

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ
ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА»

На правах рукописи
УДК 539.172

Нефедов Максим Александрович

ЖЕСТКИЕ ПРОЦЕССЫ В ПОДХОДЕ РЕДЖЕЗАЦИИ ПАРТОНОВ

Специальность 01.04.02 —
«Теоретическая физика»

Диссертация на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., проф.
Салеев Владимир Анатольевич

Самара — 2016

Оглавление

	Стр.
Введение	4
Глава 1. Жесткие процессы в КХД, реджевский предел КХД и подход реджезации партонов	11
1.1 Жесткие процессы в КХД, коллинеарная партонная модель	11
1.2 Реджезация глюона и уравнение БФКЛ	18
1.3 Эффективное действие для КМРК процессов с глюонами в t -канале	28
1.4 Реджезованные кварки	33
1.5 Проблема применения подхода БФКЛ к жестким процессам, подход реджезованных партонов	36
Глава 2. Жесткие процессы в подходе реджезации партонов	48
2.1 Древесные КМРК амплитуды в ПРП	48
2.2 Парное рождение адронных струй в ПРП	54
2.3 Совместное фоторождение фотона и струи в ПРП	60
2.4 Процесс Дрелла-Яна в ПРП	75
2.5 Рождение дифотонов в ПРП	86
Глава 3. Рождение тяжелых кваркониев в ПРП	102
3.1 НРКХД факторизация, обзор физики рождения тяжелых кваркониев	102
3.2 Феноменология рождения чармониев и боттомониев в ПРП	106
Заключение	118
Список сокращений и условных обозначений	119
Список литературы	120
Список рисунков	137
Список таблиц	142
Приложение А. Лагранжиан КХД	143
Приложение Б. Релятивистская кинематика на световом конусе	145
Приложение В. Вильсоновская P-экспонента: определение и основные свойства	146

Приложение Г. Уравнение ДГЛАП и его свойства	148
Приложение Д. Амплитуды партонных подпроцессов $2 \rightarrow 2$	151

Введение

Диссертация посвящена исследованию жестких процессов в неупругих адронных и лептон-адронных столкновениях в подходе реджезации партонов (ПРП). В рамках лидирующего приближения (ЛП) ПРП изучаются парное рождение адронных струй и процесс Дрелла-Яна в адронных столкновениях, а так же ассоциированное фоторождение фотона и струи. В неполном следующем за лидирующим приближении изучается парное рождение прямых изолированных фотонов в протон-протонных и протон-антипротонных столкновениях. Кроме того, в рамках ЛП ПРП получены новые результаты в феноменологии рождения тяжелых кваркониев в адронных столкновениях.

В основе диссертации лежат результаты работ, выполненных автором в период с 2011 по 2016 годы в Самарском университете, а также во время стажировок во II-м Институте теоретической физики Гамбургского университета, г.Гамбург, Германия, финансируемых в рамках совместной Российско-Германской программы научных обменов “Михаил Ломоносов”.

Исследования выполнялись в рамках реализации проектов по грантам министерства образования РФ № 1394 и РФФИ № 14-02-00021, а также при поддержке некоммерческого фонда “Династия”.

Жесткие процессы в адронных и лептон-адронных столкновениях являются одним из основных объектов экспериментальных и теоретических исследований в физике сильного взаимодействия при высоких энергиях. Помимо высокой энергии столкновения \sqrt{S} , наблюдаемые, связанные с жесткими процессами, характеризуются еще и некоторым внутренним масштабом $Q^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$. Интерес сообщества экспериментаторов к этому классу процессов связан с тем, что именно в таких процессах возможно обнаружить наиболее яркие проявления “Новой Физики”, такие как, к примеру, рождение новых тяжелых резонансов.

Интерес теоретиков к физике жестких процессов обусловлен тем, что наличие дополнительного жесткого масштаба Q^2 позволяет систематически разделить вклады непертурбативных эффектов структуры адронов, процесса адронизации и вклад процесса жесткого партонного рассеяния. Процесс жесткого рассеяния кварков и глюонов (партонов) характеризуется виртуальностями партонов порядка Q^2 и потому может изучаться в рамках пертурбативной КХД.

Основным инструментом при изучении жестких процессов, является формула факторизации коллинеарной партонной модели (КПМ):

$$d\sigma = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_i(x_1, \mu_F^2) f_j(x_2, \mu_F^2) \cdot d\hat{\sigma}_{CPM}^{ij}(x_1, x_2, \mu_F^2, \mu_R^2), \quad (1)$$

где суммирование осуществляется по сортам партонов, $d\sigma$ – сечение инклюзивного процесса $p(P_1) + p(P_2) \rightarrow Y + X$, μ_R – масштаб перенормировки бегущей константы связи КХД $\alpha_s(\mu_R)$, μ_F – масштаб факторизации, $f_i(x, \mu_F^2)$ – партонные функции распределения (ПФР), $d\hat{\sigma}_{CPM}$ – коэффи-

коэффициент жесткого рассеяния, вычисляемый по теории возмущений порядок за порядком по α_s . В ЛП КПМ, коэффициент жесткого рассеяния равен сечению партонного подпроцесса $i(q_1) + j(q_2) \rightarrow Y$, где $q_{1,2}^\mu = x_{1,2} P_{1,2}^\mu$, $q_{1,2}^2 = 0$. Как правило, масштабы μ_F и μ_R выбирают равными Q^2 , чтобы устранить из $d\hat{\sigma}_{CPM}$ члены $\sim \log Q^2 / \mu_{F/R}^2$, возникающие за пределами ЛП. Формула факторизации (1) верна с точностью до поправок подавленных степенью жесткого масштаба (см. например монографию [1]) и широко применяется в феноменологии сильного взаимодействия при высоких энергиях. Зависимость ПФР от масштаба μ_F определяется уравнениями Докшитцера-Грибова-Липатова-Алтарелли-Паризи (ДГЛАП).

При применении КПМ к жестким процессам и наблюдаемым характеризующимся более чем одним жестким масштабом, возникают дополнительные трудности, связанные с тем, что высшие пертурбативные поправки к $d\hat{\sigma}$ оказываются усиленными большими логарифмическими – $[\alpha_s \log Q_1/Q_2]^n$ или дважды логарифмическими – $[\alpha_s \log^2 Q_1/Q_2]^n$ членами. Например, это могут быть Судаковские двойные логарифмы $\log^2(p_T/M)$ в p_T -спектре Дрелл-Яновских лептонных пар массы M [2] или БФКЛ логарифмы (см. [3], гл. 9) в области высоких энергий $\log 1/x \sim \log(\mu_F/\sqrt{S})$. Одним из распространенных подходов к учету названных эффектов является подход k_T -факторизации [1; 4], состоящий в переходе от формулы факторизации (1) к факторизации зависящей от поперечного импульса партонов в t -канале:

$$d\sigma = \sum_{i,j} \int \frac{dx_1}{x_1} \int \frac{d^2 \mathbf{q}_{T1}}{\pi} \Phi_i(x_1, t_1, \mu_F^2) \times \int \frac{dx_2}{x_2} \int \frac{d^2 \mathbf{q}_{T2}}{\pi} \Phi_j(x_2, t_2, \mu_F^2) \cdot d\hat{\sigma}_{ij}(q_1, q_2, \mu_F, \mu_R), \quad (2)$$

где 4-импульсы партонов параметризованы как $q_{1,2}^\mu = x_{1,2} P_{1,2}^\mu + q_{T1,2}^\mu$, $q_{1,2}^2 = -\mathbf{q}_{T1,2}^2 = -t_{1,2} \neq 0$, $\Phi_i(x, t, \mu_F^2)$ – неинтегрированные ПФР (нПФР).

Задача калибровочно-инвариантного определения нПФР и коэффициента жесткого рассеяния $d\hat{\sigma}$ в настоящее время удовлетворительно решена только для области $t_{1,2} \ll \mu_F^2$ в которой зависимостью $d\hat{\sigma}$ от $t_{1,2}$ можно пренебречь [1]. В этом случае, формула факторизации типа (2), называемая формулой Transverse Momentum Dependent (TMD) факторизации и применяется для пересуммирования больших логарифмов важных в области малых p_T . Однако, представляет значительный феноменологический интерес и область $x \ll 1$ в которой $x\sqrt{S} \sim t_{1,2}$ и зависимостью $d\hat{\sigma}$ от $t_{1,2}$ пренебречь нельзя.

Подход реджезации партонов (ПРП) направлен на построение калибровочно-инвариантной схемы k_T -факторизации, применимой в указанной выше кинематической области. Он основан на известном в КХД свойстве факторизации амплитуд в реджевском пределе (БФКЛ-факторизации), когда частицы в конечном состоянии можно сгруппировать в кластеры сильно разделенные по быстроте. В этом пределе, КХД амплитуды факторизуются на калибровочно-инвариантные блоки, соответствующие рождению сильно разделенных по быстроте кластеров частиц, связанные t -канальными обменами реджезованными глюонами и кварками – эффективными калибровочно-инвариантными степенями свободы КХД при высоких энергиях. Удобным инструментом для

построения мультiredжевской асимптотики амплитуд, является эффективная калибровочно-инвариантная теория для высокоэнергетического предела КХД [5; 6]. Рассматривая партоны на входе в жесткий процесс как реджезованные кварки (Q) и глюоны (R), можно дать калибровочно-инвариантное определение для коэффициента жесткого рассеяния $d\hat{\sigma}$ как в ЛП так и в СЛП, что представляет большой интерес для феноменологии жестких процессов при энергиях коллайдеров Тэватрон и БАК.

Целью настоящей работы является применение ПРП в ЛП к ряду новых процессов и развитие техники вычисления реальных СЛП поправок в ПРП.

Задачи настоящей работы:

1. Продолжение исследования феноменологии рождения тяжелых кваркониев в адронных столкновениях в рамках ЛП ПРП и гипотезы факторизации нерелятивистской КХД (НРКХД-факторизации) на основе прецизионных экспериментальных данных, полученных на коллайдерах Тэватрон и БАК. Изучение роли фрагментационного механизма рождения. Получение предсказаний для поляризационных наблюдаемых и сравнение их с экспериментом.
2. Вычисление квадратов модулей амплитуд основных древесных КХД процессов $2 \rightarrow 2$ с реджезованными глюонами и кварками в начальном состоянии. Разработка программного кода, позволяющего автоматически генерировать амплитуды КХД-процессов $2 \rightarrow 3$ при помощи современных систем компьютерной алгебры.
3. Изучение азимутальной декорреляции пар адронных струй в ЛП ПРП, сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными коллабораций ATLAS и CMS.
4. Расчет сечений рождения Дрелл-Яновских лептонных пар в рамках ЛП ПРП, дифференциальных по поперечному импульсу $-q_T$ и инвариантной массе пары $-Q$. Сравнение предсказаний теории в области $Q < M_Z$ с имеющимися экспериментальными данными.
5. Исследование процесса совместного фоторождения фотона и струи в рамках ЛП ПРП. Вывод квадратов модуля амплитуд основных древесных подпроцессов и однопетлевого подпроцесса $\gamma R \rightarrow \gamma g$. Сравнение результатов численных расчетов сечений с экспериментальными данными коллабораций H1 и ZEUS, полученными в $e^\pm p$ -столкновениях на коллайдере DESY HERA.
6. Исследование процесса парного рождения изолированных прямых фотонов в рамках неполного СЛП ПРП с учетом древесных СЛП поправок. Вывод квадратов модуля амплитуд древесных подпроцессов $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$. Вывод квадрата модуля амплитуды однопетлевого подпроцесса $RR \rightarrow \gamma\gamma$. Разработка процедуры вычитания двойного счета вкладов реальных излучений между СЛП подпроцессами $2 \rightarrow 3$ и ЛП подпроцессами $2 \rightarrow 2$. Сравнение предсказаний теории с экспериментальными данными, полученными на коллайдерах Тэватрон и БАК.

Научная новизна:

1. В серии работ [7—10] продолжено исследование феноменологии рождения тяжелых кваркониев в адронных столкновениях в рамках ЛП ПРП и гипотезы НРКХД-

- факторизации. На основе прецизионных экспериментальных данных полученных на коллайдерах Тэватрон и БАК в последние годы, проведен детальный феноменологический анализ применимости ПРП, роли фрагментационного механизма рождения для описания имеющихся данных и проблемы описания поляризации тяжелых кваркониев.
2. В работе [11] впервые получены выражения для квадратов модуля амплитуд всех основных древесных КХД процессов $2 \rightarrow 2$ с реджезованными кварками и глюонами в начальном состоянии. Впервые показано, что данные выражения в сочетании с ЛП нПФР Кимбера-Мартина-Рыскина [12—14] позволяют описать нормированные спектры пар струй по азимутальному углу между поперечными импульсами струй $\Delta\phi$ вплоть до $\Delta\phi \simeq \pi/2$.
 3. В продолжение работы начатой в [11] впервые создан скрипт-описание модели (model-file) ReggeQCD для пакета FeynArts, позволяющий получать калибровочно-инвариантные амплитуды древесных КХД процессов с реджезованными кварками и глюонами в начальном состоянии и множественностью вплоть до трех кварков, глюонов или фотонов в конечном состоянии. Первая версия скрипта-описания модели (ReggeQuarks v. 1.0) была использована для генерации амплитуд процессов $2 \rightarrow 3$ в работе [15] и опубликована в качестве приложения к этой работе.
 4. В работе [16] в рамках ЛП ПРП впервые проведено исследование q_T -спектров Дрелл-Яновских лептонных пар с массами $Q < M_Z$ а так же зависимости угловых распределений лептонов в системе покоя пары от q_T -пары. Обнаружен эффект нарушения соотношений Лама-Тунга для коэффициентов углового распределения в области малых x .
 5. В работе [17] впервые исследовался процесс фоторождения фотона и струи в рамках ЛП ПРП. Были учтены древесные подпроцессы $\gamma Q \rightarrow \gamma q$, $(\gamma \rightarrow)q + R \rightarrow \gamma q$ и подпроцесс $\gamma R \rightarrow \gamma g$ идущий через кварковую петлю. Впервые получены точные аналитические выражения для спиральных амплитуд подпроцесса $\gamma R(t_1) \rightarrow \gamma g$, учитывающие зависимость амплитуды от виртуальности реджезованного глюона t_1 и продемонстрировано выполнение коллинеарного предела.
 6. В работе [15] инклюзивное рождение изолированных пар фотонов в неупругих pp и $p\bar{p}$ столкновениях рассматривается с учетом реальных СЛП поправок в ПРП. Впервые развита техника вычитания двойного счета при расчете реальных СЛП поправок в ПРП и показано, что в области $p_{T\gamma\gamma} > M_{\gamma\gamma}$, где ЛП ПРП лучше всего описывает эксперимент, СЛП поправка подавлена, что демонстрирует самосогласованность подхода. Так же впервые выведены точные аналитические выражения для спиральных амплитуд однопетлевого подпроцесса $RR \rightarrow \gamma\gamma$ с учетом зависимости от виртуальностей реджезованных глюонов $t_{1,2}$. Показано выполнение коллинеарного предела и исследован вклад этого подпроцесса в сечение.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Показано, что октетные непертурбативные матричные элементы (НМЭ) полученные в результате фита данных Тэватрона ($\sqrt{S} = 1.8$ и 1.96 ТэВ) по инклюзивным p_T -спектрам

- прямых J/ψ , $\psi(2S)$ и χ_{cJ} -мезонов в рамках ЛП ПРП с нПФР КМР и гипотезы НРКХД факторизации, позволяют описать данные коллабораций ATLAS, CMS и LHCb по p_T -спектрам прямых J/ψ , $\psi(2S)$ и χ_{cJ} -мезонов измеренным в pp -столкновениях при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Продемонстрирована необходимость учета фрагментационного механизма в лидирующем логарифмическом приближении для описания данных при $p_T \gg 10M_{J/\psi}$. Получено хорошее описание p_T -спектров состояний боттомония $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$, $\Upsilon(3S)$ измеренных коллаборациями ATLAS, CMS и LHCb в pp -столкновениях при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ а так же данных Тэватрона ($\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ). В случае боттомониев необходимая доля октетных вкладов оказывается ожидаемо меньшей по сравнению с чармониями, и полученные октетные НМЭ позволяют описать аналогичные спектры измеренные на Тэватроне при $\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ. Полученные в результате фита в ЛП ПРП октетные НМЭ оказываются в пределах 2–3 стандартных отклонений совместимы с результатами фитов в СЛП КММ.
2. С использованием полученных в результате описанных выше фитов НМЭ в рамках ЛП ПРП и НРКХД была вычислена зависимость поляризационной наблюдаемой λ_{θ}^{HF} от p_T для состояний $\psi(2S)$ и $\Upsilon(3S)$. Поляризация чармониев на больших p_T оказывается практически поперечной ($\lambda_{\theta}^{HF} = +1$), что находится в противоречии с экспериментальными данными полученными коллаборациями Тэватрона и БАК. Данное расхождение теории и эксперимента наблюдается и в СЛП КММ (т. н. Heavy Quarkonium Polarization Puzzle). Для боттомониев поперечная поляризация на больших p_T менее выражена и предсказания находятся в лучшем согласии с экспериментом.
 3. Выведены аналитические выражения для квадратов модуля амплитуд основных КХД процессов $2 \rightarrow 2$ с реджезованными кварками и глюонами в начальном состоянии. Продемонстрирована их калибровочная инвариантность и выполнение коллинеарного предела. Показано, что полученные выражения в сочетании с нПФР КМР позволяют описать спектры азимутальной декорреляции пар струй при энергиях БАК вплоть до $\Delta\phi \simeq \pi/2$. Написан скрипт-описание модели (model-file) ReggeQCD для пакета FeynArts позволяющий сгенерировать амплитуду любого древесного КХД процесса с реджезованными кварками и глюонами в начальном состоянии и множественностью конечного состояния вплоть до 3 (кварков, глюонов или фотонов). Написан комплекс программ в системе компьютерной алгебры *Mathematica* позволяющий проверить калибровочную инвариантность полученной амплитуды и вычислить её квадрат модуля.
 4. Показано, что ЛП ПРП в сочетании с нПФР КМР позволяет описать имеющиеся данные по p_T -спектрам Дрелл-Яновских лептонных пар и угловым распределениям лептонов в системе покоя пары в зависимости от p_T в области инвариантной массы пары $Q < M_Z$. Предсказано нарушение соотношения Лама-Тунга для угловых коэффициентов ($A_0 = A_2$) в области малых p_T и Q при $\sqrt{S} \rightarrow \infty$, т. е. в области малых x .
 5. Проведены расчеты сечений совместного фоторождения прямого фотона и струи, дифференциальных по поперечным энергиям, быстротам фотона и струи, азимутальному углу между поперечными импульсами фотона и струи и ряду других переменных. Расчеты

ты проводились с учетом ЛП подпроцессов $Q(t_1) + \gamma \rightarrow q\gamma$, $R(t_1) + q[\gamma] \rightarrow q + \gamma$, $R(t_1) + \gamma \rightarrow \gamma + g$. Последний идет через кварковую петлю, и для него были получены точные аналитические выражения для спиральных амплитуд с учетом зависимости амплитуды от виртуальности реджезованного глюона t_1 . В коллинеарном пределе, полученные выражения воспроизводят известный из литературы ответ для подпроцесса $\gamma g \rightarrow \gamma g$. Было продемонстрировано удовлетворительное согласие расчетов в ЛП ПРП с данными для большого набора дифференциальных спектров измеренных коллаборациями ZEUS и H1 на ep -коллайдере DESY HERA.

6. Проведены расчеты сечений рождения пар прямых изолированных фотонов в pp и $p\bar{p}$ -столкновениях, дифференциальных по поперечным энергиям фотонов, инвариантной массе пары и азимутальному углу между поперечными импульсами фотонов. Учен процесс ЛП ПРП $Q(t_1) + \bar{Q}(t_2) \rightarrow \gamma + \gamma$, древесные СЛП подпроцессы $Q(t_1) + R(t_2) \rightarrow \gamma + \gamma + g$, $Q(t_1) + \bar{Q}(t_2) \rightarrow \gamma + \gamma + g$ и однопетлевой ССЛП подпроцесс $R(t_1) + R(t_2) \rightarrow \gamma + \gamma$. Древесные СЛП поправки в ПРП можно сделать конечными, используя условие изоляции Фриксione для фотонов в конечном состоянии [18], так что их можно рассматривать отдельно от однопетлевых поправок. Предложена процедура вычитания двойного счета между древесной СЛП поправкой и излучениями сильно отделенными по быстроте, учтенными в нПФР уже в ЛП. Для подпроцесса $R(t_1) + R(t_2) \rightarrow \gamma + \gamma$ выведены точные аналитические выражения для спиральных амплитуд с учетом зависимости амплитуды от виртуальности реджезованных глюонов $t_{1,2}$ и показано, что они воспроизводят известные выражения для амплитуд подпроцесса $gg \rightarrow \gamma\gamma$ в коллинеарном пределе. Получено удовлетворительное согласие теоретических предсказаний в описанном выше неполном СЛП приближении ПРП с экспериментальными данными коллабораций Тэватрона и БАК. Наилучшее согласие с экспериментом достигнуто в области $p_{T\gamma\gamma} > M_{\gamma\gamma}$, где СЛП поправка подавлена, что демонстрирует самосогласованность подхода.

Научная и практическая значимость полученных результатов для амплитуд древесных КХД процессов $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$ с реджезованными партонами в начальном состоянии, а так же однопетлевых амплитуд с реджезованными партонами в начальном состоянии состоит в том, что они могут быть использованы для разработки Монте-Карло генераторов событий, широко применяющихся для получения феноменологических предсказаний в физике высоких энергий. Разработанная схема вычитания двойного счета для реальных СЛП поправок открывает перспективу развития ПРП в СЛП. Полученные феноменологические результаты в области физики тяжелых кваркониев указывают направление дальнейших исследований в этой области и вызывают интерес у экспериментальных групп [19].

Достоверность полученных результатов обеспечивается тем, что в основе ПРП лежит калибровочно-инвариантная эффективная теория для реджевского предела КХД [5], гарантирующая калибровочную инвариантность амплитуд с реджезованными партонами в начальном состоянии и t -канальную факторизацию КХД-амплитуд в реджевском пределе, по крайней мере в ЛП и СЛП. Для всех амплитуд обсуждаемых в настоящей работе проверено, что в соответст-

ющим образом определенном коллинеарном пределе они воспроизводят известные результаты для амплитуд КПП. Кроме того, условие упорядочения по скорости между последним партоном излучаемым в цепи эволюции и жестким процессом, делает нПФР КМР совместимой с БФКЛ-факторизацией КХД амплитуд.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих научных форумах: Международная конференция “Структура адронов и КХД 2012” (HSQCD-2012, Гатчина, РФ, секционный доклад), международная школа-конференция “Calculations for Modern and future Colliders” (CALC-2012, ОИЯИ, Дубна, РФ, секционный доклад), Международная конференция “Конфайнмент кварков и спектр адронов X” (Confinement X, 2013г., Мюнхен, Германия, стендовый доклад), международная школа-конференция “Физика тяжелых кварков” (HQ-2013, ОИЯИ, Дубна, РФ, секционный доклад), международная конференция “International Conference on High Energy Physics” (ICHEP-2014, Валенсия, Испания, секционный доклад), международная конференция “КХД на Большом Адронном Коллайдере” (QCD@LHC-2014, Суздаль, РФ, секционный доклад), международная конференция “Математическая физика и её приложения” (MPHA-2014, Самара, РФ, секционный доклад), международная конференция “Конфайнмент кварков и спектр адронов XI” (Confinement XI, 2015 г., Санкт-Петербург, РФ, секционный доклад), международная конференция “Квантовая теория поля и физика высоких энергий” (QFTHEP-2015, Самара, РФ, секционный доклад), международная конференция “Resummation Evolution Factorization” (REF-2015, Гамбург, Германия, секционный доклад), международная сессия-конференция СЯФ ОФН РАН “Физика фундаментальных взаимодействий”(2016 г., Дубна, РФ, секционный доклад), а так же на семинарах II института теоретической физики Гамбургского университета в 2013 и 2015 годах. Кроме того, результаты работы обсуждались на регулярных семинарах на кафедре общей и теоретической физики Самарского университета.

Личный вклад автора в решение рассматриваемых в диссертации задач является определяющим. Аналитические результаты, на которых основаны работы [10; 15; 17], получены автором. В работах [7—9; 11; 16] автор проводил независимую проверку аналитических формул. Численные результаты, на которых основаны работы [7—10; 15—17], получены автором. В работе [11] автор проводил независимую численную перепроверку получаемых результатов. Скрипт-описание модели ReggeQCD написан автором.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 11 печатных работах, 7 из которых опубликованы в журналах, рекомендованных ВАК [7—9; 11; 15—17], работа [10] опубликована в виде препринта и направлена в журнал *Physical Review D*, 3 работы [20—22] опубликованы в трудах конференций.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения и пяти приложений. Полный объём диссертации составляет 159 страниц с 43 рисунками и 9 таблицами. Список литературы содержит 223 наименования.

Глава 1. Жесткие процессы в КХД, реджевский предел КХД и подход реджезации партонов

1.1 Жесткие процессы в КХД, коллинеарная партонная модель

В настоящее время, одним из важнейших направлений развития теории и эксперимента в физике элементарных частиц является физика неупругих адронных, лептон-адронных и лептонных столкновений при высоких энергиях. Интерес к этому классу процессов обусловлен как с точки зрения прецизионной проверки Стандартной Модели (СМ) и её составной части – Квантовой Хромодинамики (КХД), так и с целью поиска эффектов “новой физики”, выходящих за пределы СМ.

Лагранжиан КХД в ковариантной калибровке, а так же наши соглашения для калибровочных преобразований полей Янга-Миллса A_μ и кварковых полей ψ приведены в приложении А.

Одним из основных свойств КХД, как перенормируемой квантовой теории поля является свойство асимптотической свободы, отражающее специфическое для неабелевой калибровочной теории поведение перенормированной константы связи в зависимости от энергетического масштаба изучаемого процесса. В самой распространенной в пертурбативной КХД (пКХД) \overline{MS} -схеме регуляризации и перенормировки теории, зависимость константы связи $\alpha_s = g_s^2/(4\pi)$ от параметра схемы μ_R , задается уравнением ренормгруппы

$$\frac{\partial}{\partial \log \mu_R^2} \left(\frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} \right) = \beta \left(\frac{\alpha_s(\mu_R)}{4\pi} \right), \quad (1.1)$$

где $\beta(a_s)$ – бета-функция теории. В области малых значений α_s , бета-функция может быть представлена в виде ряда теории возмущений:

$$\beta(a_s) = -\beta_0 a_s^2 - \beta_1 a_s^3 + O(a_s^4), \quad (1.2)$$

где первый коэффициент разложения $-\beta_0 = 11 - 2n_F/3$ в теории с $N_c = 3$ и n_F -флейворами “активных” кварков с массами $m_q \ll \mu_R$, а выражения для нескольких следующих коэффициентов можно найти например в разделе 1.9 книги [3]. При $a_s \ll 1$ и не очень больших n_F в (1.2) доминируют первые несколько членов ряда, и $\beta(a_s)$ оказывается отрицательной, чем и обусловлено упомянутое выше убывание α_s с ростом μ_R . Оборвав ряд (1.2) на первом члене, можно выписать приближенное решение уравнения (1.1) в виде:

$$\alpha_s(\mu^2) = \frac{4\pi}{\beta_0 \log(\mu^2/\Lambda_{QCD}^2)}, \quad (1.3)$$

где масштаб Λ_{QCD} возникает как постоянная интегрирования и может быть зафиксирован, если известно значение α_s на некотором масштабе μ_0 . Из сравнения с экспериментом (см. например разд. 9.4.8 в обзоре [23]) известно, что масштаб $\Lambda_{QCD} \sim 0.2$ ГэВ, по этому для $\mu_R \gg 1$ ГэВ можно полагать $a_s = \alpha_s/(4\pi) \ll 1$ и применять теорию возмущений.

При $\mu_R \sim \Lambda_{QCD}$ КХД переходит в режим сильной связи и теория возмущений теряет свою применимость. Соответственно, взаимодействие адронов при низких энергиях столкновения в системе центра масс (СЦМ) в основном обусловлено режимом сильной связи и непертурбативными эффектами КХД, что существенно затрудняет его детальное теоретическое изучение.

Однако, при повышении энергии столкновения, удастся выделить класс т. н. жестких процессов и наблюдаемых, характеризующихся большим Лорентц-инвариантным энергетическим масштабом $Q^2 \gg 1$ ГэВ. Для устранения из пертурбативных расчетов больших логарифмических поправок вида $\alpha_s^n(\mu_R) \log^n(Q^2/\mu_R^2)$, естественно положить $\mu_R^2 \sim Q^2$, что позволяет выделить “пертурбативное ядро” изучаемого процесса, характеризующееся виртуальностями кварков и глюонов порядка Q^2 и малой константой связи. Однако, кварки и глюоны не существуют в свободном состоянии, а находятся в конфайнменте внутри наблюдаемых адронов. Адроны, состоящие из легких кварков, характеризуются энергетическими масштабами порядка Λ_{QCD} и для их описания теория возмущений неприменима. По этому, применение методов пертурбативной КХД даже к жестким процессам, это неизбежный компромисс между теорией и феноменологией. Необходимо выбрать определение наблюдаемой величины так, чтобы появилась возможность строгого разграничения эффектов больших и малых энергетических масштабов (т. е. малых и больших расстояний соответственно), по возможности последовательного расчета первых и экономной феноменологической параметризации вторых. По сути в этом и состоит главная задача пертурбативной КХД.

Примеры жестких процессов, для которых эта задача успешно решена, многообразны. Для инклюзивных наблюдаемых в процессе e^+e^- -аннигиляции, таких как полное сечение процесса $e^+e^- \rightarrow$ адроны, $e^+e^- \rightarrow n$ -адронных струй, и. т. п. роль жесткого масштаба играет энергия столкновения в системе центра масс \sqrt{S} . Последовательный КХД расчет этих процессов основан на том, что рождающаяся в e^+e^- -аннигиляции система кварков и глюонов заведомо перейдет в какое-либо адронное конечное состояние. Если не интересоваться слишком тонкими деталями динамики распределений конечных адронов, а например кластеризовать их в струи, то сечение такого процесса не будет слишком сильно зависеть от деталей процессов адронизации.

Процессы с адронами в начальном состоянии более сложны. Ясно, что адроны состоящие из легких кварков должны быть существенно релятивистскими связанными состояниями. Учитывая, что КХД в данном случае находится в режиме сильной связи, следует ожидать большого вклада в адронную волновую функцию высших фоковских компонент, содержащих дополнительные по отношению в “валентным” кварк-антикварковые пары и глюоны. Таким образом, задача параметризации эффектов структуры начального состояния в общем случае представляется необозримой, однако она существенно упрощается, если помимо энергии столкновения \sqrt{S} изучаемый процесс характеризуется еще каким-нибудь жестким масштабом Q^2 .

Исторически первым примером такого процесса, является процесс инклюзивного глубоко-неупругого рассеяния лептона на протоне

$$p(P) + e^\pm(q_2) \rightarrow e^\pm(q_3) + X, \quad (1.4)$$

где четырехмерные импульсы частиц указаны в скобках а X - означает произвольное адронное конечное состояние. Данный инклюзивный процесс можно полностью описать в терминах трех Лорентц-инвариантных переменных:

$$Q^2 = -q^2 = -(q_3 - q_2)^2, \quad (1.5)$$

$$x_B = \frac{Q^2}{2Pq}, \quad (1.6)$$

$$y = \frac{qP}{q_2P}, \quad (1.7)$$

причем Бьеркеновская переменная x_B подчиняется кинематическому ограничению $0 < x_B \leq 1$. В лидирующем порядке по константе связи КЭД α сечение процесса (1.4) можно записать в виде:

$$\frac{d\sigma}{dx_B dQ^2} = \frac{4\pi\alpha^2 y^2}{Q^6} \left(\frac{1}{2} \text{tr} [\hat{q}_2 \gamma_\nu \hat{q}_3 \gamma_\mu] \right) W_{\mu\nu}. \quad (1.8)$$

Адронный тензор $W_{\mu\nu}$ может быть параметризован в терминах структурных функций $F_{1,2}(x_B, Q^2)$ следующим образом:

$$\frac{1}{\pi} W_{\mu\nu} = - \left(g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{Q^2} \right) F_1(x_B, Q^2) + \left(P_\mu + \frac{q_\mu(Pq)}{Q^2} \right) \left(P_\nu + \frac{q_\nu(Pq)}{Q^2} \right) F_2(x_B, Q^2). \quad (1.9)$$

Контролируемое разделение пертурбативной и непертурбативной стадий процесса ГНР может быть достигнуто в Бьеркеновском пределе:

$$Q^2 \rightarrow \infty, \quad x_B = \text{const.}$$

При стандартном обосновании коллинеарной факторизации для ГНР в Бьеркеновском пределе обычно используется подход операторного разложения (см. например, раздел 7.5 монографии [3] или гл. 4, 5 монографии [24]), однако в настоящей работе мы будем следовать менее формальному подходу монографии [1], который может быть распространен и на ряд других инклюзивных процессов, в отличие от подхода операторного разложения.

Для того, чтобы оставаться в рамках теории возмущений, рассмотрим процесс ГНР на тяжелом кварке массы $m \gg \Lambda_{QCD}$ с импульсом P (см. Рис. 1.1). Сечение ГНР на массивном кварке конечно, т. к. масса кварка регуляризует коллинеарные расходимости, а инфракрасные (ИК) расходимости возникающие при интегрировании по фазовому объему реальных излучений, сокращаются с соответствующими ИК расходимостями в петлевых диаграммах порядок за порядком ТВ [25; 26]. Тем не менее, как показано в [27], в Бьеркеновском пределе основной вклад в сече-

ние будет давать область интегрирования по импульсам партонов, которая приводила бы к коллинеарным и ИК расходимостям, будь масса кварка равна нулю. Вклад всех остальных областей интегрирования по импульсам реальных и виртуальных партонов будет поправкой подавленной степенным образом по отношению к упомянутому выше основному (leading twist) вкладу.

Введем удобное понятие *региона* – Фейнмановской диаграммы или класса Фейнмановских диаграмм, для всех или части линий которых явно указана область интегрирования по импульсу текущему по этой линии (как правило – отличная от канонической).

Для определения релевантных для данной задачи регионов, удобно пользоваться *конусным* (Судаковским) разложением для четыре-импульсов. Будем рассматривать процесс ГНР в ИСО, в которой мишень (протон или тяжелый кварк) имеют большой, почти светоподобный 4-импульс P направленный вдоль оси Oz . Введем два светоподобных вектора n_+ и n_-

$$n_-^\mu \simeq P^\mu / P^0, n_\pm^\mu = (1, 0, 0, \mp 1)^\mu, \quad (1.10)$$

т. е. $n_+ n_- = 2$. Этими векторами мы будем пользоваться как базисными векторами Судаковского разложения, определенного в приложении Б.

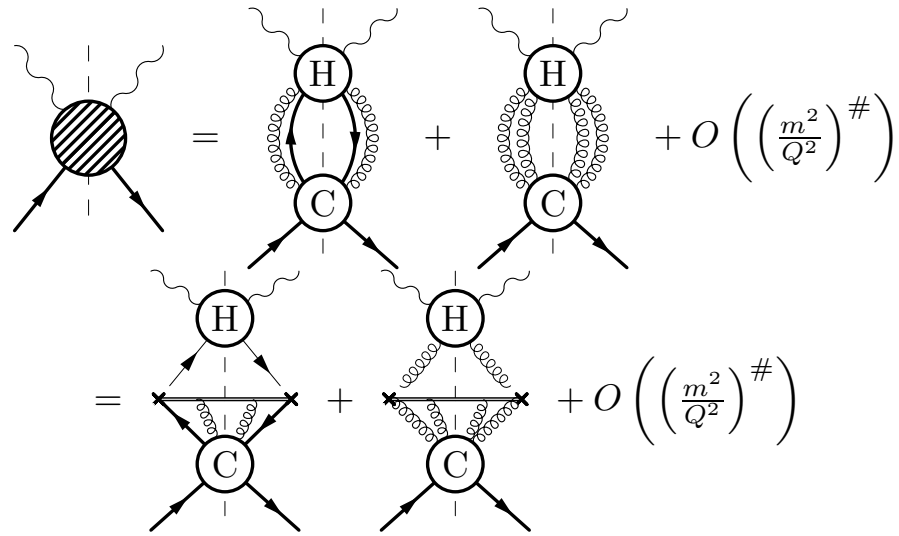


Рисунок 1.1 — Лидирующие регионы, приводящие к коллинеарной факторизаций для тензора $W_{\mu\nu}$ в случае ГНР на тяжелом кварке.

Лидирующий регион схематически изображен диаграммами после первого знака равенства на Рис. 1.1. Импульсы партонов в блоке C этих диаграмм (коллинеарном блоке) имеют большую компоненту импульса k^+ , а остальные компоненты k^- , $|\mathbf{k}_T| \ll k^+$, так что виртуальности партонов в этом блоке $k^2 \ll Q^2$. Такие партоны называются *коллинеарными*. Блоки C и H соединяет одна коллинеарная кварковая линия с каждой стороны разреза и произвольное число коллинеарных глюонных линий, либо только коллинеарные глюонные линии. Партоны в блоке H характеризуются виртуальностями $k^2 \sim Q^2$ и на конусные компоненты их импульсов не накладывается дополнительных ограничений.

Как показано в [1], вклад региона изображенного после первого равенства на Рис. 1.1 может быть, с точностью до членов подавленных степенным образом, приведен к факторизованной форме, диаграммное представление для которой изображено на Рис. 1.1 после второго знака равенства. Эта факторизованная форма состоит из двух частей: *партонной функции распределения* (ПФР, нижняя часть диаграмм после второго равенства на Рис. 1.1) и *коэффициента жесткого рассеяния* (верхняя часть).

Партонная функция распределения представляет собой матричный элемент от некоторого нелокального оператора по (в рассматриваемом случае – партонному) начальному состоянию. В случае кварковой ПФР, этот матричный элемент имеет вид:

$$f_{q/q}^{(0)}(\xi) = \int \frac{dw^-}{2\pi} e^{-i\xi P^+ w^-} \text{tr} \left[\frac{\hat{n}_- \hat{n}_+}{4} \langle P | W_{(0)}^\dagger [w^- | A_-] \psi_q^{(0)}(0, w^-, \mathbf{0}_T) \times \bar{\psi}_q^{(0)}(0) W_{(0)} [0 | A_-] | P \rangle_c \right], \quad (1.11)$$

где индекс $^{(0)}$ обозначает “голые” величины, индекс $_c$ указывает на то, что при вычислении матричного элемента мы интересуемся только вкладом связанных диаграмм, а $W_{(0)}[x | A_\pm]$ – Вильсоновская линия направленная вдоль светового конуса, определенная формулой (В.6). На рисунке (1.1) Вильсоновская линия обозначена двойной сплошной чертой, а крестики на конце кварковой линии обозначают вставку высокоэнергетического проектора $\frac{\hat{n}_- \hat{n}_+}{4}$. Вставка Вильсоновских линий между разнесенными в пространстве кварковыми полевыми операторами делает определение ПФР (1.11) калибровочно-инвариантным (см. формулы (В.5) и (В.4)), однако, как и всякий матричный элемент от произведения полевых операторов в одной и той же точке, (1.11) содержит ультрафиолетовые расходимости и требует перенормировки. Стандартная процедура перенормировки, состоящая в переходе от голых величин $\psi^{(0)}$, $A_\mu^{(0)}$, $g_s^{(0)}$ к перенормированным величинам ψ , A_μ , g_s не устраняет всех УФ расходимостей из (1.11), оставшиеся УФ расходимости могут быть поглощены перенормировочными факторами $Z_{ij}(z, \epsilon, \mu^2)$:

$$f_{i/q}^{(0)}(\xi) = \sum_j \int_{\xi}^1 \frac{dz}{z} Z_{ij}(z, \epsilon, \mu^2) f_{j/q} \left(\frac{\xi}{z}, \mu^2 \right),$$

где в правой части стоит перенормированная ПФР. Левая часть этого равенства является схемно-независимой, как матричный элемент от голых полевых операторов по физическим состояниям, по этому, дифференцируя последнее равенство по $\log \mu^2$ можно получить уравнение ренормгруппы для $f_{i/q}(x, \mu^2)$, называемое уравнением Докшитцера-Грибова-Липатова-Алтарелли-Паризи (ДГЛАП) [28—30]:

$$\frac{\partial}{\partial \log \mu^2} x f_{i/q}(x, \mu^2) = \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_j \int_x^1 dz P_{ij}(z) \frac{x}{z} f_j \left(\frac{x}{z}, \mu^2 \right), \quad (1.12)$$

где $P_{ij}^+(z) = -\frac{2\pi}{\alpha_s} \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \left(Z^{-1} * \frac{\partial Z}{\partial \log \mu^2} \right)_{ij}$ – ДГЛАП функции расщепления (сплиттинги), приведенные в приложении Г вместе с рядом свойств уравнения ДГЛАП.

Так как левая часть равенства на Рис. 1.1 конечна, в правой части стоит уже перенормированная ПФР. Коэффициент жесткого рассеяния H вычисляется по специальной процедуре, которая определена порядок-за порядком по α_s в соответствии с принятым определением ПФР [1].

Виртуальности партонов внутри блока H имеют порядок Q^2 , а виртуальности партонов на входе в блок H много меньше Q^2 , по этому можно пренебречь массой кварка m и конусными компонентами k^- , \mathbf{k}_T партонов на входе в блок H , так как соответствующие эффекты будут давать поправки подавленные степенью Q^2 . Это *коллинеарное приближение* обозначено на Рис. 1.1 тонкими линиями кварков на входе в блок H .

После второго равенства на Рис. 1.1, блоки H и C связаны только интегрированием по конусной компоненте k^+ коллинеарного партона на входе в блок H . В частности для ГНР на не поляризованной мишени, расцеплены спиновые и цветовые индексы и отсутствует бесконечное количество соединений между верхним и нижним блоками посредством коллинеарных глюонов. Все эти глюоны оказываются присоединенными к Вильсоновским линиям в определении ПФР. Осуществить это преобразование в абелевой теории позволяют тождества Уорда, в то время как в неабелевой теории требуются аргументы основанные на БРСТ-симметрии (см. [1], гл. 10, 11).

Таким образом, факторизованное выражение для тензора $W_{\mu\nu}$ в случае ГНР на не поляризованной мишени имеет вид

$$W_{\mu\nu} = \sum_j \int_{x_B}^1 \frac{dz}{z} H_{\mu\nu}(z, \mu^2) f_{j/q} \left(\frac{z}{x_B}, \mu^2 \right) + O \left(\left(\frac{m^2}{Q^2} \right)^\# \right). \quad (1.13)$$

где можно принять $\mu^2 = Q^2$, чтобы устранить из H большие логарифмические члены вида $\alpha_s^n \log^n(\mu^2/Q^2)$ и отсуммировать их в перенормированной ПФР $f_j(x, \mu^2)$ посредством ДГЛАП эволюции.

Все приведенные выше рассуждения верны в рамках теории возмущений, при $m^2, Q^2 \gg \Lambda_{QCD}$. Однако операторное определение ПФР (1.11) имеет смысл и вне рамок теории возмущений, т. к. в нем можно заменить партонное начальное состояние на адронное. Рассуждения относящиеся к ПФР по существу непертурбативны, и протонная ПФР тоже должна подчиняться уравнению ДГЛАП (1.12). Таким образом, найден способ параметризации эффектов структуры начального состояния независимый от каких-либо модельных представлений о физике в режиме сильной связи. Достаточно задать зависимость от x для сравнительно небольшого числа ПФР $f_j(x, \mu_0^2)$ на некотором стартовом масштабе μ_0^2 , и тогда их зависимость от $\mu^2 \gg \Lambda_{QCD}^2$ будет определяться уравнениями ДГЛАП с пертурбативно-вычислимыми сплиттинг-функциями $P_{ij}(z)$. С другой стороны, коэффициент жесткого рассеяния H по определению содержит информацию только о виртуальностях $\sim Q^2$ и может быть вычислен в теории возмущений.

По аналогии с формулой (1.13), для сечения инклюзивных жестких процессов в адронных столкновениях при высоких энергиях вводится формула факторизации *коллинеарной партонной*

модели (КПМ) (ср. с (1)):

$$d\sigma = \sum_{i,j} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 f_i(x_1, \mu^2) f_j(x_2, \mu^2) \cdot d\hat{\sigma}_{CPM}^{ij}(x_1, x_2, \mu^2) + O\left(\left(\frac{\Lambda_{QCD}^2}{\mu^2}\right)^\# \right), \quad (1.14)$$

где ПФР $f_i(x, \mu^2)$ считаются универсальными для процессов ГНР и инклюзивных процессов в адронных столкновениях, $d\hat{\sigma}$ – коэффициент жесткого рассеяния, вычисляемый порядком за порядком в теории возмущений в соответствии со схемой факторизации принятой для ПФР, импульсы сталкивающихся протонов полагаются светоподобными $P_{1,2}^2 = 0$ а импульсы партонов на входе в жесткий процесс параметризованы как $q_{1,2}^\mu = x_{1,2} P_{1,2}^\mu$.

В рамках подхода развиваемого в [1] формулу (1.14) удастся доказать во всех порядках ТВ, для случая инклюзивных процессов с частицами в конечном состоянии не участвующими в сильном взаимодействии. Примерами таких процессов являются процесс Дрелла-Яна или рождение Z или W^\pm бозонов. Однако успешные практические приложения КПМ включают и процессы ассоциативного рождения электрослабых бозонов с адронными струями, процессы рождения одной или нескольких адронных струй, инклюзивные спектры адронов и много других важных для феноменологии жестких процессов.

Однако, как было отмечено во введении, подход КПМ сталкивается с трудностями при изучении многомасштабных наблюдаемых. Существуют два основных подхода к таким процессам. Подход Монте-Карло генераторов событий (см. гл. 5 книги [31]) представляет собой эксклюзивную реализацию ДГЛАП-эволюции ПФР и партонных ливней в конечном состоянии жесткого процесса в Лидирующем Логарифмическом Приближении (ЛЛП). Кроме этого приближения, существующие Монте-Карло алгоритмы содержат дополнительные феноменологические элементы, связанные с выбором переменной эволюции, правила упорядочения излучений происходящих на большие углы или схемы восстановления баланса энергии-импульса в событии¹ нарушенного на уровне отдельных актов расщепления партонов. Вклады всех этих элементов в наблюдаемые, строго говоря, находятся за пределами ЛЛП, на котором основан подход Монте-Карло, и манипулируя ими можно в отдельных случаях воспроизвести эффект следующих за ЛЛП поправок. В сочетании с феноменологическими моделями адронизации и мягкой части события², Монте-Карло модели позволяют делать предсказания эксклюзивной структуры событий. Эти предсказания полезны при моделировании готовящихся экспериментов, оценке систематических неопределенностей и, в тех случаях, когда строгие пКХД расчеты недоступны.

Альтернативными к подходу Монте-Карло, являются подходы *аналитического пересуммирования* позволяющие оставаясь в рамках подхода КПМ, проводить пересуммирование больших логарифмических вкладов как в ЛЛП так и за пределами ЛЛП. Эти методы, в свою очередь, включают в себя как методы основанные на прямом изучении логарифмических вкладов возникающих

¹Recoiling Scheme

²Underlying Event

в высших порядках теории возмущений КПМ [2; 32], так и методы основанные на эффективной теории поля для мягких и коллинеарных глюонов (SCET³) [33].

Как будет показано ниже, подход реджезации партонов (ПРП), развиваемый в настоящей работе, можно рассматривать как обобщение схемы факторизации зависящей от поперечного импульса (TMD-факторизации), возникающей как в подходе [2; 32] так и в подходе SCET [33] на случай реджевской области $\Lambda_{QCD} \ll \mu \ll \sqrt{S}$.

1.2 Реджезация глюона и уравнение БФКЛ

Подход реджезации партонов основан на свойствах факторизации КХД амплитуд в Реджевском (высокоэнергетическом) пределе. В данном параграфе мы продемонстрируем эти свойства рассмотрев ряд примеров КХД амплитуд, сформулируем в общем виде гипотезу реджезации амплитуд и выведем уравнение Балицкого-Фадина-Кураева-Липатова(БФКЛ) и сформулируем гипотезу k_T -факторизации.

Для начала рассмотрим амплитуду рассеяния безмассовых кварков разных флейворов $q(p_1) + q'(p_2) \rightarrow q(p_3) + q'(p_4)$ в пределе

$$s_{12} = s_{34} \gg -t_{13} = -t_{24}, \quad (1.15)$$

где $s_{ij} = (p_i + p_j)^2$, $t_{ij} = (p_i - p_j)^2$. В калибровке Фейнмана эта амплитуда имеет вид:

$$\mathcal{M}(qq' \rightarrow qq') = g_s^2 (\bar{u}(p_3) i\gamma_\mu T^a u(p_1)) \frac{-i g_{\mu\nu}}{t_{13}} (\bar{u}(p_4) i\gamma_\nu T^a u(p_2)). \quad (1.16)$$

Введем светоподобные вектора $n_+^\mu = 2p_2^\mu / \sqrt{s_{12}}$, $n_-^\mu = 2p_1^\mu / \sqrt{s_{12}}$ Судаковского разложения (Б.1) и выделим продольную и поперечную части метрического тензора:

$$g_{\mu\nu} = g_{\mu\nu}^\parallel + g_{\mu\nu}^\perp, \quad g_{\mu\nu}^\parallel = \frac{1}{2}(n_\mu^+ n_\nu^- + n_\mu^- n_\nu^+).$$

Ползуясь стандартной техникой легко проверить, что “продольная” и “поперечная” части амплитуды, получаемые заменой тензора $g_{\mu\nu}$ в (1.16) соответственно на $g_{\mu\nu}^\parallel$ и $g_{\mu\nu}^\perp$ имеют кардинально различное поведение в реджевском пределе:

$$s_{12} \gg -t_{13} : |\mathcal{M}^\parallel|^2 \sim \frac{s_{12}^2}{t_{13}^2}, \quad |\mathcal{M}^\perp|^2 \sim \frac{-t_{13}}{s_{12}},$$

т. е. для амплитуды (1.16) имеет место асимптотическое выражение:

$$\mathcal{M}(qq' \rightarrow qq') = (\bar{u}(p_3) \gamma_a^- u(p_1)) \frac{-i\delta^{ab}}{2t} (\bar{u}(p_4) \gamma_b^+ u(p_2)) + \mathcal{O}\left(\sqrt{\frac{-t_{13}}{s_{12}}}\right), \quad (1.17)$$

³Soft-Collinear Effective Theory

где эффективные вершины Rqq имеют вид $\gamma_a^\pm = ig_s \hat{n}^\mp T_a$. Асимптотика (1.17) выглядит как амплитуда с обменом скалярной частицей в t -канале, называемой реджезованным глюоном (R). Индексы \pm у реджеонных вершин обозначают большую конусную компоненту импульса, которую привносит реджеон, входящий в данную вершину.

Рассмотрим более сложный процесс типа $2 \rightarrow 3$: $q(p_1) + q'(p_2) \rightarrow q(p_3) + g(p_4) + q'(p_5)$ в двойном реджевском пределе, являющемся частным случаем мультиреджевской кинематики (МРК):

$$s_{34} \gg -t_{13}, s_{45} \gg -t_{25}. \quad (1.18)$$

будем рассматривать этот процесс в ИСО центра масс p_1 и p_2 в которой вектора n_\pm , p_1 и p_2 направлены вдоль оси z , тогда $s_{12} = 2p_1 p_2 = p_1^+ p_2^-$.

Введем полезные для дальнейшего параметры $z_{1,2}$ – доли больших конусных компонент импульсов $p_{1,2}$ передаваемых глюону p_4 :

$$p_4^+ = z_1 p_1^+, p_4^- = z_2 p_2^-,$$

тогда, воспользовавшись тем, что $p_3^2 = p_3^+ p_3^- - \mathbf{p}_{T3}^2 = 0$, получаем

$$t_{13} = \frac{-\mathbf{p}_{T3}^2}{1 - z_1}, t_{25} = \frac{-\mathbf{p}_{T5}^2}{1 - z_2}. \quad (1.19)$$

Выражения для s_{34} и s_{45} имеют более сложный вид:

$$s_{34} = s_{12}(1 - z_1)z_2 + \mathbf{p}_{T3}^2 \frac{z_1}{1 - z_1} - 2\mathbf{p}_{T3}\mathbf{p}_{T4}, \quad (1.20)$$

$$s_{45} = s_{12}(1 - z_2)z_1 + \mathbf{p}_{T5}^2 \frac{z_1}{1 - z_1} - 2\mathbf{p}_{T4}\mathbf{p}_{T5}. \quad (1.21)$$

Выполнение следующих неравенств

$$z_{1,2} \sim z \ll 1, |\mathbf{p}_{T3,5}| \ll \sqrt{s_{12}}, \quad (1.22)$$

является достаточным условием для выполнения неравенств (1.18). В самом деле, из условия $q_4^2 = 0$ получаем, что

$$\mathbf{p}_{T4}^2 = (\mathbf{p}_{T3} + \mathbf{p}_{T5})^2 = z_1 z_2 s_{12}$$

по этому каждую степень $|\mathbf{p}_{T3,4,5}|$, в (1.19, 1.20, 1.21) можно считать как $z\sqrt{s_{12}}$ а значит имеет место асимптотическая оценка:

$$\begin{aligned} s_{34} &= s_{12} (z_2 + O(z^2)), s_{45} = s_{12} (z_1 + O(z^2)), \\ t_{13} &= O(z^2), t_{25} = O(z^2), \end{aligned}$$

приводящая к неравенствам (1.18).

Кинематику (1.22) в СЦМ $p_{1,2}$ легко представить наглядно, если ввести быстроты частиц в конечном состоянии

$$y_i = \frac{1}{2} \log \frac{p_i^+}{p_i^-}. \quad (1.23)$$

Для безмассовых частиц быстрота связана с псевдобыстротой определяемой через угол рассеяния $y_i = \eta_i = -\log \tan \frac{\theta_i}{2}$. Быстроты конечных частиц равны:

$$y_3 = \log \frac{p_1^+(1-z_1)}{|\mathbf{p}_{T3}|}, \quad y_5 = -\log \frac{p_1^-(1-z_2)}{|\mathbf{p}_{T5}|},$$

$$y_4 = \log \frac{z_1 p_1^+}{|\mathbf{p}_{T4}|} = -\log \frac{z_2 p_2^-}{|\mathbf{p}_{T4}|}.$$

В пределе (1.22) $|\mathbf{p}_{T3,4,5}| \sim z\sqrt{s_{12}}$ и $y_3 \rightarrow +\infty$, $y_4 \rightarrow -\infty$, а y_5 остается конечной. Выпишем так же полезные для дальнейшего формулы для промежутков по быстроте:

$$\Delta y_{34} = y_3 - y_4 = \log \left(\frac{|\mathbf{p}_{T4}|}{|\mathbf{p}_{T3}|} \frac{1-z_1}{z_1} \right), \quad (1.24)$$

$$\Delta y_{45} = y_4 - y_5 = \log \left(\frac{|\mathbf{p}_{T4}|}{|\mathbf{p}_{T5}|} \frac{1-z_2}{z_2} \right). \quad (1.25)$$

Таким образом МРК (1.18) соответствует ситуации, когда частицы в конечном состоянии сильно разделены по быстроте и доли продольного импульса начальных частиц передаваемые частицам в центральной области по быстроте $z_{1,2} \ll 1$.

Представим кинематику обсуждаемого процесса $2 \rightarrow 3$ в виде эффективной диаграммы с t -канальным обменом (Рис. 1.2а).

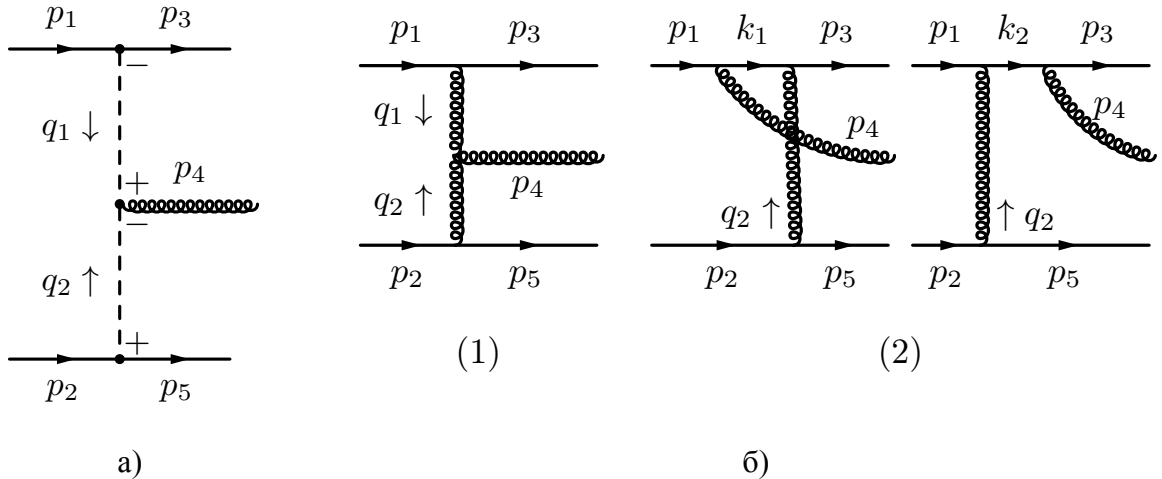


Рисунок 1.2 — Диаграммное представление для реджезованной амплитуды процесса $q(p_1) + q'(p_2) \rightarrow q(p_3) + g(p_4) + q'(p_5)$ — (а), и Фейнмановские диаграммы для этого процесса в КХД — (б). Две диаграммы в которых глюон q_4 присоединен к линии кварка q' не показаны.

Конусные компоненты импульсов t -канальных партонов на этой диаграмме можно записать следующим образом:

$$q_1^+ = z_1 p_1^+, q_1^- = -\frac{\mathbf{p}_{T3}^2}{p_1^+(1-z_1)}, \mathbf{q}_{T1} = -\mathbf{p}_{T3},$$

$$q_2^- = z_2 p_2^-, q_2^+ = -\frac{\mathbf{p}_{T5}^2}{p_2^-(1-z_2)}, \mathbf{q}_{T2} = -\mathbf{p}_{T5}.$$

Из приведенных формул видно, что в МРК, $q_1^+ \sim |\mathbf{q}_{T1}| \sim O(z) \gg q_1^- \sim O(z^2)$ и $q_2^- \sim |\mathbf{q}_{T2}| \sim O(z) \gg q_2^+ \sim O(z^2)$, т. е. t -канальные партоны несут одну большую конусную компоненту импульса и поперечный импульс того же порядка.

Получим для амплитуды обсуждаемого процесса асимптотическую формулу⁴, аналогичную (1.17). Выражение для диаграммы (1) на Рис. 1.2а имеет вид:

$$\mathcal{M}_{3g} = \frac{(-i)^2 g_s^3 f^{abc}}{t_{13} t_{25}} (\bar{u}(p_3)(i\gamma^\nu T^c)u(p_1)) (\bar{u}(p_5)(i\gamma^\rho T^b)u(p_2)) \times$$

$$[-g_{\nu\rho}(q_1 - q_2)_\mu + 2q_{1\rho}g_{\mu\nu} - 2q_{2\nu}g_{\rho\mu}] \varepsilon_a^{*\mu}(p_4), \quad (1.26)$$

где мы опустили члены, равные нулю в силу уравнения Дирака для безмассовых спиноров. Как мы убедились выше, замена $g_{\mu\nu} \rightarrow g_{\mu\nu}^{\parallel}$ выделяет в спинорных произведениях $(\bar{u}(p_i)\gamma^\nu u(p_j))$ члены не убывающие с ростом энергии. Так же, в реджевском пределе можно положить $q_{1\rho} \rightarrow \frac{q_1^+}{2} n_\rho^-$, $q_{2\nu} \rightarrow \frac{q_2^-}{2} n_\nu^+$, т. к. свертка поперечного импульса со спинорным произведением приводит к убывающим в реджевском пределе вкладам, аналогично свертке с поперечной частью метрического тензора. Сделав в выражении (1.26) описанные выше замены, получаем:

$$\mathcal{M}_{3g}^R = \frac{(-i)^2 g_s^3 f^{abc}}{4t_{13} t_{25}} (\bar{u}(p_3)\gamma_c^- u(p_1)) (\bar{u}(p_5)\gamma_b^+ u(p_2)) \times$$

$$2 [-(q_1 - q_2)_\mu + q_1^+ n_\mu^- - q_2^- n_\mu^+] \varepsilon_a^{*\mu}(p_4), \quad (1.27)$$

где индекс R означает, что данное выражение это реджевская асимптотика амплитуды \mathcal{M}_{3g} . Выражение (1.27) приняло ожидаемую форму амплитуды с обменом реджезованным глюоном в t -канале, известными Rqq -вершинами γ_a^\pm и некоторой эффективной вершиной, соответствующей излучению Янг-Миллсовского глюона в центральной области по быстроте (Рис. 1.2а). Однако легко убедиться, что амплитуда (1.27) не удовлетворяет тождеству Славнова-Тейлора, т. е. не обращается в ноль при замене $\varepsilon_a^{*\mu}(p_4) \rightarrow p_4^\mu$, что вполне ожидаемо, т. к. в КХД вклад диаграммы (1) на Рис. 1.2б не калибровочно-инвариантен сам по себе, и калибровочная инвариантность амплитуды достигается только после добавления вклада группы диаграмм (2) на Рис. 1.2б и аналогичной группы диаграмм с конечным глюоном присоединенным ко второй кварковой линии. Вклад

⁴Более строгое рассмотрение, использующее для вывода МРК-асимптотики КХД амплитуд свойства унитарности S -матрицы и перенормируемость КХД, можно найти в гл. 9 монографии [3].

группы диаграмм (2) на Рис. 1.2б имеет вид:

$$\mathcal{M}_{s_{34}} = \frac{(-i)g_s^3}{t_{25}} (\bar{u}(p_5)(i\gamma^\rho T^b)u(p_2)) g_{\rho\nu} \times \left(\bar{u}(p_3) \left[-\frac{i}{k_1^2} (\gamma^\nu \hat{k}_1 \gamma^\mu) T^b T^a - \frac{i}{k_2^2} (\gamma^\mu \hat{k}_2 \gamma^\nu) T^a T^b \right] u(p_1) \right) \varepsilon_\mu^{*a}(p_4), \quad (1.28)$$

где $k_1 = p_1 - p_4$, $k_2 = p_3 + p_4$. В реджевском пределе $p_3 \simeq p_1$ и $p_5 \simeq p_2$, т. е. в s -канальных диаграммах можно пренебрегать вкладом импульса p_4 по сравнению с p_1, p_2 :

$$\gamma^\nu \hat{k}_1 \gamma^\mu \rightarrow -\gamma^\nu \gamma^\mu \hat{p}_1 + 2(p_1)^\mu \gamma^\nu, \quad \gamma^\mu \hat{k}_2 \gamma^\nu \rightarrow -\hat{p}_3 \gamma^\mu \gamma^\nu + 2(p_3)^\mu \gamma^\nu.$$

так же можно пренебречь членами $O(z^2)$ при вычислении k_2^2 :

$$\begin{aligned} k_1^2 &= -2p_1 p_4 = -p_1^+ q_2^-, \\ k_2^2 &= 2p_3 p_4 \rightarrow p_1^+ q_2^-, \end{aligned}$$

кроме того, $g_{\rho\nu} \rightarrow g_{\rho\nu}^{\parallel}$ в реджевском пределе. Делая данные замены в (1.28) и воспользовавшись тождеством $[T^a, T^b] = i f^{abc} T^c$, получаем:

$$\mathcal{M}_{s_{34}}^R = \frac{(-i)^2 g_s^3 f^{abc}}{4t_{13}t_{25}} (\bar{u}(p_3)\gamma_c^- u(p_1)) (\bar{u}(p_5)\gamma_b^+ u(p_2)) 2 \left[\frac{q_1^2}{q_2} n_\mu^- \right] \varepsilon_a^{*\mu}(p_4), \quad (1.29)$$

проводя аналогичные рассуждения для канала s_{45} , получаем:

$$\mathcal{M}_{s_{45}}^R = \frac{(-i)^2 g_s^3 f^{abc}}{4t_{13}t_{25}} (\bar{u}(p_3)\gamma_c^- u(p_1)) (\bar{u}(p_5)\gamma_b^+ u(p_2)) 2 \left[-\frac{q_2^2}{q_1^+} n_\mu^+ \right] \varepsilon_a^{*\mu}(p_4). \quad (1.30)$$

Собирая вместе вклады (1.27, 1.29, 1.30) получаем редже-асимптотику амплитуды $qq' \rightarrow qq'q'$ в ожидавшейся t -канально факторизованной форме (Рис. 1.2а):

$$\mathcal{M}^R(qq' \rightarrow qq'q') = g_s^3 (\bar{u}(p_3)\gamma_c^- u(p_1)) \frac{-i}{2t_{13}} (\Gamma_{+\mu-}^{cab}(q_1, q_2) \varepsilon_a^{*\mu}(p_4)) \frac{-i}{2t_{25}} (\bar{u}(p_5)\gamma_b^+ u(p_2)), \quad (1.31)$$

где вершина Липатова имеет вид:

$$\Gamma_{+\mu-}^{cab}(q_1, q_2) = 2f^{abc} \left[(q_2 - q_1)_\mu + \left(\frac{q_1^2}{q_2} + q_1^+ \right) n_\mu^- - \left(\frac{q_2^2}{q_1^+} + q_2^- \right) n_\mu^+ \right]. \quad (1.32)$$

Легко убедиться в том, что $\Gamma_{+\mu-}^{cab}(q_1, q_2)(q_1 + q_2)^\mu = 0$, т. е. найденное асимптотическое выражение (1.31) для амплитуды процесса $qq' \rightarrow qq'q'$ удовлетворяет тождеству Славнова-Гейлора.

Приведенный выше вывод является нетривиальной проверкой гипотезы t -канальной факторизации для древесных КХД амплитуд $2 \rightarrow 3$ в МРК. Для процессов $2 \rightarrow 2 + n$ в МРК, так же имеет место t -канальная факторизация, более того, эта факторизация сохраняется и при учете петлевых поправок. Для амплитуды процесса $2 \rightarrow n + 2$ в МРК с октетными квантовыми числами

в t -канале имеет место выражение⁵

$$\mathcal{M}^R(ab \rightarrow a'c_1 \dots c_nb') = \gamma_{ag_1a'}^- \cdot \frac{-i}{2t_{aa'}} \left(\frac{s_{a'c_1}}{s_0} \right)^{\omega_g(t_{aa'})} \times \prod_{i=1}^n \left[\left(\Gamma_{+\mu_i-}^{g_i c_i g_{i+1}}(q_i, -q_{i+1}) \varepsilon_{c_i}^{*\mu_i} \right) \frac{-i}{2t_{i,i+1}} \left(\frac{s_{i,i+1}}{s_0} \right)^{\omega_g(t_{i,i+1})} \right] \cdot \gamma_{bg_{n+1}b'}^+, \quad (1.33)$$

где $\gamma_{ag_1a'}^-$, $\gamma_{bg_{n+1}b'}^+$ – вершины рассеяния Raa' , Rbb' частиц a и b несущих соответственно большую компоненту импульса p^+ и p^- , $q_1 = p_a - p_{a'}$, $q_{i+1} = q_i - p_{c_i}$, $s_{n,n+1} = s_{c_n, b'} = (p_{c_n} + p_{b'})^2$, $\omega_g(t)$ – Редже-траектория глюона:

$$\omega_g(-\mathbf{k}_T^2) = -\frac{\alpha_s C_A}{4\pi^2} \int d^{2-2\epsilon} \mathbf{q}_T \frac{\mathbf{k}_T^2}{\mathbf{q}_T^2 (\mathbf{k}_T - \mathbf{q}_T)^2} + O(\alpha_s^2). \quad (1.34)$$

Интеграл (1.34) содержит инфракрасную (ИК) расходимость, которую можно регуляризовать, например вводя размерную регуляризацию:

$$\omega_g(-\mathbf{k}_T^2) = -\frac{\alpha_s C_A}{2\pi^{1+\epsilon}} \frac{\Gamma(1+\epsilon)\Gamma^2(1-\epsilon)}{\Gamma(1-2\epsilon)} \left(\frac{\mu^2}{\mathbf{k}_T^2} \right)^\epsilon \left(-\frac{1}{\epsilon} \right) + O(\alpha_s^2), \quad (1.35)$$

где $\epsilon < 0$ т. к. расходимость ИК, или вводя малую массу глюона λ^2 в знаменатель (1.34):

$$\omega_g(-\mathbf{k}_T^2) = -\frac{\alpha_s C_A}{2\pi} \log \frac{\mathbf{k}_T^2}{\lambda^2} + O(\alpha_s^2). \quad (1.36)$$

В формуле (1.33) отсуммированы во всех порядках ТВ члены вида $[\alpha_s \log s_{ij}]^n$ (лидирующее логарифмическое приближение – ЛЛП), причем масштаб s_0 не может быть зафиксирован в ЛЛП, т. к. члены пропорциональные $\alpha_s^n \log^m s_0 \log^{n-m} s_{ij}$ относятся уже к следующим за ЛЛ приближениям. Можно выбрать s_0 так, чтобы в МРК:

$$\left(\frac{s_{ij}}{s_0} \right)^{\omega(t_i)} \sim e^{(y_i - y_j)\omega(t_i)},$$

тогда реджевский фактор и формула (1.36) приобретают наглядный физический смысл вероятности отсутствия реальных излучений глюонов с энергиями больше λ в промежутке по быстройре $y_i - y_j$.

Гипотезу о существовании t -канально факторизованной асимптотики типа (1.33) для амплитуд рассеяния в МРК будем называть гипотезой *реджезации амплитуд*. Гипотеза реджезации для КХД амплитуд с обменом реджезованным глюоном в t -канале доказана в лидирующем и следующем за лидирующим [34] логарифмическом приближении.

⁵Строго говоря, МРК-асимптотика КХД-амплитуды $2 \rightarrow 2+n$ представляет собой линейную комбинацию вкладов с обменом реджеоном с определенной сигнатурой в каждом канале t_i . МРК-амплитуда с определенной сигнатурой, в свою очередь, может быть получена путем (анти-)симметризации вкладов типа (1.33) по отношению к замене $s_{ij} \rightarrow -s_{ij}$ (см. гл. 9 в книге [3]). Однако, в ЛЛП для сечения процесса $2 \rightarrow 2+n$, существенна только действительная часть амплитуды, по этому выражения (1.33) достаточно для дальнейшего обсуждения.

С точки зрения феноменологии, представляют интерес мнимые части амплитуд рассеяния, которые можно составить из МРК амплитуд (1.33). Такую мнимую часть можно переписать в виде свертки блоков соответствующих рассеянию начальных частиц, и называемых *импакт-факторами* и *функции Грина уравнения БФКЛ* (см. Рис. 1.3а) представляющей собой сумму лестничных диаграмм с двумя реджеонами в t -канале, разрезанных по глюонным линиям (Рис. 1.3б):

$$\text{Im } \mathcal{M}(qq \rightarrow qq) = \int \frac{d^2 \mathbf{q}_{T1} d^2 \mathbf{q}'_{T1}}{\mathbf{q}_{T1}^2 \mathbf{q}'_{T1}^2} \times \varphi_{q,ab}^-(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{Q}_T, Y) \tilde{G}_{a'b'}^{ab}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, \mathbf{Q}_T, Y) \varphi_{q,a'b'}^+(\mathbf{q}'_{T1}, \mathbf{Q}_T, 0), \quad (1.37)$$

где Y -промежуток по быстроте между двумя кварками в конечном состоянии, обозначения для поперечных импульсов поясняются на Рис. 1.3а, а кварковые импакт-факторы имеют вид:

$$\varphi_{q,ab}^\pm(\mathbf{q}_T, \mathbf{Q}_T, y) = \frac{g_s^2}{2(2\pi)^3} \bar{u}(p') \gamma_b^\pm (\hat{p} - \hat{q}_T) \gamma_a^\pm u(p), \quad (1.38)$$

где $p_\mp = \sqrt{s}$, $p_\pm = |\mathbf{p}_T| = 0$, $p'_\mp = |\mathbf{Q}_T| e^{\mp y}$, $p'_\pm = |\mathbf{Q}_T| e^{\pm y}$, $\mathbf{p}'_T = \mathbf{Q}_T$. В оставшейся части этого параграфа мы будем опускать цветовые индексы у БФКЛ функции Грина и импакт-факторов, для упрощения обозначений.

Случай $\mathbf{Q}_T = 0$ соответствует мнимой части амплитуды рассеяния вперед, связанной с полным сечением упругого рассеяния по оптической теореме или сумме полных сечений всех возможных в ЛЛП МРК процессов $2 \rightarrow n$.

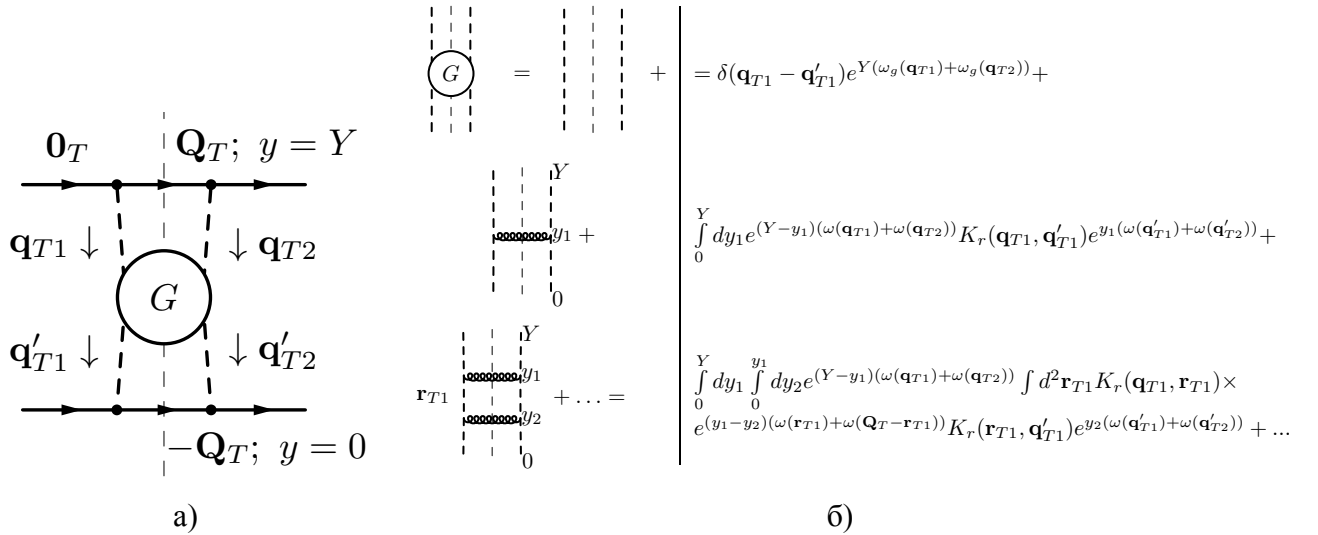


Рисунок 1.3 — Представление мнимой части амплитуды рассеяния как свертки функции Грина уравнения БФКЛ G и импакт-факторов – (а), диаграммное представление для нескольких первых членов в разложении функции Грина уравнения БФКЛ и их явный вид – (б), см.

пояснения в тексте.

Каждой глюонной “ступеньке” на Рис. 1.3б соответствует вставка некоторого ядра, содержащего квадрат эффективной вершины (1.32) и t -канальные пропагаторы реджеонов:

$$\begin{aligned} K_r^{(1/8)}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, \mathbf{Q}_T) &= \frac{g_s^2}{2(2\pi)^3} \frac{C^{(1/8)}}{(\mathbf{q}'_{T1})^2 (\mathbf{q}'_{T2})^2} \Gamma_{+\mu-}(q_1, -q'_1) \Gamma_{+\mu-}(q_2, -q'_2) = \\ &= \frac{\alpha_s}{2\pi^2} \frac{C^{(1/8)}}{(\mathbf{q}'_{T1})^2 (\mathbf{q}'_{T2})^2} \left[\frac{\mathbf{q}_{T1}^2 (\mathbf{q}'_{T2})^2 + \mathbf{q}_{T2}^2 (\mathbf{q}'_{T1})^2}{\mathbf{k}_T^2} - \mathbf{Q}_T^2 \right], \end{aligned} \quad (1.39)$$

где $\mathbf{q}_{T2} = \mathbf{Q}_T - \mathbf{q}_{T1}$, $\mathbf{q}'_{T2} = \mathbf{Q}_T - \mathbf{q}'_{T1}$, $\mathbf{k}_T = \mathbf{q}_{T1} - \mathbf{q}'_{T1}$. Цветовой фактор $C^{(1/8)}$ определяется тем, вкладом какого цветового состояния пары t -канальных глюонов в рассеяние мы интересуемся. Как правило, наибольший интерес представляют синглетное (БФКЛ померон) и октетное (реджезованный глюон) состояния, для которых:

$$C^{(1)} = C_A = N_c, \quad C^{(8)} = \frac{C_A}{2}.$$

В синглетном канале и для случая $\mathbf{Q}_T = 0$, ядро (1.39) имеет наиболее простой вид:

$$K_r^{(1)}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}) = \frac{\alpha_s C_A}{\pi^2} \frac{\mathbf{q}_{T1}^2}{(\mathbf{q}'_{T1})^2 \mathbf{k}_T^2}, \quad (1.40)$$

этот случай наиболее интересен с точки зрения феноменологии, т. к. соответствует мнимой части амплитуды рассеяния или полному сечению неупругого процесса с синглетными частицами в начальном состоянии.

В правом столбце Рис. 1.3б выписаны несколько членов ряда для функции Грина уравнения БФКЛ $\tilde{G}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, \mathbf{Q}_T, Y)$. Дифференцируя этот ряд по Y можно убедиться, что функция Грина удовлетворяет следующему интегродифференциальному уравнению:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial Y} \tilde{G}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, \mathbf{Q}_T, Y) &= (\omega_g(\mathbf{q}_{T1}) + \omega_g(\mathbf{q}_{T2})) \tilde{G}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, \mathbf{Q}_T, Y) + \\ &\int d^{2-2\epsilon} \mathbf{r}_T K_r^{(1/8)}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{r}_T, \mathbf{Q}_T) \tilde{G}(\mathbf{r}_T, \mathbf{q}'_{T1}, \mathbf{Q}_T, Y). \end{aligned} \quad (1.41)$$

Интеграл по \mathbf{r}_T в (1.41) написан в размерной регуляризации т. к. он содержит две ИК-расходимости, соответствующие $\mathbf{k}_T \rightarrow 0$ или $\mathbf{q}'_{T1} \rightarrow 0$ в (1.40), т. е. излучению мягкого глюона или коллинеарной сингулярности t -канального пропагатора. ИК расходимости реального ядра должны сокращаться с соответствующей ИК-расходимостью Редже-траектории глюона. Подставив выражение для Редже-траектории (1.34) в (1.41), записав все под один интеграл по поперечному импульсу и полагая $\mathbf{Q}_T = 0$, имеем:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial Y} \tilde{G}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, Y) &= \frac{\alpha_s C_A}{\pi^2} \int \frac{d^{2-2\epsilon} \mathbf{r}_T \mathbf{q}_{T1}^2}{\mathbf{r}_T^2 (\mathbf{q}_{T1} - \mathbf{r}_T)^2} \times \\ &\left[\tilde{G}(\mathbf{r}_T, \mathbf{q}'_{T1}, Y) - \frac{1}{2} \tilde{G}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, Y) \right]. \end{aligned} \quad (1.42)$$

В сокращении ИК расходимостей легче всего убедиться, если переопределить функцию Грина следующим образом:

$$\tilde{G}(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, Y) \rightarrow \frac{\mathbf{q}_{T1}^2}{(\mathbf{q}'_{T1})^2} G(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, Y),$$

тогда уравнение БФКЛ (1.42) примет более простой вид:

$$\frac{\partial}{\partial Y} G(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{q}'_{T1}, Y) = \frac{\alpha_s C_A}{\pi} \hat{K}_{BFKL}(\mathbf{q}_T, \mathbf{r}_T) * G(\mathbf{r}_T, \mathbf{q}'_{T1}, Y), \quad (1.43)$$

где

$$\hat{K}_{BFKL}(\mathbf{q}_T, \mathbf{r}_T) * f(\mathbf{r}_T) = \frac{1}{\pi} \int \frac{d^{2-2\epsilon} \mathbf{r}_T}{(\mathbf{q}_{T1} - \mathbf{r}_T)^2} \left[f(\mathbf{r}_T) - \frac{\mathbf{q}_T^2}{2\mathbf{r}_T^2} f(\mathbf{q}_T) \right] \quad (1.44)$$

– ядро уравнения БФКЛ. Последующие рассуждения верны как в размерной регуляризации, так и в регуляризации с малой массой глюона $\lambda^2 > 0$. Регуляризованный интеграл во втором члене в правой части (1.44) можно преобразовать, воспользовавшись тождеством:

$$\frac{1}{\mathbf{r}_T^2 (\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2} = \frac{1}{\mathbf{r}_T^2 [\mathbf{r}_T^2 + (\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2]} + \frac{1}{(\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2 [\mathbf{r}_T^2 + (\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2]},$$

расписывая его на два интеграла и выполнив в первом из них сдвиг переменной интегрирования $\mathbf{r}_T \rightarrow \mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T$ (см. [35], гл. 3.3):

$$\frac{\mathbf{q}_T^2 f(\mathbf{q}_T)}{2} \int \frac{d^{2-2\epsilon} \mathbf{r}_T}{\mathbf{r}_T^2 (\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2} = \mathbf{q}_T^2 f(\mathbf{q}_T) \int \frac{d^{2-2\epsilon} \mathbf{r}_T}{(\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2 [\mathbf{r}_T^2 + (\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2]}.$$

Подставив последний результат в (1.44) и снова записав все под один интеграл, получаем:

$$\hat{K}_{BFKL}(\mathbf{q}_T, \mathbf{r}_T) * f(\mathbf{r}_T) = \frac{1}{\pi} \int \frac{d^2 \mathbf{r}_T}{(\mathbf{q}_{T1} - \mathbf{r}_T)^2} \left[f(\mathbf{r}_T) - \frac{\mathbf{q}_T^2}{\mathbf{r}_T^2 + (\mathbf{q}_T - \mathbf{r}_T)^2} f(\mathbf{q}_T) \right]. \quad (1.45)$$

Знаменатель подынтегрального выражения в (1.45) обращается в ноль только при $\mathbf{r}_T \rightarrow \mathbf{q}_T$, причем легко видеть, что выражение в квадратных скобках так же обращается в ноль в этом пределе, по этому подынтегральное выражение в (1.45) не содержит неинтегрируемых сингулярностей, и символ регуляризации можно снять.

Свойства решений уравнения БФКЛ подробно обсуждаются в литературе (см. книги [3; 35] а так же обзоры [36; 37]), некоторых из них мы коснемся в параграфе 1.5.

Формула k_T -факторизации (2) может быть получена в рамках ЛЛП подхода БФКЛ следующим образом. Рассмотрим в рамках подхода БФКЛ процесс инклюзивного рождения адронной струи в центральной области по быстройте. В ЛЛП струя представляется единственным глюоном с поперечным импульсом \mathbf{r}_T и быстройтой y , выделенным из БФКЛ “лестницы” (Рис. 1.4). Сечение обсуждаемого процесса можно представить в виде:

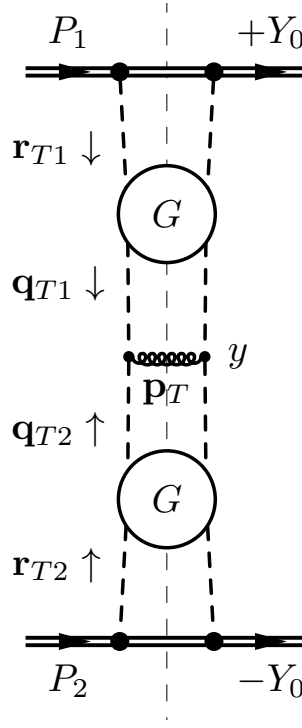


Рисунок 1.4 — k_T -факторизация в ЛЛП БФКЛ для случая инклюзивного рождения адронной струи

$$\frac{d\sigma}{d^2\mathbf{p}_T dy} = \int \frac{d^2\mathbf{r}_{T1} d^2\mathbf{r}_{T2}}{(\mathbf{r}_{T1}^2)^2} d^2\mathbf{q}_{T1} d^2\mathbf{q}_{T2} \left(\varphi_p(\mathbf{r}_{T1}, +Y_0) G(\mathbf{q}_{T1}, \mathbf{r}_{T1}, Y_0 - y) \frac{\mathbf{r}_{T1}^2}{\mathbf{q}_{T1}^2} \right) \times \frac{\alpha_s C_A}{\pi^2} \frac{\mathbf{q}_{T1}^2}{\mathbf{q}_{T2}^2 \mathbf{p}_T^2} \delta(\mathbf{q}_{T1} + \mathbf{q}_{T2} - \mathbf{p}_T) \left(\frac{\mathbf{q}_{T2}^2}{\mathbf{r}_{T2}^2} G(\mathbf{r}_{T2}, \mathbf{q}_{T2}, y + Y_0) \varphi_p(\mathbf{r}_{T1}, -Y_0) \right), \quad (1.46)$$

где $Y_0 \sim \log \sqrt{S}$ – масштаб быстроты задаваемый сталкивающимися протонами, импакт-факторы протонов $\varphi_p(\mathbf{r}_{T1}, \pm Y_0)$ описывают рождение системы адронов с быстротами $\sim \pm Y_0$ в результате неупругого столкновения. В эксперименте, частицы с такими большими быстротами обычно имеют поперечный импульс $\Lambda \lesssim 1$ ГэВ, потому импакт-фактор является существенно непертурбативным объектом. Рождение частиц с быстротами в промежутках $y - Y_0$ и $-Y_0 - y$ описывается функцией Грина уравнения БФКЛ G .

Для того, чтобы привести формулу (1.46) к виду (2) воспользуемся свойством симметрии функции Грина $G(\mathbf{r}_T, \mathbf{q}_T, Y) = G(\mathbf{q}_T, \mathbf{r}_T, Y)$ и введем доли больших конусных компонент импульса протона, которые несут реджеоны с поперечными импульсами $\mathbf{q}_{T1,2}$:

$$x_{1,2} = \frac{q_{1,2}^\pm}{P_{1,2}^\pm} = \frac{|\mathbf{p}_T|}{\sqrt{S}} e^{\pm y}.$$

Очевидно, что зависимость функций Грина и импакт-факторов от быстроты y можно представить как зависимость от $x_{1,2}$, т. е. формулу (1.46) можно переписать в виде [4] (см. так же [35])

гл. 8):

$$\frac{d\sigma}{d^2\mathbf{p}_T dy} = \frac{\alpha_s C_A}{\mathbf{p}_T^2} \int \frac{d^2\mathbf{q}_{T1}}{\pi} \frac{d^2\mathbf{q}_{T2}}{\pi} \tilde{\Phi}_{g/p}(x_1, \mathbf{q}_{T1}^2, \mathbf{p}_T^2) \tilde{\Phi}_{g/p}(x_2, \mathbf{q}_{T2}^2, \mathbf{p}_T^2) \delta(\mathbf{q}_{T1} + \mathbf{q}_{T2} - \mathbf{p}_T), \quad (1.47)$$

где неинтегрированные ПФР $\tilde{\Phi}(x, t, \mu^2)$ определены как

$$\tilde{\Phi}(x, \mathbf{q}_T^2, \mu^2) = \int \frac{d^2\mathbf{r}_T}{\mathbf{r}_T^2} \varphi_p \left(\mathbf{r}_T, \log \frac{\sqrt{S}}{\Lambda} \right) G \left(\mathbf{q}_T, \mathbf{r}_T, \log \left(\frac{\mu}{\Lambda} \frac{1}{x} \right) \right).$$

Зависимость нПФР от масштаба $\mu \sim |\mathbf{p}_T|$, строго говоря, находится за пределами ЛЛП подхода БФКЛ, и является артефактом сделанного выше выбора быстроты Y как переменной эволюции в уравнении БФКЛ, т. е. в рамках ЛЛП БФКЛ можно говорить только о пересуммировании лидирующих поправок $\alpha_s \log \frac{1}{x}$ в нПФР.

Таким образом, мы показали, что в ЛЛП подхода БФКЛ имеет место формула k_T -факторизации схожая с формулой (2). Более детально, связь подходов КПМ и БФКЛ с k_T -факторизацией будет обсуждаться в разд. 1.5.

Ясно, что рассуждения аналогичные рассуждениям приводящим к формуле (1.47) можно провести и для ряда других жестких процессов, например для рождения пары тяжелых кварка и антикварка [38; 39] или пары адронных струй. При этом эффективная вершина, описывающая рождение интересующего нас конечного состояния Y в партонном подпроцессе $RR \rightarrow Y$, будет отличаться от рассмотренного выше эффективной вершины $RR \rightarrow g$ (1.32). Для вывода новых эффективных вершин, можно было бы воспользоваться процедурой, аналогичной процедуре приводящей к вершине Липатова. Можно выделить соответствующую структуру в амплитуде вспомогательного процесса $qq' \rightarrow q + Y + q'$ в МРК между кварками в конечном состоянии и интересующим нас состоянием Y . В принципе, рассмотрение других вспомогательных процессов, например $gg \rightarrow g + Y + g$ в МРК могло бы послужить хорошим тестом универсальности полученного выражения. Однако, возможен и другой подход. Удастся построить полевую формулировку теории взаимодействия реджезованных и обычных глюонов [5], которая позволяет получать необходимые амплитуды при помощи некоторых правил Фейнмана, как и обычные амплитуды в КХД. Рассмотрению этой формулировки и посвящен следующий параграф.

1.3 Эффективное действие для КМРК процессов с глюонами в t -канале

Эффективный лагранжиан, описывающий взаимодействие реджезованных и обычных глюонов, может быть сконструирован многими различными способами. В нашем изложении мы будем близко следовать подходу разд. 5 и 6 работы [5].

Сосредоточимся для начала на квазиупругих процессах в глюодинамике, т. е. таких процессах, в которых в столкновении двух глюонов рождается две группы частиц сильно разделенных по быстрой. В этой кинематике большие компоненты импульса глюонов в каждой из групп сохраняются:

$$\sum_i k_i^\pm = 0, \quad (1.48)$$

и реджезованный глюон приносит только компоненту q^\mp и поперечный импульс.

Рождение единственного глюона описывается эффективной вершиной Rgg , которую можно вывести рассматривая процесс $gq \rightarrow gq$ или $gg \rightarrow gg$ в МРК:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu_1\mu_2\mp}^{abc}(k_1, k_2, q) = & f^{abc} [(k_1^\pm - k_2^\pm)g_{\mu_1\mu_2} - \\ & n_{\mu_1}^\pm (2k_1 + k_2)_{\mu_2} + n_{\mu_2}^\pm (2k_2 + k_1)_{\mu_1} - \frac{q^2}{k_1^\pm} n_{\mu_1}^\pm n_{\mu_2}^\pm], \end{aligned} \quad (1.49)$$

Рассмотрим вершину $\Gamma_{\mu_1\mu_2-}^{abc}$. Эта эффективная вершина, помимо +-проекции обычной трехглюонной вершины:

$$n_+^\rho (g_{\mu_1\mu_2}(k_1 - k_2)_\rho + g_{\rho\mu_2}(2k_2 + k_1)_{\mu_1} - g_{\rho\mu_1}(2k_1 + k_2)_{\mu_2}),$$

содержит еще и нелокальный *индуцированный* вклад:

$$-\frac{q^2}{k_1^+} n_{\mu_1}^+ n_{\mu_2}^+,$$

восстанавливающий калибровочную инвариантность редже-асимптотики амплитуды.

Нашей задачей будет построение эффективного действия для реджезованных и Янг-Миллсовских глюонов, которое обеспечивало бы t -канальную факторизацию древесных амплитуд в КМРК и их калибровочную инвариантность, т. е. генерировало бы индуцированные члены во всех порядках ТВ. На уровне эффективного действия факторизацию амплитуд можно зафиксировать, введя не взаимодействующие друг с другом непосредственно поля $A_\mu^{(y>y_0)}$ и $A_\mu^{(y<y_0)}$ для частиц несущих соответственно большую q^+ и q^- -компоненты импульса. Быстроты реальных и виртуальных частиц, связанных с этими полями, ограничены обрезанием y_0 . В каждом секторе по быстрой вводится своя копия лагранжиана КХД, так что полный лагранжиан эффективной теории для квазиупругих процессов имеет вид:

$$L = L_{QCD}^{y<y_0} + L_{QCD}^{y>y_0} + L_R, \quad (1.50)$$

где L_R – лагранжиан взаимодействия полей $A_\mu^{y<y_0}$ и $A_\mu^{y>y_0}$ с реджеонами, которые осуществляют коммуникацию между секторами разделенными по быстрой.

Из результатов параграфа 1.1 ясно, что на древесном уровне, реджезованный глюон представляет собой цветной скаляр. Введем поля реджезованных глюонов $R_\pm = R_\pm^a T_a$, подчиняющи-

еся кинематическому ограничению:

$$\partial_{\mp} R_{\pm} = 0, \quad (1.51)$$

где обозначение $\partial_{\pm} = \partial^0 \pm \partial^3$ введено в приложении Б. В импульсном представлении условие (1.51) означает, что поле R_+ переносит большую конусную компоненту импульса q^+ и поперечный импульс \mathbf{q}_T , а $q^- = 0$, аналогично для R_- компонента $q^+ = 0$.

Постулируя t -канальную факторизацию древесных амплитуд в квазиупругой кинематике, можно написать следующий лагранжиан взаимодействия полей R_{\pm} и глюонных полей:

$$L_R = 2 \operatorname{tr} [\kappa R_+ \partial_{\sigma}^2 R_- + R_+ j_- [A_{\mu}^{(y < y_0)}] + R_- j_+ [A_{\mu}^{(y > y_0)}]], \quad (1.52)$$

где $j_{\pm} [A_{\mu}]$ – пока не определенные функционалы глюонных полей. Нормировку кинетического члена κ пока оставим свободной.

Локальную часть взаимодействия реджезованных и обычных глюонов можно извлечь из (1.49) заметив, что в аксиальной калибровке

$$n_+^{\mu} \tilde{A}_{\mu} = 0, \quad (1.53)$$

для вершины $\Gamma_{\mu\nu-}$ не существенны индуцированные члены, т. к. они будут обращаться в ноль при свертке с векторами поляризации глюонов. В этой калибровке вершина $\Gamma_{\mu\nu-}$ имеет очень простой вид:

$$\Gamma_{\mu_1\mu_2-}^{a,b,c}(k_1, k_2, q) = f^{abc} g_{\mu_1\mu_2} (k_1 - k_2)^+,$$

к которому легко прийти, подставив в (1.52) следующее выражение для $j_+[A_{\mu}]$:

$$j_+[\tilde{A}_{\mu}] = ig_s [\tilde{A}_{\mu}, \partial_+ \tilde{A}^{\mu}],$$

где \tilde{A}_{μ} означает, что поле A_{μ} взято в калибровке (1.53). Полученное выражение для $j_+[\tilde{A}_{\mu}]$ можно преобразовать к виду

$$j_+[\tilde{A}_{\mu}] = - [\tilde{D}_{\mu}, \tilde{G}_{\mu+}] - \partial_{\mu} \partial_+ \tilde{A}_{\mu}, \quad (1.54)$$

где $\tilde{G}_{\mu+} = -\partial_+ \tilde{A}_{\mu} - (\mu+)$ -компонента тензора напряженности (А.4) в калибровке (1.53). Первый член в (1.54) обращается в нуль в силу уравнений движения для свободных глюонных полей $[D_{\mu}, G_{\mu\nu}] = 0$. Преобразования действия, использующие уравнения движения, не меняют древесных амплитуд, по этому, для случая эффективного действия для древесных амплитуд, первый член в (1.54) можно опустить.

Рассмотрим следующее калибровочное преобразование полей A_{μ} (ср. с (А.2)):

$$\tilde{A}_{\mu} = \frac{-i}{g_s} W^{\dagger} [A_+] D_{\mu} W [A_+], \quad (1.55)$$

где $W[A_+]$ – Вильсоновский интеграл вдоль светоподобного направления x^- , определенный в приложении В. Формула (1.55) является калибровочным преобразованием полей A_{μ} , т. к. матри-

ца W – унитарна. Из базового свойства Вильсоновской линии (В.1) следует, что преобразование (1.55) переводит поле A_μ в произвольной калибровке в поле \tilde{A}_μ в калибровке (1.53). Подставив (1.55) во второй член выражения (1.54) и воспользовавшись выражением (В.7) для $W^\dagger[A_+] = W^{-1}[A_+]$ получаем:

$$j_+[A_\mu] \rightarrow \frac{i}{g_s} \partial_\mu \partial_+ (1 + ig_s(\partial_+^{-1} A_+)) (\partial_\mu + ig_s A_\mu) W[A_+] = \frac{i}{g_s} \partial_\mu^2 \partial_+ W[A_+] + R. \quad (1.56)$$

Обсудим поведение остаточного члена R в (1.56). Он содержит вклады трех типов:

$$\partial_+ A W[A_+], \quad \partial_+(\partial_+^{-1} A_+) W[A_+], \quad \partial_+(\partial_+^{-1} A_+) A W[A_+],$$

не трудно убедиться, что все эти члены приводят к вкладам в амплитуду, обращающимся в нуль в силу сохранения большой конусной компоненты импульса (1.48). Например, вклад в амплитуду члена первого типа

$$\partial_+ A W[A_+] = (\partial_+ A) W[A_+] + A \partial_+ W[A_+],$$

в n -ном порядке ТВ будет содержать сумму по перестановкам n глюонов с кинематическими коэффициентами вида (см. формулу В.8):

$$\frac{k_{\sigma(1)}^+}{(k_{\sigma(2)}^+ + \dots + k_{\sigma(n)}^+) \dots k_{\sigma(n)}^+} + \frac{1}{(k_{\sigma(3)}^+ + \dots + k_{\sigma(n)}^+) \dots k_{\sigma(n)}^+} = 0,$$

в силу (1.48). Аналогичные рассуждения можно проделать и для остальных двух типов вкладов в остаточный член. Эти рассуждения эквивалентны интегрированию по частям, переносящему производную ∂_+ на сомножитель R_- в (1.52), после чего соответствующий член обращается в ноль в силу кинематического условия (1.51). Интегрирование по частям приводит к обращению в нуль только членов в R , т. к. $W[A_+]$ в первом члене (1.56) содержит ∂_+^{-1} в крайней левой позиции.

В результате, остается единственный член, дающий вклад в древесные амплитуды:

$$j_\pm[A_\mu] \rightarrow \frac{i}{g_s} \partial_\pm \partial_\mu^2 W[A_\pm], \quad (1.57)$$

и эффективное действие (1.52) принимает вид

$$L_R = 2 \text{tr} \left[\kappa R_+ \partial_\sigma^2 R_- + \frac{i}{g_s} \left(R_+ \partial_- \partial_\sigma^2 W \left[A_-^{(y < y_0)} \right] + R_- \partial_+ \partial_\sigma^2 W \left[A_+^{(y > y_0)} \right] \right) \right]. \quad (1.58)$$

Докажем калибровочную инвариантность построенного реджеон-глюонного взаимодействия. Для случая j_+ , выполним интегрирование по частям по переменной x_- в интеграле дей-

ствия:

$$S_R = \frac{2i}{g_s} \int_{-\infty}^{+\infty} dx^- dx^+ \int d^2 \mathbf{x}_T \operatorname{tr} \left[R_- \frac{\partial}{\partial x^-} \partial_\sigma^2 W [A_+] \right] =$$

$$\frac{2i}{g_s} \int_{-\infty}^{+\infty} dx^+ \int d^2 \mathbf{x}_T \left(\operatorname{tr} [R_- \partial_\sigma^2 W [A_+]] \right) \Big|_{x^- = -\infty}^{x^- = +\infty} - \quad (1.59)$$

$$\frac{2i}{g_s} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx^- dx^+}{2} \int d^2 \mathbf{x}_T \operatorname{tr} [(\partial_+ R_-) \partial_\sigma^2 W [A_+]] . \quad (1.60)$$

Член (1.60) равен нулю в силу кинематического условия (1.51). Остается член (1.59) в котором отлична от нуля только подстановка $x^- = +\infty$ в результате которой Вильсоновская линия $W[A_+]$ протягивается от $-\infty$ до $+\infty$ вдоль светового конуса x^- . Из свойства Вильсоновской линии (B.5) следует, что член (1.59) инвариантен относительно калибровочных преобразований, параметр которых $-\omega(x)$ обращается в нуль на светоподобной бесконечности. Таким образом, калибровочная инвариантность взаимодействия реджеонов R_- с глюонами доказана. Аналогичные рассуждения можно проделать и для случая R_+ .

Легко видеть, что калибровочная инвариантность реджеон-глюонного взаимодействия (1.58) не зависит от квазиупругой кинематики в рамках которой оно было выведено. Калибровочная инвариантность зависит только от кинематического условия (1.51), которое является следствием КМРК. Таким образом, действие (1.58) уже содержит индуцированные члены, восстанавливающие калибровочную инвариантность эффективной вершины $R^+ R^- \rightarrow g \dots g$, описывающей рождение частиц в центральной области по быстроте. Но, в отличие от квазиупругой кинематики, в случае рождения частиц в центральной области нельзя выбрать такую калибровку, которая обращала бы в ноль все индуцированные члены.

Коэффициент κ можно зафиксировать, рассмотрев кинетическую часть лагранжиана теории:

$$L_{QCD}^{(y_1 < y < y_2)} + L_{GF}^{(y_1 < y < y_2)} + L_R^{(y_1 < y < y_2)} = 2 \operatorname{tr} [A_\mu d^{\nu\mu} A_\nu + \kappa R_+ \partial_\sigma^2 R_- - R_+ \partial_\sigma^2 A_- - R_- \partial_\sigma^2 A_+ + O(g_s)] ,$$

где $d_{\mu\nu} = \partial_\rho^2 g_{\mu\nu} - \frac{\xi+1}{\xi} \partial_\mu \partial_\nu$. От смешивания реджеон-глюон можно избавиться, сделав сдвиг глюонных полей:

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{2} (n_\mu^- R^+ + n_\mu^+ R^-) , \quad (1.61)$$

после сдвига, для получения реджеонного пропагатора в виде $\frac{-i}{t}$ нужно выбрать коэффициент $\kappa = +2$. Сдвиг (1.61) устраняет из правил Фейнмана вершину перехода реджеон-глюон, однако для построения теории возмущений для эффективных вершин, лагранжиан (1.58) удобнее. Окон-

чительно, он имеет вид (ср. с формулой (87) в [5]):

$$L_R^{(y_1 < y < y_2)} = 2 \operatorname{tr} [R_+ \partial_\rho^2 (\mathcal{A}_- [A_-] + R_-) + R_- \partial_\rho^2 (\mathcal{A}_+ [A_+] + R_+)], \quad (1.62)$$

где

$$\mathcal{A}_\pm [A_\pm] = \frac{i}{g_s} \partial_\pm W [A_\pm]. \quad (1.63)$$

1.4 Реджезованные кварки

МРК асимптотику амплитуд для ряда процессов, невозможно представить в виде амплитуды с обменом реджезованным глюоном в t -канале. Например, рассмотрим процесс $q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow g(p_3) + g(p_4)$ в реджевском пределе (1.15). Соответствующие t и u -канальные амплитуды имеют вид (Рис. 1.5):

$$\mathcal{M}_t = g_s^2 \bar{v}(p_2) (i\gamma_{\mu_4} T^{a_4}) \frac{i\hat{q}}{q^2} (i\gamma_{\mu_3} T^{a_3}) u(p_1) \varepsilon_{a_3}^{*\mu_3}(p_3) \varepsilon_{a_4}^{*\mu_4}(p_4), \quad (1.64)$$

$$\mathcal{M}_u = g_s^2 \bar{v}(p_2) (i\gamma_{\mu_3} T^{a_3}) \frac{i(\hat{p}_1 - \hat{p}_4)}{(p_1 - p_4)^2} (i\gamma_{\mu_4} T^{a_4}) u(p_1) \varepsilon_{a_3}^{*\mu_3}(p_3) \varepsilon_{a_4}^{*\mu_4}(p_4), \quad (1.65)$$

где $q = p_1 - p_3$.

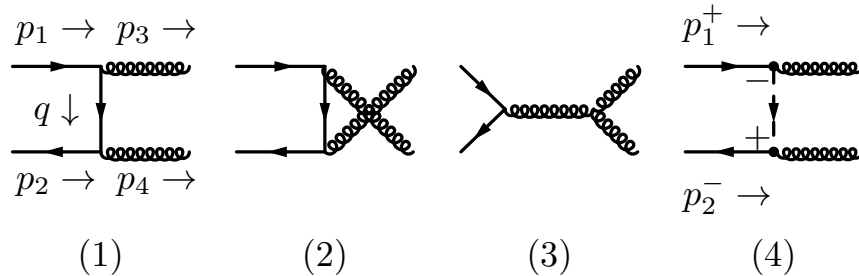


Рисунок 1.5 — Фейнмановские диаграммы для амплитуды процесса $q\bar{q} \rightarrow gg$ (1-3) и МРК асимптотики этой амплитуды (4).

Вклад s -канальной диаграммы подавлен степенным образом и оказывается не существенен для калибровочной инвариантности амплитуды в реджевском пределе. Вклад t -канальной амплитуды (1.64) является лидирующим в реджевском пределе, однако он не удовлетворяет тождеству Славнова-Тейлора сам по себе. Для того, чтобы восстановить калибровочную инвариантность t -канального вклада, к нему необходимо прибавить часть редже-асимптотики u -канального вклада

с “ t -канальной” цветовой структурой $T^{a_4}T^{a_3} = T^{a_3}T^{a_4} + if^{a_4a_3c}T^c$:

$$\begin{aligned} \mathcal{M}_u^R = & g_s^2 \bar{v}(p_2) (i\gamma_{\mu_3} T^{a_4}) \left[\frac{i(p_1^+ \hat{n}_- - p_4^- \hat{n}_+)}{2(-p_1^+ p_4^-)} \right] (i\gamma_{\mu_4} T^{a_3}) u(p_1) \varepsilon_{a_3}^{*\mu_3} \varepsilon_{a_4}^{*\mu_4} = \\ & g_s^2 \varepsilon_{a_3}^{*\mu_3} \varepsilon_{a_4}^{*\mu_4} \left[\bar{v}(p_2) \left(-\frac{i\hat{q}}{p_4^-} n_{\mu_4}^- T^{a_4} \right) \frac{i\hat{q}}{q^2} (i\gamma_{\mu_3} T^{a_3}) u(p_1) + \right. \\ & \left. \bar{v}(p_2) (i\gamma_{\mu_4} T^{a_4}) \frac{i\hat{q}}{q^2} \left(\frac{i\hat{q}}{p_1^+} n_{\mu_3}^+ T^{a_3} \right) u(p_1) \right], \end{aligned}$$

где мы прокоммутировали фактор \hat{n}^- в первой строке к $u(p_1)$, фактор \hat{n}^+ к $\bar{v}(p_2)$, воспользовались тем, что $\hat{n}^- u(p_1) = \bar{v}(p_2) \hat{n}^+ = 0$ и вставили $\hat{1} = \frac{\hat{q}\hat{q}}{q^2}$, чтобы сформировать t -канальный пропагатор. Учитывая, что в реджевском пределе $p_1^+ \simeq p_3^+$, получаем (см. так-же диагр. (4) на Рис. 1.5):

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^R(q\bar{q} \rightarrow gg) = \mathcal{M}_t + \mathcal{M}_u^R = & g_s^2 \varepsilon_{a_3}^{*\mu_3}(p_3) \varepsilon_{a_4}^{*\mu_4}(p_4) \times \\ & \bar{v}(p_2) \left(i\gamma_{\mu_4}^{(+)}(-q, -p_3) T^{a_4} \right) \frac{i\hat{q}}{q^2} \left(i\gamma_{\mu_3}^{(-)}(q, -p_4) T^{a_3} \right) u(p_1), \end{aligned} \quad (1.66)$$

где

$$\gamma_{\mu}^{(\pm)}(q, p) = \gamma_{\mu} + n_{\mu}^{\mp} \frac{\hat{q}}{p^{\mp}} \quad (1.67)$$

– вершина Qqg -рассеяния Фаина-Шермана [40; 41].

В настоящий момент, гипотеза реджезации амплитуд с глюонами и кварками в t -канале доказана только в ЛЛП [42], однако прошла нетривиальную проверку и в СЛЛП, в частности, удается найти выражение для редже-траектории кварка в двух петлях [43].

Легко проверить, что МРК-асимптотика амплитуды $q\bar{q} \rightarrow gg$ (1.66) удовлетворяет тождествам Славнова-Тейлора и имеет вид амплитуды с обменом *реджезованным кварком* в t -канале. Вершина (1.67) подобно вершине (1.49) содержит нелокальный индуцированный вклад.

Полевая формулировка теории взаимодействия реджезованных кварков с Янг-Миллсовскими кварками и глюонами была впервые дана в работе [6]. Как и в случае глюонов, наиболее простую форму имеет действие, содержащее вершину смешивания реджеон-частица. Чтобы его построить заметим, что индуцированный вклад в вершину $\gamma_{\mu}^{(-)}$ выпадает в калибровке (1.53). В этой калибровке, вершину $\gamma_{\mu}^{(-)}$ можно вывести из следующего лагранжиана (см. Рис. 1.6):

$$L_{Q_-} = \bar{Q}_- (-i\hat{\partial}) \tilde{\psi} + \bar{\tilde{\psi}} (-i\hat{\partial}) Q_- + i\bar{\tilde{\psi}} \gamma_{\mu} \tilde{D}^{\mu} \tilde{\psi}, \quad (1.68)$$

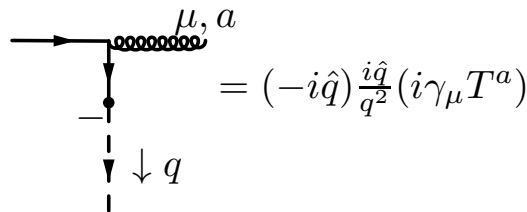


Рисунок 1.6 — Диаграммное представление для Qqg -вершины $\gamma_{\mu}^{(-)}(p, q)$ в калибровке (1.53), построенное в соответствии с правилами Фейнмана для лагранжиана (1.68).

где Q_- – поле реджезованного кварка, $\tilde{D}_\mu = \partial_\mu + ig_s \tilde{A}_\mu$, а $\bar{\tilde{\psi}}, \tilde{\psi}$ – кварковые поля, связанные с глюонными полями в калибровке (1.53) соотношением:

$$\bar{\tilde{\psi}} \tilde{D}_\mu \tilde{\psi} = \bar{\psi} D_\mu \psi.$$

Принимая во внимание, что поле в калибровке (1.53) связано с полем в произвольной калибровке формулой (1.55), получаем, что последнему соотношению удовлетворяют кварковые поля

$$\tilde{\psi} = W^\dagger[A_+] \psi, \quad \bar{\tilde{\psi}} = \bar{\psi} W[A_+]. \quad (1.69)$$

Первый и второй члены лагранжиана (1.68) описывают переход реджезованного кварка в обычный, и фактор $-i\hat{\partial} \rightarrow -i\hat{q}$ сокращает “лишний” t -канальный кварковый пропагатор (Рис. 1.6).

Подставляя (1.69) и (1.55) в (1.68), дописывая аналогичные члены для Q_+ и кинетический член $2(\bar{Q}_+ i\hat{\partial} Q_- + \bar{Q}_- i\hat{\partial} Q_+)$ для реджезованных кварков, получаем (ср. с формулой (33) в [6]):

$$L_Q^{(y_1 < y < y_2)} = \bar{Q}_- i\hat{\partial} (Q_+ - W^\dagger[A_+] \psi) + \bar{Q}_+ i\hat{\partial} (Q_- - W^\dagger[A_-] \psi) + \text{h.c.}, \quad (1.70)$$

где h.c. обозначает эрмитово-сопряженные члены.

Поля реджезованных кварков удовлетворяют кинематическим условиям, аналогичным условию (1.51):

$$\partial_\pm Q_\mp = 0, \quad \partial_\pm \bar{Q}_\mp = 0, \quad (1.71)$$

$$\hat{n}^\pm Q_\mp = 0, \quad \bar{Q}_\pm \hat{n}^\mp = 0. \quad (1.72)$$

Кинетический член для полей Янг-Миллсовских кварков ψ в лагранжиане (1.70) не диагонален, и кинематическое условие (1.72) возникает из требования равенства нулю эффективных вершин взаимодействия реджеонов одного знака: $\bar{Q}_\pm \Gamma Q_\pm$, возникающих после диагонализации лагранжиана. Появление этих вершин в лагранжиане, привело бы к нарушению условий КМРК. Кинематическое условие (1.72) можно зафиксировать, введя в пропагатор реджезованного кварка высокоэнергетические проекторы $\hat{P}_\pm = \hat{n}_\mp \hat{n}_\pm / 4$ [6]:

$$\begin{aligned} \begin{array}{c} \pm \\ \text{---} \times \text{---} \text{---} \end{array} &= \hat{P}_\pm \frac{i\hat{q}}{q^2}, \\ \begin{array}{c} \pm \\ \text{---} \text{---} \text{---} \times \end{array} &= \frac{i\hat{q}}{q^2} \hat{P}_\pm. \end{aligned} \quad (1.73)$$

Положение проектора не имеет значения в МРК, однако становится важным при обсуждении модифицированных МРК-амплитуд (см. разд. 1.5).

Калибровочная инвариантность лагранжиана (1.70) следует непосредственно из свойств (B.5) и (A.1).

1.5 Проблема применения подхода БФКЛ к жестким процессам, подход реджезованных партонов

Полевая формулировка теории реджезации партонов, приводит к замкнутой картине высокоэнергетического предела КХД, как теории взаимодействия реджезованных кварков и глюонов. В рамках этой картины известно [44—46], что простой анзац k_T -факторизации сечения в виде свертки нПФР и коэффициента жесткого рассеяния (2, 1.47) вообще говоря неверен за пределами следующего за лидирующим логарифмического приближения (СЛЛП). Однако в ЛЛП [47—49] и СЛЛП [50] подхода БФКЛ, он доказан.

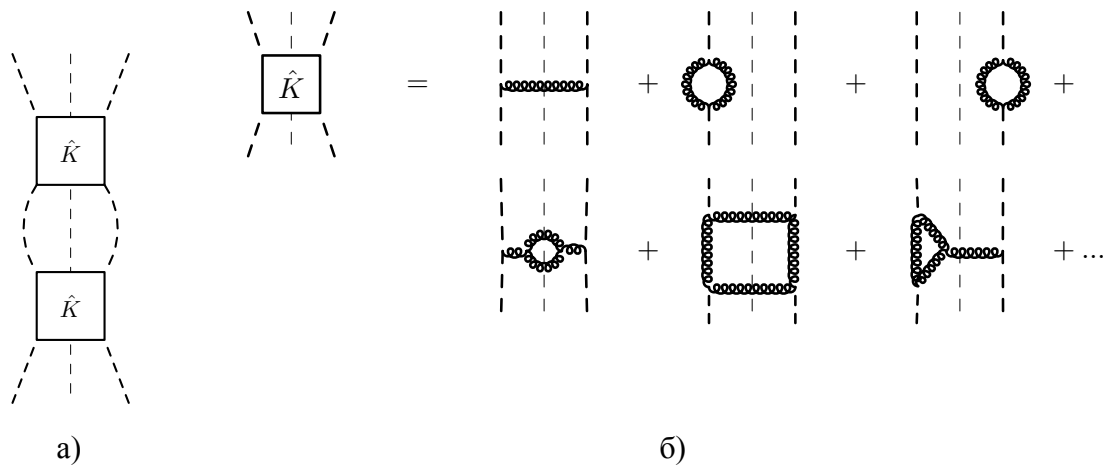


Рисунок 1.7 — Пример обобщенной лестничной диаграммы с реджезованными глюонами в t -канале (а), и диаграммы дающие вклад в ЛЛП и СЛЛП для ядра уравнения БФКЛ в рамках подхода эффективного действия (б).

При феноменологическом применении k_T -факторизации предполагается, что существует некоторая *преасимптотическая* область энергий

$$\sqrt{S} \gg \mu \gg \Lambda_{QCD},$$

в которой, эффекты взаимодействия реджеонов, приводящие в нарушение линейной k_T -факторизации типа (2) не важны. В этой преасимптотической области, лидирующий вклад в сечение будут давать обобщенные лестничные диаграммы, типа изображенных на Рис. 1.7 и соответствующих СЛЛП и следующим за СЛЛ приближениям подхода БФКЛ, и по прежнему будет верна формула k_T -факторизации типа (2), однако нПФР в ней будут удовлетворять уравнению БФКЛ в СЛЛП, и более высоких порядках.

Гипотеза k_T -факторизации была сформулирована в классических работах [4; 38; 39]. В этих работах так же предполагалось, что существует высокоэнергетический режим (режим малых- x) в котором эволюция нПФР полностью определяется БФКЛ-логарифмами $\log 1/x$ и для целей фено-

менологии вполне достаточно определить нПФР с фиксированной (как правило – лидирующей) логарифмической точностью.

Кроме того, в стандартной схеме k_T -факторизации предполагается, что эффектами реджезации кварков и эволюции кварковой нПФР можно пренебречь, по крайней мере в области достаточно высоких энергий. Последнее предположение основано на различии в асимптотическом поведении сечений с реджезованным глюоном и кварком в t -канале. Например в реджевском пределе:

$$|\mathcal{M}(qq' \rightarrow qq')|^2 \sim \frac{s^2}{t^2}, \quad (1.74)$$

$$|\mathcal{M}(q\bar{q} \rightarrow gg)|^2 \sim -\frac{s}{t}, \quad (1.75)$$

т. е. амплитуда с кварковым обменом в t -канале, по крайней мере в Борновском приближении и ЛЛП [40; 41], имеет МРК асимптотику сублидирующую, по сравнению с МРК асимптотикой амплитуды с обменом глюоном в t -канале.

Оба этих предположения приходится поставить под сомнение, принимая во внимание результаты, полученные при расчете ядра уравнения БФКЛ в СЛЛП, который был выполнен в пионерских работах [51—53].

В СЛЛП [51—53] в выражении для ядра уравнения БФКЛ возникают дважды-логарифмические члены, пропорциональные

$$\alpha_s \log^2 \frac{\mathbf{q}_T^2}{\mathbf{r}_T^2}. \quad (1.76)$$

Эти члены наиболее важны в пределе $\mathbf{q}_T^2 \ll \mathbf{r}_T^2$ или $\mathbf{q}_T^2 \gg \mathbf{r}_T^2$, соответствующем дважды-логарифмическому пределу ДГЛАП эволюции – $x \ll 1$ и $\mathbf{q}_T^2 \ll \mathbf{r}_T^2$ [54]. В самом деле, в дважды-логарифмическом пределе ДГЛАП (см. например [35] гл. 2.4.6 или [31] гл. 4.6.2) в ЛЛП суммируются вклады пропорциональные:

$$\left(\alpha_s \log \frac{\mathbf{q}_T^2}{\mathbf{r}_T^2} \log \frac{1}{x} \right)^n \sim \left(\alpha_s \log \frac{\mathbf{q}_T^2}{\mathbf{r}_T^2} \log \frac{s}{\mathbf{q}_T^2} \right)^n,$$

с другой стороны, в БФКЛ-формализме стандартным является симметричный выбор энергетического масштаба $s_0 = |\mathbf{q}_T| |\mathbf{r}_T|$ в (1.33). Переписывая в последнем выражении $\log \frac{s}{\mathbf{q}_T^2}$ как $\log \frac{s}{|\mathbf{q}_T| |\mathbf{r}_T|} - \frac{1}{2} \log \frac{\mathbf{q}_T^2}{\mathbf{r}_T^2}$ получаем, что дважды-логарифмический предел ЛЛП ДГЛАП-эволюции приводит к возникновению членов вида:

$$\left(\alpha_s \log^2 \frac{\mathbf{q}_T^2}{\mathbf{r}_T^2} \right)^{n-m} \left(\alpha_s \log \frac{\mathbf{q}_T^2}{\mathbf{r}_T^2} \log \frac{s}{|\mathbf{q}_T| |\mathbf{r}_T|} \right)^m,$$

дающих вклад в СЛЛП БФКЛ эволюции.

Описанные выше большие логарифмические поправки, будучи взятыми в фиксированном порядке теории возмущений, приводят к нестабильности СЛЛП БФКЛ эволюции, приводящей

к осцилляциям БФКЛ-функции Грина и как следствие, возможности получения отрицательного сечения [54] и большим отрицательным поправкам к интерсепту БФКЛ-померона [51].

Таким образом, большие логарифмические поправки типа (1.76) требуют пересуммирования. Это пересуммирование критически важно для применения подхода БФКЛ к жестким процессам, т. к. начальное состояние (протон) не содержит внутреннего жесткого масштаба и в физике жестких процессов доминирует ДГЛАП-эволюция ПФР от малых поперечных импульсов, характеризующих начальное состояние к большим поперечным импульсам партонов участвующих в жестком рассеянии.

Другим источником больших поправок к ядру уравнения БФКЛ, являются поправки связанные с бегом константы связи $\alpha_s(\mu)$. С целью прямого изучения БФКЛ-эффектов был предложен класс процессов, в которых основной вклад в сечение дает БФКЛ-функция Грина с близкими поперечными импульсами в начале и в конце лестницы. Примером таких процессов может быть рождение пары адронных струй с большим поперечным импульсом, сильно разделенных по быстрой (струи Мюллера-Навеле) [55]. При обсуждении таких процессов, поправки связанные с бегом константы связи становятся основным источником больших вкладов в СЛП. Эти поправки могут быть учтены, при помощи схемы выбора масштаба перенормировки Бродского-Лепаж-Маккинзи [56]. Примером успешного феноменологического применения этого подхода к процессу рождения пар струй Мюллера-Навеле могут служить работы [57; 58].

Был предложен целый ряд феноменологических схем пересуммирования больших логарифмических вкладов в рамках формализма БФКЛ [12—14; 54; 59—69]. Их можно грубо разделить на два класса – схемы пересуммирования в двойном меллиновском представлении [54; 59—63] и схемы в которых нПФР определена сразу в \mathbf{k}_T -пространстве [12—14; 64—69]. Схемы первого типа используют двойное меллиновское представление для БФКЛ-функции Грина – $(\omega : 1/x, \gamma : |\mathbf{k}_T|)$, где двоеточиями разделены пары сопряженных переменных. Их так же принято называть схемами с ренормгрупповым пересуммированием⁶ (РГС).

С теоретической точки зрения, пересуммирование в двойном меллиновском представлении предпочтительнее, т. к. позволяет выделять проблемные дважды-логарифмические члены в виде сингулярностей при $\gamma \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow 1$ и использовать известные результаты для аномальных размерностей в ЛЛП и СЛЛП подхода ДГЛАП. Однако, имеющейся информации из теории возмущений недостаточно для того, чтобы жестко зафиксировать схему пересуммирования (хороший обзор см. в гл. 6.3.2 монографии [35]). В частности, в подходе ДГЛАП не зафиксировано поведение аномальной размерности вдали от лидирующих сингулярностей $1/\gamma$ и $1/(1 - \gamma)$.

Тем не менее, полученные в этом подходе результаты приводят к ряду выводов, важных для феноменологии. В работе [59] проведено сравнение зависимости БФКЛ-функции Грина в ЛЛП и РГС СЛЛП в симметричной точке по \mathbf{k}_T от параметра $Y \sim \log 1/x$ (см. Рис 12 в [59]). С увеличением y , функция Грина в РГС СЛЛП демонстрирует значительно более медленный рост, чем функция Грина в ЛЛП. При $Y = 5$ функция Грина в РГС СЛЛП оказывается в 3.5 раза меньше, чем

⁶Renormalization Group Improved scheme

функция Грина в ЛЛП, а асимптотический показатель степени для функции Грина в РГС СЛЛП практически в два раза меньше, чем в ЛЛП.

Кроме того, учет ДГЛАП эффектов значительно улучшает инфракрасное поведение функции Грина. С ростом Y БФКЛ-эволюция в ЛЛП имеет тенденцию к диффузии в область малых \mathbf{k}_T в середине БФКЛ “лестницы” (см. гл. 3.3 монографии [35]), независимо от \mathbf{q}_T в начале и конце “лестницы”. Таким образом, инфракрасная область и поведение функции Грина в области сильного упорядочения по поперечному импульсу (ДГЛАП-области) оказываются важны, даже когда поперечный импульс в начале и конце “лестницы” выбран достаточно большим. Учет ДГЛАП-эффектов сильно ослабляет тенденцию БФКЛ-эволюции к диффузии в инфракрасную область, что проявляется, например, в ослаблении чувствительности РГС СЛЛП функции Грина к выбору схемы регуляризации полюса Ландау [59].

Таким образом, учет ДГЛАП эффектов качественно меняет картину БФКЛ-эволюции, ослабляет рост нПФР с увеличением $Y \sim \log 1/x$ и делает эволюцию более пертурбативной. Эти выводы свидетельствуют в пользу существования преасимптотического режима, в котором верна формула линейной k_T -факторизации (2).

Как мы видим, формально сублидирующие в формализме БФКЛ эффекты, тем не менее, сильно меняют качественную картину БФКЛ-эволюции нПФР. Этот результат заставляет пересмотреть и роль кварков в k_T -факторизации. В области малых x , распределение валентных кварков подавлено степенным образом, по отношению к распределению морских кварков. В описанной выше картине “наивной” k_T -факторизации можно было бы ожидать, что при достаточно малом x , валентными кварками можно пренебречь, а практически все морские кварки рождаются в следствие расщепления глюона $g \rightarrow q\bar{q}$ на последнем шаге эволюции. Последний шаг эволюции можно включить в жесткий процесс, например в случае ГНР в области малых x , рассматривая в лидирующем приближении вместо процесса $\gamma^*Q \rightarrow q$ порядка $O(\alpha)$, процесс $\gamma^*R \rightarrow q\bar{q}$ порядка $O(\alpha\alpha_s)$, и тогда нПФР для кварка просто не возникает.

Значительная роль сублидирующих ДГЛАП эффектов меняет эту картину. Например, в области $|\mathbf{q}_T| \ll \mu^2$ становятся важны Судаковские двойные логарифмы $\alpha_s \log^2 |\mathbf{q}_T|/\mu$, для пересуммирования которых существует формализм факторизации зависящей от поперечного импульса (ТМД⁷-факторизации) [1], в котором для описания области $|\mathbf{q}_T| \ll \mu^2$ вводится кварковая нПФР удовлетворяющая уравнению эволюции Коллинза-Сопера-Штермана [32]. В формализме ТМД-факторизации, область $\mathbf{q}_T \sim \mu^2$ предлагается учитывать порядок за порядком в теории возмущений КПМ, однако формализм реджезованных кварков позволяет распространить k_T -факторизацию и на эту область, что и будет сделано нами в дальнейшем.

Альтернативным подходом к задаче включения ДГЛАП эффектов в БФКЛ эволюцию, является подход уравнения эволюции ССФМ⁸ [64—67]. Интегральное уравнение ССФМ для нПФР

⁷Transverse Momentum Dependent

⁸Ciafaloni-Catani-Fiorani-Marchesini

глюона $\Phi_g(x, t, \mu^2)$ имеет вид:

$$\Phi_g(x, \mathbf{k}_T^2, \mu^2) = T_S(\mu^2, \mu_0^2) \Phi_g(x, \mathbf{k}_T^2, \mu_0^2) + \int \frac{d^2 \mathbf{q}_T}{\pi \mathbf{q}_T^2} \frac{dz}{z} \theta(\mu - z |\mathbf{q}_T|) \cdot T_S(\mu^2, z^2 \mathbf{q}_T^2) \cdot \frac{\alpha_s}{2\pi} P(z, \mathbf{q}_T, \mathbf{k}_T) \cdot \Phi_g\left(\frac{x}{z}, (\mathbf{k}'_T)^2, \mathbf{q}_T^2\right), \quad (1.77)$$

где $\Phi_g(x, \mathbf{k}_T^2, \mu_0^2)$ – нПФР на стартовом масштабе, $\mathbf{k}'_T = \mathbf{k}_T + (1 - z)\mathbf{q}_T$, глюонная функция расщепления ССФМ (ср. с Г.8):

$$P(z, \mathbf{q}_T, \mathbf{k}_T) = 2C_A \left[\frac{T_{NS}(z, \mathbf{q}_T, \mathbf{k}_T)}{z} + \frac{\theta(1 - z - \Delta_0)}{1 - z} \right], \quad (1.78)$$

инфракрасное обрезание $\Delta_0 = Q_0/|\mathbf{q}_T|$, а Судаковский и (по терминологии ССФМ) “не Судаковский” формфакторы определены как

$$T_S(\mu^2, t) = \exp \left[-\frac{C_A \alpha_s}{\pi} \int_t^{\mu^2} \frac{dq^2}{q^2} \int_0^{1-\Delta_0} \frac{dz}{1-z} \right] \sim \exp \left[-\frac{C_A \alpha_s}{2\pi} \log \frac{\mu^2}{t} \log \frac{Q_0^2}{t} \right], \quad (1.79)$$

$$T_{NS}(z, \mathbf{q}_T, \mathbf{k}_T) = \exp \left[-\frac{C_A \alpha_s}{\pi} \int_z^1 \frac{dz}{z} \int_{z\mathbf{q}_T}^{\mathbf{k}_T} \frac{dp^2}{p^2} \right] \sim \exp \left[-\frac{C_A \alpha_s}{2\pi} \log \frac{1}{z} \log \frac{\mathbf{k}_T^2}{(z\mathbf{q}_T)^2} \right]. \quad (1.80)$$

Специфическая форма ИК-обрезаний в уравнении (1.77) обусловлена угловым упорядочением излучений мягких глюонов, принятым в ССФМ вместо \mathbf{k}_T -упорядочения характерного для ЛЛП ДГЛАП. В Судаковском формфакторе (1.79) отсуммированы в ЛЛП дважды-логарифмические поправки вида $\alpha_s \log^2 t$, порождаемые мягкими глюонами в поправках к вершинам испускания s -канальных глюонов⁹. Не Судаковский формфактор (1.80) имеет то же происхождение, что и реджевские факторы $(s/s_0)^{\omega(t)}$ в (1.33), и суммирует, поправки усиленные $\log 1/z$.

Как видно из сравнения формул (1.78) и (Г.8), в уравнении ССФМ учтена мягкая сингулярность функции расщепления $P_{gg}(z)$ в области $z \rightarrow 1$ и БФКЛ эффекты в ЛЛП. Если опустить член $\sim 1/(1-z)$ в (1.78) и Судаковский формфактор, то уравнение ССФМ станет эквивалентным уравнению БФКЛ [67].

Основным недостатком формализма ССФМ, является отсутствие кварков в эволюции, которое не позволяет свести уравнения ССФМ к полной системе уравнений ДГЛАП ни в области больших x ни в области малых x . Кроме того, включение несингулярной части глюонной ДГЛАП функции расщепления в уравнение ССФМ не может быть порведено однозначным образом (см. [73] и цитируемые там ссылки).

⁹О формфакторе Судакова в КЭД, см. гл. XIII в [70]. Диаграммный подход к вычислению ФФ Судакова в КХД изложен в обзорах [71; 72].

Техническим недостатком формализма ССФМ является необходимость выполнения фита нПФР (см. [74]) для воспроизведения инклюзивных одномасштабных наблюдаемых. В то же время, формализм коллинеарной факторизации является строгим методом расчета таких наблюдаемых, и формализм k_T -факторизации должен быть эквивалентен ему в этом случае. Должен существовать способ задействовать в расчетах в k_T -факторизации информацию о структуре протона, накопленную входе фитов ПФР КПМ. Кроме того, упомянутые выше неопределенности и модельная зависимость РГС БФКЛ расчетов и уравнения ССФМ приводят к необходимости сформулировать некоторую “минимальную” схему k_T -факторизации, наиболее близкую к формализму ДГЛАП.

Наиболее популярным подходом к решению поставленной выше задачи, является подход Кимбера-Мартина-Рыскина (КМР) [12—14], который и будет использоваться в настоящей работе.

Подход КМР опирается на две основные идеи. Во первых, благодаря сильному k_T -упорядочению ДГЛАП-эволюции, большая часть поперечного импульса партонна на входе в жесткий процесс будет генерироваться последним излучением в каскаде эволюции. Во вторых, нПФР в подходе КМР нормируется на ПФР КПМ соотношением:

$$\int_0^{\mu^2} dt \Phi_i(x, t, \mu^2) = x f_i(x, \mu^2). \quad (1.81)$$

Соотношение (1.81) может быть оправдано из соображений приближенной нормировки инклюзивных наблюдаемых, типа структурной функции $F_2(x, Q^2)$, в ЛП k_T -факторизации на результат в ЛП КПМ. В КХД, за пределами ЛП оно скорее-всего неверно. По крайней мере неизвестно такого операторного определения нПФР, которое бы ему удовлетворяло [1].

Оригинальный подход КМР [12; 13] не содержит калибровочно-инвариантного определения нПФР и коэффициента жесткого рассеяния. Мы построим нПФР КМР и соответствующую схему факторизации, используя теорию режdezации партоннов. Мы называем комбинацию нПФР КМР и калибровочно-инвариантной схемы факторизации, основанной на режdezации партоннов – *подходом режdezованных партоннов* (ПРП).

Рассмотрим МРК-асимптотику амплитуды партонного подпроцесса (Рис. 1.8)

$$q(p_1) + \bar{q}(p_2) \rightarrow Y(P_A) + g(k_1) + g(k_2), \quad (1.82)$$

где Y – конечное состояние жесткого подпроцесса $Q\bar{Q} \rightarrow Y$. Символом A на Рис. 1.8 обозначена функция Грина процесса $Q\bar{Q} \rightarrow Y$ с ампутированными пропагаторами режзеонов.

В соответствии с гипотезой КМР, кварки в начальном состоянии партонного подпроцесса (1.82) несут только продольный импульс, связанный с импульсом протона соотношением КПМ

$$p_{1,2}^\mu = \tilde{x}_{1,2} P_{1,2}^\mu,$$

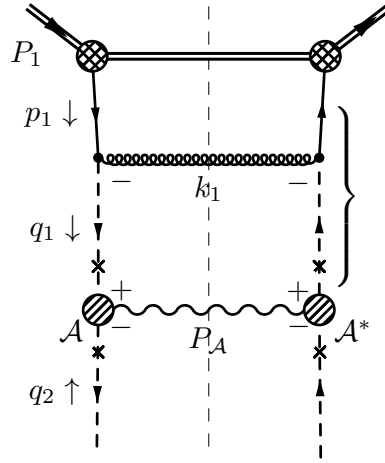


Рисунок 1.8 — Диаграммное представление для квадрата модуля мМРК-амплитуды партонного подпроцесса (1.82). Показана только верхняя часть диаграммы, содержащая вершину $q \rightarrow Qg$, рассуждения для нижней части – аналогичны. Фигурной скобкой отмечена часть диаграммы в которой удерживается точная кинематика. См. пояснения в тексте.

тогда, с учетом условий $k_1^2 = 0$ можно получить следующие выражения для четыре-импульсов q_1 и k_1 (см. кинематические соотношения разд. 1.2):

$$q_1^\mu = z_1 p_1^+ \frac{n_-^\mu}{2} - \frac{\mathbf{q}_{T1}^2}{(1-z_1)p_1^+} \frac{n_+^\mu}{2} + q_{T1}^\mu, \quad (1.83)$$

$$k_1^\mu = (1-z_1)p_1^+ \frac{n_-^\mu}{2} + \frac{\mathbf{q}_{T1}^2}{(1-z_1)p_1^+} \frac{n_+^\mu}{2} - q_{T1}^\mu, \quad (1.84)$$

где $n_-^\mu = 2P_1^\mu/\sqrt{S}$, $n_+^\mu = 2P_2^\mu/\sqrt{S}$. И виртуальность t -канального партона равна:

$$q_1^2 = \frac{-\mathbf{q}_{T1}^2}{1-z_1}. \quad (1.85)$$

Как мы выяснили в гл. 1.2, МРК соответствует пределу $z_{1,2} \ll 1$ и $|\mathbf{q}_{T1,2}| \ll \sqrt{S}$. В этом пределе, подчеркнутые члены являются сублидирующими $O(z_{1,2}^2)$ и в МРК ими пренебрегают. Однако, как было сказано выше, сублидирующие ДГЛАП-эффекты важны для феноменологии и мы хотели бы построить t -канально факторизованную асимптотику для амплитуды, которая воспроизводила бы не только МРК предел, но и предел коллинеарной факторизации, когда $|\mathbf{q}_{T1,2}| \rightarrow 0$, но $0 < z_{1,2} < 1$.

Как было впервые показано в работе [75] (см. так же [76]) асимптотическое выражение с желаемыми свойствами может быть построено в рамках формализма реджезованных кварков, просто путем удержания точной кинематики в той части амплитуды, которая соответствует $q \rightarrow Qg$ -рассеянию. При этом калибровочная инвариантность Qqg -вершины Фадина-Шермана (1.67) не нарушается. Для того, чтобы сохранить калибровочную инвариантность жесткого подпроцесса A в общем случае, партон на входе в жесткий процесс должен нести только одну большую конусную компоненту импульса. Таким образом, на входе в жесткий процесс мы должны пренебречь членами, подчеркнутыми в (1.83) и (1.84), подобно тому как в КПМ, на входе в жесткий про-

цесс пренебрегают поперечным импульсом, по которому в определении ПФР интегрируют от 0 до μ^2 [1].

Будем называть МРК-амплитуду в части вершин и пропагаторов которой точная кинематика учтена таким образом, чтобы не нарушить калибровочной инвариантности – *модифицированной МРК-амплитудой* (мМРК-амплитудой). Для случая амплитуд с глюонами в t -канале, мМРК-асимптотика была впервые введена в рамках подхода HEJ¹⁰ [77; 78]. Модифицированная МРК асимптотика для амплитуды подпроцесса (1.82) имеет вид:

$$\overline{|\mathcal{M}_{qq}|^2} = \left(\frac{C_F}{2N_c} g_s^2 \right)^2 \text{tr} \left[\frac{\hat{n}^-}{2} \mathcal{A}^* (\dots) \mathcal{A} \frac{\hat{n}^-}{2} \times \right. \\ \left. \underbrace{\frac{\hat{n}^+}{2} \frac{\hat{q}_1}{q_1^2} \gamma_\mu^{(-)}(-q_1, -k_1) \hat{p}_1 \gamma_\mu^{(-)}(-q_1, -k_1) \frac{\hat{q}_1}{q_1^2} \frac{\hat{n}^+}{2}}_{p_1^+ \hat{n}^+ \frac{1}{q_1^2} \frac{1+z_1^2}{1-z_1}} \right], \quad (1.86)$$

где символом (...) обозначено аналогичное выражение для нижней части диаграммы на Рис. 1.8, соответствующей $\bar{q} \rightarrow \bar{Q}g$ -рассеянию. Положение высокоэнергетических проекторов $\hat{n}^\pm \hat{n}^\mp / 4$ обозначено на Рис. 1.8 крестиками. После упрощения дираковской структуры, отмеченной фигурной скобкой в выражении (1.86) с учетом (1.83, 1.84) в мМРК-амплитуде (1.86) формируется точное выражение для ДГЛАП функции расщепления P_{qq} (Г.7).

Проделав аналогичные рассуждения для случая процессов с $q \rightarrow Rq$, $g \rightarrow Q\bar{q}$ и $g \rightarrow Rg$ -вершинами, получаем, что мМРК амплитуда любого партонного подпроцесса вида $i + j \rightarrow Y + i' + j'$, где $i, j, i', j' = q, g$, может быть переписана следующим образом:

$$\overline{|\mathcal{M}_{ij}|^2} = \sum_{k,l=Q,R} \frac{16(2\pi)^4}{q_1^2 q_2^2} \left(\frac{\alpha_s}{2\pi} \right)^2 \frac{\tilde{P}_{ki}(z_1) \tilde{P}_{lj}(z_2)}{z_1 z_2} \overline{|\mathcal{A}_{kl}|^2}_{PRA}, \quad (1.87)$$

где черта над квадратом модуля означает усреднение (суммирование) по цветовым и спиновым квантовым числам начального (конечного) состояния, а мМРК-функции расщепления имеют вид:

$$\tilde{P}_{Qq}(z) = P_{qq}(z), \quad (1.88)$$

$$\tilde{P}_{Qg}(z) = P_{qg}(z), \quad (1.89)$$

$$\tilde{P}_{Rq}(z) = 2C_F \frac{(1-z)^2}{z} = P_{gq}(z) + O(z), \quad (1.90)$$

$$\tilde{P}_{Rg}(z) = 2C_A \frac{(1-z)}{z} = P_{gg}(z) + O(z). \quad (1.91)$$

В случае (1.88) и (1.89) мМРК-выражение для амплитуды приводит к точному ответу для ДГЛАП-функции расщепления, в то время как выражения (1.90) и (1.91) воспроизводят асимптотику ДГЛАП функций расщепления при малых z . Для того, чтобы получить выражение для мМРК-

¹⁰High Energy Jets

амплитуды верное и в МРК и в коллинеарном пределе, мы заменяем мМРК-выражения для функций расщепления в (1.87) на соответствующие точные выражения.

Квадрат модуля амплитуды¹¹ жесткого процесса в ПРП $|\overline{\mathcal{A}}_{kl}|^2_{PRA}$ в (1.87) получается путем применения к ампутированной функции Грина \mathcal{A} специальных предписаний для входящих реджеонных линий, т. е. реджеонов в “начальном состоянии” жесткого процесса. Выражение (1.86) содержит факторы $z_1 p_1^+ \frac{\hat{n}^-}{2}$ и $z_2 p_2^- \frac{\hat{n}^+}{2}$ обрамляющие ампутированную функцию Грина \mathcal{A} , т. е. *спиноры для реджеонованных кварков в начальном состоянии жесткого процесса зависят только от продольной части импульса реджеона*:

$$u(q_{1,2}^{\parallel}), v(q_{1,2}^{\parallel}), \bar{u}(q_{1,2}^{\parallel}), \bar{v}(q_{1,2}^{\parallel}). \quad (1.92)$$

Из рассмотрения процессов содержащих $q \rightarrow Rq$ и $g \rightarrow Rg$ -вершины можно получить, что реджеонованному глюону с большой компонентой импульса q^\pm и поперечным импульсом \mathbf{q}_T в начальном состоянии, соответствует следующий фактор

$$\frac{q^\pm}{2|\mathbf{q}_T|}. \quad (1.93)$$

В главе 2.1 будет показано, что для амплитуды жесткого процесса в ПРП, определенной в соответствии в правилами (1.92) и (1.93) выполняется коллинеарный предел:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi_1 d\phi_2}{(2\pi)^2} \lim_{t_{1,2} \rightarrow 0} |\overline{\mathcal{A}}_{kl}|^2_{PRA} = |\overline{\mathcal{M}}_{kl}|^2_{CPM}, \quad (1.94)$$

где $|\overline{\mathcal{M}}_{kl}|^2_{CPM}$ – амплитуда соответствующего процесса в КПМ, таким образом, выражение (1.87) действительно содержит асимптотику КХД-амплитуды и в коллинеарном и в МРК-пределе.

Для вывода формулы факторизации ПРП, подставим выражение (1.87) в формулу факторизации КПМ, проинтегрированную по фазовому объему партонов $k_{1,2}$:

$$d\sigma = \sum_{i,j} \int \frac{dk_1^+ d^2 \mathbf{k}_{T1}}{2k_1^+ (2\pi)^3} \frac{dk_2^- d^2 \mathbf{k}_{T2}}{2k_2^- (2\pi)^3} \int_0^1 \frac{d\tilde{x}_1}{\tilde{x}_1} \tilde{x}_1 f_i(\tilde{x}_1, \mu^2) \int_0^1 \frac{d\tilde{x}_2}{\tilde{x}_2} \tilde{x}_2 f_j(\tilde{x}_2, \mu^2) \times \frac{|\overline{\mathcal{M}}_{ij}|^2}{2S\tilde{x}_1\tilde{x}_2} \cdot (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - P_A - k_1 - k_2) d\Phi_A, \quad (1.95)$$

где $d\Phi_A$ – элемент фазового объема конечного состояния жесткого подпроцесса. Делая замену переменных $(\tilde{x}_{1,2}, k_{1,2}^\pm) \rightarrow (x_{1,2}, z_{1,2})$ в кратном интеграле (1.95):

$$\frac{dk_1^+}{k_1^+} \frac{dk_2^-}{k_2^-} d\tilde{x}_1 d\tilde{x}_2 = \frac{dz_1 dx_1}{z_1(1-z_1)} \frac{dz_2 dx_2}{z_2(1-z_2)}, \quad (1.96)$$

¹¹Т. к. реджеонованные глюоны и кварки, по определению, являются частицами вне массовой поверхности, более корректно было бы называть этот объект *коэффициентом жесткого рассеяния*, однако термин “амплитуда” является устоявшимся в литературе по k_T -факторизации.

в которой переменные $x_{1,2}$ определены соотношениями

$$q_1^+ = x_1 \sqrt{S} = \tilde{x}_1 z_1 \sqrt{S}, \quad q_2^- = x_2 \sqrt{S} = \tilde{x}_2 z_2 \sqrt{S},$$

можно получить факторизованное выражение для сечения, совпадающее с (2):

$$d\sigma = \sum_{i,j} \int_0^1 \frac{dx_1}{x_1} \int \frac{d^2 \mathbf{q}_{T1}}{\pi} \tilde{\Phi}_i(x_1, t_1, \mu^2) \int_0^1 \frac{dx_2}{x_2} \int \frac{d^2 \mathbf{q}_{T2}}{\pi} \tilde{\Phi}_j(x_2, t_2, \mu^2) \cdot d\hat{\sigma}_{PRA}, \quad (1.97)$$

где $t_{1,2} = \mathbf{q}_{T1,2}^2 = -q_{T1,2}^2$, а

$$d\hat{\sigma}_{PRA} = \frac{|\mathcal{A}|_{PRA}^2}{2Sx_1x_2} \cdot (2\pi)^4 \delta(q_1 + q_2 - P_A) d\Phi_A. \quad (1.98)$$

Важной особенностью формулы (1.98) является потоковый фактор КПМ $2Sx_1x_2 = 2S\tilde{x}_1\tilde{x}_2z_1z_2$ для t -канальных партонов с импульсами *вне массовой поверхности*. Как было отмечено нами в работе [15], потоковый фактор КПМ сформировался благодаря наличию в знаменателе (1.87) фактора z_1z_2 . Формула (1.87) верна как в коллинеарном, так и в МРК пределе, не смотря на то, что в МРК поперечный и продольный импульсы партона имеют одинаковый порядок величины, таким образом, потоковый фактор КПМ для партонов находящихся вне массовой поверхности, это неотъемлемая часть схемы k_T -факторизации.

Древесные “нПФР” в (1.97) имеют вид:

$$\tilde{\Phi}_i(x, t, \mu^2) = \frac{1}{t} \frac{\alpha_s}{2\pi} \sum_j \int_x^1 dz P_{ij}(z) \frac{x}{z} f_j\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right), \quad (1.99)$$

где фактор t в знаменателе, сформировался благодаря якобиану замены переменных в (1.96) как $-q_{1,2}^2(1 - z_{1,2}) = \mathbf{q}_{T1,2}^2 = t_{1,2}$ (см. (1.85)), что тоже было отмечено нами в работе [15].

Диагональные функции расщепления сингулярны при $z \rightarrow 1$, по этому в (1.99) необходимо выбрать верхний предел интегрирования по z . Следуя КМР [12—14] мы делаем этот выбор исходя из условия упорядочения по быстроте между последним партоном излученным в процессе эволюции нПФР и частицами рождающихся в жестком процессе. Это условие является необходимым для того, чтобы мМРК-асимптотика (1.87) была хорошим приближением для полной амплитуды, однако мы не вводим его для функций расщепления не содержащих сингулярностей при $z \rightarrow 1$, предполагая, что вносимый нефизический вклад можно будет скомпенсировать соответствующей процедурой вычитания двойного счета в СЛП (см. параграф 2.5). Условие на переменные $z_{1,2}$ можно получить, проводя в формулах (1.24) и (1.25) следующие замены $|\mathbf{p}_{T3}| \rightarrow |\mathbf{q}_{T1}| = \sqrt{t_1}$, $|\mathbf{p}_{T5}| \rightarrow |\mathbf{q}_{T2}| = \sqrt{t_2}$, $|\mathbf{p}_{T4}| \rightarrow M_{TA} = \sqrt{\mathbf{p}_{TA}^2 + M_A^2}$ – поперечная масса системы, рождающейся в жестком процессе. Принимая во внимание, что одним из наиболее естественных вариантов

выбора масштаба факторизации, так же является $\mu = M_{T_A}$, получаем:

$$\begin{aligned}\Delta y(k_1, P_A) &= y(k_1) - y(P_A) = \log \left(\frac{\mu}{\sqrt{t_1}} \frac{1 - z_1}{z_1} \right) > 0, \\ \Delta y(P_A, k_2) &= y(P_A) - y(k_2) = \log \left(\frac{\mu}{\sqrt{t_2}} \frac{1 - z_2}{z_2} \right) > 0,\end{aligned}$$

откуда

$$z_{1,2} < 1 - \Delta_{KMR}(t_{1,2}, \mu^2),$$

где

$$\Delta_{KMR}(t, \mu^2) = \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\mu^2 + \sqrt{t}}}. \quad (1.100)$$

Разумеется, выражения (1.97) и (1.99) не позволяют получить конечного сечения из-за содержащейся в них коллинеарной сингулярности $dt_{1,2}/t_{1,2}$. На полуинклюзивном уровне, эта коллинеарная сингулярность должна регуляризовываться Судаковскими дважды-логарифмическими поправками [2]. При малых \mathbf{p}_{T_A} эти поправки к p_T -спектру синглетного по цвету состояния Y , рождающегося в ЛП в партонном подпроцессе $ij \rightarrow Y$ ведут себя как

$$\exp \left[-C_{(ij)} \frac{\alpha_s}{2\pi} \log^2 \frac{\mathbf{p}_{T_A}^2}{M_A^2} \right] \sim \left(\frac{\mathbf{p}_{T_A}^2}{M_A^2} \right)^{-C_{(ij)} \frac{\alpha_s}{2\pi} \log \frac{\mathbf{p}_{T_A}^2}{M_A^2}}, \quad (1.101)$$

где $C_{(ij)} = C_F$ если $i = j = q$ или C_A если $i = j = g$, т. е. получающийся формфактор убывает быстрее, чем любая степень $\mathbf{p}_{T_A}^2$ и регуляризует коллинеарную сингулярность древесного сечения.

В нПФР КМР, вводится Судаковский формфактор вида:

$$T_i(t, \mu^2) = \exp \left[- \int_t^{\mu^2} \frac{dt'}{t'} \frac{\alpha_s(t')}{2\pi} \sum_j \int_0^1 dz z \cdot P_{ji}(z) \cdot \theta(1 - \Delta_{KMR}(t', \mu^2) - z) \right], \quad (1.102)$$

который получается из выражения (Г.14) путем замены ИК-обрезания Δ_0 на Δ_{KMR} . Этот формфактор воспроизводит известное из строгих расчетов по теории возмущений ЛЛП (1.101). В самом деле, при малом Δ_{KMR} в интеграле (1.102) доминирует область $z \rightarrow 1$ в функции расщепления P_{qq} или P_{gg} :

$$\begin{aligned}T_{q/g}(t, \mu^2) &\sim \exp \left[- \frac{\alpha_s}{2\pi} \int_t^{\mu^2} \frac{dt'}{t'} \int_0^{1-\Delta_{KMR}} dz \frac{2C_{F/A}}{(1-z)} \right] = \\ &\exp \left[-C_{F/A} \frac{\alpha_s}{2\pi} \log \frac{t}{\mu^2} \log \Delta_{KMR}^2 \right],\end{aligned}$$

откуда получаем (1.101), подставляя $\Delta_{KMR} \sim \sqrt{t/\mu^2}$ при $t \rightarrow 0$. Таким образом, лидирующая дважды-логарифмическая часть формфактора Судакова в подходе КМР воспроизводит известный в КХД результат (1.101).

Окончательно, нПФР в ЛП подхода КМР с формфактором Судакова (1.102) имеет вид [12—14]:

$$\Phi_i(x,t,\mu^2) = \frac{T_i(t,\mu^2)}{t} \frac{\alpha_s(t)}{(2\pi)} \sum_j \int_x^1 dz P_{ij}(z) \frac{x}{z} f_j\left(\frac{x}{z}, \mu^2\right) \times \\ (1 - \delta_{ij} \theta(z - 1 + \Delta_{KMR}(t, \mu^2))), \quad (1.103)$$

где явный вид формфактора Судакова (1.102) и масштаб в α_s зафиксированы исходя из условия нормировки (1.81).

Воспользовавшись формой записи уравнений ДГЛАП с формфактором Судакова (Г.13), можно преобразовать (1.103) к виду:

$$\Phi_i(x,t,\mu^2) = \frac{\partial}{\partial t} [T_i(t,\mu^2) x f_i(x,t)],$$

который очевидно удовлетворяет условию нормировки (1.81) в силу граничного условия $T_i(\mu^2, \mu^2) = 1$.

Из-за наличия в однопетлевом выражении для $\alpha_s(\mu)$ полюса Ландау при $\mu = \Lambda_{QCD}$, формфактор Судакова (1.102) не определен для $t < \Lambda_{QCD}^2$, по этому необходимо доопределить нПФР КМР при $t < t_0 \sim \Lambda_{QCD}^2$. В настоящей работе мы используем определение нПФР КМР при $t \sim 1 \text{ ГэВ}^2$, гарантирующее выполнение условия нормировки (1.81) и непрерывность нПФР в точке $t = t_0$, введенное в работе [79].

Глава 2. Жесткие процессы в подходе реджезации партонов

2.1 Древесные КМРК амплитуды в ПРП

Настоящий раздел посвящен правилам Фейнмана эффективной теории (1.62,1.63,1.70) [5; 6], выводу выражений для квадратов модуля амплитуд древесных КХД процессов $2 \rightarrow 2$ и разработанному нами скрипту описания модели ReggeQCD для пакета FeynArts, позволяющему генерировать древесные КХД амплитуды с множественностью конечного состояния вплоть до $2 \rightarrow 3$.

Сводка правил Фейнмана для лагранжиана (1.62) приведена в работе [80]. Выражения для индуцированных вершин взаимодействия реджезованных кварков с Янг-Миллсовскими кварками и глюонами вплоть до порядка g_s^2 выписаны в [6]. Тем не менее, для уточнения наших обозначений, мы выпишем правила Фейнмана для индуцированных вершин, необходимые для вывода древесных амплитуд с множественностью вплоть до $2 \rightarrow 3$.

Для вывода правил Фейнмана, выпишем первые несколько членов разложения лагранжиана (1.62, 1.63) по g_s :

$$\begin{aligned}
 L_R = & 4 \operatorname{tr} [R_+ \partial_\sigma^2 R_-] + 2 \operatorname{tr} [(R_+ \partial_\sigma^2 A_- + R_- \partial_\sigma^2 A_+) + \\
 & (-ig_s)(\partial_\sigma^2 R_+)(A_- \partial_-^{-1} A_-) + (-ig_s)^2(\partial_\sigma^2 R_+)(A_- \partial_-^{-1} A_- \partial_-^{-1} A_-) + \\
 & (-ig_s)(\partial_\sigma^2 R_-)(A_+ \partial_+^{-1} A_+) + (-ig_s)^2(\partial_\sigma^2 R_-)(A_+ \partial_+^{-1} A_+ \partial_+^{-1} A_+) \\
 & + O(g_s^3)]
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

В первой строке выражения (2.1) содержится кинетический член для реджеонов и члены, соответствующие индуцированной вершине перехода реджеон-глюон:

$$2 \operatorname{tr}[R_\pm \partial_\sigma^2 A_\mp] \rightarrow \Delta_{\pm\mu}^{ab}(q) = (-iq^2)n_\mu^\mp \delta_{ab}, \tag{2.2}$$

где q – импульс реджеона.

Члену порядка g_s во второй строке, соответствует индуцированная вершина Rgg :

$$\begin{aligned}
 -ig_s \cdot 2 \operatorname{tr}[T^a T^b T^c](\partial_\sigma^2 R_\pm^a)(A_\mp^b \partial_\mp^{-1} A_\mp^c) \rightarrow \Delta_{\pm\mu\nu}^{abc}(q, k_1, k_2) = \\
 g_s(-q^2)(n_\mu^\mp n_\nu^\mp) \left[\frac{2 \operatorname{tr}[T^a T^b T^c]}{ik_2^\mp} + \frac{2 \operatorname{tr}[T^a T^c T^b]}{ik_1^\mp} \right] = g_s f^{abc}(n_\mu^\mp n_\nu^\mp) \frac{q^2}{k_1^\mp},
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

где во второй строке мы воспользовались законом сохранения “большой” конусной компоненты импульса $k_2^\mp = -k_1^\mp$, и все импульсы предполагаются входящими в вершину.

Лагранжиан (2.1) порождает бесконечное число индуцированных вершин $Rg_1 \dots g_n$ порядка g_s^{n-1} :

$$2 \operatorname{tr} [(-ig_s)^{n-1} (\partial_\sigma^2 R_\pm) (A_\mp (\partial_\mp^{-1} A_\mp)^{n-1})] \rightarrow \Delta_{\pm\mu_1 \dots \mu_n}^{aa_1 \dots a_n} (q, k_1, \dots, k_n) = 2(-g_s)^{n-1} (-iq^2) (n_{\mu_1}^\mp \dots n_{\mu_n}^\mp) \operatorname{tr} [T^a G_{\pm, n}^{a_1 \dots a_n} (k_1, \dots, k_n)], \quad (2.4)$$

где (см. формулу (B.8)):

$$G_{\pm, n}^{a_1 \dots a_n} (k_1, \dots, k_n) = (-1)^{n-1} \sum_{\sigma \in S_n} \frac{T^{a_{\sigma_1}} \dots T^{a_{\sigma_n}}}{k_{\sigma_1}^\mp (k_{\sigma_1}^\mp + k_{\sigma_2}^\mp) \dots (k_{\sigma_1}^\mp + \dots + k_{\sigma_{n-1}}^\mp)}, \quad (2.5)$$

а суммирование идет по всем возможным перестановкам n глюонов. По аналогии с (2.3) всегда можно переписать индуцированные вершины (2.4) в терминах структурных констант алгебры Ли $-f^{abc}$, используя сохранение больших компонент импульса глюонов (1.48). Проще всего это сделать, заметив, что функции (2.5) удовлетворяют следующему рекуррентному соотношению [5; 80]:

$$k_n^\mp G_{\pm, n+1}^{a_1 \dots a_{n+1}} (k_1, \dots, k_{n+1}) = -i \sum_{i=1}^n f_{a_n a_i b} G_{\pm, n}^{a_1 \dots a_{i-1} b a_{i+1} \dots a_n} (k_1, \dots, k_{i-1}, k_i + k_{n+1}, k_{i+1}, \dots, k_n), \quad (2.6)$$

которое приводит к рекуррентному соотношению для индуцированных вершин:

$$\Delta_{\pm\mu_1 \dots \mu_n}^{aa_1 \dots a_n} (q, k_1, \dots, k_n) = \frac{ig_s}{k_n^\mp} (n_{\mu_n}^\mp) \times \sum_{i=1}^{n-1} f_{a_n a_i b} \Delta_{\pm\mu_1 \dots \mu_{n-1}}^{aa_1 \dots a_{i-1} b a_{i+1} \dots a_{n-1}} (q, k_1, \dots, k_{i-1}, k_i + k_n, k_{i+1}, \dots, k_{n-1}). \quad (2.7)$$

Легко проверить, что вершины (2.2) и (2.3) удовлетворяют этому рекуррентному соотношению. Воспользовавшись им, выпишем индуцированные вершины $Rggg$:

$$\Delta_{\pm\mu_1 \mu_2 \mu_3}^{aa_1 a_2 a_3} (q, k_1, k_2, k_3) = ig_s^2 q^2 \frac{n_{\mu_1}^\mp n_{\mu_2}^\mp n_{\mu_3}^\mp}{k_3^\mp} \left[\frac{f_{aba_1} f_{ba_2 a_3}}{k_1^\mp} + \frac{f_{aba_2} f_{ba_1 a_3}}{k_2^\mp} \right]. \quad (2.8)$$

Вершина $Rggg$ -Бозе-симметрична, в чем можно убедиться, воспользовавшись сохранением большой конусной компоненты импульса (1.48) и тождеством Якоби для структурных констант алгебры Ли. Воспользовавшись Бозе-симметрией вершины (2.8) можно написать вершину $Rgggg$ в

виде:

$$\begin{aligned} \Delta_{\pm\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}^{aa_1a_2a_3a_4}(q, k_1, k_2, k_3, k_4) &= g_s^3(-q^2) \frac{n_{\mu_1}^{\mp} n_{\mu_2}^{\mp} n_{\mu_3}^{\mp} n_{\mu_4}^{\mp}}{k_4^{\mp}} \times \\ &\left\{ \frac{f_{a_4a_1b_1}}{k_1^{\mp} + k_4^{\mp}} \left[\frac{f_{ab_2a_3} f_{b_2a_2b_1}}{k_3^{\mp}} + \frac{f_{ab_2a_2} f_{b_2a_3b_1}}{k_2^{\mp}} \right] + \right. \\ &\frac{f_{a_4a_2b_1}}{k_2^{\mp} + k_4^{\mp}} \left[\frac{f_{ab_2a_1} f_{b_2a_3b_1}}{k_1^{\mp}} + \frac{f_{ab_2a_3} f_{b_2a_1b_1}}{k_3^{\mp}} \right] + \\ &\left. \frac{f_{a_4a_3b_1}}{k_3^{\mp} + k_4^{\mp}} \left[\frac{f_{ab_2a_1} f_{b_2a_2b_1}}{k_1^{\mp}} + \frac{f_{ab_2a_2} f_{b_2a_1b_1}}{k_2^{\mp}} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Индуцированные вершины (2.2, 2.3, 2.8, 2.9) в сочетании с обычными фейнмановскими правилами КХД и предписанием (1.93) для реджезованных глюонов в начальном состоянии, позволяют выписать амплитуду любого древесного жесткого процесса вида $RR \rightarrow ij$ и $RR \rightarrow ijk$, где $i, j, k = g, \gamma, q, \bar{q}$.

В случае реджезованных кварков, нам будет удобнее избавиться от вершины перехода Qq , сделав в лагранжиане (1.70) сдвиг кварковых полей:

$$\psi \rightarrow \psi + \hat{P}_+ Q_+ + \hat{P}_- Q_-, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} + \bar{Q}_+ \hat{P}_- + \bar{Q}_- \hat{P}_+, \quad (2.10)$$

где проекторы $\hat{P}_{\pm} = \hat{n}^{\mp} \hat{n}^{\pm} / 4$ обеспечивают выполнение кинематических условий (1.72).

После сдвига, в лагранжиане (1.70) появляются члены, описывающие взаимодействие Янг-Миллсовских кварковых и глюонных полей с одним и двумя реджезованными кварками ($L_Q = L_{1Q} + L_{2Q}$):

$$\begin{aligned} L_{1Q} &= i\bar{Q}_- \left(ig_s \hat{A} + \overleftarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} w^{\dagger}[A_+] \right) \psi + i\bar{Q}_+ \left(ig_s \hat{A} + \overleftarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} w^{\dagger}[A_-] \right) \psi + \\ &+ i\bar{\psi} \left(ig_s \hat{A} - w[A_-] \overrightarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} \right) Q_+ + i\bar{\psi} \left(ig_s \hat{A} - w[A_+] \overrightarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} \right) Q_-, \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\begin{aligned} L_{2Q} &= i\bar{Q}_- \left(ig_s \hat{A} + \overleftarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} w^{\dagger}[A_+] - w[A_-] \overrightarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} \right) Q_+ + \\ &+ i\bar{Q}_+ \left(ig_s \hat{A} + \overleftarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} w^{\dagger}[A_-] - w[A_+] \overrightarrow{\partial}_{\mu} \gamma^{\mu} \right) Q_-, \end{aligned} \quad (2.12)$$

где $w[A_{\pm}] = W[A_{\pm}] - 1$. Разложение (2.11) и (2.12) до порядка g_s^3 имеет вид:

$$\begin{aligned}
L_{1Q} = & -g_s \bar{Q}_- \left(\hat{A}^a + \overleftarrow{\partial} (\partial_+^{-1} A_+^a) \right) T^a \psi - g_s \bar{Q}_+ \left(\hat{A}^a + \overleftarrow{\partial} (\partial_-^{-1} A_-^a) \right) T^a \psi + \\
& (-i) g_s^2 \bar{Q}_- \left(\overleftarrow{\partial} (\partial_+^{-1} A_+^b \partial_+^{-1} A_+^a) \right) T^a T^b \psi + \\
& (-i) g_s^2 \bar{Q}_+ \left(\overleftarrow{\partial} (\partial_-^{-1} A_-^b \partial_-^{-1} A_-^a) \right) T^a T^b \psi + \\
& (g_s^3) \bar{Q}_- \left(\overleftarrow{\partial} (\partial_+^{-1} A_+^c \partial_+^{-1} A_+^b \partial_+^{-1} A_+^a) \right) T^a T^b T^c \psi + \\
& (g_s^3) \bar{Q}_+ \left(\overleftarrow{\partial} (\partial_-^{-1} A_-^c \partial_-^{-1} A_-^b \partial_-^{-1} A_-^a) \right) T^a T^b T^c \psi + \text{h.c.} + O(g_s^4), \tag{2.13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L_{2Q} = & -g_s \bar{Q}_- \left(\hat{A}^a + \overleftarrow{\partial} (\partial_+^{-1} A_+^a) + (\partial_-^{-1} A_-^a) \overrightarrow{\partial} \right) T^a Q_+ + \\
& (-i) g_s^2 \bar{Q}_- \left(\overleftarrow{\partial} (\partial_+^{-1} A_+^b \partial_+^{-1} A_+^a) - (\partial_-^{-1} A_-^a \partial_-^{-1} A_-^b) \overrightarrow{\partial} \right) T^a T^b Q_+ + \\
& (g_s^3) \bar{Q}_- \left(\overleftarrow{\partial} (\partial_+^{-1} A_+^c \partial_+^{-1} A_+^b \partial_+^{-1} A_+^a) + \right. \\
& \left. (\partial_-^{-1} A_-^a \partial_-^{-1} A_-^b \partial_-^{-1} A_-^c) \overrightarrow{\partial} \right) T^a T^b T^c Q_+ + \text{h.c.} + O(g_s^4). \tag{2.14}
\end{aligned}$$

Правила Фейнмана, соответствующие выписанным членам, приведены в табл. 2.1.

Таблица 2.1 — Правила Фейнмана для вершин взаимодействия реджезованных кварков с Янг-Миллсовскими кварками и глюонами, выписанные вплоть до порядка g_s^3 . Все импульсы входящие. Вершины взаимодействия с реджеонами противоположного знака получаются заменой индексов $+ \leftrightarrow -$. Вершины взаимодействия с фотонами получаются при помощи замен $T^a \rightarrow \hat{1}$ и $g_s \rightarrow e$.

	$ig_s T^a (\gamma_\mu + \hat{q}_{k^+}^{n_\mu^+})$		$ig_s T^a (\gamma_\mu + \hat{q}_2 \frac{n_\mu^+}{k^+} + \hat{q}_1 \frac{n_\mu^-}{k^-})$
	$ig_s^2 (n_{\mu_1}^+ n_{\mu_2}^+) \hat{q} \left[\frac{T^{a_1} T^{a_2}}{k_1^+ (k_1 + k_2)^+} + \frac{T^{a_2} T^{a_1}}{k_2^+ (k_1 + k_2)^+} \right]$		$ig_s^2 \left[\hat{q}_2 (n_{\mu_1}^+ n_{\mu_2}^+) \left(\frac{T^{a_1} T^{a_2}}{k_1^+ (k_1 + k_2)^+} + \frac{T^{a_2} T^{a_1}}{k_2^+ (k_1 + k_2)^+} \right) - \hat{q}_1 (n_{\mu_1}^- n_{\mu_2}^-) \left(\frac{T^{a_2} T^{a_1}}{k_1^- (k_1 + k_2)^-} + \frac{T^{a_1} T^{a_2}}{k_2^- (k_1 + k_2)^-} \right) \right]$
	$ig_s^3 \hat{q} (n_{\mu_1}^+ n_{\mu_2}^+ n_{\mu_3}^+) \left[\frac{T^{a_1} T^{a_2} T^{a_3}}{k_1^+ (k_1 + k_2)^+ (k_1 + k_2 + k_3)^+} + (1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3) \right]$		
	$ig_s^3 \left[\hat{q}_2 (n_{\mu_1}^+ n_{\mu_2}^+ n_{\mu_3}^+) \left(\frac{T^{a_1} T^{a_2} T^{a_3}}{k_1^+ (k_1 + k_2)^+ (k_1 + k_2 + k_3)^+} + (1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3) \right) + \hat{q}_1 (n_{\mu_1}^- n_{\mu_2}^- n_{\mu_3}^-) \left(\frac{T^{a_3} T^{a_2} T^{a_1}}{k_1^- (k_1 + k_2)^- (k_1 + k_2 + k_3)^-} + (1 \leftrightarrow 2 \leftrightarrow 3) \right) \right]$		

В работе [11] нами были выведены выражения для квадратов модуля амплитуд всех основных древесных жестких процессов $2 \rightarrow 2$ с реджезованными кварками и глюонами в начальном

состоянии и безмассовыми партонами в конечном состоянии:

$$R(q_1) + R(q_2) \rightarrow g(q_3) + g(q_4), \quad (2.15)$$

$$R(q_1) + R(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}(q_4), \quad (2.16)$$

$$Q(q_1) + R(q_2) \rightarrow q(q_3) + g(q_4), \quad (2.17)$$

$$Q(q_1) + Q(q_2) \rightarrow q(q_3) + q(q_4), \quad (2.18)$$

$$Q(q_1) + Q'(q_2) \rightarrow q(q_3) + q'(q_4), \quad (2.19)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow q(q_3) + \bar{q}(q_4), \quad (2.20)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow q'(q_3) + \bar{q}'(q_4), \quad (2.21)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow g(q_3) + g(q_4), \quad (2.22)$$

где в скобках приведены обозначения для четыре-импульсов, $q_{1,2}^2 = -\mathbf{q}_{T1,2}^2 = -t_{1,2}^2$ и $q_3^2 = q_4^2 = 0$.

Амплитуды процессов (2.15) и (2.16) были впервые выведены в работах [81; 82] и полученный нами результат совпадает с результатами этих работ.

Амплитуда жесткого процесса типа $2 \rightarrow 2$ в ПРП, кроме обычных Манделстаммовских переменных:

$$s = (q_1 + q_2)^2, t = (q_1 - q_3)^2, u = (q_1 - q_4)^2, \quad (2.23)$$

зависят так же и от продольных конусных компонент импульсов партонов:

$$q_3^\pm, q_4^\pm, q_1^+ = q_3^+ + q_4^+, q_2^- = q_3^- + q_4^-. \quad (2.24)$$

Оказывается удобным ввести безразмерные Судаковские переменные

$$a_{3,4} = q_{3,4}^+ / \sqrt{S}, b_{3,4} = q_{3,4}^- / \sqrt{S}, \\ x_1 = a_3 + a_4, x_2 = b_3 + b_4. \quad (2.25)$$

В этих переменных, квадрат модуля амплитуды жесткого процесса, усредненный(отсуммированный) по цветовым и спиновым квантовым числам начального(конечного) состояния представим в виде:

$$|\overline{\mathcal{A}}|_{PRA}^{2 \rightarrow 2} = \pi^2 \alpha_s^2 A \sum_{n=0}^4 W_n S^n. \quad (2.26)$$

Выражения для коэффициентов A и W_n приведены в работе [11] и в приложении Д.

Для проверки коллинеарного предела (1.94) требуется выразить “продольные” переменные (2.24) через инварианты $s, t, u, t_{1,2}$ и “поперечные” переменные:

$$\phi_1, \phi_2, |\mathbf{q}_{T3}|, |\mathbf{q}_{T4}|, \quad (2.27)$$

где $\phi_{1,2}$ -азимутальные углы между векторами $\mathbf{q}_{T1,2}$ и вектором \mathbf{q}_{T3} . Связь между продольными и поперечными переменными содержит произвол, т. к. вместо векторов $n_{\pm}^{\mu} = 2P_{2,1}^{\mu}/\sqrt{S}$ связанных с импульсами протонов, мы можем использовать для определения конусного разложения (Б.1) вектора $n'_{\pm} = \Lambda_z n_{\pm}$, где Λ_z – буст вдоль оси z . Такой выбор не меняет инвариантов $\hat{s}, t, u, t_{1,2}$ и поперечных переменных (2.27), но влияет на продольные переменные (2.24), по этому, однозначной связи между продольными, поперечными переменными и инвариантами не существует. Данный произвол можно параметризовать, введя переменную:

$$\zeta^2 = \frac{q_1^+}{q_2^-}, \quad (2.28)$$

связанную с быстротой группы партонов, рождающихся в жестком процессе $Y_A = \log \zeta$. Искомые выражения для продольных переменных имеют вид:

$$q_1^+ = \zeta \sqrt{S_{+-}}, \quad q_2^- = \frac{1}{\zeta} \sqrt{S_{+-}}, \quad (2.29)$$

$$q_3^+ = \zeta \frac{-U_+}{\sqrt{S_{+-}}}, \quad q_3^- = \frac{1}{\zeta} \frac{-T_-}{\sqrt{S_{+-}}}, \quad (2.30)$$

$$q_4^+ = q_1^+ - q_3^+, \quad q_4^- = q_2^- - q_3^-, \quad (2.31)$$

где

$$S_{+-} = s + t_1 + t_2 + 2\sqrt{t_1 t_2} \cos(\phi_1 - \phi_2),$$

$$T_- = t + t_1 - m_3^2 - 2\sqrt{t_1} |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_1,$$

$$U_+ = u + t_2 - m_3^2 - 2\sqrt{t_2} |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_2,$$

и для большей общности получаемых формул, мы ввели массы конечных частиц $q_{3,4}^2 = m_{3,4}^2$.

Для выполнения коллинерного предела (1.94), необходимо, чтобы амплитуда не зависела от переменной ζ хотя-бы в пределе $t_{1,2} \rightarrow 0$. Оказывается, что выражения для квадратов-модуля амплитуд подпроцессов (2.15)–(2.22) зависят только от произведений конусных переменных вида $q_i^+ q_j^-$, и зависимость от ζ сокращается в них при любых $t_{1,2}$. Это обстоятельство позволило нам проверить выполнение коллинерного предела для всех амплитуд в работе [11].

Независимость амплитуды в ПРП от $\zeta = e^{Y_A}$ означает независимость амплитуды от Y_A , необходимую с точки зрения k_T -факторизации. Зависимость сечения от энергии протонов в СЦМ и быстроты жесткого процесса в ЛЛП k_T -факторизации (см. формулы (2, 1.46, 1.46)) полностью обусловлена нПФР а не жестким процессом.

В продолжение работы, начатой в [11], нами был создан скрипт-описание модели (в дальнейшем – *модел-файл*) – ReggeQCD для пакета FeynArts [83], работающего в среде компьютерной алгебры Mathematica. В ReggeQCD реализованы правила Фейнмана эффективной теории (1.62, 1.63, 1.70) [5; 6] вплоть до порядка $O(g_s^3)$ для индуцированных вершин. Этот модел-файл позволяет генерировать выражения для Фейнмановских амплитуд древесных подпроцессов с редже-

зованными глюонами и кварками в начальном состоянии и множественностью конечного состояния вплоть до трех частиц (глюонов, кварков или фотонов). С получаемыми выражениями можно манипулировать как средствами пакета `FeynCalc` [84] так и средствами пакета `FORMCalc` [85] задействующего систему компьютерной алгебры `FORM` на промежуточных стадиях своей работы. Ранняя версия этого модел-файла была использована нами в работе [15] (см. раздел 2.5 настоящей диссертации) для генерации древесных амплитуд $2 \rightarrow 3$, и опубликована в качестве приложения к этой работе.

Список полей введенных в `ReggeQCD` и соответствующих им обозначений приведен в табл. 2.2

Таблица 2.2 — Обозначения для полей реджеонов и частиц, используемые в модел-файле `ReggeQCD (v1.0)`.

Обозначение <code>FeynArts</code>	в	Поле	Обозначение на диаграммах
V[1]		Янг-Миллсовский глюон (A_μ^a)	g
V[2]		Фотон (A_μ)	γ
F[1]		Безмассовый Янг-Миллсовский кварк (ψ)	q
F[2]		Безмассовый реджезованный кварк с большой компонентой импульса k^- (Q_-)	Q_-
F[3]		Безмассовый реджезованный кварк с большой компонентой импульса k^+ (Q_+)	Q_+
S[1]		Реджезованный глюон с большой компонентой импульса k^- (R_-^a)	R_-
S[2]		Реджезованный глюон с большой компонентой импульса k^+ (R_+^a)	R_+

В первой версии `ReggeQCD` вместо имплементации вершины Rg -смешивания (2.2) и индуцированных вершин (2.3) – (2.9) мы вводим индуцированные вершины RRg , $RRgg$ и $RRggg$, получаемые сверткой индуцированных вершин (2.3) – (2.9) с вершиной Rg -смешивания (2.2). Так же в определение вершин RRg и $RRgg$ входят соответствующие проекции трех и четырехглюонной вершин КХД. В качестве примера использования этого формализма, мы приводим на Рис. 2.1 набор Фейнмановских диаграмм для процесса $RR \rightarrow ggg$.

2.2 Парное рождение адронных струй в ПРП

Рождение адронных струй с большим поперечным импульсом является одним из важнейших тестов пертурбативной КХД на адронных коллайдерах, а так же важным источником ин-

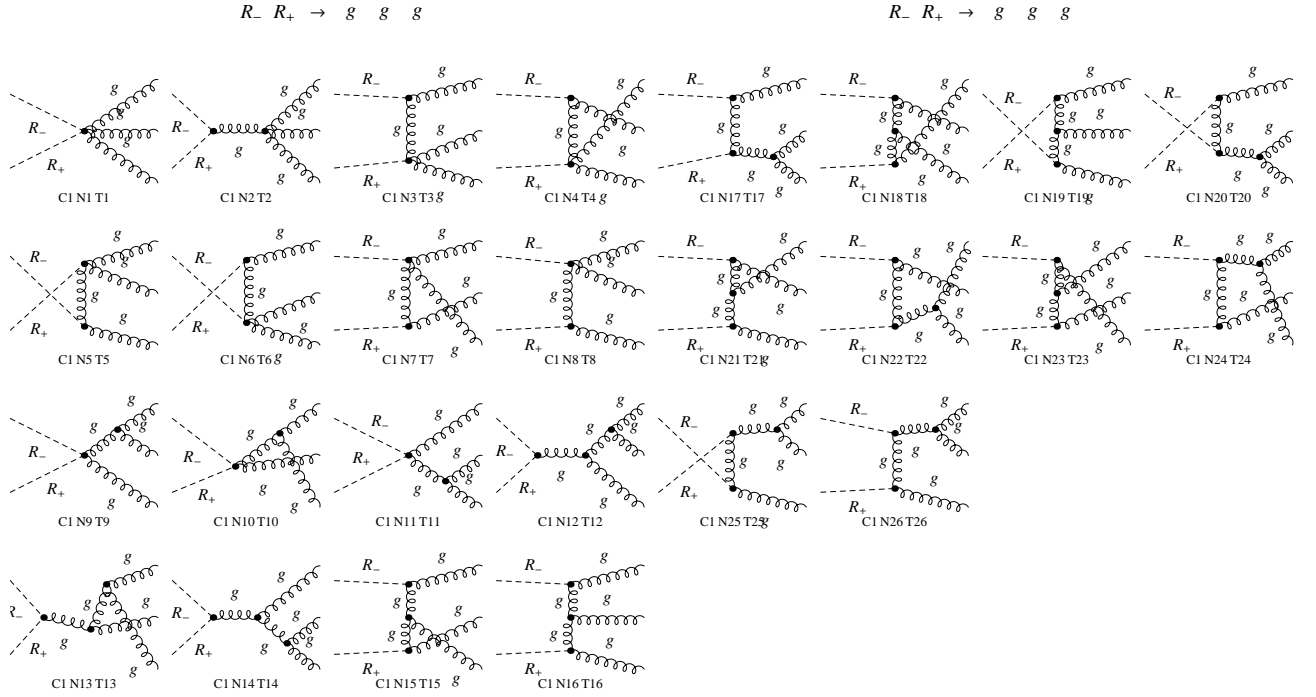


Рисунок 2.1 — Набор Фейнмановских диаграмм для процесса $RR \rightarrow ggg$, сгенерированный при помощи FeynArts и модел-файла ReggeQCD.

формации о ПФР протона [3; 31]. Измерение распределений по азимутальному углу $\Delta\varphi$ между двумя струями с наибольшим поперечным импульсом в событии позволяет изучать как события с кинематикой близкой к кинематике ЛП КПМ, так и события в которых играют большую роль многократные дополнительные излучения жестких партонов. В кинематике ЛП КПМ, струи рождаются с суммарным поперечным импульсом равным нулю, и $\Delta\varphi = \pi$, по этому часто говорят об азимутальной *декорреляции* струй. Детальное понимание физики событий с большой азимутальной декорреляцией интересно как с точки зрения пКХД, так и при поиске эффектов “новой физики” с сигнатурами в двухструйном канале (см. к примеру [86; 87]).

Инклюзивное рождение адронной струи в протон-протонных столкновениях в рамках ЛП ПРП обсуждалось в работе [88]. В настоящем разделе диссертации мы изложим результаты изучения азимутальной декорреляции пар струй в ЛП ПРП, полученные нами в работе [11].

В ЛП ПРП, в рождение пары струй дают вклад все процессы $2 \rightarrow 2$ (2.15) – (2.22). Воспользовавшись формулами (2) и (1.98) можно записать сечение процесса $2 \rightarrow 2$ дифференциальное по поперечным импульсам, быструтам партонов в конечном состоянии жесткого процесса и азимутальному углу $\Delta\varphi$ в виде:

$$\frac{d\sigma(pp \rightarrow q_3 q_4 + X)}{dq_{3T} dy_3 dq_{4T} dy_4 d\Delta\varphi} = \frac{q_{3T} q_{4T}}{16\pi^3} \sum_{ij} \int dt_1 \int d\phi_1 \times \Phi_i^p(x_1, t_1, \mu_F^2) \Phi_j^p(x_2, t_2, \mu_F^2) \frac{|\overline{\mathcal{A}}_{PRA}^{2 \rightarrow 2}|^2}{(Sx_1 x_2)^2}, \quad (2.32)$$

где $q_{3,4T} = |\mathbf{q}_{T3,4}|$, $y_{3,4}$ – быстроты партонов в конечном состоянии, а $\Delta\varphi$ – азимутальный угол между векторами \mathbf{q}_{T3} и \mathbf{q}_{T4} . Переменные $x_{1,2}$ определены как

$$x_1 = (q_3^+ + q_4^+)/\sqrt{S}, \quad x_2 = (q_3^- + q_4^-)/\sqrt{S},$$

$$q_{3,4}^\pm = q_{3,4T} e^{\pm y_{3,4}}.$$

В ЛП по α_s адронной струе в конечном состоянии соответствует только один партон и спектр по $\Delta\varphi$ в области $\Delta\varphi > R$ не зависит от алгоритма кластеризации партонов в струи и радиуса конуса изоляции струи R . Поперечный импульс лидирующей струи (партона) мы обозначим как $p_{T1} = \max(q_{T3}, q_{T4})$, а сублидирующей – $p_{T2} = \min(q_{T3}, q_{T4})$.

В экспериментах [86; 87] измеряется инклюзивное сечение рождения лидирующей пары струй в центральной области по быстрой, таким образом, необходимо потребовать, чтобы партон рожающиеся на стадии эволюции нПФР не удовлетворяли экспериментальным критериям отбора событий. В нашем расчете это требование реализовано посредством условия $\sqrt{t_{1,2}} < p_{T2}$, которое легко реализовать при Монте-Карло интегрировании. Более строгий учет экспериментальных условий требует использования полностью эксклюзивной Монте-Карло реализации ПРП, что выходит за рамки настоящей работы.

Мы пользуемся следующим выбором масштабов факторизации и перенормировки: $\mu_R = \mu_F = \xi p_{T1}$, где ξ – параметр, принимаемый равным единице для центральной теоретической кривой на Рис. 2.2 – 2.4. Для того, чтобы оценить теоретическую неопределенность нашего расчета, связанную с неучетом следующих порядков ТВ, мы прибегаем к стандартной в пКХД процедуре варьирования параметра ξ в промежутке $1/2 \leq \xi \leq 2$. Соответствующий коридор неопределенности показан на Рис. 2.2 – 2.4 в виде серой полосы.

Численные результаты на Рис. 2.2 – 2.4 соответствуют нПФР КМР (1.103) для вычисления которой использован ЛП набор ПФР протона Мартина-Робертса-Стирлинга-Торна (MRST-2008) [89]. При вычислении сечений, мы учитываем все партонные каналы (2.15) – (2.22).

В недавних работах коллабораций CMS [86] и ATLAS [87] приведены результаты измерений инклюзивных спектров азимутальной декорреляции двух центральных струй с наибольшими поперечными импульсами, проведенных в протон-протонных столкновениях при энергии в СЦМ $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Два эксперимента покрывают несколько различающиеся кинематические области по быстрой и поперечному импульсу струй. В анализе опубликованном коллаборацией CMS, отбираются события содержащие по меньшей мере две струи с $p_T > 30$ ГэВ и быстротами $|y| < 1.1$, эти события разбиваются на пять классов, в зависимости от наибольшего поперечного импульса p_T^{max} в событии: $80 < p_T^{max} < 110$ ГэВ, $110 < p_T^{max} < 140$ ГэВ, $140 < p_T^{max} < 200$ ГэВ, $200 < p_T^{max} < 300$ ГэВ, и $p_T^{max} > 300$ ГэВ. В работе коллаборации ATLAS, отбираются события содержащие по меньшей мере две струи с $p_T > 100$ ГэВ и быстротой $|y| < 0.8$. Полученный набор событий разбивается на девять групп, в зависимости от p_T^{max} : $100 < p_T^{max} < 160$ ГэВ, $160 < p_T^{max} < 210$ ГэВ, $210 < p_T^{max} < 260$ ГэВ, $260 < p_T^{max} < 310$ ГэВ, $310 < p_T^{max} < 400$ ГэВ, $400 < p_T^{max} < 500$ ГэВ, $500 < p_T^{max} < 600$ ГэВ, $600 < p_T^{max} < 800$ ГэВ, и $p_T^{max} > 800$ ГэВ. Результаты измерений

азимутальных спектров представлены в виде гистограмм нормированного распределения

$$F(\Delta\varphi) = \frac{1}{\sigma} \times \left(\frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right), \quad (2.33)$$

где

$$\sigma = \int_{\pi/2}^{\pi} \left(\frac{d\sigma}{d\Delta\varphi} \right) d\Delta\varphi.$$

Кроме того, коллаборация ATLAS приводит нормированные распределения по $\Delta\varphi$ для событий с $\geq 2, \geq 3, \geq 4$, and ≥ 5 струями с $p_T > 100$ ГэВ и $|y| < 0.8$ для лидирующих струй и $|y| < 2.8$ для всех остальных струй.

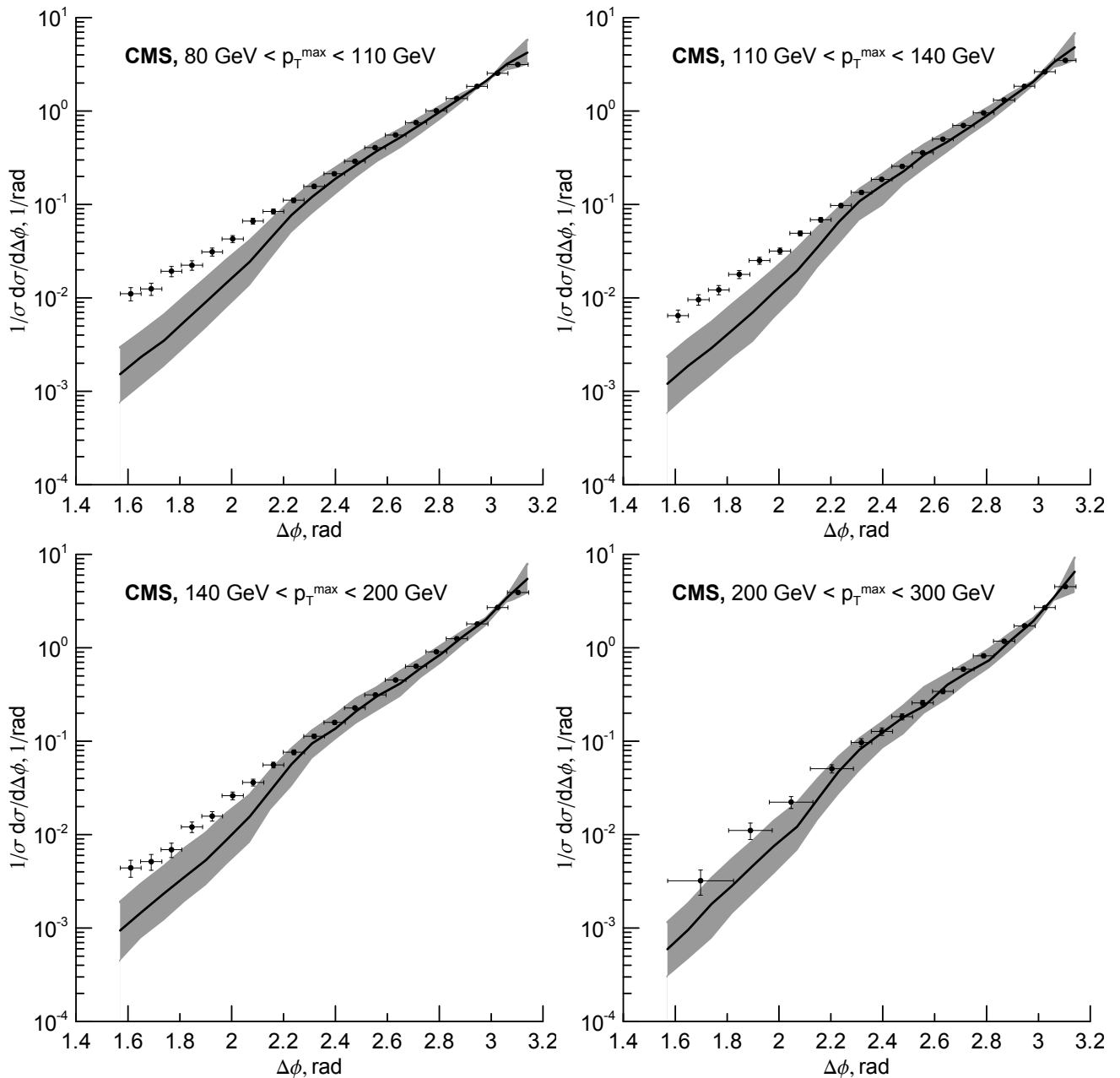


Рисунок 2.2 — Графики нормированного распределения $F(\Delta\phi)$ в нескольких бинах по p_T^{\max} для $\sqrt{S} = 7 \text{ TeV}$, $|y| < 1.1$ и $p_{T2} > 30 \text{ ГэВ}$. Точки — экспериментальные данные коллаборации CMS [86]. Кривые — предсказания ЛП ПРП.

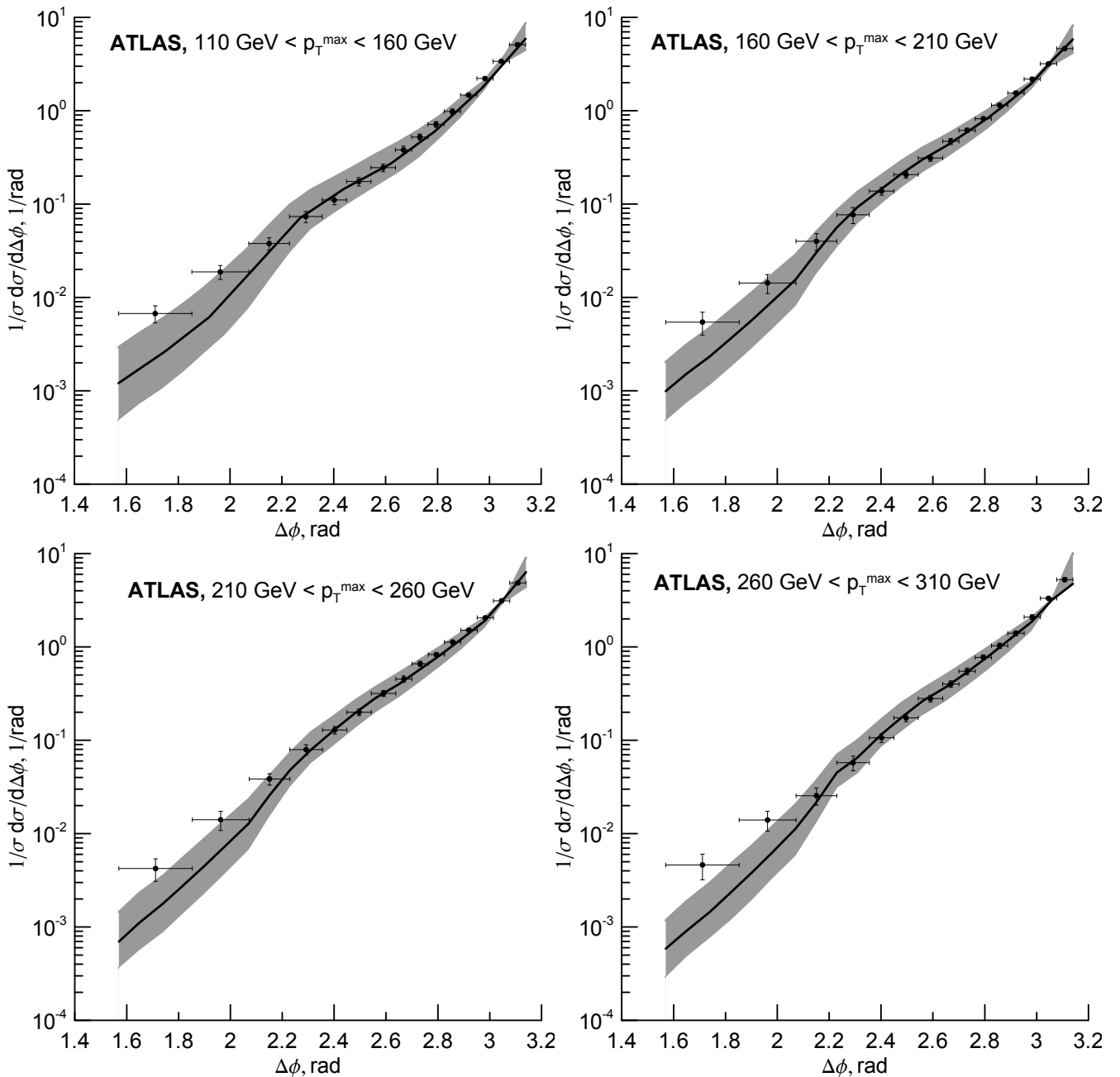


Рисунок 2.3 — Графики нормированного распределения $F(\Delta\phi)$ в нескольких бинах по p_T^{max} для $\sqrt{S} = 7$ ТэВ, $|y| < 0.8$ и $p_{T1,2} > 100$ ГэВ. Точки — экспериментальные данные коллаборации ATLAS [87]. Кривые — предсказания ЛПИ ПРП.

Теоретические предсказания КПМ в фиксированном порядке ТВ для распределений по $\Delta\varphi$ включают СЛП(α_s^4) для трехпартонного конечного состояния и ЛПИ(α_s^4) для четырехпартонного конечного состояния [90]. Как было показано в [86; 87], эти вычисления позволяют описать экспериментальные данные только в области $2\pi/3 < \Delta\varphi < \pi$ и переоценивают данные в области $\Delta\varphi < 2\pi/3$. Предсказания Монте-Карло генераторов событий, таких как PYTHIA [91], или комбинация HERWIG++ и MADGRAPH [92] для обсуждаемой наблюдаемой хорошо согласуются с данными. Однако область $\Delta\varphi < 2\pi/3$ в этих расчетах может быть описана лишь ценой введения дополнительных феноменологических параметров, таких как k_{ISR} в Монте-Карло генераторе PYTHIA.

Сравнение предсказаний ЛП ПРП с данными CMS [86] приведено на Рис. 2.2. Предсказания ЛП ПРП хорошо согласуются с данными в области $\Delta\varphi \geq 3\pi/4$. По мере убывания $\Delta\varphi$ от $3\pi/4$ до $\pi/2$ наши теоретические предсказания имеют тенденцию к недооценке экспериментального сечения, более чем на фактор 5 в бине $80 < p_T^{max} < 110$ ГэВ и на фактор 2 в бине $200 < p_T^{max} < 300$ ГэВ. В области $\Delta\varphi \sim \pi/2$ становится важен вклад событий с тремя и более струями в центральной области по быстроте, который нельзя промоделировать КМПК процессом $RR \rightarrow gg$. Тем не менее, с увеличением p_T^{max} , различие между теорией и экспериментом уменьшается, что легко объяснимо. Поперечный импульс двух лидирующих струй с $\Delta\varphi = \pi/2$, должен уравниваться системой партонов с $p_T^{recoil} = \sqrt{p_{T1}^2 + p_{T2}^2} > p_{T1}$. Вероятнее всего, это будет одна дополнительная струя, и если она попадет в центральную область по быстроте, то станет лидирующей. По этому, доля событий с более чем двумя струями в центральной области по быстроте убывает с ростом p_T^{max} для $\Delta\varphi$ между лидирующими струями, близкого к $\pi/2$.

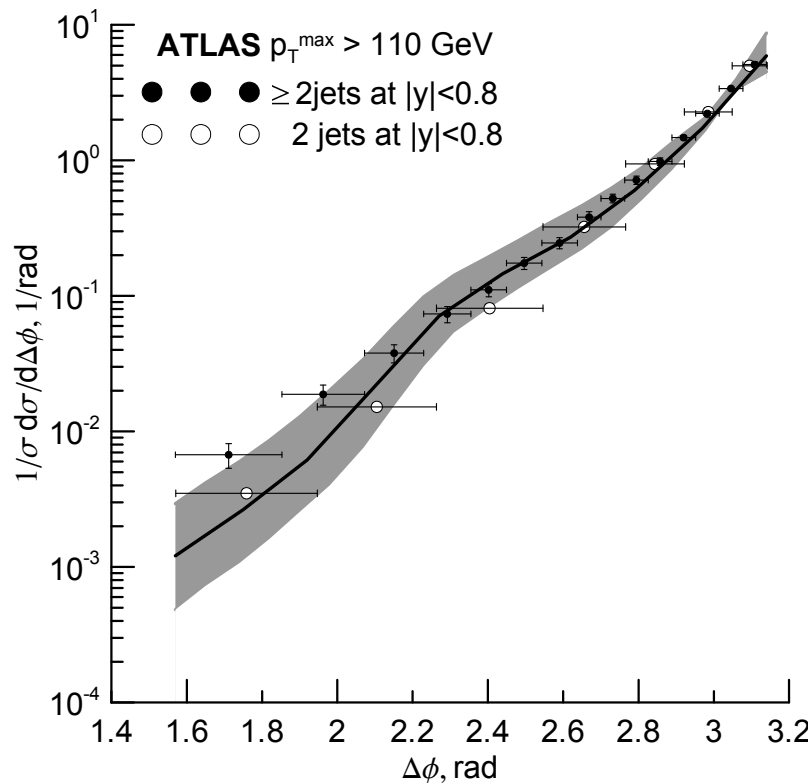


Рисунок 2.4 — Графики нормированного распределения $F(\Delta\phi)$, пустые кружки – экспериментальные данные ATLAS [87] для случая двух струй в центральной области, заштрихованные кружки – данные для ≥ 2 струй, $p_{T2} > 100$ ГэВ, $|y| < 0.8$, $p_T^{max} > 110$ ГэВ и $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Кривые – предсказания ЛП ПРП.

Наше наблюдение подтверждается сравнением предсказаний ЛП ПРП с данными коллаборации ATLAS [87] приведенным на Рис. 2.3. В анализе, проведенном ATLAS, выбрано другое ограничение на поперечный импульс сублидирующей струи $p_{T2} > 110$ ГэВ вместо $p_{T2} > 30$ ГэВ, чем видимо и объясняется лучшее согласие предсказаний ЛП ПРП с данными ATLAS.

Коллаборация ATLAS так же опубликовала гистограммы распределений числа событий по $\Delta\varphi$ для событий с различной множественностью струй в центральной области по быстроте (см.

Рис. 1 в [87]). Из этих данных можно извлечь $F(\Delta\varphi)$ для событий строго с двумя струями в центральной области по быстроте: $F(\Delta\varphi, 2) = (\Delta n(\geq 2) - \Delta n(\geq 3)) / (n(\geq 2) - n(\geq 3)) / \delta\Delta\varphi$, где $\Delta n(\geq m)$ – число событий с, по меньшей мере, m -струями в центральной области по быстроте, в данном бине $\delta\Delta\varphi$, а $n(\geq m)$ – полное число событий с, по меньшей мере, m -струями в центральной области. Сравнение извлеченных таким образом данных ATLAS для $F(\Delta\phi, 2)$ с предсказаниями ЛП ПРП приведено на Рис. 2.4. Предсказание ЛП ПРП значительно лучше согласуется с распределением $F(\Delta\varphi, 2)$ чем с более инклюзивным распределением $F(\Delta\varphi)$ в области $\Delta\varphi \rightarrow \pi/2$, что ожидаемо, т. к. экспериментальные условия для $F(\Delta\varphi, 2)$ лучше соответствуют КМРК.

Хотелось бы отметить серьезную разницу в теоретическом подходе к описанию событий с малой азимутальной декорреляцией в КМ и ПРП. В СЛП КМ, таким событиям соответствует рождение одной дополнительной струи с большим p_T^{recoil} , находящейся вне центральной области по быстроте. Эта струя уравнивает поперечный импульс струй в центральной области по быстроте. Такие события становятся все менее вероятными с ростом p_T^{max} , вместо этого, поперечный импульс струй в центральной области уравнивается несколькими (в ЛП ПРП с нПФР КМР (1.103) – двумя) дополнительными жесткими струями. С ростом \sqrt{S} , доступный для наблюдения диапазон p_T^{max} будет расти и вклад событий с большой множественностью станет доминирующим, что сделает описание событий с $\Delta\varphi \rightarrow \pi/2$ в рамках КМ проблематичным. СЛП ПРП в сочетании с феноменологически разумной нПФР, учитывающей БФКЛ эффекты, и, возможно, эксклюзивная Монте-Карло реализация ПРП, представляются более подходящими инструментами для решения подобных задач.

2.3 Совместное фоторождение фотона и струи в ПРП

Совместное фоторождение прямого фотона и струи с большими поперечными импульсами представляет существенный интерес как с точки зрения пертурбативной КХД, так и в качестве источника информации о партонной структуре протона и реального фотона. Фотон может взаимодействовать с партонами в жестком процессе напрямую (“прямая” компонента в сечении) либо посредством собственной партонной структуры (подпроцессы с разрешенной партонной структурой фотона). Настоящий раздел диссертации основан на результатах наших работ [17; 22].

Фоторождение прямых фотонов, как полностью инклюзивное, так и в ассоциации со струями, является предметом повышенного внимания как с экспериментальной так и с теоретической точек зрения. Коллаборациями H1 [93; 94] и ZEUS [95—97] проведены измерения сечений дифференциальных по поперечным энергиям (E_T) и псевдобыстротам (η) прямого фотона и струи. Так же были измерены распределения по параметрам азимутальной декорреляции, таким как азимутальный угол между поперечными импульсами прямого фотона и струи ($\Delta\phi$) и компонента поперечного импульса прямого фотона, направленная поперек поперечного импульса струи (p_\perp). Кроме того, имеются экспериментальные данные о распределениях дифференциальных по пе-

ременным, позволяющим оценить долю импульса протона и фотона, которую несут партоны на входе в жесткий процесс — x_p^{LO} , x_γ^{LO} , и x_γ^{obs} .

Попытки теоретического описания обсуждаемого процесса делались как в СЛП КПМ [98—100] так и в подходах учитывающих поперечный импульс партонов в начальном состоянии. К последним, относятся работы выполненные в рамках феноменологической схемы k_T -факторизации [101—103] (ФС k_T -факторизации) и ПРП [104].

Предсказания СЛП КПМ достаточно хорошо описывают распределения по η и приводят к некоторой недооценке распределений по E_T , однако описания азимутальной декорреляции в СЛП КПМ достичь не удастся [93; 94]. Как и в случае парного рождения струй в адронных столкновениях, распределения по параметрам азимутальной декорреляции в ЛП КПМ представляют собой δ -функции, и по этому данные наблюдаемые оказываются чувствительными к излучению дополнительных жестких партонов.

Имеющиеся в литературе предсказания в ФС k_T -факторизации позволяют качественно описать наблюдаемые распределения по E_T и параметрам азимутальной декорреляции, однако количественные результаты, полученные в ФС k_T -факторизации [101—103] могут быть поставлены под сомнение, так как в данной схеме используются явно не калибровочно-инвариантные матричные элементы с кварками q^* и глюонами g^* вне массовой поверхности. Кроме того, в ранних работах [101; 102] не был учтен вклад партонного подпроцесса $\gamma g^* \rightarrow \gamma g$. В работе [103] показано, что этот партонный подпроцесс дает значительный вклад в сечение благодаря большим величинам глюонной светимости, доступным в кинематических условиях экспериментов на коллайдере HERA. Однако, в работе [103] виртуальность глюона в начальном состоянии подпроцесса $\gamma g^* \rightarrow \gamma g$ была учтена только на уровне кинематики, но не на уровне амплитуды.

В силу названных выше проблем похода феноменологической k_T -факторизации [101—103], в настоящей работе мы проводим анализ данных о совместном фоторождении фотона и струи в рамках ПРП. ПРП позволяет учесть виртуальности кварков в начальном состоянии жесткого процесса калибровочно-инвариантным образом. Кроме того, мы выведем амплитуду однопетлевого подпроцесса $\gamma R \rightarrow \gamma g$, зависящую от виртуальности реджезованного глюона и исследуем вклад этого подпроцесса в сечение.

ЛП ПРП для обсуждаемого процесса соответствует учету всех партонных подпроцессов $2 \rightarrow 2$ в лидирующем порядке по α_s , вносящих потенциально значительный вклад в сечение. Эти подпроцессы могут быть разделены на *прямые*, в которых фотон напрямую участвует в жестком процессе, и *непрямые*, в которых фотон выступает как составной объект содержащий кварки и глюоны. К категории прямых относятся следующие подпроцессы:

$$Q(q_1) + \gamma(q_2) \rightarrow q(q_3) + \gamma(q_4), \quad (2.34)$$

$$R(q_1) + \gamma(q_2) \rightarrow g(q_3) + \gamma(q_4), \quad (2.35)$$

где Q и R обозначают реджезованный кварк и глюон соответственно, а четыре-импульсы партонов указаны в скобках. Зарядово-сопряженные процессы, включающие в себя реджезованный

антикварк \bar{Q} также учитываются. Вклад подпроцесса (2.34) в сечение имеет порядок $O(\alpha^2)$, где α – постоянная тонкой структуры. Подпроцесс (2.35) формально дает вклад порядка $O(\alpha^2\alpha_s^2)$. Однако, в силу большой величины глюонной нПФР в области малых x этот процесс следует принять во внимание уже в ЛП ПРП.

Так же, в ЛП ПРП дают вклад следующие не прямые подпроцессы

$$R(q_1) + q[\gamma](\tilde{q}_2) \rightarrow q(q_3) + \gamma(q_4), \quad (2.36)$$

$$Q(q_1) + \bar{q}[\gamma](\tilde{q}_2) \rightarrow g(q_3) + \gamma(q_4), \quad (2.37)$$

$$Q(q_1) + g[\gamma](\tilde{q}_2) \rightarrow q(q_3) + \gamma(q_4), \quad (2.38)$$

и соответствующие зарядово-сопряженные подпроцессы. Подпроцесс (2.36) важен в силу выше названного усиления глюонной нПФР протона. Численное исследование показало, что вклады подпроцессов (2.37) и (2.38) составляют менее 5% полного сечения, и при дальнейшем анализе имеет смысл их опустить.

В добавление к выше названным, следует принять во внимание так же процессы в которых партон в конечном состоянии фрагментирует в фотон. Однако, вклады этих подпроцессов малы в силу условия изоляции фотона, примененного к экспериментальным данным при анализе. Это условие требует, чтобы доля адронной энергии в конусе изоляции фотона составляла менее 10% от его энергии. В терминах фрагментации это значит, что более 90% энергии партона должно быть передано фотону, вероятность такого процесса сильно подавлена функцией фрагментации.

Введем ряд необходимых для дальнейшего кинематических обозначений. Мы проводим расчеты в лабораторной ИСО, ось Oz которой направлена вдоль импульса протона. Введем базисные вектора Судаковского разложения (приложение Б):

$$n_+^\mu = \frac{P_2^\mu}{E_2}, \quad n_-^\mu = \frac{P_1^\mu}{E_1}, \quad (2.39)$$

где P_1 и P_2 – четыре-импульсы протона и электрона, а E_1 и E_2 их энергии. Четыре-импульс р-джейзованного партона параметризован как $q_1 = x_1 P_1 + q_{T1}$ и его виртуальность равна $q_1^2 = q_{T1}^2 = -\mathbf{q}_{T1}^2 = -t_1$. Квази-реальный фотон несет долю импульса электрона y , так что его четыре-импульс равен $q_2 = y P_2$. В случае не прямых подпроцессов, партон “разрешенный” жестким процессом в фотоне, несет долю его энергии x_2 , так что четыре-импульс этого партона может быть записан в виде $\tilde{q}_2 = x_2 q_2 = x_2 y P_2$. Формулы для кинематических инвариантов, приведенные ниже, записаны нами для случая прямого подпроцесса. Непрямой случай может быть восстановлен путем замены q_2 на \tilde{q}_2 .

Квадрат энергии системы протон-фотон в их системе центра масс равен: $S = 2P_1 \cdot q_2 = 4yE_1E_2$. Партонные Манделстамовские переменные определены формулой (2.23), причем $s + t + u = -t_1$.

Манделстаммовские переменные могут быть выражены в терминах конусных компонент:

$$s = (q_3^+ + q_4^+)(q_3^- + q_4^-) - t_1, \quad t = -q_4^+(q_3^- + q_4^-), \quad u = -q_3^+(q_3^- + q_4^-). \quad (2.40)$$

Введем безразмерные переменные Судакова:

$$a_{3,4} = \frac{2q_2 \cdot q_{3,4}}{S} = \frac{2yE_2q_{3,4}^+}{S}, \quad b_{3,4} = \frac{2P_1 \cdot q_{3,4}}{S} = \frac{2E_pq_{3,4}^-}{S}, \quad (2.41)$$

так, что $a_3 + a_4 = x_1$, $b_3 + b_4 = 1$, или $b_3 + b_4 = x_2$ в случае непрямого подпроцесса. Выражения для квадратов модуля амплитуд подпроцессов (2.34, 2.36) в терминах этих переменных приведены в приложении Д.

Выведем спиральные амплитуды для процесса (2.35) в ЛП ПРП и покажем, что в коллинеарном пределе они воспроизводят хорошо известные ответы для спиральных амплитуд процесса рассеяния фотона на фотоне [105; 106].

С учетом (2.2) и (1.93), спиральные амплитуды для подпроцесса Eq. (2.35) могут быть записаны в виде

$$\mathcal{M}(R\lambda_2, \lambda_3\lambda_4) = -\frac{q_1^+}{2\sqrt{t_1}}(n_-)_{\mu_1}\varepsilon_{\mu_2}(1, -\lambda_2)\varepsilon_{\mu_3}^*(2, \lambda_3)\varepsilon_{\mu_4}^*(2, -\lambda_4)\mathcal{M}^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}, \quad (2.42)$$

где $\lambda_i = \pm 1$ обозначают спиральности векторных бозонов.

Общий множитель

$$\frac{(4\pi)^2\alpha\alpha_s}{(2\pi)^4} \frac{\delta_{ab}}{2} \left(\sum_q e_q^2 \right), \quad (2.43)$$

опущен в правой части (2.42) для сокращения записи. Тензор поляризации вакуума $\mathcal{M}^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4}$ в (2.42) имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{M}^{\mu_1\mu_2\mu_3\mu_4} = & 2 \int d^4q \left\{ \frac{\text{tr}[(\hat{q} - \hat{q}_1)\gamma^{\mu_3}(\hat{q} + \hat{q}_2 - \hat{q}_4)\gamma^{\mu_4}(\hat{q} + \hat{q}_2)\gamma^{\mu_2}\hat{q}\gamma^{\mu_1}]}{(q - q_1)^2(q + q_2 - q_4)^2(q + q_2)^2q^2} \right. \\ & \left. + (q_3 \leftrightarrow q_4, \mu_3 \leftrightarrow \mu_4) + (q_4 \leftrightarrow -q_2, \mu_4 \leftrightarrow \mu_2) \right\}, \quad (2.44) \end{aligned}$$

где диаграммы с противоположным направлением фермионной линии учтены добавлением общего фактора 2.

Вектора поляризации в (2.42) имеют вид

$$\varepsilon(j, \lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}} (n_x^{(j)} + i\lambda n_y^{(j)}), \quad (2.45)$$

где

$$\begin{aligned} n_x^{(1)} &= \frac{1}{\Delta} [(q_2 \cdot q_3)q - (q \cdot q_3)q_2 - (q \cdot q_2)q_3], \\ n_x^{(2)} &= \frac{1}{\Delta} [(q_3 \cdot q_4)q - (q \cdot q_4)q_3 - (q \cdot q_3)q_4], \\ (n_y^{(1)})^\mu &= -(n_y^{(2)})^\mu = \frac{1}{\Delta} \epsilon^{\mu q_2 q_3 q_4} \equiv n_y^\mu, \end{aligned}$$

учитывая, что $\Delta = \sqrt{stu}/2$ и $q = q_2 + q_3$.

Манипуляции с вектором n_y существенно упрощаются, если определить его не явно, а посредством скалярных произведений

$$q_2 \cdot n_y = q_3 \cdot n_y = q_4 \cdot n_y = n_+ \cdot n_y = 0, \quad n_y^2 = -1, \quad (2.46)$$

и разложить 4-вектор n_- в (2.42) по базису

$$n_- = \alpha n_+ + \beta_1 q_3 + \beta_2 q_4 + \gamma n_y, \quad (2.47)$$

с коэффициентами

$$\alpha = \frac{s_+ - s}{2q_3^+ q_4^+}, \quad \beta_1 = \frac{s + s_-}{s q_3^+}, \quad \beta_2 = \frac{s - s_-}{s q_4^+}, \quad \gamma = \frac{2y E_2}{\Delta} |\mathbf{q}_{T3}| |\mathbf{q}_{T4}| \sin(\Delta\phi), \quad (2.48)$$

где $s_\pm = q_4^- q_3^+ \pm q_4^+ q_3^-$ и $\Delta\phi$ это азимутальный угол между \mathbf{q}_{T3} и \mathbf{q}_{T4} . Учитывая, что $n_-^2 = 0$, можно выразить γ^2 через конусные компоненты как

$$\gamma^2 = \frac{2s s_+ - s^2 - s_-^2}{s q_3^+ q_4^+}. \quad (2.49)$$

В коллинеарном пределе, вектора n_+ , n_- , q_3 , и q_4 становятся линейно зависимыми, т. е. $\gamma \rightarrow 0$. Компактное выражение для (2.42), может быть получено в терминах переменной

$$\gamma_1 = \frac{q_3^+ \Delta}{\sqrt{t_1}} \gamma = \frac{u}{\sqrt{t_1}} |\mathbf{q}_{T3}| |\mathbf{q}_{T4}| \sin(\Delta\phi), \quad (2.50)$$

конечной в коллинеарном пределе,

$$\gamma_1 \rightarrow 2 \frac{u}{s} \Delta \sin \phi_1. \quad (2.51)$$

Аналогичная переменная, γ_2 , связана с произведением

$$q_3^- q_3^+ = \frac{u}{(t+u)^2} [(u-t)(t_1-t) - 2t^2 + \gamma_2 \sqrt{t_1}]. \quad (2.52)$$

Переменная γ_2 может быть выражена через γ_1 при помощи выражений (2.40), (2.49), и (2.50):

$$\gamma_2 = 2\zeta \sqrt{stu - \frac{(t+u)^2}{u^2} \gamma_1^2}, \quad (2.53)$$

где знаковый фактор $\zeta = \pm 1$ определяется так, чтобы произведение правой части (2.52) на инвариант t всегда совпадало с $uq_3^- q_4^+$ как того требуют тождества (2.40).

В коллинеарном пределе

$$\gamma_2 \rightarrow 4\Delta \cos \phi_1. \quad (2.54)$$

Эти новые переменные позволяют записать простые и явно конечные в коллинеарном пределе выражения для спиральных амплитуд (2.42). Вся зависимость от конусных компонент остается в γ_1 , а все оставшееся выражение зависит только от Манделстаммовских переменных.

Точные аналитические выражения для спиральных амплитуд подпроцесса (2.35) приведены в приложении Д в терминах однопетлевых интегралов в размерной регуляризации B_0 , C_0 , и D_0 , определенных в [107]. Ультрафиолетовые и инфракрасные расходимости сокращаются в этих выражениях.

Теперь мы должны проверить, что в коллинеарном пределе, полученное выражение совпадает с известными ответами в ЛП КПМ [105; 106]. Определение коллинеарного предела (1.94) в терминах спиральных амплитуд может быть выписано в виде

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi_1}{2\pi} \lim_{t_1 \rightarrow 0} |\mathcal{M}(R\lambda_2, \lambda_3 \lambda_4)|^2 = \frac{|N|^2}{2} \sum_{\lambda_1 = \pm} |\mathcal{M}(\lambda_1 \lambda_2, \lambda_3 \lambda_4)|^2, \quad (2.55)$$

где нормировочный множитель $N = 8\pi^2 i$ вынесен из спиральных амплитуд КПМ, так что

$$\mathcal{M}(+, +, + -) = \mathcal{M}(+, +, - +) = \mathcal{M}(+ -, + +) = \mathcal{M}(- +, + +) = \mathcal{M}(+, +, - -) = -1. \quad (2.56)$$

В дальнейшем, мы можем положить $\lambda_2 = +1$ без ограничения общности. Для $\lambda_3 = \lambda_4 = -1$, равенство (2.55) легко проверяется с учетом (2.51) и (Д.17). Проверка коллинеарного предела для оставшихся трех комбинаций λ_3 и λ_4 выглядит несколько сложнее.

В качестве примера, рассмотрим $\lambda_3 = \lambda_4 = +1$. В коллинеарной партонной модели [105; 106]

$$\mathcal{M}(+, +, + +) = 1 + \frac{u-t}{s} [B_0(t) - B_0(u)] + \frac{t^2 + u^2}{s^2} \left[tC_0(t) + uC_0(u) - \frac{tu}{2} D_0(t, u) \right], \quad (2.57)$$

где сокращенные обозначения для B_0 , C_0 и D_0 приведены в приложении Д.

Подставляя (2.51) и (2.54) в (Д.14) и учитывая, что в коллинеарном пределе $s + t + u = 0$, находим

$$\lim_{t_1 \rightarrow 0} \mathcal{M}(R+, +, +) = 4\sqrt{2}\pi^2 i \left[(1 - \mathcal{M}(+, +, + +)) e^{-i\phi_1} - 2 \cos \phi_1 \right]. \quad (2.58)$$

Вычисляя квадрат модуля выражения (2.58) и усредняя его по ϕ_1 , мы получаем (2.55) с $\lambda_3 = \lambda_4 = +1$. Оставшиеся два случая $\lambda_3 = -\lambda_4 = \pm 1$ могут быть рассмотрены аналогичным образом.

Наш результат для (2.42) также может быть получен как линейная комбинация вкладов векторного тока в спиральные амплитуды подпроцесса $gg \rightarrow Zg$ приведенных в [108; 109]. Для этого необходимо осуществить Лоренцевское преобразование проектора $(n_-)_{\mu_1}$ содержащегося в (2.42) в систему центра масс партонов в начальном состоянии, и представить его как линейную комбинацию поперечных и продольных векторов поляризации Z -бозона [108; 109]. Эта проверка была нами выполнена.

Перейдем теперь к сравнению результатов численных расчетов сечений совместного фоторождения адронной струи и прямого фотона в ЛП ПРП с экспериментальными данными полученными на коллайдере DESY HERA [93; 94; 96; 97]. В обсуждаемых экспериментах электрон и протон имеют энергии $E_e = 27.6$ ГэВ и $E_p = 920$ ГэВ в лабораторной системе отсчета. Положительное направление для отсчета быстроты выбрано в направлении импульса протона.

Поперечные энергии прямого фотона и струи обозначены как E_T^γ и E_T^{jet} , их псевдобыстроты как η^γ и η^{jet} , и азимутальные углы их поперечных импульсов как ϕ^γ and ϕ^{jet} , соответственно.

Основная формула для вычисления сечения, дифференциального по E_T^γ , η^γ , E_T^{jet} , η^{jet} , $\Delta\phi = \phi^{\text{jet}} - \phi^\gamma$, и y может быть написана в виде,

$$\frac{d\sigma(pe \rightarrow \gamma + j + X)}{dE_T^\gamma d\eta^\gamma dE_T^{\text{jet}} d\eta^{\text{jet}} d(\Delta\phi) dy} = \sum_{i,j=q,\bar{q},g} \Phi_i(x_1, t_1, \mu_F) G_{\gamma/e}(y) x_2 f_{j/\gamma}(x_2, \mu_F) \times \frac{E_T^\gamma E_T^{\text{jet}}}{8\pi^2 (y x_1 x_2 S_{ep})^2} |\mathcal{M}_{ij}|^2, \quad (2.59)$$

где $S_{ep} = 4E_p E_e$,

$$x_1 = \frac{E_T^\gamma e^{\eta^\gamma} + E_T^{\text{jet}} e^{\eta^{\text{jet}}}}{2E_p}, \quad x_2 = \frac{E_T^\gamma e^{-\eta^\gamma} + E_T^{\text{jet}} e^{-\eta^{\text{jet}}}}{2yE_e}, \quad t_1 = (E_T^\gamma)^2 + (E_T^{\text{jet}})^2 + 2E_T^\gamma E_T^{\text{jet}} \cos(\Delta\phi). \quad (2.60)$$

В приближении Вайцзеккера-Вильямса, плотность потока квазиреальных фотонов, которые могут передать протону долю y импульса электрона, рассеявшегося на малый угол, равна [110]

$$G_{\gamma/e}(y) = \frac{\alpha}{2\pi} \left[\frac{1 + (1-y)^2}{y} \ln \frac{Q_{\text{max}}^2}{Q_{\text{min}}^2} + 2m_e^2 y \left(\frac{1}{Q_{\text{min}}^2} - \frac{1}{Q_{\text{max}}^2} \right) \right], \quad (2.61)$$

где m_e – масса электрона, $Q_{\text{min}}^2 = m_e^2 y^2 / (1-y)$ наименьшая кинематически возможная виртуальность фотона, а её максимальное значение Q_{max}^2 определяется экспериментальными условиями. В [93; 94; 96; 97] это значение равно $Q_{\text{max}}^2 = 1 \text{ GeV}^2$.

Для не прямых подпроцессов, $f_{j/\gamma}(x_2, \mu_F^2)$ это коллинеарная ПФР для партона j в фотоне. В случае прямых процессов, эта ПФР должна быть заменена на $\delta_{\gamma j} \delta(1-x_2)$ и интегрирование по x_2 проводится с мерой $dy = -y/x_2 dx_2$.

Кроме сечений дифференциальных по E_T^γ , η^γ , E_T^{jet} , η^{jet} и $\Delta\phi$ получаемых интегрированием выражения (2.59) по соответствующим кинематическим переменным, на эксперименте так же измерялись и распределения по переменной $p_\perp = E_T^\gamma |\sin(\Delta\phi)|$.

Соответствующее распределение может быть получено посредством следующей замены в (2.59): $dE_T^\gamma = dp_\perp / |\sin(\Delta\phi)|$.

Так же были измерены сечения, дифференциальные по переменным:

$$x_p^{\text{LO}} = \frac{E_T^\gamma}{2E_p} (e^{\eta^\gamma} + e^{\eta^{\text{jet}}}), \quad x_\gamma^{\text{LO}} = \frac{E_T^\gamma}{2yE_e} (e^{-\eta^\gamma} + e^{-\eta^{\text{jet}}}), \quad (2.62)$$

совпадающим в ЛП КПМ с долями импульса протона и фотона, участвующими в жестком процессе. Соответствующие распределения могут быть получены из (2.59) путем замен $dE_\gamma = E_T^\gamma/x_p^{\text{LO}} dx_p^{\text{LO}}$ и $dE_\gamma = E_T^\gamma/x_\gamma^{\text{LO}} dx_\gamma^{\text{LO}}$, соответственно. Переменные x_γ^{obs} и x_γ^{meas} используемые коллаборацией ZEUS, в ЛП ПРП совпадают с переменной x_2 определенной вторым равенством в (2.60). Соответствующее распределение получается из (2.59) подстановкой $dE_T^\gamma = 2yE_e e^{\eta^\gamma} dx_\gamma^{\text{obs}}$. Вклады прямых подпроцессов в распределение по x_γ^{obs} в ЛП ПРП пропорциональны $\delta(1 - x_\gamma^{\text{obs}})$, и это распределение может быть регуляризовано только при учете нефакторизуемых радиационных поправок в СЛП ПРП.

Мы используем значение $\alpha = 1/137.036$, и ЛП формулу для бегущей константы связи $\alpha_s^{(n_f)}(\mu_R)$ с $n_f = 4$ активными флейворами кварков и $\Lambda_{\text{LO}}^{(n_f)} = 220$ МэВ [89], и ЛП нПФР, полученную в рамках подхода КМР [12; 13], на основе ЛП коллинеарной ПФР Мартина-Робертса-Стирлинга и Торна (MRST) [89]. В качестве ПФР фотона мы воспользовались ЛП ПФР фотона в подходе Glück, Reyan, и Vogt (GRV) [111].

Для оценки неопределенности расчета, связанной с ПФР фотона, мы так же воспользовались наборами [112—114] реализованными в библиотеке ПФР LHAPDF [115].

Мы выбираем масштабы факторизации и перенормировки равными $\mu_F = \mu_R = \xi \max(E_T^\gamma, E_T^{\text{jet}})$ и варьируем ξ в пределах $1/2 \leq \xi \leq 2$ для оценки теоретической неопределенности, возникающей от неучета следующих порядков теории возмущений, и выражающейся в зависимости предсказаний от выбора нефизических масштабов μ_F и μ_R .

Мы проводим сравнение наших численных результатов с пятью наборами экспериментальных данных, полученными коллаборациями H1 и ZEUS во время второго этапа работы коллайдера HERA. В настоящей работе этим наборам данных присвоены идентификаторы H1-2005 [93], H1-2010 [94], ZEUS-2007 I [96], ZEUS-2007 II [96], и ZEUS-2013 [97]. Кинематические условия соответствующих измерений суммированы в табл. (2.3) для наборов данных [93; 94] и табл. (2.4) для наборов данных [96; 97].

Прежде чем проводить сравнение с экспериментальными данными, рассмотрим, какой эффект дает точный учет поперечного импульса партона в амплитуде подпроцесса (2.35). На рис. (2.5) приведены графики распределений по η^{jet} и E_T^{jet} в кинематических условиях H1-2005, для вклада подпроцесса (2.35) в ЛП КПМ (синие штрих-пунктирные кривые), того же вклада, рассчитанного в подходе работы [103], путем интегрирования соответствующей амплитуды ЛП КПМ в некол-

Таблица 2.3 — Кинематические условия измерений дифференциальных сечений процесса совместного фоторождения струи и фотона на коллайдере DESY HERA, проведенных коллаборацией H1 [93; 94]. Для всех наборов данных, $Q_{max}^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$, $E_e = 27.6 \text{ ГэВ}$, и $E_p = 920 \text{ ГэВ}$.

H1-2005	H1-2010
$0.2 < y < 0.7$	$0.1 < y < 0.7$
$E_T^{\text{jet}} > 4.5 \text{ GeV}$	$E_T^{\text{jet}} > 4.5 \text{ GeV}$
$5.0 < E_T^\gamma < 10.0 \text{ GeV}$	$6.0 < E_T^\gamma < 15.0 \text{ GeV}$
$-1.0 < \eta^{\text{jet}} < 2.3$	$-1.3 < \eta^{\text{jet}} < 2.3$
$-1.0 < \eta^\gamma < 0.9$	$-1.0 < \eta^\gamma < 2.4$

Таблица 2.4 — Кинематические условия измерений дифференциальных сечений процесса совместного фоторождения струи и фотона на коллайдере DESY HERA, проведенных коллаборацией ZEUS [96; 97]. Для всех наборов данных, $Q_{max}^2 = 1 \text{ ГэВ}^2$, $E_e = 27.5 \text{ ГэВ}$, и $E_p = 920 \text{ ГэВ}$.

ZEUS-2007 I	ZEUS-2007 II	ZEUS-2013
$0.2 < y < 0.8$	$0.2 < y < 0.8$	$0.2 < y < 0.7$
$6.0 < E_T^{\text{jet}} < 17.0 \text{ GeV}$	$6.0 < E_T^{\text{jet}} < 17.0 \text{ GeV}$	$4.0 < E_T^{\text{jet}} < 35.0 \text{ GeV}$
$5.0 < E_T^\gamma < 16.0 \text{ GeV}$	$7.0 < E_T^\gamma < 16.0 \text{ GeV}$	$6.0 < E_T^\gamma < 15.0 \text{ GeV}$
$-1.6 < \eta^{\text{jet}} < 2.4$	$-1.6 < \eta^{\text{jet}} < 2.4$	$-1.5 < \eta^{\text{jet}} < 1.8$
$-0.74 < \eta^\gamma < 1.1$	$-0.74 < \eta^\gamma < 1.1$	$-0.7 < \eta^\gamma < 0.9$

линейной кинематике (зеленые штриховые кривые) и точной амплитуды для подпроцесса (2.35) в ЛП ПРП (красные сплошные кривые). Видно, что точный учет виртуальности партона в начальном состоянии на уровне амплитуды, приводит к уменьшению сечения почти в 2 раза, по сравнению с приближением использованным в [103], и существенно меняет форму E_T^{jet} спектра.

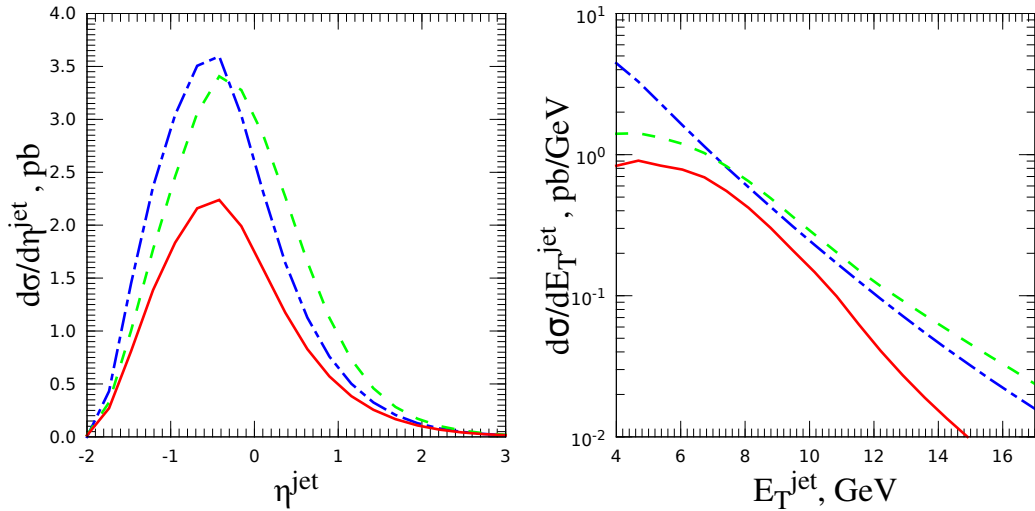


Рисунок 2.5 — Вклад партонного подпроцесса (2.35) в распределения по η^{jet} (левый график) и E_T^{jet} (правый график) при кинематических условиях N1-2005 [93]. Сплошные кривые – точный результат в ЛП ПРП, штрих-пунктирные кривые – Результат ЛП КПМ, штриховые кривые – результат интегрирования амплитуды КПМ в неколлинеарной кинематике.

Теперь перейдем к сравнению наших численных результатов с экспериментальными данными. На рисунках (2.6а, 2.7а, 2.6б, and 2.7б, приведено сравнение экспериментальных спектров по E_T^γ , η^γ , E_T^{jet} , и η^{jet} приведенных в [93; 94; 96] с нашими численными результатами в ЛП ПРП. Аналогичное сравнение для данных, приведенных в работе [97] приведено на рис. 2.8.

Результаты измерения распределений по x_p , приведенные в [93; 94] сравниваются с теоретическими предсказаниями на рис. 2.9. Спектры по x_γ^{LO} из работ [93; 94], и спектры по x_γ^{obs} из [96] приведены на рис. 2.10а. Спектр по x_γ^{obs} из недавней работы [97] сравнивается с предсказанием ЛП ПРП на рис. 2.10б.

Нормированные распределения по $\Delta\phi$ приведенные в [94] представлены на рис. 2.11а, а нормированные распределения по p_\perp из работ [93; 94] сравниваются с предсказанием ЛП ПРП на рис. 2.11б.

На каждом рисунке, предсказание ЛП ПРП (жирные синие линии) представлено вместе с основными вкладами партонных подпроцессов (2.34) (сплошные зеленые линии), (2.35) (штриховые красные линии), и (2.36) (штрих-пунктирные синие линии). Так же, для сравнения приведены предсказания ЛП КПМ(жирные штриховые синие линии).

Коридор теоретической неопределенности предсказаний ЛП ПРП связанная с произволом в выборе масштабов перенормировки и факторизации, полученная путем варьирования параметра ξ в окрестности единицы, отображен на рисунках в виде серой полосы. Сравнение эксперименталь-

ных данных с предсказаниями СЛП КПМ можно найти в соответствующих экспериментальных статьях.

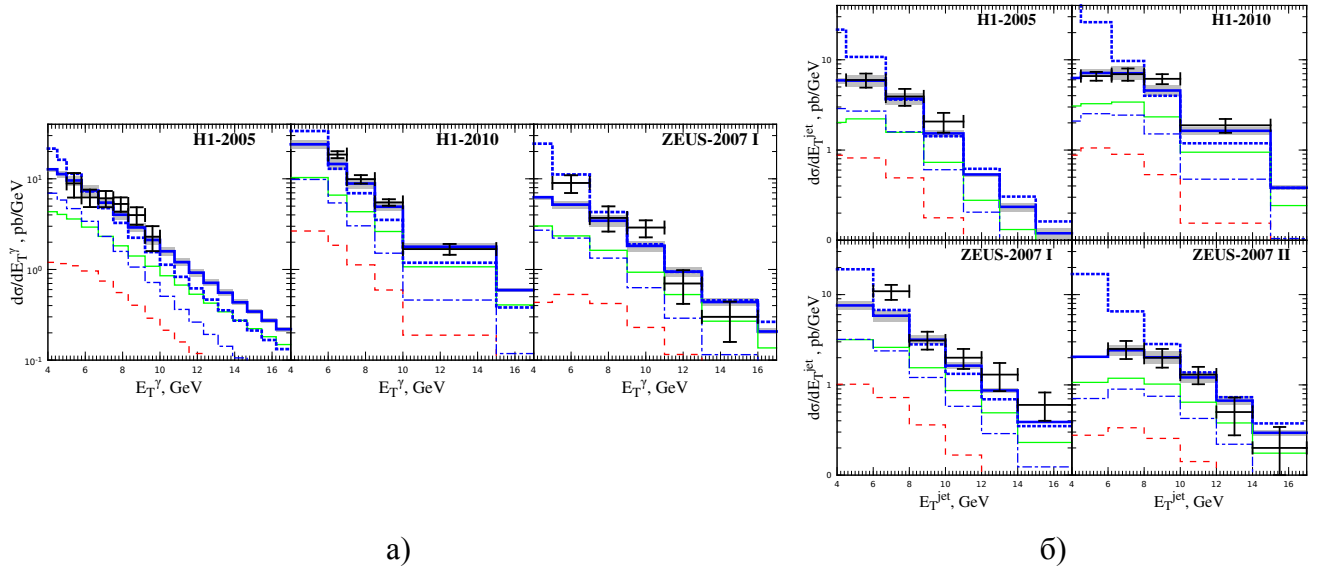


Рисунок 2.6 — Распределения по E_T^γ и E_T^{jet} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93], H1-2010 [94], и ZEUS-2007 I [96]. Приведены теоретические предсказания в ЛП ПРП (жирные сплошные кривые) и ЛП КПМ (жирные штриховые кривые). Так же приведены вклады партонных подпроцессов (2.34) (сплошные кривые), (2.35) (штриховые кривые), и (2.36) (штрих-пунктирные кривые).

Обсудим относительную величину вкладов различных партонных подпроцессов. Если не наложено дополнительных ограничений на переменные x_γ^{LO} или x_γ^{obs} , подпроцессы (2.34) и (2.36) вносят примерно одинаковый вклад в сечение, а вклад подпроцесса (2.35) сравнительно мал, как можно убедиться взглянув на рис. 2.6а – 2.8 и 2.9–2.11б. В ЛП ПРП, вклад подпроцесса (2.35) меньше чем в ЛП КПМ, а древесные подпроцессы дают больший вклад, что может говорить о лучшей сходимости ряда теории возмущений в ПРП.

Из рис. 2.10а и 2.10б видно, что непрямой подпроцесс (2.36) доминирует для $x_\gamma^{\text{LO}} < 0.9$ в кинематических условиях H1-2005 или H1-2010, для $x_\gamma^{\text{obs}} < 0.75$ в кинематике ZEUS-2007 I - II, и для $x_\gamma^{\text{obs}} < 0.9$ в кинематике ZEUS-2013. Это так же отражено на рис. 2.11а и 2.11б, где предсказания ЛП ПРП для $x_\gamma^{\text{LO}} < 0.85$ [93] и $x_\gamma^{\text{LO}} < 0.8$ [94] практически сводятся к одному вкладу (2.36).

Сравнивая предсказания ЛП ПРП и ЛП КПМ на рисунках 2.6а, 2.6б, и 2.8, можно заключить, что в ЛП КПМ, распределения по E_T^γ и E_T^{jet} как правило убывают быстрее чем в ЛП ПРП и существенно превышают последние (впрочем как и экспериментальные данные) в области малых E_T . Улучшение согласия распределений в ЛП ПРП с экспериментом по сравнению с ЛП КПМ связано с тем, что распределения в ПРП сингулярны при малых E_T в силу равенства нулю поперечного импульса партонов в начальном состоянии. Аналогичные сингулярности возникают в КПМ в любом конечном порядке теории возмущений [98–100]. Эти сингулярности естественным образом регуляризуется в ПРП.

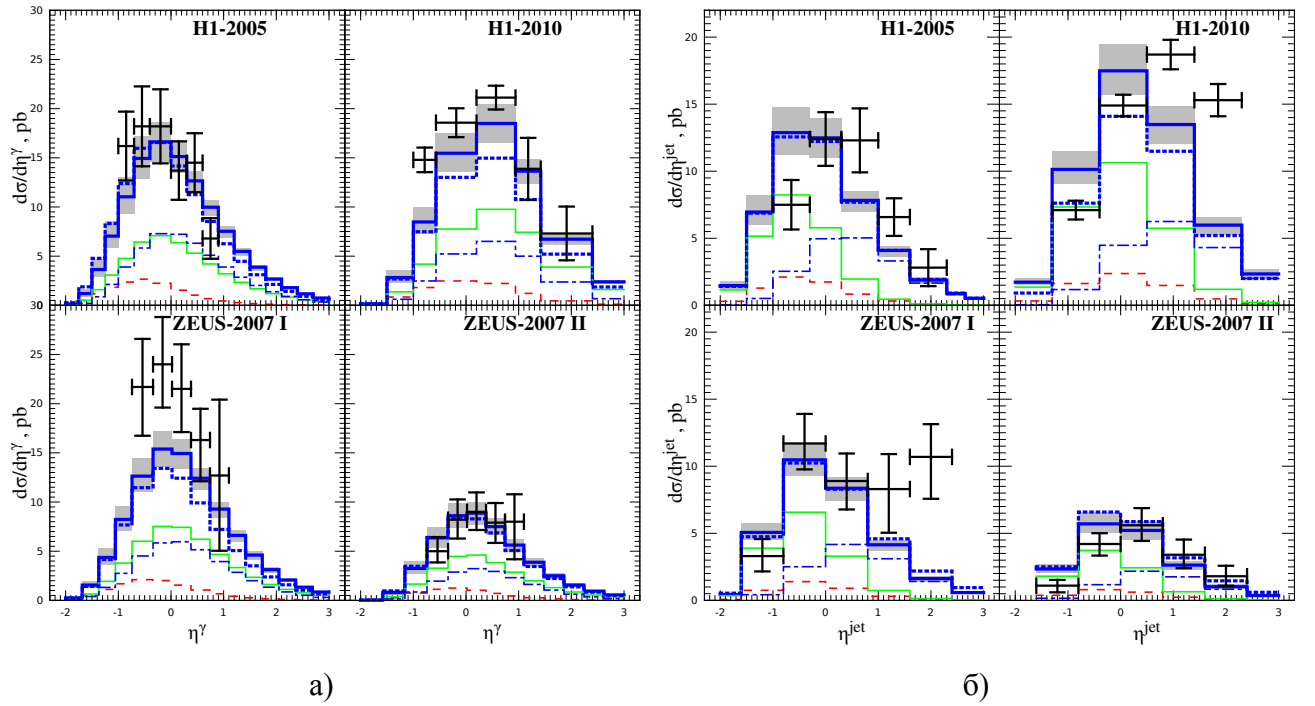


Рисунок 2.7 — Распределения по η^γ и η^{jet} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93], H1-2010 [94], ZEUS-2007 I[96], и ZEUS-2007 II[96]. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6.

Серьезным источником неопределенностей в нашем анализе является ПФР фотона, известная из эксперимента значительно хуже чем ПФР протона. Для того чтобы оценить эту неопределенность, мы вычислили спектр по x_γ^{LO} на рис. 2.10а, используя четыре различные ПФР фотона [112—114] реализованные в библиотеке LHAPDF [115]. Было установлено, что максимальная вариация распределения по x_γ^{LO} в промежутке $0.2 < x_\gamma^{\text{LO}} < 0.8$ составляет $\pm 10\text{--}20\%$ и менее 10% в последнем бине по x_γ^{LO} .

В ЛП ПРП, прямые подпроцессы (2.34), (2.35) вносят вклад только в бин в окрестности $x_\gamma^{\text{obs}} = 1$, и следовательно, пик в распределении по x_γ^{LO} в окрестности единицы оказывается слишком острым. Только нефакторизуемые СЛП поправки, например процессы $2 \rightarrow 3$ с дополнительным джетом в центральной области по быстроте, могут регуляризовать эти распределения в окрестности $x_\gamma = 1$. Необходимость учета нефакторизуемых СЛП поправок становится особенно очевидной на рис. 2.10б, где приведено сравнение предсказаний ЛП ПРП со свежим набором данных коллаборации ZEUS – ZEUS-2013.

Как уже отмечалось, экспериментальные данные о спектрах по переменным $\Delta\phi$ и p_\perp приведены отдельно для области больших и малых x_γ^{LO} . Упомянутый в предыдущем параграфе недостаток нашего приближения, не позволяет нам описать абсолютную нормировку этих спектров, кроме того, спектр по x_γ^{LO} для H1-2010(рис. 2.10а) описывается плохо. По этому, на рис. 2.11а и 2.11б мы приводим нормированные спектры.

В 2014 году, коллаборацией ZEUS были опубликованы новые данные, позволяющие более детально изучить поведения прямого и непрямого вклада в сечение [116]. Эти данные получены в кинематике ZEUS-2013, однако набор данных разбит на категории, в соответствии со значением

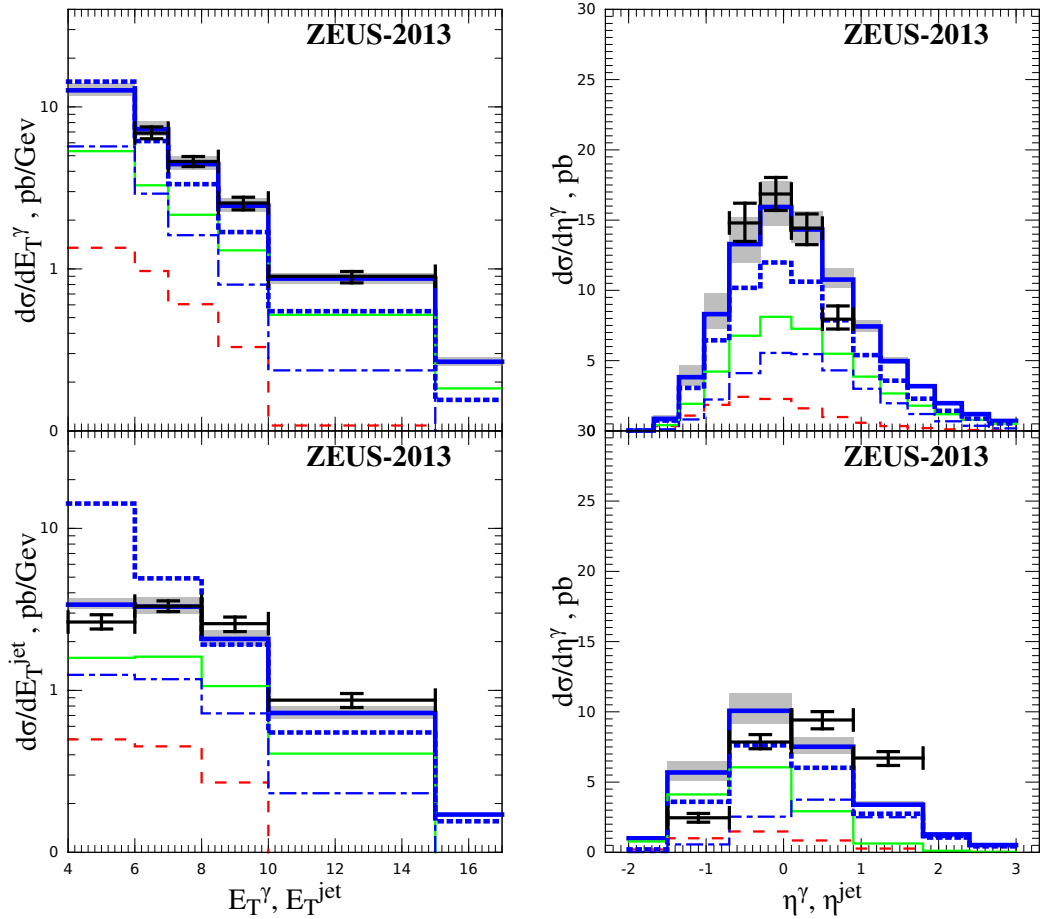


Рисунок 2.8 — Распределения по E_T^γ (верхний левый график), η^γ (верхний правый график), E_T^{jet} (нижний левый график), и η^{jet} (нижний правый график) в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях ZEUS-2013 [97]. Обозначения для кривых те же, что и на рис. 2.6а.

переменной

$$x_\gamma^{\text{meas}} = \frac{E^\gamma + E^{\text{jet}} - p_Z^\gamma - p_Z^{\text{jet}}}{E^{\text{all}} - p_Z^{\text{all}}},$$

где E^{all} и p_Z^{all} означают энергию и проекцию импульса на ось z для всех зарегистрированных частиц в событии. В ЛП ПРП, $x_\gamma^{\text{meas}} = x_\gamma^{\text{obs}} = x_2$, по этому, в бины $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.8$ и $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.7$ в ЛП ПРП будут давать вклад только не прямые процессы.

Из рис. 2.10 видно, что спектры по x_γ^{obs} при $x_\gamma^{\text{obs}} \leq 0.6$ хорошо воспроизводятся непрямым вкладом. Видимо прямой вклад доминирует только при $x_\gamma^{\text{obs}} > 0.6$. Форма распределения по x_γ^{obs} не может быть воспроизведена в ЛП ПРП, т. к. реджезованный партон не несет q^- -компоненты импульса. Для воспроизведения этой наблюдаемой, необходимо учесть нефакторизуемые СЛП поправки от процессов $2 \rightarrow 3$ с дополнительным партоном в центральной области по быстрой.

Авторы работы [103] делают попытку учета процессов $2 \rightarrow 3$ в рамках ФС k_T -факторизации. Однако конфигурации, в которых частицы рождающиеся в жестком процессе и дополнительный партон сильно разделены по быстрой, уже учтены в ЛП k_T -факторизации. Так же в ЛП k_T -факторизации с нПФР КМР, применяемой в [103], учтены конфигурации, в которых быстрая дополнительного партона не ограничена но его поперечный импульс много меньше масштаба

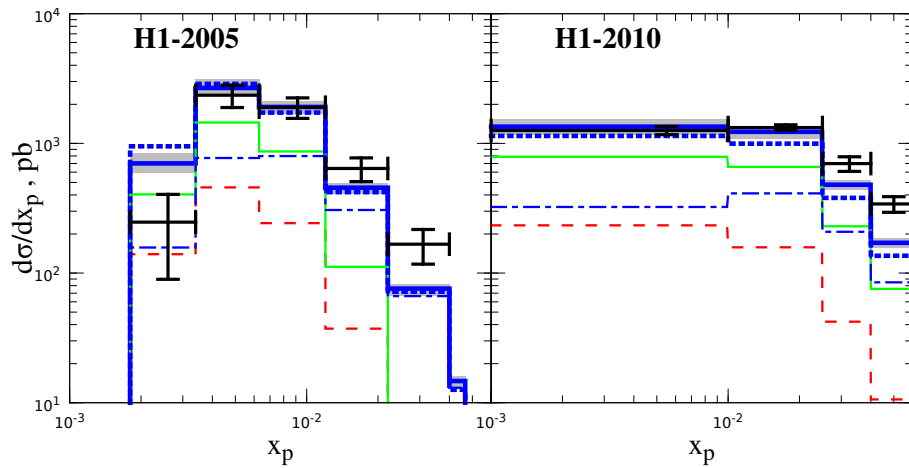


Рисунок 2.9 — Распределения по x_p^{LO} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93] (левый график) и H1-2010 [94] (правый график). Обозначения для кривых те же, что и на рис. 2.6.

факторизации (см. раздел 1.5 настоящей диссертации). Это приводит к нетривиальной проблеме двойного счета вкладов в сечение между ЛП и реальными СЛП-поправками. Авторы работы [103] не обсуждают эту проблему и просто исключают вклады подпроцессов (2.34) и (2.36) из рассмотрения и учитывают только подпроцессы $2 \rightarrow 3$ и подпроцесс $\gamma g^* \rightarrow \gamma g$. Заметим, что проблемы двойного счета это не решает, т. к. по фазовому объему дополнительного партона производится интегрирование и он все равно попадает в те же области фазового пространства, что и партоны уже учтенные в нПФР. В результате, авторам работы удастся воспроизвести распределение по x_{obs}^γ , однако форма распределения по η^{jet} при $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.8$ воспроизводится неправильно (см. рис. 4(b) в работе [116]). Это распределение, тем не менее, хорошо воспроизводится в СЛП КПМ и ЛП ПРП (см. рис. 2.12а).

На рис. 2.12 и 2.13 приведены предсказания ЛП ПРП для распределений дифференциальных по η^γ , η^{jet} , E_T^γ , E_T^{jet} и $\Delta\phi$ как для $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.8$ (< 0.7) так и для $x_\gamma^{\text{meas}} > 0.8$.

Полоса теоретической неопределенности на рис. 2.12 и 2.13 получена путем независимого варьирования масштабов μ_R , μ_{Fp} и $\mu_{F\gamma}$, что оказывается необходимым для корректной оценки неопределенностей в области где доминирует непрямой вклад.

Так же, на рис. 2.12 и 2.13 изучается эффект поправок на адронизацию. В работе [116] приведены соответствующие поправочные факторы, равные отношению сечений на адронном и партонном уровне, вычисленных при помощи Монте-Карло генератора RUTHIA. Такой способ учета поправок на адронизацию является достаточно грубым, т. к. не позволяет учесть зависимость поправок от кинематики события на партонном уровне, которая является существенно различной в генераторе RUTHIA и в ЛП ПРП. Предсказания ЛП ПРП к которым применены поправки на адронизацию приведенные в [116] показаны на рис. 2.12 и 2.13 жирными штриховыми линиями. Можно видеть, что поправки на адронизацию в целом имеют величину сопоставимую с неопределенностями от вариации масштаба, приведенными на рисунках. Для распределений соответствующих $x_\gamma^{\text{meas}} > 0.8$ они улучшают согласие с экспериментом, однако для $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.8$ наблюдается

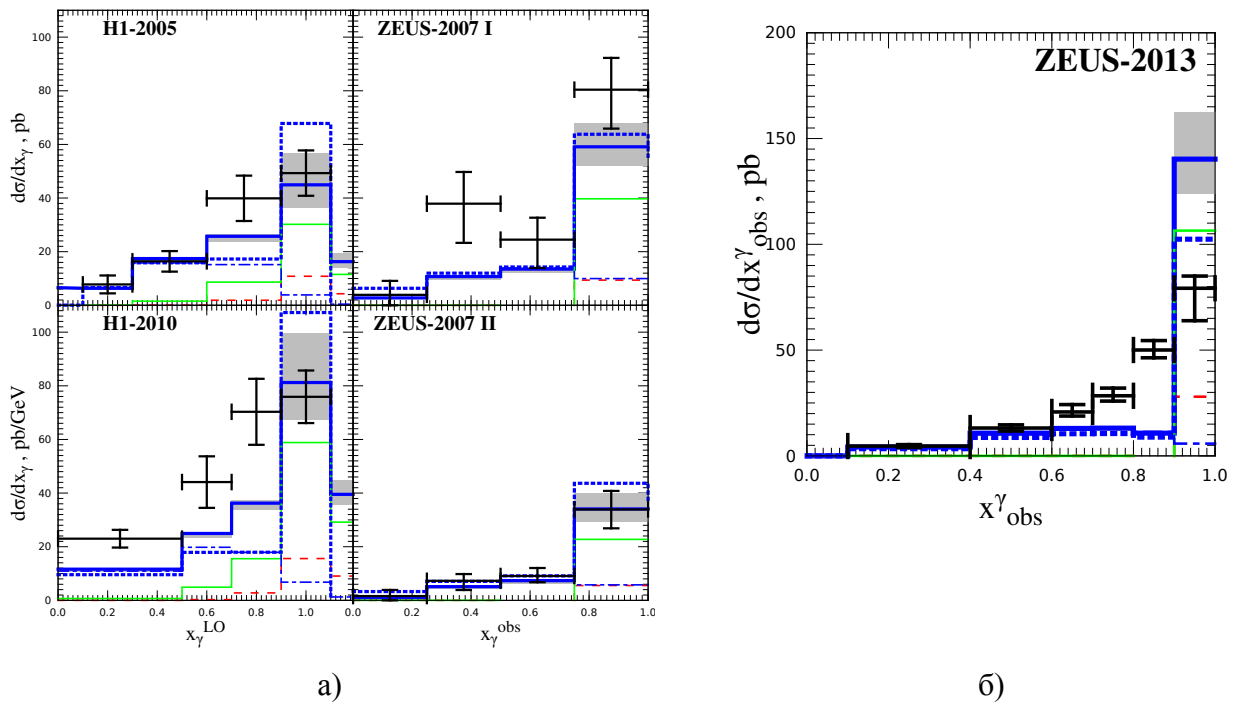


Рисунок 2.10 — Распределения по x_γ^{LO} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93] и H1-2010 [94] и распределения по x_γ^{obs} при кинематических условиях ZEUS-2007 I [96], ZEUS-2007 II [96] и ZEUS-2013 [97]. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6.

скорее ухудшение согласия, что говорит о возможной сильной зависимости этих поправок от кинематики на партонном уровне.

Как было сказано выше, при $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.8$ и $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.7$ мы достаточно хорошо воспроизводим форму распределений по η^γ , η^{jet} , E_T^γ , E_T^{jet} уже в ЛП ПРП. В то время, как распределения в области $x_\gamma^{\text{meas}} > 0.8$ описываются на том же уровне точности, что и полностью инклюзивные распределения. Так же нужно отметить, что при $x_\gamma^{\text{meas}} > 0.8$ вклад подпроцесса $\gamma R \rightarrow \gamma g$ превышает вклад непрямого подпроцесса (2.36) и составляет до трети сечения в некоторых бинах по псевдобыстроте.

Проводя сравнение предсказаний в ЛП ПРП и СЛП КПМ [98—100] мы можем заключить, что качество описания экспериментальных данных (см. сравнительные графики для СЛП КПМ в экспериментальных работах [93; 94; 96; 97]) в этих двух подходах вполне сопоставимо, за исключением того факта, что в ЛП ПРП пик распределения по η^{jet} расположен значительно левее чем в СЛП КПМ и экспериментальных данных, что видимо вызвано неучетом интерференции между древесным и однопетлевым процессами $2 \rightarrow 2$.

С другой стороны, СЛП КПМ существенно недооценивает распределение по $\Delta\phi$ в крайнем правом бине при $x_\gamma^{\text{LO}} < 0.8$, в то время как ЛП ПРП хорошо описывает форму распределений по параметрам азимутальной декорреляции струи и фотона $\Delta\phi$ и p_\perp .

Таким образом, изучение процесса совместного фоторождения прямого фотона и струи представляет собой нетривиальный тест для ЛП ПРП и демонстрирует как преимущества подхода при описании E_T -спектров и азимутальной декорреляции так и необходимость выхода за пределы ЛП для корректного описания распределений по быстроте.

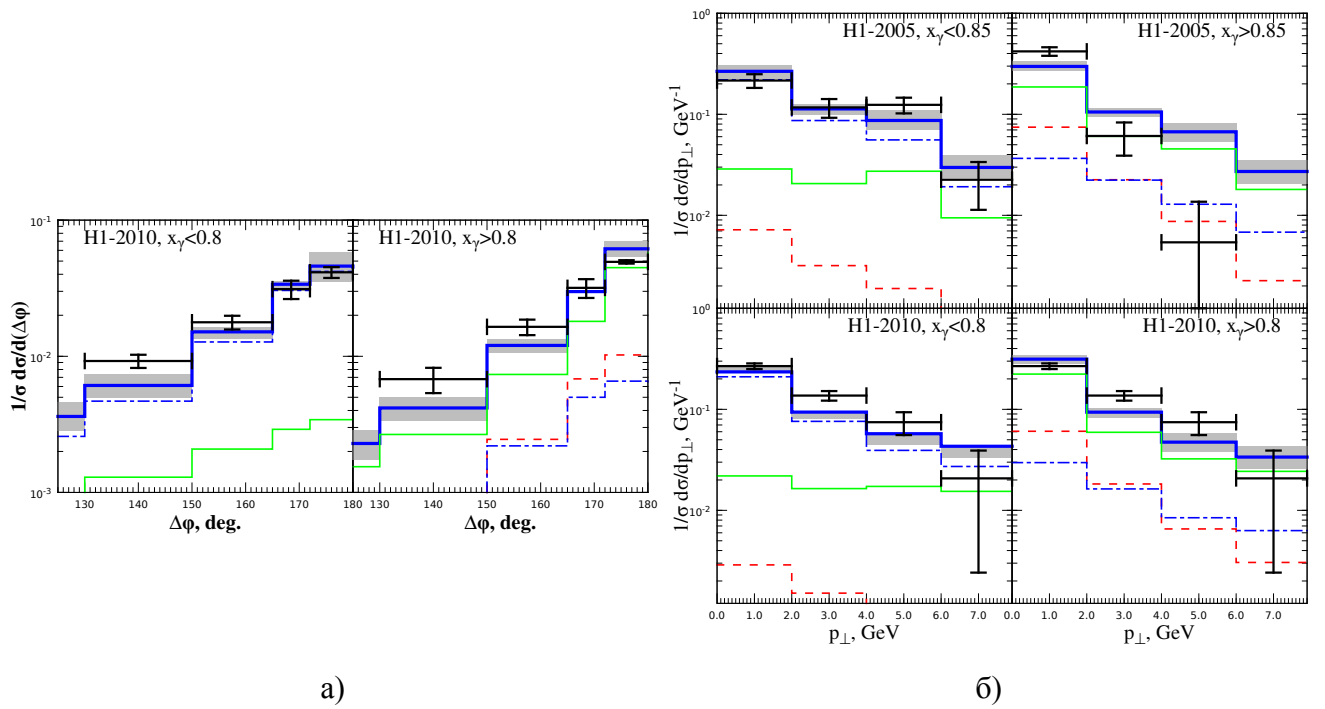


Рисунок 2.11 — Нормированные распределения по $\Delta\phi$ и p_{\perp} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2010 [94] для $x_{\gamma}^{LO} \leq 0.8$, а так же H1-2005 [93] для $x_{\gamma}^{LO} \leq 0.85$. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6.

2.4 Процесс Дрелла-Яна в ПРП

Наряду с процессом ГНР, рождение Дрелл-Яновских лептонных пар в неупругих столкновениях нуклонов является одной из “стандартных свеч” пКХД. В ЛП КПМ, лептонные пары с большой инвариантной массой рождаются в слиянии кварков и антикварков, несущих некоторую долю импульса (анти-)нуклонов в начальном состоянии [117]. По этому, рождение Дрелл-Яновских лептонных пар является важным источником информации о флейворной композиции ПФР нуклона (см. [118] и цитируемые там работы). В последнее время, рождение Дрелл-Яновских лептонных пар так же обсуждается в контексте спиновой физики и ТМД-факторизации, в качестве источника информации о спин-зависимых нПФР [119; 120].

Кроме того, процесс Дрелла-Яна является фоновым процессом при измерении сечений рождения W^{\pm} и Z -бозонов и составляет основную часть фона при поисках новых тяжелых векторных бозонов. И наконец, процесс Дрелла-Яна в кинематических условиях экспериментов на БАК, открывает возможность изучения поведения ПФР в области очень малых x , вплоть до $x \sim 10^{-6}$.

С процессом Дрелла-Яна связаны такие основные кинематические переменные как быстрота лептонной пары (y), её инвариантная масса (Q) и поперечный импульс ($q_T = |\mathbf{q}_T|$). Так же представляет значительный интерес угловое распределение лептонов в системе покоя пары, позволяющее изучать зависимость поляризации виртуального фотона в s -канале от его четырехимпульса (q).

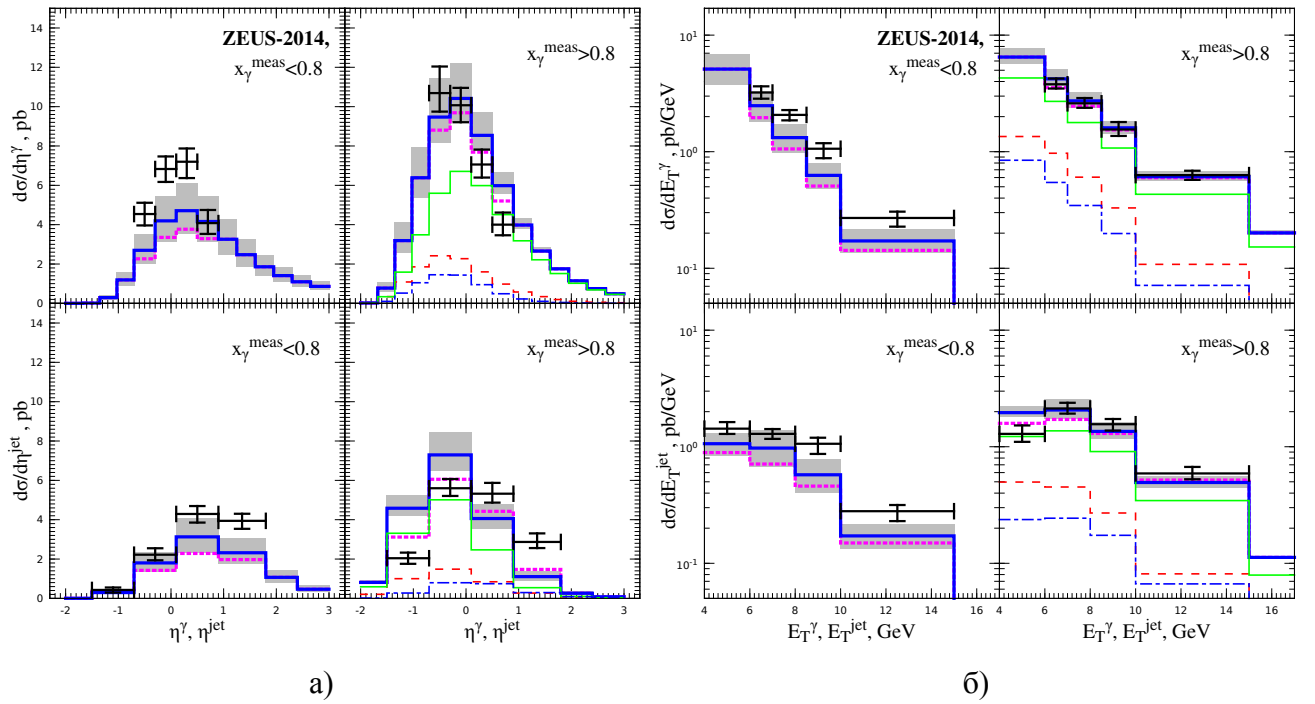


Рисунок 2.12 — Распределения по η^γ , η^{jet} , E_T^γ и E_T^{jet} соответствующие набору данных ZEUS-2014 [116]. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6, кроме жирной штриховой кривой, которая на данном рисунке соответствует ЛП ПРП с учетом поправок на адронизацию, приведенных в [116].

Процесс Дрелла-Яна является одним из самых изученных в рамках пКХД. В КПМ, известны СЛП и ССЛП поправки, реализованные в виде полностью дифференциальных Монте-Карло генераторов, например DYNNLO [121; 122] и FEWZ [123; 124]. Много известно о структуре радиационных поправок связанных с излучением мягких глюонов во всех порядках по α_s (см. [32; 125]).

Изучение q_T -распределений с учетом эффектов ресуммирования больших логарифмов $\log^2(q_T/Q)$ и $\log(q_T/Q)$ было начато в пионерских работах [2; 126]. Позднее, этот формализм был расширен за пределы ЛЛП [32; 125; 127—129] и сформулирован в виде теоремы TMD факторизации [1], доказанной для области $q_T \ll Q$.

Подход феноменологической k_T -факторизации [130; 131] использует формулу k_T -факторизации с партонами вне массовой поверхности, для описания данных как при больших, так и при малых q_T . В этом подходе делается попытка учета как процессов $2 \rightarrow 2$, так и процессов $2 \rightarrow 3$:

$$q^* + \bar{q}^* \rightarrow \gamma^* \rightarrow l^+ + l^-, \quad (2.63)$$

$$q^* + \bar{q}^* \rightarrow g + \gamma^* \rightarrow g + l^+ + l^-, \quad (2.64)$$

$$q^* + g^* \rightarrow q + \gamma^* \rightarrow q + l^+ + l^-, \quad (2.65)$$

где q^* и g^* — соответственно кварки и глюоны вне массовой поверхности. При этом, авторы [131] пренебрегают подпроцессом (2.64), полагая его полностью включенным в подпроцесс (2.63) в

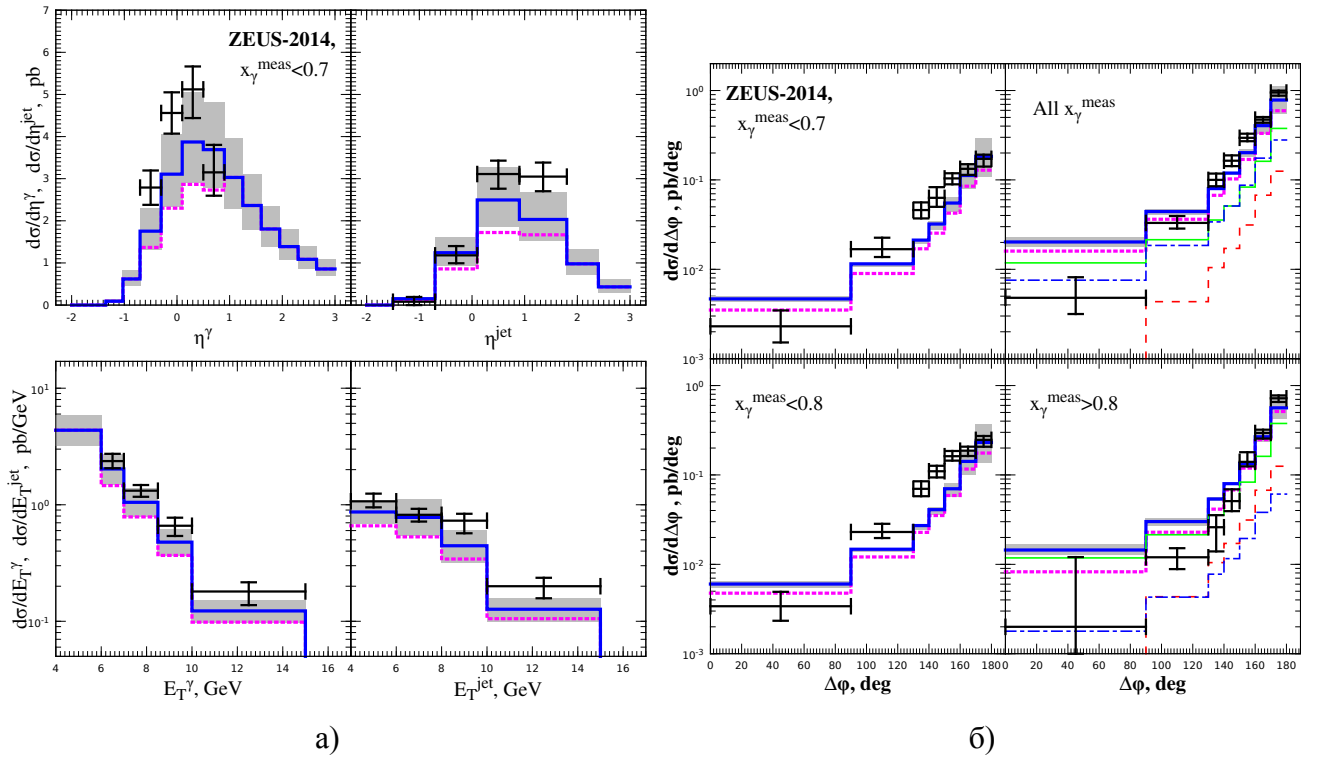


Рисунок 2.13 — Распределения по η^γ , η^{jet} , E_T^γ и E_T^{jet} соответствующие набору данных ZEUS-2014 [116] при $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.7$ (рисунок – а), а так же распределения по $\Delta\phi$. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.12.

силу использования k_T -факторизации. Проблема двойного счета вкладов между СЛП подпроцессом (2.63) и ЛП подпроцессом (2.65) в работе [131] не обсуждается. Кроме того, матричные элементы с кварками вне массовой поверхности, применяемые в [131] не являются калибровочно-инвариантными.

Как было показано в [79], p_T -спектр Z -бозона, измеренный на Теватроне, можно описать в рамках ЛП (z, k_T)-факторизации в подходе КМР, т. е. рассматривая ПФР, неинтерированные по всем четырем компонентам импульса партона в t -канале. Учет подпроцесса (2.65) можно рассматривать как приблизительный эквивалент такой обобщенной схемы факторизации, чем и объясняется разумное согласие результатов работы [131] с экспериментом. Однако, в настоящее время не сформулирован последовательный формализм, позволяющий дать калибровочно-инвариантное определение для коэффициента жесткого рассеяния и нПФР в рамках (z, k_T)-факторизации.

ПРП позволяет определить коэффициент жесткого рассеяния калибровочно-инвариантным образом, что позволяет проводить последовательные расчеты в ЛП и открывает возможность систематического обсуждения СЛП поправок. В настоящем разделе диссертации, изложены результаты нашей работы [16], в которой сформулировано ЛП ПРП для рождения Дрелл-Яновских лептонных пар.

В ЛП ПРП, в инклюзивное рождение лептонных пар дает вклад только один партонный подпроцесс:

$$Q_+(q_1) + \bar{Q}_-(q_2) \rightarrow \gamma^* \rightarrow l^+(q_3) + l^-(q_4). \quad (2.66)$$

В соответствии с предписанием (1.92), ПРП амплитуда подпроцесса (2.66) имеет вид:

$$\mathcal{M}(Q_+\bar{Q}_- \rightarrow l^+l^-) = 4\pi\alpha e_q \bar{v}(x_2 P_2) \Gamma_{\mathcal{Q}\mathcal{Q}}^{\gamma,\mu}(q_1, q_2) u(x_1 P_1) \otimes \bar{u}(q_3) \gamma_\mu v(q_4), \quad (2.67)$$

где e_q – электрический заряд кварка флейвора i в единицах заряда электрона, α – постоянная тонкой структуры, и $\Gamma^{\gamma,\mu}(q_1, q_2) = Q_+\bar{Q}_-\gamma$ вершина Фадына-Шермана [6; 41],

$$\Gamma^{\gamma,\mu} = \gamma^\mu - \frac{2\hat{q}_1 P_1^\mu}{x_2 S} - \frac{2\hat{q}_2 P_2^\mu}{x_1 S}. \quad (2.68)$$

Легко показать, что эффективная вершина удовлетворяет тождеству Уорда $\Gamma^{\gamma,\mu}(q_1, q_2)(q_1 + q_2)_\mu \equiv 0$, по этому амплитуда (2.67) является калибровочно-инвариантной. Четыре-импульсы реджезованных кварков параметризованы как $q_{1,2}^\mu = x_{1,2} P_{1,2}^\mu + q_{1,2T}^\mu$, $q_{1,2}^2 = q_{1,2T}^2 = -\mathbf{q}_{1,2T}^2 = -t_{1,2} \neq 0$.

Дифференциальное сечение процесса Дрелла-Яна можно записать в виде свертки адронного и лептонного тензоров:

$$\frac{d\sigma}{d^4q d\Omega} = \frac{\alpha^2}{32\pi^4 S Q^4} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu} \quad (2.69)$$

или

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dq_T^2 dy d\Omega} = \frac{\alpha^2}{64\pi^3 S Q^4} L_{\mu\nu} W^{\mu\nu}, \quad (2.70)$$

где y – быстрота виртуального фотона (лептонной пары l^+l^-), $d\Omega = d\phi d\cos\theta$ – элемент телесного угла, θ и ϕ – полярный и аксиальный углы, указывающие направление импульса лептона l^+ в системе покоя лептонной пары. Импульсы протонов связаны с базисными векторами Судаковского разложения как $P_1 = \sqrt{S}n^-/2$, $P_2 = \sqrt{S}n^+/2$. В ЛП по α , лептонный тензор можно записать в виде:

$$L^{\mu\nu} = 2(q_3^\mu q_4^\nu + q_3^\nu q_4^\mu) - Q^2 g^{\mu\nu}, \quad (2.71)$$

в то время как адронный тензор можно связать с матричным элементом от произведения операторов электромагнитного тока по начальному адронному состоянию:

$$W_{\mu\nu} = \int d^4x e^{iqx} \langle P_1, P_2 | j_\mu(x) j_\nu(0) | P_1, P_2 \rangle. \quad (2.72)$$

Свертку адронного и лептонного тензоров можно представить в терминах т. н. спиральных структурных функций $W_{T,L,\Delta,\Delta\Delta}$ [125; 132]:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dQ^2 dq_T^2 dy d\Omega} &= \frac{\alpha^2}{64\pi^3 S Q^2} \left[W_T(1 + \cos^2 \theta) + W_L(1 - \cos^2 \theta) + \right. \\ &\quad \left. + W_\Delta \sin 2\theta \cos \phi + W_{\Delta\Delta} \sin^2 \theta \cos 2\phi \right]. \end{aligned} \quad (2.73)$$

Проинтегрировав (2.73) по углам θ и ϕ , получаем:

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 dq_T^2 dy} = \frac{\alpha^2}{64\pi^3 S Q^2} \left(\frac{16\pi}{3} \right) W_{TL}, \quad (2.74)$$

где $W_{TL} = W_T + W_L/2$.

Угловые распределения лептонов в системе покоя пары, обычно параметризуют в терминах двух стандартных наборов угловых коэффициентов. Параметризация в терминах набора $A_{0,1,2}$ имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{dN}{d\Omega} &= (1 + \cos^2 \theta) + A_0 \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \cos^2 \theta \right) \\ &\quad + A_1 \sin 2\theta \cos \phi + \frac{A_2}{2} \sin^2 \theta \cos 2\phi, \end{aligned} \quad (2.75)$$

а параметризация в терминах набора (λ, μ, ν) имеет вид

$$\frac{dN}{d\Omega} = \frac{4}{\lambda + 3} \left(1 + \lambda \cos^2 \theta + \mu \sin 2\theta \cos \phi + \frac{\nu}{2} \sin^2 \theta \cos 2\phi \right). \quad (2.76)$$

Выражения (2.75) и (2.76) имеют следующую нормировку:

$$\int \left(\frac{dN}{d\Omega} \right) d\Omega = \frac{16\pi}{3}. \quad (2.77)$$

Угловые коэффициенты $A_{0,1,2}$ можно выразить в терминах структурных функций $W_{T,L,\Delta,\Delta\Delta}$:

$$A_0 = \frac{W_L}{W_{TL}}, \quad A_1 = \frac{W_\Delta}{W_{TL}}, \quad A_2 = \frac{2W_{\Delta\Delta}}{W_{TL}}, \quad (2.78)$$

тогда набор (λ, μ, ν) можно записать через $A_{0,1,2}$:

$$\lambda = \frac{2 - 3A_0}{2 + A_0}, \quad \mu = \frac{2A_1}{2 + A_0}, \quad \nu = \frac{2A_2}{2 + A_0}. \quad (2.79)$$

Проекторы на различные спиральные структурные функции, можно записать в терминах векторов поляризации виртуального фотона $\epsilon_\lambda^\mu(q)$, где $\lambda = \pm 1, 0$:

$$\begin{aligned} W_T &= W_{\mu\nu} \epsilon_{+1}^{\mu*} \epsilon_{+1}^\nu, \\ W_L &= W_{\mu\nu} \epsilon_0^{\mu*} \epsilon_0^\nu, \\ W_\Delta &= W_{\mu\nu} (\epsilon_{+1}^{\mu*} \epsilon_0^\nu + \epsilon_0^{\mu*} \epsilon_{+1}^\nu) / \sqrt{2}, \\ W_{\Delta\Delta} &= W_{\mu\nu} \epsilon_{+1}^{\mu*} \epsilon_{-1}^\nu. \end{aligned} \quad (2.80)$$

В ИСО покоя пары, вектора поляризации виртуального фотона можно записать как:

$$\epsilon_{\pm 1}^\mu = \frac{1}{\sqrt{2}}(\mp X^\mu - iY^\mu), \quad \epsilon_0^\mu = Z^\mu, \quad (2.81)$$

где X, Y, Z – орты Декартовой системы координат (СК), выбранной в системе покоя пары: $X^2 = Y^2 = Z^2 = -1$, $q_\mu X^\mu = q_\mu Y^\mu = q_\mu Z^\mu = 0$. Чаще всего, при исследовании поляризационных наблюдаемых в процессе Дрелла-Яна, применяется СК Коллинза-Сопера [133] базисные вектора которой можно представить в ковариантном виде:

$$Z^\mu = \frac{2}{Q_T \sqrt{S}} [(qP_2) \tilde{P}_1^\mu - (qP_1) \tilde{P}_2^\mu], \quad (2.82)$$

$$X^\mu = -\frac{2Q}{q_T Q_T \sqrt{S}} [(qP_2) \tilde{P}_1^\mu + (qP_1) \tilde{P}_2^\mu], \quad (2.83)$$

$$Y^\mu = \epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} T_\nu Z_\alpha X_\beta, \quad (2.84)$$

где

$$T^\nu = \frac{q^\nu}{Q}, \quad \tilde{P}_i^\mu = \frac{1}{\sqrt{S}} (P_i^\mu - \frac{(qP_i)}{Q^2} q^\mu).$$

Квадрат модуля амплитуды (2.67) можно записать в виде:

$$|\overline{M(Q_+ \bar{Q}_- \rightarrow l^+ l^-)}|^2 = \frac{16\pi^2}{3Q^4} \alpha^2 e_q^2 L^{\mu\nu} w_{\mu\nu}, \quad (2.85)$$

где

$$\begin{aligned} w^{\mu\nu} &= x_1 x_2 [-S g^{\mu\nu} + 2(P_1^\mu P_2^\nu + P_2^\mu P_1^\nu) \frac{(2x_1 x_2 S - Q^2 - t_1 - t_2)}{x_1 x_2 S} + \\ &+ \frac{2}{x_2} (q_1^\mu P_1^\nu + q_1^\nu P_1^\mu) + \frac{2}{x_1} (q_2^\mu P_2^\nu + q_2^\nu P_2^\mu) + \\ &+ \frac{4(t_1 - x_1 x_2 S)}{S x_2^2} P_1^\mu P_1^\nu + \frac{4(t_2 - x_1 x_2 S)}{S x_1^2} P_2^\mu P_2^\nu]. \end{aligned} \quad (2.86)$$

Тогда, в соответствии с формулой факторизации (2), выражение для спиральных структурных функций в ПРП имеет вид:

$$W_{T,\dots} = \frac{8\pi^2 S}{3Q_T^4} \int dt_1 \int d\phi_1 \sum_q e_q^2 \Phi_q(x_1, t_1, \mu^2) \Phi_{\bar{q}}(x_2, t_2, \mu^2) w_{T,\dots}, \quad (2.87)$$

где $Q_T = \sqrt{Q^2 + q_T^2}$, $x_{1,2} = Q_T e^{\pm y} / \sqrt{S}$, $t_2 = q_T^2 + t_1 - 2q_T \sqrt{t_1} \cos \phi_1$.

Партонные спиральные структурные функции могут быть извлечены при помощи проекторов (2.80):

$$w_T = Q^2 + \frac{(\mathbf{q}_{1T} + \mathbf{q}_{2T})^2}{2}, \quad w_L = (\mathbf{q}_{1T} - \mathbf{q}_{2T})^2 \quad (2.88)$$

$$w_\Delta = 0, \quad w_{\Delta\Delta} = \frac{(\mathbf{q}_{1T} + \mathbf{q}_{2T})^2}{2}. \quad (2.89)$$

Определив партонные угловые коэффициенты:

$$a_0 = \frac{w_L}{w_{TL}} = \frac{(\mathbf{q}_{1T} - \mathbf{q}_{2T})^2}{Q^2 + t_1 + t_2}, \quad a_2 = \frac{2w_{\Delta\Delta}}{w_{TL}} = \frac{(\mathbf{q}_{1T} + \mathbf{q}_{2T})^2}{Q^2 + t_1 + t_2},$$

мы можем сделать ряд интересных выводов о поведении адронных коэффициентов A_0 и A_2 . В области $q_T \gg Q$, основной вклад в сечение дают конфигурации с $q_T \sim |\mathbf{q}_{T1,2}| \gg |\mathbf{q}_{T2,1}|$, по этому, при фиксированном q_T , зависимостью $\mathbf{q}_{T1,2}$ от угла ϕ_{12} между этими векторами можно пренебречь, и мы получаем:

$$\langle a_0 \rangle_{\phi_{1,2}} = \langle a_2 \rangle_{\phi_{1,2}},$$

откуда следует, что при $q_T \gg Q$ должно приближенно выполняться соотношение Лама-Тунга [134] $A_0 = A_2$ для адронных угловых коэффициентов. Как будет показано ниже, с ростом энергии столкновения \sqrt{S} это соотношение нарушается в области $q_T \leq Q$.

Часто, вместо переменной y удобно пользоваться Фейнмановской кинематической переменной x_F . В ИСО центра масс сталкивающихся нуклонов её можно определить следующим образом:

$$x_F = \frac{2q_z}{\sqrt{S}} = \frac{Q_T}{\sqrt{S}} (e^y - e^{-y}), \quad (2.90)$$

тогда

$$dy = \frac{dx_F}{x_F \sqrt{1 + \frac{4Q_T^2}{Sx_F^2}}}. \quad (2.91)$$

Результат ЛП ПРП включает основную часть радиационных поправок от излучений дополнительных жестких партонов, но реальные и виртуальные излучения дополнительных мягких партонов не учтены в формуле КМР. Однако известно, что радиационные поправки к сечениям процессов Дрелл-Яновского типа, связанные с излучением мягких глюонов, велики, и могут приводить к увеличению полного сечения более чем в два раза по сравнению с результатом ЛП КММ. В случае рождения в жестком процессе синглетного по цвету конечного состояния с большой инва-

риантной массой, радиационные поправки к амплитуде рождения этого состояния в слиянии двух партонов оказываются усиленными большими факторами π^2 . В случае процесса Дрелла-Яна, поправки к сечению экспоненцируются следующим образом (см. [79] и цитируемые там ссылки):

$$K(Q\bar{Q} \rightarrow \gamma^*) = \exp\left(C_F \frac{\alpha_s(\mu^2)}{2\pi} \pi^2\right). \quad (2.92)$$

Типичное численное значение К-фактора (2.92) – $1.3 \sim 1.8$. Формула (2.92) применима только в области $Q^2 \gg q_T \gg \Lambda_{QCD}$. Сравнение результатов расчетов в ЛП ПРП для сечения рождения прямых фотонов [88] или дифотонов в области $p_T^{\gamma\gamma} > M_{\gamma\gamma}$ (см. разд. 2.5) с экспериментом показывает, что при $Q \ll q_T$ К-фактор практически равен 1.

Перейдем к сравнению предсказаний ЛП ПРП с имеющимися экспериментальными данными. В этом расчете, в качестве масштаба перенормировки и факторизации мы выбираем $\mu_R = \mu_F = \xi Q_T$, и, как обычно, варьируем $1/2 < \xi < 2$ чтобы оценить зависимость наших предсказаний от выбора масштабов. Соответствующий коридор неопределенности показан на рисунках в виде серой полосы. На рис. 2.14а производится сравнение предсказаний ЛП ПРП для спектра по инвариантной массе лептонной пары с данными эксперимента CERN R209, полученными в неупругих протон-протонных столкновениях при двух значениях энергии столкновения в СЦМ: $\sqrt{S} = 44$ ГэВ и $\sqrt{S} = 62$ ГэВ. На рис. 2.14б приведена зависимость дважды-дифференциального сечения $d^2\sigma/dQdy$ как функции Q для $p\bar{p}$ -столкновений при $\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ, $|y| < 1$ и $q_T < 200$ ГэВ, в соответствии с кинематическими условиями измерений коллаборации CDF [135]. На рис. 2.14в данные коллаборации CMS [136] о сечении дифференциальном по Q , нормированном на сечение в окрестности Z-бозона ($\sigma(60 < Q < 120 \text{ GeV}) = 973$ пб, см. Табл. 10 в [136]) сравниваются с предсказанием ЛП ПРП.

Как и следовало ожидать, с ростом энергии согласие теории и эксперимента улучшается. Область $60 \leq Q \leq 120$ GeV вокруг массы Z-бозона не входит в наше рассмотрение, так как в модель рассматриваемую в настоящей главе не включен Z-бозон.

Перейдем к рассмотрению распределений по продольным кинематическим переменным. На рис. 2.15 приведены графики дифференциального сечения $Q^3 d\sigma/dx_F dQ$ как функции x_F . Кривые 1-8 соответствуют значениям Q от $Q = 4.75$ до $Q = 8.25$ с шагом 0.5 ГэВ. Наблюдается удовлетворительное для вычислений в ЛП согласие с данными эксперимента на фиксированной мишени FNAL E772 [137] ($\sqrt{S} = 38.8$ ГэВ).

Зависимость сечения рождения Дрелл-Яновских лептонных пар от поперечного импульса пары показана на рис. 2.16. Коллаборация CERN R209 [138] провела измерение q_T -спектра Дрелл-яновских лептонных пар при $\sqrt{S} = 62$, $|y| < 4$ и $5 < Q < 8$ ГэВ. Вычисления в ЛП ПРП с нПФР КМР (рис. 2.16а) достаточно хорошо согласуются с этими данными, в том числе и в области малых $q_T < 2$ ГэВ. Сечение при столь малых q_T видимо является артефактом определения нПФР КМР при $\sqrt{t} < 1$ ГэВ, использованного в настоящей работе (см. раздел 1.5). Это определение не учитывает непертурбативных эффектов и не содержит свободных параметров, необходимых для

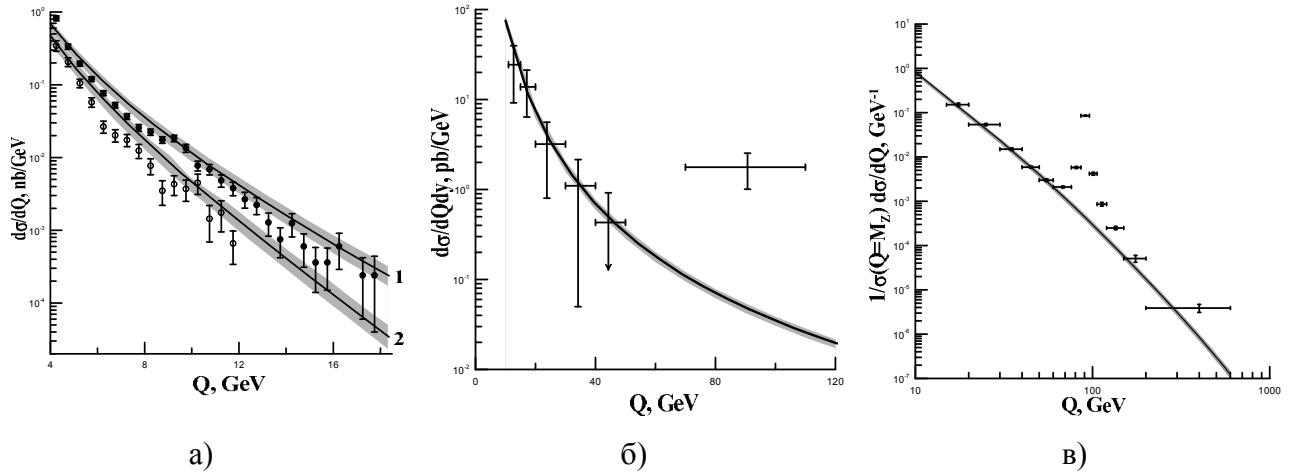


Рисунок 2.14 — Сечение инклюзивного рождения Дрелл-Яновских лептонных пар, дифференциальное по инвариантной массе пары Q . Кривые – предсказания ЛП ПРП. Рисунок (а) – данные эксперимента R209 [138] (кривая 1 – $\sqrt{S} = 62$ ГэВ, кривая 2 – $\sqrt{S} = 44$ ГэВ). Рисунок (б) – данные CDF [135] ($p\bar{p}$, $\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ), рисунок (в) – данные CMS [136] (pp , $\sqrt{S} = 7$ ТэВ).

их параметризации. Оно лишь гарантирует непрерывность нПФР в области малых t и выполнение условия нормировки (1.81).

Данные коллаборации CERN UA1 [139] о q_T -спектре Дрелл-Яновских лептонных пар, полученные в pp -столкновениях при $\sqrt{S} = 630$ ГэВ, представлены как дифференциальное сечение, усредненное по промежутку по инвариантной массе $2m_\mu < Q < 2.5$ ГэВ и интервалу быстрот $|y| < 1.7$. Для описания этих данных, необходимо принять во внимание конечную массу мюона, учтя пороговый фактор $(1 - 4m_\mu^2/Q^2)^{3/2}$ при интегрировании по Q . Данные UA1 согласуются с предсказаниями ЛП ПРП в пределах экспериментальных неопределенностей (рис. 2.16б).

На рис. 2.16в приведены предсказания ЛП ПРП для q_T -спектров Дрелл-Яновских лептонных пар в pp -столкновениях при энергиях $\sqrt{S} = 7$ и $\sqrt{S} = 14$ ТэВ и $|y| < 3$ для двух промежутков по инвариантной массе $5 < Q < 50$ ГэВ и $120 < Q < 200$ ГэВ. ЛП ПРП с нПФР КМР и К-фактором (2.92) не подходит для описания экспериментальных данных в области $Q \geq M_Z$. Для описания этих данных необходимо учесть СЛП поправки в k_T -факторизации или перейти к (z, k_T) -факторизации. По этому, корректным предсказанием является лишь кривая для $5 < Q < 50$ ГэВ на рис. 2.16в. Кривая для промежутка $120 < Q < 200$ ГэВ просто демонстрирует качественную зависимость сечения в ЛП ПРП от Q .

Теперь рассмотрим предсказания ЛП ПРП для угловых распределений лептонов. Коллаборация [118] опубликовала измерения сечений рождения Дрелл-Яновских лептонных пар в столкновениях протонов ($E_p = 800$ ГэВ, $\sqrt{S} = 39$ ГэВ) с фиксированной водородной и дейтериевой мишенями. Измерения проводились в кинематической области определенной следующим образом: $4.5 < Q < 15$ ГэВ, $0 < q_T < 4$ ГэВ, $0 < x_F < 0.8$. Результаты измерения угловых распределений лептонов в системе покоя пары были представлены в терминах зависимости угловых коэффициентов (λ, μ, ν) от поперечного импульса пары. Как показано на рис. 2.17, предсказания

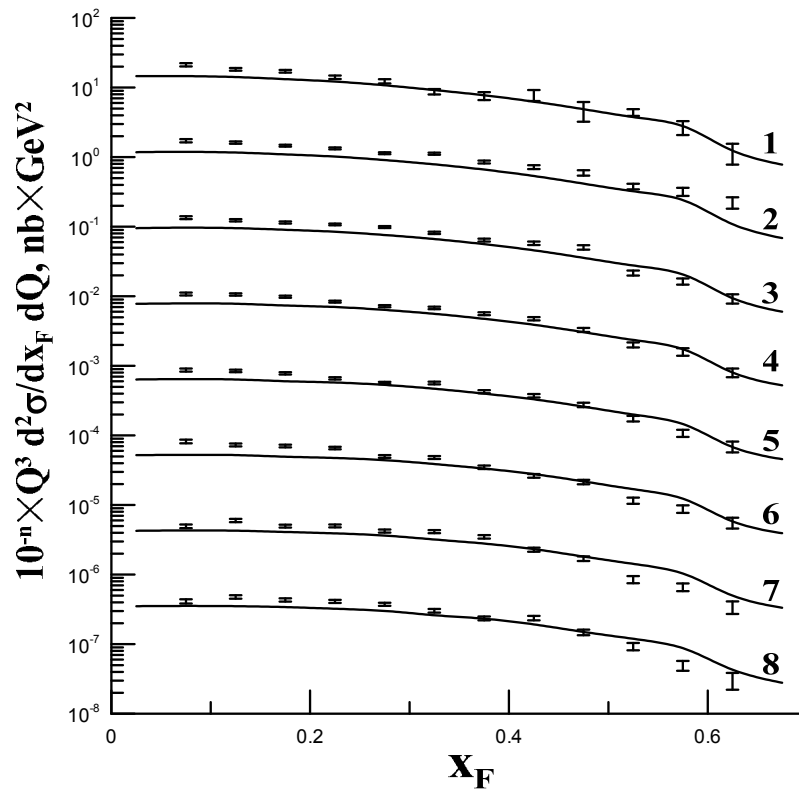


Рисунок 2.15 — Дифференциальное сечение инклюзивного рождения Дрелл-Яновских лептонных пар $Q^3 d\sigma/dx_F dQ$ как функция x_F . Кривые 1 – 8 соответствуют Q от 4.75 ГэВ до $Q = 8.25$ ГэВ с шагом 0.5 ГэВ. Точки – данные эксперимента на фиксированной мишени E772 [137] при $\sqrt{S} = 38.8$ ГэВ.

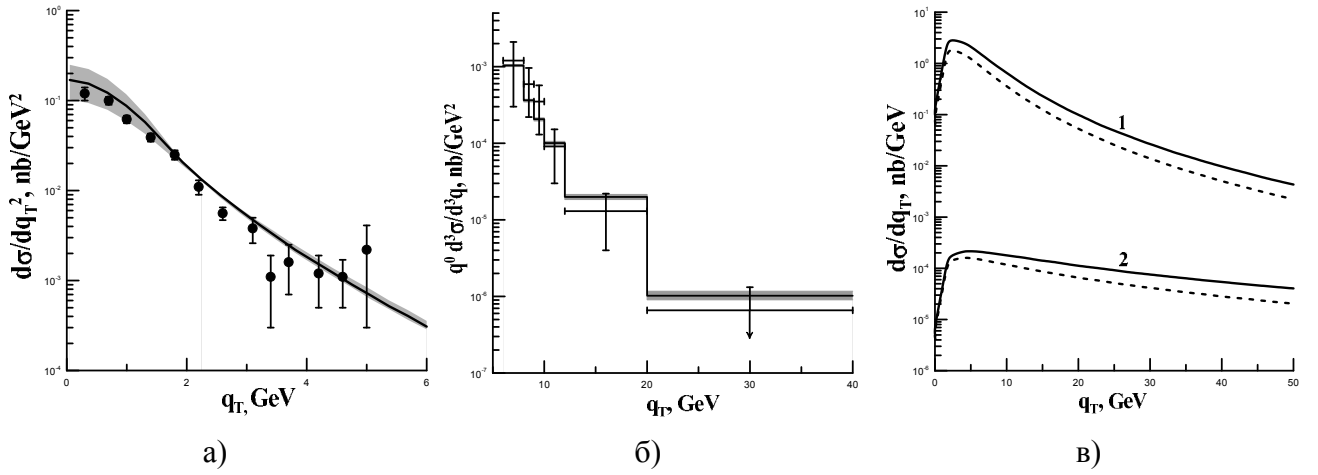


Рисунок 2.16 — Сечение инклюзивного рождения Дрелл-Яновских лептонных пар, дифференциальное по поперечному импульсу пары q_T . Кривые – предсказания ЛП ПРП. Рисунок (а) – данные эксперимента R209 [138] ($|y| < 4$, $5 < Q < 8$ ГэВ, $\sqrt{S} = 62$ ГэВ). Рисунок (б) – данные UA1 [139] (pp , $|y| < 1.7$, $0.2 < Q < 2.5$ ГэВ, $\sqrt{S} = 630$ ГэВ.), рисунок (в) – предсказания для pp столкновений при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ (штриховые кривые) и $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (сплошные кривые) для $|y| < 3$ и $5 < Q < 50$ ГэВ (кривая 1) и $120 < Q < 200$ ГэВ (кривая 2).

ЛП ПРП для λ и ν согласуются с результатами измерений для всех q_T . ЛП ПРП предсказывает $\mu = 0$, что так же согласуется с данными NuSea в пределах ошибок измерения.

В рамках СЛП КММ [134; 140] для угловых коэффициентов $A_{0,2}$ было получено соотношение $A_0 = A_2$ (соотношение Лама-Тунга). Это соотношение проверено экспериментально для угловых распределений лептонных пар с массами в области Z -бозонного резонанса [141]. В области малых инвариантных масс и при высоких энергиях, оно экспериментально не проверялось.

Как видно из рис. 2.18 в ЛП ПРП соотношение Лама-Тунга приближенно верно при $\sqrt{S} < 1$ ТэВ и в области больших инвариантных масс. При высоких энергиях, и в особенности, при малых инвариантных массах (см. рис. 2.18а), это соотношение нарушается в области $q_T \lesssim Q$.

Воспользовавшись формулами (2.88), (2.89), (2.87) и определениями угловых коэффициентов (2.78), можно показать, что:

$$A_0(S, Q^2, y, q_T = 0) = \frac{\sum_q \int dt \Phi_q^p(x_1, t) \Phi_q^p(x_2, t) \times 4t}{\sum_q \int dt \Phi_q^p(x_1, t) \Phi_q^p(x_2, t) \times (Q^2 + 2t)}, \quad (2.93)$$

$$A_2(S, Q^2, y, q_T = 0) = 0, \quad (2.94)$$

где $t = t_1 = t_2$, т. к. $\mathbf{q}_{1T} = -\mathbf{q}_{2T}$ при $\mathbf{q}_T = 0$. Т. е. величина A_0 при $q_T = 0$ характеризует ширину распределения кварковой нПФР по t , которая имеет тенденцию к росту в области малых $x \sim Q_T/\sqrt{S}$, как видно из рис. 2.18а.

В настоящем разделе продемонстрировано, что ЛП ПРП с нПФР КМР и К-фактором (2.92) является хорошим приближением для описания сечений рождения Дрелл-Яновских лептонных пар с малой инвариантной массой $Q < M_Z$ в широком интервале энергий. Для описания рождения

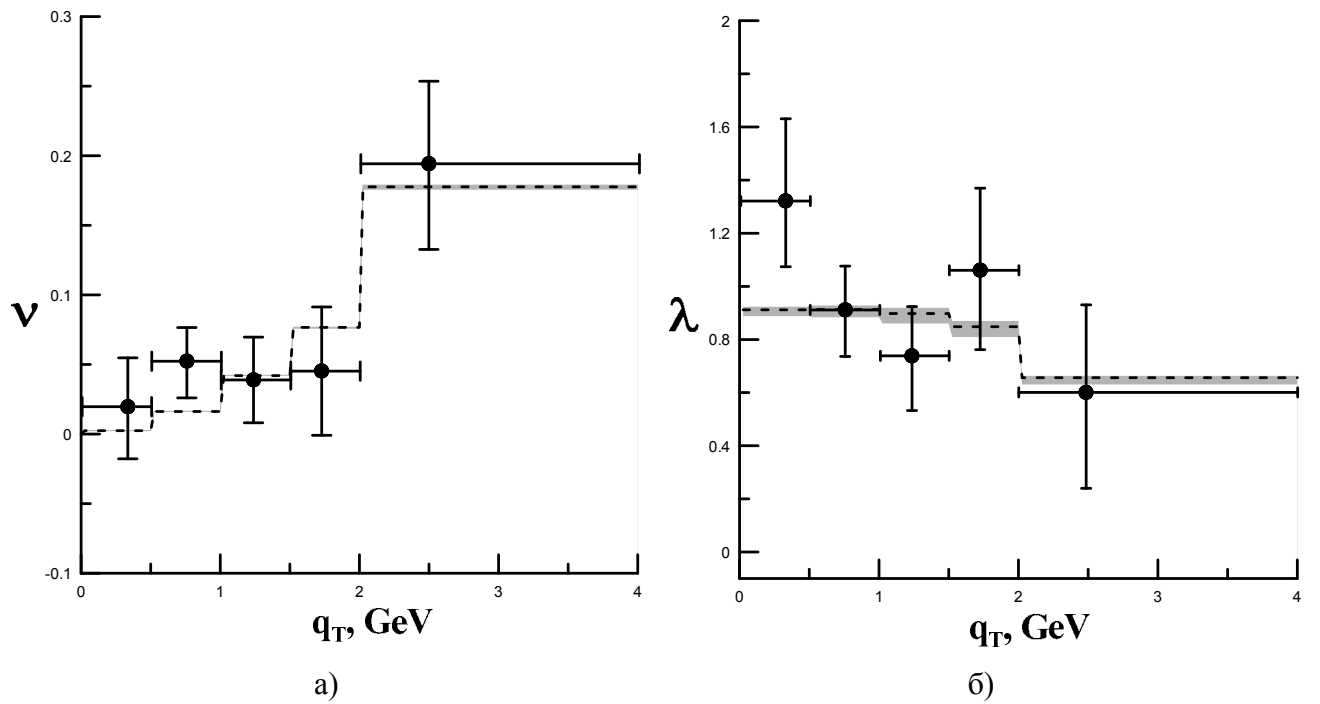


Рисунок 2.17 — Зависимость угловых коэффициентов ν и λ от q_T . Кривые – предсказание ЛП ПРП. Точки – данные эксперимента NuSea [118].

пар с большой инвариантной массой в рамках k_T -факторизации, необходим последовательный учет СЛП поправок.

2.5 Рождение дифотонов в ПРП

В настоящее время, инклюзивное рождение пар изолированных фотонов (дифотонов) в адронных столкновениях, является объектом интенсивных теоретических и экспериментальных исследований. С точки зрения эксперимента, этот процесс является фоновым при поиске новых тяжелых нейтральных резонансов, таких как бозон Хиггса Стандартной Модели [142; 143] или аналогичные частицы постулируемые в моделях новой физики [144]. Для данного процесса можно определить большой набор дифференциальных наблюдаемых, таких как сечение дифференциальное по инвариантной массе пары (M), поперечному импульсу пары (p_T), азимутальному углу между поперечными импульсами фотонов ($\Delta\phi$), быстроте фотонной пары ($Y_{\gamma\gamma}$), углу Коллинза-Сопера (θ), определенному в системе покоя пары, и ряду других переменных [145; 146]. Спектры по большинству этих переменных были измерены с высокой точностью как на Теватроне [145; 146] так и на Большом Адронном Коллайдере (БАК) [147].

С точки зрения теории, получение предсказаний для упомянутого выше набора наблюдаемых в рамках пертурбативной квантовой хромодинамики (пКХД), представляется весьма сложной задачей. Данные об инклюзивных p_T -спектрах изолированных прямых фотонов, полученные коллаборациями CDF [148], ATLAS [149] и CMS [150] хорошо описываются в рамках СЛП

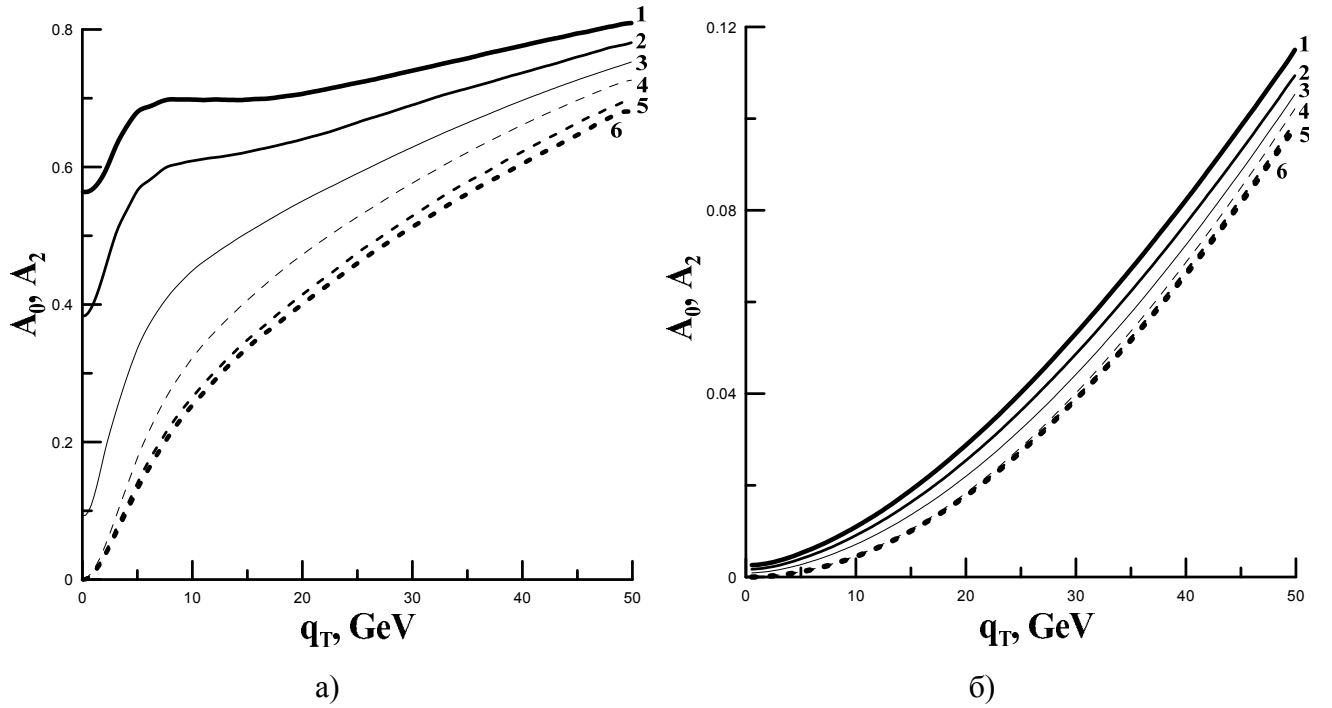


Рисунок 2.18 — Предсказания ЛП ПРП для зависимости угловых коэффициентов A_0 (сплошные кривые) и A_2 (штриховые кривые) от q_T в протон-протонных столкновениях. Рисунок (а) – $5 < Q < 50$ ГэВ. Рисунок (б) – $120 < Q < 200$ ГэВ. Кривые 1,6 – $\sqrt{S} = 14$ ТэВ, 2,5 – $\sqrt{S} = 7$ ТэВ, 3,4 – $\sqrt{S} = 2$ ТэВ.

КПМ [151; 152], а так же, в ЛП ПРП [88; 153]. Однако, существующие расчеты в СЛП КПМ, реализованные в Монте-Карло генераторе DIPHOX [154], очень грубо описывают форму спектров по p_T и $\Delta\phi$ измеренных коллаборацией ATLAS [147]. В рамках КПМ, лишь в следующем за СЛП (ССЛП) приближении, удастся достичь разумного количественного согласия теории и эксперимента для этих спектров [155].

В данном разделе диссертации, мы сделаем обзор результатов нашей работы [15], посвященной описанию дифференциальных сечений рождения изолированных дифотонов в неупругих pp ($p\bar{p}$) столкновениях в рамках неполного СЛП (СЛП*) ПРП, учитывающего СЛП-процессы $2 \rightarrow 3$.

Многие наблюдаемые, связанные с процессом инклюзивного рождения дифотонов являются многомасштабными. Большая часть сечения набирается в области малых p_T дифотона, в которой фотоны летят почти под углом 180° в азимутальной плоскости. В этой области, дополнительное излучение кинематически “зажато” в мягкой и коллинеарной области, и подход SCET представляется предпочтительным. С другой стороны, при больших p_T и малых $\Delta\phi$, уже ЛП ПРП хорошо описывает экспериментальные данные, как будет показано ниже.

Остановимся на недостатках предыдущих попыток исследования рождения дифотонов в рамках k_T -факторизации [156; 157]. В работе [156], были учтены только ЛП процессы $2 \rightarrow 2$. ПРП использовался в этой работе для получения калибровочно-инвариантного матричного элемента процесса $Q\bar{Q} \rightarrow \gamma\gamma$ с виртуальными (реджезованными) кварками в начальном состоянии (Q), однако матричный элемент процесса $RR \rightarrow \gamma\gamma$ с виртуальными (реджезованными) глюонами в начальном состоянии был взят таким же, как и соответствующий матричный элемент в КПМ. К

тому же, вклад этого подпроцесса в сечение в работе [156] был переоценен из за наличия ошибочного общего множителя 4 в партонном сечении процесса $gg \rightarrow \gamma\gamma$ приведенном в работе [158]. Эта ошибка привела к случайному согласию предсказаний со старыми данными, полученными на Теватроне [159]. В настоящей работе, этот фактор был аккуратно проверен как путем сравнения с результатами приведенными в литературе [105; 106; 160], так и нашими собственными вычислениями амплитуды $RR \rightarrow \gamma\gamma$.

В работе [157] была предпринята попытка учета СЛП $2 \rightarrow 3$ подпроцессов, однако для вычислений использовались явно не калибровочно-инвариантные матричные элементы для подпроцессов $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 3$. Так же не было произведено вычитание двойного счета между СЛП подпроцессом $q^*g^* \rightarrow q\gamma\gamma$ и нПФР. Последнее видимо привело авторов к заключению, что пересуммирования эффектов от излучения мягких и коллинеарных глюонов не требуется для описания данных в области малых- p_T .

Принимая во внимание указанные недостатки предыдущих работ, настоящая работа преследует две цели. Во первых, будет вычислена часть СЛП поправок, соответствующая излучению одного дополнительного реального партона и предложена процедура вычитания двойного счета между нПФР и жестким процессом в рамках ПРП. Вторая цель настоящей работы, это вычисление матричного элемента однопетлевого процесса $RR \rightarrow \gamma\gamma$ в ТРП, с учетом точной зависимости петлевых интегралов от поперечного импульса начальных реджезованных глюонов.

В настоящей работе мы будем использовать СЛП версию нПФР КМР описанную в работе [14] (ср. с формулой (1.103)):

$$\begin{aligned} \Phi_i(x, t, \mu^2) &= \frac{1}{t} \sum_j \int_x^1 dz T_i(q^2, \mu^2) \frac{\alpha_s(q^2)}{(2\pi)} P_{ij}(z) \frac{x}{z} f_j\left(\frac{x}{z}, q^2\right) \times \\ &\times (1 - \delta_{ij} \theta(z - 1 + \Delta_{KMR}(t, \mu^2))), \end{aligned} \quad (2.95)$$

где $P_{ij}(z)$ - ДГЛАП функция расщепления, $q^2 = t/(1 - z)$ - виртуальность партона в t -канале, а формфактор Судакова T_i определен следующим образом (ср. с формулой (1.102)):

$$\begin{aligned} T_i(q^2, \mu^2) &= \exp \left[- \int_{q^2}^{\mu^2} \frac{dt'}{t'} \frac{\alpha_s(t')}{2\pi} \sum_j \int_0^1 dz z \cdot P_{ji}(z) \times \right. \\ &\times \left. \theta(1 - \Delta_{KMR}(t'(1 - \xi), \mu^2) - z) \right]. \end{aligned} \quad (2.96)$$

В настоящей работе мы используем версию формулы КМР (2.95) с ЛП ДГЛАП функциями расщепления и СЛП коллинеарными ПФР. Как было показано в [14] наиболее значительные численные эффекты при переходе с ЛП формулы КМР [12; 13] к СЛП формуле [14] дает именно использование СЛП ПФР и точного масштаба q^2 . Кроме того, как показано в разделе 1.5, использование ЛП ДГЛАП функций расщепления совместимо с реджезацией, с то время как в СЛП функции расщепления должны быть заново вычислены в формализме эффективной теории [5; 6].

Перейдем к обсуждению партонных подпроцессов дающих вклад в рождение прямых изолированных дифотонов в ПРП. В рассматриваемый процесс в лидирующем порядке ($O(\alpha^2\alpha_s^0)$) дает вклад только следующий подпроцесс:

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow \gamma(q_3) + \gamma(q_4) \quad (2.97)$$

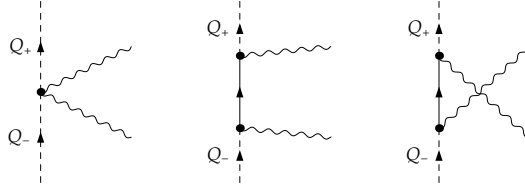


Рисунок 2.19 — Набор Фейнмановских диаграмм для ЛП подпроцесса (2.97).

Набор Фейнмановских диаграмм для этого подпроцесса представлен на Рис. 2.19. Амплитуда подпроцесса (2.97) удовлетворяет тождеству Уорда КЭД. Выражение для амплитуды усредненной по спиновым и цветовым квантовым числам начального состояния было впервые получено в [156], и приведено в приложении Д.

Перейдем к обсуждению СЛП поправок. В СЛП ($O(\alpha^2\alpha_s^1)$) в обсуждаемый процесс дают вклад следующие древесные подпроцессы:

$$Q(q_1) + R(q_2) \rightarrow \gamma(q_3) + \gamma(q_4) + q(q_5), \quad (2.98)$$

$$Q(q_1) + \bar{Q}(q_2) \rightarrow \gamma(q_3) + \gamma(q_4) + g(q_5). \quad (2.99)$$

Соответствующие наборы Фейнмановских диаграмм приведены на Рис. 2.20. Для вычисления амплитуд, использовалась ранняя версия модел-файла ReggeQCD, опубликованная под названием ReggeQuarks в качестве приложения к работе [15]. Вычисления квадратов модулей матричных элементов осуществлялись при помощи пакетов FeynCalc [84], и FORM. Выполнение тождеств Уорда(Славнова-Тейлора) по отношению ко всем фотонам(глюонам) в конечном состоянии было проверено аналитически как для амплитуды (2.98) так и для амплитуды (2.99). Однако полученные результаты для квадратов модулей амплитуд слишком громоздки и не могут быть приведены в настоящей работе.

Квадрат матричного элемента подпроцесса (2.98) содержит коллинеарную сингулярность, соответствующую ситуации, когда трехмерный импульс кварка в конечном состоянии параллелен трехмерному импульсу одного из фотонов. Эта коллинеарная сингулярность может быть поглощена непертурбативной функцией фрагментации партон-фотон, и тогда теоретическое предсказание для сечения представляется в виде суммы *прямого вклада*, в котором коллинеарную сингулярность вычитают, например в \overline{MS} схеме, и *фрагментационного вклада* представляющего собой свертку сечения рождения партона в пКХД и функции фрагментации.

Условие (жесткой) изоляции фотона, накладываемое при отборе событий в эксперименте, требует, чтобы суммарная поперечная энергия рождающихся адронов внутри конуса изоляции

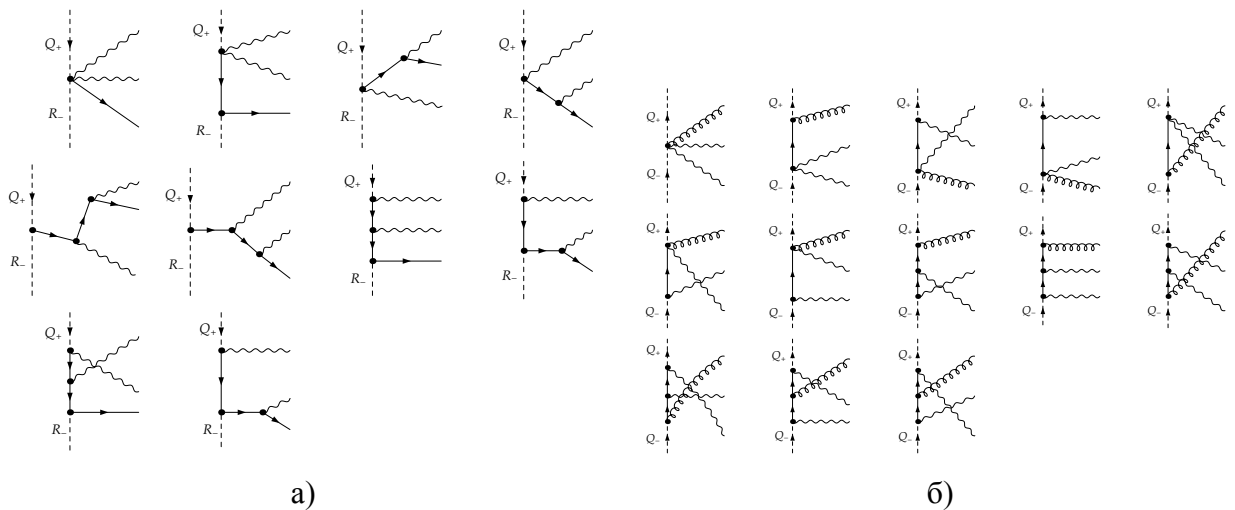


Рисунок 2.20 — Наборы Фейнмановских диаграмм для СЛП подпроцессов (2.98) и (2.99).

фотона, радиусом R , не превышала некоторой фиксированной величины $E_T^{(ISO)} \sim O(1)$ ГэВ:

$$E_T^{(had)}(r < R) < E_T^{(ISO)}, \quad (2.100)$$

где $r = \sqrt{\Delta\eta^2 + \Delta\phi^2}$ – расстояние в координатах псевдобыстрота-азимутальный угол а $E_T^{(had)}(r < R)$ – суммарная энергия адронов в конусе изоляции фотона. Это условие сильно подавляет вклад фрагментационной компоненты, однако при высоких энергиях вклад фрагментации тем не менее не мал, и составляет вплоть до 20% сечения [154].

Однако, аккуратное вычитание коллинеарной сингулярности значительно усложняет аналитические расчеты как ССЛП приближении КПМ [155; 161], и тем более в СЛП приближении ПРП, т. к. В ПРП, часть поперечного импульса конечного состояния обусловлена феноменологической нПФР. Можно избежать этих трудностей, определив инфракрасно-конечное прямое сечение при помощи условия изоляции с “размытым конусом” [18]:

$$r < R \Rightarrow E_T^{(had)}(r) < E_T^{(ISO)} \chi(r), \quad (2.101)$$

где $\chi(r) = \left(\frac{1-\cos(r)}{1-\cos(R)}\right)^n$, $n \geq 1/2$. Условие изоляции (2.101) легко реализовать в стандартных алгоритмах Монте-Карло интегрирования и делает сечение подпроцесса (2.98) конечным. Коллинеарные сингулярности связанные с начальным состоянием, регуляризуются нПФР. Условие изоляции (2.101) избавляет нас от необходимости учета фрагментационной компоненты [18; 161], однако оно не совпадает с экспериментальным условием (2.100). Тем не менее, в недавних работах [161; 162] было показано, что сечение вычисленное с условием изоляции (2.101) является оценкой снизу для сечения получаемого с условием жесткой изоляции. Причем численно, при $n = 1$, эта оценка совпадает с результатами вычислений в СЛП КПМ с жестким условием изоляции, с точностью порядка 1%. В настоящей работе обсуждаются эффекты СЛП поправок порядка $O(50\% - 100\%)$, по этому мы воспользуемся в наших расчетах условием (2.101).

Сечение подпроцесса (2.99) так же является конечным, т. к. в области $q_T^2 \ll \mu^2$ формфактор Судакова убывает быстрее чем любая положительная степень q_T . Коллинеарные и мягкие сингулярности в амплитуде подпроцесса (2.99) возникающие в пределе $q_{T5} \rightarrow 0$ регуляризуются убыванием формфактора Судакова.

В рамках гипотезы k_T -факторизации, часть излучения начального состояния сильно отделенная по быстроте от частиц родившихся в жестком процессе включена в нПФР, а эффекты от излучения дополнительных партонов близких по быстроте к жесткому процессу учитываются в коэффициенте жесткого рассеяния порядок за порядком по α_s . В соответствии с этим, необходимо вычесть из полученных нами СЛП КМРК поправок (2.98, 2.99) их МРК асимптотику, соответствующую ситуации, когда дополнительный партон сильно отделен по быстроте от центральной области. Аналогичная процедура “локализации КМРК вкладов по быстроте” была предложена в работах [50; 163]. Для того чтобы вычитаемый член согласовывался с нашим определением нПФР КМР (2.95), он должен гладко интерполировать между строгим МРК пределом, когда дополнительный партон с фиксированным поперечным импульсом уходит далеко вперед или назад по быстроте и коллинеарным пределом, когда излучается партон с малым поперечным импульсом но произвольной быстротой и партоны в начальном состоянии жесткого процесса находятся почти на массовой поверхности. Таким образом, вычитательный член должен представлять собой не строгую МРК-асимптотику амплитуды $2 \rightarrow 3$, а её модифицированную МРК (мМРК) асимптотику в смысле разд. 1.5.

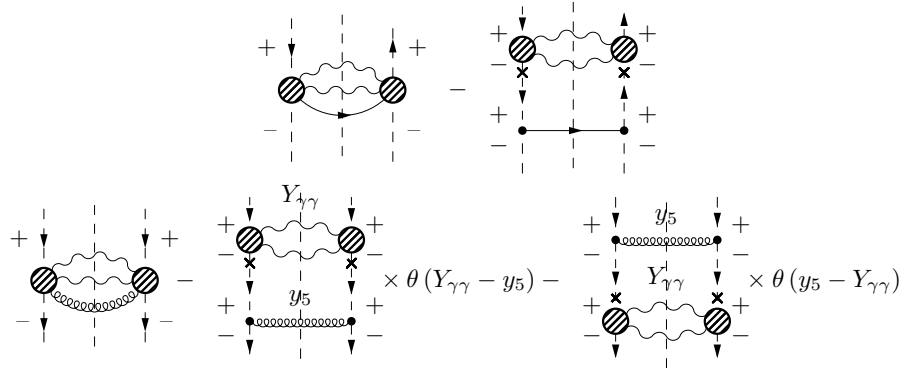


Рисунок 2.21 — Верхний рисунок: диаграммное представление для квадрата амплитуды подпроцесса (2.98) и соответствующего вычитательного члена. Нижний рисунок: то же самое, но для подпроцесса (2.99).

Фейнмановские диаграммы для квадратов модулей амплитуд подпроцессов (2.98) и (2.99) а так же соответствующих им мМРК вычитательных членов, приведены на Рис. 2.21. Соответствующие амплитуды могут быть легко выписаны при помощи Фейнмановских правил эффективной теории. Чтобы расширить применимость данных вычитательных членов за пределы строгой МРК, мы вычисляем их в точной $2 \rightarrow 3$ кинематике, включая точный \hat{t} -канальный импульс в пропагаторе реджезованного кварка. Аналитическая проверка показывает, что калибровочная инвариантность вычитательных членов приведенных на Рис. 2.21 не нарушается после введения

точной $2 \rightarrow 3$ кинематики, аналогичные результаты получены для амплитуд с реджезованными глюонами и кварками в \hat{t} -канале в работах [75—78].

Как было показано в разделе 1.5, положение высокоэнергетических проекторов $\hat{P}_{\pm} = \hat{n}^{\mp} \hat{n}^{\pm} / 4$ в числителях пропагаторов реджезованных кварков (отмеченное крестиками на пропагаторах на рис. 2.21) может быть зафиксировано так, что соответствующие мМРК-амплитуды $2 \rightarrow 3$ будут обладать правильными свойствами факторизации в пределе, когда поперечный импульс дополнительного партона стремится к нулю. Соответствующее положение проекторов отмечено крестиками на пропагаторах на рис. 2.21.

На мМРК вычитательный член, соответствующий подпроцессу (2.99) наложено условие упорядочения по быстрой (см. нижнюю часть Рис. 2.21), в то время как на быстроту кварка в вычитательном члене соответствующем подпроцессу (2.98) не накладывается никаких ограничений (см. верхнюю часть Рис. 2.21). Эти условия упорядочения по быстрой соответствуют аналогичным условиям, накладываемым на быстроту партона рождающегося на последнем шаге эволюции в нПФР КМР. Таким образом мМРК вычитательные члены получаемые в соответствии с Фейнмановскими диаграммами Рис. 2.21 соответствуют определению нПФР (2.95).

Подпроцесс:

$$R(q_1) + R(q_2) \rightarrow \gamma(q_3) + \gamma(q_4), \quad (2.102)$$

идет через кварковую четырехточечную петлю (“ящик”) и формально относится к ССЛП приближению ($O(\alpha^2 \alpha_s^2)$), однако ожидается, что его вклад в полное сечение будет соизмерим с СЛП вкладами, т. к. этот вклад усилен двумя глюонными нПФР. Подпроцесс $RR \rightarrow q\bar{q} + \gamma\gamma$ так же усилен двумя глюонными нПФР. Однако разумно ожидать, что его вклад после вычитания двойного счета с ЛП и СЛП вкладами будет пренебрежимо мал, т. к. после вычитания останется в основном вклад двойной фрагментации $RR \rightarrow q(q \rightarrow \gamma) + \bar{q}(\bar{q} \rightarrow \gamma)$, сильно подавленный условиями изоляции фотонов и малостью соответствующей области фазового пространства. В настоящей работе мы не претендуем на вычисление полного ССЛП вклада и учитываем вклад подпроцесса (2.102) следуя предыдущим работам в k_T -факторизации [156; 157] и подходу принятому в текущей экспериментальной литературе [145—147], где этот вклад учитывают наряду с СЛП вкладами при проведении сравнения теории и эксперимента. К тому же, изучение точной зависимости этого вклада от виртуальностей начальных партонов представляет значительный вычислительный и феноменологический интерес.

Спиральные амплитуды подпроцесса (2.102) могут быть представлены в виде:

$$\mathcal{A}(RR, \lambda_3 \lambda_4) = \frac{q_1^+ q_2^-}{4\sqrt{t_1 t_2}} n_{\mu_1}^- n_{\mu_2}^+ \varepsilon_{\mu_3}^* (\lambda_3) \varepsilon_{\mu_4}^* (-\lambda_4) \mathcal{M}^{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4}, \quad (2.103)$$

где λ_3, λ_4 – спиральности фотонов в конечном состоянии, а тензор поляризации вакуума четвертого ранга совпадает с (2.44). Из амплитуды подпроцесса (2.103) вынесен следующий общий

фактор:

$$\frac{e^2 g_s^2}{(2\pi)^4} \frac{\delta_{ab}}{2} \left(\sum_q e_q^2 \right).$$

Вектора поляризации фотонов в конечном состоянии можно записать в виде:

$$\varepsilon^\mu(\lambda) = \frac{1}{\sqrt{2}} (n_x^\mu + i\lambda n_y^\mu),$$

где

$$\begin{aligned} n_x^\mu &= \frac{1}{\Delta} ((q_3 q_4) q_2^\mu - (q_2 q_4) q_3^\mu - (q_2 q_3) q_4^\mu), \\ n_y^\mu &= -\frac{1}{\Delta} \epsilon^{\mu q_2 q_3 q_4}, \end{aligned}$$

и $\Delta = \sqrt{stu - st_1 t_2}/2$.

В работе [17] (см. раздел 2.3) нам удалось получить компактный результат для спиральных амплитуд процесса $\gamma R \rightarrow \gamma g$, и явно продемонстрировать сокращение устранимой коллинеарной сингулярности $1/(t_1 t_2)$ в квадрате модуля амплитуды. Однако, для подпроцесса (2.102) оказывается невозможным получить компактный аналитический результат для амплитуды и даже получение выражения пригодного для численных расчетов представляет известные затруднения. Для получения выражения, удобного для численного счета, мы воспользуемся тем фактом, что в силу тождества Уорда $q_{1,2}^{\mu_{1,2}} \mathcal{M}_{\mu_1 \mu_2 \mu_3 \mu_4} = 0$ для тензора (2.44), можно сделать следующую подстановку в амплитуде процесса (2.102):

$$\frac{q_1^+ q_2^-}{4\sqrt{t_1 t_2}} (n^-)^{\mu_1} (n^+)^{\mu_2} \rightarrow n_{T1}^{\mu_1} n_{T2}^{\mu_2},$$

где $n_{T1,2} = q_{T1,2}/\sqrt{t_{1,2}}$.

Чтобы явно не проводить громоздких манипуляций с ϵ -тензорами и напрямую перейти к Пассарино-Вельтмановской редукции однопетлевых интегралов со скалярными произведениями в числителе, мы используем метод аналогичный методу примененному в разделе 2.3. Мы представляем 4-вектора $n_{T1,2}$ в виде следующего разложения:

$$n_{T1} = \beta_0^{(1)} q_1 + \beta_3^{(1)} q_3 + \beta_4^{(1)} q_4 + \gamma_1 n_y, \quad (2.104)$$

$$n_{T2} = \beta_0^{(2)} q_2 + \beta_3^{(2)} q_3 + \beta_4^{(2)} q_4 + \gamma_2 n_y, \quad (2.105)$$

а вектор n_y вводится через свои скалярные произведения: $n_y^2 = -1$, $n_y q_2 = n_y q_3 = n_y q_4 = 0$. Коэффициенты приведенного выше разложения представляют собой функции Манделстаммовских переменных партонного подпроцесса, конусных пересеченных, поперечных импульсов и азимутальных углов:

$$\begin{aligned}\gamma_1 &= \frac{1}{2\Delta} [(q_3^- + q_4^-)(q_3^+ |\mathbf{q}_{T4}| \sin \phi_{14} + q_4^+ |\mathbf{q}_{T3}| \sin \phi_{13}) + \\ &\quad + (q_3^+ q_4^- - q_3^- q_4^+) \sqrt{t_2} \sin \phi_{12}], \\ \gamma_2 &= \frac{1}{2\Delta} [(q_3^- + q_4^-)(q_3^+ |\mathbf{q}_{T4}| \sin \phi_{24} - q_4^+ |\mathbf{q}_{T3}| \sin \phi_{23})],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_0^{(1)} &= \frac{s}{4\Delta^2} [(t + t_1) |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_{13} + (u + t_1) |\mathbf{q}_{T4}| \cos \phi_{14} + s\sqrt{t_1}], \\ \beta_3^{(1)} &= \frac{1}{4\Delta^2} [(t + t_1)^2 |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_{13} + (t(t_1 - u) + t_1(u + t_1 + 2t_2)) |\mathbf{q}_{T4}| \cos \phi_{14} \\ &\quad + s(t + t_1) \sqrt{t_1}], \\ \beta_4^{(1)} &= \frac{1}{4\Delta^2} [(u + t_1)^2 |\mathbf{q}_{T4}| \cos \phi_{14} + (t(t_1 - u) + t_1(u + t_1 + 2t_2)) |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_{13} \\ &\quad + s(u + t_1) \sqrt{t_1}], \\ \beta_0^{(2)} &= \frac{s}{4\Delta^2} [(u + t_2) |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_{23} + (t + t_2) |\mathbf{q}_{T4}| \cos \phi_{24} + s\sqrt{t_2}], \\ \beta_3^{(2)} &= \frac{1}{4\Delta^2} [(u + t_2)^2 |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_{23} + (t(t_2 - u) + t_2(u + t_2 + 2t_1)) |\mathbf{q}_{T4}| \cos \phi_{24} \\ &\quad + s(u + t_2) \sqrt{t_2}], \\ \beta_4^{(2)} &= \frac{1}{4\Delta^2} [(t + t_2)^2 |\mathbf{q}_{T4}| \cos \phi_{24} + (t(t_2 - u) + t_2(u + t_2 + 2t_1)) |\mathbf{q}_{T3}| \cos \phi_{23} \\ &\quad + s(t + t_2) \sqrt{t_2}],\end{aligned}$$

где ϕ_{ij} – азимутальный угол между векторами \mathbf{q}_{Ti} и \mathbf{q}_{Tj} .

В результате редукции Пассарино-Вельтмана, спиральные амплитуды представляются в виде линейных комбинаций двухточечных, трехточечных и четырехточечных скалярных однопетлевых интегралов. Сокращение ультрафиолетовых (УФ) и инфракрасных (ИК) расходимостей в полученном результате было проверено как аналитически так и численно. Коэффициенты разложения по базису скалярных интегралов зависят от 5 инвариантов \hat{s} , \hat{t} , \hat{u} , t_1 , t_2 и 8 коэффициентов $\beta_i^{(j)}$, $\gamma_{1,2}$, всего 13 параметров. Они могут быть представлены в виде рациональных функций содержащих полиномы с десятками тысяч членов в числителе, по этому даже для надежной проверки сокращения УФ и ИК расходимостей приходится проводить вычисления по меньшей мере с точностью в 30 десятичных разрядов.

Так же было проверено аналитически и численно выполнение коллинеарного предела, определенного для квадрата модуля амплитуды (2.103) следующим образом:

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\phi_1 d\phi_2}{(2\pi)^2} \lim_{t_{1,2} \rightarrow 0} |\mathcal{A}(RR, \lambda_3 \lambda_4)|^2 = \frac{1}{4} \sum_{\lambda_{1,2} = \pm} |\mathcal{A}_{CPM}(\lambda_1 \lambda_2, \lambda_3 \lambda_4)|^2,$$

где $|\mathcal{A}_{CPM}(\lambda_1\lambda_2,\lambda_3\lambda_4)|^2$ – квадрат модуля спиральной амплитуды процесса $gg \rightarrow \gamma\gamma$ в КПМ. Численная проверка выполнения коллинеарного предела проводилась при помощи метода описанного в [17].

Дифференциальное эффективное сечение подпроцессов типа $2 \rightarrow 2$ (2.97, 2.102) может быть вычислено по формуле (2.32). Спектры дифференциальные по инвариантной массе пары (M) и поперечному импульсу дифотона $p_T = \sqrt{q_{T3}^2 + q_{T4}^2}$, могут быть найдены при помощи следующих подстановок:

$$dM = \frac{q_{T3}C}{M} dq_{T4}, \quad (2.106)$$

$$dp_T = \frac{D}{p_T} dq_{T4}, \quad (2.107)$$

где $C = \cosh(y_3 - y_4) - \cos(\Delta\phi)$, $D = \sqrt{p_T^2 - q_{T3}^2 \sin^2(\Delta\phi)}$, $q_{T4} = M^2/(2q_{T3}C)$ в выражении (2.106) и $q_{T4} = D - q_{T3} \cos(\Delta\phi)$ в выражении (2.107).

Формула для дифференциального эффективного сечения подпроцессов типа $2 \rightarrow 3$ (2.98, 2.99) имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma}{dq_{T3}dq_{T4}d\Delta\phi dy_3 dy_4 dy_5} &= \frac{1}{2!} \int dt_1 \int_0^{2\pi} d\phi_1 \int dt_2 \int_0^{2\pi} d\phi_2 \times \\ &\times \sum_{ij} \Phi_i(x_1, t_1, \mu_F^2) \Phi_j(x_2, t_2, \mu_F^2) \frac{q_{T3}q_{T4} |\overline{\mathcal{A}}_{ij}|^2}{16(2\pi)^6 (Sx_1x_2)^2}, \end{aligned} \quad (2.108)$$

и спектры дифференциальные по переменным p_T и M могут быть получены при помощи подстановок (2.106) и (2.107) как и в случае подпроцессов $2 \rightarrow 2$.

Для численных расчетов мы используем модифицированную формулу для нПФР КМР (2.95) и набор коллинеарных СЛП ПФР MSTW-2008 [164]. Так же используется следующее численное значение для постоянной тонкой структуры КЭД $\alpha = 1/137.036$ и СЛП формула для α_s с $\alpha_s(M_Z) = 0.12018$ и порогами рождения тяжелых кварков $m_c = 1.4$ ГэВ и $m_b = 4.75$ ГэВ. Выбор масштабов факторизации и перенормировки $\mu_R = \mu_F = \xi M$ соответствует стандартному выбору этих масштабов в литературе [145—147; 154; 155]. Значение $\xi = 1$ использовано для вычисления центральных значений теоретических предсказаний а выбор $\xi = 2^{\pm 1}$ используется для оценки неопределенности теоретических предсказаний. Полоса неопределенности, соответствующая этой вариации масштабов показана на Рис. 2.23 – 2.27 серым цветом. Численные расчеты проводились в основном при помощи адаптивного алгоритма Монте-Карло интегрирования *Suave*, так-же проводилось сравнение с результатами алгоритмов *Vegas* и *Divonne* реализованных в библиотеке *CUBA* [165].

Прежде чем приступить к сравнению результатов наших расчетов с экспериментом, рассмотрим численный эффект введенной нами процедуры вычитания двойного счета. В левой части рисунка 2.22 приведены p_T -спектры СЛП вкладов (2.98, 2.99) и соответствующих мМРК вы-

Таблица 2.5 — Кинематические условия для наборов данных CDF и ATLAS.

$p\bar{p}$, CDF-2012 [145; 146]	pp , ATLAS-2013 [147]
$\sqrt{S} = 1960 \text{ GeV}$	$\sqrt{S} = 7000 \text{ GeV}$
$q_{T3,4} \geq 15, 17 \text{ GeV}$	$q_{T3,4} \geq 22, 25 \text{ GeV}$
$ y_{3,4} \leq 1.0$	$ y_{3,4} \leq 1.37, 1.52 \leq y_{3,4} \leq 2.37$
$R = 0.4, E_T^{(ISO)} = 2 \text{ GeV}$	$R = 0.4, E_T^{(ISO)} = 4 \text{ GeV}$

читательных членов, вычисленные в кинематических условиях ATLAS-2013 (см вторую колонку таблицы 2.5). Для случая кинематики CDF-2012 [145; 146] (первая колонка таблицы 2.5) имеет место такая же качественная картина.

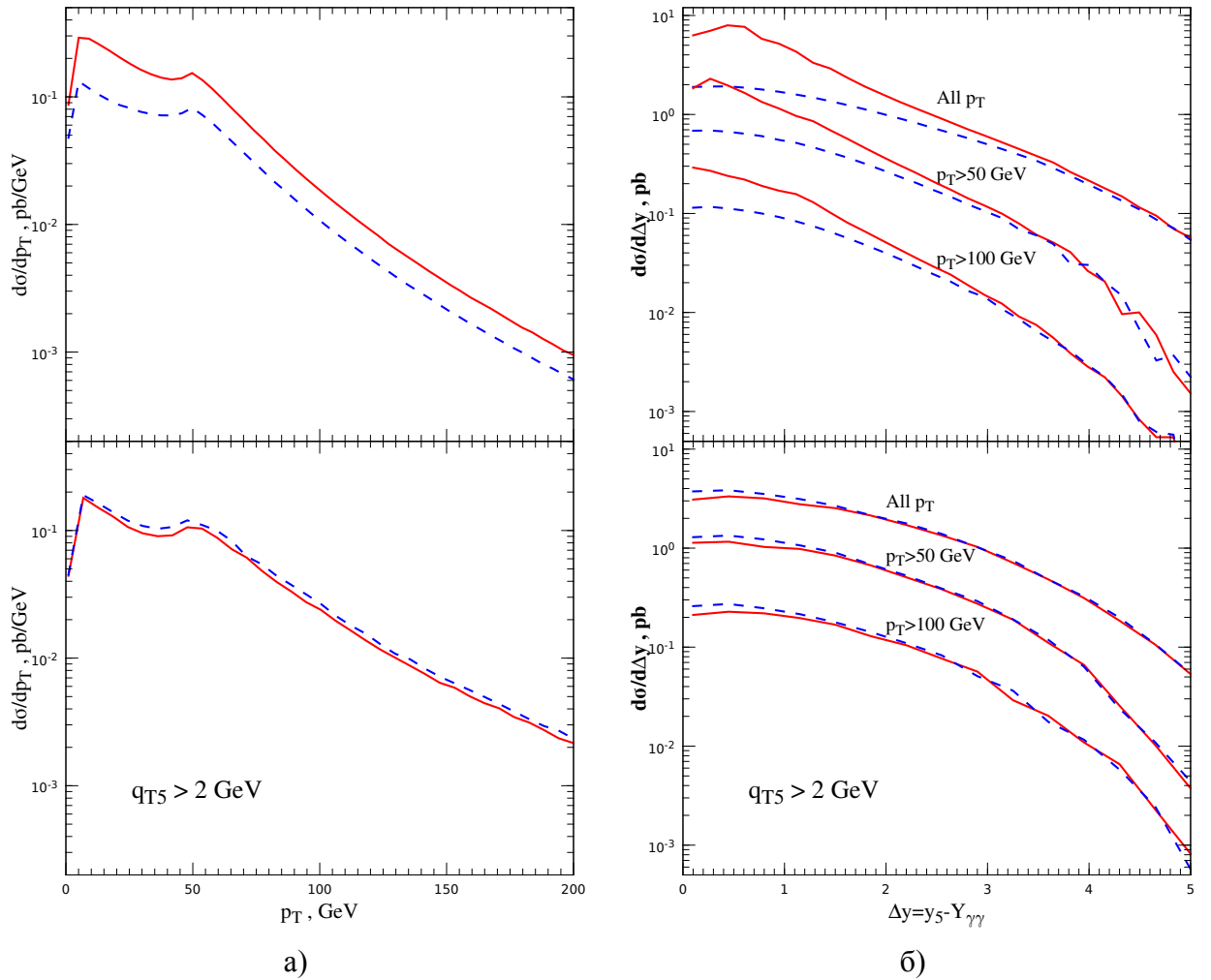


Рисунок 2.22 — Сравнение p_T (рисунок – а) и Δy (рисунок – б) спектров для СЛП КМРК подпроцессов (сплошные линии) и соответствующих мМРК вычитательных членов (штриховые линии). Верхние графики – подпроцесс (2.98), нижние графики – подпроцесс (2.99).

Как видно из Рис. 2.22, мМРК вычитательный член воспроизводит вклад подпроцесса СЛП (2.99) с точностью 10% и составляет более 50% от вклада подпроцесса (2.98) при $p_T > 50 \text{ GeV}$. Анализ правой части Рис. 2.22 показывает, что для подпроцесса (2.98) значительные отклонения от мМРК асимптотики наблюдаются только для $\Delta y = y_5 - Y_{\gamma\gamma} < 2.0$ в то время как при больших значениях Δy , точное КМРК сечение $2 \rightarrow 3$ хорошо описывается мМРК приближением. Для под-

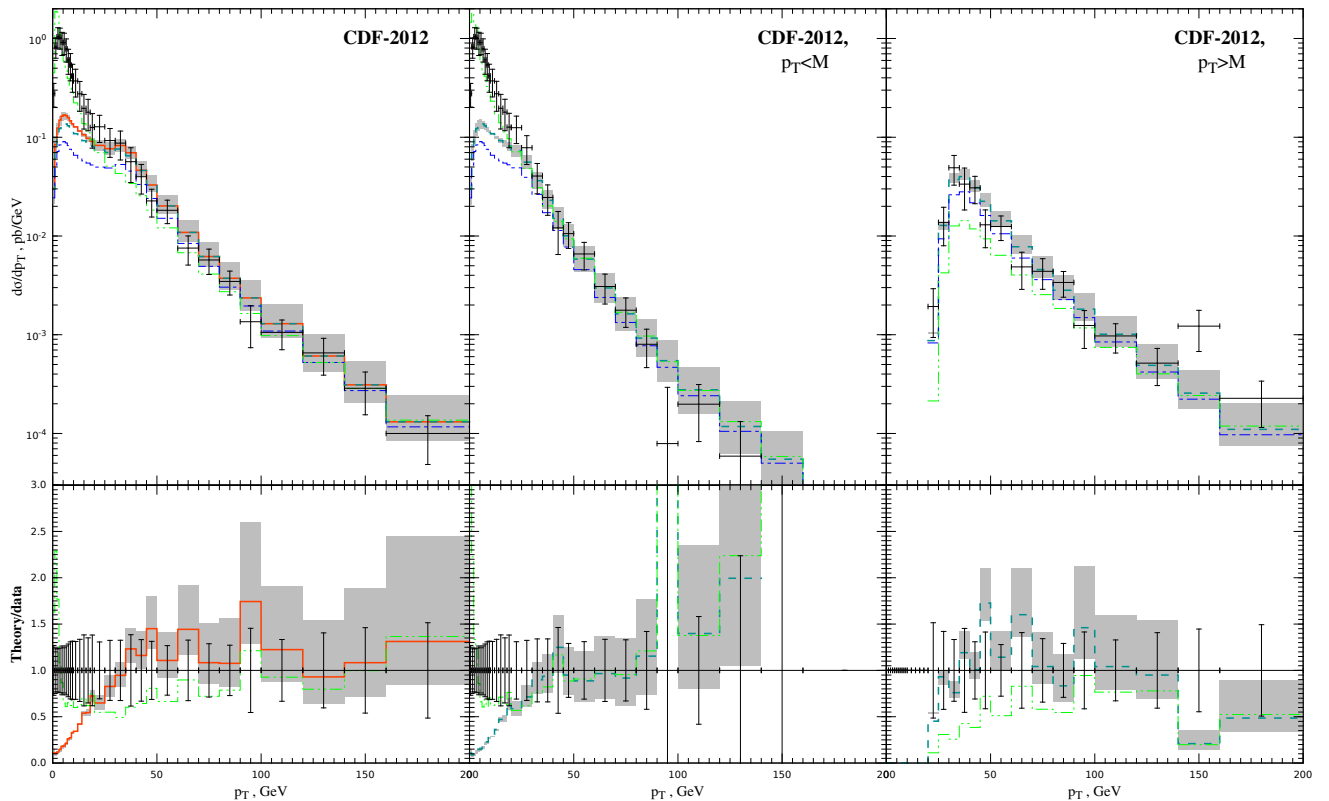


Рисунок 2.23 — Спектры по p_T для набора данных CDF-2012. Жирная сплошная гистограмма представляет собой сумму вкладов (2.97), (2.98) после мМПК вычитания и (2.102). Жирной штриховой гистограммой отображена только сумма первых двух вкладов. Тонкой штрих-пунктирной гистограммой изображено сечение подпроцесса (2.97). Для сравнения тонкой штрих-дважды пунктирной гистограммой показано предсказание кода `DiphoX` (СЛП КПМ) взятое из работ [145; 146].

процесса (2.99) точное сечение $2 \rightarrow 3$ воспроизводится при всех значениях Δy . Соответственно более 50% сечения подпроцесса (2.98) и почти весь вклад подпроцесса (2.99) будет сокращен соответствующими вычитательными членами. По этому, при дальнейшем рассмотрении мы не будем включать вклад подпроцесса (2.99).

Квадрат амплитуды подпроцесса (2.98) может быть проинтегрирован от $q_{T5} = 0$ в формуле (2.108). Сечение подпроцесса (2.99) так же конечно, однако при малых q_{T5} , большая часть сечения аккумулируется в области $t_{1,2} \sim 1 \text{ ГэВ}^2$. Так в данном подходе проявляет себя ИК сингулярность при излучении мягкого глюона. По этой причине, сечение приведенное на Рис. 2.22 вычисляется в области $q_{T5} > 2 \text{ ГэВ}$. Зависимость сечения от поведения нПФР в области малых t является нефизической и должна сокращаться виртуальными поправками.

Теперь перейдем к сравнению предсказаний нашей модели с экспериментальными данными [145—147]. В настоящей работе мы остановимся на трех основных дифференциальных наблюдаемых $d\sigma/dp_T$, $d\sigma/d\Delta\phi$, представляющих наибольшие трудности для КПМ, и $d\sigma/dM$ для которой предсказания в фиксированном порядке теории возмущений в КПМ хорошо согласуются с экспериментом.

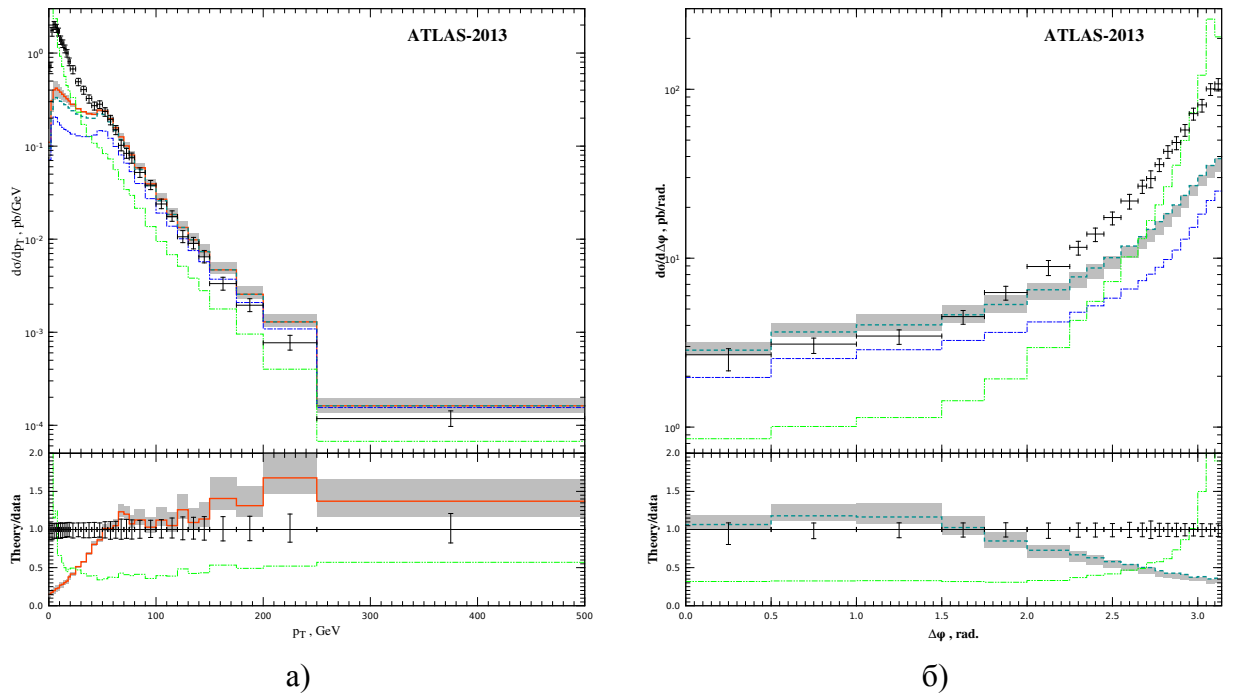


Рисунок 2.24 — Спектры по p_T (рисунок – а) и $\Delta\phi$ (рисунок – б) для набора данных ATLAS-2013. Обозначения для кривых те же, что и на Рис. 2.23, однако предсказание кода `Diphox` (СЛП КПМ) взято из работы [147]

На Рис. 2.23 представлен p_T -спектр фотонной пары измеренный коллаборацией CDF. Этот набор данных, кроме инклюзивных спектров содержит спектры, полученные при дополнительном условии $p_T < M$ или $p_T > M$. Видно, что инклюзивный спектр при $p_T > 25$ ГэВ хорошо описывается суммой ЛП вклада (2.97) и СЛП вклада (2.98) после мМРК вычитания. Для $p_T > M$ наша модель хорошо описывает данные при всех p_T и СЛП вклад оказывается пренебрежимо малым. Вклад подпроцесса (2.102) оказывается равным 15% от предсказываемого сечения при малых p_T , и очень быстро убывает с ростом p_T .

При $p_T < 25$ ГэВ, наша модель предсказывает сечение меньшее чем наблюдаемое в эксперименте, вплоть до различия на фактор 5 при $p_T = 7$ ГэВ. В области малых p_T доминирует излучение мягких глюонов и виртуальные поправки. Мы полагаем, что вычисление полной виртуальной СЛП поправки в ПРП позволит значительно уменьшить различие теории и эксперимента при малых p_T . Одно из достоинств ПРП заключается в возможности рассматривать реальные и виртуальные СЛП поправки ко многим процессам отдельно друг от друга.

Хорошее описание данных в области $p_T > M$ говорит о самосогласованности нашего подхода, т. к. СЛП поправка в этой области почти полностью вычитается мМРК вычитательным членом.

Для удобства сравнения, мы так же приводим на рисунках 2.23 – 2.27, предсказания СЛП КПМ реализованные в коде `Diphox` [154]. Эти кривые извлечены из графиков приведенных в работах коллабораций CDF [145; 146] и ATLAS [147]. Сравнивая СЛП КПМ и СЛП* приближения ПРП на Рис. 2.23 – 2.27 можно сделать вывод, что СЛП* приближение ПРП не может описать спектр $d\sigma/dM$ из-за отсутствия в нашем расчете СЛП петлевых поправок, дающих вклад в основ-

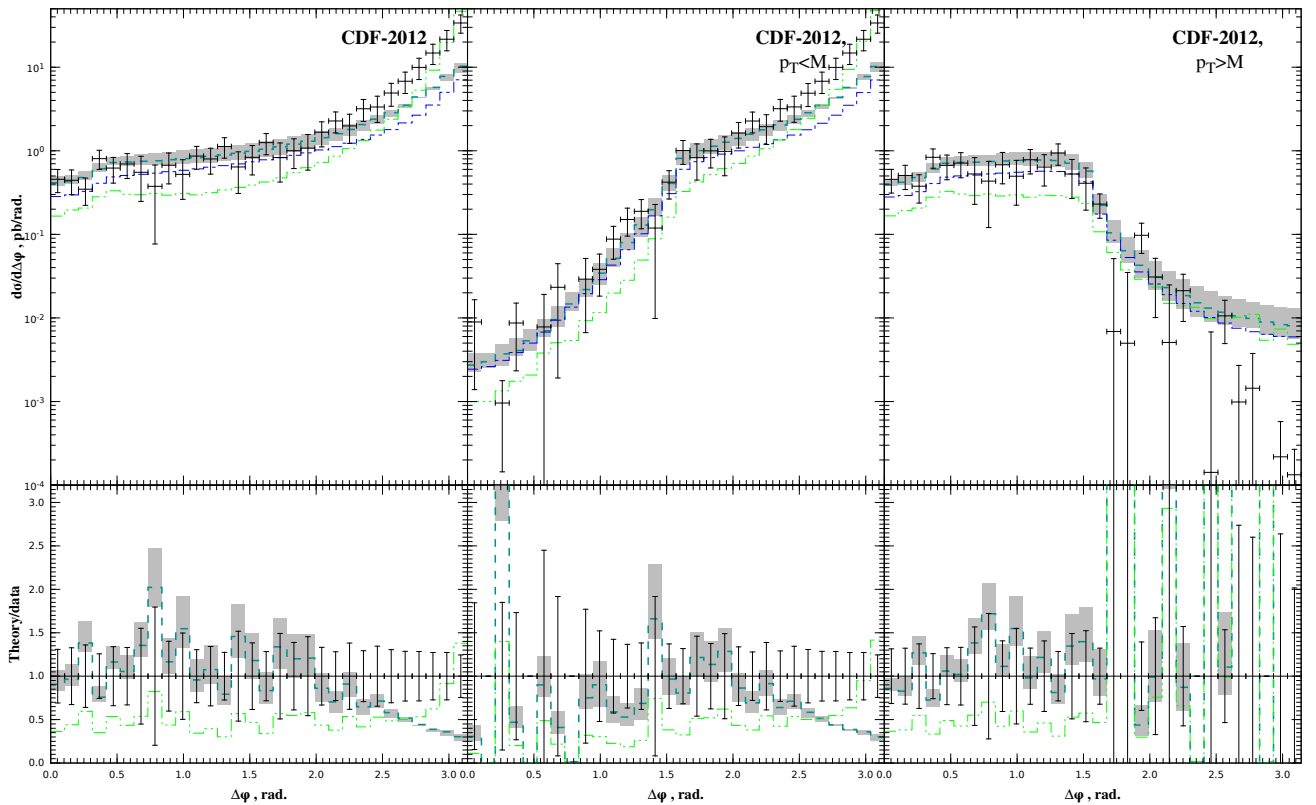


Рисунок 2.25 — Спектры по $\Delta\phi$ для набора данных CDF-2012. Обозначения для кривых такие же как и на Рис. 2.23.

ном в области близкой к конфигурациям КПМ. Однако для конфигураций вдалеке от кинематики КПМ, СЛП* приближение ПРП описывает данные существенно лучше чем СЛП КПМ, особенно в случае данных БАК. Более того, в этой области, в СЛП* приближении ПРП доминирует ЛП член, что демонстрирует лучшую стабильность предсказаний ПРП вдали от кинематики КПМ.

В левой части рисунка 2.24 наблюдается та же качественная картина, что и на рисунке 2.23, несмотря на то, что мы перешли от описания данных Теватрона к данным БАК с его в 3.6 раз большей энергией и от $\bar{p}p$ к pp столкновениям соответственно. На БАК, СЛП подпроцесс (2.98) значительно более важен, чем на Теватроне, и дает вклад вплоть до $p_T = 200$ ГэВ.

На Рис. 2.25 и в правой части Рис. 2.24 представлены $\Delta\phi$ -спектры для Теватрона и БАК. На обоих рисунках наблюдается хорошее согласие наших предсказаний с данными для $\Delta\phi < 1.5$ что соответствует сильному отклонению от кинематики КПМ. В этой области СЛП поправка подавлена так же, как и в случае p_T -спектра. Наша модель хорошо описывает данные Теватрона для $p_T > M$ и предсказывает заниженное сечение при $\Delta\phi \rightarrow \pi$ (кинематика КПМ), как и в случае p_T -спектра.

Для спектров по M , приведенных на Рис. 2.26 и 2.27, наша модель ожидаемо недооценивает инклюзивное сечение, из за дефицита сечения наблюдаемого в области кинематики КПМ. Однако, как и можно было ожидать, модель хорошо описывает данные в области $p_T > M$.

Вклад подпроцесса 2.102 в спектр по M составляет лишь 8% от наблюдаемого сечения в пике распределения и 18% от предсказываемого нами сечения, как в случае данных CDF-2012 так и для ATLAS-2013. Этот результат на 20 – 30% меньше чем предсказание ЛП КПМ [155], по

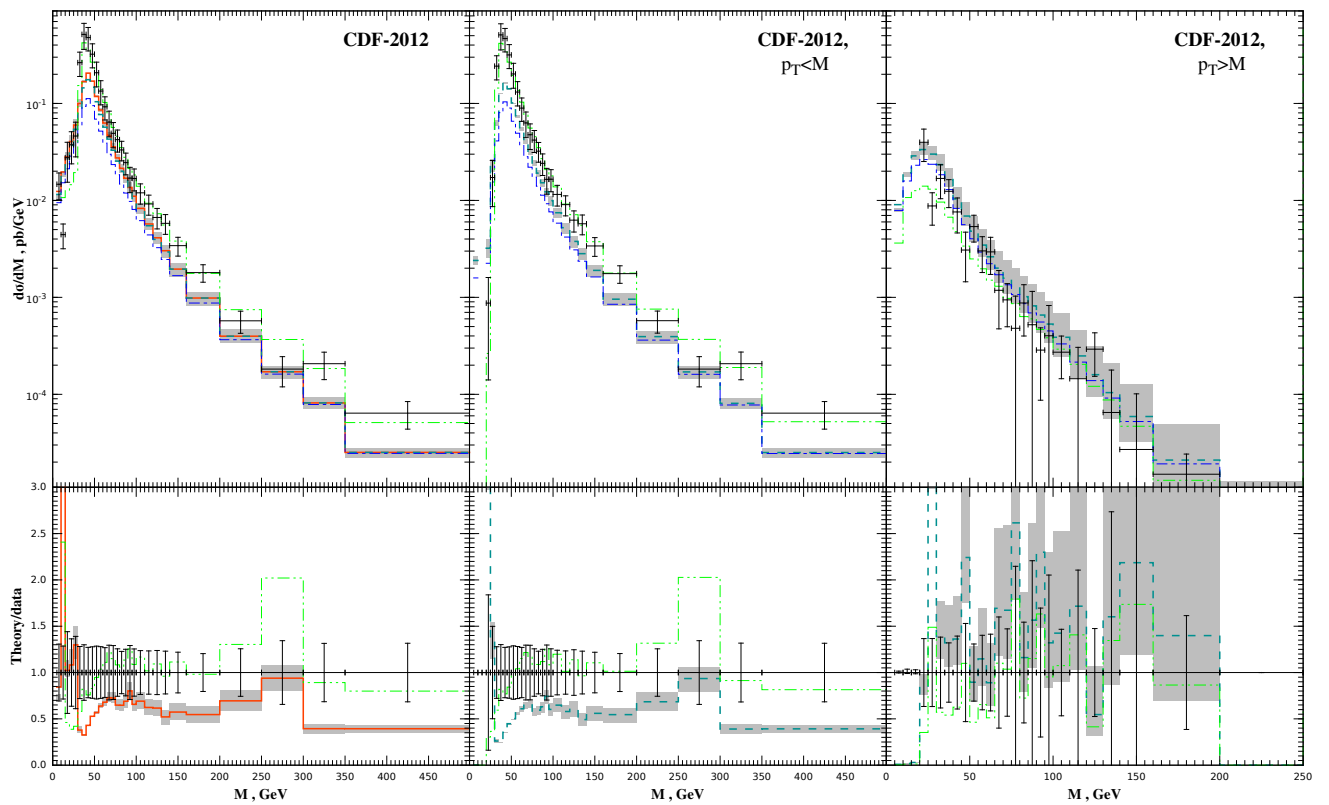


Рисунок 2.26 — Спектры по инвариантной массе дифотонов для набора данных CDF-2012.

Обозначения для кривых такие же как и на Рис. 2.23

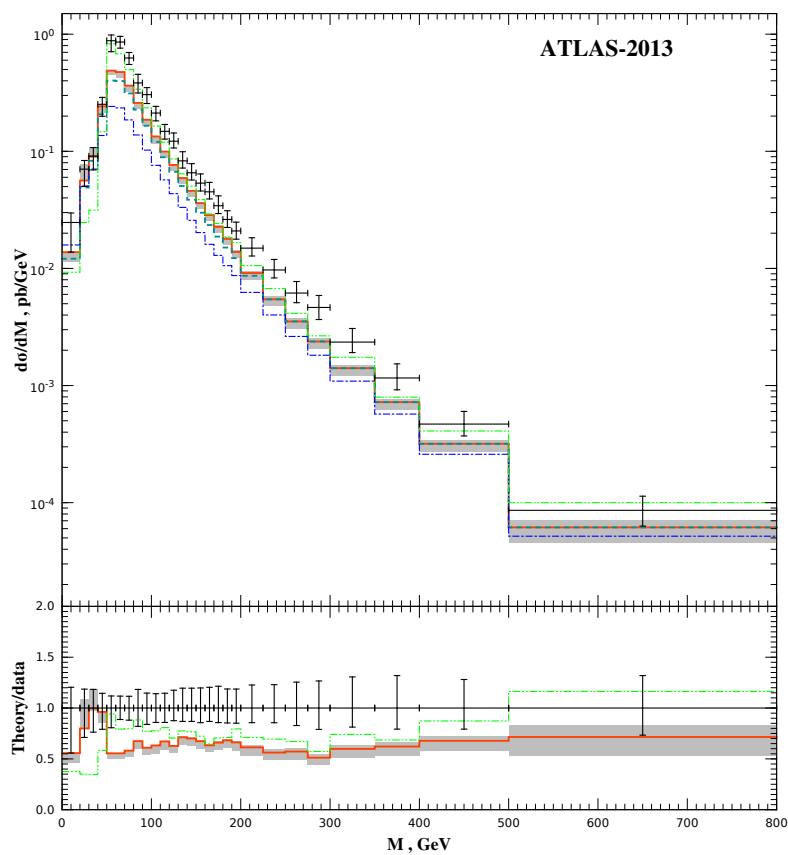


Рисунок 2.27 — Спектры по инвариантной массе дифотонов для набора данных ATLAS-2013.

Обозначения для кривых такие же как и на Рис. 2.23

аналогии с результатами работы [17] в которой было показано, что пространственно-подобная виртуальность начальных партонов подавляет вклад $\gamma R \rightarrow \gamma g$ по сравнению с соответствующим вкладом в ЛП КПМ.

В настоящем разделе в рамках ПРП обсуждалось парное рождение прямых изолированных фотонов в адронных столкновениях. Вычислена древесная часть СЛП поправок (2.98, 2.99) и ССЛП вклад подпроцесса (2.102). Предложена процедура локализации древесных СЛП поправок по быстроте, устраняющая двойной счет между поправками к жесткому процессу и нПФР. В следствие этого, вклады древесных СЛП поправок теперь поддаются количественной оценке, и оказываются малы при больших p_T или в области $p_T > M$. Область $p_T > M$ представляет интерес для дальнейшего теоретического и экспериментального изучения, в том числе и с точки зрения тестирования ПРП, в которой доминирует МРК между жестким процессом и излучением начального состояния. Был вычислен вклад подпроцесса (2.102). Он составляет лишь 8% от наблюдаемого сечения в пике распределения $d\sigma/dM$ что несколько меньше чем оценка в КПМ [155] из-за влияния пространственноподобной виртуальности начальных партонов [17].

Глава 3. Рождение тяжелых кваркониев в ПРП

3.1 НРКХД факторизация, обзор физики рождения тяжелых кваркониев

Рождение тяжелых кваркониев на адронных коллайдерах, представляет собой уникальную лабораторию для изучения связи между теорией пертурбативного жесткого процесса и моделями адронизации. В настоящее время, одним из наиболее популярных подходов к изучению физики рождения тяжелых кваркониев является гипотеза факторизации нерелятивистской КХД (НРКХД-факторизации) [166] (см. так же недавние обзоры [167; 168]).

Нерелятивистская КХД [169] это эффективная квантовая теория поля, в которой осуществляется систематическое разделение степеней свободы, ответственных за динамику на больших и малых расстояниях. Поля, в терминах которых написан лагранжиан НРКХД, описывают реальные и виртуальные частицы с трехмерными импульсами $|\mathbf{q}|$ и виртуальностями $\sqrt{|q^2|}$ много меньшими массы тяжелого кварка M_q . Поля “тяжелых” (нерелятивистских) частиц – двухкомпонентные спиноры Ψ (Ψ^\dagger), Φ^\dagger (Φ), описывают соответственно уничтожение (рождение) тяжелых кварка и антикварка. Так же в лагранжиан входят поля “легких” (релятивистских) степеней свободы – глюонов A_μ^a и кварков легких флейворов ψ_q . Полный лагранжиан НРКХД имеет вид:

$$L_{\text{NRQCD}} = L_{\text{light}} + L_{\text{heavy}} + L_{d>4}, \quad (3.1)$$

где лагранжиан для легких степеней свободы L_{light} совпадает с обычным лагранжианом КХД (А.3), в который включены только легкие флейворы, а лагранжиан для тяжелых кварков имеет вид соответствующего лагранжиана в теории Шредингера-Паули:

$$L_{\text{heavy}} = \Psi^\dagger \left(iD_0 + \frac{\mathbf{D}^2}{2M_q} \right) \Psi + \Phi^\dagger \left(iD_0 - \frac{\mathbf{D}^2}{2M_q} \right) \Phi, \quad (3.2)$$

где D_0 и \mathbf{D} – временная и пространственная части ковариантной производной. Теория (3.1), (3.2) описывает динамику на больших расстояниях, соответственно, интегрирование по импульсам виртуальных и реальных частиц, в расчетах в рамках эффективной теории, ограничено сверху некоторым параметром обрезания $\Lambda \sim M_q$. Релятивистские эффекты, и эффекты физики малых расстояний, могут быть систематически включены в теорию (3.1), (3.2) путем добавления в лагранжиан локальных операторов размерности $d > 4$:

$$L_{d>4} = \frac{c_1(\Lambda)}{2M_q} \Psi^\dagger (g_s \mathbf{B} \cdot \vec{\sigma}) \Psi + \frac{c_2(\Lambda)}{8M_q^2} (ig_s) \Psi^\dagger (\mathbf{D} \times \mathbf{E} - \mathbf{E} \times \mathbf{D}) \cdot \vec{\sigma} \Psi + \text{с.с.} + \dots,$$

где \mathbf{B} и \mathbf{E} , соответственно, хромомагнитные и хромоэлектрические поля в фундаментальном представлении калибровочной группы. Операторы размерности 4 в лагранжиане приводят к вкладам в

амплитуды рассеяния тяжелых кварков, лидирующим по степеням относительной скорости рассеивающихся частиц v , а операторы высших размерностей – к вкладам следующих порядков. Вильсоновские коэффициенты $c_i(\Lambda)$ могут быть определены порядок за порядком по α_s , путем сравнения разложений для амплитуд рассеяния по степеням относительной скорости, полученных в рамках эффективной теории, и в ТВ КХД. Их зависимость от параметра обрезания Λ определяется УФ расходимостями, возникающими при вычислении матричных элементов НРКХД-операторов в соответствующем порядке.

НРКХД наиболее удобна для изучения связанных состояний тяжелых кварков – *кваркониев* или *дикварков*, если речь идет о кварках разных флейворов. Тяжелые кварконии характеризуются сравнительно небольшими значениями характерной относительной скорости кварков-конституентов, получаемыми в рамках нерелятивистской потенциальной модели. Для чармониев, типичным является $v^2 \sim 0.3$ а для боттомониев – $v^2 \sim 0.1$ [170]. Поэтому можно надеяться, что по параметру v^2 удастся организовать разложение полезное для феноменологии. На основе аргументов не зависящих от теории возмущений [166; 171], можно вывести правила скейлинга по относительной скорости, для матричных элементов НРКХД-операторов по адронному состоянию $|\mathcal{H}\rangle$ с нулевым трехмерным импульсом (см. Табл. 3.1).

Таблица 3.1 — Правила v -скейлинга для мультипликативных вкладов НРКХД-операторов в матричные элементы по адронным состояниям $|\mathcal{H}(\mathbf{p} = 0)\rangle$ нормированным как $\langle\mathcal{H}|\mathcal{H}\rangle = 1$.

НРКХД оператор	Оценка вклада в МЭ
α_s	v
Ψ, Φ	$(M_q v)^{3/2}$
D_0	$M_q v^2$
\mathbf{D}	$M_q v$
$g_s \mathbf{E}$	$M_q^2 v^3$
$g_s \mathbf{B}$	$M_q^2 v^4$
$g_s A_0$ (Кулоновская калибровка)	$M_q v^2$
$g_s \mathbf{A}$ (Кулоновская калибровка)	$M_q v^3$

Процесс инклюзивного рождения кваркония можно рассматривать в его системе покоя, тогда в рамках НРКХД, сечение рождения можно записать в виде разложения по степеням скорости:

$$\begin{aligned}
 d\sigma(\mathcal{H} + X) &= \sum_n \sum_X d\sigma_n \langle 0 | \Phi^\dagger \mathcal{K}_n \Psi | \mathcal{H} + X \rangle \langle \mathcal{H} + X | \Psi^\dagger \mathcal{K}_n^\dagger \Phi | 0 \rangle = \\
 &= \sum_n d\sigma_n \langle 0 | \mathcal{O}_n^{\mathcal{H}} | 0 \rangle, \tag{3.3}
 \end{aligned}$$

где мультииндекс n нумерует НРКХД-операторы, дающие вклады различного порядка по скорости, $\mathcal{O}_n^{\mathcal{H}} = \sum_X \Phi^\dagger \mathcal{K}_n \Psi | \mathcal{H} + X \rangle \langle \mathcal{H} + X | \Psi^\dagger \mathcal{K}_n^\dagger \Phi$, а $d\sigma_n$ – Вильсоновский коэффициент, описывающий динамику на малых расстояниях, который можно извлечь в рамках теории возмущений. Непертурбативные матричные элементы (НМЭ) от эффективных четырехфермионных операторов, мы будем обозначать $\langle 0 | \mathcal{O}_n^{\mathcal{H}} | 0 \rangle = \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[n] \rangle$.

Лидирующему порядку по относительной скорости, соответствуют операторы, описывающие рождение синглетной по цвету кварк-антикварковой пары с квантовыми числами физического кваркония $\mathcal{H} [^{2S+1}L_J]$:

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^{2S+1}L_J^{(1)} \right] \right\rangle.$$

Следующему за лидирующим порядком по степеням относительной скорости, соответствуют вклады операторов, рождающих из вакуума октетное по цвету квантовое состояние с тем же или отличающимся на единицу орбитальным моментом или спином:

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^{2S+1}L_J^{(8)} \right] \right\rangle, \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^{2S+1}(L \pm 1)_{J'}^{(8)} \right] \right\rangle, \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^{2(S \pm 1) + 1}L_{J'}^{(8)} \right] \right\rangle.$$

Эти НМЭ подавлены по отношению к ЛП фактором v^2 и соответствуют вкладу фоковского состояния $|q\bar{q}g\rangle$ в физическое состояние $|\mathcal{H}\rangle^1$, а так же электрическим или магнитным дипольным переходам из октетного состояния пары, спин или орбитальный момент которой отличается на единицу. В большинстве современных работ, вкладами более высоких степеней по v^2 пренебрегают.

Гипотеза факторизации типа (3.3) представляется достаточно надежно установленной для электромагнитных и адронных распадов тяжелых кваркониев, а так же для их рождения в электрон-позитронной аннигиляции [166]. Однако детального доказательства гипотезы факторизации (3.3) для процессов инклюзивного рождения тяжелых кваркониев в адронных и лептон-адронных столкновениях не существует до сих пор.

В рамках потенциальной модели, синглетные НМЭ могут быть связаны с квадратом модуля радиальной части волновой функции или её производной, вычисленным в начале координат (здесь и далее используется нормировка для НМЭ, принятая в работе [172]):

$$\begin{aligned} \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^{2S+1}S_J^{(1)} \right] \right\rangle &= 2N_c(2J+1) \frac{1}{4\pi} |R(0)|^2, \\ \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^{2S+1}P_J^{(1)} \right] \right\rangle &= 2N_c(2J+1) \frac{3}{4\pi} |R'(0)|^2. \end{aligned} \quad (3.4)$$

Для P -волновых состояний, известны соотношения между НМЭ, вытекающие из спиновой симметрии тяжелых кварков [166]:

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^3P_J^{(1,8)} \right] \right\rangle = (2J+1) \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} \left[^3P_0^{(1,8)} \right] \right\rangle (1 + O(v^2)), \quad (3.5)$$

$$\left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}[^3P_J]} \left[^3S_1^{(8)} \right] \right\rangle = (2J+1) \left\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}[^3P_0]} \left[^3S_1^{(8)} \right] \right\rangle (1 + O(v^2)). \quad (3.6)$$

Октетные НМЭ в настоящее время не могут быть вычислены из первых принципов, и единственным способом их определения остается фитирование экспериментальных данных.

¹который считается пропорциональным $O(v)$ [166].

В лидирующем приближении по α_s , коэффициенты $d\sigma_n$ в (3.3) представляют собой сечения рождения кварк-антикварковой пары в фоковском состоянии n . Амплитуды рождения этих состояний могут быть получены путем применения соответствующих проекторов [172].

Основной наблюдаемой, обсуждаемой в физике рождения тяжелых кваркониев являются p_T -спектры. В КПМ, для того, чтобы получить отличный от нуля поперечный импульс, необходимо рассматривать как минимум процессы $2 \rightarrow 2$. При энергиях $\sqrt{S} < 1$ ТэВ и $p_T \sim 10$ ГэВ, в рождении состояний J/ψ и $\Upsilon(1S)$ доминируют синглетные вклады (синглетная модель [173—176]). Однако, для описания спектров полученных на Теватроне, оказывается необходимым включить в рассмотрение октетные НМЭ уже в ЛП КПМ.

В настоящее время существуют полные результаты расчетов сечений рождения тяжелых кваркониев в адронных и лептон-адронных столкновениях в рамках СЛП по α_s в КПМ и СЛП по v^2 гипотезы НРКХД-факторизации [177—182]. При этом СЛП-поправки в области больших p_T оказываются значительными ($\sim 50 - 100\%$) как в синглетном так и в октетном канале. В литературе так же существуют результаты полученные в неполном ССЛП-приближении (ССЛП*-приближении) КПМ [183], в котором учтены только реальные поправки $2 \rightarrow 4$. Не сокращающиеся ИК сингулярности в этом подходе устраняются путем введения соответствующего ИК-обрезания. Согласно этим работам, ССЛП поправки к сечению в синглетном канале в области больших p_T , так же могут быть значительными, однако примененная процедура ИК-обрезания приводит к большим неопределенностям теоретических предсказаний полученных в работе [183].

Расчеты в фиксированном порядке ТВ КПМ, отягощены большими логарифмами различной природы. В области $p_T \leq M$, где M -масса тяжелого кваркония, сечения, получаемые в фиксированном порядке ТВ КПМ растут с уменьшением p_T степенным образом, в то время как физическое сечение должно быть конечным в области малых p_T . Восстановить физическое поведение сечения можно отсуммировав во всех порядках ТВ вклады усиленные “Судаковскими” двойными логарифмами $\log^2(p_T/M)$ [184].

При $p_T \gg M$, высшие поправки ТВ оказываются усиленными фрагментационными логарифмами $\log(p_T/M)$, пересуммирование которых можно осуществить введя функции фрагментации партона в кварконий, эволюционирующие с масштабом в соответствии с уравнениями ДГЛАП [185; 186]. Таким образом, расчеты в фиксированном порядке ТВ применимы только в некоторой области “средних” p_T .

Одной из основных открытых проблем в физике процессов рождения тяжелых кваркониев, на сегодняшний день является проблема описания поляризации. Как и в случае процесса Дрелла-Яна (см. разд. 2.4), информацию о поляризации тяжелого кваркония с $J = 1$ можно извлечь, рассматривая угловые распределения лептонов от распада $\mathcal{H} \rightarrow \mu^+ \mu^-$ в система покоя лептонной пары. Для рассмотрения углового распределения распадных лептонов (2.76) в физике тяжелых кваркониев используются различные системы координат [187]. Некоторые физически интересные выводы можно сделать, рассматривая СК спиральности, в которой ось Oz СК в ИСО покоя кваркония указывает направление трехмерного импульса кваркония в ИСО центра масс сталкивающихся протонов. В этой СК, значение параметра $\lambda^{HF} = +1$ соответствует рождению кваркония

с поперечной поляризацией, $\lambda^{HF} = -1$ – рождение с продольной поляризацией а $\lambda^{HF} = 0$ – рождение неполяризованной смеси состояний.

В работах [177; 178] было показано, что все имеющиеся на сегодняшний день данные о p_T -спектрах прямых J/ψ -мезонов, рождающихся в протон-протонных и лептон-протонных столкновениях могут быть описаны в рамках СЛП КПМ и СЛП НРКХД-факторизации, если исключить из рассмотрения данные в области $p_T < 8 - 10$ ГэВ. Однако, в области больших p_T в предсказаниях СЛП КПМ для рождения кваркониев с $J = 1$ доминирует вклад состояния ${}^3S_1^{(8)}$ с квантовыми числами глюона. При $p_T \gg M$ этот вклад оказывается практически полностью поперечно поляризованным, по этому СЛП КПМ предсказывает $\lambda^{HF} \simeq 1$ на больших p_T , в то время как экспериментальные данные Теватрона и БАК, говорят скорее о рождении неполяризованной смеси состояний [188]. Аналогичный результат для состояния $\psi(2S)$ был получен в работе [181]. Таким образом, предсказания СЛП КПМ для поляризации чармониев находятся в противоречии с экспериментом. Ситуация в секторе боттомониев несколько лучше [182], т. к. для описания p_T -спектров здесь требуется меньшая доля октетных вкладов.

В настоящее время, проблема поляризации тяжелых кваркониев является открытой. Новые данные CMS [189; 190] указывают на неполяризованное рождение состояний J/ψ , $\psi(2S)$, $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ и $\Upsilon(3S)$ в области $20 < p_T < 50$ ГэВ. Предлагаются радикальные подходы к её решению, например, ограничить область применимости НРКХД-факторизации по p_T снизу, и рассматривать только данные с $p_T > 30$ ГэВ [191]. Разумеется, появление в модели столь большого внутреннего масштаба не может не вызывать вопросов.

Среди других трудностей НРКХД-факторизации, можно отметить недавно обнаруженную проблему нарушения соотношений между НМЭ для рождения J/ψ и η_c -мезонов, вытекающих из спиновой симметрии тяжелых кварков [192] и трудности, возникающие при описании парного рождения J/ψ -мезонов [193].

3.2 Феноменология рождения чармониев и боттомониев в ПРП

В работах [194—196], был развит формализм для описания инклюзивных сечений рождения тяжелых кваркониев в адронных и лептон-адронных столкновениях в рамках ЛП ПРП и СЛП по v^2 формализма НРКХД-факторизации. В ЛП ПРП в сечение дают вклад следующие подпроцессы $2 \rightarrow 2$ и $2 \rightarrow 1$:

$$R + R \rightarrow q\bar{q} \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + g, \quad (3.7)$$

$$R + R \rightarrow q\bar{q} \left[{}^3P_J^{(1)} \right], \quad J = 0, 1, 2, \quad (3.8)$$

$$R + R \rightarrow q\bar{q} \left[{}^3S_1^{(8)}, {}^1S_0^{(8)}, {}^3P_J^{(8)} \right], \quad (3.9)$$

где подпроцессы (3.7), (3.9) соответствуют СЛП НРКХД-факторизации для рождения кваркония с $J = 1$, подпроцесс (3.8) дает ЛП-вклад в сечение рождения P -волновых кваркониев с $J = 0, 1, 2$, а кроме того, СЛП-вклад в сечение рождения P -волновых кваркониев дает состояние ${}^3S_1^{(8)}$, рождающееся в подпроцессе (3.9). Матричные элементы подпроцессов (3.8) и (3.9) в ПРП, отсуммированные по поляризациям кваркония в конечном состоянии приведены в работе [194], матричный элемент для подпроцесса (3.7) приведен в работе [196]. Эквивалентность классического предписания k_T -факторизации (см. например [197]) для вектора поляризации глюона в начальном состоянии:

$$\epsilon^\mu(q_T) \rightarrow \frac{q_T^\mu}{|\mathbf{q}_T|},$$

и ПРП для обсуждаемого процесса, была установлена в работе [195].

С началом работы БАК, исследования в области физики рождения тяжелых кваркониев получили новый импульс. В работе [7] на основе фита данных коллабораций CDF [198—202] о p_T -спектрах прямых J/ψ , $\psi(2S)$ и χ_{cJ} мезонов ($\sqrt{S} = 1.8$ и 1.96 ТэВ) были извлечены октетные НМЭ для всех этих состояний, и были сделаны предсказания для p_T -спектров прямых J/ψ -мезонов при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. НМЭ, полученные в этой работе приведены в Табл. 3.2.

Таблица 3.2 — НМЭ, полученные в результате фита данных коллаборации CDF [198—202] об инклюзивных p_T -спектрах прямых J/ψ , $\psi(2S)$ и $\chi_{c0,1,2}$ мезонов измеренных в неупругих $p\bar{p}$ -столкновениях при $\sqrt{S} = 1.8$ и 1.96 ТэВ в рамках ЛП ПРП и СЛП НРКХД-факторизации с ЛП нПФР Блюмляйна [68](третья колонка) и КМР(четвертая колонка). Для сравнения во второй колонке приведены результаты фита в СЛП КПМ [178]. Синглетные НМЭ зафиксированы в рамках потенциальной модели [203].

НМЭ	СЛП КПМ [178]	нПФР Блюмляйна	нПФР КМР
$\langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle / \Gamma \text{ЭВ}^3$	1.3	1.3	1.3
$\langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \times 10^3 / \Gamma \text{ЭВ}^3$	(1.68 ± 0.46)	(1.89 ± 0.27)	(2.23 ± 0.27)
$\langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^1S_0^{(8)}] \rangle \times 10^2 / \Gamma \text{ЭВ}^3$	(3.04 ± 0.35)	(1.80 ± 0.25)	(1.84 ± 0.19)
$\langle \mathcal{O}^{J/\psi} [{}^3P_0^{(8)}] \rangle \times 10^3 / \Gamma \text{ЭВ}^5$	(-9.08 ± 1.61)	0	0
$\chi^2 / \text{ст. св.}$	—	1.0	1.0
$\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle / \Gamma \text{ЭВ}^3$	0.65	0.65	0.65
$\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \times 10^3 / \Gamma \text{ЭВ}^3$	(1.88 ± 0.62)	(0.67 ± 0.11)	(0.93 ± 0.16)
$\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)} [{}^1S_0^{(8)}] \rangle \times 10^2 / \Gamma \text{ЭВ}^3$	(0.70 ± 0.48)	(0.36 ± 0.14)	(0.33 ± 0.14)
$\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)} [{}^3P_0^{(8)}] \rangle \times 10^3 / \Gamma \text{ЭВ}^5$	(-2.08 ± 2.28)	0	0
$\chi^2 / \text{ст. св.}$	—	0.03	0.05
$\langle \mathcal{O}^{\chi_{c0}} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle / \Gamma \text{ЭВ}^5$	0.089	0.089	0.089
$\langle \mathcal{O}^{\chi_{c0}} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \times 10^3 / \Gamma \text{ЭВ}^3$	—	(0.21 ± 0.07)	(0.17 ± 0.1)
$\chi^2 / \text{ст. св.}$	—	0.9	0.4

В расчетах в фиксированном порядке формализма НРКХД-факторизации как правило пренебрегают расщеплением по массе между основным и возбужденными состояниями $\Delta M \sim v^2$ и полагают $M(J/\psi) = M(\psi(2S)) = M(\chi_{cJ}) = M(q\bar{q}[n]) = 2m_c$. Пренебрегают так же кинематиче-

скими эффектами в распадах из возбужденных состояний в основном. Все эти приближения верны в пределе $m_q \rightarrow \infty$, однако в секторе чармониев, они являются довольно грубыми. Тем не менее, эти приближения использовались нами в работе [7]. Поскольку фитирование производилось по $p_T(J/\psi)$ -спектрам в распадах $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + X$ и $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi + \gamma$, нам удалось достичь достаточно хорошего описания как распадных спектров 3.1, так и спектра прямых J/ψ , содержащего значительный вклад от распадов χ_{cJ} и $\psi(2S)$ (рис. 3.2).

Используя полученные в результате фита НМЭ, так же удастся достичь удовлетворительного согласия предсказаний ЛП ПРП с данными о p_T -спектрах прямых J/ψ -мезонов, полученные коллаборациями ATLAS [204], CMS [205] и LHCb [206] ($\sqrt{S} = 7$ ТэВ), см. рис. 3.3.

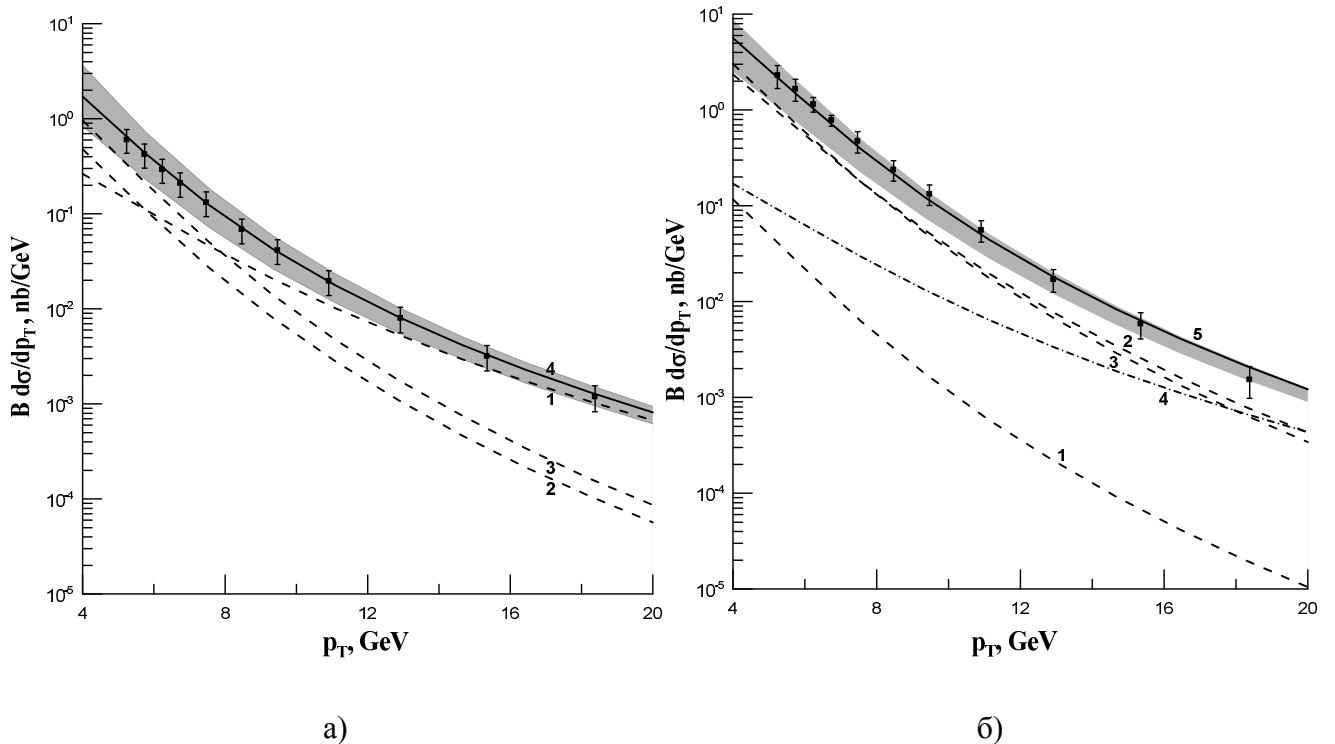


Рисунок 3.1 — Предсказания ЛП ПРП для p_T -спектров J/ψ -мезонов ($\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ, $|\eta| < 0.6$) в распадах $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + X$ (рисунок – а) и $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi + \gamma$ (рисунок – б). Точки – данные коллаборации CDF [198; 199]. Кривые на рис. (а): (1) вклад $[^3S_1^{(8)}]$, (2) – $[^3S_1^{(1)}]$, (3) – $[^1S_0^{(8)}]$, (4) – сумма вкладов. Рисунок (б): (1) вклад $[^3P_0^{(1)}]$, (2) – $[^3P_1^{(1)}]$, (3) – $[^3P_2^{(1)}]$, (4) – $[^3S_1^{(8)}]$, (5) – сумма вкладов.

По аналогичной схеме, в работе [9] нами был выполнен фит инклюзивных p_T -спектров $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ и $\Upsilon(3S)$ мезонов, приведенных в работе коллаборации ATLAS [207]. Результаты фита НМЭ представлены в таблице 3.3. Результаты фита данных ATLAS [207] представлены на рис. 3.4, сравнение предсказаний ЛП ПРП с данными LHCb [208] приведено на рис. 3.5. Кроме того, удастся достичь удовлетворительного согласия с данными, полученными коллаборацией CDF [209] при $\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ (см. [9]).

Таким образом, в рамках ЛП ПРП удастся достичь описания данных об инклюзивном рождении прямых J/ψ -мезонов а так же об инклюзивном рождении $\Upsilon(1,2,3S)$ -мезонов в рамках приближения $m_q \rightarrow \infty$. Однако, описания спектров $\chi_{c1,2}$ -мезонов по $p_T(\chi_c)$, полученных коллабора-

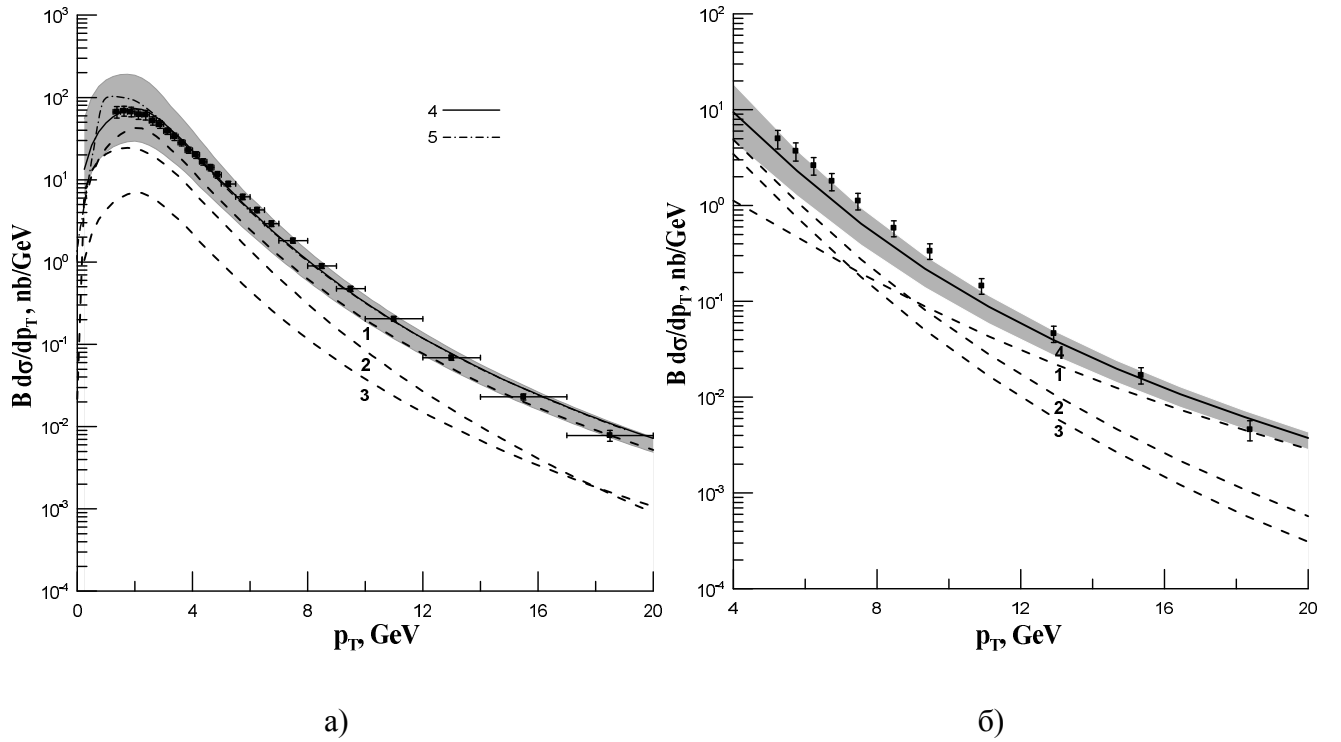


Рисунок 3.2 — Предсказания ЛП ПРП для p_T -спектров прямых J/ψ -мезонов ($\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ, $|\eta| < 0.6$, рисунок – а) и спектров прямых J/ψ за вычетом вкладов от распадов $\psi(2S)$, χ_{cJ} ($\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ, $|\eta| < 0.6$, рисунок – б). Точки – данные коллаборации CDF [198; 202]. Кривые на рис. (а): (1) прямой вклад, (2) – вклад от распадов χ_{cJ} , (3) – вклад от распадов $\psi(2S)$, (4) – сумма вкладов (нПФР КМР), (5) – сумма вкладов (нПФР Блюмляйна). Рисунок (б): (1) вклад $[^3S_1^{(8)}]$, (2) – $[^1S_0^{(8)}]$, (3) – $[^3S_1^{(1)}]$, (4) – сумма вкладов.

цией ATLAS [210] и $p_T(\psi(2S))$ -спектра $\psi(2S)$ -мезонов, полученного коллаборацией CDF [211] в этом приближении достичь нельзя.

Дело в том, что в области больших p_T , спектры убывают степенным образом, по этому, малый сдвиг импульса кваркония при распаде может приводить к значительному изменению сечения. При $\Delta M \ll M$, для поперечных импульсов кваркониев в распаде $\mathcal{H}_1 \rightarrow \mathcal{H}_2 + X$ выполняется следующее соотношение:

$$\langle p_T(\mathcal{H}_2) \rangle = \frac{M_{\mathcal{H}_2}}{M_{\mathcal{H}_1}} p_T(\mathcal{H}_1) + O\left(\frac{(\Delta M)^2}{M^2}, \frac{M}{p_T}\right), \quad (3.10)$$

где усреднение в левой части ведется по равномерному угловому распределению продуктов распада в системе покоя. Для чармониев этот сдвиг p_T может достигать 20%, что может приводить к изменению сечения сплоть до фактора 2. При проведении вычислений в фиксированном порядке по v^2 , различие масс возбужденного и основного состояния кваркония может быть учтено только перенормировкой массы тяжелого кварка $M_q = M_{q\bar{q}[n]}/2 = M_{\mathcal{H}}/2$. Эти приближения были предложены в работе [182]. Формула (3.10) была применена нами к описанию спектров $\chi_{c1,2}$ мезонов в рамках ЛП ПРП в работе [21].

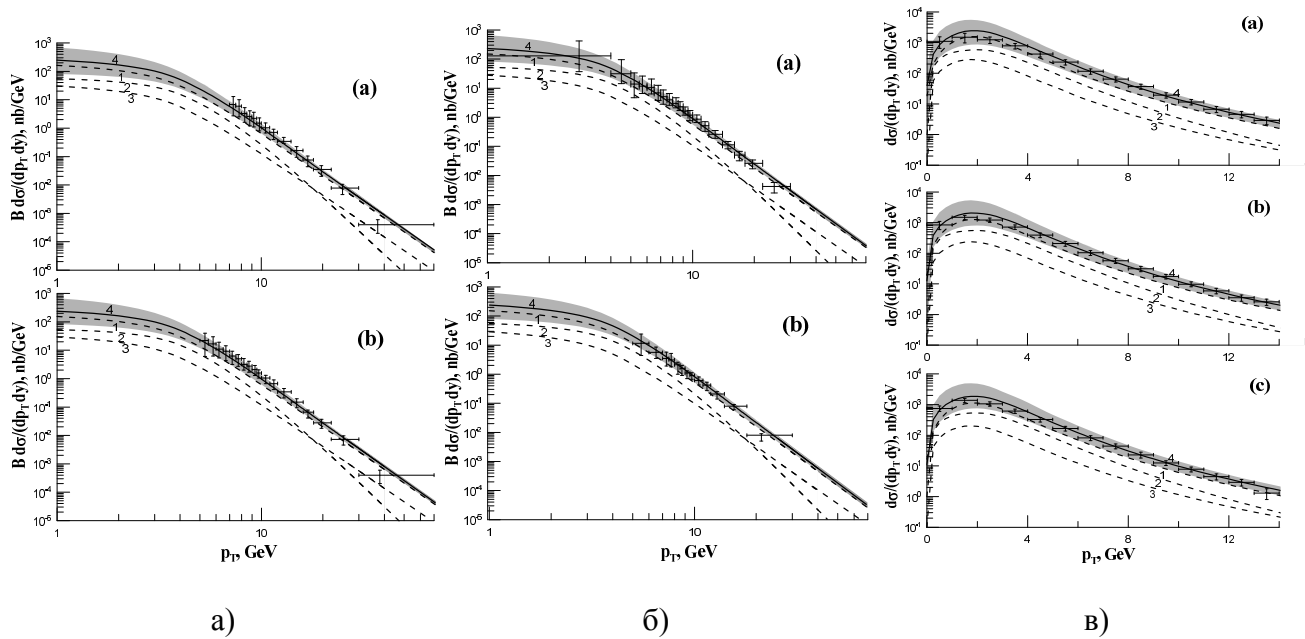


Рисунок 3.3 — Предсказания ЛП ПРП для p_T -спектров прямых J/ψ -мезонов при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Рисунок (а) – данные ATLAS [204] (график (а) – $|y| < 0.75$, (б) – $0.75 < |y| < 1.5$), рисунок (б) – данные ATLAS (график (а) – $1.5 < |y| < 2.0$, (б) – $2.0 < |y| < 2.4$), рисунок (в) – данные LHCb [206] (график (а) – $2.0 < |y| < 2.5$, (б) – $2.5 < |y| < 3.0$, (с) – $3.0 < |y| < 3.5$). Обозначения для вкладов те же, что и на рис. 3.2а.

В подходе феноменологической k_T -факторизации так же был получен ряд результатов в области физики рождения тяжелых кваркониев. Мы остановимся на работах [212; 213] в которых делается утверждение, что наиболее инклюзивные спектры прямых J/ψ и $\Upsilon(1,2,3S)$ -мезонов могут быть описаны в рамках синглетной модели. В НРКХД октетные вклады необходимы для того, чтобы описать p_T -спектры в области больших p_T , которые оказываются значительно более жесткими чем предсказывает синглетная модель. В работах [212; 213] ту же роль играют вклады от распадов P -волновых состояний $\chi_{c/bJ}$ в J/ψ или $\Upsilon(1,2,3S)$. В ЛП k_T -факторизации эти состояния рождаются в подпроцессе $2 \rightarrow 1$ типа (3.8). Авторы работ [212; 213] используют для расчета этих вкладов формулу факторизации с потоковым фактором для партонов вне массовой поверхности $I_{k_T} = 2\hat{s} = 2M_H^2$ отличающимся от потокового фактора КПМ $I_{CPM} = 2Sx_1x_2 = 2(M_H^2 + p_T^2)$

Таблица 3.3 — Результаты фита октетных НМЭ для боттомониев в рамках ЛП ПРП с нПФР КМР. Синглетные НМЭ взяты из потенциальной модели [203], для $\chi_{bJ}(1,2P)$ -состояний учтены только синглетные НМЭ: $\langle \mathcal{O}^{\chi(1P)} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle = 2.03 \text{ ГэВ}^5$, $\langle \mathcal{O}^{\chi(2P)} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle = 2.36 \text{ ГэВ}^5$.

НМЭ	$\Upsilon(1S)$	$\Upsilon(2S)$	$\Upsilon(3S)$
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle \times \text{GeV}^{-3}$	9.28	4.62	3.54
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \times 10^2 \text{ GeV}^{-3}$	2.31 ± 0.25	1.51 ± 0.17	1.24 ± 0.13
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)} [{}^1S_0^{(8)}] \rangle \times 10^2 \text{ GeV}^{-3}$	0.0 ± 0.05	0.0 ± 0.01	0.0 ± 0.01
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(1S)} [{}^3P_0^{(8)}] \rangle \times 10^2 \text{ GeV}^{-5}$	0.0 ± 0.38	0.0 ± 0.003	0.0 ± 0.02

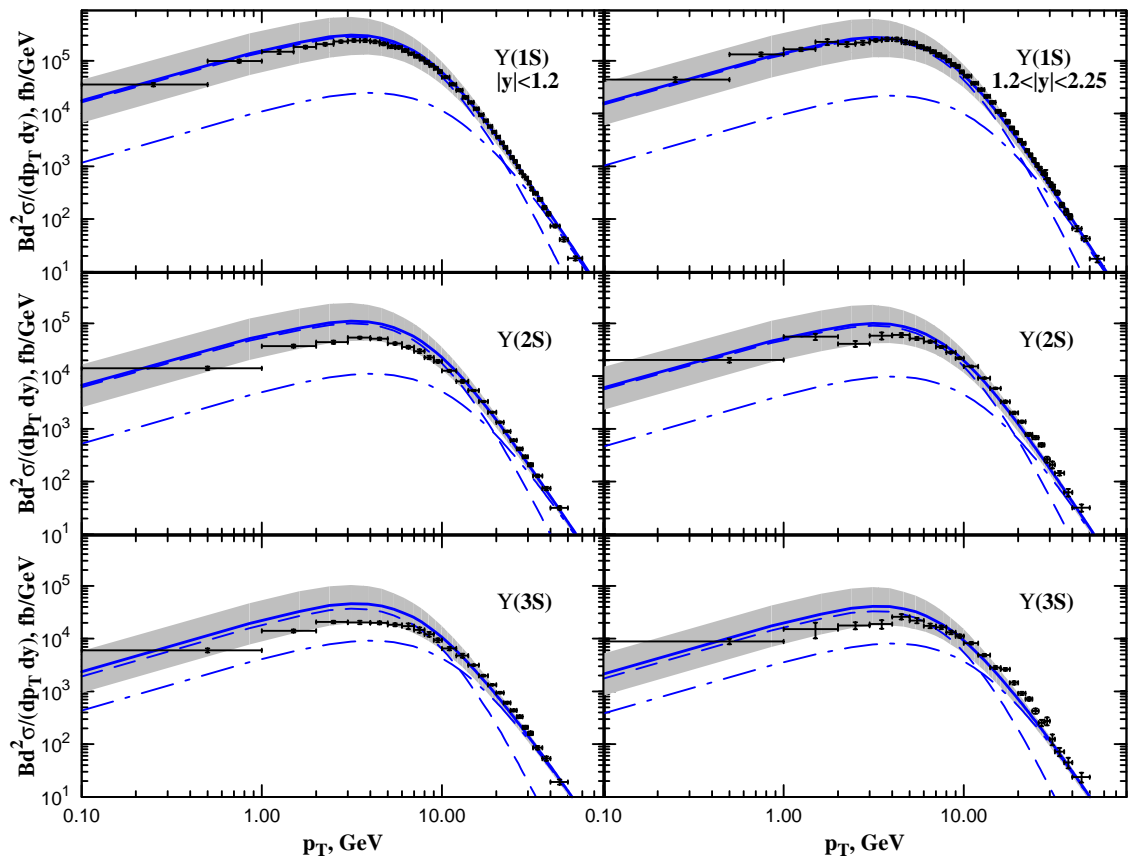


Рисунок 3.4 — Предсказания ЛП ПРП для инклюзивных p_T -спектров $\Upsilon(1,2,3S)$ -мезонов в pp -столкновениях при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Точки – данные ATLAS [207], левая колонка – $|y| < 1.2$, правая колонка – $1.2 < |y| < 2.25$. Штриховая кривая – синглетный вклад, штрих-пунктирная кривая – октетный вклад, сплошная кривая – сумма вкладов.

всегда используемого в ПРП(см. разд. 1.5). При этом, для подпроцессов $2 \rightarrow 2$ используется потоковый фактор КПМ. Легко видеть, что потоковый фактор I_{k_T} приводит к p_T -спекру значительно более жесткому, чем потоковый фактор I_{CPM} , чем и объясняется различие качественных выводов работ [212; 213] и выводов ЛП ПРП, приведенных выше. Потоковый фактор I_{k_T} приводит к слишком жесткому p_T -спектру χ_{cJ} -мезонов, несовместимому с данными CDF [199](рис. 3.1б) и ATLAS [210].

Потоковый фактор для партонов вне массовой поверхности не определен в общем случае и является элементом той или иной схемы факторизации. Как было показано нами в разделе 1.5 (см. так же [15] разд. III), потоковый фактор КПМ естественным образом появляется в формуле факторизации основанной на мМРК-асимптотике древесных амплитуд. Он возникает как в коллинеарном так и в реджевском пределе для амплитуды, и по этому является частью общего определения формулы k_T -факторизации и никакого произвола здесь не существует.

Перейдем к результатам, полученным нами в работе [10]. Эта работа преследует две основные цели: во первых – изучение эффектов фрагментации в рамках ЛП+ЛЛП ПРП, и во вторых – изучение поляризационных наблюдаемых в рамках ЛП ПРП. В работе [10] нами были выбраны для изучения состояния $\psi(2S)$ и $\Upsilon(3S)$, т. к. массы этих состояний наиболее близки к порогу рож-

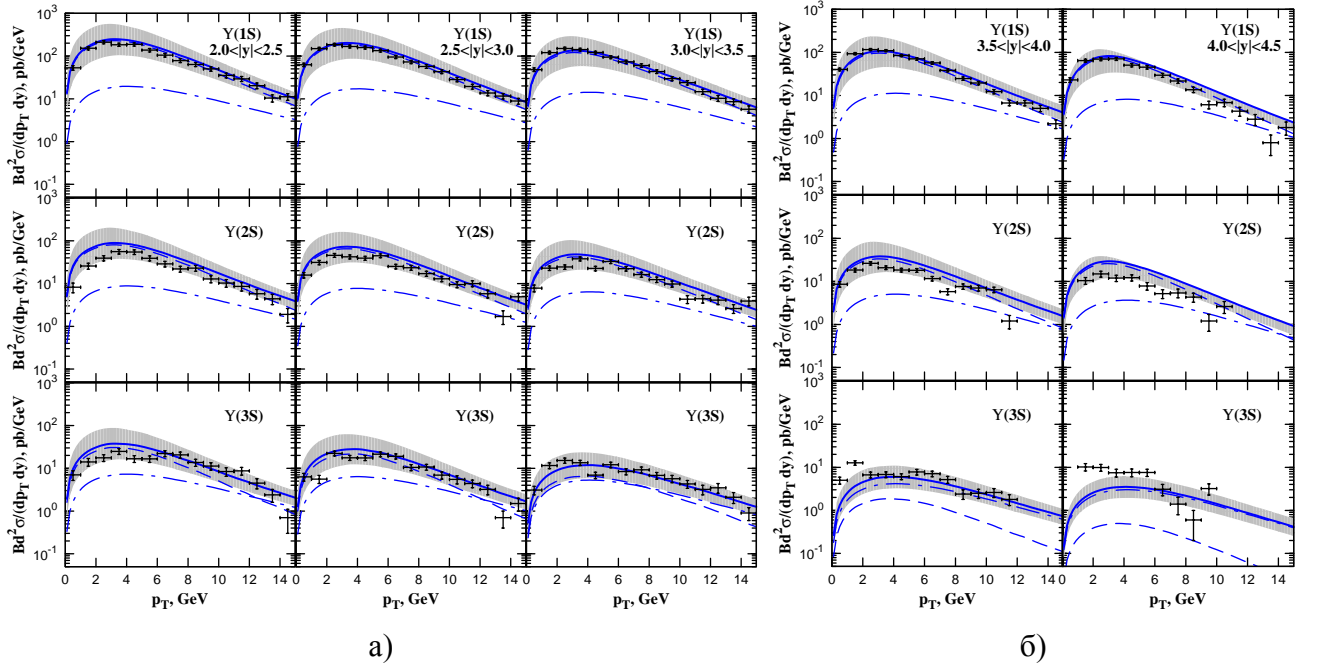


Рисунок 3.5 — Предсказания ЛП ПРП для инклюзивных p_T -спектров $\Upsilon(1,2,3S)$ -мезонов в pp -столкновениях при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Точки – данные LHCb [208]. Штриховая кривая – синглетный вклад, штрих-пунктирная кривая – октетный вклад, сплошная кривая – сумма вкладов.

дения пары мезонов с открытым флейвором, и по этому, вклад в сечение рождения этих состояний от распадов вышележащих состояний чармония и боттомония сильно подавлен.

Для состояния $\psi(2S)$ мы проводим два фита НМЭ. Первый фит проводится в ЛП ПРП с учетом подпроцессов (3.7) – (3.9). Мы будем называть этот фит – фитом в модели слияния (МС) ЛП ПРП, в противоположность модели фрагментации, описанной далее.

В ЛП ПРП + ЛЛП модели фрагментации (МФ), большие логарифмические поправки, усиленные $\log p_T/M$ получает только процесс $g \rightarrow q\bar{q} [^3S_1^{(8)}]$. Сечение этого подпроцесса в (МФ) имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^g dy_{\mathcal{H}}} (pp \rightarrow \mathcal{H} + X) = \int_0^1 dz \frac{d\sigma}{dp_T^g dy_g} (pp \rightarrow g) D_{g \rightarrow \mathcal{H}} [^3S_1^{(8)}] (z, \mu_F^2), \quad (3.11)$$

где $p_T^g = p_T^{\mathcal{H}}/z$ и $y_g = y_{\mathcal{H}}$. Сечение рождения глюона в ЛП ПРП имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{dp_T^g dy_g} (pp \rightarrow g) = \frac{1}{(p_T^g)^3} \int_0^\infty dt_1 \int_0^{2\pi} d\phi_1 \Phi_g(x_1, t_1, \mu_F^2) \Phi_g(x_2, t_2, \mu_F^2) |\overline{\mathcal{M}(RR \rightarrow g)}|^2, \quad (3.12)$$

где $|\overline{\mathcal{M}(RR \rightarrow g)}|^2 = (3/2)\pi\alpha_s(\mu_R^2)(p_T^g)^2$ – квадрат ПРП амплитуды $RR \rightarrow g$ связанный с квадратом вершины Липатова [88] и $t_2 = t_1 + (p_T^g)^2 - 2p_T^g\sqrt{t_1}\cos\phi_1$. Функция фрагментации $D_{g \rightarrow \mathcal{H}} [^3S_1^{(8)}] (z, \mu_F^2)$ является решением ЛП уравнений ДГЛАП с начальным условием на стартовом

масштабе $\mu_{F0}^2 = M_{\mathcal{H}}^2$:

$$D_{g \rightarrow \mathcal{H} [{}^3S_1^{(8)}]}(z, \mu_{F0}^2) = \frac{\pi \alpha_s (\mu_{F0}^2)}{6 M_{\mathcal{H}}^3} \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle \delta(1-z). \quad (3.13)$$

Явный вид решения в форме Меллиновского контурного интеграла приведен в [214]. Остальные подпроцессы рассматриваются в рамках МС.

В рамках МС, мы проводим фит данных о $p_T(\psi(2S))$ -спектре, полученных коллаборацией CDF [211] в $p\bar{p}$ -столкновениях при $\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ. Эти данные охватывают $p_T(\psi(2S)) < 30$ ГэВ. Данные коллабораций ATLAS [215] и CMS [216] покрывают $10 < p_T < 100$ ГэВ и наиболее удобны для изучения эффектов фрагментации, по этому мы проводим фит этих данных в рамках МФ. Результаты МС и МФ-фитов, выполненных в предположении, что $M_c = M(\psi(2S))/2$ приведены в табл. 3.4. Так же, в табл. 3.4 приведен результат фита НМЭ для состояния $\Upsilon(3S)$ по данным ATLAS [207], сделанного в рамках МС ЛП ПП в предположении, что $M_b = M(\Upsilon(3S))/2$.

Предсказания МС ЛП ПП для p_T -спектров $\psi(2S)$ -мезонов в кинематике CDF [211] ($|\eta| < 0.6$) и LHCb [217] ($2 < y < 4.5$) приведены на рис. 3.6. В отличие от рис. 3.1а, в обсуждаемом приближении, для $\psi(2S)$ на малых p_T доминирует вклад состояния ${}^3P_J^{(8)}$, а синглетный вклад оказывается пренебрежимо малым. Спектр по поперечному импульсу J/ψ -мезонов от распадов $\psi(2S)$ в данном приближении, может быть описан только с учетом кинематики распада, например, при помощи соотношения (3.10).

Предсказания МС ЛП ПП согласуются с данными LHCb в пределах коридора неопределенностей теории (рис. 3.6б), хотя центральная кривая и лежит значительно выше данных. Для случая боттомониев (рис. 3.5) ЛП ПП хорошо описывает данные вплоть до $y = 4.5$. Наблюдаемое превышение связано с тем, что в случае $\psi(2S)$ на малых p_T доминирует октетный вклад.

Таблица 3.4 — Результаты МС и МФ фитов данных CDF [211], ATLAS [215] и CMS [216] о p_T -спектрах $\psi(2S)$ -мезонов и данных ATLAS [207] о p_T -спектре $\Upsilon(3S)$ мезона. Для сравнения, приведены НМЭ, полученные в фитах СЛП КПМ [181; 182; 218].

НМЭ	МС	МФ	СЛП КПМ [181; 182]	СЛП КПМ [218]
$\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle / \text{GeV}^3$	0.65 ± 0.06 [219]	0.65 ± 0.06	0.76 [203]	0.76
$\langle \mathcal{O}^{\psi(2S)} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle / \text{GeV}^3 \times 10^3$	1.84 ± 0.23	2.57 ± 0.09	1.2 ± 0.3	2.80 ± 0.49
$M_R^{\psi(2S)} / \text{GeV}^3 \times 10^2$	3.11 ± 0.14	2.70 ± 0.11	2.0 ± 0.6	5.31 ± 4.85
$R_{\psi(2S)}$	23.0 ± 1.0	23.0 ± 1.0	23.0	23.0
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	0.6	1.1	0.56	—
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)} [{}^3S_1^{(1)}] \rangle / \text{GeV}^3$	3.54 [203]	—	3.54	—
$\langle \mathcal{O}^{\Upsilon(3S)} [{}^3S_1^{(8)}] \rangle / \text{GeV}^3 \times 10^2$	2.73 ± 0.15	—	2.71 ± 0.13	—
$M_R^{\Upsilon(3S)} / \text{GeV}^3 \times 10^2$	0.00 ± 0.18	—	1.083 ± 1.66	—
$R_{\Upsilon(3S)}$	22.1 ± 0.7	—	22.1	—
$\chi^2/\text{d.o.f.}$	9.7	—	3.16	—

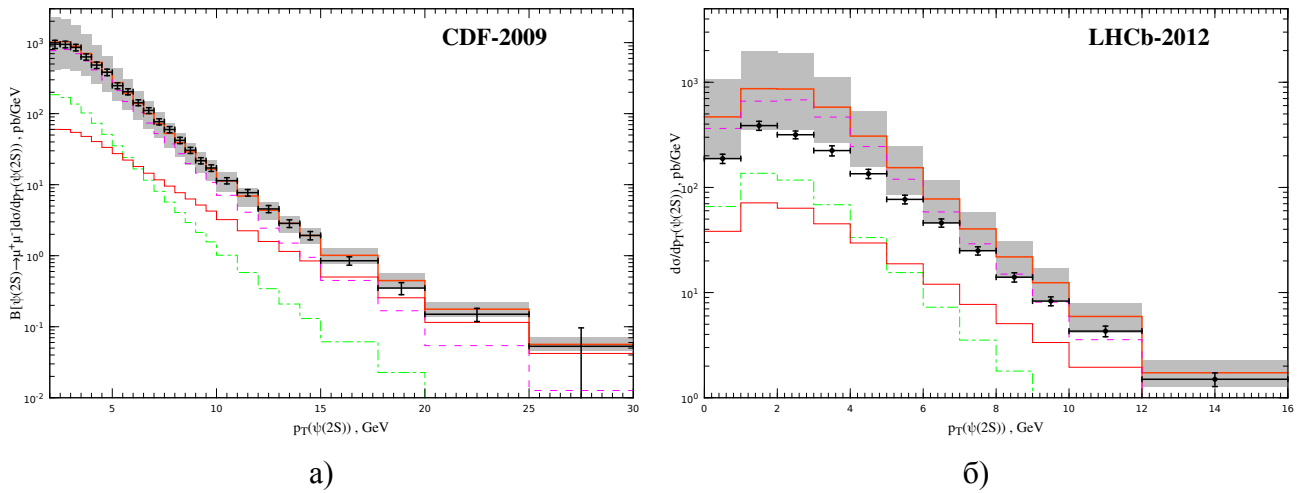


Рисунок 3.6 — Предсказания МС ЛП ПРП для p_T -спектра прямых $\psi(2S)$ -мезонов. Точки — данные CDF [211] (график — а) и LHCb [217] (график — б). Штриховая кривая — вклад ${}^3P_J^{(8)}$, сплошная кривая — ${}^3S_1^{(8)}$, штрих-пунктирная кривая — ${}^3S_1^{(8)}$, жирная сплошная кривая — сумма вкладов.

Разделение вкладов, соответствующих НМЭ $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} [{}^1S_0^{(8)}] \rangle$ и $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} [{}^3P_0^{(8)}] \rangle$ может быть проведено лишь с достаточно большими неопределенностями, т. к. отношение соответствующих вкладов в сечении, определенное как:

$$R_{\mathcal{H}}(p_T) = \frac{M_{\mathcal{H}}^2 \sum_{J=0}^2 (2J+1) d\sigma/dp_T [{}^3P_J^{(8)}]}{d\sigma/dp_T [{}^1S_0^{(8)}]},$$

варьируется на промежутке $10 < p_T < 30$ в пределах $\pm 5\%$. Средние значения R для $\psi(2S)$ и $\Upsilon(3S)$ приведены в табл. 3.4. С разумной точностью можно извлечь лишь линейную комбинацию этих НМЭ:

$$M_R^{\mathcal{H}} = \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} [{}^1S_0^{(8)}] \rangle + \frac{R_{\mathcal{H}}}{M_{\mathcal{H}}^2} \langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} [{}^3P_0^{(8)}] \rangle,$$

которая и приведена в таблице 3.4. В описанных ранее фитах, мы всегда полагали $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} [{}^3P_0^{(8)}] \rangle = 0$, по этому приведенные в табл. 3.2 и 3.3 значения $\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}} [{}^1S_0^{(8)}] \rangle$ можно рассматривать как соответствующие значения $M_R^{\mathcal{H}}$ с $R \simeq 22.5$.

На рис. 3.7 представлены предсказания МФ ЛП ПРП для спектров прямых $\psi(2S)$ -мезонов, идентифицированных в распаде $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + \pi^+\pi^-$. Спектр по $p_T(J/\psi)$ получен при помощи соотношения (3.10). Наблюдается хорошее согласие спектров по $p_T(\psi(2S))$ с данными ATLAS, которого невозможно было бы достичь в рамках МС. Различие между вкладами ${}^3S_1^{(8)}$, полученными в рамках МС и МФ начинает превосходить стандартную оценку теоретической неопределенности, основанную на варьировании масштабов, начиная примерно с $p_T > 10M$. Тем не менее, НМЭ, полученные в рамках МС и МФ фитов находятся в разумном согласии друг с другом (см. табл. 3.2). Нам удалось достичь согласованного описания области больших и малых p_T , путем учета больших логарифмических поправок, важных и в той и в другой области в ЛПП.

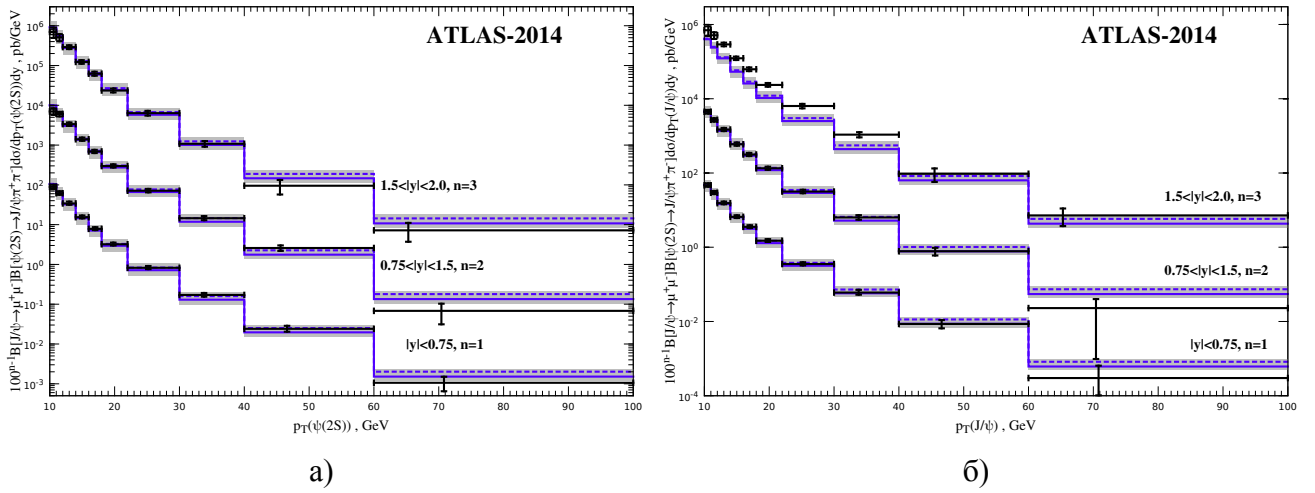


Рисунок 3.7 — Предсказания МФ ЛП ПРП для $p_T(\psi(2S))$ -спектра прямых $\psi(2S)$ -мезонов идентифицированных в распаде $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + \pi^+\pi^-$. Рисунок (а) – спектр по $p_T(\psi(2S))$, рисунок (б) – спектр по $p_T(J/\psi)$. Точки – данные ATLAS [215]. Штриховая кривая – предсказание МФ с НМЭ полученными в МС-фите, сплошная кривая – предсказание МФ с НМЭ полученными в МФ-фите.

Так же нужно отметить разумное согласие полученных при помощи соотношения (3.10) спектров по $p_T(J/\psi)$ с данными в центральной области по быстрой $|y| < 1.5$. Соотношение (3.10) работает с хорошей точностью, несмотря на то, что сечения $d\sigma/dp_T(\psi(2S))$ и $d\sigma/dp_T(J/\psi)$ различаются более чем в два раза. Можно сделать вывод о применимости соотношения (3.10) в центральной области по быстрой, однако для $|y| > 1.5$ необходимо проводить полное Монте-Карло моделирование распада, учитывающее кинематические условия эксперимента.

Перейдем к обсуждению поляризационных наблюдаемых. Полагая, что поляризация состояний ${}^3S_1^{(1)}$ и ${}^3S_1^{(8)}$ переносится на физический кварконий $\mathcal{H}(J = 1)$ а так же, рассматривая хромозлектрические-дипольные переходы ($\Delta S = 0, \Delta L = \pm 1$) из состояний ${}^3P_J^{(8)}$ в наблюдаемое синглетное состояние, можно написать следующую формулу для сечения рождения кваркония с продольной поляризацией:

$$\begin{aligned} \sigma_L^{\mathcal{H}} = & \sigma_0^{\mathcal{H}} \left[{}^3S_1^{(1)} \right] + \sigma_0^{\mathcal{H}} \left[{}^3S_1^{(8)} \right] + \frac{1}{3} \left(\sigma^{\mathcal{H}} \left[{}^1S_0^{(8)} \right] + \sigma^{\mathcal{H}} \left[{}^3P_0^{(8)} \right] \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(\sigma_1^{\mathcal{H}} \left[{}^3P_1^{(8)} \right] + \sigma_1^{\mathcal{H}} \left[{}^3P_2^{(8)} \right] \right) \\ & + \frac{2}{3} \sigma_0^{\mathcal{H}} \left[{}^3P_2^{(8)} \right], \end{aligned} \quad (3.14)$$

где $\sigma_{0,1}[n]$ – сечение рождения состояния n с продольной ($J_Z = 0$) или поперечной ($J_z = \pm 1$) поляризацией, соответственно.

Матричные элементы для рождения кварк-антикварковой пары в соответствующем состоянии поляризации можно получить, используя формализм, приведенный в работе [219]. Для под-

процессов $2 \rightarrow 1$, соответствующие матричные элементы имеют вид:

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}_0(RR \rightarrow \mathcal{H}[{}^3S_1^{(8)})]|^2} &= 2\pi^2 \alpha_s^2 \frac{\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3S_1^{(8)}] \rangle}{M^3} \\ &\quad \times \frac{M^2 M_T^2 (t_1 x_1 - t_2 x_2)^2 \cos^2 \varphi}{(M^2 + t_1 + t_2)^2 [M^2 (x_1 - x_2)^2 + p_T^2 (x_1 + x_2)^2]}, \\ \overline{|\mathcal{M}_0(RR \rightarrow \mathcal{H}[{}^3P_1^{(8)})]|^2} &= \frac{20}{9} \pi^2 \alpha_s^2 \frac{\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_1^{(8)}] \rangle}{M^5} \\ &\quad \times \frac{M^2 M_T^6 (t_1 + t_2)^2 (x_1 + x_2)^2 \sin^2 \varphi}{(M^2 + t_1 + t_2)^4 [M^2 (x_1 - x_2)^2 + p_T^2 (x_1 + x_2)^2]}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}_0(RR \rightarrow \mathcal{H}[{}^3P_2^{(8)})]|^2} &= \frac{4}{9} \pi^2 \alpha_s^2 \frac{\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_2^{(8)}] \rangle}{M^5} \\ &\quad \times \frac{M^2 M_T^4 [M_T^2 (x_1 + x_2)^2 + 2M^2 x_1 x_2]^2}{(M^2 + t_1 + t_2)^4 (M^2 (x_1 - x_2)^2 + p_T^2 (x_1 + x_2)^2)^2} \\ &\quad \times [(t_1 + t_2) \cos \varphi + 2\sqrt{t_1 t_2}]^2, \\ \overline{|\mathcal{M}_1(RR \rightarrow \mathcal{H}[{}^3P_2^{(8)})]|^2} &= \frac{4}{3} \pi^2 \alpha_s^2 \frac{\langle \mathcal{O}^{\mathcal{H}}[{}^3P_2^{(8)}] \rangle}{M^5} \\ &\quad \times \frac{M^4 M_T^6 (x_1 + x_2)^2}{(M^2 + t_1 + t_2)^4 [M^2 (x_1 - x_2)^2 + p_T^2 (x_1 + x_2)^2]^2} \\ &\quad \times \{ p_T^2 [M_T^2 (x_1^2 + x_2^2) - 2M^2 x_1 x_2] \\ &\quad - 2x_1 x_2 [(t_1^2 + t_2^2) \cos 2\varphi \\ &\quad + 4(t_1 + t_2) \sqrt{t_1 t_2} \cos \varphi + 6t_1 t_2] \}, \end{aligned}$$

где $M_T = \sqrt{M^2 + p_T^2(\mathcal{H})}$, φ – угол между векторами \mathbf{q}_{T1} и \mathbf{q}_{T2} . Матричный элемент для подпроцесса $R + R \rightarrow \mathcal{H}[{}^3S_1^{(1)}, J_z = 0] + g$ оказывается слишком громоздким, чтобы было разумно его здесь приводить.

Коэффициент λ углового распределения распадных лептонов (2.76) в ИСО покоя пары, определенный в СК спиральности, можно выразить через сечение рождения кваркониев с продольной поляризацией σ_L и сечение отсуммированное по всем состояниям поляризации σ :

$$\lambda = \frac{\sigma^{\mathcal{H}} - 3\sigma_L^{\mathcal{H}}}{\sigma^{\mathcal{H}} + \sigma_L^{\mathcal{H}}}. \quad (3.15)$$

Предсказания МС ЛП ПРП для зависимости углового коэффициента λ от поперечного импульса кваркония, полученные с использованием НМЭ из табл. 3.4, приведены на рис. 3.8. ЛП ПРП предсказывает преимущественно поперечную поляризацию $\psi(2S)$ на больших p_T ($\lambda = +1$), в то время как экспериментальные данные указывают на отсутствие поляризации (см. рис. 3.8а).

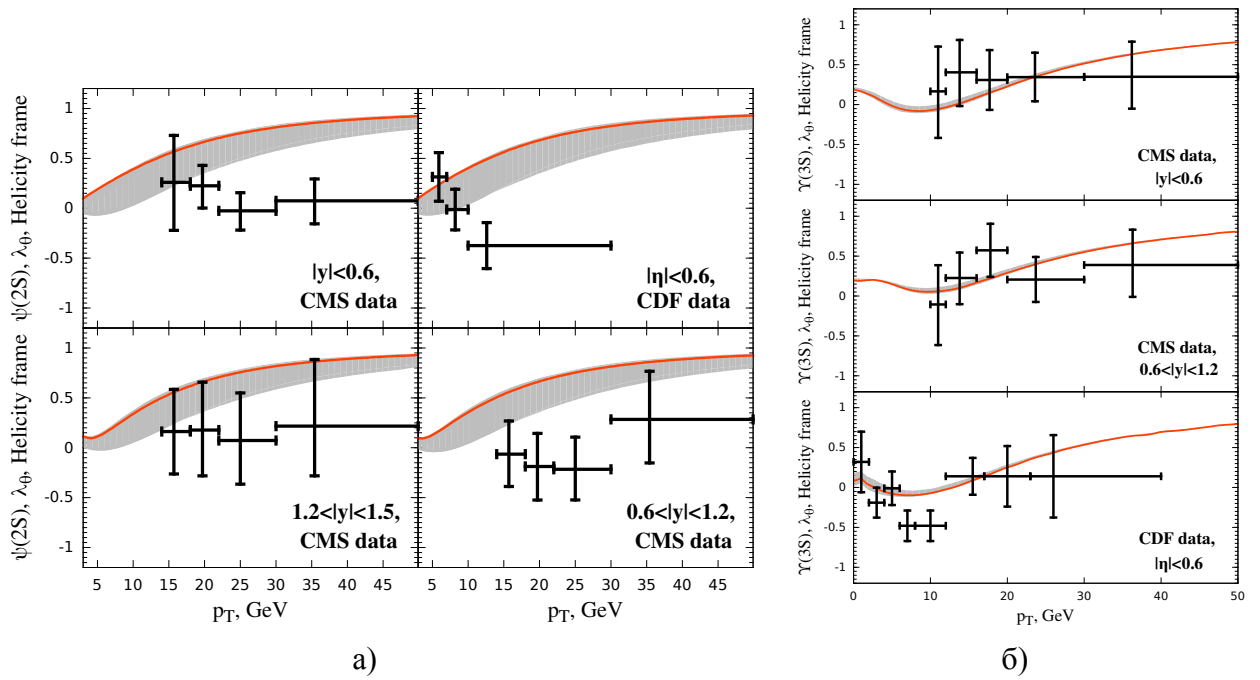


Рисунок 3.8 — Предсказания МФ ЛП ПРП для зависимости углового коэффициента λ (СК спиральности) от p_T . Рисунок (а) – предсказания для $\psi(2S)$, рисунок (б) – предсказания для $\Upsilon(3S)$. Использованы НМЭ, полученные в МС-фите табл. 3.4. Точки – данные CMS [189; 190] и CDF [220; 221]

Как и в КПМ [181], это связано с доминированием октетных вкладов, и прежде всего – состояния ${}^3S_1^{(8)}$ на больших p_T . В противоположность ситуации с $\psi(2S)$, наши предсказания для поляризации $\Upsilon(3S)$ находятся в разумном согласии с экспериментом (рис. 3.8б).

Заключение

В настоящей работе проведено исследование ряда жестких процессов в рамках ЛП ПРП а так же неполного СЛП ПРП. Краткое перечисление задач, решенных в ходе выполнения работы, приведено в секции “Научная новизна” раздела “Введение”. Продемонстрированы преимущества ЛП ПРП с нПФР КМР для описания многомасштабных наблюдаемых чувствительных к многократным излучениям дополнительных жестких партонов по сравнению с вычислениями в конечном порядке КМ. К таким наблюдаемым относятся спектры азимутальной декорреляции струй и векторных бозонов, спектры по поперечному импульсу и поляризационные наблюдаемые в процессе Дрелла-Яна и процессах рождения тяжелых кваркониев в адронных столкновениях.

Предложена процедура вычитания двойного счета вкладов реальных излучений при расчетах в СЛП ПРП, что является необходимым шагом к созданию методики замкнутых СЛП расчетов в ПРП. Кроме того, впервые в рамках k_T -факторизации проведен последовательный расчет вкладов однопетлевых партонных подпроцессов $\gamma R \rightarrow \gamma g$ и $RR \rightarrow \gamma\gamma$.

В области физики рождения тяжелых кваркониев, на новых экспериментальных данных БАК, удалось продемонстрировать самосогласованное описание данных о сечениях рождения чармониев и боттомониев в адронных столкновениях, находящееся на том же или лучшем уровне согласия с экспериментом, что и СЛП КМ. При этом ЛП ПРП испытывает те же трудности при описании поляризации $\psi(2S)$ -мезонов. Последнее наблюдение может говорить о том, что проблема поляризации тяжелых кваркониев является внутренней проблемой формализма НРКХД-факторизации.

В заключение, хотелось бы выразить глубокую благодарность моему научному руководителю, проф. В. А. Салееву, за постановку ряда задач, решенных в диссертации, живой интерес к результатам и проблемам возникающим в процессе работы и многочисленные глубокие обсуждения. Кроме того, хочу выразить благодарность проф. Б. А. Кнлию (В. А. Kniehl), проф. Н. Н. Николаеву и А. В. Шипиловой за их вклад в наши совместные работы; М. Бутеншону (М. Butenschön), О. Л. Веретину, А. В. Карпишкову, А. В. Котикову и А. Ф. Пикельнеру за полезные обсуждения и помощь в технических вопросах; А. Иудину (ZEUS), К. Новаку (К. Nowak, H1), К. Лоренцо (С. Lourenço, CMS) за полезные обсуждения, касающиеся экспериментальных данных; коллективу кафедры ОТФ Самарского университета за созданную на кафедре рабочую атмосферу и конструктивные обсуждения, а так же моим родителям А. П. Нефедову и Е. Н. Нефедовой за их понимание, семейную теплоту и дружескую поддержку моей работы.

Список сокращений и условных обозначений

- БАК** - Большой Адронный Коллайдер,
БФКЛ - уравнение Балицкого-Фаина-Кураева-Липатова,
ДГЛАП - уравнение Докшицера-Грибова-Липатова-Алтарелли-Паризи,
ИК - инфракрасные (расходимости),
ИСО - инерциальная система отсчета,
КМР - (нПФР) Кимбера-Мартина-Рыскина,
КМРК - квазимультиреджевская кинематика,
КПМ - коллинеарная партонная модель,
КХД - квантовая хромодинамика,
ЛЛП - лидирующее логарифмическое приближение,
ЛП - лидирующее приближение,
мМРК - модифицированное МРК-приближение (для амплитуды),
МРК - мультиреджевская кинематика,
МС - модель слияния,
МФ - модель фрагментации,
нПФР - неинтегрированная партонная функция распределения,
НРКХД - нерелятивистская КХД,
ПРП - подход реджезации партонов,
ПФР - партонная функция распределения,
СЛЛП - следующее за ЛЛ приближение,
СЛП - следующее за лидирующим приближение,
СЦМ - система центра масс,
ТВ - теория возмущений,
УФ - ультрафиолетовые (расходимости).

Список литературы

1. *Collins J. C.* Foundations of perturbative QCD. — Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, San Paulo, Delhi, Mexico City : Cambridge University Press, 2011. — 624 pp.
2. *Dokshitzer Y. L., Diakonov D., Troian S. I.* Hard Semiinclusive Processes in QCD // Phys. Lett. — 1978. — Vol. B78. — P. 290. — DOI: 10.1016/0370-2693(78)90025-4.
3. *Ioffe B. L., Fadin V. S., Lipatov L. N.* Quantum Chromodynamics Perturbative and Nonperturbative Aspects. — Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, San Paulo, Delhi, Mexico City : Cambridge University Press, 2010. — 597 pp.
4. *Gribov L. V., Levin E. M., Ryskin M. G.* Semihard Processes in QCD // Phys. Rept. — 1983. — Vol. 100. — Pp. 1–150. — DOI: 10.1016/0370-1573(83)90022-4.
5. *Lipatov L. N.* Gauge invariant effective action for high-energy processes in QCD // Nucl. Phys. — 1995. — Vol. B452. — Pp. 369–400. — DOI: 10.1016/0550-3213(95)00390-E.
6. *Lipatov L. N., Vyazovsky M. I.* Quasi-multiregge processes with a quark exchange in the t channel // Nucl. Phys. — 2001. — Vol. B597. — Pp. 399–409. — DOI: 10.1016/S0550-3213(00)00709-4.
7. *Saleev V. A., Nefedov M. A., Shipilova A. V.* Prompt J/ψ production in the Regge limit of QCD: From Tevatron to LHC // Phys. Rev. — 2012. — Vol. D85. — P. 074013. — DOI: 10.1103/PhysRevD.85.074013.
8. *Нефедов М. А., Салеев В. А., Шипилова А. В.* Рождение чармониев на Тэватроне и БАК в реджевском пределе квантовой хромодинамики // Ядерная Физика. — 2013. — Т. 76. — С. 1615. — DOI: 10.7868/S0044002713110135.
9. *Nefedov M. A., Saleev V. A., Shipilova A. V.* Prompt $\Upsilon(nS)$ production at the LHC in the Regge limit of QCD // Phys. Rev. — 2013. — Vol. D88. — P. 014003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.88.014003.
10. *Kniehl B. A., Nefedov M. A., Saleev V. A.* $\psi(2S)$ and $\Upsilon(3S)$ hadroproduction in the parton reggeization approach: yield, polarization, and the role of fragmentation // Препринт DESY. — 2016. — 16-095 [arXiv:hep-ph/1606.01079] (направлено в журнал *Physical Review D*).
11. *Nefedov M. A., Saleev V. A., Shipilova A. V.* Dijet azimuthal decorrelations at the LHC in the parton Reggeization approach // Phys. Rev. — 2013. — Vol. D87. — P. 094030. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.094030.
12. *Kimber M. A., Martin A. D., Ryskin M. G.* Unintegrated parton distributions // Phys. Rev. — 2001. — Vol. D63. — P. 114027. — DOI: 10.1103/PhysRevD.63.114027.

13. *Watt G., Martin A. D., Ryskin M. G.* Unintegrated parton distributions and inclusive jet production at HERA // *Eur. Phys. J.* — 2003. — Vol. C31. — Pp. 73–89. — DOI: 10.1140/epjc/s2003-01320-4.
14. *Martin A. D., Ryskin M. G., Watt G.* NLO prescription for unintegrated parton distributions // *Eur. Phys. J.* — 2010. — Vol. C66. — Pp. 163–172. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1242-5.
15. *Nefedov M. A., Saleev V. A.* Diphoton production at the Tevatron and the LHC in the NLO approximation of the parton Reggeization approach // *Phys. Rev.* — 2015. — Vol. D92. — P. 094033. — DOI: 10.1103/PhysRevD.92.094033.
16. *Nefedov M. A., Nikolaev N. N., Saleev V. A.* Drell-Yan lepton pair production at high energies in the Parton Reggeization Approach // *Phys. Rev.* — 2013. — Vol. D87. — P. 014022. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.014022.
17. *Kniehl B. A., Nefedov M. A., Saleev V. A.* Prompt-photon plus jet associated photoproduction at HERA in the parton Reggeization approach // *Phys. Rev.* — 2014. — Vol. D89. — P. 114016. — DOI: 10.1103/PhysRevD.89.114016.
18. *Frixione S.* Isolated photons in perturbative QCD // *Phys. Lett.* — 1998. — Vol. B429. — P. 369. — DOI: 10.1016/S0370-2693(98)00454-7.
19. Measurement of prompt J/ψ and beauty hadron production cross sections at mid-rapidity in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV / *ALICE Collaboration*. B. Abelev [et al.] // *JHEP.* — 2012. — Vol. 11. — P. 65. — DOI: 10.1007/JHEP11(2012)065.
20. *Nefedov M. A., Saleev V. A., Shipilova A. V.* Heavy quarkonium production in the Regge limit of QCD: from Tevatron to LHC // *Proceedings, 10th Conference on Quark Confinement and the Hadron Spectrum (Confinement X). Proceedings of Science (ConfinementX).* — 2012. — P. 314. — URL: http://pos.sissa.it/archive/conferences/171/314/Confinement%20X_314.pdf.
21. *Nefedov M. A., Saleev V. A.* Heavy quarkonium production at the LHC in the framework of NRQCD and parton Reggeization approach // *Proceedings, Helmholtz International Summer School on Physics of Heavy Quarks and Hadrons (HQ 2013).* — 2014. — Pp. 248–252. — DOI: 10.3204/DESY-PROC-2013-03/Nefedov.
22. *Kniehl B. A., Nefedov M. A., Saleev V. A.* Prompt-photon plus jet photoproduction with ZEUS at DESY HERA in the parton Reggeization approach // *Proceedings of the 37th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2014) Valencia, Spain, July 2-9, 2014. Nuclear and Particle Physics Proceedings.* Vol. 274. — 2016. — P. 1938. — DOI: 10.1016/j.nuclphysbps.2015.09.313.
23. *Olive K. A. e. a.* Review of Particle Physics // *Chin. Phys.* — 2014. — Vol. C38. — P. 090001. — DOI: 10.1088/1674-1137/38/9/090001.
24. *Muta T.* Foundations of Quantum Chromodynamics. — London, River Edge, Singapore : World Scientific, 1998. — 404 pp.

25. *Kinoshita T.* Mass singularities of Feynman amplitudes // *J. Math. Phys.* — 1962. — Vol. 3. — Pp. 650–677. — DOI: 10.1063/1.1724268.
26. *Lee T. D., Nauenberg M.* Degenerate Systems and Mass Singularities // *Phys. Rev.* — 1964. — Vol. 133. — B1549–B1562. — DOI: 10.1103/PhysRev.133.B1549.
27. *Libby S. B., Sterman G. F.* Mass Divergences in Two Particle Inelastic Scattering // *Phys. Rev.* — 1978. — Vol. D18. — P. 4737. — DOI: 10.1103/PhysRevD.18.4737.
28. *Грибов В. Н., Лунатов Л. Н.* Аннигиляция e^+e^- -пар и глубоко неупругое ep -рассеяние в теории возмущений // *Ядерная Физика.* — 1972. — Т. 15. — С. 1218.
29. *Докушицер Ю. Л.* Вычисление структурных функций глубоко неупругого рассеяния и e^+e^- -аннигиляции по теории возмущений в квантовой хромодинамике // *Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики.* — 1977. — Т. 73. — С. 1216.
30. *Altarelli G., Parisi G.* Asymptotic Freedom in Parton Language // *Nucl. Phys.* — 1977. — Vol. B126. — P. 298. — DOI: 10.1016/0550-3213(77)90384-4.
31. *Ellis R. K., Stirling W. J., Webber B. R.* QCD and Collider Physics. — Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, San Paulo, Delhi, Mexico City : Cambridge University Press, 1996. — 428 pp.
32. *Collins J. C., Soper D. E., Sterman G. F.* Transverse Momentum Distribution in Drell-Yan Pair and W and Z Boson Production // *Nucl. Phys.* — 1985. — Vol. B250. — P. 199. — DOI: 10.1016/0550-3213(85)90479-1.
33. *Becher T., Broggio A., Ferroglia A.* Introduction to Soft-Collinear Effective Theory // *Springer Lecture Notes in Physics.* — 2014. — DOI: 10.1007/978-3-319-14848-9.
34. Strong bootstrap conditions / V. S. Fadin [et al.] // *Phys. Lett.* — 2000. — Vol. B495. — Pp. 329–337. — DOI: 10.1016/S0370-2693(00)01260-0.
35. *Kovchegov Y. V., Levin E.* Quantum Chromodynamics at High Energy. — Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, San Paulo, Delhi, Mexico City : Cambridge University Press, 2012. — 336 pp.
36. *Lipatov L. N.* Small x physics in perturbative QCD // *Phys. Rept.* — 1997. — Vol. 286. — Pp. 131–198. — DOI: 10.1016/S0370-1573(96)00045-2.
37. *Del Duca V.* An introduction to the perturbative QCD pomeron and to jet physics at large rapidities // *Scientifica Acta.* — 1995. — Vol. 10. — Pp. 91–139. — eprint: hep-ph/9503226.
38. *Collins J. C., Ellis R. K.* Heavy quark production in very high-energy hadron collisions // *Nucl. Phys.* — 1991. — Vol. B360. — Pp. 3–30. — DOI: 10.1016/0550-3213(91)90288-9.
39. *Catani S., Ciafaloni M., Hautmann F.* High-energy factorization and small x heavy flavor production // *Nucl. Phys.* — 1991. — Vol. B366. — Pp. 135–188. — DOI: 10.1016/0550-3213(91)90055-3.

40. *Фадин В. С., Шерман В. Е.* Реджезация фермиона в неабелевых калибровочных теориях // Письма в ЖЭТФ. — 1976. — Т. 23. — С. 599—602.
41. *Фадин В. С., Шерман В. Е.* Процессы с фермионным обменом в неабелевых калибровочных теориях // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1977. — Т. 72. — С. 1640—1658.
42. *Bogdan A. V., Fadin V. S.* A Proof of the reggeized form of amplitudes with quark exchanges // Nucl. Phys. — 2006. — Vol. B740. — Pp. 36–57. — DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2006.01.033.
43. The Quark Regge trajectory at two loops / A. V. Bogdan [et al.] // JHEP. — 2002. — Vol. 03. — P. 032. — DOI: 10.1088/1126-6708/2002/03/032.
44. The Infrared structure of gauge theory amplitudes in the high-energy limit / V. Del Duca [et al.] // JHEP. — 2011. — Vol. 12. — P. 021. — DOI: 10.1007/JHEP12(2011)021.
45. Nonlinear k-perpendicular factorization for forward dijets in DIS off nuclei in the saturation regime / N. N. Nikolaev [et al.] // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 2003. — Vol. 124. — P. 491.
46. *Nikolaev N. N., Schafer W.* Breaking of k perpendicular-factorization for single jet production off nuclei // Phys. Rev. — 2005. — Vol. D71. — P. 014023. — DOI: 10.1103/PhysRevD.71.014023.
47. *Кураев Э. А., Липатов Л. Н., Фадин В. С.* Мульти-реджеонные процессы в теории Янга-Миллса // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1976. — Т. 71. — С. 840. — DOI: 10.1016/0370-2693(78)90025-4.
48. *Кураев Э. А., Липатов Л. Н., Фадин В. С.* Сингулярность Померанчука в неабелевых калибровочных теориях // Журнал Экспериментальной и Теоретической Физики. — 1977. — Т. 72. — С. 377. — DOI: 10.1016/0370-2693(78)90025-4.
49. *Балицкий Я. И., Липатов Л. Н.* Сингулярность Померанчука в квантовой хромодинамике // Ядерная Физика. — 1978. — Vol. 28. — P. 1597. — DOI: 10.1016/0370-2693(78)90025-4.
50. *Bartels J., Sabio Vera A., Schwennsen F.* NLO inclusive jet production in k_T -factorization // JHEP. — 2006. — Vol. 11. — P. 051. — DOI: 10.1088/1126-6708/2006/11/051.
51. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* BFKL pomeron in the next-to-leading approximation // Phys. Lett. — 1998. — Vol. B429. — Pp. 127–134. — DOI: 10.1016/S0370-2693(98)00473-0.
52. *Camici G., Ciafaloni M.* Irreducible part of the next-to-leading BFKL kernel // Phys. Lett. — 1997. — Vol. B412. — Pp. 396–406. — DOI: 10.1016/S0370-2693(97)01073-3. — [Erratum: Phys. Lett.B417,390(1998)].
53. *Camici G., Ciafaloni M.* Energy scale(s) and next-to-leading BFKL equation // Phys. Lett. — 1998. — Vol. B430. — Pp. 349–354. — DOI: 10.1016/S0370-2693(98)00551-6.
54. *Salam G. P.* A Resummation of large subleading corrections at small x // JHEP. — 1998. — Vol. 07. — P. 019. — DOI: 10.1088/1126-6708/1998/07/019.

55. *Mueller A. H., Navelet H.* An Inclusive Minijet Cross-Section and the Bare Pomeron in QCD // Nucl. Phys. — 1987. — Vol. B282. — P. 727. — DOI: 10.1016/0550-3213(87)90705-X.
56. *Brodsky S. J., Lepage G. P., Mackenzie P. B.* On the Elimination of Scale Ambiguities in Perturbative Quantum Chromodynamics // Phys. Rev. — 1983. — Vol. D28. — P. 228. — DOI: 10.1016/0550-3213(87)90705-X.
57. *Ducloue B., Szymanowski L., Wallon S.* Evidence for high-energy resummation effects in Mueller-Navelet jets at the LHC // Phys. Rev. Lett. — 2014. — Vol. 112. — P. 082003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.082003.
58. Mueller–Navelet Jets at LHC: BFKL Versus High-Energy DGLAP / F. G. Celiberto [et al.] // Eur. Phys. J. — 2015. — Vol. C75. — P. 292. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-015-3522-6.
59. Renormalization group improved small x Green's function / M. Ciafaloni [et al.] // Phys. Rev. — 2003. — Vol. D68. — P. 114003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.68.114003.
60. *Hentschinski M., Sabio Vera A., Salas C.* F_2 and F_L at small x using a collinearly improved BFKL resummation // Phys. Rev. — 2013. — Vol. D87. — P. 076005. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.076005.
61. *Hentschinski M., Sabio Vera A., Salas C.* Hard to Soft Pomeron Transition in Small- x Deep Inelastic Scattering Data Using Optimal Renormalization // Phys. Rev. Lett. — 2013. — Vol. 110. — P. 041601. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.041601.
62. Single bottom quark production in k_{\perp} -factorisation / G. Chachamis [et al.] // JHEP. — 2015. — Vol. 09. — P. 123. — DOI: 10.1007/JHEP09(2015)123.
63. Using HERA Data to Determine the Infrared Behaviour of the BFKL Amplitude / H. Kowalski [et al.] // Eur. Phys. J. — 2010. — Vol. C70. — Pp. 983–998. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1500-6.
64. *Ciafaloni M.* Coherence Effects in Initial Jets at Small q^2/s // Nucl. Phys. — 1988. — Vol. B296. — P. 49. — DOI: 10.1016/0550-3213(88)90380-X.
65. *Catani S., Fiorani F., Marchesini G.* QCD Coherence in Initial State Radiation // Phys. Lett. — 1990. — Vol. B234. — P. 339. — DOI: 10.1016/0370-2693(90)91938-8.
66. *Catani S., Fiorani F., Marchesini G.* Small x Behavior of Initial State Radiation in Perturbative QCD // Nucl. Phys. — 1990. — Vol. B336. — P. 18. — DOI: 10.1016/0550-3213(90)90342-B.
67. *Marchesini G.* QCD coherence in the structure function and associated distributions at small x // Nucl. Phys. — 1995. — Vol. B445. — Pp. 49–80. — DOI: 10.1016/0550-3213(95)00149-M.
68. *Blumlein J.* On the $k(T)$ dependent gluon density of the proton // Deep inelastic scattering and QCD. Proceedings, Workshop, Paris, France, April 24-28, 1995. — 1995. — Pp. 265–268. — URL: <http://www-library.desy.de/cgi-bin/showprep.pl?desy95-121>.

69. *Kutak K.* Hard scale dependent gluon density, saturation and forward-forward dijet production at the LHC // *Phys. Rev.* — 2015. — Vol. D91. — P. 034021. — DOI: 10.1103/PhysRevD.91.034021.
70. *Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Пятаевский Л. П.* Квантовая электродинамика. — М. : Наука, 1989. — 728 с.
71. Next-to-eikonal corrections to soft gluon radiation: a diagrammatic approach / E. Laenen [et al.] // *JHEP.* — 2011. — Vol. 01. — P. 141. — DOI: 10.1007/JHEP01(2011)141.
72. *Vladimirov A. A.* Exponentiation for products of Wilson lines within the generating function approach // *JHEP.* — 2015. — Vol. 06. — P. 120. — DOI: 10.1007/JHEP06(2015)120.
73. *Jung H.* [et al.] The CCFM Monte Carlo generator CASCADE version 2.2.03 // *Eur. Phys. J.* — 2010. — Vol. C70. — Pp. 1237–1249. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1507-z.
74. *Hautmann F., Jung H.* Transverse momentum dependent gluon density from DIS precision data // *Nucl. Phys.* — 2014. — Vol. B883. — Pp. 1–19. — DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2014.03.014.
75. *Hautmann F., Hentschinski M., Jung H.* Forward Z-boson production and the unintegrated sea quark density // *Nucl. Phys.* — 2012. — Vol. B865. — Pp. 54–66. — DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2012.07.023.
76. *Gituliar O., Hentschinski M., Kutak K.* Transverse-momentum-dependent quark splitting functions in k_T -factorization: real contributions // *JHEP.* — 2016. — Vol. 01. — P. 181. — DOI: 10.1007/JHEP01(2016)181.
77. *Andersen J. R., Del Duca V., White C. D.* Higgs Boson Production in Association with Multiple Hard Jets // *JHEP.* — 2009. — Vol. 02. — P. 015. — DOI: 10.1088/1126-6708/2009/02/015.
78. *Andersen J. R., Smillie J. M.* Constructing All-Order Corrections to Multi-Jet Rates // *JHEP.* — 2010. — Vol. 01. — P. 039. — DOI: 10.1007/JHEP01(2010)039.
79. *Watt G., Martin A. D., Ryskin M. G.* Unintegrated parton distributions and electroweak boson production at hadron colliders // *Phys. Rev.* — 2004. — Vol. D70. — P. 014012. — DOI: 10.1103/PhysRevD.70.014012.
80. Feynman rules for effective Regge action / E. N. Antonov [et al.] // *Nucl. Phys.* — 2005. — Vol. B721. — Pp. 111–135. — DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2005.013.
81. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* Radiative corrections to QCD scattering amplitudes in a multi - Regge kinematics // *Nucl. Phys.* — 1993. — Vol. B406. — Pp. 259–292. — DOI: 10.1016/0550-3213(93)90168-O.
82. *Fadin V. S., Lipatov L. N.* Next-to-leading corrections to the BFKL equation from the gluon and quark production // *Nucl. Phys.* — 1996. — Vol. B477. — Pp. 767–808. — DOI: 10.1016/0550-3213(96)00334-3.
83. *Hahn T.* Generating Feynman diagrams and amplitudes with FeynArts 3 // *Comput. Phys. Commun.* — 2001. — Vol. 140. — Pp. 418–431. — DOI: 10.1016/S0010-4655(01)00290-9.

84. *Mertig R., Bohm M., Denner A.* FEYN CALC: Computer algebraic calculation of Feynman amplitudes // *Comput. Phys. Commun.* — 1991. — Vol. 64. — Pp. 345–359. — DOI: 10.1016/0010-4655(91)90130-D.
85. *Hahn T., Perez-Victoria M.* Automatized one loop calculations in four-dimensions and D-dimensions // *Comput. Phys. Commun.* — 1999. — Vol. 118. — Pp. 153–165. — DOI: 10.1016/S0010-4655(98)00173-8.
86. Dijet Azimuthal Decorrelations in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV / *CMS Collaboration*. V. Khachatryan [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 122003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.122003.
87. Measurement of Dijet Azimuthal Decorrelations in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV / *ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 172002. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.172002.
88. Single jet and prompt-photon inclusive production with multi-Regge kinematics: From Tevatron to LHC / B. A. Kniehl [et al.] // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. D84. — P. 074017. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.074017.
89. *Martin A. D., Stirling W. J., Thorne R. S.* MRST partons generated in a fixed-flavor scheme // *Phys. Lett.* — 2011. — Vol. B636. — Pp. 259–264. — DOI: 10.1016/j.physletb.2006.03.054.
90. *Nagy Z.* Three jet cross-sections in hadron hadron collisions at next-to-leading order // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 88. — P. 122003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.122003.
91. *Sjostrand T., Mrenna S., Skands P. Z.* A Brief Introduction to PYTHIA 8.1 // *Comput. Phys. Commun.* — 2008. — Vol. 178. — Pp. 852–867. — DOI: 10.1016/j.cpc.2008.01.036.
92. *Alwall J. u dp.* MadGraph/MadEvent v4: The New Web Generation // *JHEP.* — 2007. — Vol. 0709. — P. 028. — DOI: 10.1088/1126-6708/2007/09/028.
93. Measurement of prompt photon cross sections in photoproduction at HERA / *H1 Collaboration*. A. Aktas [et al.] // *Eur. Phys. J.* — 2005. — Vol. C38. — P. 437. — DOI: 10.1140/epjc/s2004-02085-x.
94. Prompt Photons in Photoproduction at HERA / *H1 Collaboration*. F. D. Aaron [et al.] // *Eur. Phys. J.* — 2010. — Vol. C66. — P. 17. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1240-7.
95. Measurement of inclusive prompt photon photoproduction at HERA / *ZEUS Collaboration*. J. Breitweg [et al.] // *Phys. Lett.* — 2000. — Vol. B472. — P. 175. — DOI: 10.1016/S0370-2693(99)01450-1.
96. Measurement of prompt photons with associated jets in photoproduction at HERA / *ZEUS Collaboration*. S. Chekanov [et al.] // *Eur. Phys. J.* — 2007. — Vol. C49. — P. 511. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-006-0134-1.

97. Photoproduction of Isolated Photons, Inclusively and with a Jet, at HERA/ZEUS *Collaboration*. H. Abramowicz [et al.] // Phys. Lett. — 2014. — Vol. B730. — P. 293. — DOI: 10.1016/j.physletb.2014.01.062.
98. *Fontannaz M., Guillet J. P., Heinrich G.* Isolated prompt photon photoproduction at NLO // Eur. Phys. J. — 2001. — Vol. C21. — P. 303. — DOI: 10.1007/s100520100732.
99. *Fontannaz M., Heinrich G.* Isolated photon + jet photoproduction as a tool to constrain the gluon distribution in the proton and the photon // Eur. Phys. J. — 2004. — Vol. C34. — P. 191. — DOI: 10.1140/epjc/s2004-01646-3.
100. *Krawczyk M., Zembrzuski A.* Photoproduction of the isolated photon at HERA in NLO QCD // Phys. Rev. — 2001. — Vol. D64. — P. 114017. — DOI: 10.1103/PhysRevD.64.114017.
101. *Lipatov A. V., Zotov N. P.* Prompt photon photoproduction at HERA in the $k(T)$ -factorization approach // Phys. Rev. — 2005. — Vol. D72. — P. 054002. — DOI: 10.1103/PhysRevD.72.054002.
102. *Lipatov A. V., Zotov N. P.* Study of non-collinear parton dynamics in the prompt photon photoproduction at HERA // Phys. Rev. — 2010. — Vol. D81. — P. 094027. — DOI: 10.1103/PhysRevD.81.094027.
103. *Lipatov A. V., Malyshev M. A., Zotov N. P.* An extended study of the prompt photon photoproduction at HERA with k_T -factorization // Phys. Rev. — 2013. — Vol. D88. — P. 074001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.88.074001.
104. *Saleev V. A.* Prompt photon photoproduction at HERA within the framework of the quark Reggeization hypothesis // Phys. Rev. — 2008. — Vol. D78. — P. 114031. — DOI: 10.1103/PhysRevD.78.114031.
105. *Costantini V., De Tollis B., Pistoni G.* Nonlinear effects in quantum electrodynamics // Nuovo Cim. — 1971. — Vol. A2. — P. 733. — DOI: 10.1007/BF02736745.
106. Photon splitting into two photons in a coulomb field / V. N. Baier [et al.] // Phys. Lett. — 1974. — Vol. B49. — P. 385. — DOI: 10.1016/0370-2693(74)90187-7.
107. *Ellis R. K., Zanderighi G.* Scalar one-loop integrals for QCD // JHEP. — 2008. — Vol. 02. — P. 002. — DOI: 10.1088/1126-6708/2008/02/002.
108. *Bij J. J. van der, Glover E. W. N.* Z Boson Production and Decay via Gluons // Nucl. Phys. — 1989. — Vol. B313. — P. 237. — DOI: 10.1016/0550-3213(89)90317-9.
109. *Glover E. W. N., Bij J. J. van der* Z Boson Pair Production via Gluon Fusion // Nucl. Phys. — 1989. — Vol. B321. — P. 561. — DOI: 10.1016/0550-3213(89)90262-9.
110. The Two photon particle production mechanism. Physical problems. Applications. Equivalent photon approximation / V. M. Budnev [et al.] // Phys. Rept. — 1975. — Vol. 15. — P. 181. — DOI: 10.1016/0370-1573(75)90009-5.

111. *Gluck M., Reya E., Vogt A.* Photonic parton distributions // *Phys. Rev.* — 1992. — Vol. D46. — P. 1973. — DOI: 10.1103/PhysRevD.46.1973.
112. *Duke D. W., Owens J. F.* Quantum Chromodynamics Corrections to Deep Inelastic Compton Scattering // *Phys. Rev.* — 1982. — Vol. D26. — P. 1600. — DOI: 10.1103/PhysRevD.26.1600.
113. *Abramowicz H., Charchula K., Levy A.* Parametrization of parton distributions in the photon // *Phys. Lett.* — 1991. — Vol. B269. — P. 458. — DOI: 10.1016/0370-2693(91)90201-Z.
114. *Schuler G. A., Sjostrand T.* Low and high mass components of the photon distribution functions // *Z. Phys.* — 1995. — Vol. C68. — P. 607. — DOI: 10.1007/BF01565260.
115. *Whalley M. R., Bourilkov D., Group R. C.* The Les Houches accord PDFs (LHAPDF) and LHAGLUE // HERA and the LHC: A Workshop on the implications of HERA for LHC physics. Proceedings, Part B. — 2005.
116. Further studies of the photoproduction of isolated photons with a jet at HERA/*ZEUS Collaboration*. H. Abramowicz [et al.] // *JHEP.* — 2014. — Vol. 08. — P. 023. — DOI: 10.1007/JHEP08(2014)023.
117. *Drell S. D., Yan T.-M.* Massive Lepton Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High-Energies // *Z. Phys.* — 1970. — Vol. 25. — P. 316. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.25.316.
118. Measurement of Angular Distributions of Drell-Yan Dimuons in $p + p$ Interactions at 800-GeV/c /*NuSea Collaboration*. L. Y. Zhu [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 102. — P. 182001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.182001.
119. *Ralston J. P., Soper D. E.* Production of Dimuons from High-Energy Polarized Proton Proton Collisions // *Nucl. Phys.* — 1979. — Vol. B152. — P. 109. — DOI: 10.1016/0550-3213(79)90082-8.
120. Accessing transversity via J/ψ production in polarized p vector anti- p vector interactions / M. Anselmino [et al.] // *Phys. Lett.* — 2004. — Vol. B594. — P. 97. — DOI: 10.1016/j.physletb.2004.05.029.
121. *Catani S., Grazzini M.* An NNLO subtraction formalism in hadron collisions and its application to Higgs boson production at the LHC // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 98. — P. 222002. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.222002.
122. Vector boson production at hadron colliders: a fully exclusive QCD calculation at NNLO / S. Catani [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2009. — Vol. 103. — P. 082001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.103.082001.
123. FEWZ 2.0: A code for hadronic Z production at next-to-next-to-leading order / R. Gavin [et al.] // *Comput. Phys. Commun.* — 2011. — Vol. 182. — P. 2388. — DOI: 10.1016/j.cpc.2011.06.008.
124. *Li Y., Petriello F.* Combining QCD and electroweak corrections to dilepton production in FEWZ // *Phys. Rev.* — 2012. — Vol. D86. — P. 094034. — DOI: 10.1103/PhysRevD.86.094034.

125. *Berger E. L., Qiu J.-W., Rodriguez-Pedraza R. A.* Transverse momentum dependence of the angular distribution of the Drell-Yan process // *Phys. Rev.* — 2007. — Vol. D76. — P. 074006. — DOI: 10.1103/PhysRevD.76.074006.
126. *Altarelli G., Parisi G., Petronzio R.* Transverse Momentum in Drell-Yan Processes // *Phys. Lett.* — 1978. — Vol. B76. — P. 351. — DOI: 10.1016/0370-2693(78)90805-5.
127. *Stirling W. J., Whalley M. R.* A Compilation of Drell-Yan cross-sections // *J. Phys.* — 1993. — Vol. G19. — P. D1. — DOI: 10.1088/0954-3899/19/D/001.
128. Production of the Drell-Yan pairs in high-energy nucleon-nucleon collisions / S. Gavin [et al.] // *Int. J. Mod. Phys.* — 1995. — Vol. A10. — P. 2961. — DOI: 10.1142/S0217751X9500142X.
129. *Berger E. L., Qiu J.-w., Zhang X.-f.* QCD factorized Drell-Yan cross-section at large transverse momentum // *Phys. Rev.* — 2002. — Vol. D65. — P. 034006. — DOI: 10.1103/PhysRevD.65.034006.
130. *Szczurek A., Slipek G.* Parton transverse momenta and Drell-Yan dilepton production // *Phys. Rev.* — 2008. — Vol. D78. — P. 114007. — DOI: 10.1103/PhysRevD.78.114007.
131. *Lipatov A. V., Malyshev M. A., Zotov N. P.* Drell-Yan lepton pair production at high energies in the k_T -factorization approach // *JHEP.* — 2011. — Vol. 12. — P. 117. — DOI: 10.1007/JHEP12(2011)117.
132. *Boglione M., Melis S.* Polarized and unpolarized Drell-Yan angular distribution in the helicity formalism // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. D84. — P. 034038. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.034038.
133. *Collins J. C., Soper D. E.* Angular Distribution of Dileptons in High-Energy Hadron Collisions // *Phys. Rev.* — 1977. — Vol. D16. — P. 2219. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.034038.
134. *Lam C. S., Tung W.-K.* Structure Function Relations at Large Transverse Momenta in Lepton Pair Production Processes // *Phys. Lett.* — 1979. — Vol. B80. — P. 228. — DOI: 10.1016/0370-2693(79)90204-1.
135. The transverse momentum and total cross section of e^+e^- pairs in the Z boson region from $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV / *CDF Collaboration*. T. Affolder [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2000. — Vol. 84. — P. 845. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.84.845.
136. Measurement of the Drell-Yan Cross Section in pp Collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV / *CMS Collaboration*. S. Chatrchyan [et al.] // *JHEP.* — 2011. — Vol. 10. — P. 007. — DOI: 10.1007/JHEP10(2011)007.
137. Cross-sections for the production of high mass muon pairs from 800-GeV proton bombardment of H-2 / *E772 Collaboration*. P. L. McGaughey [et al.] // *Phys. Rev.* — 1994. — Vol. D50. — P. 3038. — DOI: 10.1103/PhysRevD.50.3038.
138. Dimuon Scaling Comparison at 44-GeV and 62-GeV / *R209 Collaboration*. D. Antreasyan [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 1982. — Vol. 48. — P. 302. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.48.302.

139. Study of electron pair production below the Z mass at the CERN anti- p p collider /*UA1 Collaboration*. J. Alitti [et al.] // *Phys. Lett.* — 1992. — Vol. B275. — P. 202. — DOI: 10.1016/0370-2693(92)90876-6.
140. *Lam C. S., Tung W.-K.* A Systematic Approach to Inclusive Lepton Pair Production in Hadronic Collisions // *Phys. Rev.* — 1978. — Vol. D18. — P. 2447. — DOI: 10.1103/PhysRevD.18.2447.
141. First Measurement of the Angular Coefficients of Drell-Yan e^+e^- pairs in the Z Mass Region from $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV /*CDF Collaboration*. T. Aaltonen [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 241801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.241801.
142. Observation of a new particle in the search for the Standard Model Higgs boson with the ATLAS detector at the LHC /*ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *Phys. Lett.* — 2012. — Vol. B716. — P. 1. — DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.020.
143. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS experiment at the LHC /*CMS Collaboration*. S. Chatrchyan [et al.] // *Phys. Lett.* — 2012. — Vol. B716. — P. 30. — DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.021.
144. Search for Scalar Diphoton Resonances in the Mass Range 65–600 GeV with the ATLAS Detector in pp Collision Data at $\sqrt{s} = 8$ TeV /*ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 113. — P. 171801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.113.171801.
145. Measurement of the Cross Section for Prompt Isolated Diphoton Production in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV /*CDF Collaboration*. T. Aaltonen [et al.] // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. D84. — P. 052006. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.052006.
146. Measurement of the cross section for prompt isolated diphoton production using the full CDF Run II data sample /*CDF Collaboration*. T. Aaltonen [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — P. 101801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.101801.
147. Measurement of isolated-photon pair production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector /*ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *JHEP*. — 2013. — Vol. 01. — P. 086. — DOI: 10.1007/JHEP01(2013)086.
148. Measurement of the Inclusive Isolated Prompt Photon Cross Section in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV using the CDF Detector /*CDF Collaboration*. T. Aaltonen [et al.] // *Phys. Rev.* — 2009. — Vol. D80. — P. 111106. — DOI: 10.1103/PhysRevD.80.111106.
149. Measurement of the inclusive isolated prompt photons cross section in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV with the ATLAS detector using 4.6 fb^{-1} /*ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *Phys. Rev.* — 2014. — Vol. D89. — P. 052004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.89.052004.
150. Measurement of the Differential Cross Section for Isolated Prompt Photon Production in pp Collisions at 7 TeV /*CMS Collaboration*. S. Chatrchyan [et al.] // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. D84. — P. 052011. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.052011.

151. Cross-section of isolated prompt photons in hadron hadron collisions / S. Catani [et al.] // JHEP. — 2002. — Vol. 05. — P. 028. — DOI: 10.1088/1126-6708/2002/05/028.
152. A New critical study of photon production in hadronic collisions / P. Aurenche [et al.] // Phys. Rev. — 2006. — Vol. D73. — P. 094007. — DOI: 10.1103/PhysRevD.73.094007.
153. *Saleev V. A.* Deep inelastic scattering and prompt photon production within the framework of quark Reggeization hypothesis // Phys. Rev. — 2008. — Vol. D78. — P. 034033. — DOI: 10.1103/PhysRevD.78.034033.
154. A Full next-to-leading order study of direct photon pair production in hadronic collisions / T. Binoth [et al.] // Eur. Phys. J. — 2000. — Vol. C16. — P. 311. — DOI: 10.1007/s100520050024.
155. Diphoton production at hadron colliders: a fully-differential QCD calculation at NNLO / S. Catani [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2012. — Vol. 108. — P. 072001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.072001.
156. *Saleev V. A.* Diphoton production at Tevatron in the quasi-multi-Regge-kinematics approach // Phys. Rev. — 2009. — Vol. D80. — P. 114016. — DOI: 10.1103/PhysRevD.80.114016.
157. *Lipatov A. V.* Isolated prompt photon pair production at hadron colliders with kt-factorization // JHEP. — 2013. — Vol. 02. — P. 009. — DOI: 10.1007/JHEP02(2013)009.
158. *Berger E. L., Braaten E., Field R. D.* Large p(T) Production of Single and Double Photons in Proton Proton and Pion-Proton Collisions // Nucl. Phys. — 1984. — Vol. B239. — P. 52. — DOI: 10.1016/0550-3213(84)90084-1.
159. Measurement of the cross section for prompt diphoton production in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV /CDF Collaboration. D. Acosta [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2005. — Vol. 95. — P. 022003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.95.022003.
160. *Bern Z., Dixon L. J., Schmidt C.* Isolating a light Higgs boson from the diphoton background at the CERN LHC // Phys. Rev. — 2002. — Vol. D66. — P. 074018. — DOI: 10.1103/PhysRevD.66.074018.
161. *Andersen J. R. Bern Z., Dixon L. J., Schmidt C. u dp.* Les Houches 2013: Physics at TeV Colliders: Standard Model Working Group Report // arXiv. — 2014. — P. 1405.1067.
162. *Cieri L.* Diphoton isolation studies // 37th International Conference on High Energy Physics (ICHEP 2014) Valencia, Spain, July 2-9, 2014. — 2015. — URL: <https://inspirehep.net/record/1400590/files/arXiv:1510.06873.pdf>.
163. *Hentschinski M., Vera A. S.* NLO jet vertex from Lipatov's QCD effective action // Phys. Rev. — 2012. — Vol. D85. — P. 056006. — DOI: 10.1103/PhysRevD.85.056006.
164. Parton distributions for the LHC / A. D. Martin [et al.] // Eur. Phys. J. — 2009. — Vol. C63. — P. 189. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-009-1072-5.

165. *Hahn T.* CUBA: A Library for multidimensional numerical integration // *Comput. Phys. Commun.* — 2005. — Vol. 168. — Pp. 78–95. — DOI: 10.1016/j.cpc.2005.01.010.
166. *Bodwin G. T., Braaten E., Lepage G. P.* Rigorous QCD analysis of inclusive annihilation and production of heavy quarkonium // *Phys. Rev.* — 1995. — Vol. D51. — P. 1125. — DOI: 10.1103/PhysRevD.51.1125.
167. *Brambilla N.* [et al.] QCD and Strongly Coupled Gauge Theories: Challenges and Perspectives // *Eur. Phys. J.* — 2014. — Vol. C74. — P. 2981. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-014-2981-5.
168. *Brambilla N.* [et al.] Heavy quarkonium: progress, puzzles, and opportunities // *Eur. Phys. J.* — 2011. — Vol. C71. — P. 1534. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1534-9.
169. *Caswell W. E., Lepage G. P.* Effective Lagrangians for Bound State Problems in QED, QCD, and Other Field Theories // *Phys. Lett.* — 1986. — Vol. B167. — P. 437. — DOI: 10.1016/0370-2693(86)91297-9.
170. *Quigg C., Rosner J. L.* Quantum Mechanics with Applications to Quarkonium // *Phys. Rept.* — 1979. — Vol. 56. — P. 167. — DOI: 10.1016/0370-1573(79)90095-4.
171. Improved nonrelativistic QCD for heavy quark physics / G. P. Lepage [et al.] // *Phys. Rev.* — 1992. — Vol. D46. — P. 4052. — DOI: 10.1103/PhysRevD.46.4052.
172. *Maltoni F., Mangano M. L., Petrelli A.* Quarkonium photoproduction at next-to-leading order // *Nucl. Phys.* — 1998. — Vol. B519. — P. 361. — DOI: 10.1016/S0550-3213(98)00048-0.
173. *Карцелишвили В. Г., Луходед А. К., Слабоспутский С. П.* Рождение D и ψ мезонов в адронных взаимодействиях // *Ядерная Физика.* — 1978. — Т. 28. — С. 1315.
174. *Герштейн С. С., Луходед А. К., Слабоспутский С. П.* Инклюзивные спектры очарованных частиц в процессах фоторождения // *Ядерная Физика.* — 1981. — Т. 34. — С. 128.
175. *Berger E. L., Jones D. L.* Inelastic Photoproduction of J/ψ and Upsilon by Gluons // *Phys. Rev.* — 1981. — Vol. D23. — P. 1521. — DOI: 10.1103/PhysRevD.23.1521.
176. *Baier R., Ruckl R.* Hadronic Production of J/ψ and Upsilon: Transverse Momentum Distributions // *Phys. Lett.* — 1981. — Vol. B102. — P. 364. — DOI: 10.1016/0370-2693(81)90636-5.
177. *Butenschön M., Kniehl B. A.* Reconciling J/ψ production at HERA, RHIC, Tevatron, and LHC with NRQCD factorization at next-to-leading order // *Phys. Rev. Lett.* — 2011. — Vol. 106. — P. 022003. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.106.022003.
178. *Butenschön M., Kniehl B. A.* World data of J/ψ production consolidate NRQCD factorization at NLO // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. D84. — P. 051501. — DOI: 10.1103/PhysRevD.84.051501.
179. *Gong B., Wang J.-X., Zhang H.-F.* QCD corrections to Υ production via color-octet states at the Tevatron and LHC // *Phys. Rev.* — 2011. — Vol. D83. — P. 114021. — DOI: 10.1103/PhysRevD.83.114021.

180. *Wang K., Ma Y.-Q., Chao K.-T.* $\Upsilon(1S)$ prompt production at the Tevatron and LHC in nonrelativistic QCD // *Phys. Rev.* — 2012. — Vol. D85. — P. 114003. — DOI: 10.1103/PhysRevD.85.114003.
181. Yields and polarizations of prompt J/ψ and $\psi(2S)$ production in hadronic collisions / H.-S. Shao [et al.] // *JHEP.* — 2015. — Vol. 1505. — P. 103. — DOI: 10.1007/JHEP05(2015)103.
182. Complete next-to-leading-order study on the yield and polarization of $\Upsilon(1S,2S,3S)$ at the Tevatron and LHC / B. Gong [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2014. — Vol. 112. — P. 032001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.112.032001.
183. Υ Production at Fermilab Tevatron and LHC Energies / P. Artoisenet [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2008. — Vol. 101. — P. 152001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.101.152001.
184. *Sun P., Yuan C. P., Yuan F.* Heavy Quarkonium Production at Low Pt in NRQCD with Soft Gluon Resummation // *Phys. Rev.* — 2013. — Vol. D88. — P. 054008. — DOI: 10.1103/PhysRevD.88.054008.
185. Fragmentation contributions to hadroproduction of prompt J/ψ , χ_{cJ} , and $\psi(2S)$ states / G. T. Bodwin [et al.] // *Phys. Rev.* — 2016. — Vol. D93. — P. 034041. — DOI: 10.1103/PhysRevD.93.034041.
186. Heavy Quarkonium Production at Collider Energies: Partonic Cross Section and Polarization / Z.-B. Kang [et al.] // *Phys. Rev.* — 2015. — Vol. D91. — P. 014030. — DOI: 10.1103/PhysRevD.91.014030.
187. Towards the experimental clarification of quarkonium polarization / P. Faccioli [et al.] // *Eur. Phys. J.* — 2010. — Vol. C69. — P. 657. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-010-1420-5.
188. *Butenschön M., Kniehl B. A.* Next-to-leading-order tests of NRQCD factorization with J/ψ yield and polarization // *Mod. Phys. Lett.* — 2013. — Vol. A28. — P. 1350027. — DOI: 10.1142/S0217732313500272.
189. Measurement of the prompt J/ψ and $\psi(2S)$ polarizations in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV / *CMS Collaboration*. Chatrchyan [et al.] // *Phys. Lett.* — 2013. — Vol. B727. — P. 381. — DOI: 10.1016/j.physletb.2013.10.055.
190. Measurement of the $\Upsilon(1S)$, $\Upsilon(2S)$ and $\Upsilon(3S)$ polarizations in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV / *CMS Collaboration*. S. Chatrchyan [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2013. — Vol. 110. — P. 081802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.110.081802.
191. Quarkonium production in the LHC era: a polarized perspective / P. Faccioli [et al.] // *Phys. Lett.* — 2014. — Vol. B736. — P. 98. — DOI: 10.1016/j.physletb.2014.07.006.
192. *Butenschön M., He Z.-G., Kniehl B. A.* η_c production at the LHC challenges nonrelativistic-QCD factorization // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 114. — P. 092004. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.092004.

193. He Z.-G., Kniehl B. A. Complete Nonrelativistic-QCD Prediction for Prompt Double J/ψ Hadroproduction // Phys. Rev. Lett. — 2015. — Vol. 115. — P. 022002. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.022002.
194. Kniehl B. A., Vasin D. V., Saleev V. A. Charmonium production at high energy in the k_T -factorization approach // Phys. Rev. — 2006. — Vol. D73. — P. 074022. — DOI: 10.1103/PhysRevD.73.074022.
195. Kniehl B. A., Saleev V. A., Vasin D. V. Bottomonium production in the Regge limit of QCD // Phys. Rev. — 2006. — Vol. D74. — P. 014024. — DOI: 10.1103/PhysRevD.74.014024.
196. Васин Д. В., Салеев В. А. Рождение тяжелых кваркониев в реджевском пределе квантовой хромодинамики // Физика Элементарных Частиц и Атомного Ядра. — 2007. — Т. 38. — С. 1212.
197. Lipatov A. V., Saleev V. A., Zotov N. P. Heavy quark photoproduction in the semihard QCD approach and the unintegrated gluon distribution // Mod. Phys. Lett. — 2000. — Vol. A15. — P. 1727. — DOI: 10.1142/S0217732300002292.
198. J/ψ and $\psi(2S)$ production in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV /CDF Collaboration. F. Abe [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 79. — P. 572. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.79.572.
199. Production of J/ψ mesons from χ_c meson decays in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV /CDF Collaboration. F. Abe [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 1997. — Vol. 79. — P. 578. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.79.578.
200. Measurement of J/ψ and $\psi(2S)$ polarization in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV /CDF Collaboration. T. Affolder [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 85. — P. 2886. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.2886.
201. Measurement of J/ψ and $\psi(2S)$ polarization in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ TeV /CDF Collaboration. T. Affolder [et al.] // Phys. Rev. Lett. — 2000. — Vol. 85. — P. 2886. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.2886.
202. Measurement of the J/ψ meson and b -hadron production cross sections in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1960$ GeV /CDF Collaboration. D. Acosta [et al.] // Phys. Rev. — 2005. — Vol. D71. — P. 032001. — DOI: 10.1103/PhysRevD.71.032001.
203. Eichten E. J., Quigg C. Quarkonium wave functions at the origin // Phys. Rev. — 1995. — Vol. D52. — P. 1726. — DOI: 10.1103/PhysRevD.52.1726.
204. Measurement of the differential cross-sections of inclusive, prompt and non-prompt J/ψ production in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV /ATLAS Collaboration. G. Aad [et al.] // Nucl. Phys. — 2011. — Vol. B850. — P. 387. — DOI: 10.1016/j.nuclphysb.2011.05.015.
205. Prompt and non-prompt J/ψ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV /CMS Collaboration. V. Khachatryan [et al.] // Eur. Phys. J. — 2011. — Vol. C71. — P. 1575. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-011-1575-8.

206. Measurement of J/ψ production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV /*LHCb Collaboration*. R. Aaij [et al.] // *Eur. Phys. J.* — 2011. — Vol. C71. — P. 1645. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-011-1645-y.
207. Measurement of Upsilon production in 7 TeV pp collisions at ATLAS /*ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *Phys. Rev.* — 2013. — Vol. D87. — P. 052004. — DOI: 10.1103/PhysRevD.87.052004.
208. Measurement of Upsilon production in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV /*LHCb Collaboration*. R. Aaij [et al.] // *Eur. Phys. J.* — 2012. — Vol. C72. — P. 2025. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-012-2025-y.
209. Υ production and polarization in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.8$ -TeV /*CDF Collaboration*. D. Acosta [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2002. — Vol. 88. — P. 161802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.88.161802.
210. Measurement of χ_{c1} and χ_{c2} production with $\sqrt{s} = 7$ TeV pp collisions at ATLAS /*ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *JHEP.* — 2014. — Vol. 07. — P. 154. — DOI: 10.1007/JHEP07(2014)154.
211. Production of psi(2S) Mesons in p anti- p Collisions at 1.96-TeV /*CDF Collaboration*. T. Aaltonen [et al.] // *Phys. Rev.* — 2009. — Vol. D80. — P. 031103. — DOI: 10.1103/PhysRevD.80.031103.
212. *Baranov S. P., Lipatov A. V., Zotov N. P.* Prompt J/Ψ production at LHC: new evidence for the k_t -factorization // *Phys. Rev.* — 2012. — Vol. D85. — P. 014034. — DOI: 10.1103/PhysRevD.85.014034.
213. *Baranov S. P.* Prompt $\Upsilon(nS)$ production at the LHC in view of the k_t -factorization approach // *Phys. Rev.* — 2012. — Vol. D86. — P. 054015. — DOI: 10.1103/PhysRevD.86.054015.
214. *Салеев В. А., Васин Д. В.* Адронное рождение прямых J/ψ и ψ' мезонов в процессах фрагментации глюонов и c -кварков при высоких энергиях // *Ядерная Физика.* — 2005. — Т. 68. — С. 95.
215. Measurement of the production cross-section of $\psi(2S) \rightarrow J/\psi(\rightarrow \mu^+\mu^-)\pi^+\pi^-$ in pp collisions at $\sqrt{s} = 7$ TeV at ATLAS /*ATLAS Collaboration*. G. Aad [et al.] // *JHEP.* — 2014. — Vol. 09. — P. 079. — DOI: 10.1007/JHEP09(2014)079.
216. Measurement of J/ψ and $\psi(2S)$ Prompt Double-Differential Cross Sections in pp Collisions at $\sqrt{s}=7$ TeV /*CMS Collaboration*. V. Khachatryan [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2015. — Vol. 114. — P. 191802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.114.191802.
217. Measurement of $\psi(2S)$ meson production in pp collisions at $\sqrt{s}=7$ TeV /*LHCb Collaboration*. R. Aaij [et al.] // *Eur. Phys. J.* — 2012. — Vol. C72. — P. 2100. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-012-2100-4.
218. *Kniehl B. A., Butenschön M.* // Частное сообщение.

219. *Braaten E., Kniehl B. A., Lee J.* Polarization of prompt J/ψ at the Tevatron // *Phys. Rev.* — 2000. — Vol. D62. — P. 094005. — DOI: 10.1103/PhysRevD.52.1726.
220. Polarization of J/ψ and ψ_{2S} mesons produced in $p\bar{p}$ collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ -TeV /*CDF Collaboration*. A. Abulencia [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2007. — Vol. 99. — P. 132001. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.99.132001.
221. Measurements of Angular Distributions of Muons From Υ Meson Decays in $p\bar{p}$ Collisions at $\sqrt{s} = 1.96$ TeV /*CDF Collaboration*. T. Aaltonen [et al.] // *Phys. Rev. Lett.* — 2012. — Vol. 108. — P. 151802. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.108.151802.
222. *Faddeev L. D., Popov V. N.* Feynman Diagrams for the Yang-Mills Field // *Phys. Lett.* — 1967. — Vol. B25. — P. 29. — DOI: 10.1016/0370-2693(67)90067-6.
223. *Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В.* Введение в теорию квантованных полей. — М. : Наука, 1984. — 600 с.

Список рисунков

1.1	Лидирующие регионы, приводящие к коллинеарной факторизации для тензора $W_{\mu\nu}$ в случае ГНР на тяжелом кварке.	14
1.2	Диаграммное представление для реджезованной амплитуды процесса $q(p_1) + q'(p_2) \rightarrow q(p_3) + g(p_4) + q'(p_5)$ – (а), и Фейнмановские диаграммы для этого процесса в КХД – (б). Две диаграммы в которых глюон q_4 присоединен к линии кварка q' не показаны.	20
1.3	Представление мнимой части амплитуды рассеяния как свертки функции Грина уравнения БФКЛ G и импакт-факторов – (а), диаграммное представление для нескольких первых членов в разложении функции Грина уравнения БФКЛ и их явный вид – (б), см. пояснения в тексте.	24
1.4	k_T -факторизация в ЛЛП БФКЛ для случая инклюзивного рождения адронной струи	27
1.5	Фейнмановские диаграммы для амплитуды процесса $q\bar{q} \rightarrow gg$ (1-3) и МРК асимптотики этой амплитуды (4).	33
1.6	Диаграммное представление для Qqg -вершины $\gamma_\mu^{(-)}(p, q)$ в калибровке (1.53), построенное в соответствии с правилами Фейнмана для лагранжиана (1.68).	34
1.7	Пример обобщенной лестничной диаграммы с реджезованными глюонами в t -канале (а), и диаграммы дающие вклад в ЛП и СЛП для ядра уравнения БФКЛ в рамках подхода эффективного действия (б).	36
1.8	Диаграммное представление для квадрата модуля мМРК-амплитуды партонного подпроцесса (1.82). Показана только верхняя часть диаграммы, содержащая вершину $q \rightarrow Qg$, рассуждения для нижней части – аналогичны. Фигурной скобкой отмечена часть диаграммы в которой удерживается точная кинематика. См. пояснения в тексте.	42
2.1	Набор Фейнмановских диаграмм для процесса $RR \rightarrow ggg$, сгенерированный при помощи FeynArts и модел-файла ReggeQCD.	55
2.2	Графики нормированного распределения $F(\Delta\phi)$ в нескольких бинах по p_T^{max} для $\sqrt{S} = 7$ TeV, $ y < 1.1$ и $p_{T2} > 30$ ГэВ. Точки – экспериментальные данные коллаборации CMS [86]. Кривые – предсказания ЛП ПРП.	57
2.3	Графики нормированного распределения $F(\Delta\phi)$ в нескольких бинах по p_T^{max} для $\sqrt{S} = 7$ ТэВ, $ y < 0.8$ и $p_{T1,2} > 100$ ГэВ. Точки – экспериментальные данные коллаборации ATLAS [87]. Кривые – предсказания ЛП ПРП.	58
2.4	Графики нормированного распределения $F(\Delta\phi)$, пустые кружки – экспериментальные данные ATLAS [87] для случая двух струй в центральной области, заштрихованные кружки – данные для ≥ 2 струй, $p_{T2} > 100$ ГэВ, $ y < 0.8$, $p_T^{max} > 110$ ГэВ и $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Кривые – предсказания ЛП ПРП.	59

- 2.5 Вклад партонного подпроцесса (2.35) в распределения по η^{jet} (левый график) и E_T^{jet} (правый график) при кинематических условиях H1-2005 [93]. Сплошные кривые – точный результат в ЛП ПРП, штрих-пунктирные кривые – Результат ЛП КПМ, штриховые кривые – результат интегрирования амплитуды КПМ в неколлинеарной кинематике. 69
- 2.6 Распределения по E_T^γ и E_T^{jet} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93], H1-2010 [94], и ZEUS-2007 I[96]. Приведены теоретические предсказания в ЛП ПРП (жирные сплошные кривые) и ЛП КПМ (жирные штриховые кривые). Так же приведены вклады партонных подпроцессов (2.34) (сплошные кривые), (2.35) (штриховые кривые), и (2.36) (штрих-пунктирные кривые). 70
- 2.7 Распределения по η^γ и η^{jet} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93], H1-2010 [94], ZEUS-2007 I[96], и ZEUS-2007 II[96]. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6. 71
- 2.8 Распределения по E_T^γ (верхний левый график), η^γ (верхний правый график), E_T^{jet} (нижний левый график), и η^{jet} (нижний правый график) в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях ZEUS-2013 [97]. Обозначения для кривых те же, что и на рис. 2.6а. 72
- 2.9 Распределения по x_p^{LO} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93] (левый график) и H1-2010 [94] (правый график). Обозначения для кривых те же, что и на рис. 2.6. 73
- 2.10 Распределения по x_γ^{LO} в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2005 [93] и H1-2010 [94] и распределения по x_γ^{obs} при кинематических условиях ZEUS-2007 I [96], ZEUS-2007 II [96] и ZEUS-2013 [97]. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6. 74
- 2.11 Нормированные распределения по $\Delta\phi$ и p_\perp в процессе $ep \rightarrow \gamma + j + X$ при кинематических условиях H1-2010 [94] для $x_\gamma^{\text{LO}} \leq 0.8$, а так же H1-2005 [93] для $x_\gamma^{\text{LO}} \leq 0.85$. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6. 75
- 2.12 Распределения по η^γ , η^{jet} , E_T^γ и E_T^{jet} соответствующие набору данных ZEUS-2014 [116]. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.6, кроме жирной штриховой кривой, которая на данном рисунке соответствует ЛП ПРП с учетом поправок на адронизацию, приведенных в [116]. 76
- 2.13 Распределения по η^γ , η^{jet} , E_T^γ и E_T^{jet} соответствующие набору данных ZEUS-2014 [116] при $x_\gamma^{\text{meas}} < 0.7$ (рисунок – а), а так же распределения по $\Delta\phi$. Обозначения для гистограмм те же, что и на рис. 2.12. 77

- 2.14 Сечение инклюзивного рождения Дрелл-Яновских лептонных пар, дифференциальное по инвариантной массе пары Q . Кривые – предсказания ЛП ПРП. Рисунок (а) – данные эксперимента R209 [138] (кривая 1 – $\sqrt{S} = 62$ ГэВ, кривая 2 – $\sqrt{S} = 44$ ГэВ). Рисунок (б) – данные CDF [135] ($p\bar{p}$, $\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ), рисунок (в) – данные CMS [136] (pp , $\sqrt{S} = 7$ ТэВ). 83
- 2.15 Дифференциальное сечение инклюзивного рождения Дрелл-Яновских лептонных пар $Q^3 d\sigma/dx_F dQ$ как функция x_F . Кривые 1 – 8 соответствуют Q от 4.75 ГэВ до $Q = 8.25$ ГэВ с шагом 0.5 ГэВ. Точки – данные эксперимента на фиксированной мишени E772 [137] при $\sqrt{S} = 38.8$ ГэВ. 84
- 2.16 Сечение инклюзивного рождения Дрелл-Яновских лептонных пар, дифференциальное по поперечному импульсу пары q_T . Кривые – предсказания ЛП ПРП. Рисунок (а) – данные эксперимента R209 [138] ($|y| < 4$, $5 < Q < 8$ ГэВ, $\sqrt{S} = 62$ ГэВ). Рисунок (б) – данные UA1 [139] (pp , $|y| < 1.7$, $0.2 < Q < 2.5$ ГэВ, $\sqrt{S} = 630$ ГэВ.), рисунок (в) – предсказания для pp столкновений при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ (штриховые кривые) и $\sqrt{S} = 14$ ТэВ (сплошные кривые) для $|y| < 3$ и $5 < Q < 50$ ГэВ (кривая 1) и $120 < Q < 200$ ГэВ (кривая 2). 85
- 2.17 Зависимость угловых коэффициентов ν и λ от q_T . Кривые – предсказание ЛП ПРП. Точки – данные эксперимента NuSea [118]. 86
- 2.18 Предсказания ЛП ПРП для зависимости угловых коэффициентов A_0 (сплошные кривые) и A_2 (штриховые кривые) от q_T в протон-протонных столкновениях. Рисунок (а) – $5 < Q < 50$ ГэВ. Рисунок (б) – $120 < Q < 200$ ГэВ. Кривые 1,6 – $\sqrt{S} = 14$ ТэВ, 2,5 – $\sqrt{S} = 7$ ТэВ, 3,4 – $\sqrt{S} = 2$ ТэВ. 87
- 2.19 Набор Фейнмановских диаграмм для ЛП подпроцесса (2.97). 89
- 2.20 Наборы Фейнмановских диаграмм для СЛП подпроцессов (2.98) и (2.99). 90
- 2.21 Верхний рисунок: диаграммное представление для квадрата амплитуды подпроцесса (2.98) и соответствующего вычитательного члена. Нижний рисунок: то же самое, но для подпроцесса (2.99). 91
- 2.22 Сравнение p_T (рисунок – а) и Δy (рисунок – б) спектров для СЛП КМРК подпроцессов (сплошные линии) и соответствующих мМРК вычитательных членов (штриховые линии). Верхние графики – подпроцесс (2.98), нижние графики – подпроцесс (2.99). 96
- 2.23 Спектры по p_T для набора данных CDF-2012. Жирная сплошная гистограмма представляет собой сумму вкладов (2.97), (2.98) после мМРК вычитания и (2.102). Жирной штриховой гистограммой отображена только сумма первых двух вкладов. Тонкой штрих-пунктирной гистограммой изображено сечение подпроцесса (2.97). Для сравнения тонкой штрих-дважды пунктирной гистограммой показано предсказание кода `Diphox` (СЛП КПМ) взятое из работ [145; 146]. 97

- 2.24 Спектры по p_T (рисунок – а) и $\Delta\phi$ (рисунок – б) для набора данных ATLAS-2013. Обозначения для кривых те же, что и на Рис. 2.23, однако предсказание кода Diphox (СЛП КММ) взято из работы [147] 98
- 2.25 Спектры по $\Delta\phi$ для набора данных CDF-2012. Обозначения для кривых такие же как и на Рис. 2.23. 99
- 2.26 Спектры по инвариантной массе дифотонов для набора данных CDF-2012. Обозначения для кривых такие же как и на Рис. 2.23 100
- 2.27 Спектры по инвариантной массе дифотонов для набора данных ATLAS-2013. Обозначения для кривых такие же как и на Рис. 2.23 100
- 3.1 Предсказания ЛП ПРП для p_T -спектров J/ψ -мезонов ($\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ, $|\eta| < 0.6$) в распадах $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + X$ (рисунок – а) и $\chi_{cJ} \rightarrow J/\psi + \gamma$ (рисунок – б). Точки – данные коллаборации CDF [198; 199]. Кривые на рис. (а): (1) вклад $[^3S_1^{(8)}]$, (2) – $[^3S_1^{(1)}]$, (3) – $[^1S_0^{(8)}]$, (4) – сумма вкладов. Рисунок (б): (1) вклад $[^3P_0^{(1)}]$, (2) – $[^3P_1^{(1)}]$, (3) – $[^3P_2^{(1)}]$, (4) – $[^3S_1^{(8)}]$, (5) – сумма вкладов. 108
- 3.2 Предсказания ЛП ПРП для p_T -спектров прямых J/ψ -мезонов ($\sqrt{S} = 1.96$ ТэВ, $|\eta| < 0.6$, рисунок – а) и спектров прямых J/ψ за вычетом вкладов от распадов $\psi(2S)$, χ_{cJ} ($\sqrt{S} = 1.8$ ТэВ, $|\eta| < 0.6$, рисунок – б). Точки – данные коллаборации CDF [198; 202]. Кривые на рис. (а): (1) прямой вклад, (2) – вклад от распадов χ_{cJ} , (3) – вклад от распадов $\psi(2S)$, (4) – сумма вкладов (нПФР КМР), (5) – сумма вкладов (нПФР Блюмляйна). Рисунок (б): (1) вклад $[^3S_1^{(8)}]$, (2) – $[^1S_0^{(8)}]$, (3) – $[^3S_1^{(1)}]$, (4) – сумма вкладов. 109
- 3.3 Предсказания ЛП ПРП для p_T -спектров прямых J/ψ -мезонов при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Рисунок (а) – данные ATLAS [204] (график (а)– $|y| < 0.75$, (б) – $0.75 < |y| < 1.5$), рисунок (б) – данные ATLAS(график (а) – $1.5 < |y| < 2.0$, (б) – $2.0 < |y| < 2.4$), рисунок (в) – данные LHCb [206] (график (а)- $2.0 < |y| < 2.5$, (б) - $2.5 < |y| < 3.0$, (с) - $3.0 < |y| < 3.5$). Обозначения для вкладов те же, что и на рис. 3.2а. 110
- 3.4 Предсказания ЛП ПРП для инклюзивных p_T -спектров $\Upsilon(1,2,3S)$ -мезонов в pp -столкновениях при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Точки – данные ATLAS [207], левая колонка – $|y| < 1.2$, правая колонка – $1.2 < |y| < 2.25$. Штриховая кривая – синглетный вклад, штрих-пунктирная кривая – октетный вклад, сплошная кривая – сумма вкладов. 111
- 3.5 Предсказания ЛП ПРП для инклюзивных p_T -спектров $\Upsilon(1,2,3S)$ -мезонов в pp -столкновениях при $\sqrt{S} = 7$ ТэВ. Точки – данные LHCb [208]. Штриховая кривая – синглетный вклад, штрих-пунктирная кривая – октетный вклад, сплошная кривая – сумма вкладов. 112

- 3.6 Предсказания МС ЛП ПРП для p_T -спектра прямых $\psi(2S)$ -мезонов. Точки – данные CDF [211] (график – а) и LHCb [217] (график – б). Штриховая кривая – вклад ${}^3P_J^{(8)}$, сплошная кривая – ${}^3S_1^{(8)}$, штрих-пунктирная кривая – ${}^3S_1^{(8)}$, жирная сплошная кривая – сумма вкладов. 114
- 3.7 Предсказания МФ ЛП ПРП для $p_T(\psi(2S))$ -спектра прямых $\psi(2S)$ -мезонов идентифицированных в распаде $\psi(2S) \rightarrow J/\psi + \pi^+\pi^-$. Рисунок (а) – спектр по $p_T(\psi(2S))$, рисунок (б) – спектр по $p_T(J/\psi)$. Точки – данные ATLAS [215]. Штриховая кривая – предсказание МФ с НМЭ полученными в МС-фите, сплошная кривая – предсказание МФ с НМЭ полученными в МФ-фите. 115
- 3.8 Предсказания МФ ЛП ПРП для зависимости углового коэффициента λ (СК спиральности) от p_T . Рисунок (а) – предсказания для $\psi(2S)$, рисунок (б) – предсказания для $\Upsilon(3S)$. Использованы НМЭ, полученные в МС-фите табл. 3.4. Точки – данные CMS [189; 190] и CDF [220; 221] 117

Список таблиц

2.1	Правила Фейнмана для вершин взаимодействия реджезованных кварков с Янг-Миллсовскими кварками и глюонами, выписанные вплоть до порядка g_s^3 . Все импульсы входящие. Вершины взаимодействия с реджеонами противоположного знака получаютcя заменой индексов $+ \leftrightarrow -$. Вершины взаимодействия с фотонами получаютcя при помощи замен $T^a \rightarrow \hat{1}$ и $g_s \rightarrow e$	51
2.2	Обозначения для полей реджеонов и частиц, используемые в модел-файле ReggeQCD (v1.0).	54
2.3	Кинематические условия измерений дифференциальных сечений процесса совместного фоторождения струи и фотона на коллайдере DESY HERA, проведенных коллаборацией H1 [93; 94]. Для всех наборов данных, $Q_{max}^2 = 1$ ГэВ ² , $E_e = 27.6$ ГэВ, и $E_p = 920$ ГэВ.	68
2.4	Кинематические условия измерений дифференциальных сечений процесса совместного фоторождения струи и фотона на коллайдере DESY HERA, проведенных коллаборацией ZEUS [96; 97]. Для всех наборов данных, $Q_{max}^2 = 1$ ГэВ ² , $E_e = 27.5$ ГэВ, и $E_p = 920$ ГэВ.	68
2.5	Кинематические условия для наборов данных CDF и ATLAS.	96
3.1	Правила v -скейлинга для мультипликативных вкладов НРКХД-операторов в матричные элементы по адронным состояниям $ \mathcal{H}(\mathbf{p} = 0)\rangle$ нормированным как $\langle \mathcal{H} \mathcal{H} \rangle = 1$	103
3.2	НМЭ, полученные в результате фита данных коллаборации CDF [198—202] об инклюзивных p_T -спектрах прямых J/ψ , $\psi(2S)$ и $\chi_{c0,1,2}$ мезонов измеренных в неупругих $p\bar{p}$ -столкновениях при $\sqrt{S} = 1.8$ и 1.96 ТэВ в рамках ЛП ПРП и СЛП НРКХД-факторизации с ЛП нПФР Блюмляйна [68](третья колонка) и КМР(четвертая колонка). Для сравнения во второй колонке приведены результаты фита в СЛП КМ [178]. Синглетные НМЭ зафиксированы в рамках потенциальной модели [203].	107
3.3	Результаты фита октетных НМЭ для боттомониев в рамках ЛП ПРП с нПФР КМР. Синглетные НМЭ взяты из потенциальной модели [203], для $\chi_{bJ}(1,2P)$ -состояний учтены только синглетные НМЭ: $\langle \mathcal{O}^{\chi(1P)} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle = 2.03$ ГэВ ⁵ , $\langle \mathcal{O}^{\chi(2P)} [{}^3P_0^{(1)}] \rangle = 2.36$ ГэВ ⁵	110
3.4	Результаты МС и МФ фитов данных CDF [211], ATLAS [215] и CMS [216] о p_T -спектрах $\psi(2S)$ -мезонов и данных ATLAS [207] о p_T -спектре $\Upsilon(3S)$ мезона. Для сравнения, приведены НМЭ, полученные в фитах СЛП КМ [181; 182; 218].	113

Приложение А

Лагранжиан КХД

В данном приложении приведены наши соглашения для калибровочных преобразований кварковых и глюонных полей, а так же лагранжиан КХД в ковариантной калибровке.

КХД это неабелева калибровочная теория с калибровочной группой $G = SU(N_c)$ описывающая взаимодействие n_F -флейворов Дираковских фермионов(кварков), поля которых $\psi_q(x)$ могут быть подвергнуты локальным преобразованиям в фундаментальном представлении группы G :

$$\begin{aligned}\psi_q(x) &\rightarrow \psi'_q(x) = U(x)\psi_q(x), \quad \bar{\psi}_q(x) \rightarrow \bar{\psi}'_q(x) = \bar{\psi}_q(x)U^\dagger(x), \\ U(x) &= \exp[-ig_s T^a \omega_a(x)],\end{aligned}\tag{A.1}$$

где T^a – генераторы фундаментального представления группы G , $a = 1, \dots, N_c^2 - 1$, $\omega_a(x)$ – параметры преобразования, g_s – константа связи, $UU^\dagger = 1$.

Переносчиками взаимодействия между кварками являются векторные бозоны – глюоны, поля которых $A_\mu(x) = T^a A_\mu^a(x)$ преобразуются в присоединенном представлении группы G по закону:

$$\begin{aligned}A_\mu(x) &\rightarrow A'_\mu(x) = U(x)A_\mu(x)U^\dagger(x) + \frac{i}{g_s}(\partial_\mu U(x))U^\dagger(x) = \\ &\quad -\frac{i}{g_s}U(x)D_\mu U^\dagger(x),\end{aligned}\tag{A.2}$$

где $D_\mu = \partial_\mu + ig_s A_\mu$ – ковариантная производная.

Лагранжиан, инвариантный относительно преобразований (A.1, A.2), имеет вид

$$L_{QCD} = -\frac{1}{2} \text{tr} [G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}] + \sum_{q=1}^{n_F} \bar{\psi}_q (i\hat{D} - m_q)\psi_q,\tag{A.3}$$

где $\hat{D} = \gamma_\mu D^\mu$, а компоненты тензора напряженности $G_{\mu\nu} = -i [D_\mu, D_\nu] / g_s = T^a G_{\mu\nu}^a$ могут быть представлены в виде:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a - g_s f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c,\tag{A.4}$$

где $f^{abc} = -2i \text{tr} [[T^a, T^b] T^c]$ – структурные константы алгебры Ли группы G .

Пертурбативная процедура квантования неабелевых калибровочных теорий [222], требует введения в лагранжиан (A.3) члена фиксирующего калибровку и соответствующего ему духового

члена. Например, ковариантной калибровке $\partial^\mu A_\mu^a = 0$ соответствуют члены вида:

$$L_{GF} = \frac{1}{2\xi} (\partial^\mu A_\mu^a)^2, \quad (\text{A.5})$$

$$L_{FP} = \phi_a^* \partial_\mu \partial^\mu \phi_a + g_s f^{abc} (\partial_\mu \phi_a^*) A_b^\mu \phi_c, \quad (\text{A.6})$$

где $\phi(x) = T^a \phi_a(x)$ – грассмановы скалярные поля духов Фаддеева-Попова, преобразующиеся в присоединенном представлении группы G по закону

$$\phi(x) \rightarrow \phi'(x) = U(x)\phi(x)U^\dagger(x). \quad (\text{A.7})$$

Лагранжиану (A.3) соответствуют следующие правила Фейнмана для трехглюонной вершины (все импульсы предполагаются входящими)

$$\gamma_{\mu_1 \mu_2 \mu_3}^{a_1 a_2 a_3}(k_1, k_2, k_3) = g_s f^{a_1 a_2 a_3} [g_{\mu_1 \mu_2} (k_1 - k_2)_{\mu_3} + g_{\mu_2 \mu_3} (k_2 - k_3)_{\mu_1} + g_{\mu_3 \mu_1} (k_3 - k_1)_{\mu_2}], \quad (\text{A.8})$$

и кварк-глюонной вершины:

$$ig_s \gamma_\mu T^a.$$

Приложение Б

Релятивистская кинематика на световом конусе

В настоящей работе мы используем Судаковское разложение для произвольного четырехвектора k , определенное следующим образом:

$$k^\mu = \frac{1}{2} (k^+ n_-^\mu + k^- n_+^\mu) + k_T^\mu, \quad (\text{Б.1})$$

где n_\pm – светоподобные базисные вектора Судаковского разложения: $n_\pm^2 = 0$, $n_+ n_- = 2$, $n_\pm k_T = 0$, $k^\pm = n_\pm k$. В отличие, от соглашений работы [5], мы **не различаем** ковариантные и контравариантные конусные компоненты: $k^\pm = k_\pm$, $n_\pm^\mu = (n_\pm)_\mu$.

Всегда существует ИСО (как правило – СЦМ сталкивающихся протонов) в которой $k^\pm = k^0 \pm k^3$, в этой ИСО $n_\pm^\mu = (1, 0, 0, \mp 1)^\mu$.

Для произведения четыре-векторов k и q имеем

$$kq = \frac{1}{2} (k^+ q^- + k^- q^+) + k_T q_T = \frac{1}{2} (k^+ q^- + k^- q^+) - \mathbf{k}_T \mathbf{q}_T, \quad (\text{Б.2})$$

тогда квадрат четыре-вектора равен $k^2 = k^+ k^- - \mathbf{k}_T^2$.

Введем удобные операторы дифференцирования и интегрирования по светоподобному направлению:

$$\begin{aligned} \partial_\pm f(x) &= n_\pm^\mu \partial_\mu f(x) = 2 \frac{\partial}{\partial x_\mp} f(x), \\ \partial_\pm^{-1} f(x^\pm, x^\mp, \mathbf{x}_T) &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{x^\mp} dy^\mp f(x^\pm, y^\mp, \mathbf{x}_T), \\ \partial_\pm \partial_\pm^{-1} f(x) &= \partial_\pm^{-1} \partial_\pm f(x) = f(x), \end{aligned}$$

где последнее свойство выполняется только если $f(x^\mp = -\infty) = 0$.

Упорядоченные по конусным компонентам интегралы обозначим как:

$$\frac{1}{2^n} \int_{-\infty}^{x_1^\mp} dx_1^\mp f_1(x_1^\mp) \int_{-\infty}^{x_1^\mp} dx_2^\mp f_2(x_2^\mp) \dots \int_{-\infty}^{x_{n-1}^\mp} dx_n^\mp f_n(x_n^\mp) = \underbrace{\partial_\pm^{-1} f \dots \partial_\pm^{-1} f}_n. \quad (\text{Б.3})$$

Приложение В

Вильсоновская P -экспонента: определение и основные свойства

Вильсоновскую P -экспоненту легче всего определить, как функционал от полей Янга-Миллса $A_\mu(x) = T^a A_\mu^a(x)$, ковариантная производная от которого по некоторому направлению $(x_2 - x_1)_\mu$ равна нулю:

$$(x_2 - x_1)_\mu D_{x_2}^\mu W[x_2, x_1 | A_\mu] = 0, \quad (\text{B.1})$$

где $D_x^\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} + ig_s A_\mu(x)$. Решение уравнения (B.1) можно найти в виде ряда:

$$W[x_2, x_1 | A_\mu] = 1 + \sum_{m=1}^{\infty} (-ig_s)^m \int_0^1 ds_1 \int_0^{s_1} ds_2 \dots \int_0^{s_{m-1}} ds_m A_n(x(s_1)) \dots A_n(x(s_m)), \quad (\text{B.2})$$

где $A_n(x) = (x_2 - x_1)^\mu A_\mu(x)$, $x^\mu(s) = x_1^\mu + s(x_2 - x_1)^\mu$. Для доказательства формулы (B.2) можно воспользоваться тождеством:

$$(x_2 - x_1)^\mu \frac{\partial}{\partial x_2^\mu} [(x_2 - x_1)^\nu A_\nu(x(s))] = \frac{\partial}{\partial s} [s(x_2 - x_1)^\nu A_\nu(x(s))],$$

и показать по индукции, что в каждом порядке по g_s можно преобразовать сумму получающихся при дифференцировании по направлению слагаемых к виду $\int_0^1 ds_1 \frac{\partial}{\partial s_1} [s_1 \dots]$.

Ряд (B.2) можно переписать, вводя символ упорядочения по пути $P[\dots]$ расставляющий матрицы в порядке убывания s , и распространяя интегрирование по переменным s_i на весь промежуток от 0 до 1:

$$\begin{aligned} W[x_2, x_1 | A_\mu] &= 1 + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{(-ig_s)^m}{m!} \int_0^1 ds_1 \dots ds_m P[A_n(x(s_1)) \dots A_n(x(s_m))] = \\ &= P \exp \left[-ig_s \int_0^1 ds (x_2 - x_1)^\mu A_\mu(x(s)) \right] = P \exp \left[-ig_s \int_{x_1}^{x_2} dx^\mu A_\mu(x) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.3})$$

Определение (B.3) имеет вид операторной экспоненты, аналогичной T -экспоненте возникающей в теории возмущений [223]. В частности, из него видно, что функционал W является матрицей в фундаментальном представлении $SU(N_c)$. Объект (B.3) носит название *Вильсоновской P -экспоненты* или *Вильсоновской линии*¹. Определения (B.2) и (B.3) легко обобщаются на криволинейные контура, при этом функционал W начинает зависеть не только от конечных то-

¹В англоязычной литературе так же можно встретить название “gauge link”.

чек, но и от контура интегрирования. Важным исключением из этого правила является ситуация, когда Вильсоновскую линию разбивают на два участка, проходящих *вдоль одной и той же кривой* γ от точки x_1 до точки x_3 а затем от точки x_3 до точки x_2 . В этом случае:

$$\gamma_{x_1x_3} \subset \gamma, \gamma_{x_3x_2} \subset \gamma \Rightarrow W_\gamma[x_2, x_1] = W_\gamma[x_2, x_3]W_\gamma[x_3, x_1], \quad (\text{B.4})$$

независимо от того, перекрываются пути $\gamma_{x_1x_3}$ и $\gamma_{x_3x_2}$ или нет.

Важнейшим свойством Вильсоновской P -экспоненты является её поведение при калибровочных преобразованиях (A.2) полей A_μ :

$$W[x_2, x_1 | A_\mu] \rightarrow W[x_2, x_1 | A'_\mu] = U(x_2)W[x_2, x_1 | A_\mu]U^\dagger(x_1), \quad (\text{B.5})$$

т. е. замкнутые Вильсоновские линии калибровочно инвариантны.

Чаще всего нам будут встречаться Вильсоновские линии идущие вдоль светоподобных направлений n^\pm от точки x до бесконечности. Для таких P -экспонент введем специальное обозначение:

$$\begin{aligned} W[x | A_\pm] = W[A_\pm] &= P \exp \left[\frac{-ig_s}{2} \int_{-\infty}^0 ds \cdot n_\pm^\mu A_\mu(x + s \cdot n_\pm) \right] = \\ &= P \exp \left[\frac{-ig_s}{2} \int_{-\infty}^{x_\mp} dx'_\mp A_\pm(x_\pm, x'_\mp, \mathbf{x}_T) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

Вильсоновскую линию (B.6) в обозначениях (B.3) можно переписать как:

$$W[A_\pm] = (1 + ig_s \partial_\pm^{-1} A_\pm)^{-1} \hat{1} = 1 - ig_s (\partial_\pm^{-1} A_\pm) + (-ig_s)^2 (\partial_\pm^{-1} A_\pm \partial_\pm^{-1} A_\pm) + \dots, \quad (\text{B.7})$$

где операторы ∂_\pm^{-1} действуют только на функции стоящие справа от них внутри круглых скобок.

В терминах Фейнмановских правил, каждому члену в (B.7) соответствует сумма вида:

$$\begin{aligned} &(-ig_s)^n (\partial_\pm^{-1} A_\pm^{a_1} \dots \partial_\pm^{-1} A_\pm^{a_n}) (T_{a_1} \dots T_{a_n}) \rightarrow \\ &i \cdot (-ig_s)^n (n_\pm^{\mu_1} \dots n_\pm^{\mu_n}) \sum_{\sigma \in S_n} \frac{(-i)^n T_{a_{\sigma(1)}} \dots T_{a_{\sigma(n)}}}{(k_{\sigma(1)}^\pm + \dots + k_{\sigma(n)}^\pm) \dots (k_{\sigma(n-1)}^\pm + k_{\sigma(n)}^\pm) k_{\sigma(n)}^\pm}, \end{aligned} \quad (\text{B.8})$$

где суммирование идет по перестановкам n -глюонов и все импульсы k_i – входящие.

Приложение Г

Уравнение ДГЛАП и его свойства

Наиболее распространенной в литературе формой уравнений ДГЛАП, является форма, использующая т. н. (+)-распределения:

$$\frac{\partial x f_i(x,t)}{\partial \log t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \sum_j \int_x^1 dz P_{ij}^+(z) \frac{x}{z} f_j\left(\frac{x}{z}, t\right), \quad (\text{Г.1})$$

где *регуляризованные* функции расщепления в лидирующем порядке ТВ имеют вид ($C_A = N_c = 3$, $C_F = (N_c^2 - 1)/2N_c = 4/3$):

$$P_{qq}^+(z) = C_F \frac{1+z^2}{(1-z)_+} + C_{qq} \delta(1-z), \quad (\text{Г.2})$$

$$P_{gg}^+(z) = 2C_A \left[\frac{z}{(1-z)_+} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right] + C_{gg} \delta(1-z), \quad (\text{Г.3})$$

$$P_{qg}^+(z) = P_{gq}(z) = \frac{1}{2} [z^2 + (1-z)^2], \quad (\text{Г.4})$$

$$P_{gq}^+(z) = P_{qq}(z) = \frac{C_F}{z} (1 + (1-z)^2), \quad (\text{Г.5})$$

где,

$$C_{qq} = \frac{3}{2} C_F, \quad C_{gg} = \frac{11}{6} C_A - \frac{1}{3} n_F, \quad (\text{Г.6})$$

а +-распределение определено как

$$\int^1 dz \frac{f(z)}{(1-z)_+} = \int^1 dz \frac{f(z) - f(1)}{1-z}.$$

В настоящей работе, нам понадобится другая форма уравнений (Г.1), использующая *не регуляризованные* функции расщепления:

$$P_{qq}(z) = C_F \frac{1+z^2}{1-z}, \quad (\text{Г.7})$$

$$P_{gg}(z) = 2C_A \left[\frac{z}{1-z} + \frac{1-z}{z} + z(1-z) \right]. \quad (\text{Г.8})$$

В этой форме уравнений ДГЛАП, инфракрасная расходимость функций расщепления P_{qq} и P_{gg} при $z \rightarrow 1$ регуляризована обрезанием на верхний предел интегрирования по z :

$$\frac{\partial x f_i(x,t)}{\partial \log t} = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \left[\sum_j \int_x^1 dz (1 - \delta_{ij} \theta(z - 1 + \Delta_0)) P_{ij}(z) \frac{x}{z} f_j\left(\frac{x}{z}, t\right) - x f_i(x,t) \sum_j \int_0^{1-\Delta_0} dz z \cdot P_{ji}(z) \right] \quad (\text{Г.9})$$

где Δ_0 – малый параметр обрезания.

Докажем эквивалентность уравнений (Г.1) и (Г.9) в пределе $\Delta_0 \rightarrow 0$. Вклад диагональной функции расщепления в правой части (Г.9), можно преобразовать следующим образом:

$$\int_x^{1-\Delta_0} dz P_{ii}(z) \frac{x}{z} f_i\left(\frac{x}{z}, t\right) = \int_0^1 dz \frac{((1-z)P_{ii}(z))}{(1-z)_+} \frac{x}{z} f_i\left(\frac{x}{z}, t\right) \theta(z-x) - x f_i(x,t) \cdot c_{ii} \log \Delta_0,$$

где $c_{ii} = \lim_{z \rightarrow 1} ((1-z)P_{ii}(z))$. Подставляя последний результат в (Г.9) и записывая все под один интеграл по z приходим к (Г.1), где явное определение для коэффициентов C_{ii} может быть дано в виде:

$$C_{ii} = - \lim_{\Delta_0 \rightarrow 0} \left[\sum_j \int_0^{1-\Delta_0} dz z \cdot P_{ji}(z) + c_{ii} \log \Delta_0 \right]. \quad (\text{Г.10})$$

После подстановки в выражение (Г.10) явного вида нерегуляризованных функций расщепления (Г.7, Г.8) логарифмическая расходимость сокращается и мы получаем (Г.6). Таким образом, эквивалентность (Г.9) и (Г.1) в пределе $\Delta_0 \rightarrow 0$ доказана.

Одним из основных свойств решений уравнений (Г.1) и (Г.9) является выполнение *импульсного правила сумм*:

$$\sum_i \int_0^1 dx x \cdot f_i(x,t) = 1, \quad (\text{Г.11})$$

означающего, что при любом масштабе t , сумма больших конусных компонент импульса всех партонов равна большой конусной компоненте импульса протона.

Введя *формфактор Судакова* $T(t, \mu^2)$, удовлетворяющий дифференциальному уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial \log t} T_i(t, \mu^2) = \left(\frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \sum_j \int_0^{1-\Delta_0} dz z \cdot P_{ji}(z) \right) \cdot T_i(t, \mu^2), \quad (\text{Г.12})$$

можно переписать уравнение (Г.9) в более простом виде:

$$\frac{\partial}{\partial \log t} [T_i(t, \mu^2) \cdot x f_i(x, t)] = \frac{\alpha_s(t)}{2\pi} \left[\sum_j \int_x^1 dz (1 - \delta_{ij} \theta(z - 1 + \Delta_0)) P_{ij}(z) T_i(t, \mu^2) \frac{x}{z} f_j\left(\frac{x}{z}, t\right) \right]. \quad (\text{Г.13})$$

Решение уравнения (Г.12) с граничным условием

$$T(\mu^2, \mu^2) = 1,$$

имеет вид

$$T_i(t, \mu^2) = \exp \left[- \int_t^{\mu^2} \frac{dt'}{t'} \frac{\alpha_s(t')}{2\pi} \sum_j \int_0^{1-\Delta_0} dz z \cdot P_{ji}(z) \right]. \quad (\text{Г.14})$$

Приложение Д

Амплитуды партонных подпроцессов $2 \rightarrow 2$

В разделе 2.1 квадраты модуля основных КХД-подпроцессов $2 \rightarrow 2$ в ЛП ПРП, отсуммированные (усредненные) по цветовым и спиновым квантовым числам конечного (начального) состояния, записаны в виде:

$$\overline{|\mathcal{A}|}_{PRA}^{2 \rightarrow 2} = \pi^2 \alpha_s^2 A \sum_{n=0}^4 W_n S^n. \quad (\text{Д.1})$$

Далее приведены наборы коэффициентов A и W_n для основных партонных подпроцессов.
 $RR \rightarrow gg$

$$\begin{aligned} A &= \frac{18}{a_3 a_4 b_3 b_4 s^2 t^2 u^2 t_1 t_2}, \\ W_0 &= x_1 x_2 s^2 t u t_1 t_2 (x_1 x_2 (t u + t_1 t_2) + (a_3 b_4 + a_4 b_3) t u), \\ W_1 &= x_1 x_2 s t_1 t_2 \left[t^2 u \left(a_3 b_4 (a_4 b_4 + a_3 x_2) (t_1 + t_2) - a_4 b_3 (a_3 b_3 t_1 + a_4 b_4 t_2) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + (x_2 (a_3^2 b_4 + a_4^2 b_3) + a_3 a_4 (b_3 - b_4)^2) u + x_1 x_2 a_3 b_4 t \right) \right] \\ &\quad + \left[a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \right], \\ W_2 &= a_3 a_4 b_3 b_4 t u \left(x_1^2 x_2^2 [2(t_1 + t_2)(t^2 u + t_1 t_2 (s + u - t)) \right. \\ &\quad \left. + t u ((t_1 - t_2)^2 + t(u + 2t))] + \right. \\ &\quad \left. + x_1 x_2 t t_1 t_2 (4(x_1 b_3 + x_2 a_4)(s + u) - (a_3 b_3 + a_4 b_4) u) + \right. \\ &\quad \left. + t u (x_1^2 b_4 (2x_2 t - b_3 t_1) t_1 + x_2^2 a_3 (2x_1 t - a_4 t_2 t_2)) \right) \\ &\quad + \left(a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
W_3 &= x_1 x_2 a_3 a_4 b_3 b_4 \left[t^2 u \left(2a_3 b_4 (x_1 x_2 (t_1 + t_2) (2t - u - s) \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - (x_1 b_4 t_1 + x_2 a_3 t_2) (u + s) \right) + \right. \\
&\quad \left. + [x_1 t_1 (2(a_3 b_4^2 + a_4 b_3^2) + 3x_1 b_3 b_4) + x_2 t_2 (2(a_3^2 b_4 + a_4^2 b_3) + 3a_3 a_4 x_2)] u + \right. \\
&\quad \left. + 4x_1 x_2 t ((a_3 b_4 + a_4 b_3) u + a_3 b_4 t) \right] + [a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u], \\
W_4 &= x_1^2 x_2^2 a_3 a_4 b_3 b_4 \left[t \left(a_3 a_4 b_3 b_4 u (t_1 + t_2) (t - u - s) + (a_3 b_4 + a_4 b_3)^2 t u^2 - \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - 2a_3 b_4 t (s + u) (2a_4 b_3 u - a_3 b_4 s) \right) \right] + [a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u]. \tag{D.2}
\end{aligned}$$

$RR \rightarrow q\bar{q}$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{S}{3s^2 t^2 u^2 t_1 t_2}, \\
W_0 &= 18x_1 x_2 s t^2 u^2 t_1 t_2, \\
W_1 &= tu \left(-18tu ((x_1 b_3 t_1 - a_3 x_2 t_2) + x_1 x_2 (u + t_2)) \right. \\
&\quad \times ((x_1 b_3 t_1 - a_3 x_2 t_2) - x_1 x_2 (t + t_1)) + \\
&\quad \left. + x_1 x_2 s [9((t - u)(a_3 b_4 - a_4 b_3) t_1 t_2 - x_1 x_2 s t u) - x_1 x_2 s (t_1 t_2 - tu)] \right), \\
W_2 &= x_1 x_2 t u [9(2(x_1 b_3 t_1 - x_2 a_3 t_2) - x_1 x_2 (t + t_1 - u - t_2)) \times \\
&\quad \times (2(a_4 b_3 - a_3 b_4) t u - (a_3 b_4 t - a_4 b_3 u) s) - 7x_1 x_2 s^2 (a_4 b_3 u + a_3 b_4 t)], \\
W_3 &= -x_1^2 x_2^2 [18tu (a_4 b_3 - a_3 b_4) ((a_4 b_3 - a_3 b_4) t u + (a_4 b_3 u - a_3 b_4 t) s) + \\
&\quad + 2s^2 (4a_4^2 b_3^2 u^2 + 4a_3^2 b_4^2 t^2 - a_3 a_4 b_3 b_4 t u)], \\
W_4 &= 0. \tag{D.3}
\end{aligned}$$

$QR \rightarrow qg$

$$\begin{aligned}
A &= -\frac{8x_1}{9a_4b_3b_4st^2u^2t_2}, \\
W_0 &= -9x_2t_2stu(x_2t_1t_2 + (x_2 + b_4)tu), \\
W_1 &= tu \left(-a_4b_3b_4tu [8(b_3(s+t) - b_4u) + x_2s] + \right. \\
&\quad + [9x_2^2(a_4(b_3 - b_4)s^2 + (a_4b_3 + a_3b_4)st - a_3b_4tu) + \\
&\quad + 9x_2a_4u((b_3^2 - 2b_3b_4 - b_4^2)s - b_3b_4u) + \\
&\quad + x_2a_4b_3t((b_3 - b_4)s + b_3t) + 2a_4b_3tu(b_3^2 + b_3b_4 + 4b_4^2)]t_2 + \\
&\quad \left. + x_2((a_4b_3t + 9a_4x_2s)(b_3 - b_4) + 9b_3b_4u(a_3 - a_4))t_2^2 \right), \\
W_2 &= a_4b_3b_4x_2tu \left(9(a_3t(x_2s + b_4u) - a_4u(x_2s - b_4u) - 2a_4b_3u(t + s)) + \right. \\
&\quad + b_3t(a_3t + a_4u) - 2a_3b_4t(s + u) + \\
&\quad \left. + \left[9(x_1x_2(s + u) + 2a_3b_3u + x_2a_3(s - 3u)) + (b_3x_1 - 2a_3b_4)t \right] t_2 \right), \\
W_3 &= a_4b_3b_4x_2^2 \left(9[s(a_3^2b_4t^2 - 2a_4^2b_3u^2 + a_3a_4ut(b_3 - b_4)) + a_4tu^2(a_3b_4 - a_4b_3)] - \right. \\
&\quad \left. - t^2(u(a_3b_4 - a_4b_3) + a_3b_4s) \right), \\
W_4 &= 0.
\end{aligned} \tag{D.4}$$

$QQ \rightarrow qq$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{64x_1x_2}{27a_3a_4b_3b_4t^2u^2}, \\
W_0 &= x_1x_2st [t_1t(3a_4b_3 - x_1b_4) + t_2t(3a_4b_3 - x_2a_3) + t_1t_2(x_2a_4 - x_1b_4) - x_1x_2t^2 + \\
&\quad + st(6(a_3b_3 + a_4b_4) + 5(2a_4b_3 + a_3b_4))], \\
W_1 &= t [t_1x_1a_4b_4(6b_3t(a_4b_3 - a_3b_4) - x_2s(x_1b_3 + a_4b_3 - a_3b_4)) + \\
&\quad + t_2x_2a_3b_3(6a_4t(a_4b_3 - a_3b_4) - x_1s(x_2a_4 + a_4b_3 - a_3b_4)) + \\
&\quad + 6x_1x_2a_4b_3(a_4b_3 - a_3b_4)t^2 + x_1x_2a_4b_3s^2(a_4b_3 - a_3b_4 + 6x_1x_2) + \\
&\quad + x_1x_2st((a_3b_4 - a_4b_3)^2 + a_3b_4(a_3b_3 + a_4b_4) - 2a_4b_3(2a_4b_3 + x_1b_4 + x_2a_3))], \\
W_2 &= x_1x_2a_4b_3(6t^2(a_4b_3 - a_3b_4)^2 + 3x_1x_2a_4b_3s^2 + st(x_1b_3 + x_2a_4)(a_3b_4 - a_4b_3)), \\
W_3 &= W_4 = 0.
\end{aligned} \tag{D.5}$$

$QQ' \rightarrow qq'$

$$A = \frac{64x_1x_2}{9a_4b_3t^2}, \quad W_0 = 2t^2, \quad W_1 = 2a_4b_3t, \quad W_2 = a_4^2b_3^2, \quad W_3 = 0, \quad W_4 = 0. \tag{D.6}$$

$$Q\bar{Q} \rightarrow q\bar{q}$$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{64}{27x_1x_2a_4b_3s^2t^2}, \\
W_0 &= x_1x_2st[t_1t(3a_4b_3 - x_1b_4) + t_2t(3a_4b_3 - x_2a_3) + t_1t_2(x_2a_4 - x_1b_4) - x_1x_2t^2 + \\
&\quad + st(6(a_3b_3 + a_4b_4) + 5(2a_4b_3 + a_3b_4))], \\
W_1 &= t[t_1x_1a_4b_4(6b_3t(a_4b_3 - a_3b_4) - x_2s(x_1b_3 + a_4b_3 - a_3b_4)) + \\
&\quad + t_2x_2a_3b_3(6a_4t(a_4b_3 - a_3b_4) - x_1s(x_2a_4 + a_4b_3 - a_3b_4)) + \\
&\quad + 6x_1x_2a_4b_3(a_4b_3 - a_3b_4)t^2 + x_1x_2a_4b_3s^2(a_4b_3 - a_3b_4 + 6x_1x_2) + \\
&\quad + x_1x_2st((a_3b_4 - a_4b_3)^2 + a_3b_4(a_3b_3 + a_4b_4) - 2a_4b_3(2a_4b_3 + x_1b_4 + x_2a_3))], \\
W_2 &= x_1x_2a_4b_3(6t^2(a_4b_3 - a_3b_4)^2 + 3x_1x_2a_4b_3s^2 + st(x_1b_3 + x_2a_4)(a_3b_4 - a_4b_3)), \\
W_3 &= W_4 = 0.
\end{aligned} \tag{D.7}$$

$$Q\bar{Q} \rightarrow q'\bar{q}'$$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{64}{9x_1x_2s^2}, \\
W_0 &= -x_1x_2s(t + u), \\
W_1 &= 2(a_3^2b_3b_4(t_1 + u) + a_3^2b_4^2u + a_3a_4b_3^2(t + t_2) + a_3a_4b_3b_4(t_1 + t_2 - s) + \\
&\quad + a_3a_4b_4^2(t_2 + u) + a_4^2b_3^2t + a_4^2b_3b_4(t_1 + t)), \\
W_2 &= 2x_1x_2(a_4b_3 - a_3b_4)^2, \\
W_3 &= W_4 = 0.
\end{aligned} \tag{D.8}$$

$Q\bar{Q} \rightarrow gg$

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{27x_1x_2Sa_3a_4b_3b_4s^2t^2u^2}, \\
W_0 &= 2x_1x_2s^2tu[(x_1x_2 - 9(a_3b_4 + a_4b_3))(t+u)tu - x_1x_2t_1t_2(t_1+t_2)] \\
&\quad + [a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u], \\
W_1 &= -2x_1x_2stu \left(x_1x_2(a_3 - a_4)(b_3 - b_4)(t_1 + t_2)t_1t_2 + 2t[x_1x_2(x_1b_4t_2^2 + x_2a_3t_1^2) + \right. \\
&\quad + t_1t_2((x_1x_2 + x_1b_4 + x_2a_3)(a_3b_3 + a_4b_4) + (8a_4b_3 - a_3b_4)(a_4b_3 - a_3b_4))] + \\
&\quad + x_1x_2(2x_1x_2 - 17(a_3b_4 + a_4b_3))(t_1 + t_2)tu + 2(x_1^2(x_2 + b_3)(b_4 - 8b_3) + \\
&\quad + x_2^2a_3(a_4 - 8a_3) + a_3b_3(25x_1x_2 - 72a_4b_4))t^2u \\
&\quad \left. + 2t^2(x_1x_2 - 9a_4b_3)(x_1b_4t_2 + x_2a_3t_1) \right) + \\
&\quad + \left(a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \right), \\
W_2 &= \left[-2tu \left(-x_1^2x_2^4a_3a_4(t_1 + t_2)^2t_1 \right. \right. \\
&\quad + 2x_1x_2a_3tt_1(t_1 + t_2)[x_2^2(9a_3^2b_3 - x_1(x_1x_2 + a_3b_4)) + \\
&\quad + x_1(8b_3 - b_4)(x_2^2(a_4 - a_3) + a_4b_4^2)] + \\
&\quad + x_1tut_1(36x_1a_3a_4b_4^3(b_4 - 2x_2) + 5a_3a_4x_1x_2^2b_4^2 - x_2^4a_4(x_1 + a_3)(2a_3 - 7a_4) + \\
&\quad + 9x_2^2b_4(x_1^3b_4 - 2x_2a_3^3 + 4x_1^2x_2a_3) - 4x_1x_2^3b_4(a_3^2 + 4x_1^2)) + 2x_1x_2a_3t^2t_1 \times \\
&\quad \times [9a_4(b_4^2(3x_1b_3 - 2x_2a_3) - x_2^2b_4(x_1 - 3a_3) + x_2^3a_4) \\
&\quad - 2x_1x_2b_4(a_3x_2 + a_4b_4) - x_1x_2^3a_4] + \\
&\quad + x_1x_2t^2u(a_3^3b_4(7b_4^2 + 10b_3b_4 - 4b_3^2) + a_3^2a_4b_3(39b_4^2 + 30b_3b_4 - 2b_3^2) + \\
&\quad + 14a_3a_4^2b_3^2(x_2 + 2b_4) + 8a_4^3b_3^3) \\
&\quad \left. \left. + x_1x_2a_3b_4t^3(18a_4b_3(a_3x_2 + x_1b_4) - x_1x_2(a_3b_3 + x_1b_4)) \right) \right] + \\
&\quad + \left(a_3 \leftrightarrow b_4, a_4 \leftrightarrow b_3, t_1 \leftrightarrow t_2 \right) \Big] + \left[a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \right], \\
W_3 &= -4x_1x_2a_3a_4b_3b_4 \left(t^2[8x_1x_2a_3b_4(s+u)^2 \right. \\
&\quad - u(s+u)((9a_4b_3 + 7a_3b_4)(a_3b_3 + a_4b_4) + \\
&\quad + 2a_3b_4(17a_4b_3 - a_3b_4)) + 2a_3u^2(4b_3(a_3b_4 + a_4b_3) + b_4(13a_3b_4 - 5a_4b_3))] \Big) + \\
&\quad + \left(a_3 \leftrightarrow a_4, b_3 \leftrightarrow b_4, t \leftrightarrow u \right), \\
W_4 &= 0.
\end{aligned} \tag{Д.9}$$

В разделе 2.3 обсуждается ряд подпроцессов с фотонами в начальном и конечном состоянии.

Квадрат модуля амплитуды подпроцесса $Q\gamma \rightarrow q\gamma$ (2.34), усредненный по цветовым и спиновым квантовым числам начального состояния имеет вид:

$$\overline{|\mathcal{M}(Q\gamma \rightarrow q\gamma)|^2} = -32\pi^2\alpha^2 e_q^4 \frac{Sx_1}{b_4su} (t_1b_3^3 + sb_4^3 - u). \quad (\text{Д.10})$$

В пределе, когда кварк в начальном состоянии уходит на массовую поверхность, $t_1 \rightarrow 0$, $a_3 \rightarrow -u/S$, $a_4 \rightarrow -t/S$, $b_3 \rightarrow -t/(x_1S)$, $b_4 \rightarrow -u/(x_1S)$, и $x_1 \rightarrow s/S$, выражение (Д.10) воспроизводит хорошо известный результат для Комптоновского рассеяния в ЛП КПМ,

$$\overline{|\mathcal{M}(q\gamma \rightarrow q\gamma)|^2} = -32\pi^2\alpha^2 e_q^4 \left(\frac{s}{u} + \frac{u}{s} \right). \quad (\text{Д.11})$$

Квадрат модуля амплитуды подпроцесса $Rq \rightarrow q\gamma$ (2.36) усредненный по спиновым и цветовым квантовым числам начального состояния равен:

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}(Rq \rightarrow q\gamma)|^2} &= \frac{16}{3}\pi^2\alpha\alpha_s e_q^2 \frac{S^2 x_1^2 x_2}{st^2 t_1} \{ t [ub_3 + (t+u)b_4 - Sa_3b_3^2 + sx_2] \\ &\quad + Sa_4b_3 [sb_4 - tb_3 - (s+t)x_2] \}. \end{aligned} \quad (\text{Д.12})$$

Коллинеарный предел для (Д.12), определен формулой (1.94). Предел $t_1 \rightarrow 0$ в Д.12 легко вычисляется при помощи подстановок $a_3 \rightarrow -u/(Sx_2)$, $a_4 \rightarrow -t/(Sx_2)$, $b_3 \rightarrow (-t + B\sqrt{t_1})/(Sx_1)$, $b_4 \rightarrow (-u - B\sqrt{t_1})/(Sx_1)$, и $Sx_1x_2 \rightarrow s + t_1$, где $B = \sqrt{2ut/s} \cos \phi_1$. После усреднения по азимутальному углу мы получаем хорошо известный результат

$$\overline{|\mathcal{M}(gq \rightarrow q\gamma)|^2} = -\frac{16}{3}\pi^2\alpha\alpha_s e_q^2 \left(\frac{s}{t} + \frac{t}{s} \right). \quad (\text{Д.13})$$

Далее мы приводим выражения для независимых спиральных амплитуд (2.42) партонного подпроцесса $\gamma R \rightarrow \gamma g$ (2.35). Они могут быть записаны как

$$\mathcal{M}(R+, +) = \mathcal{M}(t, u, t_1, \{f_i^{(1)}\}, \mathcal{R}_1), \quad (\text{Д.14})$$

$$\mathcal{M}(R+, +) = \mathcal{M}(s, t, t_1, \{f_i^{(2)}\}, \mathcal{R}_2), \quad (\text{Д.15})$$

$$\mathcal{M}(R+, -) = \mathcal{M}(s, u, t_1, \{f_i^{(3)}\}, \mathcal{R}_3), \quad (\text{Д.16})$$

$$\mathcal{M}(R+, -) = \frac{i\pi^2 4\sqrt{2}}{u\Delta} (t+u)\gamma_1, \quad (\text{Д.17})$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(t, u, t_1, \{f_i\}, \mathcal{R}) &= \frac{i\pi^2}{\sqrt{2}\Delta^3(t+u)} \{ f_1 [B_0(t) - B_0(-t_1)] + f_2 [B_0(u) - B_0(-t_1)] \\ &\quad + f_3 E(t_1, t, u) + \mathcal{R} \}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E(t_1, t, u) &= tC_0(t) + uC_0(u) + (t+t_1)C_0(-t_1, t) + \\ &\quad (u+t_1)C_0(-t_1, u) - tuD_0(-t_1, t, u). \end{aligned}$$

Обозначения для скалярных однопетлевых интегралов, введенные в работе [107] связаны с нашими обозначениями следующим образом:

$$\begin{aligned}
B_0(p_1^2) &= I_2^D(p_1^2; 0,0), \\
C_0(p_3^2) &= I_3^D(0,0,p_3^2; 0,0,0), \\
C_0(p_2^2,p_3^2) &= I_3^D(0,p_2^2,p_3^2; 0,0,0), \\
D_0(s_{12},s_{23}) &= I_4^D(0,0,0,0; s_{12},s_{23}; 0,0,0,0), \\
D_0(p_4^2,s_{12},s_{23}) &= I_4^D(0,0,0,p_4^2; s_{12},s_{23}; 0,0,0,0).
\end{aligned} \tag{Д.18}$$

Набор коэффициентов, соответствующий (Д.14) имеет вид:

$$\begin{aligned}
f_1^{(1)} &= \frac{-it^2}{2(t+t_1)^2} \{2(s+2u)(t+t_1)(t+u)^2\gamma_1 + 4isu^2[2t(t+t_1) - ut_1]\sqrt{t_1} \\
&\quad + u[s^2(s+t_1) + 3su(s-t_1) + 2u^2(s-t_1)]i\gamma_2\}, \\
f_2^{(1)} &= \frac{-itu}{2(u+t_1)^2} \{2(s+2t)(u+t_1)(t+u)^2\gamma_1 + 4istu[tt_1 - 2u(u+t_1)]\sqrt{t_1} \\
&\quad + u[s^3 + s^2(3t+t_1) + st(2t-3t_1) - 2t^2t_1]i\gamma_2\}, \\
f_3^{(1)} &= \frac{-it}{4s} \{2(t+u)^2[t^2 + t_1t + u(u+t_1)]\gamma_1 + 4istu^2(u-t)\sqrt{t_1} \\
&\quad + u[t^3 + t^2(u+t_1) + tu(u-2t_1) + u^2(u+t_1)]i\gamma_2\}, \\
\mathcal{R}_1 &= \frac{st^2u^2}{(t+t_1)(u+t_1)} [(t_1-s)\gamma_2 + 2s(t-u)\sqrt{t_1}],
\end{aligned} \tag{Д.19}$$

где γ_1 и γ_2 определены формулами (2.50) и (2.53), соответственно. Набор коэффициентов, соответствующий (Д.15) имеет вид:

$$\begin{aligned}
f_1^{(2)} &= \frac{-is^2t}{2u} [2(t+u)(2t+u)\gamma_1 - 4itu^2\sqrt{t_1} - u(2t+u)i\gamma_2], \\
f_2^{(2)} &= \frac{ist^2}{2u(t+t_1)^2} \{2(2s+u)(t+t_1)(t+u)^2\gamma_1 - 4isu^2[ut_1 + t(t+t_1)]\sqrt{t_1} \\
&\quad - u[2(s+t_1)s^2 + 3su(s+t_1) + u^2(s-t_1)]i\gamma_2\}, \\
f_3^{(2)} &= \frac{ist}{4u^2} \{2[s^2 + t_1s + t(t+t_1)](t+u)^2\gamma_1 + 4ist^2u^2\sqrt{t_1} \\
&\quad - u[u^3 + u^2(3t+t_1) + tu(4t+t_1) + 2t^2(t+t_1)]i\gamma_2\}, \\
\mathcal{R}_2 &= -\frac{s^2t^2u}{t+t_1} (2u\sqrt{t_1} + \gamma_2).
\end{aligned} \tag{Д.20}$$

Коэффициенты соответствующие (Д.16) получаются из (Д.20) посредством подстановок

$$t \leftrightarrow u, \quad \sqrt{t_1} \rightarrow -\sqrt{t_1}, \quad \gamma_1 \rightarrow \gamma_1 \frac{t}{u}, \tag{Д.21}$$

реализующих перестановку партонов в конечном состоянии.

Квадрат модуля амплитуды партонного подпроцесса (2.35) отсуммированный (усредненный) по цветовым и спиновым квантовым числам конечного (начального) состояния, в терминах

спиральных амплитуд (Д.14)–(Д.17) записывается следующим образом

$$\overline{|\mathcal{M}(R + \gamma \rightarrow g + \gamma)|^2} = \frac{\alpha^2 \alpha_s^2}{4\pi^4} \left(\sum_q e_q^2 \right)^2 \sum_{\lambda_3, \lambda_4 = \pm 1} |\mathcal{M}(R + , \lambda_3 \lambda_4)|^2. \quad (\text{Д.22})$$

Для полноты, мы так же приводим соответствующий результат ЛП КПМ: [105; 106],

$$\begin{aligned} \overline{|\mathcal{M}(g\gamma \rightarrow g\gamma)|^2} = 8\alpha^2 \alpha_s^2 \left(\sum_q e_q^2 \right)^2 \{ & |\mathcal{M}(+, +, +)|^2 + |\mathcal{M}(-, +, -)|^2 + \\ & |\mathcal{M}(-, +, +)|^2 + |\mathcal{M}(+, +, -)|^2 + 4|\mathcal{M}(+, +, +)|^2 \}, \end{aligned} \quad (\text{Д.23})$$

где

$$\begin{aligned} \mathcal{M}(+, +, -) &= \mathcal{M}(+, +, +) = -1, \\ \mathcal{M}(+, +, +) &= 1 + (2x - 1)L_2 + \frac{1}{2} [x^2 + (1 - x)^2] (L_2 + \pi^2), \\ \mathcal{M}(-, +, -) &= 1 + \left(1 - \frac{2}{x}\right) (L_1 - \pi i) + \frac{1}{2x^2} [1 + (1 - x)^2] L_1 (L_1 - 2\pi i), \\ \mathcal{M}(-, +, +) &= \mathcal{M}(-, +, -)|_{x \rightarrow 1-x}, \end{aligned} \quad (\text{Д.24})$$

где $L_1 = \log[1/(1 - x)]$, $L_2 = \log[(1 - x)/x]$, и $x = -t/s + i0$.

Приведем так же выражение для квадрата модуля амплитуды $Q\bar{Q} \rightarrow \gamma\gamma$, используемое в разделе 2.5:

$$\overline{|\mathcal{M}(Q_+ \bar{Q}_- \rightarrow \gamma\gamma)|^2} = \frac{32}{3} \pi^2 e_q^4 \alpha^2 \frac{x_1 x_2}{a_3 a_4 b_3 b_4 S t u} (w_0 + w_1 S + w_2 S^2 + w_3 S^3), \quad (\text{Д.25})$$

где коэффициенты w_i могут быть представлены в следующем виде:

$$\begin{aligned} w_0 &= t_1 t_2 (t_1 + t_2) - t u (t + u), \\ -w_1 &= t_1 t_2 (a_3 - a_4) (b_3 - b_4) + t_2 x_1 (b_4 t + b_3 u) + \\ &+ t_1 x_2 (a_3 t + a_4 u) + t u (a_3 b_3 + 2a_4 b_3 + 2a_3 b_4 + a_4 b_4), \\ -w_2 &= b_3 b_4 x_1^2 t_2 + a_3 a_4 x_2^2 t_1 + a_3 b_4 t (x_2 a_3 + a_4 b_4) + a_4 b_3 u (a_3 b_3 + a_4 x_2), \\ -w_3 &= a_3 a_4 b_3 b_4 \left(a_3 b_4 \left(\frac{t}{u} \right) + a_4 b_3 \left(\frac{u}{t} \right) \right). \end{aligned}$$

В коллинеарном пределе $t_{1,2} \rightarrow 0$, амплитуда (Д.25) воспроизводит соответствующую амплитуду КПМ $q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma$:

$$|\overline{\mathcal{M}(q\bar{q} \rightarrow \gamma\gamma)}|^2 = \frac{32}{3}\pi^2 e_q^4 \alpha^2 \left(\frac{t}{u} + \frac{u}{t} \right).$$