\text{П.3})$$

В итоге (П.2) представимо как:

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k}, \sigma} (b_{\mathbf{k}\sigma}(t) \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}) + b_{\mathbf{k}\sigma}^*(t) \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*(\mathbf{r})),$$

Коэффициенты разложения  $b_{\mathbf{k},\sigma}$ ,  $b_{\mathbf{k},\sigma}^*$  равны:

$$b_{\mathbf{k}\sigma} = \frac{1}{2} \left( Q_{\mathbf{k}\sigma} + \frac{i}{\omega} P_{\mathbf{k}\sigma} \right) = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \hat{a},$$

$$b_{\mathbf{k}\sigma}^* = \frac{1}{2} \left( Q_{\mathbf{k}\sigma} - \frac{i}{\omega} P_{\mathbf{k}\sigma} \right) = \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} \hat{a}^+.$$

С учетом этого, компоненты вектор-потенциала

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k},\sigma} \equiv \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma} \sqrt{\frac{\hbar}{2\omega}} = \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \sqrt{\frac{2\pi c^2 \hbar}{V\omega}} \exp\{i\mathbf{k}\mathbf{r}\}$$

запишутся в комплексной форме

$$\mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}(\mathbf{r}, t) = \sum_{\mathbf{k},\sigma} (a_{\mathbf{k}\sigma} \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma} + a_{\mathbf{k}\sigma}^+ \mathbf{A}_{\mathbf{k}\sigma}^*).$$

В последнем соотношении  $\hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^+$ ,  $\hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}$  – операторы, отвечающие за появление и исчезновение фотона поляризации  $\sigma$  ( $\sigma=1,2$ ) энергией  $\omega$ , вылетевшего с волновым вектором  $\mathbf{k}$  [246]. Т.к.  $[\mathbf{E}, \hat{\mathbf{H}}] \neq 0$ , то в системе возможно как рождение, так и уничтожение фотона при взаимодействии УКИ.

Вычислим вероятность рождения фотона при взаимодействии в 1 порядке теории возмущений, используя (П.1) и то, что  $V=1$ ,  $m_e = e = \hbar = 1$ . Тогда амплитуда появления фотона будет определена в виде поправки к исходным и финальным состояниям по взаимодействию электронов системы с падающим УКИ:

$$U = - \sum_{\alpha, \mathbf{k}, \sigma} \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \left[ \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma}^+ \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) + \hat{a}_{\mathbf{k}\sigma} \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \right] \hat{\mathbf{p}}_a.$$

При этом  $\mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma}$  – единичные векторы задающие поляризацию,  $\mathbf{r}_a$  – радиус-векторы электронов системы ( $a=1, \dots, N$ ),  $\hat{\mathbf{p}}_a$  – импульсы излучающих частиц системы.

Амплитуда рождения излучения в виде фотона есть

$$b_{0n}(\omega) = -i \int_{-\infty}^{\infty} \langle \Psi_n | U_{ucn} | \Psi_0 \rangle \exp\{i\omega t\} dt, \quad (\text{П.4})$$

воспользовавшись соотношением:

$$U_{ucn} = -\sum_a \sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \hat{\mathbf{p}}_a,$$

имеем

$$b_{0n}(\omega) = i\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \langle \Phi_n(t) | \sum_a \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a\} \mathbf{p}_a | \Psi_0(t) \rangle \exp\{i\omega t\} dt, \quad (\text{П.5})$$

При этом  $\Phi_n(t) = \Phi_n(t)N_{\mathbf{k}\sigma}$ ,  $\Psi_0(t) = \Psi_0(t)N_{\mathbf{k}\sigma}$ . Введя обозначение (П.5)

$u_{n0} \equiv \langle \Phi_n(t) | \sum_a \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a\} \hat{\mathbf{p}}_a | \Psi_0(t) \rangle$ , получаем

$$b_{0n}(\omega) = -i\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{i\omega} \exp\{i\omega t\} \frac{\partial u_{n0}}{\partial t} dt.$$

Где использовано:  $t \rightarrow \pm\infty$   $u_{n0} \rightarrow 0$ ,  $\mathbf{p}_a = -i \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_a}$ . В системе происходит

эволюция, выраженная через амплитуду

$$u_{n0} = \left\langle e^{i \int_{-\infty}^t V(t') dt'} \varphi_n \left| \sum_a \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a\} \left(-i \frac{\partial}{\partial \mathbf{r}_a}\right) \right| e^{-i \int_{-\infty}^t V(t') dt'} \varphi_0 \right\rangle. \quad (\text{П.6})$$

Из (П.6) сшивая решения получим:

$$u_{n0} = \langle \varphi_n | \sum_a \exp\{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_a\} \left(-i \frac{\partial V(t)}{\partial \mathbf{r}_a}\right) \exp\{-i \int_{-\infty}^{\infty} V(t') dt'\} | \varphi_0 \rangle.$$

Тогда:

$$b_{0n}(\omega) = i\sqrt{\frac{2\pi}{\omega}} \mathbf{u}_{\mathbf{k}\sigma} \int_{-\infty}^{\infty} dt \exp(i\omega t) \left\langle \Phi_n(t) \left| \sum_a \exp(-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_a) \mathbf{p}_a \right| \Psi_0(t) \right\rangle.$$

При получении полного спектра переизлучения необходимо найти сумму парциальных спектров

$$\frac{d^2 W}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \sum_n \frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega}. \quad (\text{П.7})$$

Сам парциальный спектр рождения фотона во взаимодействии излучающей частицы системы с УКИ (П.7) через амплитуду есть:

$$\sum_n \frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \times \left( \sum_n \left\langle \varphi_n \left| \sum_a e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_a} \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \right| \varphi_0 \right\rangle \left\langle \varphi_n \left| \sum_{a'} e^{-i\mathbf{k}\mathbf{r}_{a'}} \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{a'}} \times \mathbf{n} \right] \right| \varphi_0 \right\rangle \right). \quad (\text{П.8})$$

Матричные элементы обозначим (П.8) через оператор

$$\hat{A} = \sum_a e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}_a} \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right],$$

тогда

$$\sum_n \frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \sum_n \left( \langle \varphi_n | \hat{A} | \varphi_0 \rangle \langle \varphi_n | \hat{A} | \varphi_0 \rangle \right), \quad (\text{П.9})$$

Проведя суммирование по полному набору (П.9) запишем

$$\sum_n \frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \left( \langle \varphi_0 | \hat{A}^+ \sum_n | \varphi_n \rangle \langle \varphi_n | \hat{A} | \varphi_0 \rangle \right). \quad (\text{П.10})$$

Используя полноту набора ВФ системы

$$\left\langle \sum_n | \varphi_n \rangle \langle \varphi_n | \right\rangle = 1,$$

запишем (П.10) как

$$\sum_n \frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \langle \varphi_0 | \hat{A}^+ \hat{A} | \varphi_0 \rangle.$$

Тогда (П. 7) выразится через матричный элемент:

$$\sum_n \frac{d^2 W_{0n}}{d\Omega_{\mathbf{k}} d\omega} = \frac{1}{(2\pi)^2 c^3 \omega} \times \left( \langle \varphi_0 \left| \sum_{a,a'} \left[ \frac{\partial \tilde{V}(\omega)}{\partial \mathbf{r}_a} \times \mathbf{n} \right] \left[ \frac{\partial \tilde{V}^*(\omega)}{\partial \mathbf{r}_{a'}} \times \mathbf{n} \right] e^{i\mathbf{k}(\mathbf{r}_a - \mathbf{r}_{a'})} \right| \varphi_0 \right\rangle \right). \quad (\text{П.11})$$

Последнее соотношение (П.11) есть полный спектр испускания фотона (вероятность) в единичный телесный угол в направлении вылета фотона и единичный интервал частот с указанной частотой при взаимодействии с УКИ. Спектр получен в ПВВ.