МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ САМАРСКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ АКАДЕМИКА С.П. КОРОЛЕВА

На правах рукописи

Салеев Артем Владимирович

НОВЫЕ АСПЕКТЫ СПИНОВОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ ПРЕЦИЗИОННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ ПО ПОИСКУ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ДИПОЛЬНОГО МОМЕНТА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ НА НАКОПИТЕЛЬНЫХ КОЛЬЦАХ

Специальность 01.04.16 — «Физика атомного ядра и элементарных частиц»

Диссертация на соискание учёной степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук Николаев Николай Николаевич

Самара — 2017

Оглавление

Стр.

Введе	ние .		5
Глава	1. Me	год поиска ЭДМ с использованием РЧ фильтра Вина	17
1.1	Спинс	овая динамика при наличии ЭДМ	17
1.2	Сигна	л ЭДМ за счёт радиочастотной модуляции вращения спина	19
1.3	Парам	иетрический резонанс с РЧ фильтром Вина	21
	1.3.1	Случай точного резонанса	22
	1.3.2	Случай неточного резонанса	25
	1.3.3	Эволюция поляризации при начальном направлении	
		вдоль оси стабильного спина кольца	27
	1.3.4	Эволюция поляризации при начальном ортогональном к	
		оси стабильного спина кольца направлении поляризации .	28
	1.3.5	Частотный спектр вращения спина и зависимость	
		амплитуд осцилляций спина от РЧ фазы фильтра Вина	28
1.4	Фикси	ирование относительной фазы прецессии спина и	
	радио	частотного поля	30
	1.4.1	Перспективы методики фиксирования относительной фазы	38
Глава	2. Heə	окспоненциальное затухание осцилляций	
	вер	тикальной поляризации пучка	40
2.1	Искус	ственные спиновые резонансы с радиочастотными	
	ротат	орами спина	40
2.2	Завис	имость скорости декогерентности от энергии пучка и	
	гармо	ники РЧ поля	48
Глава	3. Mer	год определения оси стабильного спина с помощью	
	ИЗМ	ерения рельефа частоты прецессии спина	51
3.1	Фон к	с сигналу ЭДМ от полей несовершенств магнитной	
	дорож	кки накопительного кольца	51
	3.1.1	Матрица преобразования спина в кольце с	
		неидеальностями магнитной дорожки	52

	3.1.2	Ориентация оси стабильного спина как статический	
		сигнал ЭДМ	54
3.2	Измер	рение рельефа частоты прецессии спина в накопительном	
	кольц	е с одной искусственной неидеальностью	54
	3.2.1	Измерение рельефа частоты прецессии спина в кольце с	
		двумя соленоидами	57
	3.2.2	Соленоиды электронных систем охлаждени пучка в	
		качестве искусственных неидеальностей на COSY	60
	3.2.3	Создание локальной искусственной неидеальности	
		статическим фильтром Вина	61
3.3	Выра	внивание оси стабильного спина с помощью статического	
	спино	вого ротатора	62
3.4	Перст	ективы использования метода измерения рельефа частоты	
	преце	ссии спина	63
Глава	4. Изм	мерение рельефа частоты прецессии спина на СОЅҮ	65
4.1	Ход э	ксперимента и получение данных	65
4.2	Метод	д анализа данных	68
	4.2.1	Анализ погрешностей скачков спинтьюна	71
4.3	Подте	верждение наличия седловой точки карты спинтьюна	76
	4.3.1	Проверка достоверности процедуры фитирования	77
	4.3.2	Фитирование карты остаточных погрешностей	78
4.4	Призн	наки сдвига замкнутой орбиты пучка за счёт соленоидов	81
4.5	4.5 Интерпретация результатов и возможные способы примен		
	техни	ки измерения рельефа частоты прецессии спина	86
Глава	5. Сис	стематические ограничения метода определения	
	оси	стабильного спина	89
5.1	Числе	енное моделирование динамики пучка в COSY при наличии	
	перек	оса соленоидов	89
5.2	Свойс	ства скейлинга преобразований спина при сдвигах орбиты	92
	5.2.1	Настройки корректирующих магнитов	92
	5.2.2	Скейлинговые свойства эффектов сдвига орбиты в	
		зависимости от перекоса соленоидов	93

	5.2.3	Корректирующие магниты кольца и их влияние на	
		исходный спинтьюн	
	5.2.4	Свойства скейлинга компонент оси стабильного спина $ec{c}$ в	
		зависимости от поворота соленоида	
	5.2.5	Скейлинговые свойства фазы поворота спина в кольце	
		относительно перекоса соленоидов	
5.3	Сдвиги	и замкнутой орбиты соленоидами S_1 и S_2	
5.4	4 Измерение рельефа частоты прецессии спина с учётом перекоса		
	солено	идов	
5.5	Интера	претация карты остаточных погрешностей $\Delta u_s^{ m res}$ 106	
5.6	Числе	нное моделирование случая перекошенных соленоидов в	
	идеаль	ьном кольце	
5.7	Основа	ные результаты численных оценок	
Заклю	очение		
Списо	к сокра	ащений и условных обозначений	
Слова	рь тері	минов	
Списо	к литеј	р атуры	
Списо	к рису	нков	
Списо	к таблі	иц	
Прило	жение	А. Примеры декогерентности осцилляций	
		вертикальной поляризации при энергиях,	
		близких к «магическим»	

Введение

Само наше существование возможно исключительно благодаря барионной ассиметрии Вселенной. В теории Большого Взрыва, барионная ассиметрия Вселенной образовалась во время неравновесного расширения Вселенной за счёт процессов с изменением барионного заряда с одновременным нарушением *CP*-симметрии [1]. В Стандартной Модели (СМ) имеется топологический механизм несохранения барионного заряда [2], экспериментально наблюдаемое в распадах каонов и тяжёлых частиц нарушение *CP* успешно параметризуется ненулевой фазой в матрице смешивания кварков Кабибо-Кобаяши-Маскавы (СКМ) [3]. Но барионный заряд Вселенной, предсказываемый СМ, примерно на девять порядков меньше, чем наблюдаемый экспериментально [4—6]. Отношение средней плотности барионов во Вселенной к средней плотности фотонов реликтового излучения, согласно современным данным из космологии [3], равно

$$Y_B = \frac{n_B}{S_{\gamma}} = (9.29 \pm 0.34) \times 10^{-11}$$

Это явным образом требует наличия *CP*-нарушающих механизмов помимо CKM-параметризации в CM. (Для более подробного обзора альтернативных подходов к проблеме ассиметрии материи и антиматерии, см. [7])

Электрические дипольные моменты (ЭДМ) возможны только в случае нарушения (см. Рис. 1) пространственной симметрии (P) и инвариантности обращения времении (T) (и нарушения CP как следствие CPT-теоремы). Следовательно, поиск ЭДМ адронов и лептонов является важным шагом на пути к физике за пределами СМ. ЭДМ прецессирует в электрическом поле точно так же, как магнитный дипольный момент (МДМ) в магнитном поле. Уместны простые размерные оценки. Ядерный магнетон $\mu_N = e\hbar/2m_Nc \approx 10^{-14} \,\mathrm{e\cdot cm}$ даёт естественный масштаб для МДМ нуклонов и лёгких ядер. ЭДМ требует P-нарушающего слабого взаимодействия, которое вносит подавление ЭДМ на множитель порядка $\sim 10^{-7}$, а также дополнительные $\sim 10^{-3}$ за счёт нарушения CP-симметрии [9]. Таким образом, естественный масштаб для ЭДМ нуклонов

$$d_N \sim 10^{-3} \times 10^{-7} \times \mu_N \sim 10^{-24} \,\mathrm{e\cdot cm} \,.$$
 (1)



Рисунок 1 — Нарушение пространственной (Р) и временной (Т) симметрии при наличии ЭДМ (иллюстрация М. Розенталя (M. Rosenthal) [8])

В СМ, *СР*-симметрия нарушается за счёт переходов, меняющих аромат кварков. Для того, чтобы образовать нейтральный по аромату ЭДМ, необходимо еще раз применить слабое взаимодействие, которое возвращает прежнее значение аромата, что подавляет ЭДМ ещё на семь порядков и приводит к исчезающе малому нижнему пределу для ЭДМ нуклонов в СМ:

$$d_N^{\rm SM} \sim 10^{-3} \times 10^{-7} \times \mu_N \times 10^{-7} \sim 10^{-31} \,\mathrm{e\cdot cm} \,.$$
 (2)

До настоящего момента самые жёсткие верхние пределы были установлены на ЭДМ нейтральных атомов, молекул и нейтронов (см. Таблицу 1), которые в состоянии покоя могут быть помещены в сильные электрические поля [10]. В таких исследованиях обычно отслеживают сдвиг частоты прецессии, вызванный электрическим полем E, параллельным или антипараллельным магнитному полю B (подробнее в обзоре [11]). История поиска ЭДМ нейтронов (Рис. 2) начинается с эксперимента Смита, Парсела и Рамси [12] в 50-х годах прошлого века. На сегодняшний день для ЭДМ нейтрона был достигнут [13—15] верхний предел $d_n < 2.9 \times 10^{-26}$ е см. Предельная точность, ожидаемая в будущих экспериментах по ЭДМ нейтронов, может составить $d_n \sim 10^{-27}$ е см.

От вращения спина нейтральных пучков в пролётной кинематике, в случае нейтронов перешли к опытам с ульрахолодными нейтронами в ловушках.



Рисунок 2 — История поисков ЭДМ нейтрона и ограничения некоторых моделей [16].

По сути, пролётная кинематика остаётся актуальной в поисках ЭДМ нейтральных атомов и молекул. Для нейтронов возможно выделение сигнала ЭДМ также от взаимодействия с гигантскими внутрикристаллическими электрическими полями. Эта техника развивается в ПИЯФ им. Константинова РАН [17; 18] и в принципе может стать конкурентоспособной с техникой ловушек для ультрахолодных нейтронов [19].

Но привычный подход с параллельными полями не работает для заряженных частиц, таких как протоны, дейтроны и другие лёгкие ядра. В этом случае электрическое поле должно быть частью того, что удерживает частицы на замкнутой орбите в накопительном кольце. С чисто статистической точки зрения, чувствительность к ЭДМ протонов и дейтронов может быть выше, чем для нейтронов. Вдобавок, существующий предел на ЭДМ нейтрона не исключает намного большие значения ЭДМ протона, дейтрона и гелиона (³He) (для сравнительного анализа см. [23]). Принципиально то, что не существует модельнонезависимых правил сумм, связывающих ЭДМ n, p, d и ³He, так как они все

Частица	Предел	Цель	Эквивалент d_n	Источник
Электрон	$< 1.85 \times 10^{-27}$	$pprox 10^{-29}$		[20]
Нейтрон	$<2.9\times10^{-26}$	$\approx 10^{-28}$	10^{-28}	[13]
$^{199}\mathrm{Hg}$	$< 3.1 \times 10^{-29}$	10^{-29}	10^{-26}	[21]
$^{129}\mathrm{Xe}$	$< 6.0 \times 10^{-27}$	$\approx 10^{-30} - 10^{-33}$	$\approx 10^{-26} - 10^{-29}$	[22]
Протон	$<7.9\times10^{-25}$	$\approx 10^{-29}$	10^{-29}	[21]
Дейтрон		$\approx 10^{-29}$	$3 \times 10^{-29} - 5 \times 10^{-31}$	

Таблица 1 — Существующие пределы (в [е·см]) на ЭДМ атомов и частиц.

Предел на ЭДМ протона является модельнозависимой оценкой.

зависят от различных свойств общих механизмов нарушения CP-симметрии. В Таблице 1 приведены существующие пределы на ЭДМ атомов и частиц, а так же целевая экспериментальная чувствительность и эквивалентное значение для ЭДМ нейтрона d_n .

Данная работа основана на части результатов экспериментальных исследований, которые были проведены коллаборацией «JEDI» (англ. Jülich Electric Dipole moment Investigations) на ускорителе «COSY» (COoler SYnchrotron [24]) в 2014-2016 гг. Эти работы были мотивированы планами поиска ЭДМ протонов и дейтронов, используя накопительное кольцо [25—27] (см. Рис. 4). Это часть общемировых усилий по достижению новых рубежей в прецезионной спиновой динамике поляризованных пучков в накопительных кольцах.

Систематические ошибки, подстерегающие на пути к ЭДМ заряженных частиц, кардинально отличаются от таковых в экспериментах с нейтральными атомами и нейтронами. Опрделение влияния систематических ошибок ставит важнейшую задачу изучения прецизионной спиновой динамики в накопителях. В частности, требуется понимание того, в какой мере вращение спина в фоновых магнитных полях в накопителе может имитировать эффект ЭДМ. В чисто магнитных накопителях типа COSY, особо опасно вращение МДМ в магнитных полях в плоскости кольца, которые возникают из-за несовершенства магнитной дорожки. Ранее эти поля не измерялись, и коллаборацией JEDI был впервые разработан новый подход к экспериментальному определению их вклада во вращение спина в накопителе. Именно, мы разработали новый метод для составления карты спинового отклика машины, вводя в накопитель искусственно созданные несовершенства магнитной дорожки. Теоретические основы этого метода были разработаны диссертантом с соавторами. Метод был опробован на опыте, и его экспериментальное подтверждение является важной предпосылкой к планируему предварительному ЭДМ-эксперименту на COSY. Эти результаты существенны для дальнейших проектов специализированных накопительных колец для поиска ЭДМ.



Рисунок 3 — Радиочастотный фильтр Вина для поиска ЭДМ дейтронов.

В более практическом аспекте, настоящее исследование является частью подготовки к поиску ЭДМ дейтрона на COSY, которое было впервые предложено Морзэ, Орловым и Семерцидисом в работе [28], и для которого усилиями Института Ядерной Физики («Institut für Kernphysik») и Института Инженеринга, Электроники и Аналитики («Zentralinstitut für Engineering, Elektronik und Analytik») Научно-исследовательского Центра г. Юлих, совместно с Аахенским Университетом («RWTH Aachen University»), был разработан радиочастотный (РЧ) фильтр Вина [29; 30]. Фото РЧ фильтра Вина в тестовой лаборатории COSY показано на Рис. 3, и в конце 2017 года пройдут его первые испытания с поляризованным пучком. Концепция, как она была выдвинута тремя авторами для идеального магнитного кольца, заключается в наблюдении резонансного вращения спина за счёт ЭДМ из начального горизонтального направления спинов циркулирующих дейтронов в вертикальное и наоборот, возникающего за счёт работы РЧ фильтра Вина на частоте прецессии спина дейтронов. РЧ фильтр Вина как таковой прозрачен для ЭДМ частицы, его эффект заключается в модуляции спиновой частоты. Эта модуляция происходит одновременно с прецессией ЭДМ в статическом индуцированном электрическом поле Е кольца, что приводит к осцилляциям вертикальной поляризации с частотой пропорциональной ЭДМ [28]. На практике, горизонтальное время когерентности спинов слишком мало, чтобы наблюдать полные периоды осцилляций вертикальной поляризации за счёт ЭДМ, и можно будет увидеть только начальный этап медленного роста вертикальной поляризации.

Взаимодействие ЭДМ с горизонтальным индуцированным электрическим полем наклоняет вертикальную ось стабильного спина внутрь или наружу кольца. Этот постоянный наклон является одним из наблюдаемых ЭДМ-сигналов, подобно резонансным осцилляциям спина за счёт ЭДМ при использовании РЧ фильтра Вина. Как было сказано ранее, любой изъян в магнитной дорожке накопительного кольца, связанный со сдвигом и перекосом элементов кольца, создаёт горизонтальные и/или продольные поля на пути замкнутой орбиты частицы. Вращение спина в этих неидеальных магнитный полях неотличимо от вращения ЭДМ в горизонтальном индуцированном электрическом поле. В настоящее время нет возможности скомпенсировать эти неидельные поля для каждого элемента, и следовательно, они приводят к основному фоновому сигналу при поиске ЭДМ.

Научная и практическая значимость

Стандартная Модель электрослабых взаимодействий не в состоянии объяснить бариогенезис во Вселенной в силу слишком слабых эффектов несохранения СР и барионного заряда. С одной стороны, нарушение СР-симметрии — один из трех фундаментальных критерев бариогенезиса. С другой стороны, СР-несохранение приводит к ЭДМ нуклонов, ядер и атомов. Верхний предел на ЭДМ нейтрона и нейтральных атомов и молекул недостаточен для определения изотопических свойств несохранения СР-симметрии. Отличительная черта Квантовой ХромоДинамики (КХД) как фундаментальной теории сильных взаимодействий — это возможность нарушения СР за счет «тэта-члена», при этом возможен электрический дипольный момент адронов на 5-7 порядков превышающий ожидаемый в Стандартной Модели. Если ЭДМ не будет найден с точностью лучше 10^{-29} e·см, то это исключит возможность объяснения бариогенезиса во Вселенной за счет электрослабых механизмов. Несмотря на изоскалярность тэта-члена, ЭДМ протонов и нейтронов ожидается разным, что делает в высшей степени актуальным поиск ЭДМ протонов и дейтронов. Если спины холодных и ультрахолодных нейтральных атомов, молекул и нейтронов можно поместить в статические электрические поля, то для заряженных частиц это возможно только в накопительных кольцах, когда электрическое поле есть часть удерживающего поля. Поэтому такие поиски ЭДМ заряженных частиц ранее не проводились, их теория практически не разрабатывалась, и любой результат в этом направлении является пионерским.

Недавно коллаборация JEDI разработала метод измерения спинтьюна дейтронов с относительной точностью девять значащих цифр, за время удержания пучка около 100 с [31]. (Усилия, направленные на расширение границ высокоточной спиновой физики в накопительных кольцах включают в себя развитие поляриметрии с точностью выше 10^{-5} [32; 33], продление времени когерентности в свободной прецессии горизонтального спина более 1000 с [34]). Такая высокая точность может быть применена для создания диагностического инструмента, позволяющего количественно оценить свойства магнитной дорожки кольца. Конкретно известно, что неидеальности магнитной дорожки влияют на спинтьюн (частоту прецессии спина в накопителе) [35; 36]. Новая техника основана на внедрении искусственных неидеальностей в кольцо и измерении спинтьюна как функции скачка спиновой фазы в этих искусственных неидеальностях. Измерение рельефа чатоты прецесси спина как спинового отклика позволяет определить ориентацию оси стабильного спина в точке непосредственно перед искусстевенной неидеальностью, и в Главе 4 приводится результат первого прямого измерения оси стабильного спина в накопительном кольце. Предварительные результаты приведены в [37].



Рисунок 4 — Иллюстрация идеи сигнала ЭДМ в чисто электростатическом кольце с «замороженным» спином [26].

Конечной целью исследований коллаборации JEDI на COSY является обоснование возможности измерения электрического дипольного момента протонов, дейтронов и ядер гелия-3 с предельно достижимой статистической точностью 10⁻²⁹ е.см. Поиск ЭДМ с такой амбициозной чувствительностью потре-

Частица	Импульс $p \; [\Gamma artheta \mathrm{B}/c]$	Аномальный магнитный	E [MB/M]	B (T)
		момент G		
Протон	0.701	1.792847	13.977	0.000
Дейтрон	1.000	-0.142987	-3.361	0.135
$^{3}\mathrm{He}$	1.211	-4.183963	13.943	-0.042

Таблица 2 — Параметры для «заморозки спина» горизонтальным электрическим полем *E* и вертикальным магнитным полем *B* при поиске ЭДМ в кольце радиуса *r* = 30 м.

бует строительства специализированного накопительного кольца [25]. Для этого кольца должны быть выбраны такие параметры удерживающего электрического и магнитного полей, при которых частота вращения спина за счёт МДМ фиксируется на частоте обращения частиц (см. Таблицу 2), в результате чего вращение спина в плоскости кольца «замораживается». Благодаря ЭДМ и фиксированию частоты МДМ-вращения, ось стабильного спина будет направлена параллельно ведущему электрическому полю \vec{E} (см. Рис. 4), что приводит к вращению поляризации из плоскости кольца и она приобретает вертикальную компоненту. Вращение спина за счёт ЭДМ будет наблюдаться при исходном направлении поляризации частиц параллельном вектору импульса $(\vec{S}_0 \parallel \vec{p})$ и в предположении отсутсвия искажений замкнутой орбиты неидеальностями элементов кольца. Часть систематических ошибок при определении сигнала ЭДМ планируется избежать при использовании встречных пучков. Но окончательное решение о строительстве может быть принято только если будут поняты все источники возможных систематических ограничений точности и способы их устранения. Последнее требует детального теоретического и экспериментального изучения относящихся к ЭДМ аспектов спиновой динамики.

Целью данной работы является теоретическое и экспериментальное развитие прецизионной спиновой динамики в накопителях в приложении к задаче высокочувствительных поисков ЭДМ заряженных частиц с целью поиска СРнесохранения за счет механизмов вне Стандартной Модели. Для достижения поставленной цели, необходимо решить следующие **задачи**:

 определение временной зависимости поляризации от свойств пучка при различных режимах работы фильтра Вина в поисках ЭДМ резонансным методом

- реализация способа контроля относительной фазы спина и радиочастотного поля спинового ротатора, которая позволит сохранять условие точного спинового резонанса в течение длительного времени, необходимого для накопления сигнала ЭДМ
- 3. разработка теории затухания вертикальных осцилляций спина в резонансном радиочастотном режиме из-за сбоя фазы, вызванного синхротронными колебаниями, и предсказанного удлиннения времени когерентности горизонтальной поляризации при «магических энергиях», что может резко увеличить чувствительность к ЭДМ
- 4. разработка теории влияния фона МДМ на систематическое ограничение точности определения сигнала ЭДМ в магнитном кольце
- 5. поиск способов прямого измерения и минимизации ложных сигналов от вращения магнитного момента в радиальных и продольных магнитных полях из-за несовершенства магнитной дорожки накопительного кольца, что увеличило бы чувствительность методики с радиочастоным фильтром Вина
- 6. реализация метода измерения фона МДМ в накопительном кольце COSY на основе прецизионного измерения частоты прецессии спина
- 7. оценка систематических эффектов от вращения магнитного момента за счёт неточности позиционирования статических магнитных спиновых ротаторов в методе минимизации ложных сигналов

Конкретные задачи по проблеме поиска ЭДМ напрямую привязаны к экспериментам, планирумым коллаборацией JEDI на ускорителе COSY.

В настоящее время ускоритель COSY Института ядерной физики в Юлихе, Германия, единственный в мире, где есть возможности для такой подготовительной работы по поиску ЭДМ заряженных частиц: ускорение и накопление поляризованных пучков, электронное и стохастическое охлаждение пучков, поляриметрия и в ближайшее время будет реализована манипуляция поляризации сибирскими змейками и радиочастотным фильтром Вина. Теоретическая работа по спиновой динамике в накопителях в рамках настоящего исследования полностью нацелена на подготовку первого в мире эксперимента по поиску сигнала ЭДМ на ускорителе COSY. При нынешнем статусе накопительного кольца, это возможно с точностью до $10^{-19} - 10^{-21}$ e·см, с последующим увеличением чувствительности после реконструкции накопительного кольца. Автор является одним из лидеров теоретической поддержки международной коллаборации JEDI в области систематических фоновых эффектов. Программа поиска ЭДМ является основной для Института ядерной физики в Юлихе. Эксперимент планируется провести в 2018 г., в последующую пятилетку планируется реконструкция COSY с изучением систематических эффектов на новом уровне чувствительности, с возможным улучшением верхнего предела на ЭДМ до 10^{-24} е·см, и подготовкой проекта специализированного кольца для поиска ЭДМ к 2022-2023 гг.

Научная новизна

Основная работа была связана с развитием теоретического аппарата для моделирования спиновой динамики и динамики пучка для определения фоновых к ЭДМ сигналов из-за взаимодействия магнитного момента накопленных частиц с магнитными полями из-за несовершенства магнитной дорожки накопительного кольца. Впервые в литературе, развит подход, основанный на модуляции частоты прецессии горизонтального спина, которая может быть измерена с относительной точностью до 10⁻¹⁰. В качестве анализирующих элементов использованы имеющиеся на ускорителе COSY соленоиды двух систем электронного охлаждения пучка. На основе проведённого анализа экспериментальных данных коллаборации JEDI, полученных на ускорителе COSY в Юлихе, Германия, показано, что эта техника позволит контролировать угловую ориентацию оси стабильного спина с точностью до 2.8 мкрад. Дана оценка ложных эффектов, вызванных неточной ориентацией магнитных осей соленоидов. Основные теоретические выводы подтверждены моделированием с помощью программного комплекса для моделирования спиновой и орбитальной динамики «COSY Infinity». Большая часть решённых задач представлена автором диссертации в работе [38]. Кроме того, проведён эксперимент по стабилизации относительной фазы спина и радиочастотного поля с точностью до 0.21 рад, что позволяет удерживать условие точного спинового резонанса, и результаты опубликованы в работе [39]. В работе [40] впервые получена зависимость скорости неэкспоненциального дэмпинга осцилляций вертикальной поляризации от синхротронных амплитуд во время спинового резонанса и предсказан уход фазы осцилляций.

Достоверность полученных результатов обеспечивается тем, что при анализе систематических эффектов был использован программный комплекс для моделирования спин-орбитальной динамики «COSY Infinity» [41]. Предсказания теоретических моделей используют спинорный формализм [35]. Полученные на основе этого формализма зависимости модуляции частоты прецессии спина от величин поля ИН полностью совпадают с численным моделированием динамики спина в «COSY Infinity», и подтвержаются в эксперименте с достаточно высокой точностью.

Основные положения, выносимые на защиту:

- 1. Разработка теории затухания вертикальных осцилляций спина в резонансном радиочастотном режиме.
- 2. Теоретическая разработка метода прямого измерения интегральных паразитных радиального и продольного магнитного полей в накопительных кольцах.
- 3. Результаты численного моделирования режимов работы статического соленоида, при котором происходит возбуждение коллективного бетатронного движения пучка.
- 4. Теоретическая разработка метода контроля относительной фазы радиочастотного поля ротатора спина и фазы прецессии спина в накопительном кольце.

Апробация работы

Представленные в диссертации результаты прошли научную апробацию и получили должную известность в научном сообществе. Они докладывались на Ученом Совете Самарского Университета, Ученом Совете Института теоретической физики им. Л.Д. Ландау РАН, рабочих совещаниях коллаборации JEDI (2013-2017 гг., г. Юлих, Германия), на ежегодных конференциях «DPG Frühjahrstagung» Немецкого Физического Общества (Дрезден, 2013 и 2017 гг.; Франкфурт, 2014 г.; Вупперталь, 2015 г.; Дармштадт, 2016 г.), семинарах «CANU/FFE» в Центре Физики г. Бад Хоннеф (2013 и 2015 гг., Германия), 21 Международном Симпозиуме по Спиновой Физике в Пекинском Университете (SPIN-2014, Китай, 20-24 октября 2014г.), 16 и 17 Рабочих совещаниях по физике спина при высоких энергиях (DSPIN 2015 и 2017 гг., ОИЯИ, г. Дубна, Россия) и на семинаре Лаборатории Ядерных Проблем имени Л.П Джелепова ОИЯИ.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в 7 печатных изданиях, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК [38—40; 42], и 3—в тезисах докладов [37; 43; 44], из них 6 работ входят в международные базы цитирования Scopus и Web of Science.

Последующее изложение организовано следующим образом. В Главе 1 изложена методика поиска ЭДМ с помощью радиочастотного фильтра Вина, и приведены результаты эксперимента по стабилизации относительной фазы спина и РЧ поля. Сопутсвующие этой методике рекомендации по учёту влияния неэкспоненциального затухания вертикальных осцилляций поляризации во время индуцированного спинового резонанса описаны в Главе 2. Затем в Главе 3 подчёркивается значимость измерения спинтьюна как способа охарактеризовать фон МДМ при поисках ЭДМ заряженных частиц, а далее представлено теоретическое введение в развитый нами новый подход к определению оси стабильного спина в накопителях. Основные результаты исследования рельефа частоты прецессии спина на COSY изложены в Главе 4. Они полностью подтверждают ожидания теоретической модели влияния магнитных неидеальностей на спинтьюн. В экспериментальных данных имеются определённые систематические эффекты, которые были выявлены во время анализа данных. Наиболее значимые систематические эффекты, связанные с возмущением замкнутой орбиты за счёт перекоса соленоидов, обсуждаются в Главе 5. На основе полученных из численной модели ограничений, в Главе 5 проведена интерпретация экспериментальных данных и даны рекомендации по улучшению техники измерения рельефа частоты прецесси спина. Стоит особо отметить, что в разделе 4.2 приведены многие технические детали, связанные со статистической и систематической точностью определения спинтьюна.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, пяти глав и заключения. Полный объём диссертации составляет 134 страницы с 34 рисунками и 10 таблицами. Список литературы содержит 65 наименований. Глава 1. Метод поиска ЭДМ с использованием РЧ фильтра Вина

В этой главе изложена суть резонансного метода для поиска ЭДМ на COSY. Планируемая точность метода $\sigma |d_d| < 10^{-24} \, {\rm e} \cdot {\rm cm}$. Достижение такой точности потребовало разработки специального метода контроля относительной фазы между фазой РЧ поля спинового ротатора и фазой горизонтальной компоненты прецессии спина, о котором подробно рассказано в последнем разделе главы. По результатам Главы опубликованы работы [38; 39; 42; 44].

1.1 Спиновая динамика при наличии ЭДМ

Спиновая динамика в накопительном кольце описывается уравнением Френэля-Томаса–Баргмана–Мишеля–Телегди (ФТ-БМТ) [45—48] которое дополнено с принятием в расчёт эффектов ЭДМ [49; 50]. В идеальном накопительном кольце со статическим вертикальным магнитным полем $\vec{B} = B\vec{e}_y$, и горизонтальным электрическим полем $\vec{E} = E\vec{e}_x$, частица движется по замкнутой круговой орбите так, что ($\vec{\beta} \cdot \vec{E}$) = ($\vec{\beta} \cdot \vec{B}$) = 0, где $\vec{\beta} = \beta \vec{e}_z$ это вектор скорости частицы в единицах скорости света *c*. Единичные орты $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ образуют правую тройку векторов. В дальнейшем используется система единиц $\hbar = c = 1$. Для частицы массы *m* с электрическим зарядом *q*, ЭДМ параметризуется, как

$$d = \eta \frac{q}{2m}.\tag{1.1}$$

Здесь η играет для ЭДМ ту же роль, что и *g*-фактор для МДМ, $\mu = gq/2m$. С учётом ЭДМ, уравнение ФТ-БМТ для спиновой прецессии имеет вид [49; 50]

$$\frac{d\vec{S}}{dt} = \vec{\Omega}_s \times \vec{S} \,, \tag{1.2}$$

где вектор угловой скорости прецессии спина задан как

$$\vec{\Omega}_s = -\frac{q}{m} \left[\underbrace{G\vec{B} + \left(\frac{1}{\beta^2} - 1 - G\right)\vec{\beta} \times \vec{E}}_{\text{MDM}} + \underbrace{\frac{\eta}{2}(\vec{E} + \vec{\beta} \times \vec{B})}_{\text{EDM}} \right].$$
(1.3)

Здесь G = (g-2)/2 обозначает аномальный магнитный момент. Член с ЭДМ в $\vec{\Omega}_s$ пропорционален силе Лоренца,

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = q\left(\vec{E} + \vec{\beta} \times \vec{B}\right) \,, \tag{1.4}$$

в то время как члены, связанные с МДМ, получают вклад от индуцированного магнитного поля $\propto \vec{\beta} \times \vec{E}$.

В стандартном спинорном формализме [35; 36], матрица преобразования спина за один оборот частицы по кольцу R есть

$$\mathbf{t}_{\mathrm{R}} = \exp\left(-i\pi\nu_{s}\vec{\sigma}\cdot\vec{c}\right) = \cos\left(\pi\nu_{s}\right) - i\left(\vec{\sigma}\cdot\vec{c}\right)\sin(\pi\nu_{s}),\qquad(1.5)$$

где $\vec{\sigma}$ обозначает вектор матриц Паули, и \vec{c} — это единичный вектор, указывающий направление оси стабильного спина в начальной точке отсчёта оборота. Угловая скорость прецессии спина равна

$$\vec{\Omega}_s = 2\pi f_s \vec{c} = 2\pi f_R \nu_s \vec{c} \,, \tag{1.6}$$

где $f_{\rm R}$ есть частота обращения пучка в кольце, и спинтьюн ν_s есть количество оборотов спина за один оборот частицы. Влияние ЭДМ на спин приводит к двум важным эффектам. Во-первых, он отклоняет ось стабильного спина (или, в другой терминологии, замкнутую орбиту спина) от вертикального направления в плоскости, которая перпендикулярна вектору скорости частицы, что описывается выражением

$$\vec{c} = \vec{e}_x \sin \xi_{\text{EDM}} + \vec{e}_y \cos \xi_{\text{EDM}}, \qquad (1.7)$$

где

$$\tan \xi_{\rm EDM} = \frac{\eta\beta}{G} \,. \tag{1.8}$$

Во-вторых, кроме наклона, взаимодействие с ЭДМ также изменяет величину спинтьюна от канонического $\nu_s = G\gamma$, к

$$\nu_s^0 = \frac{G\gamma}{\cos\xi_{\rm EDM}}\,.\tag{1.9}$$

1.2 Сигнал ЭДМ за счёт радиочастотной модуляции вращения спина

Ранее обсуждалась возможность получения сигнала ЭДМ за счёт резонансного вращения спина из горизонтального в вертикальное направление, пропорционального ЭДМ, за счёт использования РЧ фильтра Вина (см. Рис. 3 и Рис. 3.1) с горизонтальным электрическим полем \vec{E} , заданным как $\vec{E}_{\rm WF}(t) = \vec{e}_x E_{\rm WF} \cos(2\pi f_{\rm WF}t + \Delta_{\rm WF})$ и вертикальным магнитным полем \vec{B} , так же осциллирующим по закону $\vec{B}_{\rm WF}(t) = \vec{e}_y B_{\rm WF} \cos(2\pi f_{\rm WF}t + \Delta_{\rm WF})$. Согласно уравнению ФТ-БМТ, такой фильтр Вина, с нулевой силой Лоренца

$$\vec{F}_{\rm L}(t) = \vec{E}_{\rm WF}(t) + \vec{\beta} \times \vec{B}_{\rm WF}(t) = 0,$$
 (1.10)

которая воздействует на пучок частиц, является полностью ЭДМ-прозрачным.

Тем не менее, взаимодействие МДМ с вертикальным РЧ магнитным полем приводит к вращению спина вокруг вертикальной оси *y* с угловой скоростью

$$\vec{\Omega}_{\rm WF}(t) = -\frac{q}{m} \cdot \frac{1+G}{\gamma^2} \vec{B}_{\rm WF}(t) \,. \tag{1.11}$$

Результирующий толчок спина в фильтре Вина создаёт радиочастотную модуляцию спинтьюна. Как показано в работе Морзэ, Орлова и Семерцидиса [28], когда частота РЧ фильтра Вина настроена на частоту прецессии спина $(f_{WF} = f_s)$, РЧ модуляция спинтьюна, происходящая одновременно с вращением спина за счёт взаимодействия ЭДМ со статическим индуцированным электрическим полем $\vec{E} \propto \vec{\beta} \times \vec{B}$, приводит к вертикальным осцилляциям спина частиц.

Сила этого спинового резонанса задана выражением (см. обсуждение в разделе 1.3).

$$\epsilon = \frac{1}{2} \chi_{\rm WF} \left| \vec{c} \times \vec{w} \right| \,. \tag{1.12}$$

В дальнейшем, \vec{c} обозначает ось стабильного спина в кольце [\vec{c} это статическая величина, определённая в точке расположения РЧ фильтра Вина, *neped mem*, как он был включен, см также Ур. (1.5)], χ_{WF} это амплитуда угла поворота спина в фильтре Вина, и \vec{w} есть ось магнитного поля фильтра Вина.

Для идеального фильтра Вина, $\vec{w} = \vec{e}_y$ и $|\vec{c} \times \vec{w}| = \sin \xi_{\text{EDM}}$. Тем самым, сила резонанса пропорциональна ЭДМ,

$$\epsilon = \frac{1}{2} \chi_{\rm WF} \sin \xi_{\rm EDM} \tag{1.13}$$

и равна нулю, если $\xi_{\text{EDM}} \propto d = 0$. Полный вывод для случая в точном резонансе[см. Ур. (1.12)] представлен в разделе 1.3.1, вне резонанса в разделе 1.3.2.



Рисунок 1.1 — а) Рост вертикальной поляризации P_y за счёт ЭДМ при работе РЧ фильтра Вина на частоте прецессии спина в кольце. На графиках б) и в) показана осцилляция горизонтальных компонент поляризации P_z и P_x .

На Рис. 1.1(а) изображён пример регистрации сигнала ЭДМ при росте вертикальной поляризации P_y во время работы РЧ фильтра Вина на частоте свободной прецессии спина $\nu_s f_R = 120.8$ кГц. Предполагаемое значение ЭДМ дейтрона $d_d = 10^{-19}$ e·см. Энергия пучка T = 236 МэВ, амплитуда напряжённости электрического поля в фильтре Вина E = 3 кВ/м и направление исходного вектора поляризации $\vec{P} = \vec{e_x}$. За время наблюдения 1000 с, или 7.6×10^8 оборотов, величина вертикальной поляризации составит $P_y > 0.1$.

1.3 Параметрический резонанс с РЧ фильтром Вина

Далее рассматриваются случаи точного и неточного резонанса при работе РЧ фильтра Вина, а так же зависимость вектора спина $\vec{S}(n)$ от номера оборота. Положение фильтра Вина в кольце COSY показано на Рис. 3.1. Направление оси стабильного спина \vec{c} , обозначенного на Рис. 3.1 перед соленоидом S₁, в данной задаче считается таким же и в точке перед фильтром Вина (Рис. 1.2). Важным свойством полученных выводов является их общность для произвольного направления оси РЧ ротатора спина \vec{w} и оси стабильного спина \vec{c} . Это позволяет предсказать поведение $\vec{S}(n)$ в случае неточного позиционирования РЧ фильтра Вина относительно вертикали, которое приводит к систематической ошибке при определении сигнала ЭДМ, $\xi_{\rm EDM}$, из Ур. 1.12. В линейном приближении, учитывая малость горизонтальных проекций $c_x, c_z, w_x, w_z \ll 1$ векторов \vec{w} и \vec{c} , сила индуцированного спинового резонанса будет зависить от

$$|\vec{c} \times \vec{w}| = \sqrt{1 - (\vec{c} \cdot \vec{w})^2} \simeq \sqrt{(c_x - w_x)^2 + (c_z - w_z)^2}$$
 (1.14)

На сегодняшний день, угловая точность позиционирования РЧ фильтра Вина составляет $\delta w_x \approx 2 \times 10^{-5}$ рад. Это приводит к ориентировочной достижимой точности для ЭДМ дейтрона при энергии пучка T = 270 МэВ

$$\sigma(d) = \frac{Gq}{\beta m_d} \delta w_x \approx 10^{-19} \,\mathrm{e} \cdot \mathrm{cm} \,.$$

Максимальный угол поворота фильтра Вина вокруг продольной оси $\pi/2$, при котором направление магнитного поля становится радиальным, $\vec{w} = \vec{e}_x$. Это позволяет использовать РЧ фильтр Вина в режиме спинового флиппера, подобно РЧ соленоиду. В таком режиме может производится отладка работы фильтра Вина и вспомогательных систем.

1.3.1 Случай точного резонанса

Уравнение ФТ-БМТ [Ур. (1.2), (1.3)], является однородным линейным уравнением, и ЭДМ резонанс может быть только параметрическим. РЧ возбуждение коллективных бетатронных осцилляций пучка недопустимо для прецизионного эксперимента, так как коллективные эффекты создают нежелательные и неконтролируемые систематические ошибки при определении сигнала ЭДМ. Критерий нулевой силы Лоренца для фильтра Вина, данный в Ур. (1.10), делает его полностью прозрачным для ЭДМ. Но сумма $\vec{B}_{\rm WF}$ и индуцированного магнитного поля $\vec{\beta} \times \vec{E}_{\rm WF}$, приведённая в Ур. (1.11), не зануляется. Ось вращения спина в фильтре Вина определена единичным вектором \vec{w} , который направлен по $\vec{B}_{\rm WF}$.

Согласно Ур. ФТ-БМТ, РЧ фильтр Вина поворачивает спин частицы за счёт МДМ [28], и матрица преобразования спина имеет вид

$$\mathbf{t}_{\rm WF}(t) = \cos\frac{1}{2}\chi_{\rm WF}(t) - i(\vec{\sigma}\cdot\vec{w})\sin\frac{1}{2}\chi_{\rm WF}(t). \qquad (1.15)$$

Соответствующий угол поворота спина есть [см Ур. (1.11)]

$$\chi_{\rm WF}(t) = -\frac{L_{\rm WF}}{\beta} \cdot \frac{qE_{\rm WF}}{m\beta} \cdot \frac{G+1}{\gamma^2} \cos\left(2\pi f_{\rm WF}t + \Delta_{\rm WF}\right)$$

= $\chi_{\rm WF} \cos\left(2\pi f_{\rm WF}t + \Delta_{\rm WF}\right)$, (1.16)

где $L_{\rm WF}$ есть длина фильтра Вина, $E_{\rm WF}$ это амиплитуда электрического поля, $f_{\rm WF}$ это частота осцилляций РЧ поля. Кроме того, в Ур. (1.16) входит разность фаз $\Delta_{\rm WF}$, отсчитываемая между фазой угла прецессии спина $\theta_s(n) = 2\pi\nu_s f_{\rm R}t = 2\pi\nu_s n$, где n обозначает число оборотов, и фазой РЧ поля. Там, где это возможно, рассматривается наинизший порядок теории возмущений по малому параметру $\chi_{\rm WF} \ll 1$. В идеальном случае, ось $\vec{w} = (w_x, w_y, w_z) = (0,1,0)$ направлена вертикально.

Эволюция спиновой волновой функции ψ частицы за один оборот в накопительном кольце задана преобразованием спина

$$\psi(n+1) = \mathbf{t}_{WF}(n+1)\mathbf{T}\psi(n), \qquad (1.17)$$

где **Т** является матрицей преобразования спина в кольце, включая ИН [см. Ур. (3.16)]. Выделяя быструю прецессию спина вокруг оси \vec{c}^4 , можно перейти к представлению взаимодействия $\psi(n) = \mathbf{T}^n \eta(n)$, где $\eta(n)$ есть огибающая быстрых осцилляций спина, $\eta(0) = \psi(0)$. Уравнение эволюции для $\eta(n)$ принимает вид

$$\eta(n) = \mathbf{T}^{-n} \mathbf{t}_{WF}(n) \mathbf{T}^{n} \eta(n-1)$$

= $\exp\left\{-\frac{i}{2}\vec{\sigma} \cdot \vec{U}(n)\right\} \eta(n-1),$ (1.18)

где

$$\vec{U}(n) = 2\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm WF}(n)\right) \left\{\cos\theta_s(n)\left[\vec{w} - (\vec{c}\cdot\vec{w})\vec{c}\right] - \sin\theta_s(n)\left[\vec{c}\times\vec{w}\right] + (\vec{c}\cdot\vec{w})\vec{c}\right\}$$
(1.19)

есть моментальная ось поворота спина во вращающейся системе. Здесь три вектора,

$$\begin{split} \vec{c}, \\ \vec{k} &= \frac{[\vec{c} \times \vec{w}]}{\sqrt{1 - (\vec{c} \cdot \vec{w})^2}}, \quad \mathbf{M} \\ \vec{m} &= \frac{[\vec{c} \times \vec{w}] \times \vec{c}}{\sqrt{1 - (\vec{c} \cdot \vec{w})^2}} = \frac{\vec{w} - (\vec{c} \cdot \vec{w})\vec{c}}{\sqrt{1 - (\vec{c} \cdot \vec{w})^2}}, \end{split}$$
(1.20)

образуют ортонормальный базис. Схематически, относительная ориентация этих векторов в одной из точек кольца представлена на Рис. 1.2.

Уравнение (1.18) имеет формальное решение

$$\eta(n) = T_n \exp\left\{-\frac{i}{2} \sum_{k=1}^n \vec{\sigma} \cdot \vec{U}(k)\right\} \psi(0), \qquad (1.21)$$

где T_n обозначает n упорядочивание. При условии точного резонанса $f_{\rm WF} = f_{\rm R}(\nu_s + K)$, где целое K есть гармоника, поведение $\eta(n)$ при больших n рассчитано с использованием метода усреднения Боголюбова-Крылова-Митропольского [51]. Он сводится к тому, что в сумме $\sum_{k=1}^n \vec{\sigma} \cdot \vec{U}(k)$ сохраняются только

¹Стоит напомнить, что ось *c* определяет ось свободной прецессии спина в статическом кольце перед включением РЧ спиновых ротаторов.



Рисунок 1.2 — Относительная ориентация вектора оси стабильного спина \vec{c} , векторов РЧ поля \vec{w} , $\vec{k} \propto (\vec{c} \times \vec{w})$ и $\vec{m} \propto (\vec{k} \times \vec{c})$, в точке кольца перед РЧ фильтром Вина.

линейно растущие члены

$$\sum_{k=1}^{n} 2\chi_{\rm WF}(k) \cos \theta_s(k) \simeq n\chi_{\rm WF} \cos \Delta_{\rm WF}, \quad \mu$$

$$\sum_{k=1}^{n} 2\chi_{\rm WF}(k) \sin \theta_s(k) \simeq -n\chi_{\rm WF} \sin \Delta_{\rm WF}, \quad (1.22)$$

в то время как осциллирующие члены исключаются. В результате

$$\eta(n) = \mathbf{t}_u(n)\psi(0) = \exp\left(-\frac{i}{2}n\epsilon\vec{\sigma}\cdot\vec{u}\right)\psi(0), \qquad (1.23)$$

где

$$\vec{u} = \cos \Delta_{\rm WF} \vec{k} + \sin \Delta_{\rm WF} \vec{m} \tag{1.24}$$

обозначает ось стабильного спина во вращающейся системе. Её ориентация зависит от наклона осей \vec{c} и оси фильтра Вина \vec{w} . Огибающая $\vec{S}_{\rm env}(n)$ опредляется как

$$\vec{S}_{\text{env}}(n) = \frac{1}{2} \operatorname{Tr} \left\{ \mathbf{t}_{u}^{\dagger}(n) \vec{\sigma} \mathbf{t}_{u}(n) \left(\vec{\sigma} \cdot \vec{S}(0) \right) \right\} \,, \tag{1.25}$$

где $\vec{S}(0)$ есть вектор начальной поляризации.

Сила спинового резонанса ϵ , данная в Ур. (1.12), есть произведение амплитуды угла поворота спина за счёт МДМ в фильтре Вина ($\chi_{\rm WF}$) и синуса пространственного угла ξ_{cw} между осью стабильного спина \vec{c} и осью РЧ фильтра Вина \vec{w} . Стоит заметить, что ϵ не зависит от сдвига фазы $\Delta_{\rm WF}$. Однако общее решение для эволюции спина как функции времени зависит от $\Delta_{\rm WF}$, что будет рассмотрено далее.

1.3.2 Случай неточного резонанса

Практический интерес представляет случай вне резонанса, когда частота РЧ поля $f_{\rm WF}$ не совпадает с частототой прецессии спина f_s [Ур. (4.1)]. Например, во время поиска точного значения резонансной частоты, происходит цикл измерений с настройками частот РЧ поля в диапазоне, захватывающем искомую частоту прецессии спина. Частота, при которой наблюдается максимальная амплитуда осцилляций вертикальной поляризации, являтся наиболее близкой к резонансной. Определение зависимости амплитуды осцилляций вертикальной поляризации от установленной частоты РЧ поля позволяет точно найти необходимую резонансную частоту для РЧ спинового ротатора. Приведённое решение справедливо для общего случая, когда в качестве ротатора спина мог быть и РЧ фильтр Вина, и РЧ соленоид, а так же учитывает ненулевые горизонтальные компоненты оси стабильного спина, возникающие за счёт полей неидеальностей магнитов кольца (подробнее о влиянии неидеальностей на ось \vec{c} в Главе 3).

Постоянная отстройка двух частот параметризуется как

$$\delta_{\rm WF} = \frac{1}{4\pi} \frac{f_{\rm WF} - f_s}{f_{\rm R}} \,. \tag{1.26}$$

При переносе эффекта отстройки частоты к матрице преобразования спина в РЧ фильтре Вина,

$$\mathbf{t}_{\rm WF}(n) = \left(1 + \frac{i}{4}(\vec{\sigma} \cdot \vec{c})\delta_{\rm WF}\right) \left(1 - \frac{i}{2}(\vec{\sigma} \cdot \vec{w})\chi_{\rm WF}(t)\right)$$

$$\simeq 1 - \frac{i}{4}\vec{\sigma} \cdot \left(2\chi_{\rm WF}(t)\vec{w} - \delta_{\rm WF}\vec{c}\right).$$
(1.27)

При проведении анализа, изложенного в разделе 1.3.1, находится решение, имеющие тот же вид, что Ур. (2.19), с матрицей поворота спина во вращающейся

системе

$$\vec{u} = \cos \rho_u \Big(\cos \Delta_{\rm WF} \vec{k} + \sin \Delta_{\rm WF} \vec{m} \Big) - \sin \rho_u \vec{c} \,, \tag{1.28}$$

где $\chi^0_{\rm WF} = \chi_{\rm WF} \sqrt{1 - (\vec{c} \cdot \vec{w})^2}$. Угол ρ_u задает удобную параметризацию для отстройки частоты,

$$\sin \rho_{u} = -(\vec{u} \cdot \vec{c}) = \frac{\delta_{\rm WF}}{\sqrt{\chi_{\rm WF}^{0}{}^{2} + \delta_{\rm WF}{}^{2}}},$$

$$\cos \rho_{u} = \frac{\chi_{\rm WF}^{0}}{\sqrt{\chi_{\rm WF}^{0}{}^{2} + \delta_{\rm WF}{}^{2}}}.$$
(1.29)

Соответствующая сила резонанса имеет вид

$$\epsilon(\chi_{\rm WF}^0, \delta_{\rm WF}) = \frac{1}{2} \sqrt{\chi_{\rm WF}^{0^2} + \delta_{\rm WF}^2} \,. \tag{1.30}$$

Общее решение для эволюции огибающей быстрых осцилляций вектора поляризации $\vec{S}(n)$ дана в Ур. (1.25). Точная зависимость от номера оборота n (здесь и далее аргументы ϵ опущены) есть

$$\vec{S}_{\rm env}(n) = \vec{u} \left(\vec{u} \cdot \vec{S}(0) \right) + \left\{ 1 - (\vec{u} \cdot \vec{S}(0))^2 \right\}^{1/2} \left[\vec{n}_a \cos(\epsilon n) + \vec{n}_b \sin(\epsilon n) \right], \quad (1.31)$$

где

$$\vec{n}_{a} = \frac{\vec{S}(0) - \vec{u} \left(\vec{u} \cdot \vec{S}(0)\right)}{\left[1 - \left(\vec{u} \cdot \vec{S}(0)\right)^{2}\right]^{1/2}}, \quad \mathbf{H}$$

$$\vec{n}_{b} = \frac{\vec{u} \times \vec{S}(0)}{\left[1 - \left(\vec{u} \cdot \vec{S}(0)\right)^{2}\right]^{1/2}}.$$
(1.32)

Проекция огибающей $\vec{S}_{env}(n)$ на ось прецессии спина \vec{u} сохраняется, $\vec{u} \cdot \vec{S}_{env}(n) = \vec{u} \cdot \vec{S}(0)$. Прецессирующая компонента огибающей спина вращается в плоскости, заданной двумя единичными векторами \vec{n}_a и n_b . Ориентация этой плоскости зависит от наклона осей \vec{c} и \vec{w} , относительной фазы Δ_{WF} между РЧ полем и поворотом спина, а так же направления начальной поляризации $\vec{S}(0)$.

Этот результат обобщает выводы, сделанные в [35] (см. так же недавний анализ в [52]). Далее на двух типичных примерах рассмотрены основные свойства случая неточного резонанса.

1.3.3 Эволюция поляризации при начальном направлении вдоль оси стабильного спина кольца

В случае, когда спины частиц ориентированы вдоль (примерно вертикальной) оси стабильного спина \vec{c} , то есть $\vec{S}(n = 0) = \vec{c}$, решение для огибающей выглядит следующим образом,

$$\vec{S}_{env}(n) = \vec{c} \left\{ \sin^2 \rho_u + \cos^2 \rho_u \cos(\epsilon n) \right\} + \vec{k} \cos \rho_u \left\{ \sin \rho_u \cos \Delta_{WF}(\cos(\epsilon n) - 1) - \sin \Delta_{WF} \sin(\epsilon n) \right\} + \vec{m} \cos \rho_u \left\{ \sin \rho_u \sin \Delta_{WF}(\cos(\epsilon n) - 1) + \cos \Delta_{WF} \sin(\epsilon n) \right\} .$$
(1.33)

Пересечёт ли при вращении $\vec{S}(n)$ из исходной верхней полусферы в нижнюю, плоскость кольца или нет, зависит от угла ρ_u .

- 1. Если $|\rho_u| < \pi/4$, то амплитуда вертикальных осцилляций больше, чем среднее значение вертикальной компоненты $\sin^2 \rho_u$ и поляризация поменяет знак.
- 2. Если $\cos^2 \rho_u < \sin^2 \rho_u$, то вертикальная компонента поляризации не меняет знак.
- Вдали от резонанса, то есть, при соѕ² ρ_u ≪ sin² ρ_u, ось прецессии во вращающейся системе приближается к *c* и в результате движение спина сводится к слабой нутации.
- 4. Отличное от нуля среднее значение присутствует и в горизонтальных проекциях поляризации.

1.3.4 Эволюция поляризации при начальном ортогональном к оси стабильного спина кольца направлении поляризации

В этом случае начальный вектор поляризации находится в плоскости, образованной векторами \vec{k} и \vec{m} . Основным сигналом при индуцированном спиновом вращении является рост (вертикальной) полярицазии вдоль направления оси стабильного спина \vec{c} кольца [см. Ур. (1.5,3.14)]. Например, для $\vec{S}(0) = \vec{k}$ [данном в Ур. (1.20)], эволюция огибающей спина задаётся как

$$\vec{S}_{env}(n) = \vec{c} \left\{ \cos \rho_u \sin \rho_u \cos \Delta_{WF} \left(\cos \left(\epsilon n \right) - 1 \right) + \cos \rho_u \sin \Delta_{WF} \sin \left(\epsilon n \right) \right\} + \vec{k} \left\{ \cos^2 \rho_u \cos^2 \Delta_{WF} + \left(1 - \cos^2 \rho_u \cos^2 \Delta_{WF} \right) \cos \left(\epsilon n \right) \right\} + \vec{m} \left\{ \cos^2 \rho_u \sin \Delta_{WF} \cos \Delta_{WF} \left(1 - \cos \left(\epsilon n \right) \right) + \sin \rho_u \sin \left(\epsilon n \right) \right\}.$$
(1.34)

Рост вертикальной поляризации чувствителен к фазе Δ_{WF} . Он так же подавляется за счёт фактора $\cos \rho_u$, в то время как отличное от нуля среднее значение величины вертикальной поляризации подавляется фактором $\sin \rho_u$. Этот среднее значение играет роль и в горизонтальных проекциях поляризации.

1.3.5 Частотный спектр вращения спина и зависимость амплитуд осцилляций спина от РЧ фазы фильтра Вина

В эксперименте определяются асимметрии рассеяния выводимых частиц пучка влево-вправо и вверх-вниз на углеродной мишени [31]. Временная зависимость этих асимметрий образуется за счёт взаимодействия индуцированного вращения огибающей поляризации с частотой ϵ и индуцированного вращения с частотой РЧ фильтра Вина f_{WF} (спинтьюн ν_s свободной прецессии спина входит через параметр неточного резонанса δ_{WF}). Она задаётся выражением

$$\psi(n) = \mathbf{T}(n)\psi(0) ,$$

$$\mathbf{T}(n) = \exp\left[-i\pi n\nu_s \left(\vec{\sigma} \cdot \vec{c}\right)\right] \exp\left[-\frac{i}{2}n\epsilon\vec{\sigma} \cdot \vec{u}\right] ,$$

$$\vec{S}(n) = \frac{1}{2}\operatorname{Tr}\left\{\mathbf{T}^{\dagger}(n)\vec{\sigma}\mathbf{T}(n)\left(\vec{\sigma} \cdot \vec{S}(0)\right)\right\} .$$
(1.35)

Общее решение имеет вид

$$\begin{split} \vec{S}(n) &= \vec{c} \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u} \right) (\vec{c} \cdot \vec{u}) \\ &+ \vec{c} \left\{ \left[\left(\vec{S}(0) \cdot \vec{c} \right) - \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u} \right) (\vec{c} \cdot \vec{u}) \right] \cos\left(\epsilon n\right) + \vec{c} \left(\vec{S}(0) \cdot \left[\vec{u} \times \vec{c} \right] \right) \sin\left(\epsilon n\right) \right\} \\ &+ \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u} \right) \sqrt{1 - (\vec{c} \cdot \vec{u})^2} \left\{ \vec{d} \cos\left(2\pi\nu_{WF}n\right) + \left[\vec{c} \times \vec{d} \right] \sin\left(2\pi\nu_{WF}n\right) \right\} \\ &+ \frac{1}{2} \left[1 - (\vec{c} \cdot \vec{u}) \right] \sqrt{1 - \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u} \right)^2} \left\{ \vec{d} \cos\left[(2\pi\nu_{WF} - \epsilon) n + \rho_{-} \right] \right. \\ &+ \left[\vec{c} \times \vec{d} \right] \sin\left[(2\pi\nu_{WF} - \epsilon) n + \rho_{-} \right] \right\} + \frac{1}{2} \left[1 + (\vec{c} \cdot \vec{u}) \right] \sqrt{1 - \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u} \right)^2} \\ & \times \left\{ \vec{d} \cos\left[(2\pi\nu_{WF} + \epsilon) n + \rho_{+} \right] + \left[\vec{c} \times \vec{d} \right] \sin\left[(2\pi\nu_{WF} + \epsilon) n + \rho_{+} \right] \right\}, \end{split}$$
(1.36)

где единичный вектор $ec{d} \perp ec{c}$ есть

$$\vec{d} = \left[\vec{u} - \vec{c} \left(\vec{c} \cdot \vec{u}\right)\right] \left\{ 1 - \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u}\right)^2 \right\}^{-1/2}, \qquad (1.37)$$

и фазы ρ_\pm заданы как

$$\vec{S}(0) - \vec{c} \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{c} \right) - \vec{u} \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u} \right) + \vec{c} \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{c} \right) (\vec{c} \cdot \vec{u}) \mp \left[\vec{u} \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{c} \right) - \vec{S}(0) (\vec{c} \cdot \vec{u}) \right] = [1 \pm (\vec{c} \cdot \vec{u})] \sqrt{1 - \left(\vec{S}(0) \cdot \vec{u} \right)^2} \left\{ \vec{d} \cos \rho_{\pm} + [\vec{c} \times \vec{d}] \sin \rho_{\pm} \right\}.$$
(1.38)

Основные свойства эволюции поляризации

1. Помимо частот $\nu_{WF} f_R$ и $\epsilon f_R/2\pi$, полный частотный спектр вращения спина содержит боковые полосы $f_{\pm} = (\nu_{WF} \pm \epsilon/2\pi) f_R$.

- В присутствии полей неидеальностей и в случае неточного резонанса, ось стабильного спина *c* наклонена относительно секторов поляриметра [32; 33]. Следовательно, Фурье-спектр вертикальных осцилляций спина должен содержать, кроме частоты εf_R/2π, ещё частоты ν_{WF}f_R и f_±.
- Все Фурье-амплитуды должны проявлять нетривиальную зависимость от фазы Δ_{WF}, которая входит в них косвенно через направление оси *u*.
 Эта зависимость может быть использована для проверки корректности работы РЧ фильтра Вина.

Фиксирование относительной фазы прецессии спина, которое было реализовано в недавнем эксперименте на COSY и представлено в работе [39], позволяет установить зависимость амплитуды осцилляций вертикальной поляризации от $\Delta_{\rm WF}$. Подробнее об этом в следующем разделе.

1.4 Фиксирование относительной фазы прецессии спина и радиочастотного поля

Для того, чтобы иметь возможность установить зависимость Фурьеамплитуд от фазы $\Delta_{\rm WF}$, необходимо разработать систему контроля относительной фазы между фазой прецессии спина и фазой РЧ поля спинового ротатора (РЧ фильтра Вина или РЧ соленоида). Контроль фазы так же позволит сохранять условие точного резонанса в случае дрейфа резонансной частоты спина в кольце за счёт нестабильности магнитов кольца. В этом разделе обсуждается первое успешное применение такой системы, использующей принцип обратной связи, в накопительном кольце COSY. Пучок векторно поляризованных дейтронов заускался в кольцо в момент времени t = 0 и ускорялся до достижения импульса 970 МэВ/с. Интенсивность пучка составляла примерно 10⁹ дейтрнов в одном заходе. Векторная поляризация была перпендикулярна к плоскости кольца и менялась по очереди от захода к заходу от верхней к нижней. Соответствующие значения поляризации составляли $p^{up} = 0.30 \pm 0.03$ и $p^{down} = -0.46 \pm 0.03$. После ускорения, осуществлялось электронное охлаждение пучка в течение 74 секунд для того, чтобы уменьшить эмиттанс. Радиочастотный ускоряющий ВЧ резонатор, который использовался для создания сгустка, работал в течение всех

Импульс частицы p	0.970 Гэ B/c
Относительная скорость β	0.459
Лоренц-фактор γ	1.126
Слип-фактор η	-0.58
Аномальный магнитный	
момент дейтрона G	≈ -0.143
Циклотронная частота f_{cosy}	752543 Гц
Частота прецессии спина $ f_s $	121173 Гц
Резонансная частота $ f_{rf} $	873716 Гц
Общее время удержания пучка	200 c

Таблица 3 — Параметры пучка во время работы системы обратной связи.

200 секунд после захода пучка. Начиная с 80 с, пучок медленно выводился на внутреннюю углеродную мишень за счёт электрического поля, имеющего частотный спектр белого шума. Дейтроны, которые рассеялись эластично, были зафиксированы датчиками сцинцилляторов, находящихся в кольцах и стержнях детектора вокруг канала кольца. Датчики расположены так, что захватывают область полярных углов от 9° до 13°, и разделяются по азимутальному углу на четыре сектора (верхний, нижний, левый и правый). Эластичность событий рассеяния гарантируется остановкой дейтронов во внешнем кольце сцинцилляторов и измерением их энергии [53]. Лево-правая асимметрия количества рассеянных частиц позволяет определить вертикальную поляризацию, а асимметрия рассеяния между верхним и нижним сектором зависит от поляризации в горизонтальной плоскости кольца, ортогональной к направлению импульса. На t = 85 с после запуска пучка в кольцо, включался радиочастотный соленоид, который переворачивал исходную вертикальную поляризацию в горизонтальную плоскость.

После того, как поляризация приобретает горизонтальную проекцию, она начинает прецессировать вокруг вертикальной оси. Частота прецессии спина в системе покоя частицы определена как

$$f_s = \nu_s f_{cosy} \simeq G\gamma, \tag{1.39}$$

где $\nu_s \approx G\gamma \approx -0.16$ есть спинтьюн, с Лоренц-фактором γ и аномальным магнитным моментом G, а f_{cosy} является частотой обращения пучка. При этом, знак f_s показывает направление вращения спина. Для того, чтобы эффективно

вращать вектор поляризации, РЧ соленоид должен работать на резонансной частоте

$$f_{rf} = (k + \nu_s) f_{cosy}, k \in \mathbb{Z}.$$
(1.40)

В этом эксперименте, соленоид работал на частоте $|f_{rf}| \approx 873$ kHz (k = -1). В Таблице 3 приведены значения наболее важных параметров эксперимента. РЧ соленоид так же использовался для восстановления вертикальной поляри-



Рисунок 1.3 — а) Фаза между измеренным направлением поляризации и РЧ полем соленоида, когда система обратной выключена. б) То же, при включенной системе обратной связи. Серая полоса обозначает область значений разности фаз в пределах ±1 σ . в) Коррекция частоты обращения f_{cosy} .

зации в течение удержания пучка, и тем самым обеспечивалась проверка работоспособности системы обратной связи. Включение соленоида производилось при t = 115 с после запуска пучка. Амплитуда осцилляций вертикальной поляризации будет определять скорость роста вертикальной поляризации на начальном этапе роста, который исследовался при работе системы обратной связи. Угол поворота поляризации в соленоиде будет наибольшим, если максимальное значение продольного поля соленоида совпадает во времени с ортогональным к нему максимальным значением поляризации. При этом, угол поворота будет равен нулю при параллельном направлении максимального значения поляризации к полю соленоида в моменты времени, когда оно достигает максимального значения. Точная зависимость представлена в разделе 1.3.5, где относительная фаза $\Delta_{\rm WF}$ определяет, насколько велика проекция начальной поляризации на вектор \vec{u} , и при $\vec{u} \parallel \vec{S}(0)$, амплитуда вертикальных осцилляций будет равна нулю, а при $\vec{u} \perp \vec{S}(0)$ амплитуда будет максимальной. Аналогично, при $\phi = 0$, вектор поляризации будет параллелен полю соленоида в момент его включения с максимальным значением поля, и скорость роста будет также равна нулю. Общий случай, рассмотренный в разделе 1.3.5, справедлив и для $\vec{w} = \vec{e_z}$, когда РЧ ротатор спина является РЧ соленоидом. Приближение зависимости амплитуды $\propto \sin \phi \simeq \sin \Delta_{\rm WF}$ состоит в том, что плоскость вращения вектора \vec{u} и само его направление не являются строго горизонтальными, если с имеет небольшие горизонтальные проекции $c_x, c_z \ll c_y$. Результирующая амплитуда вертикальных осцилляций будет включать в себя ненулевое среднее значение быстрых осцилляций спина на гармонике $\nu_s f_{cosy}$ за счёт вертикальных проекций \vec{u} (см. выводы раздела 1.3.5). В данном эксперименте, работоспособность системы обратной связи проверяется качественно, и влиянием малых вертикальных проекций \vec{u} на амплитуду можно пренебречь. Кроме того, наблюдаемая амплитуда будет зависеть от когерентности начальных значений $\vec{S}(0)$ векторов спинов частиц, которая определяет величину вектора поляризации после усреднения по ансамблю.

В общем случае, относительная фаз
а ϕ между РЧ полем и фазой прецессии спина зависит от времени и определена как

$$\phi(t) = 2\pi (t - t_0)(f_{rf} - \nu_s f_{cosy}) + \phi_0, \qquad (1.41)$$

где t есть момент во времени после запуска пучка, t_0 — время начала измерений, и ϕ_0 это значение фазы при $t = t_0$. Соленоид находится неподвижно в определённой точке кольца, поэтому временные метки отсчитываются как

 $t-t_0=n/f_{cosy}$, где n есть номер оборота пучка:

$$\phi(n) = 2\pi n \left(\frac{f_{rf}}{f_{cosy}} - \nu_s\right) + \phi_0, \qquad (1.42)$$

Если условие Ур. 1.40 удовлетворено, $\phi(n)$ останется постоянным (кратным 2π), потому что в скобках в Ур. 1.42 будет целое число. Но уже при малой отстройке f_{rf} от резонансной частоты, значение ϕ будет непрерывно меняться и рост вертикальной поляризации замедлится или совсем прекратится. Если считать приемлимым падение роста вертикальной поляризации до 80% в конце 1000-секундного цикла (что соответствует $\cos \Delta \phi = 0.8$ и $\Delta \phi \approx 0.65$ гаd), обе частоты должны совпадать с точностью, лучше чем $\Delta f/f = 10^{-10}$. Как было показано в работе [31], и стабильность, и воспроизводимость спинтьюна ν_s составляет около $10^{-9} - 10^{-8}$. На Рис. 1.3(а) приведён пример изменения ϕ в течение времени удержания пучка, когда система обратной связи выключена. Начиная с произвольного значения, фаза непрерывно меняется в течении всего времени удержания пучка. При тех же самых начальных условиях, в других заходах наблюдалась менее или более выраженная временная зависимость. Следовательно, необходима активная система обратной связи, которая бы сохраняла ϕ в заданном интервале $\pm \Delta \phi$.

Основной принцип действия системы обратной связи заключается в контроле частоты прецессии спина за счёт изменения частоты обращения f_{cosy} и согласования фазы прецессии спина с фазой радиочастотного поля соленоида. На Рис. 1.4 изображена схема системы замкнутой обратной связи. На первом шаге с помощью поляриметрии и независимой системы обработки данных измеряется фаза прецессии спина (см. работу [31] и описание методики измерения спинтьюна в разделе 4.2). Затем, определяется относительная фаза $\phi_{meas} = \phi + \phi_{det}$, которая соответсвует разности фаз РЧ поля соленоида и прецессии спина. Обе фазы измеряются с помощью одних контрольных часов. Дополнительный постоянный сдвиг фазы ϕ_{det} происходит из-за поворота спина на участке между поляриметром и РЧ соленоидом, а так же в связи с задержками передачи сигнала по кабелям. Обычный период измерения для каждой контрольной точки составляет около 2 секунд, в зависимости от интенсивности пучка, который непрерывно выводится на внутреннюю мишень. Обратная связь используется для двух разных целей. Во-первых, фаза должна быть установлена на определённое значение ϕ_{set} . Это достигается за счёт работы с отстройкой от резонанса в течение короткого промежука времени (около 100 мс, например на Рис. 1.3(в) в момент t = 90 с), до того, пока бегущая фаза не примет желаемое значение. Такой способ используется так же для компенсации больших отклонений фазы за время удержания пучка. Во-вторых, должно сохраняться условие точного резонанса, заданное в Ур. 1.40, чтобы ϕ_{meas} оставался постоянным. Это осуществляется с помощью сдвига частоты обращения пучка f_{cosy} за счёт настройки частоты ускоряющего высокочастотного (ВЧ) резонатора (англ. «RF cavity»). Необходимый сдвиг частоты Δf_{cosy} может быть рассчитан, используя производную Ур. 1.42:

$$\frac{\partial \phi}{\partial f_{cosy}} = 2\pi n \left(-\frac{f_{rf}}{f_{cosy}^2} - \frac{\partial \nu_s}{\partial f_{cosy}} \right). \tag{1.43}$$

Первый член связан с разным временем прихода в соленоид, а второй описывает изменение спинтьюна:

$$\frac{\Delta\nu_s}{\nu_s} = \frac{\Delta\gamma}{\gamma} = \beta^2 \frac{\Delta p}{p} = \frac{\beta^2}{\eta} \frac{\Delta f_{cosy}}{f_{cosy}},\tag{1.44}$$

где β является относительной скоростью частицы, η есть слип-фактор, связывающий изменение импульса с изменением частоты обращения. Используя значения, приведённые в Таблице 3, получаем зависимость

$$\Delta \phi \approx 6.93 \frac{\text{pag}}{\Gamma_{\text{H}} \cdot \text{c}} = \Delta f_{cosy} \Delta t.$$
(1.45)

Установленный на COSY генератор частот позволяет производить изменение Δf_{cosy} с минимальным шагом, равным 3.7 мГц, что приводит к возможности корректировки фазы с шагом $\Delta \phi \approx \pm 26$ мрад/с.

На Рис. 1.3(б) показана зависимость $\phi_{meas} - \phi_{set}$ от времени при работе системы обратной связи. На Рис. 1.3(в) показаны корректировки частоты обращения. Система обратной связи начала отслеживать фазу при t = 85 с, когда произошёл переворот поляризации в горизонтальную плоскость. На Рис. 1.3(в) первая вертикальная линия (при $t \approx 90$) обозначает, что произошла корректировка сдвига фазы, но установка фазы на заданное значение ϕ_{set} произошла при следующей коррекции (вторая линия). Как только была достигнута фаза ϕ_{set} , она стабильно сохранялась в течение всего оставшегося времени удержания пуч-



Рисунок 1.4 — Схема устройства системы обратной связи. Минимальный шаг изменения частоты составляет 3.7 мГц.

ка. Распределение значений фазы имеет ширину $\sigma = 0.21$ рад, что обозначено затеняющей серой полосой на Рис. 1.3(б). Это намного меньше, чем допустимые отклонения, заданные условием $\cos \Delta \phi = 0.8$.

Рис. 1.3(б) является доказательством работоспособности системы обратной связи. Для того, чтобы удостовериться, что относительная фаза действительно может быть установлена на произвольное значение между 0 и 2π , была измерена зависимость роста вертикальной поляризации от фазы. Ход измерения показан на Рис. 1.5.

Как только вектор поляризации был повёрнут в горизонтальную плоскость (вертикальна пунктирная линия на Рис. 1.5), включалась система обратной связи и поддерживала относительную фазу ϕ_{meas} на установленном значении $\phi_{set} = 0.5\pi$. При t = 115 с (вторая пунктирная линия), опять происходило включение РЧ соленоида, уже с малой силой, и поляризация начинала медленно вращаться из горизонтальной плоскости в вертикальную. Направление вращения определяется выбранным значением $\phi = \phi_{set} - \phi_{det}$. Интегральное поле соленоида $\int B_{eff} dl$ составляло 4.6×10^{-4} T мм. Это отвечает максимальной скорости вращения поляризации 50 мрад/с. На Рис. 1.5(а) качественно показана амплитуда соленоида. На Рис. 1.5(б) изображена асимметрия $\epsilon_V = (N_L - N_R)/(N_L + N_R)$, пропорциональная вертикальной поляризации, которая рассчитана из скорости счёта в левом (N_L) и правом (N_R) секторах поляриметра. На Рис. 1.5(в) показана ассиметрия ϵ_H , пропорциональная амплитуде поляризации в горизонтальной плоскости. ϵ_H получена из осциллирующей скорости счёта в вверхнем (N_U) и нижнем (N_D) секторе поляриметра, что обсуждается подробнее в работе [31].


Рисунок 1.5 — а) Амплитуда РЧ соленоида. б) Вертикальная (ϵ_V) и в) горизонтальная (ϵ_H) ассиметрия для положительной (синий маркер) и отрицательной (красный маркер) начальной поляризации. Поляризация переворачивается в горизонтальную плоскость с помощью РЧ соленоида при t = 85 с. Система обратной связи включается при t = 115 с и поляризация медленно вращается опять к вертикальному направлению.



Рисунок 1.6 — Зависимость угла α между вектором поляризации и горизонтальной плоскостью от времени, для положительной (синий маркер) и отрицательной (красный маркер) начальной поляризации.

Вращение поляризации характеризуется углом $\alpha = \arctan(\epsilon_V/\epsilon_H)$ между вектором поляризации и горизонтальной плоскостью. α не зависит от начального угла наклона поляризации и должен меняться линейно пропорционально sin ϕ . Рис. 1.6 показывает α как функцию времени, считая от момента переворота поляризации в плоскость, при $\phi_{set} = 0.5\pi$. Наклон одинаков для обоих начальных состояний поляризации. На Рис. 1.7 показаны значения наклона из фитов зависимости, изображённой на Рис. 1.6, полученных при установке фазы $\phi_{set} = \phi + \phi_{det}$. Таким образом, скорость роста вертикальной поляризации пропорциональна sin ϕ , что является подтверждением работоспособности метода.



Рисунок 1.7 — Скорость роста вертикальной поляризации в зависимости от установленного значения относительной фазы. Для лучшей видимости, точки данных для исходной положительной (синий маркер) и отрицательной (красный маркер) вертикальной поляризации разнесены по горизонтали на небольшое расстояние.

1.4.1 Перспективы методики фиксирования относительной фазы

Прецизионное измерение спинтьюна, обсуждаемое в работе [31] (и в разделе 4.2), можно осуществлять в режиме реального времени для проведения измерения фазы между прецессией спина и внешнего радиочастотного устройства. Такая возможность была впервые реализована для создания активной системы обратной связи, которая стабилизирует относительную фазу на уровне 0.21 рад, а так же для воссоздания зависимости вращения вертикальной поляризации РЧ соленоидом от фазы. Так как чувствительность к отклонениям фазы должна быть одинаковой при использовании РЧ фильтра Вина (см. раздел 1.3), решение этой задачи является необходимым требованием для первого прямого измерения ЭДМ в накопительном кольце. Кроме того, такая система может быть использована в методе «замороженного спина» [25], где направление поляризации в плоскости кольца должно сохраняться направленным вдоль вектора импульса.

Глава 2. Неэкспоненциальное затухание осцилляций вертикальной поляризации пучка

В данной главе обсуждается явление отхода от условия радичастотного спинового резонанса для нецентральных синхротронных частиц. Приводится аналитическое описание того, как происходит процесс неэкспоненциального затухания радиочастотных осцилляций вертикальной поляризации частиц. Это затухание сопровождается нетривиальным уходом фазы осцилляций. Кроме того, обсуждается зависимость скорости декогерентности от гармоник радиочастотного ротатора спина и возможность проверить предсказания о «магических» энергиях, при которых скорость декогерентности близка к нулю. По результатам главы опубликована работа [40].

2.1 Искусственные спиновые резонансы с радиочастотными ротаторами спина

Резонансные осцилляции вертикальной полярицазии заряженных частиц в накопительных кольцах, возбуждаемые радиочастотными спиновыми ротаторами, имеют широкое применение в различных спиновых экспериментах, в том числе и при поиске ЭДМ (см. Главу 1). Частицам в накопительном кольце свойственно явление модуляции частоты спинтьюна за счёт синхротронных колебаний, в результате чего происходит расстройка частот прецессии спина и РЧ поля [54], которая индуцирует декогерентность эволюции поляризации ансамбля частиц. Необходимо учитывать этот процесс особенно при длительных временах вращения спина, требуемых при поиске очень малого ЭДМ [34; 39; 44]. В этой главе представлен полностью аналитический подход к явлению декогерентности вследствие синхротронных колебаний и показано, что синхротронные колебания приводят к неэкспоненциальному затуханию резонансных осцилляций вертикальных спинов при усреднении по ансамблю. В связи с этим так же рассматривается нетривиальная зависимость ухода фазы спина и закон неэкспоненциальной декогерентности при различных гармониках РЧ ротатора спина. Данные аналитические результаты являются новыми и значительно дополняют качественное обсуждение в работе [54].

Декогерентность за счёт синхротронных колебаний зависит от распределения синхротронных амплитуд a_z в ансамбле. Поэтому в первую очередь, необходимо установить связь между распределением синхротронных амплитуд $F(a_z)$ и продольной плотностью N(z) пучка, которая может быть измерена на опыте. Частица осциллирует с синхротронной амплитудой a_z относительно центра сгустка,

$$z = a_z \cos(2\pi\nu_z f_R t + \lambda),$$

где f_R есть частота обращения частицы по кольцу, ν_z — синхротронная частота, и $\lambda \in [0,2\pi]$ есть произвольная начальная фаза. С учётом этой фазы, достаточно расматривать только случай $a_z > 0$. Очевидно, что одночастичная плотность $N(z) \propto 1/\Delta\beta_z$, где

$$\Delta \beta_z c = 2\pi \nu_z f_R (a_z^2 - z^2)^{1/2}$$

есть скорость синхротронных осцилляций, *с* — скорость света. Для ансамбля частиц

$$N(z) = \frac{1}{\pi} \int_{z}^{\infty} \frac{da_{z}F(a_{z})}{\sqrt{a_{z}^{2} - z^{2}}}$$
(2.1)

что имеет вид преобразования Абеля, с решением [55]

$$F(a_z) = -2a_z \int_{a_z}^{\infty} \frac{dz N'(z)}{\sqrt{z^2 - a_z^2}} \,. \tag{2.2}$$

Гауссовая зависимость $N(z) \propto \exp(-z^2/2B^2)$, на что указывает экспериментальное изучение плотности частиц в случае ВЧ резонатора с гармоническим потенциалом [8], даёт точное аналитическое решение для $F(a_z)$:

$$F(a_z) = \frac{a_z}{B^2} \exp\left(-\frac{a_z^2}{2B^2}\right)$$
$$\approx \frac{1}{\sqrt{2\pi}B} \exp\left(-\frac{(a_z - B)^2}{B^2}\right). \tag{2.3}$$

Параметр В можно связать с распределением импульса в пучке

$$B = \frac{c}{f_R} \cdot \frac{\beta}{\gamma^2 \pi \sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\nu_z} \left\langle \frac{\Delta p^2}{p^2} \right\rangle^{1/2}, \qquad (2.4)$$

где βc и γ есть скорость и гамма-фактор частицы.

Теперь рассмотрим одночастичную задачу движения спина при непрерывной работе РЧ ротатора спина. Синхротронные колебания модулируют спинтьюн ν_s нецентральных частиц

$$\Delta \nu_s = \Delta \gamma G.$$

Фаза спина после n оборотов есть

$$\theta_s(n) = 2\pi\nu_s n + \Delta\theta_s(n),$$

где сдвиг фазы

$$\Delta \theta_s(n) = \psi_s \xi[\cos(2\pi\nu_z n + \lambda) - \cos\lambda] \tag{2.5}$$

и $\xi = a_z/B$. Обычно параметр

$$\psi_s = \frac{2\pi G\beta \gamma^3 f_R B}{c} \ll 1 \,, \tag{2.6}$$

особенно для дейтронов с малым аномальным магнитным моментом G = (g - 2)/2.

Толчок спина за один оборот зависит от фазы РЧ поля в момент прохождения частицей спинового ротатора. Синхротронные осцилляции модулируют время одного оборота τ ,

$$f_R \Delta \tau = \frac{\eta}{\gamma \beta^2} \Delta \gamma = \frac{\eta}{\gamma \beta^2} \cdot \Delta \gamma , \qquad (2.7)$$

где η есть слип-фактор. Тем самым $\Delta \tau$ изменяет время t(n) прихода частицы в РЧ спиновый ротатор,

$$t(n) = \frac{n}{f_R} + \sum_{k=1}^n \Delta \tau_k .$$
 (2.8)

Следовательно, фаза РЧ спинового ротатора, $\theta_{rf}(n)$, приобретает сдвиг $\Delta \theta_{rf}(n)$,

$$\theta_{rf}(n) = 2\pi f_{rf}t(n) = 2\pi (\nu_{rf} + K)n + \Delta\theta_{rf}(n)$$

$$= 2\pi (\nu_{rf} + K)n + \frac{\nu_{rf} + K}{\nu_s} \cdot \frac{\eta}{\beta^2} \Delta\theta_s(n)$$

$$= 2\pi (\nu_{rf} + K)n + (C_{rf} + 1)\Delta\theta_s(n), \qquad (2.9)$$

где $K = 0, \pm 1, \pm 2...$ есть номер гармоники для частоты ротатора $f_{rf} = (\nu_{rf} + K)f_R$. Важной особенностью является корреляция сдвигов фазы спина и РЧ фазы[56].

Дальнейший вывод вклада синхротронных колебаний в резонансное вращение спина частиц аналогичен изложенному в Главе1. РЧ ротатору спина соответсвует матрица преобразования спина

$$\mathbf{t}_{rf}(k) = \cos\frac{1}{2}\chi_{rf}(k) - i(\vec{\sigma} \cdot \vec{w})\sin\frac{1}{2}\chi_{rf}(k).$$
(2.10)

где \vec{w} есть ось поворота, а спиновый толчок за оборот k равен

$$\chi_{rf}(k) = \chi_{rf} \cos\left(\theta_{rf}(k)\right).$$

Эволюция спинора ϕ частицы за оборот k задана матрицами пробразования кольца, \mathbf{T}_k , и РЧ ротатора,

$$\phi(k+1) = \mathbf{t}_{rf}(k)\mathbf{T}_k\phi(k).$$
(2.11)

Переходим к представлению взаимодействия с учётом того, что $\mathbf{T}(n) = \prod_{k=1}^{n} \mathbf{T}_{k}$,

$$\phi(n) = \mathbf{T}(n)\zeta(n)$$

= $\left\{\cos\frac{1}{2}\theta_s(n) - i(\vec{\sigma}\cdot\vec{c})\sin\frac{1}{2}\theta_s(n)\right\}\zeta(n).$ (2.12)

Здесь \vec{c} есть ось стабильного спина и спинор $\zeta(n)$ описывает огибающую быстрых осцилляций спина, а $\zeta(0) = \phi(0)$. Уравнение эволюции для $\zeta(n)$ принимает

вид

$$\zeta(n) = \mathbf{T}^{-1}(n)\mathbf{t}_{rf}(n)\mathbf{T}(n)\zeta(n-1)$$
$$= \exp\left\{-\frac{i}{2}\vec{\sigma}\cdot\vec{U}(n)\right\}\zeta(n-1).$$
(2.13)

Здесь

$$\vec{U}(n) = 2\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{rf}(n)\right) \left\{\cos\theta_s(n)[[\vec{c}\times\vec{w}]\times\vec{c}] - \sin\theta_s(n)[\vec{c}\times\vec{w}] + (\vec{c}\cdot\vec{w})\vec{c}\right\} (2.14)$$

является осью поворота спина в плоскости, которая вращается с частотой прецессии спина в кольце, как рассмотрено детально в Главе 1.

Уравнение (2.13) имеет решение в виде *n*-упорядоченной экспоненты

$$\zeta(n) = T_n \exp\left\{-\frac{i}{2}\sum_{k=1}^n \vec{\sigma} \cdot \vec{U}(k)\right\}\psi(0).$$
(2.15)

Здесь и далее мы работаем в наинизшем порядке теории возмущений по малому параметру $\chi_{rf} \ll 1$. Для центральных частиц резонансное условие есть $\nu_{rf} = \nu_s$ и $f_{rf} = (\nu_s + K)f_{\rm R}$, где целые $K = 0, \pm 1, \pm 2,...$ есть номер гармоники. Поведение $\zeta(n)$ при больших n может быть получено методом усреднения Боголюбова-Крылова-Митропольского [51]. Оно сводится к сохранению только линейно растущих членов в сумме $\sum_{k=1}^{n} \vec{\sigma} \cdot \vec{U}(k)$,

$$\sum_{k=1}^{n} 2\chi_{rf}(k) \cos \theta_s(k) = \chi_{rf} \sum_{k=1}^{n} \cos \left[\theta_{rf}(k) - \theta_s(k)\right]$$
$$= \chi_{rf} \sum_{k=1}^{n} \cos \left\{C_{rf} \psi_s \xi \left[\cos(2\pi\nu_z n + \lambda) - \cos\lambda\right]\right\}$$
$$= n\chi_{rf} \cos \left(C_{rf} \psi_s \xi \cos\lambda\right) J_0 \left(C_{rf} \psi_s \xi\right), \qquad (2.16)$$
$$\sum_{k=1}^{n} 2\chi_{rf}(k) \sin \theta_s(k) =$$
$$= -n\chi_{rf} \sin \left(C_{rf} \psi_s \xi \cos\lambda\right) J_0 \left(C_{rf} \psi_s \xi\right), \qquad (2.17)$$

где $J_0(x)$ есть функция Бесселя, коэффициент

$$C_{rf} = \frac{\eta}{\beta^2} \cdot \left(1 + \frac{K}{G\gamma}\right) - 1, \qquad (2.18)$$

полученный в [56], описывает относительный уход фаз прецессии спина и РЧ поля.



Рисунок 2.1 — Неэкспоненциальное затухание осцилляций вертикальной поляризации: сплошная кривая задана Ур. (2.22), пунктирная (красная) кривая получена при условии значения ухода фазы $\kappa(n) = 0$, и штрих-пунктирная (синяя) кривая при отсутствии фактора затухания $\exp \{-\sin^2 \varphi(n)\}.$

С поправкой на синхротронные колебания, закон эволюции при больших n приобретает вид

$$\zeta(n) = \exp\left\{-\frac{i}{2}n\epsilon(\xi)\vec{\sigma}\cdot\vec{u}\right\}\phi(0), \qquad (2.19)$$

где $\epsilon(\xi) = \epsilon_0 J_0 \left(C_{rf} \psi_s \xi \right)$ и

$$\epsilon_0 = \frac{1}{2} \chi_{rf} [1 - (\vec{c} \cdot \vec{w})^2]^{1/2}, \qquad (2.20)$$

есть сила спинового резонанса при отсутствии синхротронных колебаний, когда поляризация осциллирует вдоль оси стабильного спина \vec{c} как $\propto \cos(\epsilon_0 n)$. Ось

поворота спина \vec{u} в Ур. (2.19) равна

$$\vec{u} = \frac{\cos \Delta_{rf}[[\vec{c} \times \vec{w}] \times \vec{c}] + \sin \Delta_{rf}[\vec{c} \times \vec{w}]}{\sqrt{1 - (\vec{c} \cdot \vec{w})^2}}$$
(2.21)

И

$$\Delta_{rf} = C_{rf} \psi_s \xi \cos \lambda$$

Далее мы будем называть вертикальными осцилляции спина относительно оси стабильного спина \vec{c} . Полученный ранее множитель $J_0(C_{rf}\psi_s\xi)$ описывает распределение по ансамблю силы резонанса и фазы спина, заданных для каждой частицы в пучке, за счёт синхротронных колебаний.

Далее необходимо провести усреднение по ансамблю для вертикальных осцилляций одночастичной поляризации. Зададим усреднённую поляризацию A(n) как

$$\left(\vec{S}(n)\cdot\vec{c}\right) = \left(\vec{S}(0)\cdot\vec{c}\right)A(n).$$

Она оказывается независимой от синхротронной фазы λ . После усреднения по синхротронным амплитудам с распределением Ур. (2.3), проекция

$$A(n) = \Re \langle \exp \{-in\epsilon(\xi)\} \rangle_{\xi}$$

$$\simeq \Re \left\langle \exp \left\{-in\epsilon_0 \left[1 - \frac{1}{4}C_{rf}^2 \psi_s^2 \xi^2\right]\right\} \right\rangle_{\xi}$$

$$= (1 - i\rho n)^{-1/2} \exp \left\{-i\epsilon_0 n + \frac{i\rho n}{1 - i\rho n}\right\}$$

$$= \frac{\exp \left\{-\sin^2 \varphi(n)\right\}}{(1 + \rho^2 n^2)^{1/4}} \cos \left\{\epsilon_0 n - \kappa(n)\right\}, \qquad (2.22)$$

где

$$\rho = \frac{1}{4} \epsilon_0 C_{rf}^2 \psi_s^2 \,, \tag{2.23}$$

$$\varphi(n) = \arctan(\rho n),$$
 (2.24)

$$\kappa(n) = \frac{1}{2} \left[\varphi(n) + \sin 2\varphi(n) \right] \,. \tag{2.25}$$

При усреднении по синхротронным амплитудам с распределением Ур. (2.3), использовался метод наискорейшего спуска. Здесь следует сделать одно замечание. В общем случае, синхротронная частота ν_z зависит от синхротронной амплитуды. Следует заметить, что ν_z входит в сдвиг фазы через параметр ψ_s в Ур. (2.6) через отношение ξ/ν_z . Следовательно, слабая зависимость ν_z от ξ только имитирует небольшое изменение распределения синхротронных амплитуд, и не влияет на конечные выводы.

Синхротронные колебания явным образом приводят к декогерентности резонансных РЧ колебаний вертикальной поляризации частиц в кольце[54]. Последняя строка Ур. (2.22) является конечным аналитическим результатом для декогерентности поляризации за счёт синхротронных колебаний. На Рис. 2.1 сплошной кривой показан пример эффекта декогерентности. Проекция A(n) была рассчитана для дейтронов с импульсом p = 970 МэВ/c, слип-фактором $\eta = -0.61$ [54], разбросом по импульсам $\langle \Delta p^2/p^2 \rangle^{1/2} = 3 \times 10^{-4}$ и амплитудой интегрального поля соленоида $\int Bdl = 0.0264 \,\mathrm{T\cdot Mm}$. Период осцилляций составил $\tau_s = 2.4 \,\mathrm{c.}$ В этом примере значение $\rho = 1.37 \times 10^{-7}$.



Рисунок 2.2 — Уход фазы $\kappa(n)$ осцилляций вертикальной поляризации.

Общее затухание огибающей вертикальных осцилляций спина происходит от двух неэкспоненциальных множителей. Первый, $\exp\left\{-\sin^2\varphi(n)\right\}$, стремится к 1/e, как только $\varphi(n) > 1$. Значимость этого фактора можно определить из сравнения сплошной и штрих-пунктирной кривых на Рис. 2.1 — в последнем случае, множитель $\exp\left\{-\sin^2\varphi(n)\right\}$ отсутствовал. Таким образом, штрих-пунктирная кривая на Рис. 2.1 показывает эффект второго множителя приводящего к затуханию, $(1 + \rho^2 n^2)^{-1/4}$, который непрерывно уменьшается $\propto 1/\sqrt{n}$. Привычные подходы, когда огибающей приписывается экспоненциальное затухание за счёт декогерентности, являются несостоятельными и вводят в заблуждение.

Кроме неэкспоненциального дэмпинга осцилляций спина, можно предсказать нетривиальное поведение отсройки спиновой фазы $\kappa(n)$. Эта отстройка фазы, показанная на Рис. 2.2, ясно видна из сравнения сплошной и пунктирной кривых на Рис. 2.1, где пунктирная кривая изображает простые гармонические колебания $\cos(\epsilon_0 n)$ в которых отсутствует отстройка фазы $\kappa(n)$. Уход фазы останавливается при больших n, и ограничевается $\kappa(n) \to \pi/4$. Но при малых n, отстройка может повлиять на точность определения частоты вертикальных осцилляций поляризации, и, как следствие, сигнала ЭДМ (см. Ур. 1.13).

Данные предсказания могут быть проверены экспериментально. Основным свойством движения спина является зависимость огибающей только от ρ . Необходимо фитировать вертикальные осцилляции спина к приведенной форме A(n), которая зависит только от двух свободных параметров: ϵ_0 и ρ .

2.2 Зависимость скорости декогерентности от энергии пучка и гармоники РЧ поля

Из предсказаний работы [56] следует, что ρ должен подчиняться общему закону зависимости от гармоник K. В том числе, должны иметь место «магические» энергии, при которых $C_{rf} \approx 0$ и не происходит декогерентности спинов частиц. Зависимость функции $\sqrt{\rho}$ от энергии T центральной частицы в кольце изображена на Рис. 2.3 и Рис. 2.4 в случае пучка дейтронов и протонов соответственно. При гармониках K = 1,2,3 для дейтронов и K = -3, -2 для протонов, параметр дэмпинга $\sqrt{\rho}$ имеет минимум в рабочем диапазоне энергий COSY, отвечающий «магической» энергии. При рассчёте параметра $\sqrt{\rho}$ учитывалась зависимость слип-фактора от энергии частиц и критической энергии ускорителя,

$$\eta = \frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\gamma_{tr}}$$

В данном примере предполагалась типичная настройка параметров COSY, которая имеет значение критической энергии, соответствующей гамма-фактору $\gamma_{tr} = 2.5$. Экспериментальная проверка предсказания о значительном увеличе-



Рисунок 2.3 — Зависимость параметра дэмпинга $\sqrt{\rho}$ от энергии протонов при различных гармониках K частоты РЧ поля ротатора спина.

нии времени когерентности спинов частиц при «магических» энергиях имеет важное практическое значение. Она позволит определить режим работы ускорителя, необходимый для успешного проведения эксперимента по установлению предела на ЭДМ с помощью РЧ фильтра Вина.



Рисунок 2.4 — Зависимость параметра дэмпинга $\sqrt{\rho}$ от энергии дейтронов при различных гармониках K частоты РЧ поля ротатора спина.

Множитель C_{rf} вычисляется через известный слип-фактор η , и тогда отфитированный ρ можно конвертировать в среднеквадратичную длину пучка, заданную параметром *B*. С другой стороны, *B* можно определить экспериментально из распределения времени прихода частиц во внутреннюю мишень [8], что дало бы важную перекрёстную проверку аналитических результатов. Длина пучка одновременно зависит от синхротронной частоты и разброса импульсов в пучке (см. Ур. (2.4)). Проверка этих зависимостей может быть выполнена в будующих экспериментах на COSY.

В Приложении А рассмотрены примеры численного моделирования динамики вертикальной поляризации пучка при энергиях дейтронов, близкой к магической $T \approx 1250$ МэВ. Результаты качественно согласуются с Рис. 2.4, и в том числе наблюдается относительный уход фазы осцилляций, связанный с разной скоростью дэмпинга при различных энергиях пучка и как следствие, соответствующих зависимостей $\kappa(n)$.

В данной задаче рассмотрены аналитические результаты только для вертикальных осцилляций поляризации в случае точного резонанса $\nu_{rf} = \nu_s$. Следуя технике, описанной в Главе 1 и работе [38], можно дополнить изложенные предположения описанием случая отстройки от резонанса. Особый интерес представляет декогерентность поляризации в плоскости кольца. Кроме того, интересен случай резонанса в боковых полосах при $\nu_{rf} = \nu_s \pm \nu_z$.

Глава 3. Метод определения оси стабильного спина с помощью измерения рельефа частоты прецессии спина

В этой главе обсуждается возникновение фона к сигналу ЭДМ, создаваемого МДМ при прохождении частиц через паразитные магнитные поля элементов кольца. В качестве решения этой проблемы предложен метод контроля фона от МДМ на основе измерения рельефа частоты прецессии спина при спиновом отклике кольца на статические спиновые ротаторы. По результатам главы опубликованы работы [37; 38; 43].

3.1 Фон к сигналу ЭДМ от полей несовершенств магнитной дорожки накопительного кольца

Реалистичное полностью магнитное накопительное кольцо имеет изъяны магнитной дорожки — неидеальности магнитных полей, вызванные перекосами, поворотами и сдвигами магнитных элементов. Для таких неидеальностей, которые создают поля в плоскости кольца, взаимодействие с МДМ также приводит к наклону оси стабильного спина. В первом приближении, оно задано как

$$\vec{c} = c_y \vec{e}_y + \left[c_x (\text{MDM}) + \sin \xi_{\text{EDM}} \right] \vec{e}_x + c_z (\text{MDM}) \vec{e}_z , \qquad (3.1)$$

Следовательно, магнитные поля неидеальностей являются основным источником фона для сигнала ЭДМ. Вопрос о ложном сигнале ЭДМ за счёт неидеальностей уже поднимался при обсуждении верхнего предела ЭДМ мюона по результатам эксперимента g - 2, проведённом в Национальной Лаборатории Брукхевена (США)[57]. Понимание неидеальностей накопительного кольца тем самым имеет наибольший приоритет при измерении ЭДМ в магнитной машине, и это было главной задачей эксперимента по измерению рельефа частоты прецессии спина на COSY.

3.1.1 Матрица преобразования спина в кольце с неидеальностями магнитной дорожки

Согласно уравнению ФТ-БМТ (1.2, 1.3), с точки зрения спина взаимодействие МДМ с горизонтальным магнитным полем имитирует взаимодействие ЭДМ с индуцированным электрическим полем. Уравнение спинорной волновой функции $\Psi(\theta)$ для частицы в накопительном кольце есть

$$\frac{d\Psi(\theta)}{d\theta} = -\frac{i}{2} \Big\{ G\gamma\sigma_y - F_x(\theta)\sigma_x - F_z(\theta)\sigma_z \Big\} \Psi(\theta) , \qquad (3.2)$$

где $F_{x,z} \propto B_{x,z}/B_y \ll 1$, и взаимодействие ЭДМ с индуцированным электрическим полем \vec{E} входит в F_x . Затем осуществляется переход к представлению взаимодействия, в котором

$$\Psi(\theta) = \exp\left[-\frac{i}{2}G\gamma\theta\sigma_y\right]u(\theta) = \mathbf{t}_{\mathbf{R}}(\theta)u(\theta).$$
(3.3)

Здесь $\mathbf{t}_{\mathrm{R}}(\theta)$ есть матрица преобразования спина в идеальном кольце, а $u(\theta)$ удовлетворяет выражению

$$\frac{du}{d\theta} = \frac{i}{2} \mathbf{t}_{\mathrm{R}}(-\theta) \left[F_{x}(\theta)\sigma_{x} + F_{z}(\theta)\sigma_{z} \right] \mathbf{t}_{\mathrm{R}}(\theta)u(\theta)
= \frac{i}{2}\vec{\sigma} \cdot \vec{a}(\theta)u(\theta),$$
(3.4)

где

$$\vec{a}(\theta) = \begin{bmatrix} F_x(\theta)\cos(G\gamma\theta) - F_z\sin(G\gamma\theta) \end{bmatrix} \vec{e}_x + \begin{bmatrix} F_z(\theta)\cos(G\gamma\theta) + F_x\sin(G\gamma\theta) \end{bmatrix} \vec{e}_z$$
(3.5)

есть поле неидеальности в референсной системе отсчёта, которая вращается с частотой спинтьюна $G\gamma f_{\rm R}$.

Формальное решение Ур. (3.4) есть $u(\theta) = \mathbf{t}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{imp}}(\theta)\Psi(0)$, где $\mathbf{t}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{imp}}(\theta)$ задан как θ -упорядоченная экспонента

$$\mathbf{t}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{imp}}(\theta) = T_{\theta} \exp\left\{\frac{i}{2} \int_{0}^{\theta} d\theta_{1} \vec{\sigma} \cdot \vec{a}(\theta_{1})\right\} \,. \tag{3.6}$$

Во втором порядке по величине полей неидеальностей, матрица преобразования спина за один оборот есть

$$\mathbf{t}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{imp}}(2\pi) = T_{\theta} \exp\left\{\frac{i}{2} \int_{0}^{2\pi} d\theta_{1} \vec{\sigma} \cdot \vec{a}(\theta_{1})\right\}$$
$$= 1 + \frac{i}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{b} + \frac{1}{2!} \left(\frac{i}{2} \vec{\sigma} \cdot \vec{b}\right)^{2},$$
(3.7)

где $\vec{b} = \vec{b}(2\pi)$, с компонентами

$$b_{x,z}(\theta) = \int_0^{\theta} d\theta_1 \vec{a}_{x,z}(\theta_1) ,$$

$$b_y(\theta) = \frac{1}{2} \int_0^{\theta} d\theta_1 \Big[a_x(\theta_1) b_z(\theta_1) - a_z(\theta_1) b_x(\theta_1) \Big] .$$
(3.8)

Здесь, $b_y(\theta)$ является следствием некоммутативности поворотов вокруг горизонтальных и продольных полей неидеальностей. Возможно разложение и до более высоких порядков.

Полная матрица преобразования спина за оборот есть

$$\mathbf{T} = \mathbf{t}_{\mathrm{R}}(2\pi)\mathbf{t}_{\mathrm{R}}^{\mathrm{imp}}(2\pi) = \exp\left[-i\pi\nu_{s}(\vec{\sigma}\cdot\vec{c})\right],\tag{3.9}$$

где спинтью
н ν_s задан как

$$\cos(\pi\nu_s) = \left[1 - \frac{1}{8}(b_x^2 + b_z^2)\right]\cos(\pi G\gamma) + \frac{1}{2}b_y\sin(\pi G\gamma), \qquad (3.10)$$

и ось стабильного спина \vec{c} ,

$$c_x \sin(\pi\nu_s) = -\frac{1}{2} \left[b_x \cos(\pi G\gamma) + b_z \sin(\pi G\gamma) \right] ,$$

$$c_y \sin(\pi\nu_s) = \frac{1}{2} \left[-b_y \cos(\pi G\gamma) + \left[1 - \frac{1}{8} (b_x^2 + b_z^2) \right] \sin(\pi G\gamma) \right] , \qquad (3.11)$$

$$c_z \sin(\pi\nu_s) = -\frac{1}{2} \left[b_z \cos(\pi G\gamma) - b_x \sin(\pi G\gamma) \right] .$$

Стоит заметить, что поправки к спинтьюну начинаются во втором порядке по величине поля неидеальности. В идеальном кольце,

$$\vec{c} = (\sin \xi_{\text{EDM}}, \cos \xi_{\text{EDM}}, 0), \qquad (3.12)$$

в то время как в кольце, в котором присутствуют неидеальности,

$$c_x = c_x(\text{MDM}) + \sin\xi_{\text{EDM}}. \qquad (3.13)$$

3.1.2 Ориентация оси стабильного спина как статический сигнал ЭДМ

Один из способов измерения сигнала ЭДМ, изложенный более подробно в 3.2, заключается в прямом измерении угловой ориентации оси стабильного спина [см. Ур. (1.7)]. Если это было бы возможно, измерение этой статической величины может оказаться более предпочтительным, чем измерение силы резонанса ϵ в резонансном методе (см. Главу 1), величина которого подавляется малостью амплитуды спинового толчка $\chi_{WF} \ll 1$ [см. Ур. (1.13)]. Главной проблемой для обоих методов являются ложные сигналы ЭДМ, рассмотрение которых есть основная цель данного исследования.

3.2 Измерение рельефа частоты прецессии спина в накопительном кольце с одной искусственной неидеальностью

Весьма точной наблюдаемой величиной в нашем распоряжении является спинтьюн [31], который подвержен влиянию магнитных полей неидеальностей. Для того, чтобы применить точное измерение спинтьюна как инструмент для определения магнитных полей неидеальностей, были задействованы два соленоида, S₁ и S₂, которые играли роль искусственных магнитных неидеальностей (см Рис. 3.1).



Рисунок 3.1 — Эскиз экспериментальной установки с двумя соленоидами S₁ и S₂, находящимися в противоположных прямых секциях накопительного кольца COSY. Вектор *с* указывает направление оси стабильного спина перед соленоидом S₁, в тот момент, когда S₁ и S₂ выключены. Две арки обозначены

как A₁ и A₂, а P указывает положение поляриметра «EDDA», S_{RF} — положение PЧ соленоида, и I обозначает часть магнитной дорожки инжекции.

RF WF обозначает положение радиочастотного фильтра Вина. Пучок циркулирует по часовой стрелке.

Далее рассмотрена возможность измерения рельефа частоты прецессии спина с использованием одной искусственной неидеальности (ИН). Перед изменением спинтьюна за счёт ИН, матрица преобразования спина для полного оборота частицы по кольцу имела вид

$$\mathbf{t}_{\mathrm{R}} = \exp\left(-i\pi\nu_{s}^{0}\vec{\sigma}\cdot\vec{c}\right) = \cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right) - i(\vec{\sigma}\cdot\vec{c})\sin(\pi\nu_{s}^{0}), \qquad (3.14)$$

где ν_s^0 обозначает невозмущенный спинтьюн.

Матрица преобразования спина для искусственной неидеальности

$$\mathbf{t}_{\mathrm{AI}} = \cos\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right) - i\left(\vec{\sigma}\cdot\vec{k}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right)\,,\tag{3.15}$$

где $\chi_{\rm AI}$ обозначает угол поворота спина, а \vec{k} — ось поворота. Полная матрица преобразования спина при включении поля ИН задана произведением

$$\mathbf{T} = \mathbf{t}_{\mathrm{R}} \mathbf{t}_{\mathrm{AI}} = \cos\left[\pi \nu_s(\chi_{\mathrm{AI}})\right] - i\left[\vec{\sigma} \cdot \vec{c}(\chi_{\mathrm{AI}})\right] \sin\left[\pi \nu_s(\chi_{\mathrm{AI}})\right], \qquad (3.16)$$

где по определению $u_s(\chi_{\rm AI}=0) = \nu_s^0$ и $\vec{c}(\chi_{\rm AI}=0) = \vec{c}$, следовательно

$$\cos\left[\pi\nu_s(\chi_{\rm AI})\right] = \cos\left(\pi\left[\nu_s^0 + \Delta\nu_s(\chi_{\rm AI})\right]\right)$$
$$= \frac{1}{2}\operatorname{Tr} \mathbf{T} = \cos\left(\pi\nu_s^0\right)\cos\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right) - \sin\left(\pi\nu_s^0\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right)\left(\vec{c}\cdot\vec{k}\right).$$
(3.17)

Здесь, $\Delta \nu_s(\chi_{\rm AI})$ обозначает изменение спинтьюна относительно невозмущенного значения ν_s^0 , которое происходит за счёт дополнительного вращения спина на угол $\chi_{\rm AI}$ в поле ИН.

Для наглядной демонстрации сути метода измерения рельефа частоты прецессии спина, рассмотрим пертурбативное разложение

$$\cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right) - \cos\left(\pi\left[\nu_{s}^{0} + \Delta\nu_{s}(\chi_{\mathrm{AI}})\right]\right) =$$

$$= \cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\left[1 - \cos\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right)\right] + (\vec{c}\cdot\vec{k})\sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right)$$

$$\simeq \frac{1}{8}\cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\left\{\left(\chi_{\mathrm{AI}} + 2\left(\vec{c}\cdot\vec{k}\right)\tan\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\right)^{2} - 4(\vec{c}\cdot\vec{k})^{2}\tan^{2}\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\right\}$$

$$\simeq \pi\sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\Delta\nu_{s}(\chi_{\mathrm{AI}}),$$
(3.18)

которое является квадратичной функцией по χ_{AI} . В случае, когда ось вращения спина ИН находится в плоскости кольца, только две компоненты оси стабильного спина проецируются на \vec{k} , $(\vec{c} \cdot \vec{k}) = c_x k_x + c_z k_z$. Измерение скачка спинтьюна $\Delta \nu_s$ как функции χ_{AI} и ориентации \vec{k} позволяет определить обе проекции c_x и c_z вектора оси стабильного спина \vec{c} (см. Рис. 3.1). В общем случае, в результате измерения составляется карта спинового отклика $\Delta \nu_s(\chi_{AI_1},..,\chi_{AI_N})$ на величины углов поворота спина в N искусственных неидеальностях, которую было предложено называть «рельефом частоты прецессии спина».

Однако, определение c_x требует ИН с горизонтальным магнитным полем, которое вызовет когерентный вертикальной сдвиг замкнутой орбиты (см. при-

мер в разделе 5.2.3). В изложенном примере, сдвиг орбиты не учитывался. Существует возможность не возмущать орбиту, если использовать в качестве ИН статический фильтр Вина, но это может потребовать недостижимо больших электрических полей для условия компенсации (равенства нулю) силы Лоренца (оценки даны в разделе 3.2.3). Кроме этого, есть простое решение с продольными магнитными полями ИН, которое не приводит к возмущениям орбиты.

3.2.1 Измерение рельефа частоты прецессии спина в кольце с двумя соленоидами

В кольце COSY в качестве ИН могут быть задействованы два соленоида S_1 и S_2 (как показано на Рис. 3.1), находящиеся в противоположных прямых секциях. Пусть $\mathbf{t}_{A_{1,2}}$ и $\mathbf{t}_{S_{1,2}}$ это матрицы преобразования спина для двух арок и двух соленоидов. Матрица преобразования спина **T** для всего кольца запишется как

$$\mathbf{T} = \mathbf{t}_{A_2} \mathbf{t}_{S_2} \mathbf{t}_{A_1} \mathbf{t}_{S_1} = \mathbf{t}_{A_2} \mathbf{t}_{A_1} \mathbf{t}_{A_1}^{-1} \mathbf{t}_{S_2} \mathbf{t}_{A_1} \mathbf{t}_{S_1} \,. \tag{3.19}$$

При отсутствии неидеальностей, $\mathbf{t}_{A_1}^{-1}\mathbf{t}_{S_2}\mathbf{t}_{A_1}\mathbf{t}_{S_1} = 1$, и $\mathbf{T} = \mathbf{t}_R = \mathbf{t}_{A_2}\mathbf{t}_{A_1}$. С точки зрения поворота спина, это равносильно переносу второй неидеальности в место расположения первой, что приводит к образованию единой локальной ИН, заданной матрицей преобразования

$$\mathbf{t}_{\mathrm{AI}} = \mathbf{t}_{\mathrm{A}_{1}}^{-1} \mathbf{t}_{\mathrm{S}_{2}} \mathbf{t}_{\mathrm{A}_{1}} \mathbf{t}_{\mathrm{S}_{1}} \,. \tag{3.20}$$

Пусть матрицы преобразования спина в арках A_j (j = 1,2) имеют вид

$$\mathbf{t}_{\mathbf{A}_{j}} = \exp\left\{-\frac{i}{2}\theta_{j}(\vec{\sigma}\cdot\vec{m_{j}})\right\},\qquad(3.21)$$

где $\theta_j \simeq \pi \nu_s^0$ это угол поворота спина в арке A_j вокруг оси $\vec{m_j} \simeq \vec{e_y}$. Матрицы преобразования спина для двух соленоидов S_j есть

$$\mathbf{t}_{\mathbf{S}_{j}} = \exp\left\{-\frac{i}{2}\chi_{j}(\vec{\sigma}\cdot\vec{n}_{j})\right\}$$
(3.22)

где $\vec{n}_j \simeq \vec{e}_z$.

После переноса неидеальности, получаем

$$\mathbf{t}_{A_{1}}^{-1}\mathbf{t}_{S_{2}}\mathbf{t}_{A_{1}} = \exp\left\{-\frac{i}{2}\chi_{2}(\vec{\sigma}\cdot\vec{n}_{2}^{r})\right\},\qquad(3.23)$$

где ось вращения спина \vec{n}_2 видоизменяется как

$$\vec{n}_{2}^{r} = \cos \theta_{1} \vec{n}_{2} + \sin \theta_{1} \left[\vec{n}_{2} \times \vec{m}_{1} \right] + (1 - \cos \theta_{1}) \left(\vec{m}_{1} \cdot \vec{n}_{2} \right) \vec{m}_{1} \simeq \cos \left(\pi \nu_{s}^{0} \right) \vec{e}_{z} - \sin \left(\pi \nu_{s}^{0} \right) \vec{e}_{x} .$$
(3.24)

Последнее выражение является приближением и справедливо, если $\vec{m}_1 (\simeq \vec{e}_y)$ и $\vec{n}_2 (\simeq \vec{e}_z)$ ортогональны, а так же $[\vec{n}_2 \times \vec{m}_1] \simeq -\vec{e}_x$. Как следствие, такой перенос поворачивает ось вращения спина в соленоиде S₂ на угол $\theta_1 \simeq \pi \nu_s^0$. Этот поворот обозначен индексом «г»в Ур. (3.24). Таким образом, мы создали локальную искусственную неидеальность, имеющую горизонтальные компоненты магнитного поля, *без* поперечного возмущения орбиты пучка. Предложенный вывод имеет общий вид и положение соленоидов может быть произвольным, при этом угол θ_1 характеризует угол поворота спина на участке пролёта частицы между первым и вторым соленоидом.

Следовательно, матрица преобразования спина для комбинированной искусственной неидеальности

$$\mathbf{t}_{\mathrm{AI}} = \cos\left(\frac{1}{2}\chi_{1}\right)\cos\left(\frac{1}{2}\chi_{2}\right) - \left(\vec{n}_{2}^{\mathrm{r}}\cdot\vec{n}_{1}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{1}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{2}\right) - i\left(\vec{\sigma}\cdot\vec{k}_{\mathrm{AI}}\right),\tag{3.25}$$

где

$$\vec{k}_{\rm AI} = \cos\left(\frac{1}{2}\chi_1\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_2\right)\vec{n}_2^{\rm r} + \cos\left(\frac{1}{2}\chi_2\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_1\right)\vec{n}_1 + \sin\left(\frac{1}{2}\chi_1\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_2\right)\left[\vec{n}_2^{\rm r} \times \vec{n}_1\right].$$
(3.26)

Наконец, с точностью, адекватной для целей настоящего исследования (см. раздел 3.2.2),

$$\cos(\pi\nu_{s}^{0}) - \cos(\pi[\nu_{s}^{0} + \Delta\nu_{s}(\chi_{1},\chi_{2})]) = \left[1 + \cos(\pi\nu_{s}^{0})\right]\sin^{2}\left(\frac{1}{2}\chi_{+}\right) - \left[1 - \cos(\pi\nu_{s}^{0})\right]\sin^{2}\left(\frac{1}{2}\chi_{-}\right) \quad (3.27)$$
$$-\frac{1}{2}a_{+}\sin(\pi\nu_{s}^{0})\sin\chi_{+} + \frac{1}{2}a_{-}\sin(\pi\nu_{s}^{0})\sin\chi_{-},$$

где углы поворота спина χ_{\pm} и параметры, характеризующие неидеальность кольца a_{\pm} , заданы как

$$\chi_{\pm} = \frac{1}{2} \left(\chi_1 \pm \chi_2 \right) \quad \text{if} \quad a_{\pm} = \left(\vec{c} \cdot \vec{n}_2^{\,\text{r}} \right) \pm \left(\vec{c} \cdot \vec{n}_1 \right) \,. \tag{3.28}$$

Следовательно, определение параметров a_{\pm} равносильно определению проекций оси стабильного спина \vec{c} на плоскость, образованную векторами \vec{n}_1 и $\vec{n}_2^{\rm r}$.

Стоит заметить различный статус четырёх членов в Ур. (3.27). Первые два члена, пропорциональные $\sin^2(\frac{1}{2}\chi_{\pm})$, имеют уникальный вид с абсолютной нормировкой. Последние два члена, пропорцилнальные $\sin \chi_{\pm}$, входят с неизвестными коэффициентами a_{\pm} , которые будут определены экспериментально.

Для слабых ИН, левая часть Ур. (3.27) может иметь приближение $\cos(\pi\nu_s^0) - \cos(\pi[\nu_s^0 + \Delta\nu_s(\chi_1,\chi_2)]) \simeq \pi \Delta\nu_s(\chi_1,\chi_2) \sin \pi\nu_s^0$. Тогда, правая часть Ур. (3.27) приводит к существованию седловой точки для функции $\Delta\nu_s(\chi_+,\chi_-)$, заданной на плоскости (χ^+,χ^-). Положение седловой точки (sp), $\chi^{\rm sp}_{\pm}$, определяется простым выражением

$$\tan \chi_{\pm}^{\rm sp} = \frac{a_{\pm} \sin \left(\pi \nu_s^0\right)}{1 \pm \cos \left(\pi \nu_s^0\right)},\tag{3.29}$$

таким образом, определение положения седловой точки равносильно измерению параметров неидеальностей a_{\pm} .

Стоит заметить, что мы могли бы так же применить приведённый способ для переноса S_1 в точку перед S_2 . Это бы ничего не изменило, кроме перестановки индексов 1 и 2 в выражениях (3.24)-(3.28). Как следствие, наши выводы для a_{\pm} применимы для ориентации оси стабильного спина в положении обоих соленоидов S_1 и S_2 . Более того, то же самое преобразование может быть применено при одновременном переносе обоих соленоидов в любую точку кольца. Очевидно, что спинтьюн не меняется при таком виртуальном перемещении. Но если бы соленоиды на самом деле находились в других точках кольца, то углы поворота спина θ_j в арках [см. Ур. (3.21)], соответсвующие им оси вращения \vec{m}_j , развёрнутые оси соленоидов \vec{n}_j^r и результирующая матрица преобразования спина в уравнении (3.25) — все зависили бы от конкретной конфигурации секций кольца. Поэтому, параметры a_{\pm} зависят от настоящего положения искусственных неидеальностей в кольце.

3.2.2 Соленоиды электронных систем охлаждени пучка в качестве искусственных неидеальностей на COSY

Здесь показана точность приближений, используемых в Ур. (3.18). Точное выражение для спинтьюна, модифицированного за счёт ИН, есть

$$\cos\left(\pi\left[\nu_{s}^{0}+\Delta\nu_{s}(\chi_{1},\chi_{2})\right]\right) = \frac{1}{2}\operatorname{Tr}\mathbf{T} =$$

$$= \frac{1}{2}\operatorname{Tr}\left(\mathbf{t}_{\mathrm{R}}\mathbf{t}_{\mathrm{AI}}\right) = \cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\cos\left(\frac{1}{2}\chi_{1}\right)\cos\left(\frac{1}{2}\chi_{2}\right)$$

$$-\left(\vec{c}\cdot\vec{n}_{1}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{1}\right)\cos\left(\frac{1}{2}\chi_{2}\right) - \left(\vec{c}\cdot\vec{n}_{2}^{\mathrm{r}}\right)\cos\left(\frac{1}{2}\chi_{1}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{2}\right)$$

$$-\left\{\cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\left(\vec{n}_{2}^{\mathrm{r}}\cdot\vec{n}_{1}\right) + \sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\left(\vec{c}\cdot\left[\vec{n}_{2}^{\mathrm{r}}\times\vec{n}_{1}\right]\right)\right\}\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{1}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{2}\right),$$

$$(3.30)$$

где **t**_{AI} задан Ур. (3.20).

В этой задаче несколько малых параметров. Во первых, отклонение оси стабильного спина \vec{c} от точного вертикального направления задаётся ненулевыми параметрами неидеальностей c_x и c_z . Аналогичные неидеальности возникают за счёт ненулевых компонент m_{1x} и m_{1z} оси вращения спина \vec{m}_1 в арке A₁. Углы поворота спина в соленоидах и возможный перекос осей магнитного поля соленоидов S_{1,2} отностительно оси пучка имеют ту же величину. Коэффициент *E* перед квадратично малым произведением $\sin\left(\frac{1}{2}\chi_1\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_2\right)$ примерно равен единице,

$$E = \cos(\pi\nu_s^0) (\vec{n}_2^{\rm r} \cdot \vec{n}_1) + \sin(\pi\nu_s^0) (\vec{c} \cdot [\vec{n}_2^{\rm r} \times \vec{n}_1)] \simeq 1.$$
 (3.31)

Он действительно может быть вычислен до нулевого порядка по представленным малым параметрам. В частности, можно положить оси соленоидов $\vec{n}_1 \simeq \vec{n}_2 \simeq \vec{e}_z$. С той же точностью, ось стабильного спина \vec{c} и ось вращения \vec{m}_1 в арке A_1 можно приближённо считать $\vec{c} \simeq \vec{m}_1 \simeq \vec{e}_y$. Обе арки вращают импульс частицы на угол π , и с той же точностью, что $\vec{m}_1 \simeq \vec{e}_y$, получается $\theta_1 \simeq \pi \nu_s^0$.

Собирая вместе все приближения, получаем

$$(\vec{n}_2^{\rm r} \cdot \vec{n}_1) \simeq \cos\left(\pi\nu_s^0\right) ,$$

$$\vec{c} \cdot [\vec{n}_2^{\rm r} \times \vec{n}_1)] \simeq \sin\left(\pi\nu_s^0\right) .$$
(3.32)

Из этого следует $E \simeq 1$ и завершение вывода Ур. (3.18). Члены четвёртого порядка, такие как $\sim c_j^2 \chi_i^2$, исключены.

3.2.3 Создание локальной искусственной неидеальности статическим фильтром Вина

Статический фильтр Вина может выступать в качестве локальной ИН, которая имеет одновременно горизонтальные и продольные магнитные поля, но при этом не изменяет замкнутую орбиту. Это достигается за счёт использования двухспиральных соленоидов [58] в кольце. Сила Лоренца от горизонтального магнитного поля должна быть скомпенсирована вертикальным электрическим полем.

Результаты настоящего исследования (см. Главу 4) требуют возможности достижения величины интеграла продольного магнитного поля порядка $\int B_z dz = 10 - 15 \,\mathrm{T\cdot MM}$. Для соленоида длиной 0.5 м, это приводит к соответствующему электрическому полю $E_y = \beta B_x = \beta \cdot 10 \,\mathrm{MB/M}$. Создание настолько сильных электрических полей представляет определённые трудности, но является вполне возможным.

Требования к величине электрического поля смягчаются, если такой статический фильтр Вина с двухспиральными соленоидами служит для тонкой настройки двух основных соленоидов, которые использовались для измерения рельефа частоты прецессии спина. Неидеальности кольца COSY могут быть частично устранены после проведения прецизионного геодезического анализа магнитных элементов кольца, и затем их более точного центрирования.

3.3 Выравнивание оси стабильного спина с помощью статического спинового ротатора

Существует возможность выравнить ось стабильного спина с помощью искусственной неидеальности (статического спинового ротатора), которая не возбуждает когерентного бетатронного сдвига орбиты пучка, используя модель, данную в Ур. (3.14) и (3.15). Пусть ось ИН указывает вдоль \vec{k} в плоскости xz. Произведём декомпозицию оси стабильного спина кольца без искусственных неидеальностей на компоненты вдоль вертикального направления $c_y \vec{e}_y$ и компоненты в плоскости $\vec{c}_{\parallel} = c_x \vec{e}_x + c_z \vec{e}_z$. При включении ИН, мы хотим направить ось стабильного спина в кольце вдоль вертикали \vec{e}_y .

Пусть \vec{c}_{\parallel} будет определён с помощью измерения рельефа частоты прецессии спина. Потребуем зануления компонент оси стабильного спина в плоскости для матрицы преобразования спина всего кольца **T** при включении ИН [см. Ур. (3.16)]:

$$\vec{c}_{\mathbf{T}} = \sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right) \left[\cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\vec{k} + c_{y}\sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\left(\vec{e}_{y}\times\vec{k}\right)\right] + \sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\cos\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right)\vec{c}_{\parallel} = 0.$$

$$(3.33)$$

Это уравнение решается относительно $\chi_{\rm AI}$ и ориентации оси ИН \vec{k} . Расчёты приводят к виду

$$\tan\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right)\vec{k} = -\frac{\sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)}{D}\mathbf{A}\vec{c}_{\parallel}, \text{ где}$$

$$D = \sqrt{\cos^{2}\left(\pi\nu_{s}\right) + c_{y}^{2}\sin^{2}\left(\pi\nu_{s}\right)}.$$
(3.34)

Матрица А есть матрица поворота с единичным определителем,

$$\mathbf{A} = \frac{1}{D} \begin{pmatrix} \cos\left(\pi\nu_s\right) & -c_y \sin\left(\pi\nu_s\right) \\ c_y \sin\left(\pi\nu_s\right) & \cos\left(\pi\nu_s\right) \end{pmatrix}.$$
(3.35)

Ось ИН \vec{k} должна быть направлена противоположно вектору \vec{c}_{\parallel} , развёрнутому на угол θ_p так, что

$$\tan \theta_p = c_y \tan \left(\pi \nu_s \right) \,. \tag{3.36}$$

В приближении $\vec{c} = \vec{e}_y$, это равносильно повороту вектора \vec{c}_{\parallel} на угол $\theta_p = \pi \nu_s$ вокруг вертикальной оси. Сама ИН должна вращать спин на угол χ_{AI} так, что

$$\tan\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right) = -\frac{\sin\left(\pi\nu_s\right)}{D}\left|\vec{c}_{\parallel}\right| \,. \tag{3.37}$$

3.4 Перспективы использования метода измерения рельефа частоты прецессии спина

На основе метода измерения рельефа частоты прецессии спина с помощью статических ротаторов спина возможно измерение оси стабильного спина в накопительном кольце. Наклон оси стабильного спина в идеальном кольце, при наличии ЭДМ, будет являться статическим сигналом ЭДМ, точность определения которого будет зависеть от точности метода. Так как относительная точность измерения спиновой частоты в COSY составляет около 10⁻¹⁰ и более, при улучшении статистики, этот метод может стать более предпочтительным в перспективе поисков ЭДМ на COSY и в принципе для чисто магнитных накопительных колец. Но в то же время, при наличии неидеальностей магнитной дорожки, ось стабильного спина приобретает наклон, связанный с вращением спина за счёт МДМ. Для того, чтобы определить величину наклона оси стабильного спина в COSY, предложено использовать уже доступные устройства — соленоиды систем электронного охлаждения пучка. Сигнал ЭДМ невозможно определить в такой конфигурации ротаторов спина, в которой используются только соленоиды. Однако можно отработать этот метод в эксперименте на COSY и выявить его недостатки, что будет подробно изложено в Главе 4. Кроме того, с помощью настройки оси вращения и угла поворота спина в статическом ротаторе спина, метод позволяет прецизионно ориентировать ось стабильного спина кольца относительно желаемого направления. Глава 4. Измерение рельефа частоты прецессии спина на COSY

В этой главе обсуждается исследование неидеальностей магнитной дорожки COSY — паразитных магнитных полей в плоскости накопительного кольца. Описано первое экспериментальное приложение метода измерения рельефа частоты прецессии спина к измерению наклона оси стабильного спина в ускорителе COSY. По результатам главы опубликованы работы [37; 38].

4.1 Ход эксперимента и получение данных

Одной из задач исследований на COSY было определение оси стабильного спина с помощью ИН, как было изложено ранее в Главе 3. В качестве ИН для этих целей были использованы дрейфовый соленоид системы электронного охлаждения пучка № 1 («2 MeV-electron cooler», соленоид S₁ на Рис. 3.1, см. подробнее в [59]), и дрейфовые компенсирующие соленоиды системы электронного охлаждения пучка № 2 («100 keV-electron cooler», соленоид S₂ на Рис. 3.1, см. подробнее в [60]). В заходной прямой секции, которая отделена от магнитной дорожки инжекции («І» на Рис. 3.1) диполем, располагается система охлажения №1, а ситема охлаждения № 2 — в противоположной прямой секции, и соленоиды двух систем имеют отдельные источники питания.

Сначала, вертикально поляризованный пучок дейтронов запускался в кольцо и ускорялся до кинетической энергии T = 270 МэВ (или, что то же, до достижения импульса 970 ГэВ/с). Затем, 75 с шла подготовка пучка, в течение которой он охлаждался и трансформировался в сгусток. Затем сгусток выводился на внутреннюю углеродную мишень (тот же способ описан в разделе 1.4). С помощью РЧ соленоида S_{RF} [61], начальная вертикальная поляризация в сгустке переворачивалась в горизонтальную плоскость (см. Рис. 3.1). После этого, спины частиц свободно прецессируют в горизонтальной плоскости машины вокруг оси стабильного спина (направленной почти вертикально) с частотой

$$f_s = |\nu_s^0| f_{\rm R} \simeq 120 \,\mathrm{\kappa}\Gamma\mathrm{u}\,,\tag{4.1}$$



Рисунок 4.1 — Пример временной зависимости толчков спина $\chi_{1,2}$ (см. Ур. [4.2]) во время удержания пучка в кольце. Достижимые интегралы поля и соответсвующие им толчки спина в двух соленоидах S₁ и S₂ показаны в Таблице 4.

где ν_s^0 обозначает спинтьюн и $f_{\rm R}$ — частоту обращения пучка. Исходная вертикальная поляризация, которую создавал атомный источник частиц, изменялась через каждый заход от в верхей к нижней и наоборот. Каждый цикл измерений состоял из 6 заходов, что позволило оценить флуктуации спинтьюна за счёт нестабильностей кольца.

План эксперимента изображён на Рис. 4.1. Первый интервал измерения, в котором исходное значение спинтьюна определялось в первый раз, длился $\Delta T_1 = 20$ с, и начинался после переворота поляризации в горизонтальную плоскость. Затем, за короткий промежуток времени, 2 - 3 с, ток в обоих соленоидах S₁ и S₂ увеличивался до требуемых значений (см. также Рис. 4.4 в разделе 4.2.1). Соленоиды оставались включёнными в течение интервала $\Delta T_2 = 25$ с. Увеличение длительности второго интервала по сравнению с первым связано с возможностью накопления лучшей статистики для более точного определения спинтьюна. После этого, оба соленоида были выключены и измерения длились еще $\Delta T_3 = 35$ с, чтобы определить исходное значение спинтьюна во второй раз. Сравнение двух исходных значений спинтьюна первого и третьего интервалов, позволяет отследить возможные смещения спинтьюна в течение времени удержания пучка.

	Интегральное поле		Угол поворота спина	
	$[T \cdot MM]$		[мрад]	
	минимальное	максимальное	минимальный	максимальный
Соленоид S ₁	-33	+33	- 8.787	+8.787
Соленоид S_2	-49	+14	-12.978	+3.708
			0	0

Таблица 4 — Минимум и максимум интегралов поля $\int B_1 dz$ и $\int B_2 dz$ производимых соленоидами S₁ и S₂, и соответствующие им минимальные и максимальные углы поворотов спина χ_1 и χ_2 .

Толчки спина χ_i (i = 1, 2) вызванные токами I_i в обоих соленоидах, выражаются как

$$\chi_i = \frac{(1+G)}{B\rho} \int B_{i,z} dz - \chi_i^0 = \frac{(1+G)}{B\rho} F_i (I_i - I_i^0) , \qquad (4.2)$$

где $B\rho$ обозначает магнитную жёсткость кольца, а F_i соответствующие калибровочные факторы, которые задаются по закону Ампера в вакууме через количество витков обмотки [62]. Для дрейфового соленоида S₁ в системе электронного охлаждения № 1, $I_1^0 = 0$. Для S₂, номинальный ток I_2^0 отвечает нормальному рабочему режиму, при котором компенсируются продольное поле основного дрейфового соленоида, поля тороидов и двух компенсирующих соленоидов. В данном эксперименте, основной дрейфовый соленоид, тороиды и сопутствующие им корректирующие магниты, работали всегда при номинальном токе. Искусственная неидеальность в S₂ создавалась за счёт одновременного изменения номинального значения тока I_2^0 в двух компенсирующих соленоидах. В конце интервала ΔT_2 значение тока опять устанавливалось на I_2^0 . Диапазон изменения интегралов поля при использовании обоих соленоидов S₁ и S₂ дан в Таблице 4.

Одним из важных требований для достижения высокой точности при определении спинтьюна в каждом временном интервале ΔT_i (i = 1,2,3) является длительное время жизни горизонтальной поляризации. Это было достигнуто с помощью специальных настроек секступольных магнитов, которые корректировали эффекты, приводящие к декогерентности спинов, такие как эмиттанс и разброс по энергиям частиц [34].

4.2 Метод анализа данных

Метод распознавания быстрой прецессии спина в горизонтальной плоскойсти с целью определения спинтьюна был представлен в работе [31] и изложен в разделе 4.2.1. Детектор «EDDA» используется как поляриметр для измерения частоты счёта в каждом из четырёх секторов (верхний, правый, нижний, левый) [53]. Частицы приводятся во взаимодействие с углеродной мишенью с помощью стохастического нагревания пучка.

В течение цикла измерений для каждой пары настроек соленоидов было проведено 6 заходов, каждый из которых занимал $\Delta T_1 + \Delta T_2 + \Delta T_3 = 80$ с, не учитывая время подготовки пучка. В каждом из трёх временных интервалов (i = 1,2,3), были определены спинтьюны ν_{s_i} , и впоследствии два скачка спинтьюна

$$\Delta \nu_{s_1} = \nu_{s_2}(n^{\text{ON}}) - \nu_{s_1}, \mathbf{u}$$

$$\Delta \nu_{s_2} = \nu_{s_2}(n^{\text{OFF}}) - \nu_{s_3}, \qquad (4.3)$$

где n^{ON} обозначает номер оборота в тот момент, когда соленоиды были включены, а n^{OFF} — номер оборота, когда они были выключены (см. Рис. 4.4 в разделе 4.2.1). Была составлена сетка значений спиновых толчков χ_1 на χ_2 , где каждая точка соответсвует циклу измерений скачка спинтьюна для определённой пары токов I_1 и I_2 , состоящему из 6 заходов. Результирующее значение скачка спинтьюна для каждой точки сетки предсказывается уравнением (3.27), и все вместе они образуют «рельеф частоты прецессии спина».

В стабильном кольце с идеальными источниками питания, исходное значение спинтьюна для первого и третьего интервалов должно совпадать в каждом из заходов, так же как и значение скачков спинтьюна $\Delta \nu_{s_1}$ и $\Delta \nu_{s_2}$. Это не так в реальном кольце COSY. Смещение спинтьюна уже наблюдалось в течение удержания пучка, от захода к заходу в одном цикле измерений, и от одного цикла измерений к другому, в предыдущих экспериментах на COSY [31]. Это смещение может возникать за счёт вариативности в устанавливаемых токах соленоидов $I_{1,2}$, от температурной зависимости величины магнитных полей и от эффектов гистерезиса в дипольных магнитах, что приводит к непрерывному сдвигу замкнутой орбиты пучка и, как результат, изменению траектории пучка относительно магнитной оси соленоидов.

Вариации в машине от заходу к заходу наглядно демонстрируются гистограммой распределения исходного спинтьюна ν_{s_1} первого интервала, показанной на Рис. 4.2. Среднее квадратичное этого распределения может рассматриваться в качестве системачиской неопределённости исходного спинтьюна между разными заходами, которая составляет $\delta \nu_{s_1}^{\text{syst}} = 1.6 \cdot 10^{-8}$. Статистическая неопределённость исходного спинтьюна во всех заходах рассчитана в разделе 4.2.1, а значения даны в таблице 5. Для первого временного интервала ΔT_1 она равна $\delta \nu_{s_1}^{\text{stat}} = (7.1 \pm 1.1) \cdot 10^{-10}$.



Рисунок 4.2 — Распределение значений исходных спинтьюнов ν_{s_1} для временного интервала ΔT_1 для 360 заходов, имеющих среднее $\langle \nu_{s_1} \rangle = -(16\,097\,199.0\pm 1.6)\cdot 10^{-8}.$

По аналогии, разница исходных спинтьюнов $\nu_{s_1} - \nu_{s_3}$ (см. Рис. 4.7 в разделе 4.2.1) и разница двух скачков $\Delta \nu_{s1} - \Delta \nu_{s2}$ в одном заходе принимается за систематическую ошибку, происходящую за счёт нестабильностей кольца. Эти разницы принимают на порядок большую величину, чем статистическая точность, с которой спинтьюн может быть определён во всех трёх интервалах одного захода.

Наилучшая оценка для статистической, систематической и квадратичной комбинированной ошибки скачка спинтьюна $\delta\Delta\nu_s$ для одного захода получена в разделе 4.2.1, и равна

$$\delta \Delta \nu_s^{\text{stat}} = 0.70 \cdot 10^{-9} ,$$

$$\delta \Delta \nu_s^{\text{syst}} = 3.23 \cdot 10^{-9} ,$$

$$\delta \Delta \nu_s = 3.30 \cdot 10^{-9} .$$
(4.4)

В зависимости от схемы измерения, указанная статистическая ошибка может быть уменьшена, и в последующем анализе данных и численном моделировании, была использована только систематическая ошибка $\delta\Delta\nu_s^{\rm syst}$. Стоит обратить внимание на то, что флуктуации спинтьюна в течении одного захода $\nu_{s_1} - \nu_{s_3}$ (показаны на Рис. 4.7 в разделе 4.2.1) почти на порядок меньше, чем от одного захода к другому (см. Рис. 4.2).

Одной из случайных находок было определение систематического эффекта, возникающего при работе измерителя профиля ионизации пучка (ИПИ). Его включение приводило к скачкам спинтьюна порядка ~ 10⁻⁶. Это говорит о высокой чувствительности спинтьюна к относительно слабым электромагнитным возмущениям в кольце. В связи с тем, что наблюдаемый эффект от ИПИ достаточно велик, все циклы измерений, в которых наблюдалось возмущение исходного спинтьюна за счёт включения ИПИ, были исключены из анализа данных.



Рисунок 4.3 — Показана Карта № 1 скачков спинтьюна Δν_s(χ₊,χ₋). Каждая точка представляет результат одного цикла измерений. Планки погрешностей меньше в размере, чем маркеры точек измерений. Поверхость является фитом точек данных согласно Ур. (4.22), который имеет χ²/N_{dof} = 114946.2/55.

Так как изначальная информация о величине полей неидеальностей отсутствовала, первое измерение рельефа частоты прецессии осуществлялась с использованием наводящей сетки (Карта № 1, см. Рис. 4.3). Позже, в течение 33 часов было проведено второе измерение рельефа частоты прецессии спина (Карта № 2), в которой шаг сетки был в два раза меньше. Изначально планировалось, что Карта № 2 будет содержать 9 × 9 = 81 точек. После того, как циклы измерений с включенным ИПИ были исключены, а один из рядов сетки не был измерен должным образом, Карта № 2 стала содержать 60 точек. В то время, как Карты № 1 и № 2 полностью согласуются друг с другом, в связи с лучшей статистикой далее будут рассматриваться экспериментальные данные Карты № 2, изображённой на Рис. 4.8(а).

4.2.1 Анализ погрешностей скачков спинтьюна

В каждом временном интервале ΔT_i (i = 1, 2, 3) сначала находится первое приближение q_{s_i} для значения спинтьюна. Затем, при фиксированном q_{s_i} , находится отклонение фазы результирующей прецессии спина от измеренной фазы $\Phi_i(n)$, что задаётся функцией от номера оборота n,

$$\Phi_i(n) = 2\pi q_{s_i} n + \varphi_{s_i}(n) .$$
(4.5)

Для каждого макроскопического временного интервала $\Delta n = 10^6$ оборотов ≈ 1.3 с, одно значение фазы $\varphi_{s_i}(n)$ определяется на основе статистики по ≈ 5000 событиям в детекторе. Отклонение фазы в каждом *i*-м интервале дано как

$$\nu_{s_i} = q_{s_i} + \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{\partial \varphi_{s_i}(n)}{\partial n} \,. \tag{4.6}$$

Следуя рекомендациям работы [31], было сделано предположение о наличии линейного дрейфа спинтьюна, поэтому используется параболический фит фазы

$$\varphi_{s_i}(n) = 2\pi a_i + 2\pi N_i b_i x(n) + \pi N_i c_i \left(x(n)^2 - \frac{1}{3} \right) ,$$

$$\nu_{s_i}(n) = q_{s_i} + b_i + c_i x(n) .$$
(4.7)

Здесь $x(n) = (n - n_{0_i})/N_i$, и $2N_i$ есть количество оборотов частицы в каждом временном интервале ΔT_i , а n_{0_i} обозначает середину каждого интервала, за счёт

Параметр	Временной интервал				
	ΔT_1	ΔT_2	ΔT_3		
	(i=1)	(i=2)	(i=3)		
$\sigma_{b_i}/\sigma_{a_i}$	1.744 ± 0.027	1.743 ± 0.025	1.709 ± 0.037		
	$\langle \sigma_{b_i} / \sigma_{a_i} \rangle = 1.737 \pm 0.016$				
$\sigma_{c_i}/\sigma_{a_i}$	6.835 ± 0.113	6.738 ± 0.131	6.489 ± 0.204		
	$\langle \sigma_{c_i} / \sigma_{a_i} \rangle = 6.748 \pm 0.079$				
$\sigma_{b_i} [10^{-10}]$	7.9 ± 1.1	5.3 ± 0.7	4.3 ± 0.9		
c_i/σ_{c_i}	-0.1 ± 1.3	0.8 ± 2.0	-0.3 ± 1.8		

Таблица 5 — Погрешности линейных параметров фита $\sigma_{b_i}/\sigma_{a_i}$, $\sigma_{c_i}/\sigma_{a_i}$, b_i , и c_i/σ_{c_i} для трёх временных интервалов ΔT_i , усреднённые по 360 заходам. Соответствующее распределние для c_2/σ_{c_2} показано на Рис. 4.5, а распределения σ_{b_i} на Рис. 4.6.

чего -1 < x < 1. Это разложение в базисе ортогональных функций приводит к наименьшей корреляции между параметрами b_i и c_i .

При отсутствии таких корреляций, стандартные отклонения фитируемых параметров в каждом временном интервале i = 1,2,3 должны удовлетворять отношению

$$\sigma_{a_i} : \sigma_{b_i} : \sigma_{c_i} = 1 : \sqrt{3} : \sqrt{45} = 1 : 1.732 : 6.708 ,$$
(4.8)

что полностью подтверждается соотношениями параметров в результате фитирования, приведённых в Таблице 5,

$$\sigma_a : \sigma_b : \sigma_c = 1 : (1.737 \pm 0.016) : (6.748 \pm 0.079).$$
(4.9)

Рисунок 4.4(а) показывает измеренную зависимость фазы φ_{s_i} как функции от номера оборота пучка n для временного интервала ΔT_i во время удержания пучка. Выбранный пример является одним из немногих случаев, где c_2 отличается от 0 в интервале ΔT_2 .

Для 360 заходов, рассматриваемых в анализе данных, отношение $c_2/\sigma_{c_2} = 0.85 \pm 2.00$ говорит о малости квадратичного члена и его незначительности при анализе данных с точки зрения статистики (см. Рис. 4.5). Для временных


Рисунок 4.4 — а) Фаза спина φ_{s_i} как функция номера оборота n в трёх временных интервалах i = 1,2,3 одного захода. Красным обозначена фитирующая функция, заданная в Ур. (4.7), которая проявляет нелинейные свойства в интервале ΔT_2 . б) Спинтьюны ν_{s_i} , вычисленные с помощью Ур. (4.7), и скачки спинтьюна $\Delta \nu_{s_{1,2}}$, вычисленные по Ур. (4.10).

интервалов ΔT_1 и ΔT_3 , когда соленоиды выключены, отношения c_1/σ_{c_1} и c_2/σ_{c_2} пренебрежимо малы (см. Таблицу 5).

Величина скачка спинтьюна $\Delta \nu_s$ определена из

$$\Delta \nu_{s_1} = \nu_{s_2} - \nu_{s_1} = q_{s_2} + b_2 - q_{s_1} - b_1,$$

$$\Delta \nu_{s_2} = \nu_{s_2} - \nu_{s_3} = q_{s_2} + b_2 - q_{s_3} - b_3,$$
(4.10)

где мы принебрегли квадратичными параметрами c_i из-за их статистической незначительности. Пример показан на Рис. 4.4(б). Скачок спинтьюна $\Delta \nu_s$ вы-



Рисунок 4.5 — Статистическое распределение c_2/σ_{c_2} по 360 заходам для второго временного интервала ΔT_2 , которое является отношением квадратичного параметра c_2 к его ошибке, и имеет значение $c_2/\sigma_{c_2} = 0.8 \pm 2.0$.

числяется как среднее от двух скачков $\Delta \nu_{s_1}$ и $\Delta \nu_{s_2}$,

$$\Delta \nu_s = \frac{\Delta \nu_{s_1} + \Delta \nu_{s_2}}{2} = \frac{2q_{s_2} - q_{s_1} - q_{s_3} + 2b_2 - b_1 - b_3}{2}.$$
(4.11)

На Рис. 4.6, показаны распределения σ_{b_i} по 360 заходам для всех трёх временных интервалов. Фитируемые параметры исходного спинтьюна для каждого из трёх интервалов даны в Таблице 5. Для 360 заходов, параметры b_i определены со статистической точностью в диапазоне $4 \cdot 10^{-10} - 8 \cdot 10^{-10}$.

Параметр q_{s_i} в Ур. (4.11) не имеет погрешности, что при учёте данных в Таблице 5 значений σ_{b_i} позволяет рассчитать статистическую ошибку $\Delta \nu_s$ как

$$\delta \Delta \nu_s^{\text{stat}} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_{b_1}^2 + \sigma_{b_2}^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \sigma_{b_3}^2}$$

$$= 7.0 \cdot 10^{-10} . \qquad (4.12)$$

Следовательно, скачки спинтьюна для цикла измерений из 6 заходов могут быть определены со *статистической* точностью $\delta\Delta\nu_s^{\rm stat} = 7.0\cdot 10^{-10}$.

Для того, чтобы оценить систематическую ошибку скачков спинтьюна, использовано распределение разницы между исходными спинтьюнами $\nu_{s_1} - \nu_{s_3}$ временных интервалов ΔT_1 и ΔT_3 (см. Рис. 4.7). Ширина этого распределения берётся в качестве оценки систематической ошибки всех скачков спинтьюна, и равна $\delta \Delta \nu_s^{\rm syst} = 3.23 \cdot 10^{-9}$.



Рисунок 4.6 — а) Распределение статистических ошибок σ_{b_1} , б) σ_{b_2} и в) σ_{b_3} параметров b_1 , b_2 , и b_3 линейной зависимости в Ур. (4.7). Средние значения статистических ошибок даны в Таблице 5.



Рисунок 4.7 — Распределение разности исходных спинтьюнов временных интервалов ΔT_1 и ΔT_3 . Среднее квадратичное значение этого распределения принимается за ожидаемую систематическую ошибку скачков спинтьюна, $\delta \Delta \nu_{\rm s}^{\rm syst} = 3.23 \cdot 10^{-9}.$

4.3 Подтверждение наличия седловой точки карты спинтьюна

Вид полученной карты спинтьюна (см. Рис. 4.8(а)) подтверждает наличие предсказанной в теории седловой точки. График показывает зависимость

$$\Delta \nu_s(\chi_+, \chi_-) \simeq \frac{\cos(\pi \nu_s^0) - \cos(\pi [\nu_s^0 + \Delta \nu_s(\chi_+, \chi_-)])}{\pi \sin(\pi \nu_s^0)}$$

$$= f(\nu_s^0, \chi_+, \chi_-),$$
(4.13)

где форма поверхности карты спинтьюна задана числителем, приведённым в Ур. (3.27). Для дейтронов $\sin(\pi \nu_s^0) < 0$, и согласно Ур. (3.27), функция $f(\nu_s^0, \chi_+, \chi_-)$ является суммой выпуклой по χ_+ и вогнутой по χ_- функций. Такой рельеф карты характерен именно для конфигурации ИН, состоящей из двух соленоидов.

Каждой точке данных назначена систематическую погрешность, данная в Ур. (4.4). Фитируемыми параметрами являются неидеальности кольца a_+ и a_- . Исходя из Ур. (3.27), отсутствие перекрёстных членов говорит о том, что эти параметры некоррелированы между собой.



Рисунок 4.8 — а) Показана Карта № 2 скачков спинтьюна Δν_s(χ₊, χ₋). Каждая точка представляет результат одного цикла измерений. Планки погрешностей меньше в размере, чем маркеры точек измерений. Поверхость является фитом для данных, как описано в тексте, а положение седловой точки дано в Ур. (4.18). б) Остаточные погрешности для Карты № 2, полученные как Δν_s^{res} = Δν_s - Δν_s^{fit}. Как описано в тексте, поверхность является фитом на основе Ур. (4.20) к точкам Δν_s^{res}(χ₊, χ₋). Важно отметить разный масшатаб вертикальных осей на графиках а) и б).

4.3.1 Проверка достоверности процедуры фитирования

Используемая процедура фитирования проверена с помощью результатов численного моделирования спиновой и орбитальной динамики пучка в комплекса моделирования «COSY-Infinity» (о применении и разработке комплекса для изучения динамики спина на COSY, см. [8]). Вычисления проведены для центральной частицы. Для описания скачков спинтьюна использовалась теоретическая модель, заданная Ур. (3.17). Начальными условиями было отсутствие неидельностей в кольце и нулевой ЭДМ, что приводит к строго вертикальной ориентации оси стабильного спина в каждой точке кольца. Затем, в арке A₁, на месте расположения соленоида S_{RF} (см. Рис. 3.1), был включен статический соленоид с интегральным полем 5 Т мм. Согласно рассчётам в COSY-Infinity, этот соленоид создаёт неидеальность, которая приводит к наличию ненулевой компоненты C_z ,

$$c_z = -0.001323429, \tag{4.14}$$

в точке перед соленоидом S₁. Теперь, используя соленоид S₁, методом измерения рельефа частоты прецессии спина можно определить значение c_z . Для этого, были созданы псевдо-данные из 53 скачков спинтьюна с погрешностями, заданными в Ур. (4.4), и с фиксированным шагом для χ_{AI} . Затем, полученный набор точек фитировался согласно Ур. (3.17). Как и ожидалось, полученное значение $\chi^2/N_{dof} = 50.27/52$ свидетельствует о хорошем качестве выбранного параметрического приближения. Исходное значение c_z , заложенное в модели [дано в Ур. (4.14)], идеально согласуется с результатом фита c_z^{fit} ,

$$c_z - c_z^{\text{fit}} = (3.99 \pm 3.43) \cdot 10^{-7}$$
. (4.15)

Если бы не возникающие систематические ошибки, рассматриваемые далее, то можно было бы определить c_z с точностью $\delta c_z \approx 3.5 \cdot 10^{-7}$. Для сравнения, если предполагать ту же точность при определении c_x , то это задаёт точность измерения оси стабильного спина $\delta \xi_{\rm EDM} \sim 3.5 \cdot 10^{-7}$. После этого, в отсутствии неидеальностей магнитной дорожки кольца, при энергии T = 270 МэВ, согласно Ур. (1.8) это соответсвует разрешающей способности на ЭДМ дейтрона около

$$\sigma(d) \sim \frac{q}{2m_d} \delta \eta$$

= $\frac{Gq}{\beta_d m_d} \delta \xi_{\text{EDM}} \sim 2 \times 10^{-21} \,\text{e·cm} \,.$ (4.16)

4.3.2 Фитирование карты остаточных погрешностей

Как было указано ранее, существуют вариации спинтьтюна ν_s^0 от одного цикла измерений к другому. Это учитывается в модельной функции $f(\nu_s^0, \chi_+, \chi_-)$ [Ур. (4.13)] благодаря вычислению среднего значения ν_s^0 для соответсвующего цикла измерений.

Фит Карты № 2 скачков спинтьюна с параметрами a_{\pm} даёт

$$a_{+} = (50\,172.1\pm5.9)\cdot10^{-7}, \text{ M}$$

$$a_{-} = (-4452.5\pm5.7)\cdot10^{-7}, \qquad (4.17)$$

с достаточно большим $\chi^2/N_{\rm dof} = 22\,017/58$. Согласно Ур. (3.29), седловая точка находится в

$$\chi^{\rm sp}_{+} = (-1.296\,37 \pm 0.000\,15)$$
 мрад, и
 $\chi^{\rm sp}_{-} = (0.115\,05 \pm 0.000\,15)$ мрад. (4.18)

Для того, чтобы понять причину огромности $\chi^2/N_{\rm dof}$, было проведено исследование карты остаточных погрешностей,

$$\Delta \nu_s^{\rm res} = \Delta \nu_s - \Delta \nu_s^{\rm fit} \,, \tag{4.19}$$

показанной на Рис. 4.8(б). Эта карта проявляет аналогичные качества, имея седловую точку и амплитуду порядка одного процента от наблюдаемых скачков спинтьюна $\Delta \nu_s(\chi_+,\chi_-)$.

Наличие седловой точки указывает на возможность фитирования остаточных погрешностей с помощью функции, подобной Ур. (4.13), где также будут учитываться эффекты масштабирования зависимостей от χ_+ и χ_-

$$\pi \sin(\pi \nu_s^0) \Delta \nu_s^{\text{res}}(\chi_+, \chi_-) = A_+ \left\{ \left[1 + \cos\left(\pi \nu_s^0\right) \right] \sin^2\left(\frac{1}{2}\chi_+\right) - \frac{1}{2}b_+ \sin(\pi \nu_s^0) \sin\chi_+ \right\}$$

$$-A_- \left\{ \left[1 - \cos\left(\pi \nu_s^0\right) \right] \sin^2\left(\frac{1}{2}\chi_-\right) - \frac{1}{2}b_- \sin(\pi \nu_s^0) \sin\chi_- \right\}.$$
(4.20)

Остаточным погрешностям назначаются погрешности соответствующих скачков спинтьюна. Такой фит даёт

$$A_{+} = (91.4 \pm 0.7) \cdot 10^{-4},$$

$$A_{-} = (21.9 \pm 1) \cdot 10^{-3},$$

$$b_{+} = (1022 \pm 0.7) \cdot 10^{-4},$$

$$b_{-} = -(15.9 \pm 3.9) \cdot 10^{-5},$$
(4.21)

со значением $\chi^2/N_{\rm dof} = 235.5/55$, что улучшает в 100 раз результат $\chi^2/N_{\rm dof} = 22017/56$ для более простой модели, заданной в Ур. (4.13).

Полный скачок спинтьюна представляется в виде

$$\pi \sin(\pi \nu_s^0) \Delta \nu_s(\chi_+, \chi_-) \simeq \pi \sin(\pi \nu_s^0) \left[\Delta \nu_s^{\text{fit}}(\chi_+, \chi_-) + \Delta \nu_s^{\text{res}}(\chi_+, \chi_-) \right]$$

$$= (1 + A_+) \left[1 + \cos(\pi \nu_s^0) \right] \sin^2 \left(\frac{1}{2} \chi_+ \right) - (1 + A_-) \left[1 - \cos(\pi \nu_s^0) \right] \sin^2 \left(\frac{1}{2} \chi_- \right)$$

$$- \frac{1}{2} \left(a_+ + A_+ b_+ \right) \sin(\pi \nu_s^0) \sin \chi_+ - \frac{1}{2} \left(a_- + A_- b_- \right) \sin(\pi \nu_s^0) \sin \chi_-$$

$$\simeq \left[1 + \cos(\pi \nu_s^0) \right] \sin^2 \left(\frac{1}{2} k_+ \chi_+ \right) - \left[1 - \cos(\pi \nu_s^0) \right] \sin^2 \left(\frac{1}{2} k_- \chi_- \right)$$

$$- \frac{1}{2} a_+^* \sin(\pi \nu_s^0) \sin(k_+ \chi_+) - \frac{1}{2} a_-^* \sin(\pi \nu_s^0) \sin(k_- \chi_-) .$$
(4.22)

Такая догадка о функциональной зависимости карты остаточных погрешностей, похожую на зависимость, заданную уравнением (3.27)], предполагает, что скачки спинтьюна могут быть описаны уравнением (4.13) за счёт введения скейлинга углов поворота спина

$$\tilde{\chi}_{\pm} \to k_{\pm} \chi_{\pm} \,, \tag{4.23}$$

где $k_{\pm}^2 = 1 + A_{\pm}$. Переменные χ_{\pm} недостаточно наглядны, потому что смешивают эффекты двух соленоидов. Скейлинг может быть применен к углу поворота спина в *каждом* из соленоидов, что задаётся как

$$\tilde{\chi}_{1,2} \to k_{1,2} \chi_{1,2},$$
(4.24)

Этот эмпирический вывод позволяет предположить, что на самом деле углы поворота спина $\tilde{\chi}_{1,2}$ отличаются от тех, что получены с применением закона Ампера к току, устанавливаемому источниками питания. Так же это будет обсуждаться в разделе 5.4. Источники питания компенсирующих соленоидов (тип «SM 30-200») обладают стабильностью тока 100 ppm и температурным коэффициентом 60 ppm/K. Источник тока дрейфового соленоида системы электронного охлаждения № 1 (тип «BPS SW MODULE PUISS BIP 30/22») имеет абсолютную калибровку тока 0.1%, выходную стабильность 20 ppm и температурный коэффициент 5 ppm/K. В настоящее время для обоих соленоидов S_{1,2}, используются 16-битные контроллеры источников тока.

В упрощенном формализме, данном в Ур. (3.28), параметры a_{\pm} были связаны с проекциями оси стабильного спина на оси ИН \vec{n}_1 и \vec{n}_2^r . Эта интерпретация становится недостоверной, если не будут ясны причины возникновения остаточных погрешностей, которые приводят к сдвигу положения седловой точки

$$a_{\pm}^* = a_{\pm} + A_{\pm} b_{\pm} \,. \tag{4.25}$$

В итоге, Ур. (3.27), в котором предполагается идеальное позиционирование соленоидов S₁ и S₂, содержит только два свободных параметра a_{\pm} . Такой подход очевидно не позволяет описать экспериментальные данные за счёт того, что величина $\Delta \nu_s^{\text{res}}$ составляет около 1% от $\Delta \nu_s$ (см. рис. 4.8(б)). Однако, благодаря высокой точности определения спинтьюна, даже это малое рассогласование становится очень значительным с точки зрения статистики. Тем самым мы приходим к выводу, что Ур. (3.27) не учитывает некоторых важных систематических эффектов. Конкретно, необходимо выяснить, является ли скейлинг углов поворота, заданный в Ур. (4.23), следствием какого-либо физического механизма. Более детально об этом в разделе 5.4.

4.4 Признаки сдвига замкнутой орбиты пучка за счёт соленоидов

Одним из очевидных источников систематических ошибок является перекос оси соленоида относительно траектории пучка. В таком случае, магнитное поле соленоида приобретает вертикальные и горизонтальные компоненты поля, которые пропорциональны интегральному полю в соленоиде χ_{AI} и углам поворота $\xi_{x,y}$ соленоида вокруг осей x и y соответственно. В первом приближении, перекошенный соленоид можно считать идеальным соленоидом, снабжённым одним вертикальным и одним горизонтальным корректирующими магнитами. Эффект поворота траектории пучка на угол ϑ в перекошенном соленоиде связан с поворотом спина соотношением [см. Ур. (4.2)]

$$\vartheta_{x,y} = \frac{\xi_{y,x}\chi_{\rm AI}}{1+G} \,. \tag{4.26}$$

Поперечные магнитные поля возмущают замкнутую орбиту в кольце и влияют на спинтьюн и напрямую, и косвенно. Основной эффект связан с изменением длины пути частиц. Косвенный эффект возникает за счёт изменения эффективных величин фокусирующих магнитных полей, воздействующих на частицы, что приводит к влиянию на спин во всех элементах кольца. Остаётся открытым вопрос, насколько велик эффект от неизвестных фокусирующих компонент полей неидеальностей, которые могут возникать, например, при наклонах диполей COSY или перекосах квадруполей.

Дрейфовый соленоид S₁ в ситеме электронного охлаждения № 1 работает независимо от тороидов и вспомогательных корректирующих магнитов. Конфигурация соленоида S₂ в ситеме электронного охлаждения № 2 более сложная [62]. При обычной работе, интеграл продольного поля $\int B_z dz$ дрейфового соленоида и двух тороидальных магнитов скомпенсирован интегралом поля двух компенсирующих соленоидов, стоящих перед дрейфовым соленоидом и за ним. Во время измерения рельефа частоты прецессии спина, интеграл продольного поля корректировался с использованием дополнительного источника питания для пары компенсирующих соленоидов (см. Таблицу 4).

В S₂, эффект поперечных полей тороидов скомпенсирован также двумя наборами корректирующих магнитов до компенсирующего соленоида и после семейства квадруполей (аналогично для другого компенсирующего соленоида, находящегося перед дрейфовым соленоидом). Суть в том, что даже в обычном рабочем режиме, траектория пучка проходит под углом в компенсирующем соленоиде, и использование другого тока I_2 , отличного от номинального I_2^0 , неизбежно создаёт нежелательные поперечные поля, одновременно с необходимым для измерения рельефа частоты прецессии спина нескомпенсированным продольным полем ИН. В настоящее время, не существует программных комплексов, которые бы полностью позволяли описать динамику спина в полях тороидальных магнитов ситемы электронного охлаждения № 2.

На Рис. 4.9, показаны наблюдаемые в эксперименте изменения замкнутой орбиты по всему кольцу, как функция углов поворота спина χ_1 или χ_2 в соле-



Рисунок 4.9 — Наблюдаемые в эксперименте изменения а) вертикальной и б) горизонтальной замкнутой орбиты по всему кольцу для нескольких настроек соленоида S₁ ($\chi_1 = -8.79(\bigcirc), -4.39(\Box), 4.39(\bigtriangleup)$ мрад), при которых соленоид S₂ выключен. Положения соленоидов S₁ и S₂ в кольце обозначены на схемах

над графиками а) и в). Данные из последнего устройства регистрации положения пучка в конце арки A₂ продублированы как первая точка заходной прямой секции. Линии соединяют точки данных, но не являются настоящими

траекториями. На графиках в) и г) показаны соответственно сдвиги вертикальной и горизонтальной замкнутой орбиты по кольцу для нескольких настроек соленоида S₂ ($\chi_2 = -12.98(\bigcirc), -7.42(\Box), 1.85(\triangle)$ мрад), при которых S₁ выключен. ноидах, при условии что один из соленоидов выключен. Наблюдаемые сдвиги орбит достаточно велики. Соленоид S₁ возмущает орбиту в основном в горизонтальной плоскости, то есть S₁ создаёт вертикальное магнитное поле. Соленоид S₂ сдвигает орбиту и в вертикальной, и в горизонтальной плоскости. Стоит заметить, что сдвиг орбиты примерно линейный в обоих плоскостях в зависимости от χ_2 (см. нижний Рис. 4.9). Количественные оценки для углов поворота соленоида, полученные из численного моделирования орбитальной динамики в COSY-Infinity, будут подробно рассмотрены в разделе 5.1.



Рисунок 4.10 — Скачки скорости счёта событий в поляриметре в начале временного интервала ΔT_2 в тот момент, когда соленоиды S₁ и S₂ включаются (для χ_1 и χ_2 обозначены производимые углы поворота спина) при $t \approx 103$ с и выключаются при $t \approx 127$ с.

За счёт взаимодействия частиц с мишенью, коллективный сдвиг орбиты должен также привести к изменению скорости счёта в поляриметре. На Рис. 4.10 показана наблюдаемая скорость счёта в одном из детекторов поляриметра. Первый скачок происходит, когда соленоиды S_1 и S_2 включаются, и скорость возвращается к исходной благодаря рассеянию частиц на мишени. Эффект должен быть реверсивным, и падение скорости счёта происходит в конце временного интервала T_2 , когда соленоиды выключаются. Затем, за счёт непрерывного нагревания пучка, скорость счёта возвращается к прежнему уровню.

После того, как оба соленоида S₁ и S₂ выключаются, изменение спинтьюна к исходному значению не всегда реверсивно (см. раздел 4.2.1). Эти эффекты аккумулируются и спинтьюн дрейфует от одного захода к другому, как пред-



Рисунок 4.11 — Временная зависимость измерений вертикального положения пучка в устройстве регистрации «ВРМ13», каждое из которых происходило в течение удержания пучка от 80 до 150 с, отсчитываемых от момента вхождения пучка в кольцо. Данные результаты получены для 6 заходов с одинаковыми параметрами пучка и настройками соленоидов: $S_1(\chi_1 = 0)$ и $S_2(\chi_2 = -11 \text{ мрад})$. Вертикальные положения пучка \bar{y}_i (i = 1,2,3), усреднённые по 6 заходам, вычислены для временных интервалов ΔT_1 и ΔT_3 ,

усредненные по 6 заходам, вычислены для временных интервалов ΔT_1 и ΔT_3 , когда соленоиды были выключены, и для временого интервала ΔT_2 , когда они были включены. Значения \bar{y}_i приведены в Таблице 6.

ставлено в [31]. Имеются признаки подобной нереверсивности и в отношении изменения орбиты пучка, один такой пример показан на Рис. 4.11. Судя по средним значениям вертикального положения пучка, указанным в Таблице 6, можно заметить, что в пределах ошибок, в конце временного интервала ΔT_2 не восстанавливается вертикальное положение пучка при выключении соленоида S₂. Возможно, что причина этого расхождения связана с уменьшением интенсивности пучка ближе к концу времени удержания, так как в данных наблюдалась очевидная корреляция между скоростью уменьшения тока пучка и разностью значений уровней $\langle \bar{y}_1 \rangle - \langle \bar{y}_3 \rangle$, посчитанных как среднее квадратическое по всем вертикальным положениям пучка во всех устройствах регистрации. Таким образом, за счёт этого эффекта могла увеличиться систематическая ошибка определения положения пучка в устройстве регистрации «BPM13» (англ. BPM —

Временной интервал	Вертикальное положение пучка [мм
ΔT_1	$\bar{y}_1 = 1.169 \pm 0.006$
ΔT_2	$\bar{y}_2 = 1.438 \pm 0.007$
ΔT_3	$\bar{y}_3 = 1.241 \pm 0.008$

Таблица 6 — Среднее значение вертикального положения пучка \bar{y}_i (i = 1,2,3) для одного цикла измерений, состоящего из 6 заходов, как показано на Рис. 4.11.

«Веат Position Monitor»), которая и привела к разности уровней \bar{y}_1 и \bar{y}_3 . В Для преодоления этой проблемы и для общего улучшения точности определния положения, требуется обновление устройств регистрации положения пучка на COSY. Разработка таких устройств ведётся с 2013 г., и два устройства на основе нового дизайна (типа «пояса Роговского» [63]) будут установлены для регистрации положения пучка на входе и выходе РЧ фильтра Вина. Прохождение пучка по оптической оси фильтра Вина гарантирует достижение условия компенсации силы Лоренца. Если сила Лоренца в фильтре Вина нескомпенсирована, могут возникнуть когерентные бетатронные осцилляции пучка, которые приведут к систематическим ошибкам при определении сигнала ЭДМ.

4.5 Интерпретация результатов и возможные способы применения техники измерения рельефа частоты прецессии спина

С помощью измерения рельефа частоты прецессии спина определяются параметры a_{\pm}^* [Ур. 4.22, а так же Ур. (5.21) в Главе 5]. Интерпретация a_{\pm}^* затрудняется за счёт систематических неопределённостей метода с двумя соленоидами. Параметры a_{\pm}^* заданы проекциями оси стабильного спина \vec{c} на плоскость, образованную векторами \vec{n}_1 и \vec{n}_2^r . Эта плоскость почти совпадает с плоскостью кольца, и ось стабильного спина имеет почти ортогональное направление, вдоль [$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2^r$], к этой плоскости. Используя приближение Ур. (3.24), можно оценить точность, с которой допускается контролировать проекции $c_{x,z}$ на плоскость кольца,

$$(\vec{c} \cdot \vec{n}_1) \approx c_z ,$$

$$(\vec{c} \cdot \vec{n}_2^r) \approx \cos(\pi \nu_s^0) c_z - \sin(\pi \nu_s^0) c_x ,$$

$$a_{\pm}^* \approx \cos(\pi \nu_s^0) c_z - \sin(\pi \nu_s^0) c_x \pm c_z .$$
(4.27)

(4.28)

Находя в последнем уравнении c_x и c_z , получаем

$$\delta c_z \approx \frac{1}{2} \left\{ (\delta a_+^*)^2 + (\delta a_-^*)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = 0.7 \cdot 10^{-6} \,,$$

$$\delta c_x \approx \frac{1}{|\sin(2\pi\nu_s^0)|} \left\{ [1 - \cos(\pi\nu_s^0)]^2 (\delta a_+^*)^2 + [1 + \cos(\pi\nu_s^0)]^2 (\delta a_-^*)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} = 1.7 \cdot 10^{-6} ,$$
(4.29)

где δa_{\pm}^* обозначает погрешность для a_{\pm}^* , которая получается после фита данных (приведена в Таблице 9). Основной вывод заключается в том, что угловое направление оси стабильного спина относительно плоскости, заданной вектором $[\vec{n}_1 \times \vec{n}_2^{\rm r}]$, может быть определено со *статистической* точностью более, чем 1.7 мкрад.

Небольшая проблема двух-соленоидной схемы состоит в том, что точное направление вектора $[\vec{n}_1 \times \vec{n}_2^r]$ с той же высокой точностью не определяется, потому что кроме неопределённости в направлении осей соленоидов, вектор \vec{n}_2^r зависит так же от неидеальностей арки A₁, которые приводят к неизвестному наклону оси поворота спина в арке \vec{m}_1 . Это неотъемлемое свойство двух-соленоидной схемы, в которой использовались в качестве временного приспособления уже имеющиеся на COSY устройства.

В выводе для комбинированной ИН, можно было бы совершить эквивалентный перенос соленоида S₂ через арку A₂ [см Ур. (3.24)]. Тогда, на ось комбинированной искусственной неидеальности проецировалась бы ось стабильного спина, заданная в точке перед соленоидом S₂. При этом, существует всё та же неопределённость в направлении вектора [$\vec{n}_1 \times \vec{n}_2^r$], связанная в этом случае с неизвестным направлением оси вращения спина \vec{m}_2 во второй арке. Однако, проекция оси стабильного спина в этой точке на ось соленоида \vec{n}_1 определяется таким же образом, как и в Ур. 3.28, через те же значения параметров a_{\pm} , которые определяют положение седловой точки карты спинтьюна. Это позволяет наиболее точно оценить именно продольные компоненты двух разных направлений оси стабильного спина, в точках кольца перед соленоидами S₁ и S₂. В итоге, ориентация оси стабильного спина может контролироваться в обоих прямых секциях.

Такого усложнения можно было бы избежать, если бы в качестве локальной ИН вместе с соленоидом использовался статический фильтр Вина, создающий горизонтальное магнитное поле, как рассмотрено в разделе 3.2.3.

Данный недостаток двух-соленоидной схемы не создаёт препятствий для применения метода измерения рельефа частоты прецессии спина в дальнейшем. Например, с помощью тонкой настройки соленоидов, можно с указанной угловой точностью привести ось стабильного спина кольца к желаемому направлению. Способ такой прецизионной регулировки оси стабильного спина приведён в разделе 3.3.

Глава 5. Систематические ограничения метода определения оси стабильного спина

В этой главе приведены численные оценки систематических эффектов, которые возникли за счёт искажения замкнутой орбиты соленоидами при измерении рельефа частоты прецессии спина на COSY. Из сравнения результатов эксперимента с результатами численного моделирования сделаны рекомендации по улучшению техники измерения рельефа спиновой частоты. Результаты этой главы представлены в работе [38].

5.1 Численное моделирование динамики пучка в COSY при наличии перекоса соленоидов

Здесь проведён анализ, цель которого выяснить, в какой степени остаточные погрешности карты спинтьюна, изображённые на Рис. 4.8(б), связаны с эффектом поворота траектории в перекошенном соленоиде. Для этой оценки используется пакет моделирования спин-орбитальной динамики «COSY Infinity» [41]. Все рассчёты проводились для центральной частицы, которая по определению движется по замкнутой орбите. При этом, в кольце были задействованы только элементы линейной оптики: квадруполи, корректирующие магниты, соленоиды, а поля основных диполей не имели секступольных компонент. Учитывалось так же, что ускоряющий ВЧ резонатор удерживает предполагаемый сгусток частиц, хотя и не влияет на продольное движение центральной частицы. В перспективе, это позволит провести моделирование орбитальной динамики ансамбля частиц и выяснить эффекты, связанные с усреднением по ансамблю динамики спинов отдельных частиц.

Когда соленоид повёрнут вокруг оси y на угол ξ_y , его ось задаётся как $\vec{k} = \cos \xi_y \vec{e}_z + \sin \xi_y \vec{e}_x$, и он производит горизонтальное магнитное поле, пропорциональное $\sin(\xi_y)\chi_{\rm AI} \simeq \xi_y \chi_{\rm AI}$, которое вызывает вертикальное смещение орбиты. Повороты вокруг оси x приводят к созданию вертикального магнитного поля и горизонтальным сдвигам орбиты. Возмущения орбиты изменяют силу магнитных полей, которые воздействуют на спин во всех элементах кольца. Следовательно, упрощённая модель скачков спина, данная в Ур. (3.27), должна быть дополнена. Здесь исследованы характерные особенности эффекта поворота траектории только для одного соленоида в кольце, действие которого на спинтьюн в идеальном случае задано Ур. (3.17).

Матрица преобразования спина в кольце, исключая соленоид, есть

$$\mathbf{t}_{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}) = \cos\left(\pi q_{s}^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) - i\left[\vec{\sigma}\cdot\vec{c}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right]\sin\left(\pi q_{s}^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) ,\qquad(5.1)$$

где $2\pi q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI})$ обозначает увеличение фазы поворота спина в кольце (важно различать $q_s^{\rm R}$ и спинтьюн $\nu_s(\xi,\chi_{\rm AI})$, последний задан для всего кольца *еместе* с соленоидом). Свойства переобразования спина в кольце зависят только от орбиты пучка. При идеальном позиционировании ($\xi = 0, \chi \neq 0$) соленоид не создаст сдвигов орбиты, и это ведёт к сохранению постоянного значения фазы спина $2\pi\nu_s^0$ во время работы соленоида, то есть такому же значению фазы, как и при выключенном соленоиде, $q_s^{\rm R}(\xi = 0, \chi_{\rm AI}) \equiv \nu_s^0$.

Теперь рассмотрим следующее разложение,

$$\cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right) - \cos\left(\pi\nu_{s}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) = \\ \cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right) - \cos\left(\pi q_{s}^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) + \cos\left(\pi q_{s}^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) - \cos\left(\pi\nu_{s}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) .$$

$$(5.2)$$

Здесь первые два члена относятся к эффекту изменения матрицы преобразовании спина в кольце, вызванные сдвигами орбиты,

$$\cos\left(\pi\nu_s^0\right) - \cos\left(\pi q_s^{\rm R}(\xi, \chi_{\rm AI})\right) \simeq \pi \sin\left(\pi\nu_s^0\right) \Delta q_s^{\rm R}(\xi, \chi_{\rm AI}), \qquad (5.3)$$

где $\Delta q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI}) = q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI}) - \nu_s^0$ есть первый систематический эффект, меняющий фазу поворота спина за оборот на $2\pi\Delta q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI})$. Последние два члена в Ур. (5.2) можно считать дополнением к Ур. (3.18), которое приводит к

$$\cos\left(\pi q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI})\right) - \cos\left(\pi \nu_s(\xi,\chi_{\rm AI})\right) = \cos\left(\pi q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI})\right) \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right)\right] \\ + \left(\vec{c}(\xi,\chi_{\rm AI})\cdot\vec{k}\right) \sin\left(\pi q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI})\right) \sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right) \simeq \cos\left(\pi \nu_s^0\right) \left[1 - \cos\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right)\right] \\ + \left(\vec{c}(\xi,\chi_{\rm AI})\cdot\vec{k}\right) \sin\left(\pi \nu_s^0\right) \sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right) + \left(\Delta\vec{c}(\xi,\chi_{\rm AI})\cdot\vec{k}\right) \sin\left(\pi \nu_s^0\right) \sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\rm AI}\right) .$$

$$(5.4)$$

Здесь проявляется еще один систематический эффект, $\Delta \vec{c}(\xi, \chi_{\rm AI})$, который обозначает изменение оси поворота спина в кольце за счёт сдвигов орбиты. Приближение, используемое в конечном виде Ур. (5.4), справедливо с квадратичной точностью, что позволяет принять $q_s^{\rm R}(\xi, \chi_{\rm AI}) \simeq \nu_s^0$.

Затем первые два члена в последней строке Ур. (5.4) в точности повторяют результат для соленоида с идеальным позиционированием, данный ранее в Ур. (3.18). Конечный результат имеет вид

$$\cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right) - \cos\left(\pi\nu_{s}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) \simeq \cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right) - \cos\left(\pi q_{s}^{\mathrm{R}}(\xi=0,\chi_{\mathrm{AI}})\right) + \pi\sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right) \Delta q_{s}^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}) + \left(\Delta\vec{c}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\cdot\vec{k}\right)\sin\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\sin\left(\frac{1}{2}\chi_{\mathrm{AI}}\right),$$

$$(5.5)$$

где последние два члена могут трактоваться как остаточные погрешности, заданные в Ур. (4.19),

$$\Delta \nu_s^{\rm res}(\xi, \chi_{\rm AI}) = \Delta q_s^{\rm R}(\xi, \chi_{\rm AI}) + \frac{1}{\pi} \left(\Delta \vec{c}(\xi, \chi_{\rm AI}) \cdot \vec{k} \right) \sin \left(\frac{1}{2} \chi_{\rm AI} \right) \,. \tag{5.6}$$

COSY-Infinity позволяет вычислить матрицу преобразования спина за оборот при учёте орбитальной динамики,

$$\mathbf{T}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}) = \mathbf{t}_{\mathrm{R}} \Big(q_s^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}), \vec{c}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}) \Big) \mathbf{t}_{\mathrm{S}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}) \,. \tag{5.7}$$

Теперь можно рассчитать требуемую матрицу преобразования спина в кольце исключая соленоид,

$$\mathbf{t}_{\mathrm{R}}\left(q_{s}^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}),\vec{c}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\right) = \mathbf{T}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}})\mathbf{t}_{\mathrm{S}}^{-1}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}).$$
(5.8)

Затем полученная $\mathbf{t}_{\mathbf{R}}$ сравнивается с результатом для матрицы преобразования спина в невозмущенном кольце $\mathbf{t}_{\mathbf{R}}(\nu_s^0, \vec{c})$, рассчитанной в COSY-Infinity при выключенном соленоиде. Это позволяет оценить эффект поворота траектории пучка на спинтьюн как

$$q_s^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}) = \underbrace{q_s^{\mathrm{R}}(\xi=0,\chi_{\mathrm{AI}})}_{=\nu_s^0} + \Delta q_s^{\mathrm{R}}(\xi,\chi_{\mathrm{AI}}), \qquad (5.9)$$

и на ориентацию оси стабильного спина как

$$\vec{c}(\xi,\chi_{\rm AI}) = \vec{c}(0,\chi_{\rm AI}) + \Delta \vec{c}(\xi,\chi_{\rm AI}). \qquad (5.10)$$

Как только включается перекошенный соленоид, по всему кольцу происходит сдвиг замкнутой орбиты, в том числе и в самом соленоиде. Из-за наличия поворотов траектории внутри системы электронного охлаждения № 2, его описание в качестве простого соленоида S₂ уже является приближением. Допущение Ур. (5.8) состоит в том, что $\mathbf{t}_{S}^{-1}(\xi, \chi_{AI})$ вычислена с предположением о фиксированной ориентации оси соленоида \vec{k} относительно оптической оси пучка. Однако, даже такое приближение даёт *численное* представление о $\Delta q_s^{R}(\xi, \chi_{AI})$ и $\Delta \vec{c}(\xi, \chi_{AI})$.

5.2 Свойства скейлинга преобразований спина при сдвигах орбиты

5.2.1 Настройки корректирующих магнитов

Сначала необходимо понять, до какой степени эффект поворота траектории соленоидом зависит от неизвестных параметров орбиты. Стандартная орбита в COSY-Infinity соответсвует случаю, когда все корректирующие магниты выключены. Для более реалистичной оценки, можно сравнивать результаты численного моделирования для различных комбинаций вертикальных и горизонтальных корректирующих магнитов. В последующем анализе, используются четыре различных настройки корректирующих магнитов, представленные в Таблице 7.

$\mathbb{N}^{\underline{0}}$	Направление	Корректирующие	Положение	Угол поворота
наст.	сдвига пучка	магниты		пучка [мрад]
1	вертикальное	MSV_{34}	Арка А2	0.5
	вертикальное	MSV_8	Прямая секция	0.5
2	вертикальное	MSV_{14}	Арка А ₁	-0.5
	вертикальное	MSV_{34}	Арка А ₂	0.5
3	горизонтальное	MSH_{33}	Арка А2	0.5
	горизонтальное	MSH ₇	Прямая секция	0.5
4	горизонтальное	MSH_{13}	Арка А ₁	-0.5
	горизонтальное	MSH_{33}	Арка А ₂	0.5

Таблица 7 — Четыре настройки комбинаций корректирующих магнитов, используемых в численной модели COSY для проверки, зависит ли изменение матрицы преобразования спина \mathbf{t}_{R} при включении соленоидов от различной конфигурации замкнутой орбиты в кольце. Прямая секция, в которой находятся корректирующие магниты MSV₈ и MSH₇, является заходной.

5.2.2 Скейлинговые свойства эффектов сдвига орбиты в зависимости от перекоса соленоидов

На Рис. 5.1, сравниваются начальные орбиты пучка и сдвиги орбит для настроек № 1 и № 2 (см. Таблицу7), в которых используются вертикальные корректирующие магниты. На графиках (б) и (г) построены несколько примеров возмущения вертикальной замкнутой орбиты соленоидом S₂, при которых положения соленоида менялись вращением его относительно оси *y* в диапазоне углов $-8 \text{ мрад} < \xi_y < 8 \text{ мрад с шагом 4 мрад. В каждом случае, угол поворо$ $та спина в соленоиде составлял <math>\chi_2 = 12.98 \text{ мрад}$. Вертикальные сдвиги орбиты вызывает эффект поворота траектории пучка в соленоиде. Основной вывод заключается в том, что сдвиги идентичны несмотря на значительную разницу двух орбит, и причиной этому являются линейные свойства оптики, используе-



мой в численном моделировании динамики замкнутой орбиты пучка в COSY.

Рисунок 5.1 — На графиках а) и в) показана вертикальная проекция *у* [мм] замкнутой орбиты пучка для наборов корректирующих магнитов № 1 и № 2

(даны в Таблице 7), когда соленоид S₂ выключен. Графики (б) и г) показывают вертикальный сдвиг замкнутой орбиты Δy [мм] относительно абсолютного положения, когда соленоид S₂ включен и создаёт поворот спина на угол $\chi_{AI} = 12.98$ мрад, при этом перекос соленоида задан поворотом вокруг оси y на угол $\xi_y = -8(\bigcirc), -4(\Box), 4(\triangle), и 8(\bigtriangledown)$ мрад. Наблюдаемые сдвиги линейны по ξ_y и идентичны для обоих наборов.

Сдвиги орбиты так же пропорциональны величине поля ИН, создаваемой S_2 , таким образом они масштабируются как $\xi_y \chi_2$. Сдвиги орбиты остаются неизменными и в случае, когда изменяются поля корректирующих магнитов. Горизонтальные сдвиги орбиты, происходящие при вертикальном повороте траектории в соленоиде, на два порядка меньше происходящих при этом вертигальных сдвигов, и они не показаны на Рис. 5.1.

Аналогичные рассчёты динамики пучка проведены при задании вращений соленоида S₂ вокруг оси x на угол ξ_x и показаны на Рис. 5.2. В этом случае, использовались наборы корректирующих магнитов № 3 и № 4 (см. Таблицу 7), в которых вертикальные корректирующие магниты не задействованы. В наблю-

даемом поведении орбиты здесь так же проявляются свойства линейной оптики. Как и в случае, обсуждаемом ранее на Рис. 5.1, сдвиги орбит на графиках (б) и (г) Рис. 5.2 не зависят от начальной замкнутой орбиты. По сравнению с горизонтальными сдвигами, одновременные вертикальные сдвиги пренебрежимо малы, и не приведены на графиках Рис. 5.2.



Рисунок 5.2 — На графиках а) и в) показана горизонтальная проекция x [мм] замкнутой орбиты пучка для наборов корректирующих магнитов № 3 и № 4 (даны в Таблице 7), когда соленоид S₂ выключен. Графики б) и г) показывает горизонтальный сдвиг Δy [мм] замкнутой орбиты относительно абсолютного

положения, когда соленоид S₂ включен и создаёт поворот спина на угол $\chi_{AI} = 12.98$ мрад, при этом перекос соленоида задан поворотом вокруг оси xна угол $\xi_x = -8(\bigcirc), -4(\Box), 4(\bigtriangleup),$ и $8(\bigtriangledown)$ мрад. Наблюдаемые сдвиги линейны по ξ_x и идентичны для обоих наборов.

Стоит заметить, что структура наблюдаемых изменений орбиты по кольцу, как показано на Рис. 4.9, в целом согласуется со сдвигами, полученными в численном моделировании (Рис. 5.1 и 5.2). Соответствующие углы перекоса соленоидов можно оценить, как

$$\xi_y(S_1) \sim 1 - 1.5 \text{ мрад}, \qquad \xi_x(S_1) \sim 6 \text{ мрад}, \\ \xi_y(S_2) \sim 8 \text{ мрад}, \qquad \xi_x(S_2) \sim 6 - 8 \text{ мрад}.$$
(5.11)

Реалистичная модель магнитной структуры соленоида S₂ ещё не реализована в модели кольца COSY, которая используется в рассчётах с помощью COSY-Infinity. Приближённость численных оценок в Ур. (5.11) состоит в интерпретации структуры компенсирующих магнитов системы электронного охлаждения № 2 как одного целого соленоида. Однако этого достаточно для определения масштаба влияния эффектов перекоса на динамику спина в кольце.

5.2.3 Корректирующие магниты кольца и их влияние на исходный спинтьюн

Перед изучением влияния поворота траектории в перекошенных соленоидах, сначала необходимо рассмотреть, как воздействуют на матрицу преобразования спина корректирующие магниты. Численное моделирование эффекта корректирующих магнитов в COSY осуществлялось для равновесной частицы на идеальной орбите, когда $\nu_s^0 = G\gamma$.

Сила корректирующих магнитов задаётся углом поворота импульса $\vartheta_{x,y}$. Соответсвенно, для перекошенного соленоида, она определяется Ур. (4.26). Стоит опять уточнить, что горизонтальный поворот траектории вызван поворотом импульса на угол ϑ_y вокруг вертикального магнитного поля B_y корректирующих магнитов «MSH» (англ. «Magnetic Steerer Horizontal»), и вертикального поворота траектории на ϑ_x в горизонтальным магнитном поле B_x в магнитах «MSV» (англ. «Magnetic Steerer Vertical»).

Очевидно, что некоммутативность поворотов спина в горизонтальном магнитном поле вертикальных корректирующих магнитов и в вертикальном магнитном поле дипольных магнитов аналогична той, что создаётся за счёт соленоидальных и дипольных полей. Следовательно, вертикальные корректирующие магниты будут создавать магнитные неидеальности, которые приведут к $c_{x,z} \neq 0$ и сдвигам спинтьюна, подобным тем, что происходят за счёт соленоидов [см. раздел 3.1.1, Ур. (3.10) и (3.11)].

Это свойство продемонстрировано на графиках (a), (б) и (в) Рис. 5.3, где показаны сдвиги спинтьюна в зависимости от угла поворота импульса ϑ_x в вертикальных корректирующих магнитах, находящихся в арке A₁ и предшествующей ей прямой секции (соответствующие углы поворота спина $\chi_x \simeq \nu_s^0 \vartheta_x$). На графике (б) Рис. 5.3 одновременно работал вертикальный корректирующий магнит MSV₁₄ в первой арке, имеющий постоянную настройку $\vartheta_x = 1$ мрад. Постоянное поле корректирующего магнита в арке создаёт искажение замкнутой орбиты и сдвигает положение минимума скачков спинтьюна относительно $\vartheta_x = 0$, в то время как квадратичный коэффициент на графиках (а) и (б) Рис. 5.3 остаётся одинаковым с точностью более 1%.



Рисунок 5.3 — Численное моделирование скачков спинтьюна $\nu_s - \nu_s^0$ в COSY для разных комбинаций корректирующих магнитов в арке A₁ и в заходной прямой секции. Верхний ряд графиков а), б) и в) показывает $\nu_s - \nu_s^0$ для вертикальных корректирующих магнитов как функции угла поворота пучка ϑ_y , а нижний ряд г), д) и е) — для горизонтальных корректирующих магнитов как функции угла поворота пучка ϑ_x . Наибольший эффект наблюдается при изменении силы горизонтальных корректирующих магнитов в арке.

Случай горизонтальных корректирующих магнитов достаточно особый. Магнитные поля корректирующих магнитов и диполей кольца имеют одинаковое вертикальное направление. Поворот спина связан с поворотом импульса частицы. Наивная оценка для сдвига спинтьюна

$$\nu_s - \nu_s^0 \simeq \frac{\vartheta_y}{2\pi} \,. \tag{5.12}$$

не верна по причине того, что поворот импульса в корректирующем магните компенсируется горизонтальными фокусирующиими полями, а за счёт стремления к нулю дисперсии в прямой секции, удлинение орбиты и соответсвующий сдвиг энергии дают пренебрежимо малый вклад в изменение спинтьюна. Результаты расчётов в COSY-Infinity, представленные на графике (г) Рис. 5.3, показывают очень сильное подавление эффектов корректирующего магнита по сравнению с Ур. (5.12),

$$\nu_s - \nu_s^0 \approx 1.8 \cdot 10^{-4} \frac{\vartheta_y}{2\pi} \,. \tag{5.13}$$

Для корректирующего магнита в прямой секции, эффект, вычисленный в COSY-Infinity, примерно на два порядка меньше, чем для корректирующего магнита в арке (Рис. 5.3(e)), где горизонтальная дисперсия имеет наибольшее значение. Кроме того, в отличие от горизонтального магнитного поля B_x вертикальных корректирующих магнитов, вертикальные магнитные поля B_y горизонтальных корректирующих магнитов не влияют на ось стабильного спина в идеальном кольце. Примерно такое же поведение спинтьюна в зависимости от настроек корректирующих магнитов наблюдалось в других исследованиях коллаборации JEDI, где использовалась подобная методика измерения частоты прецессии спина [64].

В нашем случае, соленоиды находились в прямых секциях и эффект поворота траектории при перекосе соленоидов за счёт вращений вокруг оси x, равен $\vartheta_y \approx \xi_x \chi_{\rm AI}/(1+G) < 0.1$ мрад. Соответственно, результаты графика (г) Рис. 5.3 говорят о том, что ожидаемый сдвиг спинтьюна при поворотах соленоида вокруг оси x намного меньше неопределённости, с которой могут быть определены скачки спинтьюна [см. Ур. (4.4)].

Здесь стоит так же заметить, что сравнение результататов верхнего ряда графиков на Рис. 5.3, полученных для вертикальных корректирующих магнитов, позволяет сделать предположение о возможности обнаружить неидеальности кольца с помощью метода измерения рельефа частоты прецессии спина даже при использовании вместо статических ротаторов спина корректирующих магнитов, которые будут искажать замкнутую орбиту. На графике (б) Рис. 5.3, роль неидеальности играл включенный корректирующий магнит MSV_{14} , что привело к сдвигу минимума параболы $\nu_s - \nu_s^0$ относительно нуля по сравнению с графиком (а), полученным для идеального кольца. Так как в COSY уже имеется 24 корректирующих магнита для контроля вертикальной орбиты пучка, этот

метод может оказаться наиболее перспективным для оценки неидеальностей кольца. Соответственно, можно разработать схему корректировки неидеальностей, при которой элементы кольца и их магнитные поля необходимо выстраивать до тех пор, пока минимум зависимости $\nu_s - \nu_s^0$ не станет находится в нулевом угле поворота траектории для каждого из вертикальных корректирующих магнитов COSY или их одновременной комбинации. Вертикальные магнитные поля неидеальностей не влияют на наклон оси стабильного спина в первом приближении, а следовательно и на сигнал ЭДМ. Но за счёт некоммутативности поворотов спина (см. раздел 3.1.1), они могут повлиять на скачки спинтьюна при измерении рельефа частоты прецессии с помощью вертикальных корректирующих магнитов. Поэтому, потребуется более детальный анализ зависимости $u_s - \nu_s^0$ и результирующего наклона оси стабильного спина в случае, когда есть вертикальные поля неидеальностей, как например на Рис. 5.3(д), где роль неидеальности выполнял горизонтальный корректирующий магнит MSH₁₃. На графике (е), этот же магнит использовался для опрделения зависимости спинтьюна от величины создаваемого им дополнительного вертикального поля в арке, и этот результат так же не согласуется с предположением Ур.5.12. Как было сказано ранее, это связано в первую очередь с тем, что сдвиг спинтьюна связан с величиной дисперсии и горизонтальной бетатронной функции в том месте арки, где находится MSH₁₃. Но для каждого из диполей COSY, существует возможность прецизионно контролировать величину поля за счёт наличия дополнительной обмотки на магните диполя. Следовательно, способ может использоваться для проверки неидеальности позиционирования диполей относительно вертикали, при этом зависимость $\nu_s - \nu_s^0$ будет одновременно проявлять свойства, изображённые на графиках (в) и (е) Рис. 5.3.

5.2.4 Свойства скейлинга компонент оси стабильного спина \vec{c} в зависимости от поворота соленоида

Другим систематическим эффектом, приведённым в Ур. (5.4), является изменение оси поворота спина в кольце, вызванное сдвигом орбиты. Конкретно, на графиках (а), (г) Рис. 5.4 и (а), (г) Рис. 5.5, показаны изменения горизонтальных и продольных проекций $\Delta \vec{c}(\xi, \chi_{AI})$, определённый из рассчётов в COSY-Infinity для перекошенных соленоидов и различных наборов корректирующих магнитов. Углы поворота ξ_y соленоида вокруг оси y обозначены на графике (в) Рис. 5.4, а для поворотов вокруг оси x (ξ_x) на графике (в) Рис. 5.5.



Рисунок 5.4 — Возмущение матрицы преобразования спина $\mathbf{t}_{\mathbf{R}}$ [см. Ур. (5.8)] за счёт сдвигов замкнутой орбиты (см. Рис. 5.1) при повороте пучка в перекошенном соленоиде S₂. Перекос соленоида образован поворотом вокруг оси *y*. Первый ряд графиков а), б), в) показывает $\Delta c_{x,z}(\xi, \chi_{AI})$ [Ур. (5.14)], и $\Delta_{\pm}(\xi, \chi_{AI})$ [Ур. (5.15)] для настройки корректирующих магнитов № 1 (см. Таблицу 7). Второй ряд графиков г), д), е) показывает те же параметры для настройки корректирующих магнитов № 2. Чтобы подчеркнуть различные скейлинговые свойства, $\Delta c_{x,z}$ (первая колонка графиков) и Δ_{-} (третья колонка) построены в зависимости от переменной $\chi\xi$, в то время как Δ_{+} (вторая колонка) построены как функции переменной $\chi^2\xi$. На всех графиках, при всех значениях ξ точки лежат на одной прямой линии (см. текст для подробного описания).

В общем случае, Δ*c*_{*x*,*z*} являются функциями двух переменных ξ и χ_{AI}. Тем не менее, согласно численному моделированию, влияние поворота траектории на спин зависит от произведения обеих величин,

$$\Delta \vec{c}^{y}(\xi, \chi_{\rm AI}) = \vec{C}^{y} \xi \chi_{\rm AI} \,, \tag{5.14}$$



Рисунок 5.5 — Возмущение матрицы преобразования спина t_R [см. Ур. (5.8)] за счёт сдвигов замкнутой орбиты (см. Рис. 5.2) при повороте пучка в перекошенном соленоиде S₂. Перекос соленоида образован поворотом вокруг оси *x*. Первый ряд графиков а), б), в) показывает Δ*c_{x,z}*(*ξ*,*χ*_{AI}) [Ур. (5.14)], и Δ_±(*ξ*,*χ*_{AI}) [Ур. (5.15)] для настройки корректирующих магнитов № 1 (см. Таблицу 7). Второй ряд графиков г), д), е) показывает те же параметры для настройки корректирующих магнитов № 2. Чтобы подчеркнуть различные скейлинговые свойства, Δ*c_{x,z}* (первая колонка графиков) и Δ₋ (третья колонка) построены в зависимости от переменной *χ*²*ξ*. Для избежания перекрытия точек, для каждого *ξ* изображены только маркеры точек *χ*_{AI} = ±12.98 мрад. На графиках в) и е), при всех значениях *ξ* точки лежат на одной прямой линии. На графиках а), б), г) и д), точки с промежуточными значениями *χ*_{AI} соединены гладкой кривой для наглядности (см. текст для подробного описания).

где $\vec{C}^y = (C_x^y, C_z^y)$ обозначает параметр наклона зависимости компонент $\Delta \vec{c}(\xi, \chi_{AI})$ от поворотов вокруг оси y, как показано на Рис. 5.4. Здесь прямые линии соединяют точки для наибольшего $\xi_{x,y} = \pm 16$ мрад и наибольшего $\chi_{AI} = \pm 12.98$ мрад. Для того, тобы избежать загромождения рисунка, точки для промежуточных значений $\chi_{AI} \in [-12.98, 12.98]$ мрад были пропущены. Для меньших значений $\xi_{x,y}$, показаны только самые крайние точки, одна для $\chi_{AI} > 0$ и одна для $\chi_{AI} < 0$. Эти точки в точности лежат на прямой, соединяющей точки при $\xi_{x,y} = \pm 16$ мрад.

Более того, анализ графиков (a), (г) Рис. 5.4, которые отвечают поворотам соленоида вокруг оси y, показывает, что наклоны $C_{x,z}^y$ остаются неизменными от одной настройки корректирующих магнитов к другой.

Случай вращений соленоида относительно оси x заметно отличается от предыдущего. В разделе 5.2.3 обсуждалось, что горизонтальные корректирующие магниты не должны влиять на ось стабильного спина. Тем не менее, в перекошенном соленоиде траетория пучка идёт по спирали, что вызвает слабую связь между вертикальным и горизонтальным бетатронным движением пучка. Действительно, на графиках (а), (г) Рис. 5.5 показаны ненулевые $\Delta \vec{c}^x(\xi, \chi_{AI})$, которые имеют величину на два порядка меньшую, чем $\Delta \vec{c}^y(\xi, \chi_{AI})$ на графиках (а), (г) Рис. 5.4. Это закручивание в спираль вызывает сдвиги орбиты более высоких порядков по ξ и χ_{AI} , и результирующее $C_{x,z}^x$ состоит из нескольких членов $\propto (\xi - \xi_{x,z}^0)^2 \chi_{AI}$ и $\propto \xi \chi_{AI}^2$. В этом случае, для каждого значения ξ показаны только крайние точки $\chi_{AI} = \pm 12.98$ мрад, соединённые линиями по точкам в промежуточных значениях $\chi_{AI} \in [-12.98, 12.98]$ мрад.

Важно заметить, что $\Delta \vec{c}^x(\xi, \chi_{\rm AI})$ не зависит от настроек корректирующих магнитов, как показывает сравнение графиков (а), (г) Рис. 5.5. Для целей дальнейшего анализа карты остаточных погрешностей, численно малым эффектом $\Delta \vec{c}^x(\xi, \chi_{\rm AI})$ можно пренебречь.

5.2.5 Скейлинговые свойства фазы поворота спина в кольце относительно перекоса соленоидов

Удобно использовать симметричные и антисимметричные комбинации для $\Delta q_s^{\rm R}(\xi, \chi_{\rm AI})$, определённого в Ур. (5.9) как

$$\Delta_{\pm}(\xi,\chi_{\rm AI}) = \frac{1}{2} \left[\Delta q_s^{\rm R}(\xi,\chi_{\rm AI}) \pm \Delta q_s^{\rm R}(\xi,-\chi_{\rm AI}) \right] \,. \tag{5.15}$$

Как мы можем увидеть, эти функции имеют различные свойства скейлинга в зависимости от ξ и χ_{AI} . В случае $\Delta_+(\xi, \chi_{AI})$, имеется сильное различие между поворотами вокруг осей y и x.

Для поворотов вокруг оси y, на графиках (б) и (д) Рис. 5.4 показана величина $\Delta_+(\xi, \chi_{\rm AI})$, и она имеет следующую зависимость:

$$\Delta^{y}_{+}(\xi,\chi_{\rm AI}) = D^{y}\xi\chi_{\rm AI}^{2}.$$
(5.16)

Параметр наклона D^y является константой, *независимой* от настроек корректирующих магнитов. Это очевидно из сравнения графиков (б) и (д) Рис. 5.4. Результаты расчётов для параметра наклона D^y приведены в Таблице 8.

Результаты расчётов для антисимметричной комбинации $\Delta_{-}^{y}(\xi, \chi_{AI})$ показаны на графиках (в) и (е) Рис. 5.4 для поворотов соленоида вокруг оси *y*. Эти результаты приводят к следующему свойству скейлинга

$$\Delta^y_{-}(\xi,\chi_{\rm AI}) = E^y \xi_y \chi_{\rm AI} \,. \tag{5.17}$$

Здесь опять прямые соединяют точки для наибольших значений $\xi_{x,y} = \pm 16$ мрад и наибольших $\chi_{AI} = \pm 12.98$ мрад, но пропускаются точки для промежуточных значений $\chi_{AI} \in [-12.98, 12.98]$ мрад. Для меньших значений $\xi_{x,y}$, показаны результаты только для $\chi_{AI} = \pm 12.98$ мрад. Эти точки, а так же те, что рассчитаны для меньших значений $|\chi_{AI}|$, находятся точно на прямой, заданной $\xi_{x,y} = \pm 16$ мрад. Однако, теперь величина $\Delta_{-}^{y}(\xi, \chi_{AI})$ не является независимой от настроек корректирующих магнитов.

Случай вращений соленоида вокруг оси x, показанный на Рис. 5.5, является особенным. В частности, величина $\Delta^x_+(\xi,\chi_{\rm AI})$ (показанная на графиках (б)

$\mathbb{N}^{\underline{o}}$	Направление	Соленоид	Рассчитанные параметры			
наст.	сдвига пучка		C_x^{y}	C_z^{y}	$D^{y}\left[10^{-2}\right]$	$E^{y}[10^{-6}]$
1	вертикальное	S_2	0.8392	0.2210	-4.134	28
2	вертикальное	S_2	0.8389	0.2210	-4.136	2
3	горизонтальное	S_2	0.8387	0.2195	-4.136	0
4	горизонтальное	S_2	0.8393	0.2205	-4.131	0
2	вертикальное	S_1	0.9455	0.1475	-3.827	-23
4	горизонтальное	S_1	0.9441	0.1464	-3.824	0

Таблица 8 — Сводка параметров изменения матрицы преобразования спина \mathbf{t}_{R} в кольце COSY за счёт изменений орбиты при различных настройках корректирующих магнитов (указаны в Таблице 7). Параметры рассчитаны в COSY-Infinity. Перекос соленоидов S₁ и S₂ задаётся их вращением вокруг оси y. Здесь $C_{x,z}^{y}$ определены в Ур. (5.14), D^{y} определён в Ур. (5.16), а E^{y} в Ур. (5.17). Чтобы подчеркнуть независимость от настроек орбиты, для соленоида S₂ приведены результаты для всех вариантов настроек корректирующих магнитов от 1 до 4, в то время как для S₁, только для 2 и 4.

и (д) Рис. 5.5) на три порядка меньше, чем $|\Delta_{+}^{y}(\xi,\chi_{AI})|$ для поворотов соленоида вокруг оси y (показанная на графиках (б) и (д) Рис. 5.4), и намного меньше точности определения спинтьюна в эксперименте. Для полноты картины, стоит заметить, что при фиксированном ξ , рассчитанный $\Delta_{+}^{x}(\xi,\chi_{AI})$ проявляет линейную зависимость от χ_{AI}^{2} . Эта линейная зависимость обозначена на (б) и (д) Рис. 5.5 прямыми, что говорит о зависимости параметров наклона и сдвига прямой от ξ . Эти параметры являются нечетными функциями по ξ .

Как показано в разделе 5.2.3 (и так же на графиках (г) и (д) Рис. 5.3), горизонтальные корректирующие магниты в прямой секции имеют очень слабое влияние на спинтьюн $\nu_s(\xi, \chi_{AI})$. А именно, поворот спина в вертикальном магнитном поле перекошенного соленоида, будет задан

$$\chi^y = \frac{\xi_x \chi_{\rm AI}}{2\pi} \,, \tag{5.18}$$

и с большой точностью компенсируется общим действием на спин всей прямой секции, арок и противоположной прямой секции. Практически, компенсация поворота спина во всём кольце приводит к достаточно большому наклону зависимости антисимметричной комбинации $\Delta_{-}^{x}(\xi,\chi_{\rm AI}) = E^{x}\xi\chi_{\rm AI}$,

$$E^x \approx \frac{1}{2\pi} \,. \tag{5.19}$$

Это полностью соответствует результатам рассчётов, показанных на графиках (в) и (е) Рис. 5.5.

5.3 Сдвиги замкнутой орбиты соленоидами \mathbf{S}_1 и \mathbf{S}_2

Если бы соленоиды S_1 и S_2 находились в точности напротив друг друга в двух прямых секциях, и кольцо COSY было бы идеально симметричным, то рассчёты в COSY-Infinity для каждого из соленоидов отличались бы друг от друга только за счёт относительного положения корректирующих магнитов. Как следствие, в случае идеальной симметрии, наклоны $C_{x,z}$ и D, которые были определены для соленоида S_2 , были бы такими же и для S_1 .

В СОЅҰ соленоиды S_1 и S_2 находятся ассиметрично друг от друга в местах с отличающимися бетатронными функциями. Соответственно, для тех же значений $\xi \chi$, сдвиги орбиты пучка будут различными для S_1 и S_2 . Это очевидно из сравнения структуры сдвигов орбиты по всему кольцу, показанных в верхнем и нижнем ряду Рис. 4.9, где соленоиды S_1 и S_2 включались по отдельности друг от друга. Аналогично, влияние поворота траектории на спин будет различным для S_1 и S_2 .

Это подтверждается различием результатов расчётов при поворотах S_1 и S_2 вокруг оси y. В последних двух рядах Таблицы 8 приведены результаты для двух раличных настроек корректирующих магнитов, одна с вертикальными и одна с горизонтальными. Скейлинг эффектов поворота траектории в S_1 так же не зависит от настроект корректирующих магнитов, что наблюдалась и для соленоида S_2 . И в то же время, абсолютные значения параметров матрицы преобразования спина $C_{x,z}^y$ и D^y для двух соленоидов различаются.

5.4 Измерение рельефа частоты прецессии спина с учётом перекоса соленоидов

Принимая во внимание выводы разделов 4.3.2, 5.2.2 и 5.2.5, можно продолжить анализ карты измеренных скачков спинтьюна, подставляя в уравнение (3.27)

$$\chi_{\pm} \to \tilde{\chi}_{\pm} = \frac{1}{2} (k_1 \chi_1 \pm k_2 \chi_2).$$
 (5.20)

Наличие данного эффекта скейлинга предполагается по результатам численного моделирования, проведённого с помощью COSY-Infinity для одного соленоида. Но эти расчёты могли не учитывать влияние сдвигов орбиты соленоидами при их одновременной работе. В конечном счёте, для фитирования карты скачков спинтьюна используется следующая функция,

$$\cos(\pi\nu_{s}^{0}) - \cos\left(\pi\left[\nu_{s}^{0} + \Delta\nu_{s}(\chi_{1},\chi_{2})\right]\right) = \left[1 + \cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\right] \sin^{2}\left(\frac{1}{2}(k_{1}\chi_{1} + k_{2}\chi_{2})\right) \\ - \left[1 - \cos\left(\pi\nu_{s}^{0}\right)\right] \sin^{2}\left(\frac{1}{2}(k_{1}\chi_{1} - k_{2}\chi_{2})\right) \\ - \frac{1}{2}a_{+}^{*}\sin(\pi\nu_{s}^{0})\sin(k_{1}\chi_{1} + k_{2}\chi_{2}) \\ + \frac{1}{2}a_{-}^{*}\sin(\pi\nu_{s}^{0})\sin(k_{1}\chi_{1} - k_{2}\chi_{2}) + \frac{1}{4}F\chi_{1}\chi_{2}.$$
(5.21)

Простое предположение о наличии факторов скейлинга $k_{1,2} = 1 + K_{1,2}$ без кросс-члена F = 0 уже даёт удовлетворительный Фит № 1 с $\chi^2/N_{dof} = 226/56$ (см. Таблицу 9). С учётом кросс-члена $F \neq 0$ для двух соленоидов S₁ и S₂, Фит № 2 имеет меньший $\chi^2/N_{dof} = 137/55$.

5.5 Интерпретация карты остаточных погрешностей $\Delta \nu_s^{\rm res}$

Теперь необходимо провести сравнение остаточных погрешностей карты скачков спинтьюна, полученных из эмпирических фитов, с результатами расчётов в COSY-Infinity. Комбинируя вместе найденные параметры скейлинга,

Параметр	Размерность	Велич	Величина		
		Фит № 1	Фит № 2		
$\chi^2/N_{ m dof}$		226.4/56	137.5/55		
a^*_+	$[10^{-7}]$	49362 ± 9	49385 ± 10.5		
a_{-}^{*}	$[10^{-7}]$	-4545 ± 6	-4464 ± 10		
$K_1^{\rm fit}$	$[10^{-5}]$	-384 ± 7	-356 ± 8		
K_2^{fit}	$[10^{-5}]$	-574 ± 9	-508 ± 11		
F	$[10^{-5}]$	0 (фиксирован)	-133 ± 14		

Таблица 9 — Результаты фитов карты скачков спинтьюна с учётом сдвигов орбиты. Модельная функция для Фита № 1 дана в Ур. (5.21) с *F* = 0, в то время как для Фита № 2 предполагается наличие кросс-члена ~ *F* для S₁ и S₂.

которые дают вклад в Ур. (5.6), получаем выражение для одного соленоида

$$\Delta \nu_s^{\text{res}}(\text{sim}) \simeq D\xi \chi_{\text{AI}}^2 + E\xi \chi_{\text{AI}} + \frac{1}{2\pi} \left(\vec{C} \cdot \vec{k} \right) \xi \chi_{\text{AI}}^2$$

$$\simeq \left(D + \frac{C_z}{2\pi} \right) \xi \chi_{\text{AI}}^2 + E\xi \chi_{\text{AI}}, \qquad (5.22)$$

где использовано приближение $(\vec{C} \cdot \vec{k}) \simeq (\vec{C} \cdot \vec{e}_z) = C_z$. Здесь важно заметить, что в исходном Ур. (3.27), есть только два члена, пропорциональных $\sin^2(\frac{1}{2}\chi_{\pm})$. Эти члены имеют уникальные коэффициенты, в то время как члены $\propto E$ перенормируют неизвестные a_{\pm}^* [см. также Ур. 4.25)]. По этой причине, имеет смысл сравнивать только квадратичные члены Ур. (5.22) с соответствующими членами модельной функции для карты спинтьюна, заданной в Ур. (5.21)

$$\Delta \nu_s^{\text{fit}}(\chi_1, \chi_2 = 0) \simeq \frac{1}{4} K_1^{\text{fit}} \cos(\pi \nu_s^0) \chi_1^2,$$

$$\Delta \nu_s^{\text{fit}}(\chi_1 = 0, \chi_2) \simeq \frac{1}{4} K_2^{\text{fit}} \cos(\pi \nu_s^0) \chi_2^2.$$
(5.23)

Как было сказано ранее, вклад в сдвиги спинтьюна от эффектов поворота соленоида вокруг оси x пренебрежимо мал. Тогда результаты расчётов коэффициентов K_i в COSY-Infinity для двух соленоидов S_i (i = 1,2) будет определятся вкладом от эффекта поворота соленоида вокруг оси y, заданные как

$$K_i^{\text{sim}} \approx \frac{4}{\cos(\pi\nu_s^0)} \left(D^y(\mathbf{S}_i) + \frac{C_z^y(\mathbf{S}_i)}{2\pi} \right) \xi_y(\mathbf{S}_i) , \qquad (5.24)$$

где \mathbf{S}_i как аргумент обозначает параметр соответствующего соленоида.

Вычисление эффектов вертикального поворота траектории с использованием оценки углов перекоса соленоидов, данной в Ур. (5.11), приводит к

$$K_1^{\text{sim}} \approx -10 \cdot 10^{-5},$$

 $K_2^{\text{sim}} \approx -(17 - 23) \cdot 10^{-5}.$
(5.25)

В правой части Ур. (5.24) происходит значительная компенсация между вкладами от членов с D^y и C_z^y . Этот эффект наиболее проявляется для соленоида S₂. Результаты рассчётов имеют одинаковый знак, но по величине на порядок меньше, чем параметры K_i^{fit} для фита точек экспериментальных данных (приведены в Таблице 9).

5.6 Численное моделирование случая перекошенных соленоидов в идеальном кольце

Рассмотрим модель кольца COSY, состоящую из идеальных магнитных элементов и соленоидов S₁ и S₂. При этом, все корректирующие магниты в кольце выключены и ось стабильного спина $\vec{c} = \vec{e}_y$, а спинтьюн $\nu_s^0 = G\gamma$. Затем установим перекос для обоих соленоидов согласно Ур. (5.11), то есть $\xi_y(S_1) =$ 1.5 мрад, $\xi_x(S_1) = 6$ мрад, and $\xi_y(S_2) = 8$ мрад, $\xi_x(S_2) = 8$ мрад.

Теперь используем COSY-Infinity для расчёта сетки $9 \times 9 = 81$ скачков спинтьюна $\Delta \nu_s$ как функции χ_1 и χ_2 , таких же, что использовались при построении Карты № 2, при этом каждому из скачков присвоена статистическая ошибка $\delta \Delta \nu_s^{\rm syst} = 3.23 \cdot 10^{-9}$ [см. Ур. (4.4)]. Фитирование полученной карты спинтьюна с помощью Ур. (5.21) даёт результаты, приведенные в Таблице 10. Во-первых, как и ожидалось, результаты показывают хорошее качество фитов. Во-вторых, полученные $K_{1,2}^{\rm fit}$ имеют те же знаки, что и предыдущие оценки $K_{1,2}^{\rm sim}$ приведённые в Ур. (5.25). В-третьих, данный $K_1^{\rm fit}$ и имеющаяся оценка $K_1^{\rm sim}$ имеют одинаковый порядок величин, хотя нет очевидных причин для трёхкратного различия $K_2^{\rm fit}$ с оценкой $K_2^{\rm sim}$ в Ур. (5.25). В четвёртых, полученные a_{\pm}^* в пределах погрешностей согласуются с нулевым значением, что и ожидалось для
Параметр	Размерность	Величина	
		Фит № 1	Фит № 2
$\chi^2/N_{ m dof}$		78.4/77	75.5/76
a^*_+	$[10^{-7}]$	-6.4 ± 9.4	-15.3 ± 10.8
a_{-}^{*}	$[10^{-7}]$	26.6 ± 6.5	12.1 ± 10.8
$K_1^{\rm fit}$	$[10^{-5}]$	-8 ± 6.5	-11 ± 6.7
K_2^{fit}	$[10^{-5}]$	-53 ± 8.4	-68 ± 12
F	$[10^{-5}]$	0 (фиксирован)	25 ± 15

Таблица 10 — Параметры модельной функции (5.21), учитывающей перекос соленоидов S₁ и S₂, при фитировании результатов численного моделирования карты скачков спинтьюна для идеального кольца COSY.

идеального кольца. Это является ещё одним подтверждением достоверности результатов оценок, основанных на рассчётах в COSY-Infinity.

Наконец, стоит заметить, что псевдо-экспериментальные данные, которые рассматриваются в этом разделе, были получены при условии, что S_{1,2} являются настоящими соленоидами. Если использовать модельную функцию, в которой фиксирован параметр кросс-члена F = 0, то χ^2/N_{dof} в результате фитирования практически идентичен для той же функции со свободным параметром F. В последнем случае, результирующий F отличен от нуля всего лишь на 1.7 σ . В то время как в экспериментальных данных, вся сложная структура магнитов системы электронного охлаждения № 2 влияла на скачок спинтьюна, но в модели она представлена как простой соленоид S₂. Результаты, представленные в Таблице 9, ясно показывают, что параметр кросс-члена F отличен от нуля на 10 σ . Наличие этого параметра значительно улучшает качество фита для измеренной карты скачков спинтьюна, от $\chi^2/N_{dof} = 226.4/56$ до $\chi^2/N_{dof} = 137.5/55$. Одновременно с этим, наблюдается уменьшение величины параметров скейлинга $K_{1,2}^{fht}$.

Приведённое сравнение можно интерпретировать как признак того, что конфигурация магнитов системы электронного охлаждения № 2, включающая в себя соленоиды, тороиды и корректирующие магниты, требует более детальной реализации в COSY-Infinity. Приближение, в котором такая система полагается простым соленоидом, является скорее всего не достаточно точным, в результате чего имеется разница между численным моделированием и экспериментальными данными для $K_{1,2}$. Другое приближение состоит в том, что при-

ведённые расчёты с использованием COSY-Infinity не учитывали ни конечные значения эмиттанс охлаждённого пучка (от 1 до 2 мкм [65]), ни распределение по импульсу частиц $\delta p/p \simeq 10^{-4}$, ни стохастический процесс нагрева пучка для постепенного вывода частиц с переферии на мишень.

5.7 Основные результаты численных оценок

В настоящем исследовании, дрейфовые (и компенсирующие) соленоиды двух систем электронного охлаждения, используемых на COSY, использовались в качестве двух импровизированных спиновых ротаторов. Уже с помощью двух ИН, становится возможным полностью контролировать угловое направление оси стабильного спина в двух точках кольца. Главный вывод заключается в том, что измерение рельефа частоты прецессии спина является очень мощным инструментом для контроля оси стабильного спина с недостижимой ранее точностью. Были обнаружены некоторые систематические эффекты, которые требуют большего изучения, но они не подвергают сомнению основы метода.

В частности, было продемонстрировано, что с использованием такого простого и доступного решения на основе соленоидов систем электронного охлаждения пучка COSY, ориентация оси стабильного спина \vec{c} может быть определена со статистической точностью $\delta c_{x,z} \sim 1.7$ мкрад, и со временем, с ещё большей точностью. Существуют способы уменьшения χ^2/N_{dof} за счёт использования специализированных соленоидов. Результаты Фита № 2, данные в Таблице 9, предполагают фактор скейлинга $S = \sqrt{137.5/55} \sim 1.6$. Используя этот скейлинг-фактор, окончательная оценка для точности определения угловой ориентации оси стабильного спина есть $\delta c_{x,z} = 2.8$ мкрад или лучше.

Кроме того, в разделе 5.2.3 высказано предположение о способе контроля неидеальностей кольца при помощи корректирующих магнитов. Такой способ можно использовать одновременно с методом определения оси стабильного спина с помощью статических ротаторов спина, что позволит получать полную характеристику изменений матрицы $\mathbf{t}_{\rm R}$ (Ур. 5.8) корректирующими магнитами.

Заключение

Эксперименты, проводимые коллаборацией JEDI на COSY, мотивированы поиском электрических дипольных моментов (ЭДМ) протонов и дейтронов с использованием накопительного кольца [26; 27]. На уровне статистики, чувствительность к ЭДМ протонов и дейтронов $\sigma |d_{p,d}| < 10^{-29}$ e·см видится вполне достижимой [25]. Такой верхний предел на ЭДМ, нарушающий *CP*- и *T*-симметрию, будет на 15 порядков меньше, чем магнитный дипольный момент, разрешённый всеми симметриями. Соответсвенно, необходимо устранить ложные эффекты от взаимодействия МДМ частиц с магнитными полями в накопительном кольце. Проблема становится крайне острой для методических предварительных экспериментов, запланированных на COSY, где для поиска ЭДМ дейтронов будет использоваться радиочастотный фильтр Вина. Таким образом, требуются усилия для развития прецизионной спиновой динамики в накопительных кольцах. Для этого в данной работе получены следующие результаты:

- Разработан метод измерения направления оси стабильного спина с точностью до 2.8 мкрад на основе модуляции спинтьюна статическими соленоидами, который был применён для определения влияния интегрального эффекта магнитных полей неидеальностей кольца COSY на наклон оси стабильного спина. В задаче поиска ЭДМ дейтрона метод позволяет получить ориентировочную статистическую точность определения сигнала ЭДМ ≈ 10⁻²⁰ с см при энергии пучка T = 270 МэВ. Ожидается, что метод измерения оси стабильного спина будет иметь широкое применение при калибровке различных устройств, задействованных для поиска ЭДМ в магнитных и гибридных магнито-электрических накопительных кольцах.
- 2. Проведено численное моделирование орбитальной и спиновой динамики для равновесной частицы при возникновении сдвигов замкнутой орбиты за счёт неточности позиционирования оси статического соленоида относительно пучка в методе измерения направления оси стабильного спина и проведено сравнение с экспериментальными данными. Выявлена необходимость более детального описания динамики спина в со-

леноидах и получены оценки влияния сдвигов орбиты на изменение динамики спина в кольце.

- 3. Разработана теория затухания осцилляций вертикальной поляризации в резонансном радиочастотном режиме, позволяющая найти энергии пучка и гармоники радиочастотного поля фильтра Вина, при которых будет значительно снижена декогерентность поляризации, происходящая за счёт синхротронных колебаний частиц, во время накопления сигнала ЭДМ. Предсказан уход фазы осцилляций, что позволит избежать систематической неточности в определении сигнала ЭДМ.
- 4. Разработан метод контроля относительной фазы между фазой радиочастотного поля ротатора спина и фазой прецессии спина в накопительном кольце с точностью 0.21 радиан, который позволяет удерживать условие точного спинового резонанса, необходимого для накопления сигнала ЭДМ. Метод так же позволит получить зависимость скорости роста вертикальной поляризации от относительной фазы и будет задействован при поисках ЭДМ дейтрона с РЧ фильтром Вина и, в перспективе, при поисках ЭДМ в электростатическом кольце.

Метод поиска ЭДМ на основе модуляции спинтьюна статическими спиновыми ротаторами и метод РЧ фильтра Вина оба подвержены одному и тому же влиянию от фона полей неидеальностей элементов накопительного кольца. Сигнал вращения спина в подходе РЧ фильтра Вина подавляется слабостью толчка спина в фильтре Вина. Тем не менее, важность запланированного эксперимента с РЧ фильтром Вина состоит в том, что создаётся площадка для тестирования техники измерения малых поворотов спина, которые будут так же измеряться и в окончательных экспериментах по поиску ЭДМ в будущих накопительных кольцах.

Несмотря на то, что COSY никогда не планировалось использовать как кольцо для поиска ЭДМ, эти исследования послужат отправной точкой для обновления COSY. Даже общие оценки на ЭДМ протонов и дейтронов являются незаменимым шагом на пути разработки специализированных высокоточных накопительных колец для поиска ЭДМ.

Благодарности

Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю Н. Н. Николаеву за нелёгкий труд в руководстве на большом расстоянии, членам коллаборации JEDI, а в особенности Франку Ратману (F. Rathmann) за готовность в обсуждении новых идей и помощи в подготовке некоторых публикаций, Марселю Розенталю (M. Rosenthal) за помощь в организации работы с пакетом «COSY-Infinity», Дэннису Эверсманну (D. Eversmann) за большой вклад при анализе исходных данных экспериментов, V. Hejny и J. Pretz за критическую оценку результатов работы. Кроме того, автор признателен PhD-студентам Аахенского Университета Фабиану Хиндеру (F. Hinder), Нильсу Хемпельману (N. Hempelmann), Фабиану Тринкелю (F. Trinkel) за ведущую роль в подготовке скриптов для анализа некоторых экспериментальных данных. Автор благодарен за моральную поддержку Д. Зюзину и С. Чекменёву. Работа выполнена при финансовой поддержке программы «COSY-FFE». Выражаю благодарность моей жене А. С. Салеевой за мотивацию к представлению диссертации.

Список сокращений и условных обозначений

- ЭДМ Электрический дипольный момент
- МДМ Магнитный дипольный момент
- ИН Искусственная неидеальность
- ИПИ Измеритель профиля ионизации
- РЧ Радиочастотный
- \mathbf{BPM} Beam position monitor
- \mathbf{MSV} Magnetic steerer vertical
- \mathbf{MSH} Magnetic steerer horizontal
- ${\bf JEDI}$ Jülich Electric Dipole moment Investigations

Словарь терминов

Спинтьюн - Количество оборотов спина за один оборот частицы в накопительном кольце

ВЧ резонатор - Устройство с продольным радиочастотным электрическим полем для ускорения частиц в накопительном кольце, благодаря которому частицы совершают синхротронные колебания и удерживаются в сгустке

Список литературы

- Sakharov A. D. Violation of CP Invariance, c Asymmetry, and Baryon Asymmetry of the Universe // Pisma Zh. Eksp. Teor. Fiz. - 1967. - T. 5. -C. 32-35. - DOI: 10.1070/PU1991v034n05ABEH002497. - [Usp. Fiz. Nauk 161, 61 (1991)].
- Kuzmin V. A., Rubakov V. A., Shaposhnikov M. E. On the Anomalous Electroweak Baryon Number Nonconservation in the Early Universe // Phys. Lett. - 1985. - T. B155. - C. 36. - DOI: 10.1016/0370-2693(85)91028-7.
- Patrignani C., Particle Data Group. Review of Particle Physics // Chinese Physics C. - 2016. - T. 40, № 10. - C. 100001. - URL: http://stacks.iop. org/1674-1137/40/i=10/a=100001.
- Rubakov V. A., Shaposhnikov M. E. Electroweak baryon number nonconservation in the early universe and in high-energy collisions // Usp. Fiz. Nauk. - 1996. - T. 166. - C. 493-537. - DOI: 10.1070 / PU1996v039n05ABEH000145. - arXiv: hep-ph/9603208 [hep-ph]. - [Phys. Usp.39,461(1996)].
- Riotto A., Trodden M. Recent progress in baryogenesis // Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. - 1999. - T. 49. - C. 35-75. - DOI: 10.1146/annurev.nucl.49.1. 35. - arXiv: hep-ph/9901362 [hep-ph].
- Engel J., Ramsey-Musolf M. J., Kolck U. van. Electric dipole moments of nucleons, nuclei, and atoms: The Standard Model and beyond // Prog. Part. Nucl. Phys. - 2013. - T. 71. - C. 21-74. - DOI: http://dx.doi.org/10.1016/ j.ppnp.2013.03.003. - URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/ pii/S0146641013000227.
- Kusenko A. Higgs relaxation and the matter-antimatter asymmetry of the universe // Proceedings, 50th Rencontres de Moriond Electroweak Interactions and Unified Theories: La Thuile, Italy, March 14-21, 2015. - 2015. - C. 71-74. - arXiv: 1507.06007 [hep-ph]. - URL: https://inspirehep.net/record/ 1384279/files/arXiv:1507.06007.pdf.

- Rosenthal M. S. Experimental Benchmarking of Spin Tracking Algorithms for Electric Dipole Moment Searches at the Cooler Synchrotron COSY : дис. ... канд. / Rosenthal Marcel Stephan. — RWTH Aachen U., 2016. — URL: http: //publications.rwth-aachen.de/record/671012.
- *Khriplovich I. B.*, *Lamoreaux S. K.* CP violation without strangeness: Electric dipole moments of particles, atoms, and molecules. - 1997. - ISBN 978-3642645778.
- 10. An Improved experimental limit on the electric dipole moment of the neutron / C. A. Baker [и др.] // Phys. Rev. Lett. 2006. Т. 97. С. 131801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.97.131801. arXiv: hep-ex/0602020 [hep-ex].
- Lamoreaux S. K., Golub R. The Neutron Electric Dipole Moment: Yesterday, Today and Tomorrow // Adv. Ser. Direct. High Energy Phys. - 2009. - T.
 20. - C. 583-634. - DOI: 10.1142/9789814271844 0015.
- 12. Smith J. H., Purcell E. M., Ramsey N. F. Experimental Limit to the Electric Dipole Moment of the Neutron // Phys. Rev. 1957. Окт. Т. 108, вып. 1. С. 120-122. DOI: 10.1103/PhysRev.108.120. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.108.120.
- 13. Baker et al. Reply: / С. А. Baker [и др.] // Phys. Rev. Lett. 2007. Апр. Т. 98, вып. 14. С. 149102. DOI: 10.1103/PhysRevLett.98.149102. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.98.149102.
- 14. Revised experimental upper limit on the electric dipole moment of the neutron / J. M. Pendlebury [и др.] // Phys. Rev. D. 2015. Нояб. Т. 92, вып. 9. С. 092003. DOI: 10.1103/PhysRevD.92.092003. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD.92.092003.
- 15. New measurements of the neutron electric dipole moment / A. P. Serebrov [и др.] // JETP Letters. 2014. Т. 99, № 1. С. 4-8. DOI: 10.1134/ S0021364014010111. URL: http://dx.doi.org/10.1134/S0021364014010111.
- 16. New measurements of neutron electric dipole moment with double chamber EDM spectrometer / A. P. Serebrov [и др.]. — 2014. — arXiv: 1408.6430 [nucl-ex].

- 17. Fedorov V. V., Voronin V. V. Neutron optics of noncentrosymmetric crystals: New possibility of searches for the neutron electric dipole moment and CPviolating forces // Physics of Atomic Nuclei. — 2014. — Июнь. — Т. 77, № 6. — С. 695—703. — DOI: 10.1134/S1063778814050044. — URL: https: //doi.org/10.1134/S1063778814050044.
- 18. Measurement of the neutron electric dipole moment via spin rotation in a non-centrosymmetric crystal / V. Fedorov [и др.] // Physics Letters B. 2010. Т. 694, № 1. С. 22–25. DOI: https://doi.org/10.1016/j.physletb. 2010.09.033. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370269310011214.
- New search for the neutron electric dipole moment with ultracold neutrons at ILL / A. P. Serebrov [и др.] // Phys. Rev. C. 2015. Нояб. Т. 92, вып. 5. С. 055501. DOI: 10.1103/PhysRevC.92.055501. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevC.92.055501.
- 20. Measurement of the electron's electric dipole moment using YbF molecules: methods and data analysis / D. M. Kara [и др.] // New Journal of Physics. 2012. Т. 14, № 10. С. 103051. URL: http://stacks.iop.org/1367-2630/14/i=10/a=103051.
- 21. Improved Limit on the Permanent Electric Dipole Moment of ¹⁹⁹Hg / W. C. Griffith [и др.] // Phys. Rev. Lett. 2009. Март. Т. 102, вып. 10. С. 101601. DOI: 10.1103/PhysRevLett.102.101601. URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.102.101601.
- 22. Rosenberry M. A., Chupp T. E. Atomic Electric Dipole Moment Measurement Using Spin Exchange Pumped Masers of ¹²⁹Xe and ³He // Phys. Rev. Lett. – 2001. — Янв. — Т. 86, вып. 1. — С. 22—25. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.86.
 22. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.86.22.
- 23. Nuclear electric dipole moments in chiral effective field theory / J. Bsaisou [и др.] // J. High Energy Phys. 2015. Т. 2015, № 3. URL: http://dx.doi.org/10.1007/JHEP03%282015%29104.
- 24. Maier R. Cooler synchrotron COSY Performance and perspectives // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 1997. — T. 390, № 1. —

C. 1-8. - DOI: https://doi.org/10.1016/S0168-9002(97)00324-0. - URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900297003240.

- 25. A storage ring experiment to detect a proton electric dipole moment / V. Anastassopoulos [и др.] // Review of Scientific Instruments. 2016. Т. 87, № 11. С. 115116.
- 26. srEDM Collaboration, план эксперимента доступен в http://www.bnl.gov/ edm/files/pdf/proton_EDM_proposal_20111027_final.pdf.
- 27. JEDI Collaboration, планы экспериментов доступны на http:// collaborations.fz-juelich.de/ikp/jedi/.
- 28. Morse W. M., Orlov Y. F., Semertzidis Y. K. rf Wien filter in an electric dipole moment storage ring: The "partially frozen spin" effect // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2013. Нояб. Т. 16, вып. 11. С. 114001. DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.16.114001. URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.16.114001.
- 29. Electromagnetic Simulation and Design of a Novel Waveguide {RF} Wien Filter for Electric Dipole Moment Measurements of Protons and Deuterons / J. Slim [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2016. T. 828. C. 116—124. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nima. 2016.05.012. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900216303710.
- 30. Polynomial Chaos Expansion method as a tool to evaluate and quantify field homogeneities of a novel waveguide {RF} Wien filter / J. Slim [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 2017. T. 859. C. 52-62. DOI: https://doi.org/10.1016/j.nima.2017.03.040. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0168900217303807.
- 31. New Method for a Continuous Determination of the Spin Tune in Storage Rings and Implications for Precision Experiments / D. Eversmann [и др.] // Phys. Rev. Lett. - 2015. - Авг. - Т. 115, вып. 9. - С. 094801. - DOI: 10.1103/PhysRevLett.115.094801. - URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/ PhysRevLett.115.094801.

- 32. Correcting systematic errors in high-sensitivity deuteron polarization measurements / N. Brantjes [и др.] // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. — 2012. — Т. 664, № 1. — С. 49—64. — DOI: https: //doi.org/10.1016/j.nima.2011.09.055. — URL: http://www.sciencedirect. com/science/article/pii/S016890021101850X.
- 33. Excitation Functions of the Analyzing Power in p p Scattering from 0.45 to 2.5 GeV / M. Altmeier [и др.] // Phys. Rev. Lett. 2000. Авг. Т. 85, вып. 9. С. 1819—1822. DOI: 10.1103/PhysRevLett.85.1819. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.85.1819.
- 34. How to Reach a Thousand-Second in-Plane Polarization Lifetime with 0.97-GeV/c Deuterons in a Storage Ring / G. Guidoboni [и др.] // Phys. Rev. Lett. 2016. Июль. Т. 117, вып. 5. С. 054801. DOI: 10. 1103/PhysRevLett.117.054801. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.117.054801.
- 35. Lee S. Y. Spin Dynamics and Snakes in Synchrotrons. World Scientific, 1997. — ISBN 9789810228057. — URL: http://books.google.de/books?id= And2QgAACAAJ.
- 36. Mane S. R., Shatunov Yu. M., Yokoya K. Spin-polarized charged particle beams in high-energy accelerators // Rept. Prog. Phys. - 2005. - T. 68. -C. 1997-2265. - DOI: 10.1088/0034-4885/68/9/R01.
- 37. Saleev A., Nikolaev N., Rathmann F. Studies of Systematic Limitations in the EDM Searches at Storage Rings // Int. J. Mod. Phys. Conf. Ser. - 2016. -ΦeBp. - T. 40. - C. 1660093. - DOI: 10.1142/S2010194516600934. - URL: http://www.worldscientific.com/doi/pdf/10.1142/S2010194516600934.
- 38. Spin tune mapping as a novel tool to probe the spin dynamics in storage rings / A. Saleev [и др.] // Phys. Rev. Accel. Beams. 2017. Июль. Т. 20, вып. 7. С. 072801. DOI: 10.1103/PhysRevAccelBeams.20.072801. URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevAccelBeams.20.072801.
- 39. Phase locking the spin precession in a storage ring / N. Hempelmann [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 2017. — Июль. — Т. 119, вып. 1. — С. 014801. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.119.014801. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/ PhysRevLett.119.014801.

- 40. Non-exponential decoherence of radio-frequency resonance rotation of spin in storage rings / A. Saleev [и др.] // JETP Letters. 2017. Авг. Т. 106, вып. 4. С. 213—216. DOI: 10.1134/S0021364017160044. URL: https://doi.org/10.1134/S0021364017160044 ; [Pis'ma v ZhETF. 2017. Т. 106. С. 199—200. DOI: 10.7868/S0370274X1716002].
- 41. Berz M. Computational aspects of optics design and simulation: COSY INFINITY // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. 1990. T. 298, № 1. C. 473–479. DOI: http://dx.doi.org/10.1016/0168-9002(90)90649-Q. URL: http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/016890029090649Q.
- Rathmann F., Saleev A., Nikolaev N. N. Search for electric dipole moments of light ions in storage rings // Phys. Part. Nucl. - 2014. - T. 45. - C. 229-233. - DOI: 10.1134/S1063779614010869.
- 43. (EDM@Juelich): Learning the systematic limitations on EDM at COSY / N. Nikolaev [и др.] // Proc. of XV Advanced Research Workshop on High Energy Spin Physics. 2014. ISBN 978-5-9530-0377-3. URL: https://inspirehep. net/record/1297121.
- 44. Rathmann F., Saleev A., Nikolaev N. N. The search for electric dipole moments of light ions in storage rings // J. Phys. Conf. Ser. 2013. T. 447. C. 012011. DOI: 10.1088/1742-6596/447/1/012011.
- 45. Frenkel J. Die Elektrodynamik des rotierenden Elektrons // Z. Phys. 1926. T. 37. C. 243-262. DOI: 10.1007/BF01397099.
- 46. Thomas L. H. The motion of a spinning electron // Nature. -1926. T.117. -C. 514. - DOI: 10.1038/117514a0.
- 47. Thomas L. H. The Kinematics of an electron with an axis // Phil. Mag. 1927. T. 3. C. 1-21.
- 48. Bargmann V., Michel L., Telegdi V. L. Precession of the Polarization of Particles Moving in a Homogeneous Electromagnetic Field // Phys. Rev. Lett. - 1959. - Май. - Т. 2, вып. 10. - С. 435-436. - DOI: 10.1103/ PhysRevLett.2.435. - URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.2. 435.

- 49. Search for an Electric Dipole Moment of the Electron / D. F. Nelson [и др.] // Phys. Rev. Lett. — 1959. — Июнь. — Т. 2, вып. 12. — С. 492—495. — DOI: 10.1103 / PhysRevLett.2.492. — URL: http://link.aps.org/doi/10.1103 / PhysRevLett.2.492.
- Fukuyama T., Silenko A. J. Derivation of Generalized Thomas-Bargmann-Michel-Telegdi Equation for a Particle with Electric Dipole Moment // Int. J. Mod. Phys. - 2013. - T. A28. - C. 1350147. - DOI: 10.1142 / S0217751X13501479.
- Bogoliubov N. N., Mitropolsky Y. A. Asymptotic Methods in the Theory of Non-linear Oscillations. — Gordon, Breach, New York, 1961. — (International monographs on advanced mathematics and physics). — ISBN 9780677200507.
- 52. Silenko A. J. General classical and quantum-mechanical description of magnetic resonance: An application to electric-dipole-moment experiments. — 2015. — arXiv: 1508.00742 [nucl-th].
- 53. Measuring the polarization of a rapidly precessing deuteron beam / Z. Bagdasarian [и др.] // Phys. Rev. ST Accel. Beams. — 2014. — Май. — Т. 17, вып. 5. — С. 052803. — DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.17.052803. — URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.17.052803.
- 54. Synchrotron oscillation effects on an rf-solenoid spin resonance / P. Benati [и др.] // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2012. Дек. Т. 15, вып. 12. C. 124202. DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.15.124202. URL: http://link. aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.15.124202.
- 55. *Tricomi F. G.* Integral Equations. Dover Publications, New York, 1985. (Pure and applied mathematics, v. 5). ISBN 9780486648286.
- 56. Precursor Experiments to Search for Permanent Electric Dipole Moments (EDMs) of Protons and Deuterons at COSY / A. Lehrach [и др.]. 2012. arXiv: 1201.5773 [hep-ex].
- 57. Improved limit on the muon electric dipole moment / G. W. Bennett [и др.] // Phys. Rev. D. - 2009. - Сент. - Т. 80, вып. 5. - С. 052008. - DOI: 10.1103/ PhysRevD.80.052008. - URL: https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevD. 80.052008.

- 58. Goodzeit C., Meinke R., Ball M. Combined function magnets using doublehelix coils // 2007 IEEE Particle Accelerator Conference (PAC). - 06.2007. -C. 560-562. - DOI: 10.1109/PAC.2007.4440278.
- 59. Closed orbit correction in 2 MeV electron cooler section at COSY-Juelich / J. Dietrich [и др.] // Workshop on Beam Cooling and Related Topics, Alushta, Ukraine, September 12-16, 2011. 2011. С. 92—94. URL: https://accelconf.web.cern.ch/accelconf/COOL2011/papers/tups03.pdf.
- 60. Three-Dimensional Numerical Field Analysis for the Magnets of the 100-keV Electron Cooler at COSY-Jülich / H. Soltner [и др.] // IEEE Transactions on Applied Superconductivity. — 2014. — Июнь. — Т. 24, № 3. — С. 1—4. — DOI: 10.1109/TASC.2013.2284482.
- 61. Experimental Verification of Predicted Beam-Polarization Oscillations near a Spin Resonance / V. S. Morozov [идр.] // Phys. Rev. Lett. - 2008. - Февр. -T. 100, вып. 5. - С. 054801. - DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.054801. -URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.100.054801.
- 62. Three-Dimensional Numerical Field Analysis for the Magnets of the 100-keV Electron Cooler at COSY-Jülich / H. Soltner [и др.] // Proceedings, 23rd International Conference on Magnet Technology (MT-23). T. 24. — 2014. — DOI: 10.1109/TASC.2013.2284482.
- 63. Development of New Beam Position Monitors at COSY / F. Hinder [μ gp.] // Proceedings, 4th International Beam Instrumentation Conference, IBIC2015. 2016. TUPB015. DOI: 10.18429 / JACoW IBIC2015 TUPB015. URL: http://inspirehep.net/record/1480681/files/tupb015.pdf.
- 64. Chekmenev S. Investigation of possibilities to measure the deuteron electric dipole moment at storage rings : дис. ... канд. / Chekmenev S. RWTH Aachen U., 2017. DOI: 10.18154/RWTH-2017-03791. URL: http://publications.rwth-aachen.de/record/688413.
- 65. Toward polarized antiprotons: Machine development for spin-filtering experiments / C. Weidemann [и др.] // Phys. Rev. ST Accel. Beams. 2015. Февр. Т. 18, вып. 2. С. 020101. DOI: 10.1103/PhysRevSTAB.18. 020101. URL: http://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevSTAB.18.020101.

Список рисунков

1	Нарушение пространственной (Р) и временной (Т) симметрии	
	при наличии ЭДМ (иллюстрация М. Розенталя (M. Rosenthal)[8])	6
2	История поисков ЭДМ нейтрона и ограничения некоторых	
	моделей [16]	7
3	Радиочастотный фильтр Вина для поиска ЭДМ дейтронов	9
4	Иллюстрация идеи сигнала ЭДМ в чисто электростатическом	
	кольце с «замороженным» спином [26]	11
1.1	а) Рост вертикальной поляризации P_y за счёт ЭДМ при работе	
	РЧ фильтра Вина на частоте прецессии спина в кольце. На	
	графиках б) и в) показана осцилляция горизонтальных	
	компонент поляризации P_z и P_x	20
1.2	Относительная ориентация вектора оси стабильного спина $ec{c},$	
	векторов РЧ поля $ec w, ec k \propto (ec c imes ec w)$ и $ec m \propto (ec k imes ec c),$ в точке кольца	
	перед РЧ фильтром Вина	24
1.3	а) Фаза между измеренным направлением поляризации и РЧ	
	полем соленоида, когда система обратной выключена. б) То же,	
	при включенной системе обратной связи. Серая полоса	
	обозначает область значений разности фаз в пределах $\pm 1\sigma$. в)	
	Коррекция частоты обращения f_{cosy}	32
1.4	Схема устройства системы обратной связи. Минимальный шаг	
	изменения частоты составляет 3.7 мГц	36
1.5	а) Амплитуда РЧ соленоида. б) Вертикальная (ϵ_V) и в)	
	горизонтальная (ϵ_H) ассиметрия для положительной (синий	
	маркер) и отрицательной (красный маркер) начальной	
	поляризации. Поляризация переворачивается в горизонтальную	
	плоскость с помощью РЧ соленоида при $t=85~{ m c.}$ Система	
	обратной связи включается при $t=115~{ m c}$ и поляризация	
	медленно вращается опять к вертикальному направлению	37

- 1.6 Зависимость угла α между вектором поляризации и горизонтальной плоскостью от времени, для положительной (синий маркер) и отрицательной (красный маркер) начальной поляризации.
 37
- 1.7 Скорость роста вертикальной поляризации в зависимости от установленного значения относительной фазы. Для лучшей видимости, точки данных для исходной положительной (синий маркер) и отрицательной (красный маркер) вертикальной поляризации разнесены по горизонтали на небольшое расстояние. 38
- 2.1 Неэкспоненциальное затухание осцилляций вертикальной поляризации: сплошная кривая задана Ур. (2.22), пунктирная (красная) кривая получена при условии значения ухода фазы $\kappa(n) = 0$, и штрих-пунктирная (синяя) кривая при отсутствии фактора затухания $\exp\{-\sin^2\varphi(n)\}$.
- 2.2 Уход фазы $\kappa(n)$ осцилляций вертикальной поляризации. 47
- Зависимость параметра дэмпинга √р от энергии протонов при различных гармониках К частоты РЧ поля ротатора спина. . . . 49
- 2.4 Зависимость параметра дэмпинга √р от энергии дейтронов при различных гармониках К частоты РЧ поля ротатора спина. . . . 49
- 3.1 Эскиз экспериментальной установки с двумя соленоидами S₁ и S₂, находящимися в противоположных прямых секциях накопительного кольца COSY. Вектор *c* указывает направление оси стабильного спина перед соленоидом S₁, в тот момент, когда S₁ и S₂ выключены. Две арки обозначены как A₁ и A₂, а P указывает положение поляриметра «EDDA», S_{RF} — положение PЧ соленоида, и I обозначает часть магнитной дорожки инжекции. RF WF обозначает положение радиочастотного фильтра Вина. Пучок циркулирует по часовой стрелке. 55
- 4.1 Пример временной зависимости толчков спина χ_{1,2} (см. Ур. [4.2]) во время удержания пучка в кольце. Достижимые интегралы поля и соответсвующие им толчки спина в двух соленоидах S₁ и S₂ показаны в Таблице 4.

4.2	Распределение значений исходных спинтьюнов $ u_{s_1}$ для	
	временного интервала ΔT_1 для 360 заходов, имеющих среднее	
	$\langle \nu_{s_1} \rangle = -(16097199.0 \pm 1.6) \cdot 10^{-8}.$	69
4.3	Показана Карта № 1 скачков спинтьюна $\Delta u_s(\chi_+,\chi)$. Каждая	
	точка представляет результат одного цикла измерений. Планки	
	погрешностей меньше в размере, чем маркеры точек измерений.	
	Поверхость является фитом точек данных согласно Ур. (4.22),	
	который имеет $\chi^2/N_{ m dof} = 114946.2/55.$	70
4.4	а) Фаза спина $arphi_{s_i}$ как функция номера оборота n в трёх	
	временных интервалах $i=1,2,3$ одного захода. Красным	
	обозначена фитирующая функция, заданная в Ур. (4.7), которая	
	проявляет нелинейные свойства в интервале ΔT_2 . б) Спинтьюны	
	$ u_{s_i}$, вычисленные с помощью Ур. (4.7), и скачки спинтьюна	
	$\Delta \nu_{s_{1,2}}$, вычисленные по Ур. (4.10)	73
4.5	Статистическое распределение c_2/σ_{c_2} по 360 заходам для второго	
	временного интервала ΔT_2 , которое является отношением	
	квадратичного параметра c_2 к его ошибке, и имеет значение	
	$c_2/\sigma_{c_2} = 0.8 \pm 2.0.\ldots \ldots \ldots$	74
4.6	а) Распределение статистических ошибок σ_{b_1} , б) σ_{b_2} и в) σ_{b_3}	
	параметров $b_1, b_2,$ и b_3 линейной зависимости в Ур. (4.7).	
	Средние значения статистических ошибок даны в Таблице 5	75
4.7	Распределение разности исходных спинтьюнов временных	
	интервалов ΔT_1 и ΔT_3 . Среднее квадратичное значение этого	
	распределения принимается за ожидаемую систематическую	
	ошибку скачков спинтьюна, $\delta\Delta u_s^{ m syst}=3.23\cdot 10^{-9}$	76
4.8	а) Показана Карта № 2 скачков спинтьюна Δ $ u_s(\chi_+,\chi)$. Каждая	
	точка представляет результат одного цикла измерений. Планки	
	погрешностей меньше в размере, чем маркеры точек измерений.	
	Поверхость является фитом для данных, как описано в тексте, а	
	положение седловой точки дано в Ур. (4.18). б) Остаточные	
	погрешности для Карты № 2, полученные как	
	$\Delta \nu_s^{\text{res}} = \Delta \nu_s - \Delta \nu_s^{\text{fit}}$. Как описано в тексте, поверхность является	
	фитом на основе Ур. (4.20) к точкам $\Delta \nu_s^{\rm res}(\chi_+,\chi)$. Важно	
	отметить разный масшатаб вертикальных осей на графиках а) и б).	77

Наблюдаемые в эксперименте изменения а) вертикальной и б) 4.9горизонтальной замкнутой орбиты по всему кольцу для нескольких настроек соленоида S₁ $(\chi_1 = -8.79(\bigcirc), -4.39(\Box), 4.39(\bigtriangleup)$ мрад), при которых соленоид S_2 выключен. Положения соленоидов S_1 и S_2 в кольце обозначены на схемах над графиками а) и в). Данные из последнего устройства регистрации положения пучка в конце арки А₂ продублированы как первая точка заходной прямой секции. Линии соединяют точки данных, но не являются настоящими траекториями. На графиках в) и г) показаны соответственно сдвиги вертикальной и горизонтальной замкнутой орбиты по кольцу для нескольких настроек соленоида S₂ ($\chi_2 = -12.98(\bigcirc), -7.42(\Box), 1.85(\triangle)$ мрад), при 83 4.10 Скачки скорости счёта событий в поляриметре в начале временного интервала ΔT_2 в тот момент, когда соленоиды S₁ и S_2 включаются (для χ_1 и χ_2 обозначены производимые углы поворота спина) при $t \approx 103$ с и выключаются при $t \approx 127$ с. . . . 84 4.11 Временная зависимость измерений вертикального положения пучка в устройстве регистрации «ВРМ13», каждое из которых происходило в течение удержания пучка от 80 до 150 с, отсчитываемых от момента вхождения пучка в кольцо. Данные

- 5.1 На графиках а) и в) показана вертикальная проекция *y* [мм] замкнутой орбиты пучка для наборов корректирующих магнитов № 1 и № 2 (даны в Таблице 7), когда соленоид S₂ выключен. Графики (б) и г) показывают вертикальный сдвиг замкнутой орбиты Δ*y* [мм] относительно абсолютного положения, когда соленоид S₂ включен и создаёт поворот спина на угол *χ*_{AI} = 12.98 мрад, при этом перекос соленоида задан поворотом вокруг оси *y* на угол *ξ_y* = -8(○), -4(□), 4(△), и 8(▽) мрад. Наблюдаемые сдвиги

Возмущение матрицы преобразования спина \mathbf{t}_{R} [см. Ур. (5.8)] за 5.4счёт сдвигов замкнутой орбиты (см. Рис. 5.1) при повороте пучка в перекошенном соленоиде S₂. Перекос соленоида образован поворотом вокруг оси y. Первый ряд графиков a), б), в) показывает $\Delta c_{x,z}(\xi, \chi_{AI})$ [Ур. (5.14)], и $\Delta_{\pm}(\xi, \chi_{AI})$ [Ур. (5.15)] для настройки корректирующих магнитов № 1 (см. Таблицу 7). Второй ряд графиков г), д), е) показывает те же параметры для настройки корректирующих магнитов № 2. Чтобы подчеркнуть различные скейлинговые свойства, $\Delta c_{x,z}$ (первая колонка графиков) и Δ_{-} (третья колонка) построены в зависимости от переменной $\chi \xi$, в то время как Δ_+ (вторая колонка) построены как функции переменной $\chi^2 \xi$. На всех графиках, при всех значениях ξ точки лежат на одной прямой линии (см. текст для Возмущение матрицы преобразования спина $\mathbf{t}_{\rm B}$ [см. Ур. (5.8)] за 5.5счёт сдвигов замкнутой орбиты (см. Рис. 5.2) при повороте пучка в перекошенном соленоиде S₂. Перекос соленоида образован поворотом вокруг оси *х*. Первый ряд графиков а), б), в) показывает $\Delta c_{x,z}(\xi, \chi_{AI})$ [Ур. (5.14)], и $\Delta_{\pm}(\xi, \chi_{AI})$ [Ур. (5.15)] для настройки корректирующих магнитов № 1 (см. Таблицу 7). Второй ряд графиков г), д), е) показывает те же параметры для настройки корректирующих магнитов № 2. Чтобы подчеркнуть различные скейлинговые свойства, $\Delta c_{x,z}$ (первая колонка графиков) и Δ_{-} (третья колонка) построены в зависимости от переменной $\chi\xi$, в то время как Δ_+ (вторая колонка) построены как функции переменной $\chi^2 \xi$. Для избежания перекрытия точек, для каждого ξ изображены только маркеры точек $\chi_{\rm AI} = \pm 12.98$ мрад. На графиках в) и е), при всех значениях ξ точки лежат на одной прямой линии. На графиках а), б), г) и д), точки с промежуточными значениями χ_{AI} соединены гладкой кривой для наглядности (см. текст для подробного описания). . . 101

А.1 Декогерентность вертикальных осцилляций поляризации пучка дейтронов при трёх различных энергиях, близких к «магической» $T \approx 1250 \text{ МэВ}$, и разбросе по импульсам $\langle \Delta p^2/p^2 \rangle^{1/2} = 5 \times 10^{-3} \dots 134$ А.2 Декогерентность вертикальных осцилляций поляризации пучка дейтронов при трёх различных энергиях, близких к «магической» $T \approx 1250 \text{ МэВ}$, и разбросе по импульсам $\langle \Delta p^2/p^2 \rangle^{1/2} = 10^{-2} \dots 134$

Список таблиц

1	Существующие пределы (в [е·см]) на ЭДМ атомов и частиц.		
	Предел на ЭДМ протона является модельнозависимой оценкой	8	
2	Параметры для «заморозки спина» горизонтальным		
	электрическим полем E и вертикальным магнитным полем B		
	при поиске ЭДМ в кольце радиуса $r = 30$ м	12	
3	Параметры пучка во время работы системы обратной связи	31	
4	Минимум и максимум интегралов поля $\int B_1 \mathrm{d} z$ и $\int B_2 \mathrm{d} z$		
	производимых соленоидами S ₁ и S ₂ , и соответствующие им		
	минимальные и максимальные углы поворотов спина χ_1 и χ_2	67	
5	Погрешности линейных параметров фита $\sigma_{b_i}/\sigma_{a_i}, \sigma_{c_i}/\sigma_{a_i}, b_i,$ и		
	c_i/σ_{c_i} для трёх временных интервалов ΔT_i , усреднённые по 360		
	заходам. Соответствующее распределние для c_2/σ_{c_2} показано на		
	Рис. 4.5, а распределения σ_{b_i} на Рис. 4.6	72	
6	Среднее значение вертикального положения пучка $ar{y}_i~(i=1,\!2,\!3)$		
	для одного цикла измерений, состоящего из 6 заходов, как		
	показано на Рис. 4.11	86	
7	Четыре настройки комбинаций корректирующих магнитов,		
	используемых в численной модели COSY для проверки, зависит		
	ли изменение матрицы преобразования спина \mathbf{t}_{R} при включении		
	соленоидов от различной конфигурации замкнутой орбиты в		
	кольце. Прямая секция, в которой находятся корректирующие		
	магниты MSV ₈ и MSH ₇ , является заходной	93	

8 Сводка параметров изменения матрицы преобразования спина \mathbf{t}_{R} в кольце COSY за счёт изменений орбиты при различных настройках корректирующих магнитов (указаны в Таблице 7). Параметры рассчитаны в COSY-Infinity. Перекос соленоидов S₁ и S₂ задаётся их вращением вокруг оси y. Здесь $C^y_{x,z}$ определены в Ур. (5.14), D^y определён в Ур. (5.16), а E^y в Ур. (5.17). Чтобы подчеркнуть независимость от настроек орбиты, для соленоида S₂ приведены результаты для всех вариантов настроек корректирующих магнитов от 1 до 4, в то время как для S₁, Результаты фитов карты скачков спинтьюна с учётом сдвигов 9 орбиты. Модельная функция для Фита № 1 дана в Ур. (5.21) с *F* = 0, в то время как для Фита № 2 предполагается наличие Параметры модельной функции (5.21), учитывающей перекос 10соленоидов S₁ и S₂, при фитировании результатов численного моделирования карты скачков спинтьюна для идеального кольца COSY..... 109

Приложение А

Примеры декогерентности осцилляций вертикальной поляризации при энергиях, близких к «магическим»

Здесь показаны примеры декогерентности осцилляций вертикальной поляризации за счёт синхротронных осцилляций частиц при индуцированном спиновом резонансе. Согласно Ур. (2.11) рассчитывалась зависимость вектора спина каждой частицы от номера оборота (здесь \mathbf{t}_{rf} и $\mathbf{T}(k)$ — матрицы поворота в декартовых координатах, которые зависят от энергии частицы и времени пролёта по кольцу на обороте k),

$$\vec{S}(k+1) = \mathbf{t}_{rf}(k)\mathbf{T}(k)\vec{S}(k)$$

и значение вектора поляризации на каждом обороте получалось за счёт усреднения по векторам спинов всех частиц. Всего в ансамбле учавствовало 500 частиц, и с помощью генератора случайных чисел с нормальным распределением для них были разыграны амплитуды осцилляций импульса $\Delta p/p$. Всего построено 6 зависемостей, для двух вариантов разброса по импульсам при трёх различных энергиях. Синхротронная частота составляла $\nu_z = 0.001$, а амплитуда угла поворота спина в РЧ соленоиде $\chi_{rf} = 3 \times 10^{-4}$ рад. Критическая энергия — при $\gamma_{tr} = 2.5$. Вблизи «магической» энергии (T = 1200 МэВ) для дейтронов (Рис. 2.4 в Главе 2) при гармонике РЧ поля соленоида K = 1, когерентность поляризации сохраняется намного дольше даже при увеличении среднего амплитуд импульсов частиц $\langle \Delta p^2/p^2 \rangle^{1/2}$ с 5 × 10⁻³ до 10⁻² (см. Рис. А.1 и Рис. А.2).

Кроме того, можно заметить относительное расхождение фаз осцилляций, которое связано с различной скоростью декогерентности $\sqrt{\rho(T)}$, и следовательно, предсказанных в Главе 2 зависимостей $\kappa(n)$ (см. Рис. 2.2) при различных энергиях пучка.

В одном из экспериментов коллаборации JEDI на COSY в конце 2013 г., проверялось качественное соответствие скорости декогерентности предсказаниям Рис. 2.4, и порядок следования точек при энергии T = 270 МэВ с гармониками K = -2, -1, 1 подтвердился (остальные гармоники были недоступны в связи с особенностями конструкции устройства резонансной цепи РЧ соленоида).



Рисунок А.1 — Декогерентность вертикальных осцилляций поляризации пучка дейтронов при трёх различных энергиях, близких к «магической» $T \approx 1250 \,\mathrm{M}$ эВ, и разбросе по импульсам $\langle \Delta p^2/p^2 \rangle^{1/2} = 5 \times 10^{-3}$.



Рисунок А.2 — Декогерентность вертикальных осцилляций поляризации пучка дейтронов при трёх различных энергиях, близких к «магической» $T \approx 1250 \,\text{M}$ эВ, и разбросе по импульсам $\langle \Delta p^2 / p^2 \rangle^{1/2} = 10^{-2}$