

Министерство транспорта и коммуникаций Республики Беларусь

УЧРЕЖДЕНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ
«БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ТРАНСПОРТА»

На правах рукописи
УДК 539.172

ЗЫКУНОВ
Владимир Александрович

**Эффекты радиационных поправок в современных экспериментах
в физике высоких энергий**

Диссертация на соискание ученой степени
доктора физ.-мат. наук
по специальности 01.04.02 – теоретическая физика

Научный консультант
доктор физ.-мат. наук, профессор
Н.М. Шумейко

Гомель 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	6
ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ	9
ГЛАВА 1 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ	16
1.1 Эксперименты физики высоких энергий	16
1.1.1 Адрон-адронные эксперименты	17
1.1.2 Лептонные эксперименты	19
1.1.3 Лептон-адронные эксперименты	20
1.2 Теория в рамках Стандартной Модели	21
1.2.1 Лагранжианы релятивистской теории поля	21
1.2.2 Локальная калибровочная инвариантность	23
1.2.3 Правила Фейнмана	24
1.3 Новая физика	27
1.4 Радиационные поправки в физике высоких энергий	29
ГЛАВА 2 ПРЕЦИЗИОННЫЙ РАСЧЕТ НАБЛЮДАЕМЫХ ВЕЛИЧИН В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЙАНИИ	35
2.1 Введение	35
2.2 Борновское сечение. Основные обозначения	38
2.3 Вклады от дополнительных виртуальных частиц	41
2.3.1 Бозонные собственные энергии	41
2.3.2 РМП, калибровочная инвариантность и зависимость от ренормализационных условий	42
2.3.3 Относительная поправка к асимметрии от BSE	44
2.3.4 Электронные вершинные функции	46
2.3.5 Двухбозонный обмен (энергии SLAC и JLab)	50
2.3.6 Двухбозонный обмен (энергии ILC)	54
2.4 Тормозное излучение	57
2.4.1 Мягкие фотоны и сокращение ИКР	59
2.4.2 Жесткие фотоны	60
2.5 Численные результаты	63
2.5.1 Энергии SLAC и JLab	65
2.5.2 Энергии ILC	67
2.6 Выводы	70

ГЛАВА 3	ОЦЕНКА ДВУХПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕК-	
	ТОВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ MOLLER	72
3.1	Введение	72
3.2	Общие обозначения. Амплитуды и сечения	73
3.3	Инфракрасная расходимость	77
3.3.1	Выделение ИКР в однопетлевой и двухпетлевой амплитудах	77
3.3.2	Выделение ИКР в сечении безрадиационного процесса	79
3.3.3	Выделение ИКР в сечении тормозного излучения	80
3.4	Методика сложения относительных поправок	84
3.4.1	Структура относительной поправки к асимметрии	84
3.4.2	Двухпетлевой блок с BSE и вершинными функциями	86
3.4.3	Сложение относительных поправок и анализ	91
3.5	Выводы	93
ГЛАВА 4	ЭЛЕКТРОСЛАБЫЕ ПОПРАВКИ ДЛЯ ПРОЦЕССА	
	ДРЕЛЛА–ЯНА ПРИ БОЛЬШИХ ИНВАРИАНТНЫХ МАССАХ	
	ДИЛЕПТОНА	94
4.1	Введение	94
4.2	Обозначения и борновское сечение	95
4.3	Электрослабые поправки	98
4.3.1	Двухбозонный обмен на кварковом уровне	99
4.3.2	Обмен двумя фотонами	102
4.3.3	Обмен фотоном и Z -бозоном. Асимптотический метод	107
4.3.4	Обмен двумя массивными бозонами	111
4.3.5	Вклад боксов в сечение процесса Дрелла–Яна	112
4.3.6	Вершинные функции и бозонные собственные энергии	113
4.3.7	Численная оценка на партонном уровне и сравнение с резуль-	
	татами других групп	117
4.3.8	Сечение тормозного излучения мягких фотонов	120
4.4	Выводы	123
ГЛАВА 5	РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ВЕДУЩЕМ ЛОГАРИФ-	
	МИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ДЛЯ ПРОЦЕССА ДРЕЛЛА–ЯНА	124
5.1	Введение	124
5.2	Структура адронного сечения	125
5.2.1	Обозначения. Борновская кинематика	125
5.2.2	Радиационная кинематика. Жесткие фотоны	128
5.2.3	Переход от полного сечения к дифференциальному сечению	
	по инвариантной массе дилептона	134

5.2.4	Переход от полного сечения к полностью дифференциальному сечению	134
5.3	Выделение и анализ лидирующей логарифмической части	135
5.3.1	Излучение из начального состояния	135
5.3.2	Излучение из конечного состояния	139
5.3.3	Интерференция между излучением из начального и конечного состояний	142
5.3.4	Независимость от ω	143
5.3.5	Независимость от кварковых масс	144
5.4	Численный анализ	146
5.4.1	Независимость от нефизических параметров	146
5.4.2	ЭСП к дифференциальным сечениям по M	147
5.4.3	ЭСП к трижды дифференциальным сечениям	154
5.5	Выводы	158
ГЛАВА 6 КХД-ПОПРАВКИ К НАБЛЮДАЕМЫМ ВЕЛИЧИНАМ ПРОЦЕССА ДРЕЛЛА-ЯНА ДЛЯ LHC		160
6.1	Введение	160
6.2	Вершинные функции с глюоном и глюонное тормозное излучение	161
6.2.1	Безрадиационная кинематика. Мягкие глюоны	161
6.2.2	Радиационная кинематика. Жесткие глюоны	163
6.2.3	Выделение лидирующей логарифмической части из сечения тормозного излучения	165
6.2.4	Сокращение нефизических параметров	168
6.3	Инверсное глюонное излучение	170
6.3.1	Кинематика инверсного излучения	170
6.3.2	Выделение лидирующей логарифмической части	172
6.4	Численные результаты для КХД-поправок	176
6.5	Выводы	181
ЗАКЛЮЧЕНИЕ		182
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК		187
	Список использованных источников	187
	Список публикаций соискателя	206
Приложение А. Дилогарифм Спенса		214
Приложение Б. Выражения R для сечения тормозного излучения в процессе Дрелла-Яна		215

ПЕРЕЧЕНЬ УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

АМ – асимптотический метод
ГНР – глубоконеупругое рассеяние
ИКР – инфракрасная расходимость
КПМ – кварк-партонная модель
КХД – квантовая хромодинамика
КЭД – квантовая электродинамика
МР – мёллеровское рассеяние
НФ – “новая” физика
РП – радиационные(ая) поправки(а)
СМ – стандартная модель электрослабых и сильных взаимодействий
ЭСП – электрослабые(ая) поправки(а)
ЭМП – электромагнитные(ая) поправки(а)

BSE – boson self energies
FSR – final state radiation
HV – heavy vertices
INT – interference
IR – infrared
ISR – initial state radiation
LV – light vertices
NLO – next-to-leading order
NNLO – next-to-next-to-leading order
QCD – quantum chromodynamics
QED – quantum electrodynamics
QS – quark singularity
SM – standard model

ВВЕДЕНИЕ

За последние десятилетия в физике высоких энергий были сделаны существенные открытия, благодаря которым расширились наши знания о фундаментальных принципах природы. С одной стороны, это прогресс в области эксперимента: обнаружение переносчиков слабого взаимодействия – массивных векторных W^\pm - и Z -бозонов [1], открытие третьего поколения фермионов: τ -лептона [2], τ -нейтрино [3], b -[4] и t -кварка [5, 6], обнаружение нейтринных осцилляций [7] и, как следствие, массы у нейтрино, наконец, открытие нового скалярного бозона [8]. С другой стороны, это грандиозный успех теории, который был достигнут на пути объединения различных типов взаимодействия. Единая электрослабая теория [9]–[11] (конец 60-х годов) и квантовая хромодинамика (КХД) [12] (начало 70-х годов) получили столь неопровержимые экспериментальные доказательства своей состоятельности и стали столь неотделимыми от современной физики, что сейчас носят общепринятое название: Стандартная Модель.

Несмотря на неоспоримые успехи, в СМ имеется ряд теоретических проблем, например, наличие большого числа свободных параметров; невыясненность причины повторения поколений лептонов, отсутствие обоснования их числа; тот факт, что в СМ никак не включается гравитационное взаимодействие. Проблемы имеют место как в наиболее изученном *электрослабом секторе*: недостаточно изучено нарушение СР-инвариантности, нет надежной теоретической основы для существования или несуществования аномальных вершинных (трех- и четырехчастичных) вкладов, неясны роль и параметры возможных дополнительных (например, Z' и W') калибровочных бозонов, неизвестно, до каких энергий СМ будет продолжать давать правильные предсказания для наблюдаемых величин; так и в *сильном секторе*: неизвестно, как из КХД получить низкоэнергетическую динамику, аппарата современной КХД недостаточно для последовательного рассмотрения связанных кварковых систем, функции кварк-партоновых распределений вводятся до сих пор феноменологически, нуждается в разрешении проблема, поставленная спиновым кризисом.

Хотя к настоящему моменту экспериментальных данных, говорящих против СМ, не существует, а частица Хиггса, наконец, обнаружена, поиски выхода за рамки СМ не прекращаются, и причиной тому не только проблемы Стандартной Модели, упомянутые выше, но и, так сказать, инерция стремления познания природы. Среди существующих на настоящий момент вариантов выхода за рамки СМ нужно выделить теорию великого объединения (ТВО), в которой лептоны и кварки рассматриваются в рамках единой

группы симметрии, и суперсимметрию (SUSY), объединяющую фермионы и бозоны. В единую теорию можно подключить и гравитацию – описание гравитации на языке SUSY называют супергравитацией. Наконец, имеются и другие идеи, например, струнная теория, рассматривающая не элементарные точечные частицы, а объекты, совершающие колебания в многомерных пространствах и обладающие симметрией бозон-фермион (суперструны). СМ в этом подходе является лишь эффективной феноменологической теорией в низкоэнергетическом пределе. Далее, в результате объединения теории струн и суперсимметрии за последние годы сформировалась очень перспективная теория миров на бранах. Также в струнной теории получила свою вторую жизнь идея Калуцы и Кляйна относительно компактификации (сворачивания) пространственных измерений.

Научный мир, дождавшись подтверждения открытия бозона Хиггса, надеется и на обнаружение следов “новой” физики (НФ) в идущих полным ходом экспериментах на Большом адронном коллайдере LHC. Определенные надежды такого рода в свое время возлагались на LEP – кольцевой коллайдер на встречных пучках электронов и позитронов в Европейском Центре Ядерных Исследований – CERN, а затем на Tevatron – $p\bar{p}$ коллайдер в Fermilab, но они, к сожалению, не оправдались. Теперь рассматриваемые перспективы связаны, в основном, с LHC – адронным коллайдером с запланированной энергией 14 ТэВ. Заметим, что адронный коллайдер уже однажды сыграл роль машины открытия: коллаборации UA1 и UA2 в CERN в 1983 г. открыли сначала W -бозоны [13, 14], а затем и Z -бозон [15, 16]. Однако основную роль в становлении СМ сыграли как раз эксперименты в электрослабом секторе. Так, фабрики по производству электрослабых бозонов SLC – электрон-позитронный линейный коллайдер SLAC (Стэнфорд, США) и LEP – e^+e^- коллайдер в CERN собрали столь большое количество точной информации, что за СМ был фактически утверждён статус экспериментально подтвержденной теории.

Вполне вероятно, что ближайший ход развития физики высоких энергий будет такой: успешные эксперименты ATLAS и CMS на LHC (как 30 лет назад UA1 и UA2) обусловят и мотивируют проектирование и запуск аналога для SLC и LEP, т. е. машины, которая:

1. работает с лептонами – так будет обеспечена чистота экспериментальных данных, достичь которой в случае адронных столкновений невозможно;
2. спроектирована на заданную область энергии, возможно, на ту, где LHC найдет проявления физики за рамками стандартной модели.

Физики всего мира надеются, что такая машина – Международный Линей-

ный Коллайдер (ILC), либо конкурирующий с ним проект Компактный Линеиный Коллайдер (CLIC) обязательно будет построена.

Физика высоких энергий в настоящий момент находится в непростой ситуации. Достигнуты энергии, с одной стороны соответствующие пределам применимости СМ, а с другой – возможностям экспериментальной техники и разумной стоимости реализации проектов. Несмотря на то, что весь существующий набор экспериментальной информации находится в надежном согласии с предсказаниями СМ, большое количество факторов указывает на то, что уже на имеющихся в распоряжении энергиях должна проявиться “новая” физика, чему, в основном, и посвящены экспериментальные программы существующих и планируемых ускорителей, причем в доступной на настоящий момент области энергий “новая” физика, по всей видимости, проявится не через обнаружение новых частиц и новых явлений, а по небольшим отклонениям от предсказаний СМ. Обнаружение новых физических явлений возможно только в ходе точного детализированного сравнения экспериментальных данных с предсказаниями теории. Возрастающая экспериментальная точность требует соответственного увеличения точности теоретического описания, что определяет *актуальность* настоящей работы и ее *цель* – обеспечение ряда экспериментов, представляющих интерес для современной физики высоких энергий, надежными и прецизионными программами учета радиационных эффектов.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Связь работы с крупными научными программами (проектами) и темами

Диссертационная работа выполнена: в рамках государственной программы научных исследований ГПНИ “Конвергенция” (2011–2013 гг., 2014–2015 гг.), в рамках совместного проекта с ОИЯИ (№ госрегистрации 20083010) (2009 г.), при поддержке ГПФИ “Поля и частицы” и гранта БелРФФИ–ОИЯИ (Ф08Д-001) (2008–2009 гг.), при поддержке Национального Совета Канады по естественным и инженерным наукам (The Natural Sciences and Engineering Research Council of Canada, NSERC) в 2010–2016 гг. Тематика работы соответствует п. 1202 “Физика фундаментальных взаимодействий, высоких энергий и экстремальных состояний вещества, плазма и ее применение, плазменно-пучковые технологии” Перечня приоритетных направлений фундаментальных и прикладных исследований в Республике Беларусь на 2011–2015 годы, утвержденного постановлением Совета Министров Республики Беларусь №585 от 19.04.2010.

Цель и задачи исследования

Цель работы состоит в обеспечении ряда экспериментов, представляющих интерес для современной физики высоких энергий, надежными прецизионными программами учета радиационных эффектов.

В соответствии с целью решались следующие **задачи**:

1. Разработать программу прецизионного учета однопетлевых электрослабых радиационных поправок к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния для экспериментов: E-158 (SLAC), MOLLER (JLab) и для планируемых экспериментов на ILC. Провести все необходимые проверки и тесты, в том числе сверку с известными результатами других групп.
2. Оценить двухпетлевые электрослабые радиационные поправки к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния, которая будет измеряться в эксперименте MOLLER (JLab). Выработать эффективную методику сложения различных вкладов от одно- и двухпетлевых радиационных эффектов в наблюдаемую поляризационную асимметрию.

3. Разработать метод, позволяющий получить компактные, удобные для анализа и быстрой оценки электрослабые поправки к различным типам диаграмм и, в то же время, обеспечить требуемую точность в области высоких энергий. В рамках этого метода произвести расчет однопетлевых электрослабых поправок для процесса Дрелла–Яна с большими инвариантными массами лептонной пары.
4. Произвести детальный расчет жесткого тормозного излучения фотонов и глюонов и инверсного глюонного излучения для процесса Дрелла–Яна точно и в ведущем логарифмическом приближении.
5. Разработать и оптимизировать программу численной оценки однопетлевых электрослабых радиационных эффектов (к трижды дифференциальным сечениям и к интегральным наблюдаемым) в процессе Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары для будущих экспериментов на коллайдере LHC с учетом экспериментальных ограничений установки CMS.

Объект и предмет исследования. Объектом исследования служат реакция поляризационного мёллеровского рассеяния в низкоэнергетических экспериментах типа E-158 (SLAC), MOLLER (JLab) и при высоких энергиях будущего коллайдера (ILC, CLIC) и процесс Дрелла–Яна при больших инвариантных массах дилептона на LHC.

Предметом исследования являются радиационные эффекты высших порядков теории возмущений:

- однопетлевые (глава 2) и двухпетлевые (глава 3) электрослабые радиационные поправки к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния для эксперименте E-158 в SLAC, эксперимента MOLLER в JLab и для планируемых экспериментов на ILC;
- однопетлевые электрослабые поправки (главы 4, 5) и КХД-поправки (главы 5, 6) в экспериментах по изучению процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары на коллайдере LHC.

Недостаточно точная теоретическая оценка наблюдаемых величин в экспериментах физики высоких энергий является основным фактором, ограничивающим точность физических результатов. Соответственно, **актуальность исследования** объясняется необходимостью получения прецизионной теоретической информации в рамках SM о:

- наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния для эксперимента E-158 в SLAC, эксперимента MOLLER в JLab и для планируемых экспериментов на ILC;

- наблюдаемых сечений в экспериментах по изучению процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары на коллайдере LHC.

Положения, выносимые на защиту

1. Процедура прецизионного учета полных однопетлевых и лидирующих двухпетлевых электрослабых радиационных эффектов к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния для современных экспериментов: E-158 (SLAC), MOLLER (JLab) и для планируемых экспериментов на ILC, реализованная в виде компьютерной программы gcAPV.
2. Методика сложения различных радиационных вкладов в поляризационную асимметрию, наблюдаемую в экспериментах типа MOLLER (JLab), позволяющая контролировать точность учета радиационных эффектов.
3. Асимптотический метод получения компактных, удобных для анализа и быстрой оценки электрослабых поправок ко вкладам различных типов, обеспечивающий требуемую точность в области высоких энергий.
4. Аналитические формулы, полученные в ведущем логарифмическом приближении, для жесткого тормозного излучения фотонов, глюонов и инверсного глюонного излучения в процессе Дрелла–Яна и жесткого тормозного излучения фотонов в мёллеровском рассеянии.
5. Процедура прецизионного учета однопетлевых электрослабых и КХД радиационных эффектов в процессе Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары для экспериментов на коллайдере LHC с учетом экспериментальных условий установки CMS с последовательным использованием трижды дифференциальных сечений, дающих возможность корректировать экспериментальные данные в любой кинематической точке и области, реализованная в виде компьютерной программы READY.

Личный вклад соискателя

Личный вклад автора в решение рассматриваемых в диссертации задач является определяющим. Основная часть положений, выносимых на защиту, опубликована в 13 статьях, написанных автором единолично: [5–A]–[7–A], [10–A], [11–A], [13–A]–[15–A], [18–A], [21–A], [22–A], [31–A], [32–A].

В работах [1–А]–[4–А], [8–А], [16–А], [17–А], [23–А], [30–А], [34–А] автору принадлежат как идея, так и реализация, соавторы работали с текстом и проверкой. В прочих работах вклад автора диссертации также значим: в [9–А], [20–А], [24–А], [25–А], [27–А]–[29–А], [33–А] автором проделан расчет асимптотическими методами и численный анализ, в [12–А] автор обеспечил построение кода MERADGEN всеми аналитическими выражениями и построил гистограммы, в [19–А] и [26–А] проводил независимую проверку. Автором кода FeynArts/FormCalc расчета однопетлевых электрослабых поправок в процессе мёллеровского рассеяния, который использовался в работах [20–А], [23–А]–[25–А], [27–А], [29–А], является А.Г. Алексеев (A.G. Aleksejevs).

Апробация результатов диссертации

Результаты исследований, включенные в диссертацию, были доложены на нижеперечисленных конференциях, симпозиумах и т.д.

1. Международная научная конференция “Компьютерная алгебра в фундаментальных и прикладных исследованиях и образовании” CAS-97 (Минск, БГУ, 8–11 дек. 1997).
2. II открытая научная конференция ОМУС (Дубна, ОИЯИ, март 1998).
3. III открытая научная конференция ОМУС (Дубна, ОИЯИ, 5–9 мар., 1999).
4. 8-й Международный семинар “Нелинейные явления в сложных системах” NPCС’99 (Минск, 17–20 мая, 1999).
5. Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 30 июля – 8 авг., 1999).
6. 9-й Международный семинар “Нелинейные явления в сложных системах” (Минск, 17–20 мая, 2000).
7. XV Int. Workshop QFTHEP’2000 (Тверь, Россия, 7–13 сент., 2000).
8. 5th Annual RDMS CMS Collaboration meeting (Moscow, ИТЕР, 22–24 Nov., 2000).
9. IX International Workshop on High Energy Spin Physics (Dubna, 2–7 Aug., 2001).
10. Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 7–16 авг., 2001).
11. 6th Annual RDMS CMS Collaboration meeting (Moscow, MSU, 19–21 Dec., 2001).
12. 11-й Международный семинар “Нелинейные явления в сложных системах” (Минск, 17–20 мая, 2002).

13. 7th Annual RDMS CMS Collaboration meeting (Protvino, ИИЭП, 13–15 Nov., 2002).
14. Schladming Winter School (Schladming, Austria, 22–28 Feb., 2003).
15. Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 28 июля–8 авг., 2003).
16. совещание RDMS CMS (CERN, 10 July, 2003).
17. X Advanced Research Workshop on High Energy Spin Physics (Dubna, JINR, 16–20 Sept., 2003).
18. 8th Annual RDMS CMS Collaboration Conference (Dubna, JINR, 3–7 Dec., 2003).
19. E-158 Collaboration Meeting (Pasadena, CA, USA, 23–24 Jan., 2004).
20. XVIII Int. Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory (Saint-Petersburg, 17–23 June, 2004).
21. The 9-th RDMS CMS Collaboration Conference (Minsk, 28 Nov. – 2 Dec., 2004).
22. VIII Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 25 июля – 5 авг., 2005).
23. The 10th Annual RDMS CMS Collaboration Conference (St. Petersburg, Russia, 10–17 Sept., 2005).
24. 2-ая Международная конференция “Проблемы взаимодействия излучения с веществом” (Гомель, ГГУ, 2006).
25. International school-workshop “Calculations for modern and future colliders” CALC-2006 (Dubna, JINR, 15–25 July, 2006).
26. ICHEP 06: XXXIII International Conference on High Energy Physics (Moscow, Russia, 26 Jul. – 2 Aug. 2006).
27. The 11th Annual RDMS CMS Collaboration Conference (Варна, Болгария, 12–16 сент., 2006).
28. Научный семинар Лаборатории Высоких Энергий (Дубна, ОИЯИ, октяб. 2006).
29. IX Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 23 июля – 3 авг., 2007).
30. The 12-th RDMS CMS Collaboration Conference (Minsk, 14-19 Sept., 2008).
31. X Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 15–26 июля, 2009).
32. The XXXIX International Symposium on Multiparticle Dynamics (ISMD 2009) (Gomel, 4–9 Sept., 2009).

33. Научный семинар Лаборатории Высоких Энергий, EVO (Дубна, ОИЯИ, ноябрь 2009).
34. ICHEP 2010: 35th Int. Conference On High Energy Physics (Paris, France, 22–28 July, 2010).
35. Гомельский научный семинар по теоретической физике, посвященный 100-летию со дня рождения Ф. И. Федорова (Гомель, ГГУ, 21–22 июня, 2011).
36. Научный семинар университета Акадиа, Вульфвилл, Канада (21 авг., 2011).
37. The 5th International Workshop PAVI11 (Rome, Italy, 5–9 Sept., 2011).
38. Научный семинар Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова (Дубна, ОИЯИ, 6 апреля 2011).
39. III Международная научная конференция “Проблемы взаимодействия излучения с веществом” (Гомель, ГГУ, 26–28 окт., 2011).
40. Гомельский научный семинар по теоретической физике, посвященный 85-летию со дня рождения Б. В. Бокутя (Гомель, ГГУ, 9–11 нояб., 2011).
41. ICHEP 2012: 36th International Conference on High Energy Physics (Melbourne, Australia, 4–11 Jul. 2012).
42. Научный семинар университета Акадиа (Вульфвилл, Канада, 10 нояб., 2012).
43. 15th International Workshop on Advanced Computing and Analysis Techniques in Physics Research (ACAT2013) (Beijing, China, May 16–21, 2013).
44. XII Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 22 июля – 2 авг., 2013).
45. MITP Workshop on Low-Energy Precision Physics (Mainz, MITP, Germany, 23 Sept. – 11 Oct., 2013).
46. XV Workshop on High Energy Spin Physics (DSPIN-13) (Dubna, JINR, Russia, October 8–12, 2013).
47. научный семинар по оптике и теоретической физике, посвященный 70-летию со дня рождения А. Н. Сердюкова (Гомель, ГГУ, 21 мая., 2014).
48. ICHEP 2014: 37th International Conference on High Energy Physics (Valencia, Spain, 2–9 Jul. 2014).
49. Международная научно-практическая конференция “Актуальные вопросы теоретической физики, физики конденсированных сред и астрофизики” (Брест, БрГУ, 2–3 окт., 2014).

50. Научный семинар “Избранные вопросы квантовой теории поля”, посвященный памяти профессора Э.А. Кураева, (Дубна, ЛТФ ОИЯИ, 6–8 апреля 2015).
51. International school-workshop “Theory challenges for LHC physics” CALC-2015 (Dubna, JINR, 20–30 July, 2015).
52. XIII Международная школа-семинар “Современные проблемы физики частиц” (Гомель, 27 июля – 7 авг., 2015).

Опубликованность результатов диссертации

Материалы диссертации полностью изложены в 61 публикации, из них статей в научных журналах – 34, статей в материалах научных конференций – 21, в препринтах – 4. Без соавторов опубликовано: статей в научных журналах – 13, в материалах научных конференций – 12, в препринтах – 1. Общий объем опубликованных материалов составляет 66,0 авторских листов, из них на статьи, соответствующие пункту 18 “Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь”, приходится 43,6 авторских листа (34 публикации).

Структура и объем диссертации

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и двух приложений. Текст работы изложен на 217 стр., включая 32 рисунка на 32 стр. и 16 таблиц на 16 стр. Перечень цитируемой литературы насчитывает 328 наименования и содержится на 27 стр.

ГЛАВА 1

ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

В 1960–1970-е гг. была разработана теория, способная правильно описать все известные на настоящее время типы взаимодействий, кроме пренебрежимо слабой для микромира гравитации. Эта теория, получившая название Стандартной Модели, была основана на двух семействах элементарных частиц (кварках и лептонах) и включала в себя электрослабую теорию Глэшоу–Вайнберга–Салама [9]–[11] и квантовую хромодинамику [12]. В пределе малых энергий согласно принципу соответствия она переходила в квантовую электродинамику (КЭД) и четырехфермионную модель Ферми слабого взаимодействия. С момента, когда СМ стала “общепринятой” (примерно с 1978 г.), все теоретически предсказанные ею природные феномены получают безусловное экспериментальное подтверждение. Бозон Хиггса, заслуживающий название краеугольного камня СМ, также недавно экспериментально обнаружен коллаборациями ATLAS и CMS [8].

1.1 Эксперименты физики высоких энергий

Экспериментальные исследования в физике микромира нуждаются в источниках частиц высоких энергий, которыми являются ускорители заряженных частиц, ядерные реакторы, а также космические лучи. Прогресс в области эксперимента за последние четыре десятилетия был связан со всеми тремя типами. На ядерных реакторах, например, была реализована уникальная возможность получать с целью дальнейшего исследования электрически нейтральные частицы: нейтрино и нейтроны. Космические лучи – источник частиц, обладающих огромной энергией, достигнуть которой в лаборатории непросто, и к тому же бесплатной, но, с другой стороны, эксперименты на космических лучах чрезвычайно трудно повторить из-за их случайной природы. Отдельный интерес представляют эксперименты по изучению космических (солнечных) нейтрино, именно на них были обнаружены нейтринные осцилляции – взаимопревращения различных типов нейтрино и антинейтрино (SNO, Канада и SuperKamiokande, Япония) [7]. Тема представляемой диссертации связана с третьим типом – экспериментами по физике высоких энергий на ускорителях.

Следуя установившейся терминологии, будем называть “высокими” такие энергии столкновений, которые существенно выше, чем массы самих сталки-

вающихся частиц m_i . Во всем последующем тексте будет идти речь только о таких энергиях. Кроме этого, будем использовать термины “низкая энергия” (соответствует области $m_i \ll \sqrt{s} \ll m_Z$) и “высокая энергия” (для области $\sqrt{s} \gg m_Z$), во избежание возможной путаницы при необходимости будем называть последнюю “сверхвысокой энергией”.

Перечислим и кратко охарактеризуем основные, сыгравшие роль в установлении СМ, современные и планируемые экспериментальные комплексы по ускорению частиц до высоких энергий. Наиболее эффективно энергия сталкивающихся частиц используется, когда пучки частиц ускоряются в противоположных направлениях и сталкиваются в специальных точках столкновения, как говорят, в режиме коллайдера.

1.1.1 Адрон-адронные эксперименты

Начнем с описания адронных коллайдеров, как показывает история – типичных машин новых открытий. Так, на экспериментах адронного коллайдера SPS (Super Proton Synchrotron – протонный суперсинхротрон) коллаборации UA1 и UA2 в CERN в 1983 г. открыли сначала W -бозон [13, 14] а затем Z -бозон [15, 16], чем блестяще подтвердили основы СМ (первым экспериментальным свидетельством СМ было обнаружение в 1973 г. нейтральных слабых токов [17] на пузырьковой камере “Гаргамель” в CERN). До недавнего времени самым мощным ускорителем был

- Tevatron – протон-антипротонный ($p\bar{p}$) коллайдер в лаборатории Э. Ферми (Fermilab, США). Тэватрон завершил свою работу в 2011 г. после 28 лет работы и нескольких модернизаций, после последней (upgraded Tevatron) он имел энергию 980 ГэВ на пучок. К основным достижениям этого коллайдера отнесем открытие t -кварка коллаборациями CDF и D0 ([5, 6], 1995 г.) – последнего на данный момент кварка СМ, также в ходе эксперимента DONuT (Direct Observation of the Nu Tau) впервые были непосредственно зарегистрированы τ -нейтрино ([3], 2000 г.).

В 2008 году запущен и, как планируется, в 2015 выйдет на максимальную мощность

- LHC (Large Hadron Collider – Большой Адронный Коллайдер) в Европейском Центре Ядерных Исследований (CERN, Швейцария, Франция) – протон-протонный коллайдер с максимально запланированной энергией 14 ТэВ (и его возможный преемник VLHC – Very Large Hadron Collider). В 2012 г. коллаборации ATLAS и CMS объявили о экспериментальном обнаружении нового скалярного бозона массой 125.3 ± 0.6 ГэВ [8], является ли эта частица бозоном Хиггса, пока остаётся под вопросом.

Наконец, заслуживает упоминания

- RHIC (The Relativistic Heavy Ion Collider) – релятивистский коллайдер тяжёлых ионов, работающий в Брукхейвенской национальной лаборатории (BNL, США). На установке изучается спиновая структура нуклонов и кварк-глюонная плазма, RHIC уникален в своей способности сталкивать поляризованные протоны.

Важнейшим процессом, изучаемом на адрон-адронных машинах является процесс Дрелла–Яна – рождение дилептонной пары в столкновениях адронов, имеющий свои характерные особенности, которые физики с успехом используют для получения информации о структуре материи (см., например, обзорный доклад Яна [18] и ссылки там). Процесс, который впоследствии был назван именами Дрелла и Яна, впервые был экспериментально исследован в BNL [19]. Уже тогда были получены замечательные данные, которые после были ассоциированы с рождением частицы J/ψ , открытой только в 1974 г. Этот же процесс послужил в 1977 г. делу открытия Υ -резонансов в Fermilab. Стремясь найти приложения кварк-партонной модели (КПМ) вне сектора лептон-адронных столкновений, Дрелл и Ян приступили к изучению жесткого процесса рождения лептонной пары в адронных столкновениях в SLAC [20, 21]. Заметим, что чуть раньше были опубликованы работы советских ученых на эту же тему [22] (имеется также английский перевод SLAC того времени). КПМ получила подтверждение в работах Дрелла и Яна, более того, был сделан огромный шаг по утверждению квантовой хромодинамики на роль последователя КПМ. Процесс Дрелла–Яна позволил впервые изучить партонные распределения в нестабильных пионах и каонах (см. [23] и ссылки там) и детально изучить, комбинируя данные по протонам и антипротонам, отдельно валентные и морские распределения кварков в нуклоне [24]. В случае поляризованных начальных адронов процесс Дрелла–Яна предоставляет уникальную возможность для исследования спиновых распределений, этому посвящена большая часть спиновой программы коллайдера RHIC. Исследование рождения прямых фотонов в протон-протонных столкновениях – источник ценной информации о вкладе глюонов в нуклонную поляризацию [25, 26].

Наконец, тестирование нового энергетического масштаба (тысячи ГэВ) в будущих экспериментах на коллайдере LHC, которое является одной из главных задач современной физики, будет во многом осуществлено с помощью исследования наблюдаемых величин (сечений и асимметрии вперед-назад) процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары l^+l^- . Процесс рождения лептонов в адронных столкновениях в условиях большой статистики, которую предоставляет LHC, может быть полезен и для уточне-

ния параметров СМ: так, рождение одиночных W -бозонов на ЛНС – прямой источник точной информации о массе W -бозона, точное определение которой является актуальной задачей современной физики, поскольку позволило определить возможную массу хиггсовского бозона и в то же время сузить ограничения на параметры суперсимметричного расширения СМ. Результат LEP после обработки всех данных дает неопределенность примерно 50 МэВ [27], а результаты коллабораций D0 и CDF [28] в Fermilab после обработки всех данных Fermilab Tevatron дают неопределенность 17 МэВ. Наконец, эксперименты с высокой статистикой коллайдера ЛНС дадут возможность получить значение массы m_W с неопределенностью лучшей, чем 15 МэВ [29].

1.1.2 Лептонные эксперименты

Среди лептонных коллайдеров нужно отметить фабрики по производству электрослабых бозонов SLC и LEP:

- SLC – Stanford Linear Collider – электрон-позитронный линейный коллайдер в лаборатории SLAC (Стэнфорд, США) с пучками с энергией в системе центра масс 90 ГэВ (его предшественник SPEAR обеспечил открытие τ -лептона [2]),
- LEP Large Electron Positron (Ring) – кольцевой e^+e^- -коллайдер на встречных пучках электронов и позитронов в CERN с первоначальной энергией 50 ГэВ и последующим ее увеличением до 104.5 ГэВ, что позволило впервые исследовать парное рождение слабых бозонов.

Эти машины дали настолько много точной информации, что многие аспекты электрослабой теории были количественно проверены, и за Стандартной Моделью был закреплен статус экспериментально подтвержденной теории. С электронным коллайдером нового поколения –

- Международным Линейным Коллайдером (International Linear Collider, ILC), который, как планируется, будет состоять из 2 линейных ускорителей с энергией 500 ГэВ на пучок электронов и позитронов общей длиной в 31 км (возможно дополнение новыми секциями, вследствие чего длина установки возрастёт до 50 км, а энергия - до 1 ТэВ),
 - либо конкурирующим ему проектом – Компактным Линейным Коллайдером (Compact Linear Collider, CLIC) с суммарной энергией до 3 ТэВ
- связаны надежды научного мира по точному изучению свойств нового скалярного бозона в продолжение открытия ЛНС [8], а также поиск НФ: проявления дополнительных измерений, суперсимметрии, кандидатов на темную материю и, если НФ будет до этого обнаружена на ЛНС, ее интенсивное и прецизионное изучение, чему поможет относительная “чистота” лептонного

типа реакций на ILC/CLIC. В работе ILC/CLIC возможна также электрон-электронная (мёллеровская) мода, которая как и при более низких энергиях в эксперименте E-158 (SLAC) и в планируемом эксперименте MOLLER в JLab может быть чрезвычайно интересна как для прецизионных тестов и измерений СМ, так и для поисков НФ [30].

1.1.3 Лептон-адронные эксперименты

Лептон-адронные машины используются для исследования процессов упругого и глубоконеупругого рассеяния (ГНР) лептонов на нуклонах. Упругое ep -рассеяние – источник точной информации о СМ (структуры протона, определения слабых зарядов и т.д.), оно весьма активно изучается, например, в Лаборатории им. Джефферсона (JLab, эксперименты G0 и Qweak, [19–A] и ссылки там). Что касается ГНР, то в первую очередь именно благодаря изучению этого процесса утвердилось представление о кварках, как о фундаментальных составляющих адронов, что в свою очередь обеспечило становление СМ [33, 34]. Кварк-партоновая модель [35, 36, 37], основанная на предположении, что составляющие нуклон партоны на малых расстояниях ведут себя как свободные частицы, хорошо описывала экспериментальные данные, но имела и трудности: нарушение принципа Паули для барионов, отклонение от точного скейлинга [38]. Они были решены с созданием КХД – динамической теории кварков и глюонов. В рамках КХД каждому кварку приписывается “цвет”, вводятся “цветные” глюоны, обмениваясь которыми, взаимодействуют кварки [39, 40]. Наблюдаемые адроны остаются “бесцветными”, т. е. являются синглетами относительно “цветовой” группы $SU_C(3)$ [41, 42], на основе которой и построена КХД. Калибровочным глюонным полям в КХД присуще самодействие. Этот факт приводит к важнейшему физическому следствию – существованию “асимптотической свободы” – уменьшения взаимодействия между кварками с уменьшением расстояния. При больших значениях квадрата переданного импульса, т. е. в глубоконеупругой области, кварки практически свободны, что делает возможным и целесообразным применение здесь КПМ. Эволюция кварковых распределений в зависимости от переданного импульса описывается уравнениями ДГЛАП [43].

Данные по измерению спиновой структурной функции $g_1^p(x)$, полученные впервые в экспериментах E80 и E130 в SLAC [44, 45] по ГНР поляризованных электронов на поляризованной протонной мишени, хорошо согласовывались с КПМ. Однако ситуация в корне изменилась после проведения в 1988 г. эксперимента EMC [46, 47], результаты которого показали, что спиновая струк-

турная функция $g_1^p(x)$ нарушает правило сумм Эллиса-Джаффе (1974 г.) [48], и полный кварковый вклад в спин протона $\Delta\Sigma$, в отличие от предсказаний КПМ, не превышает 30%.

Эксперименты последних лет проводились на четырех установках:

- SMC [49, 50, 51] в CERN с пучками мюонов 190 ГэВ на твердых мишенях,
- в SLAC (E142 [52], E143 [53]–[55], E154 [56]) с пучками электронов (20-50 ГэВ) с газовыми и твердыми мишенями,
- HERMES [57] в DESY на коллайдере HERA с пучками электронов и протонов и энергией в системе центра масс ~ 318 ГэВ, где впервые активно исследовалась электрослабая физика глубоконеупругого рассеяния (заряженный ток) при высоких энергиях,
- COMPASS [58] с пучком мюонов энергией 160 ГэВ в CERN (этот эксперимент показал, что вклад глюонов в спин ΔG не превышает кваркового).

Несмотря на непрекращающиеся экспериментальные и теоретические исследования проблемы протонного спина [59, 60, 61, 62], спиновый кризис не разрешен до сих пор. Возможно, проблема найдет решение на пути учета вкладов в спин протона от орбитальных моментов всех его составных частей. Для этого будет проведена серия экспериментов по изучению трехмерной структуры протона, к которой COMPASS-II планирует приступить в ближайшее время.

1.2 Теория в рамках Стандартной Модели

Одним из аргументов в пользу того, что СМ, по крайней мере в ближайшем будущем, будет улучшаться и расширяться, а не коренным образом перестраиваться, является то, что все явления физики микромира теоретически описаны на основе единого принципа – требования *локальной калибровочной инвариантности*.

1.2.1 Лагранжианы релятивистской теории поля

В теории поля мы имеем дело с физическими полями Φ_i (индекс i нумерует поля ($i = 1, 2, \dots$)), которые по определению поля занимают некоторое место в пространстве-времени (координату в нем будем задавать 4-вектором x^μ) и, следовательно, являются функциями вида $\Phi_i = \Phi_i(x^\mu)$. Плотность функции Лагранжа (далее будем называть ее лагранжианом \mathcal{L} , хотя точнее было бы – плотность лагранжиана) зависит от полей и их производных по x^μ , для сокращенной записи производных используем $\partial_\mu \Phi_i \equiv \partial \Phi_i / \partial x^\mu$. Зная

лагранжиан и применяя принцип наименьшего действия $\delta S = 0$ (действие $S = \int \mathcal{L} d^4x$), нетрудно построить уравнения, описывающие физические поля – уравнения Эйлера–Лагранжа:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \Phi_i)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \Phi_i}. \quad (1.1)$$

В классической механике функция Лагранжа определяется разностью кинетической и потенциальной энергий, затем из нее выводятся уравнения движения системы. В релятивистской квантовой теории поля на первом этапе, наоборот, лагранжианы строятся на основе известных уравнений полей, причем такой подбор осуществляется неоднозначно, а с точностью до произвольного множителя и слагаемого определенного вида – дивергенции произвольной функции $\partial_\mu M^\mu$. Так, для свободного бесспинового (скалярного) поля Φ с массой m лагранжиан имеет вид:

$$\mathcal{L}_{(0)} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \Phi) (\partial^\mu \Phi) - \frac{1}{2} m^2 \Phi^2 \quad (1.2)$$

(везде будем использовать систему $\hbar = c = 1$ и систему единиц Хевисайда–Лоренца). Применяя уравнения Эйлера–Лагранжа (1.1), получим известное уравнение Клейна–Гордона–Фока

$$\partial_\mu \partial^\mu \Phi + m^2 \Phi = 0. \quad (1.3)$$

Далее, для свободных полей ψ со спином $1/2$ и массой m (комплексных полей, описывающихся биспинором) лагранжиан выглядит так:

$$\mathcal{L}_{(1/2)} = i \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \bar{\psi} \psi, \quad (1.4)$$

откуда непосредственно после применения (1.1) вытекает уравнение Дирака для биспинора ψ и для присоединенного биспинора $\bar{\psi}$

$$i \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m \psi = 0, \quad i \partial_\mu \bar{\psi} \gamma^\mu + m \bar{\psi} = 0. \quad (1.5)$$

Наконец, для свободного поля A со спином 1 (т. н. векторного поля) с массой m лагранжиан выглядит так:

$$\mathcal{L}_{(1)} = -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} m^2 A^\mu A_\mu, \quad (1.6)$$

где $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ – тензор электромагнитного поля. После применения (1.1) получаем уравнение Прока

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + m^2 A^\nu = 0. \quad (1.7)$$

1.2.2 Локальная калибровочная инвариантность

Лагранжиан свободного поля со спином $1/2$ (1.4) инвариантен относительно т. н. локального (т. е. зависящего от положения в пространстве-времени x) калибровочного преобразования

$$\psi \rightarrow e^{-iq\lambda(x)}\psi \quad (1.8)$$

(здесь q – электрический заряд частицы, которая описывается уравнением Дирака), если к нему добавить безмассовое векторное поле A_μ , которое при калибровочном преобразовании (1.8) меняется по закону

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \partial_\mu\lambda. \quad (1.9)$$

Новый лагранжиан выглядит так:

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - q(\bar{\psi}\gamma^\mu\psi)A_\mu. \quad (1.10)$$

Здесь A_μ – 4-потенциал электромагнитного поля, а выражение в скобках в последнем слагаемом – плотность тока $J^\mu = \bar{\psi}\gamma^\mu\psi$. Два последних слагаемых – это лагранжиан электромагнитного поля с источником J^μ , из которого немедленно следуют уравнения Максвелла в тензорной форме:

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = qJ^\nu. \quad (1.11)$$

Из последнего уравнения следует $\partial_\mu J^\mu = 0$, т.е. ток удовлетворяет уравнению непрерывности, что означает закон сохранения заряда. Таким образом, требование локальной калибровочной инвариантности связывает спинорное и электромагнитное поля и обеспечивает их единое описание в рамках квантовой электродинамики. Обобщить этот результат можно следующим правилом: чтобы обеспечить локальную калибровочную инвариантность лагранжиана свободного спинорного поля, нужно осуществить последовательную замену $\partial_\mu \rightarrow \mathcal{D}_\mu$, где $\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + iqA_\mu$ – т. н. ковариантная (“длинная”) производная.

Идея применения локальной калибровочной инвариантности относительно преобразования (1.8), относящегося к симметрии группы унитарных матриц $U(1)$, восходит к работе Вейля (1919 г.), однако всю мощь этого метода физики смогли оценить только в 1970-х гг. Сначала Янг и Миллс в 1954 г. попытались применить эту же стратегию для описания преобразования двух полей со спином $1/2$, объединенных в дублет (протона и нейтрона, массы которых различаются незначительно) относительно неабелевой группы $SU(2)$. Хотя этот прием оказался неприменим именно для описания протона и нейтрона по причине несуществования в природе соответствующего безмассового калибровочного поля, принципиальный переход от абелевой симметрии

к неабелевой позволил по следам работ Янга и Миллса построить теорию, основанную на цветовой $SU(3)$ симметрии – КХД. Лагранжиан КХД имеет вид, по структуре совпадающий с (1.10):

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi - \frac{1}{4}\vec{F}^{\mu\nu}\vec{F}_{\mu\nu} - g_C(\bar{\psi}\gamma^\mu\vec{\lambda}\psi)\vec{A}_\mu, \quad (1.12)$$

где

$$\vec{F}^{\mu\nu} = \partial^\mu\vec{A}^\nu - \partial^\nu\vec{A}^\mu - 2g_C\vec{A}^\mu \times \vec{A}^\nu, \quad (1.13)$$

g_C – цветовой заряд, $\vec{\lambda}$ – матрицы Гелл-Мана, а \vec{A}^μ – векторное калибровочное поле глюонов.

1.2.3 Правила Фейнмана

Рассмотренные выше лагранжианы описывают как классические, так и квантовые поля, в том смысле, что для того, чтобы перейти к точной квантовой теории, не требуется какая-либо модификация лагранжиана или уравнений поля. То, что требуется, – это иная интерпретация переменных, описывающих поля. Говорят, что поля “квантуются”, то есть элементарная частица рассматривается как квант соответствующего поля: фотон – квант ЭМ поля, лептоны и кварки – кванты дираковских полей и т.д. Процедура квантования приводит к соответствию между лагранжианом и набором правил, по которым можно построить амплитуду (матричный элемент) процесса с участием элементарных частиц – набором правил Фейнмана: свободному лагранжиану соответствует т. н. пропагатор, лагранжиану взаимодействия – вершина.

Выражения для пропагаторов можно получить из полевых уравнений (1.3), (1.5), (1.7). Перепишем их в импульсном пространстве, применяя правило квантовой механики $i\hbar\partial_\mu \rightarrow p_\mu$ и сокращенную запись $\hat{p} = \gamma^\mu p_\mu$:

$$\begin{aligned} [p^2 - m^2]\Phi &= 0 && \text{для поля спина } 0; \\ [\hat{p} - m]u = 0, \quad ([\hat{p} + m]v = 0) && \text{для (анти)частиц спина } 1/2; \\ [(-p^2 + m^2)g_{\mu\nu} + p_\mu p_\nu]A^\nu &= 0 && \text{для поля спина } 1. \end{aligned}$$

Пропагаторы формально можно определить как величины, обратные к выражениям, записанным в квадратных скобках в полевых уравнениях (также традиционно домножаем на i):

$$\frac{i}{p^2 - m^2} \quad \text{для поля спина } 0; \quad (1.14)$$

$$\frac{i}{\hat{p} - m} \quad \text{для поля спина } 1/2; \quad (1.15)$$

$$\frac{-i}{p^2 - m^2} \left[g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu p_\nu}{m^2} \right] \quad \text{для поля спина } 1 \text{ и } m \neq 0. \quad (1.16)$$

В случае безмассового векторного поля необходимо вернуться к уравнениям поля и выбрать подходящую калибровку, тогда, например, при выборе калибровки Лоренца $\partial_\mu A^\mu = 0$ пропагатор фотона имеет вид $-ig_{\mu\nu}/p^2$.

Вводя в лагранжиан т. н. члены, фиксирующие калибровку, получим пропагатор векторного бозона в общем виде т. н. R_ξ -калибровки:

$$\frac{-i}{p^2 - m^2} \left[g_{\mu\nu} - (1 - \xi) \frac{p_\mu p_\nu}{p^2 - \xi m^2} \right], \quad (1.17)$$

где ξ – параметр, определяющий тип калибровки. При $\xi = \infty$ (случай унитарной калибровки) пропагатор содержит два слагаемых, но хорош тем, что в теории не появляются нефизических частиц. В калибровке т’Хоофта–Фейнмана ($\xi = 1$), которую автор последовательно использует в своих работах, пропагатор наиболее прост, однако требует рассмотрения нефизических вкладов духов Фаддева–Попова.

Выражения для вершин получаем из слагаемого, соответствующего лагранжиану взаимодействия. Переходя в импульсное пространство, “обрезая” поля и снова традиционно домножая на i , получим

$$-iq\gamma_\mu \text{ для КЭД-вершины}; \quad (1.18)$$

$$-iq_C\gamma_\mu \vec{\lambda} \text{ для КХД-вершины}. \quad (1.19)$$

Наконец, объединяя принцип локальной калибровочной инвариантности и спонтанного нарушения калибровочной симметрии с помощью механизма Хиггса, строим лагранжиан, в котором векторные калибровочные поля имеют массы. Представим здесь лагранжиан СМ в духе работы [63]:

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = \mathcal{L}_G + \mathcal{L}_H + \mathcal{L}_F, \quad (1.20)$$

где первое слагаемое описывает калибровочные поля СМ. Такими полями являются поля нейтрального Z и заряженных W^\pm бозонов, которые могут быть объединены с полем фотонов в рамках единой электрослабой теории. Оно имеет форму (1.6), где точные выражения для тензоров полей приведены в [63]. Второе слагаемое – лагранжиан скалярного хиггсовского поля, который выглядит так:

$$\mathcal{L}_H = (\mathcal{D}_\mu \Phi)^\dagger (\mathcal{D}^\mu \Phi) - V(\Phi), \quad (1.21)$$

где $V(\Phi) = -\mu^2 \Phi^\dagger \Phi + (\lambda/4)(\Phi^\dagger \Phi)^2$ – потенциальная часть скалярного поля со спонтанно нарушенной симметрией. Параметры, описывающие эту часть, связаны с v – вакуумным ожидаемым значением хиггсовского поля и массой хиггсовского бозона m_H (см. [63], стр. 174). Третье слагаемое в (1.20)

– лагранжиан, описывающий взаимодействие фермионных полей с калибровочными полями и с полем Хиггса (т. н. лагранжиан Юкавы). В последнем содержатся массовые члены, возникающие благодаря механизму Хиггса, юкавские константы связи пропорциональны соответствующим массам лептонов l и кварков q : $g_{l,q} = \sqrt{2}m_{l,q}/v$.

Приведем выражение для вершин, соответствующее взаимодействиям фермионных полей (для индексации используем $f = l, q$) со всеми (в том числе массивными) векторными калибровочными полями (для индексации используем $i = \gamma, Z, W$). Его можно записать в унифицированной форме [64, 65]:

$$ie\gamma_\mu(v_f^i - \gamma_5 a_f^i), \quad (1.22)$$

где векторная и аксиальная константы связи имеют вид:

$$\begin{aligned} v_f^\gamma &= -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0, \\ v_f^Z &= (I_f^3 - 2Q_f s_W^2)/(2s_W c_W), \quad a_f^Z = I_f^3/(2s_W c_W), \\ v_f^W &= a_f^W = 1/(2\sqrt{2}s_W). \end{aligned} \quad (1.23)$$

Они выражаются через третью компоненту изоспина фермиона I_f^3 , его электрический заряд в единицах заряда протона Q_f и s_W (c_W) – синус (косинус) угла Вайнберга, которые в свою очередь выражены через массы Z - и W -бозонов согласно правилам СМ:

$$c_W = m_W/m_Z, \quad s_W = \sqrt{1 - c_W^2}. \quad (1.24)$$

Приведенные параметры СМ связаны (на борновском уровне) с важнейшим и наиболее точно определенным физическим параметром – константой Ферми G_μ следующим образом:

$$\pi\alpha = \sqrt{2}G_\mu s_W^2 m_W^2, \quad (1.25)$$

где $\alpha = e^2/(4\pi)$ – постоянная тонкой структуры. Прочие вершины электро-слабой теории и КХД: 3-частичные $WW\gamma$, WWZ , ggg и 4-частичные $WW\gamma\gamma$, $WW\gamma Z$, $WWZZ$, $WWWW$, $gggg$ приведены, например, в обзорах [64, 65].

Массовые члены $m\bar{\psi}\psi$ дираковского лагранжиана (1.4) не инвариантны относительно электрослабой симметрии $SU(2)_L \times U(1)$, поэтому фермионы “рождаются” безмассовыми и приобретают массу только после спонтанного нарушения симметрии. Лагранжиан взаимодействия дираковского и скалярного хиггсовского полей приводят к следующему правилу Фейнмана для соответствующей вершины: $-im_f/v$ (по современным оценкам $v \approx 246$ ГэВ). Масса хиггсовского бозона, как видно, во взаимодействии его с фермионными полями теорией не определяется.

1.3 Новая физика

Несмотря на большой путь и замечательные успехи СМ, в ней остается еще много неясных моментов, даже в наиболее изученном *электрослабом секторе*. Так, с явно недостаточной точностью измерены элементы матриц Кабиббо–Кобаяши–Маскавы (МККМ) [66] и Понтекорво–Маки–Накагавы–Сакаты (МПМНС) [67], массы топ-кварка, нейтрино и других параметров СМ, это относится даже к таким фундаментальным параметрам, как масса W -бозона и синус угла Вайнберга. Скалярный бозон [8], недавно обнаруженный экспериментально, который скорее всего отвечает за хиггсовский механизм [68], также нуждается в тщательном экспериментальном изучении. Недостаточно точно измерено нарушение СР-инвариантности, неточно известен круг процессов и явлений, где она нарушается. Нет надежной теоретической основы для существования или несуществования аномальных вершинных (трех- и четырехчастичных) вкладов, и, хотя феноменологически аномальные константы имеют ограничения, напрямую связанные с точностью полученных экспериментальных данных, в ряде случаев эти ограничения оставляют желать лучшего. В границах непринципиальной модификации Стандартной Модели вполне могут существовать дополнительные (например, Z' и W') калибровочные бозоны, на настоящий момент неясна их роль и массовый масштаб. Наконец, неизвестно, до какого энергетического масштаба СМ будет продолжать давать правильные предсказания для наблюдаемых величин.

Вышесказанное о проблемах теории электрослабых взаимодействий в полной мере относится и к *сильному сектору СМ*. Неизвестно, как из КХД получить низкоэнергетическую динамику: удержание кварков (конфайнмент), спонтанное нарушение киральной симметрии (симметрии лагранжиана КХД в пределе безмассовых кварков) и спектр адронных масс. Кроме того, аппарата современной КХД недостаточно для последовательного рассмотрения связанных кварковых систем, функции партонных распределений вводятся до сих пор феноменологически. И если кварк-глюонная структура нуклона не вызывает сомнений [69, 70], то вопрос о природе нуклонного спина до сих пор нуждается в дополнительном изучении.

Далее, существует довольно большое число теоретических проблем, которые СМ не в состоянии решить принципиально. В лагранжиане СМ содержится большое число свободных параметров (две константы связи, массы фермионов и калибровочных бозонов, углы смешивания в МККМ и МПМНС, величина хиггсовской константы связи и масса хиггсовского бозона m_H). Обнаружение у нейтрино массы пополняет этот список соответствующими угла-

ми смешивания лептонов. Неясны причины повторения поколений лептонов, нет обоснования их числа. В СМ не фиксировано число поколений фермионов, по современным представлениям, подтвержденным данными коллайдера LEP (по крайней мере для нейтрино), оно равно трем. Кроме того, в СМ никак не включается гравитационное взаимодействие. Хотя экспериментальных данных, говорящих против СМ, не существует, а кандидат на частицу Хиггса обнаружен, не прекращаются поиски выхода за рамки СМ, не прекращаются поиски “новой” физики, перечислим и коротко охарактеризуем их.

Прежде всего это теория великого объединения (ТВО, Grand Unification Theory) – объединение трех типов взаимодействий: электромагнитного, слабого и сильного, простейший вариант которой разработали Джорджи и Глэшоу в 1974 г. [71]. В ней в рамках единой группы симметрии $SU(5)$ (она как подгруппу содержит группу СМ) рассматриваются мультиплеты лептонов и кварков, а кроме известных калибровочных полей СМ появляются новые 12 (т. н. лептокварки): X -частицы (с зарядом $\pm 4/3$ и тремя цветами) и Y -частицы (с зарядом $\pm 1/3$ и тремя цветами). Симметрия между лептонами и кварками считается точной в энергетической области $\sim 10^{16}$ ГэВ (как говорят “на масштабе великого объединения”, массы лептокварков имеют значения именно такого порядка), где константы всех взаимодействий (электромагнитного, слабого и сильного) имеют примерно одинаковое значение $\sim 1/40$. Понятно, что о прямой экспериментальной проверке ТВО не может идти речи в силу недоступности столь высоких энергий. Распад протона, который является предсказанием ТВО (минимальная модель ТВО дает для времени жизни протона значение в 10^{30} лет), однако можно зафиксировать в силу наличия большой статистики. Хотя подобные измерения находятся вполне в соответствии с возможностями современной экспериментальной техники, непрекращающиеся поиски распада протона пока не дали результата [72], что заставляет сомневаться по крайней мере в минимальных моделях ТВО. Наконец, поиски магнитного монополя ТВО (магнитного монополя т’Хоофта–Полякова) в космических лучах тоже пока не принесли положительного результата.

Далее, такая теория, как суперсимметрия (SUSY), объединяет в единые мультиплеты фермионы и бозоны (1974 г., идея принадлежит Вессу и Зумино [73]). Для такого объединения есть резоны: 1) введение новых частиц (суперсимметричных партнеров) удачно модифицирует зависимость от энергии всех трех бегущих констант связи, так что на масштабе ТВО они сходятся; 2) естественным образом решается т. н. проблема иерархии, состоящей в том, что характерные энергетические масштабы фундаментальных взаимодействий различаются на много порядков; 3) легкие суперпартнеры (электри-

чески нейтральные, бесцветные, стабильные) являются возможными кандидатами на объяснение природы темной материи (Dark Matter); 4) появляется возможность подключить в единую теорию гравитацию – описание гравитации на языке SUSY называют супергравитацией, которая в определенном смысле является “теорией всего”, но, к сожалению, приложения супергравитации пока не реализованы, поскольку не доказана ее перенормируемость.

Наконец, существуют и другие идеи, например, струнная теория, рассматривающая не элементарные точечные частицы, а объекты (струны), колеблющиеся в многомерных пространствах и обладающие симметрией бозон-фермион (суперструны). Квантовая теория поля и СМ в этом подходе являются всего лишь эффективными феноменологическими теориями в низком энергетическом пределе. Существенным компонентом теории струн является SUSY. Далее, в результате объединения последних результатов таких теорий, как струнная и суперсимметричная, за последние годы сформировалась очень перспективная теория миров на бранах (brane worlds), которая, например, имеет логичные подходы к решению проблем иерархии и числа фермионных поколений: такие известные феноменологические подходы (ADD – Arkani-Hamed–Dimopoulos–Dvali – сценарий, RS1 и RS2 – Randall–Sundrum – сценарии) – хороший тому пример. В струнной теории получила свою вторую жизнь идея Калуцы и Кляйна компактификации (сворачивания) пространственных измерений, впервые примененная ими в 20-х годах прошлого столетия в попытке получить объединенную теорию гравитации и электромагнетизма, теперь гравитон Калуцы–Кляйна (*KK*-гравитон) все активнее включается в феноменологический анализ данных.

1.4 Радиационные поправки в физике высоких энергий

Постоянное совершенствование экспериментальной техники требует анализа и, при необходимости, учета вкладов радиационных эффектов в систематическую ошибку эксперимента. К тому же, в доступной сегодня области энергий явления физики, выходящей за рамки СМ, по всей видимости, проявятся не прямо (через обнаружение новых частиц и явлений, выходящих за границы сложившихся представлений), а косвенно – как раз по *небольшим отклонениям* от предсказаний СМ. Поэтому, наряду с получением прецизионных экспериментальных данных, требуется “прецизионная” теория, которая таковой не является без учета ненаблюдаемых радиационных эффектов, всегда сопровождающих процесс; иначе говоря, требуется применение про-

цедуры радиационной поправки. Задача ее состоит в теоретическом расчете вклада фоновых процессов с его последующей интерпретацией при анализе экспериментально получаемого значения наблюдаемой величины. Итак, общие тенденции развития экспериментальной техники (повышение возможных энергий и точности измерений) обосновывают *безусловную актуальность* задачи учета радиационных поправок в практически всех современных экспериментах физики высоких энергий. В этом разделе приводятся сведения об общих принципах проведения пертурбативных расчетов и программах учета радиационных эффектов в экспериментах физики высоких энергий, входящих в сферу практической деятельности автора диссертации.

Если перенормируемость КЭД и построенный на ней аппарат электромагнитных поправок (ЭМП) известны уже довольно давно (работы Дайсона, Томонаги, Фейнмана и Швингера 1940-х гг. [74]–[78]), то только в начале 1970-х гг. (после доказательства перенормируемости теории полей Янга–Миллса т’Хоофтом [79, 80]) стало ясно, что как электрослабые поправки (ЭСП), так и поправки пертурбативной КХД можно эффективно применять для коррекции экспериментальных данных (история расчетов ЭСП и подробный анализ совокупности точных экспериментальных данных, который определяет статус ЭСП как необходимого элемента в современном эксперименте и инструмента для исследования “новой физики” в будущих экспериментах излагается, например, в [81] и [82]).

Вычисления в ходе процедуры радиационной поправки наталкиваются на трудности, связанные с расходимостями в диаграммах высших порядков. Что касается расходимости на верхнем пределе петлевых интегралов (т. н. ультрафиолетовой расходимости), то эта проблема решается с помощью процедуры перенормировки [83]. Инфракрасная расходимость (расходимость в области малых импульсов) вкладов дополнительных виртуальных частиц (V -вклада) устраняется, если учесть соответствующий вклад от тормозного излучения реальных фотонов (R -вклад). Математически инфракрасная расходимость (ИКР) либо параметризуется с помощью инфинитезимальной (бесконечно малой) массы фотона λ , либо вычисляется в рамках метода размерной регуляризации [83, 84], причем, как показано в [85], физически эти схемы эквивалентны.

Процесс перенормировки содержит определенную неоднозначность, о которой обычно говорят как о фиксации условий перенормировки. Действительно, существует свобода выбора входных независимых параметров лагранжиана и связи параметров с экспериментально определяемыми величинами. Иными словами, возникает проблема возможных различий в численных данных на однопетлевом уровне, которые должны компенсироваться

вкладом высших порядков, а однопетлевой вклад, соответственно, приобретает зависимость от схемы перенормировок. Весьма активно применяющейся схемой является \overline{MS} (minimal subtraction scheme, схема минимального вычитания) [86, 87], ставшая весьма популярной для расчетов КХД-поправок, в которых нет особенных требований при выборе энергетического масштаба при определении входных параметров, достаточно лишь обеспечения условий, необходимых для работы теории возмущений. Для КЭД и электрослабой теории такие требования существуют (естественными параметрами являются постоянная тонкой структуры, извлеченная из классического томсоновского рассеяния, и массы частиц), поэтому на роль схемы, наиболее естественной с современной точки зрения для применения как в КЭД, так и в электрослабом секторе, вероятно, более всего претендует ренормализационная схема на массовой поверхности (РМП), которая была сформулирована в [88], развита в [89, 90, 91, 92, 93, 63, 64, 65] и которая последовательно используется во всех работах автора. В соответствии с названием, в качестве входных параметров в ней используются массы частиц (фермионов, калибровочных бозонов и частицы Хиггса) и постоянная тонкой структуры α , а константа Ферми G_μ , определяемая из данных по распаду мюона, в котором W -бозон не лежит на массовой поверхности, соответственно, входным параметром не является и может быть определена через параметры РМП с учетом вклада Δr соответствующих радиационных поправок (согласно формуле (1.25) с заменой $G_\mu \rightarrow (1 - \Delta r)G_\mu$).

В течение двух десятилетий со времен первых работ по пертурбативным расчетам в КЭД [74]–[78] наблюдаемые величины основных процессов КЭД были рассчитаны, а методы вычислений ЭМП и терминология в основном определены. Один из первых детальных расчетов, который стоит отметить, был осуществлен Каханэ в 1964 г. [94]. Им были оценены однопетлевые радиационные эффекты в πe -рассеянии. В 1971 г. была опубликована работа [95], посвященная расчету ЭМП для мюон-электронного рассеяния с оригинальным решением, использующим дисперсионные соотношения. В 1969 г. Мо и Тсаи проделали расчет ЭМП [96, 97] в связи с экспериментами в SLAC [98, 99] по неполяризованному глубоконеупругому рассеянию электронов на протонах. Проблема выделения ИКР во вкладе тормозного излучения там решалась посредством введения параметра Δ , формально разделяющего области мягких и жестких фотонов. Формулы Мо–Тсаи были записаны в лабораторной системе отсчета, поэтому годились лишь для экспериментов на неподвижной мишени. Метод, разработанный в работах [96, 97], успешно применялся в анализе данных различных экспериментов, например [100, 101], однако, как показано в [102], он перестает работать при более высоких энергиях.

В работах [103]–[106] Бардиным и Шумейко был выполнен точный расчет ЭМП к процессам упругого рассеяния неполяризованных точечных частиц и сформулирован метод ковариантного расчета РП, который, в отличие от [96, 97], не оперирует с параметром “мягкости” фотона и работает в классе экспериментов, когда интегрирование R -вклада проводится по полному фазовому объему тормозного фотона. В рамках этого метода были получены точные ковариантные формулы [107, 108] для лептонных ЭМП низшего порядка для ГНР неполяризованных частиц, которые применялись для анализа экспериментов [109, 110].

В дальнейшем ковариантный метод [103]–[106] был обобщен на случай рассеяния поляризованных частиц [112]–[118]. В работах [112, 113] лептонные ЭМП в поляризационном $l^\pm N$ -ГНР найдены модельно-независимым образом и проводится анализ ЭМП к поляризационной асимметрии. На основе [112, 113, 118] проводилась процедура РП в эксперименте SMC в CERN [49, 50]. В [118] были вычислены радиационные поправки к сечениям поляризационного ГНР лептонов на легких ядрах. В [119] был получен набор приближенных формул и проведен учет вкладов мягкого многофотонного излучения. Метод [103]–[106] применялся также для расчетов РП к полуинклюзивному ГНР [120]–[122]. ЭМП к сечениям и поляризационным асимметриям в поляризационном lN -ГНР в рамках КПМ были рассчитаны в [123]. Полные ЭМП для поляризационного ГНР в кварк-партонной модели непосредственно в ультрарелятивистском приближении и с применением систем компьютерной алгебры были рассчитаны в [1–A] (особое внимание там уделялось анализу адронных поправок).

Стоит отметить работу [132], в которой высчитаны ЭМП непосредственно к функциям партонных распределений. Анализ, проведенный в ней, учитывает КЭД-эволюцию кварковых распределений, что позволяет эффективно избавиться от этой неопределенности при анализе экспериментальных данных для наблюдаемых величин в рамках КПМ (см., например, набор распределений MRST2004QED [132]).

Результаты работ [113, 118] легли в основу программы POLRAD20 [126]. Кроме того, на основе ковариантного метода был построен Монте-Карло генератор RADGEN [127] и рассчитаны РП к процессу дифракционного электроорождения векторных мезонов [128], а также и к эксклюзивному процессу рождения векторных мезонов [129]. Ковариантный метод также активно использовался для расчета РП в экспериментах по упругому электрон-протонному рассеянию на ускорителе в CEBAF [130, 131]. Альтернативно РП в этой реакции для современной постановки в рамках экспериментов G0 и Q_{Weak} были посчитаны в работе [19–A] модельно зависимо и с применением нековариант-

ного метода выделения ИКР. С помощью ковариантного метода [103]–[106] также была решена проблема сокращения ИКР при расчете ЭМП для неполяризованного мёллеровского рассеяния (программа MERA) [9–A], который лег в основу генератора радиационных событий MERADGEN [12–A].

Другой подход к расчету РП, основанный на методе структурных функций, был предложен Кураевым и Фадиным в [133] и обобщен на случай ГНР [134]. Этот метод был также использован для расчета комптоновского тензора с жестким фотоном для неполяризованных [135] и продольно поляризованных фермионов [136]. Расчет лидирующей и следующей за лидирующей поправок к радиационному хвосту от упругого пика на основе метода структурных функций можно найти в [137], а также расчет сделан в [138].

Как уже говорилось, с установлением электрослабой теории расчет ЭСП стал насущной необходимостью экспериментальной физики высоких энергий, а ЭМП со времени успешной реализации экспериментальных программ LEP и SLC рассматриваются, в основном, как частный случай ЭСП. Ренормализационная схема на массовой поверхности, наиболее естественная с современной точки зрения для применения в электрослабом секторе, впервые была сформулирована для электрослабой теории в работе [88] и впервые нашла применение к низкоэнергетическим процессам ($Q^2 \ll m_W^2$) типа распада мюона и рассеяния нейтрино [93]. В 1986 г. Бём, Холлик и Шпицбергер в работе [64] переформулировали РМП, широко обсудили ее теоретические свойства, в первую очередь связанные с тождествами Уорда–Такахаша–Славнова–Тейлора, обеспечивающими калибровочную инвариантность теории, и привели полные результаты для собственных энергий и вершинных функций, пригодных для расчетов в разных каналах. Развивая идеи этих двух работ, в 1990 г. вышли: работа [139], в которой дается всестороннее обсуждение схемы перенормировок на массовой поверхности в варианте [93], и работа Холлика [63], в которой последовательно исследуются четырехфермионные процессы типа $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, в основном, для нужд коллайдеров LEP и SLC. Наконец, отметим работу Деннера [65], в которой схема РМП сформулирована по-другому и также изучаются процессы с внешними W -бозонами.

Расчетам ЭСП для процессов рождения фермионных пар в e^+e^- -аннигиляции при энергиях и экспериментальных условиях LEP и SLC было посвящено большое число работ (в основном от пяти коллабораций), перечислим соответствующие компьютерные программы, разработанные ими для прецизионной обработки экспериментальной информации LEP и SLC: BHM и WOH [175, 176, 63], LEPTOP [177], TOPAZ0 [178], и ZFITTER [179, 180] (см. также [82]), а также более поздний результаты группы SANC [181] и программу ККМС [182], в которой используются электрослабые библиотеки

DIZET из ZFITTER. Этим коллаборациям удалось достичь впечатляющих результатов по согласованию результатов [183], во многом благодаря чему экспериментальные данные LEP и SLC были успешно обработаны.

Техника, описанная в [63, 64, 65], с успехом применялась для многочисленных расчетов ЭСП (перечислим некоторые из них): к рассеянию Баба [140, 141]; к реакциям $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ [142]; $e^+e^- \rightarrow \gamma Z^0$ [143]; $e^+e^- \rightarrow Z^0 Z^0$ [144]; для распада топ-кварка [145]; $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ в [146, 147]; для процессов $ZZ \rightarrow ZZ$ [148] и $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ [149]; реакции мёллеровского рассеяния [160], [7–А]–[9–А], [15–А, 17–А, 20–А], [23–А]–[30–А]. Радиационные поправки к наблюдаемому процессу Баба при больших углах рассеяния рассчитаны в работе [173]. Имеется работа, посвященная ЭСП процессу $\mu^+\mu^- \rightarrow H\gamma$ [174]. Надо сказать, что имеется также ряд работ с альтернативным расчетом радиационных поправок, например, ЭСП в процессе рождения слабых бозонов в e^+e^- -столкновениях получены в [171, 172].

Электрослабые и КХД радиационные эффекты в адронном секторе также активно рассчитывались. В рамках схемы РМП полные ЭСП низшего порядка (включающая тормозное излучение) для ГНР лептонов на нуклонах были представлены в работах [161, 168, 169, 170, 163] (заряженные лептоны в рассеянии с нейтральным током), [162, 167] и [3–А] (заряженные лептоны в рассеянии с заряженным током), [164, 166] и [2–А, 4–А] (нейтрино в рассеянии с заряженным и слабым токами). ЭСП в рождении одиночных W -бозонов в адронных столкновениях рассмотрены в работах [153]–[157] и [5–А, 6–А]; к процессу Дрелла–Яна в [150]–[152], [124, 158, 159] и [10–А, 13–А, 14–А, 16–А, 18–А]. КХД-поправки в процессе Дрелла–Яна изучались в работах [259, 260, 261] (см. также большой список работ, цитируемых там) и [21–А, 22–А], а для сходного процесса с заряженным током, например, в [262, 263].

ГЛАВА 2

ПРЕЦИЗИОННЫЙ РАСЧЕТ НАБЛЮДАЕМЫХ ВЕЛИЧИН В ПОЛЯРИЗАЦИОННОМ МЁЛЛЕРОВСКОМ РАССЕЙНИИ

2.1 Введение

Рассеяние двух тождественных фермионов уже многие годы привлекает к себе как теоретический, так и экспериментальный интерес. В начале 1930-х было впервые теоретически рассчитано сечение рассеяния электронов на электронах, т.н. мёллеровское рассеяние, на борновском уровне в рамках квантовой электродинамики с неполяризованными частицами [184] (К. Мёллер, 1932). Только через двадцать лет (к тому времени процедура перенормировки в электродинамике была в основном разработана) неполяризованное мёллеровское рассеяние было изучено с точностью до электромагнитных поправок первого порядка, впервые это сделал М. Рэдхэд [185]. Подробно вклад в мёллеровское рассеяние дополнительных виртуальных и реальных мягких фотонов исследовал Р. Половин [186]. Далее, Тсаи [187] в 1960 г. предложил последовательный подход для сокращения ИКР при расчете сечения неполяризованного мёллеровского рассеяния с учетом однопетлевых электромагнитных поправок. Учет поляризации в мёллеровском рассеянии впервые был произведен в работах ДеРаада мл. и Нг [188], [189], где были использованы результаты, ранее полученные в работах [96] и [190]. Поперечная поляризация в мёллеровском рассеянии исследовалась в работе [191] методом радиаторных функций. Другим методом (спиральных амплитуд) [192, 190] группой CALCUL были получены т.н. спиральные амплитуды мёллеровского рассеяния с излучением дополнительных реальных фотонов, эти результаты были впоследствии подтверждены расчетом с применением т.н. диагонального спинового базиса [111] в работе [193]. Распределение по углам и энергиям реальных фотонов в мёллеровском рассеянии изучалось в [194].

Теоретические исследования, описанные выше, позволили экспериментально реализовать изучение процесса мёллеровского рассеяния для точного определения поляризации электронного пучка (поляриметрии), которое осуществлялось, например, в экспериментах: SLC [195], E-143 [196] и E-154 [197] в SLAC, в нескольких экспериментах в Лаборатории им. Джефферсона (JLab) [198] и MIT-Bates [199]. Мёллеровский поляриметр может быть использован также в планируемых экспериментах на ILC [206]. При энергиях вышеупомя-

нутых экспериментов для обеспечения требуемой точности достаточно знать однопетлевые ЭП.

Далее эксперимент E-158 в SLAC [207]–[210], в котором изучалось мёллеровское рассеяние поляризованных электронов с энергиями 45–48 ГэВ на неполяризованных электронах водородной мишени, позволил получить с беспрецедентной точностью значение одного из важнейших параметров стандартной модели (СМ) – синуса угла Вайнберга – в области низких энергий [211]. Аналогичный эксперимент следующего поколения MOLLER [212] с пучком 11 ГэВ, который планируется осуществить в скором будущем в JLab, позволит измерить наблюдаемую асимметрию на новом уровне чувствительности 0.73×10^{-9} . Это даст возможность измерить слабый заряд электрона с относительной погрешностью 2.3% и определить угол смешивания с точностью ± 0.00026 (стат.) ± 0.00013 (сист.).

Поскольку мёллеровское рассеяние с экспериментальной точки зрения – очень “чистый” процесс с хорошо выраженной возможностью детектирования конечных частиц и легко подавляемым фоном, отклонения от СМ (т.е. сигналы “новой” физики) достаточно легко зафиксировать. Спектр новых явлений, которые могут быть открыты при прецизионном изучении мёллеровского рассеяния (суперсимметрия [213], дополнительный нейтральный Z' -бозон, композитность лептонов, эффекты аномального анапольного момента, скаляры с двойным зарядом, проявления дополнительных размерностей, билептоны, контактные взаимодействия [30]–[32], [214, 215] и т.д.), чрезвычайно широк. Мёллеровское рассеяние, таким образом, представляет существенный интерес в физике на масштабе ТэВных энергий и играет существенную дополнительную роль к программе исследований Большого адронного коллайдера.

Очевидно, что для того, чтобы получить надежную информацию из экспериментальных данных, необходимо учесть все существующие вклады в наблюдаемые величины, более сложные по структуре (так называемые эффекты высших порядков), но экспериментально от него неотличимые. Эта процедура (называемая процедурой радиационной поправки) является неотъемлемой частью любого современного эксперимента, тем более такого “чистого” процесса, как мёллеровское рассеяние, и при низких энергиях (как E-158 и ультраточный 11 ГэВный эксперимент MOLLER в JLab), и при высоких энергиях планируемых экспериментов в мёллеровской моде на ILC.

Один из первых расчетов электрослабых поправок к наблюдаемым величинам мёллеровского рассеяния был сделан Марсиано и Чарнецким в работе [215]. В соответствии с этим расчетом нарушающая четность асимметрия в области эксперимента E-158 должна уменьшаться за счет ЭСП на $40 \pm 3\%$. В работе Деннера и Поццорини [160] ЭСП изучались для произвольной энер-

гии начальных электронов, включая большие значения (планируемая область ILC). В вышеназванных работах были использованы различные ренормализационные схемы: в [215] – \overline{MS} , а в [160] – ренормализационная схема на массовой поверхности (РМП). Стоит заметить, что в этих работах были включены не все вклады в ЭСП, например, полностью игнорировался вклад жесткого тормозного излучения, которое впервые для интересующего нас процесса (в эксперименте E-158) было учтено в работе Петриелло [216]. Позднее в работах [7–A], [8–A], также посвященных расчету ЭСП для эксперимента E-158, и где применялся ковариантный метод выделения инфракрасной расходимости [103]–[106] и РМП, было получено хорошее согласие с [215, 160, 216] для основных вкладов в ЭСП. Наконец, в работе [20–A] впервые рассчитаны ЭСП для эксперимента MOLLER, там применялась РМП с перенормировочными условиями Деннера.

Расчет ЭСП к мёллеровскому рассеянию для сверхвысоких энергий ILC был предпринят также в работе [15–A]. Там, как и в работах [160, 216], был использован параметр ω , который разделяет области мягких и жестких фотонов, и применялась Монте-Карло-техника для интегрирования по фазовому пространству жесткого фотона, что существенно расширило возможности применения данного подхода. Для оценки наиболее важной при высокой энергии части ЭСП, соответствующей боксам с двумя массивными бозонами, применялся асимптотический метод [13–A], и численно было получено хорошее согласие результатов [15–A] и [160].

Электромагнитная часть ЭСП, которая доминирует в области низких энергий над слабой частью, но, взятая отдельно, не дает вклада в нарушающие четность наблюдаемые и важна, например, для целей поляриметрии, была оценена с помощью ковариантного метода в работе [217]. Другой расчет был предпринят в [9–A], где основное внимание уделено нахождению компактных, удобных для численной оценки выражений и исследованию эффектов зависимости от экспериментальных ограничений на неупругость или квадрат потерянной массы. На основе этого расчета был построен Монте-Карло-генератор MERADGEN [12–A], полезный для определения поляризации электронного пучка.

Наконец, несмотря на весьма существенные усилия, предпринятые, чтобы надежно оценить ЭСП к мёллеровскому процессу с поляризацией, были очевидны, по крайней мере, три причины для мотивации серии новых расчетов [20–A], [23–A], [24–A], [29–A]. Во-первых, важно было провести расчет в РМП с разными наборами ренормализационных условий и получить точное совпадение для полной поправки (не имея, вообще говоря, совпадения для отдельных вкладов). Во-вторых, рассчитать полные однопетлевые ЭСП,

концентрируясь на точности, хотя бы двумя способами, например: точно, без всяких приближений, используя современные вычислительные возможности, точнее – компьютерные коды FeynArts и FormCalc [218] (будем обозначать этот расчет аббревиатурой ЕС – exact calculation), и приближенно, получив как результат весьма компактные формулы, удобные для анализа и “быстрой” оценки радиационных эффектов (обозначаем аббревиатурой АС – approximate calculation). Таким образом, получив совпадение, легко контролировать точность на однопетлевом уровне. В-третьих, требуется получить результат, полностью (аналитически и численно) свободный от каких-либо нефизических параметров (фотонной “мягкости” и т.д.) и двойных коллинеарных логарифмов. Далее подробно излагается мотивированный этими причинами последовательный прецизионный расчет наблюдаемых величин поляризованного мёллеровского рассеяния при различных энергиях: от невысоких значений энергий экспериментов в SLAC и JLab до коллайдерных энергий ILC.

2.2 Борновское сечение. Основные обозначения

В СМ борновское сечение для поляризационного мёллеровского рассеяния

$$e^-(k_1) + e^-(p_1) \rightarrow e^-(k_2) + e^-(p_2) \quad (2.1)$$

в ультрарелятивистском приближении (УРП) может быть представлено следующей формулой:

$$\sigma^0 = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{i,j=\gamma,Z} [\lambda_-^{i,j}(u^2 D^{it} D^{jt} + t^2 D^{iu} D^{ju}) + \lambda_+^{i,j} s^2 (D^{it} + D^{iu})(D^{jt} + D^{ju})], \quad (2.2)$$

где $\sigma \equiv d\sigma/d\cos\theta$, θ – угол рассеяния детектируемого электрона с 4-импульсом k_2 в с.ц.м. начальных электронов с 4-импульсами $(k_1$ и $p_1)$. Они и 4-импульсы конечных электронов $(k_2$ и $p_2)$ (см. рис. 2.1) образуют стандартный набор переменных Мандельштама:

$$s = (k_1 + p_1)^2, \quad t = (k_1 - k_2)^2, \quad u = (k_2 - p_1)^2. \quad (2.3)$$

Часто используемая в работе структура

$$D^{ir} = \frac{1}{r - m_i^2} \quad (i = \gamma, Z; r = t, u) \quad (2.4)$$

зависит от массы Z -бозона m_Z и фотона m_γ , которая полагается равной нулю везде, кроме особо оговоренных случаев использования массы фотона как

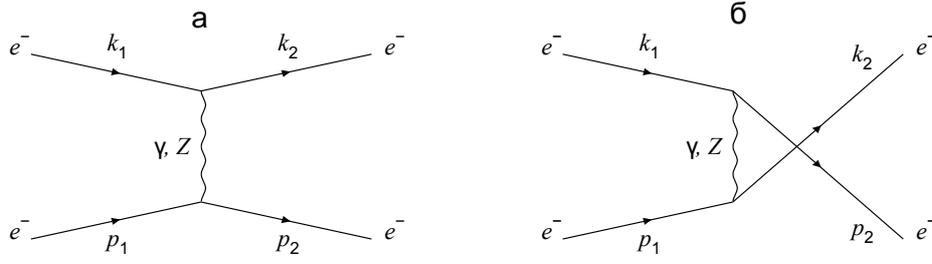


Рисунок 2.1 – Диаграммы, описывающие безрадиационное мёллеровское рассеяние в t -канале (а) и u -канале (б)

инфинитезимального параметра для регуляризации инфракрасной расходимости.

В процессе квадрирования матричных элементов удобно пользоваться приближенным соотношением

$$\rho^{ij}(k_1) = (v^i - a^i \gamma_5) \rho(k_1) (v^j + a^j \gamma_5) = \frac{1}{2} (\lambda_{1B}^{ij} - \lambda_{2B}^{ij} \gamma_5) \hat{k}_1 + O(m) \quad (2.5)$$

(и аналогичным для $\rho^{ij}(p_1)$), которое связывает γ -матрицы, матрицы плотности начальных частиц $\rho(k_1)$ и $\rho(p_1)$, а также константы связи и степени поляризации электронов пучка (мишени) $p_{B(T)}$, которые, в свою очередь, присутствуют в сечениях только в строго определенных комбинациях. Функции

$$\lambda_{\pm}^{i,k} = \lambda_{1B}^{i,k} \lambda_{1T}^{i,k} \pm \lambda_{2B}^{i,k} \lambda_{2T}^{i,k}, \quad (2.6)$$

представляют собой комбинацию констант связи и $p_{B(T)}$ – степеней поляризации электронов с 4-импульсом k_1 (p_1):

$$\lambda_{1B(T)}^{i,j} = \lambda_V^{i,j} - p_{B(T)} \lambda_A^{i,j}, \quad \lambda_{2B(T)}^{i,j} = \lambda_A^{i,j} - p_{B(T)} \lambda_V^{i,j}, \quad (2.7)$$

$$\lambda_V^{i,j} = v^i v^j + a^i a^j, \quad \lambda_A^{i,j} = v^i a^j + a^i v^j, \quad (2.8)$$

где

$$v^\gamma = 1, \quad a^\gamma = 0, \quad v^Z = (I_e^3 + 2s_W^2)/(2s_W c_W), \quad a^Z = I_e^3/(2s_W c_W). \quad (2.9)$$

Напомним, что $I_e^3 = -1/2$ и s_W (c_W) – это синус (косинус) угла Вайнберга, которые выражены через массы Z - и W -бозона согласно правилам СМ (1.24). Во всех расчетах последовательно использовались правила Фейнмана, приведенные в работе [64], или идентичные им из [65].

Степени поляризации электронов $p_{B(T)}$ в сечениях будут обозначаться следующим образом: нижние индексы сечений L и R означают $p_{B(T)} = -1$ и

$p_{B(T)} = +1$ соответственно; первый индекс указывает степень поляризации с 4-импульсом k_1 , второй – с 4-импульсом p_1 . Отметим, что вклад в сечение (2.2), соответствующий обмену фотонами, полностью совпадает с результатом работы [217]; достигнуто также согласие с результатами работы [215] для сечений $d\sigma_{LL}/dy$, $d\sigma_{RR}/dy$, $d\sigma_{RL}/dy = d\sigma_{LR}/dy$, где $y = -t/s$.

Комбинируя степени поляризации электронных пучков, можно получить четыре измеряемые сечения, причем, благодаря статистике Ферми, два из них одинаковы: $\sigma_{LR} = \sigma_{RL}$. Из оставшихся трех сечений можно построить три независимые асимметрии [203], одна из них

$$A_1 = \frac{\sigma_{LL} + \sigma_{LR} - \sigma_{RL} - \sigma_{RR}}{\sigma_{LL} + \sigma_{LR} + \sigma_{RL} + \sigma_{RR}} = \frac{\sigma_{LL} - \sigma_{RR}}{\sigma_{LL} + 2\sigma_{LR} + \sigma_{RR}}, \quad (2.10)$$

– главный объект исследования. В силу пропорциональности разности сечений $\sigma_{LL} - \sigma_{RR}$ асимметрии пропорциональны комбинации $1 - 4s_W^2$ и, следовательно, чрезвычайно чувствительны к малым изменениям величины s_W , именно благодаря этому факту асимметрия A_1 , которая при невысоких энергиях в борновском приближении выглядит как

$$A_1^0 = \frac{s}{2m_W^2 s_W^2} \frac{y(1-y)}{1+y^4+(1-y)^4} (1-4s_W^2), \quad (2.11)$$

и использовалась в эксперименте E-158 как основная наблюдаемая. Асимметрия A_1 имеет замечательное качество, основанное на ее структуре: поскольку она состоит только из комбинаций $\sigma_{LL} + \sigma_{LR}$ и $\sigma_{RL} + \sigma_{RR}$, которые можно интерпретировать как сечения рассеяния электрона с поляризацией $p_B = -1$ и $p_B = +1$ на неполяризованном электроне, то ее часто рассматривают как асимметрию с одиночной поляризацией (singly-polarized), в отличие от асимметрии

$$A_{LR} = \frac{\sigma_{LR} - \sigma_{LL}}{\sigma_{LR} + \sigma_{LL}}, \quad (2.12)$$

состоящей из сечений рассеяния электронов с различными поляризациями (doubly-polarized). Последняя (сохраняющая четность) асимметрия – важная наблюдаемая, например, при определении поляризации электронного пучка с помощью мёллеровского поляриметра (см. многочисленные ссылки выше, а также [9–A] и [12–A]). В ультрарелятивистском приближении борновская асимметрия не зависит от энергий и выглядит довольно просто:

$$A_{LR}^0 = \frac{y(1-y)(y^2 - y + 2)}{(1 + y(y - 1))^2} = \frac{\sin^2 \theta (7 + \cos^2 \theta)}{(3 + \cos^2 \theta)^2}. \quad (2.13)$$

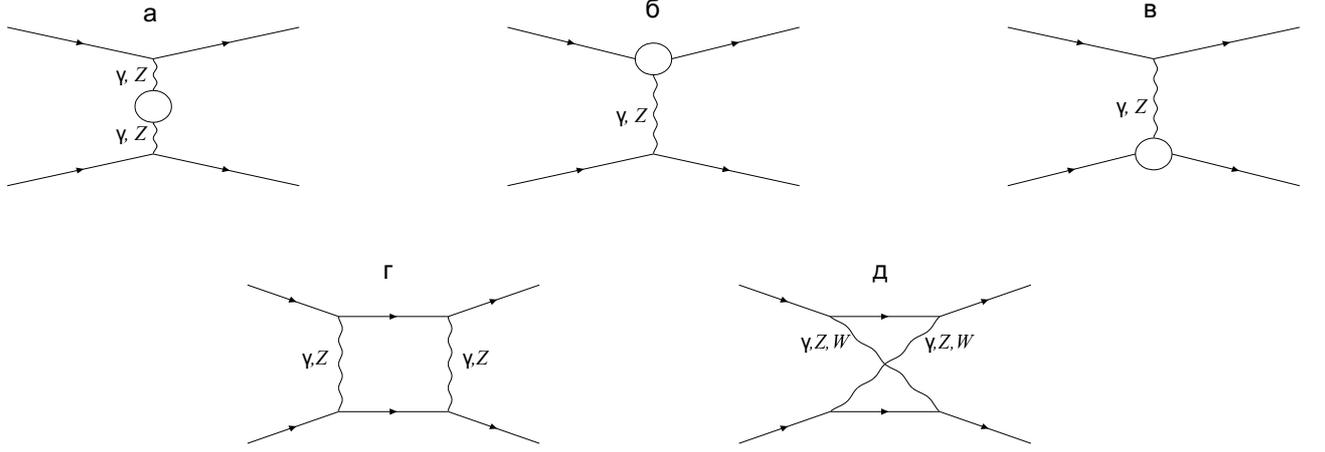


Рисунок 2.2 – Однопетлевые t -канальные диаграммы для процесса $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$: вклады собственных энергий и вершинных функций обозначены кружками, u -канальные диаграммы получают из приведенных заменами $k_2 \leftrightarrow p_2$.

2.3 Вклады от дополнительных виртуальных частиц

Вклад дополнительных виртуальных частиц (V -вклад) представлен тремя классами диаграмм (см. рис. 2.2): это бозонные собственные энергии (boson self-energies, BSE), вершинные функции и двухбозонный обмен (боксы). В РМП нет вкладов от электронных собственных энергий. Соответствующее сечение выглядит как сумма всех вкладов:

$$\sigma^V = \sigma^{\text{BSE}} + \sigma^{\text{Ver}} + \sigma^{\text{Box}}. \quad (2.14)$$

2.3.1 Бозонные собственные энергии

BSE-вклады символически показаны на рис. 2.2 (а). Сечение, им соответствующее, не содержит ИКР и имеет следующий вид:

$$\sigma^{\text{BSE}} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{l=1}^8 M_l^S + (t \leftrightarrow u), \quad (2.15)$$

где M_l^S выражаются через пропагаторные структуры (2.4) и функции $M_{\text{ev,od}}$:

$$M_{\text{ev}}^{ijkl} = 2(s^2 + u^2)\lambda_{1B}^{ij}\lambda_{1T}^{kl} + 2(s^2 - u^2)\lambda_{2B}^{ij}\lambda_{2T}^{kl}, \quad (2.16)$$

$$M_{\text{od}}^{ijkl} = -2s^2(\lambda_{1B}^{ij}\lambda_{1T}^{kl} + \lambda_{2B}^{ij}\lambda_{2T}^{kl}), \quad (2.17)$$

следующим образом:

$$\begin{aligned}
M_1^S &= D^{\gamma t} D_S^{\gamma Z t} (M_{\text{ev}}^{\gamma\gamma Z\gamma} + M_{\text{ev}}^{Z\gamma\gamma\gamma}), \\
M_2^S &= -D^{\gamma u} D_S^{\gamma Z t} (M_{\text{od}}^{\gamma\gamma Z\gamma} + M_{\text{od}}^{Z\gamma\gamma\gamma}), \\
M_3^S &= D^{Z t} D_S^{\gamma Z t} (M_{\text{ev}}^{\gamma Z Z Z} + M_{\text{ev}}^{Z Z \gamma Z}), \\
M_4^S &= -D^{Z u} D_S^{\gamma Z t} (M_{\text{od}}^{\gamma Z Z Z} + M_{\text{od}}^{Z Z \gamma Z}), \\
M_5^S &= D^{\gamma t} (D_S^{\gamma\gamma t} M_{\text{ev}}^{\gamma\gamma\gamma\gamma} + D_S^{Z Z t} M_{\text{ev}}^{Z\gamma Z\gamma}), \\
M_6^S &= -D^{\gamma u} (D_S^{\gamma\gamma t} M_{\text{od}}^{\gamma\gamma\gamma\gamma} + D_S^{Z Z t} M_{\text{od}}^{Z\gamma Z\gamma}), \\
M_7^S &= D^{Z t} (D_S^{\gamma\gamma t} M_{\text{ev}}^{\gamma Z \gamma Z} + D_S^{Z Z t} M_{\text{ev}}^{Z Z Z Z}), \\
M_8^S &= -D^{Z u} (D_S^{\gamma\gamma t} M_{\text{od}}^{\gamma Z \gamma Z} + D_S^{Z Z t} M_{\text{od}}^{Z Z Z Z}).
\end{aligned}$$

Здесь комбинации

$$D_S^{ijl} = -D^{il} \hat{\Sigma}_T^{ij}(r) D^{jl} \quad (2.18)$$

связаны с выражениями $\hat{\Sigma}_T^{ij}(r)$, которые представляют собой поперечные части перенормированных $\gamma\gamma$, ZZ и γZ -собственных энергий. Как видно из формулы (2.18), в $\hat{\Sigma}_T^{ij}(r)$ не входят пропагаторные структуры и множитель $i^2 = -1$, т.е. они соответствуют так называемым усеченным (truncated) собственным энергиям, по правилам Фейнмана формально соответствующим интегралу по двум замкнутым линиям в фермионной (или W -бозонной) петле. Продольные части BSE пропорциональны m^2/t или m^2/u и поэтому численно малы; далее они не рассматриваются.

2.3.2 РМП, калибровочная инвариантность и зависимость от ренормализационных условий

Продемонстрируем результат применения различных ренормализационных условий: Холлика [63] (см. также [64]) и Деннера [65] в рамках РМП. В обоих подходах используются мультипликативные константы перенормировки и, как результат, электрослабый лагранжиан, изначально записанный в терминах “голых” параметров, разделяется на основной лагранжиан и часть контрчленов (counterterm Lagrangian). Основной лагранжиан имеет в точности такую же форму, что и “голый”, но зависит от перенормировочных параметров и полей. Перенормировочные константы масс, зарядов и полей в контрчленах фиксируются условиями перенормировки, которые разделяются на два класса: 1) перенормировку параметров, которая определяет физические наблюдаемые в заданном порядке теории возмущений, и 2) перенормиров-

ку полей, которая определяет функции Грина и не отражается на расчете элементов S -матрицы.

Оба подхода ([63] и [65]) однотипно вводят ренормализационные условия для фиксации параметров СМ:

$$\begin{aligned} \text{Re}\hat{\Sigma}_T^W(m_W^2) &= \text{Re}\hat{\Sigma}_T^{ZZ}(m_Z^2) = \text{Re}\hat{\Sigma}^f(m_f^2) = 0, \\ \hat{\Gamma}_\mu^{ee\gamma}(k^2=0, p^2=m^2) &= ie\gamma_\mu. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Первое условие фиксирует перенормировку масс W -, Z -бозонов и фермионов без перемешивания кварков. Второе фиксирует перенормировку электрического заряда и извлекается из томсоновского предела для $k^2=0$ и электронов на массовой поверхности.

Что касается перенормировки полей, то к этой проблеме авторы [63] и [65] подходят совершенно по-разному. Ренормализационные условия Холлика (РУХ) задаются так, что перенормировочные константы поля определяются из выражений

$$\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(0) = 0, \quad \frac{\partial}{\partial k^2}\hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma}(0) = 0, \quad (2.20)$$

в то время как в случае ренормализационных условий Деннера (РУД) перенормировка полей осуществляется на массовой поверхности, как это было сделано для параметров СМ. Это требует в добавление к (2.19) и (2.20) выполнения следующих условий:

$$\text{Re}\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(m_Z^2) = 0, \quad \text{Re}\frac{\partial}{\partial k^2}\hat{\Sigma}_T^{ZZ}(m_Z^2) = 0, \quad \text{Re}\frac{\partial}{\partial k^2}\hat{\Sigma}_T^W(m_W^2) = 0. \quad (2.21)$$

В результате для РУД перенормировочные константы полей векторных бозонов рассчитываются сравнительно несложно, без участия констант перенормировки масс:

$$\begin{aligned} \delta Z_\gamma^D &= -\frac{\partial}{\partial k^2}\Sigma_T^{\gamma\gamma}(0), \quad \delta Z_Z^D = -\text{Re}\frac{\partial}{\partial k^2}\Sigma_T^{ZZ}(m_Z^2), \\ \delta Z_W^D &= -\text{Re}\frac{\partial}{\partial k^2}\Sigma_T^W(m_W^2), \\ \delta Z_{Z\gamma}^D &= \frac{2}{m_Z^2}\Sigma_T^{\gamma Z}(0), \quad \delta Z_{\gamma Z}^D = -\frac{2}{m_Z^2}\text{Re}\Sigma_T^{\gamma Z}(m_Z^2), \end{aligned} \quad (2.22)$$

где они представлены через “усеченные” перенормированные собственные энергии. По сравнению с РУХ, где перенормировочные условия (2.21) не вводятся, полевые константы перенормировки определяются немного по-

другому и зависят от констант перенормировки массы:

$$\begin{aligned}
\delta Z_\gamma^H &= -\frac{\partial}{\partial k^2} \Sigma_T^{\gamma\gamma}(0), \quad \delta Z_{Z\gamma}^H = \frac{c_W s_W}{c_W^2 - s_W^2} (\delta Z_Z^H - \delta Z_\gamma^H), \\
\delta Z_Z^H &= \frac{\partial}{\partial k^2} \Sigma_T^{\gamma\gamma}(0) - 2 \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W c_W} \frac{\Sigma_T^{\gamma Z}(0)}{m_Z^2} + 2 \frac{c_W^2 - s_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta m_Z^2}{m_Z^2} - \frac{\delta m_W^2}{m_W^2} \right), \\
\delta Z_W^H &= \frac{\partial}{\partial k^2} \Sigma_T^{\gamma\gamma}(0) - 2 \frac{c_W}{s_W} \frac{\Sigma_T^{\gamma Z}(0)}{m_Z^2} + \frac{c_W^2}{s_W^2} \left(\frac{\delta m_Z^2}{m_Z^2} - \frac{\delta m_W^2}{m_W^2} \right). \quad (2.23)
\end{aligned}$$

Присутствие констант перенормировки массы в перенормировке полей (2.23) увеличивает значение перенормированных “усеченных” BSE и, как следствие, вкладов от этого типа диаграмм в наблюдаемые величины. В РУД константы перенормировки массы появляются, наоборот, в перенормированных электрослабых вершинах. Только в сумме собственные энергии и вершинные функции дают калибровочно-инвариантный набор, и, конечно, разделение радиационных вкладов в наблюдаемые величины на части, по отдельности не наблюдаемые, не имеет физического смысла.

Нетрудно связать перенормированные “усеченные” собственные энергии для обоих подходов: для $\gamma\gamma$ -BSE они не отличаются, $\hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma,D}(r) = \hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma,H}(r)$, а для γZ -BSE и ZZ -BSE эта связь имеет вид

$$\frac{\hat{\Sigma}_T^{ZZ,D}(r)}{r - m_Z^2} = \frac{\hat{\Sigma}_T^{ZZ,H}(r)}{r - m_Z^2} + c^{ZZ}, \quad \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z,D}(r)}{r} = \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z,H}(r)}{r} + c^{\gamma Z}. \quad (2.24)$$

Константы c^{ij} зависят от выбора параметров СМ. При значениях, которые выбираются в этой главе (см. ниже), $c^{ZZ} \approx 0.041$, $c^{\gamma Z} \approx 0.0205$.

2.3.3 Относительная поправка к асимметрии от BSE

Определим физический вклад в наблюдаемую асимметрию A_1 (далее в этой и следующей главах просто “асимметрия”) как относительную поправку к борновской асимметрии

$$\delta_A^C = (A_1^C - A_1^0)/A_1^0, \quad (2.25)$$

где индекс $C = \text{BSE}, \text{Ver}, \text{Box}, \dots$ обозначает конкретный вклад. Пусть индексы γSE , $\gamma Z\text{SE}$ и $Z\text{SE}$ обозначают $\gamma\gamma$, γZ и ZZ -BSE-вклады соответственно. Далее в этом разделе предположим, что энергии начальных электронов невысокие, что соответствует экспериментальным условиям E-158 или MOLLER.

Проследим, как влияет на асимметрию $Z\text{SE}$ -вклад:

$$\delta_A^{Z\text{SE}} = \frac{A_1^{Z\text{SE}} - A_1^0}{A_1^0} = \frac{(\sigma^0 + \sigma^{Z\text{SE}})|_-}{\sigma_{00}^0 + \sigma_{00}^{Z\text{SE}}} - \frac{\sigma^0|_-}{\sigma_{00}^0} \approx \frac{\sigma^{Z\text{SE}}|_-}{\sigma^0|_-}. \quad (2.26)$$

Операция $E|_-$ означает $E_{LL} - E_{RR}$. Нижний индекс 00 обозначает сечение для неполяризованных частиц. Приблизительное равенство в (2.26) возможно потому, что отношение $\sigma_{00}^{ZSE}/\sigma_{00}^0$ очень мало. Знаменатель последнего выражения рассчитывается непосредственно из (2.2):

$$\begin{aligned}\sigma^0|_- &= 16\pi\alpha^2 v^Z a^Z s (D^{\gamma t} + D^{\gamma u})(D^{Zt} + D^{Zu}) \approx \\ &\approx -32\pi\alpha^2 v^Z a^Z \frac{s}{m_Z^2} (D^{\gamma t} + D^{\gamma u}).\end{aligned}\quad (2.27)$$

После некоторых упрощений числитель выражения (2.26) принимает вид

$$\begin{aligned}\sigma^{ZSE}|_- &\approx \frac{\pi\alpha^2}{s} D_S^{ZZt} (D^{\gamma t} M_{\text{ev}}^{Z\gamma Z\gamma} - D^{\gamma u} M_{\text{od}}^{Z\gamma Z\gamma})|_- + (t \leftrightarrow u) \approx \\ &\approx -16\pi\alpha^2 v^Z a^Z \frac{s}{m_Z^4} (D^{\gamma t} + D^{\gamma u})(\hat{\Sigma}_T^{ZZ}(t) + \hat{\Sigma}_T^{ZZ}(u))\end{aligned}\quad (2.28)$$

и, наконец, находим простое выражение для относительной поправки к асимметрии от определенного вклада (ZSE):

$$\delta_A^{ZSE} \approx \frac{\hat{\Sigma}_T^{ZZ}(t) + \hat{\Sigma}_T^{ZZ}(u)}{2m_Z^2}.\quad (2.29)$$

Численные значения для относительной поправки к асимметрии напрямую зависят от значения функции $\hat{\Sigma}_T^{ZZ}$, которая различна в разных ренормализационных условиях. Так, в кинематической точке эксперимента MOLLER ($E_{\text{lab}} = 11$ ГэВ, $\theta = 90^\circ$, $t = u = -mE_{\text{lab}} = t_0 \approx -0.00562$ ГэВ²) были получены следующие значения:

$$\delta_A^{ZSE} = \begin{cases} 0.0309 & \text{для РУХ,} \\ -0.0105 & \text{для РУД.} \end{cases}$$

Нетрудно проверить, что эти числа находятся в строгом соответствии с полученным ранее соотношением между $\hat{\Sigma}_T^{ZZ}$ в разных ренормализационных условиях (2.24), так

$$\delta_A^{ZSE}(\text{РУД}) - \delta_A^{ZSE}(\text{РУХ}) \approx \frac{1}{m_Z^2} (\hat{\Sigma}_T^{ZZ,D}(t_0) - \hat{\Sigma}_T^{ZZ,H}(t_0)) \approx -c^{ZZ}.\quad (2.30)$$

Действуя по схожему сценарию, получим γZSE -вклад:

$$\begin{aligned}\sigma^{\gamma ZSE}|_- &\approx \frac{\pi\alpha^2}{s} D_S^{\gamma Zt} [D^{\gamma t} (M_{\text{ev}}^{\gamma\gamma Z\gamma} + M_{\text{ev}}^{Z\gamma\gamma\gamma}) - D^{\gamma u} (M_{\text{od}}^{\gamma\gamma Z\gamma} + M_{\text{od}}^{Z\gamma\gamma\gamma})]|_- + \\ &+(t \leftrightarrow u) \approx 16\pi\alpha^2 a^Z \frac{s}{m_Z^2} (D^{\gamma t} + D^{\gamma u}) \left(\frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(t)}{t} + \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(u)}{u} \right),\end{aligned}\quad (2.31)$$

тогда

$$\delta\gamma_A^{ZSE} \approx -\frac{1}{2v^Z} \left(\frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(t)}{t} + \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(u)}{u} \right). \quad (2.32)$$

Численная оценка для эксперимента MOLLER дает

$$\delta\gamma_A^{ZSE} = \begin{cases} -0.6028 & \text{для РУХ,} \\ -0.2909 & \text{для РУД.} \end{cases}$$

Видно, что относительная поправка к асимметрии напрямую зависит от перенормированных BSE и чрезвычайно чувствительна к выбору ренормализационных условий. Несмотря на значительную численную величину последнего рассмотренного вклада, он, как уже отмечалось выше, не может рассматриваться как “основной”. Только в сумме всех вкладов, образующих калибровочно-инвариантный набор, можно получить точный и не зависящий от ренормализационных условий результат, имеющий физический смысл.

Кроме подтверждения вышеприведенных теоретических предсказаний, проверка независимости ЭСП от ренормализационных условий, описанная в этой главе, существенно помогла отладить программу численного анализа как для точного расчета, так и для приближенного. Считаем, что такая проверка может быть весьма полезным элементом расчета ЭСП, претендующего на точность и надежность.

В заключение заметим, что все вклады в асимметрию, обладающие свойством (2.26), входят в общую относительную поправку в виде суммы, например, $\delta\gamma_A^{ZSE+ZSE} \approx \delta\gamma_A^{ZSE} + \delta\gamma_A^{ZSE}$. Далее такие вклады будут называться аддитивными.

2.3.4 Электронные вершинные функции

Для того, чтобы рассчитать вклад от электронных вершинных функций (диаграммы (б) и (в) на рис. 2.2), используются формакторные обозначения $\delta F_{V,A}^{je}$ в духе работы [64]. Заменяя константы связи v^j , a^j на эти формфакторы (например, $v^{\gamma(Z)} \rightarrow \delta F_V^{\gamma(Z)e}$, $a^{\gamma(Z)} \rightarrow \delta F_A^{\gamma(Z)e}$) в соответствующих слагаемых борновских функций $M_{\text{ev,od}}$, получим вершинную часть сечения в виде

$$\sigma^{\text{Ver}} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{l=1}^4 M_l^V + (t \leftrightarrow u), \quad (2.33)$$

где

$$\begin{aligned} M_1^V &= D^{\gamma t} (D^{\gamma t} (M_{\text{ev}}^{F\gamma\gamma\gamma} + M_{\text{ev}}^{\gamma F\gamma}) - D^{\gamma u} (M_{\text{od}}^{F\gamma\gamma\gamma} + M_{\text{od}}^{\gamma F\gamma})), \\ M_2^V &= D^{\gamma t} (D^{Zt} (M_{\text{ev}}^{F\gamma Z\gamma Z} + M_{\text{ev}}^{\gamma Z F\gamma Z}) - D^{Zu} (M_{\text{od}}^{F\gamma Z\gamma Z} + M_{\text{od}}^{\gamma Z F\gamma Z})), \\ M_3^V &= D^{Zt} (D^{\gamma t} (M_{\text{ev}}^{F^Z\gamma Z\gamma} + M_{\text{ev}}^{Z\gamma F^Z\gamma}) - D^{\gamma u} (M_{\text{od}}^{F^Z\gamma Z\gamma} + M_{\text{od}}^{Z\gamma F^Z\gamma})), \\ M_4^V &= D^{Zt} (D^{Zt} (M_{\text{ev}}^{F^Z Z Z Z} + M_{\text{ev}}^{Z Z F^Z Z}) - D^{Zu} (M_{\text{od}}^{F^Z Z Z Z} + M_{\text{od}}^{Z Z F^Z Z})), \end{aligned} \quad (2.34)$$

и

$$\lambda_V^{F^{i,j}} = \delta F_V^i v^j + \delta F_A^i a^j, \quad \lambda_A^{F^{i,j}} = \delta F_V^i a^j + \delta F_A^i v^j. \quad (2.35)$$

В случае наличия в пропагаторе виртуального фотона ($i = \gamma$ в (2.4)), вершины выглядят так:

$$\delta F_V^\gamma = \frac{\alpha}{4\pi} \left[\Lambda_1 + ((v^Z)^2 + (a^Z)^2) \Lambda_2(t, m_Z) + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3(t, m_W) \right], \quad (2.36)$$

$$\delta F_A^\gamma = \frac{\alpha}{4\pi} \left[2v^Z a^Z \Lambda_2(t, m_Z) + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3(t, m_W) \right], \quad (2.37)$$

а для Z -бозона ($i = Z$ в (2.4)) получаем

$$\begin{aligned} \delta F_V^Z &= \frac{\alpha}{4\pi} \left[v^Z \Lambda_1 + v^Z ((v^Z)^2 + 3(a^Z)^2) \Lambda_2(t, m_Z) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(t, m_W) - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(t, m_W) \right], \end{aligned} \quad (2.38)$$

$$\begin{aligned} \delta F_A^Z &= \frac{\alpha}{4\pi} \left[a^Z \Lambda_1 + a^Z (3(v^Z)^2 + (a^Z)^2) \Lambda_2(t, m_Z) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(t, m_W) - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(t, m_W) \right]. \end{aligned} \quad (2.39)$$

Выражение Λ_1 соответствует вкладу треугольных диаграмм с дополнительным виртуальным фотоном, Λ_2 – с дополнительным массивным бозоном – Z или W и, наконец, Λ_3 соответствует 3-бозонным вершинам – $WW\gamma$ или WWZ .

Далее, представим вершинный вклад как сумму слагаемого, содержащего ИКР и конечной части, используя тождественное преобразование

$$\sigma^{\text{Ver}} = (\sigma^{\text{Ver}} - \sigma^{\text{Ver}}(\lambda^2 \rightarrow s)) + \sigma^{\text{Ver}}(\lambda^2 \rightarrow s) = \sigma_{\text{IR}}^{\text{Ver}} + \sigma^{\text{Ver}}(\lambda^2 \rightarrow s), \quad (2.40)$$

где λ – фотонная масса, регуляризирующая ИКР. Конечная часть сечения выглядит как

$$\sigma_{\text{IR}}^{\text{Ver}} = \frac{\alpha^3}{2s} \Lambda_1^{\text{IR}} \sum_{l=1}^4 M_l^0 + (t \leftrightarrow u), \quad (2.41)$$

где

$$\Lambda_1^{\text{IR}} = \Lambda_1 - \Lambda_1(\lambda^2 \rightarrow s) = -2 \ln \frac{s}{\lambda^2} \left[\ln \frac{-t}{m^2} - 1 \right], \quad (2.42)$$

$$\begin{aligned}
M_1^0 &= D^{\gamma t}(D^{\gamma t}M_{\text{ev}}^{\gamma\gamma\gamma\gamma} - D^{\gamma u}M_{\text{od}}^{\gamma\gamma\gamma\gamma}), \\
M_2^0 &= D^{\gamma t}(D^{Zt}M_{\text{ev}}^{\gamma Z\gamma Z} - D^{Zu}M_{\text{od}}^{\gamma Z\gamma Z}), \\
M_3^0 &= D^{Zt}(D^{\gamma t}M_{\text{ev}}^{Z\gamma Z\gamma} - D^{\gamma u}M_{\text{od}}^{Z\gamma Z\gamma}), \\
M_4^0 &= D^{Zt}(D^{Zt}M_{\text{ev}}^{ZZZZ} - D^{Zu}M_{\text{od}}^{ZZZZ}).
\end{aligned} \tag{2.43}$$

Заметим, что борновское сечение тогда может быть представлено как

$$\sigma^0 = \frac{\pi\alpha^2}{2s} \sum_{l=1}^4 M_l^0 + (t \leftrightarrow u), \tag{2.44}$$

откуда видно, что в инфракрасно-конечной части вершинного сечения борновская структура факторизуется отдельно в t - и u -канальных слагаемых.

Определим вклад диаграмм Λ_2 -типа в асимметрию

$$\delta_A^{\Lambda_2} \approx \frac{\sigma^{\Lambda_2}|_-}{\sigma^0|_-}. \tag{2.45}$$

После упрощений числитель имеет вид

$$\sigma^{\Lambda_2}|_- \approx 8\alpha^3 v^Z a^Z s (D^{\gamma t} + D^{\gamma u}) \left(\frac{\Lambda_2(t, m_Z)}{t} + \frac{\Lambda_2(u, m_Z)}{u} \right), \tag{2.46}$$

тогда относительная поправка пропорциональна Λ_2 :

$$\delta_A^{\Lambda_2} \approx -\frac{\alpha m_Z^2}{4\pi} \left(\frac{\Lambda_2(t, m_Z)}{t} + \frac{\Lambda_2(u, m_Z)}{u} \right). \tag{2.47}$$

Заметим, что в области низких энергий исчезает зависимость от функций $\Lambda_2(r, m_W)$, так как они подавлены стоящей при них пропагаторной структурой D^{Zr} .

В ультрарелятивистском приближении функция Λ_2 выглядит так (см. [64], стр. 747):

$$\begin{aligned}
\Lambda_2(k^2, M) &= -\frac{5}{2} + \ln \omega + 2(1 + \omega)^2 \frac{d}{d\omega} \left(\frac{J(\omega)}{1 + \omega} \right), \\
J(\omega) &= \int_0^1 dx \int_0^1 dy y \ln[\omega(1 - y) - y^2 x(1 - x) - i\epsilon],
\end{aligned}$$

где $\omega = M^2/k^2$, M – масса дополнительного бозона (Z или W) в треугольной диаграмме, а k – 4-импульс бозона, выходящего из вершины. Нас будет интересовать асимптотика при $\omega \rightarrow -\infty$, что соответствует $k^2 < 0$, $-k^2 \ll M^2$ (типичное значение для эксперимента MOLLER $-t_0/m_Z^2 \approx 0.00562/91.19^2 \approx 6.8 \cdot 10^{-7}$).

Вычисление можно провести следующим образом: введем замену $\alpha = -\frac{1}{\omega}$, тогда $\alpha \rightarrow +0$. Заметим предварительно, что интегралы

$$J_1(\alpha) = \int_0^1 dx \int_0^1 dy y \ln[1 - y + \alpha y^2 x(1 - x)],$$

$$I(\alpha) = \int_0^1 dx x(1 - x) \int_0^1 dy \frac{y^3}{1 - y + \alpha y^2 x(1 - x)},$$

связаны соотношением

$$\frac{dJ_1(\alpha)}{d\alpha} = I(\alpha). \quad (2.48)$$

Вычислим $I(\alpha)$ (сначала снимем интеграл по y , вводя замену $\gamma = 1/\beta$, $\beta = \alpha x(1 - x)$ (заметим, что $\beta \rightarrow +0$ в каждой точке области интегрирования)).

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \frac{y^3}{1 - y + \alpha y^2 x(1 - x)} dy = \\ & = \gamma \left(\frac{1}{2} + \gamma + \frac{\gamma}{2s_\beta} [(\gamma - 3) \ln \frac{1 + s_\beta}{1 - s_\beta} + s_\beta(\gamma - 1) \ln \beta] \right) = \\ & = -\frac{11}{6} - \ln \beta - \left(\frac{1}{12} + \ln \beta \right) \beta + \mathcal{O}(\beta^2), \end{aligned}$$

где $s_\beta = \sqrt{1 - 4\beta}$. В последней формуле было использовано разложение в ряд, его лидирующие слагаемые интегрируются дальше без проблем. В результате получим $I(\alpha) \approx -\frac{1}{6}(\ln \alpha + \frac{1}{6})$, и, решая дифференциальное уравнение (2.48), вычислим $J_1(\alpha) \approx -\frac{\alpha}{6}(\ln \alpha - \frac{5}{6}) - \frac{3}{4}$. Далее без труда находим $J(\omega) = \ln \sqrt{-\omega} + J_1(\alpha)$.

Наконец, при малых k^2/M^2 результат для Λ_2 выглядит так:

$$\Lambda_2(k^2, M) = \frac{1}{3\omega} \left(2 \ln(-\omega) + \frac{11}{3} \right) + \mathcal{O}\left(\frac{1}{\omega^2}\right). \quad (2.49)$$

Используя его, получим

$$\delta_A^{\Lambda_2} \approx \frac{\alpha}{6\pi} \left(\ln \frac{tu}{m_Z^4} - \frac{11}{3} \right). \quad (2.50)$$

Численное значение $\delta_A^{\Lambda_2}(\text{PUX, JLab}) \approx -0.0125$ находится в точном соответствии с непосредственным расчетом без упрощений.

Λ_3 -вклад рассчитывается сходным образом; конечный результат выглядит так:

$$\delta_A^{\Lambda_3} \approx -\frac{3\alpha m_Z^2}{32\pi s_W^2 v^Z a^Z} \left(\frac{\Lambda_3(t, m_W)}{t} + \frac{\Lambda_3(u, m_W)}{u} \right). \quad (2.51)$$

При РУХ и после упрощений функция Λ_3 выглядит так:

$$\Lambda_3(t, m_W) = -\frac{5t}{27m_W^2} + \mathcal{O}\left(\frac{t}{m_W^2}\right), \quad (2.52)$$

что приводит к выражению для относительной поправки

$$\delta_A^{\Lambda_3} \approx \frac{\alpha}{\pi} \frac{5}{9(1-4s_W^2)}, \quad (2.53)$$

которое при условиях JLab дает $\delta_A^{\Lambda_3}(\text{РУХ}, \text{JLab}) \approx 0.0118$.

2.3.5 Двухбозонный обмен (энергии SLAC и JLab)

Используя тождественное преобразование, разобьем сечение двухбозонного обмена на две части:

$$\sigma^{\text{Box}} = (\sigma^{\text{Box}} - \sigma^{\text{Box}}(\lambda^2 \rightarrow s)) + \sigma^{\text{Box}}(\lambda^2 \rightarrow s) = \sigma_{\text{IR}}^{\text{Box}} + \sigma_{\text{F}}^{\text{Box}}. \quad (2.54)$$

Первое слагаемое сечения, содержащее ИКР, $\sigma_{\text{IR}}^{\text{Box}}$, выглядит как сумма двух членов:

$$\sigma_{\text{IR}}^{\gamma\gamma\text{-box}} = \frac{\alpha^3}{s} \ln \frac{s}{-u} \ln \frac{s}{\lambda^2} \sum_{l=1}^2 M_l^0 + (t \leftrightarrow u), \quad (2.55)$$

$$\sigma_{\text{IR}}^{\gamma Z\text{-box}} = \frac{\alpha^3}{s} \ln \frac{s}{-u} \ln \frac{s}{\lambda^2} \sum_{l=3}^4 M_l^0 + (t \leftrightarrow u). \quad (2.56)$$

Суммируя все инфракрасно расходящиеся слагаемые V -вклада, получим

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{IR}}^{\text{Ver}} + \sigma_{\text{IR}}^{\text{Box}} &= \frac{\alpha^3}{2s} (\Lambda_1^{\text{IR}} + 2 \ln \frac{s}{-u} \ln \frac{s}{\lambda^2}) \sum_{l=1}^4 M_l^0 + (t \leftrightarrow u) = \\ &= -\frac{\alpha^3}{s} \ln \frac{s}{\lambda^2} \left[\ln \frac{tu}{m^2 s} - 1 \right] \sum_{l=1}^4 M_l^0 + (t \leftrightarrow u) = \\ &= -\frac{2\alpha}{\pi} \ln \frac{s}{\lambda^2} \left[\ln \frac{tu}{m^2 s} - 1 \right] \sigma^0. \end{aligned} \quad (2.57)$$

Инфракрасно-конечная часть двухбозонного обмена $\sigma_{\text{F}}^{\text{Box}}$ рассчитывается через 4-точечные функции и в точном виде имеет довольно сложный вид. $\gamma\gamma$ -бокс может быть упрощен в УРП без предположений о масштабе энергии, см., например, [94]. Для остальных боксов имеется возможность существенно

упростить выражения в крайних областях энергий. При высоких энергиях это было сделано в работе [15–A], при низких, соответствующих, например, эксперименту MOLLER, полный результат и подробный точный расчет одного вклада дан в [20–A].

Приведем расчет “боксовского” сечения (диаграммы на (г) и (д) рис. 2.2), которое после выделения ИКР выглядит так:

$$\sigma_{\text{F}}^{\text{Box}} = -\frac{\alpha^3}{s} \left(\frac{L_u^2 + \pi^2}{2} \sum_{l=1}^4 M_l^0 + \sum_{(ij)=1}^4 \sum_{k=\gamma, Z} B_{(ij)}^k \right) + (t \leftrightarrow u), \quad (2.58)$$

где $L_u = \ln(-s/u)$, двойной индекс (ij) принимает следующие значения

$$(ij) = \{1, 2, 3, 4\} = \{\gamma\gamma, \gamma Z, ZZ, WW\}, \quad (2.59)$$

а величины $B_{(ij)}^k$ имеют вид

$$\begin{aligned} B_{(\gamma\gamma)}^k &= D^{kt} \lambda_-^{\gamma k} \delta_{(\gamma\gamma)}^1 + (D^{kt} + D^{ku}) \lambda_+^{\gamma k} \delta_{(\gamma\gamma)}^2, \\ B_{(\gamma Z)}^k &= D^{kt} \lambda_-^{Zk} \delta_{(\gamma Z)}^1 + (D^{kt} + D^{ku}) \lambda_+^{Zk} \delta_{(\gamma Z)}^2, \\ B_{(ZZ)}^k &= D^{kt} \lambda_-^{Bk} \delta_{(ZZ)}^1 + (D^{kt} + D^{ku}) \lambda_+^{Bk} \delta_{(ZZ)}^2, \\ B_{(WW)}^k &= D^{kt} \lambda_-^{Ck} \delta_{(WW)}^1 + (D^{kt} + D^{ku}) \lambda_+^{Ck} \delta_{(WW)}^2. \end{aligned} \quad (2.60)$$

Здесь применяется сокращение для λ_{\pm}^{ij} (2.6). Комбинации константы связи в выражениях для двух массивных бозонов выглядят так:

$$v^B = (v^Z)^2 + (a^Z)^2, \quad a^B = 2v^Z a^Z, \quad v^C = a^C = 1/(4s_W^2). \quad (2.61)$$

Коротко поясним расчет величин $\delta_{(ij)}^{1,2}$:

$$\begin{aligned} \delta_{(\gamma\gamma)}^1 &= L_s^2 (s^2 + u^2)/(2t) - L_s u - (L_x^2 + \pi^2) u^2/t, \\ \delta_{(\gamma\gamma)}^2 &= L_s^2 s^2/t + L_x s - (L_x^2 + \pi^2) (s^2 + u^2)/(2t), \\ \delta_{(\gamma Z)}^1 &= 8u^2 (4I_{\gamma Z} - \hat{I}_{\gamma Z}), \quad \delta_{(\gamma Z)}^2 = 8s^2 (I_{\gamma Z} - 4\hat{I}_{\gamma Z}), \\ \delta_{(ZZ)}^1 &= \frac{3u^2}{2m_Z^2}, \quad \delta_{(ZZ)}^2 = -\frac{3s^2}{2m_Z^2}, \\ \delta_{(WW)}^1 &= \frac{2u^2}{m_W^2}, \quad \delta_{(WW)}^2 = \frac{s^2}{2m_W^2}, \end{aligned} \quad (2.62)$$

где

$$L_s = \ln \frac{s}{-t}, \quad L_x = \ln \frac{u}{t}. \quad (2.63)$$

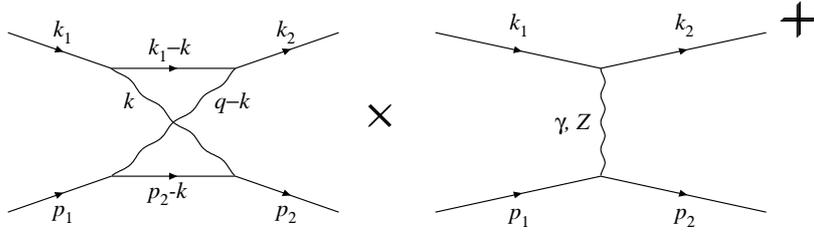


Рисунок 2.3 – Часть сечения, соответствующая произведению t -канальных перекрестного ZZ -бокса и эрмитово-сопряженного борновского матричного элемента

Чисто электромагнитная часть рассчитывается стандартным образом, см., например, работу [94]. Конечно, t -канальные выражения из этой части в точности совпадают с ранее известными (см., например, [1–A]). Поясним подробнее здесь расчет части боксовского вклада с двумя тяжелыми бозонами (для их вычисления было использовано выделение лидирующей части в низкоэнергетической области, такое приближение необходимо для быстрой и точной оценки). Итак, рассчитаем подробно, для примера, часть сечения, соответствующую произведению t -канальных перекрестного ZZ -бокса и эрмитово-сопряженного борновского матричного элемента (рис. 2.3). Прочие части сечения нетрудно будет получить: для WW -бокса – заменой индекса ($Z \rightarrow W$), для прямого бокса – заменой импульсов в диаграмме, для u -канала – кроссинговой заменой ($t \leftrightarrow u$). Перекрестный бокс был взят здесь хотя бы потому, что для мёллеровского рассеяния прямые WW -боксы запрещены законом сохранения заряда.

Итак, часть сечения, соответствующая рис. 2.3, была рассчитана по обычным правилам Фейнмана, в ультрарелятивистском приближении она выглядит так:

$$\sigma^{ZZ\text{-crossed}} = -\frac{\alpha^3}{s} \sum_{k=\gamma,Z} D^{kt} \frac{i}{(2\pi)^2} \int d^4k \times \\ \times \frac{\text{Sp}[\gamma^\alpha \hat{p}_2 \gamma_\nu (\hat{p}_2 - \hat{k}) \gamma_\mu \rho^{Bk}(p_1)] \text{Sp}[\gamma_\alpha \hat{k}_2 \gamma^\mu (\hat{k}_1 - \hat{k}) \gamma^\nu \rho^{Bk}(k_1)]}{(k^2 - 2k_1 k)(k^2 - 2p_2 k)(k^2 - m_Z^2)((k - q)^2 - m_Z^2)}. \quad (2.64)$$

где пользуемся общим выражением (2.5) и формулами (2.61). Далее нужно вычислить скалярный, векторный и тензорный интегралы вида

$$I_{(0,\nu,\nu\mu)}^{ZZ} = \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{(1, k_\nu, k_\nu k_\mu) d^4k}{(k^2 - 2k_1 k)(k^2 - 2p_2 k)(k^2 - m_Z^2)((k - q)^2 - m_Z^2)}. \quad (2.65)$$

Применяя фейнмановскую параметризацию [219], получим:

$$I_{(0,\nu,\nu\mu)}^{ZZ} = \frac{i}{(2\pi)^2} 3! \int_0^1 z^2 dz \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \int \frac{(1, k_\nu, k_\nu k_\mu) d^4 k}{[k^2 - 2kp + \Delta]^4}, \quad (2.66)$$

где

$$p = q(1 - z) + k_1 xyz + p_2 xz(1 - y), \quad \Delta = q^2(1 - z) + m_Z^2(xz - 1). \quad (2.67)$$

Снимая интеграл по k с помощью известных формул (см., например, [94]), получим:

$$I_{(0,\nu,\nu\mu)}^{ZZ} = -\frac{1}{4} \int_0^1 z^2 dz \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{(1, p_\nu, p_\nu p_\mu - g_{\mu\nu}(p^2 - \Delta)/2)}{[p^2 - \Delta]^2}. \quad (2.68)$$

Из последнего выражения нетрудно получить приближенные формулы, которые работают в низкоэнергетической области, которая нас интересует ($s, |t|, |u| \ll m_Z^2$), если заметить, что Δ доминирует по сравнению с другими составляющими подынтегрального выражения. Тогда, например,

$$I_{\nu\mu}^{ZZ} \approx \frac{g_{\mu\nu}}{8} \int_0^1 z^2 dz \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{p^2 - \Delta}$$

и дальнейшее интегрирование не составляет труда:

$$\begin{aligned} I_{\nu\mu}^{ZZ} &\approx -\frac{g_{\mu\nu}}{8m_Z^2} \int_0^1 z^2 dz \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{xz - 1} = \\ &= -\frac{g_{\mu\nu}}{8m_Z^2} \int_0^1 dz \int_{x=0}^{x=1} d(xz) \frac{xz}{xz - 1} = \\ &= -\frac{g_{\mu\nu}}{8m_Z^2} \int_0^1 dz (z + \ln |1 - z|) = \frac{g_{\mu\nu}}{16m_Z^2}. \end{aligned} \quad (2.69)$$

Компактные (и точные в интересующей нас области) выражения (2.62) были получены как раз с применением вышеописанной техники. Сравнивая численно результат для полной поправки, приведенный здесь, с результатом работ [215, 220], получаем неплохое согласие: $\sim +3.5\%$ у нас против $\sim +4\%$, которые приводятся в работе [215] (для сравнения были взяты одинаковые электрослабые параметры, соответствующие [215]). Более подробная сверка

приближенного результата с точным, рассчитанным с помощью компьютерных систем аналитических вычислений, будет приведена ниже.

При расчете γZ -боксовской части также получилось полностью реализовать вышеприведенную технику. Скалярный интеграл, оставшийся не снятым, выглядит так:

$$I_{\gamma Z} = \frac{1}{2\sqrt{-u}} \int_0^1 z dz \int_0^1 dx \frac{1}{\sqrt{\beta}} \ln \left| \frac{xz\sqrt{-u} - \sqrt{\beta}}{xz\sqrt{-u} + \sqrt{\beta}} \right|,$$

$$\beta = -ux^2z^2 + 4(1-z)(tz(x-1) + m_Z^2).$$

Выражение “со шляпкой” получается так:

$$\hat{I}_{\gamma Z} = I_{\gamma Z}|_{u \rightarrow -s}. \quad (2.70)$$

Нам удалось получить как аппроксимационную формулу, которая работает в широкой кинематической области и приведена в работе [8–A], так и простое аналитическое выражение для $I_{\gamma Z}$:

$$I_{\gamma Z} \approx \frac{1}{8m_Z^2} \left(\frac{3}{2} + \ln \frac{m_Z^2}{-u} \right),$$

метод его получения сходен с приведенным в разд. 2.3.4.

Численный расчет показывает, что полученные приближенные выражения обеспечивают точность результата для ЭСП к асимметрии лучше, чем 0.2% во всей области $0 < \sqrt{s} < 50$ ГэВ, причем точность приблизительного расчета улучшается с уменьшением энергии. Напротив, расчет боксов с применением программ FeynArts и FormCalc [218] в области $\sqrt{s} < 1$ ГэВ затруднен в связи с численной нестабильностью, обусловленной сингулярностью Ландау. В кинематической точке эксперимента MOLLER результаты обоих расчетов (ЕС и АС) хорошо согласованы с расхождением меньше $\sim 0.01\%$.

2.3.6 Двухбозонный обмен (энергии ИЛС)

Перейдем к получению асимптотической оценки вклада двухбозонного обмена при сверхвысоких энергиях (работа [15–A]):

$$\sigma^{\text{Box}} = \sigma^{\gamma\gamma} + \sigma^{\gamma Z} + \sigma^{ZZ} + \sigma^{WW}, \quad (2.71)$$

который представляет из себя сумму четырех слагаемых, смысл которых легко понять по верхним индексам. Каждое из них, в свою очередь, можно представить в виде суммы двух слагаемых:

$$\sigma^{BB} = \sigma_1^{BB} + \sigma_2^{BB}, \quad BB = \gamma\gamma, \gamma Z, ZZ, WW. \quad (2.72)$$

Проводя разбиение с помощью тождественного преобразования в рамках асимптотического метода [10–А] и [13–А], получим первое (сингулярное) слагаемое в (2.72) для ZZ -боксов в виде

$$\begin{aligned}\sigma_1^{ZZ} = & \frac{\alpha^3}{s} D^{Zt} [L_Z(s) - L_Z(u)] \sum_{k=\gamma, Z} [D^{kt} ((s^2 + u^2) \lambda_{1B}^{ZZ,k} \lambda_{1T}^{ZZ,k} + \\ & + (s^2 - u^2) \lambda_{2B}^{ZZ,k} \lambda_{2T}^{ZZ,k}) + \\ & + D^{ku} s^2 (\lambda_{1B}^{ZZ,k} \lambda_{1T}^{ZZ,k} + \lambda_{2B}^{ZZ,k} \lambda_{2T}^{ZZ,k})] + (t \leftrightarrow u),\end{aligned}\quad (2.73)$$

где двойной индекс в константах связи объяснен в (4.68).

Сечение, описываемое формулой (2.73), пропорционально фактору разности вкладов прямой и перекрестной диаграммы, где

$$L_B(x) = -2\text{Li}_2\left(1 + \frac{x}{m_B^2}\right) + \frac{\pi^2}{3}, \quad (x = s, t, u) \quad (2.74)$$

содержит дилогарифм Спенса. Заметим, что такая форма записи наиболее предпочтительна, поскольку только в ней сохраняется полная симметрия, позволяющая контролировать правильность расчета (существенным является то, что аргументы дилогарифма Спенса Li_2 в (2.73) имеют разный знак: $u < 0$, $s > 0$). Упростим разность $L_Z(s) - L_Z(u)$, используя известные соотношения для функции Спенса (см. Приложение А) и пренебрегая, где это возможно, массой Z -бозона ($m_Z^2 \ll |x|$), в результате получим

$$L_Z(s) - L_Z(u) \approx \ln^2 \frac{s}{m_Z^2} - \ln^2 \frac{-u}{m_Z^2} - \pi^2 = \ln \frac{s}{-u} \ln \frac{-su}{m_Z^4} - \pi^2. \quad (2.75)$$

В такой записи хорошо видно, что разность квадратов логарифмов – т. н. двойных судаковских логарифмов (ДСЛ) [221] – дает всего первую степень логарифма отношения $|x|/m_Z^2$. Понятно, что из-за этого сокращения в области сверхвысоких энергий и не очень малых углов вклад двухбозонных диаграмм с нейтральными бозонами будет невелик по сравнению с вкладом боксов с двумя (заряженными) W -бозонами. Для последних одна из диаграмм (прямая) запрещена законом сохранения электрического заряда, следовательно, разность (2.75) отсутствует и двойные СЛ “выживают”. Соответствующая часть сечения для WW -боксов имеет вид:

$$\begin{aligned}\sigma_1^{WW} = & -\frac{\alpha^3}{s} D^{Wt} L_W(u) \sum_{k=\gamma, Z} [D^{kt} ((s^2 + u^2) \lambda_{1B}^{WW,k} \lambda_{1T}^{WW,k} + \\ & + (s^2 - u^2) \lambda_{2B}^{WW,k} \lambda_{2T}^{WW,k}) + \\ & + D^{ku} s^2 (\lambda_{1B}^{WW,k} \lambda_{1T}^{WW,k} + \lambda_{2B}^{WW,k} \lambda_{2T}^{WW,k})] + (t \leftrightarrow u).\end{aligned}\quad (2.76)$$

Анализируя формулу (2.76), можно определить знак этого вклада в сечение (он будет отрицательный в интересующей нас кинематической области, т. к. $L_W(u) > 0$, $s > -u, -t$) и его поведении (будет существенное падение с ростом энергии \sqrt{s}), в этом точно убедимся ниже в разделе, посвященном численному анализу.

Оценим примерно, во сколько раз вклад WW -боксов больше, чем ZZ . Как выяснилось, существуют по крайней мере две причины, по которым WW -боксы доминируют. О первой было уже сказано – это разные логарифмические факторы в сечениях: так, отношение их в точке $\sqrt{s} = 1$ ТэВ и $\theta = 90^\circ$ равно примерно -3.07 , при $\sqrt{s} = 2$ ТэВ это число уже -4.07 . Другая причина состоит в том, что ZZ -боксы сильно подавлены своими константами связи. Так, например для $\theta = 90^\circ$ и $p_B = p_T = 0$ отношение сечений интерференции боксовских WW - и ZZ -диаграмм с борновской диаграммой фотонного обмена равно

$$\begin{aligned} \sigma_1^{WW \times \gamma} / \sigma_1^{ZZ \times \gamma} &\approx \\ &\approx (9\lambda_{1B}^{WW, \gamma} \lambda_{1T}^{WW, \gamma} + 7\lambda_{2B}^{WW, \gamma} \lambda_{2T}^{WW, \gamma}) / (9\lambda_{1B}^{ZZ, \gamma} \lambda_{1T}^{ZZ, \gamma} + 7\lambda_{2B}^{ZZ, \gamma} \lambda_{2T}^{ZZ, \gamma}) = \\ &= (9v^{WW^2} + 7a^{WW^2}) / (9v^{ZZ^2} + 7a^{ZZ^2}) \approx 16.19. \end{aligned} \quad (2.77)$$

Часть сечений, соответствующую γZ - и $Z\gamma$ -боксам и содержащую одиночные СЛ, нетрудно получить из формулы (2.73) заменой $ZZ \rightarrow Z\gamma$, она обозначена здесь как $\sigma_1^{Z\gamma}$.

Теперь приведем части сечений, отмеченные индексами 2 (они также получены в рамках асимптотического метода). Общая формула для сечений выглядит единообразно для всех двухбозонных диаграмм:

$$\sigma_2^{BB} = -\frac{\alpha^3}{s} \sum_{k=\gamma, Z} [D^{kt} \lambda_-^{BB, k} \delta_{BB}^1 + (D^{kt} + D^{kt}) \lambda_+^{BB, k} \delta_{BB}^2] + (t \leftrightarrow u), \quad (2.78)$$

а функции $\delta_{BB}^{1,2}$, в которых отсутствует зависимость от бозонных масс, имеют вид:

$$\begin{aligned} \delta_{\gamma\gamma}^1 &= L_s^2 \frac{s^2 + u^2}{2t} - L_s u - (L_x^2 + \pi^2) \frac{u^2}{t}, \\ \delta_{\gamma\gamma}^2 &= L_s^2 \frac{s^2}{t} + L_x s - (L_x^2 + \pi^2) \frac{s^2 + u^2}{2t}, \\ \delta_{\gamma Z}^{1,2} &= \delta_{Z\gamma}^{1,2} = \delta_{ZZ}^{1,2} = \delta_{\gamma\gamma}^{1,2}, \\ \delta_{WW}^1 &= -(L_x^2 + \pi^2) \frac{u^2}{t}, \quad \delta_{WW}^2 = -(L_x^2 + \pi^2) \frac{s^2 + u^2}{2t} + L_x s, \end{aligned} \quad (2.79)$$

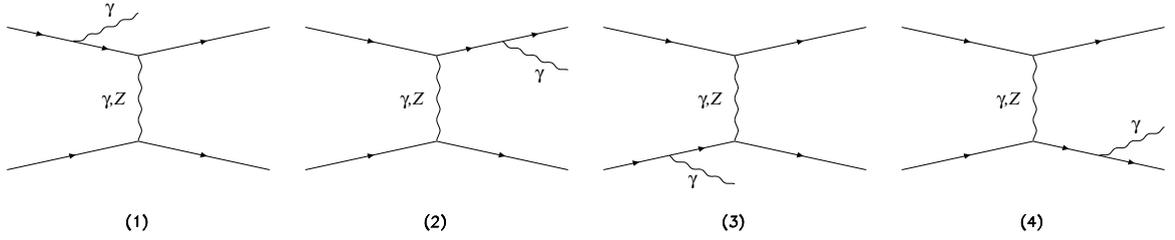


Рисунок 2.4 – Диаграммы тормозного излучения для процесса $e^-e^- \rightarrow e^-e^-\gamma$ в t -канале. Четыре u -канальных диаграммы получаются из приведенных заменами $k_2 \leftrightarrow p_2$

где для логарифмов использованы обозначения (2.63).

Численная оценка показала неплохое (и улучшающееся с ростом энергии) согласие с результатом судаковского разложения, проделанного здесь. Ниже для сравнения приводятся соответствующие графики.

2.4 Тормозное излучение

Для того, чтобы получить инфракрасно-конечный результат, следует рассмотреть диаграммы с излучением реального фотона (рис. 2.4).

Сечение выглядит так:

$$\sigma^R = \frac{\alpha^3}{4s} \int_0^{v^{\text{cut}}} \frac{s-v}{2s} dv \sum_{i,j=\gamma,Z} I[M_R^{ij}], \quad (2.80)$$

где v^{cut} – граница области на диаграмме Чу–Лоу (рис.2.5) [222, 223] и [7–A], а

$$I[M_R^{ij}] = \frac{1}{\pi} \int \frac{d^3k}{k_0} \delta((k_1 + p_1 - k_2 - k)^2 - m^2) M_R^{ij} \quad (2.81)$$

– интеграл по фазовому пространству тормозного фотона с 4-импульсом k . Квадраты матричных элементов, соответствующих диаграммам рис. 2.4, выглядят так:

$$M_R^{ij} = (M_R^{it} - M_R^{iu})(M_R^{jt} - M_R^{ju})^+, \quad (2.82)$$

где знак минус обусловлен идентичностью конечных электронов, а индексы $t(u)$ обозначают $t(u)$ -канальные диаграммы.

Упрощая (2.82), получим

$$M_R^{it} M_R^{jt+} = \sum_{k=1,4} V_k^{ij}, \quad M_R^{it} M_R^{ju+} = \sum_{k=5,8} V_k^{ij}, \quad (2.83)$$

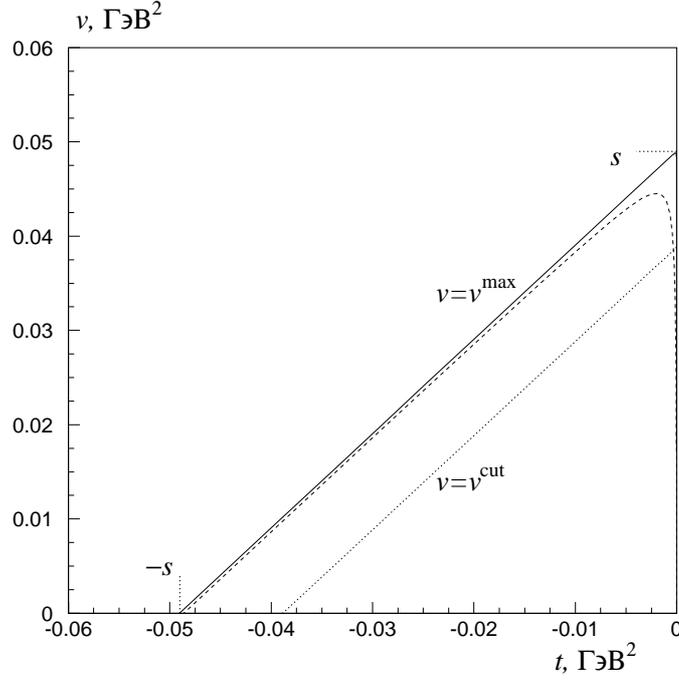


Рисунок 2.5 – Диаграмма Чу–Лоу при $s \approx 0.05$ ГэВ². Масса электрона реальная (сплошная линия) и искусственно завышенная в 20 раз (штриховая линия). Точечная линия соответствует v^{\max} в условиях E-158

$$M_R^{iu} M_R^{ju+} = M_R^{it} M_R^{jt+} |_{k_2 \leftrightarrow p_2}, \quad M_R^{iu} M_R^{jt+} = M_R^{it} M_R^{ju+} |_{k_2 \leftrightarrow p_2}. \quad (2.84)$$

Выражения для V_k^{ij} вычислены в работе [20–A], приведем их здесь:

$$\begin{aligned} V_1^{ij} &= -\text{Sp}[G_1^{\mu\alpha} \rho^{ij}(k_1) G_1^{\nu\alpha T} \Lambda(k_2)] \text{Sp}[\gamma_\mu \rho^{ij}(p_1) \gamma_\nu \Lambda(p_2)] D^{it_1} D^{jt_1}, \\ V_2^{ij} &= -\text{Sp}[G_1^{\mu\alpha} \rho^{ij}(k_1) \gamma_\nu \Lambda(k_2)] \text{Sp}[\gamma_\mu \rho^{ij}(p_1) G_2^{\nu\alpha T} \Lambda(p_2)] D^{it_1} D^{jt}, \\ V_3^{ij} &= -\text{Sp}[G_2^{\mu\alpha} \rho^{ij}(p_1) \gamma_\nu \Lambda(p_2)] \text{Sp}[\gamma_\mu \rho^{ij}(k_1) G_1^{\nu\alpha T} \Lambda(k_2)] D^{it} D^{jt_1}, \\ V_4^{ij} &= -\text{Sp}[G_2^{\mu\alpha} \rho^{ij}(p_1) G_2^{\nu\alpha T} \Lambda(p_2)] \text{Sp}[\gamma_\mu \rho^{ij}(k_1) \gamma_\nu \Lambda(k_2)] D^{it} D^{jt}, \\ V_5^{ij} &= -\text{Sp}[G_1^{\mu\alpha} \rho^{ij}(k_1) G_3^{\nu\alpha} \Lambda(p_2) \gamma_\mu \rho^{ij}(p_1) \gamma_\nu \Lambda(k_2)] D^{it_1} D^{ju}, \\ V_6^{ij} &= -\text{Sp}[G_1^{\mu\alpha} \rho^{ij}(k_1) \gamma_\nu \Lambda(p_2) \gamma_\mu \rho^{ij}(p_1) G_4^{\nu\alpha} \Lambda(k_2)] D^{it_1} D^{jz_2}, \\ V_7^{ij} &= -\text{Sp}[\gamma_\mu \rho^{ij}(k_1) G_3^{\nu\alpha} \Lambda(p_2) G_2^{\mu\alpha} \rho^{ij}(p_1) \gamma_\nu \Lambda(k_2)] D^{it} D^{ju}, \\ V_8^{ij} &= -\text{Sp}[\gamma_\mu \rho^{ij}(k_1) \gamma_\nu \Lambda(p_2) G_2^{\mu\alpha} \rho^{ij}(p_1) G_4^{\nu\alpha} \Lambda(k_2)] D^{it} D^{jz_2}. \end{aligned} \quad (2.85)$$

Были использованы радиационные инварианты, которые обращаются в нуль при $k \rightarrow 0$:

$$z_1 = 2kk_1, \quad z = 2kk_2, \quad v_1 = 2kp_1, \quad v = 2kp_2 = s + u + t - 4m^2, \quad (2.86)$$

и инварианты для пропагаторных структур:

$$t_1 = (p_1 - p_2)^2, \quad z_2 = (k_1 - p_2)^2. \quad (2.87)$$

Также применялось обозначение для комбинации γ -матриц и матрицы плотности $\rho(p)$ (2.5),

$$\Lambda(p) = \hat{p} + m, \quad \hat{p} = \gamma^\mu p_\mu, \quad (2.88)$$

и матрицы

$$\begin{aligned} G_1^{\mu\alpha} &= \gamma^\mu \frac{2k_1^\alpha - \hat{k}\gamma^\alpha}{-z_1} + \frac{2k_2^\alpha + \gamma^\alpha \hat{k}}{z} \gamma^\mu, & G_2^{\mu\alpha} &= \gamma^\mu \frac{2p_1^\alpha - \hat{k}\gamma^\alpha}{-v_1} + \frac{2p_2^\alpha + \gamma^\alpha \hat{k}}{v} \gamma^\mu, \\ G_3^{\nu\alpha} &= \frac{2k_1^\alpha - \gamma^\alpha \hat{k}}{-z_1} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{2p_2^\alpha + \hat{k}\gamma^\alpha}{v}, & G_4^{\nu\alpha} &= \frac{2p_1^\alpha - \gamma^\alpha \hat{k}}{-v_1} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{2k_2^\alpha + \hat{k}\gamma^\alpha}{z}. \end{aligned}$$

Сечение тормозного излучения разбиваем на две части (мягкую и жесткую)

$$\sigma^R = \sigma_{\text{IR}}^R + \sigma_H^R \quad (2.89)$$

посредством разделения области интегрирования на две: $k_0 < \omega$ и $k_0 > \omega$, где k_0 – энергия тормозного фотона в с. ц. м. начальных электронов, а ω – параметр, соответствующий максимальной энергии мягкого фотона (в этой же системе).

2.4.1 Мягкие фотоны и сокращение ИКР

Следуя методу работы [224], получаем хорошо известный результат (см. также [160, 216]) для сечения процесса с мягкими фотонами:

$$\sigma_{\text{IR}}^R = \frac{\alpha}{\pi} \left(4 \ln \frac{2\omega}{\lambda} \left[\ln \frac{tu}{m^2 s} - 1 \right] - \left[\ln \frac{s}{m^2} - 1 \right]^2 + 1 - \frac{\pi^2}{3} + \ln^2 \frac{u}{t} \right) \sigma^0. \quad (2.90)$$

Далее, суммируя инфракрасно-конечные члены V - и R -вкладов (см. формулы (2.57) и (2.90) соответственно),

$$\sigma^C = \sigma_{\text{IR}}^V + \sigma_{\text{IR}}^R = \frac{\alpha}{\pi} \left(2 \ln \frac{4\omega^2}{s} \left[\ln \frac{tu}{m^2 s} - 1 \right] - \ln^2 \frac{s}{em^2} + 1 - \frac{\pi^2}{3} + \ln^2 \frac{u}{t} \right) \sigma^0, \quad (2.91)$$

получим результат, свободный от ИКР, но логарифмически зависящий от ω и содержащий двойные коллинеарные логарифмы $\ln^2(s/m^2)$. От последних избавимся в сумме с Λ_1 -членами из вершинного вклада. Произойдет это по следующему сценарию:

$$\begin{aligned} \sigma^{\text{Ver}} + \sigma^C &\sim \frac{\alpha}{\pi} \left(\Lambda_1(\lambda^2 \rightarrow s) - \ln^2 \frac{s}{m^2} \right) + \dots = \frac{\alpha}{\pi} \left(\ln^2 \frac{-t}{m^2} - \ln^2 \frac{s}{m^2} \right) + \dots = \\ &= \frac{\alpha}{\pi} \ln \frac{-t}{s} \ln \frac{-ts}{m^4} + \dots \end{aligned} \quad (2.92)$$

Независимость от ω будет показана в следующем разделе.

2.4.2 Жесткие фотоны

Переходим к расчету сечения с жесткими фотонами. Расчет этой части наиболее сложен: прямое численное интегрирование по полному фазовому пространству тормозного фотона, сделанное в [15–А] для энергий ИЛС, требует значительного времени для хорошей точности из-за медленной сходимости интегралов в пиковых областях. Аналитический расчет в рамках ковариантного метода сокращения ИКР [103]–[106], проведенный в работе [7–А], обеспечивает хорошую скорость счета, но связан с громоздкими вычислениями разнообразных по структуре интегралов (в [7–А] были сделаны некоторые упрощения, работающие в кинематике E-158, так что финальный результат не подходит для произвольных энергий и требований к детектированию конечных электронов). Здесь получен результат для условий детектирования при заданной области энергии тормозного фотона и произвольной энергии начальных электронов, в приближении, представляющем из себя вариант ведущего логарифмического приближения (см., например, обзор в работе [204]), применявшийся в главе 4. Как уже отмечалось, этот метод позволяет, с одной стороны, получать быструю оценку ЭСП и, с другой стороны, делать это с хорошей точностью (естественно, было установлено совпадение численного результата с [7–А] и [15–А]). Кроме этого, в применяемом подходе отсутствует зависимость конечного результата от масштаба факторизации, все существенные переменные зависят от непосредственно определяющихся в эксперименте величин.

Рассмотрим коллинеарную кинематику процесса, вводя переменную η , связанную с радиационными переменными, как это показано в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Кинематические соотношения для коллинеарного излучения фотонов в ультрарелятивистском приближении

	z_1 -пик	z -пик	v_1 -пик	v -пик
k	$(1 - \eta)k_1$	$\frac{1-\eta}{\eta}k_2$	$(1 - \eta)p_1$	$\frac{1-\eta}{\eta}p_2$
z_1	$2(1 - \eta)m^2 \rightarrow 0$	$-\frac{1-\eta}{\eta}t$	$(1 - \eta)s$	$(1 - \eta)(s + t)$
z	$-(1 - \eta)t$	$2\frac{1-\eta}{\eta}m^2 \rightarrow 0$	$\frac{1-\eta}{\eta}(\eta s + t)$	$(1 - \eta)s$
v_1	$(1 - \eta)s$	$\frac{1-\eta}{\eta}(\eta s + t)$	$2(1 - \eta)m^2 \rightarrow 0$	$-(1 - \eta)t$
v	$(1 - \eta)(s + t)$	$(1 - \eta)s$	$-\frac{1-\eta}{\eta}t$	$2\frac{1-\eta}{\eta}m^2 \rightarrow 0$
u	$-\eta(s + t)$	$-\eta s - t$	$-s - \frac{t}{\eta}$	$-s - t$
$k_2 p_2$	$\eta \cdot k_1 p_1$	$\eta \cdot k_1 p_1$	$\eta \cdot k_1 p_1$	$\eta \cdot k_1 p_1$
$p_1 p_2$	$\eta \cdot k_1 k_2$	$k_1 k_2 / \eta$	$\frac{1}{\eta} \cdot k_1 k_2$	$\eta \cdot k_1 k_2$
$k_1 p_2$	$p_1 k_2 / \eta$	$p_1 k_2 / \eta$	$\eta \cdot p_1 k_2$	$\eta \cdot p_1 k_2$

Из нее можно видеть, что для всех пиков выполняется условие $z + v \approx (1 - \eta)s$. Тогда, с учетом соотношения $k_0 = (v + z)/(2\sqrt{s})$, появляется возможность поменять переменные интегрирования $v \rightarrow \eta$, так что область интегрирования по η выглядит как

$$1 - 2\frac{\Omega}{\sqrt{s}} < \eta < 1 - 2\frac{\omega}{\sqrt{s}}, \quad (2.93)$$

где Ω – максимальная энергия тормозного фотона.

Далее, интегрируя по фазовому пространству тормозного фотона с учетом соотношений, приведенных в таблице 2.1 (все необходимые для расчета интегралы имеются в работе [7–A]), получим жесткую часть сечения тормозного излучения в виде

$$\sigma_H^R = \frac{\alpha^3}{4s} \int_{1-2\Omega/\sqrt{s}}^{1-2\omega/\sqrt{s}} \frac{d\eta}{1-\eta} h(\eta), \quad (2.94)$$

где

$$h(\eta) = \frac{s-v}{s} \left(h_{\text{eve,t}}(\eta) - h_{\text{odd,t}}(\eta) \right) + (k_2 \leftrightarrow p_2) \quad (2.95)$$

а

$$\begin{aligned} h_{\text{eve,t}}(\eta) = & (2l_m - 2 + \frac{(1-\eta)^2}{\eta} \hat{l}_a) \sum_{i,j=\gamma,Z} M_{\text{ev}}^{ijij}(\eta s, u) D^{it_1} D^{jt_1}|^{z_1} + \quad (2.96) \\ & + (2l_m - 2 + \frac{(1-\eta)^2}{\eta} l_a) \sum_{i,j=\gamma,Z} M_{\text{ev}}^{ijij}(s, u/\eta) D^{it_1} D^{jt_1}|^z + \\ & + (\hat{l}_a - l_s) \sum_{i,j=\gamma,Z} M_{\text{ev}}^{ijij}(\eta s, u) (D^{it_1} D^{jt} + D^{it} D^{jt_1})|^{z_1} + \\ & + (l_x - l_a) \sum_{i,j=\gamma,Z} M_{\text{ev}}^{ijij}(s, u/\eta) (D^{it_1} D^{jt} + D^{it} D^{jt_1})|^z + \\ & + ((1-\eta)^2 l_u - 2\eta) \sum_{i,j=\gamma,Z} M_{\text{ev}}^{ijij}(s, u) D^{it} D^{jt}|^{v_1} + \\ & + 2\left(\frac{(1-\eta)^2 - \eta}{2-\eta} + \eta l_u\right) \sum_{i,j=\gamma,Z} M_{\text{ev}}^{ijij}(s, u) D^{it} D^{jt}|^v, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_{\text{odd,t}}(\eta) = \sum_{i,j=\gamma,Z} M_{\text{od}}^{ijij} \left(& (\eta(\eta^2 - \eta + 1)\hat{l}_a + \eta^2 l_m - 2\eta^2) D^{it_1} D^{ju}|^{z_1} + \quad (2.97) \\
& + (l_m - l_a) D^{it_1} D^{ju}|^z + \eta^2 (l_m - l_s) D^{it_1} D^{jz_2}|^{z_1} + \\
& + (l_x + l_m + \frac{(1-\eta)^2}{\eta} l_a - 2) D^{it_1} D^{jz_2}|^z + \\
& + \eta^2 (\hat{l}_a - l_s) D^{it} D^{ju}|^{z_1} + (l_u - 2/\eta) D^{it} D^{ju}|^v + \\
& + ((\eta^2 - \eta + 1)l_u - 2\eta) D^{it} D^{jz_2}|^{v_1} + (l_x - l_a) D^{it} D^{jz_2}|^z \Big).
\end{aligned}$$

Присутствующие в (2.96) и (2.97) коллинеарные логарифмы выглядят так:

$$\begin{aligned}
l_a = \ln \frac{(s-v)^2}{m^2 \tau}, \quad \hat{l}_a = \ln \frac{(s+t)^2}{m^2 \tau}, \quad l_m = \ln \frac{-t}{m^2}, \\
l_s = \ln \frac{s^2}{m^4}, \quad l_u = \ln \frac{(s+u)^2}{m^2 \tau}, \quad l_x = \ln \frac{u^2}{m^4}, \quad (2.98)
\end{aligned}$$

где $\tau = v + m^2$. Операция $E|x$ означает расчет выражения E в приближении x -пики согласно таблице 2.1.

Как видно из вышеприведенных формул, при коллинеарных логарифмах, как и должно быть в согласии с ведущим логарифмическим приближением, факторизуются расщепляющие функции (splitting functions), смысл и метод получения которых выяснен в работах [225]. Покажем это на примере первого слагаемого в $h_{\text{ev,t}}(\eta)$: при $\eta \rightarrow 1$ получаем

$$2l_m + \frac{(1-\eta)^2}{\eta} \hat{l}_a \rightarrow 2 \ln \frac{-t}{m^2} + \frac{(1-\eta)^2}{\eta} \ln \frac{s}{m^2} \rightarrow \frac{1+\eta^2}{\eta} \ln \frac{-t}{m^2} \sim P_{qq}(\eta) \ln \frac{-t}{m^2}.$$

Используя сокращенное обозначение

$$\int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{(1-x)_+} f(x) = \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{dx}{1-x} (f(x) - f(1)), \quad (2.99)$$

представим жесткую часть сечения в виде

$$\sigma_H^R = \sigma_H^{R,\Omega} + \sigma_H^{R,\omega} = \frac{\alpha^3}{4s} \int_{1-2\frac{\Omega}{\sqrt{s}}}^{1-2\frac{\omega}{\sqrt{s}}} \frac{d\eta}{(1-\eta)_+} h(\eta) + \frac{\alpha^3}{4s} \int_{1-2\frac{\Omega}{\sqrt{s}}}^{1-2\frac{\omega}{\sqrt{s}}} \frac{d\eta}{1-\eta} h(1). \quad (2.100)$$

Очевидно, что первое слагаемое в правой части (2.100) не зависит от ω (при

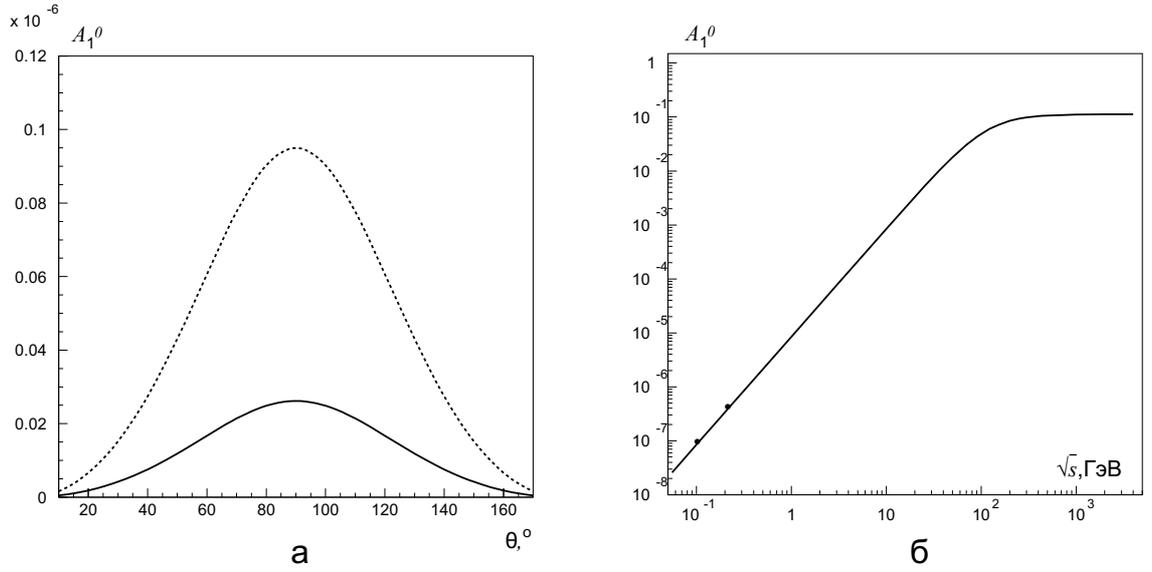


Рисунок 2.6 – а – борновская асимметрия A_1^0 в зависимости от θ при $E_{\text{lab}} = 3$ ГэВ (сплошная кривая) и 11 ГэВ (штриховая кривая), б – A_1^0 в зависимости от \sqrt{s} при $\theta = 90^\circ$. Кинематические точки экспериментов MOLLER и E-158 соответственно слева направо.

достаточно малых ω оно зависит только от Ω), а второе легко рассчитать:

$$\sigma_H^{R,\omega} = \frac{\alpha^3}{4s} h(1) \int_{1-2\frac{\Omega}{\sqrt{s}}}^{1-2\frac{\omega}{\sqrt{s}}} \frac{d\eta}{1-\eta} = \frac{4\alpha}{\pi} \ln \frac{\Omega}{\omega} \left[\ln \frac{tu}{m^2s} - 1 \right] \sigma^0. \quad (2.101)$$

Наконец, получаем результат, к которому стремились: в сумме всех вкладов ЭСП не зависят от параметра “мягкости” фотона ω :

$$\sigma^C + \sigma_H^{R,\omega} = \sigma^C(\omega \rightarrow \Omega). \quad (2.102)$$

2.5 Численные результаты

Прежде всего продемонстрируем (рис. 2.6, а) масштаб борновской асимметрии A_1^0 и ее поведение в зависимости от θ при низких энергиях, выбрав $E_{\text{lab}} = 3$ ГэВ (сплошная кривая) и энергию планируемого эксперимента MOLLER, $E_{\text{lab}} = 11$ ГэВ (штриховая кривая). Для всех численных оценок, если это не оговаривается отдельно, используется FORTRAN-программа gcAPV (Radiative Corrections to parity-violating asymmetry A_{PV}). Были использованы значения электрослабых параметров α , m_W , m_Z и массы электрона, мюона и тау-лептона в соответствии с [226].

Так как при низких энергиях A_1^0 пропорциональна $s = 2mE_{\text{lab}}$, то отношение асимметрий при разных энергиях: $A_1^0(11 \text{ ГэВ})/A_1^0(3 \text{ ГэВ}) \approx 11/3$ для всех θ . Такое (пропорциональное энергии) поведение асимметрии наблюдается (рис. 2.6, б) и с дальнейшим увеличением значений \sqrt{s} , вплоть до $\sqrt{s} \sim m_Z$; далее линейный рост резко замедляется и при значениях $\sqrt{s} \gg m_Z$ асимметрия асимптотически стремится к значению $(1 - 16s_W^4)/(1 + 17s_W^4) \approx 0.1123$ (см., например, формулу (25) из [220]).

Для оценки вкладов в поляризацию вакуума адронами возьмем так называемые “эффе́ктивные значения” кварковых масс: $m_u = 0.06983 \text{ ГэВ}$, $m_c = 1.2 \text{ ГэВ}$, $m_t = 174 \text{ ГэВ}$, $m_d = 0.06984 \text{ ГэВ}$, $m_s = 0.15 \text{ ГэВ}$, $m_b = 4.6 \text{ ГэВ}$. Они извлечены из фитов адронных вкладов в эволюцию постоянной тонкой структуры и обеспечивают выполнение экспериментально проверяемого соотношения $\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}(m_Z^2) = 0.027572$ [227], где

$$\Delta\alpha_{\text{had}}^{(5)}(s) = \frac{\alpha}{\pi} \sum_{f=u,d,s,c,b} Q_f^2 \left(\ln \frac{s}{m_f^2} - \frac{5}{3} \right), \quad (2.103)$$

Q_f – электрический заряд фермиона f в единицах протонного заряда e ($e = \sqrt{4\pi\alpha}$). Использование фиксированных кварковых масс как параметров является одним из возможных вариантов описания вкладов в ЭСП, обусловленных поляризацией вакуума адронами. Альтернативно, например, применение аппарата дисперсионных соотношений [228] и непосредственной экспериментальной информации о сечении реакции $e^+e^- \rightarrow$ адроны [205]. Наконец, для массы хиггсовского бозона используется значение $m_H = 115 \text{ ГэВ}$; заметим, что численные результаты для ЭСП зависят весьма слабо от вариаций этого значения в широком диапазоне (в частности, до значения $m_H = 125 \text{ ГэВ}$ [8]).

Определим относительную поправку к борновскому сечению как

$$\delta^C = (\sigma^C - \sigma^0)/\sigma^0, \quad C = \text{BSE, Ver, Vox, } \dots$$

Относительная поправка к асимметрии определяется, как и раньше, формулой (2.25). Для удобства определим термином “слабая” (используем индекс “weak”) поправку, относящуюся к одному из классов: BSE (включая $\gamma\gamma$ -SE, это удобно для единообразия, и, кроме того, оправдано, поскольку в $\gamma\gamma$ -SE включаются W -бозонные петли), вершинный вклад, соответствующий $\Lambda_{2,3}$ (обозначим его индексом HV – heavy vertices), ZZ - и WW -боксы. Итак, $\text{weak} = \text{BSE} + \text{HV} + \text{ZZ} + \text{WW}$.

2.5.1 Энергии SLAC и JLab

Представим (таблица 2.2) слабую и полную относительную поправки к сечению неполяризованных частиц для $E_{\text{lab}} = 11$ ГэВ и различных углах θ . Под полной понимается поправка, обусловленная как слабыми, так и электромагнитными вкладками; в электромагнитную (QED) поправку включаются также мягкие и жесткие реальные фотоны.

Таблица 2.2 – Неполяризованное борновское сечение и относительные слабая и полная поправки к нему при $E_{\text{lab}} = 11$ ГэВ при различных γ_1 ($\gamma_1 = 0.005, 0.01, 0.05$) и θ

$\theta, ^\circ$	σ^0 , мбн	Weak	S, 0.005	S+H, 0.005	S, 0.01	S+H, 0.01	S, 0.05	S+H, 0.05
40	0.8734	0.0111	-0.2595	-0.2591	-0.2118	-0.2124	-0.1012	-0.1067
50	0.3920	0.0119	-0.2721	-0.2716	-0.2222	-0.2227	-0.1063	-0.1136
60	0.2176	0.0126	-0.2810	-0.2805	-0.2295	-0.2303	-0.1099	-0.1183
70	0.1444	0.0131	-0.2870	-0.2867	-0.2344	-0.2356	-0.1124	-0.1219
80	0.1131	0.0135	-0.2905	-0.2904	-0.2373	-0.2389	-0.1139	-0.1241
90	0.1043	0.0136	-0.2916	-0.2916	-0.2383	-0.2400	-0.1144	-0.1249

Для анализа используем возможность варьировать ограничение на максимальную энергию излучаемого фотона γ_1 ($\gamma_1 = E_\gamma/\sqrt{s}$). Исследуем два варианта учета тормозного излучения: 1) учитываем только мягкие фотоны, обозначим этот вариант “S”, тогда $E_\gamma = \omega$; 2) учитываем как мягкие фотоны, так и жесткие, этот вариант обозначаем “S+H”, тогда $E_\gamma = \Omega$, а ω/\sqrt{s} выбирается как малый параметр; впрочем, как показано в (2.102), суммарный результат при любых разумно малых ω/\sqrt{s} от этого выбора не зависит.

Из таблицы 2.2 видно, что слабая поправка довольно мала (в основном это вклад от $\gamma\gamma$ -SE). Разница между вкладами “S” и “S+H” невелика, но, как и следовало ожидать, растет с увеличением ограничения на фотонную энергию, т.е. с расширением фазового пространства фотона. Также из таблицы 2.2 можно заключить, что неполяризованное сечение существенно падает с уменьшением γ_1 .

Приступим к исследованию вкладов ЭСП в наблюдаемую асимметрию, начнем со слабой поправки. Результаты расчета разными методами приведены в таблице 2.3, которая демонстрирует следующие эффекты. Вклад $\gamma\gamma$ -SE мал, в полную поправку входит неаддитивно, его расчеты в РУХ и РУД дают абсолютно одинаковый результат. Вклады γZ -SE, ZZ -SE, HV большие, аддитивные, в РУХ и РУД имеют совершенно различный масштаб. Боксовские вклады ZZ и WW довольно значительны, аддитивны, расчеты в разных подходах (ЕС и АС) дают хорошо согласованный результат. Полная слабая

Таблица 2.3 – Борновская асимметрия A_1^0 и структура относительной слабой поправки к ней при $E_{\text{lab}} = 11$ ГэВ и различных θ

$\theta, ^\circ$	20	30	40	50	60	70	80	90
$A_1^0 \times 10^9$	6.63	15.19	27.45	43.05	60.69	77.68	90.28	94.97
$\gamma\gamma$ -SE, РУД	-0.0043	-0.0049	-0.0054	-0.0058	-0.0062	-0.0064	-0.0066	-0.0067
$\gamma\gamma$ -SE, РУХ	-0.0043	-0.0049	-0.0054	-0.0058	-0.0062	-0.0064	-0.0066	-0.0067
γZ -SE, РУД	-0.2919	-0.2916	-0.2914	-0.2912	-0.2911	-0.2910	-0.2909	-0.2909
γZ -SE, РУХ	-0.6051	-0.6043	-0.6042	-0.6038	-0.6034	-0.6031	-0.6028	-0.6028
ZZ -SE, РУД	-0.0105	-0.0105	-0.0105	-0.0105	-0.0105	-0.0105	-0.0105	-0.0105
ZZ -SE, РУХ	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309	0.0309
HV, РУД	-0.2946	-0.2633	-0.2727	-0.2703	-0.2714	-0.2712	-0.2711	-0.2710
HV, РУХ	-0.0015	-0.0012	-0.0010	-0.0009	-0.0008	-0.0007	-0.0007	-0.0007
ZZ -бокс, ЕС	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013
ZZ -бокс, АС	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013	-0.0013
WW -бокс, ЕС	0.0239	0.0238	0.0238	0.0239	0.0239	0.0238	0.0238	0.0238
WW -бокс, АС	0.0238	0.0238	0.0238	0.0238	0.0238	0.0238	0.0238	0.0238
Weak, РУД, ЕС	-0.5643	-0.5430	-0.5508	-0.5489	-0.5500	-0.5495	-0.5493	-0.5493
Weak, РУХ, АС	-0.5526	-0.5514	-0.5511	-0.5505	-0.5500	-0.5496	-0.5493	-0.5493

поправка (от вкладов, образующих калибровочно инвариантный набор) значительна и дает замечательно согласованный результат в разных подходах к расчету и с применением различных ренормализационных условий. Контролируемая точность между разными подходами к расчету ~ 0.0001 при $\theta = 90^\circ$, но становится немного хуже с уменьшением угла θ из-за начинающей проявлять себя на краю кинематической области численной нестабильности ЕС.

Наконец, таблица 2.4 демонстрирует масштаб и поведение QED-поправки к асимметрии в зависимости от параметра γ_1 .

Таблица 2.4 – Борновская асимметрия и QED поправки к ней при $E_{\text{lab}} = 11$ ГэВ, различных γ_1 ($\gamma_1 = 0.005, 0.01, 0.05$) и θ

$\theta, ^\circ$	$A_1^0 \times 10^9$	S, 0.005	S+H, 0.005	S, 0.01	S+H, 0.01	S, 0.05	S+H, 0.05
40	27.45	-0.0792	-0.0790	-0.0744	-0.0744	-0.0651	-0.0567
50	43.05	-0.0817	-0.0826	-0.0763	-0.0778	-0.0663	-0.0660
60	60.69	-0.0833	-0.0848	-0.0777	-0.0797	-0.0671	-0.0691
70	77.68	-0.0844	-0.0859	-0.0785	-0.0805	-0.0675	-0.0701
80	90.28	-0.0849	-0.0863	-0.0789	-0.0806	-0.0677	-0.0702
90	94.97	-0.0850	-0.0863	-0.0790	-0.0806	-0.0678	-0.0702

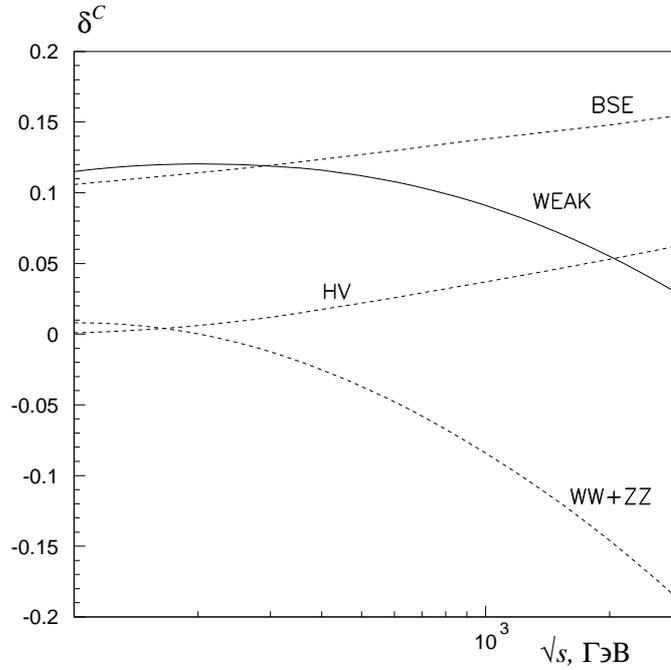


Рисунок 2.7 – Структура относительной поправки к неполяризованному сечению в зависимости от \sqrt{s} при $\theta = 90^\circ$ в РУХ

2.5.2 Энергии ILC

Подходы к расчету ЭСП при низких энергиях оказываются весьма продуктивными и для расчета ЭСП в области сверхвысоких энергий, представляющей интерес для исследования эффектов НФ в программе планируемых экспериментов на ILC в мёллеровском режиме.

Далее приведем результат [15–A] для численной оценки различных вкладов в поправку для $p_B = p_T = 0$, $\theta = 90^\circ$ в зависимости от \sqrt{s} в диапазоне значений $100 \text{ ГэВ} \leq \sqrt{s} \leq 3 \text{ ТэВ}$ (рис. 2.7). Для поправки к BSE-части сечения получаем кривую, плавно возрастающую от 0.11 до 0.16, это обычный эффект бозонных собственных энергий, неоднократно описанный в литературе. Эффект тяжелых вершин (heavy vertices – HV), т. е. вершин с массивным бозоном, слабее, однако возрастает с ростом энергии, достигая при 3 ТэВ значения 0.06. Очень важны тяжелые боксы (как было объяснено выше, в основном это касается WW -боксов), поправка, обусловленная этой частью, отрицательна (см. замечание после формулы (2.76)) и резко убывает с ростом \sqrt{s} , достигая при 3 ТэВ значения -0.19 . Суммарный эффект для вышеперечисленных слабых вкладов довольно значителен: при 1 ТэВ он составляет 0.09, однако с ростом энергии уменьшается из-за взаимной компенсации растущих BSE, HV и убывающего WW -боксовского вкладов. Ниже будет по-

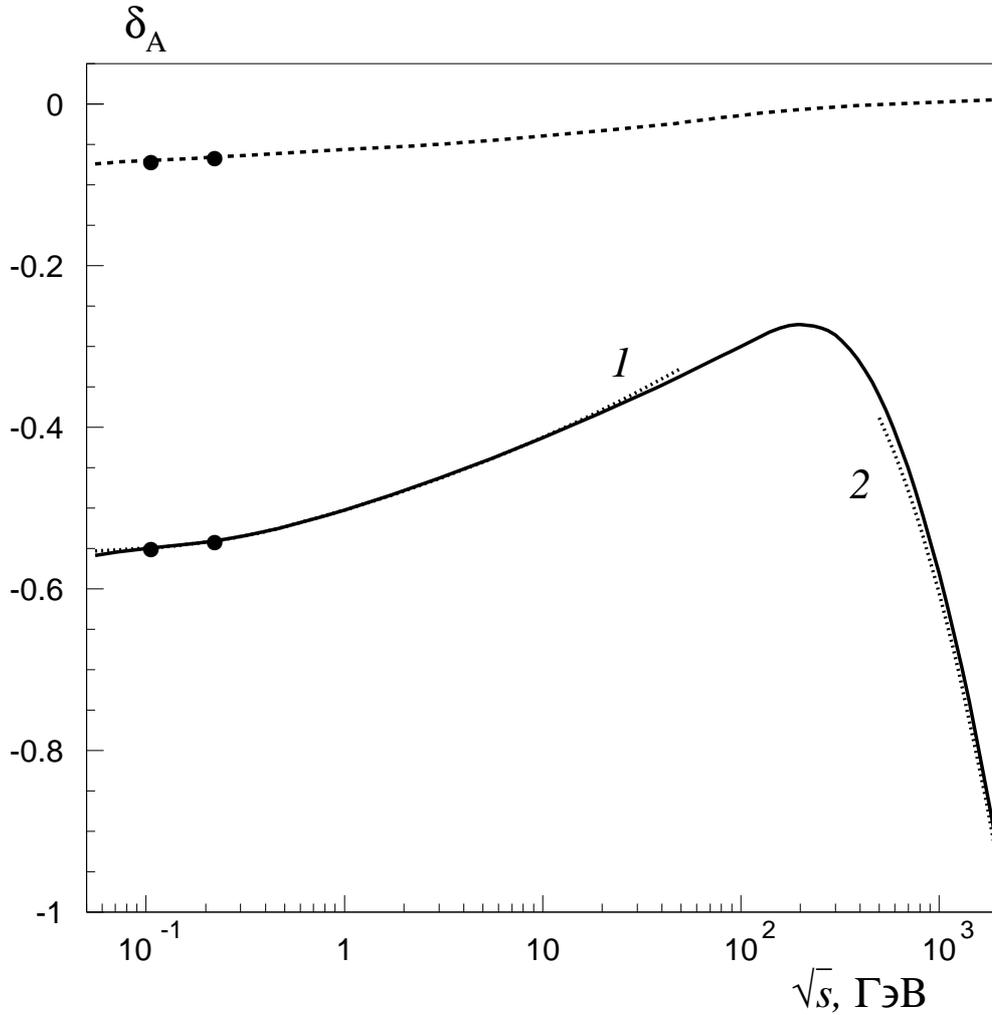


Рисунок 2.8 – Относительная слабая (сплошная и точечные кривые) и QED (штриховая кривая) поправки к A_1^0 в зависимости от \sqrt{s} при $\theta = 90^\circ$. Кинематические точки экспериментов MOLLER и E-158 соответственно слева направо.

дробно обсуждаться, что полученный результат для полной слабой поправки находится в хорошем согласии с расчетом Деннера и Поццорини [160] (см. рис. 2 этой работы).

На рис. 2.8 изображена относительная слабая (сплошная кривая) и QED (штриховая кривая, при $\gamma_1 = 0.05$) поправки к борновской асимметрии A_1^0 в зависимости от \sqrt{s} при $\theta = 90^\circ$. Рисунок захватывает как область низких энергий (кинематические точки экспериментов MOLLER и E-158 обозначены последовательно слева направо), так и сверхвысоких энергий ИЛС.

В области высоких энергий ($\sqrt{s} \geq 50$ ГэВ) для ЭСП имеются результаты работы Деннера и Поццорини [160]. Результаты сравнения с этой работой приведены в таблице 2.5.

Таблица 2.5 – Сравнение относительной слабой поправки с результатами работы [160]

\sqrt{s} , ГэВ	результат [160]	результат [20–А], [24–А]
100	–0.2787	–0.2790
500	–0.3407	–0.3406
2000	–0.9056	–0.9066

Чтобы надежно сравнить результаты, были выбраны значения параметров из [160] и получено хорошее согласие: так, при $\sqrt{s} = 100$ ГэВ $\delta_A^{\text{weak}}([160]) = -0.2787$ против значения -0.2790 , полученного в [20–А] (относительная ошибка всего 0.001), при $\sqrt{s} = 500$ ГэВ $\delta_A^{\text{weak}}([160]) = -0.3407$ против значения -0.3406 [20–А], а при $\sqrt{s} = 2000$ ГэВ $\delta_A^{\text{weak}}([160]) = -0.9056$ против значения -0.9066 [20–А].

Значения δ_A^{weak} при современных параметрах несколько другие, например, при $\sqrt{s} = 500$ ГэВ результат $\delta_A^{\text{weak}} = -0.3614$ [20–А]. Следует заметить, что в работе [160] был использован РУД, в то время как результат [20–А] протестирован на независимость от выбранной схемы: так, на рис. 2.8 сплошная кривая соответствует слабой поправке в РУД и ЕС, а точечная кривая, обозначенная цифрой 1, – РУХ и АС (незначительное расхождение на краях обусловлено: слева – численной нестабильностью ЕА из-за сингулярности Ландау, справа – тем, что АС перестает работать в области $\sqrt{s} \geq m_W$). Кроме этого, в области сверхвысоких энергий результат [20–А] для слабой поправки к асимметрии совпадает с асимптотическим результатом, полученным в работе [15–А] (соответствует точечной кривой, обозначенной цифрой 2) и изложенным выше. Видно хорошее согласие результатов, которое ухудшается с уменьшением энергии из-за того, что асимптотический результат, полученный в [15–А], начинает хуже работать в области $\sqrt{s} \rightarrow m_Z + 0$. Что касается QED-поправки, то было также получено полное согласие с результатом [160].

Дадим более подробный численный анализ ЭСП к сечениям и асимметрии при сверхвысоких энергиях, см. таблицы 2.6 и 2.7 соответственно. Далее везде используются РУД и точный расчет ЕС. Как видно из таблицы 2.6, полные ЭСП к сечению весьма значительны и резко зависят от экспериментальных ограничений на энергию тормозного фотона. Что касается поправок к асимметрии (таблица 2.7), то роли вкладов в области сверхвысоких энергий меняются по сравнению с областью низких энергий. Так, в рамках РУД, значительными становятся $\gamma\gamma$ -SE и, особенно, WW -бокс, а γZ -SE и ZZ -SE, наоборот, становятся малыми. Вершинный вклад HV остается довольно существенным. Подробный анализ поведения слабых вкладов в асимметрию

при энергиях ILC, например, выделение судаковских логарифмов (СЛ) от WW -боксов, можно найти в работе [15–A]. Вклад QED-составляющей в асимметрию при высоких энергиях значителен только лишь при очень малых γ_1 .

Таблица 2.6 – Неполяризованное борновское сечение и относительные слабая и полная поправки к нему при $\sqrt{s} = 1$ ТэВ при различных γ_1 и θ

$\theta, ^\circ$	σ^0 , пбн	Weak	S, 0.005	S, 0.01	S, 0.05
20	161.7637	0.0947	−0.7845	−0.6271	−0.2616
30	35.3627	0.0889	−0.8184	−0.6561	−0.2793
40	12.7069	0.0863	−0.8399	−0.6744	−0.2900
50	6.1449	0.0859	−0.8538	−0.6860	−0.2964
60	3.6703	0.0866	−0.8626	−0.6932	−0.2999
70	2.5946	0.0878	−0.8679	−0.6975	−0.3018
80	2.1226	0.0887	−0.8707	−0.6997	−0.3026
90	1.9874	0.0890	−0.8716	−0.7004	−0.3028

Таблица 2.7 – Борновская асимметрия A_1^0 , относительная слабая и QED-поправки (при трех разных γ_1) к ней при $\sqrt{s} = 1$ ТэВ и различных θ

$\theta, ^\circ$	20	30	40	50	60	70	80	90
A_1^0	0.0758	0.0887	0.0959	0.1012	0.1053	0.1083	0.1102	0.1108
$\gamma\gamma$ -SE	−0.0603	−0.0605	−0.0596	−0.0581	−0.0564	−0.0549	−0.0538	−0.0535
γZ -SE	−0.0122	−0.0131	−0.0178	−0.0230	−0.0274	−0.0307	−0.0327	−0.0334
ZZ -SE	−0.0063	−0.0019	0.0006	0.0022	0.0031	0.0036	0.0039	0.0040
HV	−0.1375	−0.0713	−0.0168	0.0257	0.0572	0.0788	0.0914	0.0955
ZZ -бокс	0.0001	0.0003	0.0005	0.0007	0.0009	0.0011	0.0012	0.0013
WW -бокс	−0.3936	−0.5191	−0.6012	−0.6505	−0.6782	−0.6926	−0.6992	−0.7011
Weak	−0.5534	−0.5962	−0.6129	−0.6121	−0.6027	−0.5917	−0.5835	−0.5805
QED, 0.005	−0.0001	0.0022	0.0067	0.0134	0.0217	0.0303	0.0370	0.0395
QED, 0.01	−0.00004	0.0008	0.0021	0.0035	0.0050	0.0063	0.0071	0.0074
QED, 0.05	−0.00001	0.0003	0.0008	0.0013	0.0018	0.0022	0.0025	0.0026

2.6 Выводы

Мёллеровское рассеяние с экспериментальной точки зрения является “чистым” процессом, изучение которого может не только позволить получить значения важнейших параметров СМ с беспрецедентной точностью, но и открыть доступ к “новой” физике. Успешно проведенный эксперимент E-158 в

SLAC, планируемый новый эксперимент MOLLER в JLab, а также планируемая экспериментальная программа на ILC, следовательно, нуждаются в программах тщательного и надежного учета электрослабых радиационных эффектов.

В настоящей главе были рассчитаны однопетлевые электрослабые радиационные поправки к наблюдаемой поляризации асимметрии мёллеровского рассеяния к этим экспериментам. Результаты получены в аналитической (компактной) и независимо в точной (реализованной с помощью компьютерных кодов) форме. Численный анализ показывает значительный масштаб полученных эффектов (в кинематике JLab асимметрия понижается на $\sim 69\%$, для коллайдерной постановки при $\sqrt{s}=1$ ТэВ имеет место понижение на $\sim 60\%$). Исследована зависимость радиационных эффектов от экспериментальных ограничений, показана независимость конечного результата от каких-либо нефизических параметров.

Важным результатом является установление независимости полных ЭСП от ренормализационных условий в рамках схемы перенормировки на массовой поверхности. Отличное согласие результатов, полученных с применением аналитических методов и альтернативно с использованием компьютерных кодов FeynArts, FormCalc, LoopTools и Form доказывает надежность проведенных расчетов. Выработанная методика расчета однопетлевых ЭСП оказывается полезной для вычисления двухпетлевых ЭСП, учет которых, например, для условий планируемого эксперимента MOLLER в JLab необходим в связи с высокой точностью этого эксперимента (см. следующую главу).

Наконец, следует добавить, что результаты расчета обсуждаемых ЭСП, впервые полученные в [7–A] и впоследствии развитые в [8–A], [20–A], [24–A] и легшие в основу материала этой главы, были использованы для получения компактных ультрарелятивистских выражений электромагнитных поправок низшего порядка к мёллеровскому рассеянию продольно поляризованных электронов. На основе этих выражений была построена FORTRAN программа MERA [9–A] и Монте-Карло-генератор MERADGEN [12–A], полезный для определения поляризации электронного пучка.

ГЛАВА 3

ОЦЕНКА ДВУХПЕТЛЕВЫХ РАДИАЦИОННЫХ ЭФФЕКТОВ В ЭКСПЕРИМЕНТЕ MOLLER

3.1 Введение

Изучение нарушения четности в мёллеровском рассеянии со слабым током, предсказанного Зельдовичем в 1959 [229], ныне является надежным источником информации о важнейших параметрах стандартной модели – синуса угла Вайнберга s_W и слабого заряда электрона. Эксперимент E-158 в SLAC [207]–[210], в котором исследовалось рассеяние поляризованных электронов с энергиями 45–48 ГэВ на неполяризованных электронах водородной мишени, позволил получить с беспрецедентной на тот момент точностью значение s_W в области низких энергий. Эксперимент следующего поколения MOLLER (Measurement Of a Lepton Lepton Electroweak Reaction) [212] с электронным пучком 11 ГэВ, который планируется осуществить в скором будущем в Лаборатории им. Джефферсона (JLab), позволит измерить наблюдаемую асимметрию сечения на новом уровне чувствительности 0.73×10^{-9} . Это даст возможность измерить слабый заряд электрона с относительной погрешностью 2.3% и определить угол смешивания с точностью ± 0.00026 (стат.) ± 0.00013 (сист.).

В предыдущей главе после подробного изложения мотивации прецизионных расчетов для мёллеровского рассеяния и обзора многочисленной литературы по этому вопросу изложен подробный расчет однопетлевых электрослабых поправок для поляризационного МР в РМП с двумя разными наборами ренормализационных условий и получено точное совпадение для полной относительной поправки (не имея совпадения для ряда отдельных вкладов, не образующих калибровочно-инвариантный набор). Также полные однопетлевые ЭСП рассчитаны там двумя способами: точно, без всяких приближений, с использованием компьютерных кодов FeynArts и FormCalc [218] и приближенно, получив как результат весьма компактные формулы, удобные для анализа и “быстрой” оценки радиационных эффектов. Была доказана независимость полученного результата от каких-либо нефизических параметров (фотонной “мягкости” и т.д.) и проведен подробный численный анализ. Итак, итогом предыдущей главы является детально разработанная программа прецизионного учета однопетлевых электрослабых радиационных поправок к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния для современ-

ных экспериментальных программ при всех доступных на настоящий момент энергиях.

В этой главе сделан следующий шаг: впервые оценивается квадрат однопетлевых ЭСП (Q -часть) и показано, что полученные вклады сравнимы с планируемой экспериментальной точностью эксперимента MOLLER. Далее, изучена структура вкладов от двухпетлевых поправок (относящихся к т.н. T -части), образующих калибровочно-инвариантный набор вершинных диаграмм и собственных бозонных энергий и оценены соответствующие радиационные эффекты. В начале главы приведены основные обозначения, объяснена кинематика и структура амплитуд и сечений; далее в единых обозначениях решается проблема сокращения инфракрасной расходимости на одно- и двухпетлевом уровнях, проведен анализ физического вклада мнимой части амплитуды. Представлен анализ структуры относительных поправок к асимметрии в Q - и T -частях и проведен численный анализ.

3.2 Общие обозначения. Амплитуды и сечения

Для описания мёллеровского процесса применяются те же обозначения, что и в предыдущей главе. С точностью до двухпетлевых эффектов, оценка которых – главная цель этой работы, процесс (2.1) характеризуется дифференциальным сечением

$$\begin{aligned}\sigma &\equiv \frac{d\sigma}{d\cos\theta} = \frac{\pi^3}{2s} |M_0 + M_1 + M_2|^2 \\ &\approx \frac{\pi^3}{2s} (M_0 M_0^+ + 2\text{Re}M_1 M_0^+ + M_1 M_1^+ + 2\text{Re}M_2 M_0^+),\end{aligned}\quad (3.1)$$

где θ – угол рассеяния детектируемого электрона с 4-импульсом k_2 в с. ц. м. начальных электронов. Опишем четыре слагаемых в правой части (3.1): первое ($\sim M_0 M_0^+$) определяет сечение в борновском приближении, второе ($\sim \text{Re}M_1 M_0^+$) определяет сечение с точностью до однопетлевой ЭСП (ее расчет подробно описан в предыдущей главе), третье ($\sim M_1 M_1^+$) слагаемое – это так называемая Q -часть (quadratic) двухпетлевой поправки, обусловленная квадратом однопетлевых амплитуд Q -part (она впервые изучена в работе [25–A]), и, наконец, четвертое ($\sim \text{Re}M_2 M_0^+$) – это так называемая T -часть (Two-loop) двухпетлевой поправки.

Для понимания содержания этой главы необходимо разобрать структуру всех амплитуд, начиная с борновской ($\mathcal{O}(\alpha)$) амплитуды M_0 . Соответствующие этой амплитуде диаграммы изображены на рис. 2.1. Ее структура пред-

ставляет собой разность t -канальной и u -канальной частей:

$$M_0 = M_{0,t} - M_{0,u}, \quad M_{0,u} = M_{0,t}(k_2 \leftrightarrow p_2), \quad (3.2)$$

где

$$M_{0,t} = \sum_{j=\gamma,Z} M_t^j, \quad M_t^j = i \frac{\alpha}{\pi} I_\mu^j D^{jt} J^{\mu,j}, \quad (3.3)$$

а t -канальные токи верхнего и нижнего электронов на рис. 2.1 (т.е. электронов пучка и мишени) равны, соответственно:

$$I_\mu^j = \bar{u}(k_2) \gamma_\mu (v^j - \alpha^j \gamma_5) u(k_1), \quad J_\mu^j = \bar{u}(p_2) \gamma_\mu (v^j - \alpha^j \gamma_5) u(p_1). \quad (3.4)$$

Для записи амплитуды использовались правила Фейнмана из работ [64, 65]. Константы связи в токах и пропагаторная структура из (3.3) заданы так же, как в предыдущей главе.

Квадрированная борновская амплитуда M_0 образует хорошо известное борновское сечение (2.2). Из (2.2) легко получить результат для неполяризованного МР в КЭД:

$$\sigma_{00}^0 = \alpha^2 \pi \frac{s^4 + t^4 + u^4}{st^2 u^2}. \quad (3.5)$$

Однопетлевая амплитуда M_1 (имеет порядок $\mathcal{O}(\alpha^2)$) формируется по аналогии с борновской. Она представляет собой сумму трех типов диаграмм (см. рис. 2.2): бозонных собственных энергий, вершин и боксов:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_{1,t} - M_{1,u}, \quad M_{1,u} = M_{1,t}(k_2 \leftrightarrow p_2), \\ M_{1,t} &= M_{\text{BSE},t} + M_{\text{Ver},t} + M_{\text{Box},t}. \end{aligned} \quad (3.6)$$

В схеме перенормировки на массовой поверхности [64, 65], которая здесь используется, нет вкладов собственных лептонных энергий.

Для целей этой главы нужно подробнее расписать амплитуды каждого из трех однопетлевых вкладов. BSE-вклад, который соответствует диаграмме *a* на рис. 2.2, имеет вид:

$$M_{\text{BSE},t} = i \frac{\alpha}{\pi} \sum_{i,j=\gamma,Z} I_\mu^i D_S^{ijt} J^{\mu,j}, \quad (3.7)$$

где D_S^{ijr} приведена в (2.18).

Для того, чтобы учесть диаграммы с электронными вершинами (диаграммы *b* и *v* на рис. 2.2), используем запись в духе формфакторов $\delta F_{V,A}^{je}$ из работы [64] (компактные обозначения, которые используются в этой главе, немного

отличаются от принятых в предыдущей). Фактически, чтобы из борновской амплитуды получить амплитуду с вершиной, нужно в ней осуществить замены констант связи: $v^j \rightarrow v^{F_j}$, $a^j \rightarrow a^{F_j}$, где для фотона

$$v^{F_\gamma} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[\Lambda_1^\gamma + ((v^Z)^2 + (a^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3^W \right], \quad (3.8)$$

$$a^{F_\gamma} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[2v^Z a^Z \Lambda_2^Z + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3^W \right], \quad (3.9)$$

а для Z -бозона

$$v^{F_Z} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[v^Z \Lambda_1^\gamma + v^Z ((v^Z)^2 + 3(a^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right], \quad (3.10)$$

$$a^{F_Z} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[a^Z \Lambda_1^\gamma + a^Z (3(v^Z)^2 + (a^Z)^2) \Lambda_2^Z + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2^W - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3^W \right]. \quad (3.11)$$

Заметим, что после замен константы стали, так сказать, динамическими, поскольку Λ_1^γ (вклад треугольных диаграмм с дополнительным виртуальным фотоном), Λ_2^B (вклад диаграмм с дополнительным массивным бозоном B , где $B = Z, W$) и, наконец, Λ_3^W (вклад 3-бозонных вершин – $WW\gamma$ и WWZ) являются функциями переданного импульса. Приведем здесь для них выражения, рассчитанные в схеме РМП с перенормировочными условиями из [64, 63] (далее будем пользоваться именно ими), которые можно применить в кинематической области эксперимента MOLLER:

$$\Lambda_1^\gamma = -2 \ln \frac{-r}{\lambda^2} \left(\ln \frac{-r}{m^2} - 1 \right) + \ln \frac{-r}{m^2} + \ln^2 \frac{-r}{m^2} + 4 \left(\frac{\pi^2}{12} - 1 \right), \quad (3.12)$$

$$\Lambda_2^B \approx -\frac{r}{3m_B^2} \left(2 \ln \frac{m_B^2}{-r} + \frac{11}{3} \right), \quad \Lambda_3^W \approx -\frac{5r}{27m_W^2}. \quad (3.13)$$

Подробный вывод приближенного выражения для Λ_2^B дан в [24–A].

Амплитуда, соответствующая t -канальной вершинной части, выглядит так:

$$M_{\text{Ver},t} = \sum_{j=\gamma,Z} \left(M_{j/B,t} + M_{j/H,t} \right), \quad M_{j/B,t} = i \frac{\alpha}{\pi} B_\mu^j D^{jt} J^{\mu,j}, \quad M_{j/H,t} = i \frac{\alpha}{\pi} I_\mu^j D^{jt} H^{\mu,j}, \quad (3.14)$$

где токи имеют вид

$$B_\mu^j = I_\mu^j(v^j \rightarrow v^{F_j}, a^j \rightarrow a^{F_j}), \quad H^{\mu,j} = J^{\mu,j}(v^j \rightarrow v^{F_j}, a^j \rightarrow a^{F_j}). \quad (3.15)$$

ИКР-часть вершинной t -канальной амплитуды

$$M_{\text{Ver},t}^\lambda = -\frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{-t}{m^2} - 1 \right) \ln \frac{s}{\lambda^2} M_{0,t} \quad (3.16)$$

и ее оставшаяся (инфракрасно-конечная) часть

$$M_{\text{Ver},t}^f = M_{\text{Ver},t} - M_{\text{Ver},t}^\lambda = M_{\text{Ver},t}(\lambda^2 \rightarrow s) \quad (3.17)$$

имеют компактный и удобный для анализа вид.

Боксовский вклад представляет собой сумму всех двухбозонных амплитуд (диаграммы g и d на рис. 2.2):

$$M_{\text{Box},t} = M_{\gamma\gamma,t} + M_{\gamma Z,t} + M_{Z\gamma,t} + M_{ZZ,t} + M_{WW,t}. \quad (3.18)$$

Для нейтральных бозонов суммируются прямые и перекрестные $\gamma\gamma$, γZ и ZZ -боксы:

$$M_{ij,t} = M_{ij,t}^D + M_{ij,t}^C \quad (i, j = \gamma, Z), \quad (3.19)$$

где $M_{ij,t}^D$ и $M_{ij,t}^C$ выражаются через 4-точечные функции:

$$\begin{aligned} M_{ij,t}^D = & -i \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{i}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int \frac{d^4 k}{(k^2 - 2k_1 k)(k^2 + 2p_1 k)((q - k)^2 - m_j^2)(k^2 - m_i^2)} \times \\ & \times \bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^j - a^j \gamma_5) (\hat{k}_1 - \hat{k} + m) \gamma^\nu (v^i - a^i \gamma_5) u(k_1) \times \\ & \times \bar{u}(p_2) \gamma_\mu (v^j - a^j \gamma_5) (\hat{p}_1 + \hat{k} + m) \gamma_\nu (v^i - a^i \gamma_5) u(p_1), \end{aligned} \quad (3.20)$$

$$\begin{aligned} M_{ij,t}^C = & -i \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{i}{(2\pi)^2} \times \\ & \times \int \frac{d^4 k}{(k^2 - 2k_1 k)(k^2 - 2p_2 k)((q - k)^2 - m_j^2)(k^2 - m_i^2)} \times \\ & \times \bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^j - a^j \gamma_5) (\hat{k}_1 - \hat{k} + m) \gamma^\nu (v^i - a^i \gamma_5) u(k_1) \times \\ & \times \bar{u}(p_2) \gamma_\nu (v^i - a^i \gamma_5) (\hat{p}_2 - \hat{k} + m) \gamma_\mu (v^j - a^j \gamma_5) u(p_1). \end{aligned} \quad (3.21)$$

Диаграмма прямого WW -бокса запрещена законом сохранения заряда, поэтому сечение, соответствующее WW -боксу, содержит только перекрестный член (3.21).

ИКР-части $\gamma\gamma$ - и γZ -боксов в t -канале выглядят как

$$M_{\gamma\gamma(\gamma Z + Z\gamma),t}^\lambda = -\frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{-u}{s} - i\pi \right) \ln \frac{s}{\lambda^2} M_t^{\gamma(Z)}, \quad (3.22)$$

тогда, складывая, получим

$$M_{\text{Box},t}^\lambda = M_{\gamma\gamma,t}^\lambda + M_{\gamma Z+Z\gamma,t}^\lambda = -\frac{\alpha}{\pi} \left(\ln \frac{-u}{s} - i\pi \right) \ln \frac{s}{\lambda^2} M_{0,t}, \quad (3.23)$$

Используя асимптотические методы, можно существенно упростить боксовские амплитуды, содержащие хотя бы один тяжелый бозон (см., например, [20–A], где упрощение было сделано на уровне сечения). Тогда

$$\begin{aligned} M_{\gamma Z,t}^f + M_{Z\gamma,t}^f &= \left(M_{\gamma Z,t} + M_{Z\gamma,t} \right) - \left(M_{\gamma Z,t}^\lambda + M_{Z\gamma,t}^\lambda \right) = \\ &= M_{a,t}^{\gamma\gamma(\gamma Z+Z\gamma)} - 2i \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left[\left(\frac{3}{2} + \ln \frac{m_Z^2}{s} \right) \bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^Z - a^Z \gamma_5) (-\gamma^\alpha) \gamma^\nu u(k_1) \cdot \right. \\ &\bar{u}(p_2) \gamma_\mu (v^Z - a^Z \gamma_5) \gamma_\alpha \gamma_\nu u(p_1) + \left. \left(\frac{3}{2} + \ln \frac{m_Z^2}{-u} \right) \bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^Z - a^Z \gamma_5) \gamma^\alpha \gamma^\nu u(k_1) \cdot \right. \\ &\left. \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\mu (v^Z - a^Z \gamma_5) u(p_1) \right], \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} M_{ZZ,t} &= -i \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{1}{16m_Z^2} \left[\bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^B - a^B \gamma_5) (-\gamma^\alpha) \gamma^\nu u(k_1) \cdot \right. \\ &\bar{u}(p_2) \gamma_\mu (v^B - a^B \gamma_5) \gamma_\alpha \gamma_\nu u(p_1) + \bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^B - a^B \gamma_5) \gamma^\alpha \gamma^\nu u(k_1) \cdot \\ &\left. \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\mu (v^B - a^B \gamma_5) u(p_1) \right], \end{aligned} \quad (3.25)$$

$$\begin{aligned} M_{WW,t} &= -i \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \frac{1}{16m_W^2} \left[\bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^C - a^C \gamma_5) \gamma^\alpha \gamma^\nu u(k_1) \cdot \right. \\ &\left. \bar{u}(p_2) \gamma_\nu \gamma_\alpha \gamma_\mu (v^C - a^C \gamma_5) u(p_1) \right], \end{aligned} \quad (3.26)$$

где

$$M_{a,t}^{\gamma\gamma(\gamma Z+Z\gamma)} = -\frac{\alpha}{2\pi} (L_u^2 + \pi^2) M_t^{\gamma(Z)}, \quad L_r = \ln(-s/r), \quad (3.27)$$

а комбинации констант связи для ZZ - и WW -боксов определяются соотношениями (2.61).

3.3 Инфракрасная расходимость

3.3.1 Выделение ИКР в однопетлевой и двухпетлевой амплитудах

Собирая вклады в однопетлевой амплитуде, получим ее в виде суммы $M_1 = M_1^\lambda + M_1^f$. Инфракрасно-расходящаяся часть после упрощения выгля-

дит так:

$$M_1^\lambda = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^\lambda M_0, \quad (3.28)$$

где величина

$$\delta_1^\lambda = 4B \ln \frac{\lambda}{\sqrt{s}}, \quad (3.29)$$

содержит комплексное выражение B , факторизующееся перед борновской амплитудой M_0 благодаря симметрии $B(t, u) = B(u, t)$:

$$B = \ln \frac{tu}{m^2 s} - 1 - i\pi. \quad (3.30)$$

Инфракрасно-конечная часть однопетлевой амплитуды может быть представлена

$$M_1^f = M_{\text{BSE}} + M_{\text{Ver}}^f + M_{\text{Box}}^f + M_{\text{add}}. \quad (3.31)$$

Последнее слагаемое в (3.31) происходит от нефакторизующейся боксовской амплитуды (3.27):

$$M_{\text{add}} = -\frac{\alpha}{2\pi} \left[(L_u^2 + \pi^2) M_{0,t} - (L_t^2 + \pi^2) M_{0,u} \right]. \quad (3.32)$$

Двухпетлевая амплитуда представляется аналогично однопетлевой в виде суммы инфракрасно-расходящейся и инфракрасно-конечной части: $M_2 = M_2^\lambda + M_2^f$, где

$$M_2^\lambda = \frac{1}{2} \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^\lambda M_1^f + \frac{1}{8} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 (\delta_1^\lambda)^2 M_0. \quad (3.33)$$

Первое слагаемое в (3.33) имеет такую же структуру, что и (3.28), поскольку соответствует набору диаграмм с дополнительным *внешним* фотоном (см. детали в [28–A]). Формула (3.28) определяется диаграммами с дополнительным *внешним* фотоном (других в этом наборе нет) по отношению к борновским амплитудам, поэтому в ней факторизуется борновская амплитуда M_0 ; точно так же первое слагаемое в (3.33) определяется диаграммами с дополнительным *внешним* фотоном по отношению к однопетлевым амплитудам, поэтому в нем, соответственно, факторизуется инфракрасно-конечная часть однопетлевой амплитуды M_1^f . Оставшаяся часть амплитуды M_2^λ (второе слагаемое в (3.33)) должна быть напрямую пропорциональна борновской амплитуде.

3.3.2 Выделение ИКР в сечении безрадиационного процесса

Полученные выражения (3.28), (3.31) позволяют построить сечение с точностью до однопетлевой ЭСП, что совпадает с результатом, полученным в [20–А]:

$$\sigma_1 = \frac{\pi^3}{s} \text{Re} M_1 M_0^+ = \sigma_1^\lambda + \sigma_1^f. \quad (3.34)$$

Вид сечения σ_1^λ (см. формулу (42) из [20–А]) такой:

$$\sigma_1^\lambda = \frac{\alpha}{\pi} \text{Re}(\delta_1^\lambda) \sigma^0. \quad (3.35)$$

инфракрасно-конечная часть сечения σ_1^f может быть компактно записана через безразмерную относительную поправку

$$\sigma_1^f = \frac{\alpha}{\pi} \delta_1^f \sigma^0. \quad (3.36)$$

Сечения $Q(T)$ -частей представляются как суммы:

$$\sigma_Q^V = \frac{\pi^3}{2s} M_1 M_1^+ = \sigma_Q^\lambda + \sigma_Q^f, \quad \sigma_T^V = \frac{\pi^3}{s} \text{Re} M_2 M_0^+ = \sigma_T^\lambda + \sigma_T^f. \quad (3.37)$$

После ряда преобразований сечение σ_Q^λ может быть представлено как

$$\sigma_Q^\lambda = \frac{\pi^3}{2s} (M_1^\lambda M_1^{\lambda+} + 2 \text{Re} M_1^f M_1^{\lambda+}) = \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \left[\delta_1^\lambda \delta_1^{\lambda*} + 2 \text{Re}(\delta_1^f \delta_1^{\lambda*}) \right] \sigma^0, \quad (3.38)$$

а сечение σ_T^λ как

$$\sigma_T^\lambda = \frac{\pi^3}{s} \text{Re} M_2^\lambda M_0^+ = \frac{1}{4} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \text{Re} \left[(\delta_1^\lambda)^2 + 2 \delta_1^\lambda \delta_1^f \right] \sigma^0. \quad (3.39)$$

Инфракрасно-конечные части сечений $\sigma_{Q,T}^f$ по аналогии с (3.36) могут быть записаны через безразмерные относительные поправки

$$\sigma_Q^f = \frac{\pi^3}{2s} M_1^f M_1^{f+} = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \delta_Q^f \sigma^0, \quad \sigma_T^f = \frac{\pi^3}{s} \text{Re} M_2^f M_0^+ = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 \delta_T^f \sigma^0. \quad (3.40)$$

Нетрудно убедиться, что мнимая часть инфракрасно-расходящихся сечений сокращается в сумме Q - и T -частей (т. е. в сумме формул (3.38) и (3.39)):

$$\delta_1^\lambda \delta_1^{\lambda*} + \text{Re}(\delta_1^\lambda)^2 = 2 (\text{Re} \delta_1^\lambda)^2, \quad (3.41)$$

$$\text{Re}(\delta_1^f \delta_1^{\lambda*}) + \text{Re}(\delta_1^f \delta_1^\lambda) = 2 \text{Re}(\delta_1^f) \text{Re}(\delta_1^\lambda). \quad (3.42)$$

Итак, в дальнейшем нет необходимости “заботиться” о мнимой части инфракрасно-расходящихся членов амплитуд с дополнительными виртуальными частицами. В инфракрасно-конечной части мнимая составляющая есть,

она происходит от боксовских диаграмм и играет роль в сечении Q -части, но хотя эффект невелик, на уровне процента, для MOLLERA он существен [25–A]. Итак, далее мнимая часть везде игнорируется, так что $\delta_1^\lambda \rightarrow \text{Re}\delta_1^\lambda$ и $B \rightarrow \text{Re}B$. Следует напомнить, что в сечении тормозного излучения мнимой части также нет.

3.3.3 Выделение ИКР в сечении тормозного излучения

Выпишем сечение мёллеровского рассеяния с излучением одного реального мягкого фотона с энергией, меньшей ω (см. диаграмму *a* на рис. 2.4, или на рис. 3.1 как пример). В отличие от предыдущей главы нужно рассмотреть также и однопетлевые диаграммы с тормозным излучением. Следуя методу [224] (см. также [135]), получаем с точностью до двухпетлевых слагаемых:

$$\sigma^\gamma = \sigma_1^\gamma + \sigma_2^\gamma, \quad (3.43)$$

где $\sigma_{1,2}^\gamma$ имеют сходную структуру, основанную на факторизации мягкой части:

$$\sigma_1^\gamma = \frac{\alpha}{\pi}(-\delta_1^\lambda + R_1)\sigma^0, \quad \sigma_2^\gamma = \frac{\alpha}{\pi}(-\delta_1^\lambda + R_1)\sigma_1, \quad (3.44)$$

здесь

$$R_1 = -4B \ln \frac{\sqrt{s}}{2\omega} - \left(\ln \frac{s}{m^2} - 1 \right)^2 + 1 - \frac{\pi^2}{3} + \ln^2 \frac{u}{t}. \quad (3.45)$$

При получении (3.44) вычислялся 3-мерный интеграл по фазовому пространству мягкого реального фотона. В с.ц.м. расчет согласно [224] дает:

$$L(\lambda, \omega) = -\frac{1}{4\pi} \int_{k_0 < \omega} \frac{d^3k}{k_0} T^\beta(k) T_\beta(k) = -\delta_1^\lambda + R_1, \quad (3.46)$$

где

$$T^\alpha(k) = \frac{k_1^\alpha}{k_1 k} - \frac{k_2^\alpha}{k_2 k} + \frac{p_1^\alpha}{p_1 k} - \frac{p_2^\alpha}{p_2 k}. \quad (3.47)$$

Первое слагаемое в (3.43) σ_1^γ сокращает ИКР в первой петле (см. предыдущую главу), второе, σ_2^γ , после добавления к нему части сечения $\sigma^{\gamma\gamma}$, соответствующего излучению двух мягких фотонов с суммарной энергией меньшей ω (см. диаграммы *b* и *v* на рис. 3.1, как пример), сокращает ИКР во второй петле.

Приведем детальный расчет $\sigma^{\gamma\gamma}$ [25–A]. Прежде всего рассчитаем амплитуды, соответствующие излучению двух реальных мягких фотонов (см. рис. 3.1, диаграммы *b* и *v*, как пример),

$$e^-(k_1, \xi) + e^-(p_1, \eta) \rightarrow e^-(k_2) + e^-(p_2) + \gamma(k) + \gamma(p) \quad (3.48)$$

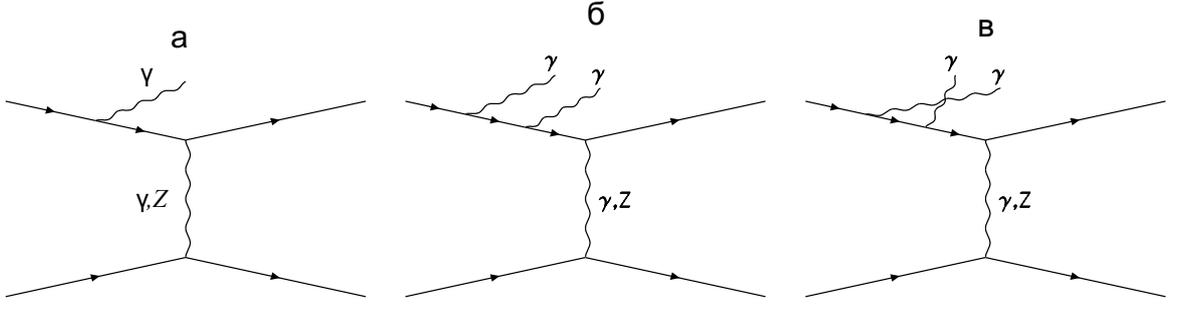


Рисунок 3.1 – Диаграммы тормозного излучения из первой электронной линии для процессов $e^-e^- \rightarrow e^-e^-\gamma$ (а) и $e^-e^- \rightarrow e^-e^-\gamma\gamma$ (б, в) в t -канале.

Четыре u -канальных диаграммы получаются из приведенных заменами

$$k_2 \leftrightarrow p_2$$

в t - и u -канале с обменом i -бозоном ($i = \gamma, Z$). Амплитуды с прямым расположением фотонов в t -канале (рис. 3.1, б) будем обозначать так: $M_{kl}^i = \{M_{11}^i, M_{12}^i, M_{13}^i, \dots\}$, где первый (второй) индекс означает происхождение первого $\gamma(k)$ (второго $\gamma(p)$) излучаемого фотона: 1 – фотон излучается электроном $e^-(k_1)$, 2 – электроном $e^-(k_2)$, 3 – электроном $e^-(p_1)$ и 4 – электроном $e^-(p_2)$. Выражение для M_{11}^i тогда выглядит так (опустим здесь общий для всех M_{kl}^i множитель, содержащий степени 2π и δ -функцию $\delta(k_1 + p_1 - k_2 - p_2 - k - p)$):

$$M_{11}^i = ie^4 \bar{u}(k_2) \gamma^\mu (v^i - a^i \gamma_5) \frac{1}{\hat{k}_4 - m} \gamma^\alpha e_\alpha(p) \frac{1}{\hat{k}_3 - m} \gamma^\beta e_\beta(k) u(k_1) \times \\ \times \bar{v}(p_2) \gamma_\mu (v^i - a^i \gamma_5) v(p_1) \frac{1}{q^2 - m_i^2}, \quad (3.49)$$

where $k_3 = k_1 - k$, $k_4 = k_3 - p$. Применяя уравнение Дирака, в пределе $k \rightarrow 0$ получим

$$\frac{1}{\hat{k}_3 - m} \gamma^\beta u(k_1) = \frac{\hat{k}_1 - \hat{k} + m}{(k_1 - k)^2 - m^2} \gamma^\beta u(k_1) \approx \frac{\hat{k}_1 + m}{-2k_1 k} \gamma^\beta u(k_1) = \\ = \frac{1}{-2k_1 k} (2k_1^\beta + \gamma^\beta [-\hat{k}_1 + m]) u(k_1) = -\frac{k_1^\beta}{k_1 k} u(k_1). \quad (3.50)$$

Аналогично, при $k, p \rightarrow 0$ имеет место соотношение

$$\frac{1}{\hat{k}_4 - m} \gamma^\alpha u(k_1) = \frac{k_1^\alpha}{-k_1(k + p) + kp} u(k_1). \quad (3.51)$$

Наконец, амплитуда M_{11}^i при $k, p \rightarrow 0$ принимает вид, в котором факторизу-

ется t -канальная борновская амплитуда:

$$M_{11}^i|_{k,p \rightarrow 0} = e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{k_1^\alpha k_1^\beta}{(-k_1 k)(-k_1(k+p) + kp)} M_{0,t}^i. \quad (3.52)$$

Другие амплитуды рассчитываются аналогично рассмотренному примеру:

$$\begin{aligned} M_{22}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{k_2^\alpha k_2^\beta}{(k_2 p)(k_2(k+p) + kp)} M_{0,t}^i, \\ M_{12}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{k_2^\alpha k_1^\beta}{(k_2 p)(-k_1 k)} M_{0,t}^i, \\ M_{33}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{p_1^\alpha p_1^\beta}{(-p_1 k)(-p_1(k+p) + kp)} M_{0,t}^i, \\ M_{44}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{p_2^\alpha p_2^\beta}{(p_2 p)(p_2(k+p) + kp)} M_{0,t}^i, \\ M_{34}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{p_2^\alpha p_1^\beta}{(p_2 p)(-p_1 k)} M_{0,t}^i, \\ M_{13}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{k_1^\alpha p_1^\beta}{(-k_1 p)(-p_1 k)} M_{0,t}^i, \\ M_{14}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{k_1^\alpha p_2^\beta}{(-k_1 p)(p_2 k)} M_{0,t}^i, \\ M_{23}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{k_2^\alpha p_1^\beta}{(k_2 p)(-p_1 k)} M_{0,t}^i, \\ M_{24}^i|_{k,p \rightarrow 0} &= e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) \frac{k_2^\alpha p_2^\beta}{(k_2 p)(p_2 k)} M_{0,t}^i. \end{aligned} \quad (3.53)$$

Добавим слагаемые, обусловленные перестановкой $k \leftrightarrow p$. Работает это следующим образом:

$$\begin{aligned} &M_{11}^i|_{k,p \rightarrow 0} + (k \leftrightarrow p) = \\ &= e^2 M_{0,t}^i \left(\frac{e_\alpha(p) e_\beta(k) k_1^\alpha k_1^\beta}{(-k_1 k)(-k_1(k+p) + kp)} + \frac{e_\alpha(k) e_\beta(p) k_1^\alpha k_1^\beta}{(-k_1 p)(-k_1(k+p) + kp)} \right) \\ &= e^2 M_{0,t}^i \left(\frac{1}{-k_1 k} + \frac{1}{-k_1 p} \right) \frac{e_\alpha(p) e_\beta(k) k_1^\alpha k_1^\beta}{(-k_1(k+p) + kp)} \approx \\ &\approx e^2 M_{0,t}^i \frac{e_\alpha(p) e_\beta(k) k_1^\alpha k_1^\beta}{(k_1 k)(k_1 p)}. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Суммируя все амплитуды, получим для $t(u)$ -канальной амплитуды следующее выражение:

$$M_{t(u)}^i|_{k,p \rightarrow 0} = e^2 e_\alpha(p) e_\beta(k) T^\alpha(p) T^\beta(k) M_{0,t(u)}^i. \quad (3.55)$$

Тогда сечение процесса (3.48) принимает вид

$$\sigma^{\gamma\gamma} = \sigma_0 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \int_{k_0+p_0<\omega} \frac{d^3k}{k_0} \frac{d^3p}{p_0} T^\alpha(p) T_\alpha(p) T^\beta(k) T_\beta(k). \quad (3.56)$$

Приступим к вычислению интеграла, можно его представить в виде

$$\left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \int_{k_0+p_0<\omega} \frac{d^3k}{k_0} \frac{d^3p}{p_0} T^\alpha(p) T_\alpha(p) T^\beta(k) T_\beta(k) = [L(\lambda, \omega)]^2 - R_2. \quad (3.57)$$

Заметим, что если заменить условие $k_0 + p_0 < \omega$ (ограничение на максимальную суммарную энергию двух фотонов) на более простое $k_0 < \omega$, $p_0 < \omega$ (каждый фотон имеет максимальную энергию), то 6-мерный интеграл превратится в произведение двух трехмерных, т.е. R_2 будет равен нулю. Заметим, что условие $k_0 < \omega$, $p_0 < \omega$ неосуществимо с экспериментальной стороны.

Рассчитаем R_2 точно, для этого введем обозначение

$$I(a_1, a_2; b_1, b_2) = \left(\frac{1}{4\pi}\right)^2 \int_{a_1 < k_0 < a_2, b_1 < p_0 < b_2} \frac{d^3k}{k_0} \frac{d^3p}{p_0} T^\alpha(p) T_\alpha(p) T^\beta(k) T_\beta(k). \quad (3.58)$$

Очевидно, что если $\lambda \ll a, b$, то выполняется условие

$$I(0, a; 0, b) = L(\lambda, a)L(\lambda, b). \quad (3.59)$$

Далее, если $da, db \ll a, b$, из простых геометрических соображений следует

$$\begin{aligned} I(a, a + da; b, b + db) &= I(0, a + da; 0, b + db) + I(0, a; 0, b) - \\ &- I(0, a; 0, b + db) - I(0, a + da; 0, b). \end{aligned}$$

Упрощая с помощью (3.59), получим

$$I(a, a + da; b, b + db) = 16B^2 \ln \frac{a + da}{a} \ln \frac{b + db}{b} \approx 16B^2 \frac{da}{a} \frac{db}{b}. \quad (3.60)$$

Наконец, сравнивая (3.57) и (3.60), находим:

$$\begin{aligned} R_2 &= \sum_{\Omega} I(a, a + da; b, b + db) = 16B^2 \int_0^\omega \frac{da}{a} \int_{\omega-a}^\omega \frac{db}{b} = \\ &= 16B^2 \text{Li}_2\left(\frac{a}{\omega}\right) \Big|_0^\omega = \frac{8}{3} \pi^2 B^2, \end{aligned} \quad (3.61)$$

где $\Omega = \{a < \omega\} \cap \{b < \omega\} \cap \{a + b > \omega\}$, а Li_2 означает дилогарифм Спенса (см. Приложение А). Полученный результат для R_2 находится в полном согласии, например, с [133].

Итак, искомое сечение выглядит так:

$$\sigma^{\gamma\gamma} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 ((-\delta_1^\lambda + R_1)^2 - R_2) \sigma^0, \quad (3.62)$$

где $\frac{1}{2}$ – статистический фактор, обусловленный неразличимостью двух конечных фотонов. Собирая все слагаемые вместе, получаем результат, свободный от ИКР. В первой петле ИКР уходит просто (сокращаются логарифмы):

$$\sigma_{\text{NLO}} = \sigma_1 + \sigma_1^\gamma = \frac{\alpha}{\pi} [R_1 + \delta_1^f] \sigma^0. \quad (3.63)$$

Во второй петле сокращение осуществляется посложнее:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{NNLO}} &= \sigma_Q^V + \sigma_T^V + \sigma_2^\gamma + \sigma^{\gamma\gamma} = \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 [R_1 \delta_1^f + \frac{1}{2} R_1^2 - \frac{1}{2} R_2 + \delta_Q^f + \delta_T^f] \sigma^0 = \\ &= \sigma_O^f + \sigma_B^f + \sigma_Q^f + \sigma_T^f = \sum_{i=O,B,Q,T} \sigma_i^f, \end{aligned} \quad (3.64)$$

где

$$\sigma_O^f = \frac{\alpha}{\pi} R_1 \sigma_{\text{NLO}}, \quad \sigma_B^f = -\frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 (R_1^2 + R_2) \sigma^0. \quad (3.65)$$

3.4 Методика сложения относительных поправок

3.4.1 Структура относительной поправки к асимметрии

Для анализа используются значения электрослабых параметров и масс элементарных частиц, как и в предыдущей главе, в соответствии с [226]. Для массы хиггсовского бозона используем недавно определенное значение $m_H = 125$ ГэВ [8]. Заметим, что полученные численные результаты для ЭСП зависят весьма слабо от вариаций этого значения в широком диапазоне: например, относительная ошибка для собственных энергий при изменении m_H от 115 ГэВ (значения, использовавшегося в предшествующих открытию работах) до 125 ГэВ составляет не более 0.3%.

Далее подробно рассмотрим центральную кинематическую точку (ЦКТ) эксперимента MOLLER JLab:

$$E_{\text{lab}} = 11 \text{ ГэВ}, \quad \theta = 90^\circ, \quad t = u = -s/2 = -m E_{\text{lab}} = t_0 \approx -0.00562 \text{ ГэВ}^2.$$

Для нее $D^{Zt_0}/D^{\gamma t_0} \approx -t_0/m_Z^2 \approx 6.8 \cdot 10^{-7}$. Например, знаменатели (3.68) (см. ниже) рассчитываются непосредственно из (2.2), (3.5) и в ЦКТ выглядят особенно просто:

$$\sigma_{00}^0 \approx 18\pi\alpha^2 s^{-1}, \quad \sigma^0|_{L-R} \approx 128\pi\alpha^2 v^Z a^Z m_Z^{-2}. \quad (3.66)$$

Определим физический вклад в A_1 (2.10) как относительную поправку к борновской асимметрии согласно формуле (2.25) $\delta_A^C = (A_1^C - A_1^0)/A_1^0$, где индекс $C = C_i = \{\text{BSE}, \text{Ver}, \text{Box}, \text{NLO}, \text{NNLO}, \dots\}$ обозначает конкретный вклад. Проследим, как влияет на асимметрию произвольный C -вклад:

$$\delta_A^C = \frac{\frac{(\sigma^0 + \sigma^C)|_{L-R}}{\sigma_{00}^0 + \sigma_{00}^C} - \frac{\sigma^0|_{L-R}}{\sigma_{00}^0}}{\frac{\sigma^0|_{L-R}}{\sigma_{00}^0}} = \frac{D_A^C - \delta^C}{1 + \delta^C}, \quad (3.67)$$

где

$$\delta^C = \frac{\sigma_{00}^C}{\sigma_{00}^0}, \quad D_A^C = \frac{\sigma^C|_{L-R}}{\sigma^0|_{L-R}}, \quad (3.68)$$

нижний индекс 00 обозначает сечение рассеяния неполяризованных частиц, а операция $E|_{L-R}$ означает $E_{LL} - E_{RR}$. Разлагая в ряд по δ^C , получим

$$\delta_A^C = D_A^C - \delta^C - D_A^C \delta^C + \mathcal{O}(\delta^{C^2}). \quad (3.69)$$

Если относительные поправки (3.68) малы (т.е. $|\delta^C|, |D_A^C| \ll 1$), то очевидно, что выражение $\delta_A^C \approx D_A^C - \delta^C$ является хорошим приближением.

По формуле (3.67) видно, что два разных вклада C_1 и C_2 в поправку к асимметрии складываются аддитивно: $\delta_A^{C_1+C_2} \approx \delta_A^{C_1} + \delta_A^{C_2}$, если для них выполняются вышеприведенные условия приближенного равенства. Это следует из очевидных соотношений

$$D_A^{C_1+C_2} = D_A^{C_1} + D_A^{C_2}, \quad \delta^{C_1+C_2} = \delta^{C_1} + \delta^{C_2}. \quad (3.70)$$

В общем же случае поправки от различных эффектов складываются не аддитивно, а по “неочевидной” формуле (ее можно доказать методом математической индукции):

$$\delta_A^{\sum C_i} = \frac{\sum (1 + \delta^{C_i}) \delta_A^{C_i}}{1 + \sum \delta^{C_i}}, \quad (3.71)$$

где суммирование идет по индексу i . Эта формула и частные случаи, следующие из нее, чрезвычайно полезны при численном анализе. Покажем это на примере: пусть нужно выяснить, как будут складываться вклады $C_1 = \text{NLO}$ и $C_2 = \text{NNLO}$, или, иначе, как изменит наблюдаемую асимметрию с учетом однопетлевой поправки добавление вкладов (которые традиционно считаются малыми) следующего порядка. Отличительными особенностями этой частной проблемы является, то что: 1) полностью контролируется вклад NLO, т.е. точно известен δ_A^{NLO} и δ^{NLO} (в ЦКТ MOLLER точный расчет [20–A], [24–A] дает

$\delta_A^{\text{NLO}} = -0.6975$ (при $m_H = 115$ ГэВ) [$\delta_A^{\text{NLO}} = -0.6953$ (при $m_H = 125$ ГэВ)] и $\delta_A^{\text{NLO}} = -0.1144$), 2) есть основания полагать, что поправка δ^{NNLO} мала, чего нельзя сказать о δ_A^{NNLO} . Ответом является соотношение, полученное из (3.71) и (3.69):

$$\delta_A^{\text{NLO+NNLO}} \approx \delta_A^{\text{NLO}} + \frac{D_A^{\text{NNLO}}}{1 + \delta_A^{\text{NLO}}}, \quad (3.72)$$

которое позволяет сконцентрироваться на расчете поправки D_A^{NNLO} (также ясно, что все вклады в D_A^{NNLO} будут входить аддитивно).

3.4.2 Двухпетлевой блок с BSE и вершинными функциями

Обсудим детали приближенной оценки поправок; везде далее, хотя равенства приближенные, используется знак “=”. Зададим безразмерные величины для BSE следующим образом

$$c^{\gamma\gamma}(r) = \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma\gamma}(r)}{r}, \quad c^{\gamma Z}(r) = \frac{\hat{\Sigma}_T^{\gamma Z}(r)}{r}, \quad c^{ZZ}(r) = \frac{\hat{\Sigma}_T^{ZZ}(r)}{r - m_Z^2}.$$

Напомним, что в подходах А. Деннера и В. Холлика существует следующая связь (при значениях параметров СМ, которые выбираются в настоящей главе): $c^{\gamma\gamma,D}(r) = c^{\gamma\gamma,H}(r)$, $c^{\gamma Z,D}(r) = c^{\gamma Z,H}(r) + 0.0205$, $c^{ZZ,D}(r) = c^{ZZ,H}(r) + 0.041$ [24–А]. Для ЦКТ введем сокращенную запись $c_0^{ij} = c^{ij}(t_0)$, тогда

$$c_0^{\gamma\gamma} = -0.00679, \quad c_0^{\gamma Z} = -0.03952, \quad c_0^{ZZ} = -0.03117.$$

Заметим, что безразмерные величины, соответствующие перенормированным γZ - и ZZ -BSE, в ЦКТ MOLLER сравнимы по величине, хотя можно было бы предположить, что вторая будет существенно подавлена из-за m_Z^2 в знаменателе.

Далее везде под вершинными константами связи полагаются их инфракрасно-конечные части $v^{F_j} = v^{F_j}(\lambda^2 \rightarrow s)$, $a^{F_j} = a^{F_j}(\lambda^2 \rightarrow s)$ согласно правилу (3.17).

Сечения от диаграмм, соответствующим двухпетлевому блоку с BSE и вершинными функциями, имеют следующий вид:

1. для вклада BSE \times BSE (относится к Q -части):

$$\sigma^{\text{BSE} \times \text{BSE}} = \frac{\pi\alpha^2}{2s} \sum_{i,j,k,l} D_S^{ijt} (D_S^{klt} M_{\text{ev}}^{ikjl} - D_S^{klu} M_{\text{od}}^{ikjl}) + (t \leftrightarrow u), \quad (3.73)$$

2. для вклада BBSE \times Born (относится к T -части):

$$\sigma^{\text{BBSE} \times 0} = -\frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{i,j,k,l} D_S^{ijt} \hat{\Sigma}_T^{jk}(t) D^{kt} (D^{lt} M_{\text{ev}}^{ikl} - D^{lu} M_{\text{od}}^{ikl}) + (t \leftrightarrow u), \quad (3.74)$$

3. для вклада Ver \times Ver (относится к Q -части):

$$\begin{aligned} \sigma^{\text{Ver} \times \text{Ver}} = & \frac{\pi\alpha^2}{2s} \sum_{i,l} D^{it} (D^{lt} [M_{\text{ev}}^{F_i F_l i l} + M_{\text{ev}}^{F_l i F_i l} + M_{\text{ev}}^{i F_l F_i l} + M_{\text{ev}}^{i l F_i F_l}] - \\ & - D^{lu} [M_{\text{od}}^{F_i F_l i l} + M_{\text{od}}^{F_l i F_i l} + M_{\text{od}}^{i F_l F_i l} + M_{\text{od}}^{i l F_i F_l}]) + (t \leftrightarrow u), \end{aligned} \quad (3.75)$$

4. для вклада VVer \times Born (относится к T -части):

$$\sigma^{\text{VVer} \times 0} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{i,l} D^{it} (D^{lt} M_{\text{ev}}^{F_i l F_l i} - D^{lu} M_{\text{od}}^{F_i l F_l i}) + (t \leftrightarrow u), \quad (3.76)$$

5. для вклада BSE \times Ver (относится к Q -части):

$$\sigma^{\text{BSE} \times \text{Ver}} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{i,j,l} D_S^{ijt} (D^{lt} [M_{\text{ev}}^{i F_l j l} + M_{\text{ev}}^{i l j F_l}] - D^{lu} [M_{\text{od}}^{i F_l j l} + M_{\text{od}}^{i l j F_l}]) + (t \leftrightarrow u). \quad (3.77)$$

6. для вклада VerBSE \times Born (относится к T -части):

$$\sigma^{\text{VerBSE} \times 0} = \frac{\pi\alpha^2}{s} \sum_{i,j,l} D_S^{ijt} (D^{lt} [M_{\text{ev}}^{F_l i j l} + M_{\text{ev}}^{i l F_j l}] - D^{lu} [M_{\text{od}}^{F_l i j l} + M_{\text{od}}^{i l F_j l}]) + (t \leftrightarrow u). \quad (3.78)$$

Суммирование по всем индексам идет в соответствии с (2.4), используются выражения (2.17). При расчете поправок к асимметрии в ЦКТ вышеприведенные формулы можно существенно упростить с помощью соотношений:

$$\begin{aligned} (M_{\text{ev}}^{ijkl} - M_{\text{od}}^{ijkl})|_{L-R} &= 16s^2 (\lambda_V^{ij} \lambda_A^{kl} + \lambda_A^{ij} \lambda_V^{kl}), \\ (M_{\text{ev}}^{ijkl} - M_{\text{od}}^{ijkl})|_{00} &= 2(2s^2 + u^2) \lambda_V^{ij} \lambda_V^{kl} + 2(2s^2 - u^2) \lambda_A^{ij} \lambda_A^{kl}. \end{aligned} \quad (3.79)$$

Выпишем аналитические выражения для относительных поправок к асимметрии, попутно делая возможные для ЦКТ MOLLER упрощения:

1. для вклада BSE \times BSE (относится к Q -части):

$$D_A^{\text{BSE} \times \text{BSE}} = c_0^{\gamma\gamma} \left(\frac{1}{v\bar{Z}} c_0^{\gamma Z} + c_0^{ZZ} \right) = -0.00387, \quad (3.80)$$

$$\delta^{\text{BSE} \times \text{BSE}} = (c_0^{\gamma\gamma})^2 = 0.46 \cdot 10^{-4} \quad (3.81)$$

(лидирующий вклад в эту часть дает интерференция $\gamma\gamma$ -BSE \times γZ -BSE),

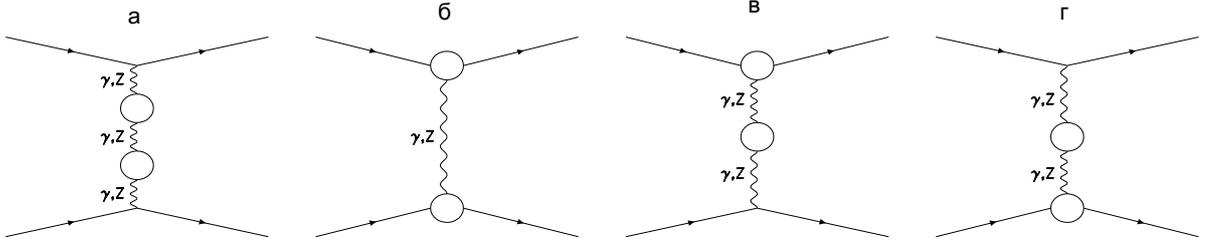


Рисунок 3.2 – Двухпетлевые t -канальные диаграммы из калибровочно-инвариантного набора вершин и собственных бозонных энергий для процесса $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$: вклады собственных энергий и вершинных функций – кружки, u -канальные диаграммы получаются из приведенных заменами $k_2 \leftrightarrow p_2$.

2. для вклада $\text{BBSE} \times \text{Born}$ (относится к T -части, соответствует диаграмме a на рис. 3.2)):

$$D_A^{\gamma\gamma\gamma} = (c_0^{\gamma\gamma})^2, \quad D_A^{ZZZ} = (c_0^{ZZ})^2, \quad D_A^{\gamma\gamma Z} = D_A^{Z\gamma\gamma} = \frac{1}{2v^Z} c_0^{\gamma\gamma} c_0^{\gamma Z},$$

$$D_A^{\gamma Z\gamma} = D_A^{Z\gamma Z} = -\frac{t_0}{m_Z^2} (c_0^{\gamma Z})^2, \quad D_A^{\gamma ZZ} = D_A^{ZZ\gamma} = \frac{1}{2v^Z} c_0^{\gamma Z} c_0^{ZZ},$$

$$D_A^{\text{BBSE} \times 0} = \sum_{i,j,k} D_A^{ijk} = -0.02180, \quad (3.82)$$

$$\delta^{\text{BBSE} \times 0} = 2(c_0^{\gamma\gamma})^2 = 0.92 \cdot 10^{-4}, \quad (3.83)$$

3. для вклада $\text{Ver} \times \text{Ver}$ (относится к Q -части):

$$D_A^{\text{Ver} \times \text{Ver}} = -2 \frac{m_Z^2}{t_0} \frac{v^{F\gamma} a^{F\gamma}}{v^Z a^Z} + 2v^{F\gamma} \left(\frac{v^{FZ}}{v^Z} + \frac{a^{FZ}}{a^Z} \right)$$

$$= -0.49 \cdot 10^{-4} + 0.01983154, \quad (3.84)$$

$$\delta^{\text{Ver} \times \text{Ver}} = 4(v^{F\gamma})^2 = 0.01983152, \quad (3.85)$$

[Требуется объяснения малость поправки $\delta_A^{\text{Ver} \times \text{Ver}} = -10^{-4}$ – поскольку, казалось, от вершин с фотоном, в которых присутствуют весьма значительные по величине квадраты коллинеарных логарифмов (КЛ), должен быть значительный эффект. Упростим $\delta_A^{\text{Ver} \times \text{Ver}}$ в ЦКТ, пренебрегая малым вкладом от первого слагаемого в (3.84) (его малость обусловлена незначительной величиной вершинной аксиальной константы связи

$$a^{F_\gamma} = -2 \cdot 10^{-11}):$$

$$\begin{aligned} \delta_A^{\text{Ver} \times \text{Ver}} &= D_A^{\text{Ver} \times \text{Ver}} - \delta^{\text{Ver} \times \text{Ver}} = 2v^{F_\gamma} \left(\frac{v^{F_Z}}{v^Z} + \frac{a^{F_Z}}{a^Z} - 2v^{F_\gamma} \right) \\ &= 2v^{F_\gamma} \frac{\alpha}{4\pi} \left(\Lambda_1^\gamma + \Lambda_1^\gamma - 2\Lambda_1^\gamma + f(\Lambda_2, \Lambda_3) \right). \end{aligned} \quad (3.86)$$

Как видно, зависимость от квадратных КЛ, которые содержатся в Λ_1^γ , сокращается: это понятно исходя из того, что коллинеарные логарифмы имеют чистое КЭД происхождение.]

4. для вклада $\text{VVer} \times \text{Born}$ (относится к T -части, соответствует диаграмме b на рис. 3.2)):

$$\begin{aligned} D_A^{\text{VVer} \times 0} &= -\frac{m_Z^2}{t_0} \frac{v^{F_\gamma} a^{F_\gamma}}{v^Z a^Z} + \left((v^{F_\gamma})^2 + \frac{v^{F_Z} a^{F_Z}}{v^Z a^Z} \right) \\ &= -9.7 \cdot 10^{-5} + 0.00991577, \end{aligned} \quad (3.87)$$

$$\delta^{\text{VVer} \times 0} = 2(v^{F_\gamma})^2 = 0.00991577, \quad (3.88)$$

5. для вклада $\text{BSE} \times \text{Ver}$ (относится к Q -части):

$$D_A^{\text{BSE} \times \text{Ver}} = -2c_0^{\gamma\gamma} v^{F_\gamma} - 2c_0^{\gamma Z} \frac{v^{F_\gamma}}{v^Z} = -0.08368, \quad (3.89)$$

$$\delta^{\text{BSE} \times \text{Ver}} = -4c_0^{\gamma\gamma} v^{F_\gamma} = 0.00191, \quad (3.90)$$

[Этот вклад в относительную поправку к асимметрии самый большой: $\delta_A^{\text{BSE} \times \text{Ver}} = -0.0856$; он обусловлен интерференцией γZ -BSE \times γ -Ver, где влияют три основных фактора – именно в этой комбинации “выживают”: 1) $c_0^{\gamma Z}$, 2) квадратные КЛ, 3) множитель $1/v^Z$; кроме этого эффект удваивается из-за возможности диаграмм как в последовательности γZ , так и $Z\gamma$.]

6. для вклада $\text{VerBSE} \times \text{Born}$ (относится к T -части, соответствует диаграммам b и g на рис. 3.2)), формулы для поправок в точности совпадают с предыдущими:

$$D_A^{\text{VerBSE} \times 0} = D_A^{\text{BSE} \times \text{Ver}}, \quad (3.91)$$

$$\delta^{\text{VerBSE} \times 0} = \delta^{\text{BSE} \times \text{Ver}}. \quad (3.92)$$

Приведем численные результаты работы по расчету Q -части [25–A] (рис. 3.3): Абсолютная поправка определяется выражением:

$$\Delta_A = \frac{A_1^{\text{NLO}+Q_2} - A_1^0}{A_1^0} - \frac{A_1^{\text{NLO}} - A_1^0}{A_1^0} = \frac{A_1^{\text{NLO}+Q_2} - A_1^{\text{NLO}}}{A_1^0}$$

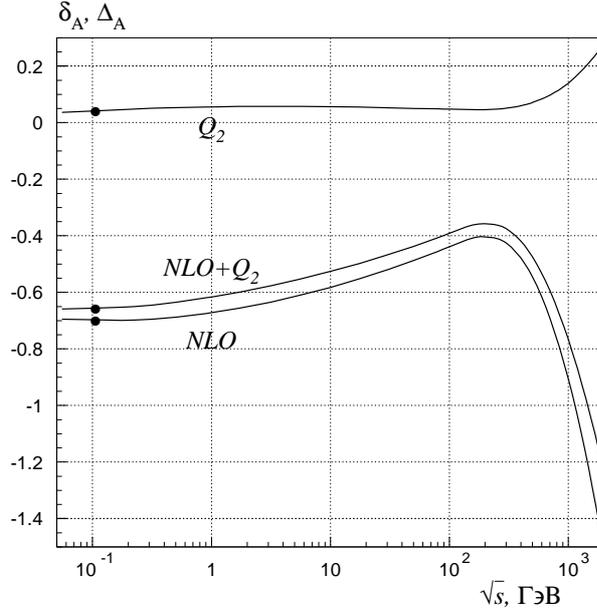


Рисунок 3.3 – Относительные (помечены $NLO+Q_2$ и NLO) и абсолютная (Q_2) поправки к асимметрии в зависимости от \sqrt{s} при $\theta = 90^\circ$ ($Q_2 = (O + B)/2 + Q$). Жирной точкой обозначено значение поправок для эксперимента MOLLER.

и, как видно из рис. 3.3, довольно значительна во всей исследованной кинематической области, для ЦКТ MOLLER она $\sim 4\%$.

Воспроизведем результат для относительной поправки от Q -части [25–A]; сперва оценим довольно значительный вклад от части амплитуды (3.32):

$$\delta_A^{\text{add}\times\text{NLO}} = -\frac{\alpha}{2\pi}(\ln^2 2 + \pi^2)\delta_A^{\text{NLO}} = 0.0083. \quad (3.93)$$

Вклады $\text{Ver} \times \text{Box}$ численно меньше, самый большой вклад дает $C = \text{Ver} \times \text{WW}$:

$$\delta_A^{\text{Ver}\times\text{WW}} = \frac{\alpha v^C a^C v^{F_\gamma}}{2\pi c_W^2 v^Z a^Z} = 0.0034. \quad (3.94)$$

Вклады $\text{BSE} \times \text{Box}$ и $\text{Box} \times \text{Box}$ еще меньше; их вклад в относительную поправку к асимметрии подавлен массами тяжелых бозонов в знаменателях пропагаторов (для тяжелых боксов) и малой разностью $|L-R|$ в числителе поправки (для легких боксов), например, $\delta_A^{\text{BSE}\times\text{WW}} = 0.0002$, $\delta_A^{\text{WW}\times\text{WW}} = 0.3 \cdot 10^{-10}$.

После суммирования всех вкладов (уже без упрощения (3.71)) для третьего ($C = Q$) слагаемого сечения (3.64) расчет дает следующие цифры: $\delta^Q = 0.0189$, $\delta_A^Q = -0.0731$. Возвращаясь к первым двум вкладам в сечение

(3.64), получим следующее: первое ($C = O$) и второе ($C = B$) слагаемые сечения (3.64) формируются (что легко проследить по вышеприведенным формулам) так: половина происходит от Q -части, половина – от T -части. Численный расчет дает

$$\delta^{\text{NLO}+(O+B)/2} = -0.1339, \quad \delta_A^{\text{NLO}+(O+B)/2} = -0.5671.$$

В сумме получаем

$$\delta^{\text{NLO}+(O+B)/2+Q} = -0.1150, \quad \delta_A^{\text{NLO}+(O+B)/2+Q} = -0.6392,$$

т. е. почти тот же результат, что получен в [25–A]: $\delta_A^{\text{NLO}+(O+B)/2+Q} = -0.6556$ (при $m_H = 115$ ГэВ), $\delta_A^{\text{NLO}+(O+B)/2+Q} = -0.6535$ (при $m_H = 125$ ГэВ). Небольшая разница обусловлена, в основном, тем, что в точном расчете [25–A] последовательно учтена мнимая инфракрасно-конечная часть однопетлевой амплитуды, кроме этого, слабо, но влияют и отброшенные при получении числа -0.5671 боксовские слагаемые Q -части.

3.4.3 Сложение относительных поправок и анализ

Наконец, соберем в таблице 3.1 все выведенные вклады для относительных поправок к неполяризованному сечению и асимметрии. Включим в нее однопетлевые поправки (NLO), которые обсуждаются в предыдущей главе, результат сокращения ИКР (вклады, отмеченные индексами O и B) и рассчитанные двухпетлевые поправки (NNLO): Q -часть, а также вклады, происходящие от калибровочно-инвариантного набора вершинных и BSE диаграмм T -части (в таблице 3.1 они обозначены индексом T_2). Для иллюстрации эффектов от неприводимых диаграмм T -части приведен вклад от двухпетлевых (двойных) боксов.

Таблица 3.1 ясно иллюстрирует резкое изменение суммарной поправки к асимметрии при добавлении различных вкладов (экспериментально разделить которые невозможно). По таблице также хорошо видно, что Q -часть и T -часть работают “в одну сторону” (как для δ^C , так и для D_A^C), а не компенсируют друг друга, так что вычисленные эффекты значительны и в несколько раз больше ожидаемой экспериментальной точности MOLLER. Рассматриваемая методика, которая реализована здесь для центральной кинематической точки эксперимента MOLLER, может быть использована, в принципе, для любого эксперимента, где наблюдаемая величина (например, поляризованная асимметрия) мала, а электрослабые радиационные эффекты доминируют в ней над QED-частью поправок.

Таблица 3.1 – Структура относительных поправок (δ^C , D_A^C) и относительной поправки к поляризационной асимметрии для ЦКТ MOLLER. Даются значения для отдельных вкладов с нарастающим итогом.

C	δ^C	D_A^C	δ_A^C	Опубликовано
NLO	-0.1145	-0.7302	-0.6953	[20–A]
O	0.0457	0.2911		
B	-0.0848	-0.0848		[30–A]
$(O + B)/2$	-0.0196	0.1032		
Q	0.0216	-0.0655		[25–A]
NLO+ $(O + B)/2 + Q$	-0.1125	-0.6925	-0.6535	
T_2	0.0119	-0.0956		[30–A]
двойные боксы	—	-0.0101		[28–A]
NLO+ $(O + B)/2 + T_2$	-0.1222	-0.7327	-0.6955	
NLO+NNLO	-0.1201	-0.6950	-0.6534	[30–A]

Итак, предлагается следующий алгоритм учета ЭСП для наблюдаемой в MOLLER асимметрии:

- рассчитать относительные поправки δ^C , D_A^C значимых вкладов,
- сложить их (это работает в силу аддитивности (3.70) структур относительных поправок (3.68)),
- рассчитать по формуле (3.67) физический эффект, т.е. поправку к асимметрии (2.25),
- оценить неучтенные вклады, как сделано, например, в (3.72) и, соответственно, получить оценку для точности учета РП для эксперимента.

Проведенный численный анализ позволяет сделать однозначный вывод: в экспериментальной программе MOLLER учет двухпетлевых поправок абсолютно необходим: так, асимметрия с учетом комбинированного эффекта одно- и двухпетлевых эффектов понижается на $\sim 65\%$, в то время как однопетлевой вклад давал понижение $\sim 69\%$, по предварительным данным экспериментальная точность MOLLER не будет превышать процента [212], что примерно в четыре раза меньше эффекта двухпетлевых вкладов. Что касается оценки прочих вкладов T -части, то часть этой работы уже проведена: двухпетлевые лестничные, декорированные и сложные боксы рассчитаны в [28–A] (см. таблицу 3.1), прочие типы диаграмм: боксы с вершинами, боксы с собственными энергиями, двойные вершины и др. также оценены, вклады от них невелики и находятся довольно далеко за пределами экспериментальной чувствительности MOLLER.

3.5 Выводы

Новый ультраточный эксперимент MOLLER с 11-ГэВными продольно поляризованными электронами, который начнется в ближайшее время в JLab, по измерению важнейшего параметра Стандартной Модели – угла смешивания и реализация которого, возможно, поможет открыть доступ к “новой” физике, требует учета электрослабых радиационных эффектов не только на однопетлевом уровне, но и с учетом более высоких порядков теории возмущений.

В этой главе впервые рассчитана Q -часть (квадрат однопетлевых амплитуд) и часть двухпетлевых электрослабых радиационных поправок, образующих калибровочно-инвариантный набор вершинных диаграмм и собственных бозонных энергий, к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния, которая будет измеряться в эксперименте MOLLER в ближайшем будущем. Результаты получены в аналитической (компактной) форме и независимо в точной (компьютерные коды) форме, в ясной форме изложено сокращение инфракрасной расходимости. Отличное согласие результатов для Q -части (двухпетлевому вкладу, обусловленному квадратом однопетлевых диаграмм), полученных с применением аналитических методов и альтернативно с использованием компьютерных кодов FeynArts, FormCalc, LoopTools и Form доказывает надежность проведенных расчетов. Впервые проведен анализ физического вклада мнимой части амплитуды. Подробно разобрана структура относительной поправки к асимметрии, выработана новая методика сложения различных вкладов в наблюдаемую поляризационную асимметрию от одно- и двухпетлевых радиационных эффектов, которая позволяет контролировать точность учета радиационных эффектов. Численный анализ показывает значительный масштаб полученных эффектов: в кинематике MOLLER асимметрия с учетом комбинированного эффекта одно- и двухпетлевых эффектов понижается на $\sim 65\%$, в то время как однопетлевой вклад давал понижение $\sim 69\%$.

ГЛАВА 4

ЭЛЕКТРОСЛАБЫЕ ПОПРАВКИ ДЛЯ ПРОЦЕССА ДРЕЛЛА–ЯНА ПРИ БОЛЬШИХ ИНВАРИАНТНЫХ МАССАХ ДИЛЕПТОНА

4.1 Введение

Эксперименты на работавших в недавнем прошлом и современных ускорителях LEP, SLC и Tevatron утвердили за стандартной моделью статус согласованной и экспериментально подтвержденной теории, так как не обнаружили на своем энергетическом масштабе (сотни ГэВ) каких-либо отклонений экспериментальных данных от предсказаний СМ. Однако существует ряд моделей “новой” физики, например, различные лево-правосимметричные модели, расширенные калибровочные теории типа теории великого объединения, модели композитности калибровочных бозонов [230, 231], сценарии с дополнительными размерностями [232]–[236], дополнительными нейтральными калибровочными бозонами [231, 237], а также некоторые модели, предполагающие композитность фермионов [238] (несмотря на усиленные поиски пока не удалось найти ни одной самосогласованной модели, основывающейся на истинной композитности кварков и лептонов), которые предсказывают существенное отклонение от предсказаний СМ в энергетической области тысяч ГэВ. Соответственно тестирование этого нового энергетического масштаба становится одной из главных задач современной физики. Будущие эксперименты на коллайдере LHC, возможно, дадут первые данные о НФ или, в противном случае, еще больше укрепят статус СМ.

С этой точки зрения весьма интересным представляется исследование наблюдаемых величин (сечений и асимметрии вперед-назад) процесса Дрелла–Яна [20, 21, 22]

$$pp \rightarrow \gamma, Z \rightarrow l^+l^- X \quad (4.1)$$

при больших инвариантных массах лептонной пары l^+l^- на коллайдере LHC [61–А]. Изучение эффектов НФ невозможно без точного знания предсказаний СМ, включая электрослабые радиационные поправки, расчету которых посвящена настоящая глава. ЭСП к процессу (4.1) изучены довольно хорошо: имеются работы по расчету КЭД-поправок [150]–[152] и работа [158] (там же приведены многочисленные ссылки на предыдущие публикации), где рассчитаны ЭСП (и КЭД, и слабая составляющая) к (4.1) в области инвариантной массы лептонов $M \leq 2$ ТэВ, для ЭСП при $M > 2$ ТэВ кроме короткой числен-

ной оценки поправки к сечению $pp \rightarrow e^+e^-X$ с помощью программы ZGRAD [158] в работе [239] (см. рис. 7 там) имеются численные результаты работы [240] (см. более подробно в следующей главе).

Чтобы контролировать масштаб и поведение радиационных поправок, сконструировать программу их численной оценки с необходимой точностью, нужно знать структуру поправок или, иначе, их математическое содержание. К настоящему времени для ЭСП к (4.1) они хорошо известны. В слабой составляющей ЭСП основную роль играют двойные судаковские логарифмы [221] ($\ln^2(m_{Z(W)}^2/s) = l_{Z(W),s}^2$, где под логарифмом стоит отношение квадратов массы слабого бозона и инвариантной массы лептонной пары), растущие с масштабом энергии и дающие один из главных эффектов при больших инвариантных массах дилептона. В этой области исследования продвинулись довольно далеко: слабое судаковское разложение для произвольного 4-фермионного процесса подробно изучено в работах [241, 242] и [243], там же приведен обширный список ссылок, хорошо отражающий историю проблемы. Далее, коллинеарные логарифмы $\ln(m_{(e)\mu}^2/s)$ электромагнитной части ЭСП также дают большой вклад в наблюдаемые величины (4.1) в интересующей нас области и могут конкурировать с вкладами двойных СЛ. Для иллюстрации этого факта приведем приближенные численные значения двойного СЛ и коллинеарного логарифма, для инвариантной массы $M = 3$ ТэВ и стандартных масс Z -бозона и мюона (электрона) они равны соответственно 48.82 и $-20.50(-31.17)$. Существуют и другие важные электрослабые вклады в (4.1): поправки высших порядков, например, двухпетлевые электрослабые логарифмы, которые обсуждаются в [243, 244], вклад излучения слабых бозонов, рассчитанный в [239], наконец, вклад высших поправок, обусловленных множественной фотонной эмиссией, который исследовался в [245], – все эти вклады здесь не обсуждаются.

4.2 Обозначения и борновское сечение

Борновское сечение для реакции $AB \rightarrow l^+l^-X$ описывается в кварк-партонной модели формулой

$$d\sigma_0 = \frac{4\alpha^2}{3S} \int d\Gamma \sum_{i,j=\gamma,Z,\dots} \text{Re} \hat{D}^{is} \hat{D}^{js*} \sum_{\chi=+,-} \hat{B}_\chi \sum_{q=u,d,s,\dots} F_k^q(x_1, x_2) \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j}; \quad (4.2)$$

(построение сечения рождения дилептонных пар в адрон-адронных столкновениях посредством двухфотонного механизма проделано в работе [125]) используются следующие обозначения (см. рис. 4.1): p_1 – 4-импульс первого (анти)кварка с ароматом q и массой m_q ; p_2 – 4-импульс второго (анти)кварка

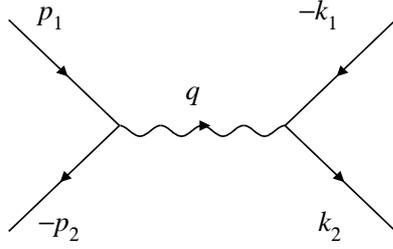


Рисунок 4.1 – Фейнмановская диаграмма для борновского вклада в процесс (4.1) на кварковом уровне. Неподписанные волнистые линии на этой и последующих диаграммах этой главы означают γ или Z

(с тем же ароматом и массой); $k_1(k_2)$ – 4-импульс конечного лептона $l^+(l^-)$ с массой m ; $q = k_1 + k_2$ 4-импульс i -бозона с массой m_i (инвариантная масса дилептонной пары $M = \sqrt{q^2}$), для определенности будем рассматривать в качестве лептона мюон, т. е. $l = \mu$. Также используется стандартный набор инвариантов Мандельштама для упругого партонного рассеяния s, t, u :

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - k_1)^2, \quad u = (k_1 - p_2)^2 \quad (4.3)$$

и инвариант $S = (P_A + P_B)^2$ для адронного рассеяния. Далее, множитель $1/3$ имеет происхождение из цветового фактора, α – постоянная тонкой структуры, фазовый объем реакции имеет форму

$$d\Gamma = \frac{dx_1}{x_1} \frac{dx_2}{x_2} \frac{d^3k_1}{2k_1^0} \frac{d^3k_2}{2k_2^0} \delta(q - \hat{p}_1 - \hat{p}_2), \quad (4.4)$$

где пропагатор j -бозона

$$D^{js} = \frac{1}{s - m_j^2 + im_j\Gamma_j} \quad (4.5)$$

содержит Γ_j – ширину j -бозона. Инварианты в сечении группируются в типичные для s -канала комбинации $B_{\pm} = t^2 \pm u^2$, а партонные распределения факторизуются так:

$$F_{\pm}^q(x_1, x_2) = f_q^A(x_1)f_{\bar{q}}^B(x_2) \pm f_{\bar{q}}^A(x_1)f_q^B(x_2), \quad (4.6)$$

где $f_q^H(x)dx$ – это вероятность обнаружить кварк q с долей импульса от x до $x + dx$ в адроне H . Нам удобно пользоваться комбинациями констант связи для f -го фермиона с i - и j -бозонами

$$\lambda_{f+}^{i,j} = v_f^i v_f^j + a_f^i a_f^j, \quad \lambda_{f-}^{i,j} = v_f^i a_f^j + a_f^i v_f^j, \quad (4.7)$$

где

$$v_f^\gamma = -Q_f, \quad a_f^\gamma = 0, \quad v_f^Z = \frac{I_f^3 - 2s_W^2 Q_f}{2s_W c_W}, \quad a_f^Z = \frac{I_f^3}{2s_W c_W}, \quad (4.8)$$

Q_f – заряд фермиона f , I_f^3 – третья компонента изоспина фермиона f , и s_W (c_W) – это (ко)синус угла Вайнберга (1.24).

В соответствии с кварк-партоной моделью делаются замены $p_{1(2)} \rightarrow x_{1(2)} P_{A(B)}$, где $P_{A(B)}$ – это 4-импульс адрона $A(B)$. Обозначим эту процедуру оператором “ \wedge ”. Наконец, первое суммирование в формуле (4.2) идет по возможным промежуточным бозонам: γ , Z и далее. Многоточие здесь и далее означает возможность подключения дополнительного бозона с вершиной типа $V-A$, например, Z' и т.п. Третье суммирование идет по всем возможным кварковым состояниям в адроне. Везде, где встречается квадрат массы бозона, предполагается замена

$$m_j^2 \rightarrow m_j^2 - im_j \Gamma_j, \quad (4.9)$$

причем, где это возможно, шириной пренебрегаем. Понятно также, что если в последующих формулах встретится комбинация $m_j^2 - im_j \Gamma_j$, то в ней подстановку (4.9) производить (второй раз) не нужно.

После редукции фазового пространства к переменным M – инвариантной массе пары и y – быстрой дилептонной пары (нам понадобится также переменная τ , которая определяется так: $\tau^2 = q^2/S$) сечения реакции (4.1) (пока без каких-либо экспериментальных ограничений, а с пределами интегрирования, соответствующими естественным кинематическим ограничениям) можно записать в символическом виде (аргументы в скобках применяются с двойной целью: во-первых, для сокращения записи и, во-вторых, для обозначения функциональной зависимости сечений от этих переменных)

$$\sigma(M, y, \zeta_p) \equiv \frac{d^3 \sigma}{dM dy d\zeta_p}, \quad (4.10)$$

$$\sigma(M, y) \equiv \frac{d^2 \sigma}{dM dy} = \int_{-1}^{+1} d\zeta_p \sigma(M, y, \zeta_p) \quad (4.11)$$

и

$$\sigma(M) \equiv \frac{d\sigma}{dM} = \int_{-\ln \frac{\sqrt{s}}{M}}^{+\ln \frac{\sqrt{s}}{M}} dy \int_{-1}^{+1} d\zeta_p \sigma(M, y, \zeta_p). \quad (4.12)$$

Тогда борновское сечение выглядит так:

$$\begin{aligned} \sigma_0(M, y, \zeta_p) = & \frac{2\pi\alpha^2}{3SM} \text{Re} \sum_{i,j=\gamma,Z} D^{is} D^{js*} \sum_{\chi=+,-} (t^2 + \chi u^2) \lambda_{\chi}^{i,j} \times \\ & \times \sum_{q=u,d,s,\dots} F_{\chi}^q(x_+, x_-) \lambda_{q\chi}^{i,j}, \end{aligned} \quad (4.13)$$

где инварианты s , t и u в случае безрадиационной кинематики означают

$$s = M^2, \quad t = -\frac{1}{2}s(1 - \zeta_p), \quad u = -\frac{1}{2}s(1 + \zeta_p), \quad (4.14)$$

ζ_p – это косинус угла θ_p между \mathbf{p}_1 и \mathbf{k}_1 в системе центра масс партонов ($\zeta_p = \cos \theta_p$), а аргументы партонных распределений в (4.13) имеют вид

$$x_{\pm} = \tau e^{\pm y}. \quad (4.15)$$

Интегрируя без учета экспериментальных ограничений по переменной ζ_p , получаем более простое выражение

$$\sigma_0(M, y) = \frac{8\pi\alpha^2 M^3}{9S} \text{Re} \sum_{i,j=\gamma,Z} D^{is} D^{js*} \lambda_{l_+}^{i,j} \sum_{q=u,d,s,\dots} F_{+}^q(x_+, x_-) \lambda_{q_+}^{i,j}. \quad (4.16)$$

4.3 Электрослабые поправки

Приступим к оценке вклада в рассматриваемую реакцию электрослабых радиационных поправок, т. е. диаграмм с дополнительными виртуальными (и реальными) частицами, которые экспериментально были бы неотличимы от процесса на древесном уровне. Рассмотрим вклады двухбозонного обмена, вершинных диаграмм, а также вклад диаграмм с излучением реального мягкого фотона, т. е. фотона с малой энергией – меньшей ω (для всех вышеперечисленных вкладов будет справедлива борновская кинематика). Понятно, что экспериментальная ситуация, соответствующая рассматриваемым вкладам, – это эксклюзивная постановка, т. е. строгое отличие процесса с излучением жесткого фотона – с энергией, большей ω , – от безрадиационного процесса. Инклюзивная постановка эксперимента (соответствующая реальной ситуации на ЛНС и означающая настройку детектора на регистрацию только определенных частиц, в данном случае – лептонной пары) будет рассмотрена в следующей главе.

Нам предстоит исследование вкладов вершинных функций, двухбозонного обмена и мягкого тормозного излучения в реакцию (4.1). При расчетах

подобного рода возникает довольно серьезная проблема точности, которую следует объяснить подробнее. В классической работе [224] тщательно разобран метод вычисления 1, 2, 3, 4-точечных функций (в том числе с комплексными массами), но, вообще говоря, не в произвольной кинематической области, а с некоторым ограничением на значения внешних импульсов ([224], с. 376). Довольно часто бывает, что применение такого вида формул для получения численной оценки напрямую недопустимо, поскольку фактически приводит к неопределенностям типа $\infty - \infty$, $0 \cdot \infty$ или их комбинации. Другая проблема, связанная со стандартным расчетом, – это большое количество неприводящихся слагаемых (до 108, как отмечено в [224]), что также не может не сказаться на точности при численной оценке эффекта. Само же получение точного аналитического результата, выраженного через элементарные функции и функции Спенса, – это, хотя и хорошо разработанная, но весьма трудоемкая процедура. Следуя ей, кроме собственно интегрирования по четырехмерной области, нужно преодолеть трудности, связанные с тензорным и векторным интегрированием, устранением ультрафиолетовой расходимости, возникающей при декомпозиции результата к двухточечным функциям и т. д.

Итак, далее решается следующая задача: получить формулы для ЭСП к процессу (4.1), применение которых в области высоких энергий не представляет опасности с точки зрения потери точности. Для этого предлагается несколько подходов (в основном это касается двухбозонного обмена): интегрирование согласно [224], численное интегрирование по фейнмановским параметрам [219] и, наконец, получение асимптотических формул, в которых ключевую роль играют двойные СЛ.

4.3.1 Двухбозонный обмен на кварковом уровне

Начнем с расчета вклада боксов, т. е. двухбозонного обмена (см. рис. 4.2). Сначала построим сечение партонного процесса $q\bar{q} \rightarrow l^+l^-$ с учетом обмена двумя произвольными бозонами. Последовательность первоначальных действий такова:

1. по правилам Фейнмана выписываем матричные элементы борновского процесса M_{born} и процесса с учетом обмена двумя бозонами M_{box} , складываем, квадратируем;
2. строим сечение, удерживая слагаемое $2M_{\text{box}}M_{\text{born}}^+$ и пренебрегая малым $M_{\text{box}}M_{\text{box}}^+$;
3. вычисляем получившиеся следы γ -матриц, отдельно вычисляя инфракрасно-расходящуюся и конечную части;

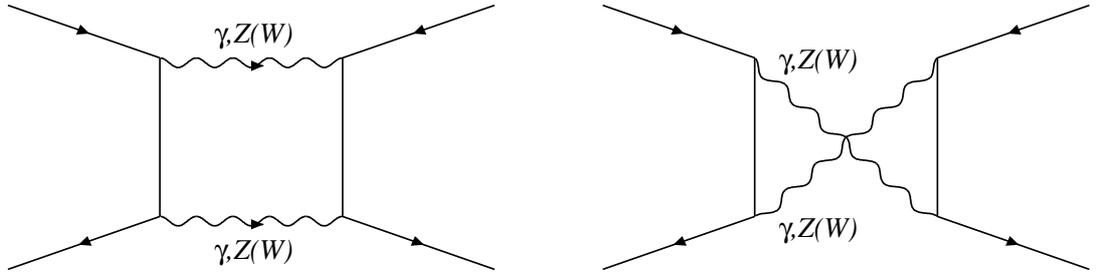


Рисунок 4.2 – Фейнмановские диаграммы для вклада двухбозонного обмена (боксов) в процесс (4.1) на кварковом уровне: слева – прямой бокс, справа – перекрестный

4. интегрируем по 4-импульсу промежуточных бозонов, сводим встретившиеся векторные и тензорные интегралы только к скалярным 4-точечным функциям (см., например, формулу (A:5) работы [94]);
5. используем параметризацию Фейнмана [219], подбираем параметры так, чтобы результат получился в виде тройного интеграла с постоянными пределами интегрирования, приводим подобные в подынтегральных выражениях.

Приведем получившееся после выполнения этой процедуры сечение

$$d\sigma_{\text{бок}} = -\frac{4\alpha^3}{\pi s} \sum_{k=\gamma, Z, \dots} \text{Re } D^{ks*} \{ (T_k^F + T_k^{\text{IR}}) - (T_k^F + T_k^{\text{IR}})|_{t \leftrightarrow u, b_+ \leftrightarrow b_-} \} d\Gamma_2, \quad (4.17)$$

где фазовый объем реакции имеет вид

$$d\Gamma_2 = \delta(k_1 + k_2 - p_1 - p_2) \frac{d^3 k_1}{2k_1^0} \frac{d^3 k_2}{2k_2^0},$$

а смысл суммирования тот же, что и в формуле (4.2).

Требуется объяснить следующий важный момент: в формуле (4.17) присутствует разность, первый член которой соответствует так называемому прямому боксу (см. диаграмму слева на рис. 4.2), а второй член соответствует перекрестному боксу (диаграмма справа там же), приведенная симметрия слагаемых известна, см., например, [158]. Естественно, что не во всех физических процессах требуется учитывать обе диаграммы, так как одна из них может быть запрещена, например, законом сохранения заряда. Именно по этой причине выбрана форма записи сечения (4.17), позволяющая легко убрать нефизическое слагаемое.

Далее, слагаемое T_k^{IR} отвечает инфракрасно-расходящейся части сечения; инфракрасная расходимость параметризуется с помощью инфинитезимального параметра λ – фиктивной массы фотона:

$$T_k^{\text{IR}} = -v_q^\gamma v_l^\gamma \ln^2 \frac{|t|}{\lambda^2} \sum_{n=\gamma, Z, \dots} D^{ns} B^{nk}. \quad (4.18)$$

Как и следует, инфракрасно-расходящаяся часть пропорциональна комбинации инвариантов и констант связи B^{nk} , которая характерна для борновского сечения:

$$d\sigma_{\text{born}} = \frac{4\alpha^2}{s} d\Gamma_2 \sum_{i,j=\gamma, Z, \dots} D^{is} D^{js*} B^{ij}, \quad (4.19)$$

где

$$B^{nk} = b_+^{n,k} t^2 + b_-^{n,k} u^2, \quad (4.20)$$

а векторные и аксиально-векторные константы связи $v_f^{i(j)}$, $a_f^{i(j)}$ представлены комбинациями выражений $\lambda_{f\pm}^{i,j}$ (см. формулы (4.7)) следующим образом

$$b_{\pm}^{n,k} = \lambda_{q+}^{n,k} \lambda_{l+}^{n,k} \pm \lambda_{q-}^{n,k} \lambda_{l-}^{n,k}. \quad (4.21)$$

Необходимо пояснить, что при расчете T_k^{IR} появляется также слагаемое $\sim \pi^2$ (ниже объясняется, как проводить подобный расчет, например, цепочка интегралов (4.60) вполне соответствует случаю T_k^{IR}). Однако можно опустить здесь это слагаемое, поскольку оно сокращается в разности формулы (4.17): прямая часть минус перекрестная часть. В финальных выражениях для адронного сечения (4.66) это слагаемое будет также отсутствовать (как в $\gamma\gamma$ -, так и в γZ -боксах).

Выражение T_k^F в формуле (4.17) отвечает инфракрасно-конечной части сечения, оно состоит из слагаемых, смысл которых хорошо понятен по верхним индексам:

$$T_k^F = v_q^\gamma v_l^\gamma [T_k^{\gamma\gamma} + 2 \sum_{i=Z, \dots} T_k^{\gamma i}] + \sum_{i,j=Z, \dots} T_k^{ij}, \quad (4.22)$$

где

$$T_k^{\gamma\gamma} = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \frac{xzn^{\gamma\gamma}}{s(d^{\gamma\gamma})^2}, \quad (4.23)$$

$$T_k^{\gamma i} = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \frac{xz}{(d^{i\gamma})^2} [n^{i\gamma} + tD^{is} B^{ik} \cdot n_a^{i\gamma}], \quad (4.24)$$

$$T_k^{ij} = \int_0^1 dx \int_0^1 dy \int_0^1 dz \frac{xz^2 n^{ij}}{(d^{ij})^2}. \quad (4.25)$$

Заметим, что в последней сумме формулы (4.22) возможен также вариант двух заряженных бозонов. Этот случай не требует никаких особенных преобразований, см. подробнее ниже.

4.3.2 Обмен двумя фотонами

Приведем выражения для n и d (числителей и знаменателей формул (4.23)–(4.25)), начиная с диаграммы двухфотонного обмена. Здесь удалось получить компактное выражение для числителя:

$$n^{\gamma\gamma} = 2(b_-^{\gamma k} u - b_+^{\gamma k} t) t u \cdot d^{\gamma\gamma} + b_-^{\gamma k} s^2 u^2 \cdot x_1 z_1, \quad (4.26)$$

и хорошо известное (например, см. работу [94]) для знаменателя:

$$d^{\gamma\gamma} = s \cdot x_1 z_1 + t_m \cdot x^2 z, \quad t_m = t \cdot y y_1 - y \cdot m^2 - y_1 \cdot m_q^2, \quad (4.27)$$

где

$$x_1 = 1 - x, \quad y_1 = 1 - y, \quad z_1 = 1 - z.$$

Воспользовавшись техникой работы [224] (или [94]), снимем все интегралы в $T_k^{\gamma\gamma}$ и получим выражение

$$T_k^{\gamma\gamma} = b_-^{\gamma k} \left[\frac{t^2 + u^2}{2s} l_s^2 + u l_s \right] + b_+^{\gamma k} \frac{t^2}{s} l_s^2, \quad l_s = \ln \frac{s}{|t|}, \quad (4.28)$$

которое, в отличие от результатов, приведенных, например, в работе [64], не содержит слагаемого $\sim \pi^2$. Известно также, что подобное слагаемое имеется в t -канальных выражениях. Причина, по которой слагаемое такого типа присутствует в t -канальных боксах, но отсутствует в s -канальных, состоит в том, что результат зависит от знака аргумента дилוגарифмов Спенса, через которые выражается 3-точечная функция. На этот факт было указано еще в работе [94].

Рассмотрим подробно интегрирование 3-точечных функций, возьмем общий случай – с двумя ненулевыми массами:

$$G_0^{ij} = \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4 k}{a_1 a_2 a_3}, \quad a_1 = k^2 - 2k_1 k, \quad a_2 = k^2 - m_i^2, \quad a_3 = (k - q)^2 - m_j^2. \quad (4.29)$$

Применим параметризацию Фейнмана [219] (см. также учебник [246], параграф 47 там), тогда интеграл приобретает вид

$$G_0^{ij} = \frac{i}{(2\pi)^2} 2! \int_0^1 dx \int_0^x dy \int \frac{d^4 k}{d_G}, \quad (4.30)$$

где знаменатель последнего интеграла преобразуется таким образом

$$d_G = [a_1 y + a_2(x - y) + a_3(1 - x)]^3 = [k^2 - 2k\tilde{k} + l]^3, \quad (4.31)$$

и

$$\tilde{k} = k_1 y + q(1 - x), \quad l = q^2(1 - x) - m_i^2(x - y) - m_j^2(1 - x).$$

Интегрируя согласно формуле (47,7) [246] (или (A4) из [94]) по 4-импульсу внутреннего бозона, получим

$$\begin{aligned} G_0^{ij} &= -\frac{1}{4} \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{1}{l - \tilde{k}^2} = \\ &= -\frac{1}{4} \int_0^1 dx \int_0^x dy \frac{1}{ax^2 + by^2 + cxy + dx + ey + f}, \end{aligned} \quad (4.32)$$

последний интеграл записан в стандартной форме, принятой в работе [224]. Приведем коэффициенты, которые в ней имеются

$$a = -q^2, \quad b = -m^2, \quad c = q^2, \quad d = m_j^2 - m_i^2 + q^2, \quad e = m_i^2 - q^2, \quad f = -m_j^2. \quad (4.33)$$

Дальнейшее интегрирование осуществляется в строгом соответствии с предписаниями [224]. Сразу же следует оговориться, что нижеприведенные формулы не претендуют на общность, которая является, вообще говоря, целью работы [224], цель данного расчета, напротив, – упрощение, где это возможно.

Итак, сначала осуществляем сдвиг $y \rightarrow y + \alpha x$. Тогда коэффициент при x^2 будет иметь вид $a + b\alpha^2 + c\alpha$. Подбираем α таким, чтобы этот коэффициент занулился, понятно, что этот выбор двузначен

$$\alpha^\pm = \frac{-c \mp \sqrt{c^2 - 4ba}}{2b} = \frac{q^2 \pm \sqrt{q^4 - 4m^2 q^2}}{2m^2}. \quad (4.34)$$

Интеграл приобретает вид

$$G_0^{ij} = -\frac{1}{4} \int_0^1 dx \int_{-\alpha x}^{(1-\alpha)x} \frac{dy}{by^2 + (c + 2\alpha b)xy + (d + \alpha e)x + ey + f}, \quad (4.35)$$

меняем порядок интегрирования, тогда

$$G_0^{ij} = -\frac{1}{4} \left(\int_0^{1-\alpha} dy \int_{y/(1-\alpha)}^1 dx - \int_0^{-\alpha} dy \int_{-y/\alpha}^1 dx \right) \frac{dx}{N_x}, \quad (4.36)$$

где $N_x = [(c + 2\alpha b)y + d + \alpha e]x + by^2 + ey + f$, и интегрирование по переменной

x не представляет трудностей:

$$G_0^{ij} = -\frac{1}{4} \left(\int_0^{1-\alpha} dy \frac{1}{N} \ln \frac{|N + by^2 + ey + f|}{|Ny/(1-\alpha) + by^2 + ey + f|} - \int_0^{-\alpha} dy \frac{1}{N} \ln \frac{|N + by^2 + ey + f|}{|N(-y/\alpha) + by^2 + ey + f|} \right), \quad (4.37)$$

где $N = (c + 2ab)y + d + e\alpha$. Введем $y_0 = -(d + e\alpha)/(c + 2ab)$, тогда после тождественного преобразования получим

$$\begin{aligned} -4G_0^{ij} &= \int_{-\alpha}^{1-\alpha} dy \frac{1}{N} \{ \ln |by^2 + ey + f + N| - \ln |by_0^2 + ey_0 + f| \} - \\ &- \int_0^{1-\alpha} dy \frac{1}{N} \{ \ln |by^2 + ey + f + Ny/(1-\alpha)| - \ln |by_0^2 + ey_0 + f| \} + \\ &+ \int_0^{-\alpha} dy \frac{1}{N} \{ \ln |by^2 + ey + f - Ny/\alpha| - \ln |by_0^2 + ey_0 + f| \}. \end{aligned} \quad (4.38)$$

Далее делаем замены $y \rightarrow y - \alpha$, $y \rightarrow (1 - \alpha)y$ и $y \rightarrow -\alpha y$ в первом, втором и третьем интегралах, соответственно:

$$\begin{aligned} -4G_0^{ij} &= \int_0^1 dy \frac{1}{Cy + d + (c + e)\alpha + 2a} \ln \frac{|by^2 + (c + e)y + a + d + f|}{|by_1^2 + (c + e)y_1 + a + d + f|} - \\ &- \int_0^1 dy \frac{1 - \alpha}{C(1 - \alpha)y + d + e\alpha} \ln \frac{|(a + b + c)y^2 + (e + d)y + f|}{|(a + b + c)y_2^2 + (e + d)y_2 + f|} - \\ &- \int_0^1 dy \frac{\alpha}{-C\alpha y + d + e\alpha} \ln \frac{|ay^2 + dy + f|}{|ay_3^2 + dy_3 + f|} = I_1 - I_2 - I_3. \end{aligned} \quad (4.39)$$

В последних интегралах использованы обозначения: $C = c + 2ab$, $y_1 = y_0 + \alpha$, $y_2 = y_0/(1 - \alpha)$ и $y_3 = -y_0/\alpha$.

Далее все три интеграла вычисляются однотипно, рассмотрим для примера подробный расчет третьего интеграла

$$I_3 = \frac{1}{C} \int_0^1 dy \frac{1}{y - y_3} [\ln(y - u_1)(y - u_2) - \ln(y_3 - u_1)(y_3 - u_2)], \quad (4.40)$$

где $u_{1,2}$ – корни выражений, стоящих под логарифмом третьего интеграла

$$u_{1,2} = \frac{-d \mp \sqrt{d^2 - 4af}}{2a} = \frac{1}{2q^2} (q^2 - m_i^2 + m_j^2 \pm \sqrt{(q^2 - m_i^2 + m_j^2)^2 - 4q^2 m_j^2}). \quad (4.41)$$

Вычислим значение y_3 для разных α при $m_i = m_j = 0$:

$$y_3^\pm = \frac{q^2}{\pm \sqrt{q^4 - 4m^2q^2}} \left(1 - \frac{2m^2}{q^2 \pm \sqrt{q^4 - 4m^2q^2}} \right). \quad (4.42)$$

Видно, что

$$y_3^+ = 1 + \mathcal{O}\left(\frac{m^2}{q^2}\right), \quad y_3^- = 0 - \mathcal{O}\left(\frac{m^2}{q^2}\right), \quad (4.43)$$

т. е. оба значения не попадают в интервал интегрирования, нетрудно проверить, что такая же ситуация складывается и для величин y_1 и y_2 , присутствующих в первом и втором интегралах. Попутно замечаем, что от выбора α , по крайней мере, зависит знак этих величин.

Наконец, воспользовавшись формулами приложения В работы [224], получаем конечное выражение для третьего интеграла (первый и второй считаются аналогично)

$$I_3 = \frac{1}{C} \left(\text{Li}_2\left(\frac{y_3}{y_3 - u_1}\right) - \text{Li}_2\left(\frac{y_3 - 1}{y_3 - u_1}\right) + \text{Li}_2\left(\frac{y_3}{y_3 - u_2}\right) - \text{Li}_2\left(\frac{y_3 - 1}{y_3 - u_2}\right) \right), \quad (4.44)$$

выраженное через дилогарифм Спенса (см. [247], а также ссылки, приведенные в [224]). Некоторые полезные формулы для дилогарифма Спенса (в том числе его определение, основные свойства, способ вычисления и значения в некоторых важных точках) собраны в Приложении А.

Применяя для упрощения формулы Приложения А (необходимо внимательно следить за знаками аргументов функций Спенса), получим результат для 3-точечной функции $G_0^{(m)}$ (обозначение из [94], отличие только в том, что у нас s -канал):

$$G_0^{(m)} = \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4k}{(k^2 - 2k_1k)k^2(k - q)^2} = -\frac{1}{8q^2} \left[\ln^2 \frac{q^2}{m^2} + \frac{\pi^2}{3} \right], \quad (4.45)$$

которая, как хорошо видно, отличается от приближенного t -канального выражения формой слагаемого $\sim \pi^2$.

Оставшиеся скалярные интегралы, встретившиеся в расчете, выглядят так:

$$G_0^{(M)} = \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4k}{(k^2 - 2p_1k)k^2(k - q)^2} = -\frac{1}{8q^2} \left(\ln^2 \frac{q^2}{m_q^2} + \frac{\pi^2}{3} \right),$$

$$R = \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4k}{k^2(k - q)^2} = \frac{1}{4} \left(\ln \frac{q^2}{L} - 1 \right),$$

$$N_0 = \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4k}{(k^2 - 2k_1k)(k^2 - 2p_1k)} = \frac{1}{4} \left(\ln \frac{m^2}{L} - 1 + \ln \frac{-t}{m^2} \right),$$

$$\begin{aligned}
X_0 &= \frac{i}{(2\pi)^2} \int d^4k \frac{2k(q-k)}{(k^2 - 2k_1k)(k^2 - 2p_1k)k^2(k-q)^2} = \\
&= \frac{1}{8t} \left(\ln \frac{-tm^2}{q^4} \ln \frac{-t}{m^2} + \ln \frac{-tm_q^2}{q^4} \ln \frac{-t}{m_q^2} - \frac{2\pi^2}{3} \right), \quad (4.46)
\end{aligned}$$

видно, что в них присутствуют параметры двух типов: фермионные массы и L – параметр, регулирующий ультрафиолетовую расходимость; параметры обоих типов, как и следовало, сокращаются в финальном результате.

Выражение $T_k^{\gamma\gamma}$ легко оценить и другим образом, сняв часть интегралов (если говорить более конкретно, то интеграл по z , а при необходимости – по y) аналитически в смысле главного значения; приведем этот результат:

$$T_k^{\gamma\gamma} = 2(ub_-^{\gamma k} - tb_+^{\gamma k}) \frac{tu}{s} I_1 + b_-^{\gamma k} su^2 (I_2 + I_3), \quad (4.47)$$

где

$$I_1 = \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{a} \left(1 - \frac{sx_1}{a} \ln \frac{|t|x^2yy_1}{sx_1} \right), \quad a = t_m x^2 - sx_1, \quad (4.48)$$

$$I_2 = \frac{2}{s} \int_0^1 dx \frac{x}{a'} \left(1 - \frac{4sx_1}{a'} \ln \frac{|t|x^2}{4sx_1} \right), \quad a' = tx^2 - 4sx_1, \quad (4.49)$$

$$I_3 = 2 \int_0^1 xx_1 dx \int_0^1 dy \left(-\frac{1}{aa'} + \frac{t^2 x^4 yy_1 - 4s^2 x_1^2}{a^2 a'^2} \ln \frac{|t|x^2 yy_1}{sx_1} - \frac{8}{a'^2} \ln 2 \right) \quad (4.50)$$

(естественно, при численной проверке было получено хорошее согласие формул (4.28) и (4.47)). Понятно также, что формулы (4.28) и (4.47) работают в произвольной кинематической области (при любом s).

Зависимость отношения сечений (здесь $d\sigma_{\gamma\gamma}$ – инфракрасно-конечная часть сечения (4.17), соответствующая двухбозонному обмену)

$$\delta_{\gamma\gamma} = d\sigma_{\gamma\gamma}/d\sigma_{\text{born}}, \quad (4.51)$$

от $\cos \theta_p$ (θ_p – угол между \mathbf{p}_1 и \mathbf{k}_1 в системе центра масс партонов) при различных значениях s показана на рис. 4.3. Далее в этом разделе для всех численных оценок рассматривается процесс $u\bar{u} \rightarrow e^+e^-$, значения для массы и ширины Z -бозона из [226], а в $d\sigma_{\text{born}}$ (4.19) учтены вклады только фотона и Z -бозона. Нижняя сплошная линия соответствует $\sqrt{s} = 50$ ГэВ, верхняя сплошная линия – $\sqrt{s} = 200$ ГэВ, штриховая линия соответствует $\sqrt{s} = 500$ ГэВ; при дальнейшем увеличении \sqrt{s} поправка $\delta_{\gamma\gamma}$ практически не изменяется по сравнению со случаем $\sqrt{s} = 500$ ГэВ, так как если величина s находится

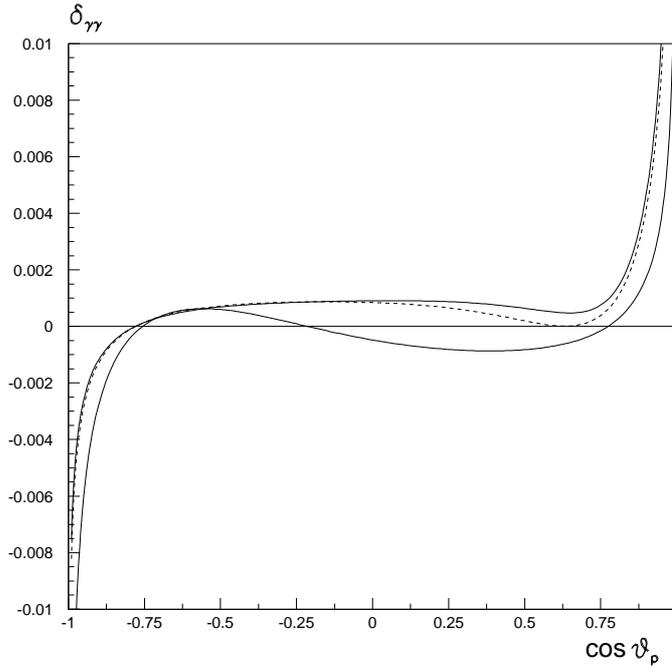


Рисунок 4.3 – Поправка $\delta_{\gamma\gamma}$ в зависимости от $\cos \theta_p$ при: $\sqrt{s}=50$ ГэВ (нижняя сплошная линия), $\sqrt{s}=200$ ГэВ (верхняя сплошная линия), $\sqrt{s} \geq 500$ ГэВ (штриховая линия)

далеко за пределом m_Z^2 , выражение (4.28) содержит лишь отношения t/s , u/s и, следовательно, зависит только от $\cos \theta_p$, но не от s . Хорошо видны понятные из формул для $\gamma\gamma$ -части сечения закономерности: существенное отличие от нуля только в крайних точках $\cos \theta_p$, соответствующих $t = 0$ и $u = 0$, и слабое отличие от нуля в области средних $\cos \theta_p$. Характерный масштаб для $|\delta_{\gamma\gamma}|$ – меньше 0.01 при $-0.97 \leq \cos \theta_p \leq 0.98$.

4.3.3 Обмен фотоном и Z -бозоном. Асимптотический метод

Перейдем к следующей ситуации: по крайней мере один бозон массивный, тогда в формуле (4.24)

$$n^{i\gamma} = b_-^{ik} u^2 (s(x_1 z_1 - x) - ux - m_i^2 x_1) + b_+^{ik} t^2 (2s x_1 z_1 + tx(2xyzy_1 + 1) - 4m_i^2 x_1), \quad (4.52)$$

$$n_a^{i\gamma} = d^{i\gamma} - s - m_i^2 x_1, \quad d^{i\gamma} = d^{\gamma\gamma} - m_i^2 x_1. \quad (4.53)$$

Проводя ряд простых преобразований (и частично снимая интегралы, как это делалось в предыдущем разделе), получаем для рассматриваемой части

сечения выражение

$$T_k^{\gamma i} = (2t^2 b_+^{ik} + tD^{is}B^{ik})J_1 + (u^2(s - m_i^2)b_-^{ik} - 2t^2 m_i^2 b_+^{ik} - stD^{is}B^{ik})J_2 - D^{is}B^{ik}m_i^2 J_3 - su^2 b_-^{ik} J_4, \quad (4.54)$$

где

$$J_1 = \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{a} (1 - (s - m_i^2)x_1 L_-^i), \quad (4.55)$$

$$J_2 = \int_0^1 x x_1 dx \int_0^1 dy \frac{1}{a} (L_-^i - 1/t_-^i),$$

$$J_3 = t \int_0^1 x dx \int_0^1 dy \frac{1}{a} (L_-^i - 1/t_-^i),$$

$$J_4 = \int_0^1 x x_1 dx \int_0^1 dy \frac{1}{a^2} (1 - 2(s - m_i^2)x_1 L_-^i + (s - m_i^2)x_1/t_-^i),$$

и используются выражения

$$L_-^i = \frac{1}{a} \ln \frac{|t_-^i| D^{is}}{x_1}, \quad t_-^i = t_m x^2 - m_i^2 x_1. \quad (4.56)$$

Интегралы $J_{1,2,3,4}$ нетрудно оценить численно, не снимая аналитически интегрирования по x и y . Поступая так, можно избежать трудностей, на которые указывается во введении этой главы. Сходимость интегралов очевидна, более того, массы фермионов, которые содержатся в t_m , играют, вообще говоря, пассивную роль: в $J_{1,2,4}$ их можно положить равными нулю, что соответствует ультрарелятивистскому пределу этой части сечения, интеграл же J_3 логарифмически зависит от масс фермионов, но в разности $J_3 - J_3(t \leftrightarrow u)$, которая присутствует в сечении (см. формулы (4.17) и (4.54)), эта зависимость сокращается.

Теперь получим асимптотическую формулу для рассматриваемого вклада, которая будет работать в области $s, |t| > m_i^2$. Сделать это несложно, если сообразить, что в пределе малых m_i^2 выражение $T_k^{\gamma i}$ имеет ту же структуру 4-точечной функции, что и $T_k^{\gamma\gamma}$ (разница лишь в индексах констант связи). Для начала сделаем тождественное преобразование

$$T_k^{\gamma i} \equiv T_k^{\gamma i} - T_k^{\gamma i} \Big|_{k \rightarrow q} + T_k^{\gamma i} \Big|_{k \rightarrow q}. \quad (4.57)$$

Далее рассмотрим (4.57) в области $s, |t| > m_i^2$. Очевидно, что

$$(T_k^{\gamma i} - T_k^{\gamma i}|_{k \rightarrow q}) \Big|_{s, |t| > m_i^2} \approx T_k^{\gamma \gamma}|_{b_{\pm}^{\gamma k} \rightarrow b_{\pm}^{ik}}, \quad (4.58)$$

а

$$T_k^{\gamma i}|_{k \rightarrow q; s, |t| > m_i^2} = \frac{4tB^{ik}}{s} \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4k}{((k-q)^2 - m_i^2)(k^2 - 2k_1k)(k^2 - 2p_1k)}. \quad (4.59)$$

Для вычисления последней 3-точечной функции можно воспользоваться методом, ранее примененным в расчете G_0^{ij} (4.30) и (4.32). Предварительно делается замена переменной $k - q \rightarrow k$ и ультрарелятивистское приближение, это сильно облегчает расчет.

$$\begin{aligned} & \frac{i}{(2\pi)^2} \int \frac{d^4k}{(k^2 - m_Z^2)(k^2 - 2k_2k)(k^2 - 2p_2k)} = \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 dx \int_0^x \frac{dy}{m_Z^2(x-y) + (p_2(1-x) + k_2y)^2} = \\ &= \frac{1}{4} \int_0^1 dx \frac{1}{t(x-1) - m_Z^2} \ln \frac{t(x-1)}{m_Z^2} = \\ &= -\frac{1}{4t} \left(\frac{\pi^2}{3} + \frac{1}{2} \ln^2 \frac{-t - m_Z^2}{m_Z^2} + \text{Li}_2 \frac{m_Z^2}{m_Z^2 + t} \right). \end{aligned} \quad (4.60)$$

В результате получаем финальное асимптотическое выражение в виде

$$T_k^{\gamma i} \approx T_k^{\gamma \gamma}|_{b_{\pm}^{\gamma k} \rightarrow b_{\pm}^{ik}} - B^{ik} \frac{1}{s} \left(\frac{\pi^2}{3} + \frac{1}{2} \ln^2 \frac{m_i^2}{-t} \right), \quad (4.61)$$

где впервые встречается комбинация типа

$$l_{i,x} = \ln \frac{m_i^2}{|x|} \quad (i = Z, W; \quad x = s, t, u), \quad (4.62)$$

которая представляет из себя электрослабый судаковский логарифм [221] – выражение, растущее с масштабом энергии и играющее в описании ЭСП важную роль. С ним мы встретимся также при расчете боксов с двумя тяжелыми бозонами (ZZ , WW) и вершинных диаграмм с участием Z и W . Асимптотическое выражение, о котором идет речь выше, может быть упрощено далее (сохраняем лишь $\sim l_{i,x}^2$ члены и пренебрегаем первой и нулевой степенью судаковских логарифмов). В таком приближении результат, приведенный здесь,

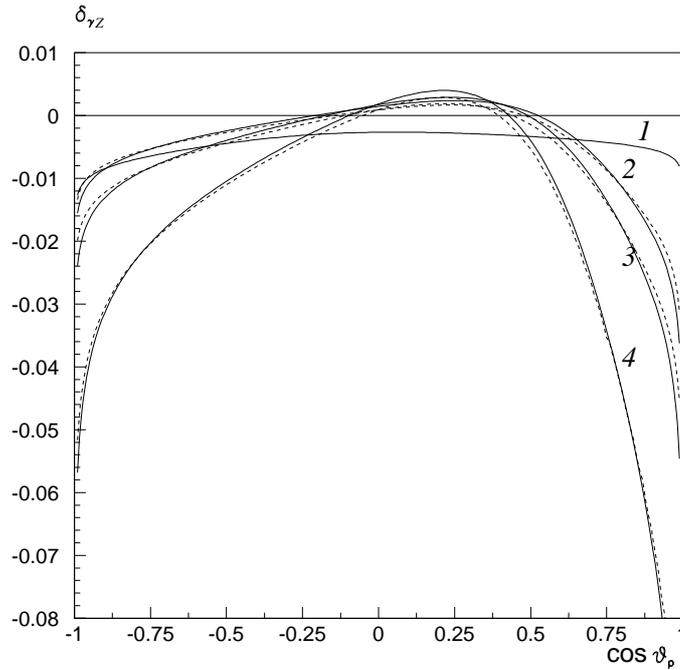


Рисунок 4.4 – Поправка $\delta_{\gamma Z}$ в зависимости от $\cos \theta_p$ при значениях: $\sqrt{s}=50, 500, 1000, 14000$ ГэВ (цифры на кривых 1, 2, 3, 4, соответственно). Сплошные линии – точный расчет, штриховые – расчет по асимптотической формуле (4.61)

находится с полным согласием с результатом работы [248], см. формулу (8) там. Однако численные оценки (см. более подробно в следующей главе) показывают на необходимость удерживать в расчете $l_{i,x}^1$ и $l_{i,x}^0$.

Численный анализ дает для поправки $\delta_{\gamma i}$, которая определяется аналогично (4.51), при $i = Z$ следующие закономерности поведения (см. рис. 4.4): при средних значениях $\cos \theta_p$ поправка минимальна, структура сечения $\sigma - \sigma(t \leftrightarrow u, b_+ \leftrightarrow b_-)$ это предполагает, как и в $\gamma\gamma$ -случае. Понятно также и увеличение масштаба поправки с увеличением \sqrt{s} : так, на рис. 4.4, где показаны $\delta_{\gamma Z}$ при различных \sqrt{s} , эта закономерность видна отчетливо. Поправки для этого случая, полученные по асимптотической формуле (4.61), показаны на рисунке штриховыми линиями. Хорошо видно, что они очень близки к кривым, соответствующим точным выражениям; расчет показал, что хорошее согласие (абсолютное значение разности ≤ 0.001) начинается примерно со значения $\sqrt{s} = 200$ ГэВ; при меньших s установленная асимптотика тоже работает, но хуже; понятно также, что при $\sqrt{s} = 50$ ГэВ асимптотический метод неприменим, поэтому штриховая кривая, соответствующая этой энергии, на рисунке не приводится.

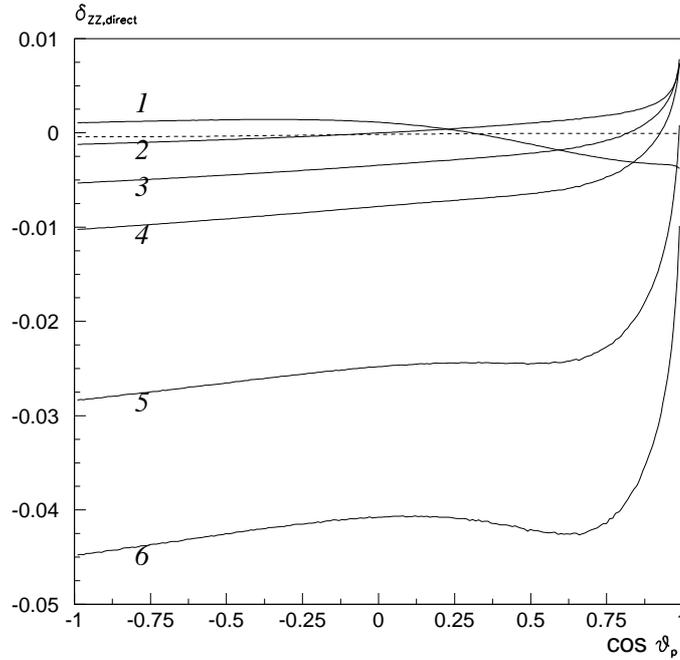


Рисунок 4.5 – Поправка $\delta_{ZZ,direct}$ в зависимости от $\cos \theta_p$ при $\sqrt{s}=100, 200, 500, 1000, 5000, 14000$ ГэВ (цифры на сплошных кривых $1, 2, 3, 4, 5, 6$ соответственно), расчет по формуле (4.63). Штриховая линия соответствует $\sqrt{s}=50$ ГэВ, для нее расчет согласно (4.65)

4.3.4 Обмен двумя массивными бозонами

Используя асимптотический метод, примененный выше, получаем для этой части двухбозонного сечения выражение

$$T_k^{ij} \approx T_k^{\gamma\gamma} |_{b_{\pm}^{\gamma k} \rightarrow b_{\pm}^{ij,k}} - 2B^{ij,k} \frac{1}{s - m_j^2} \left(\frac{\pi^2}{3} + \frac{1}{2} \ln^2 \frac{m_i^2}{-t} \right). \quad (4.63)$$

Численное значение поправок δ_{ZZ} (только для части сечения, соответствующей прямым боксам) приведено на рис. 4.5 при \sqrt{s} от 100 до 14000 ГэВ. Хорошо видно логарифмическое увеличение масштаба поправки с увеличением \sqrt{s} . Заметим также, что кривая, построенная при довольно малом для асимптотического приближения значении $\sqrt{s} = 100$ ГэВ, тем не менее находится в удовлетворительном согласии с результатом работы [64], где рассчитан двухбозонный вклад в поправку в диапазоне энергий $s \leq 2\text{Re } m_Z^2$.

Наконец, приведем, так сказать, побочный результат исследования: асимптотическую формулу для боксов с двумя массивными бозонами, но в области малых $s, |t|$ (получить ее нетрудно, просто пренебрегая $s, |t|$ по срав-

нению с $m_{i,j}^2$ в (4.25)):

$$T_k^{ij} \approx -(b_-^{ji,k} u^2 + 4b_+^{ji,k} t^2) \frac{1}{m_i^2 - m_j^2} \ln \frac{m_i}{m_j}. \quad (4.64)$$

В случае одинаковых частиц получаем более простое выражение

$$T_k^{ii} \approx -(b_-^{ji,k} u^2 + 4b_+^{ji,k} t^2) \frac{1}{2m_i^2}, \quad (4.65)$$

поправка к сечению, рассчитанная с его помощью при $\sqrt{s} = 50$ ГэВ, изображена штриховой линией на рис. 4.5. Хорошо видны ее малый масштаб, слабая зависимость от $\cos \theta_p$ и ожидаемое поведение – близкое по масштабу и по характеру к поведению поправки при энергии $\sqrt{s} = 100$ ГэВ, которая рассчитана по другой асимптотической формуле.

4.3.5 Вклад боксов в сечение процесса Дрелла–Яна

Здесь приводятся выражения для инфракрасно-конечной части вкладов диаграмм с двухбозонным обменом (часть, содержащая ИКР, будет учтена в предпоследнем разделе). Обозначим эти сечения индексом b , который здесь принимает значения: $\gamma\gamma$, γZ , ZZ , WW ; тогда

$$\begin{aligned} \sigma_b(M, y, \zeta_p) &= \frac{2\alpha^3}{3SM} \text{Re} \sum_{k=\gamma, Z} D^{ks*} \\ &\sum_{q=u, d, s, \dots} \left[f_q^A(x_+) f_{\bar{q}}^B(x_-) \left(\delta^{b,k}(t, u, b_+, b_-) - \delta^{b,k}(u, t, b_-, b_+) \right) + \right. \\ &\left. + f_{\bar{q}}^A(x_+) f_q^B(x_-) \left(\delta^{b,k}(u, t, b_+, b_-) - \delta^{b,k}(t, u, b_-, b_+) \right) \right], \quad (4.66) \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \delta^{\gamma\gamma, k}(t, u, b_+, b_-) &= -b_-^{\gamma\gamma, k} u l_s - (b_-^{\gamma\gamma, k} (t^2 + u^2) + 2b_+^{\gamma\gamma, k} t^2) \frac{l_s^2}{2s}, \quad (4.67) \\ \delta^{\gamma Z, k}(t, u, b_+, b_-) &= \frac{B^{\gamma Z, k}}{s} l_{Z,t}^2 - 2b_-^{\gamma Z, k} u l_s - (b_-^{\gamma Z, k} (t^2 + u^2) + 2b_+^{\gamma Z, k} t^2) \frac{l_s^2}{s}, \\ \delta^{ZZ, k}(t, u, b_+, b_-) &= \frac{B^{ZZ, k}}{s} \left(\frac{2\pi^2}{3} + l_{Z,t}^2 \right) - b_-^{ZZ, k} u l_s - \\ &\quad - (b_-^{ZZ, k} (t^2 + u^2) + 2b_+^{ZZ, k} t^2) \frac{l_s^2}{2s}. \end{aligned}$$

Здесь также необходимо привести дополнительные выражения для комбинаций констант связи, которыми удобно пользоваться для расчета боксов

$$v^{ij} = v^i v^j + a^i a^j, \quad a^{ij} = a^i v^j + v^i a^j. \quad (4.68)$$

Для того, чтобы получить вклад WW -бокса в сечение процесса Дрелла–Яна, используя выражения (4.66) и (4.67), нужно сделать следующее:

1. во всех индексах констант связи и бозонных масс осуществить тривиальную замену: $Z \rightarrow W$;
2. учесть тот факт, что некоторые партонные диаграммы запрещены законом сохранения заряда (для прямого WW -бокса: $d\bar{d} \rightarrow l^+l^-$ и $\bar{u}u \rightarrow l^+l^-$; для перекрестного WW -бокса: $u\bar{u} \rightarrow l^+l^-$ и $\bar{d}d \rightarrow l^+l^-$).

Эта особенность WW -части сечения объясняет тот факт, что WW -вклад в сечение Дрелла–Яна при высоких энергиях гораздо больший, чем ZZ -вклад (см. далее в численном анализе). Дело тут в том, что ZZ -вклад, вообще говоря, пропорционален разности

$$\delta^{ZZ,k}(t, u, b_+, b_-) - \delta^{ZZ,k}(u, t, b_-, b_+) \sim l_{Z,t}^2 - l_{Z,u}^2 = \ln \frac{u}{t} (l_{Z,t}^1 + l_{Z,u}^1), \quad (4.69)$$

то есть ведущие члены ZZ -бокса пропорциональны $l_{Z,x}^1$, в то время как для WW -сечения не существует разности (4.69), следовательно, оно пропорционально $l_{W,x}^2$. Здесь же заметим, что особенность (4.69) отсутствует в вершинной части, но имеет место для вклада γZ -боксов.

Выражение для вклада WW -бокса в сечение процесса (4.1) выглядит так (здесь опущены очевидные аргументы в функциях партонных распределений)

$$\begin{aligned} \sigma_{WW}(M, y, \zeta_p) &= \frac{2\alpha^3}{3SM} \text{Re} \sum_{k=\gamma, Z} D^{ks*} \times \\ &\times \left(\sum_{q=u,c} \left[f_q^A f_{\bar{q}}^B \delta^{WW,k}(t, u, b_+, b_-) + f_{\bar{q}}^A f_q^B \delta^{WW,k}(u, t, b_+, b_-) \right] - \right. \\ &\left. - \sum_{q=d,s,b} \left[f_q^A f_{\bar{q}}^B \delta^{WW,k}(u, t, b_-, b_+) + f_{\bar{q}}^A f_q^B \delta^{WW,k}(t, u, b_-, b_+) \right] \right). \quad (4.70) \end{aligned}$$

Наконец, заметим, что структура формулы (4.66), в принципе, годится и для расчета других имеющих безрадиационную кинематику вкладов в процесс (4.1). Так, для чисто борновского сечения имеем $b = \text{born}$ и

$$\delta^{\text{born},k}(t, u, b_+, b_-) = \frac{\pi}{\alpha} \sum_{i=\gamma, Z, \dots} D^{is} B^{i,k}, \quad (4.71)$$

$$\delta^{\text{born},k}(t, u, b_-, b_+) = 0. \quad (4.72)$$

4.3.6 Вершинные функции и бозонные собственные энергии

Теперь рассмотрим вклад в сечение вершинных диаграмм (рис. 4.6), расчет которых представляет из себя хорошо разработанную процедуру. Так,

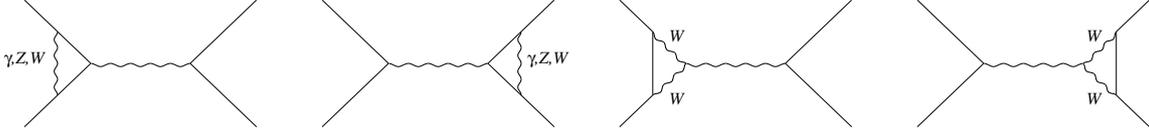


Рисунок 4.6 – Фейнмановские диаграммы для вершинного вклада в процесс (4.1) на кварковом уровне

в работах [64, 63] для него применяется калибровка т’Хоофта–Фейнмана и схема перенормировки на массовой поверхности, использующая α , m_W , m_Z , массу хиггсовского бозона m_H и фермионные массы как свободные параметры. Можно с легкостью интерпретировать приведенные там результаты для исследуемой здесь реакции, тем более что нас интересуют как раз выражения в ультрарелятивистском пределе. Итак, для того, чтобы сконструировать интересующее нас сечение, сделаем замены констант связи в борновском сечении на соответствующие формфакторы:

$$v_f^j \rightarrow \delta F_V^{jf}, \quad \alpha_f^j \rightarrow \delta F_A^{jf}. \quad (4.73)$$

Приводить сечение на кварковом уровне не имеет особого смысла за его очевидностью, полный же вклад вершинных диаграмм в реакцию (4.1) имеет вид

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{vert}}(M, y, \zeta_p) &= \frac{4\pi\alpha^2}{3SM} \text{Re} \sum_{i,j=\gamma,Z} D^{is} D^{js*} \sum_{\chi=+,-} (t^2 + \chi u^2) \times \\ &\times \sum_{q=u,d,s,\dots} F_\chi^q(x_+, x_-) (\lambda_{q\chi}^{F^{i,j}} \lambda_{l\chi}^{i,j} + \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{F^{i,j}}), \end{aligned} \quad (4.74)$$

где комбинации констант связи и электрослабых формфакторов выглядят так:

$$\lambda_{f_+}^{F^{i,j}} = \delta F_V^{if} v_f^j + \delta F_A^{if} \alpha_f^j, \quad \lambda_{f_-}^{F^{i,j}} = \delta F_V^{if} \alpha_f^j + \delta F_A^{if} v_f^j, \quad f = q, l; \quad (4.75)$$

а сами электрослабые формфакторы $\delta F_{V,A}^{if}$ в ультрарелятивистском приближении такие (приведем эти формфакторы, так как они находятся не в полном соответствии с формулами работы [63] (с.723); здесь был сделан ряд преобразований, облегчающих презентацию результата): для вершин с исходящим виртуальным фотоном

$$\delta F_V^{\gamma l} = \frac{\alpha v_l^\gamma}{4\pi} \left[\Lambda_1(m) + ((v_l^Z)^2 + (a_l^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3(m_W) \right],$$

$$\begin{aligned}
\delta F_A^{\gamma l} &= \frac{\alpha v_l^\gamma}{4\pi} \left[2v_l^Z a_l^Z \Lambda_2(m_Z) + \frac{3}{4s_W^2} \Lambda_3(m_W) \right], \\
\delta F_V^{\gamma d} &= \frac{\alpha v_d^\gamma}{4\pi} \left[Q_d^2 \Lambda_1(m_d) + ((v_d^Z)^2 + (a_d^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2s_W^2} \Lambda_2(m_W) + \frac{9}{4s_W^2} \Lambda_3(m_W) \right], \\
\delta F_A^{\gamma d} &= \frac{\alpha v_d^\gamma}{4\pi} \left[2v_d^Z a_d^Z \Lambda_2(m_Z) - \frac{1}{2s_W^2} \Lambda_2(m_W) + \frac{9}{4s_W^2} \Lambda_3(m_W) \right], \\
\delta F_V^{\gamma u} &= \frac{\alpha v_u^\gamma}{4\pi} \left[Q_u^2 \Lambda_1(m_u) + ((v_u^Z)^2 + (a_u^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) - \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{8s_W^2} \Lambda_2(m_W) + \frac{9}{8s_W^2} \Lambda_3(m_W) \right], \\
\delta F_A^{\gamma u} &= \frac{\alpha v_u^\gamma}{4\pi} \left[2v_u^Z a_u^Z \Lambda_2(m_Z) - \frac{1}{8s_W^2} \Lambda_2(m_W) + \frac{9}{8s_W^2} \Lambda_3(m_W) \right].
\end{aligned}$$

Для вершин с исходящим виртуальным Z -бозоном

$$\begin{aligned}
\delta F_V^{Zl} &= \frac{\alpha}{4\pi} \left[v_l^Z \Lambda_1(m) + v_l^Z ((v_l^Z)^2 + 3(a_l^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(m_W) - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(m_W) \right], \\
\delta F_A^{Zl} &= \frac{\alpha}{4\pi} \left[a_l^Z \Lambda_1(m) + a_l^Z (3(v_l^Z)^2 + (a_l^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(m_W) - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(m_W) \right], \\
\delta F_V^{Zd} &= \frac{\alpha}{4\pi} \left[v_d^Z Q_d^2 \Lambda_1(m_d) + v_d^Z ((v_d^Z)^2 + 3(a_d^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1 - 2Q_u s_W^2}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(m_W) - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(m_W) \right], \\
\delta F_A^{Zd} &= \frac{\alpha}{4\pi} \left[a_d^Z Q_d^2 \Lambda_1(m_d) + a_d^Z (3(v_d^Z)^2 + (a_d^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) + \right. \\
&\quad \left. + \frac{1 - 2Q_u s_W^2}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(m_W) - \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(m_W) \right],
\end{aligned}$$

$$\delta F_V^{Zu} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[v_u^Z Q_u^2 \Lambda_1(m_u) + v_u^Z ((v_u^Z)^2 + 3(a_u^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) - \right. \\ \left. - \frac{1 + 2Q_d s_W^2}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(m_W) + \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(m_W) \right],$$

$$\delta F_A^{Zu} = \frac{\alpha}{4\pi} \left[a_u^Z Q_u^2 \Lambda_1(m_u) + a_u^Z (3(v_u^Z)^2 + (a_u^Z)^2) \Lambda_2(m_Z) - \right. \\ \left. - \frac{1 + 2Q_d s_W^2}{8s_W^3 c_W} \Lambda_2(m_W) + \frac{3c_W}{4s_W^3} \Lambda_3(m_W) \right].$$

Необходимо заметить, что в схеме перенормировки на массовой поверхности также имеется ненулевой вклад от диаграмм, соответствующих собственным энергиям u -кварков. Однако результаты для этой части сечения факторизуются точно так же, как и вершинная часть, и это дает возможность сложить оба вклада в один, более простой, которым и является выражение (4.74) – совместный вклад вершинных функций и собственных энергий u -кварков.

Далее приведем выражения для функций $\Lambda_{1,2,3}(m_i)$ в ультрарелятивистском пределе (также было сделано пренебрежение, где это возможно, вкладками, не существенными в области больших инвариантных масс дилептонов):

$$\Lambda_1(m_f) = \Lambda_1^{\text{IR}}(m_f) + \Lambda_1^{\text{F}}(m_f), \\ \Lambda_1^{\text{IR}}(m_f) = -2 \ln \frac{s}{\lambda^2} \left(\ln \frac{s}{m_f^2} - 1 \right), \quad \Lambda_1^{\text{F}}(m_f) = \ln \frac{s}{m_f^2} + \ln^2 \frac{s}{m_f^2} + \frac{4\pi^2}{3} - 4, \\ \Lambda_2(m_i) = \frac{\pi^2}{3} - \frac{7}{2} - 3l_{i,s} - l_{i,s}^2, \quad \Lambda_3(m_i) = \frac{5}{6} - \frac{1}{3}l_{i,s}. \quad (4.76)$$

Следует сказать несколько слов о физическом смысле функций Λ ([64], приложение В.3): Λ_1 соответствует диаграммам с дополнительным виртуальным фотоном, Λ_2 – с дополнительным виртуальным Z - (или W -) бозоном, в зависимости от значения аргумента этой функции, наконец, Λ_3 соответствует трехбозонной вершине. Далее, $\Lambda_1^{\text{IR}}(m_f)$ содержит ИКР и коллинеарные логарифмы; $\Lambda_1^{\text{F}}(m_f)$ – инфракрасно-конечная и содержит только лишь коллинеарные логарифмы, причем в квадрате (как говорят, двойные), что, казалось бы, приведет к большому вкладу в сечение этой части, но, как можно убедиться, двойные логарифмы понизят степень в сумме с соответствующей частью мягкого тормозного излучения (см. ниже); функция $\Lambda_2(m_i)$ соответствует двум первым диаграммам рис. 4.6 и содержит двойные СЛ (это самый большой вклад в интересующие нас наблюдаемые); и, наконец, $\Lambda_3(m_i)$ соответствует

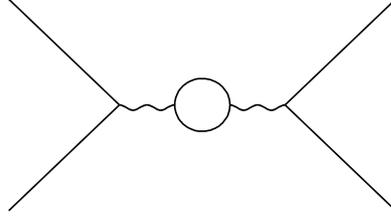


Рисунок 4.7 – Фейнмановская диаграмма, соответствующая вкладам бозонных собственных энергий в процесс (4.1) на кварковом уровне. Кругом обозначены все возможные с точки зрения законов сохранения вклады

двум последним диаграммам рис. 4.6 и содержит СЛ в первой степени. Так как все Λ входят в сечение линейно, можно легко выделить из сечения интересующее нас слагаемое, оставляя нужные Λ и зануляя прочие. Предлагаем разбиение сечения в таком виде

$$\sigma_{\text{vert}} = \sigma_{\text{vert}}^{\text{LV}} + \sigma_{\text{vert}}^{\text{HV}}, \quad (4.77)$$

где

$$\sigma_{\text{vert}}^{\text{LV}} = \sigma_{\text{vert}}(\Lambda_{2,3} = 0), \quad \sigma_{\text{vert}}^{\text{HV}} = \sigma_{\text{vert}}(\Lambda_1 = 0), \quad (4.78)$$

индексы LV(HV) означают “легкие” (“тяжелые”) вершины.

Вклады в сечение бозонных собственных энергий изображены на рис. 4.7 и выглядят так

$$d\sigma_{\text{BSE}}^{q\bar{q}} = -\frac{8\alpha^2}{s} d\Gamma_q \left[\sum_{i,j=\gamma,Z} \Pi^i D^{is} D^{js*} \sum_{\chi=+,-} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} (t^2 + \chi u^2) + \right. \\ \left. + \Pi^{\gamma Z} D^{Zs} \sum_{i=\gamma,Z} D^{js*} \sum_{\chi=+,-} (\lambda_{q\chi}^{\gamma,j} \lambda_{l\chi}^{Z,j} + \lambda_{q\chi}^{Z,j} \lambda_{l\chi}^{\gamma,j}) (t^2 + \chi u^2) \right]. \quad (4.79)$$

Здесь выражения $\Pi^{\gamma,Z,\gamma Z}$ связаны с перенормированными γ -, Z - и γZ -собственными энергиями [64] следующим образом

$$\Pi^\gamma = \frac{\hat{\Sigma}^\gamma}{s}, \quad \Pi^Z = \frac{\hat{\Sigma}^Z}{s - m_Z^2}, \quad \Pi^{\gamma Z} = \frac{\hat{\Sigma}^{\gamma Z}}{s}.$$

4.3.7 Численная оценка на партонном уровне и сравнение с результатами других групп

Перейдем к численному анализу наблюдаемых величин на партонном уровне, преследуя две цели: изучить поправки в отсутствие неопределенно-

сти, связанной с функциями распределения кварков, и (что более важно) сравниться с результатами других групп: программой ZGRAD [158] и расчетом группы SANC [251].

Подходы, например, в [158] и тот, который используется здесь, не вполне одинаковы. Так, одна из важнейших частей – “тяжелые боксы” – рассчитана по-разному (в [158] было применено прямое интегрирование 4-точечных функций, как следствие, результат содержит нетривиальные комбинации функций Спенса со сложными комплексными аргументами). Прямое сравнение с результатами [158] невозможно, так как в этой работе при численном анализе использовано так называемое эффективное борновское приближение (effective Born approximation). Здесь это приближение не применялось, так как объект предлагаемого исследования – область высоких энергий и больших инвариантных масс, где применение эффективного борновского приближения недопустимо. Чтобы свериться, было проделано отдельное исследование [13–A], в ходе которого было получено хорошее согласие с результатами ZGRAD и SANC для всех вкладов в ЭСП. Для корректного и как можно более точного сравнения в этом разделе использовались одинаковые предписания и CM параметры (подробно о выборе предписаний см. в следующей главе). Было получено хорошее согласие для всех вкладов в ЭСП: как для боксовских (см. таблицу 4.1), так и для вершинных и собственно-энергетических поправок (см. таблицу 4.2). В таблицах приведены относительные поправки (в процентах) к $u\bar{u}$ -сечению как функции \sqrt{s} в области $0.1 \text{ ТэВ} \leq \sqrt{s} \leq 10 \text{ ТэВ}$. Все результаты округлены до одинакового количества значащих цифр.

Таблица 4.1 – Относительные поправки (в процентах), обусловленные ZZ - и WW -боксами на партонном уровне для процесса $u\bar{u} \rightarrow \mu^+\mu^-$ как функции \sqrt{s} , рассчитанные различными группами: SANC [251], ZGRAD [158] и с использованием асимптотического метода, изложенного здесь.

\sqrt{s} , ТэВ	ZZ [251]	ZZ [158]	ZZ , [13–A]	WW [251]	WW , [13–A]
0.2	−0.091	−0.091	−0.007	−3.107	−4.874
0.5	−0.214	−0.215	−0.190	−10.777	−10.109
1.0	−0.335	−0.335	−0.325	−16.998	−16.572
2.0	−0.464	−0.465	−0.461	−25.442	−25.250
3.0	−0.542	−0.543	−0.541	−31.468	−31.355
5.0	−0.643	−0.643	−0.642	−40.185	−40.131
10.0	−0.779	−0.779	−0.778	−53.989	−53.970

Проанализируем различие в поправках в ZZ -боксовской части: можно видеть, что в области невысоких значений \sqrt{s} (0.2 ТэВ) результаты довольно сильно отличаются (хотя поправки имеют одинаковое поведение), но, начиная с $\sqrt{s} \sim 0.5$ ТэВ, разница становится незначительной с тенденцией стремиться к нулю с ростом \sqrt{s} . Этот факт подтверждает точность всех сравниваемых расчетов и показывает, что асимптотический метод, изложенный в этой главе, работает, начиная с 0.5 ТэВ, где относительная ошибка асимптотического (к точному SANC) расчета ~ 0.1161 , в то время как при 1 ТэВ (2 ТэВ) эта ошибка составляет всего ~ 0.0284 (~ 0.0056).

Здесь не сравниваются отдельно прямые и перекрестные составляющие ZZ -боксовской частей, которые содержат двойные СЛ, так как имея хорошее согласие для полного ZZ -бокса, который пропорционален только лишь первой степени СЛ (см. (4.69)), в любом случае получим согласие такого же порядка. Действительно, сравнивая результаты для прямого WW -бокса в точке 0.5 ТэВ, получим относительную ошибку асимптотического метода (к расчету SANC) ~ 0.0620 , а в точке 1 ТэВ (2 ТэВ) эта ошибка ~ 0.0251 (~ 0.0076).

Таблица 4.2 – Относительные поправки (в процентах), обусловленные HV и BSE вкладками на партонном уровне для процесса $u\bar{u} \rightarrow \mu^+\mu^-$ как функции \sqrt{s} , рассчитанные различными группами: SANC [251] и с использованием метода, изложенного здесь.

\sqrt{s} , ТэВ	HV [251]	HV, [13–A]	HV, ДСЛ	BSE [251]	BSE, [13–A]
0.1	−1.555	−1.545	2.297	6.078	5.942
0.2	−1.688	−1.669	2.448	11.226	11.206
0.5	4.296	4.298	4.094	11.153	11.133
1.0	6.245	6.245	5.991	12.210	12.189
2.0	8.553	8.554	8.425	13.199	13.178
3.0	10.171	10.171	10.094	13.768	13.746
5.0	12.489	12.490	12.451	14.481	14.458
10.0	16.116	16.116	16.102	15.446	15.421

Таблица 4.2 показывает также хорошее согласие для HV-части радиационной поправки: первая колонка – это результат SANC, вторая получена с использованием формул этой главы и точных выражений для $\Lambda_{2,3}$ из [64], наконец, третья колонка соответствует сильному приближению, в котором удерживаются только двойные судаковские логарифмы; видно хорошее согласие

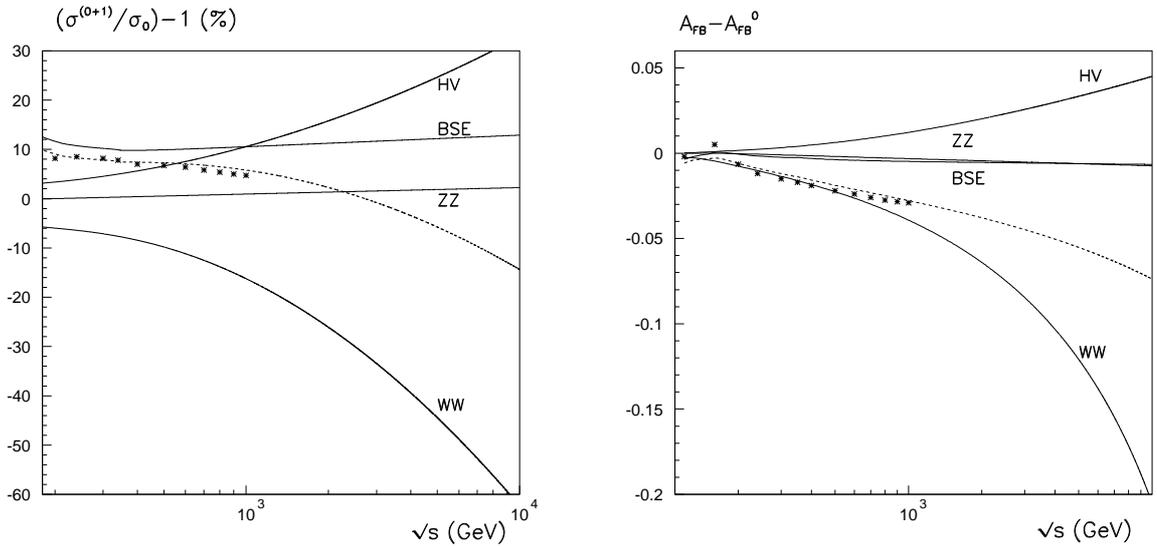


Рисунок 4.8 – Относительные слабые поправки к полному сечению (слева) и асимметрии вперед-назад (справа) на партонном уровне для реакции $u\bar{u} \rightarrow \mu^+\mu^-$ в зависимости от \sqrt{s} . Символами BSE, HV, ZZ, WW обозначают различные вклады, штриховая линия соответствует сумме всех вкладов. Звездочками обозначены точки с рис. 3 и рис. 4 работы [158].

первой и второй колонок и худшее между второй и третьей – относительная ошибка в этом случае 0.040 при $\sqrt{s}=1$ ТэВ и 8.44×10^{-4} при $\sqrt{s}=10$ ТэВ. Все результаты округлены до одинакового количества значащих цифр. Для BSE-части согласие имеет примерно такой же характер как для боксов и вершин – присутствует небольшая постоянная разница ~ 0.02 % (в [18-A] она была несколько больше по причине неточностей в компьютерной программе, впоследствии устраненных), обусловленная деталями численной оценки.

На рис. 4.8 изображено сравнение с результатами работы [158] относительных слабых поправок к полному сечению и асимметрии вперед-назад на партонном уровне для реакции $u\bar{u} \rightarrow \mu^+\mu^-$ в зависимости от \sqrt{s} . Видно хорошее совпадение вкладов, улучшающееся, как и следует, с ростом энергии.

4.3.8 Сечение тормозного излучения мягких фотонов

Чтобы получить результат, свободный от ИКР, необходимо сложить рассмотренные выше вклады с экспериментально неотличимым от них вкладом тормозного излучения мягких фотонов (диаграммы представлены на рис. 4.9). Жесткое тормозное излучение подробно изучается в следующей главе. В этом разделе будут выведены формулы для сечения излучения мяг-

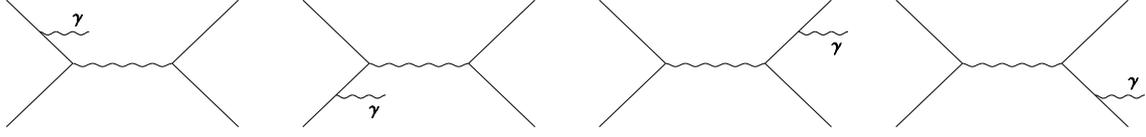


Рисунок 4.9 – Фейнмановские диаграммы для вкладов в реакцию (4.1) тормозного излучения на кварковом уровне

ких фотонов, сокращена ИКР в сумме этой части с вершинной и боксовской частями, также будет объяснено сокращение двойных коллинеарных логарифмов и обсуждены оставшиеся коллинеарные сингулярности.

Начнем с сечения тормозного излучения мягких фотонов в партонной реакции:

$$d\sigma_R|_{|\mathbf{p}|<\omega} = -\frac{\alpha}{2\pi^2} d\sigma_{\text{born}} \int_{|\mathbf{p}|<\omega} \frac{d^3p}{2p_0} \left[Q_q \left(\frac{-2p_1^p}{2p_1 p} + \frac{2p_2^p}{2p_2 p} \right) + Q_l \left(\frac{-2k_1^p}{2k_1 p} + \frac{2k_2^p}{2k_2 p} \right) \right]^2, \quad (4.80)$$

здесь p – 4-импульс тормозного фотона, ω – параметр, который разделяет области мягких и жестких фотонов. Снимая интеграл (для этого нужно воспользоваться, например, техникой работы [249]), получим выражение, содержащее массу фотона λ и максимальную энергию тормозного фотона ω в системе центра масс кварков ($\lambda \ll \omega \ll s, |t|, |u|$):

$$d\sigma_R|_{|\mathbf{p}|<\omega} = -\frac{\alpha}{\pi} d\sigma_{\text{born}} \left[J_0 \ln \frac{\lambda}{2\omega} + Q_q^2 \left(\ln \frac{m_q^2}{s} + 2 \ln^2 \frac{m_q}{\sqrt{s}} + \frac{\pi^2}{3} \right) + Q_l^2 \left(\ln \frac{m^2}{s} + 2 \ln^2 \frac{m}{\sqrt{s}} + \frac{\pi^2}{3} \right) + Q_q Q_l S_E \right], \quad (4.81)$$

где

$$\frac{1}{2} J_0 = Q_q^2 \left(\ln \frac{s}{m_q^2} - 1 \right) - 2Q_q Q_l \ln \frac{t}{u} + Q_l^2 \left(\ln \frac{s}{m^2} - 1 \right), \quad (4.82)$$

$$S_E = 2\text{Li}_2(-t/u) - 2\text{Li}_2(-u/t). \quad (4.83)$$

Теперь не составляет труда сложить инфракрасно-расходящиеся сечения, чтобы избавиться от ИКР. Попутно убеждаемся, что двойные коллинеарные логарифмы в сумме понижают степень до первой. Итак, сложим (на кварковом уровне) сечения, соответствующие “легким” вершинам, ИКР-боксам и мягким фотонам, сумму обозначим индексом “fin”, т. е. инфракрасно-конечный:

$$d\sigma_{\text{fin}} = d\sigma_{\text{vert}}^{\text{LV}} + d\sigma_{\text{box}}^{\text{IR}} + d\sigma_R|_{|\mathbf{p}|<\omega} = \frac{\alpha}{\pi} d\sigma_{\text{born}} \delta^{\text{fin}}, \quad (4.84)$$

где

$$\begin{aligned}\delta^{\text{fin}} &= J_0 \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s}} + Q_q^2 \left(\frac{3}{2} \ln \frac{s}{m_q^2} - 2 + \frac{\pi^2}{3} \right) + \\ &+ Q_l^2 \left(\frac{3}{2} \ln \frac{s}{m^2} - 2 + \frac{\pi^2}{3} \right) - Q_q Q_l \left(\ln \frac{s^2}{tu} \ln \frac{t}{u} + S_E \right).\end{aligned}\quad (4.85)$$

Заметим, что кварковая коллинеарная сингулярность $\ln(s/m_q^2)$, приводящая в силу неопределенности кварковой массы к неудовлетворительному результату, выделилась здесь в точности в том виде, который позволяет адсорбировать ее в функции партонных распределений в полном соответствии, например, с $\overline{\text{MS}}$ -схемой КХД [250] (этот вопрос будет рассмотрен подробно в следующей главе). С учетом этого и после тождественного преобразования

$$\begin{aligned}\delta^{\text{fin}} &= \delta_{\text{fin}}^{\text{sing,q}} + \delta_{\text{fin}}^{\text{sing,l}} + \delta^{\text{fin}}(m_q, m \rightarrow \sqrt{s}), \\ \delta_{\text{fin}}^{\text{sing,f}} &= Q_f^2 \ln \frac{s}{m_f^2} \left(2 \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s}} + \frac{3}{2} \right),\end{aligned}\quad (4.86)$$

легко убедиться, что лидирующая часть поправки обусловлена членом $\delta_{\text{fin}}^{\text{sing,l}}$.

Наконец, сечение на адронном уровне опять запишем с помощью структуры формулы (4.66). Теперь для рассматриваемого сечения имеем $b = \text{fin}$, а поправки выглядят так:

$$\delta^{\text{fin,k}}(t, u, b_+, b_-) = \delta^{\text{fin}} \sum_{i=\gamma, Z, \dots} D^{is} B^{i,k}, \quad (4.87)$$

$$\delta^{\text{fin,k}}(t, u, b_-, b_+) = 0. \quad (4.88)$$

Если принять во внимание (4.86), то вклад fin -части в сечение реакции (4.1) выглядит очень просто (имеется приближенная факторизация перед борновским сечением):

$$\sigma_{\text{fin}}(M, y, \zeta) \approx \frac{2\alpha}{\pi} \left[\ln \frac{M}{m} \left(2 \ln \frac{2\omega}{M} + \frac{3}{2} \right) - \ln \frac{2\omega}{M} \right] \sigma_0(M, y, \zeta). \quad (4.89)$$

Итак, получены формулы для ЭСП к процессу Дрелла–Яна при больших инвариантных массах дилептонной пары. Конечный результат состоит из восьми частей (born , $\gamma\gamma$, $Z\gamma$, ZZ , WW , HV , BSE , fin), для каждой приведены все формулы. Прочие возможные вклады либо несущественны при рассматриваемых условиях, либо составляют предмет особого исследования, как жесткое тормозное излучение. Коллинеарные логарифмы, присутствующие в fin -части сечения, будут играть ключевую роль также и в жестком тормозном излучении, о них пойдет речь в следующей главе.

4.4 Выводы

Тестирование нового масштаба энергий, ставшее возможным с началом экспериментов на Большом адронном коллайдере, является в настоящий момент одной из главных задач современной физики. Успешно стартовавшие эксперименты на ЛНС, возможно, дадут первые данные о НФ или, в противном случае, еще больше укрепят статус СМ. Одним из значимых с этой точки зрения экспериментов на коллайдере ЛНС является исследование наблюдаемых величин в процессе Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары l^+l^- . Изучение эффектов НФ невозможно без точного знания предсказаний СМ, включая электрослабые радиационные поправки, расчету которых посвящена настоящая глава.

Итак, в этой главе рассчитаны электрослабые радиационные поправки к наблюдаемым величинам процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах дилептона. Получены и успешно численно сверены несколько вариантов формул для оценки сечения s -канального процесса упругого рассеяния фермионов с обменом двумя произвольными бозонами. С использованием нового метода впервые найдены компактные, но обеспечивающие требуемую точность, асимптотические выражения для вклада в сечение диаграмм с двухбозонным обменом, результат представлен в виде степеней электрослабых судаковских логарифмов. Также рассчитаны вклады электрослабых вершинных диаграмм, бозонных собственных энергий и мягкого тормозного излучения. Важность исследуемой проблемы требует сравнения полученных оценок с ранее известными, в частности, с расчетами [158] и [251]. Было проделано отдельное исследование, в ходе которого получено хорошее согласие с результатами ZGRAD и SANC для всех вкладов в ЭСП.

Результат, полученный в этой главе, позволяет обеспечить требуемую точность в области высоких энергий и, следовательно, применим для экспериментов на ЛНС, направленных на изучение эффектов НФ в процессах Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары.

ГЛАВА 5

РАДИАЦИОННЫЕ ЭФФЕКТЫ В ВЕДУЩЕМ ЛОГАРИФМИЧЕСКОМ ПРИБЛИЖЕНИИ ДЛЯ ПРОЦЕССА ДРЕЛЛА–ЯНА

5.1 Введение

Данными экспериментов ATLAS и CMS на LHC [8] (согласованными между собой, а к настоящему моменту также подтвержденными данными CDF и D0 с коллайдера Tevatron [252]) установлено существование фундаментального скалярного бозона, вероятно, отвечающего за нарушение электрослабой калибровочной симметрии и, как следствие, за существование у частиц массы. Свойства новой частицы активно изучаются, к концу 2012 года, когда будет собрано примерно в три раза больше экспериментальных данных, чем к моменту открытия [8], ожидается большой прогресс в их понимании. Затем на два года работа LHC будет приостановлена для настройки на максимальную проектную мощность 14 ТэВ, которая позволит на ТэВном масштабе энергии проводить поиски проявлений НФ – физики за пределами СМ. Процесс Дрелла–Яна (4.1) при больших инвариантных массах лептонной пары l^+l^- , как уже говорилось выше, представляет значительный интерес именно с этой точки зрения.

Необходимость точно знать предсказания СМ, включая радиационный фон, т. е. процессы, экспериментально не отличимые от (4.1), обусловлена тем, что “новая” физика, скорее всего, проявится как слабые отклонения от СМ. Важнейшей задачей представляется создание программы (аналитического описания и компьютерного кода) учета этого фона, понятно также, что включаемые в нее процедуры должны обеспечить одновременно хорошую точность и высокую скорость счета. Результат для электрослабых поправок, полученный в предыдущей главе с использованием асимптотического метода, позволяет обеспечить и то, и другое и будет служить основой для создания этой программы.

Настоящая глава является логическим продолжением предыдущей, здесь к слабой составляющей добавляются вклады тормозного (в том числе и жесткого) излучения реального фотона. При конструировании сечений активно используется аппарат функционального анализа. Полученное трижды дифференциальное сечение процесса Дрелла–Яна удобно использовать при обработке экспериментальных данных в широкой кинематической области экспе-

риментов на LHC. Сечения слабых вкладов из главы 4 также перестроены в трижды дифференциальную форму, успешно проведено согласование с оценкой этих вкладов в предыдущей главе.

Для повышения точности и скорости счета произведено выделение ведущей (или лидирующей) логарифмической части (ЛЛЧ), проведен полный анализ этого выделения и его физических следствий. Большое внимание уделяется численной оценке ЭСП: все результаты получены с помощью FORTRAN-программы READY, исследовано влияние ЭСП на сечения (как дифференциальные сечения по инвариантной массе, так и трижды дифференциальные сечения) и асимметрию вперед-назад, численно проверена независимость ЭСП от нефизических параметров, причем независимость от параметра разделения областей фотона на мягкую и жесткую, а также от значений кварковых масс доказаны аналитически.

5.2 Структура адронного сечения

5.2.1 Обозначения. Борновская кинематика

Все выражения для вкладов в сечение процесса (4.1) с борновской (безрадиационной) кинематикой хорошо известны. Следуя результатам предыдущей главы, приведем их здесь, частично используя предыдущие обозначения и вводя новые, которые будут удобны также и для радиационной кинематики.

Представим конволюционную формулу для всех вкладов с борновской кинематикой в полное адронное (индекс H означает “hadronic”) сечение процесса (4.1), здесь были использованы такие обозначения и индексы:

- для чисто борновского сечения (рис. 4.1) – индекс 0,
- для бозонных собственных энергий (рис. 4.7) – BSE,
- для “тяжелых” вершин (рис. 4.6) – HV,
- для инфракрасно-конечной части $\gamma\gamma$ -боксов (рис. 4.2) – “ $\gamma\gamma$ ”,
- для инфракрасно-конечной части γZ -боксов (рис. 4.2) – “ γZ ”,
- для $ZZ(WW)$ -боксов (рис. 4.2) – “ $ZZ(WW)$ ”.

Для суммы “легких” вершин (LV) (см. рис. 4.6), инфракрасно-конечной части $\gamma\gamma$ и γZ -боксов и сечения с излучением реального мягкого фотона с энергией, меньшей ω , используем индекс “fin”. Эта часть инфракрасно-конечна и описывается также борновской кинематикой. Используется общий индекс для так называемого V -вклада (V означает “virtual”, т. е. виртуальный) $V = 0, \text{BSE}, \text{HV}, b, \text{fin}$ и специальный индекс для боксовских вкладов

$b = \gamma\gamma, \gamma Z, ZZ, WW$. Итак, все эти вклады в адронное сечение описываются единой формулой

$$\sigma_V^H = \frac{1}{3} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{-S}^0 dt \sum_{q=u,d,s,c,b} [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) \hat{\sigma}_V^{q\bar{q}}(t) + f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2) \hat{\sigma}_V^{\bar{q}q}(t)] \theta(t + \hat{s}) \theta_M \hat{\theta}_D, \quad (5.1)$$

θ -функция под знаком интеграла ответственна за определение области фазового объема, допустимой кинематикой реакции, фактор

$$\theta_M = \theta(\hat{s} - M_1^2) \theta(M_2^2 - \hat{s}) \quad (5.2)$$

обеспечивает интегрирование в интервале инвариантной массы дилептона $M_1 \leq M \leq M_2$, а фактор

$$\theta_D = \theta(\zeta^* - \cos \theta) \theta(\zeta^* + \cos \theta) \theta(\zeta^* - \cos \alpha) \theta(\zeta^* + \cos \alpha) \times \theta(p_T(l^+) - p_T^{\min}) \theta(p_T(l^-) - p_T^{\min}) \quad (5.3)$$

урезает область интегрирования в соответствии с геометрией детектора, параметры этого фактора ζ^* и p_T^{\min} будут обсуждаться ниже. Выражения для углов θ (α) рассеяния лептонов с 4-импульсом k_1 (k_2) в системе центра масс адронов и лептонных энергий (также в этой системе) могут быть получены как частный случай (радиационные инварианты равны нулю: $v = z = u_1 = z_1 = 0$) формул (5.19), которые будут приведены ниже. Для поперечных компонент импульсов лептонов имеют место соотношения: $p_T(l^+) = k_{10} \sin \theta$, $p_T(l^-) = k_{20} \sin \alpha$.

Приведем все кварковые сечения в (5.1), используя обозначение $\sigma(t) \equiv d\sigma/dt$. Борновское сечение выглядит как

$$\sigma_0^{q\bar{q}}(t) = \frac{2\pi\alpha^2}{s^2} \sum_{i,j=\gamma,Z} D^i D^{j*} (b_+^{i,j} t^2 + b_-^{i,j} u^2). \quad (5.4)$$

BSE-часть выглядит как

$$\sigma_{\text{BSE}}^{q\bar{q}}(t) = -\frac{4\pi\alpha^2}{s^2} \left[\sum_{i,j=\gamma,Z} \Pi_S^i D^i D^{j*} \sum_{\chi=+,-} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} B_\chi + \Pi_S^{\gamma Z} D^Z \sum_{i=\gamma,Z} D^{j*} \sum_{\chi=+,-} (\lambda_{q\chi}^{\gamma,j} \lambda_{l\chi}^{Z,j} + \lambda_{q\chi}^{Z,j} \lambda_{l\chi}^{\gamma,j}) B_\chi \right]. \quad (5.5)$$

Здесь выражения $\Pi_S^{\gamma,Z,\gamma Z}$ объяснены в предыдущей главе, а B_χ определяются формулой

$$B_\pm = t^2 \pm u^2. \quad (5.6)$$

НВ-часть имеет вид

$$\sigma_{\text{HV}}^{q\bar{q}}(t) = \frac{4\pi\alpha^2}{s^2} \text{Re} \sum_{i,j=\gamma,Z} D^i D^{j*} \sum_{\chi=+,-} (\lambda_q^{F^{i,j}} \lambda_l^{i,j} + \lambda_q^{i,j} \lambda_l^{F^{i,j}}) B_\chi, \quad (5.7)$$

содержащиеся в ней формфакторы $\lambda_{f\pm}^{F^{i,j}}$ рассчитаны в [10–А] и приведены выше.

Вклад боксовских диаграмм представляется формулой

$$\sigma_b^{q\bar{q}}(t) = \frac{2\alpha^3}{s^2} \sum_{k=\gamma,Z} D^{k*} [\delta^{b,k}(t, u, b_+, b_-) - \delta^{b,k}(u, t, b_-, b_+)], \quad (5.8)$$

где функции $\delta^{b,k}(t, u, b_+, b_-)$ и все предписания для них можно найти в предыдущей главе.

Результат сокращения инфракрасной расходимости по своему смыслу пропорционален борновскому сечению

$$\sigma_{\text{fin}}^{q\bar{q}}(t) = \frac{\alpha}{\pi} \delta_{\text{fin}}^{q\bar{q}} \sigma_0^{q\bar{q}}(t), \quad (5.9)$$

а соответствующая поправка получена на основе результатов предыдущей главы и имеет вид

$$\begin{aligned} \delta_{\text{fin}}^{q\bar{q}} = & J_0 \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s}} + Q_l^2 \left(3 \ln \frac{\sqrt{s}}{m} - 2 + \frac{\pi^2}{3} \right) + Q_q^2 \left(3 \ln \frac{\sqrt{s}}{m_q} - 2 + \frac{\pi^2}{3} \right) - \\ & - Q_q Q_l \left(\ln \frac{s^2}{tu} \ln \frac{t}{u} + \frac{\pi^2}{3} + \ln^2 \frac{t}{u} + 4 \text{Li}_2 \frac{-t}{u} \right), \end{aligned} \quad (5.10)$$

где ω – энергия мягкого фотона, нефизический параметр, регуляризирующий инфракрасную расходимость [224], а Li_2 обозначает дилогарифм Спенса. Заметим здесь, что поправка $\delta_{\text{fin,FSR}}^{q\bar{q}}$ хорошо известна и представлена, например, в работе [124], а поправка $\delta_{\text{fin,ISR}}^{q\bar{q}}$ может быть легко найдена из нее следующим образом:

$$\delta_{\text{fin,ISR}}^{q\bar{q}} = \delta_{\text{fin,FSR}}^{q\bar{q}}(m \rightarrow m_q, Q_l \rightarrow Q_q).$$

Для того чтобы найти выражения для $\bar{q}q$ -случая, необходимо сделать очевидные замены $t \leftrightarrow u$ в борновской части и $Q_q Q_l \rightarrow -Q_q Q_l$ – в “fin”-части. “Шляпка” в формуле (5.1) означает замену $s \rightarrow \hat{s}$.

Наконец, перестроим сечение так, чтобы оно имело полностью (трижды) дифференциальную форму:

$$\sigma_V^H \rightarrow \sigma_V^{(3)} \equiv \frac{d^3\sigma_V}{dM dy d\psi}, \quad (5.11)$$

где $\cos \alpha \equiv \psi$, а, например, $\sigma_0^{(3)}$ – трижды дифференциальное борновское сечение. Переход (5.11) легко осуществить с помощью якобиана J_N :

$$dx_1 dx_2 dt = |J_N| dM dy d\psi. \quad (5.12)$$

Используя известные соотношения, соответствующие безрадиационной кинематике:

$$t = -\frac{M^2(\psi + 1)}{1 + \psi + (1 - \psi)e^{2y}}, \quad x_1 = e^y \frac{M}{\sqrt{S}}, \quad x_2 = e^{-y} \frac{M}{\sqrt{S}}, \quad (5.13)$$

вычисляя частные производные и, затем, определитель, получим якобиан, соответствующий безрадиационной кинематике, в виде

$$J_N = \frac{D(x_1, x_2, t)}{D(M, y, \psi)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial M} & \frac{\partial x_1}{\partial y} & \frac{\partial x_1}{\partial \psi} \\ \frac{\partial x_2}{\partial M} & \frac{\partial x_2}{\partial y} & \frac{\partial x_2}{\partial \psi} \\ \frac{\partial t}{\partial M} & \frac{\partial t}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial \psi} \end{vmatrix} = \frac{4M^3 e^{2y}}{S[1 + \psi + (1 - \psi)e^{2y}]^2}. \quad (5.14)$$

Итак, трижды дифференциальные сечения с безрадиационной кинематикой выглядят так:

$$\sigma_V^{(3)} = \frac{J_N}{3} \sum_{q=u,d,\dots} [f_q^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2) \sigma_V^{q\bar{q}}(t) + f_q^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2) \sigma_V^{\bar{q}q}(t)] \theta_D. \quad (5.15)$$

5.2.2 Радиационная кинематика. Жесткие фотоны

Приведем адронное сечение, обусловленное тормозным излучением реальных фотонов (см. рис. 4.9), пока не делая каких-либо различий между мягкими и жесткими фотонами. Полный фазовый объем реакции (на кварковом уровне применяем кинематику процесса $2 \rightarrow 3$) определяется выражением

$$I_\Omega^6[A] = \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \iiint_\Omega dt dv dz du_1 \frac{1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}} \theta(\hat{R}_{u_1}) \theta_M^R \hat{\theta}_D^R A, \quad (5.16)$$

где введены радиационные инварианты $z = 2k_1 p$, $v = 2k_2 p$, $z_1 = 2p_1 p$, $u_1 = 2p_2 p$, а p – это 4-импульс тормозного фотона.

Факторы θ_M^R и θ_D^R здесь играют ту же роль, что и в безрадиационном сечении, но θ_M^R (а также \hat{s}) в радиационном случае выглядит немного иначе по сравнению с безрадиационным:

$$\theta_M^R = \theta(\hat{s} - z - v - M_1^2) \theta(M_2^2 - \hat{s} + z + v), \quad (5.17)$$

для θ_D^R будем использовать безрадиационное выражение θ_D (5.3), но углы и энергии видоизменяются:

$$\cos \theta \equiv \zeta = 1 + \frac{t}{k_{10}x_1\sqrt{S}}, \quad \cos \alpha \equiv \psi = 1 + \frac{u+z-u_1}{k_{20}x_1\sqrt{S}}, \quad (5.18)$$

$$k_{10} = -\frac{1}{2\sqrt{S}}\left(\frac{t}{x_1} + \frac{u}{x_2}\right), \quad k_{20} = \frac{1}{2\sqrt{S}}\left(\frac{s+t-z_1}{x_1} + \frac{s+u-u_1}{x_2}\right). \quad (5.19)$$

Приведем здесь два соотношения для инвариантов, которые будут полезны в дальнейшем,

$$u = v - s - t + 2m^2 + 2m_q^2, \quad z_1 + u_1 = z + v, \quad (5.20)$$

таким образом из семи введенных инвариантов s, t, u, z, v, z_1, u_1 только пять являются независимыми. Наконец, в случае радиационной кинематики

$$s = M^2 + v + z. \quad (5.21)$$

Физическая область интегрирования (5.16) Ω полностью определяется функцией $\theta(R_{u_1})$, где $-R_{u_1}$ – симметричный определитель Грама ($-R_{u_1} = \Delta_4(p_1, p_2, k_1, k_2)$). Выраженный через принятые здесь обозначения инвариантов, он имеет вид:

$$\begin{aligned} -R_{u_1} &= A_{u_1}u_1^2 + 2B_{u_1}u_1 + C_{u_1}, \quad (5.22) \\ A_{u_1} &= -4m^2s + (s-v)^2, \\ B_{u_1} &= v[m^2(3s-v) + (s-v)(m_q^2 - s - t + v)] + \\ &\quad + z[m^2(s-v) - m_q^2(s+v) + st + v(s+t-v)], \\ C_{u_1} &= z^2[(m^4 + m_q^4 - 2m^2(m_q^2 + t - v) - 2m_q^2(t+v) + (t-v)^2] + \\ &\quad + 2zv[m^4 + m_q^4 + m_q^2(s-2t) - m^2(2m_q^2 + s + 2t - 2v) + \\ &\quad + (t-v)(s+t-v)] + \\ &\quad + v^2[m^4 - 2m^2(m_q^2 + s + t - v) + (m_q^2 - s - t + v)^2]. \end{aligned}$$

С учетом вышеизложенного полное сечение процесса (4.1) с излучением

одного тормозного фотона записывается в виде конволюционной формулы:

$$\begin{aligned}
\sigma_R^H &= \frac{\alpha^3}{3} I_\Omega^6[\hat{T}] = \frac{\alpha^3}{3} I_\Omega^6 \left[\hat{s}^{-2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \times \right. \\
&\times ([f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] \times \\
&\times [Q_l^2 R_{l\chi}^{q\bar{q}} D^i D^{j*} + Q_q^2 R_{q\chi}^{q\bar{q}} \Pi^i \Pi^{j*}] + \\
&+ [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) - \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] \times \\
&\left. \times Q_l Q_q R_{\text{int}\chi}^{q\bar{q}} \frac{\Pi^i D^{j*} + D^i \Pi^{j*}}{2} \right] \Bigg|_{s \rightarrow \hat{s}}. \quad (5.23)
\end{aligned}$$

Индексы l , qk и int означают происхождение излучаемого фотона: лептон, кварк и лептон-кварковую интерференцию, или, используя общепринятую терминологию, излучение из конечного состояния (FSR), излучение из начального состояния (ISR) и их интерференцию (INT, interference) соответственно. Радиационные бозонные пропагаторные структуры имеют вид

$$\Pi^j = \frac{1}{s - z - v - m_j^2 + im_j \Gamma_j}. \quad (5.24)$$

Выражения для R в ультрарелятивистском приближении (осуществляется пренебрежение фермионными массами, где это возможно) приведены в Приложении Б.

Разделение сечения тормозного излучения на две части (мягкую и жесткую) сделаем с помощью θ -функции

$$\theta_\omega \equiv \theta(p_0 - \omega) = \theta\left(\frac{v+z}{2\sqrt{s}} - \omega\right). \quad (5.25)$$

Домножая подынтегральное выражение (5.23) на θ_ω , получим сечение жестких фотонов, о котором пойдет речь ниже, а домножая на $\theta(-p_0 + \omega)$, получим сечение мягких фотонов (полный расчет этого сечения приведен в предыдущей главе, здесь оно относится к “fin”-части). Чтобы осуществить численный расчет интеграла (5.16), использовалась программа многомерного интегрирования VEGAS [253], в основе которой лежит метод Монте-Карло.

Прямым следствием применяемого приема (напомним, что существует альтернативный метод [103]–[106], применяя который, можно получить конечный результат, свободный от аналитической зависимости от сепаратора ω) является наличие в конечном результате параметра разделения области мягких и жестких фотонов ω , однако в сумме зависимость от этого параметра

отсутствует, с помощью численного анализа это легко проверить. Здесь мы убедимся, что результат не содержит зависимости от нефизического параметра ω аналитически на примере FSR-части сечения. Заметим здесь, что предполагаемая независимость вполне очевидна, так как параметр ω вводился “руками”, однако громоздкость расчета и требования надежности численной оценки делают тесты такого рода совершенно необходимыми.

Сначала тождественно преобразуем FSR-часть сечения жестких фотонов

$$\sigma_{R,\text{FSR}}^H = (\sigma_{R,\text{FSR}}^H - \sigma_{R,\text{FSR}}^{H,\omega}) + \sigma_{R,\text{FSR}}^{H,\omega}, \quad (5.26)$$

где $\sigma_{R,\text{FSR}}^{H,\omega}$ получается из $\sigma_{R,\text{FSR}}^H$ занулением радиационных инвариантов в числителях и аргументах партонных распределений (далее везде в этом разделе $x_{1,2}$ соответствуют выражениям с безрадиационной кинематикой). Тогда понятно, что разница в скобках не будет содержать ИКР и, естественно, не будет зависимой от ω (конечно, при условии малости этого параметра). Второе слагаемое в (5.26)

$$\begin{aligned} \sigma_{R,\text{FSR}}^{H,\omega} = & \frac{\alpha^3}{3} I_\Omega^6 \left[\hat{s}^{-2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \times \right. \\ & \left. \times [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] R_{l\chi}^{q\bar{q},\omega} D^i D^{j*} \theta_\omega \Big|_{s \rightarrow \hat{s}} \right] \end{aligned} \quad (5.27)$$

содержит выражения, пропорциональные безрадиационным комбинациям B_χ (5.6)

$$R_{l\pm}^{q\bar{q},\omega} = -2(t^2 \pm (s+t)^2) \left(\frac{m^2}{z^2} - \frac{s}{zv} + \frac{m^2}{v^2} \right), \quad (5.28)$$

что позволяет, перегруппировав суммы, представить сечение (5.27) в новой форме, максимально приближенной к безрадиационному сечению (5.1):

$$\begin{aligned} \sigma_{R,\text{FSR}}^{H,\omega} = & \frac{1}{3} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{-S}^0 dt \sum_{q=u,d,s,c,b} [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) \hat{\sigma}_{R,\text{FSR}}^{\omega,q\bar{q}}(t) + \\ & + f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2) \hat{\sigma}_{R,\text{FSR}}^{\omega,\bar{q}q}(t)], \end{aligned} \quad (5.29)$$

где

$$\sigma_{R,\text{FSR}}^{\omega,q\bar{q}}(t) = -\frac{\alpha}{\pi} \sigma_0^{q\bar{q}}(t) \iiint \frac{dvdzdu_1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}} \left(\frac{m^2}{z^2} - \frac{s}{zv} + \frac{m^2}{v^2} \right) \theta(R_{u_1}) \theta_M^R \theta_\omega. \quad (5.30)$$

Для простоты дальнейших выкладок не будет приниматься во внимание геометрия детектора в формуле (5.30) и до конца раздела, т. е. полагается $\theta_D^R = 1$.

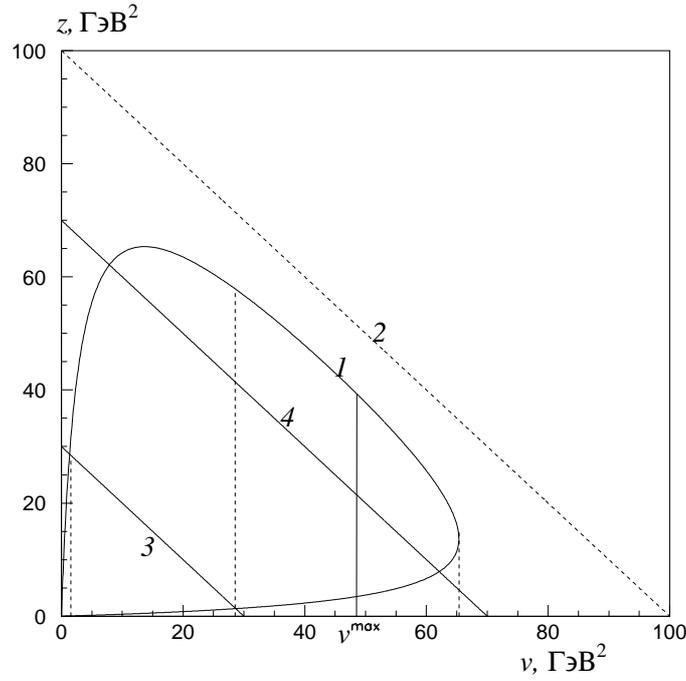


Рисунок 5.1 – Область интегрирования по переменным z и v сечения тормозного излучения. Значения параметров: $s = 100 \text{ ГэВ}^2$, $m^2 = 3 \text{ ГэВ}^2$, $M^2 = 30 \text{ ГэВ}^2$, $\omega = 1.5 \text{ ГэВ}$ (не соответствуют реальным, взяты для иллюстрации)

Для задачи, которая ставится в этом разделе, это несущественно, так как предполагаемое аналитическое сокращение имеет место в той области, где радиационные и безрадиационные сечения имеют одинаковые фазовые объемы, и фактор θ_D^R видоизменит их одинаково, что не отразится на сокращении нефизического параметра ω .

Приступим к аналитическому интегрированию формулы (5.30). Первый интеграл по переменной u_1 снимаем без проблем, поскольку зависимость от u_1 в FSR-части имеется только в определителе Грама. Воспользуемся результатом работы [6–А], где подробно разобрана кинематика радиационного рождения одиночных W -бозонов в адрон-адронных столкновениях (обозначения совпадают),

$$\frac{1}{\pi} \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} \frac{du_1}{\sqrt{R_{u_1}}} = \frac{1}{\sqrt{A_{u_1}}}.$$

Для последующих интегрирований изобразим область двойного интеграла по переменным z и v на рис. 5.1 (в иллюстративных целях искусственно завышены значения малых параметров m^2 и ω). Искомая область – сложная фигура, ограниченная четырьмя линиями: 1, 3, 4 и $v = v^{\max}$ на рис. 5.1. Кривая 1

третьего порядка

$$z^2\tau - zv(s - v - 2m^2) + m^2v^2 = 0, \quad \tau = v + m^2, \quad (5.31)$$

которая при малом значении параметра m^2 распадается на три линии $z = 0$, $v = 0$ и $z = s - v$, последняя обозначена на рис. 5.1 цифрой 2 и является для линии (5.31) своеобразной асимптотой.

Прямая 3 обусловлена фактором θ_ω (5.25), прямая $v = v^{\max} \approx s + t$, прямая 4 ($z + v = s - M^2$) обусловлена фактором θ_M^R . Из рисунка хорошо видно, что искомая зависимость от ω никак не определяется расположением прямой 4 (так как она параллельна прямой 3 и, следовательно, нигде ее не пересекает при любом соотношении параметров). Следовательно, чтобы получить асимптотическую формулу оставшегося двойного интеграла в области малых ω , достаточно рассчитать его по области D , ограниченной линиями 1, 3 и $v = v^{\max}$. Пренебрегая, где это возможно, малыми параметрами m^2 и ω , получим

$$\begin{aligned} \iint_D dvdz \frac{1}{\sqrt{A_{u_1}}} \frac{m^2}{z^2} &= \ln \frac{v^{\max}}{2\sqrt{s\omega}}, \quad \iint_D dvdz \frac{1}{\sqrt{A_{u_1}}} \frac{m^2}{v^2} = \ln \frac{\sqrt{s}}{2\omega} - 1, \\ \iint_D dvdz \frac{1}{\sqrt{A_{u_1}}} \frac{s}{zv} &= 2 \ln \frac{v^{\max}}{2\sqrt{s\omega}} \ln \frac{s}{m^2} + \ln \frac{s}{v^{\max}} \ln \frac{\sqrt{sv^{\max}}}{m^2} + \\ &+ \ln \frac{s - v^{\max}}{s} \ln \frac{m^2}{s - v^{\max}} - 2\text{Li}_2\left(\frac{v^{\max}}{s}\right) - \text{Li}_2\left(\frac{s - v^{\max}}{s}\right) + \frac{\pi^2}{6}. \end{aligned} \quad (5.32)$$

Заметим, что в последних интегралах, как и должно быть, не осталось квадратов коллинеарных логарифмов, они взаимно сократились при расчете.

Наконец, выпишем финальную асимптотическую формулу для FSR-части сечения

$$\sigma_{R,\text{FSR}}^{\omega,q\bar{q}}(t) \approx \frac{2\alpha}{\pi} \sigma_0^{q\bar{q}}(t) \ln \frac{\sqrt{s}}{2\omega} \left(\ln \frac{s}{m^2} - 1 \right), \quad (5.33)$$

где были опущены все слагаемые, не содержащие ω . Складывая эту формулу с соответствующей частью, происходящей из суммы сечений мягких фотонов и ИКР-частью V -вклада (5.9), получим

$$\sigma_{R,\text{FSR}}^{\omega,q\bar{q}}(t) + \sigma_{\text{fin}}^{q\bar{q}}(t) \approx \frac{\alpha}{\pi} \sigma_0^{q\bar{q}}(t) \left[2 \ln \frac{\sqrt{s}}{2\omega} \left(\ln \frac{s}{m^2} - 1 \right) + J_0^{(\text{FSR})} \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s}} \right] = 0, \quad (5.34)$$

что и требовалось доказать.

5.2.3 Переход от полного сечения к дифференциальному сечению по инвариантной массе дилептона

Для того, чтобы перейти от полного безрадиационного (5.1) (или радиационного (5.23)) сечения к дифференциальному, нам требуется формально продифференцировать его по переменной M , используя очевидное соотношение, которое базируется на определении полного сечения и теореме Барроу (производная интеграла с переменным верхним пределом по этому пределу равна значению подынтегральной функции от верхнего предела):

$$\frac{d}{dx} \int_a^x f(t) dt = f(x).$$

После этого, учитывая известную формулу функционального анализа $\theta'(x) = \delta(x)$, можно снять одно из интегрирований (например, по переменной x_2) с помощью возникшей δ -функции и известного правила:

$$\int_a^b f(x) \delta(x - z) dx = f(z) \theta(z - a) \theta(b - z).$$

Наконец, приведем простой рецепт для перехода от полного к дифференциальному сечению: итак, чтобы в радиационном случае сделать переход

$$\sigma_R^H \rightarrow \frac{d\sigma_R^H}{dM},$$

нужно в формуле (5.23)

1. опустить интегрирование по x_2 и подынтегральный фактор $\theta(\hat{s} - z - v - M_1^2)$,
2. осуществить замену $x_2 \rightarrow (M^2 + z + v)(Sx_1)^{-1}$ (что эквивалентно $\hat{s} \rightarrow M^2 + z + v$),
3. домножить подынтегральное выражение на фактор $2M(Sx_1)^{-1} \theta(Sx_1 - M^2 - z - v)$.

Для безрадиационного случая переход такой же, но плюс к этому все радиационные инварианты зануляются: $v = z = u_1 = 0$, так как в этом случае $p \rightarrow 0$.

5.2.4 Переход от полного сечения к полностью дифференциальному сечению

Перестроим адронное сечение (5.23) так, чтобы оно имело трижды дифференциальный вид, сделаем это с помощью якобиана $J_R^{(3)}$:

$$dx_1 dx_2 dt = |J_R^{(3)}| dM dy d\psi, \quad (5.35)$$

используя соотношения, теперь соответствующие радиационной кинематике

$$t = \frac{(u_1 + M^2)(e^{2y}(\psi - 1)(v - u_1) + (1 + \psi)(z_1 + M^2))}{e^{2y}(\psi - 1)(u_1 + M^2) - (1 + \psi)(z_1 + M^2)}, \quad (5.36)$$

$$x_1 = \frac{e^y \sqrt{(u_1 + M^2)(v + z + M^2)}}{\sqrt{S} \sqrt{z_1 + M^2}}, \quad x_2 = \frac{e^{-y} \sqrt{(z_1 + M^2)(v + z + M^2)}}{\sqrt{S} \sqrt{u_1 + M^2}}. \quad (5.37)$$

Они получены из системы трех уравнений: 1) для радиационного инварианта s (5.21), 2) для радиационного выражения ψ (5.18), 3) для определения быстроты лептонной пары $y \equiv y(l^+l^-)$

$$y = \frac{1}{2} \ln \frac{x_1(z_1 + M^2)}{x_2(u_1 + M^2)}. \quad (5.38)$$

Радиационный якобиан имеет вид

$$J_R^{(3)} = \frac{4Me^{2y}}{S} \frac{(v + M^2)(z_1 + M^2)(u_1 + M^2)}{[(1 + \psi)(z_1 + M^2) + (1 - \psi)e^{2y}(u_1 + M^2)]^2}. \quad (5.39)$$

Очевидно, что выполняется условие $\lim_{p \rightarrow 0} J_R^{(3)} = J_N$.

Наконец, трижды дифференциальное сечение с радиационной кинематикой выглядит так

$$\sigma_R^{(3)} = \frac{\alpha^3}{3} \iiint \frac{1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}} \theta_D^R T \theta_\omega J_R^{(3)} dv dz du_1, \quad (5.40)$$

(область тройного интегрирования по-прежнему определяется $\theta(R_{u_1})$, но с учетом соотношений (5.21) и (5.36), кроме этого, необходимо учитывать фактор θ_ω , который соответствует области жестких фотонов).

5.3 Выделение и анализ лидирующей логарифмической части

В этом разделе произведен расчет лидирующей части электрослабых радиационных поправок к процессу Дрелла–Яна, обусловленная коллинеарным излучением тормозных фотонов, в эксперименте CMS на ЛHC. Исходной для расчетов является формула (5.40).

5.3.1 Излучение из начального состояния

Пусть фотон излучается коллинеарно кварку с 4-импульсом p_2 (не обязательно, чтобы он излучался именно из этого кварка, происхождение его

не фиксируется, как мы увидим в дальнейшем, именно интерференционный член даст максимальный вклад в сечение), тогда

$$p = (1 - \eta)p_2, \quad (5.41)$$

где η – параметр, условно характеризующий степень мягкости (или жесткости) фотона; так, понятно, что при $\eta \rightarrow 1$ фотон мягкий, и эта точка соответствует инфракрасной расходимости, и, наоборот, при уменьшении η фотон становится более “жестким”. Инвариант u_1 в ситуации (5.41) легко посчитать: $u_1 = 2p_2p = 2(1 - \eta)m_q^2 \rightarrow 0$, поэтому слагаемое сечения, соответствующее ситуации (5.41) (оно содержит $\frac{1}{u_1} \rightarrow \infty$), и, при необходимости, саму ситуацию (5.41) будем называть u_1 -пиком.

Рассчитаем основные инварианты в приближении u_1 -пика (и также с учетом ультрарелятивистского приближения). Начнем с того, что подставим (5.41) в закон сохранения 4-импульса кваркового подпроцесса $p_1 + p_2 = k_1 + k_2 + p$, отсюда получим $\eta p_2 - k_2 = k_1 - p_1$. Квадрируя последнее уравнение и пренебрегая массами, получим $2\eta k_2 p_2 = 2k_1 p_1 = -t$. С учетом этой формулы и подстановки (5.41)

$$v = 2k_2 p = 2k_2 p_2 (1 - \eta) = \frac{\eta - 1}{\eta} t, \quad (5.42)$$

откуда легко получить выражение для η через инварианты $\eta = t/(t - v)$. Подобным образом находятся все прочие инварианты и их комбинации:

$$z_1 = (1 - \eta)s, \quad z = (\eta - 1)u, \quad v + z = (1 - \eta)s. \quad (5.43)$$

Рассмотрим некоторые важные для дальнейшего расчета переменные, записанные в приближении u_1 -пика, в борновской и радиационной кинематике и свяжем получившиеся выражения. Обозначим борновские переменные индексом B (точные выражения для них приведены выше). Очевидно, что $s = s_B/\eta$ (для получения этого выражения используем (5.21) и соотношения для u_1 -пика), $t = t_B$ и, наконец, интуитивно понятные соотношения

$$x_1 = x_1^B, \quad x_2 = x_2^B/\eta \quad (5.44)$$

точно получаем из формул (5.37). Очевидно, что $u = u_B/\eta$, тогда можно видеть, что выражение для ζ (5.18) из-за сокращения между числителем и знаменателем не отличается от записанного в борновской кинематике: $\theta_D^R \rightarrow \theta_D$.

Применяя упрощения u_1 -пика, запишем в ультрарелятивистском приближении выражения для $R_{\text{qk}\chi}$, предварительно разделив интерференционный

член $\sim 1/(z_1 u_1)$ на два слагаемых с помощью последней формулы соотношений (5.20)

$$\frac{1}{z_1 u_1} = \frac{1}{z_1 + u_1} \frac{z_1 + u_1}{z_1 u_1} = \frac{1}{z + v} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{z_1} \right). \quad (5.45)$$

Понятно, что к u_1 -пику относится только первое слагаемое. Итак, получаем $R_{\text{qk}\chi}$ в виде

$$R_{\text{qk}\chi}|^{u_1\text{-peak}} = (t_B^2 + \chi u_B^2) \left(-\frac{2m_q^2}{u_1^2} + \frac{1 + \eta^2}{\eta} \frac{s}{(z + v)u_1} \right). \quad (5.46)$$

Как видно из последней формулы, во втором слагаемом перед $\frac{1}{(z+v)u_1}$, как и должно быть, факторизуется расщепляющая функция (splitting function) $P_{qq}(\eta)$, смысл и метод получения которой выяснен в работах [225].

Далее построим элемент фазового объема; так как переменная v заменяется на η , прежде всего рассчитаем якобиан для u_1 -пика

$$J_R^{(4)} = \frac{D(x_1, x_2, t, v)}{D(M, y, \psi, \eta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial M} & \frac{\partial x_1}{\partial y} & \frac{\partial x_1}{\partial \psi} & \frac{\partial x_1}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x_2}{\partial M} & \frac{\partial x_2}{\partial y} & \frac{\partial x_2}{\partial \psi} & \frac{\partial x_2}{\partial \eta} \\ \frac{\partial t}{\partial M} & \frac{\partial t}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial \psi} & \frac{\partial t}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial M} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial \psi} & \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{vmatrix}. \quad (5.47)$$

Вычисление определителя производим разложением по четвертому столбцу, так как в нем два нулевых элемента: $\frac{\partial x_1}{\partial \eta} = \frac{\partial t}{\partial \eta} = 0$. Минор M_{24} равен нулю, поскольку в нем вторая и третья строки пропорциональны из-за пропорциональности в кинематике u_1 -пика инвариантов t и v (см. формулу (5.42)). Тогда

$$J_R^{(4)} = \frac{\partial v}{\partial \eta} M_{44} = t \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)'_{\eta} M_{44} = \frac{t}{\eta^2} \frac{1}{\eta} J_N = \frac{t}{\eta^3} J_N, \quad (5.48)$$

т. е. “радиационный” якобиан для u_1 -пика пропорционален “безрадиационному”. В предпоследнем преобразовании была использована формула $x_2 = x_2^B/\eta$, благодаря ей во второй строчке минора имеется общий множитель $1/\eta$, который выносится перед определителем.

Далее находим пределы изменения переменных η , z , u_1 и приступаем к интегрированию по ним. Интегрирование по u_1 не зависит от θ_ω , а полностью определяется $\theta(R_{u_1})$, пределы изменения этой переменной $u_1^{\min(\max)}$ – корни квадратного уравнения $R_{u_1} = 0$. Воспользуемся результатом работы [5–А], тогда

$$\frac{1}{\pi} \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} \frac{du_1}{u_1^2 \sqrt{R_{u_1}}} = -\frac{B_{u_1}}{C_{u_1}^{3/2}}, \quad \frac{1}{\pi} \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} \frac{du_1}{u_1 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{1}{\sqrt{C_{u_1}}}. \quad (5.49)$$

Для последующих интегрирований используется результат работы [14–А], в которой выяснена область двойного интеграла по переменным z и v . Кривая третьего порядка (5.31), после замены переменной v на η дает следующие границы для переменной z : $z^\pm = -b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}/(2a)$, где

$$a = \eta(t_B(\eta - 1) + m^2\eta), \quad b = t_B(1 - \eta)(s_B + t_B(1 - \eta) - 2m^2\eta), \quad c = m^2t_B^2(1 - \eta)^2. \quad (5.50)$$

Снимая второй интеграл по z в (5.40), получаем

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{m_q^2}{u_1^2 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{\eta}{t_B(\eta - 1)}, \quad (5.51)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{s}{(z + v)u_1 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{\eta}{t_B(\eta - 1)} \ln \frac{s}{m_q^2}. \quad (5.52)$$

Наконец, верхний предел переменной η определяет функция θ_ω : из условия $\frac{v+z}{2\sqrt{s}} > \omega$ получаем

$$\eta < 1 + \frac{2\omega}{s_B}(\omega - \sqrt{s_B + \omega^2}) \approx 1 - \frac{2\omega}{M}. \quad (5.53)$$

Нижний предел η определяется из условия $x_2 < 1$, тогда, с учетом (5.44), получаем $\eta > x_2^B$. Интегрировать аналитически по η не представляется возможным вследствие зависимости от этой переменной аргумента партонных распределений.

Запишем финальную формулу для сечения, соответствующего u_1 -пику:

$$\begin{aligned} \sigma_R^{(3), u_1\text{-peak}} &= \frac{1}{3} J_N \frac{\alpha^3}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} Q_q^2 \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \Pi^i \Pi^{j*} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times \\ &\times \int_{x_2^B}^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} [f_q^A(x_1^B, Q^2) f_{\bar{q}}^B(\frac{x_2^B}{\eta}, Q^2) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1^B, Q^2) f_q^B(\frac{x_2^B}{\eta}, Q^2)] \times \\ &\times \left(-2 + \frac{1 + \eta^2}{\eta} \ln \frac{s}{m_q^2} \right). \end{aligned} \quad (5.54)$$

Нетрудно по аналогичному сценарию произвести расчет для ситуации, когда фотон излучается коллинеарно кварку с 4-импульсом p_1 (назовем это z_1 -пиком, т. к. в этой ситуации $\frac{1}{z_1} \rightarrow \infty$), сечение, соответствующее этой

части, получается из формулы (5.54) после замен в аргументах партонных распределений

$$x_1^B \rightarrow x_1^B/\eta, \quad x_2^B/\eta \rightarrow x_2^B, \quad (5.55)$$

кроме этого нижний предел переменной η поменяется с x_2^B на x_1^B . Наконец, сечение, соответствующее ISR-части, представляет собой сумму вкладов от двух пиков:

$$\sigma_R^{(3), \text{ISR}} = \sigma_R^{(3), u_1\text{-peak}} + \sigma_R^{(3), z_1\text{-peak}}. \quad (5.56)$$

5.3.2 Излучение из конечного состояния

Рассмотрим излучение из конечного состояния. Пусть фотон излучается коллинеарно лептону с 4-импульсом k_1 , тогда

$$p = \frac{1 - \eta}{\eta} k_1, \quad (5.57)$$

понятно, что и в этом случае при $\eta \rightarrow 1$ фотон мягкий (точка ИКР), а при уменьшении η фотон становится более “жестким”. В ситуации (5.57) легко посчитать инвариант z : $z = 2k_1 p = 2m^2(1 - \eta)/\eta \rightarrow 0$, поэтому слагаемое сечения, соответствующее ситуации (5.57) (оно содержит $\frac{1}{z} \rightarrow \infty$) называем z -пиком. В приближении z -пика $v = (1 - \eta)s$ откуда $\eta = 1 - v/s$. Далее:

$$s = s_B/\eta, \quad z_1 = -t(1 - \eta)/\eta, \quad u_1 = -u(\eta - 1)/\eta. \quad (5.58)$$

Из равенства $u_1 + z_1 = v + z$ получаем полезное соотношение $t + u = -s\eta = -s_B = t_B + u_B$. Используя формулу (5.36) и соотношения, выведенные для инвариантов z -пика, получим $t = 2t_B\eta(1 + \psi + (1 - \psi)e^{2y})/(\sqrt{b_x} - a_x)$, где

$$b_x = e^{4y}(\psi - 1)^2 + (\psi + 1)^2 - 2e^{2y}(2\eta^2 - 1)(\psi^2 - 1), \quad a_x = e^{2y}(\psi - 1) + (1 - 2\eta)(\psi + 1). \quad (5.59)$$

Выражения для x_1 , x_2 получаем аналогично из формул (5.37). Выражение для ζ (5.18) не равняется борновскому, как это было для ISR (равенство будет только при $\eta \rightarrow 1$).

Далее, применяя упрощения z -пика, запишем в ультрарелятивистском приближении выражения для $R_{l\chi}$, предварительно разделив интерференционный член $\sim 1/(zv)$ на два слагаемых следующим образом:

$$\frac{1}{zv} = \frac{1}{z+v} \frac{z+v}{zv} = \frac{1}{z+v} \left(\frac{1}{z} + \frac{1}{v} \right), \quad (5.60)$$

понятно, что к z -пику относится только первое слагаемое. Итак, получаем $R_{l\chi}$ в виде

$$R_{l\chi}|^{z\text{-peak}} = (t_B^2 + \chi u_B^2) \frac{1}{\eta^2} \left(-\frac{2m^2}{z^2} + \frac{(1 + \eta^2)s}{(z + v)z} \right). \quad (5.61)$$

Якобиан для z -пика находим в виде

$$\frac{D(x_1, x_2, t, v)}{D(M, y, \psi, \eta)} = J_N \frac{M^2}{\eta} J_z = J_N \frac{M^2}{\eta} \frac{(e^{2y}(1 - \psi) + \psi + 1)^2 (\eta + 1)}{\sqrt{b_x} (\eta(e^{2y}(\psi - 1) - \psi - 1) - \sqrt{b_x})}. \quad (5.62)$$

Пределы изменения переменных z , u_1 , естественно, остаются теми же, что в случае u_1 -пика. Снимая двойной интеграл по u_1 и z , получаем

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{m^2}{z^2 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{\eta}{s_B(1 - \eta)}, \quad (5.63)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{s}{(z + v)z \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{1}{s_B(1 - \eta)} \ln \frac{\eta s_B}{m^2}. \quad (5.64)$$

Снимая двойной интеграл по u_1 и z , получим финальную формулу для сечения, соответствующего z -пику:

$$\begin{aligned} \sigma_R^{(3), z\text{-peak}} &= \frac{1}{3} J_N \frac{\alpha^3}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times \\ &\times \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1 - \eta} D^i D^{j*} [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] \times \\ &\times \left(-2 + \frac{1 + \eta^2}{\eta} \ln \frac{\eta s_B}{m^2} \right) |J_z| \theta(1 - x_1) \theta(1 - x_2) \theta_D^R. \end{aligned} \quad (5.65)$$

По аналогичному сценарию производим расчет для v -пика: ситуации, когда фотон излучается коллинеарно лептону с 4-импульсом k_2 (назовем это v -пиком, т. к. в этой ситуации $\frac{1}{v} \rightarrow \infty$). Основные инварианты в приближении v -пика выглядят так:

$$v = 2m^2(1 - \eta)/\eta, \quad s = s_B/\eta, \quad z = (1 - \eta)s, \quad z_1 = -u(1 - \eta), \quad u_1 = -t(1 - \eta). \quad (5.66)$$

Из равенства $u_1 + z_1 = v + z$ получаем $t + u = -s$. Используя формулу (5.36) и соотношения, выведенные для инвариантов v -пика, получим

$$t = t_B \frac{2(1 + \psi + (1 - \psi)e^{2y})}{\eta(\sqrt{b_y} + a_y)}, \quad (5.67)$$

где

$$b_y = e^{4y}\eta^2(\psi - 1)^2 + \eta^2(\psi + 1)^2 + 2e^{2y}(\eta^2 - 2)(\psi^2 - 1), \quad (5.68)$$

$$a_y = 2(\psi + 1) - \eta(e^{2y}(\psi - 1) + \psi + 1). \quad (5.69)$$

Далее, применяя упрощения v -пики, запишем в ультрарелятивистском приближении выражения для $R_{l\chi}$, учитывая, что к v -пику относится только второе слагаемое из (5.60).

Наконец, получаем $R_{l\chi}$ в виде

$$R_{l\chi}|^{v\text{-peak}} = (t^2 + \chi u^2) \left(-\frac{2m^2}{v^2} + \frac{(1 + \eta^2)s}{(z + v)v} \right). \quad (5.70)$$

Снимая двойной интеграл по u_1 и z , получаем

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{m^2}{v^2 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{\eta^2}{2(1 - \eta)m^2(2 - \eta)}, \quad (5.71)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{s}{(z + v)v \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{\eta}{2(1 - \eta)m^2 s} \ln \frac{s_B}{(2 - \eta)m^2}. \quad (5.72)$$

Финальная формула для сечения, соответствующего v -пику, выглядит так:

$$\begin{aligned} \sigma_R^{(3), v\text{-peak}} &= \frac{1}{3} \frac{\alpha^3}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \times \\ &\times \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} D^i D^{j*} [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] \times \\ &\times (t^2 + \chi u^2) \left(-\frac{2}{2 - \eta} + \frac{1 + \eta^2}{\eta} \ln \frac{s_B}{m^2(2 - \eta)} \right) |J_v| \theta(1 - x_1) \theta(1 - x_2) \theta_D^R, \end{aligned} \quad (5.73)$$

где якобиан для v -пики пропорционален выражению

$$J_v = \frac{8e^{2y}(2(1 + \psi)b_z - 4\eta(\psi^2 - 1)e^{2y} - \eta^2 b_z \psi_y + \eta^3 \psi_y^2) M^3}{S(2 + 2\psi + b_z - \eta \psi_y)^2 (-4(\psi^2 - 1)e^{2y} + \eta^2 \psi_y^2)}, \quad (5.74)$$

а

$$\psi_y = 1 + \psi + e^{2y}(\psi - 1), \quad b_z = \sqrt{4(1 - \psi^2)e^{2y} + \eta^2 \psi_y^2}. \quad (5.75)$$

Наконец, сумма вкладов двух пиков образует сечение, соответствующее FSR-части:

$$\sigma_R^{(3), \text{FSR}} = \sigma_R^{(3), z\text{-peak}} + \sigma_R^{(3), v\text{-peak}}. \quad (5.76)$$

5.3.3 Интерференция между излучением из начального и конечного состояний

Сечение, соответствующее интерференции между излучением из начального и конечного состояний в лидирующем порядке, оценим следующим образом: сначала разделим его на два слагаемых в соответствии со структурой имеющихся в них фермионных пропагаторов. Такое разделение можно сделать неоднозначно, мы выберем естественный вариант (с более простыми интегралами):

$$\sigma_R^{(3), \text{INT}} = \sigma_R^{(3), \text{int.v-peak}} + \sigma_R^{(3), \text{int.z-peak}}. \quad (5.77)$$

Первое слагаемое содержит комбинации $\frac{1}{vu_1}$ и $\frac{1}{vz_1}$ (его будем рассчитывать в приближении v -пика), а второе – $\frac{1}{zz_1}$ и $\frac{1}{zu_1}$ (его рассчитываем в приближении z -пика). Все необходимые для такого расчета соотношения уже были получены, осталось только привести результаты.

Итак, получаем $R_{\text{int}\chi}$ в виде

$$R_{\text{int}\chi}^{|v\text{-peak}} = 2(t^2 + \chi u^2) \left(\eta t \frac{1}{vu_1} - \eta u \frac{1}{vz_1} \right), \quad (5.78)$$

$$R_{\text{int}\chi}^{|z\text{-peak}} = 2(t^2 + \chi u^2) \left(\frac{t}{\eta^2} \frac{1}{zz_1} - \frac{u}{\eta^2} \frac{1}{zu_1} \right). \quad (5.79)$$

Для интегрирования выражений из интерференционного v -пика воспользуемся формулами из [5–A], тогда

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{1}{vu_1 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{1}{v|t-v|} \ln \frac{(t-v)^2}{m_q^2(v+m^2)}, \quad (5.80)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{1}{vz_1 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{1}{v|u-v|} \ln \frac{(u-v)^2}{m_q^2(v+m^2)}. \quad (5.81)$$

Формула для сечения, соответствующего интерференционному v -пику, выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \sigma_R^{(3), \text{int.v-peak}} &= \frac{1}{3} \frac{\alpha^3}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} Q_l Q_q \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \times \\ &\times \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} (\Pi^i D^{j*} + D^i \Pi^{j*}) (t^2 + \chi u^2) [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) - \\ &- \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] L_{\text{int}}^v |J_v| \theta(1-x_1) \theta(1-x_2) \theta_D^R, \end{aligned} \quad (5.82)$$

где произошло сокращение масс в разности логарифмов

$$L_{int}^v = \lim_{v \rightarrow 0} \left(-\ln \frac{(t-v)^2}{m_q^2(v+m^2)} + \ln \frac{(u-v)^2}{m_q^2(v+m^2)} \right) = 2 \ln \frac{u}{t}, \quad (5.83)$$

что подтверждает общеизвестный факт: интерференционные члены сечения процессов с нейтральными токами свободны от коллинеарных массовых сингулярностей.

Для интегрирования интерференционного z -пика воспользуемся формулами

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{1}{zu_1 \sqrt{R_{u_1}}} = -\frac{1}{vu} \ln \frac{u^2}{m_q^2 m^2}, \quad (5.84)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{1}{zz_1 \sqrt{R_{u_1}}} = -\frac{1}{vt} \ln \frac{t^2}{m_q^2 m^2}, \quad (5.85)$$

Сечение, соответствующее интерференционному z -пику, выглядит так:

$$\begin{aligned} \sigma_R^{(3), \text{int.}z\text{-peak}} &= \frac{1}{3} J_N \frac{\alpha^3}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} Q_l Q_q \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \times \\ &\times \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} (\Pi^i D^{j*} + D^i \Pi^{j*}) 2 \ln \frac{u}{t} [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) - \\ &- \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] (t^2 + \chi u^2) |J_z| \theta(1-x_1) \theta(1-x_2) \theta_D^R. \end{aligned} \quad (5.86)$$

5.3.4 Независимость от ω

Снова продемонстрируем независимость результатов от нефизических параметров: ω и кварковых масс. Начнем с параметра ω , докажем независимость отдельно для каждой группы: FSR, ISR, INT. Введем оператор

$$\begin{aligned} \sigma^\pm[A] &= \frac{1}{3} J_N \frac{\alpha^3}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{q=u,d,\dots} \sum_{i,j=\gamma,Z} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} D_B^i D_B^{j*} \theta_D \left(f_q^A(x_1^B, Q^2) \times \right. \\ &\left. \times f_{\bar{q}}^B(x_2^B, Q^2) (t_B^2 + \chi u_B^2) \pm f_{\bar{q}}^A(x_1^B, Q^2) f_q^B(x_2^B, Q^2) (u_B^2 + \chi t_B^2) \right) [A]. \end{aligned} \quad (5.87)$$

В нем собраны общие множители, присутствующие в сечениях, которые будут складываться. В качестве примера использования оператора (5.87) запишем

борновское сечение

$$\sigma_0^{(3)} = \frac{2\pi}{\alpha} \sigma^+[1]. \quad (5.88)$$

Тогда сумма FSR-частей (далее будем удерживать только слагаемые, содержащие ИКР) равна

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{fin}}^{(3), \text{FSR}} + \sigma_{R, \eta \rightarrow 1}^{(3), \text{FSR}} &\cong \sigma^+ \left[2\delta_{\text{fin}, \text{FSR}} + 2 \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \left(-2 + 2 \ln \frac{s_B}{m^2} \right) \right] \cong \\ &\cong 4 \left(\ln \frac{s_B}{m^2} - 1 \right) \sigma^+ \left[\ln \frac{2\omega}{M} + \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \right] = 0, \end{aligned} \quad (5.89)$$

т. е. не зависит от параметра ω , что и требовалось доказать. Здесь были использованы соотношения $\lim_{\eta \rightarrow 1} |J_z| = 1$, $\lim_{\eta \rightarrow 1} |J_v| = J_N$, которые нетрудно проверить непосредственным расчетом, а также тривиальные соотношения, типа $\lim_{\eta \rightarrow 1} \Pi^i = D_B^i$, $\lim_{\eta \rightarrow 1} s = s_B$ и т. п.

Аналогично поступим с ISR-частью:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{fin}}^{(3), \text{ISR}} + \sigma_{R, \eta \rightarrow 1}^{(3), \text{ISR}} &\cong \sigma^+ \left[2\delta_{\text{fin}, \text{ISR}} + 2Q_q^2 \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \left(-2 + 2 \ln \frac{s_B}{m_q^2} \right) \right] \cong \\ &\cong 4 \left(\ln \frac{s_B}{m_q^2} - 1 \right) \sigma^+ \left[Q_q^2 \left(\ln \frac{2\omega}{M} + \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \right) \right] = 0 \end{aligned} \quad (5.90)$$

и интерференционным членом:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{fin}}^{(3), \text{INT}} + \sigma_{R, \eta \rightarrow 1}^{(3), \text{INT}} &\cong \sigma^- \left[2\delta_{\text{fin}, \text{INT}} + 2Q_l Q_q \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} 4 \ln \frac{u_B}{t_B} \right] \cong \\ &\cong 8 \ln \frac{u_B}{t_B} \sigma^- \left[Q_l Q_q \left(\ln \frac{2\omega}{M} + \int_0^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \right) \right] = 0. \end{aligned} \quad (5.91)$$

5.3.5 Независимость от кварковых масс

Теперь покажем независимость результатов от кварковых масс. Для решения проблемы массовой сингулярности кварков используем $\overline{\text{MS}}$ -схему [250] и

процедуру линеаризации, которая обоснована в работе [251]. После всех предписанных манипуляций часть сечения, которую следует вычесть, чтобы избежать зависимости результата от кварковых масс, имеет вид (аббревиатура QS означает кварковую сингулярность, quark singularity)

$$\sigma_{\text{QS}} = \frac{1}{3} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{-S}^0 dt \int_0^{1-2\omega/M} d\eta \sum_{q=u,d,s,c,b} [(q(x_1)\Delta\bar{q}(x_2, \eta) + \Delta q(x_1, \eta)\bar{q}(x_2)) \sigma_0^{q\bar{q}}(t) + (q \leftrightarrow \bar{q})] \theta(s+t)\theta_M\theta_D, \quad (5.92)$$

где $q(x) = q(x, Q^2) \equiv f_q(x, Q^2)$,

$$\Delta q(x, \eta) = \frac{\alpha}{2\pi} Q_q^2 \left[\frac{1}{\eta} q\left(\frac{x}{\eta}, M_{\text{sc}}^2\right) \theta(\eta - x) - q(x, M_{\text{sc}}^2) \right] \times \times \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \left(\ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} - 2 \ln(1 - \eta) - 1 \right), \quad (5.93)$$

M_{sc} – масштаб факторизации [250].

Сечение σ_{QS} инфракрасно конечно: в точке $\eta \rightarrow 1$ выражение в квадратных скобках в (5.93) равно нулю, интеграл (5.92) при малых ω сходится и от ω не зависит. Логично разбить это сечение на три части: соответствующую мягким фотонам, u_1 - и z_1 -пику жестких фотонов (к дифференциальным сечениям переходим по выше выработанным правилам):

$$\sigma_{\text{QS}}^{(3)} = \sigma_{\text{QS}}^{(3), \text{soft}} + \sigma_{\text{QS}}^{(3), \text{hard}, u_1\text{-peak}} + \sigma_{\text{QS}}^{(3), \text{hard}, z_1\text{-peak}}, \quad (5.94)$$

где

$$\sigma_{\text{QS}}^{(3), \text{soft}} = -\sigma^+ \left[2Q_q^2 \int_0^{1-2\omega/M} d\eta \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \left(\ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} - 2 \ln(1 - \eta) - 1 \right) \right]. \quad (5.95)$$

Рассмотрим далее только часть, пропорциональную кварковому коллинеарному логарифму, тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{QS}}^{(3), \text{soft}} &\cong -\sigma^+ \left[2Q_q^2 \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \int_0^{1-2\omega/M} d\eta \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \right] = \\ &= \sigma^+ \left[2Q_q^2 \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \left(\frac{3}{2} + 2 \ln \frac{2\omega}{M} \right) \right]. \end{aligned} \quad (5.96)$$

Вычитая последнее сечение из $\sigma_{\text{fin}}^{(3)}$, в разности логарифмов получаем сокращение кварковой массы

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{fin}}^{(3)} - \sigma_{\text{QS}}^{(3), \text{soft}} &\cong \sigma^+ \left[2\delta_{\text{fin, ISR}} - 2Q_q^2 \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \left(\frac{3}{2} + 2 \ln \frac{2\omega}{M} \right) \right] \cong \\ &\cong \sigma^+ \left[2Q_q^2 \left(\ln \frac{s_B}{m_q^2} - \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \right) \left(\frac{3}{2} + 2 \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s_B}} \right) \right], \quad (5.97)\end{aligned}$$

что и требовалось доказать.

Наконец, запишем формулу для QS-сечения, соответствующего u_1 -пику (рассмотрим только часть, пропорциональную кварковому коллинеарному логарифму $l_q = \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2}$)

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{QS}}^{(3), \text{hard, } u_1\text{-peak}} &\sim l_q \frac{1}{3} J_N \frac{\alpha^3}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} Q_q^2 \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \Pi^i \Pi^{j*} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times \\ &\times \int_{x_2^B}^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \left[f_q^A(x_1^B, M_{\text{sc}}^2) f_{\bar{q}}^B\left(\frac{x_2^B}{\eta}, M_{\text{sc}}^2\right) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1^B, M_{\text{sc}}^2) f_q^B\left(\frac{x_2^B}{\eta}, M_{\text{sc}}^2\right) \right] \frac{1+\eta^2}{\eta}. \quad (5.98)\end{aligned}$$

Видно, что в разности с сечением (5.54) с учетом условия $Q^2 = M_{\text{sc}}^2$, которое обеспечивает равенство партонных распределений в обоих вкладах, масса кварков в точности сокращается. В силу полной симметрии формул то же самое произойдет в случае z_1 -пика.

5.4 Численный анализ

5.4.1 Независимость от нефизических параметров

Далее продемонстрируем численную независимость результатов от нефизических параметров: ω (рис. 5.2) и кварковых масс (рис. 5.3), на указанных рисунках изображены относительные поправки

$$\delta^C = \sigma_C^H / \sigma_0^H \quad (5.99)$$

к сечениям, проинтегрированным в интервале инвариантной массы лептонной пары $1 \text{ ТэВ} \leq M \leq 14 \text{ ТэВ}$ и в предположении $\zeta^* = 1$ и $p_T^{\text{min}} = 0$ (предписания численного анализа приведены ниже). Рисунок 5.2 показывает независимость от ω для FSR (слева), ISR (посередине) и INT-частей (справа) отдельно в широком диапазоне значений ω : $10^{-2} \text{ ГэВ} \leq \omega \leq 10 \text{ ГэВ}$. Отчетливо видна логарифмическая зависимость от ω отдельно для SOFT (формула

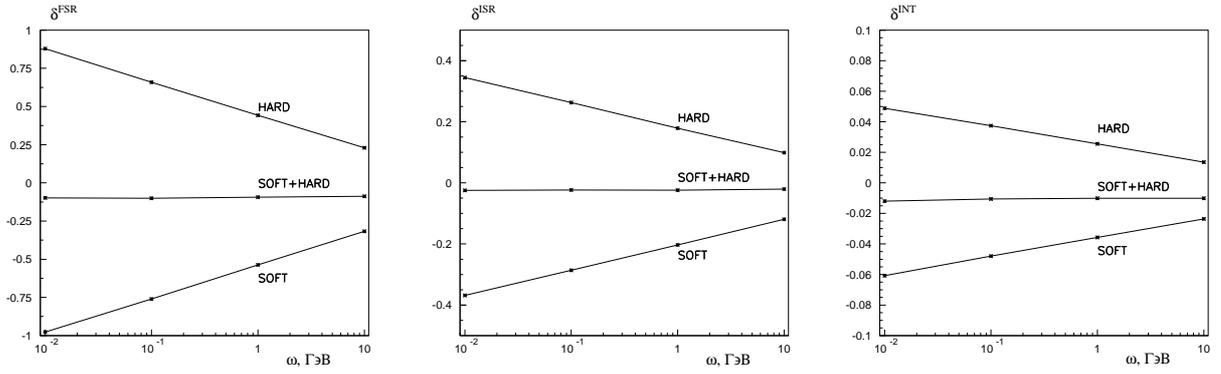


Рисунок 5.2 – Независимость FSR, ISR и INT-частей тормозного излучения от нефизического параметра ω

(5.9)) и HARD-части (обозначение HARD соответствует сечению тормозного излучения жестких фотонов). Наблюдается также физически оправданное свойство для сумм SOFT и HARD частей сечений: $|\text{FSR}| > |\text{ISR}| > |\text{INT}|$ (лептон легче, следовательно, излучает сильнее, чем кварк, интерференционные лептон-кварковые вклады от массы вовсе не зависят и не могут дать большого вклада).

На рис. 5.3 продемонстрирована независимость ISR-части сечения от m_q (звездочки на рисунке соответствуют точкам, где был произведен расчет, они соединены прямыми линиями). Можно видеть, что в области больших значений отношения m_q/m_u (от 10 до 100) разница (SOFT+HARD)–(QUARK SING.) постоянная величина, т. е. не зависит от m_q , в области же малых m_q это свойство немного нарушается по причине неточного расчета жесткой части сечения: для слишком малых (по сравнению с очень большими энергиями, которые нас интересуют) значений массы подынтегральное выражение имеет узкие и высокие пики, и требуется слишком много итераций при интегрировании, чтобы достичь требуемой точности. На рис. 5.3 все точки получены с одинаковым количеством итераций, результатом чего является небольшой “недобор” интеграла HARD-ISR-части в области малых кварковых масс. Рисунок 5.3 оказался весьма полезным: стало известно, сколько брать итераций и какие выбирать кварковые массы, чтобы быть уверенными в точности расчета и его независимости от m_q .

5.4.2 ЭСП к дифференциальным сечениям по M

Исследуем влияние электрослабых радиационных поправок на наблюдаемые величины процесса (4.1). Для всех численных оценок используется разработанная FORTRAN-программа READY (Radiative corrections to Large invariant mass Drell–Yan process – радиационные поправки для процесса Дрелла–

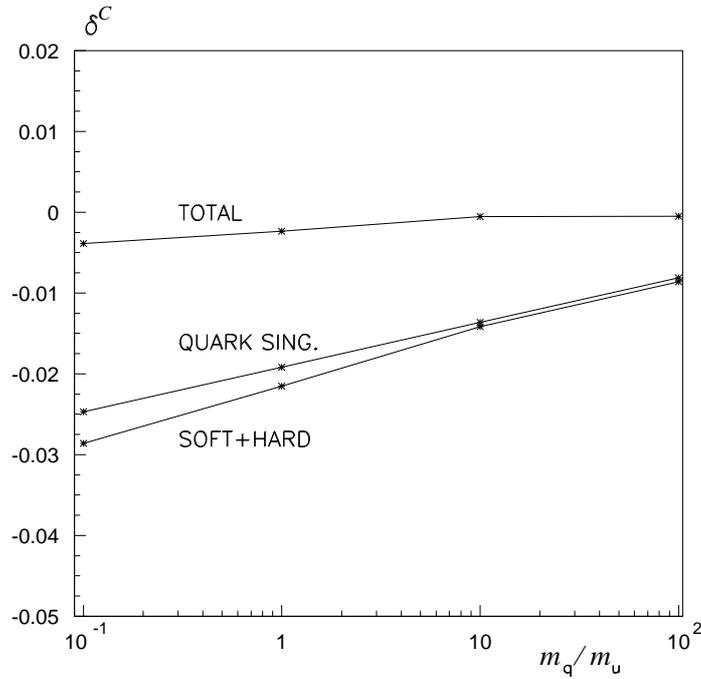


Рисунок 5.3 – Независимость ISR-части тормозного излучения от массы кварка m_q , “TOTAL” означает “SOFT+HARD–QUARK SING.” (полагаем здесь $\omega = 10$ ГэВ)

Яна с большими инвариантными массами).

Дифференциальное (по инвариантной массе) борновское сечение как функция M изображено на рис. 5.4, точки, в которых производился расчет, отмечены звездочками, кривая построена интерполяцией кубическими сплайнами. Видно резкое падение сечения с ростом инвариантной массы: при ее изменении от 1 до 10 ТэВ сечение падает примерно на 10 порядков.

Чисто слабые (полные электрослабые) относительные поправки к борновскому сечению:

$$\delta_M^C = \frac{d\sigma_C^H/dM}{d\sigma_0^H/dM}, \quad (5.100)$$

как функции M представлены на рис. 5.5 (5.6), а рис. 5.7 иллюстрирует поведение асимметрии с учетом ЭСП как функции M .

Там, где это требуется, переход от полного сечения к дифференциальному осуществлен с помощью метода, изложенного в разд. 5.2.3. Заметим здесь, что значения дифференциальных сечений можно получить и численно, рассчитывая полное сечение в небольшом интервале инвариантной массы, и затем, поделив полученное число на ширину этого интервала, но этот метод требует больших затрат машинного времени для достижения хорошей точности, в то время как использование обобщенных функций разд. 5.2.3 позволяет снять одно интегрирование и тем самым существенно ускорить счет и, соот-

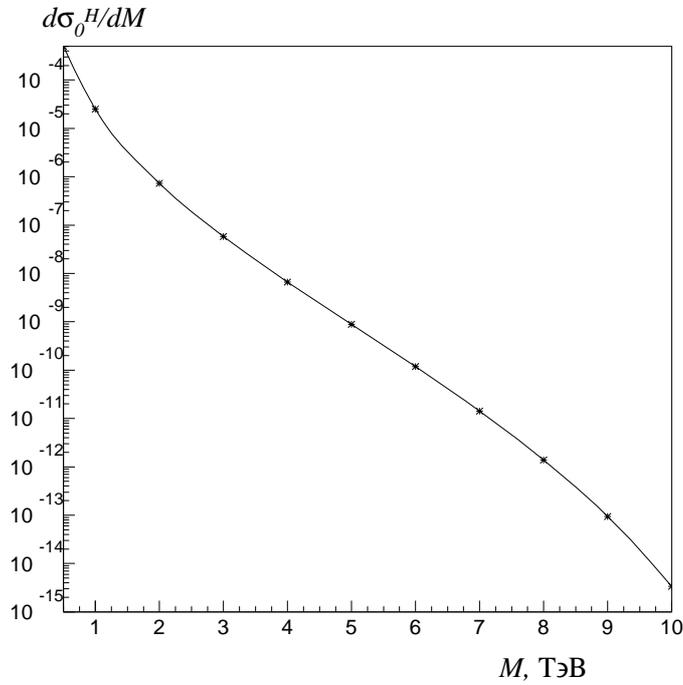


Рисунок 5.4 – Дифференциальное борновское сечение (в пбн/ГэВ) процесса (4.1) как функция M

ответственно, повысить его точность.

Для численных оценок этого раздела принимается следующий набор предписаний:

- исследуемая реакция (4.1) с энергией LHC $\sqrt{S} = 14$ ТэВ;
- электрослабые параметры СМ и лептонные массы соответствуют [226];
- для массы хиггсовского бозона СМ выбирается $m_H = 115$ ГэВ (ниже будет обсуждаться слабая зависимость ЭСП от этого параметра);
- учитываем все ароматы валентных и “морских” кварков в протоне, кроме аромата t ;
- MRST2004QED–набор функций кварковых распределений [254], учитывающий КЭД-эволюцию (с выбором $Q = M_{sc} = M$) [132, 256]. Было проведено сравнение результатов, полученных с разными распределениями и не обнаружено существенного отличия между, в частности, числами для CTEQ6 [257], MRST2004QED [254] и MSTW2008 [255] распределений;
- накладываются следующие стандартные экспериментальные ограничения на угол детектируемого лептона $-\zeta^* \leq \zeta \leq \zeta^*$ или на его быстроту $|y(l)| \leq y(l)^*$, см. (5.3); для детектора CMS значения ζ^* и $y(l)^*$:

$$y(l)^* = -\ln \tan \frac{\theta^*}{2} = 2.5, \quad \zeta^* = \cos \theta^* \approx 0.986614, \quad (5.101)$$

также используется второе ограничение CMS: $p_T(l) \geq 20$ ГэВ;

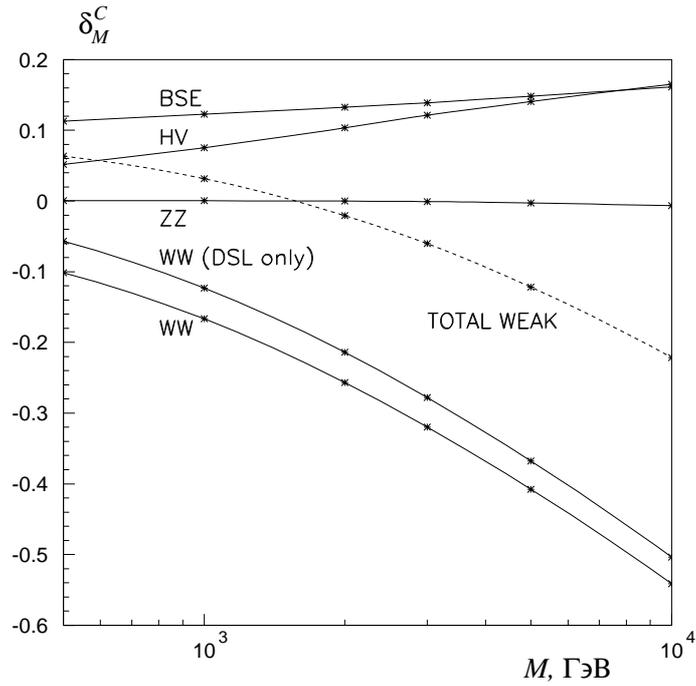


Рисунок 5.5 – Слабые относительные поправки δ_M^C как функции M

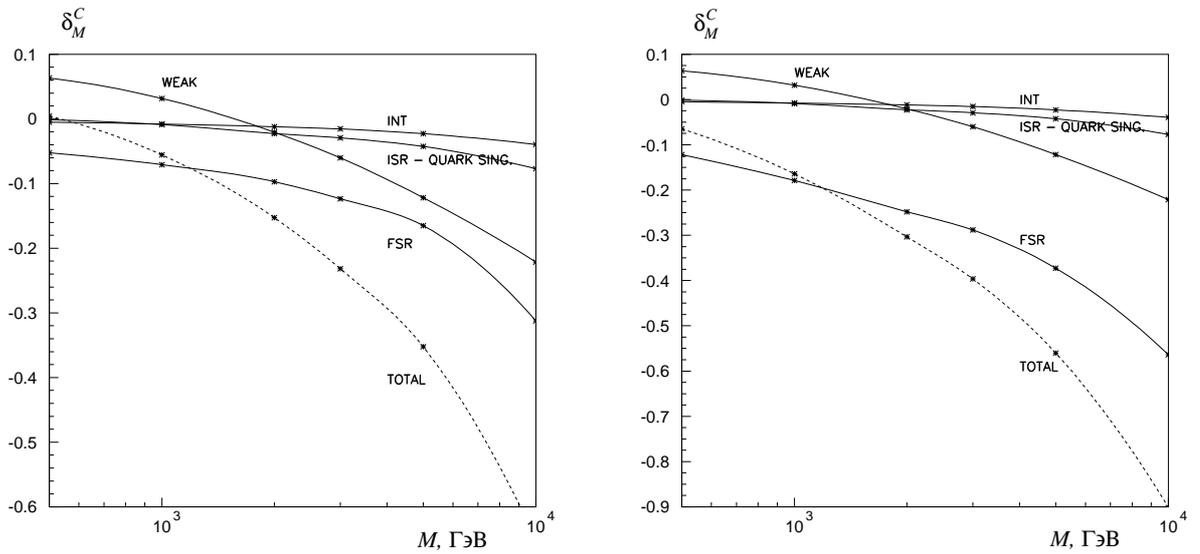


Рисунок 5.6 – Электрослабые относительные поправки δ_M^C как функции M : слева изображен случай $l = \mu$, справа – случай $l = e$

- применяем так называемую чистую схему (“bare” setup) требований идентификации лептонов: не принимается во внимание “размазывание” (smearing) и не учитываются условия рекомбинации детектируемого лептона и радиационного фотона.

Коротко обсудим эффекты ЭСП, обусловленные различными вкладами (рассмотрим точку $M = 1$ ТэВ), начнем с BSE- и слабых вкладов, их зависимость от M изображена на рис. 5.5 для обоих случаев $l = e, \mu$. Вклад бозонных собственных энергий положителен, относительная поправка имеет значение ~ 0.12 , это считается обычным эффектом BSE. Исследовалась зависимость BSE-части к изменению значения фундаментального параметра SM – массы хиггсовского бозона (см. таблицу 5.1).

Таблица 5.1 – Зависимость относительной поправки δ_M^{BSE} от массы хиггсовского бозона m_H при различных значениях M .

m_H , ГэВ	M , ГэВ				
	1000	2000	3000	5000	10000
110	0.1225	0.1325	0.1388	0.1481	0.1611
115	0.1226	0.1326	0.1389	0.1483	0.1612
120	0.1227	0.1327	0.1390	0.1484	0.1613
125	0.1228	0.1329	0.1391	0.1485	0.1614
130	0.1229	0.1330	0.1392	0.1486	0.1615
140	0.1231	0.1332	0.1394	0.1488	0.1617

Можно видеть, что относительная поправка δ_M^{BSE} слабо увеличивается с ростом m_H в интервале изменения M от 1 до 10 ТэВ. Такое поведение поправки объясняется тем, что m_H -зависимость сильно сокращается в разности массовых контрчленов для собственных энергий Z - и W -бозонов (см., например, слагаемое в скобках в формулах (3.17) из [63]).

Часть HV дает положительный вклад ~ 0.07 , несмотря на то, что двойные судаковские логарифмы $l_{Z(W),s}^2$ в первой и второй диаграммах рис. 4.6 с Z - и W -бозонами как дополнительными виртуальными частицами входят в сечение с отрицательным знаком. Причина в том, что одиночные судаковские логарифмы $l_{Z(W),s}$ обсуждаемых диаграмм играют весьма значительную роль в области $M \geq 0.5$ ТэВ. Чтобы убедиться в этом, сравним, для примера, коэффициенты при функции $\Lambda_2(k^2, m_W)$ (в ней есть как двойные, так и одиночные СЛ) и функции $\Lambda_3(k^2, m_W)$ (здесь – только одиночные СЛ) из формул (6.8)–(6.12) работы [64]. Коэффициенты при Λ_3 значительно больше (обычно превосходят на порядок), в то время, как отношение двойного

СЛ к одиночному всего 4.79 при $M = 1$ ТэВ. Таким образом, общий эффект от HV-части положителен. Далее, WW -боксы дают отрицательный и самый значительный вклад. Объясним это на примере интерференции WW -диаграммы и борновской диаграммы с обменом фотоном, удерживая только u -тип кварков и лидирующие степени СЛ (в WW -боксах нет одиночных СЛ). Обозначим эту часть сечения $\sigma_{WW \times \gamma}^{u\bar{u}+\bar{u}u}$, тогда (см. формулу (40) из [13–А])

$$\sigma_{WW \times \gamma}^{u\bar{u}+\bar{u}u} \sim u\bar{u} \cdot \delta^{WW,\gamma}(t, u, b_+, b_-) + \bar{u}u \cdot \delta^{WW,\gamma}(u, t, b_+, b_-), \quad (5.102)$$

где $u(\bar{u}) \equiv f_{u(\bar{u})}^p(x_{1(2)})$. Видно, что слагаемые из партонных конфигураций $u\bar{u}$ и $\bar{u}u$ содержат одинаковые b и различные t и u как аргументы функции $\delta^{WW,\gamma}$. Далее, используя выражения

$$b_+^{WW,\gamma} = -2(v^{WW})^2 Q_q, \quad b_-^{WW,\gamma} = 0$$

(см. (4.21), (4.7), (4.68)), убеждаемся, что

$$\sigma_{WW \times \gamma}^{u\bar{u}+\bar{u}u} \sim -2(v^{WW})^2 Q_u [u\bar{u} \cdot t^2 l_{W,t}^2 + \bar{u}u \cdot u^2 l_{W,u}^2] < 0. \quad (5.103)$$

Соответствующий вклад d -типа кварков также пропорционален двойным СЛ и меньше нуля:

$$\sigma_{WW \times \gamma}^{d\bar{d}+\bar{d}d} \sim 2(v^{WW})^2 Q_d [d\bar{d} \cdot t^2 l_{W,t}^2 + \bar{d}d \cdot u^2 l_{W,u}^2] < 0. \quad (5.104)$$

Так же выглядит ситуация для $WW \times Z$ -случая (интерференции WW -диаграммы и борновской диаграммы с обменом Z -бозоном). Наконец, ИКР-конечные части боксов с фотонами и Z -бозонами дают небольшой вклад из-за взаимного сокращения прямых и перекрестных диаграмм [13–А].

Эффекты ЭСП, обусловленные различными вкладами излучения реального фотона для случаев $l = \mu(e)$, изображены на рис. 5.6 слева (справа). Видно, что поправки, обусловленные FSR, зависят логарифмически от массы конечного лептона (см. формулы (5.32)), ISR- и INT-вклады практически одинаковы в обоих случаях. В точке $M=1$ ТэВ ISR-вклад составляет ~ -0.019 , INT-часть дает ~ -0.008 , а FSR-часть доминирует и ~ -0.071 (-0.179) для $l = \mu(e)$. Полная поправка к сечению отрицательна во всей исследуемой области и резко убывает с ростом инвариантной массы.

Следует сказать несколько слов по поводу сравнения полученного здесь результата с результатами аналогичных расчетов, проведенных ранее другими исследователями. Как указано во введении, расчеты ЭСП к процессу (4.1) до недавнего времени в основном проводились в области невысоких M , однако в работе [240] приведены численные оценки ЭСП для полного сечения, нескольких дифференциальных распределений и асимметрии вперед-назад также и в области M до 2 ТэВ, проведенные с помощью программ

нескольких ведущих мировых групп: HORACE [258], SANC [251], ZGRAD2 [158]. Условия детектирования частиц в [240] практически совпадают с теми, что были использованы здесь, поэтому нетрудно рассмотреть какую-либо из наблюдаемых из работы [240] и провести сравнение. Полученный результат для относительной поправки к $d\sigma/dM$ в точке $M = 0.5$ ТэВ ($l = \mu$, “bare” setup) ~ 0.3 % против ~ -1.9 %, полученных HORACE и SANC (т. е. полученный результат на ~ 2.2 % выше). В точке $M = 1$ ТэВ эта разница меньше и составляет ~ 1.5 %, а при $M = 2$ ТэВ она еще меньше: ~ 0.5 %. Значения для относительной поправки, полученные ZGRAD2 на интервале $0.9 \text{ ТэВ} \leq M \leq 1.8 \text{ ТэВ}$, выше и с результатами, полученными в этой работе, согласуются еще лучше. Уменьшение разницы в результатах с ростом M легко объяснимо тем, что при учете слабой поправки автором использовался асимптотический метод (см. [13–А] и главу 2) для выделения СЛ из важнейшей по величине эффекта боксовской части: этот подход чрезвычайно сильно упрощает формулы и ускоряет счет, но начинает удовлетворительно работать только при достаточно высоких $M \geq 0.5$ ТэВ, а с ростом M точность улучшается.

Наконец, на рис. 5.7 изображены асимметрии вперед-назад, сконструированные из рассматриваемых выше дифференциальных сечений, с учетом ЭСП. Асимметрия A_{FB} определяется стандартным образом (см., например, формулы (35)–(38) из [158]). Кроме требований и ограничений, которые накладывались на наблюдаемые сечения, для асимметрий используется еще одно условие на быстроту лептонной пары $|y(l^+l^-)| > 1$, которое очень сильно сказывается на масштабе и поведении асимметрии.

На рис. 5.7 случай $l = \mu$ изображен слева, $l = e$ – справа. Видно, что и слабая, и КЭД составляющие ЭСП довольно значительно понижают борновскую асимметрию (верхняя штриховая линия): нижняя штриховая линия соответствует асимметрии с учетом слабой поправки, верхняя сплошная линия соответствует асимметрии с учетом КЭД-поправки, наконец, нижняя сплошная линия – это асимметрия с учетом полной ЭСП. Для случая $l = \mu$ слабая часть ЭСП дает больший вклад в асимметрию, чем КЭД-часть, для $l = e$ вклады практически одинаковы, за исключением крайней правой части области M . Полная электрослабая поправка для случая $l = \mu$ понижает борновскую асимметрию на $\sim 0.039(0.092)$ при $M=1(3)$ ГэВ, для случая $l = e$ это понижение $\sim 0.033(0.067)$ соответственно.

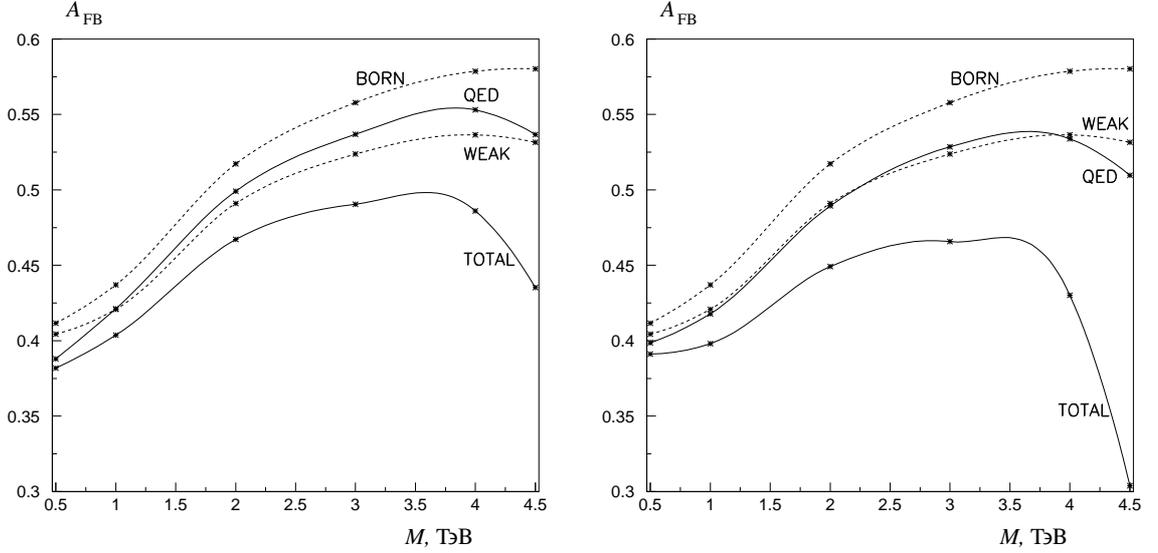


Рисунок 5.7 – Асимметрии A_{FB} в борновском приближении (верхняя штриховая линия), с учетом слабой поправки (нижняя штриховая линия), с учетом КЭД поправки (верхняя сплошная линия), с учетом полной ЭСП (нижняя сплошная линия) как функции M . Слева изображен случай $l = \mu$, справа – случай $l = e$

5.4.3 ЭСП к трижды дифференциальным сечениям

Условия, при которых будут выполняться численные расчеты в этом разделе, в основном, были перечислены в предыдущем разделе. Тут мы используем современный набор функций кварковых распределений MSTW2008 [255] с выбором $Q \equiv M_{sc} = M$. Также для массы хиггсовского бозона выбирается значение $m_H = 125$ ГэВ. С помощью FORTRAN-программы READY исследуется влияние ЭСП на трижды дифференциальные сечения процесса (4.1). Предметом численной оценки будут относительные поправки к трижды дифференциальному борновскому сечению $\sigma_0^{(3)}$, которое показано на рис. 5.8 как функция ψ при различных \sqrt{S} , M и y , соответствующих кинематической области установки CMS (напомним, что не только ψ изменяется в пределах $\pm\zeta^*$, но и ζ , а это существенно сказывается на сужении области по ψ при увеличении величины $|y|$). Значения \sqrt{S} выбраны в соответствии с программой работы LHC: $\sqrt{S} = 7, 10$ и 14 ТэВ.

Прежде всего численно продемонстрируем независимость результатов от нефизических параметров: ω и кварковых масс. Для примера возьмем значения $\sqrt{S} = 14$ ТэВ, $M = 2$ ТэВ, центральные значения $y = 0$ и $\psi = 0$ и случай $l = \mu$. В таблице 5.2 приведены относительные поправки, обусловленные отдельными вкладками, и полная поправка

$$\delta_{\text{tot}} = \sigma_{\text{tot}}^{(3)} / \sigma_0^{(3)} \quad (5.105)$$

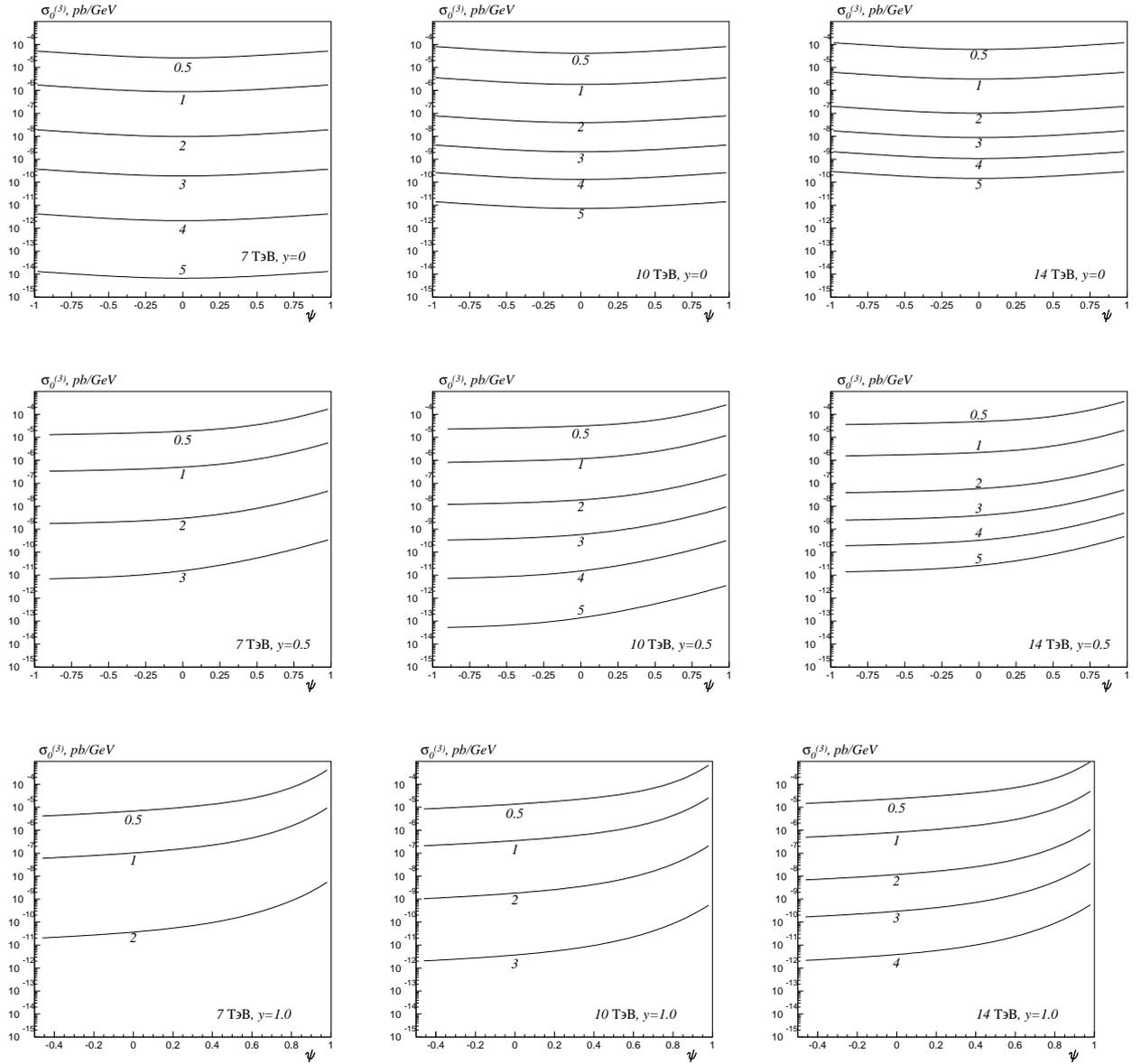


Рисунок 5.8 – Трижды дифференциальное борновское сечение процесса (4.1) как функция ψ при различных \sqrt{S} , M и y

к борновскому дифференциальному сечению, где

$$\sigma_{\text{tot}}^{(3)} = \sum_{V \neq 0} \sigma_V^{(3)} + \sigma_R^{(3), \text{hard}} - \sigma_{QS}^{(3)}, \quad (5.106)$$

а

$$\sigma_R^{(3), \text{hard}} = \sigma_R^{(3), \text{ISR}} + \sigma_R^{(3), \text{FSR}} + \sigma_R^{(3), \text{INT}}. \quad (5.107)$$

Таблица 5.2 – Зависимость относительных поправок δ от параметров ω (в ГэВ) и m_q при $l = \mu$, $\sqrt{S} = 14$ ТэВ, $M = 2$ ТэВ, $y = 0$, $\psi = 0$

ω	m_q/m_u	δ_{fin}	$\delta_{QS}^{\text{soft}}$	δ^{hard}	$\delta_{QS}^{\text{hard}}$	$\delta_{\text{fin}} - \delta_{QS}^{\text{soft}}$	$\delta^{\text{hard}} - \delta_{QS}^{\text{hard}}$	δ_{tot}
10	10.0	-0.4555	-0.1263	0.3294	0.1044	-0.3292	0.2250	-0.1042
	1.0	-0.4846	-0.1554	0.3527	0.1277	-0.3291	0.2250	-0.1042
	0.1	-0.5136	-0.1845	0.3759	0.1509	-0.3291	0.2250	-0.1041
1	10.0	-0.7117	-0.2255	0.5831	0.2032	-0.4862	0.3799	-0.1064
	1.0	-0.7581	-0.2719	0.6235	0.2436	-0.4862	0.3799	-0.1064
	0.1	-0.8045	-0.3183	0.6639	0.2841	-0.4862	0.3799	-0.1064
0.1	10.0	-0.9679	-0.3423	0.8390	0.3200	-0.6256	0.5190	-0.1066
	1.0	-1.0316	-0.4060	0.8967	0.3777	-0.6256	0.5190	-0.1066
	0.1	-1.0953	-0.4698	0.9545	0.4355	-0.6256	0.5190	-0.1066
0.01	10.0	-1.2241	-0.4765	1.0951	0.4542	-0.7476	0.6410	-0.1066
	1.0	-1.3052	-0.5576	1.1702	0.5293	-0.7476	0.6410	-0.1066
	0.1	-1.3862	-0.6387	1.2454	0.6044	-0.7476	0.6410	-0.1066
0.001	10.0	-1.4803	-0.6281	1.3513	0.6058	-0.8522	0.7456	-0.1066
	1.0	-1.5787	-0.7265	1.4438	0.6982	-0.8522	0.7456	-0.1066
	0.1	-1.6771	-0.8249	1.5362	0.7906	-0.8522	0.7456	-0.1066

Хорошо видно, что при $\omega \leq 1$ поправка δ_{tot} не зависит от m_q во всем исследованном интервале изменения кварковых масс $0.1 \leq m_q/m_u \leq 10$ (если выбирать кварковые массы разными, в соответствии с ароматом, то это несколько не изменит численный результат, поскольку механизм сокращения кварковых масс работает отдельно для каждого аромата. Были проверены большие значения кварковых масс, вплоть до $m_b = 4.6$ ГэВ). Что касается независимости результата от ω , то полностью стабильная картина наблюдается, начиная со значений $\omega=0.1$ ГэВ (и меньше). Далее здесь использовались $\omega = 0.01$ ГэВ, $m_q = m_u$.

В таблицах 5.3 и 5.4 приведены полные относительные поправки к трижды дифференциальным борновским сечениям как функции M , y , ψ при значениях $\sqrt{S}=14$ ТэВ и разных конечных состояниях ($l = \mu$ – таблица 5.3 и $l = e$ – таблица 5.4) в кинематической области эксперимента CMS LHC.

Таблица 5.3 – Зависимость относительных поправок δ_{tot} от значений M , y и ψ при $l = \mu$ и $\sqrt{S} = 14$ ТэВ

y	ψ	$M=1$ ТэВ	$M=2$ ТэВ	$M=3$ ТэВ	$M=5$ ТэВ
0.0	-0.8	-0.035	-0.115	-0.191	-0.329
0.0	-0.4	-0.043	-0.116	-0.171	-0.264
0.0	0.0	-0.036	-0.107	-0.154	-0.231
0.0	0.4	-0.043	-0.116	-0.171	-0.264
0.0	0.8	-0.035	-0.115	-0.191	-0.329
0.6	-0.8	0.008	-0.074	-0.146	-0.101
0.6	-0.4	-0.014	-0.083	-0.138	-0.114
0.6	0.0	-0.024	-0.083	-0.128	-0.142
0.6	0.4	-0.028	-0.093	-0.145	-0.223
0.6	0.8	-0.052	-0.137	-0.207	-0.335
1.2	0.0	0.003	-0.013	-0.015	
1.2	0.4	0.009	-0.018	-0.045	
1.2	0.8	-0.024	-0.103	-0.183	

Таблица 5.4 – Зависимость относительных поправок δ_{tot} от значений M , y и ψ при $l = e$ и $\sqrt{S} = 14$ ТэВ

y	ψ	$M=1$ ТэВ	$M=2$ ТэВ	$M=3$ ТэВ	$M=5$ ТэВ
0.0	-0.8	-0.073	-0.163	-0.248	-0.407
0.0	-0.4	-0.083	-0.165	-0.229	-0.343
0.0	0.0	-0.074	-0.154	-0.211	-0.308
0.0	0.4	-0.083	-0.165	-0.229	-0.343
0.0	0.8	-0.073	-0.163	-0.248	-0.407
0.6	-0.8	-0.031	-0.122	-0.206	-0.186
0.6	-0.4	-0.055	-0.135	-0.203	-0.203
0.6	0.0	-0.067	-0.137	-0.194	-0.234
0.6	0.4	-0.068	-0.144	-0.210	-0.316
0.6	0.8	-0.094	-0.190	-0.272	-0.427
1.2	0.0	-0.053	-0.081	-0.104	
1.2	0.4	-0.038	-0.083	-0.138	
1.2	0.8	-0.068	-0.171	-0.282	

В таблицах 5.3 и 5.4 представлена область $y \geq 0$, так как относительные поправки (как и дифференциальные сечения, борновские и поправленные)

обладают свойством: $\delta(-y, -\psi) = \delta(y, \psi)$. Эта симметрия хорошо заметна для ЭСП при $y = 0$, в этом случае функции $\delta(0, \psi)$ четны по переменной ψ .

Полученные результаты для ЭСП имеют две особенности. Во-первых, ЭСП для случая $l = e$ стабильно ниже мюонных поправок из-за того, что электромагнитная составляющая ЭСП отрицательна, а электронные коллинеарные логарифмы значительно больше мюонных по абсолютному значению. Во-вторых, видно резкое падение ЭСП с ростом инвариантной массы пары, этому способствует тот факт, что не только электромагнитная, но и слабая составляющая ЭСП отрицательны (при $M > 1$ ТэВ) и падают с ростом M .

Приведенные данные можно непосредственно применять для коррекции экспериментальных данных. Не представляет особого труда использовать READY для расчета ЭСП, например, при любом ином наборе входных параметров или, скажем, в требуемой кинематической точке или области. Для этого нужно проинтегрировать по нужным переменным в заданном интервале. Кроме этого, гибкость программы, обусловленная применением техники интегрирования методом Монте-Карло, дает возможность произвести расчет ЭСП с применением т.н. “calo setup” – учета условий рекомбинации конечных частиц.

Время работы READY для расчета ЭСП в кинематической точке (одно значение из таблиц) с необходимой точностью приблизительно 200 с. Расчет ЭСП без упрощений, связанных с выделением ЛЛЧ, по полной формуле (5.40) требует большего времени для достижения хорошей точности результата из-за технических сложностей при численном интегрировании.

5.5 Выводы

С выходом ЛНС на максимальную проектную мощность появится уникальная возможность проводить поиски проявлений НФ – физики за пределами СМ на ТэВном масштабе энергии. Значительный интерес с этой точки зрения представляет изучение процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары. Необходимость точно знать предсказания Стандартной Модели, включая радиационный фон, обусловлена тем, что “новая” физика, скорее всего, проявится как слабые отклонения от СМ. Важнейшей задачей представляется создание программы (аналитического описания и компьютерного кода) учета этого фона, обеспечивающей одновременно хорошую точность и высокую скорость счета.

Был произведен детальный расчет жесткого тормозного излучения в ведущем логарифмическом приближении для процесса Дрелла–Яна. Используя

его и результат для электрослабых вкладов, полученный асимптотическим методом в предыдущей главе, в этой главе с помощью программы READY произведен полный численный расчет однопетлевых ЭСП к процессу Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары для будущих экспериментов на коллайдере LHC с учетом экспериментальных ограничений установки CMS. Произведено полное описание возможностей программы READY.

Приведены все формулы для вкладов в сечения и кинематических ограничений. Особое внимание уделяется представлению наблюдаемых в виде трижды дифференциальных сечений, что позволит удобно применять их при коррекции экспериментальных данных. Произведена разносторонняя (численная и аналитическая) проверка независимости результатов от нефизических параметров, присутствующих в расчете (максимальной энергии мягких фотонов и кварковых масс). Численный анализ предполагаемых эффектов, осуществленный с помощью FORTRAN программы READY, показывает значительный масштаб электрослабых поправок в области больших инвариантных масс дилептона.

ГЛАВА 6

КХД-ПОПРАВКИ К НАБЛЮДАЕМЫМ ВЕЛИЧИНАМ ПРОЦЕССА ДРЕЛЛА–ЯНА ДЛЯ ЛНС

6.1 Введение

Процесс Дрелла–Яна (4.1) при больших инвариантных массах лептонной пары l^+l^- , как уже говорилось выше, представляет значительный интерес для поисков НФ – физики за рамками СМ. Суперсимметрия, расширенные калибровочные теории типа теории великого объединения, модели композитности калибровочных бозонов [230, 231], сценарии с дополнительными размерностями [232]–[236], дополнительными нейтральными калибровочными бозонами [231, 237], а также некоторые модели, предполагающие композитность фермионов, могут проявить себя на энергетическом масштабе экспериментов ATLAS и CMS, которые начнутся с выходом ЛНС на максимальную проектную мощность в 2015 г.

Необходимость точно знать предсказания СМ, включая КХД-поправки, расчету которых посвящена настоящая глава, обусловлена тем, что “новая” физика, скорее всего, проявится как слабые отклонения от СМ. Важнейшей задачей представляется создание программы (аналитического описания и компьютерного кода) учета КХД-поправок, понятно также, что она должна обеспечить одновременно хорошую точность и высокую скорость счета. Результат для электрослабых поправок, полученный в главах 4 и 5 с использованием асимптотического метода, поможет обеспечить и то, и другое и будет служить основой для создания программы учета КХД-поправок.

КХД-поправки к исследуемому процессу изучались в работах [259, 260, 261] (см. также большой список работ, цитируемых там), а для сходного процесса с заряженным током, например, в [262], отметим также недавнюю работу группы SANC [263], где рассчитаны КХД-поправки низшего порядка для процесса Дрелла–Яна в обоих каналах: заряженном и нейтральном и работу [264]. В работе [259] были впервые решены многие качественные проблемы, в частности, выяснено, что вклад части сечения $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s^2)$ (NNLO, согласно терминологии КХД) мал по сравнению с $\mathcal{O}(\alpha\alpha_s)$ -вкладами (NLO в КХД). Показано, что процессы $q\bar{q}$ -типа (идущие в несинглетном канале) дают положительный вклад в K -фактор (поправку к полному сечению), а qg -типа (синглетного канала) – отрицательный; для поправок, соответствующих сечению в NLO, первый тип доминирует, а для NNLO они, в основном, друг

друга компенсируют.

Результаты вышеупомянутых работ сложно напрямую применить при коррекции экспериментальных данных, поскольку в этих работах предметом изучения являются полные сечения или распределения по одной (в некоторых случаях по двум) переменным (в работах [265] говорится о возможности построения КХД-поправок к трижды дифференциальным сечениям, но, к сожалению, детали построения и соответствующие численные оценки не приведены). Здесь будут приведены результаты авторских работ: [21–А], где рассчитана часть КХД-поправок, обусловленная вкладом глюонной вершины и глюонного тормозного излучения (обозначим их сокращенно КХДП, как в работе [21–А]) и [22–А], которая является продолжением работы [21–А], где вычисляется часть однопетлевых КХД-поправок, обусловленная инверсным глюонным излучением (IGE, inverse gluon emission) (по терминологии работы [259] это процессы qg -типа, по общей терминологии КХД – вклад синглетного канала в NLO-приближении). В обеих работах расчет сделан для трижды дифференциальных сечений, что дает возможность корректировать экспериментальные данные в любой кинематической точке (или области).

Чтобы контролировать масштаб и поведение радиационных поправок и сконструировать программу их численной оценки с необходимой точностью, нужно знать структуру поправок, или, иначе, их математическое содержание. Для КХДП и IGE оно хорошо известно – это коллинеарные логарифмы $\ln(s/m_q^2)$ с кварковой массовой сингулярностью, которые дают наибольший вклад в наблюдаемые величины (4.1) (такая же ситуация имеет место и для электромагнитных поправок, соответствующих излучению фотонов из кварков). В этой главе особое внимание уделено выделению ЛЛЧ из сечений процесса (4.1); качественно правильное выделение этой части позволяет как аналитически сократить все нефизические параметры, так и существенно ускорить расчет без потери точности. Также была произведена сверка полного расчета (с учетом NLO-вкладов, NLO – next to leading order) с ЛЛЧ, достигнуто хорошее согласие практически во всей важной кинематической области экспериментов на LHC.

6.2 Вершинные функции с глюоном и глюонное тормозное излучение

6.2.1 Безрадиационная кинематика. Мягкие глюоны

Как и в предыдущих главах, здесь будут активно использоваться термины “борновский” (или “безрадиационный”) и “радиационный”. Первый термин

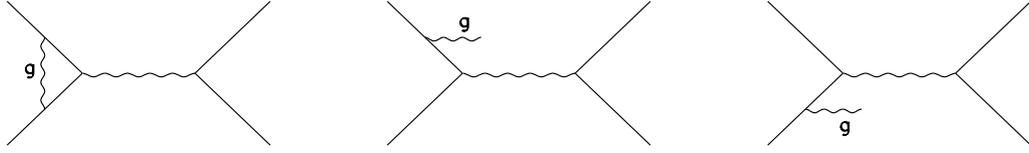


Рисунок 6.1 – Фейнмановские диаграммы для процесса с глюонной вершинной функцией и глюонным тормозным излучением (неподписанные волнистые линии означают γ или Z).

описывает кинематику (наблюдаемые величины, инварианты, переменные и т.д.) процессов $2 \rightarrow 2$, т.е. процессов с двухчастичным конечным состоянием (лептонной парой), а второй – процессов $2 \rightarrow 3$ с трехчастичным конечным состоянием: лептонной парой и реальным глюоном (или кварком – это основное отличие от определений предыдущих глав). Соответственно, в этой главе $p_1(p_2)$ – 4-импульс первого (второго) партона, т.е. кварка или антикварка типа q и массы m_q или глюона с нулевой массой.

Все выражения для вкладов в сечение процесса (4.1) с борновской кинематикой (см. рис. 4.1) хорошо известны, например, конволюционная формула для КХД-вкладов с борновской кинематикой в полное адронное сечение процесса (4.1), выглядит так же, как (5.1). Тут использованы такие обозначения и индексы: для борновского сечения (рис. 4.1) – индекс 0, для суммы вершинного вклада и сечения с излучением реального мягкого глюона с энергией, меньшей ω (см. рис. 6.1), используем индекс “fin”. Эта часть инфракрасно-конечна и описывается также борновской кинематикой. Для V -вклада используется общий индекс $V = 0, \text{fin}$.

Приведем все кварковые сечения в (5.1). Результат сокращения ИКР по своему смыслу пропорционален борновскому сечению

$$\sigma_{\text{fin}}^{q\bar{q}}(t) = \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \delta_{\text{fin}} \sigma_0^{q\bar{q}}(t); \quad (6.1)$$

эта формула, а также сама поправка δ_{fin} могут быть получены из соответствующего результата для электромагнитных поправок, взятого, например, из работы [14–А] (см. там ссылку на хорошо известную поправку $\delta_{\text{fin,FSR}}^{q\bar{q}}$, представленную, например, в работе [124]), с использованием замены постоянной тонкой структуры α на константу сильного взаимодействия α_s :

$$Q_q^2 \alpha \rightarrow \sum_{a=1}^{N^2-1} t^a t^a \alpha_s = \frac{N^2-1}{2N} I \alpha_s \rightarrow \frac{4}{3} \alpha_s, \quad (6.2)$$

где $2t^a$ – матрицы Гелл-Мана, а $N = 3$ (также нужно положить $Q_l \rightarrow 0$, что соответствует отсутствию излучения глюонов из конечного состояния и интерференционных вкладов). Тогда поправка δ_{fin} имеет вид:

$$\delta_{\text{fin}} = 2 \left(\ln \frac{s}{m_q^2} - 1 \right) \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s}} + \frac{3}{2} \ln \frac{s}{m_q^2} - 2 + \frac{\pi^2}{3}, \quad (6.3)$$

где ω – максимальная энергия мягкого глюона (иными словами: сепаратор, разделяющий области мягких и жестких глюонов) [224]. Важно то, что поправка δ_{fin} не зависит от типа процесса: $q\bar{q}$ или $\bar{q}q$, поскольку очевидные кросс-синговые замены $t \leftrightarrow u$ ее не изменяют.

6.2.2 Радиационная кинематика. Жесткие глюоны

Построим адронное сечение, обусловленное тормозным излучением реальных глюонов (см. рис. 6.1), пока не делая каких-либо различий между мягкими и жесткими глюонами. На кварковом уровне процесс определяет реакция $2 \rightarrow 3$; тогда нетрудно построить полный фазовый объем реакции (5.16). Так же как и в предыдущей главе, физическая область интегрирования Ω полностью определяется функцией $\theta(R_{u_1})$, где $-R_{u_1}$ – определитель Грама, который в совпадает с выражением (5.22).

С учетом вышеизложенного полное сечение процесса (4.1) с излучением тормозного глюона записывается в виде конволюционной формулы (аналогичной (5.23)):

$$\sigma_R = \frac{4}{3} \frac{\alpha^2 \alpha_s}{3} I_{\Omega}^6[T], \quad (6.4)$$

где

$$T = s^{-2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \times \\ \times [f_q^A(x_1, Q^2) f_{\bar{q}}^B(x_2, Q^2) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2)] R_{\chi} \Pi^i \Pi^{j*}. \quad (6.5)$$

Происхождение излучаемого глюона – кварк; используя общепринятую терминологию, это называется излучением из начального состояния – ISR.

Приведем выражения для R_{χ} в ультрарелятивистском приближении. В сечение (6.5) входит следующая комбинация следов произведений γ -матриц

и матриц плотности:

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{16} \text{Tr} \left[\left(\gamma^\mu \frac{-2p_1^\rho + \hat{p}\gamma^\rho}{z_1} + \frac{2p_2^\rho - \gamma^\rho \hat{p}}{u_1} \gamma^\mu \right) (\lambda_{q_+}^{i,j} - \gamma_5 \lambda_{q_-}^{i,j}) \hat{p}_1 \times \right. \\
& \times \left. \left(\frac{-2p_{1\rho} + \gamma_\rho \hat{p}}{z_1} \gamma^\nu + \gamma^\nu \frac{2p_{2\rho} - \hat{p}\gamma_\rho}{u_1} \right) \hat{p}_2 \right] \text{Tr} [\gamma_\mu (\lambda_{l_+}^{i,j} - \gamma_5 \lambda_{l_-}^{i,j}) \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2] = \\
& = \lambda_{q_+}^{i,j} \lambda_{l_+}^{i,j} R_+ + \lambda_{q_-}^{i,j} \lambda_{l_-}^{i,j} R_-.
\end{aligned}$$

В ультрарелятивистском приближении (пренебрегаем фермионными массами, где это возможно)

$$\begin{aligned}
R_+ = & 2(z - s + v) - 2\frac{m_q^2}{z_1^2}(z^2 + 2zt + s^2 + 2st - 2sv + 2t^2 - 2tv + v^2) - \\
& - 2\frac{s}{z_1 u_1}(-s^2 - 2st + sv - 2t^2 + 2tv - v^2) - \\
& - \frac{1}{z_1}(z^2 - zs + 2zt + 2s^2 + 2st - sv + 4t^2 - 2tv + v^2) - \\
& - 2\frac{m_q^2}{u_1^2}(z^2 - 2zs - 2zt + 2zv + s^2 + 2st - 2sv + 2t^2 - 2tv + v^2) - \\
& - \frac{1}{u_1}(z^2 - 3zs - 2zt + 2zv + 4s^2 + 6st - 5sv + 4t^2 - 6tv + 3v^2), \\
R_- = & 2\frac{m_q^2}{z_1^2}(-z^2 - 2zt + s^2 + 2st - 2sv - 2tv + v^2) + 2\frac{s^2}{z_1 u_1}(-s - 2t + v) + \\
& + \frac{1}{z_1}(-z^2 + zs - 2zt + 2s^2 + 6st - 3sv - 2tv + v^2) + \\
& + 2\frac{m_q^2}{u_1^2}(z^2 - 2zs - 2zt + 2zv + s^2 + 2st - 2sv - 2tv + v^2) + \\
& + \frac{1}{u_1}(z^2 - 3zs - 2zt + 2zv + 4s^2 + 6st - 5sv - 2tv + v^2).
\end{aligned}$$

Разделение сечения тормозного излучения на две части (мягкую и жесткую) осуществляется с помощью θ -функции θ_ω (5.25) так же, как и в предыдущей главе: домножая подынтегральное выражение (6.5) на $\theta(-p_0 + \omega)$, получим сечение мягких глюонов (полный расчет этой части сечения для мягких фотонов приведен в работе [10–А], здесь оно относится к “fin”-части); домножая на θ_ω , получим сечение жестких глюонов, о котором пойдет речь ниже.

Чтобы осуществить численный расчет интеграла в форме (5.16), можно использовать какую-либо программу многомерного интегрирования, например, VEGAS [253], в основе которой лежит метод Монте-Карло.

Перестроим сечение в трижды дифференциальный вид; сделаем это также аналогично расчету предыдущей главы. Трижды дифференциальное сечение с радиационной кинематикой выглядит так (область тройного интегрирования по-прежнему определяется $\theta(R_{u_1})\theta_\omega$, но с учетом соотношений (5.21), (5.36)):

$$\sigma_R^{(3)} = \frac{4}{3} \frac{\alpha^2 \alpha_s}{3} \iiint \frac{1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}} \theta(R_{u_1}) \theta_\omega T \theta_D^R J_R^{(3)} dv dz du_1. \quad (6.6)$$

6.2.3 Выделение лидирующей логарифмической части из сечения тормозного излучения

В этом разделе будет построена лидирующая часть адронного сечения, обусловленного коллинеарным излучением тормозных глюонов; стартовой точкой расчета является общая формула (6.5). Понятно, что лидирующие глюоны излучаются коллинеарно либо кварку с 4-импульсом p_1 , либо кварку с 4-импульсом p_2 . Имеется возможность разделить сечение на два слагаемых, каждое будет соответствовать указанному типу излучения; понятно также, что между слагаемыми будет определенная симметрия. Рассчитаем сначала одно из слагаемых, а второе получим аналогично.

Рассмотрим излучение из начального состояния: глюон излучается коллинеарно кварку с 4-импульсом p_2 (u_1 -пик согласно (5.41)). Действуем согласно предписаниям предыдущей главы. Применяя упрощения u_1 -пики, запишем в ультрарелятивистском приближении выражения для R_χ , предварительно разделив интерференционный член $\sim 1/(z_1 u_1)$ на два слагаемых следующим образом:

$$\frac{1}{z_1 u_1} = \frac{1}{z_1 + u_1} \frac{z_1 + u_1}{z_1 u_1} = \frac{1}{z + v} \left(\frac{1}{u_1} + \frac{1}{z_1} \right); \quad (6.7)$$

понятно, что к u_1 -пику относится только первое слагаемое. Итак, получаем R_χ в виде

$$R_\chi|^{u_1\text{-peak}} = (t_B^2 + \chi u_B^2) \left(-\frac{2m_q^2}{u_1^2} + \frac{2s}{(z+v)u_1} + \frac{1}{u_1} \left(\frac{1}{\eta} - 1 \right) \right), \quad (6.8)$$

причем это выражение можно несколько упростить, приводя к общему знаменателю второе и третье слагаемые во второй скобке (они оба соответствуют

интерференции излучения из первого и второго кварков) и используя в получившемся числителе упрощение $v + z = (1 - \eta)s$; тогда

$$R_\chi|^{u_1\text{-peak}} = (t_B^2 + \chi u_B^2) \left(-\frac{2m_q^2}{u_1^2} + \frac{1 + \eta^2}{\eta} \frac{s}{(z + v)u_1} \right). \quad (6.9)$$

Как будет выяснено при дальнейшем интегрировании, в интерференционном члене последней формулы перед s/η , как и должно быть, факторизуется расщепляющая функция (splitting function), смысл и метод получения которой выяснен в работах [225]:

$$P_{qq}(\eta) = \frac{4}{3} \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta}$$

(множитель $4/3$ факторизуется перед всем сечением благодаря общей замене (6.2)).

Далее, используя соотношения, соответствующие радиационной кинематике для u_1 -пика, разберемся с фазовым пространством; так как переменная v заменяется на η , имеем

$$dx_1 dx_2 dt dv = |J_R^{(4)}| dM dy d\psi d\eta. \quad (6.10)$$

Якобиан $J_R^{(4)}$, соответствующий кинематике u_1 -пика, находим стандартно:

$$J_R^{(4)} = \frac{D(x_1, x_2, t, v)}{D(M, y, \psi, \eta)} = \begin{vmatrix} \frac{\partial x_1}{\partial M} & \frac{\partial x_1}{\partial y} & \frac{\partial x_1}{\partial \psi} & \frac{\partial x_1}{\partial \eta} \\ \frac{\partial x_2}{\partial M} & \frac{\partial x_2}{\partial y} & \frac{\partial x_2}{\partial \psi} & \frac{\partial x_2}{\partial \eta} \\ \frac{\partial t}{\partial M} & \frac{\partial t}{\partial y} & \frac{\partial t}{\partial \psi} & \frac{\partial t}{\partial \eta} \\ \frac{\partial v}{\partial M} & \frac{\partial v}{\partial y} & \frac{\partial v}{\partial \psi} & \frac{\partial v}{\partial \eta} \end{vmatrix}. \quad (6.11)$$

Вычисление определителя производим разложением по четвертому столбцу, так как в нем два нулевых элемента: $\frac{\partial x_1}{\partial \eta} = \frac{\partial t}{\partial \eta} = 0$. Далее, минор M_{24} равен нулю, поскольку в нем вторая и третья строки пропорциональны из-за пропорциональности в кинематике u_1 -пика инвариантов t и v , см. формулу (5.42). Тогда

$$J_R^{(4)} = \frac{\partial v}{\partial \eta} M_{44} = t \left(1 - \frac{1}{\eta}\right)'_\eta M_{44} = \frac{t}{\eta^2} \frac{1}{\eta} J_N = \frac{t}{\eta^3} J_N, \quad (6.12)$$

т. е. “радиационный” якобиан для u_1 -пика пропорционален “безрадиационному”. В предпоследнем преобразовании была использована формула $x_2 = x_2^B/\eta$; благодаря ей во второй строчке минора имеется общий множитель $1/\eta$, который выносится перед определителем.

Далее найдем пределы изменения переменных η , z , u_1 и приступим к интегрированию по ним. Интегрирование по u_1 не зависит от θ_ω , а полностью

определяется $\theta(R_{u_1})$, пределы изменения этой переменной $u_1^{\min(\max)}$ – корни квадратного уравнения $R_{u_1} = 0$. Воспользуемся результатом работы [5–А], где подробно разобрана кинематика радиационного рождения одиночных W -бозонов в адрон-адронных столкновениях (обозначения совпадают),

$$\frac{1}{\pi} \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} \frac{du_1}{u_1^2 \sqrt{R_{u_1}}} = -\frac{B_{u_1}}{C_{u_1}^{3/2}}, \quad \frac{1}{\pi} \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} \frac{du_1}{u_1 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{1}{\sqrt{C_{u_1}}}.$$

Для последующих интегрирований используем результат работы [14–А], где выяснена область двойного интеграла по переменным z и v . Кривая третьего порядка, происходящая из равенства нулю дискриминанта уравнения $R_{u_1} = 0$,

$$z^2(v + m^2) - zv(s - v - 2m^2) + m^2v^2 = 0, \quad (6.13)$$

и ограничивающая область по z сверху и снизу, дает следующие границы для переменной z (в (6.13) была осуществлена замена переменной v на η):

$$z^{\pm} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad (6.14)$$

где

$$a = \eta(t_B(\eta - 1) + m^2\eta), \quad b = t_B(1 - \eta)(s_B + t_B(1 - \eta) - 2m^2\eta), \quad c = m^2t_B^2(1 - \eta)^2.$$

Снимая второй интеграл по z , получаем

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{m_q^2}{u_1^2 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{\eta}{t_B(\eta - 1)},$$

$$\frac{1}{\pi} \int_{z^-}^{z^+} dz \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} du_1 \frac{s}{(z + v)u_1 \sqrt{R_{u_1}}} = \frac{\eta}{t_B(\eta - 1)} \ln \frac{s}{m_q^2}.$$

Наконец, верхний предел переменной η определяет функция θ_ω : из условия $\frac{v+z}{2\sqrt{s}} > \omega$ получаем

$$\eta < 1 + \frac{2\omega}{s_B}(\omega - \sqrt{s_B + \omega^2}) \approx 1 - \frac{2\omega}{M}.$$

Нижний предел η вычисляется из условия $x_2 < 1$, тогда, с учетом (5.44), получаем $\eta > x_2^B$. Интегрировать аналитически по η не представляется возможным из-за зависимости от этой переменной аргумента партонных распределений.

Запишем финальную формулу для сечения, соответствующего u_1 -пику:

$$\sigma_R^{(3), u_1\text{-peak}} = \frac{1}{3} J_N \frac{4\alpha^2\alpha_s}{3s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \Pi^i \Pi^{j*} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times$$

$$\times \int_{x_2^B}^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \left[f_q^A(x_1^B, Q^2) f_{\bar{q}}^B\left(\frac{x_2^B}{\eta}, Q^2\right) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1^B, Q^2) f_q^B\left(\frac{x_2^B}{\eta}, Q^2\right) \right] L(\eta), \quad (6.15)$$

где

$$L(\eta) = \frac{1+\eta^2}{\eta} \ln \frac{s}{m_q^2} - 2. \quad (6.16)$$

Нетрудно по совершенно аналогичному сценарию произвести расчет для ситуации, когда глюон излучается коллинеарно кварку с 4-импульсом p_1 (назовем это z_1 -пиком, так как в этой ситуации $\frac{1}{z_1} \rightarrow \infty$); сечение, соответствующее этой части, получается из формулы (6.15) после замен в аргументах партонных распределений

$$x_1^B \rightarrow x_1^B/\eta, \quad x_2^B/\eta \rightarrow x_2^B,$$

кроме этого, нижний предел переменной η поменяется с x_2^B на x_1^B .

6.2.4 Сокращение нефизических параметров

Продемонстрируем независимость результатов от нефизических параметров: ω и кварковых масс. Что касается параметра ω , то очевидно, что в точке ИКР $\eta \rightarrow 1$ сечения u_1 - и z_1 -пиков имеют одинаковую структуру и в выражениях для них факторизуется адронное борновское сечение, тогда

$$\sigma_{\text{fin}}^{(3)} + \sigma_R^{(3), u_1\text{-peak}}|_{\eta \rightarrow 1} + \sigma_R^{(3), z_1\text{-peak}}|_{\eta \rightarrow 1} =$$

$$= \frac{4\alpha_s}{3\pi} \sigma_0^{(3)} \left(\delta_{\text{fin}} - \frac{L(1)}{2} \int_{x_2^B}^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{\eta-1} - \frac{L(1)}{2} \int_{x_1^B}^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{\eta-1} \right). \quad (6.17)$$

Выражение в скобках легко вычисляется:

$$\delta_{\text{fin}} - \frac{L(1)}{2} \left(\ln \frac{2\omega}{M(1-x_2^B)} + \ln \frac{2\omega}{M(1-x_1^B)} \right) =$$

$$= 2 \left(\ln \frac{s_B}{m_q^2} - 1 \right) \ln \frac{2\omega}{M} + \frac{3}{2} \ln \frac{s_B}{m_q^2} - 2 + \frac{\pi^2}{3} - L(1) \ln \frac{2\omega}{M \sqrt{(1-x_1^B)(1-x_2^B)}} =$$

$$= \frac{3}{2} \ln \frac{s_B}{m_q^2} - 2 + \frac{\pi^2}{3} + \left(\ln \frac{s_B}{m_q^2} - 1 \right) \ln [(1-x_1^B)(1-x_2^B)] \quad (6.18)$$

и не зависит от ω , что и требовалось доказать.

Теперь покажем независимость результатов от кварковых масс; для решения этой проблемы (массовой сингулярности кварков) используется $\overline{\text{MS}}$ -схема [250] и процедура линеаризации, которая обоснована в работах [251]. После всех предписанных манипуляций часть сечения, которую следует учесть, чтобы избежать зависимости результата от кварковых масс, имеет вид, практически совпадающий с приведенным в предыдущей главе:

$$\sigma_{\text{QS}} = \frac{1}{3} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int_{-S}^0 dt \int_0^{1-2\omega/M} d\eta \sum_{q=u,d,s,c,b} [(q(x_1)\Delta\bar{q}(x_2, \eta) + \Delta q(x_1, \eta)\bar{q}(x_2)) \sigma_0^{q\bar{q}}(t) + (q \leftrightarrow \bar{q})] \theta(s+t)\theta_M\theta_D, \quad (6.19)$$

где $q(x) = q(x, Q^2) \equiv f_q(x, Q^2)$,

$$\Delta q(x, \eta) = \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{2\pi} \left[\frac{1}{\eta} q\left(\frac{x}{\eta}, M_{\text{sc}}^2\right) \theta(\eta - x) - q(x, M_{\text{sc}}^2) \right] \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2 e(1 - \eta)^2}, \quad (6.20)$$

M_{sc} – масштаб факторизации [250]. Понятно, что сечение σ_{QS} инфракрасно-конечно: в точке $\eta \rightarrow 1$ выражение в квадратных скобках в (6.20) равно нулю, интеграл (6.19) при малых ω сходится и от ω не зависит. Логично разбить это сечение на три части: соответствующую мягким глюонам, u_1 - и z_1 -пику жестких глюонов (к дифференциальным сечениям переходим по выше выработанным правилам):

$$\sigma_{\text{QS}}^{(3)} = \sigma_{\text{QS}}^{(3),\text{soft}} + \sigma_{\text{QS}}^{(3),\text{hard},u_1\text{-peak}} + \sigma_{\text{QS}}^{(3),\text{hard},z_1\text{-peak}}. \quad (6.21)$$

Тогда

$$\sigma_{\text{QS}}^{(3),\text{soft}} = -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \sigma_0^{(3)} \int_0^{1-2\omega/M} d\eta \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} \left(\ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} - 2 \ln(1 - \eta) - 1 \right); \quad (6.22)$$

рассмотрим далее только часть, пропорциональную кварковому коллинеарному логарифму, тогда

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{QS}}^{(3),\text{soft}} &\sim -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \sigma_0^{(3)} \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \int_0^{1-2\omega/M} d\eta \frac{1 + \eta^2}{1 - \eta} = \\ &= -\frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \sigma_0^{(3)} \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \left(-\frac{3}{2} - 2 \ln \frac{2\omega}{M} \right). \end{aligned} \quad (6.23)$$

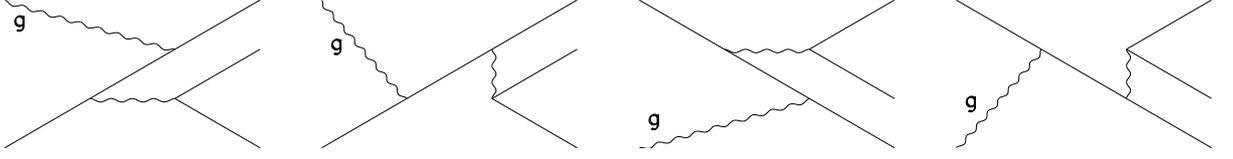


Рисунок 6.2 – Фейнмановские диаграммы gg (или $g\bar{q}$)-типа (первые две) и qg (или $\bar{q}g$)-типа (третья и четвертая) для процесса с инверсным глюонным излучением (неподписанные волнистые линии – γ или Z).

Вычитая последнее сечение из $\sigma_{\text{fin}}^{(3)}$, получаем сокращение кварковых масс:

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{fin}}^{(3)} - \sigma_{\text{QS}}^{(3),\text{soft}} &\sim \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \sigma_0^{(3)} \left(\delta_{\text{fin}} + \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \left(-\frac{3}{2} - 2 \ln \frac{2\omega}{M} \right) \right) \sim \\ &\sim \frac{4}{3} \frac{\alpha_s}{\pi} \sigma_0^{(3)} \left(\ln \frac{s_B}{m_q^2} - \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2} \right) \left(\frac{3}{2} + 2 \ln \frac{2\omega}{\sqrt{s_B}} \right), \end{aligned} \quad (6.24)$$

что и требовалось доказать.

Наконец, запишем формулу для QS-сечения, соответствующего u_1 -пику (рассмотрим только часть, пропорциональную кварковому коллинеарному логарифму)

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{QS}}^{(3),\text{hard},u_1\text{-peak}} &\sim \frac{1}{3} J_N \frac{4}{3} \frac{\alpha^2 \alpha_s}{s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} \Pi^i \Pi^{j*} \times \\ &\times \int_{x_2^B}^{1-2\omega/M} \frac{d\eta}{1-\eta} \left[f_q^A(x_1^B, M_{\text{sc}}^2) f_{\bar{q}}^B \left(\frac{x_2^B}{\eta}, M_{\text{sc}}^2 \right) + \chi f_{\bar{q}}^A(x_1^B, M_{\text{sc}}^2) f_q^B \left(\frac{x_2^B}{\eta}, M_{\text{sc}}^2 \right) \right] \times \\ &\times (t_B^2 + \chi u_B^2) \frac{1 + \eta^2}{\eta} \ln \frac{M_{\text{sc}}^2}{m_q^2}. \end{aligned} \quad (6.25)$$

Видно, что в разности с сечением (6.15) с учетом условия $Q^2 = M_{\text{sc}}^2$ массы кварков в точности сокращаются; в силу полной симметрии формул, то же самое будет и для z_1 -пики.

6.3 Инверсное глюонное излучение

6.3.1 Кинематика инверсного излучения

Приступим к построению сечения, соответствующего вкладу инверсных диаграмм в наблюдаемые величины процесса (1). Рассмотрим сначала вклад

gq -типа (первые две диаграммы рис. 6.2), глюон – из первого протона, кварк – из второго. Приведем дифференциальное сечение на кварковом уровне:

$$d\sigma_R^{gq} = \frac{\alpha^2 \alpha_s}{\pi^2 s} \sum_{i,j=\gamma,Z} \frac{4}{3} \Pi^i \Pi^{j*} \overline{\sum} |R|^2 d\Gamma_3. \quad (6.26)$$

Множитель $4/3$ происходит от произведения из формулы (6.2). Фазовый объем реакции $2 \rightarrow 3$ имеет вид

$$d\Gamma_3 = \delta(p_1 + p_2 - k_1 - k_2 - p) \frac{d^3 k_1 d^3 k_2 d^3 p}{2k_{10} 2k_{20} 2p_0} = \frac{\pi^2}{4s} \frac{dudvdz_1 du_1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}}, \quad (6.27)$$

где введены радиационные инварианты $z = 2k_1 p$, $v = 2k_2 p$, $z_1 = 2p_1 p$, $u_1 = 2p_2 p$, а p – это 4-импульс тормозного кварка. Физическая область интегрирования (6.27) полностью определяется функцией $\theta(R_{u_1})$, где $-R_{u_1} = A_{u_1} u_1^2 + 2B_{u_1} u_1 + C_{u_1}$ – определитель Грама $\Delta_4(p_1, p_2, k_1, k_2)$, а $A_{u_1} = (s+t)^2$, $B_{u_1} = (t(t-v) + s(t+v))z_1 - s(s+t)v$, $C_{u_1} = (sv + (t-v)z_1)^2$ – его коэффициенты в ультрарелятивистском приближении. В дальнейшем полезны будут также следующие соотношения между радиационными инвариантами $u = v - s - t + 2m^2 + 2m_q^2$ и $z_1 + u_1 = z + v$.

Усредненный квадрат матричных элементов, соответствующих двум первым диаграммам рис. 6.2, дает выражение (бозонные пропагаторы и матрицы Гелл-Мана одинаковы для всех вкладов и выносятся перед знаком суммы в формуле (6.26))

$$\overline{\sum} |R|^2 = \overline{\sum} (M_1^i + M_2^i)(M_1^j + M_2^j)^+ = \overline{\sum} (R_{11}^{ij} + R_{12}^{ij} + R_{21}^{ij} + R_{22}^{ij}). \quad (6.28)$$

Квадраты матричных элементов после упрощений (применяются уравнение Дирака, коммутационные соотношения для γ -матриц и перегруппировка констант связи с применением функций $\lambda_{f\pm}^{i,j}$ (4.7)) следующие:

$$R_{11}^{ij} = -\frac{1}{4} \text{Sp} \left[\frac{2p^\rho - \gamma^\rho \hat{p}_1}{-z_1} \gamma^\mu (\lambda_{q+}^{i,j} - \lambda_{q-}^{i,j} \gamma_5) \hat{p}_2 \gamma^\nu \frac{2p^\rho - \hat{p}_1 \gamma^\rho}{-z_1} \hat{p} \right] \times \\ \times \text{Sp} [\gamma_\mu (\lambda_{l+}^{i,j} - \lambda_{l-}^{i,j} \gamma_5) \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2], \quad (6.29)$$

$$R_{22}^{ij} = -\frac{1}{4} \text{Sp} \left[\gamma^\mu \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{s} \gamma^\rho (\lambda_{q+}^{i,j} - \lambda_{q-}^{i,j} \gamma_5) \hat{p}_2 \gamma^\rho \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{s} \gamma^\nu \hat{p} \right] \times \\ \times \text{Sp} [\gamma_\mu (\lambda_{l+}^{i,j} - \lambda_{l-}^{i,j} \gamma_5) \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2]. \quad (6.30)$$

Их интерференция представлена двумя слагаемыми

$$\begin{aligned}
R_{12}^{ij} &= -\frac{1}{4} \text{Sp}\left[\frac{2p^\rho - \gamma^\rho \hat{p}_1}{-z_1} \gamma^\mu (\lambda_{q+}^{i,j} - \lambda_{q-}^{i,j} \gamma_5) \hat{p}_2 \gamma^\rho \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{s} \gamma^\nu \hat{p}\right] \times \\
&\quad \times \text{Sp}[\gamma_\mu (\lambda_{l+}^{i,j} - \lambda_{l-}^{i,j} \gamma_5) \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2], \\
R_{21}^{ij} &= -\frac{1}{4} \text{Sp}\left[\gamma^\mu \frac{\hat{p}_1 + \hat{p}_2}{s} \gamma^\rho (\lambda_{q+}^{i,j} - \lambda_{q-}^{i,j} \gamma_5) \hat{p}_2 \gamma^\nu \frac{2p^\rho - \hat{p}_1 \gamma^\rho}{-z_1} \hat{p}\right] \times \\
&\quad \times \text{Sp}[\gamma_\mu (\lambda_{l+}^{i,j} - \lambda_{l-}^{i,j} \gamma_5) \hat{k}_1 \gamma_\nu \hat{k}_2]. \tag{6.31}
\end{aligned}$$

Знак “минус” в правых частях последних четырех выражений происходит от произведения векторов поляризации глюонов, множитель $1/4$ – дважды вынесенная $1/2$ от усреднения по степеням поляризации начальных частиц. Для радиационной кинематики $s = M^2 + v + z$, а бозонные пропагаторы имеют вид (5.24).

Представим конволюционную формулу для вкладов инверсных диаграмм gq -типа в полное адронное сечение процесса (4.1)

$$\begin{aligned}
\sigma_1 &= \frac{1}{3} \int_0^1 dx_1 \int_0^1 dx_2 \int dudvdz_1 \frac{du_1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}} \sum_{q=u,d,s,c,b} f_g^A(x_1, Q^2) f_q^B(x_2, Q^2) \times \\
&\quad \times \frac{\alpha^2 \alpha_s}{4s^2} \sum_{i,j=\gamma,Z} \frac{4}{3} \Pi^i \Pi^{j*} \overline{\sum} |R|^2 \theta(R_{u_1}) \theta_M^R \theta_D^R. \tag{6.32}
\end{aligned}$$

Перед тем, как перестраивать сечение в трижды дифференциальный вид, сделаем ряд упрощений, связанных с выделением лидирующих слагаемых, соответствующих коллинеарному инверсному излучению.

6.3.2 Выделение лидирующей логарифмической части

Стартовой точкой расчета является общая формула (6.32). Понятно, что лидирующие глюоны должны быть коллинеарны кварку с 4-импульсом p . Необязательно, чтобы они были связаны именно с этим кварком, их происхождение не фиксируется; мы увидим в дальнейшем, что в расчете сыграет роль и интерференционный член между диаграммами различных типов (интерferируют между собой первые две диаграммы рис. 6.2, далее в этом разделе будем говорить о них, вклад третьей и четвертой диаграмм рис. 6.2 будет рассчитан ниже по аналогии), тогда

$$p = (1 - \eta)p_1, \tag{6.33}$$

смысл параметра η будет ясен из дальнейшего. Инвариант z_1 в ситуации (6.33) (будем называть ее z_1 -пиком) легко посчитать: $z_1 = 2p_1p = 2(1-\eta)p_1^2 \rightarrow 0$, тогда $\frac{1}{z_1} \rightarrow \infty$.

Рассчитаем основные инварианты в приближении z_1 -пика. Начнем с того, что подставим (6.33) в закон сохранения 4-импульса партонного подпроцесса $p_1 + p_2 = k_1 + k_2 + p$, отсюда получим $\eta p_1 + p_2 = k_1 + k_2$. Квадрируя обе части последнего уравнения в трех возможных вариантах и пренебрегая массами, получим следующие соотношения для скалярных произведений $p_2k_2 = \eta p_1k_1$, $p_1k_2 = p_2k_1/\eta$, $k_1k_2 = \eta p_1p_2$. Далее, с учетом этих формул и подстановки (6.33) инвариант v дает

$$v = 2k_2p = 2k_2p_1(1 - \eta) = \frac{\eta - 1}{\eta}u, \quad (6.34)$$

откуда легко получить выражение для η через инварианты: $\eta = u/(u - v)$. Подобным образом находятся все прочие (интересующие нас) инварианты и их комбинации, приведем их: $u_1 = (1 - \eta)s$, $z = (\eta - 1)t$, $v + z = (1 - \eta)s$.

Далее, свяжем некоторые важные для дальнейшего переменные, записанные в приближении z_1 -пика с ними же, но в борновской кинематике. Для их различия будем обозначать борновские переменные индексом B (напомним, что точные выражения для них можно найти в разд. 2). Начнем с простейших соотношений, так, очевидно, что $s = s_B/\eta$ (для получения этого выражения подставим в формулу для радиационного s соотношения для z_1 -пика и решаем получившееся уравнение). Далее, $t = t_B/\eta$ получается из формулы (5.36), и, наконец,

$$x_1 = x_1^B/\eta, \quad x_2 = x_2^B \quad (6.35)$$

из формул (5.37). Очевидно, что $u = u_B$, и тогда можно видеть, что выражение для ζ (5.18), из-за сокращения между числителем и знаменателем, не отличается от записанного в борновской кинематике: следовательно $\theta_D^R \rightarrow \theta_D$.

Далее, применяя упрощения z_1 -пика и ультрарелятивистское приближение, запишем $\overline{\sum}|R|^2$ в виде

$$\overline{\sum}|R|^2 = 4\left(\lambda_{q_+}^{i,j}\lambda_{l_+}^{i,j}(t_B^2 + u_B^2)R_+(\eta) - \lambda_{q_-}^{i,j}\lambda_{l_-}^{i,j}(t_B^2 - u_B^2)R_-(\eta)\right), \quad (6.36)$$

где константы связи и комбинации борновских инвариантов $t_B^2 + \chi \cdot u_B^2$ факторизуются перед выражениями

$$\begin{aligned} R_+(\eta) &= R_-(\eta) + \frac{1 - \eta(1 - \eta)}{\eta} \frac{2t_B u_B}{s_B(t_B^2 + u_B^2)}, \\ R_-(\eta) &= \frac{1}{z_1} \frac{(1 - \eta)^2 + \eta^2}{\eta} + 2 \frac{m_q^2}{z_1^2} + (1 - \eta) \frac{1}{s_B}. \end{aligned} \quad (6.37)$$

Перейдем к трижды дифференциальному сечению. Используя соотношения, соответствующие радиационной кинематике для z_1 -пики, находим якобиан $J_R^{(4)} = D(x_1, x_2, u, v)/D(M, y, \psi, \eta)$. Вычисление определителя производим разложением по четвертому столбцу, в нем есть два нулевых элемента: $\frac{\partial x_2}{\partial \eta} = \frac{\partial u}{\partial \eta} = 0$. Далее, минор M_{14} равен нулю, поскольку в нем вторая и третья строки пропорциональны из-за пропорциональности в кинематике z_1 -пики инвариантов u и v , см. формулу (6.34). Тогда

$$J_R^{(4)} = \frac{\partial v}{\partial \eta} M_{44} = u \left(\frac{\eta - 1}{\eta} \right)'_{\eta} M_{44} = \frac{u}{\eta^2} \frac{1}{\eta} J_N = \frac{u}{\eta^3} J_N, \quad (6.38)$$

т. е. “радиационный” якобиан для z_1 -пики пропорционален “безрадиационному”. В предпоследнем преобразовании использована формула $x_1 = x_1^B/\eta$, благодаря ей в первой строчке минора имеется общий множитель $1/\eta$, который выносится перед определителем.

Теперь нужно найти пределы изменения переменных η , z_1 , u_1 и приступить к интегрированию по ним. Интегрирование по u_1 полностью определяется $\theta(R_{u_1})$, пределы изменения этой переменной u_1^{\pm} – корни квадратного уравнения $R_{u_1} = 0$. Воспользуемся результатом работы [5–А], где разобрана кинематика радиационного рождения одиночных W -бозонов в адрон-адронных столкновениях (обозначения совпадают),

$$\frac{1}{\pi} \int_{u_1^-}^{u_1^+} \frac{du_1}{\sqrt{R_{u_1}}} = \frac{1}{\sqrt{A_{u_1}}} \approx \frac{1}{s+t}.$$

Последующее интегрирование по z_1 производим с помощью формул

$$\int_{z_1^-}^{z_1^+} \frac{1}{z_1} dz_1 = \ln \frac{v + m_q^2}{m_q^2}, \quad \int_{z_1^-}^{z_1^+} \frac{m_q^2}{z_1^2} dz_1 = \frac{v}{s+t}, \quad \int_{z_1^-}^{z_1^+} dz_1 = s+t,$$

которые нетрудно вывести, зная пределы изменения переменной z_1 :

$$z_1^{\pm} = \frac{1}{2} \frac{s+t - m^2 - m_q^2}{v + m^2 + m_q^2} (v + 2m_q^2 \pm \sqrt{v^2 - 4m^2 m_q^2}). \quad (6.39)$$

Наконец, надо установить пределы изменения переменной η : неравенство $\eta < 1$ соответствует условию $v > 0$, а нижний предел η определяется из условия $x_1 < 1$, тогда, с учетом (6.35), получаем $\eta > x_1^B$.

Дважды проинтегрированные выражения в ЛЛЧ удобно представить в

виде

$$S_\chi = \frac{|u|}{\eta} \int_{z_1^-}^{z_1^+} dz_1 \int_{u_1^{\min}}^{u_1^{\max}} \frac{du_1}{\pi \sqrt{R_{u_1}}} R_\chi, \quad (6.40)$$

тогда

$$S_+ = S_- - \frac{1 - \eta(1 - \eta)}{\eta^2} \frac{2t_B u_B^2}{s_B(t_B^2 + u_B^2)}, \quad (6.41)$$

$$S_- = \frac{(1 - \eta)^2 + \eta^2}{\eta} \ln \frac{(\eta - 1)u_B}{\eta m_q^2} + 2(1 - \eta) - \frac{1 - \eta}{\eta} \frac{u_B}{s_B}.$$

Подставляя в формулу (6.32) выведенные соотношения для z_1 -пика, запишем финальную формулу для трижды дифференциального сечения

$$\sigma_1^{(3)} = \frac{1}{3} J_N \frac{4\alpha^2 \alpha_s}{3 s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \Pi^i \Pi^{j*} \chi \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times$$

$$\times \int_{x_1^B}^1 d\eta f_g^A\left(\frac{x_1^B}{\eta}, Q^2\right) f_q^B(x_2^B, Q^2) S_\chi. \quad (6.42)$$

Из последнего выражения можно выделить слагаемое, содержащее кварковые массы

$$\sigma_{1,L}^{(3)} = \frac{1}{3} J_N \frac{4\alpha_s}{3 2\pi} \sigma_0^{\bar{q}q}(t_B) \sum_{q=u,d,s,c,b} \int_{x_1^B}^1 d\eta f_g^A\left(\frac{x_1^B}{\eta}, Q^2\right) f_q^B(x_2^B, Q^2) P_g(\eta) \ln \frac{-u_B}{m_q^2}, \quad (6.43)$$

где $P_g = \frac{(1-\eta)^2 + \eta^2}{\eta}$. Оно имеет ту же структуру, что и слагаемое $\sigma_{1,QS}^{(3)}$, которое требуется вычесть из сечения IGE, чтобы обеспечить независимость результатов от кварковых масс, только $\sigma_{1,QS}^{(3)}$ пропорционально $\ln(M_{sc}^2/m_q^2)$, где M_{sc} – масштаб факторизации [250] (см., например, формулу (5) из работы [266], где рассмотрены вклады в процесс Дрелла-Яна инверсного тормозного излучения фотонов, там для решения проблемы кварковой массовой сингулярности также используется \overline{MS} -схема [250]. Можно также убедиться в правильности выделения ЛЛЧ, сравнив полученный результат с формулами (39) и (40) работы [263]). Нетрудно сообразить, что вычитание из сечения IGE (6.42) слагаемого $\sigma_{1,QS}^{(3)}$ сведется к тривиальной замене:

$$\sigma_1^{(3)} - \sigma_{1,QS}^{(3)} = \sigma_1^{(3)}(m_q \rightarrow M_{sc}). \quad (6.44)$$

Естественно, что это справедливо только с учетом условия $Q^2 = M_{sc}^2$.

Производя расчет аналогичным образом, получим трижды дифференциальное сечение, соответствующее диаграммам $g\bar{q}$ -типа (две первые диаграммы рис. 6.2 с антикварком)

$$\begin{aligned} \sigma_2^{(3)} &= \frac{1}{3} J_N \frac{4\alpha^2\alpha_s}{3s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \Pi^i \Pi^{j*} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times \\ &\times \int_{x_1^B}^1 d\eta f_g^A\left(\frac{x_1^B}{\eta}, Q^2\right) f_{\bar{q}}^B(x_2^B, Q^2) S_\chi. \end{aligned} \quad (6.45)$$

qg -типа (третья и четвертая диаграммы рис. 6.2 с кварком)

$$\begin{aligned} \sigma_3^{(3)} &= \frac{1}{3} J_N \frac{4\alpha^2\alpha_s}{3s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \Pi^i \Pi^{j*} \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times \\ &\times \int_{x_2^B}^1 d\eta f_q^A(x_1^B, Q^2) f_g^B\left(\frac{x_2^B}{\eta}, Q^2\right) S_\chi(t_B \leftrightarrow u_B) \end{aligned} \quad (6.46)$$

и, наконец, $\bar{q}g$ -типа (третья и четвертая диаграммы рис. 6.2 с антикварком)

$$\begin{aligned} \sigma_4^{(3)} &= \frac{1}{3} J_N \frac{4\alpha^2\alpha_s}{3s_B^2} \sum_{\chi=+,-} \sum_{i,j=\gamma,Z} \sum_{q=u,d,s,c,b} \Pi^i \Pi^{j*} \chi \lambda_{q\chi}^{i,j} \lambda_{l\chi}^{i,j} (t_B^2 + \chi u_B^2) \times \\ &\times \int_{x_2^B}^1 d\eta f_{\bar{q}}^A(x_1^B, Q^2) f_g^B\left(\frac{x_2^B}{\eta}, Q^2\right) S_\chi(t_B \leftrightarrow u_B). \end{aligned} \quad (6.47)$$

Кварковая массовая сингулярность, естественно, устраняется в них тем же способом, что и в сечении $\sigma_1^{(3)}$.

6.4 Численные результаты для КХД-поправок

Набор предписаний для последующих численных оценок совпадает с приведенным в главе 5. Далее, используя FORTRAN-программу READY, исследуется влияние КХДП и IGE на дифференциальные сечения процесса (4.1). Предметом численной оценки будут относительные поправки к трижды дифференциальным борновским сечениям $\sigma_0^{(3)}$, которые показаны на рис. 5.8 как функции M , y , ψ , \sqrt{S} .

Прежде всего численно продемонстрируем независимость результатов КХДП от нефизических параметров: ω и кварковых масс. Для примера возьмем значения $\sqrt{S}=14$ ТэВ, $M = 2$ ТэВ, $y = \psi = 0$ и современные партонные

распределения MSTW2008 [255]. В таблице 6.1 приведены относительные поправки, обусловленные отдельными вкладками КХДП и полная относительная поправка

$$\delta_{qq} = \sigma_{qq}^{(3)}/\sigma_0^{(3)} \quad (6.48)$$

к борновскому дифференциальному сечению, где

$$\sigma_{qq}^{(3)} = \sigma_{\text{fin}}^{(3)} + \sigma_R^{(3),u_1\text{-peak}} + \sigma_R^{(3),z_1\text{-peak}} - \sigma_{\text{QS}}^{(3)}. \quad (6.49)$$

Таблица 6.1. Зависимость относительных поправок δ_{qq} от параметров ω (в ГэВ) и m_q при $\sqrt{S} = 14$ ТэВ, $M = 2$ ТэВ, $y = 0$, $\psi = 0$ и партонных распределениях MSTW2008 [255]

ω	m_q/m_u	δ_{fin}	$\delta_{\text{QS}}^{\text{soft}}$	$\delta_{LL}^{\text{hard}}$	$\delta_{\text{QS}}^{\text{hard}}$	$\delta_{\text{fin}} - \delta_{\text{QS}}^{\text{soft}}$	$\delta_{LL}^{\text{hard}} - \delta_{\text{QS}}^{\text{hard}}$	δ_{tot}
10	10.0	-5.6024	-7.7100	4.5893	6.3199	2.1076	-1.7306	0.3770
	1.0	-7.3746	-9.4868	5.9937	7.7243	2.1122	-1.7306	0.3815
	0.1	-9.1469	-11.2636	7.3980	9.1286	2.1167	-1.7306	0.3861
1	10.0	-9.0318	-13.7626	7.9905	12.3456	4.7309	-4.3551	0.3758
	1.0	-11.8625	-16.5938	10.4443	14.7994	4.7313	-4.3551	0.3762
	0.1	-14.6932	-19.4250	12.8982	17.2533	4.7318	-4.3551	0.3767
0.1	10.0	-12.4611	-20.8940	11.4170	19.4737	8.4329	-8.0567	0.3762
	1.0	-16.3503	-24.7833	14.9284	22.9852	8.4329	-8.0567	0.3762
	0.1	-20.2395	-28.6725	18.4399	26.4966	8.4330	-8.0567	0.3763
0.01	10.0	-15.8905	-29.0863	14.8461	27.6656	13.1958	-12.8196	0.3763
	1.0	-20.8382	-34.0340	19.4159	32.2355	13.1958	-12.8196	0.3763
	0.1	-25.7858	-38.9817	23.9858	36.8053	13.1959	-12.8196	0.3763
0.001	10.0	-19.3198	-38.3373	18.2754	36.9166	19.0175	-18.6412	0.3763
	1.0	-25.3260	-44.3435	23.9037	42.5450	19.0175	-18.6412	0.3763
	0.1	-31.3322	-50.3497	29.5321	48.1733	19.0175	-18.6412	0.3763

Хорошо видно, что при $\omega \leq 0.1$ ГэВ поправка δ_{qq} не зависит от m_q во всем исследованном интервале изменения кварковых масс $0.1 \leq m_q/m_u \leq 10$, а что касается независимости результата от ω , то стабильная картина наблюдается начиная со значений $\omega=0.1$ ГэВ (и меньше).

Далее, в таблице 6.2 приведены полные относительные поправки δ_{tot} в виде суммы: $\delta_{\text{tot}} = \delta_{qq} + \delta_{\text{IGE}}$, где

$$\delta_{\text{IGE}} = \sigma_{\text{IGE}}^{(3)}/\sigma_0^{(3)}, \quad \sigma_{\text{IGE}}^{(3)} = \sum_{n=1}^4 (\sigma_n^{(3)} - \sigma_{n,\text{QS}}^{(3)}), \quad (6.50)$$

к дифференциальным борновским сечениям как функции M , y , ψ при значениях $\sqrt{S} = 14$ ТэВ, в кинематической области эксперимента CMS LHC. Из-за симметрии $\delta(-y, -\psi) = \delta(y, \psi)$ представлена только область $y > 0$.

Таблица 6.2. Зависимость поправок δ_{tot} от значений M , y и ψ при $\sqrt{S} = 14$ ТэВ и партонных распределениях MSTW2008 [255]

y	ψ	$M=1$ ТэВ	$M=2$ ТэВ	$M=3$ ТэВ	$M=5$ ТэВ
0.0	-0.8	0.320 - 0.134	0.376 - 0.086	0.442 - 0.068	0.625 - 0.054
0.0	-0.4	0.320 - 0.089	0.376 - 0.070	0.442 - 0.061	0.625 - 0.051
0.0	0.0	0.320 - 0.073	0.376 - 0.065	0.442 - 0.059	0.625 - 0.051
0.0	0.4	0.320 - 0.089	0.376 - 0.070	0.442 - 0.061	0.625 - 0.051
0.0	0.8	0.320 - 0.134	0.376 - 0.086	0.442 - 0.068	0.625 - 0.054
0.6	-0.8	0.456 - 0.267	0.504 - 0.171	0.582 - 0.145	0.770 - 0.163
0.6	-0.4	0.453 - 0.196	0.500 - 0.132	0.577 - 0.114	0.773 - 0.123
0.6	0.0	0.453 - 0.140	0.492 - 0.101	0.569 - 0.090	0.767 - 0.090
0.6	0.4	0.443 - 0.078	0.489 - 0.068	0.565 - 0.064	0.759 - 0.061
0.6	0.8	0.429 - 0.059	0.478 - 0.054	0.555 - 0.052	0.754 - 0.049
1.2	0.0	0.595 - 0.295	0.676 - 0.234	0.849 - 0.215	
1.2	0.4	0.596 - 0.205	0.677 - 0.161	0.850 - 0.147	
1.2	0.8	0.577 - 0.047	0.665 - 0.053	0.850 - 0.056	

Был проделан также расчет КХДП без упрощений, связанных с выделением ЛЛЧ (по формуле (6.6)). Заметим, что такой расчет требует гораздо большего времени для достижения хорошей точности результата при численном интегрировании. Тем не менее существенное различие было обнаружено только на краях кинематической области, где борновские сечения резко падают; этот эффект обусловлен влиянием фактора θ_D^R , ответственного за геометрию детектора, и не оказывает существенного влияния на интегральные характеристики (полные сечения или асимметрии).

Установлена слабая зависимость от выбора кварковых распределений CTEQ6L, CTEQ6M [257], MRST2004QED [254] и MSTW [255], которая, тем не менее, усиливается с ростом M (заметим, что значения $Q^2 > 10^7$ ГэВ² находятся за пределом кинематической области, которая была использована при построении распределений MRST2004QED, соответствующее предельное значение Q^2 распределений CTEQ6 гораздо выше и составляет 10^8 ГэВ², поэтому для анализа наблюдаемых величин при $M > 3$ ТэВ предпочтительно использовать именно их). Кстати заметим, что авторы [259] обнаруживали значительную разницу при выборе разных распределений; это не удивительно, поскольку современные подгонки функций распределения кварков более точно описывают структуру нуклонов и, следовательно, гораздо лучше согласованы между собой.

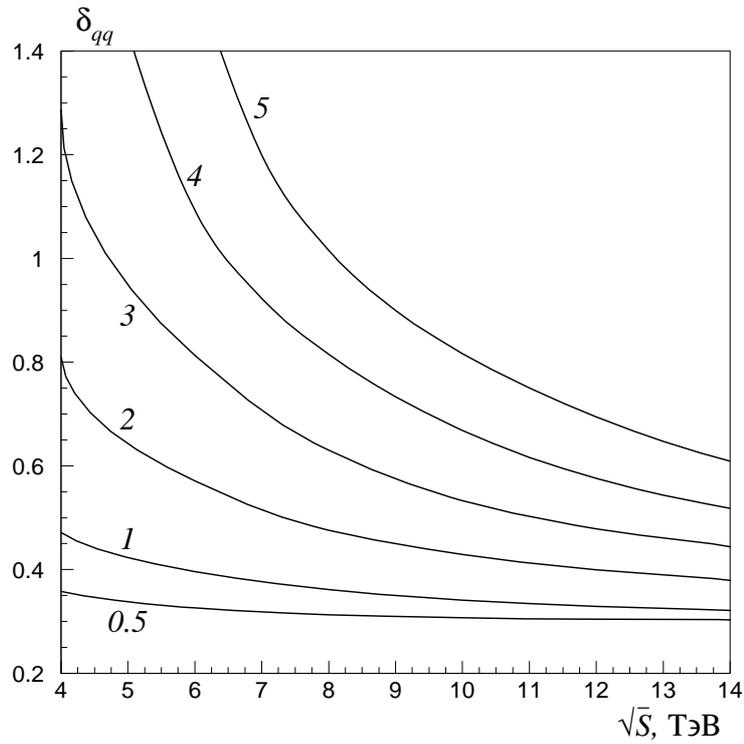


Рисунок 6.3 – Относительные поправки δ_{qq} к дифференциальному борновскому сечению как функции \sqrt{S} при различных M (в ТэВ, обозначены цифрами), $y = 0$ и $\psi = -0.4$.

Установлено также, что результат незначительно зависит от значения \sqrt{S} в центральной области по y и ψ при всех M , но на краях области по y и ψ вклад IGE существенно растет с ростом \sqrt{S} . Так, различие между поправкой δ_{IGE} при $\sqrt{S} = 10$ ТэВ и при максимальном $\sqrt{S} = 14$ ТэВ в точке $M = 1$ ТэВ, $y = 0$ и $\psi = -0.985$ составляет ~ 0.05 . Зависимость от значения \sqrt{S} при различных M иллюстрируется рис. 6.3.

Значения относительных поправок в IGE-части отрицательные из-за того, что QS-вклад доминирует над вкладом собственно IGE, иными словами: замена (6.44) обеспечивает пропорциональность поправок логарифмам $\ln(-u_B/M_{\text{sc}}^2)$ или $\ln(-t_B/M_{\text{sc}}^2)$, а они отрицательны при выборе $M_{\text{sc}} = M$.

Заключение о доминировании вкладов $q\bar{q}$ -типа над вкладом gq -типа, сделанное в работе [259], в целом подтверждается: в центральной области, где борновские сечения максимальны, вклады IGE значительно (в несколько раз по абсолютному значению) меньше, чем вклады КХДП (см. работу [21–А]), этот эффект усиливается с ростом M . В некоторых точках на краях кинематической области о доминировании КХДП над IGE не идет речи, отсюда следует необходимость включения рассматриваемых здесь вкладов в полные однопетлевые КХД-поправки к интегральным наблюдаемым величинам (сечениям и асимметриям).

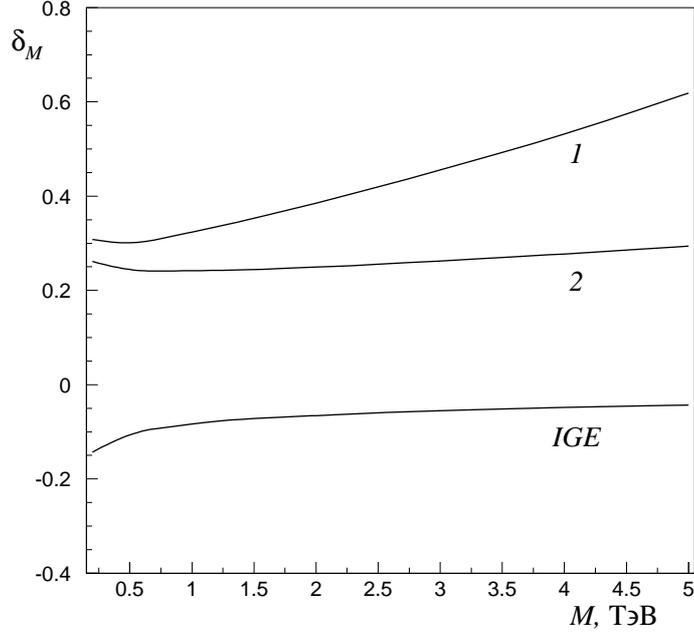


Рисунок 6.4 – Зависимость поправок к дифференциальному распределению по инвариантной массе от M (обозначения см. в тексте).

Наконец, на рис. 6.4 приведены различные вклады в относительную NLO КХД-поправку к дифференциальному распределению по инвариантной массе $\delta_M = (d\sigma_{\text{NLO}}/dM)/(d\sigma_0/dM)$ в области $0.2 \text{ ТэВ} < M < 5 \text{ ТэВ}$ с применением стандартных параметров СМ, кинематических ограничений и партонных распределений СТЕQ6М при $Q = M_{\text{sc}} = M$ (отметим, что снова результат очень слабо зависит от выбора схемы распределений).

Соответствующая поправка, рассчитанная с помощью кода PHOZPRMS [259], приведена в [267], масштаб величин там примерно такой же, но не наблюдается резкого роста поправки с увеличением M , как на кривой 1 рис. 6.4. Индексом IGE на рис. 6.4 обозначена поправка, соответствующая вкладу только лишь IGE; кривая 1 – поправка, соответствующая всем вкладам $q\bar{q}$ -типа с учетом вычитания кварковой массовой сингулярности согласно $\overline{\text{MS}}$ -схеме [250], как это сделано в работе [21–А]. Кривая 2 – поправка, соответствующая вкладам $q\bar{q}$ -типа с учетом простейшего вычитания кварковой массовой сингулярности в виде логарифма, типа DIS-результата [256]. Разница между вычитаемыми слагаемыми сечения в этих двух подходах – так называемый “хвост” из QS-слагаемого $q\bar{q}$ -типа $t(\eta) = [(-2 \ln(1 - \eta) - 1)/(1 - \eta)]_+$ (см. формулу (53) из [21–А] и предписание для операции $[\dots]_+$ из [225]), приводящий к очень существенному численному различию, которое, к тому же, увеличивается с ростом M . Этот эффект нетрудно объяснить математически, достаточно сказать, что интеграл по η от $t(\eta)$ пропорционален квадрату

логарифма от ω/M , что в условиях сокращения коллинеарной сингулярности делает его лидирующим вкладом в сечение. Обсуждаемая разница в применении разных схем нормировки партонных распределений обязательно должна быть скомпенсирована использованием соответствующей подгонки функций этих партонных распределений, чего, к сожалению, не наблюдается, в частности, в области больших M , где партонные распределения интерполируются без учета обсуждающегося эффекта.

6.5 Выводы

Максимальная проектная мощность коллайдера ЛНС предоставит уникальную возможность проводить поиски проявлений НФ на ТэВном масштабе энергии. Значительный интерес с этой точки зрения представляет изучение процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары. Поскольку “новая” физика, скорее всего, проявится как слабые отклонения от физики в рамках стандартной модели, важнейшей задачей представляется создание программы учета предсказаний КХД (аналитического описания и компьютерного кода), т.е. учета КХД-поправок, обеспечивающей одновременно хорошую точность и высокую скорость счета. Настоящая глава, основанная на работах [21–А] и [22–А], посвящена этой задаче.

Был произведен детальный расчет однопетлевых КХД-поправок, обусловленных вкладом глюонной вершины и глюонного тормозного излучения [21–А] и инверсным глюонным излучением [22–А]. Расчет произведен для трижды дифференциальных сечений, что дает возможность корректировать экспериментальные данные в любой кинематической точке (или области). Подробно обсуждается применение ведущего логарифмического приближения. Произведена разносторонняя (численная и аналитическая) проверка независимости результатов от нефизических параметров, присутствующих в расчете (максимальной энергии мягких глюонов и кварковых масс). Численный анализ предполагаемых эффектов, осуществленный с помощью FORTRAN программы READY, показывает значительный масштаб однопетлевых КХД-поправок в экспериментах по изучению на коллайдере ЛНС процесса Дрелла–Яна с большими инвариантными массами лептонной пары с учетом экспериментальных ограничений установки CMS.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Основные научные результаты диссертации

1. Разработана программа прецизионного учета полных однопетлевых и лидирующих двухпетлевых электрослабых радиационных поправок к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния (rcAPV) для современных экспериментов: E-158 (SLAC) [7–A], [12–A], MOLLER (JLab) [9–A], [12–A], [19–A], [20–A], [23–A], [24–A], [29–A] и для планируемых экспериментов на ILC [15–A], [17–A], [24–A], [29–A]. Результаты получены в аналитической (компактной) и независимо в точной (компьютерные коды) формах, успешно проведена сверка с результатами других групп [15–A], [19–A], [20–A], [24–A]. Численно и аналитически доказана независимость полученного результата от нефизических параметров [15–A], [20–A], [24–A] и независимость от ренормализационных условий в рамках схемы перенормировки на массовой поверхности [24–A], [29–A]. Проведен подробный численный анализ, который показывает значительный масштаб полученных эффектов: в кинематике экспериментов на SLAC и в JLab асимметрия понижается на $\sim 69\%$, для коллайдерной постановки при $\sqrt{s}=1$ ТэВ имеет место понижение на $\sim 60\%$. Исследована зависимость радиационных эффектов от экспериментальных ограничений: [20–A], [24–A], [29–A].
2. Рассчитаны двухпетлевые электрослабые радиационные поправки: квадрат однопетлевых вкладов и вкладов, образующих калибровочно-инвариантный набор двухпетлевых вершинных диаграмм и бозонных собственных энергий, к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния для эксперимента MOLLER (JLab) [25–A]–[28–A], [30–A]. Достигнуто согласие результатов для Q -части (двухпетлевого вклада, обусловленного квадратом однопетлевых диаграмм), полученных независимо с применением аналитических методов в компактной форме, удобной для анализа, и альтернативно, с использованием компьютерных кодов FeynArts, FormCalc, LoopTools и Form, что доказывает надежность проведенных расчетов: [25–A], [30–A]. Впервые проведен анализ физического вклада мнимой части амплитуды [25–A], [30–A]. Подробно разобрана структура относительной поправки к асимметрии, выработана новая эффективная методика сложения различных вкладов в наблюдаемую поляризационную асимметрию от одно- и двухпетлевых радиационных эффектов, которая позволяет контролировать точность учета радиационных эффектов: [30–A]. Численный

анализ показывает значительный масштаб полученных эффектов: в кинематике MOLLER асимметрия с учетом комбинированного эффекта одно- и двухпетлевых эффектов понижается на $\sim 65\%$, в то время как однопетлевой вклад давал понижение $\sim 69\%$: [25–A], [27–A], [30–A].

3. Разработан новый асимптотический метод, позволяющий получить компактные, удобные для анализа и быстрой оценки электрослабые поправки к различным типам диаграмм и, в то же время, обеспечить требуемую точность в области высоких энергий [10–A, 13–A, 14–A]. Проведенное отдельное исследование показывает хорошее согласие с результатами других групп (SANC, ZGRAD) для всех вкладов в ЭСП.
4. Произведен новый детальный расчет в ведущем логарифмическом приближении жесткого тормозного излучения фотонов [18–A], глюонов [21–A] и инверсного глюонного излучения [22–A] для процесса Дрелла–Яна и расчет жесткого тормозного излучения фотонов [24–A] для поляризационного мёллеровского рассеяния при произвольных энергиях.
5. Разработана программа быстрой и точной оценки однопетлевых электрослабых и КХД радиационных эффектов в процессе Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары (READY) для экспериментов на коллайдере LHC с учетом экспериментальных условий установки CMS [14–A], [16–A], [18–A]. Произведено полное описание возможностей программы READY, приведены все формулы для вкладов в сечения и кинематических ограничений: [16–A], [18–A]. Произведена разносторонняя (численная и аналитическая) проверка независимости результатов от нефизических параметров, присутствующих в расчете (максимальной энергии мягких фотонов и кварковых масс). Численный анализ, осуществленный с помощью READY, показывает значительный масштаб радиационных эффектов: [14–A], [16–A], [18–A]. Важнейшей опцией READY является использование трижды дифференциальных сечений, дающее возможность корректировать экспериментальные данные в любой кинематической точке (или области) [18–A], [21–A], [22–A].

Рекомендации по практическому использованию результатов

К практическому использованию рекомендуются:

1. Разработанная новая программа (аналитическое описание и компьютерный FORTRAN-код gcAPV) прецизионного учета однопетлевых (глава

2) и двухпетлевых (глава 3) электрослабых радиационных поправок к наблюдаемой поляризационной асимметрии мёллеровского рассеяния, которая с успехом была использована в эксперименте E-158 в Стэнфордском центре линейного ускорителя SLAC (глава 2). Планируется внедрение кода `gsAPV` в программу обработки данных готовящегося эксперимента MOLLER в Лаборатории им. Джефферсона JLab и для планируемых экспериментов на Международном линейном коллайдере ILC. Проведенные работы по 1) сверке результатов, полученных разными методами, 2) сверке с результатами других групп, 3) по тестам аналитической и численной независимости полученного результата от нефизических параметров и 4) независимости от ренормализационных условий в рамках схемы перенормировки на массовой поверхности, 5) анализу физического вклада мнимой части амплитуды, и, наконец, 6) детально проработанной реализации методики сложения различных вкладов в наблюдаемую поляризационную асимметрию показывают гибкость и надежность предлагаемой программы и гарантируют ее успешную реализацию в этих экспериментальных программах.

2. Разработанный новый асимптотический метод, позволяющий получить компактные, удобные для анализа и быстрой оценки электрослабые коррекции к различным типам диаграмм и, в то же время, обеспечить требуемую точность в области высоких энергий, с успехом примененный для расчета электрослабых радиационных поправок к наблюдаемым величинам процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах дилептона (глава 4), может быть применен для расчетов радиационных эффектов в целом ряду экспериментальных программ физики высоких энергий по изучению лептон-лептонного, лептон-адронного и адрон-адронного взаимодействия (например, для глубоконеупругого и упругого рассеяния лептонов на нуклонах, для рождения одиночных заряженных бозонов в адронных столкновениях, для реакции электрон-позитронной аннигиляции и т.д.). Гарантией надежности метода является специально проделанные исследования по сравнению с результатами других групп, которые показывают хорошее согласие для всех вкладов в ЭСП.
3. Программу (аналитическое описание и компьютерный FORTRAN-код `READY`) учета радиационного фона: электрослабых поправок (глава 5) и КХД-поправок (глава 6), в экспериментах по изучению процесса Дрелла–Яна при больших инвариантных массах лептонной пары, которая обеспечивает как хорошую точность, так и высокую скорость счета и удобна для экспериментаторов, планируется внедрить в программу

обработки данных будущих экспериментов на установке CMS коллайдера LHC, с учетом ее экспериментальных ограничений. Проведенные работы по 1) выделению и анализу ведущего логарифмического приближения, 2) взаимной сверке расчетов различными методами, 3) сверке с результатами других групп, 4) по тестам на аналитическую и численную независимость полученного результата от нефизических параметров (максимальной энергии мягких фотонов, мягких глюонов и кварковых масс), 5) представлению наблюдаемых величин в виде трижды дифференциальных сечений, показывают гибкость, удобство пользования и надежность предлагаемой программы и гарантируют ее успешную реализацию в экспериментальной программе CMS LHC.

БЛАГОДАРНОСТИ

Я хочу выразить глубокую благодарность профессору Николаю Максимовичу Шумейко за постоянную поддержку и крайне продуктивное общение. Я благодарен моим коллегам: И.В. Акушевичу, А.Г. Алексееву, Вик.В. Андрееву, А.Б. Арбузову, А.В. Афанасьеву, А.А. Бабичу, С.Г. Баркановой, П. Бостеду (P. Bosted), Ю.М. Быстрицкому, И.А. Голутвину, А.В. Зарубину, А.Н. Ильичеву, А.Л. Катаеву, Ю.Г. Коломенскому, К. Кумару (K. Kumar), Э.А. Кураеву, А.В. Ланеву, Н.П. Меренкову, В.А. Мосолову, С. Поццорини (S. Pozzorini), О.П. Соловцовой, Х.Г. Суаресу, С.В. Шматову и другим соавторам за обсуждение задач и помощь. Я искренне признателен членам группы SANC А.Б. Арбузову и С.Г. Бондаренко, и Д. Уокерот (D. Wackeroth) за возможность сравнить и согласовать с их численными оценками часть результатов, представленных здесь. Благодарю руководство НЦФЧВЭ (г. Минск), ОИЯИ (г. Дубна, Россия), CERN (г. Женева, Швейцария), SLAC (г. Стэнфорд, США), Университетов Акадиа и Мемориал (Канада) за гостеприимство во время визитов в эти научные центры и поддержку. Я признателен руководству БелГУТа за хорошие условия, созданные для научной работы.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Rubbia C. Experimental observation of the intermediate vector bosons W^\pm and Z^0 / C. Rubbia // Rev. Mod. Phys. – 1985. – Vol. 57. – P. 699–722.
2. Perl, M.L. Evidence for anomalous lepton production in e^+e^- – annihilation / M. L. Perl [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1975. – Vol. 35. – P. 1489–1492.
3. Kodama, K. Observation of tau neutrino interactions / DONUT Collaboration // Phys. Lett. B – 2001. – Vol. 504. – P. 218–224, FERMILAB-PUB-00-335-E, hep-ex/0012035.
4. Herb, S.W. Observation of a Dimuon Resonance at 9.5-GeV in 400-GeV Proton-Nucleus Collisions / Fermilab Collab. // Phys. Rev. Lett. – 1977. – Vol. 39. – P. 252–255.
5. Heinson, A. Top quark physics at the D0 experiment / D0 Collaboration. A. Heinson [et al.] // Proc. of X international workshop on high energy physics and quantum field theory. – Zvenigorod, Russia, 1995. – С. 99–111 [hep-ex/9601006].
6. Abe, F. Observation of top-quark production in anti-p p collisions / CDF Collaboration. F. Abe [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol. 74. – P. 2626–2631.
7. Ahmad, Q.R. Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory / SNO Collaboration // Phys. Rev. Lett. – 2002. – Vol. 89. – P. 011301, arXiv:nucl-ex/0204008.
8. Georges Aad. Observation of a New Particle in the Search for the Standard Model Higgs Boson with the ATLAS Detector at the LHC / ATLAS Collaboration // Phys. Lett. B – 2012. – Vol. 716. – P. 1–29, arXiv:1207.7214 [hep-ex].
Chatrchyan, S. Observation of a new boson at a mass of 125 GeV with the CMS Experiment at the LHC / CMS Collaboration // Phys. Lett. B – 2012. – Vol. 716. – P. 30–61, arXiv:1207.7235 [hep-ex].
9. Glashow, S.L. Partial-symmetries of weak interactions / S. L. Glashow // Nucl. Phys. – 1961. – Vol. 22. – P. 579–588.
10. Weinberg, S. A model of leptons / S. Weinberg // Phys. Rev. Lett. – 1967. – Vol. 19. – P. 1264–1266.
11. Salam, A. Elementary Particle Theory / A. Salam. – Stockholm, Ed: N. Svartholm Almquist and Wiksell, 1968. – 367 p.
12. Greiner, W. Quantum Chromodynamics / W. Greiner, A. Schäfer. – Springer, 1994. – 414 p.

13. Arnison, G. Experimental observation of isolated large transverse energy electrons with associated missing energy at $\sqrt{s} = 540$ GeV / G. Arnison [et al.] // Phys. Lett. B. – 1983. – Vol. 122. – P. 103–116.
14. Banner, M. Observation of single isolated electrons of high transverse momentum in events with missing transverse energy at the CERN anti-p p collider / M. Banner [et al.] // Phys. Lett. B. – 1983. – Vol. 122. – P. 476–485.
15. Arnison, G. Experimental observation of lepton pairs of invariant mass around 95 GeV/c² at CERN SPS collider / G. Arnison [et al.] // Phys. Lett. B. – 1983. – Vol. 126. – P. 398–410.
16. Bagnaia, P. Evidence for $Z_0 \rightarrow e^+e^-$ at the CERN anti-p p collider / P. Bagnaia [et al.] // Phys. Lett. B. – 1983. – Vol. 129. – P. 130–140.
17. Кляйн, Д.Б. Обнаружение нейтральных слабых токов / Д.Б. Кляйн, А. Манн, К. Руббин // УФН. – 1976. – Т. 120. – С. 97–130.
18. Yan, T.-M. Naive Drell–Yan and Its Successor / T.-M. Yan. – 1998. – 13 p. (Preprint / CLNS 98/1580) [hep-ph/9810268v1].
19. Christenson, J. H. Observation of muon pairs in high-energy hadron collisions / J. H. Christenson [et al.] // Phys. Rev. D. – 1972. – Vol. 8. – P. 2016–2034.
20. Drell, S.D. Massive Lepton Pair Production in Hadron-Hadron Collisions at High Energies / S.D. Drell, T.M. Yan. – SLAC, 1970 (Preprint / SLAC-PUB-0755); Phys. Rev. Lett. – 1970. – Vol. 25. – P. 316–320; Phys. Rev. Lett. – 1970. – Vol. 25. – P. 902 (erratum).
21. Drell, S.D. Partons and Their applications at high energies / S.D. Drell, T.M. Yan // Annals of Phys. – 1971. – Vol. 66. – P. 578–623.
22. Матвеев, В.А. Рождение мюонных пар в сильных взаимодействиях и асимптотические правила сумм / В.А. Матвеев, Р.М. Мурадян, А.Н. Тавхелидзе. – Дубна, 1969. – 23 с. (Препринт / ОИЯИ Р2-4543).
23. Palestini, S. Pion structure as observed in the reaction $\pi N \rightarrow \mu^+\mu^-X$ at 80 GeV/c / S. Palestini [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1985. – Vol. 55. – P. 2649–2661.
24. Badier, J. Experimental determination of the antiproton structure function by the Drell–Yan mechanism / J. Badier [et al.] // Phys. Lett. B. – 1980. – Vol. 96. – P. 422–433.
25. Berger, E.L. Probing gluon polarization in hadronic direct photon production / E. L. Berger, J. Qui // Phys. Rev. D. – 1989. – Vol. 40. – P. 778–786.

26. Cheng, H.-Y. Spin asymmetry in proton-proton collisions as a probe of sea and gluon polarization in a photon / H.-Y. Cheng, S.-N. Lai // Phys. Rev. D. – 1989. – Vol. 41. – P. 95–99.
27. Kunszt, Z. Determination of the mass of the W boson / Z. Kunszt [et al.] // Proc. of the 2nd CERN Workshop on LEP2 Physics, CERN Yellow Report-96-01. – CERN, 1996. – P. 101–122.
28. Abbott, B. A Measurement of the W Boson Mass / D0 Collaboration. Abbott B. [et al.]. – 1997. – 48 p. (Preprint / hep-ex/9712029).
29. Keller, S. Measurement of the W Boson Mass at the LHC / S. Keller, J. Womersley. – 1997. – 7 p. (Preprint hep-ph/9711304v2).
30. Heusch, C.A. The international linear collider in its electron-electron version / C.A. Heusch // Int. J. Mod. Phys A. – 2005. – Vol. 20. – P. 7289–7293.
31. Heusch, C.A. The electron electron version of the linear collider - A millennium update / C.A. Heusch // Int. J. Mod. Phys. A. – 2000. – Vol. 15. – P. 2347–2353.
32. Heusch, C.A. Electron-electron collisions at the international linear collider / C.A. Heusch // Int. J. Mod. Phys A. – 2003. – Vol. 18. – P. 2733–2737.
33. Anselmino, M. The Theory and Phenomenology of Polarized Deep Inelastic Scattering / M. Anselmino, A. Efremov, E. Leader. – CERN, 1994. – 139 p. – (Preprint/CERN-TH.7216/94).
34. Фосс, Р. Кварк-спиновая структура нуклона: 20 лет сотрудничества ОИЯИ-ЦЕРН / Р. Фосс // УФН. – 1996. – Т. 166, № 9. – С. 927–942.
35. Bjorken, J.D. Inelastic electron-proton and γ -proton scattering and the structure of the nucleons / J.D. Bjorken, E.A. Pashos // Phys. Rev. Lett. – 1969. – Vol. 18, № 5. – P. 1975–1982.
36. Feynman, R.P. Very high-energy collisions of hadrons / R.P. Feynman // Phys. Rev. Lett. – 1969. – Vol. 23. – P. 1415–1417.
37. Фейнман, Р. Взаимодействие фотонов с адронами / Р. Фейнман. – Москва: Мир, 1975. – 340 с.
38. Bjorken, J.D. Inequality for electron and muon scattering from nucleons / J.D. Bjorken // Phys. Rev. Lett. – 1969. – Vol. 16, № 10. – P. 408–410.
39. Fritzsche, H. Advantages of the color octet gluon picture / H. Fritzsche, M. Gell-Mann, H. Leutwyler // Phys. Lett. B. – 1973. – Vol. 47. – P. 365–370.
40. Nambu, Y. Preludes in theoretical physics // Y. Nambu. – Amsterdam: North-Holland, 1966. – 103 p.
41. Politzer, H.D. Reliable perturbative results for strong interactions? / H.D. Politzer // Phys. Rev. Lett. – 1973. – Vol. 30. – P. 1346–1349.

42. Gross, D.J. Asymptotically free gauge theories / D.J. Gross, F. Wilczek // 1. Phys. Rev. D. – 1973. – Vol. 8. – P. 3638–3651; 2. Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 9. – P. 980–982.
43. Altarelli, G. Asymptotic freedom in parton language / G. Altarelli, G. Parisi // Nucl. Phys. B. – 1977. – Vol. 126. – P. 298–313.
44. Alguard, M.J. Deep inelastic scattering of polarized electrons on polarized protons / M.J. Alguard [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1976. – Vol. 37. – P. 1261–1265.
45. Alguard, M.J. Deep inelastic scattering e-p asymmetry measurements and comparison with Bjorken sum rule and models of proton spin structure / M.J. Alguard [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1978. – Vol. 41. – P. 70–73.
46. Ashman, J. Measurement of the spin asymmetry and determination of the structure function g_1 in deep inelastic muon-proton scattering / J. Ashman [et al.] // Phys. Lett. B. – 1988. – Vol. 206. – P. 364–370.
47. Ashman, J. An investigation of the spin structure of the proton in deep inelastic scattering of polarized muons on polarized protons / J. Ashman [et al.] // Nucl. Phys. B. – 1989. – Vol. 328. – P. 1–35.
48. Ellis, J. Sum rule for deep inelastic electroproduction from polarized protons / J. Ellis, R.L. Jaffe // Phys. Rev. D. – 1974. – Vol. 9. – P. 1414–1423.
49. Adams, D. Measurement of the spin dependent structure function $G_1(x)$ of the proton / SMC Collaboration. D. Adams [et al.] // Phys. Lett. B. – 1994. – Vol. 329. – P. 399–406.
50. Adams, D. A new measurement of spin dependent structure function $G_1(x)$ of the deuteron / SMC Collaboration. D. Adams [et al.]. – CERN, 1995. – 12 p. (Preprint / CERN-PRE/95-97).
51. Adams, D. Spin structure of the proton from polarized inclusive deep inelastic muon-proton scattering / SMC Collaboration. D. Adams [et al.]. – CERN, 1997. – 53 p. (Preprint / CERN-PPE/97-22).
52. Anthony, P.L. Determination of the nucleon structure function / E142 Collaboration. P. L. Anthony [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1993. – Vol. 71. – P. 959–962.
53. Abe, K. Precision measurement of proton spin structure function g_1^p / E143 Collaboration. K. Abe [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol. 74. – P. 346–350.
54. Abe, K. Precision measurement of deuteron spin structure function g_1^d / E143 Collaboration. K. Abe [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol. 75. – P. 25–28.

55. Abe, K. Measurement of the proton and deuteron spin structure function g_2 and asymmetry A_2 / E143 Collaboration. Abe K. [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1995. – Vol. 76. – P. 587–591.
56. Abe, K. Next-to-Leading Order QCD Analysis of Polarized Deep Inelastic Scattering Data / E154 Collaboration. Abe K. [et al.]. – 1997. – 12 p. (Preprint / hep-ph/9705344).
57. Ackerstaff, K. Measurement of the Neutron Spin Structure Function g_1^n with a Polarized ^3He Internal Target / The HERMES Collaboration. Ackerstaff K. [et al.]. – 1997. – 12 p. (Preprint / hep-ex/9703005).
58. Abbon, P. The COMPASS experiment at CERN / P. Abbon [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2007. – Vol. 577. – P. 455–518 [hep-ex/0703049].
59. Jaffe, R.L. The g_1 problem: fact and fantasy on the spin of the proton / R.L. Jaffe, A. Manohar // Nucl. Phys. B. – 1990. – Vol. 337. – P. 509–546.
60. Ellis, J. Analysis of data on polarized lepton-nucleon scattering / J. Ellis, M. Karliner. – CERN, 1993. – 13 p. (Preprint/CERN-TH-6898/93)
61. Windmoldens, R. The spin-dependent structure functions of the nucleon / R. Windmoldens // Int. J. Mod. Phys. A. – 1992. – Vol. 7. – P. 639–658.
62. Ансельмино, М. О возможном разрешении “спинового кризиса” в партоновой модели / М. Ансельмино, Б. Л. Иоффе, Э. Лидер // ЯФ. – 1989. – Т. 49. – С. 214–222.
63. Hollik, W. Radiative corrections in the standard model and their role for precision tests of the electroweak theory / W. Hollik // Fortschr. Phys. – 1990. – Vol. 38. – P. 165–260.
64. Böhm, M. On the 1-loop renormalization of the electroweak standard model and its application to leptonic processes / M. Böhm, H. Spiesberger, W. Hollik // Forsch. Phys. – 1986. – Vol. 34. – P. 687–751.
65. Denner, A. Techniques for the calculation of electroweak radiative corrections at the one-loop level and results for W -physics at LEP200 / A. Denner // Fortschr. Phys. – 1993. – Vol. 41. – P. 307–419.
66. Kobayashi, M. CP Violation in the Renormalizable Theory of Weak Interaction / M. Kobayashi, K. Maskawa // Prog. Theor. Phys. – 1973. – Vol. 49. – P. 652–657.
67. Maki, Z. Remarks on the unified model of elementary particles / Z. Maki, M. Nakagawa, S. Sakata // Prog. Theor. Phys. – 1962. – Vol. 28. – P. 870–880.
68. Higgs, P.W. Broken symmetries, massless particles and gauge fields / P.W. Higgs // Phys. Lett. – 1964. – Vol. 12. – P. 132–133.
69. Mattig, P. The structure of jets in e^+e^- collisions / P. Mattig // Phys. Rep. – 1989. – Vol. 177. – P. 141–317.

70. Киселев, А.Б. Рождение адронов в жестких процессах / А.Б. Киселев, В.А. Петров // ЭЧАЯ. – 1988. – Т. 719. – С. 91–110.
71. Georgi, H. Unity of All Elementary Particle Forces / H. Georgi, S. L. Glashow // Phys. Rev. Lett. – 1974. – Vol. 32. – P. 438–441.
72. Shiozawa, M. Search for proton decay via $p \rightarrow e^+\pi_0$ in a large water Cherenkov detector / Super-Kamiokande Collab. M. Shiozawa [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1998. – Vol. 81. – P. 3319–3323, arXiv:hep-ex/9806014.
73. Wess, J. A Lagrangian Model Invariant Under Supergauge Transformations / J. Wess, B. Zumino // Phys. Lett. B. – 1974. – Vol. 49. – P. 52–60.
74. Tomonaga, S. On a relativistically invariant formulation of the quantum theory of wave fields / S. Tomonaga // Prog. Theor. Phys. – 1946. – Vol 1. – P. 27–42.
75. Dyson, F.J. The Radiation theories of Tomonaga, Schwinger, and Feynman / F.J. Dyson // Phys. Rev. – 1949. – Vol. 75. – P. 486–502.
76. Brown, L.M. Radiative corrections to Compton scattering / L.M. Brown, R.P. Feynman // Phys. Rev. – 1952. – Vol. 85. – P. 231–244.
77. Kroll, N.M. Radiative Corrections to the Hyperfine Structure and the Fine Structure Constant / N.M. Kroll, F. Pollock // Phys. Rev. – 1951. – Vol. 84. – P. 594–595.
78. Schwinger, J. On Radiative Corrections to Electron Scattering / J. Schwinger // Phys. Rev. – 1949. – Vol. 75. – P. 898–899.
79. 't Hooft, G. Renormalization of massless Yang-Mills fields / G. 't Hooft // Nucl. Phys. B. – 1971. – Vol. 33. – P. 173–199.
80. 't Hooft, G. Renormalizable lagrangians for massive Yang–Mills fields / G. 't Hooft // Nucl. Phys. B. – 1971. – Vol. 35. – P. 167–188.
81. Высоцкий, М.И. Электрослабые радиационные поправки в распадах Z-бозона / М.И. Высоцкий [и др.] УФН. – 1996. – Т. 166, № 5. – С. 539–574.
82. Bardin, D. The Standard Model in the Making: Precision Study of the Electroweak Interactions / D. Bardin, G. Passarino. – Oxford University Press, USA, 1999. – 704 pp.
83. 't Hooft, G. Regularization and renormalization of gauge fields / G. 't Hooft, M. Veltman // Nucl. Phys. B. – 1972. – Vol. 44. – P. 189–213.
84. Bollini, C.G. Dimensional renormalization: the number of dimensions as a regularizing parameter / C.G. Bollini, J.J. Giambari // Nuovo Cimento. B. – 1972. – Vol. 12. – P. 259–264.
85. Marciano, W.J. Dimensional regularization of infrared divergences / W.J. Marciano, A. Sirlin // Nucl. Phys. B. – 1975. – Vol. 88. – P. 86–98.

86. 't Hooft, G. Dimensional regularization and the renormalization group / G. 't Hooft // Nucl. Phys. B. – 1973. – Vol. 61. – P. 455–468;
87. 't Hooft, G. An algorithm for the poles at dimension four in the dimensional regularization procedure G. 't Hooft // Nucl. Phys. B. – 1973. – Vol. 62. – P. 444–460.
88. Ross, D. Renormalization Of A Unified Theory Of Weak And Electromagnetic Interactions / D. Ross, J. Taylor // Nucl. Phys. B. – 1973. – Vol. 51. – P. 125–144, Nucl. Phys. B. – 1973. – Vol. 58. – P. 643.
89. Sirlin, A. Radiative corrections in the $SU_L(2) \times U(1)$ theory: a simple renormalization framework / A. Sirlin // Phys. Rev. D. – 1980. – Vol. 22. – P. 971–981.
90. Marciano, W.J. Radiative corrections to neutrino-induced neutral current phenomena in $SU_L(2) \times U(1)$ theory / W.J. Marciano, A. Sirlin // Phys. Rev. D. – 1980. – Vol. 22. – P. 2695–2717.
91. Bardin, D. Yu. On the lowest order electroweak corrections to spin $\frac{1}{2}$ fermion scattering. I. The one-loop diagramms. / D.Yu. Bardin, P.Ch. Christova, O.M. Fedorenko // Nucl. Phys. B. – 1980. – Vol. 175. – P. 435–461.
92. Bardin, D.Yu. On the lowest order electroweak corrections to spin $\frac{1}{2}$ fermion scattering. II. The one-loop amplitudes. / D.Yu. Bardin, P.Ch. Christova, O.M. Fedorenko // Nucl. Phys. B. – 1982. – Vol. 197. – P. 1–44.
93. Aoki, K.I. Electroweak theory / K.I. Aoki [et al.] // Suppl. Progr. Theor. Phys. – 1982. – Vol. 73. – P. 1–225.
94. Kahane, J. Radiative corrections to $\pi - e$ scattering / J. Kahane // Phys. Rev. B. – 1964. – Vol. 135. – P. 975–1004.
95. Van Nieuwenhuizen, P. Muon-electron scattering cross section to order α^3 / P. van Nieuwenhuizen // Nucl. Phys. B. – 1971. – Vol. 28. – P. 429–454.
96. Mo, L.W. Radiative corrections to elastic and inelastic ep and μp scattering / L.W. Mo, Y.S. Tsai // Rev. Mod. Phys. – 1969. – Vol. 41. – P. 205–235.
97. Tsai, Y.S. Radiative corrections to electron scattering / Y.S. Tsai. – SLAC, 1971. – 59 p. (Preprint / SLAC-PUB-848).
98. Bloom, E.D. High-energy inelastic ep scattering at 6° and 10° / E.D. Bloom [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1969. – Vol. 23, № 16. – P. 930–934.
99. Breidenbach, M. Observed behavior of highly inelastic electron-proton scattering / M. Breidenbach [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 1969. – Vol. 23, № 16. – P. 935–939.
100. Gordon, B.A. Measurment of the nucleon structure function / B.A. Gordon [et al.] // Phys. Rev. D. – 1979. – Vol. 20, № 11. – P. 2645–2691.

101. Aubert, J.J. Measurement of the proton structure function F_2 in muon-hydrogen interactions at 120 and 280 GeV / J.J. Aubert, G. Bassompierre [et al.] // Phys. Lett. B. – 1981. – Vol. 105, № 4. – P. 315–321.

102. Кужир, П.П. О двух подходах к расчету радиационных поправок в глубоконеупругом lN -рассеянии / П.П. Кужир, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1992. – Т. 55. – С. 1958–1962.

103. Бардин, Д.Ю. О точном вычислении электромагнитной поправки низшего порядка к упругому рассеянию / Д.Ю. Бардин, Н.М. Шумейко. – Дубна, 1976. – 20 с. (Препринт / ОИЯИ Р2-10113).

104. Бардин, Д.Ю. Точное вычисление радиационной поправки низшего порядка к процессам рассеяния точечных частиц со спинами 0 и 1/2 / Д.Ю. Бардин, О.М. Федоренко, Н.М. Шумейко. – Дубна, 1976. – 16 с. (Препринт / ОИЯИ Р2-10114).

105. Bardin, D.Yu. On an exact calculation of the lowest - order electromagnetic correction to the point particle elastic scattering / D.Yu. Bardin, N.M. Shumeiko // Nucl. Phys. B. – 1977. – Vol. 127. – P. 242–258.

106. Ахундов, А.А. Электромагнитные поправки к глубоконеупругому $\mu - p$ рассеянию / А.А. Ахундов, Д.Ю. Бардин, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1977. – Т. 26. – С. 1251–1257.

107. Akhundov, A.A. Electromagnetic corrections to deep inelastic lepton-nucleon scattering at high energies. 1. Contribution of the radiative tail of elastic peak / A.A. Akhundov, D.Yu. Bardin, N.M. Shumeiko. – Dubna, 1976. – 24 p. (Preprint / JINR E2-10147).

108. Akhundov, A.A. Electromagnetic corrections to deep inelastic lepton-nucleon scattering at high energies. 2. Corrections to continuous spectrum / A.A. Akhundov, D.Yu. Bardin, N.M. Shumeiko. – Dubna, 1976. – 28 p. (Preprint / JINR E2-10205).

109. Krienen, F. An experiment to extend the inclusive deep inelastic muon scattering of hydrogen and deuterium to the highest energies and four-momentum transforms available at the SPS / F. Krienen [et al.]. – Geneve, 1974. – 19 p. (Preprint / CERN SPSC: 74-79).

110. Bollini, D. A measurement of the nucleon structure function from muon-carbon deep inelastic scattering at high Q^2 / D. Bollini, P.L. Frabetti [et al.] // Phys. Lett. B. – 1981. – Vol. 140, № 5. – P. 403–408.

111. Федоров, Ф.И. Группа Лоренца / Ф.И. Федоров. – Москва : Наука, 1979. – 384 с.

112. Кухто, Т.В. Электромагнитные эффекты в глубоконеупругом рассеянии поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах / Т.В. Кухто, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1982. – Т. 36. – С. 707–721.

113. Kukhto, T.V. Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons on polarized nucleons / T.V. Kukhto, N.M. Shumeiko // Nucl. Phys. B. – 1983. – Vol. 219. – P. 412–436.
114. Shumeiko, N.M. Radiative corrections and measurable observables in deep inelastic polarized lepton-nucleon scattering / N.M. Shumeiko // Nucl. Phys. Proc. Suppl. B. – 1992. – Vol. 29A. – P. 236–246.
115. Акушевич, И.В. Радиационные эффекты в электрослабых взаимодействиях поляризованных лептонов и нуклонов / И.В. Акушевич, Т.В. Кухто // ЯФ. – 1990. – Т. 52. – С. 1442–1446.
116. Akushevich, I.V. Radiative effects in Ellis-Jaffe sum rule and structure function g_1 / I.V. Akushevich, T.V. Kukhto // Acta Phys. Pol. B. – 1991. – Vol. 22. – P. 771–784.
117. Akushevich, I.V. The radiative tail from elastic peak to deep inelastic scattering of polarized particles within standard electroweak theory / I.V. Akushevich, T.V. Kukhto, F. Pacheco // J. Phys. G. – 1992. – Vol. 18. – P. 1737–1746.
118. Akushevich, I.V. Radiative effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized light nuclei / I.V. Akushevich, N.M. Shumeiko // J. Phys. G. – 1994. – Vol. 20. – P. 513–531.
119. Шумейко, Н.М. О приближенном вычислении электромагнитных поправок к глубококонепругому $l-N$ рассеянию / Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1979. – Т. 29. – С. 1571–1580.
120. Сороко, А.В. Радиационные эффекты в глубококонепругом лептон-нуклонном рассеянии в полуинклюзивной постановке эксперимента / А.В. Сороко, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1989. – Т. 49. – С. 1348–1358.
121. Сороко, А.В. Радиационные эффекты в полуинклюзивном глубококонепругом рассеянии поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах / А.В. Сороко, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1991. – Т. 53. – С. 1015–1020.
122. Akushevich, I. Radiative effects in the processes of hadron electroproduction / I. Akushevich, N. Shumeiko, A. Soroko // Eur. Phys. J. C. – 1999. – Vol. 10. – P. 681–687 [hep-ph/990332].
123. Shumeiko, N.M. The lowest order total electromagnetic correction to the deep inelastic scattering of polarized leptons on polarized nucleons / N.M. Shumeiko, S.I. Timoshin // J. Phys. G. – 1991. – Vol. 17. – P. 1145–1157.
124. Baur, U. QED radiative corrections to Z boson production and the forward-backward asymmetry at hadron colliders / U. Baur, S. Keller, W. K. Sakumoto // Phys. Rev. D. – 1998. – Vol. 57. – P. 199–215 [hep-ph/9707301v1].

125. Shumeiko, N.M. Two-photon creation of low-mass e^+e^- pairs in $p\bar{p}$ collisions at Tevatron energy / N.M. Shumeiko, A.V. Soroko, P.M. Starovoitov // J. Phys. G. – 2001. – Vol. 27. – P. 1735–1742.
126. Akushevich, I. POLRAD2.0 FORTRAN code for the radiative corrections calculation to deep inelastic scattering of polarized particles / I. Akushevich [et al.]. // Comput. Phys. Commun. – 1997. – Vol. 104. – P. 201–244.
127. Akushevich, I. RADGEN 1.0. Monte Carlo Generator for Radiative Events in DIS on Polarized and Unpolarized Targets / I. Akushevich, H. Boettcher, D. Ryckbosch // Workshop “Monte Carlo Generators for HERA Physics”, Hamburg, 1998/99. – С. 99–111 [hep-ph/9906408].
128. Akushevich, I. Radiative effects in processes of diffractive vector meson electroproduction / I. Akushevich // Eur. Phys. J. C. – 1999. – Vol. 8. – P. 457–463 [hep-ph/9808309].
129. Akushevich, I. QED radiative correction to spin-density matrix elements in exclusive vector meson production / I. Akushevich, P. Kuzhir // Phys. Lett. B. – 2000. – Vol. 474. – P. 411–415.
130. Afanasev, A.V. Model independent radiative corrections in processes of polarized electron nucleon elastic scattering / A.V. Afanasev, I.V. Akushevich, N.P. Merenkov // Phys. Rev. D. – 2001. – Vol. 64. – P. 113009–113019.
131. Afanasev, A.V. QED radiative corrections to asymmetries of elastic ep scattering in hadronic variables / A.V. Afanasev [et al.] // Phys. Lett. B. – 2001. – Vol. 514. – P. 269–278.
132. Spiesberger, H. QED radiative corrections for the parton distributions / H. Spiesberger // Phys. Rev. D. – 1995. – Vol. 52, № 9. – P. 4936–4940. [hep-ph/9412286].
133. Кураев, Э.А. О радиационных поправках к e^+e^- аннигиляции в одиночный фотон при высоких энергиях / Э.А. Кураев, В.С. Фадин // ЯФ. – 1985. – Т. 41. – С. 733–742.
134. Кураев, Э.А. Вычисление радиационных поправок к сечению электрон-нуклонного рассеяния методом структурных функций / Э.А. Кураев, Н.Р. Меренков, В.С. Фадин // ЯФ. – 1988. – Т. 47. – С. 1593–1601.
135. Кураев, Э.А. Эффективный комптоновский тензор с тяжелым фотоном / Э.А. Кураев, Н.Р. Меренков, В.С. Фадин // ЯФ. – 1987. – Т. 45. – С. 782–789.
136. Akushevich, I.V. Compton tensor with heavy photon in the case of longitudinally polarized fermion / I.V. Akushevich, A.B. Arbuzov, E.A. Kuraev // Phys. Lett. B. – 1998. – Vol. 432. – P. 222–229.

137. Akushevich, I. QED correction to radiative tail from elastic peak in DIS / I. Akushevich, E. Kuraev, B. Shaikhatdenov // Phys. Rev. D. – 2000. – Vol. 62. – P. 53016–53025.
138. Akhundov, A.A. Contribution of the Radiative Tail From the Elastic Peak to Deep Inelastic Scattering at HERA / A.A. Akhundov [et al.] // Z. Phys. – 1990. – Vol. C45. – P.645–661.
139. Fujimoto, J. Radiative corrections to e^+e^- reactions in electroweak theory / J. Fujimoto [et al.] // Suppl. Progr. Theor. Phys. – 1990. – Vol. 100. – P. 1–379.
140. Bohm, M. Radiative corrections to Bhabha scattering at high energies (I). Virtual and soft photon corrections / M. Bohm, A. Denner, W. Hollik // Nucl. Phys. B. – 1988. – Vol. 304. – P. 687–711.
141. Berends, F.A. Radiative corrections to Bhabha scattering at high energies (II). Hard photon corrections and Monte Carlo treatment / F.A. Berends, R. Kleiss, W. Hollik // Nucl. Phys. B. – 1988. – Vol. 304. – P. 712–748.
142. Bohm, M. Electroweak radiative corrections to $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma$ / M. Bohm, T. Sack // Z. Phys. C. – 1986. – Vol. 33. – P. 157–165.
143. Bohm, M. Electroweak radiative corrections to $e^+e^- \rightarrow \gamma Z^0$ / M. Bohm, Th. Sack // Z. Phys. C. – 1987. – Vol. 35. – P. 119–128.
144. Denner, A. Electroweak radiative corrections to $e^+e^- \rightarrow Z^0 Z^0$ / A. Denner, T. Sack // Nucl. Phys. B. – 1988. – Vol. 306. – P. 221–238.
145. Denner, A. The top width / A. Denner, T. Sack // Nucl. Phys. B. – 1991. – Vol. 358. – P. 46–58.
146. Bohm, M. Electroweak radiative corrections to $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ / M. Bohm [et al.] // Nucl. Phys. B. – 1988. – Vol. 304. – P. 463–499.
147. Denner, A. Leading electroweak logarithms at the loop / A. Denner, S. Pozzorini // Proc. of the 5th Int. Symposium on radiative corrections RADCOR-2000. – Carmel CA, USA, 2000. – p. 99–115. [hep-ph/0101213].
148. Denner, A. Radiative corrections to $ZZ \rightarrow ZZ$ / A. Denner, S. Dittmaier, T. Hahn // Phys. Rev. D. – 1997. – Vol. 56. – P. 117–134.
149. Denner, A. Radiative corrections to $W^+W^- \rightarrow W^+W^-$ / A. Denner, T. Hahn // Nucl. Phys. B. – 1998. – Vol. 525. – P. 27–50.
150. Mosolov, V.A. Electromagnetic effects in Drell–Yan processes / V.A. Mosolov, N.M. Shumeiko // Nucl. Phys. B. – 1981. – Vol. 186, P. 397–411.
151. Мосолов, В.А. Электромагнитные эффекты в процессах Дрелла–Яна / В.А. Мосолов, Н.М. Шумейко // Доклады АН БССР. – 1981. – Т. XXV, № 3. – С. 221–224.

152. Сороко, А.В. Об электромагнитных поправках к процессам Дрелла–Яна в кварк-партонной модели / А.В. Сороко, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1990. – Т. 52. – С. 514–523.
153. Berends, F.A. Hard photon effects in W^\pm and Z_0 / F.A. Berends, R. Kleiss // Z. Phys. C. – 1985. – Vol. 27. – P. 365–372.
154. Wackerth, D. Electroweak radiative corrections to resonant charged gauge boson production / D. Wackerth, W. Hollik // Phys. Rev. D. – 1997. – Vol. 55. – P. 6788–6818.
155. Baur, U. Electroweak radiative corrections to W boson production in hadronic collisions / U. Baur, S. Keller, D. Wackerth // Phys. Rev. D. – 1999. – Vol. 59, 013002. – P. 1–38. [hep-ph/9807417].
156. Dittmaier, S. Electroweak radiative corrections to W -boson production at hadron colliders / S. Dittmaier, M. Kramer. – DESY, 2001. – 37 p. – (Preprint / 01-121). [hep-ph/0109062v1].
157. Arbuzov, A. One-loop corrections to the Drell–Yan process in SANC. (I). The charged current case / A. Arbuzov [et al.] // Eur. Phys. J. C. – 2006. – Vol. 46. – P. 407–412. (Erratum-ibid. Eur. Phys. J. C. – 2007. – Vol. 50. – P. 505.)
158. Baur, U. Electroweak radiative corrections to neutral-current Drell–Yan process at hadron colliders / U. Baur [et al.] // Phys. Rev. D. – 2002. – Vol. 65, 033007, P. 1–19. [hep-ph/0108274].
159. Arbuzov, A. One-loop corrections to the Drell–Yan process in SANC. (II). The neutral current case / A. Arbuzov [et al.] // Eur. Phys. J. C. – 2008. – Vol. 54. – P. 451–460, arXiv:0711.0625 [hep-ph].
160. Denner, A. Electroweak radiative corrections to polarized Møller scattering at high energies / A. Denner, S. Pozzorini // Eur. Phys. J. C. – 1999. – Vol. 7. – P. 185–195, [hep-ph/9807446].
161. Bardin, D.Yu. Electroweak radiative corrections to deep inelastic scattering at HERA. Neutral current scattering / D.Yu. Bardin [et al.] // Z. Phys. – 1989. – Vol. 42. – P. 679–692.
162. Bardin, D.Yu. Electroweak Radiative Corrections to Deep Inelastic Scattering at HERA. Charged Current Scattering / D.Yu. Bardin [et al.]. – Dubna, 1989. – 16 p. – (Preprint / JINR: E2-89-145).
163. Böhm, M. Radiative corrections to neutral current deep inelastic lepton nucleon scattering at HERA energies / M. Böhm, H. Spiesberger // Nucl. Phys. B. – 1987. – Vol. 294. – P. 1081–1110.
164. Бардин, Д.Ю. О радиационных поправках к процессу $\nu N \rightarrow \nu N$ / Д.Ю. Бардин, В.А. Докучаева // ЯФ. – 1981. – Т. 36. – С. 482–486.

165. Бардин, Д.Ю. Оценка систематических неточностей, обусловленных радиационными поправками, в опытах по глубоконеупругому $\nu\mu N$ рассеянию / Д.Ю. Бардин, О.М. Федоренко // ЯФ. – 1979. – Т. 30. – С. 811–823.
166. Kuzhir, P.P. The one-loop electroweak correction to the processes of deep inelastic scattering of (anti)neutrino on polarized target / P.P. Kuzhir, N.M. Shumeiko // Proc. of X International Workshop on High Energy Physics and Quantum Field Theory. – Zvenigorod, 1995. – P. 207–210.
167. Böhm, M. Radiative corrections to charged current deep inelastic electron-proton scattering at HERA / M. Böhm, H. Spiesberger // Nucl. Phys. B. – 1988. – Vol. 304. – P. 749–759.
168. Акушевич, И.В. Однопетлевая электрослабая поправка к глубоконеупругому рассеянию поляризованных частиц / И.В. Акушевич, А.Н. Ильичев, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1995. – Т. 58. – С. 2029–2040.
169. Akushevich, I. Radiative electroweak effects in deep inelastic scattering of polarized leptons by polarized nucleons / I. Akushevich, A. Ilyichev, N. Shumeiko // J. Phys. G. – 1998. – Vol. 24. – P. 1995–2007.
170. Акушевич, И.В. О приближенном вычислении радиационных поправок первого и второго порядка к глубоконеупругому рассеянию на поляризованных ядрах / И.В. Акушевич, А.Н. Ильичев, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1998. – Т. 61. – С. 2268–2278.
171. Ivkin, A.V. Parton's picture of the electroweak processes in high energy $e+e-$ collisions / A.V. Ivkin [et al.] // Sov. J. Nucl. Phys. – 1991. – Vol. 54. – P. 1031–1036.
172. Ivkin, A.V. W and Z boson production in collisions of polarized $e+e-$, e gamma, and gamma gamma beams / A.V. Ivkin [et al.] // Sov. J. Nucl. Phys. – 1992. – Vol. 55. – P. 1862–1869.
173. Arbuzov, A. Effects of higher orders in large angle Bhabha scattering / A. Arbuzov, E. Kuraev, B. Shaikhatdenov // ЭЧАЯ. – 2002. – Т. 22, В. 1. – С. 5–71.
174. Arbuzov, A.B. Radiative corrections to the process $\mu^+\mu^- \rightarrow H\gamma$ / A.B. Arbuzov [et al.]. – 1998. – 8 p. – (Preprint / hep-ph/9803474v2).
175. Bohm, M. Radiative corrections to polarized e^-e^+ annihilation in the standard electroweak model / M. Bohm, W. Hollik // Nucl. Phys. B. – 1982. – Vol. 204. – P. 45–77.
176. Bohm, M. Model dependence of the electromagnetic corrections to lepton pair production in electron-positron collisions / M. Bohm, W. Hollik // Z. Phys. C. – 1984. – Vol. 23. – P. 31–38.

177. Novikov, V.A. On the Electroweak one loop corrections / V.A. Novikov, L.B. Okun, M.I. Vysotsky // Nucl. Phys. B. – 1993. – Vol. 397. – P. 35–83.
178. Montagna, G. TOPAZ0 4.0: A new version of a computer program for evaluation of deconvoluted and realistic observables at LEP1 and LEP2 / G. Montagna [et al.] // Comput. Phys. Commun. – 1999. – Vol. 117. – P. 278–289.
179. Bardin, D. ZFITTER v. 6.21: A semianalytical program for fermion pair production in e^+e^- annihilation / D. Bardin [et al.] // Comput. Phys. Commun. – 2001. – Vol. 133. – P. 229–395.
180. Bardin, D.Yu. Electroweak one-loop corrections to the decay of the charged vector boson / D.Yu. Bardin, S. Rieman, T. Rieman // Z. Phys. – 1986. – Vol. 32. – P. 121–125.
181. Andonov, A. Update of one-loop corrections for $e^+e^- \rightarrow f\bar{f}$, first run of SANC system / A. Andonov [et al.] // ЭЧАЯ. – 2003. – Т. 34, В. 5. – С. 1125–1195.
182. Jadach, S. The Precision Monte Carlo event generator KK for two fermion final states in e^+e^- collisions / S. Jadach [et al.] // Comput. Phys. Commun.. – 2000. – Vol. 130. – P. 260–325.
183. Bardin, D. Electroweak Working Group Report / D. Bardin [et al.] // 1997. – 158 p. (Preprint CERN-95-03A / hep-ph/9709229).
184. Møller, C. Zur Theorie des Durchgangs schneller Elektronen durch Materie / C. Møller // Annalen der Physik – 1932. – Vol. 406. – P. 531–585.
185. Redhead, M. Radiative corrections to Møller scattering / M. Redhead // Proc. R. Soc. – 1953. – Vol. A 220. – P. 219–231.
186. Половин, Р.В. Радиационные поправки к рассеянию электрона на электроне и позитроне / Р.В. Половин // ЖЭТФ. – 1956. – Т. 31. – С. 449–458.
187. Tsai, Yu. High-Energy Electron-Electron Scattering / Yu. Tsai // Phys. Rev. – 1960. – Vol. 120. – P. 269–286.
188. DeRaad Jr., L. Electron-Electron Scattering. III. Helicity cross section for Electron-Electron Scattering / L. DeRaad Jr., Y.J. Ng // Phys. Rev. D – 1975. – Vol. 11. – P. 1586–1590.
189. DeRaad Jr., L. Polarized Møller scattering / L. DeRaad Jr. // Phys. Rev. D – 1975. – Vol. 11. – P. 3328–3330.
190. Gastmans, R. Møller scattering and weak neutral currents / R. Gastmans, Y. Van Ham // Phys. Rev. D – 1974. – Vol. 10. – P. 3629–3633.
191. Кураев, Э.А. Процессы квантовой электродинамики с поперечнополяризованными $e^\pm e^-$ -пучками / Э.А. Кураев, М.Ю. Лельчук, В.С. Нанин, Ю.П. Пересунько // ЯФ. – 1980. – Т. 32. – С. 1059–1065.

192. Berends, F.A. Hard photon corrections for the process $e^+e^- \rightarrow \mu^\pm\mu^\mp$ / F.A. Berends, K.J. Gaemers, R. Gastmans // Nucl. Phys. B – 1973. – Vol. 57. – P. 381–400;
193. Галынский, М.В. Диагональный спиновый базис и расчет процессов с участием поляризованных частиц / М.В. Галынский, С.М. Сикач // ФЭЧЯ – 1998. – Т. 29. – P. 1133–1194.
194. Baier, V. Inelastic processes in high energy quantum electrodynamics / V. Baier, V. Fadin, V. Khoze, E. Kuraev // Phys. Rep. – 1981. – Vol. 78. – P. 294–393.
195. Swartz, M. Observation of target electron momentum effects in single-arm Møller polarimetry / M. Swartz [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. – 1995. – Vol. 363. – P. 526–537.
196. Steiner, P. A high-rate coincidence Møller polarimeter / P. Steiner [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. – 1998. – Vol. 419. – P. 105–120.
197. Band, H. A Møller polarimeter for high energy electron beams / H. Band [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. – 1997. – Vol. 400. – P. 24–33.
198. Hauger, M. A high-precision polarimeter / M. Hauger [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2001. – Vol. 462. – P. 382–392.
199. Arrington, J. A variable energy Møller polarimeter at the MIT-Bates Linear Accelerator Center / J. Arrington [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. – 1992. – Vol. 311. – P. 39–48.
200. Adams, D. Measurement of the SMC muon beam polarisation using the asymmetry in the elastic scattering off polarised electrons / D. Adams [et al.] // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2000. – Vol. 443. – P. 1–19.
201. Afanasev, A. QED radiative corrections in processes of exclusive pion electroproduction / A. Afanasev [et al.] // Phys. Rev. D. – 2002. – Vol. 66, 074004 [hep-ph/0208183].
202. Burkhard, H. Update of the hadronic contribution to the QED vacuum polarization / H. Burkhard, B. Pietrzyk // Phys. Lett. B. – 1995. – Vol. 356. – P. 398–403.
203. Cuypers, F. Polarization and the weak mixing angle in high energy $e^\pm e^-$ collisions / F. Cuypers, P. Gambino // Phys. Lett. B. – 1996. – Vol. 388. – P. 211–218.
204. Skrzypek, M. Leading logarithmic calculations of QED corrections at LEP / M. Skrzypek // Acta Phys. Polon. B. – 1992. – Vol. 23. – P. 135–172.
205. Actis, S. Quest for precision in hadronic cross sections at low energy: Monte Carlo tools vs. experimental data / S. Actis [et al.] // Eur. Phys. J. C. – 2010. – Vol. 66. – P. 585–686.

206. Alexander, G. Møller scattering polarimetry for high-energy e^+e^- linear colliders / G. Alexander, I. Cohen // Nucl. Instrum. Meth. A. – 2002. – Vol. 486. – P. 552–567 [hep-ex/0006007].
207. Kumar, K.S. Precision low-energy weak neutral current experiments / K.S. Kumar [et al.] // Mod. Phys. Lett. A. – 1995. – Vol. 10. – P. 2979–2992.
208. Kumar, K.S. The E158 experiment / K.S. Kumar // Eur. Phys. J. A. – 2007. – Vol. 32. – P. 531–532.
209. Anthony, P.L. Observation of parity nonconservation in Møller scattering / SLAC E158 Collab.: P.L. Anthony [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 92, 181602 [hep-ex/0312035v3].
210. Anthony, P.L. Precision measurement of the weak mixing angle in Møller scattering / SLAC E158 Collab.: P.L. Anthony [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2005. – Vol. 95, 081601. [hep-ex/0504049].
211. Erler, J. The Weak mixing angle at low energies / J. Erler and M. J. Ramsey-Musolf // Phys. Rev. D. – 2005. – Vol. 72. – 073003, [hep-ph/0409169].
212. The MOLLER Experiment. Measurement Of a Lepton Lepton Electroweak Reaction. An Ultra-precise Measurement of the Weak Mixing Angle using Møller Scattering. An MIE proposal to The United States Department of Energy [Electronic resource] / J. Benesch [et al.] – The MOLLER Collaboration, 2011. – Mode of access: http://hallaweb.jlab.org/12GeV/Moller/downloads/DOE_Proposal/DOE_Moller.pdf – Date of access: 12.09.2011.
213. Ramsey-Musolf, M.J. Low Energy Precision Test of Supersymmetry / M.J. Ramsey-Musolf and S. Su // Phys. Rept. – 2008. – Vol. 456. – P. 1–88, [arXiv:hep-ph/0612057].
214. Feng, J.L. Physics at e^-e^- colliders / J.L. Feng // Int. J. Mod. Phys. A. – 2000. – Vol. 15. – P. 2355–2364, hep-ph/0002055.
215. Czarnecki, A. Electroweak radiative corrections to polarized Møller scattering asymmetries / A. Czarnecki, W. Marciano // Phys. Rev. D. – 1996. – Vol. 53. – P. 1066–1072.
216. Petriello, F.J. Radiative corrections to fixed target Møller scattering including hard bremsstrahlung effects / F.J. Petriello // Phys. Rev. D. – 2003. – Vol. 67, 033006 [hep-ph/0210259].
217. Shumeiko, N.M. The QED lowest-order radiative corrections to the two polarized identical fermion scattering / N.M. Shumeiko, J.G. Suarez // J. Phys. G. – 2000. – Vol. 26. – P. 113–127.
218. Hahn, T. Automatized one loop calculations in four-dimensions and D-dimensions / T. Hahn, M. Perez-Victoria // Comput. Phys. Commun. – 1999. – Vol. 118. – P. 153–165, hep-ph/9807565.

219. Feynman, R. Space-time approach to quantum electrodynamics / R. Feynman // Phys. Rev. – 1949. – Vol. 76. – P. 769–789.
220. Czarnecki, A. Polarized Møller scattering asymmetries / A. Czarnecki, W. Marciano // Int. J. Mod. Phys. A. – 2000. – Vol. 15. – P. 2365–2376 [hep-ph/0003049].
221. Sudakov, V.V. Vertex parts at very high-energies in quantum electrodynamics / V.V. Sudakov // Sov. Phys. JETP. – 1956. – Vol. 3. – P. 65–71.
222. Chew, G.F. Unstable particles as targets in scattering experiments / G.F. Chew, F.E. Low // Phys. Rev. – 1959. – Vol. 113. – P. 1640–1648.
223. Бюклинг, Е. Кинематика элементарных частиц / Е. Бюклинг, К. Каянти. – Москва : Мир, 1975. – 343 с.
224. 't Hooft, G. Scalar one-loop integrals / G. 't Hooft, M. Veltman // Nucl. Phys. B. – 1979. – Vol. 153. – P. 365–401.
225. Грибов, В.Н. Deep inelastic ep -scattering in perturbation theory // В.Н. Грибов, Л.Н. Липатов // ЯФ. – 1972. – Т. 15. – С. 438–450; Dokshitzer, Yu. Calculation of the Structure Functions for Deep Inelastic Scattering and e^+e^- Annihilation by Perturbation Theory in Quantum Chromodynamics / Yu. Dokshitzer // Sov. Phys. JETP. – 1977. Vol. 46. – P. 641–653; Altarelli, G. Asymptotic Freedom in Parton Language / G. Altarelli, G. Parisi // Nucl. Phys. B. – 1977. – Vol. 126. – P. 298–331.
226. Amsler, C. Review of Particle Physics / C. Amsler [et al.]. // Phys. Lett. B. – 2008. – Vol. 667. – P. 1–1340.
227. Jegerlehner, F. Hadronic contributions to the photon vacuum polarization and their role in precision physics / F. Jegerlehner // J. Phys. G. – 2003. – Vol. 29. – P. 101–110. [hep-ph/0104304].
228. Eidelman, S. Hadronic contributions to $(g - 2)$ of the leptons and to the effective fine structure constant $\alpha(M_Z^2)$ / S. Eidelman, F. Jegerlehner // Z. Phys. C. – 1995. – Vol. 67. – P. 585–602.
229. Зельдович, Я. Несохранение четности в первом порядке по константе слабого взаимодействия в рассеянии электронов и другие эффекты / Я. Зельдович // ЖЭТФ. – 1959. – Т. 36. – С. 964–966.
230. Hewett, J.L. Low-Energy Phenomenology of Superstring Inspired E(6) Models / J.L. Hewett, T.G. Rizzo // Phys. Rept. – 1989. – Vol. 183. – P. 193–697.
231. Rizzo, T.G. Extended gauge sectors at future colliders / T.G. Rizzo // Proc. of 1996 DPF / DPB Summer Study on New Directions for High-Energy Physics. – Snowmass, Colorado, 1996. – P. 1–34. [hep-ph/9612440].

232. Arkani-Hamed, N. The Hierarchy problem and new dimensions at a millimeter / N. Arkani-Hamed, S. Dimopoulos, G.R. Dvali // Phys. Lett. B. – 1998. – Vol. 429. – P. 263–272 [hep-ph/9803315].

233. Antoniadis, I. New dimensions at a millimeter to a Fermi and superstrings at a TeV / I. Antoniadis [et al.] // Phys. Lett. B. – 1998. – Vol. 436. – P. 257–263 [hep-ph/9804398].

234. Randall, L. A Large mass hierarchy from a small extra dimension / L. Randall, R. Sundrum // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 83. – P. 3370–3373 [hep-ph/9905221].

235. Randall, L. An Alternative to compactification / L. Randall, R. Sundrum // Phys. Rev. Lett. – 1999. – Vol. 83. – P. 4690–4693 [hep-th/9906064].

236. Kokorelis, C. Exact standard model structures from intersecting D5-branes / C. Kokorelis // Nucl. Phys. B. – 2004. – Vol. 677. – P. 115–163. [hep-th/0207234].

237. Leike, A. The Phenomenology of extra neutral gauge bosons / A. Leike // Phys. Rept. – 1999. – Vol. 317. – P. 143–250. [hep-ph/9805494].

238. Bourilkov, D. Sensitivity to contact interactions and extra dimensions in dilepton and diphoton channels at future colliders / D. Bourilkov. – CERN, 2006. – 13 p. – (Preprint / CERN-CMS-NOTE-2006-085). [hep-ph/0305125].

239. Baur, U. Weak boson emission in hadron collider processes / U. Baur // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 75, 013005. [hep-ph/0611241].

240. C. Buttar *et al.*, Proc. of Les Houches 2007, Physics at TeV colliders, 121 p., arXiv:0803.0678 [hep-ph].

241. Denner, A. One loop leading logarithms in electroweak radiative corrections. 1. Results / A. Denner, S. Pozzorini // Eur. Phys. J. C. – 2001. – Vol 18. – P. 461–480 [hep-ph/0010201].

242. Denner, A. One loop leading logarithms in electroweak radiative corrections. 2. Factorization of collinear singularities / A. Denner, S. Pozzorini // Eur. Phys. J. C. – 2001. – Vol 21. – P. 63–79 [hep-ph/0104127].

243. Jantzen, B. Two-loop electroweak logarithms in four-fermion processes at high energy / B. Jantzen [et al.] // Nucl. Phys. B. – 2005. – Vol. 731. – P. 188–212, (Erratum-ibid. Nucl. Phys. B. – 2006. – Vol. 752. – P. 327–328 [hep-ph/0509157].

244. Denner, A. Two-loop electroweak next-to-leading logarithmic corrections to massless fermionic processes / A. Denner, B. Jantzen, S. Pozzorini // Nucl. Phys. B. – 2007. – Vol. 761. – P. 1–62, [hep-ph/0608326].

245. Carloni Calame, C.M. Multiple photon corrections to the neutral-current Drell-Yan process / C.M. Carloni Calame [et al.] // JHEP. – 2005. – Vol. 0505. – P. 19–35, [hep-ph/0502218].

246. Ахиезер, А.И. Квантовая электродинамика / А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. – Москва : ГИФМЛ, 1959. – 656 с.
247. Spence, W. An essay on the theory of the various orders of logarithmic transcendents / W. Spence. – London : London and Edinburgh, 1809.
248. Ciafaloni, P. Sudakov effects in electroweak corrections / P. Ciafaloni, D. Comelli // Phys. Lett. B. – 1999. – Vol. 446. – P. 278–284.
249. Berends, F.A. Hard photon corrections for the process $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ / F.A. Berends, K.J.F. Gaemers, R. Gastmans // Nucl. Phys. B. – 1973. – Vol. 57. – P. 381–400, Erratum-ibid. Nucl. Phys. B. – 1974. – Vol. 75. – P. 546.
250. Bardeen, W.A. Deep-inelastic scattering beyond the leading order in asymptotically free gauge theories / W.A. Bardeen [et al.] // Phys. Rev. D. – 1978. – Vol. 18. – P. 3998–4017.
251. Andonov, A. SANCscope - v.1.00 / A. Andonov [et al.] // Comput. Phys. Commun. – 2006. – Vol. 174. – P. 481–517 [hep-ph/0411186]; SANC project website: <http://sanc.jinr.ru>, <http://pcphysanc.cern.ch>
252. Evidence for a particle produced in association with weak bosons and decaying to a bottom-antibottom quark pair in Higgs boson search at the Tevatron / CDF and D0 Collaborations // Phys. Rev. Lett. – 2012. – Vol. 109. – P. 071804, arXiv:1207.6436 [hep-ex].
253. Lepage, P.G. A new algorithm for adaptive multidimensional integration / P.G. Lepage // J. Comput. Phys. – 1978. – Vol. 27. – P. 192–211.
254. Martin, A.D. Parton distributions incorporating QED contributions / A.D. Martin [et al.] // Eur. Phys. J. C. – 2005. – Vol. 39. – P. 155–161 [hep-ph/0411040].
255. Martin, A.D. A.D. Martin [et al.] // Eur. Phys. J. C. – 2009. – Vol. 63. – P. 189– .
256. de Rújula, A. Radiative corrections to high-energy neutrino scattering A. de Rujula, R. Petronzio, A. Savoy-Navarro // Nucl. Phys. B. – 1979. – Vol. 154. – P. 394–426.
257. Pumplin, J. New generation of parton distributions with uncertainties from global QCD analysis / J. Pumplin [et al.] // JHEP. – 2002. – Vol. 0207. – P. 12–46 [hep-ph/0201195].
258. Carloni Calame, C.M. Precision electroweak calculation of the production of a high transverse-momentum lepton pair at hadron colliders / C.M. Carloni Calame, G. Montagna, O. Nicrosini, A. Vicini // JHEP. – 2007. – Vol. 10. – P. 109, arXiv:0710.1722.

259. Hamberg, R. A Complete calculation of the order α_s^2 correction to the Drell-Yan K factor / R. Hamberg, W.L. van Neerven, T. Matsuura // Nucl.Phys. B. – 1991. – Vol. 359. – P. 343–405, Erratum-ibid. – 2002. – Vol. 644. – P. 403–404.
260. Baer, H. A Next-to-leading Logarithm Calculation Of Direct Photon Production / H. Baer, J. Ohnemus, J. F. Owens // Phys. Rev. D. – 1990. – Vol. 42. – P. 61–71; Giele, W.T. Higher order corrections to jet cross-sections in e^+e^- annihilation / W.T. Giele, E.W. Nigel Glover // Phys. Rev. D. – 1992. – Vol. 46. – P. 1980–2010.
261. Anastasiou, C. Dilepton rapidity distribution in the Drell-Yan process at NNLO in QCD / C. Anastasiou, L.J. Dixon, K. Melnikov, F. Petriello // Phys. Rev. Lett. – 2003. – Vol. 91. – P. 182002, hep-ph/0306192; High precision QCD at hadron colliders: Electroweak gauge boson rapidity distributions at NNLO / Phys. Rev. D. – 2004. – Vol. 69. – P. 094008, hep-ph/0312266; Melnikov, K. Electroweak gauge boson production at hadron colliders through $O(\alpha_s^2)$ / K. Melnikov, F. Petriello // Phys. Rev. D. – 2006. Vol. 74. – P. 114017, hep-ph/0609070.
262. Baer, H. $O(\alpha_s)$ corrections to observables from $p\bar{p} \rightarrow W^+X \rightarrow e^+\nu X$ / H. Baer, M. H. Reno // Phys. Rev. D. – 1991. – Vol. 43. – P. 2892–2899.
263. Andonov, A. NLO QCD corrections to Drell-Yan processes in the SANC framework / A. Andonov [et al.] // Phys. Atom. Nucl. – 2010. – Vol. 73. – P. 1761–1769, arXiv:0901.2785 [hep-ph].
264. Balossini, G. Electroweak & QCD corrections to Drell Yan processes / G. Balossini [et al.] // Acta Phys. Polon. B. – 2008. – Vol. 39. – P. 1675–1684, arXiv:0805.1129 [hep-ph].
265. Catani, S. Vector boson production at hadron colliders: A Fully exclusive QCD calculation at NNLO / S. Catani [et al.] // Phys. Rev. Lett. – 2009. – Vol. 103. – P. 082001, arXiv:0903.2120 [hep-ph].
266. Arbuzov, A.B. Inverse bremsstrahlung contributions to Drell-Yan like processes / A.B. Arbuzov, R.R. Sadykov // JETP. – 2008. – Vol. 106. – P. 488–494, arXiv:0707.0423 [hep-ph].
267. Bayatian, G.L. CMS technical design report, volume II: Physics performance / CMS Collaboration // J. Phys. G. – 2007. – Vol. 34. – P. 995–1579.

Список публикаций соискателя

Публикации, соответствующие пункту 18 “Положения о присуждении ученых степеней и присвоении ученых званий в Республике Беларусь”

1–А. Зыкунов, В.А. О влиянии радиационных поправок к адронному току на наблюдаемые величины в глубоконеупругом рассеянии поляризованных лептонов на поляризованных нуклонах / В.А. Зыкунов, С.И. Тимошин, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1995. – Т. 58. – С. 2021–2028.

2–А. Зыкунов, В.А. Электрослабая поправка к поляризованному глубоконеупругому рассеянию (анти)нейтрино на нуклонах. Заряженный слабый ток / В.А. Зыкунов, С.И. Тимошин, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1997. – Т. 60. – С. 1415–1424.

3–А. Shumeiko, N.M. Investigation of the proton spin by electron-proton colliders / N.M. Shumeiko, S.I. Timoshin, V.A. Zykunov // J. Phys. G. – 1997. – Vol. 23. – P. 1593–1608.

4–А. Зыкунов, В.А. Электрослабая поправка к поляризованному глубоконеупругому рассеянию (анти)нейтрино на нуклонах. Нейтральный слабый ток / В.А. Зыкунов, С.И. Тимошин, Н.М. Шумейко // ЯФ. – 1999. – Т. 62. – С. 723–727.

5–А. Zykunov, V.A. Electroweak corrections to the observables of W -boson production at RHIC / V.A. Zykunov // Eur. Phys. J. C. – 2001. – Vol. 9. – P. 1–26. [hep-ph/0107059].

6–А. Зыкунов, В.А. Радиационные поправки к наблюдаемым величинам рождения W -бозонов в столкновениях поляризованных адронов / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2003. – Т. 66. – С. 910–924.

7–А. Зыкунов, В.А. Электрослабые радиационные эффекты в поляризационном мёллеровском рассеянии / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2004. – Т. 67. – С. 1366–1379.

8–А. Kolomensky, Yu. Electroweak radiative corrections to parity-violating asymmetry in Møller scattering / Yu. Kolomensky, N. Shumeiko, J. Suarez, V. Zykunov // Int. J. Modern Phys. A. – 2005. – Vol. 20. – P. 7365–7374.

9–А. Ilyichev, A.N. Lowest order QED radiative corrections to longitudinally polarized Møller scattering / A.N. Ilyichev, V.A. Zykunov // Phys. Rev. D – 2005. – Vol. 72, 033018. – P. 1–10. [hep-ph/0504191].

10–А. Зыкунов, В.А. Радиационные поправки к процессу Дрелла–Яна при больших инвариантных массах дилептонной пары / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2006. – Т. 69. – С. 1557–1571.

11–А. Зыкунов, В. А. Прецизионный расчет наблюдаемых величин в процессе рождения димюонных пар с большой инвариантной массой на коллайдере LHC / В.А. Зыкунов // Изв. ГГУ им. Ф. Скорины. – 2006. – № 6 (39). – С. 79–81.

12–А. Afanasiev, A. MERADGEN 1.0: Monte Carlo generator for the simulation of radiative events in parity conserving doubly-polarized Møller scattering / A. Afanasiev, Eu. Chudakov, A. Ilyichev and V. Zykunov // Comput. Phys. Commun. – 2007. – Vol. 176. – P. 218–231. [JLAB-PHY-06-456, hep-ph/0603027].

13–А. Zykunov, V.A. Weak radiative corrections to Drell–Yan process for large invariant mass of di-lepton pair / V.A. Zykunov // Phys. Rev. D. – 2007. – Vol. 75, 073019, P. 1–11. [hep-ph/0509315].

14–А. Зыкунов, В.А. Полный расчет электрослабых поправок к процессу Дрелла–Яна для коллайдера LHC / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2008. – Т. 71. – С. 757–770.

15–А. Зыкунов, В.А. Полный расчет электрослабых поправок для поляризованного мёллеровского рассеяния при высоких энергиях / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2009. – Т. 72. – С. 1540–1554.

16–А. Mossolov, V.A. Electroweak Corrections to the Drell–Yan Process at LHC / V.A. Mossolov, N.M. Shumeiko, J.G. Suarez, V.A. Zykunov // NPCS. – 2009. – Vol. 12, №2, P. 106–118.

17–А. Babich, A.A. Polarized Møller scattering at ILC energies / A.A. Babich, V.A. Zykunov // NPCS. – 2009. – Vol. 12, №4, P. 328–333.

18–А. Зыкунов, В.А. Электрослабые поправки лидирующего порядка к процессу Дрелла–Яна в эксперименте CMS на LHC / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2010. – Т. 73. – С. 1617–1637.

19–А. Алексеев, А.Г. Адронные радиационные поправки к наблюдаемым асимметриям экспериментов G0 и QWeak / А.Г. Алексеев, С.Г. Барканова, В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2010. – Т. 73. – С. 2077–2081.

20–А. Aleksejevs, A. Electroweak radiative corrections for polarized Møller scattering at future 11 GeV JLab experiment / A. Aleksejevs, S. Barkanova, A. Ilyichev, V. Zykunov // Phys. Rev. D – 2010. – Vol. 82, 093013, P. 1–16. arXiv:1008.3355 [hep-ph].

21–А. Зыкунов, В.А. КХД-поправки к процессу Дрелла–Яна для коллайдера LHC. Вершинные функции и глюонное тормозное излучение / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2010. – Т. 73. – С. 1269–1284.

22–А. Зыкунов, В.А. Вклад инверсного глюонного излучения в КХД-поправки к процессу Дрелла–Яна для экспериментов на LHC / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2011. – Т. 74. – С. 72–84.

23–А. Aleksejevs, A. Electroweak radiative corrections for polarized Møller scattering at one loop and beyond / A. Aleksejevs, S. Barkanova, V. Zykunov // Изв. ГГУ им. Ф. Скорины. – 2011. – № 6 (69). – С. 29–33.

24—А. Алексеев, А.Г. Прецизионный расчет наблюдаемых поляризационного мёллеровского рассеяния: от энергии JLab до ILC / А.Г. Алексеев, С.Г. Барканова, В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2012. – Т. 75. – С. 231–248.

25—А. Aleksejevs, A. Quadratic electroweak corrections for polarized Møller scattering / A. Aleksejevs, S. Barkanova, Y. Kolomensky, E. Kuraev, V. Zykunov // Phys. Rev. D – 2012. – Vol. 85, 013007, arXiv:1110.1750 [hep-ph].

26—А. Ahmadov, A.I. One-loop chiral amplitudes of Møller scattering process / A.I. Ahmadov, Yu.M. Bystritskiy, E.A. Kuraev, A.N. Ilyichev, V.A. Zykunov // Eur. Phys. J. C – 2012. – Vol. 72:1977. – P. 1–8, arXiv:1201.0460 [hep-ph].

27—А. Aleksejevs, A. High-precision calculations of electroweak radiative corrections for polarized Møller scattering at one loop and beyond / A. Aleksejevs, S. Barkanova, Y. Kolomensky, E. Kuraev, V. Zykunov // Nuovo Cimento – 2012. – Vol. 35. – P. 192–197, arXiv:1110.6637 [hep-ph].

28—А. Aleksejevs, A.G. Double-box contributions to Møller scattering in the Standard Model / A.G. Aleksejevs, S.G. Barkanova, Yu.M. Bystritskiy, A.N. Ilyichev, E.A. Kuraev, V.A. Zykunov // Eur. Phys. J. C – 2012. – Vol. 72. – P. 2249–2269, arXiv:1202.0378 [hep-ph].

29—А. Aleksejevs, A. One-loop electroweak corrections for polarized Moller scattering at different renormalization schemes and conditions / A. Aleksejevs, S. Barkanova, A. Ilyichev, Yu. Kolomensky, V. Zykunov // Physics of Particles and Nuclei – 2013. – Vol. 44. – P. 161–174, arXiv:1010.4185 [hep-ph].

30—А. Алексеев, А.Г. Оценка двухпетлевых радиационных эффектов в эксперименте MOLLER // А.Г. Алексеев, С.Г. Барканова, В.А. Зыкунов, Э.А. Кураев // ЯФ. – 2013. – Т. 76. – С. 942–954.

31—А. Zykunov, V.A. Electroweak and QCD Radiative Corrections to Drell–Yan Process for Experiments at the Large Hadron Collider / V.A. Zykunov // J. Phys. C. G. – 2014. – Vol. 523. 012053 – P. 1–9.

32—А. Зыкунов, В.А. Радиационное мёллеровское рассеяние с поляризованными частицами / В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2015. – Т. 78. – С. 489–498.

33—А. Aleksejevs, A. NNLO Electroweak Corrections for Polarized Møller Scattering: One-Loop Insertions to Boxes / A. Aleksejevs, S. Barkanova, Yu. Bystritskiy, E. Kuraev, V. Zykunov // Physics of Particles and Nuclei Letters – 2015. – Vol. 12. – P. 645–656, arXiv:1504.03560 [hep-ph].

34—А. Алексеев, А.Г. Техника учета излучения жестких фотонов в четырехфермионном процессе // А.Г. Алексеев, С.Г. Барканова, В.А. Зыкунов // ЯФ. – 2016. – Т. 79. – С. 20–36.

Статьи в сборниках научных трудов конференций

35–А. Zykunov, V.A. One-loop electroweak corrections to polarization neutrino-N DIS / V.A. Zykunov // Actual Problems of Particle Physics: Proc. of Int. School-Seminar, Gomel, July 30 – August 8, 1997 / Gomel–JINR; Ed. by P. Kuzhir [et al.]. – Dubna, 1998. – V. 2. – P. 44–47.

36–А. Зыкунов, В.А. Электрослабая поправка к поляризационным асимметриям в глубоко неупругом лепто-нуклонном рассеянии с заряженным током / В.А. Зыкунов, С.И. Тимошин С.И. // Труды 2-ой открытой научной конференции ОМУС, ОИЯИ, Дубна, 2–6 марта 1998 / ОИЯИ; под ред. В.А. Андреев [и др.]. – Дубна, 1998. – С. 92–94.

37–А. Zykunov, V.A. Spin effects of the W -boson production in hadron-hadron collisions / V.A. Zykunov // Spacetime and Substance J. – 2000. – № 4/4. – P. 191–195.

38–А. Akushevich, I. Electroweak radiative correction to single W -boson production in hadron-hadron collisions / I. Akushevich, A. Ilychev, N. Shumeiko, V. Zykunov // Actual Problems of Particle Physics: Proc. of Int. School-Seminar, Gomel, July 30 – August 8, 1999 / Gomel/JINR; Ed. by A. Bogush [et al.]. – Dubna, 2000. – V. 2. – P. 144–155.

39–А. Akushevich, I. One-loop electroweak correction to the single W -production in hadron-hadron collisions / I. Akushevich, A. Ilychev, N. Shumeiko, V. Zykunov // NPC'S'99: Proc. of 8th Annual Seminar, Minsk, May 17–20, 1999 / Minsk; Ed. by L.Babichev and V. Kuvshinov. – Institute of Physics, 2000. – P. 212–221.

40–А. Zykunov, V.A. Lowest order electroweak radiative corrections to the single W -production in polarized hadron-hadron collisions / V.A. Zykunov // QFTHEP'2000: Proc. of the XV Int. Workshop, Tver, Russia, 7–13 Sept, 2000 / Ed. by M. Dubinin, V. Savrin. – M.: МГУ, 2001, P. 399–405.

41–А. Zykunov, V. Lowest order radiative corrections to W -production / V. Zykunov, I. Akushevich, A. Ilychev, N. Shumeiko // Physics Program with the CMS Detector: Proc. of 6th annual RDMS CMS Collaboration meeting, Moscow, 19–21 Dec., 2001 / MSU; Ed. by A. Zarubin. – Dubna, 2001. – P. 529–533.

42–А. Zykunov, V.A. Electroweak radiative corrections to the spin single asymmetries of the W -boson production at RHIC / V.A. Zykunov // Proc. of IX-th Workshop on High energy spin physics, Dubna, 2–7 August, 2001 / JINR; Ed. by A.V. Efremov and O.V. Teryaev. – Dubna, 2002. – P. 57–61.

43–А. Akushevich, I. Electroweak radiative corrections to the single W -production at the pp -colliders I. Akushevich, A. Ilychev, N. Shumeiko, V. Zykunov // Actual Problems of Particle Physics: Proc. of 6th Int. School-Seminar, Gomel, Belarus, Aug. 7–16, 2001 / JINR; Ed. by A. Bogush [et al.]. – Dubna, 2002. – V. 2. – P. 234–246.

44–A. Zykunov, V.A. Electroweak radiative corrections to Moller scattering asymmetry for SLAC experiment E158 / V.A. Zykunov // Actual Problems of Microworld Physics: Proc. of Int. School-Seminar, Gomel, Belarus, 28 July – 8 August, 2003 / Ed. by P. Starovoitov. – Dubna, 2004. – V. 2. – P. 255–266.

45–A. Zykunov, V.A. Radiative corrections to Moller scattering asymmetry for SLAC experiment E158 / V.A. Zykunov // Proc. of X Advanced Research Workshop on High Energy Spin Physics, Dubna, 16–20 Sept. 2003 / JINR; Ed. by A.V. Efremov and O.V. Teryaev. – Dubna, 2004. – P. 220–224.

46–A. Zykunov, V.A. Electroweak radiative corrections to the Parity-Violating Asymmetry for SLAC experiment E158 / V.A. Zykunov // High Energy Physics and Quantum Field Theory: Proc. of the XVIII Int. Workshop, Saint-Petersburg, 17–23 June 2004 / Ed. by M. Dubinin, V. Savrin. – M.: MAKС Пpеcc, 2005. – C. 141–147.

47–A. Zykunov, V.A. Weak radiative corrections to the Drell–Yan process for large invariant mass of a dilepton pair / V.A. Zykunov // 33rd International Conference on High Energy Physics (ICHEP 06), Moscow, 26 Jul. - 2 Aug. 2006.: 2v. / Moscow 2006, ICHEP; Ed: A. Sissakian [et al.]. – Singapore, World Scientific, 2007. – P. 746–749.

48–A. Afanasiev, A. Monte Carlo generator MERADGEN for radiative event simulation within longitudinally polarized Moller scattering / A. Afanasiev, Eu. Chudakov, A. Ilyichev, V. Zykunov [et al.]. // Actual Problems of Microworld Physics: Proc. of the Int. School-Seminar, Gomel, 25 July – 5 Aug., 2005 / JINR; Ed. by V. Mossolov. – Dubna, 2007. – V. 2. – P. 139–149.

49–A. Ilyichev, A. Electromagnetic radiative corrections for polarized Moller scattering: ultrarelativistic approximation / A. Ilyichev, V. Zykunov // Actual Problems of Microworld Physics: Proc. of the Int. School-Seminar, Gomel, 25 July – 5 Aug., 2005 / JINR; Ed. by V. Mossolov. – Dubna, 2007. – V. 2. – P. 150–161.

50–A. Zykunov, V.A. Complete calculation of electroweak corrections to the Drell-Yan process for LHC / V.A. Zykunov // Actual Problems of Particle Physics: Proc. of the IX Int. School-Seminar, Gomel, Belarus, July 23 – Aug. 3, 2007. Ed. by A. Ilyichev [et al.]. – Dubna: JINR, 2008. – V. 2. – P. 183–197.

51–A. Ilyichev, A. Monte Carlo generator READYGEN for the simulation of radiative effects in Drell-Yan process / A. Ilyichev, N. Shumeiko, V. Zykunov // Actual Problems of Particle Physics: Proc. of the IX Int. School-Seminar, Gomel, Belarus, July 23 – August 3, 2007. Ed. by A. Ilyichev [et al.]. – Dubna: JINR, 2008. – V. 2. – P. 198–205.

52–А. Aleksejevs, A. Precision theory for precision measurements: Tests of the standard model via parity-violating electron-proton and Moeller scattering / A. Aleksejevs, S. Barkanova, A. Ilyichev, V. Zykunov // ICHEP2010: Proc. of 35th International Conference on High Energy Physics, Paris, France, 21–28 Jul 2010. – P. 84–86.

53–А. Зыкунов, В.А. Поляризационное мёллеровское рассеяние от энергий JLab до ILC / В.А. Зыкунов // Гомельский научный семинар по теор. физике, посв. 100-летию со дня рожд. Ф. И. Федорова, 20–22 июня 2011 г.: [материалы] / редкол.: А. В. Рогачев (гл. ред.) [и др.]. - Гомель: ГГУ им. Ф. Скорины, 2011. – 272 с. – С. 131–136.

54–А. Aleksejevs, A. NLO and NNLO EWC for PV Moller Scattering / A. Aleksejevs, S. Barkanova, E. Kuraev, V. Zykunov // ICHEP2012: Proc. of 36th International Conference on High Energy Physics, Melbourne, Australia, 4–11 July 2012. – P. 470–475, arXiv:1301.1384 [hep-ph]

55–А. Зыкунов, В.А. Радиационное мёллеровское рассеяние с поляризованными частицами / В.А. Зыкунов // Актуальные вопросы теоретической физики, физики конденсированных сред и астрофизики: сб. материалов междунар. науч.-практ. конф., Брест, 2–3 окт. 2014 г. / Брест. гос. ун-т им. А.С. Пушкина; под общ. ред. А.В. Демидчика. – Брест, БрГУ, 2014. – 126 с. – С. 40–44.

Тезисы докладов

56–А. Timoshin, S.I. Application of REDUCE to the investigation of the radiative effects in the DIS of polarized leptons on nucleons / S.I. Timoshin, V.A. Zykunov // CAS'97: Proc. of Int. Sc. Conference, Минск, 5–7 дек. 1997 г. – Minsk, 1997. – 230 с.

57–А. Зыкунов, В.А. Электрослабая поправка к сечениям в реакции (анти)нейтрино нуклонного глубоконеупругого рассеяния с заряженным током / В.А. Зыкунов // Труды 3-ей открытой научной конференции ОМУС, ОИЯИ, Дубна, 5–9 марта 1999 / ОИЯИ; под ред. В.А. Андреев [и др.]. - Дубна, 1999. - 210 с.

Препринты

58–А. Akushevich, I. Electroweak radiative effects in the single W production at Tevatron and LHC / I. Akushevich, A. Ilyichev, N. Shumeiko, V. Zykunov. – JLAB, 2003. – 9 P. – (Preprint/JLAB-THY-03-239). [hep-ph/0307333].

59–A. Zykunov, V.A. Electroweak radiative corrections to the parity-violating asymmetry for SLAC experiment E158 / V.A. Zykunov. – SLAC, 2004. – 7 P. – (Preprint/SLAC-PUB-14920).

60–A. Zykunov, V.A. First order QED corrections to the parity-violating asymmetry in Møller scattering / V.A. Zykunov, J.G. Suarez, B.A. Tweedie, Yu.G. Kolomensky. – SLAC, 2005. – 13 P. – (Preprint/SLAC-PUB-11378). [hep-ph/0507287v1].

61–A. Belotelov, I. Study of Drel–Yan dimuon production with the CMS detector / I. Belotelov, I. Golutvin, A. Lanyov, V. Palchik, E. Rogalev, M. Savina, S. Shmatov, V. Zykunov. – CERN, 2006. – 14 P. – (CERN-CMS-NOTE–2006–123).

Приложение А. Дилогарифм Спенса

Приведем здесь некоторые полезные формулы для дилогарифма (функции) Спенса. Прежде всего дадим его определение

$$\operatorname{Li}_2(x) = - \int_0^1 \frac{\ln(1 - xt)}{t} dt. \quad (1)$$

Далее приведем формулу, полезную при расчетах неопределенных интегралов, которые выражаются через дилогарифм Спенса, она работает для $x \in R$

$$\int \frac{\ln(ax + b)}{cx + d} dx = \frac{1}{c} \ln \left| b - \frac{ad}{c} \right| \ln \left| \frac{a(cx + d)}{ad - bc} \right| - \frac{1}{c} \operatorname{Li}_2 \left(\frac{a(cx + d)}{ad - bc} \right). \quad (2)$$

Также приведем здесь основные свойства функции Спенса:

$$\operatorname{Li}_2(x) = -\operatorname{Li}_2(1 - x) - \ln|x| \ln|1 - x| + \frac{\pi^2}{6}, \quad (3)$$

$$\operatorname{Li}_2(x) = -\operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{2} \ln^2(-x) - \frac{\pi^2}{6} \quad (x < 0), \quad (4)$$

$$\operatorname{Li}_2(x) = -\operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{x}\right) - \frac{1}{2} \ln^2 x + \frac{\pi^2}{3} \quad (x > 0). \quad (5)$$

Заметим здесь, что формулы (3) и (4) верны также в случае $x \in C$. Они весьма полезны для конкретного точного вычисления функции Спенса через его разложение в ряд

$$\operatorname{Li}_2(x) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k}{k^2}, \quad (6)$$

который сходится при $|x| < 1$. Нетрудно проверить, что преобразования (3-5) в любом случае обеспечат подходящее для точной оценки разложение в ряд. Наконец, в справочных целях приведем значения дилогарифма Спенса в некоторых точках

$$\operatorname{Li}_2(1) = \frac{\pi^2}{6}, \quad \operatorname{Li}_2(-1) = -\frac{\pi^2}{12}, \quad \operatorname{Li}_2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\pi^2}{12} - \frac{1}{2} \ln^2 2, \quad \operatorname{Li}_2(2) = \frac{\pi^2}{4}. \quad (7)$$

Приложение Б. Выражения R для сечения тормозного излучения в процессе Дрелла–Яна

Выражения для R в ультррелятивистском приближении (осуществляется пренебрежение фермионными массами, где это возможно) имеют вид: для FSR (см. первую и вторую диаграммы на рис. 4.9)

$$R_{l+}^{q\bar{q}} = 2s - 2\frac{m^2}{z^2}(2u_1^2 + 2u_1s + 4u_1t - 4u_1v + s^2 + 2st - 2sv + 2t^2 - 4tv + 2v^2) - 2\frac{s}{zv}(-u_1^2 - u_1s - 2u_1t - s^2 - 2st - 2t^2) - \frac{s}{z}(4u_1 + 4s + 6t - 3v) - 2\frac{m^2}{v^2}(s^2 + 2st + 2t^2) - \frac{1}{v}s(-z + 2u_1 + 2s + 2t),$$

$$R_{l-}^{q\bar{q}} = 2\frac{m^2}{z^2}s(2u_1 + s + 2t - 2v) + 2\frac{s^2}{zv}(-u_1 - s - 2t) + \frac{s}{z}(4s + 2t - v) + 2\frac{m^2}{v^2}s(s + 2t) + \frac{s}{v}(-z + 2u_1 + 2s + 2t) - 2s;$$

для ISR (см. третью и четвертую диаграммы рис. 4.9)

$$R_{\text{qk}+}^{q\bar{q}} = 2(z - s + v) - 2\frac{m_q^2}{z_1^2}(z^2 + 2zt + s^2 + 2st - 2sv + 2t^2 - 2tv + v^2) - 2\frac{s}{z_1u_1}(-s^2 - 2st + sv - 2t^2 + 2tv - v^2) - \frac{1}{z_1}(z^2 - zs + 2zt + 2s^2 + 2st - sv + 4t^2 - 2tv + v^2) - 2\frac{m_q^2}{u_1^2}(z^2 - 2zs - 2zt + 2zv + s^2 + 2st - 2sv + 2t^2 - 2tv + v^2) - \frac{1}{u_1}(z^2 - 3zs - 2zt + 2zv + 4s^2 + 6st - 5sv + 4t^2 - 6tv + 3v^2),$$

$$\begin{aligned}
R_{\text{qk}-}^{q\bar{q}} = & 2\frac{m_q^2}{z_1^2}(-z^2 - 2zt + s^2 + 2st - 2sv - 2tv + v^2) + \\
& + \frac{1}{z_1}(-z^2 + zs - 2zt + 2s^2 + 6st - 3sv - 2tv + v^2) + \\
& + 2\frac{m_q^2}{u_1^2}(z^2 - 2zs - 2zt + 2zv + s^2 + 2st - 2sv - 2tv + v^2) + \\
& + \frac{1}{u_1}(z^2 - 3zs - 2zt + 2zv + 4s^2 + 6st - 5sv - 2tv + v^2) + \\
& + 2\frac{s^2}{z_1 u_1}(-s - 2t + v);
\end{aligned}$$

для лептон-кварковой интерференции

$$\begin{aligned}
R_{\text{int}+}^{q\bar{q}} = & 2(z - u_1 - s - 4t + 3v) + \frac{t}{z z_1}(2s^2 + 4st - 2sv + 4t^2 - 2tv + v^2) + \\
& + \frac{1}{z u_1}(2s^3 + 6s^2 t - 6s^2 v + 8st^2 - 14stv + 7sv^2 + 4t^3 - 10t^2 v + \\
& + 9tv^2 - 3v^3) + \frac{2}{z}(u_1 s - u_1 v + s^2 + 2st - 3sv - 3tv + 2v^2) + \\
& + \frac{1}{z_1 v}(z^2 s + z^2 t + 2zst + 2zt^2 + 2s^3 + 6s^2 t + 8st^2 + 4t^3) \\
& + \frac{1}{z_1}(zt - 2s^2 - 4st + sv + tv) + \\
& + \frac{t}{v u_1}(z^2 - 2zs - 2zt + 2s^2 + 4st + 4t^2) + \\
& + \frac{2}{v}(-zt - u_1 s - s^2 - 2st) + \\
& + \frac{1}{u_1}(-z^2 + 3zs + 5zt - 3zv - 4s^2 - 12st + 8sv - \\
& - 12t^2 + 13tv - 5v^2),
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
R_{\text{int-}}^{q\bar{q}} = & 2(-z + 2s - v) - \frac{t}{zz_1}(2s^2 + 4st - 2sv - 2tv + v^2) - \\
& - \frac{1}{zu_1}(2s^3 + 6s^2t - 6s^2v + 4st^2 - 10stv + 5sv^2 - 2t^2v + 3tv^2 - \\
& - v^3) - \frac{2s}{z}(s - v) - \frac{1}{z_1v}(-z^2s - z^2t - 2zst - 2zt^2 + 2s^3 + 6s^2t + \\
& + 4st^2) - \frac{1}{z_1}(-zt - 2s^2 - 4st + sv - 4t^2 + tv) - \frac{t}{vu_1}(z^2 - 2zs - \\
& - 2zt + 2s^2 + 4st) - \frac{2s}{v}(z - s) - \\
& - \frac{1}{u_1}(-z^2 + 3zs + 5zt - 3zv - 4s^2 - 12st + 8sv - 4t^2 + 7tv - 3v^2).
\end{aligned}$$