

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи
УДК 530.145; 539.12.01

ВАРТАНОВ ГРИГОРИЙ СЕРГЕЕВИЧ

КВАНТОВЫЕ ТЕОРИИ ПОЛЯ В МНОГОМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

01.04.02 – Теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 2009

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики
им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научный руководитель: доктор физико-математических наук
профессор Д.И. Казаков

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
профессор И.Я. Арефьева

доктор физико-математических наук
профессор Ю.М. Письмак

Ведущая организация: Институт теоретической и экспериментальной
физики им. А.И. Алиханова

Защита состоится “___” _____ 2009 г. в ___ ч. ___ мин.
на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 в Лаборатории
теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института
ядерных исследований, 141980, г. Дубна, Московская область, ул. Жолио-
Кюри, 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ЛТФ ОИЯИ.

Автореферат разослан “___” _____ 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета
кандидат физико-математических наук

А.Б. Арбузов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность темы.

Основу современных представлений о физике микромира составляет так называемая Стандартная Модель (СМ). Стандартная Модель описывает три типа взаимодействия: электромагнитное, слабое и сильное, а также описывает поля материи: кварки и лептоны. Однако, существует четвертый тип взаимодействия – гравитация, которая не входит в Стандартную Модель, что говорит о том, что СМ не является фундаментальной теорией. Помимо этой проблемы существует расхождение некоторых результатов на уровне двух стандартных отклонений, получаемых из теоретических расчетов в СМ, и экспериментальных результатов. На данный момент существует несколько теорий, содержащих Стандартную Модель в качестве низкоэнергетической эффективной теории, включающих гравитацию и приводящих к теоретическим расчетам, которые лучше согласуются с экспериментом.

Одна из таких теорий – суперсимметричная теория, объединяющая все четыре типа взаимодействия, появилась около сорока лет назад. В данной теории имеется дополнительная симметрия между бозонами и фермионами. Именно эта симметрия помогает объединить гравитацию с другими типами взаимодействия. Наиболее популярной феноменологической моделью в суперсимметричных теориях является Минимальное Суперсимметричное расширение Стандартной Модели (МССМ), теоретические расчеты в которой согласуются с экспериментальными данными лучше чем в СМ.

Можно пойти и другим путем: пытаться добавлять не дополнительные симметрии, а дополнительные пространственные измерения. Однако, тут же возникает следующий вопрос: мы знаем, что пространство, в котором мы живем, геометрически трехмерное, а координата времени представляет собой еще одно измерение. То есть наше – макроскопическое – пространство четырехмерно, и, следовательно,

мы должны ограничиться четырьмя измерениями. Однако, если представить, что четырехмерное пространство есть всего лишь некоторая гиперповерхность в многомерном пространстве, которая называется браной, а все частицы и переносчики взаимодействия кроме гравитонов локализованы на этой бране, то такая модель может быть реализована. К тому же если только гравитация является единственным взаимодействием, которое может распространяться в многомерном пространстве, то это является объяснением малой четырехмерной константы связи для гравитации по сравнению с другими константами взаимодействий, так как константа связи обратно пропорциональна сфере в многомерном пространстве с характерным размером дополнительных измерений. Можно попытаться представить и другое объяснение того, что мы не наблюдаем многомерного пространства. Представим, что частица находится в потенциальной яме, тогда при малых энергиях она будет двигаться внутри ямы. Но как только мы придадим частице большую энергию, она может покинуть потенциальную яму, и нужно рассматривать движение частицы уже в многомерном пространстве. Аргументом в пользу многомерного пространства может служить теория струн, которая претендует на роль фундаментальной "теории всего", и в которой пространство имеет 26 размерностей в случае бозонных струн или 10 в случае суперструн. Таким образом, теории в дополнительных измерениях являются также хорошим кандидатом на роль Новой Физики за пределами Стандартной Модели.

В последние годы такие теории привлекают большое внимание многих ученых. Различные модели, основанные на понятии локализации на бране, представляют широкие возможности для феноменологических приложений. Однако, отсутствие непротиворечивой теории поля в дополнительных измерениях вынуждает придерживаться подхода Калуцы-Клейна (КК) на древесном уровне и предполагать, что некоторая фундаментальная теория, например, выше упомянутая теория струн, решает все проблемы с расходимостями при высоких энергиях. Ниже обсуждаются основные идеи подхода КК, которые заключаются в представлении многомерной теории в виде эффективной четырехмерной

теории за счет разложения поля, распространяющегося в многомерном пространстве, на бесконечное число эффективных четырехмерных полей, которые называются КК модами, распространяющиеся уже только в четырехмерном пространстве. Однако, при правильной перенормировке эффективная четырехмерная теория никогда не забывает о своей многомерной природе.

Одной из главных проблем теорий в пространстве с дополнительными измерениями является неперенормируемость теории по константе связи, которая в многомерном пространстве является размерной. Принято, что вне древесного приближения нельзя использовать неперенормируемые взаимодействия из-за неконтролируемых ультрафиолетовых расходимостей. Можно, конечно, придерживаться идеологии эффективных теорий, предполагая, что все проблемы с ультрафиолетовыми расходимостями решаются в более фундаментальной теории. В этом случае различают так называемые "существенные", "граничные", и "несущественные" операторы, следуя подходу Вильсона к ренормализационной группе, так что при низких энергиях можно избавиться от вкладов, получаемых от несущественных операторов, которые степенным образом подавлены по отношению к существенным и граничным операторам, которые являются перенормируемыми. Однако, это не подходит для многомерных теорий, так как в этих теориях нет существенных и граничных операторов. Все операторы являются несущественными или неперенормируемыми, и от них нельзя избавиться. Следовательно, нужно найти способ для того, чтобы можно было работать с такими теориями и получать физически осмысленные результаты.

Очевидно, что на древесном уровне нет никаких проблем, потому что можно не учитывать вклад от неперенормируемых операторов, которые имеют отрицательную массовую размерность, и, следовательно, при больших энергиях они степенным образом подавлены. Однако, при пертурбативном разложении сталкиваемся с проблемой, характерной для всех неперенормируемых взаимодействий, а именно появление бесконечного числа операторов нового типа, которые не повторяют изначальные члены лагранжиана.

Цель работы.

Целью настоящей диссертации является построение самосогласованной квантовой теории поля в многомерном пространстве, а также изучение феноменологических следствий построенной теории.

Научная новизна и практическая ценность.

Полученное перенормируемое $1/N_f$ разложение для многомерных моделей может служить основой для дальнейшего более детального изучения многомерных теорий, а также для получения феноменологических следствий, которые можно будет сравнивать с экспериментальными данными с предстоящего эксперимента по физике высоких энергий в ЦЕРНе.

Полученные результаты позволяют дальнейшее исследование теорий с высшими производными, для которых существует мнение, что такие теории являются нефизическими вследствие нарушения унитарности из-за наличия состояний с отрицательной нормой. Было показано, что даже при наличии комплексно сопряженных дополнительных полюсов теория может оставаться унитарной.

Полученное выражение для однопетлевого контрчлена в произвольной скалярной теории с взаимодействием без производных и вычисления ведущих асимптотик для контрчленов в младших порядках теории возмущения показали, во-первых, что даже в перенормируемой теории ведущие асимптотики все же определяются однопетлевым контрчленом. Во-вторых, используя выражение для однопетлевого контрчлена, можно суммировать ведущие асимптотики.

На защиту выдвигаются следующие результаты:

- В калибровочной теории с инфракрасно-стабильной точкой получено дифференциальное сечение кварк-антикваркового рассеяния через один глюон, которое убывает с ростом энергии в соответствии с требованием об унитарности теории и в разногласии с предсказаниями в Калуца-Клейновском подходе.
- Получено выражение для однопетлевого контрчлена в произвольной скалярной теории с взаимодействием без производных. Используя

найденный однопетлевой контрчлен, просуммированы ведущие асимптотики, не зависящие от произвола в вычитании операторов более высокой размерности, в младших порядках теории возмущения. Только в одном случае скалярной теории φ^4 в пространстве $D = 6$ суммирование ведущих асимптотик привело к простой функции.

- Построено перенормируемое $1/N_f$ разложение для теорий в многомерном пространстве. Эффективная константа связи в этой теории является безразмерной и эволюционирует логарифмически, и все расходимости поглощаются переопределением волновых функций и константы связи. Исходная константа связи играет роль массы.

Показано, что в размерностях $D = 7, 11, \dots$ теория остается унитарной несмотря на наличие состояний с отрицательной нормой (госты), что происходит за счет взаимного сокращения вклада в мнимые части амплитуд между комплексно-сопряженными гостями.

- Построено дифференциальное сечение упругого рассеяния кварка на электроне и показана аналогия с результатом из низкоэнергетической теории вблизи ИК стабильной точки. Получено раннее объединение констант связи для Стандартной Модели (СМ) и для Минимального Суперсимметричного расширения СМ (МССМ) на масштабах 10^{12} ГэВ для СМ и 10^{10} ГэВ для МССМ.

Апробация работы.

Результаты диссертации докладывались на:

- Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук, 2005, Москва-Долгопрудный.
- International School of Subnuclear Physics, 2006, Erice, Italy.
- Секция ядерной физики Отделения физических наук Российской Академии Наук 2007, ИТЭФ, Москва.
- SUSY'07, Karlsruhe, Germany.
- XII конференция молодых ученых и специалистов 2007, 2008, ОИЯИ, Дубна.
- Секция ядерной физики Отделения физических наук Российской Академии Наук 2008, ИФВЭ, Протвино.
- Семинаре отдела “Квантовая теория поля” Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, Дубна.

Публикации.

Диссертация написана на основании содержания 8 работ.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, четырех глав и заключения. Общий объем диссертации 129 страниц машинописного текста, включая 32 рисунка и список литературы из 89 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении представлен краткий обзор основных работ и результатов по теме квантовые теории поля в многомерном пространстве. Там же кратко описаны основные результаты, составляющие данную диссертацию.

В первой главе “*Низкоэнергетическая теория вблизи инфракрасной (ИК) стабильной точки*” анализируются теории с дополнительными измерениями, следуя концепции низкоэнергетической теории, основанной на подходе Вильсона к ренормализационной группе. Хотя это и не позволяет получить непротиворечивую теорию, такой подход имеет преимущество в том, что эффективная низкоэнергетическая теория не содержит параметра обрезания как в теории Калуца-Клейна, а также имеет замечательные свойства в фиксированной точке (ФТ), которая получается из условия равенства нулю бета-функции. В отличие от скалярной теории, которая имеет нетривиальную ультрафиолетовую (УФ) фиксированную точку Вильсона-Фишера в размерности пространства меньшим 4, калибровочная теория, наоборот, имеет нетривиальную инфракрасную (ИК) фиксированную точку Вильсона-Фишера в размерности пространства большим 4.

Как известно в фиксированной точке теория не имеет масштаба, а единственным характерным масштабом является энергия, и, следовательно, поведение дифференциального сечения в фиксированной точке в пространстве с дополнительными измерениями похоже на четырехмерное поведение дифференциального сечения. Вблизи же фиксированной точки учет радиационных поправок в теориях с дополнительными измерениями ведет к изменению поведения дифференциального сечения и приводит к падающей зависимости от энергии, в разногласии с Калуца-Клейновским подходом, в котором дифференциальное сечение растет с ростом энергии, что сразу же нарушает унитарность теории, но, однако, является привлекательным с точки зрения экспериментаторов. Однако, эта теория также справедлива до некоторого масштаба энергий, как и Калуца-Клейновская теория, вследствие того, что фиксированная точка калибровочной теории является инфракрасной.

Дифференциальное сечение кварк-антикваркового рассеяния, рассмотренное в первой главе в подходе низкоэнергетической теории и в подходе Калуца-Клейновской теории, иллюстрирует основные свойства для обоих подходов и демонстрирует основные различия в результатах.

Во второй главе “Ренорм-групповой подход для неперенормируемых теорий” анализируются структуры ультрафиолетовых расходимостей в неперенормируемых теориях на примере скалярных теорий с взаимодействием без производных в многомерном пространстве. Структура ультрафиолетовых расходимостей не зависит от явной реализации пространства с дополнительными измерениями, так как ультрафиолетовые расходимости связаны с локальным поведением теории, таким образом, выводы, сделанные в этой главе, верны для многомерных теорий с произвольной структурой дополнительных измерений.

Опираясь на процедуру перенормировок и теорию ренормализационной группы показано, что даже в случае неперенормируемых теорий лидирующие расходимости (асимптотики) контролируются однопетлевыми диаграммами, число которых, однако, бесконечно. Приведена гипотеза для однопетлевого контрчлена в произвольной скалярной теории с взаимодействием без производных в многомерном пространстве с D измерениями, который принимает вид

$$A_{11}(\mathcal{L}) = -\frac{1}{(4\pi)^{D/2}} \frac{\Gamma(D/2 - 1)}{4\Gamma(D - 2)} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \phi^2} \frac{(\partial^2)^{D/2-2}}{(1 + \partial^{-2} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \phi^2})^2} \frac{\delta^2 \mathcal{L}}{\delta \phi^2}.$$

На основе найденного выражения для однопетлевого контрчлена можно суммировать ведущие асимптотики, которые не зависят от произвола в вычитании операторов с более высокой размерностью. Для демонстрации были проделаны пертурбативные вычисления в скалярных теориях на примере нескольких теорий, и проделанные вычисления согласуются с выше приведенными утверждениями.

Полученные результаты не подтверждают популярную идею наивного степенного бега констант связи в многомерных теориях. Используя найденный однопетлевой контрчлен, просуммированы ведущие асимптотики, не зависящие от произвола в вычитании операторов более высокой размерности, в младших порядках теории возмущения. Только в одном случае скалярной теории φ^4 в пространстве $D = 6$ суммирование ведущих асимптотик привело к простой функции.

В третьей главе “ $1/N_f$ разложение в многомерных теориях” показано, что даже несмотря на формальную неперенормируемость многомерных теорий можно построить перенормируемое $1/N_f$ разложение в многомерных теориях, которое подчиняется обычным правилам перенормируемой пертурбативной теории. Параметр разложения в такой теории является безразмерным, а также эволюционирует с энергией логарифмическим образом, также показано, что все расходимости поглощаются в перенормировки волновых функций полей и констант связи. Начальная размерная константа связи играет роль массы и логарифмически перенормируется.

Свойства $1/N_f$ разложения не зависят от размерности пространства D , если число измерений нечетно. В четном числе измерений в формулах появляется логарифм квадрата импульса, что приводит к техническим трудностям в вычислении интегралов, но никак не влияет на основные выводы построенного $1/N_f$ разложения в многомерном пространстве.

Так как параметр разложения является безразмерным, то все функции Грина приобретают логарифмические радиационные поправки, и дифференциальные сечения рассеяния частиц падают с ростом энергии, как в обычной перенормируемой теории, без нарушения унитарности. Эволюция констант связи зависит от числа измерений пространства и не зависит от абелевой или неабелевой природы калибровочной теории. В этом смысле хотелось бы построить $1/N_c$ разложение, однако, оно не может быть построено подобным образом.

$1/N_f$ разложение основано на пересуммировании диаграмм по $1/N_f$, что ведет к новому эффективному пропагатору для калибровочных полей, представление Челенна-Лемана для которых содержит помимо дополнительных полюсов также непрерывный спектр с положительной спектральной плотностью. Наличие дополнительных полюсов с отрицательными вычетами может привести к неунитарности теории, однако, показано, что в пространстве с числом измерений равному $5, 9, \dots$ один из полюсов находится на действительной оси в плоскости квадрата импульса, и является настоящим состоянием с отрицательной нормой, от которого можно избавиться путем соответствующего выбора

безразмерного параметра $\xi = \lambda m^{D/2-2}$, который будет отвечать правильному выбору фазы теории без состояния с отрицательной нормой на действительной оси квадрата импульса. В пространстве с числом измерений равным $7, 11, \dots$ полюса в эффективном пропагаторе комплексно сопряжены друг другу. Благодаря комплексной сопряженности этих полюсов вклад от нефизических состояний во все физические амплитуды сокращается, тем самым нет переходов из физических состояний с положительной нормой в нефизические состояния с отрицательной нормой, что оставляет теорию унитарной.

В четвертой главе “Феноменология $1/N_f$ разложения” приведены некоторые феноменологические следствия $1/N_f$ разложения для многомерных теорий с числом измерений $D = 7, 11, \dots$ на примере упругого электрон-кваркового рассеяния в многомерном пространстве, в котором частицы СМ локализованы на четырехмерной бране, а также на примере объединения констант связи.

Показано, что поведение дифференциального сечения при $1/N_f$ разложении сходно поведению дифференциального сечения в подходе низкоэнергетической теории, основанной на подходе Вильсона к ренормализационной группе, а именно вблизи масштаба компактификации дополнительных измерений поведение имеет небольшое изменение, а при росте энергии дифференциальное сечение выходит на то же поведение в зависимости от энергии, что и в четырехмерном пространстве.

Для многомерного пространства с числом измерений $D = 7, 11, \dots$ при $1/N_f$ разложении помимо сохранения унитарности калибровочные теории являются асимптотически свободными, а значит можно посмотреть объединение констант связи. Известно, что в СМ в четырехмерном пространстве объединения констант связи нет в пределах трех стандартных отклонений, а при данном подходе в многомерном пространстве получается объединение констант при энергиях значительно меньших масштаба энергии Планка. Так в для СМ имеется объединение на масштабе энергий 10^{12} ГэВ, а для МССМ при энергиях 10^{10} ГэВ.

В заключении кратко сформулированы полученные в диссертации результаты, которые и выносятся на защиту.

По теме диссертации опубликованы следующие работы

1. Д.И. Казаков и Г.С. Вартапов, ТМФ, 147, 103-112 (2006).
2. D. I. Kazakov and G. S. Vartanov, Journal of Physics **A39**, 8051-8060 (2006).
3. Д. И. Казаков и Г. С. Вартапов, Труды XLVIII научной конференции "Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук" (25-26 ноября 2005 года, Долгопрудный-Москва), 144-146.
4. D. I. Kazakov and G. S. Vartanov, arXiv:hep-th/0607177v2.
5. G. S. Vartanov, Scalar Higher Dimensional Theories in 1/N-expansion, "The Logic Of Nature, Complexity And New Physics: From Quark-Gluon Plasma to Superstrings, Quantum Gravity and Beyond"- Proceedings of the International School of Subnuclear Physics Erice, Sicily, Italy 29 August - 7 September 2006, World Scientific Publishing Company (September 2008) 673 pages, 615-624.
6. D. I. Kazakov and G. S. Vartanov, arXiv:hep-th/0702004v1.
7. D. I. Kazakov and G. S. Vartanov, JHEP, **06** 081 (2007).
8. D. I. Kazakov and G. S. Vartanov, EPJC, **55**, 101-105 (2008).