

ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
им. П.Г.ДЕМИДОВА

На правах рукописи

Осокина Елена Владимировна

**ОДНОВЕРШИННЫЕ НЕЙТРИННЫЕ  
ПРОЦЕССЫ В ФОРМАЛИЗМЕ МАТРИЦЫ  
ПЛОТНОСТИ ВО ВНЕШНЕМ МАГНИТНОМ  
ПОЛЕ**

01.04.02 – Теоретическая физика

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель  
профессор кафедры теор.физики  
Гвоздев Александр Александрович

Ярославль – 2015

# Содержание

<b>Введение</b> . . . . .	4
<b>Глава 1. Вычисление квадратов <math>S</math>-матричных элементов процессов в технике матрицы плотности в магнитном поле</b> . . . . .	9
1.1. Введение . . . . .	9
1.2. Матрица плотности заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле . . . . .	13
1.3. Слабые одновершинные процессы в технике матрицы плотности . . . . .	23
1.4. Выводы к первой главе . . . . .	29
<b>Глава 2. Нейтринное остывание фэйрбола в модели гигантской вспышки SGR.</b> . . . . .	30
2.1. Введение . . . . .	30
2.2. Нейтринная светимость в процессе $e^\mp \xrightarrow{B} e^\mp + \nu_i \tilde{\nu}_i$ . . . . .	33
2.3. Нейтринное остывание горячей невырожденной электрон-позитронной плазмы . . . . .	41
2.4. Моделирование нейтринного остывания фэйрбола . . . . .	47
2.5. Выводы ко второй главе . . . . .	55
<b>Глава 3. Процессы нейтринного рождения плазмы гипер-аккреционным сильно замагниченным диском керровской черной дыры.</b> . . . . .	57
3.1. Введение . . . . .	57
3.2. Нейтринные светимости в условиях гипераккреционного сильно замагниченного диска . . . . .	59

3.3. Вычисление $\sigma_{\nu\bar{\nu}\rightarrow e^-e^+}$ , $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$ в приближении $\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$ . . . . .	62
3.4. Вычисление $\sigma_{\nu\bar{\nu}\rightarrow e^-e^+}^B$ в приближении $\omega^2, \omega'^2 \gg eB \gg m_e^2$ . . . . .	64
3.5. Вычисление $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$ в приближении $\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$ . . . . .	66
3.6. Обсуждение результатов . . . . .	70
3.7. Выводы к третьей главе . . . . .	78
<b>Заключение</b> . . . . .	80
<b>Приложение А.</b> . . . . .	82
<b>Приложение Б.</b> . . . . .	87
<b>Приложение В.</b> . . . . .	90
<b>Литература</b> . . . . .	96

# Введение

Физика нейтрино является одной из самых динамично развивающихся областей современной физики частиц. В последнее десятилетие в этой области получено большое количество теоретических результатов и экспериментальных данных [1–3]. Начиная со второй половины прошлого века интенсивно исследуются реакции излучения, поглощения и рассеяния нейтрино в звездах, галактической и межгалактической среде. Эти исследования обусловлены проблемой дефицита солнечных нейтрино, связанной с нейтринными осцилляциями [4, 5], роли нейтринных процессов в успешном взрыве сверхновых с коллапсом центральной части [6, 7], нейтринным остыванием нейтронных звезд [8, 9].

Большинство нейтринных процессов протекают в экстремальных физических условиях: кроме высоких температур и больших плотностей вещества, в таких объектах необходимо учитывать наличие интенсивного электромагнитного поля. Это накладывает ряд особенностей на вычисление таких величин как светимость, скорость реакции, переданный среде импульс. В частности, сильные магнитные поля могут модифицировать квантовые процессы, усиливая или сильно подавляя их, а также открывают реакции запрещенные в вакууме [10, 11]. Величина магнитного поля, которое называется критическим определяется как  $B_c = m_e^2/e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс [12].

На сегодняшний день известны астрофизические объекты у которых предполагается наличие сверхкритических магнитных полей. Это компактные объекты, например, одиночные нейтронные звезды с сильными полями, гипер-аккреционные диски вокруг черной дыры или нейтронной звезды, которые образовались в результате взрыва сверхновой. Одиночные ней-

тронные звезды с сильными магнитными полями можно разделить на две группы: АХР – аномальные рентгеновские пульсары и SGR – источники мягких повторяющихся гамма-всплесков [13]. Первая группа характеризуется постоянным излучением в рентгеновском диапазоне, вторая группа нейтронных звезд отличается сильными непериодическими всплесками гамма-излучения. Как известно, оценка напряженности магнитного поля пульсаров основывается на потере вращательного момента этих звезд за счет магнитодипольного излучения [14]. В таком случае напряженность дипольного магнитного поля должна составлять  $B_0 \sim 10^{14} - 10^{15}$  Гс [15]. Такие нейтронные звезды получили название магнитары. На данный момент известны объекты SGR и АХР с более слабым дипольным полем –  $B_0 \sim 10^{12}$  Гс, но по вспышечной активности соответствующие SGR (так называемые антиманитары). Предполагается, что у антиманитаров, кроме обнаруженных полоидальных магнитных полей, в коре существует тороидальная компонента поля, напряженность которого также больше критической [16]. Для описания вспышек на магнитарах была предложена модель [17], в рамках которой рассматривается излучение SGR как в спокойном состоянии [18], когда с поверхности излучается только мягкий рентген, так и в период гигантских вспышек [19], с более жестким спектром. Гигантские вспышки характеризуются сильным энерговыделением, за сотни секунд излучается энергия  $\Delta E \sim 10^{44} - 10^{46}$  эрг [15]. В модели [19] предполагается, что источником излучения является электрон–позитронная плазма, которая удерживается магнитным полем звезды. Плазма гигантской вспышки при таком энерговыделении должна эффективно остывать с помощью нейтрино. Таким образом, для полной модели гигантской вспышки необходимо учесть процессы с образованием нейтрино в сильном магнитном поле.

Известно, что заряженные частицы в сильных магнитных полях занимают основной уровень Ландау, а концентрация на более высоких уровнях экспоненциально подавлена [20]. Из этого можно сделать вывод что процесс аннигиляции электронов и позитронов должен давать основной вклад в нейтринную светимость файербола, а светимость в остальных нейтринных процессах пренебрежимо мала [19]. Как будет показано во второй главе диссертации, процесс нейтринного синхротронного излучения имеет пик на напряженностях полей, соответствующих магнитарам [21].

Другими объектами с интенсивным нейтринным излучением могут быть аккреционные диски вокруг керровской черной дыры [23]. В условиях гипер-аккреционного сильно замагниченного диска керровской черной дыры становятся возможными процессы  $\nu_i + \tilde{\nu}_i \rightarrow e^- + e^+$ ,  $\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-$  рождения электрон-позитронной плазмы в окрестности диска [24]. Такой электрон-позитронный джет рассматривается в настоящее время, как один из возможных источников космологического гамма-всплеска [25, 26].

Настоящая диссертация посвящена исследованию процессов взаимодействия нейтрино с невырожденной средой в присутствии сильного магнитного поля в формализме матрицы плотности [21]. Рассчитываются светимости основных нейтринных процессов гигантской вспышки SGR. Рассматривается влияние, которое оказывает магнитное поле, на остывание плазмы с помощью нейтрино [22]. Также изучается влияние умеренно сильного магнитного поля на сечение аннигиляции пары нейтрино в электрон-позитронную пару и скорость производства 4-импульса в единицу времени на одно нейтрино в процессе  $\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-$ .

Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, трех приложений и списка литературы.

В первой главе диссертации развивается техника вычисления процессов с заряженными релятивистскими спинорными частицами с помощью матрицы плотности в постоянном однородном магнитном поле. Полученное выражение для поляризованной матрицы плотности в импульсном пространстве является ковариантным, в смысле преобразования вдоль вектора напряженности магнитного поля. Разработанная техника вычисления квадратов  $S$ -матричных элементов в магнитном поле аналогична вычислению в вакууме. В качестве примера вычисляются квадраты  $S$ -матричных элементов и переданный импульс в процессах рассеяния нейтрино на электронах. Также в формализме матрицы плотности вычисляется нейтринная светимость в процессе синхротронного излучения нейтринной пары электроном (позитроном).

Во второй главе диссертации в рамках магнитарной модели гигантской вспышки SGR оцениваются потери энергии невырожденной релятивистской электрон-позитронной плазмы на нейтринное излучение. Полученные значения светимостей во всех значимых процессах нейтринного излучения сравниваются друг с другом. Показано, что основной вклад в нейтринные потери такой плазмы в сильном магнитном поле дают процессы аннигиляции электрона и позитрона в пару нейтрино и синхротронное рождение нейтринной пары. При численном расчете нейтринных потерь невырожденной горячей плазмы использовались наблюдательные данные по длительности и излученной в фотонах энергии на стадии долговременного мягкого рентгеновского излучения гигантских вспышек SGR 0526-66, SGR 1806-20. Плазма может излучить наблюдаемую энергию в гамма-квантах только при наличии сильного магнитного поля, так как только в этом случае нейтринные потери будут не так существенны и основная часть энергии будет излучаться в соответствии с наблюдательными данными.

Третья глава посвящена изучению влияния магнитного поля  $B \gg B_c$  на сечение аннигиляции пары нейтрино в процессе  $\nu_i + \tilde{\nu}_i \xrightarrow{B} e^+ + e^-$ , и скорости производства 4-импульса в единицу времени на одно нейтрино в электрон-позитронных парах в процессе  $\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-$ . В частности, эти величины впервые вычислены в случае (анти)нейтрино высоких энергий, умеренно сильного магнитного поля  $\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$ , наиболее реалистичном для нейтриноизлучающей части гипер-аккреционного сильно замагниченного диска с достаточно высокими скоростями аккреции. В вычислениях использованы конкретные физические параметры среды, полученные при моделировании гипер-аккреционного диска в рамках ОТО с учетом нейтринного излучения [27]. В процессах рождения плазмы формируется электрон-позитронный джет, ориентированный по оси вращения черной дыры [24], гамма-излучение которого может наблюдаться как космологический гамма-всплеск (GRB).

Всюду, кроме специально оговоренных случаев, в диссертации используется естественная система единиц, в которой  $c = \hbar = k = 1$ .



# Глава 1

## **Вычисление квадратов $S$ -матричных элементов процессов в технике матрицы плотности в магнитном поле**

### **1.1. Введение**

Как известно, во внешнем магнитном поле волновые функции заряженных частиц модифицируются, поэтому вычисление квадратов  $S$ -матричных элементов (вероятностей процессов, сечений и т.д.) имеет ряд особенностей по сравнению с вакуумным [28, 29]. Исследованием  $S$ -матрицы во внешнем поле занимались достаточно давно, в частности, в работе [30].

Наиболее удобным для ковариантного вычисления вероятностей одновершинных процессов в постоянном однородном магнитном поле является формализм матрицы плотности. Техника матрицы плотности заряженной частицы в импульсном представлении подобна технике вычисления фейнмановских диаграмм в вакууме. При этом полученное импульсное представление поляризованной матрицы плотности заряженной частицы и вычисляемые с ее помощью интегральные величины явно ковариантны относительно преобразований Лоренца вдоль по направлению вектора напряженности магнитного поля. Это позволяет получить интегральные характеристики (длину пробега, переданный импульс, светимость и т.п.) в системе отсчета, движущейся с произвольной скоростью вдоль вектора напряженности магнитного поля, что может быть важным при описании процессов в астрофизических условиях.

Отметим, что элементы вычисления, в которых введено некоторое по-

добие вакуумной матрицы плотности, использовались еще в работе [12]. Функциональное выражение матрицы плотности в координатном пространстве получено в [31]. Однако его все еще невозможно применить для вычисления вероятности или светимости процесса техникой, подобной вакуумной [32].

В диссертационной работе подробно исследуются электрон-нейтринные процессы в сильных магнитных полях ( $B > B_e \simeq 4.41 \cdot 10^{13}$  Гс).

Аннигиляция электрон-позитронной пары в пару нейтрино произвольного аромата  $i = e, \mu, \tau$ :

$$e^+ + e^- \rightarrow \nu_i + \tilde{\nu}_i, \quad (1.1)$$

упругое рассеяние нейтрино (антинейтрино) на электронах (позитронах) среды:

$$\nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^\mp \rightarrow \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^\mp, \quad (1.2)$$

Кроме того, в магнитном поле становятся кинематически возможными новые нейтринные процессы, наиболее существенными из которых являются: процесс синхротронного излучения пары нейтрино ( $i = e, \mu, \tau$ ):

$$e^\mp \xrightarrow{B} e^\mp + \nu_i \tilde{\nu}_i, \quad (1.3)$$

а также обратный к нему процесс рождения одиночным нейтрино (антинейтрино) электрон-позитронной пары:

$$\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-. \quad (1.4)$$

В реакциях (1.3) и (1.4) символ  $B$  над стрелкой подчеркивает, что данные процессы индуцированы магнитным полем.

Исследование указанных выше нейтринных процессов в постоянном однородном магнитном поле, а также в электромагнитных полях других

конфигураций, имеет довольно продолжительную историю. Детальный анализ нейтрино-лептонных процессов (1.1) и (1.3) содержатся в обзорах [8, 33], а процесса (1.4) — в монографии [34].

Важную роль в астрофизике играют угса-процессы, реакции с участием нейтрино в нуклонной среде:

$$e^{-} + p \rightleftharpoons \nu_e + n, \quad (1.5)$$

$$e^{+} + n \rightleftharpoons \bar{\nu}_e + p, \quad (1.6)$$

$$n \rightleftharpoons p + e^{-} + \bar{\nu}_e, \quad (1.7)$$

Исследования этих процессов в условиях оболочки сверхновой без магнитного поля содержатся в обзоре [35]. В частности, вероятность  $\beta$ -распада нейтрона в постоянном однородном магнитном поле и угловое распределение излученного в распаде антинейтрино были впервые исследованы в работах [36, 37]. Через несколько лет эта же вероятность была независимо получена в работах [38, 39]. История развития исследования  $\beta$ -процессов в электромагнитных полях различных конфигураций и современное состояние теории рассмотрены в обзорной статье [40]. Наиболее общие результаты в исследовании угса-процессов (1.5)–(1.7) в магнитном поле содержатся в [41], [40]. В первой из них получено релятивистское выражение для квадрата матричного элемента  $\beta$ -распада (пригодное для описания любых угса-процессов) и вычислена полная вероятность процесса с учетом отдачи нуклона. Во второй вычисляется сечение захвата нейтрино релятивистским нейтроном с учетом отдачи релятивистского протона и аномальных магнитных моментов нуклонов.

Наибольший интерес для астрофизики представляют такие интегральные характеристики, как скорость процесса (число переходов в единичном

объеме за единицу времени):

$$\Gamma = \frac{1}{V} \prod_i \sum dn_i f_i \prod_f \sum dn_f (1 - f_f) \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}}, \quad (1.8)$$

4-импульс, уносимый в реакции нейтрино из единичного объема среды в единицу времени:

$$\mathcal{P}_\alpha = \frac{1}{V} \prod_i \sum dn_i f_i \prod_f \sum dn_f (1 - f_f) k_\alpha \frac{|S_{if}|^2}{\mathcal{T}}. \quad (1.9)$$

Здесь  $dn_i$  и  $dn_f$  — элементы фазового объема начальных  $i$  и конечных  $f$  частиц, участвующих в реакции,  $f_i$  и  $f_f$  — их функции распределения,  $|S_{if}|^2/\mathcal{T}$  — квадрат  $S$ -матричного элемента процесса в единицу времени,  $k_\alpha$  — 4-импульс, уносимый нейтрино в реакции,  $V$  — нормировочный объем, а символ  $\sum$  означает суммирование по дискретным и интегрирование по непрерывным числам заполнения частицы. Скорость процесса (1.8) позволяет вычислить среднее время пробега нейтрино в среде в нейтринопоглощающих реакциях:

$$\bar{\tau}_\nu = \frac{n_\nu}{\Gamma}, \quad (1.10)$$

где  $n_\nu$  — концентрация нейтрино. Ноль-компонента 4-вектора (1.9) определяет нейтринную светимость, а компонента вектора (1.9) вдоль направления магнитного поля — асимметрию в процессах переизлучения нейтрино [42]. Отметим также, что в низкоэнергетическом пределе ( $|q^2| \ll m_W^2$ , где  $q^2$  — квадрат переданного в реакции 4-импульса,  $m_W$  — масса  $W$ -бозона), который хорошо выполняется практически во всех астрофизических приложениях, указанные выше нейтринные процессы являются одновершинными, поскольку описываются в этом пределе эффективной локальной  $(V - A)$  теорией.

В дальнейшем будет рассмотрена техника вычисления характеристик (1.8) и (1.9) в одновершинных нейтринных процессах с использованием

матрицы плотности заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле. Привлекательность такого способа вычисления заключается в том, что он подобен технике вычисления фейнмановских диаграмм в вакууме. Матрица плотности заряженной релятивистской частицы в постоянном однородном магнитном поле давно привлекала интерес исследователей [31]. Заметим, что в импульсном пространстве эту матрицу естественно определить так, чтобы в бесполовом пределе при суммировании по поляризациям заряженной частицы с положительной (отрицательной) энергией получить хорошо известный результат:

$$\rho^{(\pm)}(p) = \hat{p} \pm m,$$

где  $\hat{p} = p_\mu \gamma^\mu$ ,  $\gamma^\mu$  — матрицы Дирака.

## 1.2. Матрица плотности заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле

Рассмотрим спинорную частицу массы  $m$  и заряда  $\rho e$  ( $\rho = \pm 1$  — знак заряда,  $e > 0$ ), находящуюся в постоянном однородном магнитном поле. Вектор напряженности магнитного поля  $\mathbf{B}$  направим вдоль оси  $Oz$ . Таким образом, векторный потенциал запишется в виде:

$$A^\mu = (0, 0, xB, 0). \quad (1.11)$$

Для описания спиновых свойств частицы воспользуемся инвариантным спиновым оператором:

$$\hat{M} = \frac{e}{2m^2} \tilde{F}_{\mu\nu} p^\mu S^\nu, \quad (1.12)$$

где  $\tilde{F}_{\mu\nu}$  — дуальный тензор электромагнитного поля,  $S^\nu = \gamma^5(\gamma^\nu - P^\nu/m)$ ,  $P^\nu = p^\nu - \rho e A^\nu$ ,  $p^\nu$  — оператор кинематического импульса. В системе по-

коя спиновый оператор представляет собой проекцию магнитного момента электрона на магнитное поле:

$$\hat{M} = -\mu_0 \mathbf{B} \quad (1.13)$$

При этом собственные значения инвариантного оператора имеют вид:

$$M = \frac{eB}{2m^2} \tilde{p}_\perp s,$$

Здесь  $\mu_0$  – магнитный момент электрона,  $s = \pm 1$  – спиновое число,  $\tilde{p}_\perp = \sqrt{2eBn + m^2}$ ,  $m$  – масса заряженной частицы. Решение уравнения Дирака [28] могут быть записаны в удобном для дальнейшего использования виде:

$$\begin{aligned} \psi_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\mathbf{x}) &= \frac{e^{-i(E_n t - p_2 y - p_3 z)}}{\sqrt{2E_n L_y L_z}} U_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta), \\ U_{n,p_2,p_3,s=\varrho}^{(+)}(\eta) &= W_s \chi_n(\eta) - V_{-s} \chi_{n-1}(\eta), \\ U_{n,p_2,p_3,s=-\varrho}^{(+)}(\eta) &= V_{-s} \chi_n(\eta) + W_s \chi_{n-1}(\eta), \end{aligned} \quad (1.14)$$

где  $E_n = \sqrt{p_3^2 + m^2 + 2eBn}$  – энергия в магнитном поле, квантовое число  $n = 0, 1, 2, \dots$  нумерует уровни Ландау,  $p_2$  и  $p_3$  – проекции импульса частицы,  $x^\mu = (t, x, y, z)$ ,  $L_y$  и  $L_z$  – нормировочные длины вдоль осей  $Oy$  и  $Oz$ , и  $\eta = \sqrt{eB}(x - \varrho p_2/eB)$ . Решение (1.14) выражается через нормированные функции одномерного осциллятора (функции Эрмита):

$$\chi_k(\eta) = \frac{(eB)^{1/4} e^{-\eta^2/2}}{\sqrt{2^k k! \sqrt{\pi}}} H_k(\eta), \quad H_k(\eta) = (-1)^k e^{\eta^2} \frac{d^k}{d\eta^k} e^{-\eta^2}, \quad (1.15)$$

где  $H_k(\eta)$  — полиномы Эрмита, и следующие биспиноры:

$$W_- = i \sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp + m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}} \begin{pmatrix} 0 \\ E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ -E_n - p_3 + \tilde{p}_\perp \end{pmatrix}, W_+ = \sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp + m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}} \begin{pmatrix} E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ E_n + p_3 - \tilde{p}_\perp \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$V_- = i \sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp - m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}} \begin{pmatrix} 0 \\ -E_n - p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \end{pmatrix}, V_+ = -\sqrt{\frac{\tilde{p}_\perp - m}{2\tilde{p}_\perp(E_n + p_3)}} \begin{pmatrix} E_n + p_3 - \tilde{p}_\perp \\ 0 \\ E_n + p_3 + \tilde{p}_\perp \\ 0 \end{pmatrix}$$

$p_3$  — компонента импульса частицы вдоль вектора напряженности магнитного поля,  $\tilde{p}_\perp = \sqrt{2eBn + m^2}$  — "поперечная" составляющая.

Решение уравнения Дирака с отрицательной энергией может быть получено из выражения (1.14) формальной заменой  $E_n \rightarrow -E_n$ ,  $p_2 \rightarrow -p_2$ ,  $p_3 \rightarrow -p_3$ , что эквивалентно заменам  $m \rightarrow -m$  и  $V_s \rightarrow -V_s$  в биспиноре  $U_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta)$ . Таким образом, отрицательно частотное решение может быть представлено в виде:

$$\psi_{n,p_2,p_3,s}^{(-)}(\mathbf{x}) = \frac{e^{i(E_n t - p_2 y - p_3 z)}}{\sqrt{2E_n L_y L_z}} U_{n,p_2,p_3,s}^{(-)}(\tilde{\eta}),$$

$$U_{n,p_2,p_3,s=\varrho}^{(-)}(\tilde{\eta}) = \tilde{W}_s \chi_n(\tilde{\eta}) + \tilde{V}_{-s} \chi_{n-1}(\tilde{\eta}), \quad (1.16)$$

$$U_{n,p_2,p_3,s=-\varrho}^{(-)}(\tilde{\eta}) = -\tilde{V}_{-s} \chi_n(\tilde{\eta}) + \tilde{W}_s \chi_{n-1}(\tilde{\eta}),$$

где  $\tilde{W}_s = W_s(m \rightarrow -m)$ ,  $\tilde{V}_s = V_s(m \rightarrow -m)$ ,  $\tilde{\eta} = \sqrt{eB}(x + \varrho p_2/eB)$ , и подразумевается, что знак заряда  $\varrho$  для решения с отрицательной энергией тот же, что и для решения с положительной.

Чтобы получить матрицу плотности заряженной спинорной частицы в постоянном однородном магнитном поле, рассмотрим вспомогательный

интеграл:

$$I_{n,p_3,s}^{(+)}(x, x') = \int_{-\infty}^{\infty} dp_2 \psi_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(x) \bar{\psi}_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(x') = \quad (1.17)$$

$$= \frac{e^{-i[E_n(t-t')-p_3(z-z')]} }{2E_n L_y L_z} \int_{-\infty}^{\infty} dp_2 e^{ip_2(y-y')} \left[ U_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta) \bar{U}_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta') \right],$$

где  $\eta = \sqrt{eB}(x - \varrho p_2/eB)$  и  $\eta' = \sqrt{eB}(x' - \varrho p_2/eB)$ . Перейдём от интегрирования по переменной  $p_2$  к интегрированию по  $\eta$ . Выделив трансляционно-инвариантную фазу  $\Phi(x, x') = eB(x + x')(y - y')/2$ , получим:

$$I_{n,p_3,s}^{(+)}(x, x') = \frac{\sqrt{eB}}{2E_n L_y L_z} e^{i\varrho\Phi(x,x')} e^{-i[E_n(t-t')-p_3(z-z')]} \tilde{F}(\xi_1, \xi_2), \quad (1.18)$$

$$\tilde{F}(\xi_1, \xi_2) = e^{i\varrho\xi_1\xi_2/2} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-i\varrho\xi_2\eta} \left[ U_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta) \bar{U}_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta - \xi_1) \right], \quad (1.19)$$

где  $\xi_1 = \sqrt{eB}(x - x')$  и  $\xi_2 = \sqrt{eB}(y - y')$ . Прямое и обратное фурье-преобразования функции  $\tilde{F}(\xi_1, \xi_2)$  удобно выбрать в виде:

$$F(p_1, p_2) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d\xi_1 d\xi_2 e^{-i(\xi_1 p_1 + \xi_2 p_2)/\sqrt{eB}} \tilde{F}(\xi_1, \xi_2), \quad (1.20)$$

$$\tilde{F}(\xi_1, \xi_2) = \int \frac{dp_1 dp_2}{eB} e^{i(p_1 \xi_1 + p_2 \xi_2)/\sqrt{eB}} F(p_1, p_2). \quad (1.21)$$

Запишем интеграл (1.18) через фурье-образ  $F(p_1, p_2)$  функции  $\tilde{F}(\xi_1, \xi_2)$ :

$$I_{n,p_3,s}^{(+)}(x, x') = \frac{e^{i\varrho\Phi(x,x')}}{2E_n L_y L_z} \int \frac{dp_1 dp_2}{\sqrt{eB}} e^{-ip(x-x')} F(p_1, p_2). \quad (1.22)$$

В интеграле  $I_{n,p_3,s}^{(+)}(x, x')$  образовался фазовый множитель  $e^{-ip(x-x')}$ , содержащий 4-вектор  $p^\mu = (E_n, p_1, p_2, p_3)$ , который может интерпретироваться как 4-импульс частицы. Сравнивая формулы (1.17) и (1.22), получим:

$$\psi_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(x) \bar{\psi}_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(x') = \frac{e^{i\varrho\Phi(x,x')}}{2E_n L_y L_z} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_1}{\sqrt{eB}} e^{-ip(x-x')} F(p_1, p_2), \quad (1.23)$$



где подынтегральная функция  $F(p_1, p_2)$  может быть представлена в виде:

$$F(p_1, p_2) = e^{-2i\varrho p_1 p_2 / eB} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\eta}{\pi} e^{-2ip_1\eta/\sqrt{eB}} \times \\ \times \left[ U_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta) \bar{U}_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(-\eta - 2\varrho p_2/\sqrt{eB}) \right]. \quad (1.24)$$

Вычислим  $F(p_1, p_2)$  отдельно для каждой из поляризаций  $s = \pm 1$ , используя явный вид  $U_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\eta)$  (см. выражения (1.14)):

$$F_{+\varrho}(p_1, p_2) = F(p_1, p_2) \Big|_{s=\varrho} = (-1)^n \frac{e^{-iab/2}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-ia\eta} \times \\ \times \left\{ [W_{\varrho} \bar{W}_{\varrho}] \chi_n(\eta) \chi_n(\eta + b) - [V_{-\varrho} \bar{V}_{-\varrho}] \chi_{n-1}(\eta) \chi_{n-1}(\eta + b) + \right. \\ \left. + [W_{\varrho} \bar{V}_{-\varrho}] \chi_n(\eta) \chi_{n-1}(\eta + b) - [V_{-\varrho} \bar{W}_{\varrho}] \chi_{n-1}(\eta) \chi_n(\eta + b) \right\}, \quad (1.25)$$

$$F_{-\varrho}(p_1, p_2) = F(p_1, p_2) \Big|_{s=-\varrho} = (-1)^n \frac{e^{-iab/2}}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-ia\eta} \times \\ \times \left\{ [V_{\varrho} \bar{V}_{\varrho}] \chi_n(\eta) \chi_n(\eta + b) - [W_{-\varrho} \bar{W}_{-\varrho}] \chi_{n-1}(\eta) \chi_{n-1}(\eta + b) + \right. \\ \left. + [W_{-\varrho} \bar{V}_{\varrho}] \chi_{n-1}(\eta) \chi_n(\eta + b) - [V_{\varrho} \bar{W}_{-\varrho}] \chi_n(\eta) \chi_{n-1}(\eta + b) \right\}, \quad (1.26)$$

где  $a = 2p_1/\sqrt{eB}$ ,  $b = 2\varrho p_2/\sqrt{eB}$ , и использовано свойство  $\chi_n(-\eta) = (-1)^n \chi_n(\eta)$ . Интегралы (1.25) и (1.26) берутся аналитически с помощью известного интеграла [43]:

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2} H_m(x+a) H_n(x+b) dx = 2^n \sqrt{\pi} m! b^{n-m} L_m^{n-m}(-2ab), \quad (1.27)$$

где  $n \geq m$  и  $L_m^{n-m}(x)$  — обобщенный полином Лагерра:

$$L_n^k(x) = \frac{x^{-k} e^x}{n!} \frac{d^n}{dx^n} [x^{n+k} e^{-x}].$$

Используя (1.27), получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-ia\eta} \chi_n(\eta) \chi_m(\eta + b) = \quad (1.28)$$

$$= (-1)^{n-m} \sqrt{\frac{eB 2^{m-n} m!}{n!}} (b + ia)^{n-m} e^{(iab-c^2)/2} L_m^{n-m}(c^2),$$

где  $c^2 = (a^2 + b^2)/2$ . Отметим, что в (1.25) и (1.26) функции  $\chi_n(\eta)$  входят с индексами, различающимися не более чем на единицу. Приведем ниже требуемые интегралы:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-ia\eta} \chi_n(\eta) \chi_n(\eta + b) = e^{(iab-c^2)/2} \sqrt{eB} L_n(c^2), \quad (1.29)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-ia\eta} \chi_n(\eta) \chi_{n-1}(\eta + b) =$$

$$= e^{(iab-c^2)/2} \sqrt{eBn} \frac{ia + b}{\sqrt{2} c^2} [L_n(c^2) - L_{n-1}(c^2)], \quad (1.30)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\eta e^{-ia\eta} \chi_n(\eta + b) \chi_{n-1}(\eta) =$$

$$= e^{(iab-c^2)/2} \sqrt{eBn} \frac{ia - b}{\sqrt{2} c^2} [L_n(c^2) - L_{n-1}(c^2)], \quad (1.31)$$

где  $L_n(x) \equiv L_n^0(x)$  — полином Лагерра, а также учтено свойство:

$$L_{n-1}^1(x) = \frac{n}{x} [L_{n-1}(x) - L_n(x)].$$

После интегрирования по переменной  $\eta$  фурье-образ матрицы плотности

определенной поляризации может быть представлен в виде [21]:

$$\begin{aligned}
F_{+\varrho}(p_1, p_2) &= (-1)^n \frac{\sqrt{eB}}{\pi} e^{-u/2} \left\{ L_n(u) [W_{\varrho} \bar{W}_{\varrho}] - L_{n-1}(u) [V_{-\varrho} \bar{V}_{-\varrho}] + \right. \\
&+ \frac{2}{\sqrt{2eBn}} L_{n-1}^1(u) \left[ - (ip_1 + \varrho p_2) [W_{\varrho} \bar{V}_{-\varrho}] + \right. \\
&+ \left. (ip_1 - \varrho p_2) [V_{-\varrho} \bar{W}_{\varrho}] \right] \left. \right\}, \tag{1.32}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
F_{-\varrho}(p_1, p_2) &= (-1)^n \frac{\sqrt{eB}}{\pi} e^{-u/2} \left\{ L_n(u) [V_{\varrho} \bar{V}_{\varrho}] - L_{n-1}(u) [W_{-\varrho} \bar{W}_{-\varrho}] + \right. \\
&+ \frac{2}{\sqrt{2eBn}} L_{n-1}^1(u) \left[ - (ip_1 - \varrho p_2) [W_{-\varrho} \bar{V}_{\varrho}] + \right. \\
&+ \left. (ip_1 + \varrho p_2) [V_{\varrho} \bar{W}_{-\varrho}] \right] \left. \right\}, \tag{1.33}
\end{aligned}$$

где  $u = 2(p_1^2 + p_2^2)/eB$ . Вычисление билинейных комбинаций биспиноров  $W_{\pm\varrho}$  и  $V_{\pm\varrho}$  с использованием их явного вида приводит к результату:

$$W_{\pm\varrho} \bar{W}_{\pm\varrho} = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 + \frac{m}{\tilde{p}_{\perp}} \right) \hat{p}_{\parallel} + \tilde{p}_{\perp} + m \right] \Pi_{\pm\varrho},$$

$$V_{\pm\varrho} \bar{V}_{\pm\varrho} = \frac{1}{2} \left[ \left( 1 - \frac{m}{\tilde{p}_{\perp}} \right) \hat{p}_{\parallel} - \tilde{p}_{\perp} + m \right] \Pi_{\pm\varrho},$$

$$\begin{aligned}
\frac{2}{\sqrt{2eBn}} \left[ - (ip_1 + \varrho p_2) [W_{\varrho} \bar{V}_{-\varrho}] + (ip_1 - \varrho p_2) [V_{-\varrho} \bar{W}_{\varrho}] \right] &= \\
= \hat{p}_{\perp} - i\varrho \frac{\hat{p}_{\parallel} (p\varphi\gamma)}{\tilde{p}_{\perp}}, \tag{1.34}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{2}{\sqrt{2eBn}} \left[ - (ip_1 - \varrho p_2) [W_{-\varrho} \bar{V}_{\varrho}] + (ip_1 + \varrho p_2) [V_{\varrho} \bar{W}_{-\varrho}] \right] &= \\
= \hat{p}_{\perp} + i\varrho \frac{\hat{p}_{\parallel} (p\varphi\gamma)}{\tilde{p}_{\perp}}. \tag{1.35}
\end{aligned}$$

Матрицу плотности  $\rho_{n,s}^{(+)}(p)$  дираковской частицы заряда  $\varrho e$  в импульсном пространстве, соответствующую решению (1.14) уравнения Дирака с

положительной энергией и собственным значением  $M$  оператора (1.12), определим из соотношения:

$$\psi_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_{n,p_2,p_3,s}^{(+)}(\mathbf{x}') = \frac{e^{i\varrho\Phi(\mathbf{x},\mathbf{x}')}}{2E_n L_y L_z} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-ip(\mathbf{x}-\mathbf{x}')} \rho_{n,s}^{(+)}(p) \frac{dp_1}{2\pi}, \quad (1.36)$$

где  $p(\mathbf{x}-\mathbf{x}') = p_\mu(\mathbf{x}-\mathbf{x}')^\mu$ ,  $p^\mu = (E_n, p_1, p_2, p_3)$  может интерпретироваться, как 4-импульс частицы.

Подставляя (1.32) и (1.33) в (1.23) и сравнивая это выражение с определением (1.36), получим формулы (1.37) и (1.38) для матрицы плотности в импульсном пространстве.

Матрица плотности  $\rho_{n,s}^{(+)}(p)$  для отдельных поляризаций запишется в виде [21]:

$$\begin{aligned} \rho_{n,s=\varrho}^{(+)}(p) &= (-1)^n e^{-u/2} \left\{ \left[ \left(1 + \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right) \hat{p}_\parallel + \tilde{p}_\perp + m \right] \Pi_\varrho L_n(u) - \right. \\ &\quad - \left[ \left(1 - \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right) \hat{p}_\parallel - \tilde{p}_\perp + m \right] \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \\ &\quad \left. + 2 \left[ \hat{p}_\perp - i\varrho \frac{\hat{p}_\parallel}{\tilde{p}_\perp} (p\varphi\gamma) \right] L_{n-1}^1(u) \right\}, \end{aligned} \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} \rho_{n,s=-\varrho}^{(+)}(p) &= (-1)^n e^{-u/2} \left\{ \left[ \left(1 - \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right) \hat{p}_\parallel - \tilde{p}_\perp + m \right] \Pi_\varrho L_n(u) - \right. \\ &\quad - \left[ \left(1 + \frac{m}{\tilde{p}_\perp}\right) \hat{p}_\parallel + \tilde{p}_\perp + m \right] \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \\ &\quad \left. + 2 \left[ \hat{p}_\perp + i\varrho \frac{\hat{p}_\parallel}{\tilde{p}_\perp} (p\varphi\gamma) \right] L_{n-1}^1(u) \right\}. \end{aligned} \quad (1.38)$$

Здесь  $\hat{p}_\parallel = (p\tilde{\Lambda}\gamma) = E_n\gamma_0 - p_3\gamma_3$ ,  $\hat{p}_\perp = (p\Lambda\gamma) = p_1\gamma_1 + p_2\gamma_2$ ,  $(p\varphi\gamma) = p_2\gamma_1 - p_1\gamma_2$ ,  $\varphi_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}/B$  и  $\tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \tilde{F}_{\mu\nu}/B$  — безразмерные тензор и дуальный тензор электромагнитного поля,  $\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu}$ ,  $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu}$ ,  $\Pi_\varrho$  — оператор проекции спина частицы на направление магнитного поля (см. формулу (A.11) Приложения А). Отметим, что входящие в (1.37) и (1.38)

структуры  $\hat{p}_{\parallel}$ ,  $\hat{p}_{\perp}$ ,  $(p\varphi\gamma)$ ,  $\tilde{p}_{\perp}$ ,  $\Pi_{\varrho}$ , а также аргумент полиномов Лагерра  $u = 2p_{\perp}^2/eB = 2(p_1^2 + p_2^2)/eB$  являются инвариантами относительно преобразований Лоренца вдоль вектора напряженности магнитного поля. Эффективное разбиение 4-мерного пространства в постоянном однородном магнитном поле на два ортогональных подпространства — параллельное ( $\parallel$ ) и перпендикулярное ( $\perp$ ), а также алгебра матриц Дирака в этих подпространствах приведены в Приложении А.

После суммирования по поляризациям  $s$ , получим выражение для матрицы плотности  $\rho_n^{(+)}(p)$ , которое не содержит информации о спиновых свойствах заряженной дираковской частицы и, таким образом, не зависит от выбора проектирующих операторов [21]:

$$\rho_n^{(+)}(p) = \sum_{s=\pm\rho} \rho_{n,s}^{(+)}(p) \quad (1.39)$$

$$\rho_n^{(+)}(p) = (-1)^n 2 e^{-u/2} \times$$

$$\times \left[ \left( \hat{p}_{\parallel} + m \right) \left( \Pi_{\varrho} L_n(u) - \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \right) + 2 \hat{p}_{\perp} L_{n-1}^1(u) \right].$$

При «наивном» суммировании матрицы плотности (1.39) по  $n$ , то есть в предположении, что в пределе слабого поля ( $B \rightarrow 0$ ) дискретный спектр энергий заряженной частицы переходит в непрерывный ( $E_n \rightarrow E = \sqrt{p^2 + m^2}$ ), получаем стандартное вакуумное выражение:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \rho_n^{(+)}(p) = 2 e^{-u/2} (\hat{p}_{\parallel} + m) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \left[ \Pi_{\varrho} L_n(u) - \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \right] +$$

$$+ 4 e^{-u/2} \hat{p}_{\perp} \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n L_{n-1}^1(u) = \hat{p}_{\parallel} + m - \hat{p}_{\perp} = \hat{p} + m, \quad (1.40)$$

где было использовано правило суммирования обобщённых полиномов Лагерра [44]:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(n+k)!}{n! k!} L_{n+k}^m(2x) = \frac{e^x}{2^{k+m+1}} L_k^m(x) \quad (1.41)$$

при значениях  $k = 0$  и  $m = 0, 1$ .

В случае нерелятивистской частицы, пренебрегая всеми поперечными к полю компонентами импульса и полагая  $\hat{p}_{\parallel} = m\hat{v}_{\parallel}$ , получим из (1.37) и (1.38) [21]:

$$\begin{aligned}\rho_{n,s=\varrho}^{(+)}(p) &= (-1)^n 2 e^{-u/2} L_n(u) m (1 + \hat{v}_{\parallel}) \Pi_{\varrho}, \\ \rho_{n,s=-\varrho}^{(+)}(p) &= (-1)^{n+1} 2 e^{-u/2} L_{n-1}(u) m (1 + \hat{v}_{\parallel}) \Pi_{-\varrho},\end{aligned}\quad (1.42)$$

где  $v^{\mu} = (1, 0, 0, v)/\sqrt{1 - v^2}$  — 4-скорость движения среды вдоль направления поля. Нетрудно убедиться, что матрица плотности (1.42) описывает состояние с определенной проекцией оператора дираковского спина на направление магнитного поля.

Поскольку волновая функция нерелятивистской заряженной частицы с аномальным магнитным моментом, например протона, не зависит от аномального момента, приведенные выражения описывают матрицу плотности с определенной поляризацией также и в этом случае. Отметим, что учет взаимодействия аномального магнитного момента с магнитным полем снимает вырождение энергии по уровням Ландау:

$$E_{n,s} = m + \frac{p_3^2}{2m} + \frac{eBn}{m} - \tilde{g}\varrho \frac{eBs}{2m},\quad (1.43)$$

где число  $n$  нумерует уровни Ландау,  $\tilde{g}$  — аномальный магнитный момент в ядерных магнетонах для нуклонов и магнетонах Бора для электронов.

Просуммированная по  $s$  матрица плотности, соответствующая решению уравнения Дирака с отрицательной энергией (1.16), получается из (1.36) формальной заменой  $p^{\mu} \rightarrow -p^{\mu}$ , что приводит к выражению [21]:

$$\begin{aligned}\sum_{s=\pm 1} \psi_{n,p_2,p_3,s}^{(-)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_{n,p_2,p_3,s}^{(-)}(\mathbf{x}') &= \frac{e^{-i\varrho\Phi(\mathbf{x},\mathbf{x}')}}{2E_n L_y L_z} \int_{-\infty}^{\infty} e^{ip(x-x')} \rho_n^{(-)}(p) \frac{dp_1}{2\pi}, \\ \rho_n^{(-)}(p) &= (-1)^n 2 e^{-u/2} \{ (\hat{p}_{\parallel} - m) [\Pi_{\varrho} L_n(u) - \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u)] + 2\hat{p}_{\perp} L_{n-1}^1(u) \}.\end{aligned}\quad (1.44)$$

В приведенной формуле учтено, что знак заряда  $\rho$  для отрицательно частотного решения такой же, как и для положительно частотного.

Для полноты изложения, приведем известные матрицы плотности для безмассового нейтрино левой спиральности с 4-импульсом  $k^\mu = (\omega, \mathbf{k})$ :

$$\psi_k^{(\nu)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_k^{(\nu)}(\mathbf{x}') = \frac{e^{-ik(\mathbf{x}-\mathbf{x}')}}{2\omega V} \rho^{(\nu)}(k), \quad \rho^{(\nu)}(k) = \frac{1}{2} \hat{k} (1 - \gamma_5), \quad (1.45)$$

и для электронейтральной частицы с массой  $m_N$  и 4-импульсом  $P^\mu = (E, \mathbf{P})$ :

$$\sum_{s=\pm 1} \psi_{P,s}^{(N)}(\mathbf{x}) \bar{\psi}_{P,s}^{(N)}(\mathbf{x}') = \frac{e^{-iP(\mathbf{x}-\mathbf{x}')}}{2EV} \rho^{(N)}(P), \quad \rho^{(N)}(P) = \hat{P} + m_N, \quad (1.46)$$

где  $\gamma_5 = -i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3$  и  $V = L_x L_y L_z$  — нормировочный объём. В нерелятивистском пределе матрица плотности поляризованной электронейтральной частицы имеет вид:

$$\rho_s^{(N)}(P) = m_N (1 + \hat{v}_\parallel) \Pi_s, \quad (1.47)$$

не меняющийся и при учете магнитного момента частицы, например нейтрона. Однако, в этом случае энергия частицы явно зависит от ее поляризации и определяется выражением:

$$E_s = m_N + \frac{\mathbf{P}^2}{2m_N} - g \frac{eB_s}{2m_N}, \quad (1.48)$$

где  $g$  — магнитный момент нейтрона в ядерных магнетонах.

### 1.3. Слабые одновершинные процессы в технике матрицы плотности

В этом разделе покажем, как работает формализм матрицы плотности на следующих примерах: процесс нейтринного синхротронного излучения

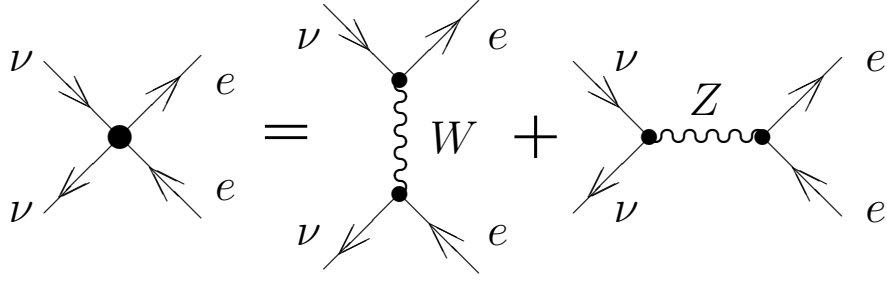


Рис. 1.1. Диаграмма взаимодействия в локальном пределе.

(1.3), процесс аннигиляции электрона и позитрона в пару нейтрино (1.1), а также угса-процесс (1.5).  $S$ -матричные элементы и их квадраты для кросс-синг-симметричных процессов могут быть получены соответствующими заменами 4-импульсов частиц.

В низкоэнергетическом пределе, когда переданные в реакции энергия и импульс много меньше массы  $W$ -бозона ( $m_W \simeq 80$  ГэВ [45]) (рис. 1.1), локальный эффективный лагранжиан процесса (1.3) может быть записан в виде:

$$\mathcal{L}_{\text{eff}}(x) = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\psi}^{(Q)}(x) \gamma_\alpha (c_v + c_a \gamma_5) \psi^{(Q)}(x) \right] \left[ \bar{\psi}^{(\nu)}(x) \gamma_\alpha (1 + \gamma_5) \psi^{(\nu)}(x) \right], \quad (1.49)$$

где  $G_F$  — константа Ферми,  $\psi^{(Q)}(x)$  — оператор поля заряженной частицы,  $\psi^{(\nu)}(x)$  — оператор нейтринного поля,  $c_v$  и  $c_a$  — векторные и аксиальные константы эффективных нейтральных слабых токов. Отметим, что в рассматриваемом пределе значения этих констант для процесса (1.3) зависят от аромата нейтрино [46]:

$$\begin{aligned} c_v^{(e)} &= +1/2 + 2 \sin^2 \theta_W, & c_a^{(e)} &= +1/2, & \text{для } \nu &= \nu_e \\ c_v^{(x)} &= -1/2 + 2 \sin^2 \theta_W, & c_a^{(x)} &= -1/2, & \text{для } \nu_x &= \nu_\mu, \nu_\tau, \end{aligned} \quad (1.50)$$

где  $\theta_W$  — угол Вайнберга ( $\sin^2 \theta_W \simeq 0.23$  [45]).  $S$ -матричные элементы процесса (1.3), составленные по локальному эффективному лагранжиану



ну (1.49), могут быть записаны в виде:

$$S_{if} = \frac{i G_F}{\sqrt{2}} \int \left[ \bar{\psi}_{n', p_2', p_3', s'}^{(Q)}(\mathbf{x}) \tilde{O}_\alpha(c) \psi_{n, p_2, p_3, s}^{(Q)}(\mathbf{x}) \right] \left[ \bar{\psi}_{k'}^{(\nu)}(\mathbf{x}) O_\alpha \psi_k^{(\nu)}(\mathbf{x}) \right] d^4\mathbf{x}, \quad (1.51)$$

$$\tilde{O}_\alpha = \gamma_\alpha (c_v + c_a \gamma_5), \quad O_\alpha = \gamma_\alpha (1 + \gamma_5),$$

где  $\psi_{n, p_2, p_3, s}^{(Q)}(\mathbf{x})$ ,  $\psi_{n', p_2', p_3', s'}^{(Q)}(\mathbf{x})$ ,  $\psi_k^{(\nu)}(\mathbf{x})$ ,  $\psi_{k'}^{(\nu)}(\mathbf{x})$  — волновые функции электрона и нейтрино в начальном и конечном состояниях, и интегрирование ведётся по 4-мерному нормировочному объёму  $\Omega = \mathcal{T} L_x L_y L_z$ .

При использовании формализма матрицы плотности, квадраты  $S$ -матричных элементов, просуммированные по поляризациям частиц, представляются в виде:

$$\sum_{s, s' = \pm 1} |S_{if}|^2 = \frac{G_F^2}{2} \int \frac{dp_1 dp_1'}{4\pi^2} \text{Sp} \left[ \rho_{n'}^{(Q)}(p') \tilde{O}_\alpha \rho_n^{(Q)}(p) \tilde{O}_\beta \right] \times$$

$$\times \text{Sp} \left[ \rho^{(\nu)}(k') O_\alpha \rho^{(\nu)}(k) O_\beta \right] \int d^4\mathbf{x} d^4\mathbf{x}' \frac{e^{-i(p-p'-k-k')(\mathbf{x}-\mathbf{x}')}}{16 \varepsilon_n \omega \varepsilon_{n'} \omega' L_y^2 L_z^2 V^2}, \quad (1.52)$$

где  $p^{(\prime)\mu} = (\varepsilon_{n^{(\prime)}}^{(\prime)}, \mathbf{p}^{(\prime)})$ ,  $k^{(\prime)\mu} = (\omega^{(\prime)}, \mathbf{k}^{(\prime)})$  — 4-импульсы заряженных частиц и нейтрино в начальном (конечном) состоянии. Квадрат  $S$ -матричного элемента процесса аннигиляции можно получить кинематической заменой  $p' \rightarrow -p'$  в экспоненте, также вместо матрицы плотности для положительночастотного решения  $\rho_{n'}^{(Q)}(p')$  необходимо использовать матрицу плотности (1.44).

Интегрирование квадратов  $S$ -матричных элементов по  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{x}'$  тривиально и приводит к следующим результатам:

$$\sum_{s, s' = \pm 1} |S_{if}|^2 = \frac{(-1)^{n+n'} \pi^2 G_F^2 \mathcal{T}}{2 \varepsilon_n \omega \varepsilon_{n'} \omega' L_y^2 L_z^2 V} \times$$

$$\times \int \left[ L_{\alpha\beta}^{(Q)} L_{\alpha\beta}^{(\nu)} \right] e^{-(u+u')/2} \delta^{(4)}(p - p' - k - k') dp_1 dp_1', \quad (1.53)$$

$$L_{\alpha\beta}^{(Q)} = (-1)^{n+n'} e^{(u+u')/2} \frac{1}{4} \text{Sp} \left[ \rho_{n'}^{(Q)}(p') \tilde{O}_\alpha \rho_n^{(Q)}(p) \tilde{O}_\beta \right],$$

$$L_{\alpha\beta}^{(\nu)} = \text{Sp} \left[ \rho^{(\nu)}(k') O_\alpha \rho^{(\nu)}(k) O_\beta \right], \quad (1.54)$$

где  $u = 2p_{\perp}^2/eB$ ,  $u' = 2p'_{\perp}{}^2/eB$ .

При подстановке (1.53) в  $\mathcal{P}_{\mu}$  (1.9) получим явно ковариантное выражение [21]:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\mu}^{(1)} = & \frac{G_F^2}{8(2\pi)^8} \sum_{n,n'=0}^{\infty} (-1)^{n+n'} \int \frac{d^3k}{\omega} [1 - f_{\nu}(\omega)] \int \frac{d^3k'}{\omega'} [1 - f_{\nu}(\omega')] (k' + k)_{\mu} \quad (1.55) \\ & \times \int \frac{d^3p}{\varepsilon_n} f_Q(\varepsilon_n) \int \frac{d^3p'}{\varepsilon'_{n'}} [1 - f_Q(\varepsilon'_{n'})] \delta^{(4)}(p - p' - k - k') e^{-(u+u')/2} \left[ L_{\alpha\beta}^{(Q)} L_{\alpha\beta}^{(\nu)} \right], \end{aligned}$$

где  $f_{\nu}(\omega^{(\nu)})$  и  $f_Q(\varepsilon_n^{(\nu)})$  — функции распределения начальных (конечных) нейтрино и заряженной частицы.

Поскольку шпур от нечётного числа  $\gamma$ -матриц равен нулю, то после небольших преобразований с использованием коммутационных свойств матрицы  $\gamma_5$  с проекционным оператором ( $\Pi_{\varrho}\gamma_5 = \gamma_5\Pi_{\varrho}$ ), нетрудно получить следующие выражения:

$$\begin{aligned} L_{\alpha\beta}^{(Q)} = & \text{Sp} \left[ \left\{ \widehat{p}_{\parallel} \left( \Pi_{\varrho} L_{n'}(u') - \Pi_{-\varrho} L_{n'-1}(u') \right) + 2\widehat{p}_{\perp} L_{n'-1}^1(u') \right\} \gamma_{\alpha} \right. \\ & \times \left. \left\{ \widehat{p}_{\parallel} \left( \Pi_{\varrho} L_n(u) - \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \right) + 2\widehat{p}_{\perp} L_{n-1}^1(u) \right\} \right. \quad (1.56) \\ & \times \gamma_{\beta} \left( c_v^2 + c_a^2 + 2c_v c_a \gamma_5 \right) \left. \right] + \\ & + m_Q^2 (c_v^2 - c_a^2) \text{Sp} \left[ \left( \Pi_{\varrho} L_{n'}(u') - \Pi_{-\varrho} L_{n'-1}(u') \right) \right. \\ & \times \left. \gamma_{\alpha} \left( \Pi_{\varrho} L_n(u) - \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \right) \gamma_{\beta} \right], \\ L_{\alpha\beta}^{(\nu)} = & 2\text{Sp} \left[ \widehat{k}' \gamma_{\alpha} \widehat{k} \gamma_{\beta} (1 + \gamma_5) \right] \quad (1.57) \end{aligned}$$

для шпуров, входящих в (1.58) При использовании свойств (A.12)–(A.15), (A.19) и (A.21) (см. Приложение А) приведенные выше громоздкие шпуры вычисляются без особых трудностей.

Выражение для 4-импульса процесса аннигиляции:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{P}}_{\mu}^{(1)} = & \frac{G_F^2}{8(2\pi)^8} \sum_{n,n'=0}^{\infty} (-1)^{n+n'} \int \frac{d^3k}{\omega} [1 - f_{\nu}(\omega)] \int \frac{d^3k'}{\omega'} [1 - f_{\nu}(\omega')] (k' + k)_{\mu} \times \\ & \times \int \frac{d^3p}{\varepsilon_n} f_Q(\varepsilon_n) \int \frac{d^3p'}{\varepsilon'_{n'}} f_Q(\varepsilon'_{n'}) \delta^{(4)}(p + p' - k - k') e^{-(u+u')/2} \left[ \tilde{L}_{\alpha\beta}^{(Q)} L_{\alpha\beta}^{(\nu)} \right], \quad (1.58) \end{aligned}$$

В выражении для электрон-позитронного шпура процесса аннигиляции по сравнению с синхротронным меняет знак слагаемое пропорциональное квадрату массы. Смена знака связана с использованием отрицательночастотной матрицы плотности:

$$\begin{aligned}
\tilde{L}_{\alpha\beta}^{(Q)} &= \text{Sp} \left[ \left\{ \hat{p}'_{\parallel} \left( \Pi_{\varrho} L_{n'}(u') - \Pi_{-\varrho} L_{n'-1}(u') \right) + 2\hat{p}'_{\perp} L_{n'-1}^1(u') \right\} \gamma_{\alpha} \right. \\
&\times \left. \left\{ \hat{p}_{\parallel} \left( \Pi_{\varrho} L_n(u) - \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \right) + 2\hat{p}_{\perp} L_{n-1}^1(u) \right\} \right. \\
&\times \left. \gamma_{\beta} \left( c_v^2 + c_a^2 + 2c_v c_a \gamma_5 \right) \right] - \\
&- m_Q^2 (c_v^2 - c_a^2) \text{Sp} \left[ \left( \Pi_{\varrho} L_{n'}(u') - \Pi_{-\varrho} L_{n'-1}(u') \right) \right. \\
&\times \left. \gamma_{\alpha} \left( \Pi_{\varrho} L_n(u) - \Pi_{-\varrho} L_{n-1}(u) \right) \gamma_{\beta} \right]. \tag{1.59}
\end{aligned}$$

Аналогичные реакции можно рассчитать и для нуклонных процессов. В низкоэнергетическом пределе локальный эффективный лагранжиан ирса-процесса (1.5) может быть представлен в виде [46]:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L}_{\text{eff}}^{(2)}(\mathbf{x}) &= \frac{G_F \cos \theta_c}{\sqrt{2}} \left[ \bar{\psi}^{(N)}(\mathbf{x}) \gamma_{\alpha} (g_v + g_a \gamma_5) \psi^{(p)}(\mathbf{x}) \right] \times \\
&\times \left[ \bar{\psi}^{(\nu)}(\mathbf{x}) \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5) \psi^{(e)}(\mathbf{x}) \right], \tag{1.60}
\end{aligned}$$

где  $\theta_c$  — угол Кабиббо ( $\sin \theta_c \simeq 0.22$  [45]),  $\psi^{(N)}(\mathbf{x})$ ,  $\psi^{(p)}(\mathbf{x})$  — операторы нуклонных полей. Для процессов с участием нуклонов константы слабых токов зависят от типа нуклона:

$$\begin{aligned}
g_v^{(p)} &= 0.07/2, \quad g_a^{(p)} = 1.09/2, \quad \text{для } Q = p \text{ (протон)}, \\
g_v^{(N)} &= -1/2, \quad g_a^{(N)} = -0.91/2, \quad \text{для } Q = N \text{ (нейтрон)}. \tag{1.61}
\end{aligned}$$

$S$ -матричный элемент процесса (1.5), соответствующий локальному эффективному лагранжиану (1.60), запишется в виде:

$$S_{if}^{(2)} = \frac{i G_2}{\sqrt{2}} \int \left[ \bar{\psi}_{P',s'}^{(N)}(\mathbf{x}) \tilde{O}_{\alpha}(g) \psi_{m,P_2,P_3,s}^{(p)}(\mathbf{x}) \right] \left[ \bar{\psi}_{q'}^{(\nu)}(\mathbf{x}) O_{\alpha} \psi_{m',q_2,q_3,s''}^{(e)}(\mathbf{x}) \right] d^4\mathbf{x}, \tag{1.62}$$

где  $G_2 = G_F g_v \cos \theta_c$ ,  $g = g_a/g_v \simeq 1.26$ ,  $\psi_{m,P_2,P_3,s}^{(p)}(\mathbf{x})$  и  $\psi_{m',q_2,q_3,s''}^{(e)}(\mathbf{x})$  — волновые функции протона и электрона,  $\psi_{P',s'}^{(N)}(\mathbf{x})$  — нейтрона,  $\psi_{q'}^{(\nu)}(\mathbf{x})$  — нейтрино.

После суммирования по поляризациям:

$$\sum_{s,s',s''=\pm 1} \left| S_{if}^{(2)} \right|^2 = \frac{G_2^2}{2} \int \frac{dq_1 dP_1}{4\pi^2} \text{Sp} \left[ \rho^{(N)}(P') \tilde{O}_\alpha(g) \rho_m^{(p)}(P) \tilde{O}_\beta(g) \right] \times \\ \times \text{Sp} \left[ \rho^{(\nu)}(q') O_\alpha \rho_{m'}^{(e)}(q) O_\beta \right] \int d^4x d^4x' \frac{e^{-i(P+q-P'-q')(x-x')}}{16 E_m \varepsilon_{m'} E' q'_0 L_y^2 L_z^2 V^2}, \quad (1.63)$$

где  $P^\mu = (E_m, \mathbf{P})$ ,  $q^\mu = (\varepsilon_{m'}, \mathbf{q})$ ,  $P'^\mu = (E', \mathbf{P}')$  и  $q'^\mu = (q'_0, \mathbf{q}')$  — 4-импульсы протона, электрона, нейтрона и нейтрино.

После интегрирования по координатам  $x, x'$ :

$$\sum_{s,s',s''=\pm 1} \left| S_{if}^{(2)} \right|^2 = \frac{(-1)^{m+m'} \pi^2 G_2^2 \mathcal{T}}{2 E_m \varepsilon_{m'} E' q'_0 L_y^2 L_z^2 V} \times \\ \times \int [N_{\alpha\beta} L_{\alpha\beta}] e^{-(v+v')/2} \delta^{(4)}(P + q - P' - q') dq_1 dP_1, \quad (1.64) \\ N_{\alpha\beta} = (-1)^m e^{v/2} \frac{1}{2} \text{Sp} \left[ \rho^{(N)}(P') \tilde{O}_\alpha(g) \rho_m^{(p)}(P) \tilde{O}_\beta(g) \right], \\ L_{\alpha\beta} = (-1)^{m'} e^{v'/2} \frac{1}{2} \text{Sp} \left[ \rho^{(\nu)}(q') O_\alpha \rho_{m'}^{(e)}(q) O_\beta \right],$$

Получаем значение  $\mathcal{P}_\mu^{(2)}$  [21]:

$$\mathcal{P}_\mu^{(2)} = \frac{G_2^2}{8(2\pi)^8} \sum_{m,m'=0}^{\infty} (-1)^{m+m'} \int \frac{d^3q'}{q'_0} [1 - f_\nu(q'_0)] q'_\mu \int \frac{d^3P}{E_m} f_p(E_m) \times \\ \times \int \frac{d^3q}{\varepsilon_{m'}} f_e(\varepsilon_{m'}) \int \frac{d^3P'}{E'} [1 - f_N(E')] \delta^{(4)}(P + q - P' - q') e^{-(v+v')/2} [N_{\alpha\beta} L_{\alpha\beta}]. \quad (1.65)$$

Шпуры запишем в виде:

$$\begin{aligned}
N_{\alpha\beta} = & \text{Sp} \left[ \widehat{P}' \gamma_\alpha \left\{ \widehat{P}_\parallel \left( \Pi_+ L_m(v) - \Pi_- L_{m-1}(v) \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\widehat{P}_\perp L_{m-1}^1(v) \right\} \gamma_\beta \left( 1 + g^2 + 2g\gamma_5 \right) \right] + \\
& + m_N m_p (1 - g^2) \text{Sp} \left[ \gamma_\alpha \left( \Pi_+ L_m(v) - \Pi_- L_{m-1}(v) \right) \gamma_\beta \right],
\end{aligned} \tag{1.66}$$

$$\begin{aligned}
L_{\alpha\beta} = & 2\text{Sp} \left[ \widehat{q}' \gamma_\alpha \left\{ \widehat{q}_\parallel \left( \Pi_- L_{m'}(v') - \Pi_+ L_{m'-1}(v') \right) + \right. \right. \\
& \left. \left. + 2\widehat{q}_\perp L_{m'-1}^1(v') \right\} \gamma_\beta \left( 1 + \gamma_5 \right) \right]
\end{aligned} \tag{1.67}$$

## 1.4. Выводы к первой главе

В данной главе получено инвариантное, в смысле преобразований Лоренца вдоль вектора напряженности магнитного поля, представление для матрицы плотности заряженной релятивистской спинорной частицы, находящейся в постоянном однородном магнитном поле. В формализме матрицы плотности развита техника вычисления скорости реакции и 4-импульса, уносимого нейтрино из плазмы, в одновершинных нейтринных процессах. Эффективность этой техники продемонстрирована при получении ковариантного выражения 4-вектора  $\mathcal{P}_\mu$  для процессов аннигиляции электрона и позитрона в пару нейтрино, нейтринного синхротронного излучения электроном (позитроном).

## Глава 2

# Нейтринное остывание файербола в модели гигантской вспышки SGR.

### 2.1. Введение

В настоящей главе процессы лептонного рождения нейтринной пары используются для анализа скорости нейтринного охлаждения электрон–позитронной плазмы на стадии гигантской вспышки мягкого рентгеновского повторителя (SGR) в магнитарной модели [19]. В этой модели невырожденная горячая ( $T \sim 1\text{МэВ}$ ) плазма (файербол) удерживается над поверхностью нейтронной звезды сильным магнитным полем напряженности  $B \sim (10^{14} - 10^{15})\text{Гс}$ . Авторами магнитарной модели предполагалось, что основной процесс нейтринного охлаждения файербола – аннигиляция электрона и позитрона в пару нейтрино, в которой электроны и позитроны занимают лишь основной уровень Ландау [19]. Отметим, что в условиях файербола принципиально важно учесть следующий уровень Ландау ( $n$  или  $n' = 1$ ). Как нами будет показано, его учет существенно увеличивает светимость в процессе.

Далее, как будет показано в данной главе, нейтринная светимость в процессе синхротронного излучения пары нейтрино электроном (позитроном) в условиях файербола того же порядка, что и в процессе аннигиляции. Это означает, что в условиях магнитарной модели гигантской вспышки SGR (невырожденная электрон–позитронная плазма при  $T \gtrsim m_e$ ,  $B \sim (10^{14} - 10^{15})\text{ Гс}$ ) необходимо оценить нейтринную светимость как в процессе аннигиляции так и в нейтринном синхротронном излучении при

$(n, n') = (0, 1), (1, 0)$ . Здесь  $n, n'$  – уровень Ландау электрона, позитрона в реакции аннигиляции и начального, конечного электрона (позитрона) в реакции синхротронного рождения пары нейтрино. Отметим, что интерполяционные формулы светимости этих процессов, подходящие и для рассматриваемой асимптотики, получены в работах [47], [48].

В данной главе нейтринные светимости в процессах аннигиляции  $e^+e^-$ –пары в пару нейтрино и нейтринного синхротронного излучения электроном (позитроном) вычислены независимо в формализме матрицы плотности заряженной частицы в постоянном однородном магнитном поле. Не считая применение этого формализма для вычисления светимостей фундаментальным результатом, мы, однако, указываем на три положительных момента в развитой нами технике вычисления. Во–первых, полученные в [47], [48] результаты не проверялись независимыми вычислениями. Во–вторых, техника матрицы плотности заряженной частицы в импульсном представлении подобна технике вычисления фейнмановских диаграмм в вакууме и, следовательно, может быть быстро освоена специалистами, не имеющими опыта вычисления процессов во внешнем магнитном поле. В–третьих, полученное нами импульсное представление поляризованной матрицы плотности заряженной частицы и вычисляемые с ее помощью интегральные величины явно ковариантны относительно преобразований Лоренца вдоль по направлению вектора напряженности магнитного поля. Это позволяет получить интегральные характеристики (длину пробега, переданный импульс, светимость и т.п.) в системе отсчета, движущейся с произвольной скоростью вдоль вектора напряженности магнитного поля нейтронной звезды (остатка коллапса), что может быть очень важным при описании процессов нейтринного остывания в ударной волне сверхновой, гамма–вспышке SGR и космологических гамма–всплесках (GRB). Отметим, что элемен-

ты вычисления, в которых введено некоторое подобие вакуумной матрицы плотности, использовались еще в работе [12]. Функциональное выражение матрицы плотности в координатном пространстве получено в работе [31]. Однако его все еще невозможно применить для вычисления вероятности или светимости процесса техникой, подобной вакуумной [32].

Для этих целей мы используем ковариантное выражение матрицы плотности заряженного фермиона во внешнем магнитном поле в импульсном пространстве [21], подробно исследованное в предыдущей главе. Матрица плотности позволяет развить технику вычисления светимостей в процессах, подобную технике вычисления в вакууме.

Данная глава организована следующим образом. В Разделе 2.2 вычисляется нейтринная светимость в процессе нейтринного синхротронного излучения (1.3) и кроссинг-процессе аннигиляции (1.1). Детально исследуется предел сильного магнитного поля, интересующий нас в дальнейшем в приложении к магнитарам. Для вычисления интегралов по поперечным к полю компонентам импульса заряженных частиц от произведения двух полиномов Лагерра нами развита техника, Подробно изложенная в Приложении Б.

В Разделе 2.3 анализируются все значимые процессы нейтринного остывания горячей невырожденной электрон-позитронной плазмы. Показано, что в пределе сильного магнитного поля  $B \sim (10^{15} - 10^{16})$  Гс доминирующий вклад в нейтринное остывание дают процессы аннигиляции и нейтринного синхротронного излучения.

Полученные выражения нейтринных светимостей используются в разделе 2.4 при моделировании нейтринного остывания фэйрбола в период гигантской вспышки SGR. Детальный анализ нейтринного и рентгеновского остывания фэйрбола позволяет получить нижнее ограничение на



напряженность магнитного поля рассматриваемого магнитара [22]. Раздел 2.5 содержит основные выводы по полученным в данной главе результатам.

## 2.2. Нейтринная светимость в процессе $e^\mp \xrightarrow{B} e^\mp + \nu_i \tilde{\nu}_i$

В данном разделе в формализме матрицы плотности вычисляется нейтринная светимость в процессе синхротронного излучения нейтринной пары электроном (позитроном). История изучения этой реакции насчитывает более сорока лет. Впервые процесс нейтринного синхротронного излучения рассматривался в работе [49], дальнейшие исследования были проведены в работах [50, 51]. Вычисление данной реакции аналогично расчету фотонного синхротронного излучения во внешнем поле [52], в работах [53–57] исследовались вероятности при большой разнице между уровнями Ландау и, в частности, при переходе на основной уровень. В работах [58–60] рассчитывалась светимость нейтринного остывания нейтронных звезд. Выражение для нейтринной светимости нейтринного синхротронного процесса и интерполяционная формула для численного расчета, в предположении что вещество прозрачно для нейтрино, получены в работе [61].

Вычислим  $\mathcal{P}_\mu$  (1.9) для нейтрино определенного аромата в том же предположении, что и в работе [61]. Результат вычислений необходимо просуммировать по всем ароматам нейтрино  $i = e, \mu, \tau$ , учитывая значения векторных и аксиальных констант (1.50) слабых токов.

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\mu = & \frac{G_F^2}{8(2\pi)^8} \int \frac{d^3k}{\omega} [1 - f_\nu(\omega)] \int \frac{d^3k'}{\omega'} [1 - f_\nu(\omega')] (k + k')_\mu L_{\alpha\beta}^{(\nu)} \sum_{n,n'=0}^{\infty} (-1)^{n+n'} \times \\ & \times \int \frac{d^3p}{\varepsilon_n} f(\varepsilon_n) \int \frac{d^3p'}{\varepsilon_{n'}} [1 - f(\varepsilon_{n'})] e^{-(u+u')/2} L_{\alpha\beta}^{(e)} \delta^{(4)}(p - p' - k - k'). \end{aligned} \quad (2.1)$$

При переходе от нейтринного синхротронного излучения к кроссинг-процессу рассеяния необходимо заменить 4-импульс нейтрино  $k_\mu \rightarrow -k_\mu$  и

функцию распределения конечной частицы. Напомним, что здесь  $p^{(\prime)\mu} = (\varepsilon_{n^{(\prime)}}^{(\prime)}, \mathbf{p}^{(\prime)})$  — 4-векторы импульса начального (конечного) электрона, электронный шпур  $L_{\alpha\beta}^{(e)}$  соответствует выражению (1.56) при  $\varrho = -1$ , нейтринный шпур  $L_{\alpha\beta}^{(\nu)}$  — выражению (1.57), и для электронов используются равновесные функции распределения:

$$f(\varepsilon_n) = \frac{1}{e^{\varepsilon_n/T - \eta} + 1}, \quad (2.2)$$

где  $\eta = \mu/T$ ,  $\mu$  — хим.потенциал. В дальнейшем предположим, что нейтрино излучаются свободно. Следовательно выражение (2.1) может быть ковариантно проинтегрировано по импульсам нейтрино. Для этого удобно ввести интегральную единицу:

$$\int d^4q \delta^{(4)}(p - p' - q) = 1, \quad (2.3)$$

И определить тензорный интеграл  $I_{\alpha\beta}$ , который довольно легко вычисляется:

$$I_{\alpha\beta} = \int \frac{d^3k}{\omega} \int \frac{d^3k'}{\omega'} \delta^{(4)}(k + k' - q) L_{\alpha\beta}^{(\nu)} = \frac{16\pi}{3} (q_\alpha q_\beta - q^2 g_{\alpha\beta}) \theta(q^2). \quad (2.4)$$

тогда выражение (2.1) может быть приведено к виду:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\mu = & \frac{G_F^2}{3(2\pi)^7} \int d^4q q_\mu \theta(q^2) \sum_{n,n'=0}^{\infty} (-1)^{n+n'} \int \frac{d^3p}{\varepsilon_n} f(\varepsilon_n) \int \frac{d^3p'}{\varepsilon_{n'}} [1 - f(\varepsilon_{n'})] \times \\ & \times e^{-(u+u')/2} \delta^{(4)}(p - p' - q) \left( q_\alpha q_\beta L_{\alpha\beta}^{(e)} - q^2 g_{\alpha\beta} L_{\alpha\beta}^{(e)} \right). \end{aligned} \quad (2.5)$$

Рассмотрим нулевую компоненту  $Q_S$  этого 4-вектора (нейтринную светимость). При вычислении свертки  $L_{\alpha\beta}^{(e)}$  с векторами  $q_\alpha$  и  $q_\beta$  в светимости не следует учитывать члены, линейные по  $c_\nu c_\alpha$ , поскольку они линейны либо по  $p_3$ , либо по  $p'_3$ , и зануляются при интегрировании по этим переменным.

В результате получим:

$$\begin{aligned}
q_\alpha q_\beta L_{\alpha\beta}^{(e)} = & 2(c_v^2 + c_a^2) \left\{ - (p\tilde{\Lambda}p') q_\perp^2 [L_n(u)L_{n'-1}(u') + L_{n-1}(u)L_{n'}(u')] + \right. \\
& + \left( 2(p\tilde{\Lambda}q)(p'\tilde{\Lambda}q) - q_\parallel^2 (p'\tilde{\Lambda}p) \right) [L_n(u)L_{n'}(u') + L_{n-1}(u)L_{n'-1}(u')] + \\
& + 4(p\Lambda q)(p'\tilde{\Lambda}q) L_{n-1}^1(u) [L_{n'}(u') - L_{n'-1}(u')] + \\
& + 4(p'\Lambda q)(p\tilde{\Lambda}q) L_{n'-1}^1(u') [L_n(u) - L_{n-1}(u)] + \\
& + 8 \left( 2(p\Lambda q)(p'\Lambda q) + q^2 (p'\Lambda p) \right) L_{n-1}^1(u) L_{n'-1}^1(u') \left. \right\} + \\
& + 2m^2 (c_v^2 - c_a^2) \left\{ q_\parallel^2 [L_n(u)L_{n'}(u') + L_{n-1}(u)L_{n'-1}(u')] + \right. \\
& \left. + q_\perp^2 [L_n(u)L_{n'-1}(u') + L_{n-1}(u)L_{n'}(u')] \right\}, \tag{2.6}
\end{aligned}$$

где  $u = 2p_\perp^2/eB$ ,  $u' = 2p_\perp'^2/eB$ ,  $n^{(i)}$  — уровни Ландау начальной (конечной) частицы.

Заметим, что, вследствие сохранения векторного тока, выполняется тождество:

$$q_\alpha q_\beta L_{\alpha\beta}^{(e)} \Big|_{c_v c_a = 0} = 0, \tag{2.7}$$

так что большая часть членов в выражении (2.6) равна нулю.

Свертка  $g_{\alpha\beta} L_{\alpha\beta}^{(e)}$  имеет простой компактный вид:

$$\begin{aligned}
g_{\alpha\beta} L_{\alpha\beta}^{(e)} = & -4m^2 (c_v^2 - c_a^2) [L_n(u) - L_{n-1}(u)] [L_{n'}(u) - L_{n'-1}(u')] + \\
& + 4(c_v^2 + c_a^2) \left\{ (p'\tilde{\Lambda}p) [L_{n'}(u')L_{n-1}(u) + L_{n'-1}(u')L_n(u)] \right. \\
& \left. + 8(p'\Lambda p) L_{n-1}^1(u) L_{n'-1}^1(u') \right\}. \tag{2.8}
\end{aligned}$$

Далее приведем результаты вычисления содержащихся в (2.5) интегралов по поперечным к полю компонентам импульсов электронов в терминах нормированных функций Лагерра [20, 62]:

$$F_{n',n}(v) = \sqrt{\frac{n'!}{n!}} v^{(n-n')/2} e^{-v/2} L_{n'}^{n-n'}(v) = n'! I_{n,n'}(v). \tag{2.9}$$

Скалярный, векторные и тензорный интегралы в терминах этих функций могут быть представлены в виде [21]:

$$\begin{aligned} S^{(n',n)}(v) &= \int d^2 p_{\perp} \int d^2 p'_{\perp} \delta^{(2)}(\mathbf{p}_{\perp} - \mathbf{p}'_{\perp} - \mathbf{q}_{\perp}) L_n(u) L_{n'}(u') e^{-(u+u')/2} = \\ &= (-1)^{n'-n} \frac{\pi e B}{2} F_{n',n}^2(v), \end{aligned} \quad (2.10)$$

$$\begin{aligned} V_{\alpha}^{(n',n)}(v) &= \int d^2 p_{\perp} \int d^2 p'_{\perp} \delta^{(2)}(\mathbf{p}_{\perp} - \mathbf{p}'_{\perp} - \mathbf{q}_{\perp}) p_{\perp\alpha} L_{n-1}^1(u) L_{n'}(u') e^{-(u+u')/2} = \\ &= (-1)^{n'-n-1} \frac{\pi e B}{4} \sqrt{\frac{n}{v}} q_{\perp\alpha} F_{n',n}(v) F_{n',n-1}(v), \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} V_{\alpha}^{(n,n')}(v) &= \int d^2 p_{\perp} \int d^2 p'_{\perp} \delta^{(2)}(\mathbf{p}_{\perp} - \mathbf{p}'_{\perp} - \mathbf{q}_{\perp}) p'_{\perp\alpha} L_n(u) L_{n'-1}^1(u') e^{-(u+u')/2} = \\ &= (-1)^{n-n'-1} \frac{\pi e B}{4} \sqrt{\frac{n'}{v}} q_{\perp\alpha} F_{n',n}(v) F_{n'-1,n}(v), \end{aligned} \quad (2.12)$$

$$\begin{aligned} T_{\alpha\beta}^{(n,n')}(v) &= \int d^2 p_{\perp} \int d^2 p'_{\perp} \delta^{(2)}(\mathbf{p}_{\perp} \pm \mathbf{p}'_{\perp} - \mathbf{q}_{\perp}) p_{\perp\alpha} p'_{\perp\beta} L_{n-1}^1(u) L_{n'-1}^1(u') e^{-(u+u')/2} = \\ &= \pm (-1)^{n'-n-1} \frac{\pi e B}{16} \frac{\sqrt{nn'}}{v} \left[ (2q_{\perp\alpha} q_{\perp\beta} - q_{\perp}^2 \Lambda_{\alpha\beta}) F_{n',n-1}(v) F_{n'-1,n}(v) + \right. \\ &\quad \left. + q_{\perp}^2 \Lambda_{\alpha\beta} F_{n',n}(v) F_{n'-1,n-1}(v) \right], \end{aligned} \quad (2.13)$$

где  $v = q_{\perp}^2 / (2eB)$ .

После вычисления интегралов по поперечным к полю импульсам электронов нейтринная светимость процесса может быть приведена к виду [21]:

$$\begin{aligned} Q_S &= \frac{G_F^2 e B}{6(2\pi)^6} \int d^4 q q_0 \theta(q^2) \sum_{n,n'} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp'_3}{\varepsilon'_{n'}} \times \\ &\quad \times f(\varepsilon_n) [1 - f(\varepsilon'_{n'})] \delta(\varepsilon_n - \varepsilon'_{n'} - q_0) \delta(p_3 - p'_3 - q_3) \times \\ &\quad \times \left\{ (c_v^2 + c_a^2) q^2 \left[ 2eB(n+n') (\Psi(v) - \Phi(v)) - q^2 \Psi(v) \right] - \right. \\ &\quad \left. - 2m^2 \left[ q^2 (c_v^2 \Phi(v) - 2c_a^2 \Psi(v)) + c_a^2 q_{\perp}^2 (\Phi(v) - \Psi(v)) \right] \right\}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

где  $\Phi(v) = F_{n',n}^2(v) + F_{n'-1,n-1}^2(v)$  и  $\Psi(v) = F_{n',n-1}^2(v) + F_{n'-1,n}^2(v)$ . Полученное выражение (2.14) совпадает с соответствующим результатом работы [61].

Нейтринная светимость в процессе аннигиляции (1.1) может быть легко получена из (2.14) при заменах в подынтегральном выражении  $\varepsilon'_{n'} \rightarrow -\varepsilon'_{n'}$ ,  $p'_3 \rightarrow -p'_3$ ,  $1 - f(\varepsilon'_{n'}) \rightarrow f(\varepsilon'_{n'})$ , с заменой знака химического потенциала  $\mu$  в функции распределения  $f(\varepsilon'_{n'})$  и у члена в фигурных скобках, пропорционального квадрату массы электрона. Последняя замена обусловлена использованием матрицы плотности  $\rho_{n'}^{(-)}(p')$  (1.44) для позитрона ( $\varrho = -1$ ), которая отличается от  $\rho_{n'}^{(+)}(p')$  (1.39) для электрона ( $\varrho = -1$ ) знаком перед массой частицы.

В случае сильного магнитного поля концентрация электронов и позитронов на уровнях Ландау с  $n \geq 1$  экспоненциально подавлена, поэтому в процессе (1.1) ограничимся рассмотрением вкладов либо с  $n = 0$ , либо с  $n' = 0$ , а в процессе (1.3) — вклада с  $n' = 0$ . Тогда выражение для нейтринной светимости (2.14) существенно упрощается [21]:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} Q_S^{(n,0)} &= \frac{G_F^2 e B}{6(2\pi)^6} \sum_{n=0}^{\infty} \int d^4q q_0 \theta(q^2) I_n(q_0, q_3, \eta, T) \times \\ &\times \left\{ (c_v^2 + c_a^2) q^2 (2eBn - q_{\parallel}^2) F_{0,n-1}^2(v) - \right. \\ &\left. - 2m^2 \left[ (c_v^2 q_{\parallel}^2 - (c_v^2 - c_a^2) q_{\perp}^2) F_{0,n}^2(v) - c_a^2 (2q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2) F_{0,n-1}^2(v) \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.15)$$

где было использовано известное соотношение для функций Лагерра [20]:  $F_{0,n}^2(v) = v F_{0,n-1}^2(v)/n$ . В (2.15) под  $I_n(q_0, q_3, \eta, T)$  понимается интеграл:

$$\begin{aligned} I_n(q_0, q_3, \eta, T) &= \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp_3}{\varepsilon_n} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dp'_3}{\varepsilon'_0} \delta(\varepsilon_n - \varepsilon'_0 - q_0) \delta(p_3 - p'_3 - q_3) \times \\ &\times f(\varepsilon_n) [1 - f(\varepsilon'_0)]. \end{aligned} \quad (2.16)$$

Для ультррелятивистской плазмы ( $\varepsilon_n^2, \varepsilon_0'^2 \gg m^2$ ) этот интеграл легко вы-

числяется:

$$I_n(q_0, q_3, \eta, T) = \frac{2}{2eBn - q_{\parallel}^2} \theta(2eBn - q_{\parallel}^2) \Phi_n(q_0, q_3, \eta, T), \quad (2.17)$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_n(q_0, q_3, \eta, T) &= \left[ \exp \left( \frac{q_0}{2T} \frac{q_{\parallel}^2 + 2eBn}{q_{\parallel}^2} - \frac{q_3}{2T} \frac{q_{\parallel}^2 - 2eBn}{q_{\parallel}^2} - \eta \right) + 1 \right]^{-1} \times \\ &\times \left\{ 1 - \left[ \exp \left( \frac{q_0 + q_3}{2T} \frac{2eBn - q_{\parallel}^2}{q_{\parallel}^2} - \eta \right) + 1 \right]^{-1} \right\} + (q_3 \rightarrow -q_3). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Таким образом, нейтринная светимость горячей плазмы в реакции синхротронного излучения (1.3) при переходе электрона на основной уровень Ландау описывается выражением [21]:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} Q_S^{(n,0)} &= \frac{G_F^2 e B}{6(2\pi)^5} (c_v^2 + c_a^2) \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dq_0 q_0 \int_{-\infty}^{\infty} dq_3 \times \\ &\times \int_0^{\infty} dq_{\perp}^2 \theta(q^2) \theta(2eBn - q_{\parallel}^2) q^2 F_{0,n-1}^2(\nu) \Phi_n(q_0, q_3, \eta, T). \end{aligned} \quad (2.19)$$

Легко увидеть, что  $Q_S^{(n,0)}$  обращается в ноль при  $n = 0$ .

Приведем далее выражение для нейтринной светимости в кроссинг-процессе аннигиляции (1.1) [21]:

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^{\infty} Q_A^{(n,0)} &= \frac{G_F^2 e B}{6(2\pi)^5} \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} dq_0 q_0 \int_{-\infty}^{\infty} dq_3 \times \\ &\times \int_0^{\infty} dq_{\perp}^2 \theta(q^2) \theta(q_{\parallel}^2 - 2eBn) \mathcal{F}_n(q_{\parallel}^2, q_{\perp}^2) \Phi_n(q_0, q_3, \eta, T), \end{aligned} \quad (2.20)$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_n(q_{\parallel}^2, q_{\perp}^2) &= (c_v^2 + c_a^2) q^2 F_{0,n-1}^2(\nu) + \frac{2m^2}{q_{\parallel}^2 - 2eBn} \times \\ &\times \left[ \left( c_v^2 q_{\parallel}^2 - (c_v^2 - c_a^2) q_{\perp}^2 \right) F_{0,n}^2(\nu) - c_a^2 \left( 2q_{\parallel}^2 - q_{\perp}^2 \right) F_{0,n-1}^2(\nu) \right]. \end{aligned} \quad (2.21)$$

В  $\mathcal{F}_n(q_{\parallel}^2, q_{\perp}^2)$  намеренно удержан член, пропорциональный квадрату массы электрона  $m^2$ , поскольку, в отличие от синхротрона, светимость в процессе аннигиляции не зануляется даже в случае, когда электрон и позитрон находятся на основном уровне Ландау.

При  $n = 0$  интегрирование  $Q_A^{(0,0)}$  по  $q_{\perp}^2$  тривиально:

$$Q_A^{(0,0)} = \frac{G_F^2 e B m^2}{6(2\pi)^5} (c_v^2 + c_a^2) \int_0^{\infty} dq_0 q_0 \int_{-\infty}^{\infty} dq_3 q_{\parallel}^2 \theta(q_{\parallel}^2) \Phi_0(q_0, q_3, \eta, T). \quad (2.22)$$

В асимптотике сверхсильного магнитного поля ( $n = n' = 0$ ) полученная нейтринная светимость в процессе аннигиляции ультрарелятивистской пары линейна по полю и пропорциональна квадрату массы электрона.

При  $\eta = 0$  функция  $\Phi_0(q_0, q_3, \eta, T)$  упрощается, и двукратный интеграл (2.22) вычисляется аналитически:

$$Q_A^{(B)} = \frac{\zeta(3)}{48\pi^3} (c_v^2 + c_a^2) G_F^2 e B m^2 T^5. \quad (2.23)$$

Этот результат совпадает с выражением для нейтринной светимости ультрарелятивистской невырожденной плазмы в асимптотике сверхсильного магнитного поля, полученным в [47].

Для сравнения оценим вклад в светимость первого уровня Ландау ( $n = 1$ ), используя следующие безразмерные отношения:

$$R_S^{(1)}(T, B) = \frac{Q_S^{(1,0)}}{Q_A^{(B)}}, \quad (2.24)$$

где  $Q_S^{(1,0)}$  — суммарная по электронам и позитронам светимость при синхротронном переходе с уровня  $n = 1$  на уровень  $n' = 0$ , и

$$R_A^{(1)}(T, B) = \frac{Q_A^{(0,0)} + Q_A^{(1,0)} + Q_A^{(0,1)}}{Q_A^{(B)}}. \quad (2.25)$$

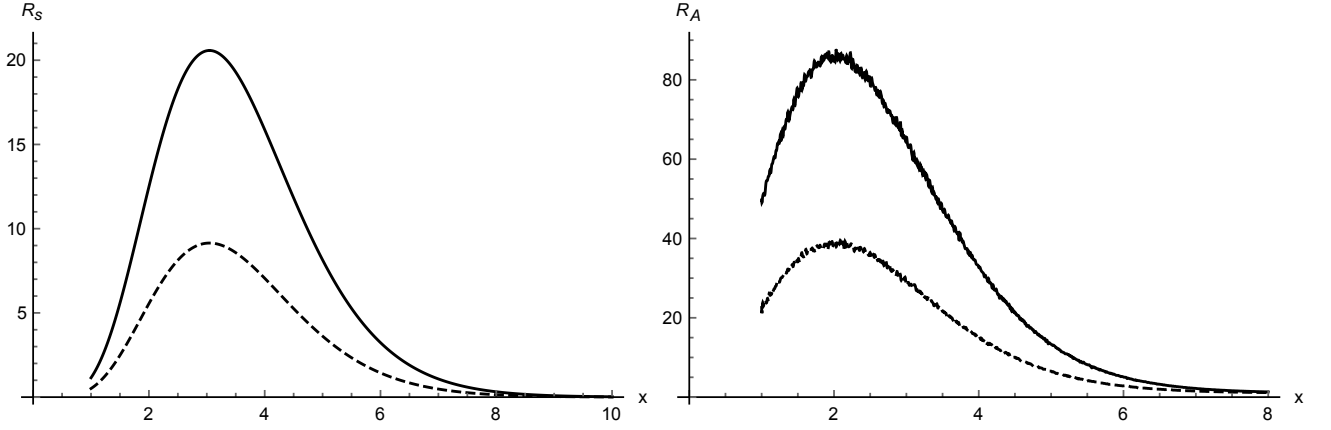


Рис. 2.1. Отношение светимостей в процессе нейтринного синхротронного излучения (слева) и аннигиляции (справа). Пунктирная линия  $T = 1$  МэВ, сплошная  $T = 1.5$  МэВ,  $x = \sqrt{eB/2T^2}$

Эти отношения показывают, насколько нейтринные светимости ультррелятивистской невырожденной плазмы в процессах (1.3) и (1.1) отличаются от асимптотического выражения (2.23). Нетрудно привести формулы (2.24) и (2.25) к виду [63]:

$$R_S^{(1)} = \frac{64}{\pi^2 \zeta(3)} \left( \frac{T}{m} \right)^2 I_S \left( \sqrt{\frac{eB}{2T^2}} \right), \quad (2.26)$$

$$R_A^{(1)} = 1 + \frac{64}{\pi^2 \zeta(3)} \left( \frac{T}{m} \right)^2 I_A \left( \sqrt{\frac{eB}{2T^2}} \right), \quad (2.27)$$

где введены следующие функции:

$$I_S(x) = x^7 \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_0^1 du [e^{-u} + u - 1] \Phi_S(u, v; x), \quad (2.28)$$

$$I_A(x) = x^7 \int_{-\infty}^{\infty} dv \int_1^{\infty} du [e^{-u} + u - 1] \Phi_A(u, v; x), \quad (2.29)$$

$$\Phi_S(u, v; x) = \left\{ \exp \left[ \frac{x}{u} \left( (1+u) \sqrt{u+v^2} - (u-1)v \right) \right] + 1 \right\}^{-1} \times \\ \times \left( 1 - \left\{ \exp \left[ \frac{x}{u} (1-u) \left( \sqrt{u+v^2} + v \right) \right] + 1 \right\}^{-1} \right),$$



$$\Phi_A(u, v; x) = \left\{ \exp \left[ \frac{x}{u} \left( (1+u) \sqrt{u+v^2} - (u-1)v \right) \right] + 1 \right\}^{-1} \times \\ \times \left\{ \exp \left[ \frac{x}{u} (u-1) \left( \sqrt{u+v^2} + v \right) \right] + 1 \right\}^{-1}.$$

Отметим, что в пределе сильного магнитного поля выражения (2.26) и (2.27) хорошо согласуются с интерполяционными формулами, полученными при  $\eta = 0$  для процесса (1.3) в работе [48] и процесса (1.1) в работе [47].

### 2.3. Нейтринное остывание горячей невырожденной электрон-позитронной плазмы

Наиболее значимыми процессами нейтринного излучения релятивистской невырожденной электрон-позитронной плазмы, кроме уже упоминавшихся процессов аннигиляции (1.1) и нейтринного синхротронного излучения (1.3) являются следующие реакции: распад плазмона на нейтринную пару

$$\gamma \rightarrow \nu_i + \tilde{\nu}_i, \quad (2.30)$$

нейтринное рождение в процессе слияния двух фотонов

$$\gamma + \gamma \rightarrow \nu_i + \tilde{\nu}_i, \quad (2.31)$$

процесс фотонейтринного излучения

$$e^\mp + \gamma \rightarrow e^\mp + \nu_i + \tilde{\nu}_i, \quad (2.32)$$

Здесь и далее индекс  $i = e, \mu, \tau$  определяет аромат нейтрино.

#### Случай слабого магнитного поля

Начнем анализ процессов нейтринного излучения со случая электрон-позитронной плазмы в отсутствие магнитного поля. Нейтринная светимость из

единицы объема ультррелятивистской невырожденной плазмы в процессе аннигиляции (1.1) хорошо известна [47] и может быть записана в виде:

$$Q_A^{(0)} = \frac{7 \zeta(5) C_+^2}{12 \pi} G_F^2 T^9. \quad (2.33)$$

Здесь  $T$  – температура плазмы,  $G_F$  – константа Ферми,  $C_+^2 = \sum_i (c_{v_i}^2 + c_{a_i}^2) \simeq 1.675$ , где  $c_{v_i}$  и  $c_{a_i}$  – векторные и аксиальные константы лептонного электрослабого тока,  $\zeta(x)$  – дзета-функция Римана.

Светимость в процессе распада плазмона на нейтринную пару (2.30) также хорошо изучена и может быть найдена, например, в обзоре [8]. В случае невырожденной плазмы она может быть представлена в виде:

$$Q_P^{(0)} = \frac{C_v^2}{324 \pi} \alpha^2 G_F^2 T^9, \quad (2.34)$$

где  $\alpha = 1/137$  – постоянная тонкой структуры и  $C_v^2 = \sum_i c_{v_i}^2 = 0.9248$ . Нетрудно увидеть, что светимость в этом процессе сильно подавлена по сравнению с процессом аннигиляции электрон-позитронной пары.

Процессы (2.31) и (2.32) в плазме подробно изучались ранее [64], [65], и было показано, что нейтринные светимости в этих процессах также малы по сравнению с (2.33). Таким образом, основной вклад в нейтринную светимость релятивистской невырожденной плазмы дает процесс аннигиляции.

В случае относительно слабого магнитного поля  $T^2 \gg eB$  светимости в процессах (1.1), (2.30), (2.31) и (2.32) изменяются несущественно, однако, наличие магнитного поля делает кинематически открытым новый процесс – синхротронное рождение нейтринной пары (1.3). Светимость в этом процессе в пределе слабого магнитного поля дается выражением [48]:

$$Q_S^{(0)} = \frac{10 \zeta(5)}{9 (2\pi)^5} C_+^2 G_F^2 (eB)^2 T^5 \left[ \ln \left( \frac{T^2}{eB} \right) + 4.66 \right], \quad (2.35)$$

из которого следует, что  $Q_S^{(0)}/Q_A^{(0)} \sim (eB/T^2)^2$ , то есть светимость в этом процессе в рассматриваемом пределе также подавлена. Таким образом, в относительно слабом магнитном поле основным процессом нейтринного остывания плазмы является реакция аннигиляции  $e^\pm$ -пары, и полная нейтринная светимость определяется выражением (2.33).

Проведенный анализ позволяет рассчитать характерное время  $\tau_\nu^{(0)}$  нейтринного остывания плазмы до температуры  $T$ . Оно может быть найдено из уравнения:

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{11\pi^2}{60} T^4 \right] = -Q_A^{(0)}, \quad (2.36)$$

где в левую часть входит суммарная плотность энергии ультрарелятивистской невырожденной  $e^\pm$  плазмы и фотонов. Решение этого уравнения, практически совпадающее с оценкой, приведенной в работе [19]:

$$\tau_\nu^{(0)} \simeq \frac{44 \pi^3}{175 \zeta(5) C_+^2} \frac{1}{G_F^2 T^5} \simeq 22 \text{ сек} \left( \frac{1 \text{ МэВ}}{T} \right)^5, \quad (2.37)$$

показывает, что время нейтринного остывания в случае достаточно слабого магнитного поля на порядок меньше характерной продолжительности гигантской вспышки  $\tau_{LT} \simeq (200 - 400)$  сек. Таким образом, основная часть энергии горячей плазмы расходуется на излучение нейтрино, и такая плазма не может быть источником гигантской вспышки SGR. Следовательно, требуется механизм, обеспечивающий подавление процессов нейтринного остывания. Как будет показано ниже, в роли такого механизма может выступать сильное магнитное поле, которое способно существенно уменьшить потери горячей плазмы на излучение нейтрино.

### Случай сильного магнитного поля

В асимптотике сильного магнитного поля, когда  $eB \gg T^2 \gtrsim m^2$ , светимость в процессе аннигиляции электрон–позитронной пары (1.1) хорошо известна

[47] и может быть представлена для невырожденной плазмы формулой (2.23).

Реакция распада плазмона (2.30) также существенно модифицируется сильным магнитным полем, поскольку изменяются не только амплитуда процесса, но и закон дисперсии плазмонных мод. Расчеты показывают [66], что светимость в пределе сильного поля имеет вид:

$$Q_P^{(B)} = \frac{\zeta(5) C_+^2}{2\pi^6} \alpha G_F^2 (eB)^2 T^5. \quad (2.38)$$

Как видно из приведенного выражения, светимость в этом процессе может сравняться с (2.23) лишь при достаточно большой напряженности магнитного поля  $B \simeq 8 \times 10^{15}$  Гс.

Процесс слияния двух фотонов (2.31) в случае сильного магнитного поля исследовался в работе [67]. Аналитическое выражение для нейтринной светимости этой реакции достаточно громоздко, поэтому ниже оно приводится в приближенном виде, справедливом лишь при рассматриваемых значениях параметров плазмы:

$$Q_{\gamma\gamma}^{(B)} \simeq 2.7 \times 10^{18} \frac{\text{эрг}}{\text{см}^3 \text{сек}} \left( \frac{T}{m} \right)^9. \quad (2.39)$$

Отметим, что светимость в этом пределе практически не зависит от напряженности магнитного поля и примерно на три порядка меньше, чем в процессе аннигиляции.

Светимость в процессе фотонейтринного рождения (2.32) в пределе сильного магнитного поля может быть представлена в виде [22]:

$$Q_F^{(B)} \simeq \frac{2C_+^2}{3\pi^6} \alpha I G_F^2 m^2 eB T^5 \ln(T/m), \quad (2.40)$$

где числовой множитель  $I$  имеет следующее интегральное представление:

$$I = \int_0^1 du \int_0^u dv \int_0^\infty \frac{dx x^4 e^{-2x}}{e^{xu} + e^{xv}} \times$$

$$\times \left\{ (1-v) [(1-v)^2 - (1-u)^2] e^{xv} + (1+v) [(1+v)^2 - (1-u)^2] e^{-xv} \right\} \simeq 0.09.$$

Сравнение полученной светимости с (2.23) показывает ничтожный вклад этой реакции в нейтринные потери сильно замагниченной невырожденной плазмы.

В предположении, что доминирующим процессом нейтринного остывания плазмы в присутствии сильного магнитного поля является аннигиляция электрон-позитронной пары (1.1), можно найти характерное время нейтринного остывания  $\tau_\nu^{(B)}$  до температуры  $T$ . Оно может быть найдено из уравнения

$$\frac{d}{dt} \left[ \frac{eB}{12} T^2 \right] = -Q_A^{(B)}, \quad (2.41)$$

где в левую часть входит плотность энергии электрон-позитронной плазмы, частицы которой находятся на основном уровне Ландау. Решение этого уравнения дает:

$$\tau_\nu^{(B)} \simeq \frac{8\pi^3}{3\zeta(3)C_+^2} \frac{1}{G_F^2 m^2 T^3} \simeq 760 \text{ сек} \left( \frac{1 \text{ МэВ}}{T} \right)^3. \quad (2.42)$$

Заметим, что время нейтринного остывания зависит лишь от температуры, так как в этом пределе и плотность энергии плазмы, и потери энергии на излучение нейтрино растут пропорционально напряженности магнитного поля. Из приведенной оценки следует, что характерное время нейтринного остывания плазмы с сильным магнитным полем должно в несколько раз превышать продолжительность гигантской вспышки  $\tau_{LT} \simeq (200 - 400)$  сек. На этом основании авторы магнитарной модели сделали вывод о том, что нейтринным излучением плазмы можно пренебречь [19].

Хотя в данном пределе время нейтринного остывания не зависит от напряженности магнитного поля, нейтринная светимость (2.23) увеличивается линейно с ростом поля, достигая бесполевого значения (2.33) при  $B \simeq 10^{16} \text{ Гс} (T/m)^4$ . Таким образом, существенное подавление нейтринной

светимости в процессе аннигиляции должно происходить в магнитном поле, напряженность которого удовлетворяет следующему неравенству:

$$4.4 \times 10^{13} \text{ Гс } t^2 \ll B \ll 10^{16} \text{ Гс } t^4, \quad \text{или} \quad 1/\sqrt{2} \ll x \ll 11 t, \quad (2.43)$$

где  $t = T/m$ ,  $x = \sqrt{eB/2T^2}$ . Нижнее ограничение следует из условия  $eB \gg T^2$ . Отметим, что предполагаемая обычно для магнитаров напряженность магнитного поля  $B_M \gtrsim 10^{15}$  Гс в период гигантской вспышки [17, 68] попадает в этот интервал при типичной для гигантской вспышки температуре плазмы  $T \gtrsim m$ .

На самом деле, как следует из полученных нами выражений для  $R_S^{(1)}$  (2.26),  $R_A^{(1)}$  (2.27), учет следующего уровня Ландау ( $n$  или  $n' = 1$ ) даже при условии, что концентрация носителей заряда на нем сильно подавлена, существенно увеличивает нейтринные светимости в синхротроне и аннигиляции по сравнению с асимптотической светимостью (2.23) (см. Рис. 2.1). Как следует из приведенных графиков, максимум светимости в данных процессах попадает в интервал  $10^{15} \text{ Гс} \lesssim B \lesssim 10^{16} \text{ Гс}$ , отношения  $R_S^{(1)}$ ,  $R_A^{(1)}$  быстро растут с увеличением температуры плазмы и составляют в максимуме от нескольких единиц до десятков.

Напомним, что в пределе сильного магнитного поля выражения  $R_S^{(1)}$  (2.26),  $R_A^{(1)}$  (2.27) хорошо (с точностью до нескольких процентов) согласуются с интерполяционными формулами светимостей процессов, полученными в работах [48], [47].

Таким образом, проведенный анализ показывает, что для описания нейтринного остывания плазмы, излучающей гигантскую вспышку SGR, недостаточно рассматривать лишь процесс аннигиляции электрон-позитронных пар (1.1), поскольку не менее важной реакцией является процесс синхротронного рождения пары нейтрино (1.3), и оба эти процесса вносят сравнимый вклад в потери энергии плазмой. Кроме того, даже в магнит-

ных полях напряженности  $B \gtrsim 10^{15}$  Гс реальные нейтринные светимости в процессах (1.1) и (1.3) существенно превышают асимптотическое выражение (2.23) для светимости в пределе сильного поля.

## 2.4. Моделирование нейтринного остывания файербола

Источники мягких повторяющихся гамма-всплесков (Soft Gamma-ray Repeaters, SGR) и аномальные рентгеновские пульсары (Anomalous X-ray Pulsars, AXP) – особый класс нейтронных звезд, имеющих аномально большие периоды вращения  $P \sim (2 - 12)$  сек и замедления периодов  $\dot{P} \sim (10^{-10} - 10^{-13})$  сек/сек. В настоящее время обнаружено около 30 таких объектов в нашей и ближайших галактиках [15]. Их отождествление с туманностями (остатками взрыва сверхновых) показывает, что это – молодые одиночные нейтронные звезды возраста  $\tau_{NS} \sim (10^3 - 10^4)$  лет, не имеющие аккреционных дисков [69]. Отметим наиболее характерные свойства этих объектов. Во-первых, в спокойной стадии они обладают аномально высокой для одиночных звезд эффективной температурой, излучая с поверхности мягкий рентген со светимостями  $L_{NS} \sim (10^{33} - 10^{36})$  эрг/сек [15]. Во-вторых, у АХР наблюдаются большие сбои периода вращения [70], а у SGR – гамма-вспышки [71, 72], которые интерпретируются, как проявление сейсмической активности этих объектов, подобной по статистическим закономерностям сейсмике Земли, Солнца и молодого пульсара в созвездии Парусов [73]. В-третьих, у АХР также обнаружены гамма-вспышки, хоть и не столь мощные как у SGR [15], что свидетельствует о том, что SGR и АХР, скорее всего, относятся к одному классу нейтронных звезд. Вспышечная активность SGR проявляется в испускании многочисленных (до 100 эпизодов в сутки) коротких вспышек в диапазоне энергий

от жесткого рентгена до мягких гамма-квантов с типичной длительностью  $\tau_F \sim 0.1$  сек и энергией  $E_F \lesssim 10^{41}$  эрг. В нескольких случаях за серией коротких вспышек следовала гигантская, превышающая по энергетике короткие на несколько порядков. В трех наиболее мощных по энерговыделению гигантских вспышках SGR 0526-66 (05.03.1979), SGR 1900+14 (27.08.1998), SGR 1806-20 (27.12.2004) наблюдались две легко различимые стадии: быстрый, с длительностью  $\tau_{HS} \sim (0.25 - 0.5)$  сек и энергией  $E_{HS} \sim (10^{44} - 10^{46})$  эрг выброс жестких нетермализованных гамма-квантов (Hard Spike) и следующая за ним стадия (Long Tail, LT) долговременного  $\tau_{LT} \sim (200 - 400)$  сек мягкого рентгеновского излучения с энергией  $E_{LT} \sim (1 - 4) \times 10^{44}$  эрг, на которой наблюдалась модуляция интенсивности излучения периодом вращения нейтронной звезды. В данном разделе исследуются потери энергии на стадии LT гигантской вспышки SGR, а стадия Hard Spike рассматриваться не будет. Ниже приводятся данные по трем наиболее энергичным гигантским вспышкам SGR на этой стадии:

SGR 0526-66 ( $D \approx 55$  кпк)  $\tau_{LT} \approx 200$  сек,  $E_{LT} \approx 3.6 \times 10^{44}$  эрг [74];

SGR 1900+14 ( $D \approx 15$  кпк)  $\tau_{LT} \approx 400$  сек,  $E_{LT} \approx 1.2 \times 10^{44}$  эрг [75];

SGR 1806-20 ( $D \approx 15$  кпк)  $\tau_{LT} \approx 380$  сек,  $E_{LT} \approx 1.3 \times 10^{44}$  эрг [76, 77]. Как можно видеть, приведенные параметры практически совпадают, что позволяет сделать предположение об унифицированном механизме образования вспышки на стадии LT.

Заметим, что энерговыделение в гигантских вспышках SGR уступает лишь энергетике взрыва сверхновой и космологического гамма-всплеска. Для объяснения столь гигантской для одиночной нейтронной звезды энергии гамма-вспышки была предложена модель магнитара – нейтронной звезды, обладающей аномально большим магнитным полем  $B_M \sim 10^{15}$  Гс [17, 68]. В этой модели предполагается, что источником энергии гамма-



излучения является энергия магнитного поля, высвободившаяся при быстром изменении его конфигурации. Позднее модель магнитара была применена для описания излучения AXP и SGR в спокойном состоянии [18] и в период гигантской вспышки SGR [19]. В магнитарной модели гигантской вспышки SGR предполагается, что долговременная  $\tau_{NS} \sim 10^3$  лет эволюция ядра магнитара с полоидальным и тороидальным магнитными полями напряженности  $B_M \sim 10^{15}$  Гс заканчивается звездотрясением, приводящим к крупномасштабной пластической деформации участка его коры. Электрические токи, возникающие при деформации, создают магнитное поле возмущения с силовыми линиями, замкнутыми на кору. Область с замкнутыми силовыми линиями быстро (за сотые доли секунды) заполняется электрон-позитронной плазмой, удерживаемой этим полем (так называемый файербол). Плазма рождается достаточно горячей, с температурой  $T \sim 10^{10}$  К. Предполагается, что наблюдаемый на стадии LT поток рентгеновских фотонов излучается из тонкого приповерхностного слоя файербола. В работе [78] производилось моделирование такого излучения и сравнение его с эмпирической кривой светимости гигантской вспышки SGR 1900+14. В результате были получены распределения параметров плазмы (температуры и магнитного поля), наиболее хорошо согласующиеся с наблюдательными данными. Важно отметить, что в этой работе не учитывалось нейтринное излучение, поскольку предполагалось, что оно существенно подавлено сильным магнитным полем внутри файербола.

Полученные в предыдущих параграфах результаты применяются для моделирования нейтринного остывания плазмы гигантской вспышки SGR. В первую очередь, следует подчеркнуть, что хотя такая плазма является достаточно горячей, она практически прозрачна для нейтрино. Следовательно, нейтрино свободно вылетают из всего объема, занимаемого плазмой,

а энергия, теряемая на нейтринное излучение, не зависит от геометрии излучающей области. Для упрощения анализа фэйрбол моделировался в виде части шара радиуса  $R_0$ , центр которого находится на поверхности магнитара. Распределение параметров плазмы предполагалось сферически-симметричным, так же, как и в работе [78]. В численных расчетах были использованы следующие распределения температуры и напряженности магнитного поля внутри фэйрбола:

$$t(z) = t_0 (1 + z)^\gamma, \quad (2.44)$$

$$b(z) = b_0 (1 + z)^\beta, \quad (2.45)$$

где  $z = r/R_0$  – расстояние от центра фэйрбола в единицах его радиуса,  $t = T/m$  и  $b = eB/m^2$  – безразмерные температура и напряженность магнитного поля. Значения параметров распределений  $t_0, b_0, \beta, \gamma$  позволяют полностью описать нейтринное излучение. Однако, вообще говоря, мы не можем воспользоваться результатами работы [78], в которой эти параметры были получены из сравнения моделирования рентгеновского излучения с результатами наблюдения гигантской вспышки SGR 1900+14, так как в этом анализе полностью исключалось излучение нейтрино. Действительно, при таких параметрах плазма обладает лишь энергией, которая наблюдалась в данной вспышке в виде рентгеновского излучения. В том же случае, когда важными являются потери среды на излучение нейтрино, энергия плазмы должна быть существенно больше. Таким образом, параметры распределений (2.44) – (2.45) должны находиться из совместного моделирования рентгеновского излучения с поверхности фэйрбола, нейтринного остывания среды из его объема и сравнения результатов такого моделирования с эмпирическими кривыми рентгеновских светимостей гигантских вспышек SGR.

В работе [22] рассматривается более упрощенная модель. Предполагается, что электрон-позитронная плазма обладает энергией  $E_{tot}$ , которая расходуется на нейтринное излучение и наблюдаемую в рентгеновском диапазоне вспышку SGR с энергией  $E_{LT}$ . В этом случае, уравнения баланса энергии могут быть записаны в следующем виде:

$$E_{tot} = \eta E_{LT} = 2\pi R_0^3 \int_0^1 \left( U_{e^\pm}(z) + U_\gamma(z) \right) z^2 dz, \quad (2.46)$$

$$E_\nu = (\eta - 1) E_{LT} = 2\pi R_0^3 \tau_{LT} \int_0^1 Q_\nu(z) z^2 dz, \quad (2.47)$$

где  $\eta = E_{tot}/E_{LT}$ , плазма предполагается состоящей из электронов, позитронов и фотонов,  $U_{e^\pm}(z)$  и  $U_\gamma(z)$  – локальные плотности энергии этих частиц,  $Q_\nu(z)$  – нейтринная светимость из единицы объема в единицу времени, а правая часть второго уравнения дает полную потерю энергии за счет нейтринного остывания  $E_\nu$  за время гигантской вспышки  $\tau_{LT}$ .

Поскольку длина свободного пробега фотонов в рассматриваемой плазме мала, то электроны, позитроны и фотоны находятся в локальном термодинамическом равновесии, и, следовательно, для их описания можно использовать равновесные функции распределения. В этом случае, плотность энергии плазмы будет определяться следующими выражениями:

$$U_\gamma = \frac{\pi^2 m^4}{15} t^4, \quad (2.48)$$

$$U_{e^\pm} = \frac{m^4}{\pi^2} b \left[ \int_0^\infty \frac{(x^2 + 1)^{1/2}}{e^{\sqrt{x^2+1}/t} + 1} dx + 2 \sum_{n=1}^\infty \int_0^\infty \frac{(x^2 + 2bn + 1)^{1/2}}{e^{\sqrt{x^2+2bn+1}/t} + 1} dx \right]. \quad (2.49)$$

Как было показано ранее, основными процессами нейтринного остывания для рассматриваемой плазмы являются процессы аннигиляции электрон-позитронной пары (1.1) и синхротронного излучения пары нейтрино (1.3):

$$Q_\nu = Q_A + Q_S. \quad (2.50)$$

Здесь для нейтринной светимости процесса аннигиляции  $Q_A$  использовалась интерполяционная формула [47]:

$$\begin{aligned}
Q_A &= \frac{G_F^2 m^9}{\pi^4} \left\{ \left[ (C_+^2 + C_-^2) \left( \frac{1}{2} + \frac{15}{8} t \right) t^3 + C_+^2 P(t) \right] F(t, b) + \right. \\
&\quad \left. + \left[ C_+^2 + C_-^2 + (C_+^2 - C_-^2) \frac{b}{1+b} \right] \frac{b^2 S(t)}{12(1+b)} \right\} \exp\left(-\frac{2}{t}\right), \\
P(t) &= t^4 (1 + 3.581 t + 39.64 t^2 + 24.43 t^3 + 36.49 t^4 + 18.75 t^5), \\
S(t) &= t (1 + 1.058 t + 0.6701 t^2 + 0.9143 t^3 + 0.472 t^4), \\
F(t, b) &= \frac{1}{R_1 R_2 R_3}, \quad R_i = 1 + c_i \frac{b}{t^2} \exp\left(\frac{\sqrt{2b}}{3t}\right),
\end{aligned} \tag{2.51}$$

где  $C_+^2 \simeq 1.675$ ,  $C_-^2 \simeq 0.175$ , константы  $c_1 \simeq 3.106 \times 10^{-6}$ ,  $c_2 \simeq 1.491 \times 10^{-3}$ ,  $c_3 \simeq 4.839 \times 10^{-6}$ . Для светимости реакции синхротронного рождения нейтринной пары применялось интерполяционное выражение из работы [48]:

$$\begin{aligned}
Q_S &= \frac{G_F^2 m^9}{120 \pi^3} N_{e^\pm} (C_+^2 F_+ - C_-^2 F_-), \\
N_{e^\pm} &= \frac{2 m^3}{\pi^2} b \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^{\infty} \frac{dx}{e^{\sqrt{x^2 + 2bn + 1/t}} + 1}, \\
F_+ &= \frac{b^6}{(1 + a_1 b)^3} \left( 1 + \frac{a_2 t}{(1 + a_1 b)^{1/2}} \right)^6 \left( 1 + \frac{a_3 t b}{(1 + a_1 b)^{3/2}} \right)^{-5} \times \\
&\quad \times \left[ 1 + \ln \left( 1 + \frac{a_4 t b}{(1 + a_5 b)^{3/2}} \right) \right], \\
F_- &= \frac{b^6 (1 + a_6 t)^6}{(1 + a_1 b)^6} \left( 1 + \frac{a_3 t b}{(1 + a_1 b)^{3/2}} \right)^{-5},
\end{aligned} \tag{2.53}$$

где  $N_{e^\pm}$  – концентрация электронов и позитронов на всех уровнях Ландау, кроме основного. Здесь константы  $a_1 \simeq 0.955$ ,  $a_2 \simeq 9.439$ ,  $a_3 \simeq 23.31$ ,  $a_4 \simeq 0.26$ ,  $a_5 \simeq 0.168$ ,  $a_6 \simeq 0.971$ .

Моделирование нейтринного остывания проводилось для гигантских вспышек SGR 0526-66 и SGR 1806-20 [22]. Как отмечалось выше, вспышка SGR 1900+14 на стадии LT по своим свойствам близка к SGR 1806-20,

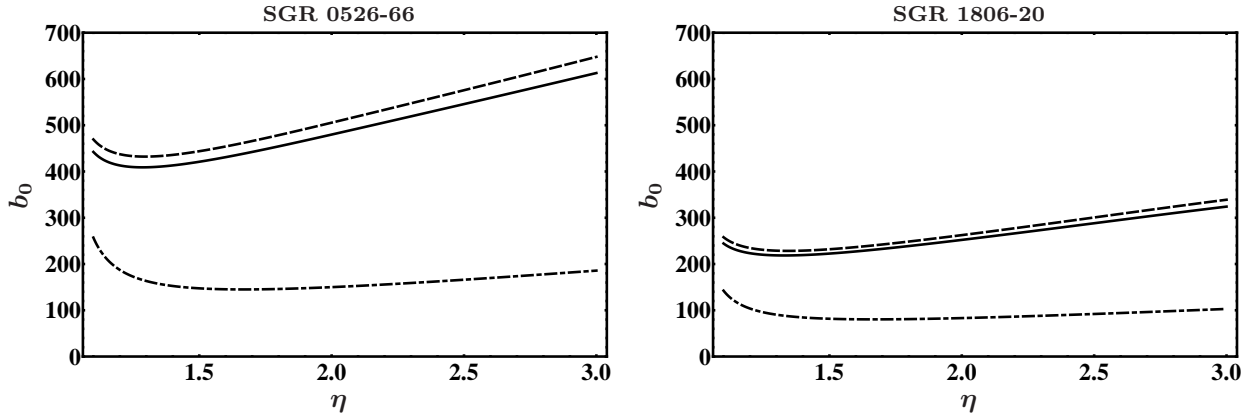


Рис. 2.2

и далее мы их не разделяем. Далее приводятся результаты для наиболее интересного с физической точки зрения случая  $\beta = -3$ , что соответствует дипольной конфигурации напряженности магнитного поля в файерболе. Закон изменения температуры использовался с характерным для магнитарной модели показателем  $\gamma = -1/2$ , который сравнивался с изотермическим случаем  $\gamma = 0$ . Радиус файербола выбран  $R_0 = 10$  км, что соответствует стандартному радиусу нейтронной звезды. Результаты численного решения системы уравнений (2.46) – (2.47) для рассматриваемых гигантских вспышек SGR приведены на рис. 2.2.

Как видно из приведенных графиков  $b_0(\eta)$ , где  $\eta = E_{tot}/E_{LT}$ ,  $b_0(\eta) = B_0/m_e^2$  – обезразмеренная напряженность магнитного поля у поверхности магнитара, функция имеет минимум, который и определяет нижнее ограничение  $b_0^{(min)}$  на напряженность магнитного поля магнитара. Интересно отметить, что этот глобальный минимум соответствует  $\eta \approx 1.3$ , что означает что при минимальной напряженности магнитного поля в нейтрино излучается около 30% полной энергии. Для уменьшения нейтринных потерь необходимо увеличить напряженность магнитного поля.

Отдельно исследовалась зависимость полученных решений от радиуса файербола  $R_0$ , занимаемого плазмой [22]. На рис. 2.3 приводятся резуль-

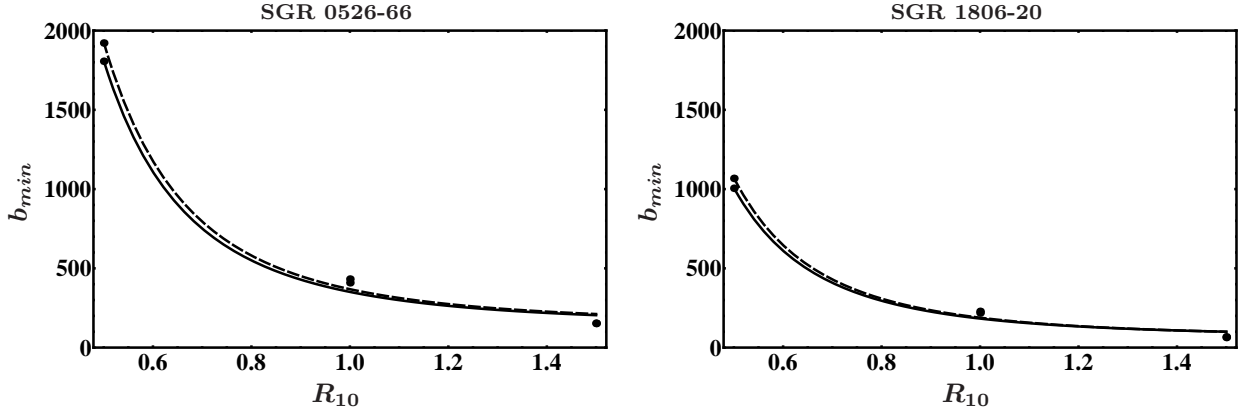


Рис. 2.3

тат численного расчета глобального минимума напряженности магнитного поля  $b_{min} \equiv b_0^{(min)}(\eta)$  при  $R_0 = 5$  км, 10 км и 15 км, который хорошо аппроксимируется следующими формулами:

$$\text{SGR 0526-66: } b_{min} \simeq 220 R_{10}^{-3} + 140; \quad \text{SGR 1806-20: } b_{min} \simeq 120 R_{10}^{-3} + 60,$$

справедливыми как для изотермического случая ( $\gamma = 0$ ), так и для случая  $\gamma = -1/2$ . Как видно из графиков, минимальная напряженность магнитного поля в окрестности  $R_0 \simeq 5$  км существенно превышает значение  $B_0^{(min)} \sim 10^{16}$  Гс, поэтому наибольший интерес для анализа представляет ситуация, когда плазма занимает достаточно протяженную область  $R_0 \gtrsim 10$  км. Полученные оценки  $B_0^{(min)}(R_{10})$  мы сравниваем с известной оценкой напряженности магнитного поля  $B_{MD}$  из формулы магнитодипольных потерь магнитара [79]:

$$B_{MD} \simeq 2.1 \times 10^{15} \text{ Гс} \frac{1}{\sin \theta} \frac{M_{1.4}^{1/2}}{\tilde{R}_{10}^2} \left( P_{10} \dot{P}_{-10} \right)^{1/2}, \quad (2.54)$$

здесь  $M_{1.4} = M_{NS}/1.4M_{\odot}$ ,  $\tilde{R}_{10} = R_{NS}/10\text{км}$ ,  $P_{10} = P/10\text{сек}$ ,  $\dot{P}_{-10} = \dot{P}/10^{-10}$ , где  $M_{NS}$ ,  $P$  и  $\dot{P}$  – масса, период и замедление периода нейтронной звезды,  $\theta$  – угол между векторами угловой скорости вращения и магнитного момента.

Минимальная напряженность магнитного поля в центре фэйрбола и верхнее ограничение на напряженность поля, полученное из оценки магнито-дипольных потерь магнитара, могут быть представлены в виде [22]:

$$\text{SGR 0526-66: } B_0^{(min)} \simeq 2 R_{10}^{-3} \times 10^{16} \text{ Гс, } B_{MD} \simeq 2 \tilde{R}_{10}^{-2} \times 10^{15} \text{ Гс; } \quad (2.55)$$

$$\text{SGR 1806-20: } B_0^{(min)} \simeq R_{10}^{-3} \times 10^{16} \text{ Гс, } B_{MD} \simeq (2 - 6) \tilde{R}_{10}^{-2} \times 10^{15} \text{ Гс; } \quad (2.56)$$

$$\text{SGR 1900+14: } B_0^{(min)} \simeq R_{10}^{-3} \times 10^{16} \text{ Гс, } B_{MD} \simeq (2 - 3) \tilde{R}_{10}^{-2} \times 10^{15} \text{ Гс, } \quad (2.57)$$

где  $B_0^{(min)}$  для SGR 1900+14 такое же как для гигантской вспышки SGR 1806-20. Для оценки напряженности  $B_{MD}$  были использованы параметры:  $M_{NS} = 1.4M_{\odot}$ , и  $\theta = \pi/4$ , а также следующие значения периода и его замедления: SGR 0526-66:  $P_{10} \simeq 0.81$ ,  $\dot{P}_{-10} \simeq 0.65$ ; SGR 1806-20:  $P_{10} \simeq 0.756$ ,  $\dot{P}_{-10} \simeq 0.8 \div 8$ ; SGR 1900+14:  $P_{10} \simeq 0.515$ ,  $\dot{P}_{-10} \simeq 0.5 \div 1.4$ ; [15]. Как обсуждалось выше, модуляция интенсивности рентгеновского излучения известных вспышек периодом вращения магнитаров позволяет сделать вывод, что радиус фэйрбола  $R_0$  не может существенно отличаться от размера нейтронной звезды  $R_{NS}$ . Как следует из оценок (2.55) – (2.57), при условии  $R_0 \simeq R_{NS}$ , верхнее ограничение на напряженность магнитного поля рассматриваемых магнитаров оказывается меньше минимально возможного значения, требующегося для подавления нейтринного излучения. Это означает, что в достаточно широком диапазоне параметров магнитарная модель не в состоянии обеспечить наблюдаемое энерговыделение на стадии LT гигантской вспышки SGR.

## 2.5. Выводы ко второй главе

В рамках магнитарной модели исследованы все значимые процессы нейтринного остывания электрон-позитронной плазмы, порождающей ги-

гантскую вспышку SGR, и влияние на эти процессы магнитного поля магнитара. Показано, что доминирующий вклад в нейтринную светимость такой плазмы в сильном магнитном поле дают процессы аннигиляции электрон-позитронной пары и синхротронного излучения нейтрино. Детально исследовано выражение нейтринных светимостей в данном процессе при  $(n, n') = (0, 0), (1, 0), (0, 1)$ . Показано, что несмотря на экспоненциальное подавление концентрации на первом уровне Ландау ( $n = n' = 1$ ) при  $B \sim (10^{15} - 10^{16})$  Гс, нейтринные светимости существенно превышают асимптотическую светимость ( $n = n' = 0$ ) в процессе аннигиляции  $Q_A^{(B)}$ .

На стадии долговременного мягкого рентгеновского излучения гигантских вспышек SGR 0526-66, SGR 1806-20 и SGR 1900+14 рассчитаны нейтринные потери энергии из области заполненной плазмой. Анализ зависимости этих потерь показал, что наибольшее значение приходится на напряженности полей соответствующие магнитарной модели. Таким образом, для того чтобы объяснить наблюдаемую энергию на стадии долговременного мягкого рентгеновского излучения гигантской вспышки SGR, необходима существенная доработка магнитарной модели.



## Глава 3

# Процессы нейтринного рождения плазмы гипер-аккреционным сильно замагниченным диском керровской черной дыры.

### 3.1. Введение

Данная глава посвящена изучению процессов нейтринного рождения электрон-позитронных пар в сильном магнитном поле сверхкритической напряженности

$$B \gg B_c = \frac{m_e^2}{e} \simeq 4.41 \cdot 10^{13} \text{Гс}$$

В качестве таких процессов, исследуются реакция аннигиляции пары нейтрино в электрон-позитронную пару:

$$\nu_i + \tilde{\nu}_i \rightarrow e^- + e^+, \quad (i = e, \mu, \tau), \quad (3.1)$$

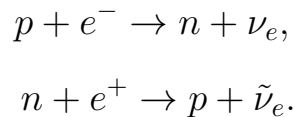
а так же кроссинг-процесс:

$$\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-, \quad (3.2)$$

кинематически запрещенный при напряженности магнитного поля  $B = 0$ . Сечение процесса (3.1) в вакууме давно известно [83]. Исследование процесса (3.2) также имеет довольно длинную историю. В пределе скрещенного поля вероятность процесса вычислялась в работах [84–87]. Уже в первой из них [84] была найдена правильная зависимость лидирующего (логарифмического) вклада в вероятность, однако численный коэффициент был неверным. В последующих работах проводилось уточнение этого

коэффициента и вычисление постлогарифмических поправок, которые могут быть существенны в случае нейтрино высоких энергий. Отметим, что в рассматриваемой нами задаче важна не вероятность процесса (3.2), а энергия-импульс, уносимые в электрон-позитронных парах из единицы объема в единицу времени. Такая величина как в пределе скрещенного поля, так и в пределе сильного магнитного поля, в котором электроны и позитроны занимают, основной уровень Ландау, вычислялась в работе [88].

Нейтринные реакции (3.1), (3.2) являются основными процессами рождения электрон-позитронной плазмы в окрестности гипер-аккреционного сильно замагниченного диска керровской черной дыры [24]. Внутренняя часть такого диска настолько плотная и горячая (типичные плотности  $\rho \gtrsim 3 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3$ , типичные температуры  $T > 1 \text{ МэВ}$ ), что является непрозрачной для фотонов и остывает за счет нейтринного излучения из объема в игса-процессах



с типичными светимостями  $L_{\nu, \bar{\nu}} \approx 10^{52}$  эрг/сек. Таким образом, в процессах (3.1), (3.2) происходит "накачка" окрестности внутренней части диска электрон-позитронной плазмой. Если она достаточно эффективна ( $L_{e^+e^-} \gtrsim 10^{-2} L_{\nu, \bar{\nu}}$ ), то такая система может быть энергетическим источником космологического гамма-всплеска [25].

Эффективность рождения электрон-позитронной плазмы в условиях гипер-аккреционного диска интенсивно исследуется в течение последнего десятилетия [91]. Относительное завершение такого исследования содержат результаты работ [27], [24]. В первой из них впервые в рамках ОТО осуществлено полное гидродинамическое моделирование диска с учетом

нейтринного излучения из его внутренней части. Во второй, с учетом параметров нейтринного излучения, полученных в [27], численно рассчитана эффективность производства электрон–позитронной плазмы в реакциях (3.1), (3.2) с учетом сильного магнитного поля в окрестности нейтриноизлучающей части диска:

$$6 \cdot 10^{13} \text{Гс} \lesssim B_{max} \lesssim 8 \cdot 10^{15} \text{Гс},$$

Отметим, что при вычислении эффективности рождения плазмы в процессе (3.1) авторы [24] использовали выражение для сечения процесса (3.1) без учета магнитного поля ( $B = 0$ ). При вычислении эффективности рождения плазмы в процессе (3.2) использовались выражения для вектора 4-импульса родившейся  $e^+e^-$  - плазмы в элементе объема в единицу времени в так называемом приближении скрещенного поля [88]. В этом приближении  $\omega^2 \gg m_e^2$ ,  $B \ll B_c$ , где  $\omega$  - энергия нейтрино. При типичных для диска значениях  $\omega^2 \sim (10^2 - 10^3)m_e^2$  приближение дает качественно правильный результат также при  $B \gtrsim B_c$ . Однако, как следует из приведенных выше оценок  $B_{max}$ , возможен также случай  $B \gg B_c$ . Таким образом, необходимо детально исследовать влияние сильного магнитного поля напряженности  $B \gg B_c$  на процессы (3.1), (3.2) и выяснить, насколько существенно изменятся полученные в [24] оценки эффективности производства плазмы в этих процессах.

## 3.2. Нейтринные светимости в условиях

### гипераккреционного сильно замагниченного диска

Энергия-импульс, уносимые электрон-позитронными парами из единицы объема среды в единицу времени в локальной (свободно падающей)

системе отсчета определяются следующим образом. В реакции аннигиляции нейтрино в электрон-позитронную пару (3.1), 4-вектор определяется выражением:

$$Q_{\nu\bar{\nu}}^{\alpha} = \frac{1}{V} \int dn_{\nu} dn_{\bar{\nu}} f_{\nu}(k) f_{\bar{\nu}}(k') q^{\alpha} j_{\nu} \sigma_{\nu\bar{\nu} \rightarrow e^{-}e^{+}}, \quad (3.3)$$

где  $j_{\nu} = q^2/2V\omega\omega'$  – плотность потока сталкивающихся нейтрино,  $q^{\alpha}$  – 4-импульс нейтринной пары,  $f_{\nu}(k)$ ,  $f_{\bar{\nu}}(k')$  – функции распределения нейтрино и антинейтрино, рождающихся в угса-процессах в аккреционном диске,  $dn_{\nu}$ ,  $dn_{\bar{\nu}}$  – числа заполнения нейтрино и антинейтрино,  $V$  – нормировочный объем.

В свою очередь 4-вектор энергии-импульса в реакции рождения одиночным (анти)нейтрино  $e^{+}e^{-}$  пары (3.2):

$$Q_{\nu B}^{\alpha} = \frac{1}{V} \int dn_{\nu} (f_{\nu}(k) + f_{\bar{\nu}}(k')) \dot{P}^{\alpha} \quad (3.4)$$

где  $\dot{P}^{\alpha}$  – локальная скорость производства энергии-импульса в электрон-позитронных парах в реакции (3.2) в расчете на одно (анти)нейтрино.

Важно отметить, что для окончательного выражения светимости в  $e^{+}e^{-}$  парах в системе удаленного наблюдателя вне горизонта событий:

$$\dot{E}_{e^{+}e^{-}} = \int_{r>r_h} dr \int d\varphi d\theta \sqrt{-g_{\alpha\beta}} \left[ \frac{Q^t}{\sqrt{-g^{tt}}} - \frac{g_{t\varphi}}{\sqrt{g^{\varphi\varphi}}} Q^{\varphi} \right] \quad (3.5)$$

где  $g_{\alpha\beta}$  – метрика Керровской черной дыры в координатах  $t, r, \varphi, \theta$ , необходимо вычислить компоненты  $Q^t$ ,  $Q^{\varphi}$  4-векторов  $Q_{\nu\bar{\nu}}^{\alpha}$ ,  $Q_{\nu B}^{\alpha}$ . Для этого, как видно из (3.3), (3.4) необходимо вычислить сечение аннигиляции  $\sigma_{\nu\bar{\nu} \rightarrow e^{-}e^{+}}$  и 4-вектор производства энергии-импульса на одно нейтрино  $\dot{P}^{\alpha}$  в реакции (3.2).

При вычислении данных величин целесообразно определить области

параметров:

$$1. \omega^2 \gg m_e^2 \gg eB \text{ — предел скрещенного поля,} \quad (3.6)$$

$$2. \omega^2 \gg eB \gg m_e^2 \text{ — случай нейтрино высоких энергий и умеренно} \quad (3.7)$$

сильного магнитного поля,

$$3. eB \gtrsim \omega^2 \gg m_e^2 \text{ — предел сильного магнитного поля,} \quad (3.8)$$

$$4. eB \gg \omega^2 \gg m_e^2 \text{ — асимптотика сверхсильного магнитного поля, в котором}$$

электроны и позитроны находятся на основном уровне

$$\text{Ландау}(n = n' = 0). \quad (3.9)$$

В работе [24] для вычисления величины (3.3) использовали хорошо известное выражение для сечения аннигиляции  $\nu\bar{\nu} \rightarrow e^+e^-$  в вакууме без учета магнитного поля [83]:

$$\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(0)} = \frac{G_F^2(c_v^2 + c_a^2)}{3\pi} q^2. \quad (3.10)$$

В свою очередь, для вычисления величины (3.4) использовалось выражение для  $\dot{\mathcal{P}}$ , полученное в пределе скрещенного поля (3.6) [88]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{P}}_{CF}^\alpha &\simeq \frac{7G_F^2(c_v^2 + c_a^2)}{864\pi^3} \frac{k_\perp^2 \beta^2}{\omega} \times \\ &\times \left[ (\ln X + 3 \ln(\beta/m_e^2) - 3.776) k^\alpha + \frac{2c_v c_a}{c_v^2 + c_a^2} 7.465 X^{-1/3} (k\tilde{\varphi})^\alpha \right], \end{aligned} \quad (3.11)$$

где  $X = k_\perp^2/\beta \gg 1$ ,  $k_\perp^2 = (k\Lambda k)$  – квадрат импульса нейтрино поперек направления напряженности магнитного поля,  $\beta = eB$ ,  $\varphi_{\mu\nu} = F_{\mu\nu}/B$  – безразмерный тензор напряженности электромагнитного поля,  $\tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \tilde{F}_{\mu\nu}/B$  – дуальный безразмерный тензор,  $\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu}$ ,  $c_v, c_a$  – векторная и аксиальная константы электрослабого тока.

Разумеется, выражения (3.10) и (3.11) продолжают описывать процессы производства  $e^+e^-$  при условии  $eB \gtrsim m_e^2$ . Однако очевидно, что требуется получить корректное выражение для этих величин в области (3.7)

с более сильным магнитным полем. Решение данной задачи изложено в следующем разделе работы.

### 3.3. Вычисление $\sigma_{\nu\bar{\nu}\rightarrow e^-e^+}$ , $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$ в приближении

$$\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$$

В данном приближении родившиеся в процессах (3.1) и (3.2) электроны и позитроны занимают достаточно много (десятки или сотни) уровней Ландау. В этом случае удобно использовать дисперсионные соотношения, связывающие сечение  $\sigma_{\nu\bar{\nu}\rightarrow e^+e^-}$  процесса (3.1) и вероятность  $W$  процесса (3.2) с мнимой частью амплитуды перехода нейтринного тока в нейтринный ток [34]:

$$\sigma_{\nu\bar{\nu}\rightarrow e^+e^-} = \frac{1}{q^2} \text{Im} M_{j_\nu \rightarrow j_\nu}, \quad (3.12)$$

$$W = \frac{1}{16\pi^3} \int \frac{d^3k'}{\omega'} \text{Im} M_{j_\nu \rightarrow j_\nu}. \quad (3.13)$$

Определим 4-вектор  $W^\alpha$ :

$$W^\alpha = \omega \int dW q^\alpha, \quad (3.14)$$

где  $dW$  - вероятность перехода родившегося нейтрино в процессе (3.2) в элемент фазового объема  $dn'_\nu = V d^3k' / (2\pi)^3$ .

Как следует из (3.14), вычисляемая нами в процессе (3.2) величина  $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$  (см. формулу (3.4)) может быть представлена выражением:

$$\dot{\mathcal{P}}^\alpha = \frac{W^\alpha}{\omega} = \frac{1}{16\pi^3\omega} \int \frac{d^3k'}{\omega'} q^\alpha \text{Im} M_{j_\nu \rightarrow j_\nu}. \quad (3.15)$$

Амплитуда перехода  $M_{j_\nu \rightarrow j_\nu}$  детально исследовалась в [34], и в рассматри-

ваемом приближении её мнимая часть может быть представлена в виде:

$$\begin{aligned}
\text{Im } M_{j\nu \rightarrow j\nu} = & \frac{G_F^2}{8\pi^2} \left\{ (c_v^2 + c_a^2) \left[ \frac{|q\varphi j|^2}{q_\perp^2} \text{Im} Y^{(1)} + \right. \right. \\
& + \frac{|q\tilde{\varphi} j|^2}{q_\parallel^2} \text{Im} Y^{(2)} + \frac{q^2 |q\Lambda j|^2}{q_\perp^2 q_\parallel^2} \text{Im} Y^{(3)} \left. \right] + \\
& + 2c_v c_a \beta \frac{\text{Re}[(q\tilde{\varphi} j)(q\Lambda j^*)]}{q_\perp^2} \text{Im} Y^{(4)} \left. \right\} \quad (3.16)
\end{aligned}$$

Здесь:

$$\text{Im} Y^{(1)} = -\frac{(q_\perp^2 \beta^2)^{1/3}}{6} \int_0^1 du \left( \frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} (3+u^2) \frac{d\Phi}{dz} + \text{Im} Y^{(3)}, \quad (3.17)$$

$$\text{Im} Y^{(2)} = -\frac{(q_\perp^2 \beta^2)^{1/3}}{3} \int_0^1 du \left( \frac{4}{1-u^2} \right)^{1/3} (3-u^2) \frac{d\Phi}{dz} + \text{Im} Y^{(3)}, \quad (3.18)$$

$$\text{Im} Y^{(3)} = \frac{q^2}{2} \int_0^1 du (1-u^2) \text{Im} f_1(z), \quad (3.19)$$

$$\text{Im} Y^{(4)} = \frac{q^2}{2^{2/3} (q_\perp^2 \beta^2)^{1/3}} \int_0^1 du (1-u^2) \Phi(z), \quad (3.20)$$

$$\text{где } \Phi(z) = \int_0^\infty dt \cos \left( zt + \frac{t^3}{3} \right),$$

$$\text{Im} f_1(z) = - \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[ \sin \left( zt + \frac{t^3}{3} \right) - \sin zt \right],$$

$$z = \left( \frac{1-u^2}{4} \right)^{1/3} \frac{(-q^2)}{(q_\perp^2 \beta^2)^{1/3}}, \quad (3.21)$$

$j_\nu^\alpha = \bar{\nu} \gamma^\alpha (1 + \gamma^5) \nu$  – нейтринный слабый ток.

Отметим, что функции  $Y^{(i)}$ , входящие в амплитуду, получены из функций  $Y_{VV}^{(i)}$ ,  $Y_{AA}^{(i)}$ ,  $Y_{VA}^{(1)}$ ,  $Y_{VA}^{(2)}$  [34] в пределе  $m_e^2 \rightarrow 0$ .

### 3.4. Вычисление $\sigma_{\nu\bar{\nu}\rightarrow e^-e^+}^B$ в приближении

$$\omega^2, \omega'^2 \gg eB \gg m_e^2$$

Подставив мнимую часть амплитуды  $ImM_{j\nu\rightarrow j\nu}$  (3.16) в выражение (3.12), получим:

$$\sigma_{\nu\bar{\nu}}^B = \sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(0)} (1 + F_{\nu\bar{\nu}}), \quad (3.22)$$

где  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(0)}$  - сечение процесса аннигиляции в вакууме (3.10), функция  $F_{\nu\bar{\nu}}$ , описывающая влияние магнитного поля на процесс, может быть представлена в виде:

$$F_{\nu\bar{\nu}} = \frac{12}{\pi} \delta \left\{ \left( 1 - \frac{1}{8} \frac{|q\Lambda j|^2}{q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2} \right) I_1 + \delta \left[ 3 I_2 + \frac{1}{8} I_3 \frac{1}{q^2} \left( \frac{|q\varphi j|^2}{q_{\perp}^2} - 2 \frac{|q\tilde{\varphi} j|^2}{q_{\parallel}^2} \right) + \frac{3}{2} \left( \frac{\beta}{4q_{\perp}^2} \right)^{1/3} I_4 \frac{c_v c_a}{c_v^2 + c_a^2} \frac{Re[(q\tilde{\varphi} j)(q\Lambda j^*)]}{q^2 q_{\perp}^2} \right] \right\}. \quad (3.23)$$

Здесь

$$I_1 = \int_{-c}^0 \frac{dz z}{\sqrt{1 + (z/c)^3}} \Phi'(z), \quad (3.24)$$

$$I_2 = \int_{-c}^0 \frac{dz z^5}{\sqrt{1 + (z/c)^3}} \int_{-\infty}^z \Phi(x) dx, \quad (3.25)$$

$$I_3 = \int_{-c}^0 \frac{dz z^4}{\sqrt{1 + (z/c)^3}} \Phi'(z), \quad (3.26)$$

$$I_4 = \int_{-c}^0 \frac{dz z^5}{\sqrt{1 + (z/c)^3}} \Phi(z), \quad \text{где } c = 4^{-1/3} \frac{q^2}{(q_{\perp}^2 \beta^2)^{1/3}}, \quad (3.27)$$

$\delta = (q^2/q_{\perp}^2)(\beta/q^2)^2$  - малая величина в рассматриваемой области ( $\delta \ll 1$ ).

Заметим, что для процесса аннигиляции (3.1)  $q^2 > 0$ , и переменная  $z$  является большим отрицательным числом:

$$z = - \left( \frac{1 - u^2}{4} \right)^{1/3} A, \quad A = \frac{q^2}{(q_{\perp}^2 \beta^2)^{1/3}} \gg 1, \quad (3.28)$$



так что интегралы  $I_i$  вычисляются по осциллирующим функциям  $\Phi(z)$ ,  $\Phi'(z)$ . При выделении полевой поправки к сечению  $F_{\nu\bar{\nu}}$  в выражении (3.22) было использовано соотношение:

$$Im f_1(z) = \frac{\pi}{3} + \int_z^0 \Phi(x) dx = \pi - \int_{-\infty}^z \Phi(x) dx$$

Также мы воспользовались равенством:

$$\frac{|q\varphi j|^2}{q_{\perp}^2} + \frac{|q\tilde{\varphi}j|^2}{q_{\parallel}^2} + \frac{q^2|q\Lambda j|^2}{q_{\perp}^2 q_{\parallel}^2} = -j_{\nu}^* j_{\nu} = 8q^2$$

Это равенство следует из того, что поляризации фотона в магнитном поле могут быть выбраны в виде [34]:

$$\varepsilon_{\alpha}^{(1)} = \frac{(q\varphi)_{\alpha}}{\sqrt{q_{\perp}^2}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(2)} = \frac{(q\tilde{\varphi})_{\alpha}}{\sqrt{q_{\parallel}^2}}, \quad \varepsilon_{\alpha}^{(3)} = \frac{q^2(q\Lambda)_{\alpha}}{\sqrt{q^2 q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2}}$$

Прямое вычисление кинематических инвариантов дает:

$$\begin{aligned} \frac{|q\tilde{\varphi}j|^2}{q_{\parallel}^2} &= 4 \left[ 2(k_{\parallel}^2 + k'_{\parallel}{}^2) - q_{\perp}^2 - \frac{(k_{\parallel}^2 - k'_{\parallel}{}^2)^2}{q_{\parallel}^2} \right], \\ \frac{|q\varphi j|^2}{q_{\perp}^2} &= 4 \left[ -2(k_{\perp}^2 + k'_{\perp}{}^2) + q_{\parallel}^2 + \frac{(k_{\perp}^2 - k'_{\perp}{}^2)^2}{q_{\perp}^2} \right], \\ \frac{|q\Lambda j|^2}{q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2} &= 4 \left[ 1 - \frac{(k_{\perp}^2 - k'_{\perp}{}^2)^2}{q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2} \right], \\ \frac{Re[(q\tilde{\varphi}j)(q\Lambda j^*)]}{q^2 q_{\perp}^2} &= 4 \frac{(k\varphi k') \cdot (k_{\perp}^2 - k'_{\perp}{}^2)}{q^2 q_{\perp}^2}. \end{aligned}$$

Таким образом, окончательный результат вычисления сечения в рассматриваемом приближении может быть представлен в виде:

$$\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(B)} = \sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(0)} (1 + F_{\nu\bar{\nu}}(\beta))$$

Полевая поправка [89]:

$$\begin{aligned}
F_{\nu\bar{\nu}}(\beta) = & \frac{6}{\pi} \delta \left\{ \left( 1 + \frac{(k_{\perp}^2 - k'_{\perp}{}^2)^2}{q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2} \right) I_1 + \right. \\
& + \delta \left[ 6I_2 + \left( \left( 1 + \frac{3q_{\perp}}{q^2} \right) \cdot \left( 1 + \frac{(k_{\parallel}^2 - k'_{\parallel}{}^2)^2}{q_{\parallel}^2 q_{\perp}^2} \right) - \frac{6(k_{\parallel}^2 + k'_{\parallel}{}^2)^2}{q^2} \right) I_3 + \right. \\
& \left. \left. + 12 \frac{c_v c_a}{c_v^2 + c_a^2} \left( \frac{\beta}{4q_{\perp}^2} \right)^{1/3} \frac{(k_{\parallel} \varphi k') \cdot (k_{\perp}^2 - k'_{\perp}{}^2)}{q^2 q_{\perp}^2} I_4 \right] \right\}, \quad (3.29)
\end{aligned}$$

где интегралы  $I_1 - I_4$  представлены выражениями (3.24)-(3.27), параметр

$$\delta = \left( \frac{q^2}{q_{\perp}^2} \right) \left( \frac{\beta}{q^2} \right)^2 \ll 1$$

в рассматриваемом приближении  $\omega^2, \omega'^2 \gg eB \gg m_e^2$ .

### 3.5. Вычисление $\dot{\mathcal{P}}^{\alpha}$ в приближении $\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$

В данном разделе вычисляется  $\dot{\mathcal{P}}^{\alpha}$  при подстановке в формулу (3.15) выражений (3.16)-(3.20). Отметим, что переменная  $z$  (3.21) для реакции  $\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-$  положительна ( $z \geq 0$ ), так что функции  $\Phi(z)$ ,  $\Phi'(z)$ ,  $\text{Im} f_1(z)$  входящие в (3.17)-(3.20), экспоненциально убывают. Таким образом, основной вклад накапливается в области малых  $z$  ( $z \ll 1$ ).

При вычислении интеграла (3.15) по импульсу конечного нейтрино, удобно перейти в систему отсчета, в которой начальное нейтрино движется поперек вектора напряженности магнитного поля  $\vec{B} = (0, 0, B)$ .

При переходе к безразмерным переменным:

$$r \equiv \omega'/\omega, \quad 0 \leq r \leq 1 \quad \text{и} \quad y \equiv 1 - \cos\theta, \quad 0 \leq y \leq 2,$$

$$\int \frac{d^3 k'}{\omega'} = k_{\perp}^2 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dy \int_0^{1/(1+\sqrt{y(2-y)\cos^2\varphi})} r dr,$$

$$\int \frac{d^3 k'}{\omega'} q_0 = k_{\perp}^3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dy \int_0^{1/(1+\sqrt{y(2-y)\cos^2\varphi})} (1-r)r dr.$$

$$\int \frac{d^3 k'}{\omega'} \begin{Bmatrix} q^1 \\ q^2 \\ q^3 \end{Bmatrix} = k_{\perp}^3 \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^2 dy \int_0^{1/(1+\sqrt{y(2-y)\cos^2\varphi})} (1-r)r dr$$

$$\times \begin{Bmatrix} 1-r+ry \\ -r\sqrt{y(2-y)}\sin\varphi \\ -r\sqrt{y(2-y)}\cos\varphi \end{Bmatrix}.$$

Далее целесообразно перейти к лоренц-инвариантным переменным:

$$\eta^2 \equiv \frac{q_{\perp}^2}{k_{\perp}^2}, \quad \chi \equiv \frac{(-q^2)}{2k_{\perp}^2}. \quad (3.30)$$

Связь между переменными :

$$\begin{cases} 1-r = \sqrt{\eta^2 - \chi \sin^2 \varphi (2 + \chi \cos^2 \varphi)} - \chi \cos^2 \varphi, \\ \chi = ry, \end{cases} \quad (3.31)$$

определяет якобиан перехода

$$D \begin{pmatrix} \chi, \eta \\ r, y \end{pmatrix} = 2r [(1-r) + ry \cos^2 \varphi] = 2r \sqrt{\eta^2 - \chi \sin^2 \varphi (2 + \chi \cos^2 \varphi)}. \quad (3.32)$$

Отметим, что вычисление интеграла (3.15) по лоренц-инвариантным переменным (3.30) без дополнительных предположений, при условии что конструкции  $|q\varphi j|^2$ ,  $|q\tilde{\varphi} j|^2$ ,  $Re[(q\tilde{\varphi} j)(q\Lambda j^*)]$  достаточно громоздки, представляет трудность.

В дальнейшем мы предполагаем, что интеграл накапливается в области

$$\chi = \frac{(-q^2)}{k_{\perp}^2} = \frac{2\omega\omega'}{\omega^2}(1 - \cos\theta) \ll 1. \quad (3.33)$$

Это предположение означает, что интеграл накапливается в области  $\theta \ll 1$ , где  $\theta$  - угол между импульсами начального и конечного нейтрино. Действительно, как будет показано ниже прямым вычислением интеграла (3.15), разложение подинтегральных функций в ряд по переменной  $\chi$  эквивалентно разложению интеграла по степеням малого параметра  $(\beta/k_{\perp}^2)^{2/3}$ . Ниже представлен результат довольно громоздкого вычисления отдельных компонент  $\dot{\mathcal{P}}^{\alpha}$  в виде суммы первых двух членов данного ряда:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{P}}^0 &= \frac{7G_F^2(c_v^2 + c_a^2)k_{\perp}(k_{\perp}^2\beta)}{216\pi^3\omega} \times \\ &\times \left\{ \ln(k_{\perp}^2/\beta) + C_1 + (\beta/k_{\perp}^2)^{2/3}C_2 + O\left[(\beta/k_{\perp}^2)^{4/3}\right] \right\}, \end{aligned} \quad (3.34)$$

где

$$\begin{aligned} C_1 &= \gamma_E + 3\ln 2 + \frac{\ln 3}{2} - \frac{24}{7} \left(1 - \frac{1}{16 \cdot 18}\right) - \\ &\quad - \frac{3}{14} + \frac{9}{7} \left[4(2\ln 2 - 1) - 1 - \frac{1}{30}\right] \tilde{C}_1, \end{aligned} \quad (3.35)$$

$$C_2 = \frac{81}{3} \left(\frac{3}{2}\right)^{\frac{2}{3}} \left[ \left(1 - \frac{1}{11}\right) \frac{1}{\Gamma(-2/3)} \tilde{C}_2 + \frac{6}{77} \frac{1}{\Gamma(1/3)} \tilde{C}_3 \right], \quad (3.36)$$

$$\tilde{C}_1 = \frac{4 \cdot 2^{2/3} \left[ \int_0^2 d\eta f_1(\eta) I^{(1)}(\eta) - \int_1^2 d\eta f_1(\eta) I^{(2)}(\eta) \right]}{12 [4(2\ln 2 - 1) - 1 - 1/30] (k_{\perp}^2/\beta)^{2/3} \int_0^{\infty} dz z \Phi'(z)},$$

$$\tilde{C}_2 = \frac{4 \cdot 2^{2/3} \Psi[1] \int_0^1 d\eta f_1(\eta) - 4^{1/3} I_{1/3} \int_0^1 d\eta f_2(\eta)}{9 \cdot 7/2 \cdot 2^{2/3} \left(1 - \frac{1}{11}\right)}, \quad \tilde{C}_3 = 2^{1/3} \frac{2}{3} I_{1/3}$$

$$I_{1/3} = \int_0^1 \frac{du}{(1-u^2)^{1/3}} \quad I^{(1,2)}(\eta) = \int_0^{B_{1,2}} \Psi[x_{1,2}] z^2 \Phi'(z) dz$$

$$x_{1,2} = z/B_{1,2}, \quad \Psi[x] = -\frac{3}{2} \int \frac{dx}{x^2 \sqrt{1-x^3}}$$

$$f_1(\eta) = \eta^{2/3}(-\eta^2 + 2\eta + 4/\eta - 4),$$

$$f_2(\eta) = \eta^{2/3}(-\eta^2/2 + 4\eta + 8/\eta - 11)$$

$$B_1(\eta) = \frac{1}{2^{2/3}} \left( \frac{k_{\perp}^2}{\beta} \right)^{2/3} \eta^{4/3}, \quad B_2(\eta) = 2^{4/3} \left( \frac{k_{\perp}^2}{\beta} \right)^{2/3} \frac{(\eta - 1)}{\eta^{2/3}}.$$

Коэффициенты  $\tilde{C}_i$  введены таким образом, что в пределе  $B_{1,2}(\eta) \rightarrow \infty$   $\tilde{C}_i \rightarrow 1$ . Однако, результат вычисления в таком пределе является слишком грубым.

В процессах рождения плазмы в магнитном поле важно вычислить асимметрию скорости производства импульса в направлении вектора напряженности магнитного поля. Для процесса (3.2) получаем выражение:

$$\dot{\mathcal{P}}^3 = G_F^2 \frac{2 c_v c_a k_{\perp} (k_{\perp}^2 \beta^2)}{216 \pi^3 \omega} \left\{ \left( \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \right)^{1/3} C_3 + O \left( \frac{\beta}{k_{\perp}^2} \right) \right\},$$

$$C_3 = -\frac{27}{2\pi} 2^{1/3} \int_0^1 \frac{du}{(1-u^2)^{2/3}} \times \quad (3.37)$$

$$\times \left[ \int_0^2 d\eta \eta^{1/3} (1-\eta)(2-\eta) \int_0^{z_1} dz z^2 \Phi(z) - \int_1^2 d\eta \eta^{1/3} (1-\eta)(2-\eta) \int_0^{z_2} dz z^2 \Phi(z) \right],$$

где

$$z_1 = \left( \frac{1-u^2}{4} \right)^{1/3} \left( \frac{k_{\perp}^2}{\beta} \right)^{2/3} \eta^{4/3}$$

$$z_2 = \left( \frac{1-u^2}{4} \right)^{1/3} \left( \frac{k_{\perp}^2}{\beta} \right)^{2/3} \frac{4(\eta-1)}{\eta^{2/3}}.$$

Отметим, что интеграл  $C_3$  в (3.37) накапливается в области  $z_{1,2} \gg 1$ . По этой причине, хорошим (с точностью до (1-2)%) является приближение:

$$\int_0^{z_{1,2}} dz z^2 \Phi(z) \simeq \int_0^{\infty} dz z^2 \Phi(z) \simeq 0.355\pi$$

В этом приближении  $C_3 \simeq -0.91$ . Остальные компоненты  $\dot{\mathcal{P}}^{1,2}$  не представляют интереса, поскольку при подстановке в (3.4) дают нулевой вклад.

Выражения (3.34), (3.37) позволяют получить явный вид 4-вектора  $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$  [89]:

$$\begin{aligned} \dot{\mathcal{P}}_{MF}^\alpha &= \frac{7G_F^2(c_v^2 + c_a^2)(k_\perp^2\beta^2)}{216\pi^3} \frac{1}{\omega} \times \\ &\times \left\{ \left( \ln X + C_1 + C_2 X^{-\frac{2}{3}} \right) k^\alpha - \frac{2c_v c_a}{c_v^2 + c_a^2} X^{-\frac{1}{3}} C_3 (k\tilde{\varphi})^\alpha + O(X^{-1}) \right\}, \end{aligned} \quad (3.38)$$

где коэффициенты  $C_1, C_2, C_3$  описываются формулами (3.35), (3.36), (3.37). Таким образом, в рассматриваемом приближении (3.7) нейтрино высоких энергий, умеренно сильного магнитного поля вместо формул (3.10), (3.11), которые использовались в работе [24], следует использовать полученные в данном разделе выражения (3.29), (3.38).

### 3.6. Обсуждение результатов

При определении параметров нейтринного излучения и оценке напряженности магнитного поля, следуем результатам численного моделирования гипер-аккреционного диска, полученным в работе [27]. Область тонкого диска, из которой нейтрино уносят основную часть энергии, находится из условия:

$$R_\nu = \frac{[F_\nu(r) + F_{\bar{\nu}}(r)]}{F_+(r)} > 1, \quad (3.39)$$

где  $F_{\nu, \bar{\nu}}(r)$  - локальный поток энергии (анти)нейтрино из диска,  $F_+(r)$  - локальный поток тепловой энергии, выделившейся в диске. В нейтриноизлучающей области диска определяется максимум давления  $P_{max}$ , и максимально возможная напряженность магнитного поля.

Полное давление среды в диске:

$$P = P_b + P_{e^-} + P_{e^+} + P_\gamma + P_\nu + P_{\bar{\nu}}.$$

В дальнейшем, однако, мы будем использовать только нуклонную и электронную компоненты, а именно давление для классического газа нуклонов:

$$P_b(r) = \frac{\rho(r)}{m_N} k T(r), \quad (3.40)$$

и вырожденного газа электронов (позитронов):

$$P_{e^-e^+} = \frac{1}{3\pi^2} \frac{m_e c^2}{\lambda_c^3} \int_0^\infty f_{e^-e^+}(x, \eta_e, t) x^3 dx. \quad (3.41)$$

Здесь

$$f_{e^-e^+}(x, \eta_e, t) = \frac{1}{e^{x/t \mp \eta_e} + 1} \quad (3.42)$$

– функция распределения Ферми-Дирака электронов, позитронов;  $t = T/m_e$ ,  $\eta_e = \mu_e/T$ ;  $\lambda_c = \hbar/m_e c \simeq 3.86 \cdot 10^{-11}$  см – комптоновская длина волны,  $k$  – константа Больцмана,  $m_N \simeq 1.7 \cdot 10^{-24}$  г – масса нуклона,  $\rho(r), T(r), \mu_e(r)$  – локальная плотность, температура, химический потенциал электрона. Заметим, что формулы (3.40), (3.41) записаны в системе единиц СГС. Средняя энергия нейтрино  $\bar{\omega}_\nu$  оценивается по-разному в зависимости от оптической толщины  $\tau_\nu$  для нейтрино. В прозрачной для нейтрино среде ( $\tau \ll 1$ )

$$\bar{\omega}_\nu(r) = \frac{F_\nu(r)}{\dot{N}_\nu(r)} = \frac{\int_0^\infty f(x + \Delta, \eta_e, t) (x + \Delta)^2 x^3 dx}{\int_0^\infty f(x + \Delta, \eta_e, t) (x + \Delta)^2 x^2 dx} \quad (3.43)$$

где  $f(x + \Delta, \eta_e, t)$  – функция распределения Ферми-Дирака (3.42) нейтрино, рождающихся в икса-процессе  $p + e^- \rightarrow n + \nu_e$ ,  $\Delta = (m_n - m_p)/m_e \simeq 2.53$ ,  $\dot{N}_\nu(r)$  – локальный поток нейтрино. Выражение для  $\bar{\omega}_\nu(r)$  получается из (3.43) заменой  $\Delta \rightarrow -\Delta$ ,  $\eta_e \rightarrow -\eta_e$ . В "оптически"плотной для нейтрино среде ( $\tau \gg 1$ )

$$\bar{\omega}_\nu(r) = \frac{E_\nu}{n_\nu} = \frac{\int_0^\infty f(x, \eta_e, t) x^3 dx}{\int_0^\infty f(x, \eta_e, t) x^2 dx} \quad (3.44)$$

где  $f(x, \eta_e, t)$  – функция распределения Ферми-Дирака термализованных нейтрино,  $\eta_\nu = \mu_\nu/T$ ,  $\mu_\nu(r)$  – локальный химический потенциал нейтрино,

$E_\nu(r)$ ,  $n_\nu(r)$  – локальные плотность энергии и концентрация нейтрино. В случае  $\tau \gg 1$  из условия  $\beta$  – равновесия нуклонной среды (протоны и нейтроны предполагаются бoльцмановскими газами) следует [95]:

$$\bar{\mu}_e - \bar{\mu}_\nu = t \ln \left( \frac{1 - Y_e}{Y_e} \right) + \Delta, \quad (3.45)$$

где

$$Y_e = \frac{n_{e^-} - n_{e^+}}{n_B} = Y_p,$$

$n_B = \rho/m_N$  – концентрация нуклонов,  $\bar{\mu} = \mu/m_e$ . Отметим, что в формулах (3.41)–(3.44), в отличие от [27], предполагаем энергии электронов, позитронов, (анти)нейтрино ультрарелятивистскими.

Наибольший интерес представляют параметры аккреционного диска с предельно высоким моментом вращения черной дыры и умеренной скоростью аккреции, детально исследованный в [27]:  $M = 3 M_\odot$ ,  $\dot{M} = 0.2 M_\odot/\text{сек}$ ,  $\alpha = 0.1$ ,  $a = 0.9$ . При таких параметрах в основной нейтриноизлучающей области диска  $8 \leq \bar{r} \leq 25$ , где  $\bar{r} = r/r_g$ ,  $r_g$  – гравитационный радиус, максимальные плотности и температуры составляют:  $\rho_{max} = \rho(8) \simeq 5 \cdot 10^{10} \text{ г/см}^3$ ,  $T_{max} = T(8) = 6 m_e$ . Нейтриноизлучающая область диска прозрачна для нейтрино и содержит слабо вырожденный электронный газ  $1.5 \gtrsim \eta_e \gtrsim 0.5$ , где  $\eta_e = \mu_e/T$ ,  $\mu_e$  – химический потенциал электронов. Анализируя основные угса–процессы излучения нейтрино в таких условиях, мы получили следующие оценки на средний квадрат энергии нейтрино:

$$400 m_e^2 \leq \omega^2 \leq 900 m_e^2.$$

В данном разделе приводятся результаты численного расчета сечения аннигиляции  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(B)}$  (3.22), (3.29) в процессе (3.1) и величины  $\dot{P}^\alpha$  (3.38) в процессе (3.2) в указанном выше диапазоне энергий.



Начиная обсуждение с реакции аннигиляции (3.1), отметим, что сечение процесса существенно зависит от напряженности магнитного поля. Чтобы проиллюстрировать эту зависимость, проанализируем сечение  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(A)}$  в асимптотике сверхсильного магнитного поля (3.9). Его нетрудно получить из амплитуды  $M_{\nu\rightarrow\nu ee}$  приведенной в работе [88] в асимптотике (3.9).

Сравнение  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(A)}$  с сечением  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(0)}$  в вакууме:

$$\frac{\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(A)}}{\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(0)}} \sim \left(\frac{\beta}{m_e^2}\right) \left(\frac{m_e^2}{q^2}\right)^2 \quad (3.46)$$

показывает существенное подавление сечения процесса аннигиляции в асимптотике сверхсильного магнитного поля (3.9). Логично предположить, что сечение  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(B)}$ , определяемое в слабом магнитном поле выражением (3.10) должно уменьшаться с ростом напряженности поля и существенно подавляться в асимптотике сверхсильного магнитного поля. Такое подавление в сверхсильных полях имеет место и для кроссинг-процесса  $e^+ + e^- \rightarrow \nu + \bar{\nu}$  и изучалось нами ранее [22].

Выяснено, что для нейтрино высоких энергий ( $\omega^2 \gg m_e^2$ ) подавление происходит лишь при  $\beta \gtrsim 10^3 m_e^2$  ( $B \gtrsim 4 \cdot 10^{16} \text{Гс}$ ). Такие напряженности магнитного поля не могут быть реализованы в гипер-аккреционном замагниченном диске керровской черной дыры. Однако, остается вопрос о модификации сечения  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(B)}$  при переходе из области слабого поля (3.6) в область умеренно сильного поля (3.7). Отметим, что "полевой" вклад в сечение  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(B)}$ , как следует из (3.29):  $F_{\nu\bar{\nu}} \sim \delta$ , где малый параметр  $\delta$  определяется следующим образом:

$$\delta = \left(\frac{q^2}{q_{\perp}^2}\right) \left(\frac{\beta}{q^2}\right)^2.$$

Предполагая, что в процессе (3.1)  $\omega \approx \omega'$ , получим:

$$\delta \sim \left(\frac{\beta}{q^2}\right)^2$$

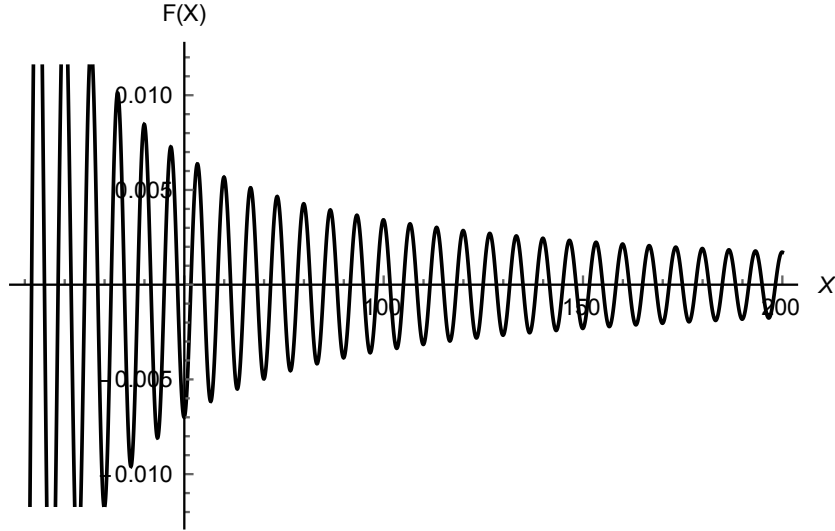


Рис. 3.1. Зависимость  $F_{\nu\bar{\nu}}(X)$  в интервале (3.48)

При типичных значениях  $\omega^2 \sim 10^3 m_e^2$ ,  $B_{max} = 10^{15}$  Гс получаем, что  $\delta_{max} \sim 10^{-2}$ . Таким образом, ясно, что сечение аннигиляции  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(0)}$  (3.10) модифицируется при переходе в область (3.7) на величину, не превышающую нескольких процентов [89]. В численных оценках функции  $F_{\nu\bar{\nu}}(q_{\perp}/2\beta)$  предполагалось, что  $\omega \simeq \omega'$ ,  $\bar{q}_{\perp}^2 \simeq \bar{q}^2 \simeq 2\omega^2$ ,  $\bar{q}_{\perp}^2/2\beta \simeq \omega^2/\beta$ . Как следует из [27], энергии нейтрино, излучаемых из внутренней части диска, соответствуют интервалу  $400 m_e^2 \leq \omega^2 \leq 900 m_e^2$ . Разумно предположить, что поле в этой же части диска убывает по некоторому закону, пробегая интервал значений:

$$10^{14} \text{ Гс} \leq B(r) \leq 10^{15} \text{ Гс}, \quad (3.47)$$

совместно эти условия приводит к области изменения  $X$ :

$$40 \leq X \leq 200. \quad (3.48)$$

На (рис.3.1) представлена функция  $F_{\nu\bar{\nu}}(X)$  в интервале (3.48) изменения переменной  $X$ , который соответствует реалистичному распределению магнитного поля в сильно замагниченном диске.

Как следует из приведенного графика, функция  $F_{\nu\bar{\nu}}(X)$  сильно осциллирует, плавно уменьшаясь по модулю с ростом  $X$ . Такое поведение функ-

ций связано с тем, что  $\Phi(z)$ ,  $\Phi'(z)$ ,  $Im f_1(z)$  осциллируют в области  $z < 0$ , причем частота осцилляций быстро нарастает с ростом  $|z|$ . Как нами было показано из качественных соображений, в области  $X \gtrsim 40$  амплитуда функции не превышает нескольких процентов.

Процесс (3.2)  $\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-$ , кинематически запрещенный в вакууме, постепенно увеличивает свой фазовый объем, так что величина  $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$  (3.15) описывается в области (3.6) выражением (3.11), в области (3.7) выражением (3.38) и в области (3.8) формулой для сильного магнитного поля [88]:

$$\dot{\mathcal{P}}_{SF}^\alpha = \frac{G_F^2 (C_v^2 + C_a^2)}{48 \pi^3} \frac{\beta k_\perp^4}{\omega} f(X) \left\{ k^\alpha - \frac{2 C_v^2 C_a^2}{C_v^2 + C_a^2} (k \tilde{\varphi})^\alpha \right\} \quad (3.49)$$

$$\text{где } f(X) = 6 \int_0^1 dy y (1 - y^2)^2 e^{-X(1+y^2)/2} I_0(Xy),$$

$I_0(z)$  – модифицированная функция Бесселя. Асимптотика сверхсильного магнитного поля (3.9) легко получается из (3.49) при переходе к пределу  $X \rightarrow 0$ , поскольку  $f(X \rightarrow 0) \rightarrow 1$ . Из сравнения выражений (3.11), (3.38), (3.49) следует, что в относительно слабом и умеренном магнитном поле  $\dot{\mathcal{P}}^\alpha \sim G_F^2 \beta^2 k_\perp^2$ , в пределе сильного магнитного поля значение выходит на линейную по полю асимптотику  $\dot{\mathcal{P}}^\alpha \sim G_F^2 \beta (k_\perp^2)^2$ . Напомним, что в работе [24] при оценке эффективности производства  $e^+e^-$  – плазмы в реакции (3.2) использовалось выражение (3.11) для  $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$  в относительно слабых магнитных полях и при значениях  $X \sim 100$ . Нами выяснено, что в области (3.7) умеренно сильного магнитного поля (параметр  $X \sim 10$ ) для  $\dot{\mathcal{P}}^\alpha$  справедливо выражение (3.38). Чтобы оценить модификацию этой физической величины при переходе из области (3.6) в область (3.7) (что означает уменьшение параметра  $X$  от сотен до десятков), нами предлагается следующее. Аппроксимируем значения констант  $C_1, C_2, C_3$  в выражении (3.34),

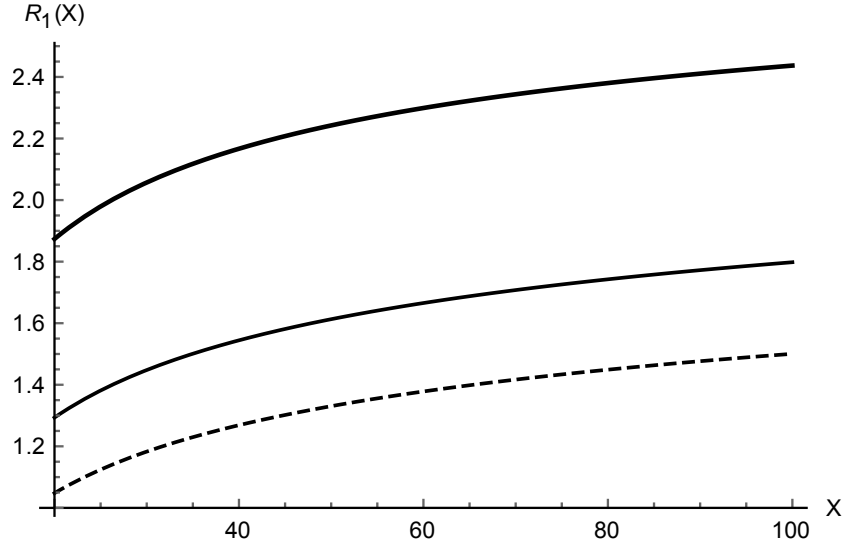


Рис. 3.2. Верхняя кривая –  $b(X) = 10$ , средняя –  $b(X) = 25$ , нижний график (пунктирная линия) –  $b(X) = 50$ ,  $b = eB/m_e^2$

вычисляя интегралы (3.35), (3.36), (3.37) в области  $20 \lesssim X \lesssim 200$ . Проведенный численный анализ приводит к следующим аппроксимационным значениям:

$$C_1 \simeq 0.23, \quad C_2 \simeq -2.62, \quad C_3 \simeq -0.91. \quad (3.50)$$

Из формул (3.11), (3.38), (3.49) определяем два отношения:

$$R_1(X) = \frac{\dot{\mathcal{P}}_{MF}^0}{\dot{\mathcal{P}}_{CF}^0} = \frac{4 (\ln X + C_1 + C_2 X^{-2/3})}{\ln X + 3 \ln b(X) - 3.776} \quad (3.51)$$

$$R_2(X) = \frac{\dot{\mathcal{P}}_{SF}^0}{\dot{\mathcal{P}}_{CF}^0} = \frac{18}{7} \frac{X f(X)}{\ln X + 3 \ln b(X) - 3.776} \quad (3.52)$$

где  $b = \beta/m_e^2$ ,  $X = k_\perp^2/\beta$ .

Один из основных выводов работы [24] состоит в том, что эффективность производства  $e^+e^-$ -плазмы нейтриноизлучающей частью аккреционного диска в процессе (3.2) пренебрежимо мала по сравнению с эффективностью производства в процессе (3.1). Отметим, что к этому категоричному выводу следует относиться с определенной долей осторожности.

Рассмотрим соотношение (3.51) для фиксированных значений поля, то есть предположим что оно равномерно распределено в области вблизи

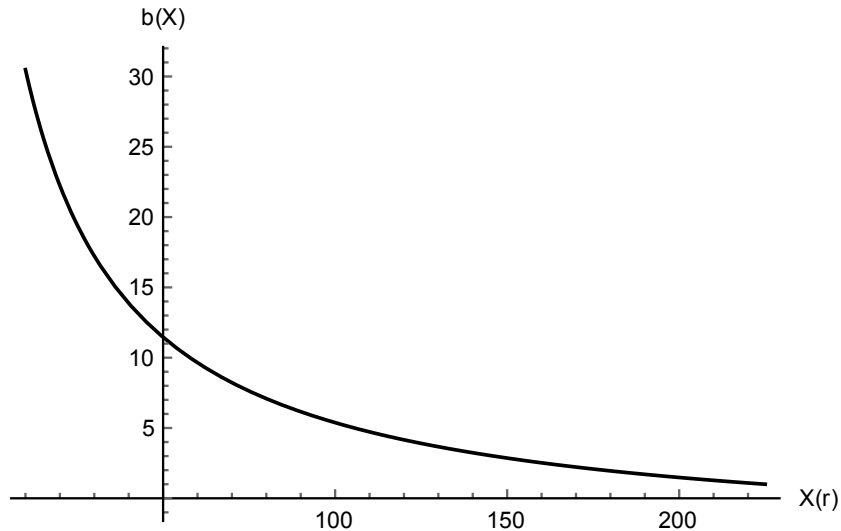


Рис. 3.3. Зависимость  $b(X)$  от параметра  $X(r)$  (3.54) при законе распределения магнитного поля  $b(r)$  (3.53)

диска. Из графиков (рис. 3.2) следует, что в зависимости от напряженности магнитного поля, производство плазмы в рассматриваемом нами пределе может превышать значение для случая скрещенного поля в несколько раз.

Предположим что магнитное поле распределено по нейтриноизлучающей части диска в интервале напряженности (3.47), что определяет интервал изменения переменной  $X$  (3.48). Предположим также распределение магнитного поля по аналогии с распределением в моделях с магниторотационной нестабильностью плазмы [96]:

$$b(r) = b_1 + b_2/r, \quad (3.53)$$

для параметра  $X$  выберем линейный закон:

$$X(r) = x_1 + x_2 r. \quad (3.54)$$

В таком случае, используя условия (3.47) и (3.48), мы определяем  $b(X)$  и подставляем ее в выражение  $R_1(X)$  (3.51).

Закон изменения  $b(X)$  в интервале (3.48) представлен на (рис. 3.3). На (рис. 3.4) представлено отношение  $R_1(X)$  в интервале (3.48) с учетом

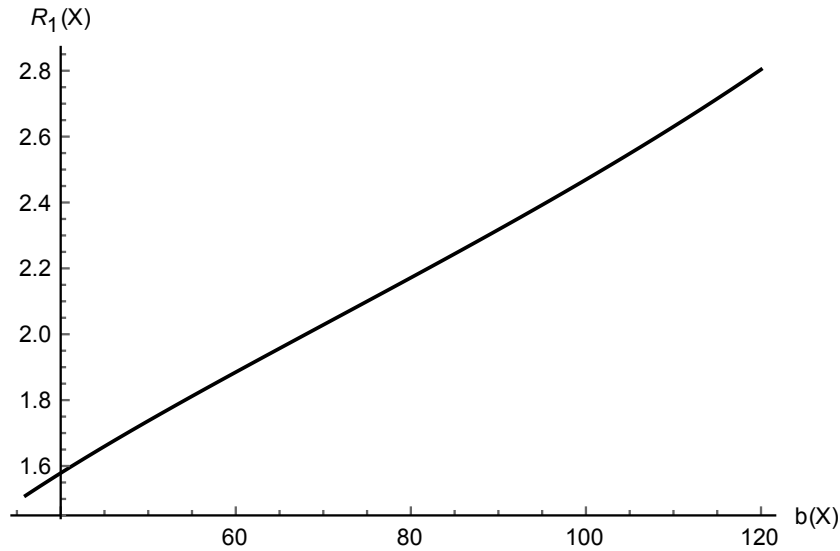


Рис. 3.4. Зависимость  $R_1(X)$  при заданном распределении магнитного поля в диске  $b(X)$  (см. рис. 3.3)

зависимости  $b = b(X)$ . Как следует из этого графика, формула (3.38) дает в некоторой области  $X$  больший (с фактором 2-3) выход энергии в  $e^+e^-$ -парах по сравнению с формулой (3.11). Если задаться более резкими законами изменения  $b(r)$ ,  $X(r)$  это превышение может быть более существенным. Таким образом, вопрос об эффективности производства плазмы в процессе (3.2) требует дополнительного исследования. В частности, необходимо задать реалистичное распределение магнитного поля в нейтриноизлучающей части сильно замагниченного аккреционного диска.

### 3.7. Выводы к третьей главе

В данной главе изучается влияние сильного магнитного поля  $B \gg B_c$  на сечение  $\sigma_{\nu\bar{\nu}}^{(B)}$  аннигиляции пары нейтрино в процессе  $\nu_i + \bar{\nu}_i \xrightarrow{B} e^+ + e^-$ , и скорости производства 4-импульса в единицу времени на одно нейтрино  $\dot{P}^\alpha$  в  $e^+e^-$ -парах в процессе  $\nu_i(\bar{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\bar{\nu}_i) + e^+ + e^-$ . В частности, эти величины впервые вычислены в случае (анти)нейтрино высоких энергий,

умеренно сильного магнитного поля  $\omega^2 \gg eV \gg m_e^2$ , наиболее реалистичном для нейтриноизлучающей части гипер-аккреционного сильно замагниченного диска с достаточно высокими скоростями аккреции.

# Заключение

В настоящей диссертации исследуются процессы взаимодействия нейтрино с невырожденной горячей электрон-позитронной плазмой в присутствии сильного магнитного поля. Основная цель – исследование нейтринного остывания плазмы в период гигантской вспышки источника мягких повторяющихся гамма-всплесков (SGR), а также получение оценки эффективности рождения электрон-позитронной плазмы нейтринным потоком с гипер-аккреционного сильно замагниченного диска керровской черной дыры. Последняя задача связана с моделированием космологических гамма-всплесков (GRB).

В диссертации представлены следующие основные результаты:

1. В постоянном однородном магнитном поле получено лоренц-инвариантное (в смысле преобразования вдоль по направлению вектора индукции магнитного поля) выражение поляризованной матрицы плотности заряженной спинорной частицы в импульсном пространстве. В формализме матрицы плотности развита техника вычисления 4-импульса нейтрино, уносимого из единичного объема среды в единицу времени. Данной техникой получены ковариантные выражения для 4-импульса в процессах аннигиляции электрона и позитрона в нейтрино-антинейтринную пару, нейтринного синхротронного излучения электроном (позитроном) и  $\mu$ с-реакциях.
2. Исследованы значимые процессы нейтринного остывания невырожденной горячей электрон-позитронной плазмы в присутствии магнитного поля. Показано, что в сильном магнитном поле доминирующий вклад в нейтринную светимость дают процессы аннигиляции электрона и позитрона и нейтринного синхротронного излучения



электроном (позитроном). В случае напряженности магнитного поля  $B \sim (10^{15} - 10^{16})$  Гс детально проанализированы нейтринные светимости в этих процессах для уровней Ландау электрона, позитрона –  $n, n' = (0, 0), (0, 1), (1, 0)$ . Показано, что несмотря на экспоненциальное подавление концентрации частиц на первом уровне Ландау, нейтринные светимости в процессах существенно превышают асимптотическую светимость в процессе аннигиляции.

3. В случае анти(нейтрино) высоких энергий, умеренно сильного магнитного поля ( $\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$ ) впервые вычислены сечение аннигиляции нейтрин-антинейтринной пары в пару электрон-позитрон и скорость производства 4-импульса электрон-позитронной пары в расчете на одно нейтрино в реакции  $\nu_i(\tilde{\nu}_i) \xrightarrow{B} \nu_i(\tilde{\nu}_i) + e^+ + e^-$ , ( $i = e, \mu, \tau$ ). Показано, что в данном приближении полевая поправка к сечению процесса аннигиляции пренебрежимо мала. Оценено отношение скоростей производства энергии-импульса электрон-позитронной плазмы в рассматриваемом пределе и пределе скрещенного поля.

Автор выражает глубокую благодарность научному руководителю Гвоздеву Александру Александровичу за постоянную поддержку и внимание к работе в ходе её подготовки, оказанные советы и помощь. Автор признателен за поддержку, полезные дискуссии и ценные замечания И.С. Огневу, А.Я. Пархоменко, Д.А. Румянцеву и А.В. Кузнецову. Выражает благодарность и отдает дань светлой памяти Николаю Владимировичу Михееву, с которым неоднократно обсуждались сложные моменты данной работы.

# Приложение А

Для любой частицы с импульсом  $p_\mu$ , находящейся в электромагнитном поле, можно ввести удобный для анализа квантовых процессов с ее участием базис. Заметим, что конфигурация чисто магнитного поля, наиболее важная в приложении к астрофизическим объектам, обладает набором специфических свойств, использование которых существенно упрощает расчеты конкретных реакций.

Из электродинамики известно, что электромагнитное поле полностью определяется тензором напряженностей  $F_{\mu\nu}$ . В дополнение к нему также вводится дуально сопряженный тензор  $\tilde{F}_{\mu\nu} = \varepsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma}/2$ . Выберем систему координат таким образом, чтобы ось  $Oz$  была направлена вдоль вектора напряженности постоянного однородного магнитного поля  $\mathbf{B} = (0, 0, B)$ . В такой системе отсчета тензоры  $F_{\mu\nu}$  и  $\tilde{F}_{\mu\nu}$  имеют следующий вид:

$$F_{\mu\nu} = B \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & +1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \tilde{F}_{\mu\nu} = B \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & +1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.1})$$

В дальнейшем удобно пользоваться не самим тензором электромагнитного поля и дуальным к нему тензором, а их безразмерными аналогами:

$$\varphi_{\mu\nu} = \frac{F_{\mu\nu}}{B}, \quad \tilde{\varphi}_{\mu\nu} = \frac{\tilde{F}_{\mu\nu}}{B}, \quad (\text{A.2})$$

явный вид которых в выбранной нами системе отсчета представлен числовыми матрицами в формуле (A.1). В дальнейшем мы будем использовать коварианты, составленные из этих тензоров и 4-вектора импульса заряженной частицы, в параллельном (0, 3) и перпендикулярном (1, 2) подпространствах. Значительный вклад в развитие техники вычислений в случае

сильного магнитного поля сделали В. В. Скобелев и Ю. М. Лоскутов, построившие так называемую “двумерную электродинамику” [97, 98]. Ниже мы будем использовать этот очень удобный для вычислений формализм, представляя важные для нас соотношения в явно ковариантном виде в параллельном и перпендикулярном подпространствах.

Прежде всего, проанализируем алгебру введенных безразмерных тензоров (A.2). Начнем с бинарных произведений:

$$\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu} = \varphi_{\mu\rho}\varphi^{\rho}_{\nu}, \quad \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu} = \tilde{\varphi}_{\mu\rho}\tilde{\varphi}^{\rho}_{\nu}. \quad (\text{A.3})$$

В отличие от антисимметричных тензоров  $\varphi_{\mu\nu}$  и  $\tilde{\varphi}_{\mu\nu}$ , тензоры  $\Lambda_{\mu\nu}$  и  $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$  симметричны в соответствии с общими свойствами свертки тензоров. В выбранной нами системе координат эти тензоры имеют следующий явный вид:

$$\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \Lambda_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.4})$$

Из явного представления тензоров видно, что они не являются линейно независимыми, а связаны друг с другом посредством метрического тензора  $g_{\mu\nu}$ :

$$\tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \Lambda_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}. \quad (\text{A.5})$$

Проведенный анализ показывает, что наличие внешнего постоянного однородного магнитного поля естественным образом разбивает четырехмерное пространство Минковского на два непересекающихся подпространства: двумерное евклидово подпространство с метрическим тензором  $\Lambda_{\mu\nu}$ , ортогональное вектору напряженности магнитного поля  $\mathbf{B}$ , и двумерное псевдоевклидово подпространство с метрическим тензором  $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$ . Безразмер-

ные тензоры электромагнитного поля  $\varphi_{\mu\nu}$  и  $\tilde{\varphi}_{\mu\nu}$  играют роль тензоров Леви-Чивита (полностью антисимметричных тензоров) этих подпространств и обладают следующими свойствами:

$$\tilde{\varphi}_{\mu\nu}\tilde{\varphi}_{\rho\sigma} = \tilde{\Lambda}_{\mu\sigma}\tilde{\Lambda}_{\nu\rho} - \tilde{\Lambda}_{\mu\rho}\tilde{\Lambda}_{\nu\sigma}, \quad (\text{A.6})$$

$$\varphi_{\mu\nu}\varphi_{\rho\sigma} = \Lambda_{\mu\rho}\Lambda_{\nu\sigma} - \Lambda_{\mu\sigma}\Lambda_{\nu\rho}. \quad (\text{A.7})$$

Для введенного набора тензоров справедливы следующие бинарные соотношения:

$$\begin{aligned} (\tilde{\varphi}\varphi)_{\mu\nu} &= (\tilde{\varphi}\Lambda)_{\mu\nu} = (\tilde{\Lambda}\varphi)_{\mu\nu} = (\tilde{\Lambda}\Lambda)_{\mu\nu} = 0, \\ (\tilde{\Lambda}\tilde{\Lambda})_{\mu\nu} &= \tilde{\Lambda}_{\mu\nu}, \quad (\Lambda\Lambda)_{\mu\nu} = -\Lambda_{\mu\nu}, \\ (\tilde{\Lambda}\tilde{\varphi})_{\mu\nu} &= \tilde{\varphi}_{\mu\nu}, \quad (\Lambda\varphi)_{\mu\nu} = -\varphi_{\mu\nu}. \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

При проведении вычислений оказывается удобным ввести специальные обозначения для каждого из подпространств:  $\perp$  — для евклидова подпространства с метрикой  $\Lambda_{\mu\nu}$  и  $\parallel$  — для псевдоевклидова подпространства с метрикой  $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$ . При таком соглашении произвольный 4-вектор  $A^\mu = (A_0, A_1, A_2, A_3)$  можно разбить на две ортогональные составляющие:

$$A_\mu = \tilde{\Lambda}_{\mu\nu}A^\nu - \Lambda_{\mu\nu}A^\nu = A_{\parallel\mu} - A_{\perp\mu}, \quad (\text{A.9})$$

где  $A_{\parallel}^\mu = (A_0, 0, 0, A_3)$  и  $A_{\perp}^\mu = (0, A_1, A_2, 0)$  в соответствии со свойством (A.5). Такое разбиение позволяет ввести скалярное произведение векторов в каждом подпространстве по отдельности:

$$\begin{aligned} (AB) &= (AB)_{\parallel} - (AB)_{\perp}, \\ (AB)_{\parallel} &= (A\tilde{\Lambda}B) = A^\mu\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}B^\nu, \\ (AB)_{\perp} &= (A\Lambda B) = A^\mu\Lambda_{\mu\nu}B^\nu, \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

где  $A_\mu$  и  $B_\mu$  — произвольные 4-векторы.

Деление четырехмерного пространства на два непересекающихся подпространства приводит к эффективной модификации свойств  $\gamma$ -матриц. Будем обозначать  $\gamma$ -матрицы  $\parallel$ -подпространства как  $\gamma_{\parallel}^{\mu} = \tilde{\Lambda}^{\mu\nu}\gamma_{\nu}$ , а  $\perp$ -подпространства —  $\gamma_{\perp}^{\mu} = \Lambda^{\mu\nu}\gamma_{\nu}$ .

Введем проекционные операторы фермиона  $\Pi_{\sigma}$ :

$$\Pi_{\sigma} = \frac{1}{2} \left[ 1 - \frac{i\sigma}{2} (\gamma\varphi\gamma) \right] = \frac{1}{2} [1 + \sigma i \gamma_1\gamma_2], \quad (\text{A.11})$$

где учтен явный вид тензора  $\varphi_{\mu\nu}$  (A.2) в выбранной системе отсчета. Соответственно,  $\sigma = +1$  отвечает фермионному состоянию со спином, направленным по магнитному полю, а  $\sigma = -1$  — состоянию со спином против магнитного поля. Отметим следующие мультипликативные и аддитивные свойства проекционных операторов:

$$\Pi_{\sigma}\Pi_{\sigma} = \Pi_{\sigma}, \quad \Pi_{\sigma}\Pi_{-\sigma} = 0, \quad \Pi_{\sigma} + \Pi_{-\sigma} = 1, \quad (\text{A.12})$$

а также их коммутационные свойства по отношению к  $\gamma$ -матрицам:

$$\Pi_{\sigma}\gamma_{\parallel}^{\mu} = \gamma_{\parallel}^{\mu}\Pi_{\sigma}, \quad \Pi_{\sigma}\gamma_{\perp}^{\mu} = \gamma_{\perp}^{\mu}\Pi_{-\sigma}. \quad (\text{A.13})$$

Последнее свойство интересно тем, что если встречается конструкция вида  $\Pi_{\sigma}\gamma^{\mu}\Pi_{\sigma}$ , то эффективно от  $\gamma$ -матрицы остается только ее продольная составляющая  $\gamma_{\parallel}^{\mu}$ , а в случае конструкции  $\Pi_{-\sigma}\gamma^{\mu}\Pi_{\sigma}$  — ее поперечная часть  $\gamma_{\perp}^{\mu}$ .

Отметим также коммутативность проекционных операторов  $\Pi_{\sigma}$  с матрицей  $\gamma_5$ :

$$\Pi_{\sigma}\gamma_5 = \gamma_5\Pi_{\sigma}. \quad (\text{A.14})$$

Широко используемой операцией является взятие шпура произведения некоторого числа  $\gamma$ -матриц. В случае сильного магнитного поля вычисление шпуров эффективно реализуется только в  $\parallel$ -подпространстве. Как и в

обычном четырехмерном пространстве, в  $\parallel$ -подпространстве шпур нечетного числа  $\gamma$ -матриц равен нулю, а несколько первых шпуров четного числа — следующие:

$$\begin{aligned} \text{Sp}\{\Pi_\sigma\} &= 2, & \text{Sp}\{\gamma_\parallel^\mu \gamma_\parallel^\nu \Pi_\sigma\} &= 2\tilde{\Lambda}^{\mu\nu}, \\ \text{Sp}\{\gamma_\parallel^\mu \gamma_\parallel^\nu \gamma_\parallel^\rho \gamma_\parallel^\tau \Pi_\sigma\} &= 2[\tilde{\Lambda}^{\mu\nu} \tilde{\Lambda}^{\rho\tau} + \tilde{\Lambda}^{\mu\tau} \tilde{\Lambda}^{\nu\rho} - \tilde{\Lambda}^{\mu\rho} \tilde{\Lambda}^{\nu\tau}], & (A.15) \\ \text{Sp}\{\gamma_\parallel^\mu \gamma_\parallel^\nu \gamma_5 \Pi_\sigma\} &= 2\sigma \tilde{\varphi}^{\mu\nu}, & \text{Sp}\{\gamma_\parallel^\mu \gamma_\parallel^\nu \gamma_\parallel^\rho \gamma_\parallel^\tau \gamma_5 \Pi_\sigma\} &= 2\sigma [\tilde{\Lambda}^{\mu\nu} \tilde{\varphi}^{\rho\tau} + \tilde{\varphi}^{\mu\nu} \tilde{\Lambda}^{\rho\tau}]. \end{aligned}$$

Оказываются полезными и другие часто встречающиеся соотношения для  $\gamma$ -матриц в продольном подпространстве:

$$\gamma_{\parallel\mu} \gamma_\parallel^\mu = 2, \quad (A.16)$$

$$\gamma_{\parallel\mu} \gamma_\parallel^\nu \gamma_\parallel^\mu = 0, \quad (A.17)$$

$$\gamma_{\parallel\mu} \gamma_\parallel^\nu \gamma_\parallel^\rho \gamma_\parallel^\mu = 2\gamma_\parallel^\rho \gamma_\parallel^\nu, \quad (A.18)$$

$$\gamma_\parallel^\mu \gamma_\parallel^\nu \gamma_\parallel^\rho = \tilde{\Lambda}^{\mu\nu} \gamma_\parallel^\rho + \tilde{\Lambda}^{\nu\rho} \gamma_\parallel^\mu - \tilde{\Lambda}^{\mu\rho} \gamma_\parallel^\nu, \quad (A.19)$$

$$(\tilde{\varphi}\gamma)^\mu \Pi_\sigma = -\sigma \gamma_\parallel^\mu \gamma_5 \Pi_\sigma. \quad (A.20)$$

Легко показать, что свертка двух  $\gamma_\parallel$ -матриц, между которыми находится любое нечетное число  $\gamma_\parallel$ -матриц, обращается в нуль.

Отметим также следующее соотношение для  $\gamma$ -матриц в  $\perp$ -подпространстве:

$$\gamma_\perp^\alpha \gamma_\perp^\beta \Pi_\sigma = -(\Lambda^{\alpha\beta} - i\sigma\varphi^{\alpha\beta}) \Pi_\sigma. \quad (A.21)$$

Это свойство, так же как и свойство (A.19), позволяет эффективно снизить количество  $\gamma$ -матриц при вычислениях шпуров.

Еще раз отметим, что данная техника не только позволяет упростить вычисление шпуров, но и сохраняет ковариантность полученных таким способом выражений.

## Приложение Б

При вычислении (1.58), (1.65), (2.1) встречаются следующие типы интегралов по импульсам заряженных частиц в поперечном подпространстве:

$$S^{(n,m)}(z) = \int d^2x d^2y \delta^{(2)}(x+y-z) L_n(x^2) L_m(y^2) e^{-(x^2+y^2)/2}, \quad (\text{Б.1})$$

$$V_\alpha^{(n,m)}(z) = \int d^2x d^2y \delta^{(2)}(x+y-z) x_\alpha L_{n-1}^1(x^2) L_m(y^2) e^{-(x^2+y^2)/2}, \quad (\text{Б.2})$$

$$T_{\alpha\beta}^{(n,m)}(z) = \int d^2x d^2y \delta^{(2)}(x+y-z) x_\alpha y_\beta L_{n-1}^1(x^2) L_{m-1}^1(y^2) e^{-(x^2+y^2)/2}, \quad (\text{Б.3})$$

где  $x$ ,  $y$  и  $z$  — векторы в двумерном (поперечном) пространстве ( $\alpha, \beta = 1, 2$ ), а  $\delta^{(2)}(x+y-z) = \delta(x_1+y_1-z_1)\delta(x_2+y_2-z_2)$  — произведение  $\delta$ -функций Дирака.

Используем фурье-образ  $\delta$ -функции:

$$\delta^{(2)}(x+y-z) = \frac{1}{(2\pi)^2} \int d^2s e^{is(x+y-z)},$$

где  $sx = s_1x_1 + s_2x_2$  — скалярное произведение векторов в двумерном евклидовом пространстве, тогда интегралы по  $x$  и  $y$  становятся независимыми и принимают вид:

$$f^{(n)}(s) = \int d^2x L_n(x^2) e^{i(sx)-x^2/2}, \quad (\text{Б.4})$$

$$f_\alpha^{(n)}(s) = \int d^2x x_\alpha L_{n-1}^1(x^2) e^{i(sx)-x^2/2}. \quad (\text{Б.5})$$

Векторный интеграл (Б.5) пропорционален вектору  $s_\alpha$ :

$$f_\alpha^{(n)}(s) = s_\alpha A^{(n)}(s^2),$$

а функция  $A^{(n)}(s^2)$  находится из свертки  $s_\alpha f_\alpha^{(n)}(s)$ . Получившиеся скалярные интегралы  $f^{(n)}(s)$  и  $A^{(n)}(s^2)$  удобно вычислять в полярных координатах,

отсчитывая полярный угол от вектора  $s$ . Воспользовавшись известными соотношениями [43]:

$$\int_0^{2\pi} e^{\pm it \cos \varphi} \cos(n\varphi) d\varphi = (\pm i)^n 2\pi J_n(t), \quad (\text{Б.6})$$

$$\int_0^{\infty} t^{\lambda/2} e^{-ct/2} J_\lambda(b\sqrt{t}) L_n^\lambda(t) dt = (-1)^n 2 b^\lambda c^{-\lambda-1} e^{-b^2/2c} L_n^\lambda(b^2/c), \quad (\text{Б.7})$$

где  $J_n(t)$  — функция Бесселя первого рода, для интегралов (Б.4) и (Б.5) получим следующие выражения:

$$f^{(n)}(s) = (-1)^n 2\pi e^{-s^2/2} L_n(s^2), \quad (\text{Б.8})$$

$$f_\alpha^{(n)}(s) = i(-1)^{n-1} 2\pi s_\alpha e^{-s^2/2} L_{n-1}^1(s^2). \quad (\text{Б.9})$$

В терминах функций  $f^{(n)}(s)$  и  $f_\alpha^{(n)}(s)$  интегралы (Б.1)–(Б.3) представляются в виде:

$$S^{(n,m)}(z) = \int \frac{d^2s}{(2\pi)^2} e^{-i(sz)} f^{(n)}(s) f^{(m)}(s), \quad (\text{Б.10})$$

$$V_\alpha^{(n,m)}(z) = \int \frac{d^2s}{(2\pi)^2} e^{-i(sz)} f_\alpha^{(n)}(s) f^{(m)}(s), \quad (\text{Б.11})$$

$$T_{\alpha\beta}^{(n,m)}(z) = \int \frac{d^2s}{(2\pi)^2} e^{-i(sz)} f_\alpha^{(n)}(s) f_\beta^{(m)}(s). \quad (\text{Б.12})$$

Векторная и тензорная структуры интегралов  $V_\alpha^{(n,m)}(z)$  и  $T_{\alpha\beta}^{(n,m)}(z)$  очевидны:

$$V_\alpha^{(n,m)}(z) = B^{(n,m)} z_\alpha,$$

$$T_{\alpha\beta}^{(n,m)}(z) = C^{(n,m)} \delta_{\alpha\beta} + D^{(n,m)} z_\alpha z_\beta.$$

Скалярные интегралы  $B^{(n,m)}$ ,  $C^{(n,m)}$  и  $D^{(n,m)}$  также удобно вычислять в полярных координатах, отсчитывая угол от вектора  $z$ . Используя (Б.6) и



формулу [43]:

$$\int_0^{\infty} dt t^{(\varkappa+\lambda)/2} e^{-ct} J_{\varkappa+\lambda}(b\sqrt{t}) L_p^{\varkappa}(t) L_k^{\lambda}(t) =$$

$$= \frac{(-1)^{p+k}}{c} \left(\frac{b}{2c}\right)^{\varkappa+\lambda} e^{-b^2/4} L_p^{\lambda+k-p}(b^2/4c) L_k^{\varkappa+p-k}(b^2/4c), \quad (\text{Б.13})$$

интегралы  $S^{(n,m)}(z)$ ,  $V_{\alpha}^{(n,m)}(z)$  и  $T_{\alpha\beta}^{(n,m)}(z)$  можно представить в виде:

$$S^{(n,m)}(z) = \pi e^{-z^2/4} L_n^{m-n}(z^2/4) L_m^{n-m}(z^2/4), \quad (\text{Б.14})$$

$$2V_{\alpha}^{(n,m)}(z) = \pi e^{-z^2/4} z_{\alpha} L_{n-1}^{m-n+1}(z^2/4) L_m^{n-m}(z^2/4), \quad (\text{Б.15})$$

$$8T_{\alpha\beta}^{(n,m)}(z) = \pi e^{-z^2/4} \left[ (2z_{\alpha}z_{\beta} - z^2\Lambda_{\alpha\beta}) L_{n-1}^{m-n+1}(z^2/4) L_{m-1}^{n-m+1}(z^2/4) \right. \\ \left. - 4n\Lambda_{\alpha\beta} L_n^{m-n}(z^2/4) L_{m-1}^{n-m}(z^2/4) \right]. \quad (\text{Б.16})$$

В тензорном интеграле символ Кронекера  $\delta_{\alpha\beta}$  заменен эквивалентным метрическим тензором  $\Lambda_{\alpha\beta}$  двумерного поперечного евклидова подпространства.

## Приложение В

Явный вид пропагаторов заряженных фермионов – точных решений уравнений движения во внешнем постоянном электромагнитном поле – наиболее просто находится методом собственного времени Фока-Швингера [12, 99–101]. В случае скрещенного поля пропагатор заряженного фермиона  $S^{(F)}(x, y)$  в формализме собственного времени может быть представлен в релятивистски-инвариантной форме [52, 102]:

$$S^{(F)}(x, y) = e^{i\Omega(x, y)} S(X), \quad (\text{B.1})$$

$$\Omega(x, y) = -e_f \int_y^x d\xi_\mu \left[ A_\mu(\xi) + \frac{1}{2} F_{\mu\nu}(\xi - y)_\nu \right], \quad (\text{B.2})$$

$$\begin{aligned} S(X) = & -\frac{i}{16\pi^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s^2} \left[ \frac{1}{2s} (X\gamma) - \frac{ie_f}{2} (X\tilde{F}\gamma)\gamma_5 \right. \\ & \left. - \frac{se_f^2}{3} (XFF\gamma) + m_f + \frac{sm_f e_f}{2} (\gamma F\gamma) \right] \\ & \times \exp \left[ -i \left( sm_f^2 + \frac{X^2}{4s} + \frac{se_f^2}{12} (XFFX) \right) \right], \quad (\text{B.3}) \end{aligned}$$

где  $X_\mu = (x - y)_\mu$ ;  $m_f$  и  $e_f$  – масса и заряд виртуального фермиона ( $e_f = eQ_f$ ,  $e > 0$  – элементарный заряд,  $Q_f$  – относительный заряд фермиона в петле);  $A_\mu$ ,  $F_{\mu\nu}$  и  $\tilde{F}_{\mu\nu}$  – 4-потенциал, тензор и дуальный тензор постоянного скрещенного поля;  $(X\gamma) = X_\mu \gamma^\mu$ ,  $\gamma^\mu$ ,  $\gamma^5 = -i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3$  – набор  $\gamma$ -матриц Дирака;  $((X\tilde{F}\gamma) = X_\mu \tilde{F}_{\mu\nu} \gamma_\nu)$ .

В случае постоянного однородного магнитного поля  $\mathbf{B}$  в формализме собственного времени трансляционно-инвариантная часть  $S^{(B)}(X)$  пропа-

гатора заряженного фермиона  $S^{(B)}(x, y)$  (B.1) имеет вид [102]:

$$\begin{aligned}
S^{(B)}(X) &= -\frac{i\beta}{2(4\pi)^2} \int_0^\infty \frac{ds}{s \sin \beta s} \left\{ \frac{1}{s} \left[ (X\tilde{\Lambda}\gamma) \cos \beta s - i(X\tilde{\varphi}\gamma)\gamma_5 \sin \beta s \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{\beta}{\sin \beta s} (X\Lambda\gamma) + m_f [2 \cos \beta s - (\gamma\varphi\gamma) \sin \beta s] \right\} \\
&\quad \times \exp \left( -i \left[ m_f^2 s + \frac{1}{4s} (X\tilde{\Lambda}X) - \frac{\beta}{4\text{tg}\beta s} (X\Lambda X) \right] \right), \tag{B.4}
\end{aligned}$$

Четырехмерный потенциал  $A_\mu(x)$  постоянного внешнего электромагнитного поля может быть записан в форме:

$$A_\mu = \frac{1}{2}(xF)_\mu = \frac{1}{2}x_\nu F_{\nu\mu}, \tag{B.5}$$

$$\Omega(x_1, x_2) = -e_f \int_{x_2}^{x_1} d\xi_\mu \left[ A_\mu(\xi) + \frac{1}{2}F_{\mu\nu}(\xi - x_2)_\nu \right] = \frac{e_f}{2}(x_1 F x_2). \tag{B.6}$$

В случае двухточечной петлевой диаграммы реализуется наиболее простая ситуация, когда

$$\Omega_{tot} = \Omega(x_1, x_2) + \Omega(x_2, x_1) = -\frac{e_f}{4}(XFX) = 0, \quad X = x_1 - x_2. \tag{B.7}$$

При изучении квантовых процессов во внешнем постоянном электромагнитном поле очень удобным объектом является индуцированная полем однопетлевая амплитуда перехода “ток–ток” ( $j \rightarrow j'$ ), представленная фейнмановской диаграммой на рис B.1. В качестве внешних 4–токов можно понимать скалярные, векторные, аксиальные токи, любой из токов может быть заменен, например, на волновую функцию фотона. Такая конструкция позволяет исследовать, в частности, поляризационный оператор фотона, эффективный лагранжиан  $\nu\nu\gamma$ –взаимодействия. Согласно теореме унитарности, мнимая часть такой амплитуды определяет полную вероятность процесса  $\nu\tilde{\nu} \rightarrow ee$ .

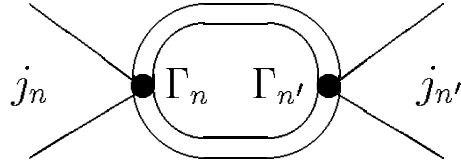


Рис. В.1. Диаграмма Фейнмана для перехода  $j \rightarrow j'$ . Двойные линии означают, что в пропагаторах виртуальных фермионов влияние внешнего электромагнитного поля учтено точно.

Однопетлевые амплитуды перехода  $j \rightarrow j'$  были исследованы впервые в работе [104], техника их вычисления подробно изложена в монографии [34]. Такие амплитуды описываются фейнмановской диаграммой, приведенной на рис. В.1 и имеют следующий вид:

$$\mathcal{M}_{nn'} = -i j_n j_{n'}^* \int d^4 Z \text{Sp}[S(-Z)\Gamma_n S(Z)\Gamma_{n'}] e^{-iqZ}. \quad (\text{B.8})$$

Здесь  $S(Z)$  – трансляционно инвариантная часть пропагатора фермиона в магнитном поле, см. формулы (B.1), (B.2),  $j_n, j_{n'}$  – фурье-образы токов,  $q$  – переданный импульс,  $\Gamma_n = 1, \gamma_5, \gamma_\alpha, \gamma_\alpha \gamma_5$ . При исследовании (B.8) можно увидеть, что амплитуда, вообще говоря, содержит расходимость на нижнем пределе интеграла по собственному времени. Данная расходимость, которая по сути является ультрафиолетовой, связана с локальностью лагранжиана взаимодействия. В дальнейшем нас будет интересовать только индуцированная полем часть амплитуды

$$\Delta \mathcal{M}_{nn'} = \mathcal{M}_{nn'} - \mathcal{M}_{nn'} \Big|_{B=0}. \quad (\text{B.9})$$

Как показывает соответствующий анализ, разность (B.9) свободна от ультрафиолетовых расходимостей.

С учетом билинейной зависимости фазы трансляционно инвариантной части пропагатора  $S(Z)$  от переменной  $Z$  интегрирование по  $Z$  в выражении для амплитуды (B.8) сводится к вычислению обобщенных гауссовых

интегралов скалярного, векторного и тензорного типов. Скалярный интеграл имеет вид

$$\Phi = \int d^4 Z \exp \left[ -i \left( (Zp) + \frac{1}{4}(ZGZ) \right) \right], \quad (\text{B.10})$$

где

$$G^{\mu\nu} = \frac{v+s}{vs} \tilde{\Lambda}^{\mu\nu} - \beta \frac{\sin(\beta(v+s))}{\sin(\beta v) \sin(\beta s)} \Lambda^{\mu\nu},$$

здесь  $\beta = e_f B$ . Переменные  $v$  и  $s$  имеют смысл собственного времени Фока в пропагаторах фермионов. Напомним, что матрицы  $\Lambda_{\mu\nu}$  и  $\tilde{\Lambda}_{\mu\nu}$  определяются через безразмерные тензоры  $\varphi_{\mu\nu}$  и  $\tilde{\varphi}_{\mu\nu}$  постоянного однородного магнитного поля:

$$\Lambda_{\mu\nu} = (\varphi\varphi)_{\mu\nu}, \quad \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} = (\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\mu\nu}.$$

Векторный и тензорный интегралы определяются из  $\Phi$  соответствующим дифференцированием по импульсу  $p$ :

$$\Phi_\mu = \int d^4 Z Z_\mu \exp \left[ -i \left( (Zp) + \frac{1}{4}(ZGZ) \right) \right] = i \frac{\partial \Phi}{\partial p_\mu}, \quad (\text{B.11})$$

$$\Phi_{\mu\nu} = \int d^4 Z Z_\mu Z_\nu \exp \left[ -i \left( (Zp) + \frac{1}{4}(ZGZ) \right) \right] = -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial p_\mu \partial p_\nu}. \quad (\text{B.12})$$

Интегрирование по пространственно-временной переменной  $Z$  дает:

$$\begin{aligned} \Phi &= -(4\pi)^2 (\det G)^{-1/2} e^{i(pG^{-1}p)}, \\ \Phi_\mu &= -2(pG^{-1})_\mu \Phi, \\ \Phi_{\mu\nu} &= 2 \left[ 2(pG^{-1})_\mu (pG^{-1})_\nu - iG_{\mu\nu}^{-1} \right] \Phi, \end{aligned} \quad (\text{B.13})$$

где обратная матрица  $G^{-1}$  имеет вид

$$G_{\mu\nu}^{-1} = \frac{vs}{v+s} \tilde{\Lambda}_{\mu\nu} - \frac{\sin(\beta v) \sin(\beta s)}{\beta \sin(\beta(v+s))} \Lambda_{\mu\nu},$$

детерминант матрицы  $G$  равен

$$\det G = - \left\{ \frac{(v+s)\beta \sin(\beta(v+s))}{sv \sin(\beta v) \sin(\beta s)} \right\}^2. \quad (\text{B.14})$$

После выполнения интегрирования по  $Z$  обобщенная амплитуда может быть выражена в виде двукратного интеграла.

Особый интерес для нас представляет случай:  $\Gamma_n = O^\alpha = \gamma^\alpha (c_v + c_a \gamma_5)$ ,  $\Gamma_{n'} = O^\beta = \gamma^\beta (c_v + c_a \gamma_5)$ ,  $j_n = j^\alpha = \bar{\nu} \gamma^\alpha (1 + \gamma_5) \nu$ ,  $j_{n'} = j^\beta = \bar{\nu} \gamma^\beta (1 + \gamma_5) \nu$  описывающий индуцированную полем часть амплитуды перехода  $j_\nu \rightarrow j_\nu$ .

В этом случае, вычисляя интегралы по  $Z$  и подставляя их в (B.8), получим:

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{M}_{j \rightarrow j} = & \frac{G_F^2}{8\pi^2} \left\{ \left( c_v^2 Y_{VV}^{(1)} + c_a^2 Y_{AA}^{(1)} \right) \frac{|q\varphi j|^2}{q_\perp^2} + \right. \\ & + \left( c_v^2 Y_{VV}^{(2)} + c_a^2 Y_{AA}^{(2)} \right) \frac{|q\tilde{\varphi} j|^2}{q_\parallel^2} + \left( c_v^2 Y_{VV}^{(3)} + c_a^2 Y_{AA}^{(3)} \right) \frac{q^2 |q\varphi\varphi j|^2}{q_\perp^2 q_\parallel^2} + \\ & \left. + 2c_v c_a eB \left( Y_{VA}^{(1)} + \frac{q^2}{q_\perp^2} Y_{VA}^{(2)} \right) \frac{\text{Re}[(q\tilde{\varphi} j)(q\varphi\varphi j^*)]}{q_\parallel^2} \right\}. \quad (\text{B.15}) \end{aligned}$$

Здесь

$$\begin{aligned} Y_{VV}^{(i)} &= \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[ \frac{\beta t}{\sin \beta t} y_{VV}^{(i)} e^{-i\Omega} - q^2 \frac{1-u^2}{2} e^{-i\Omega_0} \right], \quad (\text{B.16}) \\ y_{VV}^{(1)} &= \frac{q_\parallel^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right) - q_\perp^2 \frac{\cos \beta t u - \cos \beta t}{\sin^2 \beta t}, \\ y_{VV}^{(2)} &= q_\parallel^2 \frac{1-u^2}{2} \cos \beta t - \frac{q_\perp^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right), \\ y_{VV}^{(3)} &= \frac{q^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{AA}^{(i)} &= \int_0^1 du \int_0^\infty \frac{dt}{t} \left[ \frac{\beta t}{\sin \beta t} y_{AA}^{(i)} e^{-i\Omega} + \left( 2m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{2} \right) e^{-i\Omega_0} \right], \quad (\text{B.17}) \\
y_{AA}^{(1)} &= \frac{q_{\parallel}^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right) - q_{\perp}^2 \frac{\cos \beta t u - \cos \beta t}{\sin^2 \beta t} - 2m^2 \cos \beta t u, \\
y_{AA}^{(2)} &= q_{\parallel}^2 \frac{1-u^2}{2} \cos \beta t - \frac{q_{\perp}^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right) - 2m^2 \cos \beta t, \\
y_{AA}^{(3)} &= \frac{q^2}{2} \left( \cos \beta t u - \frac{u \sin \beta t u}{\text{tg } \beta t} \right) + \frac{2m^2}{q^2} \left( q_{\perp}^2 \cos \beta t - q_{\parallel}^2 \cos \beta t u \right),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
Y_{VA}^{(1)} &= i \int_0^1 du \int_0^\infty dt \left( \frac{q_{\perp}^2 + q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2} m^2 - q^2 \frac{q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2} \frac{1-u^2}{4} \right) e^{-i\Omega} - \frac{q_{\parallel}^2}{q_{\perp}^2}, \\
Y_{VA}^{(2)} &= i \int_0^1 du \int_0^\infty dt \left( m^2 - q_{\parallel}^2 \frac{1-u^2}{4} \right) e^{-i\Omega} - \frac{q_{\parallel}^2}{q^2}, \\
\Omega_0 &= t \left( m^2 - q^2 \frac{1-u^2}{4} \right), \\
\Omega &= \Omega_0 + \frac{q_{\perp}^2}{2} \left( \frac{\cos \beta t u - \cos \beta t}{\beta \sin \beta t} - \frac{1-u^2}{2} t \right) \quad (\text{B.18})
\end{aligned}$$

В пределе  $\omega^2 \gg eB \gg m_e^2$  полагаем при интегрировании функции  $Y^{(i)}$  по переменной  $t$ , что  $m^2 t \ll \beta t \ll 1$ . Используя данное неравенство, устремляем  $m^2 \rightarrow 0$  и раскладываем подинтегральные функции в выражениях  $Y_{AA}^{(i)}, Y_{VV}^{(i)}, Y_{VA}^{(1,2)}$  в ряд по малой переменной  $x = \beta t$ . После преобразований, мнимая часть амплитуды  $\Delta \mathcal{M}_{j \rightarrow j}$  (B.15) может быть представлена в виде (3.16).

## Литература

1. Hannestad S. Neutrino physics from precision cosmology // Prog. Part. Nucl. Phys. 2010. V. 65, P. 185–208.
2. Abe S., Ebihara T. et al. Precision Measurement of Neutrino Oscillation Parameters with KamLAND // Phys. Rev. Lett. 2008. V. 100, id. 221803 – 221806.
3. Aartsen M. G., Ackermann M., Adams J. et al. Observation of High-Energy Astrophysical Neutrinos in Three Years of IceCube Data // Phys. Rev. Letters 2014. V. 113, id. 101101 – 101109.
4. Wolfenstein L. Neutrino Oscillations in Matter // Phys. Rev. D. 1978. V. 17, P. 2369–2374.
5. Mikheev S. P. and Smirnov A. Y. Resonance Amplification of Oscillations in Matter and Spectroscopy of Solar Neutrinos // Sov. J. Nucl. Phys. 1985. V. 42, P. 1441–1448.
6. Bethe H.A. Supernova mechanisms // Rev. Mod. Phys. 1990. V. 62, P. 801–866.
7. Janka H.-T. Explosion Mechanisms of Core-Collapse Supernovae // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 2012. V. 62, P. 407–451.
8. Yakovlev D.G., Kaminker A.D., Gnedin O.Y. and Haensel P. Neutrino emission from neutron stars // Phys.Rept. 2001. V. 354, P. 1–155.
9. Hendrik Schatz et al. Strong neutrino cooling by cycles of electron capture and  $\beta^-$  decay in neutron star crusts // Nature 2014. V. 505, P. 62–65.



10. Клепиков Н.П. Излучение фотонов и электрон-позитронных пар в магнитном поле // ЖЭТФ 1954. Т. 26. № 1, С. 19–34.
11. Тернов И.М., Халилов В.Р., Родионов В.Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем //М: МГУ, 1982. 304 с.
12. Schwinger J. On gauge invariance and vacuum polarisation // Phys.Rev. 1951. V.82, P. 664–679.
13. Olausen S. A., Kaspi V. M. The McGill Magnetar Catalog // Astrophys. J. Supplement 2014. V. 212. Issue 1, 22 pp.
14. Бисноватый-Коган Г.С., Релятивистская астрофизика и физическая космология. // М: КРАССАНДР, 2011. 376 с.
15. Mereghetti S. The strongest cosmic magnets: soft gamma-ray repeaters and anomalous X-ray pulsars// Astronomy and Astrophysics Review. 2008. V. 15, P. 225–287.
16. Halpern J. P., Gotthelf E. V. Spin-Down Measurement of PSR J1852+0040 in Kesteven 79: Central Compact Objects as Anti-Magnetars // Astrophys. J. 2010. V. 709. № 1, P. 436–446.
17. Duncan R. C. and Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars - implications for gamma-ray bursts // Astrophys. J. 1992. V. 392. № 1, P. L9–L13.
18. Thompson C. and Duncan R. C. The Soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars 2. Quiescent neutrino, x-ray, and Alfven wave emission // Astrophys. J. 1996. V. 473, P. 322–342.

19. Thompson C. and Duncan R. C. The Soft gamma repeaters as very strongly magnetized neutron stars 1. Radiative mechanism for outbursts // *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.* 1995. V. 275, P. 255–300.
20. Каминкер А.Д., Яковлев Д.Г., К описанию релятивистского электрона в квантующем магнитном поле. Поперечные кинетические коэффициенты электронного газа. // *ТМФ* 1981. Т.49, С. 248–260.
21. Гвоздев А.А., Осокина Е.В. Нейтринные процессы во внешнем магнитном поле в формализме матрицы плотности // *ТМФ* 2012. Т.170, С. 423–447.
22. Гвоздев А.А., Огнев И.С., Осокина Е.В. Нижнее ограничение на напряженность магнитного поля магнитара из анализа гигантской вспышки SGR // *Письма Астроном. Ж.* 2011. Т.37. №5, С. 365–376.
23. Page D., Thorne K. S. Disk-Accretion onto a Black Hole. Time-Averaged Structure of Accretion Disk // *Astrophys. J.* 1974. V. 191, P. 499–506.
24. Zalamea I., Beloborodov A.M. Neutrino heating near hyper-accreting black holes // *MNRAS* 2011. V. 410. Issue 4, P. 2302–2308.
25. Piran T. The physics of gamma-ray bursts // *Rev. Mod. Phys.* 2004. V. 76, P. 1143–1210.
26. Meszaros P. Gamma-ray bursts // *Rept. Prog. Phys.* 2006. V.69, P. 2259–2321.
27. Chen W.-X., Beloborodov A.M. Neutrino-cooled Accretion Disks around Spinning Black Holes // *Astrophys. J.* 2007. V. 657, P. 383–399.
28. Соколов А. А., Тернов И. М., Жуковский В. Ч., Борисов А. В. // *Квантовая электродинамика.* — М.: Изд-во Моск. ун-та, 1983. 313 с.

29. Гриб А.А., Мамаев С.Г., Мостепаненко В.М. // Вакуумные квантовые эффекты в сильных полях. — М.: Энергоатомиздат, 1988. 289 с.
30. Никишов А. И.  $S$ -матрица квантовой электродинамики с внешним полем, рождающим пары // Проблемы квантовой электродинамики интенсивного поля, Труды ФИАН СССР. 1986. С. 156–174.
31. Storck E. Die Anderung der Polarisation eines Strahles von Elektronen der Wechselwirkung mit dem elektromagnetischen Strahlungsfeld // Z.Natur. Forsch. 1968. V. 23. P. 1914–1928.
32. Берестецкий В.Б., Лифшиц Е.М., Питаевский Л.П. Квантовая электродинамика // М.: Наука, 1989. 728 с.
33. Bhattacharya K., Pal P. B. Neutrinos and magnetic fields: a short review // Proc. Indian Natl. Sci. Acad. 2004. V. 70, P. 145–161.
34. Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Electroweak processes in external electromagnetic fields // Springer–Verlag, New York, 2003. 120 pp.
35. Itoh N., Hayashi H., Nishikawa A. et al. Neutrino energy loss in stellar interiors. VII. Pair, photoplasma, bremsstrahlung, and recombination neutrino processes // Astrophys. J. 1996. V. 102, P. 411–424.
36. Коровина Л.И.  $\beta$ -распад поляризованного нейтрона в магнитном поле // Известия ВУЗов. Физика. 1964. Т. 6, С. 86–92.
37. Тернов И. М., Лысов Б. А., Коровина Л. И. К теории  $\beta$ -распада нейтрона во внешнем магнитном поле // Вестник МГУ, Физ. Астрон. 1965. №5, С. 58–63.
38. Fassio–Canuto L. Neutron beta decay in a strong magnetic field // Phys. Rev. 1969. V. 187, P. 2141–2146.

39. Matese J.J. and O'Connell R.F. Neutron beta decay in a uniform constant magnetic field // *Phys. Rev.* 1969. V. 180, P. 1289–1292.
40. Shinkevich S., Studenikin A. Relativistic theory of universe beta-decay of polarized neutron in strong magnetic field // *Pramana* 2005. V. 65, P. 215–244.
41. Студеникин А.И. Эффекты отдачи протона при  $\beta$ -распаде поляризованных нейтронов в сильном магнитном поле // *ЯФ* 1989. Т. 49, С. 1665–1671.
42. Гвоздев А.А., Огнев И.С. Процессы взаимодействия нейтрино с нуклонами оболочки коллапсирующей звезды с сильным магнитным полем // *ЖЭТФ* 2002. Т. 121, С. 1219–1234.
43. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. Т.2 Специальные функции. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. 664 с.
44. Янке Е., Эмде Ф., Леш Ф. Специальные функции. Формулы, графики, таблицы // М.: Наука, 1977. 344 с.
45. Nakamura K. et al. [Particle Data Group]// *J. Phys.* 2010. V. G37, P. 075021.
46. Окунь Л.Б. Лептоны и кварки. // Москва: Наука, 1981. 304 с.
47. Kaminker A.D. et al. Neutrino emissivity from  $e^-e^+$  annihilation in a strong magnetic field: Hot, nondegenerate plasma // *Phys. Rev.* 1992. V.D 46, P. 4133–4139.
48. Каминкер А.Д., Яковлев Д.Г. Синхротронное излучение нейтринных пар электронами и позитронами в горячей плазме// *ЖЭТФ* 1993. Т.103, С. 438–454.

49. Байер В. Н., Катков В. М. Рождение пары нейтрино при движении электрона в магнитном поле // ДАН СССР. 1966. Т. 171. № 2, С. 313–316.
50. Landstreet J. D. Synchrotron radiation of neutrinos and its astrophysical significance // Phys. Rev. 1967. V.D 153, P. 1372–1377.
51. Canuto V. et al. Neutrino bremsstrahlung in an intense magnetic field // Phys. Rev. 1970. V. D 2 P. 281–287.
52. Ритус В. И. Квантовые эффекты взаимодействия элементарных частиц с интенсивным электромагнитным полем // Труды ФИАН, Т. 111 – М.: Наука, 1979. С. 5–151
53. Sokolov A. A., Zhukovskii V. Ch. and Nikitina N. S. Quantum transitions of relativistic electrons in a superstrong magnetic field // Phys. Lett. 1973. V.A 43, P. 85–86.
54. Sokolov A. A., Ternov I. M., Borisov A. V. and Zhukovskii V. Ch. Creation electron–positron pairs and their annihilation in a superstrong magnetic field // Phys. Lett. 1974. V. 49, P. 9–10.
55. Соколов А. А., Тернов И. М., Борисов А. В., Жуковский В. Ч. Рождение и аннигиляция электрон-позитронных пар в сверхсильном магнитном поле // Известия ВУЗов. Физика 1975. Вып. 4, С. 65–71.
56. Борисов А. В., Жуковский В. Ч., Эминов П. А. Излучение нейтринных пар электроном в сверхсильном магнитном поле // Известия ВУЗов. Физика 1978. вып.3, С. 110–114.
57. Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И. Электрослабые процессы в постоянном внешнем поле // ЯФ 1983. Т.37, С. 1270–1278.

58. Yakovlev D.G. and Tschaeppe R. Synchrotron neutrino pairs radiation in neutron stars // *Astron. Nachr.* 1981. V.302, P. 167–176.
59. Каминкер А. Д. и др. Синхротронное излучение нейтринных пар в нейтронных звездах // *Астроном. Ж.* 1991. Т.17, С. 1090–1100.
60. Kaminker A.D. et al. Neutrino emissivity from  $e^-$  synchrotron and  $e^-e^+$  annihilation processes in a strong magnetic field: General formalism and nonrelativistic limit // *Phys. Rev.* 1992. V.D 46, P. 3256–3264.
61. Bezchastnov V.G. et al. Neutrino synchrotron emission from dense magnetized electron gas of neutron star // *Astron. Astrophys.* 1997. V. 328, P. 408–418.
62. Соколов А.А., Тернов И.М. Релятивистский электрон // М.: Наука, 1974. 304 с.
63. Гвоздев А. А., Огнев И. С., Осокина Е. В. Нейтринное остывание плазмы, порождающей гигантскую вспышку SGR // *Вестник ЯрГУ. Серия Естественные и технические науки.* 2010. Вып. 1, С. 24–32.
64. Beaudet G., Petrosian V., Salpeter E.E. Energy losses due to neutrino processes // *Astrophys. J.* 1967. V. 150, P. 979–999.
65. Itoh N. et al. Neutrino energy loss in stellar interiors. Pair, photo-plasma and bremstrahlung processes// *Astrophys. J.* 1989, V.339, P.354–364; Erratum 1990. V. 360. P. 741.
66. Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Vassilevskaya L.A. Photon splitting  $\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$  in an external magnetic field // *Phys. Lett.* 1998. V.B 427. №1,2 P. 105–108.

67. Румянцев Д.А., Чистяков М.В., Влияние фотон-нейтринных процессов на остывание магнитара // ЖЭТФ 2008. Т.134, С. 627–636.
68. Thompson C., Duncan R.C. Neutron star dynamos and the origins of pulsar magnetism // *Astrophys. J.* 1993. V. 408. № 1, P. 194–217.
69. Бисноватый–Коган Г.С. Всплески космического гамма-излучения: наблюдения и моделирование // ЭЧАЯ 2006. Т.37. вып.5, С. 1235–1284.
70. Dib R. et al. Glitches in anomalous X-ray pulsars // *Astrophys. J.* 2008. V. 673, P. 1044–1061.
71. Strohmayer T.E. and Watts A.L. The 2004 Hyperflare from SGR 1806-20: Further Evidence for Global Torsional Vibrations // *Astrophys. J.* 2006. V. 653, P. 593–601.
72. Watts A. L. and Strohmayer T. E. High frequency oscillations during magnetar flares // *Astrophys. Space Sci.* 2007. V. 308, P. 625–629.
73. Gogus E. et al. Statistical Properties of SGR 1806–20 Bursts // *Astrophys. J.* 2000. V. 532. Issue 2, P. L121–L124.
74. Mazets E.P., Golentskii S.V., Ilinskii V.N. et al. Observation of a flaring X-ray pulsar in Dorado // *Nature* 1979. V. 282, P. 587–589.
75. Ibrahim A.I., Strohmayer T.E., Woods P.M. et al. An unusual burst from Soft Gamma Repeats SGR 1900+14: Comparisons with Giant Flares and implications for the magnetar model // *Astrophys. J.* 2001. V. 558, P. 237–252.
76. Mereghetti S., Gotz D., von Keinlin A. et al. The first giant flare from SGR 1806–20: observations using the Anticoincidence Shield of

- the spectrometer on INTEGRAL // *Astrophys. J.* 2005. V. 624, P. L105–L108.
77. Фредерикс Д.Д., Голенецкий С.В., Пальшин В.Д. и др. Гигантская вспышка в SGR 1806-20 и ее комптоновское отражение от Луны // *Письма Астрон. Ж.* 2007. V. 33, P. 3–8.
78. Thompson C., Duncan R.C. The giant flare of 1998 august 27 from SGR 1900+14 II. Radiative mechanism and physical constraints on the source. // *Astrophys. J.* 2001. V. 561, P. 980–1005.
79. Липунов В.М. Астрофизика нейтронных звезд // М.: Наука, 1987. 294 с.
80. Shakura N.I., Syunyaev R.A. Black holes in binary systems. Observational appearance // *Astron. Astrophys.* 1973. V. 24, P. 337–355.
81. Ruffert M., Janka H.-Th., Takahashi K and Shaefer G. Coalescing neutron stars - a step towards physical models. II. Neutrino emission, neutron tori, and gamma-ray bursts. // *Astron. and Astrophys.* 1997. V. 319, P. 122–153.
82. Woosley S.E., Bloom J.S. Gamma-ray burst from stella mass accretion disks around black holes // *Astrophys. J.* 1993. V. 405, P. 273–277.
83. Berezhinskii V.S., Prilutskii O.F. Neutrino–antineutrino annihilation around a collapsar // *Astron. Astrophys.* 1987. V. 175, P. 309–311.
84. Чобан Э.А., Иванов А.Н. Рождение лептонных пар высокоэнергетическими нейтрино в поле сильной электромагнитной волны // *ЖЭТФ* 1969. Т. 56. № 1, С. 194–200.



85. Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Лысов Б.А. Рождение электрон - позитронной пары нейтрино в магнитном поле // Изв. вузов. Физика. 1983. № 8, С. 30–34.
86. Книжников М.Ю., Татаринцев А.В. Рождение электрон - позитронной пары нейтрино в постоянном внешнем поле // Вестн. МГУ. Физ., астроном. 1984. Т. 25. № 3, С. 26–30.
87. Borisov A.V., Ternov A.I., Zhukovsky V.Ch. Electron-positron pair production by a neutrino in an external electromagnetic field // Phys. Lett. 1993. V. B318. No. 3, P. 489–491.
88. Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Нейтринное рождение электрон–позитронных пар в магнитном поле // ЯФ 1997. Т. 60. № 11, С. 2038–2047.
89. Гвоздев А.А., Осокина Е.В. Процессы рождения электрон-позитронной плазмы нейтрино высоких энергий в умеренно сильном магнитном поле // ТМФ 2015. Принята в печать.
90. Di Matteo T., Perna R. and Narayan R. Neutrino Trapping and Accretion Models for Gamma-Ray Bursts // Astrophys. J. 2002. V. 579, P. 706–715.
91. Kohri K. and Mineshige S. Can Neutrino-cooled Accretion Disks Be an Origin of Gamma-Ray Bursts? // Astrophys. J. 2002. V. 577, P. 311–321.
92. Pruet J., Woosley S.E. and Hoffman R.D. Nucleosynthesis in Gamma-Ray Burst Accretion Disks // Astrophys. J. 2003. V. 586, Issue 2, P. 1254–1261.
93. Kohri K., Narayan R. and Piran T. Neutrino-dominated Accretion and Supernovae // Astrophys. J. 2003. V. 629, P. 341–361.

94. Asano K., Fukuyama T. Relativistic effects on neutrino pair annihilation above a Kerr black hole with the accretion disk // *Astrophys. J.* 2001. V. 546, P. 1019–1026.
95. Beloborodov A.M. Nuclear Composition of Gamma-Ray Burst Fireballs // *Astrophys. J.* 2003. V. 588, P. 931–944.
96. Balbus S. A., Hawley J. F. Instability, turbulence, and enhanced transport in accretion disks // *Rev. Mod. Phys.* 1998. V. 70, P. 1–53.
97. Скобелев В.В. Поляризационный оператор фотона в сверхсильном магнитном поле // *Изв. вузов. Физика.* 1975. № 10, С. 142–143.
98. Loskutov Yu.M., Skobelev V.V. Nonlinear electrodynamics in a superstrong magnetic field // *Phys. Lett.* 1976. V. A56. No. 3, P. 151–152.
99. Фок В.А. Работы по квантовой теории поля. // Л.: Изд-во ЛГУ, 1957. 160 с.
100. Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. // Пер. с англ. Т. 1. М.: Мир, 1984. 448 с.
101. Швингер Ю. Частицы, источники, поля. // Пер. с англ. Т. 1. М.: Мир, 1973. 504 с.; Т. 2. М.: Мир, 1976. 478 с.
102. Тернов И.М., Жуковский В.Ч., Борисов А.В. Квантовые процессы в сильном внешнем поле // М: МГУ., 1989. 192 с.
103. Никишов А.И., в сб. Квантовая электродинамика явлений в интенсивном поле // Наука, Москва Труды ФИАН СССР. 1979. С. 152.

104. Боровков М.Ю., Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Однопетлевая амплитуда перехода  $j \rightarrow f\bar{f} \rightarrow f$  во внешнем электромагнитном поле // ЯФ 1999. Т.62. №9, С. 1714–1722.