

На правах рукописи

Воронин Владимир Эдуардович

**Конфайнмент и свойства мезонов в доменной модели
вакуума КХД**

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Дубна – 2017

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики имени Н. Н. Боголюбова Объединённого института ядерных исследований.

Научный руководитель: **Неделько Сергей Николаевич**
кандидат физико-математических наук

Научный консультант: **Иванов Михаил Алексеевич**
доктор физико-математических наук, профессор

Официальные оппоненты: **Катаев Андрей Львович**
доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник Института ядерных исследований Российской Академии наук

Ким Виктор Тимофеевич
доктор физико-математических наук, заместитель руководителя отделения Физики высоких энергий, Петербургский институт ядерной физики им. Б. П. Константинова НИЦ «Курчатовский институт»

Ведущая организация: Федеральное государственное бюджетное учреждение Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт»

Защита состоится _____ 2017 г. в _____ на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединённом институте ядерных исследований (Лаборатория теоретической физики) по адресу: 141980, г. Дубна, Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке и на сайте Объединённого института ядерных исследований (http://wwwinfo.jinr.ru/announce_disser.htm).

Автореферат разослан «_____» _____ 2017 г.

Учёный секретарь
диссертационного совета
Д 720.001.01, к. ф.-м. н.

Быстрицкий Юрий Михайлович

Общая характеристика работы

Актуальность работы. Определение характера непертурбативных глюонных конфигураций, ответственных за конфайнмент, спонтанное нарушение киральной симметрии и решение проблемы $U_A(1)$ — задача, которую ставит большинство подходов к моделированию физического вакуума квантовой хромодинамики (КХД). В частности, весомая аргументация в пользу того, что такими конфигурациями являются почти всюду однородные абелевы (анти)самодуальные поля, содержится в работах [1–5]. Проведённый Леутвилером анализ [2] всевозможных постоянных калибровочных полей показал, что стабильными относительно малых возмущений являются только ковариантно постоянные абелевы (анти)самодуальные поля. Непертурбативное вычисление квантового эффективного действия методом функциональной ренормгруппы подтверждает гипотезу о существовании глобального минимума квантового эффективного действия, достигаемого на абелевых (анти)самодуальных полях. В работах [6–9; A1] предложен феноменологически успешный подход к конфайнменту, спонтанному нарушению киральной симметрии и адронизации, основанный на почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полях. Развитие этого подхода позволит более детально исследовать характер конфайнирующих глюонных полей, требуемый для описания явлений в низкоэнергетической физике адронов.

Функциональная ренормгруппа, уравнения Дайсона-Швингера, КХД на решётке позволяют исследовать вид кварковых и глюонных корреляционных функций. Инфракрасное поведение пропагаторов в однородных абелевых (анти)самодуальных полях в целом совпадает с поведением пропагаторов, рассчитанных в этих подходах. В подходе, основанном на почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полях, инфракрасное поведение пропагаторов связано с четырёхмерным гармоническим осциллятором, как следует из формы операторов Дирака и Клейна-Гордона. Механизм конфайнмента, основанный на четырёхмерном гармоническом осцилляторе, обсуждался в работах Фейнмана с соавторами [10] и Леутвилера [11]. На гармонический потенциал также опирается ряд современных голографических моделей AdS/QCD с мягкой стенкой. Актуальной является задача о физике вакуума КХД, связывающей все эти подходы.

В работе [12] с помощью квантового эффективного действия получено указание на то, что сильные внешние электромагнитные поля могут выступать триггером деконфайнмента. В работах [13–18] методами КХД на решётке изучен каталитический эффект сильных внешних электромагнитных полей, которые возникают при столкновении тяжёлых ионов [19], на фазовый переход деконфайнмента. Эти результаты мотивируют детальный анализ влияния сильных электромагнитных полей на фазовый переход деконфайнмента. Влияние электромагнитного поля на деконфайнмент

интересно в свете экспериментов по столкновению тяжёлых ионов, проводящихся на RHIC и LHC, а также планируемых на FAIR и NICA.

С точки зрения феноменологии актуальна задача построения эффективного действия адронов, мотивированного КХД и описывающего ключевые явления в низкоэнергетической физике с единой точки зрения. Модель вакуума КХД, основанная на почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полях, позволяет построить диагональное по полям эффективное действие, которое содержит сильные, электромагнитные и слабые взаимодействия мезонов.

В результатах эксперимента по измерению переходного электромагнитного формфактора пиона, проведённого коллаборацией BaBar, наблюдается поведение, не согласующееся с пределом Бродского-Лепажя, тогда как коллаборацией Belle такого поведения не обнаружено. Это разногласие мотивировало большое число теоретических исследований, в контексте которых актуально исследование влияния конфайнмирующих глюонных полей на переходный формфактор.

Цель диссертационной работы. Основной целью диссертации является изучение глюонных конфигураций, обеспечивающих одновременно конфайнмент статических и динамических кварков, нарушение киральной симметрии и решение проблемы $U_A(1)$. Исследуется их проявление в собственных модах и пропагаторах кварковых и глюонных полей и свойствах мезонов. Понадобилось решить следующие задачи:

- Построить ансамбль почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей с помощью суперпозиции доменных стенок. Найти спектр и собственные моды кваркового и глюонного полей внутри домена и на доменной стенке.
- Диагонализировать квадратичную часть ранее найденного эффективного мезонного действия по радиальному квантовому числу мезонов. Включить в действие электромагнитные и слабые взаимодействия калибровочно-инвариантным образом.
- Рассчитать массы мезонов в основном и радиально возбуждённых состояниях, константы лептонных распадов псевдоскалярных мезонов, сильные константы распада векторных мезонов и переходные электромагнитные константы векторных мезонов.
- Сравнить пропагаторы кваркового и глюонного полей в однородных абелевых (анти)самодуальных полях с пропагаторами, найденными с помощью функциональной ренормгруппы, уравнений Дайсона-Швингера и КХД на решётке.
- Исследовать влияние почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных вакуумных полей на процесс $\gamma^*\gamma \rightarrow \pi$. Вычислить переходные электромагнит-

ные формфакторы нейтральных псевдоскалярных мезонов. Исследовать влияние почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных вакуумных полей на сильные константы распада векторных мезонов на пару псевдоскалярных.

Теоретическая и практическая значимость. Предлагаемая модель вакуума КХД позволяет с единой точки зрения рассматривать основные явления низкоэнергетической физики адронов (конфайнмент, реализация киральной симметрии) как в терминах кварковых и глюонных полей, так и в терминах бесцветных степеней свободы. Основанный на почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полях подход к адронизации позволяет с минимальным набором параметров описывать массы мезонов (включая возбуждённые состояния), константы лептонных распадов, переходные электромагнитные константы, константы сильных распадов векторных мезонов и формфакторы с хорошей точностью.

Положения, выносимые на защиту.

1. В подходе к квантовому эффективному действию глюонного поля найдены решения уравнений для глюонного поля, интерполирующие между дискретными глобальными минимумами эффективного действия. Минимумы соответствуют разным вакуумным конфигурациям абелева (анти)самодуального глюонного поля, связанным друг с другом дискретными преобразованиями симметрии. На основе этих решений построен ансамбль почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей как сеть доменных стенок.
2. Найдены спектры и собственные моды кварков, глюонов и духов Фаддеева-Попова внутри домена с плоскими стенками и на доменных стенках. Собственные моды заряженных по цвету полей на доменных стенках соответствуют квазичастицам, характерным для режима деконфайнмента. На примере пересечения доменных стенок с цилиндрической симметрией (хромомагнитная трубка) показано, что существует критический размер области, занимаемый доменной стенкой, при котором глюонные квазичастичные моды становятся тахионными вследствие неустойчивости Нильсена-Олесена.
3. Построено нелокальное эффективное мезонное действие, диагональное по радиальному квантовому числу. Действие включает электромагнитные и слабые взаимодействия, а также инвариантно относительно калибровочных преобразований фонового поля. Массы радиально возбуждённых мезонов, состоящих из u, d, s, c, b -кварков, константы лептонных распадов псевдоскалярных мезонов и электромагнитные переходные константы векторных мезонов (включая радиально возбуждённые), сильные константы распада векторных мезонов g_{VPP} рассчитаны взаимно согласованным образом. Показано, что для корректного описания

g_{VPP} критически важна инвариантность эффективного мезонного действия относительно калибровочных преобразований фонового поля.

4. Согласно с массами и константами распадов рассчитаны переходные электромагнитные формфакторы $F_{P\gamma^*\gamma}$ и константы $g_{P\gamma\gamma}$. Показано, что $Q^2 F_{P\gamma^*\gamma}$ приближается к константе при асимптотически больших Q^2 , которая превышает предел Бродского-Лепажжа, что обусловлено влиянием конфайнмирующих глюонных полей. В то же время стандартный факторизационный предел достигается для $Q^2 F_{P\gamma^*\gamma^*}$, так как конфайнмирующие абелевы (анти)самодуальные поля не дают вклада в асимптотику в этом кинематическом режиме. Рассчитаны и проанализированы особенности формфакторов η, η', η_c .

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова, Гейдельбергского университета имени Рупрехта и Карла, Гисенского университета имени Юстуса Либиха, а также на международных совещаниях и конференциях:

- 22nd International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems : Relativistic Nuclear Physics and Quantum Chromodynamics (September 15–20, 2014, Dubna, Russia);
- XIX International Conference of Young Scientists and Specialists (February 16–20, 2015, Dubna, Russia);
- 9th Joint International Hadron Structure '15 Conference (June 29–July 3, 2015, Horný Smokovec, Slovak Republic);
- International Session-Conference of the Section of Nuclear Physics of PSD RAS (April 12–15, 2016, JINR Dubna)
- Quantum Field Theory at the Limits : from Strong Fields to Heavy Quarks (July 18–30, 2016, Dubna, Russia);
- 12th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum (August 28–September 04, 2016, Thessaloniki, Greece);
- 23rd International Baldin Seminar on High Energy Physics Problems : Relativistic Nuclear Physics & Quantum Chromodynamics (September 19–24, 2016, Dubna, Russia).

Основное содержание работы

Во введении сформулированы актуальность и цель работы, кратко изложено содержание диссертации. Дан обзор имеющейся информации о квантовом эффективном действии КХД и доминирующих глюонных конфигурациях в вакууме КХД.

В работе [20] проведён анализ квантового эффективного действия в калибровочной модели $SU(2)$. Самое важное для предмета диссертации наблюдение заключается в том, что однородное абелево (анти)самодуальное поле описывает бесконечно жёсткую среду по отношению к заряженным по цвету возмущениям. Такое свойство вакуума в [20] было интерпретировано как конфайнмент.

Аргументация в пользу того, что глобальный минимум эффективного квантового действия достигается при однородных абелевых (анти)самодуальных полях, содержится в работах [1–5]. Проведённый Леутвилером анализ [2] всевозможных постоянных калибровочных полей показал, что стабильными относительно малых флуктуаций являются только ковариантно постоянные абелевы (анти)самодуальные поля. Непертурбативное вычисление квантового эффективного действия методом функциональной ренормгруппы [3] подтверждает результаты однопетлевых расчётов эффективного потенциала о глобальном минимуме эффективного действия, достигаемом на абелевых (анти)самодуальных полях.

В работе [21] замечено, что в абелевых (анти)самодуальных полях трансляционно-инвариантная часть глюонного пропагатора в импульсном представлении является целой функцией. Отсутствие полюса было интерпретировано как конфайнмент. В то же время на малых расстояниях пропагатор ведёт себя как свободный.

В работах [6; 7] сформулирована модель адронизации, основанная на абелевых (анти)самодуальных глюонных вакуумных полях. Модель продемонстрировала высокий потенциал в описании низкоэнергетической физики мезонов [7–9; 22; 23]. Эти результаты мотивировали более детальное исследование доменного ансамбля в подходе Гинзбурга-Ландау к эффективному действию [4; 8; 12]. Диссертация посвящена дальнейшему развитию этого подхода и изучению влияния вакуума КХД как на кварковые и глюонные степени свободы, так и на бесцветные адроны.

В главе 1 обсуждается квантовое эффективное действие КХД и его глобальные минимумы. Для эффективных уравнений движения в подходе Гинзбурга-Ландау найдены решения в виде кинков. Из этих решений в явном виде построен ансамбль вакуумных полей. Описаны пропагаторы кварков, глюонов и связь с другими непертурбативными подходами к вакууму КХД.

Раздел 1.1 посвящён квантовому эффективному действию КХД и доминирующим глюонным конфигурациям в вакууме КХД. Для определения функционального

интеграла КХД

$$Z = N \int_{\mathcal{F}_B} \mathcal{D}A \int_{\Psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \exp\{-S[A, \psi, \bar{\psi}]\},$$

необходимо постулировать функциональные пространства \mathcal{F}_B для глюонных и Ψ для кварковых полей. Эти постулаты имеют существенный физический смысл. Существование скалярного глюонного конденсата требует определения \mathcal{F}_B с помощью условия

$$\mathcal{F}_B = \left\{ A : \lim_{V \rightarrow \infty} \frac{1}{V} \int_V d^4x g^2 F_{\mu\nu}^a(x) F_{\mu\nu}^a(x) = B^2 \right\}.$$

Для практического вычисления требуется разделить поля на моды с ненулевыми конденсатами B_μ^a и моды Q_μ^a , которые могут рассматриваться с помощью теории возмущений. Это разделение нужно дополнить условием фиксации калибровки. В фоновой калибровке $D(B)Q = 0$

$$\begin{aligned} Z &= N' \int_{\mathcal{B}} \mathcal{D}B \int_{\Psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\bar{\psi} \int_{\mathcal{Q}} \mathcal{D}Q \det[D(B)D(B+Q)] \delta[D(B)Q] e^{-S_{\text{QCD}}[B+Q, \psi, \bar{\psi}]} \\ &= \int_{\mathcal{B}} \mathcal{D}B \exp\{-S_{\text{eff}}[B]\}. \end{aligned}$$

Определённое таким образом эффективное действие $S_{\text{eff}}[B]$ имеет смысл свободной энергии квантовополевой системы (КХД) в присутствии глюонного поля B_μ^a . В пределе $V \rightarrow \infty$ глобальные минимумы эффективного действия $S_{\text{eff}}[B]$ определяют доминирующие глюонные конфигурации в основном состоянии системы.

Изложенные во введении теоретические наблюдения мотивируют эффективный лагранжиан глюонного поля типа Гинзбурга-Ландау [8]

$$\mathcal{L}_{\text{eff}} = -\frac{1}{4\Lambda^2} (D_\nu^{ab} F_{\rho\mu}^b D_\nu^{ac} F_{\rho\mu}^c + D_\mu^{ab} F_{\mu\nu}^b D_\rho^{ac} F_{\rho\nu}^c) - U_{\text{eff}}, \quad U_{\text{eff}} = \sum_n C_n \text{Tr} F^{2n}. \quad (1)$$

Здесь Λ — масштаб, связанный со скалярным глюонным конденсатом $\langle F^2 \rangle$. Константы C_n выбираются таким образом, чтобы эффективный потенциал U_{eff} минимизировался при ненулевом значении скалярного глюонного конденсата $\langle F^2 \rangle$.

Для $n = 3$ показано [8], что построенный таким образом лагранжиан имеет двенадцать вырожденных дискретных минимумов, которые достигаются при ковариантно постоянных абелевых (анти)самодуальных полях (см. рисунки 1 и 2)

$$A_\mu = -\frac{1}{2} n_k F_{\mu\nu} x_\nu, \quad \tilde{F}_{\mu\nu} = \pm F_{\mu\nu}.$$

Матрица n_k принадлежит подалгебре Картана алгебры $su(3)$

$$n_k = T^3 \cos(\xi_k) + T^8 \sin(\xi_k), \quad \xi_k = \frac{2k+1}{6}\pi, \quad k = 0, 1, \dots, 5. \quad (2)$$

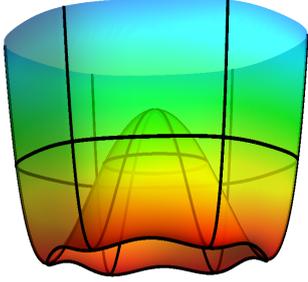


Рис. 1. Эффективный потенциал (1). Радиальная переменная соответствует $\text{Tr}F^2$, угловая — углу ξ (см. формулу (2)).

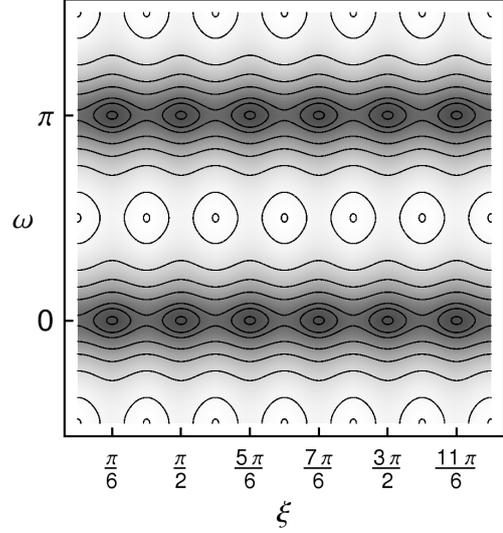


Рис. 2. Зависимость эффективного потенциала от угла между хромоматричным и хромоматричным полями ω и угла ξ (см. формулу (2)). Тёмные участки соответствуют минимумам — абелевым (анти)самодуальным полям.

Минимумы связаны дискретными преобразованиями чётности и отражениями Вейля, поэтому в системе могут существовать солитоны (в пространстве Минковского) и кинки (в евклидовом пространстве). Решения, найденные для евклидова поля A_μ , изображены на рисунке 4. Простейшее решение можно найти, положив все степени свободы глюонного поля, кроме угла ω между хромоматричным и хромоматричным полями, равными вакуумным значениям. В этом случае эффективные уравнения движения сводятся к уравнению синус-Гордона с решением в виде кинка

$$\omega(x_\nu) = 2 \arctg(\exp(\mu x_\nu)),$$

где угол ω меняется от 0 до π . Здесь x_ν — одна из евклидовых координат, μ — масса кинка (величина, обратная его ширине). Такой кинк описывает плоскую доменную стенку между областями с практически однородными самодуальным и антисамодуальным полями.

Ансамбль почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей может быть построен стандартным способом с помощью суперпозиции доменных стенок [24]. Вводя вспомогательную функцию

$$\zeta(\mu_i, \eta_\nu^i x_\nu - q^i) = \frac{1}{\pi} \omega(\mu_i, \eta_\nu^i x_\nu - q^i),$$

где ω описывается решением, изображённым на рисунке 4, μ_i — обратная ширина кинка, определяемая константами C_1, C_2, C_3 , η_ν^i — нормаль к плоскости кинка, $q^i =$

$\eta_\nu^i x_\nu^i$ и x_ν^i — координаты плоской стенки. Угол $\omega(x)$ для сети доменных стенок может быть представлен в виде

$$\omega = \pi \sum_{j=1}^{\infty} \prod_{i=1}^k \zeta(\mu_{ij}, \eta_\nu^{ij} x_\nu - q^{ij}).$$

Соответствующая плотность топологического заряда изображена на рисунке 3.

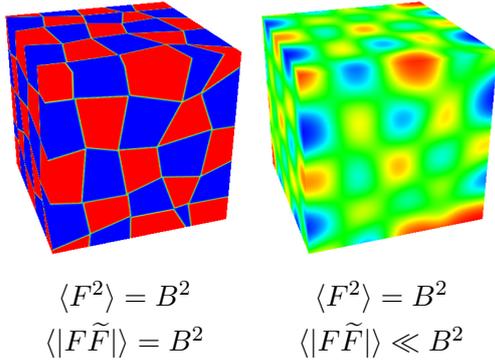


Рис. 3. Плотность топологического заряда для сети доменных стенок при разном значении параметра μ . Левая иллюстрация — пример конфайнирующих почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей. Синим и красным цветами обозначены самодуальное и антисамодуальное поля соответственно, зелёным — чисто хромагнитное поле.

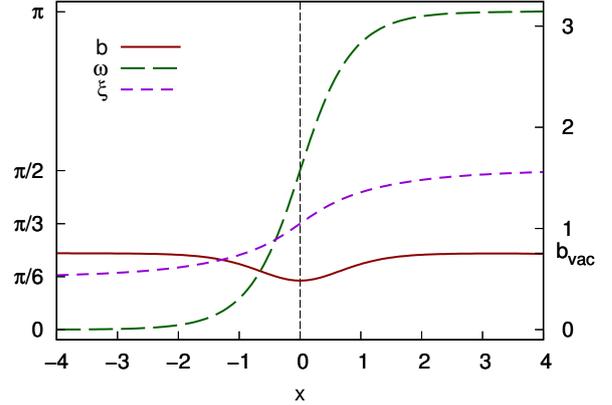


Рис. 4. Вдали от стенки поле самодуальное или антисамодуальное, угол ξ принимает значение, соответствующее границе камеры Вейля (см. формулу (2)), а величина напряжённости b соответствует глобальному минимуму потенциала на Рис. 1. При $x \ll 0$ $b = b_{\text{vac}}$, $\omega = 0$, $\xi = \pi/6$, а при $x \gg 0$ $b = b_{\text{vac}}$, $\omega = \pi$, $\xi = \pi/2$.

В разделе 1.2 получено нелокальное эффективное мезонное действие [6–9; A1], построенное на основе вакуума, представленного ансамблем почти всюду однородных абелевых (анти)самодуальных полей. Найденное действие позволяет описывать взаимодействия мезонов из всей области спектра. Как показано в работе [6], в рассматриваемой модели спектр масс мезонов имеет реджевский характер при больших значениях орбитального $l \gg 1$ и/или радиального $n \gg 1$ квантовых чисел. В действие калибровочно-инвариантным образом включены электромагнитные и слабые взаимодействия.

В разделе 1.3 описаны свойства пропагаторов кварков и глюонов в абелевых (анти)самодуальных полях и связь с другими моделями (функциональная ренорм-группа, КХД на решётке, уравнения Дайсона-Швингера). Показано, что инфракрасное поведение пропагаторов, за которое ответственно вакуумное поле, согласуется с результатами для пропагаторов других подходов.

В главе 2 рассмотрены дефекты в вакуумном ансамбле, которые могут возникать под действием сильных внешних электромагнитных полей. Найдены спектры и собственные моды кварков и глюонов в хромагнитной трубке. Если размер трубки превышает критический, то возникают тахионные моды Нильсена-Олесена.

В разделе 2.1 рассмотрена задача на собственные функции и собственные значения операторов Клейна-Гордона и Дирака на фоне плоской доменной стенки, разделяющей области с самодуальным и антисамодуальным полями. Вне доменной стенки задача на собственные значения приводит к дискретному спектру и собственным модам, которые соответствуют затухающим в пространстве и времени флуктуациям. Внутри доменной стенки задача на собственные функции и собственные значения операторов Клейна-Гордона и Дирака приводит к непрерывному спектру и осциллирующим собственным модам.

В разделе 2.2 найдены спектры и собственные моды для духового, кваркового и глюонного полей на пересечении доменных стенок, где плотность топологического заряда равна нулю. Такие конфигурации могут появляться под воздействием сильных внешних электромагнитных полей из-за перестройки основного состояния [12].

Собственные моды операторов Дирака и Клейна-Гордона соответствуют плоским волнам, распространяющимся вдоль оси трубки, а спектр имеет непрерывный характер. В бесконечном объёме в спектре глюонного поля присутствует тахионная мода Нильсена-Олесена. Существует критический размер, при превышении которого низколежащая глюонная мода становится тахионной (см. рисунок 5).

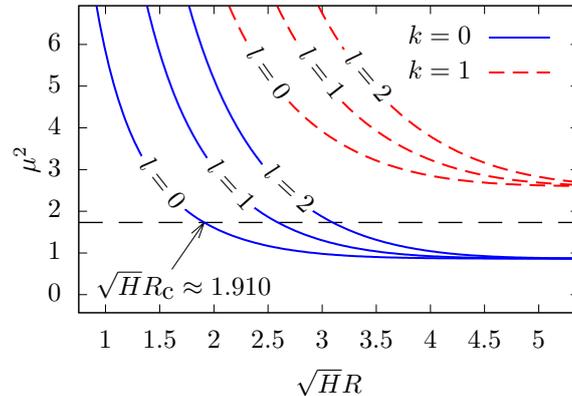


Рис. 5. Низколежащие собственные значения глюонного поля (R — радиус трубки; в выбранной системе отсчёта поле чисто хромагнитное, и $H = B$). При больших \sqrt{HR} собственные значения приближаются к уровням Ландау, и вырождение по орбитальному моменту l восстанавливается.

Физическую трактовку евклидовых собственных функций можно получить, рассмотрев уравнения Клейна-Гордона и Дирака в пространстве Минковского. Решения этих уравнений представляют собой плоские волны с дисперсионным соотношением,

характерным для заряженных по цвету квазичастиц.

В разделе 2.3 содержатся выводы к главе 2. Сеть доменных стенок можно рассматривать как гетерофазную систему [25]. Можно ожидать, что при нормальных условиях доля фазы деконфайнмента статистически пренебрежима, так как она распределена в трёхмерном подпространстве четырёхмерного пространства \mathbb{R}^4 . Признак перехода деконфайнмента — уменьшение усреднённого по ансамблю абсолютного значения плотности топологического заряда $q(x) = \langle |g^2 \tilde{F}(x) F(x)| \rangle_{\mathcal{B}}$.

На качественном уровне можно рассмотреть два случая: в режиме конфайнмента (цветные квазичастицы полностью подавлены)

$$q(x) = \langle |g^2 \tilde{F}(x) F(x)| \rangle_{\mathcal{B}} = \langle g^2 F(x) F(x) \rangle_{\mathcal{B}} = B^2,$$

а в режиме деконфайнмента (цветные квазичастицы активированы)

$$q(x) \ll \langle g^2 F(x) F(x) \rangle_{\mathcal{B}} = B^2.$$

Режим идеальной кварк-глюонной плазмы не может быть достигнут, пока не исчезнет скалярный глюонный конденсат, что потребовало бы полной перестройки эффективного квантового действия, сопровождающейся исчезновением скалярного глюонного конденсата.

Таким образом, доменная модель подразумевает двухэтапный переход деконфайнмента. На первом этапе плотность топологического заряда исчезает, и появляются цветные квазичастицы, на которые могут распадаться бесцветные адроны. Скалярный конденсат на этом этапе почти не меняется, а система остаётся сильно взаимодействующей. На втором этапе исчезает и скалярный конденсат, и система переходит в идеальную кварк-глюонную плазму.

В главе 3 приведены расчёты масс мезонов в основном и радиально возбуждённых состояниях, констант лептонных распадов и переходных электромагнитных констант.

Эффективное мезонное действие даётся следующим выражением [6–9; A1]:

$$Z = \mathcal{N} \int \mathcal{D}\phi_{\mathcal{Q}} \exp \left\{ -\frac{\Lambda^2}{2} \frac{h_{\mathcal{Q}}^2}{g^2 C_{\mathcal{Q}}^2} \int d^4x \phi_{\mathcal{Q}}^2(x) - \sum_{k=2}^{\infty} \frac{1}{k} W_k[\phi] \right\}, \quad (3)$$

$$W_k[\phi] = \sum_{\mathcal{Q}_1 \dots \mathcal{Q}_k} h_{\mathcal{Q}_1} \dots h_{\mathcal{Q}_k} \int d^4x_1 \dots \int d^4x_k \Phi_{\mathcal{Q}_1}(x_1) \dots \Phi_{\mathcal{Q}_k}(x_k) \Gamma_{\mathcal{Q}_1 \dots \mathcal{Q}_k}^{(k)}(x_1, \dots, x_k),$$

$$\Phi_{\mathcal{Q}}(x) = \int \frac{d^4p}{(2\pi)^4} e^{ipx} \mathcal{O}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}(p) \tilde{\phi}_{\mathcal{Q}'}(p). \quad (4)$$

Здесь $\phi_{\mathcal{Q}}$ и $\Phi_{\mathcal{Q}}$ — физические и вспомогательные поля соответственно, индекс \mathcal{Q} включает все квантовые числа мезона ($C_{\mathcal{Q}} \equiv C_J$). Вспомогательные и физические поля $\phi_{\mathcal{Q}}$ и $\Phi_{\mathcal{Q}}$ связаны преобразованием $\mathcal{O}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}$. Взаимодействия вспомогательных мезонных

полей $\Phi_{\mathcal{Q}}$ описываются k -точечными корреляционными функциями $\Gamma_{\mathcal{Q}_1 \dots \mathcal{Q}_k}^{(k)}$ с нелокальными вершинами. Например, двухточечная функция $\Gamma_{\mathcal{Q}_1 \mathcal{Q}_2}^{(2)}$ представляется в виде

$$\Gamma_{\mathcal{Q}_1 \mathcal{Q}_2}^{(2)} = \overline{G_{\mathcal{Q}_1 \mathcal{Q}_2}^{(2)}(x_1, x_2)} - \Xi_2(x_1 - x_2) \overline{G_{\mathcal{Q}_1}^{(1)} G_{\mathcal{Q}_2}^{(1)}}, \quad (5)$$

Функции $\Gamma^{(k)}$ выражаются через усреднённые по вакуумному полю однопетлевые диаграммы $G_{\mathcal{Q}_1 \dots \mathcal{Q}_k}^{(k)}$, которые включают нелокальные кварк-мезонные вершины $V_{\mathcal{Q}_i}$ и кварковые пропагаторы $S(x_i, x_j)$:

$$\begin{aligned} \overline{G_{\mathcal{Q}_1 \dots \mathcal{Q}_k}^{(k)}(x_1, \dots, x_k)} &= \int dB \text{Tr} V_{\mathcal{Q}_1}(x_1) S(x_1, x_2) \dots V_{\mathcal{Q}_k}(x_k) S(x_k, x_1), \\ \overline{G_{\mathcal{Q}_1 \dots \mathcal{Q}_l}^{(l)}(x_1, \dots, x_l) G_{\mathcal{Q}_{l+1} \dots \mathcal{Q}_k}^{(k)}(x_{l+1}, \dots, x_k)} &= \\ &= \int dB \text{Tr} \{V_{\mathcal{Q}_1}(x_1) S(x_1, x_2) \dots V_{\mathcal{Q}_k}(x_l) S(x_l, x_1)\} \\ &\times \text{Tr} \{V_{\mathcal{Q}_{l+1}}(x_{l+1}) S(x_{l+1}, x_{l+2}) \dots V_{\mathcal{Q}_k}(x_k) S(x_k, x_{l+1})\}, \end{aligned}$$

и n -точечные корреляторы фонового поля Ξ_n .

Спектр масс мезонов $M_{\mathcal{Q}}$ и кварк-мезонные константы $h_{\mathcal{Q}}$ определяются из квадратичной части эффективного мезонного действия с помощью уравнений

$$\begin{aligned} 1 &= \frac{g^2}{\Lambda^2} C_{\mathcal{Q}}^2 \tilde{\Pi}_{\mathcal{Q}}(-M_{\mathcal{Q}}^2), \\ h_{\mathcal{Q}}^{-2} &= \frac{d}{dp^2} \tilde{\Pi}_{\mathcal{Q}}(p^2) \Big|_{p^2 = -M_{\mathcal{Q}}^2}, \end{aligned}$$

где $\tilde{\Pi}_{\mathcal{Q}}(p^2)$ — диагонализированный двухточечный коррелятор $\tilde{\Gamma}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}^{(2)}(p)$ на массовой поверхности мезона с квантовыми числами \mathcal{Q} . Зависимость величины параметров от порядка диагонализации N изображена на рисунке 6. Значения параметров модели при $N = 7$ приведены в таблице 1.

Таблица 1. Параметры модели (массы кварков m_f , масштаб Λ , сильная константа связи α_s , средний размер домена R), отфитированные по массам $\pi, \rho, K, K^*, \eta', J/\psi, \Upsilon$ и используемые для описания масс остальных мезонов, констант распада и переходных констант. Параметры Λ и R соответствуют скалярному глюонному конденсату и топологической восприимчивости.

$m_{u/d}$, МэВ	m_s , МэВ	m_c , МэВ	m_b , МэВ	Λ , МэВ	α_s	R , fm
145	376	1566	4879	416	3.45	1.12

Раздел 3.1 посвящён расчёту масс мезонов. Вся информация о массах содержится в двухточечной корреляционной функции (5). Для вычисления требуется найти преобразование $\mathcal{O}_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}'}$ (см. формулу (4)), которое диагонализует квадратичную часть мезонного действия (3) по радиальному квантовому числу.

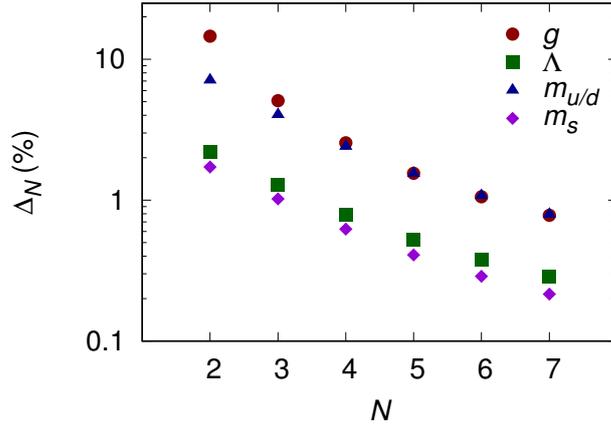


Рис. 6. Зависимость изменения параметров модели $\Delta_N = |P_N - P_{N-1}|/P_1$ от N . Здесь N — максимальное значение радиального квантового числа n , учитываемое при диагонализации квадратичной части эффективного действия. На графике видна стабилизация величины параметров при увеличении N .

Второе слагаемое в формуле (5) даёт вклад только в массы η и η' и ответственно за решение проблемы $U_A(1)$ в доменной модели. В массы всех остальных мезонов даёт вклад только первое слагаемое в формуле (5). Результаты расчётов масс приведены на рисунке 7.

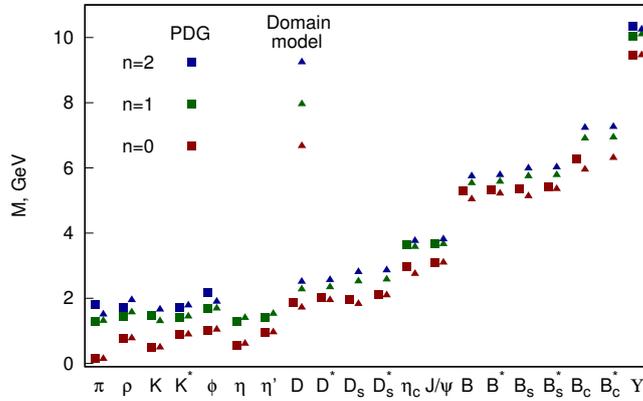


Рис. 7. Результаты расчёта масс мезонов. Точность описания спектра мезонов в целом менее 15% в низшем приближении.

В разделе 3.2 вычислены переходные электромагнитные константы векторных мезонов (см. таблицу 2). В процесс $V \rightarrow \gamma$ дают вклад диаграммы, изображённые на рисунке 8. Диаграмма В требуется для $U(1)$ -калибровочной инвариантности взаимодействия.

В разделе 3.3 рассчитаны лептонные константы распадов f_P (см. таблицу 2), вклад в которые дают диаграммы с локальным и нелокальным взаимодействиями

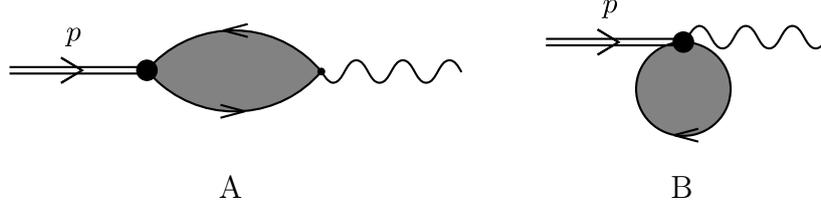


Рис. 8. Диаграммы, дающие вклад в $g_{V\gamma}$.

Таблица 2. Константы лептонных распадов и переходные константы различных мезонов.

Мезон	n	f_P^{exp} (МэВ)	f_P (МэВ)	Мезон	n	$g_{V\gamma}$ [26]	$g_{V\gamma}$
π	0	130 [26]	140	ρ	0	0.2	0.2
$\pi(1300)$	1		29	ρ	1		0.053
K	0	156 [26]	175	ω	0	0.059	0.067
$K(1460)$	1		27	ω	1		0.018
D	0	205 [26]	212	ϕ	0	0.074	0.071
D	1		51	ϕ	1		0.02
D_s	0	258 [26]	274	J/ψ	0	0.09	0.06
D_s	1		57	J/ψ	1		0.015
B	0	191 [26]	187	Υ	0	0.025	0.014
B	1		55	Υ	1		0.0019
B_s	0	253 [27]	248				
B_s	1		68				
B_c	0	489 [27]	434				
B_c	1		135				

(соответственно А и В на рисунке 9).

Расчитанные константы распадов радиально возбуждённых мезонов на порядок меньше констант распадов основных состояний в соответствии с картиной спонтанного нарушения симметрии [28–30].

В главе 4 исследуется влияние вакуумного поля на процесс $P \rightarrow \gamma^* \gamma^{(*)}$ при различной виртуальности фотонов и на процесс распада векторного мезона на пару псевдоскалярных $V \rightarrow PP$. Вычислены константы распадов $g_{P\gamma\gamma}$ и g_{VPP} для различных мезонов.

Раздел 4.1 содержит введение к главе. Обсуждается разногласие в результатах экспериментов коллабораций BaBar [31], Belle [32] и предсказании теорем факторизации (пределе Бродского-Лепажя). Полученные коллаборацией BaBar данные указывают на рост $Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma}$ при большой виртуальности Q^2 , что несовместимо с пределом Бродского-Лепажя. Результаты эксперимента коллаборации Belle показывают каче-

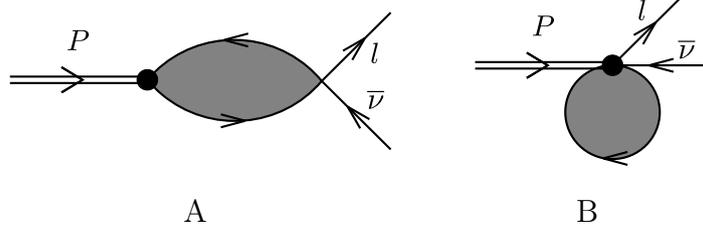


Рис. 9. Диаграммы, дающие вклад в f_P .

ственно отличающееся поведение при больших импульсах, но всё же не исключают, что формфактор пиона может превышать предел Бродского-Лепаж. Вакуумные поля заметно ($\approx 23\%$ для пиона) модифицируют поведение формфакторов при больших Q^2 .

В разделе 4.2 рассмотрен вклад в переходный формфактор от диаграммы на рисунке 11. Вклады остальных диаграмм в используемом приближении равны нулю. Рассчитаны переходные электромагнитные формфакторы и константы распада $g_{P\gamma\gamma}$ (см. таблицу 3).

Таблица 3. Константы распада псевдоскалярных мезонов в два фотона.

Мезон	$g_{P\gamma\gamma}^{\text{exp}}, \text{ GeV}^{-1}$ [26]	$g_{P\gamma\gamma}, \text{ GeV}^{-1}$
π^0	0.274	0.272
η	0.274	0.267
η'	0.344	0.44
η_c	0.067	0.055

Показано, что инвариантность эффективного мезонного действия по отношению к калибровочным преобразованиям вакуумного поля приводит к превышению предела Бродского-Лепаж в асимметричном кинематическом режиме (один фотон реальный, другой виртуальный)

$$F_{\pi\gamma^*\gamma} \sim \kappa_{\gamma^*\gamma} \frac{\sqrt{2}f_\pi}{Q^2}, \quad \kappa_{\gamma^*\gamma} = 1,23.$$

В симметричном кинематическом режиме (оба фотона имеют равную виртуальность) асимптотика в точности согласуется с факторизационным пределом [33; 34].

$$Q^2 F_{\pi\gamma^*\gamma^*} \sim \frac{\sqrt{2}f_\pi}{3}, \quad Q^2 \gg \Lambda^2.$$

Результаты расчётов формфакторов пиона изображены на рисунке 10.

В разделе 4.3 рассчитаны константы сильных распадов g_{VPP} , в которые даёт вклад диаграмма на рисунке 12.

Показано, что инвариантность мезонного действия по отношению к локальным преобразованиям вакуумного поля необходима для корректного описания констант

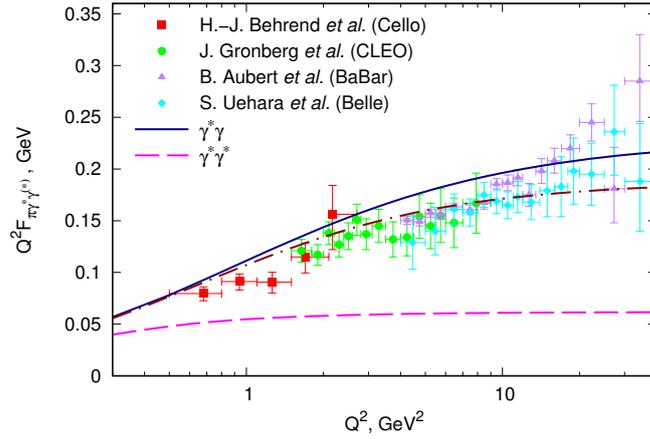


Рис. 10. Результаты расчёта формфактора пиона в сравнении с имеющимися экспериментальными данными. Сплошная линия соответствует асимметричному кинематическому режиму, пунктирная — симметричному. Штрих-пунктирной линией изображены результаты расчёта, в котором инвариантность эффективного мезонного действия относительно локальных преобразований фонового поля ослаблена до инвариантности относительно глобальных преобразований.

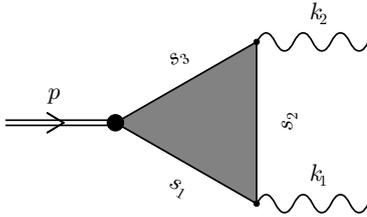


Рис. 11. Диаграмма, дающая вклад в переходный формфактор пиона.

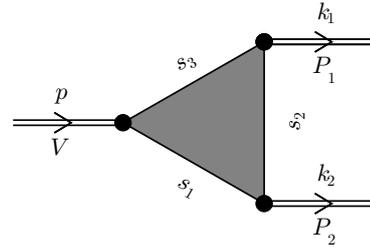


Рис. 12. Диаграмма, описывающая процесс $V \rightarrow PP$. Серым цветом обозначено усреднение по вакуумному полю.

сильных распадов. Ослабление инвариантности относительно локальных преобразований до инвариантности относительно глобальных преобразований приводит к значениям констант, сильно отличающимся от экспериментальных данных (см. таблицу 4).

В Заключение приведены основные результаты диссертационной работы и обсуждаются направления возможных дальнейших исследований.

В Приложении А описано включение взаимодействия $U(1)$ в эффективное мезонное действие (3) калибровочно-инвариантным образом.

В Приложении Б описано включение взаимодействия $SU_L(2) \times U_Y(1)$ в эффективное мезонное действие (3) калибровочно-инвариантным образом.

В приложении В приведены формулы для переходного электромагнитного

Таблица 4. Сильные константы распада $V \rightarrow PP$. Здесь g_{VPP} — результат полного расчёта с учётом инвариантности относительно калибровочных преобразований вакуумного поля, g_{VPP}^* — упрощённый расчёт лишь с глобальной инвариантностью эффективного мезонного действия.

Распад	g_{VPP}^{exp} [26]	g_{VPP}	g_{VPP}^*
$\rho^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$	5.95	7.61	1.14
$\omega \rightarrow \pi^+\pi^-$	0.17	0	0
$K^{*\pm} \rightarrow K^\pm\pi^0$	3.23	3.56	0.65
$K^{*\pm} \rightarrow K^0\pi^\pm$	4.57	5.03	0.91
$\varphi \rightarrow K^+K^-$	4.47	5.69	1.11
$D^{*\pm} \rightarrow D^0\pi^\pm$	8.41	7.94	16.31
$D^{*\pm} \rightarrow D^\pm\pi^0$	5.66	5.62	11.53

формфактора, а также исследовано асимптотическое поведение в разных кинематических режимах.

Публикации. Материалы диссертации опубликованы в 8 работах, из них 6 статей в рецензируемых журналах, индексируемых в системах Web of Science и/или Scopus [A1–A6], 2 статьи в сборниках трудов конференций [A7; A8].

Структура и объём диссертации. Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения, списка литературы и трёх приложений. Объем диссертации – 108 страниц. Список литературы содержит 163 наименования.

Список публикаций по теме диссертации

- A1. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Regge spectra of excited mesons, harmonic confinement and QCD vacuum structure // *Phys. Rev.* — 2016. — Т. D93, № 9. — С. 094010. — DOI: [10.1103/PhysRevD.93.094010](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.93.094010). — arXiv: [1603.01447](https://arxiv.org/abs/1603.01447) [hep-ph].
- A2. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Domain wall network as QCD vacuum and the chromomagnetic trap formation under extreme conditions // *Eur. Phys. J.* — 2015. — Т. A51, № 4. — С. 45. — DOI: [10.1140/epja/i2015-15045-8](https://doi.org/10.1140/epja/i2015-15045-8). — arXiv: [1403.0415](https://arxiv.org/abs/1403.0415) [hep-ph].
- A3. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Domain wall network as QCD vacuum: confinement, chiral symmetry, hadronization // *EPJ Web Conf.* — 2017. — Т. 137. — С. 03014. — DOI: [10.1051/epjconf/201713703014](https://doi.org/10.1051/epjconf/201713703014). — arXiv: [1612.02700](https://arxiv.org/abs/1612.02700) [hep-ph].
- A4. *Nedelko S., Voronin V.* Pion transition form factor in the Domain model of QCD vacuum // *EPJ Web Conf.* — 2017. — Т. 138. — С. 02005. — DOI: [10.1051/epjconf/201713802005](https://doi.org/10.1051/epjconf/201713802005). — arXiv: [1612.02687](https://arxiv.org/abs/1612.02687) [hep-ph].
- A5. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Radial Meson Excitations and Abelian Self-Dual Gluon Fields // *Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser.* — 2015. — Т. 39. — С. 1560105. — DOI: [10.1142/S2010194515601052](https://doi.org/10.1142/S2010194515601052). — arXiv: [1511.03904](https://arxiv.org/abs/1511.03904) [hep-ph].
- A6. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Influence of confining gluon configurations on the $P \rightarrow \gamma^* \gamma$ transition form factors // *Phys. Rev.* — 2017. — Т. D95, № 7. — С. 074038. — DOI: [10.1103/PhysRevD.95.074038](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.95.074038). — arXiv: [1612.02621](https://arxiv.org/abs/1612.02621) [hep-ph].
- A7. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* Domain wall network as QCD vacuum: confinement, chiral symmetry, hadronization // *PoS.* — 2015. — Т. BaldinISHEPPXXII. — С. 017.
- A8. *Nedelko S. N., Voronin V. E.* QCD Vacuum as Domain Wall Network // *Quantum Field Theory at the Limits: from Strong Fields to Heavy Quarks (HQ 2016)* Dubna, Russia, July 18-30, 2016 / под ред. А. Али [и др.]. — 2016. — arXiv: [1612.02678](https://arxiv.org/abs/1612.02678) [hep-ph].

Список литературы

1. *Minkowski P.* On the Ground State Expectation Value of the Field Strength Bilinear in Gauge Theories and Constant Classical Fields // Nucl. Phys. — 1981. — Т. B177. — С. 203—217. — DOI: [10.1016/0550-3213\(81\)90388-6](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90388-6).
2. *Leutwyler H.* Constant Gauge Fields and their Quantum Fluctuations // Nucl. Phys. — 1981. — Т. B179. — С. 129—170. — DOI: [10.1016/0550-3213\(81\)90252-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(81)90252-2).
3. *Eichhorn A., Gies H., Pawłowski J. M.* Gluon condensation and scaling exponents for the propagators in Yang-Mills theory // Phys. Rev. — 2011. — Т. D83. — С. 045014. — DOI: [10.1103/PhysRevD.83.045014](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.83.045014). — arXiv: [1010.2153 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1010.2153). — [Erratum: Phys. Rev.D83,069903(2011)].
4. *Galilo B. V., Nedelko S. N.* Weyl group, CP and the kink-like field configurations in the effective SU(3) gauge theory // Phys. Part. Nucl. Lett. — 2011. — Т. 8. — С. 67—72. — DOI: [10.1134/S1547477111020051](https://doi.org/10.1134/S1547477111020051). — arXiv: [1006.0248 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1006.0248).
5. Symmetry breaking, subgroup embeddings and the Weyl group / D. P. George [и др.] // Phys. Rev. — 2013. — Т. D87, № 10. — С. 105009. — DOI: [10.1103/PhysRevD.87.105009](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.87.105009). — arXiv: [1203.1048 \[hep-th\]](https://arxiv.org/abs/1203.1048).
6. *Efimov G. V., Nedelko S. N.* Nambu-Jona-Lasinio model with the homogeneous background gluon field // Phys. Rev. — 1995. — Т. D51. — С. 176—189. — DOI: [10.1103/PhysRevD.51.176](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.51.176).
7. Meson masses within the model of induced nonlocal quark currents / Ya. V. Burdanov [и др.] // Phys. Rev. — 1996. — Т. D54. — С. 4483—4498. — DOI: [10.1103/PhysRevD.54.4483](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.54.4483). — arXiv: [hep-ph/9601344 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9601344).
8. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* Confinement and chiral symmetry breaking via domain - like structures in the QCD vacuum // Phys. Rev. — 2001. — Т. D64. — С. 114025. — DOI: [10.1103/PhysRevD.64.114025](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.64.114025). — arXiv: [hep-ph/0108010 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0108010).
9. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* Realization of chiral symmetry in the domain model of QCD // Phys. Rev. — 2004. — Т. D69. — С. 074029. — DOI: [10.1103/PhysRevD.70.119903](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.70.119903), [10.1103/PhysRevD.69.074029](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.69.074029). — arXiv: [hep-ph/0311357 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0311357). — [Erratum: Phys. Rev.D70,119903(2004)].
10. *Feynman R. P., Kislinger M., Ravndal F.* Current matrix elements from a relativistic quark model // Phys. Rev. — 1971. — Т. D3. — С. 2706—2732. — DOI: [10.1103/PhysRevD.3.2706](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.3.2706).

11. *Leutwyler H., Stern J.* Covariant Interactions of Two Spinless Particles: All Local Solutions of the Angular Condition // Nucl. Phys. — 1978. — T. B133. — C. 115–144. — DOI: [10.1016/0550-3213\(78\)90171-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90171-2).
12. *Galilo B. V., Nedelko S. N.* Impact of the strong electromagnetic field on the QCD effective potential for homogeneous Abelian gluon field configurations // Phys. Rev. — 2011. — T. D84. — C. 094017. — DOI: [10.1103/PhysRevD.84.094017](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.84.094017). — arXiv: [1107.4737 \[hep-ph\]](https://arxiv.org/abs/1107.4737).
13. *D’Elia M., Mariti M., Negro F.* Susceptibility of the QCD vacuum to CP-odd electromagnetic background fields // Phys. Rev. Lett. — 2013. — T. 110, № 8. — C. 082002. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.110.082002](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.110.082002). — arXiv: [1209.0722 \[hep-lat\]](https://arxiv.org/abs/1209.0722).
14. Magnetic field-induced gluonic (inverse) catalysis and pressure (an)isotropy in QCD / G. S. Bali [и др.] // JHEP. — 2013. — T. 04. — C. 130. — DOI: [10.1007/JHEP04\(2013\)130](https://doi.org/10.1007/JHEP04(2013)130). — arXiv: [1303.1328 \[hep-lat\]](https://arxiv.org/abs/1303.1328).
15. Paramagnetic squeezing of QCD matter / G. S. Bali [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2014. — T. 112. — C. 042301. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.112.042301](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.112.042301). — arXiv: [1311.2559 \[hep-lat\]](https://arxiv.org/abs/1311.2559).
16. Magnetic Susceptibility of Strongly Interacting Matter across the Deconfinement Transition / C. Bonati [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2013. — T. 111. — C. 182001. — DOI: [10.1103/PhysRevLett.111.182001](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.111.182001). — arXiv: [1307.8063 \[hep-lat\]](https://arxiv.org/abs/1307.8063).
17. Magnetic susceptibility and equation of state of $N_f = 2 + 1$ QCD with physical quark masses / C. Bonati [и др.] // Phys. Rev. — 2014. — T. D89, № 5. — C. 054506. — DOI: [10.1103/PhysRevD.89.054506](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.054506). — arXiv: [1310.8656 \[hep-lat\]](https://arxiv.org/abs/1310.8656).
18. Anisotropy of the quark-antiquark potential in a magnetic field / C. Bonati [и др.] // Phys. Rev. — 2014. — T. D89, № 11. — C. 114502. — DOI: [10.1103/PhysRevD.89.114502](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.89.114502). — arXiv: [1403.6094 \[hep-lat\]](https://arxiv.org/abs/1403.6094).
19. *Skokov V., Illarionov A. Yu., Toneev V.* Estimate of the magnetic field strength in heavy-ion collisions // Int. J. Mod. Phys. — 2009. — T. A24. — C. 5925–5932. — DOI: [10.1142/S0217751X09047570](https://doi.org/10.1142/S0217751X09047570). — arXiv: [0907.1396 \[nucl-th\]](https://arxiv.org/abs/0907.1396).
20. *Pagels H., Tomboulis E.* Vacuum of the Quantum Yang-Mills Theory and Magnetostatics // Nucl. Phys. — 1978. — T. B143. — C. 485–502. — DOI: [10.1016/0550-3213\(78\)90065-2](https://doi.org/10.1016/0550-3213(78)90065-2).
21. *Leutwyler H.* Vacuum Fluctuations Surrounding Soft Gluon Fields // Phys. Lett. — 1980. — T. B96. — C. 154–158. — DOI: [10.1016/0370-2693\(80\)90234-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(80)90234-8).

22. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* Poincare recurrence theorem and the strong CP-problem // *Phys. Rev.* — 2006. — T. D73. — C. 034006. — DOI: [10.1103/PhysRevD.73.034006](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.73.034006). — arXiv: [hep-ph/0503168](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0503168) [[hep-ph](#)].
23. *Kalloniatis A. C., Nedelko S. N.* CP-violating theta parameter in the domain model of the QCD vacuum // *Phys. Rev.* — 2005. — T. D71. — C. 054002. — DOI: [10.1103/PhysRevD.71.054002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.71.054002). — arXiv: [hep-ph/0412042](https://arxiv.org/abs/hep-ph/0412042) [[hep-ph](#)].
24. *Vachaspati T.* Kinks and domain walls: An introduction to classical and quantum solitons. — Cambridge University Press, 2010. — ISBN 9780521141918, 9780521836050, 9780511242908.
25. *Yukalov V. I.* Phase transitions and heterophase fluctuations // *Physics Reports.* — 1991. — T. 208, № 6. — C. 395–489. — ISSN 0370-1573. — DOI: [http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573\(91\)90074-V](http://dx.doi.org/10.1016/0370-1573(91)90074-V).
26. *Patrignani C.* [и др.] Review of Particle Physics // *Chin. Phys.* — 2016. — T. C40, № 10. — C. 100001. — DOI: [10.1088/1674-1137/40/10/100001](https://doi.org/10.1088/1674-1137/40/10/100001).
27. Beauty mesons in lattice QCD with exact chiral symmetry / T.-W. Chiu [и др.] // *Phys. Lett.* — 2007. — T. B651. — C. 171–176. — DOI: [10.1016/j.physletb.2007.06.017](https://doi.org/10.1016/j.physletb.2007.06.017). — arXiv: [0705.2797](https://arxiv.org/abs/0705.2797) [[hep-lat](#)].
28. *Holl A., Krassnigg A., Roberts C. D.* Pseudoscalar meson radial excitations // *Phys. Rev.* — 2004. — T. C70. — C. 042203. — DOI: [10.1103/PhysRevC.70.042203](https://doi.org/10.1103/PhysRevC.70.042203). — arXiv: [nucl-th/0406030](https://arxiv.org/abs/nuc1-th/0406030) [[nucl-th](#)].
29. *Kataev A. L., Krasnikov N. V., Pivovarov A. A.* The Use of the Finite Energetic Sum Rules for the Calculation of the Light Quark Masses // *Phys. Lett.* — 1983. — T. B123. — C. 93. — DOI: [10.1016/0370-2693\(83\)90966-8](https://doi.org/10.1016/0370-2693(83)90966-8).
30. *Gorishnii S. G., Kataev A. L., Larin S. A.* Next Next-to-leading Perturbative QCD Corrections and Light Quark Masses // *Phys. Lett.* — 1984. — T. B135. — C. 457–462. — DOI: [10.1016/0370-2693\(84\)90315-0](https://doi.org/10.1016/0370-2693(84)90315-0).
31. *Aubert B.* [и др.] Measurement of the $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor // *Phys. Rev.* — 2009. — T. D80. — C. 052002. — DOI: [10.1103/PhysRevD.80.052002](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.80.052002). — arXiv: [0905.4778](https://arxiv.org/abs/0905.4778) [[hep-ex](#)].
32. *Uehara S.* [и др.] Measurement of $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ transition form factor at Belle // *Phys. Rev.* — 2012. — T. D86. — C. 092007. — DOI: [10.1103/PhysRevD.86.092007](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.86.092007). — arXiv: [1205.3249](https://arxiv.org/abs/1205.3249) [[hep-ex](#)].
33. *Radyushkin A. V., Ruskov R. T.* Transition form-factor $\gamma\gamma^* \rightarrow \pi^0$ and QCD sum rules // *Nucl. Phys.* — 1996. — T. B481. — C. 625–680. — DOI: [10.1016/S0550-3213\(96\)00492-0](https://doi.org/10.1016/S0550-3213(96)00492-0). — arXiv: [hep-ph/9603408](https://arxiv.org/abs/hep-ph/9603408) [[hep-ph](#)].

34. *Mikhailov S. V., Stefanis N. G.* Transition form factors of the pion in light-cone QCD sum rules with next-to-next-to-leading order contributions // Nucl. Phys. — 2009. — T. B821. — C. 291—326. — DOI: [10.1016/j.nuclphysb.2009.06.027](https://doi.org/10.1016/j.nuclphysb.2009.06.027). — arXiv: [0905.4004](https://arxiv.org/abs/0905.4004) [hep-ph].