

На правах рукописи

**Пикельнер Андрей Федорович**

**Ренормгрупповые величины Стандартной  
модели в высших порядках теории возмущений**

Специальность 01.04.02 —  
«Теоретическая физика»

Автореферат  
диссертации на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Дубна — 2015

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований

Научные руководители: доктор физико-математических наук, профессор  
**Казаков Дмитрий Игоревич**

кандидат физико-математических наук, с.н.с  
**Бедняков Александр Вадимович**

Официальные оппоненты: **Смирнов Александр Владимирович,**

доктор физико-математических наук,  
НИВЦ МГУ им. М.В. Ломоносова,  
ведущий научный сотрудник лаборатории информационных систем математических наук

**Компаниец Михаил Владимирович,**

кандидат физико-математических наук,  
ФГБОУ ВПО Санкт-Петербургский Государственный Университет,  
доцент кафедры Физики Высоких Энергий и Элементарных Частиц

Ведущая организация:

ФГБУН Институт ядерных исследований Российской академии наук

Защита состоится 30 сентября 2015 г. в 16 часов на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 на базе Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований по адресу: 141980, г. Дубна, Московской области, ул. Жолио-Кюри, д. 6.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Объединенного института ядерных исследований ([http://wwinfo.jinr.ru/announce\\_disser.htm](http://wwinfo.jinr.ru/announce_disser.htm)).

Автореферат разослан “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2015 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета  
Д 720.001.01, д.ф.-м.н.

Арбузов Андрей Борисович

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы.

Целью данной работы является применение аппарата ренормгруппы к изучению поведения Стандартной модели в области высоких энергий.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Получить ренормгрупповые функции Стандартной модели в трехпетлевом приближении. Ренормгрупповые функции включают бета-функции констант связи и аномальные размерности полей Стандартной модели. Ренормгрупповые функции позволяют описать эволюцию констант и полей в зависимости от масштаба и при наличии начальных условий получить их значения на заданной шкале.
2. Получить выражения для начальных условий уравнений эволюции. Необходимо выразить параметры Стандартной модели в ненарушенной фазе на электрослабой шкале через параметры извлекаемые в эксперименте. В качестве параметров, доступных в эксперименте могут быть выбраны полюсные массы частиц, значение константы Ферми и константа сильного взаимодействия.
3. Разработать набор программных средств для автоматизации вычислений ренормгрупповых функций. Применение систем компьютерной алгебры позволяет избежать ошибок в расчетах, когда количество диаграмм исчисляется тысячами, а также легко адаптировать процесс вычислений к другим моделям. Проверка на упрощенных моделях и повторение ранее известных результатов является подтверждением правильности полученных результатов.
4. Создание эффективных программных кодов для получения граничных условий уравнений ренормгруппы. Для реального анализа поведения Стандартной модели в области высоких энергий и изучения зависимости от начальных значений параметров, извлекаемых из эксперимента, необходима высокая скорость вычисления начальных значений параметров и решения уравнений эволюции.
5. Используя последние экспериментальные данные для параметров Стандартной модели, получить границы стабильности последней.

### Основные положения, выносимые на защиту:

1. В трехпетлевом приближении вычислены все бета-функции констант связи и аномальные размерности всех полей Стандартной модели. Получено их обобщение на случай матричных Юкавских констант. Найденные выражения находятся в согласии с известными в литературе результатами и являются необходимой независимой проверкой последних. Вычисление трехпетлевых бета-функций Юкавских констант выполнено впервые.
2. Разработан эффективный аппарат автоматизированного вычисления функций ренормгруппы в трехпетлевом приближении. Вся цепочка вычислений, от задания Лагранжиана теории, генерации необходимых диаграмм и вычисления расходимостей интегралов полностью автоматизированы.
3. Получены двухпетлевые соотношения связывающие начальные условия всех бегущих констант Стандартной модели с параметрами, извлекаемыми из эксперимента.
4. Получен полный набор инструментов для NNLO-анализа поведения Стандартной модели в области высоких энергий и определения границ стабильности.
5. Все полученные результаты доступны в виде программных кодов, находящихся в свободном доступе.

#### **Научная новизна:**

1. Найденны трехпетлевые выражения для бета-функций всех констант Стандартной модели. Результаты для калибровочных констант и параметров скалярного потенциала являются необходимой проверкой результатов других групп, а результаты для Юкавских констант получены впервые.
2. Впервые получен полный набор явно калибровочно-инвариантных соотношений, связывающих параметры в  $\overline{MS}$  схеме и схеме перенормировок на массовой поверхности в рамках Стандартной модели с двухпетлевой точностью.

**Практическая значимость** работ составляющих основу диссертации подтверждается тем, что они сразу после публикации нашли большой отклик в литературе и получили заметное количество цитирований в работах посвященных исследованию стабильности вакуума как в Стандартной модели, так и за ее пределами.

Достоверность полученных в диссертации результатов достигается за счет использования строгих и апробированных методов квантовой теории поля, их применения к Стандартной модели и квантовой хромодинамике, а также высокой степени автоматизации расчетов с применением современных систем компьютерной алгебры. Обоснованность результатов подтверждается сопоставлением с результатами теоретических расчетов других авторов.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на:

- 16th International Moscow School of Physics (41th ITEP Winter School of Physics). "Particle Physics ITEP, Moscow, Russia
- XVII конференция молодых учёных и специалистов ОМУС-2013, ОИЯИ, Дубна, Россия
- INTERNATIONAL SCHOOL OF SUBNUCLEAR PHYSICS 2013, ETTORE MAJORANA FOUNDATION AND CENTRE FOR SCIENTIFIC CULTURE, Erice, Italy
- QUARKS-2014. 18th International Seminar on High Energy Physics, ИЯИ РАН, Суздаль, Россия
- XXI DAE-BRNS High Energy Physics Symposium, Department of Physics, IIT Guwahati, Guwahati, India
- XIX конференция молодых учёных и специалистов ОМУС-2015, ОИЯИ, Дубна, Россия

Личный вклад соискателя в результаты является определяющим. Автор, работая с сотрудниками ОИЯИ, ПИЯФ, Гамбургского университета самостоятельно выполнил теоретические расчеты ряда трехпетлевых констант перенормировки в Стандартной модели, разработал алгоритмы для автоматизации вычислений трехпетлевых ренормгрупповых функций и подготовил компьютерные коды для эффективного использования соотношений между полюсными и бегущими параметрами Стандартной модели, полученных численно.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 8 печатных изданиях, 7 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, 1 — в тезисах докладов.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, четырех глав, заключения и двух приложений. Полный объем диссертации **86** страниц текста с **21** рисунком и **5** таблицами. Список литературы содержит **144** наименования.

## Содержание работы

Во введении обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена обзору известных многопетлевых расчетов ренормгрупповых функций в различных теориях. Обсуждаются особенности вычислений в теориях с явной калибровочной инвариантностью и применение методов ренормгруппы к задачам статистической физики, квантовой хромодинамики и суперсимметричным теориям.

Основной сложностью многопетлевых расчетов является вычисление петлевых интегралов. Используемые для этого методы не зависят от конкретной квантовополевой модели и поэтому методы разработанные для вычислений в КХД, теориях с самодействием скалярного поля и суперсимметричных теориях могут с успехом применяться в вычислениях в Стандартной модели.

Существенные успехи достигнуты в вычислении ренормгрупповых функций КХД. Бета-функция константы сильного взаимодействия известна с четырехпетлевой точностью [1, 2], а аномальная размерность  $\gamma_m$ , функция определяющая поведение бегущей массы кварков, с пятипетлевой точностью [3].

Бета-функция константы самодействия скалярного поля в модели со взаимодействием  $\lambda\varphi^4$  известна с пятипетлевой точностью [4, 5]

Наличие явной калибровочной инвариантности в абелевых калибровочных теориях позволяет существенно упростить вычисление ренормгрупповых функций, поскольку константы перенормировки калибровочных констант связаны с соответствующими константами перенормировки калибровочных полей. Тем же свойством обладают неабелевы теории в калибровке фонового поля [6].

Во второй главе представлены методы эффективного расчета многопетлевых ренормгрупповых функций. Обсуждаются преимущества применения  $\overline{MS}$  схемы перенормировок. Представлена техника вычисления безмассовых диаграмм пропагаторного типа и полностью массивных вакуумных диаграмм.

В  $\overline{MS}$  схеме константы перенормировки не зависят от внешних импульсов и масс рассматриваемых диаграмм и это позволяет существенно упростить вычисления сводя задачу к вычислению петлевых интегралов с единственным масштабом [7]. Если это не приводит к появлению инфракрас-

ных расходимостей, становится возможным положить равными нулю все массы внутренних линий и импульсы всех внешних линий, кроме двух и тем самым свести задачу к вычислению безмассовых интегралов пропагаторного типа.

При вычислении диаграмм с большим числом внешних линий, чтобы избавиться от проблемы выбора новой протечки импульса, удобно положить все внешние импульсы равными нулю, а во все внутренние линии ввести вспомогательную массу. Раскладывая пропагаторы диаграмм, в которых вычтены вклады подрасходимостей, при помощи

$$\underbrace{\frac{1}{(l+p)^2}}_{\omega=-2} = \underbrace{\frac{1}{l^2 - m_A^2}}_{\omega=-2} + \underbrace{\frac{-p^2 - 2lp - m_A^2}{l^2 - m_A^2}}_{\omega=-3} \frac{1}{(l+p)^2}, \quad (1)$$

до тех пор, пока члены не станут конечными и не перестанут давать вклад в расходимость диаграммы. Таким образом задача сводится к вычислению полностью массивных вакуумных интегралов.

Для вычисления трехпетлевых интегралов существуют эффективные пакеты, основанные на соотношениях интегрирования по частям. Для редукции интегралов пропагаторного типа используется пакет MINCER[8], а для редукции полностью массивных вакуумных интегралов пакет MATAD[9].

В работе применялись оба из описанных методов, сведение к безмассовым диаграммам пропагаторного типа использовалось при вычислении бета-функций калибровочных и Юкавских констант, а также констант перенормировки всех полей. Способ сведения к полностью массивным вакуумным интегралам использовался при вычислении бета-функций константы самодействия поля Хиггса и массового параметра скалярного потенциала.

В третьей главе изучается связь между бегущими константами в  $\overline{MS}$  схеме и параметрами в схеме перенормировок на массовой поверхности. Параметры Стандартной модели на масштабе энергий электро-слабой физики в схеме перенормировок на массовой поверхности могут быть извлечены из величин наблюдаемых в эксперименте, а соотношения связывающие их с бегущими параметрами позволяют получить необходимые начальные условия для уравнений эволюции.

Необходимым является перенормировка Стандартной модели в нарушенной фазе в двух схемах перенормировки: на массовой поверхности и  $\overline{MS}$ . Перенормируя массы частиц Стандартной модели в двух разных схемах становится возможным получить соотношения вида

$$\frac{m_B^2(\mu)}{M_B^2} = 1 + \frac{\alpha(\mu)}{4\pi} X_B^{1,0} + \frac{\alpha(\mu)}{4\pi} \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} X_B^{1,1} + \left( \frac{\alpha(\mu)}{4\pi} \right)^2 X_B^{2,0} + \dots \quad (2)$$

для бозонов и

$$\frac{m_f(\mu)}{M_f} = 1 + \frac{\alpha(\mu)}{4\pi} X_f^{1,0} + \frac{\alpha(\mu)}{4\pi} \frac{\alpha_s(\mu)}{4\pi} X_f^{1,1} + \left( \frac{\alpha(\mu)}{4\pi} \right)^2 X_f^{2,0} + \dots \quad (3)$$

для фермионов, а так же обратных к ним. Величины  $X^{i,j}$  являются функциями полюсных масс.

Из указанных соотношений для масс и определенного в  $\overline{MS}$  схеме вакуумного среднего, становится возможным получить соотношения для бегущих констант в терминах полюсных масс и константы Ферми.

Обсуждается учет диаграмм типа головастик, необходимых для сохранения калибровочной инвариантности и численная зависимость конечного ответа от таких вкладов.

Для вычисления констант перенормировки в двух-петлевом приближении в схеме перенормировок на массовой поверхности необходимо вычисление массивных интегралов пропагаторного типа с различными массами с внешним импульсом на массовой поверхности. Описывается процедура редукции возникающих задаче интегралов к набору скалярных мастер-интегралов, а также техника численного вычисления последних.

В **четвертой главе** собраны результаты терехпетлевых расчетов бета-функций констант связи Стандартной модели и двухпетлевые выражения, связывающие бегущие параметры с наблюдаемыми величинами. Обсуждается применение полученных результатов к анализу стабильности Стандартной модели в области высоких энергий.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. В трехпетлевом приближении вычислены все бета-функции констант связи и аномальные размерности всех полей в Стандартной модели. Получено их обобщение на случай матричных Юкавских констант. Полученные результаты находятся в согласии с известными в литературе результатами и являются необходимой независимой проверкой, а вычисление бета-функций Юкавских констант выполнено впервые и еще ждет подтверждения другими группами.
2. Развита эффективный аппарат автоматизированных вычислений функций ренормгруппы в трехпетлевом приближении. Вся цепочка вычисле-



ний, от задания Лагранжиана теории, генерация необходимых диаграмм и вычисление расходимостей интегралов полностью автоматизированы.

3. Получены двухпетлевые соотношения для начальных условий всех бегущих констант Стандартной модели в терминах параметров извлекаемых из эксперимента.
4. Получен полный набор инструментов для NNLO анализа поведения Стандартной модели в области высоких энергий и определения границ стабильности.
5. Все полученные результаты доступны в виде программных кодов свободном доступе.

## Публикации автора по теме диссертации

- A1. *Bagaev, A.A. and Bednyakov, A.V. and Pikelner, A.F. and Velizhanin, V.N.* The 16th moment of the three loop anomalous dimension of the non-singlet transversity operator in QCD // *Phys.Lett.* — 2012. — Т. B714. — С. 76–79. — arXiv: 1206.2890 [hep-ph].
- A2. *Bednyakov, A.V. and Pikelner, A.F. and Velizhanin, V.N.* Anomalous dimensions of gauge fields and gauge coupling beta-functions in the Standard Model at three loops // *JHEP.* — 2013. — Т. 1301. — С. 017. — arXiv: 1210.6873 [hep-ph].
- A3. *Bednyakov A., Pikelner A., Velizhanin V.* Yukawa coupling beta-functions in the Standard Model at three loops // *Phys.Lett.* — 2013. — Т. B722. — С. 336–340. — arXiv: 1212.6829.
- A4. *Bednyakov A., Pikelner A., Velizhanin V.* Higgs self-coupling beta-function in the Standard Model at three loops // *Nucl.Phys.* — 2013. — Т. B875. — С. 552–565. — arXiv: 1303.4364.
- A5. *Bednyakov A., Pikelner A., Velizhanin V.* Three-loop SM beta-functions for matrix Yukawa couplings // *Phys.Lett.* — 2014. — Т. B737. — С. 129–134. — arXiv: 1406.7171 [hep-ph].
- A6. *Bednyakov A., Pikelner A., Velizhanin V.* Three-loop beta-functions and anomalous dimensions in the Standard Model // *J.Phys.Conf.Ser.* — 2014. — Т. 523. — С. 012045. — arXiv: 1309.1643 [hep-ph].
- A7. *Bednyakov A., Pikelner A., Velizhanin V.* Three-loop Higgs self-coupling beta-function in the Standard Model with complex Yukawa matrices // *Nucl.Phys.* — 2014. — Т. B879. — С. 256–267. — arXiv: 1310.3806 [hep-ph].
- A8. *Kniehl B., Pikelner A., Veretin O.* Two-loop electroweak threshold corrections in the Standard Model // *Nucl.Phys.* — 2015. — Т. B896. — С. 19–51. — arXiv: 1503.02138 [hep-ph].

## Список литературы

1. *Ritbergen T. van, Vermaseren J., Larin S.* The Four loop beta function in quantum chromodynamics // *Phys.Lett.* — 1997. — Т. B400. — С. 379–384. — arXiv: hep-ph/9701390 [hep-ph].
2. *Czakon M.* The Four-loop QCD beta-function and anomalous dimensions // *Nucl.Phys.* — 2005. — Т. B710. — С. 485–498. — arXiv: hep-ph/0411261 [hep-ph].
3. *Baikov P., Chetyrkin K., Kühn J.* Quark Mass and Field Anomalous Dimensions to  $\mathcal{O}(\alpha_s^5)$  // *JHEP.* — 2014. — Т. 1410. — С. 76. — arXiv: 1402.6611 [hep-ph].

4. *Gorishnii, S.G. and Larin, S.A. and Tkachov, F.V. and Chetyrkin, K.G.* Five Loop Renormalization Group Calculations in the  $g\phi^4$  in Four-dimensions Theory // Phys.Lett. — 1983. — T. B132. — C. 351.
5. *Kleinert, H. and Neu, J. and Schulte-Frohlinde, V. and Chetyrkin, K.G. and Larin, S.A.* Five loop renormalization group functions of  $O(n)$  symmetric  $\phi^4$  theory and epsilon expansions of critical exponents up to  $\epsilon^5$  // Phys.Lett. — 1991. — T. B272. — C. 39–44. — arXiv: hep-th/9503230 [hep-th].
6. *Abbott L.* The Background Field Method Beyond One Loop // Nucl.Phys. — 1981. — T. B185. — C. 189.
7. *Vladimirov A.* Method for Computing Renormalization Group Functions in Dimensional Renormalization Scheme // Theor.Math.Phys. — 1980. — T. 43. — C. 417.
8. *Gorishnii, S.G. and Larin, S.A. and Surguladze, L.R. and Tkachov, F.V.* Mincer: Program for Multiloop Calculations in Quantum Field Theory for the Schoonschip System // Comput.Phys.Commun. — 1989. — T. 55. — C. 381–408.
9. *Steinhauser M.* MATAD: A Program package for the computation of MAssive TADpoles // Comput.Phys.Commun. — 2001. — T. 134. — C. 335–364. — arXiv: hep-ph/0009029 [hep-ph].