

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи
УДК 530.12; 531.51

Сирило-Ломбардо
Диего Хулио

ОБОБЩЕНИЯ МОДЕЛИ БОРНА-ИНФЕЛЬДА И НЕКОТОРЫЕ
ИХ ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Дубна 2009

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного института ядерных исследований.

Научные руководители:

доктор физико-математических наук, профессор
Е.А. Иванов (ЛТФ ОИЯИ)

доктор физико-математических наук,
А.И. Пашнев (ЛТФ ОИЯИ)

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор

А.Е. Дорохов (ЛТФ ОИЯИ)

доктор физико-математических наук, профессор

А.В. Разумов (ИФВЭ, г. Протвино)

Ведущая организация:

Математический Институт им. В.А. Стеклова РАН, г. Москва.

Защита диссертации состоится “ ____ ” _____ 2009 г. в 15⁰⁰ на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте ядерных исследований, г. Дубна, Московской области.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан “ ____ ” _____ 2009 г.

Ученый секретарь диссертационного совета А.Б. Арбузов

Общая характеристика диссертации.

Актуальность темы.

В 1934 году М. Борн и Л. Инфельд предложили исключительно интересную версию нелинейной электродинамики, привлекательными чертами которой среди многих прочих были следующие.

1) С точки зрения геометрии плотность лагранжиана Борна–Инфельда является одной из наиболее простых форм инвариантных относительно глобальных координатных преобразований.

2) Электродинамика Борна–Инфельда представляет собой единственную, помимо максвелловской, причинную теорию поля со спином 1. Вакуум теории характеризуется напряженностью поля $F_{\mu\nu} = 0$ с полуограниченной плотностью энергии.

3) В теории Борна–Инфельда сохраняется спиральность и решается проблема собственной энергии частиц.

Относительно недавно интерес к нелинейной электромагнитной теории снова возрос в связи с обнаружением того, что такие теории могут сыграть важную роль в развитии струнного подхода, как подчеркивалось в пионерской работе Барбашова и Черникова. Нелинейная электродинамика с борн-инфельдовским лагранжианом описывает низкоэнергетические процессы D-бран, являющиеся непертурбативными солитонными объектами, возникающими естественным образом в D-мерных обобщениях струнной теории. Структура струнных теорий существенно улучшается с введением D-бран, поскольку возникает целый спектр реалистических с точки зрения физики моделей. Например, хорошо известен сценарий "brane-world" который естественным образом включает борн-инфельдовскую электродинамику в калибровочных теориях. С точки зрения теорий гравитации и супергравитации точная форма борн-инфельдовского лагранжиана на D-бране для произвольного фонового поля неизвестна со всей определенностью, в частности, для $SU(N)$ калибровочных полей. Вместе с недавним включением в теории D-бран солитонов в непертурбативном спектре струнной теории было осознано, что низко-энергетическая динамика струн может быть правильно описана с помощью так называемого действия Дирака–Борна–Инфельда. Поскольку выделенная брана, как известно, описывается абелевым действием Дирака–Борна–Инфельда, можно естественным образом ожидать, что мультибранные конфигурации нуждаются в неабелевом обобщении действия Борна–Инфельда. Специфическим образом в случае теории суперструн имеют дело с суперсимметричным обобщением действия Дирака–Борна–Инфельда. В том случае, когда число D-бран соответствует суперсимметрии наблюдается увеличение симметрии при котором абелево действие Дирака–Борна–Инфельда должно быть дополнено соответствующими неабелевыми компонентами.

Не менее актуальным представляется описание поведения релятивистских частиц в суперпространстве. Эти объекты интересны в связи с приложениями

к квантовой теории поля. Поскольку имеются приложимые к практике примеры более или менее суперсимметричных *игрушечных* моделей, то актуально исследовать вопрос, могут ли достаточно произвольные суперсимметричные игрушечные модели претендовать на роль адекватного описания некоторой для нас скрытой реальной физической системы (частично, ответ на этот вопрос и являлся целью проведенного исследования). Не менее интригующими являются и исследования систем с дробной статистикой.

Целью работы является глубокое исследование некоторых аспектов теории Эйнштейна–Борна–Инфельда, а также ее обобщение на неабелев случай. Проводится поиск регулярных решений соответствующих уравнений сферически симметричного монополярного вида. Анализируются решения для вращающихся черных дыр в теории Эйнштейна–Борна–Инфельда. Рассматривается суперсимметричное обобщение изучаемых проблем. На основе анализа скрытой симметрии теории Эйнштейна–Борна–Инфельда указано на возможность обобщения теории, которое связано с кватернионной алгеброй. Теория групп и геометрические методы играют все возрастающую роль в современной теоретической и математической физике. В этой связи теория групп Ли рассматривается в качестве унифицирующей, и на этой основе проводится анализ теории Борна–Инфельда. Анализируются некоторые новые неабелевы суперсимметричные модели, концепции и результаты теории Борна–Инфельда, на основе исключительно удобного и компактного описания. Найдены некоторые точные решения уравнений борн–инфельдовского типа в искривленном пространстве-времени, удовлетворяющие критерию регулярности. Предложено неабелево обобщение теории Борна–Инфельда, включающее суперсимметрию, и независимое от вида калибровочной группы на языке алгебр эндоморфизмов с римановой структурой, который может служить альтернативой концепции калибровочных групп расслоенных пространств. Рассматриваются некоторые вопросы квантовой теории с репараметризационно инвариантным действием для суперчастиц и струнных моделей, которые могут быть применимы в более общей ситуации, в случае, например, D-бран. На основе этой игрушечной модели строятся физические состояния и приводятся некоторые новые релятивистские волновые уравнения. На анализе конкретных примеров рассматривается связь этих конструкций с гармоническим осциллятором.

Научная новизна и практическая ценность.

Найдены и проанализированы с математической и физической точек зрения некоторые решения гравитирующих вращающихся систем. Показано, в частности, что вращающееся решение Борна–Инфельда не может быть генерировано при помощи комплексного преобразования (например алгоритмом Ньюмана–Яниса). Продемонстрировано также, что эти решения имеют не только электромагнитную массу, но также внутренний спин электро-

магнитного происхождения. Построено явное монополеподобное решение и проведена явная идентификация электромагнитной и гравитационной масс. Для суперсимметричного неабелева электромагнитного поля построено суперсимметричное обобщение действия Борна–Инфельда. Предложенное действие Борна–Инфельда оказывается совершенно независимым от вида калибровочной группы, а также от предписаний, касающихся определения следа операторов. На основе этого действия получены многие интересные с точки зрения приложений к физике результаты. На основе предложенного автором нового метода квантования, базирующегося на аксиоматической S-матричной формулировке и теоретико-групповом подходе, обсуждаются проблемы квантования теорий с геометрическим действием в случае борн–инфельдовского действия, суперсимметричной частицы, релятивистской струны, рассматриваемых в качестве игрушечной модели.

Результаты могут быть использованы в НИИЯФ МГУ, ИЯИ, ЛТФ ОИЯИ, ФИАН, ИТЭФ, МИАН и других научных центрах.

Апробация работы.

Результаты, представленные в диссертации, докладывались и обсуждались на научных семинарах Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова Объединенного Института Ядерных Исследований, Математического Института им. В.А. Стеклова, Физического Института РАН, а также представлялись и докладывались на международных конференциях: A.I. Akhiezer Memorial Conference: "QED and Statistical Physics". Kharkov (Ukraine), Oct. of 2001; 8th International Conference: Path Integrals: from quantum information to cosmology. Prague, June 6-10, 2005; Workshop on Gravitational Aspects of Strings and Branes: Gravity, Strings and Gauge Theories, Santiago de Compostela (Spain, 8-11 Feb.2006, Org. By A. Ramallo, J. Mas); Symmetries and Spin, Charles University, Prague (26-30 July 2006);

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 17 работ в реферируемых журналах.

Объем и структура диссертации.

Диссертация состоит из четырех глав общим объемом _____ страниц, включая список цитированной литературы из 151 наименования.

Содержание работы

Диссертационная работа оформлена в виде четырех глав, три из которых посвящены некоторым специальным вопросам теории Эйнштейна–Борна–Инфельда.

В четвертой главе обсуждаются некоторые аспекты описания поведения релятивистских частиц в суперпространстве и рассматриваются вопросы дробной статистики. Эти объекты интересны в связи с приложениями к квантовой теории поля. Для удобства каждая глава содержит свой отдельный список литературы.

Первая глава

В первой главе после небольшого введения и исторического обзора обсуждается новое сферически-симметричное регулярное решение уравнений Эйнштейна–Борна–Инфельда монопольного вида. В 1937 году Б. Хоффманн и Л. Инфельд ввели регуляризационное условие на борновскую теорию поля с целью устранения недостатка связанного с унификацией действия. Ими было отмечено, что регуляризационное условие наложенное на поля дает ограничение в случае сферически симметричного электростатического поля $E_r = 0$ для $r = 0$. В общей теории, регуляризационное условие было использовано не только для $F_{\mu\nu}$ полей, но также для $g_{\mu\nu}$ полей. В рамках общей теории, данное условие формулируется как *Только такие решения уравнений движения могут иметь физический смысл для которых:*

- (а) пространство-время является всюду регулярным;
- (б) $F_{\mu\nu}$ и $g_{\mu\nu}$ поля и их производные, которые входят в уравнения движения и законы сохранения, определены всюду.

В общей теории относительности, сферически-симметричные решения уравнений движений для чисто гравитационного поля даются элементами Шварцшильдовской длины:

$$ds^2 = -Adt^2 + A^{-1}dr^2 + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2),$$

$$A = 1 - \frac{2M}{r}.$$

где M — константа интегрирования. Отметим, что данный элемент имеет существенную сингулярность для $r = 0$ и, следовательно, не удовлетворяет регуляризационному условию. В общей теории относительности при применении к полевым теориям имеется принципиальная возможность ослабить эту сингулярность, поскольку, например, для монополеподобного решения (Б. Хоффманн 1935 г.) элемент длины принимает вид

$$A = 1 - \frac{8\pi}{r} \int_0^r dr [(r^4 + 1)^{1/2} - r^2].$$

Этот элемент длины принимает швацшильдовский вид на расстояниях больших радиуса решения, однако при стремлении расстояния к нулю ($r \rightarrow 0$) имеет коническую сингулярность

$$A \rightarrow 1 - 8\pi = \beta.$$

Обойти эту трудность предлагалось с помощью построения более сложных, чем борн-инфельдовский, нелинейных лагранжианов. В диссертации предло-

жено новое точное сферически-симметричное решение уравнений Эйнштейна–Борна–Инфельда на основе следующей подстановки для матричного элемента длины для статичного монополя

$$ds^2 = -e^{2\Lambda} dt^2 + e^{2\Phi} dr^2 + e^{2F(r)} d\theta^2 + e^{2G(r)} \sin^2 \theta d\varphi^2$$

с компонентами метрического тензора: ($g_{ij} = 0$ при $i \neq j$)

$$\begin{aligned} g_{tt} &= -e^{2\Lambda} & g_{rr} &= e^{2\Phi} & g_{\theta\theta} &= e^{2F} & g_{\varphi\varphi} &= \sin^2 \theta e^{2G}, \\ g^{tt} &= -e^{-2\Lambda} & g^{rr} &= e^{-2\Phi} & g^{\theta\theta} &= e^{-2F} & g^{\varphi\varphi} &= \frac{e^{-2G}}{\sin^2 \theta}. \end{aligned}$$

Наиболее приспособленной для исследования оказывается картановская конструкция 1-форм

$$ds^2 = -(\omega^0)^2 + (\omega^1)^2 + (\omega^2)^2 + (\omega^3)^2$$

где $\omega^0 = e^\Lambda dt$, $\omega^1 = e^\Phi dr$, $\omega^2 = e^{F(r)} d\theta$, $\omega^3 = e^{G(r)} \sin \theta$, которая и используется при построении точного решения. Метрика, в случае когда соответствующие массы в системе равны нулю, является регулярной в смысле Хоффманна–Инфельда. К тому же, данные решения при соответствующем выборе параметров являются асимптотически плоскими и свободными от сингулярностей в выражениях для электрического поля, метрики, тензора энергии-импульса. Кроме этого, оказалось, что электромагнитная масса системы в два раза больше чем электромагнитная масса других известных решений. Также, было показано, что необходимы более строгие условия для разрешения проблем, связанных с недостатками унификации действия.

Вторая глава

Относительно маленькая по объему глава посвящена обсуждению некоторых математических структур скрытой симметрии уравнений Эйнштейна–Борна–Инфельда, и возможности обобщения теории, связанном с кватернионной алгеброй. Достигается это введением кватернионных операторов, отвечающих симметрии исходной теории. Показывается, что определенный частью коммутативного кольца оператор Q и $SO(2)$ симметрия уравнений Борна–Инфельда, оказываются своего рода вложенными в более общую кватернионную структуру. Основанное на этом обобщение уравнений Борна–Инфельда может быть реализовано комплексными операторами на некоммутативном кольце. Этот результат находится в соответствии с наблюдением Гиббонса и Рашида, что в структуре уравнений имеется дискретная симметрия единственная для случая уравнений нелинейной электродинамики Борна–Инфельда. Этот факт наглядно проиллюстрирован автором, поскольку оператор дискретной симметрии Q —обратим. Кватернионная структура фазового пространства введена и описана явным образом с помощью гамильтонова подхода, и показано в тоже время, что исследованная структура фазового пространства Гиббонса и Рашида является

частным случаем введенной в работе автора. Кроме того продемонстрирована явным образом аналогия теории Борна–Инфельда с линейной максвелловской теорией в искривленном пространстве-времени. Для чего нелинейные уравнения Борна–Инфельда без фонового поля представлены в виде уравнений Френеля, как более естественные для теоретической интерпретации.

В третьей главе изучаются некоторые аспекты обобщения теории Эйнштейна–Борна–Инфельда на неабелев случай и исследуется "wormhole"-инстантонное решение уравнений. Рассматриваются вопросы, связанные с суперсимметричным расширением исследуемых проблем. Новое неабелево действие Борна–Инфельда удовлетворяет ряду требований, предъявляемых к такого сорта расширениям. Оно базируется на некотором геометрическом свойстве, которым обладает абелев вариант. Следуя Хуллу и др. мы строим аналогичное действие. При этом удается построить обобщенный элемент объема для действия в виде линейной комбинации компонент метрического и янг-миллсовского тензора энергии-импульса:

$$S_{NBI} = \int \frac{b^2}{4\pi} \left(\sqrt{-g} - \sqrt[4]{|g| \det (g_{\mu\nu} + \mathcal{F}^a_{\mu\lambda} \mathcal{F}^{\lambda}_{a\nu})} \right) dx^4$$

или в явной форме (для тривиального фонового поля) for simplicity)

$$S_{NBI} = \frac{b^2}{4\pi} \int \sqrt{-g} dx^4 \left\{ 1 - \sqrt[4]{\gamma^4 - \frac{\gamma^2}{2} \overline{M}^2 - \frac{\gamma}{3} \overline{M}^3 + \frac{1}{8} (\overline{M}^2)^2 - \frac{1}{4} \overline{M}^4} \right\}$$

где

$$M_{\mu\nu} \equiv F^a_{\mu\lambda} F^{\lambda}_{a\nu}; \quad \gamma \equiv \left(1 + \frac{F^a_{\mu\lambda} F^{\mu\lambda}_a}{4} \right); \quad \overline{M}_{\mu\nu} \equiv M_{\mu\nu} - \frac{g_{\mu\nu}}{4} F^a_{\alpha\beta} F^{\alpha\beta}_a,$$

$$\overline{M}^\nu_\rho \overline{M}^\rho_\nu \equiv \overline{M}^2; \quad \overline{M}^\nu_\lambda \overline{M}^\lambda_\rho \overline{M}^\rho_\nu \equiv \overline{M}^3; \quad (\overline{M}^\rho_\nu \overline{M}^\nu_\rho)^2 \equiv (\overline{M}^2)^2,$$

$$\overline{M}^\nu_\mu \overline{M}^\mu_\lambda \overline{M}^\lambda_\rho \overline{M}^\rho_\nu \equiv \overline{M}^4$$

Предлагаемый лагранжиан для неабелевой теории Борна–Инфельда дает богатый спектр явных гравитационных решений, В случае $O(4)$ плоской геометрии предложенная структура действия удовлетворяет BPS-условию. В частности, для вывода действия не требуется привлечение предписания определения следа операторов. Полученное действие полностью не зависит от вида калибровочной группы. Предложенное действие удовлетворяет некоторому топологическому ограничению, и согласно этому критерию является низшим из возможных реализаций обобщения на неабелев случай. Найдено статическое сферически симметричное регулярное решение выведенной системы уравнений для изотропного случая и показано, что его асимптотика находится в соответствии с решением Икеда Миячи для уравнений Янга-Миллса в плоском пространстве.

В литературе обсуждались различные возможности расширения абелевого действия Борна–Инфельда на случай неабелевой калибровочной симметрии. В основном все эти попытки в качестве исходной точки для перехода к неабелевому действию Борна–Инфельда использовали абелево действие Борна–Инфельда в стандартной форме, при этом все они отличались способом определения операции группового следа. В качестве основных требований для любого кандидата на роль неабелевого действия Борна–Инфельда в контексте суперструны–браны необходимо отметить:

1. действие не должно содержать нечетных степеней напряженности поля F (при таком требовании может быть установлена связь с действием открытой суперструны на древесном уровне);
2. действие будет линеаризовываться при BPS условиях и уравнения движения будут совпадать с уравнениями движения, получаемыми на основе предположения о исчезающей β -функции фоновых полей в теории открытых суперструн;
3. если действие линеаризовано при BPS условиях, это должно быть связано с возможностью суперсимметризации теории Борна–Инфельда.

По этим важным причинам интересно обобщить Лагранжиан Борна–Инфельда для случая неабелевых электромагнитных полей.

В диссертации представлено новое неабелево обобщение действия Борна–Инфельда, которое удовлетворяет упомянутым выше требованиям и, например, является приемлемым кандидатом на роль эффективного действия суперструн и D-бран, кроме того, такое неабелево обобщение имеет фундаментальное значение для теории гравитации и нелинейной электродинамики. Оно основывается на геометрическом свойстве Лагранжиана Борна–Инфельда в форме определителя. Мы расширяем абелево действие Борна–Инфельда в подобной форме как было предложено Халом, на его неабелев аналог, естественным образом сохраняя это геометрическое тождество. Это факт позволяет вычислить обобщенный элемент объема действия как линейную комбинацию компонент метрического тензора и Янг–Милсовского тензора энергии–импульса. Мы покажем, что такой Лагранжиан предложенный в качестве кандидата неабелевой теории Борна–Инфельда дает очень богатый спектр точных гравитационных решений, а также структура предложенного действия в случае плоских $O(4)$ конфигураций удовлетворяет соотношениям энергии–BPS и топологическим ограничениям в соответствии с неравенством Минковского: предложенное действие автоматически редуцируется к Янг–Миллсовской форме при BPS-подобных условиях. Это означает, что прескрипция Цейтлина для симметризованного следа не является единственной, принимающей линейную форму при BPS условиях. Представленное новое неабелево обобщение Лагранжиана Борна–Инфельда согласуется не только с точкой зрения BPS, но также и с первыми принципами: незави-

симостью калибровочной группы и сохранению ее структуры во всех типах конфигураций.

Показав в предыдущих разделах несколько причин для рассмотрения предложенного действия как кандидата на роль неабелевого Лагранжиана Борна–Инфельда перейдем к обсуждению этой проблемы с точки зрения суперсимметрии. Как было показано в предыдущих разделах, очень важным свойством предложенного нами неабелевого действия является его абсолютная независимость от калибровочной группы и, например, также независимость от любых прескрипций для следа (для суперсимметричной версии неабелевого Борна–Инфельда с симметричной прескрипцией для следа). Это фундаментальная особенность делает суперсимметричное расширение нашей модели не только возможным, но и также простейшим.

Предложено новое неабелево обобщение действия Борна–Инфельда исходя из геометрической точки зрения. Преимущество этой формы действия Борна–Инфельда перед другими попытками основывается на следующих положениях.

1. Процесс перехода к новому неабелеву действию выполняется в более естественной форме и основывается на геометрическом свойстве лагранжиана Борна–Инфельда в форме определителя.
2. В новом действии нет прескрипций для следа.
3. Новое действие полностью независимо от калибровочной группы.
4. Наш лагранжиан удовлетворяет неравенству Минковского (топологическому ограничению) по построению, насыщая ограничение при подстановке (анти-)самодуальное условия (10) в (3). В этом случае линеаризованный неабелев Лагранжиан Борна–Инфельда удовлетворяет также BPS-подобным условиям и становится Лагранжианом Янга–Миллса.
5. Из пункта 4 можно видеть, что наше действие остается минимально близко к топологическому ограничению чем другие неабелевы Лагранжианы.
6. Выполненная суперсимметризация модели показывает что предложенное действие удовлетворяет требованиям даваемыми соотношениями BPS–SUSY.
7. По аналогии с абелевым случаем, предложенный Лагранжиан удовлетворяет следующим свойствам:
 - (а) мы получаем обычный предел в случае $b \rightarrow \infty$;
 - (б) электрическая компонента $F_{\mu 0}^a$ неабелева электромагнитного тензора должна быть ограничена для (а), в случае когда магнитная компонента исчезает;
 - (с) действие инвариантно при диффеоморфизме;

(d) действие вещественно.

8. Получено статичное сферически симметричное регулярное решение для системы Эйнштейна–неабелев Борн–Инфельд, асимптотическое поведение решения находится в согласии с типом решений Икеды и Миячи для Янг–Миллса в плоском пространстве и представлено новое решение типа инстантон-wormhole в неабелевой теории Борна–Инфельда–Эйнштейна. Мы показали, что Лагранжиан предложенный как кандидат на роль неабелевой теории Борна–Инфельда, дает точное гравитационное решение, и в случае wormhole можно видеть следующее:

- (a) существует связь между абсолютным полем Борна и Инфельда b и космологической константой Λ , при этом b и Λ могут быть отождествлены;
- (b) общая форма wormhole и туннельного радиуса даются самой теорией Борна–Инфельда без необходимости введения дополнительных полей.

Это означает что представленное здесь неабелево обобщение Борна–Инфельда имеет фундаментальное значение и физический смысл не только с теоретической, но также и с феноменологической точек зрения. В контексте общего анализа возможных неабелевых действий Борна–Инфельда, представленное нами обобщение является сильным кандидатом для описания низкоэнергетической динамики D-бран, решений в непертурбативном секторе (супер)струнной теории.

В четвертой главе обсуждаются некоторые аспекты описания поведения релятивистских частиц в суперпространстве. Эти объекты интересны в связи с приложениями к квантовой теории поля. Например, зависящая от времени система уравнений для спина Ландау или электрон-монополюные конфигурации описываются естественным образом посредством супер–гейзенберг–вейлевских и $OSP(1/2)$ алгебр. Поскольку имеются приложимые к практике примеры более или менее суперсимметричных игрушечных моделей, то возникает естественный вопрос, могут ли достаточно произвольные суперсимметричные игрушечные модели претендовать на роль адекватного описания некоторой для нас скрытой реальной физической системы. Частично, ответ на этот вопрос и являлся целью проведенного исследования. В частности, показано, что релятивистская частица в суперпространстве может описывать систему с дробной статистикой для которой, однако, неизвестен явный вид действия. С другой стороны было продемонстрировано, что система зависящего от времени гармонического осциллятора является удобным инструментом для описания в замкнутой форме систем с более сложной динамикой. После известных работ Ермакова и Хусими, стало понятно, что если любая достаточно сложная физическая задача с очень сложной динамикой допускает представление или отображение на

систему зависящего от времени гармонического осциллятора, то появляется возможность описания посредством когерентных или сжатых состояний. Это важное свойство оказывается выполненным для моделей исследованных автором. Примечательно, что сжатые состояния были применены в контексте квантовой оптики и детектирования гравитационных волн. Правильный выбор реализации физических состояний, однако, существенным образом зависит от группы симметрии, которая, в некотором смысле и определяет динамику исследуемой системы. Исследовались также вопросы зависимости описания одной и той же системы, как функции алгебры, которая может быть присуща системе. На основе простой модели для суперчастицы, предложенной Волковым и Пашневым, исследовались вопросы физической интерпретации операции взятия квадратного корня от оператора и ее связь с системой зависящего от времени гармонического осциллятора, а также сжатых и когерентных состояний.

- i) Построено фоковское описание состояний с дробной статистикой ("состояния после взятия операции квадратного корня от оператора") и проведено их сравнение с рассматриваемой в литературе фоковской конструкцией, для модели частицы в суперпространстве с гамильтонианом стандартного вида;
- ii) в частности продемонстрировано, что в отличие от обсуждавшегося в литературе случая единственными состояниями на которых может быть реализован квадратный корень гамильтонова оператора являются представления наименьшего веса $\lambda = (1/4)$ и $\lambda = (3/4)$;
- iii) имеются четыре возможные нетривиальные дробно реализуемые представления для разложения группы на спиновые структуры для квадратного корня от рассматриваемого гамильтонова оператора, вместо представлений $(1/2, 0)$ и $(0, 1/2)$, как в случае гамильтониана квадратичного по импульсам;
- iv) Для исследуемого частного случая, найдены соответствия между структурами гильбертова пространства рассматриваемых состояний, их спинового содержания соответствующего суб-гильбертова пространства и когерентных и сжатых реализаций физических состояний.
- iv) На основе теории полу-групп построено аналитическое представление оператора радикала в $N = 1$ суперпространстве и исследованы разные возможности, а также возникающие трудности в реализации операции взятия квадратного корня от гамильтонова оператора;
- v) Исследуются вопросы построения релятивистских волновых уравнений предингеровского типа для состояний с дробной статистикой, строятся и исследуются соответствующие операторы тока;
- vi) Рассматриваются вопросы совместности получаемых систем уравнений;
- vii) Находятся некоторые решения предложенных волновых уравнений для полей с дробной статистикой для зависящего от времени случая. Как и для систем зависящего от времени гармонического осциллятора строятся сжатые и когерентные состояния и прослеживается связь между топологией (супер)-группового многообразия и полученных решений с алгебраической точки зрения, а также в плане интерпретации интересной для приложений в теоретической

физике. В заключительной части этой главы рассмотрены вопросы построения квантовополевого пропагатора для неточечных объектов (типа струны) в микраканоническом ансамбле в S -матричной формулировке. Для действия Намбу–Гото пропагатор найден в явной форме. Он не зависит от температуры и в дополнение к имеющимся в литературе ответам, содержит все нелокальные эффекты, генерируемые неточечным объектом во взаимодействии. Проанализировано соотношение между релятивистскими квантовополевыми теориями в микраканоническом ансамбле и чисто S -матричной формулировкой.

На защиту выдвигаются следующие результаты.

Построение явного регулярного сферически симметричного решения уравнений Эйнштейна–Борна–Инфельда монопольного вида, и исследование его свойств. Исследование вращающихся решений для заряженной черной дыры в теории Эйнштейна–Борна–Инфельда.

Изучение некоторых математических структур скрытой симметрии уравнений Эйнштейна–Борна–Инфельда и возможности обобщения теории, которое связано с кватернионной алгеброй.

Построение нового обобщения теории Эйнштейна–Борна–Инфельда на неабелев случай и исследование его инстантонных "wormhole" решений. Процесс перехода к неабелеву случаю проводится в наиболее естественной форме и базируется на геометрических свойствах абелевого борн-инфельдовского лагранжиана в детерминантной форме. В частности, для вывода действия не требуется привлечение предписания определения следа операторов. Полученное действие полностью не зависит от вида калибровочной группы. Предложенное действие удовлетворяет некоторому топологическому ограничению, и согласно этого критерия является низшим из возможных реализаций обобщения на неабелев случай.

Найдено статическое сферически симметричное регулярное решение выведенной системы уравнений для изотропного случая и показано, что его асимптотика находится в соответствии с решением Икеда Миячи для уравнений Янга–Миллса в плоском пространстве.

Исследование вопросов физической интерпретации операции взятия квадратного корня от гамильтонова оператора некоторого частного вида для частицы в суперпространстве и ее связи с системой зависящего от времени гармонического осциллятора, а также сжатых и когерентных состояний, и построение на этой основе систем с дробной статистикой. Разработка оригинального метода квантования систем с дробной статистикой.

Построение квантовополевого пропагатора для неточечных объектов (типа струны) в микраканоническом ансамбле в S -матричной формулировке. Для действия Намбу–Гото пропагатор найден в явной форме.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. D.J. Cirilo-Lombardo; Rotated Charged Black-Holes in Einstein-Born-Infeld Theories, **Problems of atomic Science and Technology** 6, pp. 71-73, 2001.
2. D.J. Cirilo-Lombardo and Yu. P. Stepanovsky; The simple solution of Relativistic Wave Equations for Charged particles in Constant Electric Field and Pair Production, **Problems of atomic Science and Technology** 6, pp. 182-184, 2001.
3. D.J. Cirilo-Lombardo; The Newman-Janis algorithm, rotating solutions and Einstein-Born-Infeld black-holes, **Classical and Quantum Gravity**, 21, issue 6, pp. 1407-1417, 2004.
4. D.J. Cirilo-Lombardo; Rotating Charged Black-Holes in Einstein-Born-Infeld Theory and their ADM mass, **General Relativity and Gravitation**, Vol. 37, Number 5, pp. 847-856, May 2005.
5. D.J. Cirilo-Lombardo; Monopole Solutions and Regularity Conditions in Einstein-Born-Infeld Theories, **Journal of Mathematical Physics** 46, 042501, 2005.
6. D.J. Cirilo-Lombardo; Particle Actions in the Superspace, Square Root Operators and Quaternions, **Romanian Journal of Physics**, pp. 7-8, Vol. 50, 2005.
7. D.J. Cirilo-Lombardo; Non-abelian Born-Infeld action, geometry and supersymmetry, **Classical and Quantum Gravity**, 22, pp. 4987-5004, 2005.
8. D.J. Cirilo-Lombardo; Superparticle actions, square root operators and the Lorentz group $SO(3,1)$, **Hadronic Journal**, Vol. 29, pp. 355-370, 2006.
9. D.J. Cirilo-Lombardo; Quantum field propagator for extended-objects in the microcanonical ensemble and the S-matrix formulation, **Physics Letters B** 637, pp. 133-138, 2006.
10. D.J. Cirilo-Lombardo; On the Lorentz group $SO(3,1)$, geometrical supersymmetric action for particles and square root operators, **Physics of Particles and Nuclei Letters**, v. 3, N6 (135), pp. 123-135, 2006.
11. D.J. Cirilo-Lombardo; On the Lorentz group $SO(3,1)$, geometrical supersymmetric action for particles and square root operators II: Squeezed States and Relativistic Wave Equations, **Physics of Particles and Nuclei Letters**, v. 4, N3 (138), pp. 406-416, 2007.
12. D.J. Cirilo-Lombardo; On the mathematical structure and hidden symmetries of the BI field, **Journal of Mathematical Physics** 48, 032301, 2007.

13. D.J. Cirilo-Lombardo; Non-compact groups, Coherent States, Relativistic Wave equations and the Harmonic Oscillator. **Foundations of Physics** 37, pp. 919-950 (2007).
14. D.J. Cirilo-Lombardo; Physical coordinates as dynamic variables for the superparticle from its geometrical action, **Romanian Reports in Physics**, Vol. 59, No. 4, pp. 1111-1117, 2007.
15. D.J. Cirilo-Lombardo and N.G. Sanchez; Microcanonical model for a gas of evaporating black holes and strings, scattering amplitudes and mass spectrum, **International Journal of Modern Physics A**, Vol. 23, Issue 20.
16. D.J. Cirilo-Lombardo; The geometrical properties of Riemannian superspaces, exact solutions and the mechanism of localization, **Physics Letters B**, 661, pp. 186-191, 2008.
17. D.J. Cirilo-Lombardo; Riemannian superspaces, exact solutions and the geometrical meaning of the field localization, **International Journal Theoretical Physics**, DOI 10.1007/s10773-008-9736-8, 14pp. 2008.