

ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

На правах рукописи

**Осипов Александр Андреевич**

**МНОГОКВАРКОВЫЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ,  
МЕТОДЫ ИХ БОЗОНИЗАЦИИ  
И ФИЗИКА МЕЗОНОВ**

Специальность: 01.04.02 — теоретическая физика

Автореферат диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Дубна — 2009

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем им. В.П. Дзельцова Объединенного института ядерных исследований.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математических наук,  
профессор А.А. Андрианов  
(СПбГУ, Санкт-Петербург)

доктор физико-математических наук,  
профессор М.А. Иванов  
(ОИЯИ, Дубна)

доктор физико-математических наук,  
профессор Р.Н. Фаустов  
(ВЦ им. Дородницына РАН, Москва)

Ведущая организация: Научно-исследовательский институт ядерной физики имени Д.В. Скобельцына Московского государственного университета имени М.В. Ломоносова (НИИЯФ МГУ).

Защита состоится 4 июня 2009 г. в 15.00 на заседании диссертационного совета Д 720.001.01 при Объединенном институте ядерных исследований, ул. Жолио-Кюри 6, г. Дубна, Московская область, 141980.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Объединенного института ядерных исследований.

Автореферат разослан «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2009 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

А.Б. Арбузов

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Диссертация посвящена исследованию киральной динамики кварк-антикварковых систем, обладающих эффективными локальными многофермионными взаимодействиями. Данная тематика представляет интерес в связи с многочисленными усилиями специалистов понять и математически описать фазовую структуру основного состояния квантовой хромодинамики (КХД). Область исследования настолько обширна и сложна, что к настоящему времени уже сложились целые направления, которые сильно различаются методами, выбранными для решения задачи. КХД правила сумм, калибровочные теории на решетке, инстантонная модель вакуума КХД, многочисленные кварковые модели — вот далеко не полный перечень методов, активно развиваемых на протяжении уже нескольких десятилетий. Благодаря этим исследованиям, постепенно вырисовывается общая картина адронного вакуума и отвечающие ей детали физики адронов.

В этих исследованиях моделям с многокварковыми взаимодействиями отведена особая роль. Их задача — уловить главные черты эффективной непертурбативной динамики, ответственной за динамическое нарушение киральной симметрии. Давно известно, что четырехфермионные киральные взаимодействия способны привести к возникновению щели в спектре безмассовых фермионов. Именно этот механизм был использован Намбу и Иона-Лазинио (НИЛ) для описания нуклонов, как возбужденных квазичастиц. В это же время вышли работы В.Г. Вакса и А.И. Ларкина, а также В.А. Арбузова, А.Н. Тавхелидзе и Р.Н. Фаустова, в которых обсуждалось применение методов теории сверхпроводимости к изучению вопроса о генерации масс у элементарных частиц. Позднее появились кварковая версия модели НИЛ, а также ее расширения, как по группе киральной симметрии, так и по типу кварковых взаимодействий. Предложенная в 1961 году еще задолго до появления квантовой хромодинамики, модель не утратила своей актуальности и в настоящее время, представляя собой приемлемую базу для моделирования и изучения вопросов спонтанного и явного нарушения киральной симметрии, адронизации кварков, описания низкоэнергетической мезонной физики, поведения кварковой системы в плотной и горячей средах, внешних электрическом и магнитном полях.

Модели с многокварковыми взаимодействиями в последнее время активно используются и для описания кварк-глюонной плазмы (в пред-

положении, что глюонные эффекты уже поглощены в многокварковых вершинах). Эта активность отчасти мотивирована экспериментами с ультрарелятивистским рассеянием тяжелых ионов, проводимых в ЦЕРН (SPS) и Брукхейвене (RHIC), и ожиданиями, связанными с пуском линейного адронного коллайдера в ЦЕРН.

Прослеживаются две основные тенденции в современном развитии модели НИЛ. Одна из них связана с рассмотрением нелокальных взаимодействий. Именно такие вершины возникают из инстантонной картины КХД вакуума (Д.И. Дьяконов, Э.В. Шуряк) или в теории вакуумных корреляторов глюонных полей (Ю.А. Симонов). В последнем случае даже нет необходимости конкретизировать вид топологических зарядов, присутствующих в адронном вакууме, — интегрируя по полям глюонов в производящем функционале КХД, мы получаем эффективный кварковый лагранжиан, содержащий бесконечный набор нелокальных многокварковых вершин. Нелокальные расширения модели необходимы для описания мезонных радиальных возбуждений и по-видимому для конфинирования кварков.

Другая тенденция заключается в мотивированном добавлении новых кварковых или глюонных вершин. Так появились обобщения, содержащие четырехкварковые взаимодействия, генерирующие  $qq$  куперовские пары в холодной плотной кварковой среде; струну Полякова, ассоциируемую с эффектом глюонных полей и ответственную за появление в теории параметра порядка, описывающего фазовый переход конфинмент — деконфинмент при конечной температуре; т'хофтовские шестикварковые взаимодействия, учитывающие аномальное нарушение аксиальной  $U(1)_A$  симметрии. Общая структура моделей с многокварковыми квазилокальными взаимодействиями изучалась в работах А.А. Андрианова и В.А. Андрианова. Исходя из небольшого числа предположений ( $1/N_c$ -разложение, масштабная инвариантность), им удалось классифицировать вершины эффективной теории, ответственные за динамическое нарушение киральной симметрии, и показать, что доминирующими в такой теории являются только четырех-, шести- и восьмикварковые взаимодействия.

Вопрос о роли, которую могли бы играть высшие многокварковые связи в физике адронного вакуума изучен недостаточно: неясно каковы физические следствия этих взаимодействий, можно ли увидеть их проявления в современных или будущих экспериментах, существует ли иерархия многокварковых связей и чем она вызвана, возможно ли построение

непротиворечивой теория многокварковых сил? Все эти вопросы актуальны и требуют тщательного изучения.

Не ясна и природа возникновения гипотетических многокварковых вершин. Имеются расчеты, показывающие что они могут быть вызваны присутствием инстантонов в адронном вакууме: в инстантонной картине вакуума КХД эффективные кварковые взаимодействия т'Хофта возникают в узком слое вблизи поверхности Ферми и ведут к динамическому нарушению киральной симметрии, а ненулевые моды оператора Дирака в инстантонном поле ответственны за возникновение остальных многокварковых сил. Реальная картина КХД вакуума по-видимому сложнее.

Не вникая в природу возникновения многокварковых взаимодействий, можно просто предположить, что в основе эффективного мезонного лагранжиана на некотором более глубоком уровне понимания непертурбативной кварк-глюонной динамики лежит другая эффективная теория, которая может быть описана нелинейным кварковым лагранжианом и которая является естественным промежуточным шагом на пути извлечения феноменологических следствий КХД в области низких энергий. В настоящее время только нащупываются пути для непротиворечивого построения эффективной теории поля многокварковых взаимодействий. Такой поиск осуществляется на базе феноменологически мотивированных моделей и известных непертурбативных методов (например см.: S. Weinberg, PRD, Vol. 56, (1997) p. 2303) и постепенно углубляет наши представления о структуре эффективных кварковых вершин.

По мере усложнения формы эффективного кваркового лагранжиана возникает необходимость в развитии адекватного математического аппарата теории. Элегантное математическое решение, возникающее при рассмотрении какой-либо физической проблемы, представляется не менее интересным делом, чем сам физический результат. Это объясняется тем, что область применения развитых математических схем часто выходит далеко за рамки конкретной модели и в этом их самостоятельная ценность.

Таким образом задача построения и изучения моделей с многокварковыми связями представляется необходимым, важным и актуальным направлением в теории сильных взаимодействий. Новые идеи и методы, развитые в диссертации, я надеюсь, найдут свое применение в будущей эффективной теории нелинейных многокварковых сил.

Цель работы. Главной целью работы является детальное исследование эффективной динамики кварковых систем с полиномиальными мно-

гофермионными взаимодействиями восьмой степени и ниже и развитие необходимых математических методов для проведения последовательных теоретических расчетов в области низкоэнергетической мезонной физики на основе таких моделей.

Задачи работы. В диссертации рассматриваются следующие вопросы:

1) Исходя из эффективного действия бозонизированной теории, включающего однопетлевой фермионный вклад в виде логарифма формального детерминанта дифференциального оператора второго порядка, ставится задача развития метода для вычислений произвольных матричных элементов составных кварк-антикварковых состояний в лидирующем порядке  $1/N_c$  разложения с учетом полной импульсной зависимости мезонных вершин.

2) Сформулированный метод используется для исследования эффектов, вызванных явным нарушением киральной симметрии в процессах упругого  $\pi\pi$  рассеяния (вычисляется амплитуда, низшие длины рассеяния и параметры эффективной области взаимодействия) и фоторождении пионов  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  (вычисляются сечения процессов, поляризуемости заряженных и нейтральных пионов).

3) Чтобы связать общий результат, полученный предложенным здесь методом, с результатами приближенных расчетов, использующих длинноволновое разложение эффективного действия модели, решается задача построения киральных разложений в теории с многофермионными взаимодействиями.

4) Исследуются альтернативные формулировки нового метода, использующие как линейную, так и нелинейную реализации киральной симметрии при введении коллективных степеней свободы. Изучается вопрос независимости физического результата от способа реализации киральной симметрии.

5) В рамках метода Швингера — Девитта ищется обобщение для разложения функции теплового ядра по обратным степеням тяжелых масс составляющих кварков на случай, когда киральная симметрия нарушена явно, а массы токовых кварков различаются. Вычисляются первые члены данного ряда. Новое разложение используется для получения эффективного кирального лагранжиана и описания физики низших мезонных состояний при низких энергиях.

6) Исследуется проблема, возникающая в эффективных моделях КХД с четырехкварковыми  $U(3)_L \otimes U(3)_R$  кирально симметричными взаимодействиями при нарушении нежелательной глобальной  $U(1)_A$  симмет-

рии за счет детерминанта т'Хофта, которая заключается в том, что эффективный потенциал такой теории неограничен снизу. Ищется возможное решение проблемы стабильности основного состояния, основанное на гипотезе о существовании эффективных восьмикварковых взаимодействий.

7) На основе метода функционального интегрирования детально исследуется процедура бозонизации восьмикварковых вершин. С этой целью изучается система нелинейных уравнений стационарной фазы и доказывается ее совместность при определенных условиях, наложенных на коэффициенты. Исходя из общего вида решения, строится рекуррентная цепочка уравнений для определения стационарной траектории и ищутся условия, которым должны удовлетворять константы многокварковых взаимодействий, чтобы стационарная траектория отвечала теории имеющей глобальный минимум.

8) Исследуются возможные феноменологические проявления восьмикварковых взаимодействий, для чего вычисляется спектр мезонных масс, привлекаются известные эмпирические данные и с их помощью фиксируются параметры эффективной модели.

9) Изучается влияние восьмикварковых сил на свойства трехфлэйворной кварковой системы, находящейся в постоянном магнитном поле, в частности, на процесс магнитного катализа спонтанного нарушения киральной симметрии.

10) Исследуется влияние восьмикварковых взаимодействий на фазовый переход, восстанавливающий киральную симметрию при конечных температурах (приближение безмассовых кварков); анализируется также более реалистичный случай массивных токовых кварков.

Научная значимость работы. В диссертации предложено обобщение модели НИЛ, которое помимо стандартных  $U(3)_L \otimes U(3)_R$  кирально симметричных четырехкварковых взаимодействий и шестикварковых взаимодействий т'Хофта включает восьмикварковые эффективные вершины. Такое обобщение устраняет внутреннее противоречие, присущее данному классу моделей НИЛ — отсутствие глобального вакуумного состояния.

Помимо этого развит аппарат, позволяющий проводить последовательные расчеты в теориях с бозонизованными многокварковыми взаимодействиями. С его помощью впервые вычислены поправки (лидирующий по  $1/N_c$  вклад), обусловленные явным нарушением киральной симметрии в модели НИЛ. Эти поправки дополняют картину, получаемую из киральной теории возмущений (КТВ).

Следует особо отметить значимость появления формулы для длинноволнового разложения реальной части фермионного детерминанта при различающихся массах фермионов. В ее отсутствии такого рода разложения проводились эвристическими приемами и с потерей свойства инвариантности у коэффициентов разложения.

Научная новизна работы. В диссертации детально исследованы вопросы бозонизации многокварковых взаимодействий на основе метода функционального интегрирования; развиты новые методы для работы с однопетлевым киральным детерминантом; высказана и детально исследована гипотеза о возможной роли восьмикварковых взаимодействий в низкоэнергетической мезонной физике.

Автором впервые получены и выносятся на защиту:

1) Новый теоретический метод, позволяющий вычислять однопетлевые  $n$ -частичные амплитуды в теории составных частиц с учетом полной импульсной зависимости эффективных мезонных вершин в лидирующем порядке  $1/N_c$  разложения.

2) Нелинейная формулировка метода, и вывод о полной эквивалентности линейного и нелинейного подходов на массовой поверхности составных мезонных полей.

3) Впервые полученные в модели НИЛ выражения для амплитуд  $\pi\pi$ -рассеяния и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  вблизи порога, которые в лидирующем порядке  $1/N_c$  разложения полностью учитывают импульсную зависимость эффективных мезонных вершин, а также рассчитанные на их основе длины рассеяния, параметры эффективной области, дипольные поляризуемости пионов.

4) Асимптотическое разложение по степеням обратных масс тяжелых кварков для функции теплового ядра эллиптического самоспряженного оператора второго порядка  $\Delta$ , в теориях с нарушенной (явным и спонтанным образом) киральной симметрией, которое обобщает известное разложение в методе Швингера — Девитта для случая равных масс. Аналитические выражения для первых четырех членов ряда, которые являются обобщением коэффициентов Сили — Девитта.

5) Найденную связь между существованием единственного действительного решения у системы уравнений стационарной фазы, определяющей квазиклассическую траекторию при бозонизации многофермионных взаимодействий, и стабильностью основного состояния теории.

6) Рекуррентные формулы для построения решения системы уравнений стационарной фазы, возникающей при бозонизации многофермион-



ных взаимодействий методом функционального интегрирования.

7) Доказательство, что нарушение  $U(1)_A$  симметрии, осуществляемое детерминантом т'Хофта, в модели НИЛ с четырехфермионными  $U(3)_L \otimes U(3)_R$  кирально симметричными взаимодействиями, ведет к теории, эффективный потенциал которой не ограничен снизу.

8) Решение проблемы неустойчивости вышеуказанной теории, основанное на рассмотрении дополнительных локальных восьмикварковых взаимодействий.

9) Формулы для спектра легких мезонов и, в частности, обобщение формулы Виттена — Венециано для массы  $\eta'$  при наличии восьмикварковых сил.

10) Теоретическое предсказание возможности осуществления вторичного магнитного катализа в системе, которая помимо четырехфермионных обладает шести и восьмифермионными взаимодействиями, а именно: способности таких взаимодействий при квазистатическом увеличении магнитного поля дестабилизировать вакуумное состояние системы, катализированное слабым магнитным полем.

11) Эффект понижения температуры кирального перехода с ростом интенсивности восьмикварковых сил.

12) Вывод о том, что восьмикварковые взаимодействия, нарушающие правило Цвейга, влияют на тип фазового перехода в многокварковой системе с явно нарушенной киральной симметрией, а именно: в зависимости от силы восьмикварковых взаимодействий в системе с  $N_f = 3$  может осуществляться либо быстрый кроссовер переход, либо фазовый переход первого рода.

13) Вывод о имеющейся связи между интенсивностью восьмикварковых взаимодействий, нарушающих правило Цвейга, и механизмом динамического нарушения киральной симметрии: начиная с некоторого «критического» значения константы  $8q$ -связи за спонтанное нарушение симметрии ответственны  $6q$ -взаимодействия т'Хофта, а не  $4q$ -взаимодействия, которые вызывают данный процесс при слабых  $8q$ -силах.

Достоверность результатов. Вычисления, проделанные в диссертации, основываются на использовании стандартных методов теории поля. Все новые результаты проверялись на предмет соответствия (для ряда предельных случаев) известным классическим достижениям в данной области теоретической физики. Именно с этой целью в частности был развит специальный аппарат киральных разложений. Помимо этого, в случаях вычисления функциональных интегралов, для лучшего качественного

понимания задачи, предварительно активно использовались их конечномерные аналоги (см. например §4.2 диссертации).

Практическая ценность работы. В диссертации изложена логически замкнутая и непротиворечивая эффективная теория, которая может быть использована (и частично уже использовалась в диссертации) для изучения фазовой структуры КХД вакуума, эффектов явного и спонтанного нарушения киральной симметрии во внешнем электромагнитном поле, при конечных температурах и в плотных средах, а также для описания низкоэнергетических процессов адронной физики. Восьмикварковые взаимодействия, как и взаимодействия т'Хофта, содержат вершины, нарушающие правило Цвейга, и тем самым модель позволяет также исследовать феноменологические проявления такого нарушения. Практическая ценность двух математических методов, упомянутые выше в пунктах 1-2) и 4), выходит за рамки изучаемой в диссертации модели. Их область применения, как всякого математического аппарата, значительно шире.

Апробация работы. Материал, изложенный в диссертации, докладывался и обсуждался на семинарах Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ, Лаборатории теоретической физики ОИЯИ, на теоретических семинарах зарубежных научных центров: университет г. Куимбра (Португалия), университет г. Порто (Португалия), университет им. Луиса Пастера г. Страсбург (Франция), университет г. Регенсбург (Германия); на ряде международных конференций и рабочих совещаниях:

- “The Quark Confinement and the Hadron Spectrum 2008”, 1-6 Sept 2008, Mainz, Germany.
- The XIII International Conference “Selected Problems of Modern Theoretical Physics” (SPMTP08), June 23-27, 2008, Dubna, Russia.
- “Scadron’70” Workshop on Scalar Mesons and Related Topics, February 11-16, 2008, Lisbon, Portugal.
- “Quark Matter 2008” 20th International Conference on Ultra-Relativistic Nucleus Nucleus Collisions, February 4-10, 2008, Jaipur, India.
- The 7th International Conference on Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics (SNMP 07), 24-30 June 2007, Kyiv, Ukraine.
- The Hadronth06 Workshop, 7-9 September 2006, Peñíscola, Spain.
- The Quark Confinement and the Hadron Spectrum VII, 2-7 September (2006), Azores, Portugal.
- The International Meeting on Topics in Quantum Field Theory, 10-14 April 2006, Belo Horizonte, BH, Brazil;
- The 6th International Conference on Symmetry in Nonlinear Mathematical

Physics (SNMP 05), 20-26 June 2005, Kyiv, Ukraine.

- The International Conference on High Energy and Mathematical Physics, 4-7 April 2005, Marrakech, Morocco.

- The 8th Workshop on Nonperturbative Quantum Chromodynamics, 7-11 June 2004, Paris, France.

- The 5th International Conference on Symmetry in Nonlinear Mathematical Physics (SNMP 03), 23-29 June 2003, Kyiv, Ukraine.

- The International Conference on Many-Body Physics, Sept. 20-25, 1993, Coimbra, Portugal.

и т.д.. Ссылки на полученные в диссертации результаты можно найти в центральных европейских и американских физических журналах, включая обзоры в “Physics Reports” и “Успехи Физических Наук”.

Публикации и личный вклад автора. Результаты диссертации опубликованы в виде 32 статей в ведущих Российских и зарубежных журналах. Все основные результаты, представленные в диссертации, опубликованы в журналах из перечня ВАК.

Вклад автора во все полученные результаты является основным. Автором осуществлялись: формулировка задач, разработка путей и методов их решения, развитие необходимого математического аппарата, подготовка текстов публикаций, а также переписка с редакциями научных журналов и рецензентами.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения, трех приложений и списка литературы. Материал изложен на 215 страницах, включает 27 рисунков, 16 таблиц, 246 библиографических ссылок.

## КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Введение. Здесь обосновывается актуальность темы диссертации, формулируются основная цель и задачи возникающие при ее решении, обобщается научная новизна представленных исследований.

Глава 1. В первой главе диссертации сформулирован метод, позволяющий вычислять произвольные  $n$ -частичные мезонные амплитуды, исходя из нелокального однопетлевого эффективного действия, получающегося при бозонизации нелинейных фермионных вершин. Для определенности рассматривается простейший вариант модели НИЛ с лагранжианом взаимодействия, инвариантным относительно преобразований киральной группы  $U(2)_L \otimes U(2)_R$ . Стартовой точкой является формальное

выражение фермионного детерминанта — результат вычисления функционального интеграла гауссова типа по полям кварков.

Решая задачу извлечения из фермионного детерминанта полной информации об импульсной зависимости мезонных амплитуд (в лидирующем порядке  $1/N_c$  разложения), мы строим специальные преобразования фурье-образов коллективных бозонных полей. Новые переменные отвечают составным состояниям, что проявляется в импульсной зависимости массовой функции соответствующих им пропагаторов.

Чтобы ясно сформулировать задачу, решаемую в данной главе диссертации, и увидеть разницу между стандартными методами и новым, мы кратко останавливаемся на сути стандартного подхода, осуществляя при этом исторический экскурс в теорию данного вопроса.

Изучение динамики коллективных возбуждений, путем явного выделения коллективных степеней свободы в модели НИЛ на основе метода функционального интегрирования, было впервые предпринято в 1976 г. в работах Егучи, Куго и Киккавы. В своих вычислениях они прибегали к локальному разложению вершин, выделяя только расходящиеся части кварковых петель и пренебрегая конечными членами. Этот метод получил свое дальнейшее развитие в начале 1980 годов и был положен в основу многочисленных феноменологических построений, что прежде всего связано с именами М.К. Волкова и Д. Эберта.

Выделение расходящейся части у действия коллективных полей является приближением, призванным проиллюстрировать имеющуюся связь между моделью НИЛ и рядом известных феноменологических киральных лагранжианов. Было замечено, что в секторе скалярных и псевдоскалярных мезонов возникает линейная сигма модель, для векторных мезонов получается лагранжиан типа Янга – Миллса, а рассмотрение электромагнитных взаимодействий мезонов приводит к картине векторной доминантности. Однако в данном приближении коллективные моды элементарны: хотя информация о кварковой природе мезонов содержится в константах их взаимодействий и массах в виде параметра  $m$  – массы составляющего кварка, структурная часть, заключенная в конечных членах разложения, полностью игнорируется. В результате мезонные пропагаторы описывают распространение точечных объектов.

Чтобы учесть структурную часть действия, было предложено элегантное решение, использующее метод теплового ядра (A. Dhar, R. Shankar, S.R. Wadia, D. Ebert, H. Reinhardt). Метод позволяет непосредственно в координатном пространстве найти несколько первых членов в раз-

ложении эффективного мезонного действия, но к сожалению с его помощью невозможно вычислить полный вклад, заключенный в кварковых петлях.

Как альтернатива вышеуказанному направлению исследований в конце восьмидесятых годов в рамках модели НИЛ интенсивно изучались спектр и константы кварк-мезонных взаимодействий с помощью метода Хартри – Фока (U. Meissner, V. Bernard, W. Weise, S.P. Klevansky, T. Hatsuda, T. Kunihiro и т.д.), который эквивалентен линейаризации четырехкварковых вершин лагранжиана посредством самосогласованного введения бозонных переменных. Пропагаторы бозонных полей определялись в результате суммирования ряда, состоящего из цепочек однопетлевых кварковых диаграмм. Он например вытекает из уравнения Бете – Солпитера, написанного для канала  $\bar{q}q \rightarrow \bar{q}q$ .

Излагаемый в данной главе формализм по сути эквивалентен хартри-фоковскому подходу. Действительно, оказывается, что предложенное нами преобразование осуществляет переход к бозонному полю, пропагатор которого в точности совпадает с известным результатом вычислений в методе Хартри–Фока (С.М. Shakin). При этом однако непосредственного суммирования однопетлевых диаграмм в нашем подходе не производится, а вся процедура легко укладывается в рамки метода функционального интегрирования.

Затем на основе уравнения щели и уравнения на массу пиона найдутся киральные разложения (в данном случае это ряды Тэйлора по степеням токовой массы кварков) для основных физических величин. Они выступают связующим звеном при сравнении результатов развиваемого здесь подхода с известными результатами, полученными методом асимптотического разложения тепловой функции. Сравнение позволяет проверить самосогласованность нового метода, а также установить насколько быстро сходится киральный ряд.

Чтобы исследовать эффекты, связанные с явным нарушением киральной симметрии и убедиться в непротиворечивости метода в целом, вычисляются амплитуда  $\pi\pi$  рассеяния, параметры эффективной области и длины рассеяния. Исследуется процесс  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  и вычисляются дипольные электрическая и магнитная поляризуемости пионов. Получены сечения процессов  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^0\pi^0$  и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$  в околопороговой области.

Глава 2. Во второй главе метод распространяется на случай расширенной модели НИЛ. Такая модель помимо псевдоскалярных и скалярных мезонов содержит векторные и аксиал-векторные состояния. В ре-

зультате возникают смешивания между псевдоскалярными и аксиал-векторными модами, а также между скалярной и векторной компонентами. Диагонализация соответствующих двухчастичных функций осуществляется в импульсном пространстве. В остальном вычисления аналогичны случаю, рассмотренному в первой главе.

Найдены масштабные инвариантные соотношения, связывающие свойства пиона с характеристиками векторных и аксиал-векторных частиц. В частности, установлены формулы, которые обобщают известное KSFR соотношение и вайнберговские правила сумм на случай составных частиц. Массы векторных и аксиал-векторных мезонов лежат в области  $\sim 1$  ГэВ, поэтому неудивительно, что именно для них важен учет членов с высшими производными. Однако здесь начинает проявляться деконфайнмент кварков, т.е. амплитуды получают нефизические мнимые части, что существенно сужает область применимости метода.

Тем не менее имеются все основания для использования векторных и аксиал-векторных мод в качестве виртуальных состояний при изучении физики пионов и каонов.

Как и в предыдущей главе, подробно анализируются следствия явного нарушения киральной симметрии. Построены киральные разложения для основных физических величин в присутствии частиц спина-1. Показано, что в модели НИЛ с векторными мезонами улучшается сходимость кирального ряда.

Затем мы повторяем расчет амплитуды упругого пион-пионного рассеяния, чтобы включить вклады виртуальных векторных частиц, и извлекаем из нее информацию о фазах, длинах рассеяния и параметрах эффективной области взаимодействия.

В заключение метод распространяется на случай с нелинейной реализацией киральной симметрии, для чего используется стандартная техника индуцированных представлений. Очевидно, что физические результаты не могут зависеть от выбора асимптотических полей. Изменяется только диаграммное содержание теории и поведение амплитуд вне массовой поверхности. Так замена переменных, преобразующихся по линейному представлению киральной группы, на переменные, преобразующиеся по нелинейному закону, полностью изменяет картину виртуальных вкладов в амплитуду  $\pi\pi$  рассеяния, однако их полная сумма на массовой поверхности пионов остается прежней.

**Глава 3.** В третьей главе строится асимптотика фермионного детерминанта для случая невырожденной массовой матрицы. Отправным пунк-

том является знаменитое представление детерминанта эллиптического оператора в виде интеграла по собственному времени. Оно известно, как формула Швингера — Девитта

$$W[Y] = -\ln |\det D| \stackrel{\text{reg}}{=} \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \frac{dt}{t} \rho(t, \Lambda^2) \text{Tr} \left( e^{-tD^\dagger D} \right) + \text{const.} \quad (1)$$

Здесь оператор Дирака  $D$  зависит от асимптотических полей, которые при переходе к эрмитову дифференциальному эллиптическому оператору второго рода  $D^\dagger D = \mathcal{M}^2 - \partial^2 + Y$  собраны в  $Y$ , метрика евклидова. Вычисление функционального шпура ведет к возникновению сингулярностей в интеграле по  $t$ , которые поглощают ультрафиолетовые расходимости однопетлевых фермионных диаграмм, при условии, что интегрирование по собственному времени осуществляется в последнюю очередь. Чтобы интеграл по  $t$  сходился, в выражение (1) введен регулятор  $\rho(t, \Lambda^2)$ . Результаты данной главы остаются в силе независимо от конкретного вида этой функции, содержащей параметр обрезания  $\Lambda$ .

Формализм «собственного времени» Фока — Швингера позволяет справиться с задачей асимптотическое разложение эффективного действия  $W[Y]$  по степеням собственного времени с коэффициентами Сили — Девитта  $a_n$ , аккумулирующими в себе всю зависимость от фоновых полей. Замечательно, что для каждого значения ( $n = 0, 1, 2 \dots$ ) выражение  $\text{tr}(a_n)$  инвариантно относительно действия группы внутренней симметрии. Это вытекает из общей ковариантности формализма. В настоящее время асимптотические коэффициенты  $a_n$  хорошо известны до значений  $n = 5$  для произвольного оператора лапласовского типа.

В случае массивных квантовых полей с вырожденной массовой матрицей  $\mathcal{M} = \text{diag}(m, m, \dots)$  несложно перейти от разложения по степеням собственного времени к разложению по обратным степеням  $m^2$ , так как зависимость от массы легко факторизуется, а последующее интегрирование по собственному времени ведет к желаемому результату. Асимптотические коэффициенты  $a_n$  при этом не изменяются.

Если в теории явно нарушена киральная симметрия, то массовая матрица невырождена  $\mathcal{M} = \text{diag}(m_1, m_2, \dots)$  и ее полная факторизация невозможна из-за некоммутативности  $\mathcal{M}$  с остальной частью эллиптического оператора. Наивная же факторизация по частям разрушает ковариантность коэффициентов асимптотического ряда. Возникает естественный вопрос: нельзя ли осуществить факторизацию массовой зави-

симости, сохранив при этом свойство ковариантности коэффициентов на каждом шаге асимптотического разложения?

В данной главе показано, что сформулированная задача имеет простое решение, которое мы получаем на основе рекуррентного использования специально предложенной формулы

$$J_l(m_j^2) - J_l(m_i^2) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\Delta_{ij}^n}{2^n n!} [J_{l+n}(m_i^2) - (-1)^n J_{l+n}(m_j^2)], \quad (2)$$

где  $\Delta_{ij} = m_i^2 - m_j^2$ , а интегралы  $J_n(m^2)$  имеют вид

$$\begin{aligned} J_n(m^2) &= \int_0^{\infty} \frac{dt}{t^{2-n}} e^{-tm^2} \rho(t, \Lambda^2) \\ &= 16\pi^2 \Gamma(n+1) \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \hat{\rho}_{\Lambda} \frac{1}{(p^2 + m^2)^{n+1}}. \end{aligned} \quad (3)$$

Выбор факторизуемой комбинации, составленной из функций  $J_i(m_j^2)$ , в виде

$$I_i \equiv \frac{1}{N_f} \sum_{j=1}^{N_f} J_i(m_j^2). \quad (4)$$

ведет к желаемому результату. Мы показываем, что с помощью формулы (2) удастся произвести перестройку ряда по степеням собственного времени, так что его члены автоматически собираются в кирально ковариантные комбинации

$$W[Y] = \int \frac{d^4 x}{32\pi^2} \sum_{i=0}^{\infty} I_{i-1} \text{tr}(b_i). \quad (5)$$

В итоге каждый шаг разложения сохраняет трансформационные свойства исходного действия  $W[Y]$ , что важно при проведении приближенных вычислений, с точностью до  $n$ -го шага в длинноволновом разложении эффективного действия. Новые коэффициенты разложения  $b_i$  являются обобщением известных коэффициентов Сили — Девитта. В случае



$N_f = 3$  первые четыре коэффициента имеют вид

$$\begin{aligned}
b_0 &= 1, \quad b_1 = -Y, \quad b_2 = \frac{Y^2}{2} + \frac{\Delta_{12}}{2}\lambda_3 Y + \frac{1}{2\sqrt{3}}(\Delta_{13} + \Delta_{23})\lambda_8 Y, \\
b_3 &= -\frac{Y^3}{3!} - \frac{1}{12}(\partial Y)^2 - \frac{1}{12}\Delta_{12}(\Delta_{31} + \Delta_{32})\lambda_3 Y \\
&\quad + \frac{1}{12\sqrt{3}}[\Delta_{13}(\Delta_{21} + \Delta_{23}) + \Delta_{23}(\Delta_{12} + \Delta_{13})]\lambda_8 Y \\
&\quad + \frac{1}{4\sqrt{3}}(\Delta_{31} + \Delta_{32})\lambda_8 Y^2 + \frac{1}{4}\Delta_{21}\lambda_3 Y^2.
\end{aligned} \tag{6}$$

Прежде всего, очевидно, что в предельном случае равных масс  $m_1 = m_2 = \dots = m_{N_f}$  результат совпадает с классическим разложением Швингера — Дебитта. Если массы не равны, ряд (5) является обобщением известного результата. На место асимптотических коэффициентов Сили — Дебитта  $a_n$  приходят коэффициенты  $b_n$ . Далее можно убедиться, что если оператор  $D^\dagger D$  преобразуется по присоединенному представлению группы:  $\delta(D^\dagger D) = i[\omega, D^\dagger D]$ , то  $b_n$  в (6) также ковариантны, т.е.  $\delta b_n = i[\omega, b_n]$ , где  $\omega = \alpha + \gamma_5 \beta$  — параметры глобальных инфинитезимальных преобразований.

Следует также отметить, что, строго говоря, полученный ряд не является последовательным разложением по обратным степеням масс: хотя каждый из интегралов  $J_l$  при  $l \geq 1$  и обладает необходимым для этого асимптотическим поведением  $J_{l+1}(m_i^2) \sim m_i^{-2l}$ , коэффициенты  $b_l$  зависят от разности масс. Таким образом происходит перестройка ряда в соответствии с общим требованием киральной симметрии, которое представляется нам более серьезным аргументом, нежели скрупулезное следование идее  $1/m^2$  разложения.

Глава 4. Здесь сформулированный в предыдущей главе метод применяется для получения эффективного действия теории со спонтанно нарушенной симметрией в ее длинноволновом режиме. В качестве фундаментальной теории используется модель НИЛ с лагранжианом четырехкварковых взаимодействий, инвариантных относительно преобразований киральной  $U(3)_L \otimes U(3)_R$  группы, и шестикварковых взаимодействий т'Хофта, ответственных за нарушение аксиальной  $U(1)_A$  симметрии. Массы легких кварков выбираются таким образом, чтобы теория обладала  $SU(2)_f$  флейворной симметрией, т.е. массовая матрица была невырождена  $\hat{m}_u = \hat{m}_d \neq \hat{m}_s$ . Благодаря спонтанному нарушению ки-

ральной симметрии, данная массовая матрица перейдет в невырожденную массовую матрицу тяжелых составляющих кварков, т.е. возникают основания для разложения теории по степеням обратных масс и получения соответствующего эффективного мезонного лагранжиана.

В литературе имеется несколько различных подходов для решения данной задачи (D. Ebert и H. Reinhardt, 1986; D. Espriu, E. de Rafael и J. Taron, 1990; J. Vijnens, C. Bruno и E. de Rafael, 1993). Метод, используемый здесь, имеет ряд преимуществ:

(а) Бозонизация осуществляется через функциональное интегрирование и здесь мы существенно развиваем аналитическую сторону подхода, первоначально предложенного в работе (H. Reinhardt и R. Alkofer, 1988). Суть метода заключается в том, что в производящий функциональный интеграл вводятся дополнительные бозонные переменные, которые исключают все фермионные вершины лагранжиана степень которых выше второй. Вместо них появляются бозонные вершины, зависящие от вспомогательных полей. Избыточные переменные устраняются приближенным интегрированием с использованием метода стационарной фазы. Стационарные траектории удовлетворяют системе из восемнадцати кубических уравнений, которые совместны, но имеют более одного действительного корня. Мы показываем, что присутствие сингулярного корня дестабилизирует вакуумное состояние. Проблема неустойчивости подробно изучается в следующей главе, а здесь выбирается решение, отвечающее пересуммированию ряда теории возмущений по константе  $t'$ Хофта.

(б) Эффективное действие вычисляется путем инвариантного разложения теплового ядра. В этой части наши вычисления полностью оригинальны и основываются на материале предыдущей главы.

Полученное таким образом асимптотическое разложение эффективно лагранжиана используется для вычисления мезонного спектра масс и констант слабого распада для членов нонета псевдоскалярных мезонов. Показано, что для  $\eta$ - $\eta'$  состояний модель ведет к картине с двумя углами смешивания.

Глава 5. В пятой главе изучается вопрос стабильности основного состояния у системы с многокварковыми взаимодействиями. В качестве математического аппарата используется метод эффективного потенциала. Потенциал мы получаем через функциональное интегрирование методом стационарной фазы в лидирующем приближении. Показано, что в случае  $SU(3) \otimes SU(3)$  киральной симметрии  $t'$ хофтовский детерми-

нант дестабилизирует вакуум модели НИЛ. Дестабилизация выражается в отсутствии абсолютного минимума у эффективного потенциала теории. Однако наличие восьмикварковых сил может исправить ситуацию. Лагранжиан наиболее общего вида, который описывает безспиновые 8q-взаимодействия, а именно они важны для формирования эффективного потенциала, содержит два члена:  $\mathcal{L}_{8q} = \mathcal{L}_{8q}^{(1)} + \mathcal{L}_{8q}^{(2)}$ , где

$$\mathcal{L}_{8q}^{(1)} = 8g_1 [(\bar{q}_i P_R q_m)(\bar{q}_m P_L q_i)]^2, \quad (7)$$

$$\mathcal{L}_{8q}^{(2)} = 16g_2 [(\bar{q}_i P_R q_m)(\bar{q}_m P_L q_j)(\bar{q}_j P_R q_k)(\bar{q}_k P_L q_i)]. \quad (8)$$

Он симметричен относительно преобразований  $U(3)_L \otimes U(3)_R$  группы и содержит в  $\mathcal{L}_{8q}^{(1)}$  вершины, нарушающие правило Цвейга.

Производящий функционал теории  $Z$  после линеаризации кварковых вершин имеет вид

$$\begin{aligned} Z &= \int \mathcal{D}q \mathcal{D}\bar{q} \prod_a \mathcal{D}\sigma_a \prod_a \mathcal{D}\phi_a \exp \left( i \int d^4x \mathcal{L}_q(\bar{q}, q, \sigma, \phi) \right) \\ &\times \int_{-\infty}^{+\infty} \prod_a \mathcal{D}s_a \prod_a \mathcal{D}p_a \exp \left( i \int d^4x \mathcal{L}_r(\sigma, \phi, \Delta; s, p) \right), \end{aligned} \quad (9)$$

где

$$\mathcal{L}_q = \bar{q}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m - \sigma - i\gamma_5 \phi)q, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_r &= s_a(\sigma_a + \Delta_a) + p_a \phi_a + \frac{G}{2} (s_a^2 + p_a^2) \\ &+ \frac{\kappa}{32} A_{abc} s_a (s_b s_c - 3p_b p_c) + \frac{g_1}{8} (s_a^2 + p_a^2)^2 \\ &+ \frac{g_2}{8} [d_{abe} d_{cde} (s_a s_b s_c s_d + 2s_a s_b p_c p_d + p_a p_b p_c p_d) \\ &+ 4f_{ace} f_{bde} s_a s_b p_c p_d]. \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $\Delta_a = m_a - \hat{m}_a$ ,  $A_{abc}$  — полностью симметричные константы, которые связаны со структурными константами  $U(3)$  группы. Бозонные поля  $\sigma_a$  и  $\phi_a$  описывают скалярный и псевдоскалярный нонеты и позднее идентифицируются с соответствующими физическими состояниями. Вспомогательные переменные  $s_a$  и  $p_a$  должны быть исключены из эффективного мезонного лагранжиана  $\mathcal{L}_r$ .

Чтобы найти квазиклассическую асимптотику функционального интеграла при интегрировании по переменным  $s_a, p_a$  в (9), ищутся стационарные траектории  $s_a^{st} = s_a(\sigma, \phi)$ ,  $p_a^{st} = p_a(\sigma, \phi)$ , являющиеся решением уравнений движения

$$\frac{\partial \mathcal{L}_r}{\partial s_a} = 0, \quad \frac{\partial \mathcal{L}_r}{\partial p_a} = 0. \quad (12)$$

Решение представляется в виде разложений по степеням внешних мезонных полей  $\sigma_a, \phi_a$ ,

$$\begin{aligned} s_a^{st} &= h_a + h_{ab}^{(1)} \sigma_b + h_{abc}^{(1)} \sigma_b \sigma_c + h_{abc}^{(2)} \phi_b \phi_c + \dots \\ p_a^{st} &= h_{ab}^{(2)} \phi_b + h_{abc}^{(3)} \phi_b \sigma_c + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

Коэффициенты  $h_{a\dots}^{(i)}$  зависят от констант многокварковых взаимодействий  $G, \kappa, g_1, g_2$  и масс кварков  $\Delta_a$ . Коэффициенты более высокого порядка  $h_{a\dots}^{(i)}$  рекуррентно связаны с младшими коэффициентами. Самые низшие из них  $h_a$  удовлетворяют системе кубических уравнений

$$\Delta_a + Gh_a + \frac{3\kappa}{32} A_{abc} h_b h_c + \frac{g_1}{2} h_a h_b^2 + \frac{g_2}{2} d_{abc} d_{cde} h_b h_c h_d = 0. \quad (14)$$

Таким образом, задача сводится к поиску решений системы алгебраических уравнений, погруженных в девятимерное пространство алгебры Ли группы  $U(3)$ . Похожая система изучалась ранее Пайсом (Pais, 1968) в связи с вопросом нарушения  $SU(3)$  группы сильных взаимодействий.

Мы подробно обсуждаем условия полноты системы и устанавливаем, что при следующих условиях, наложенных на константы многокварковых связей,

$$g_1 > 0, \quad g_1 + 3g_2 > 0, \quad G > \frac{1}{g_1} \left( \frac{\kappa}{16} \right)^2 \quad (15)$$

система уравнений стационарной фазы совместна, имеет лишь одно действительное решение, и, благодаря этому, модель обладает стабильным вакуумным состоянием.

Стабилизирующий эффект — не единственное возможное следствие от «включения» восьмикварковых взаимодействий. В данной главе мы находим, что если такие силы существуют, то одним из интересных их проявлений может быть одновременное сосуществование двух локальных минимумов, т.е. двух киральных фаз: симметричной вигнер-вейлев-

ской и асимметричной нambu-голдстоуновской. В данном случае интенсивность взаимодействия т'Хофта является причиной динамического нарушения киральной симметрии. Это новое свойство модель приобретает только благодаря восьмикварковым взаимодействиям.

В заключение данной главы мы обращаемся к рассмотрению спектра мезонных масс и роли, которую здесь играют восьмикварковые силы. Из полученных формул следует, что восьмикварковые взаимодействия, хотя и дают свой вклад в уравнения для масс псевдоскаляров, делают они это так, что единственным доминирующим вкладом здесь по-прежнему остается вклад т'хофтовских сил. Пикантность ситуации заключается в том, что формально их вклад в формулы может иметь тот же  $1/N_c$ -порядок, что и вклад от взаимодействий т'Хофта, но несмотря на это обстоятельство их лидирующие вклады в массовые формулы полностью компенсируются между собой.

Еще одно интересное наблюдение связано с формулой, описывающей расщепление масс  $\eta$ - $\eta'$  мезонов

$$m_\eta^2 = m_0^2 - \frac{8(m_K^2 - m_\pi^2)^2 + 3c_q}{9(m_{\eta'}^2 - m_0^2)}, \quad (16)$$

где  $m_0^2 = \frac{1}{3}(4m_K^2 - m_\pi^2)$ , что является известным результатом Гелл-Манна – Окубо для массы  $\eta$ -мезона. Вычитаемое ведет к дополнительному расщеплению между состояниями  $\eta$  и  $\eta'$ , и представляет собой эффект от нарушения  $SU(3)$  симметрии во втором порядке по массе токовых кварков. Коэффициент  $c_q$  зависит кроме того и от шести и восьмикварковых вкладов. Формула (16) при  $c_q \neq 0$  обобщает известный результат Венециано, включая поправки, связанные с нарушением  $SU(3)$  симметрии вызванным присутствием т'хофтовских и восьмикварковых взаимодействий. Численно  $m_0 = 565$  МэВ лишь немного больше экспериментального значения  $m_\eta = 547.30 \pm 0.12$  МэВ. Поправка Виттена – Венециано (второе слагаемое  $\sim (m_K^2 - m_\pi^2)^2$ ) связана с топологической восприимчивостью и по величине где-то в четыре раза превосходит требуемое значение. Так мы получаем, что  $m_\eta \simeq 496$  МэВ. Эта величина корректируется вкладами от шести и восьмикварковых взаимодействий, собранными в  $c_q$ , к сожалению не улучшая согласие с экспериментом. В итоге мы получаем, что  $m_\eta = 486$  МэВ. Этот результат говорит о необходимости более тонкого описания эффектов, связанных с явным нарушением киральной симметрии.

Глава 6. Шестая глава посвящена исследованию возможных специфических проявлений восьмикварковых сил при фазовых переходах многокварковой системы. Анализ основывается на изучении решений уравнения щели, соответствующего конкретной ситуации, и рассмотрении эффективного потенциала теории.

В разделе 6.1 изучается процесс динамического нарушения киральной симметрии, вызванный действием постоянного магнитного поля. В качестве модели выбран лагранжиан НИЛ, к которому добавлены взаимодействия т'Хофта и восьмикварковые силы. Хорошо известно, что в  $2 + 1$  и  $3 + 1$  измерениях постоянное и однородное магнитное поле  $H \neq 0$  приводит к динамическому нарушению киральной симметрии и возникновению массы у фермиона при наличии сколь угодно малого притягивающего четырехфермионного взаимодействия между частицами и симметрия не может быть восстановлена при любых сколь угодно больших значениях  $H$ .

Вычисления осуществляются сначала для стандартного случая, т.е. в отсутствие  $6q$  и  $8q$  взаимодействий (раздел 6.1.2). Это связано с тем, что используемая нами регуляризация отличается от регуляризаций других авторов. Убедившись, что она адекватно описывает хорошо изученную ситуацию, мы в разделе 6.1.3 обращаемся непосредственно к выяснению роли новых взаимодействий.

Получив уравнение щели и изучив его решения, мы показываем, что шести и восьмикварковые взаимодействия способны разрушить локальный минимум, катализированный действием постоянного магнитного поля. Это возможно, например, когда константы многокварковых взаимодействий обеспечивают режим, при котором модель обладает более чем одним локальным минимумом при  $H = 0$ , хотя это лишь достаточное условие: даже в случае конфигурации, обладающей одним локальным минимумом, при помещении системы в сильное магнитное поле возможно образование второго энергетически более выгодного локального минимума.

В разделе 6.2 изучается температурное поведение системы безмассовых кварков. Температурная зависимость вводится методом Мацубары. Анализируя поведения эффективного потенциала мы определяем температуру при которой происходит восстановление киральной симметрии и делаем вывод, что наличие восьмикварковых взаимодействий ведет к уменьшению величины критической температуры.

В разделе 6.3 принимается во внимание конечность масс токовых

кварков. Это позволяет обратиться к изучению более реалистического случая. В частности, фиксировать параметры модели по экспериментальным данным. Мы используем для этого известные значения масс псевдоскалярных и скалярных мезонов, а также константы слабых распадов  $f_\pi$  и  $f_K$ . Фит ведет к корреляции между величинами независимых констант  $G$  и  $g_1$ : при уменьшении  $G$  константа  $g_1$  растет, при этом спектр практически не показывает каких либо существенных изменений.

Анализ численных решений уравнения щели позволяет заключить, что взаимодействия, нарушающие правило Цвейга, играют важную роль для понимания природы температурного фазового перехода. Если они малы, фазовый переход будет быстрым кроссовер переходом. Однако, как только константа восьмикварковых взаимодействий  $g_1$  превысит некоторую критическую величину, тип перехода меняется на фазовый переход первого рода.

Заключение. Здесь кратко суммируются основные научные результаты, представленные в диссертационной работе, которые выносятся на защиту. Приводится неполный список семинаров и научных конференций, где докладывались и обсуждались основные результаты диссертации. Выражаются благодарности коллегам по совместной работе.

Приложения. Диссертация имеет три приложения. В приложении А содержится вывод рекуррентного соотношения, играющего важную роль при получении основного результата главы 3. Приложение Б носит справочный характер: здесь собраны формулы и даны определения, необходимые при рассмотрении смешивания между синглет-октетными компонентами мезонных состояний. Доказательство совместности системы уравнений стационарной фазы, полученной в главе 5 при бозонизации многофермионных вершин, приводится в приложении В.

## ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. В диссертации предложено новое направление, суть которого состоит в изучении низкоэнергетической мезонной физики на базе эффективного лагранжиана с локальными многокварковыми взаимодействиями. Новыми являются: (а) развитый в диссертации математический аппарат, позволяющий построить эффективный мезонный лагранжиан бозонизированной теории в случае, когда киральная симметрия в системе нелинейно взаимодействующих фермионов нарушена явным и спонтанным образом; (б) модель, которая предполагает существование эффек-

тивных восьмикварковых взаимодействий, как правило игнорируемых большинством известных подходов. Восьмикварковые взаимодействия, как показано в диссертации, важны для формирования стабильного вакуумного состояния многокварковой системы и влияют на характер протекания фазовых процессов при конечной температуре, плотности и в присутствии внешнего магнитного поля.

2. Развита новый теоретический метод, позволяющий вычислять однопетлевые  $n$ -частичные амплитуды в теории составных частиц с учетом полной импульсной зависимости эффективных мезонных вершин в лидирующем порядке  $1/N_c$  разложения. Таким образом получено новое решение известной проблемы, ориентированное на использование в рамках метода функционального интеграла. Преимуществом нового решения является его простота: основная идея заключена в несложном преобразовании бозонных переменных, которое эквивалентно суммированию бесконечной цепочки однопетлевых фермионных петель в рамках стандартного хартри-фоковского подхода. Другое его достоинство заключается в гибкости формулировки: в диссертации построена нелинейная (здесь имеется в виду реализация представления киральной группы симметрии) версия метода, и сделан вывод о полной эквивалентности линейного и нелинейного подходов на массовой поверхности составных мезонных полей.

3. Благодаря новому методу впервые получены в модели НИЛ выражения для амплитуд  $\pi\pi$ -рассеяния и  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  вблизи порога, которые в лидирующем порядке  $1/N_c$  разложения полностью учитывают импульсную зависимость эффективных мезонных вершин. Исходя из полученных выражений, рассчитаны длины  $\pi\pi$ -рассеяния, параметры эффективной области  $\pi\pi$  взаимодействия, дипольные поляризуемости пионов. Построены киральные разложения амплитуд и показана связь первых членов такого разложения с известными результатами, установленными ранее на основе эффективных киральных лагранжианов.

4. Развита математический формализм, который может быть использован в качестве основного аппарата при построении инвариантной асимптотики оператора Дирака в теориях содержащих тяжелые частицы с разными значениями масс в присутствии внешних полей, принимающих значения в алгебре Ли группы  $U(3)$ . Метод Швингера – Девитта взят за основу конструкции. Существенно новым моментом является процедура ресуммирования ряда, полученного из разложения теплового ядра после взятия интегралов по «собственному времени» Фока – Швингера.



Перестройка ряда диктуется требованиями симметрии и обеспечивает инвариантность возникающего эффективного действия на каждом шаге разложения. Тем самым новый метод распространяет ставшую уже классической технику Швингера — Девитта на случай теорий со спонтанно нарушенной  $SU(N_f)_L \otimes SU(N_f)_R$  киральной симметрии, когда массовая матрица фермионных полей не пропорциональна единичной, и в этом представляется его основная ценность. В диссертации найдены аналитические выражения для первых четырех коэффициентов нового асимптотического ряда.

5. Найдена связь между существованием единственного действительного решения у системы уравнений стационарной фазы, определяющей квазиклассическую траекторию при бозонизации многофермионных взаимодействий, и стабильностью основного состояния теории. На основе этого результата установлено, что нарушение  $U(1)_A$  симметрии, осуществляемое детерминантом т’Хофта, в модели НИЛ с четырехфермионными  $U(3)_L \otimes U(3)_R$  кирально симметричными взаимодействиями, ведет к теории, эффективный потенциал которой не ограничен снизу. Предложено решение проблемы нестабильности вышеуказанной теории, основанное на рассмотрении дополнительных локальных восьмикварковых взаимодействий.

6. Сделано теоретическое предсказание возможности осуществления вторичного магнитного катализа в системе, которая помимо четырехфермионных обладает шести и восьмифермионными взаимодействиями, а именно: способности таких взаимодействий при квазистатическом увеличении магнитного поля дестабилизировать вакуумное состояние системы, катализированное слабым магнитным полем.

7. Предсказан эффект понижения температуры кирального перехода с ростом интенсивности восьмикварковых сил.

8. Рассмотрение восьмикварковых взаимодействий позволяет сделать вывод, что вершины, нарушающие правило Цвейга, влияют на тип фазового перехода в многокварковой системе с явно нарушенной киральной симметрией, а именно: в зависимости от силы восьмикварковых взаимодействий в системе с  $N_f = 3$  при конечной температуре может осуществляться либо быстрый кроссовер переход, либо фазовый переход первого рода.

9. Сделан вывод о имеющейся связи между интенсивностью восьмикварковых взаимодействий, нарушающих правило Цвейга, и механизмом динамического нарушения киральной симметрии: начиная с некоторого

«критического» значения константы восьмикварковых связей, за спонтанное нарушение симметрии ответственны взаимодействия т'Хофта, а не четырехкварковые взаимодействия, которые вызывают данный процесс при слабых восьмикварковых силах.

## ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. V. Bernard, A. A. Osipov and Ulf-G. Meißner, “Consistent treatment of the bosonized Nambu — Jona-Lasinio model”, *Physics Letters B*, Vol. 285, No. 1-2 (1992) pp. 119-125.
2. B. Bajc, A. H. Blin, B. Hiller, M. C. Nemes, A. A. Osipov, and M. Rosina, “Low-energy dynamics of the  $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$  reaction in the NJL model”, *Nuclear Physics A*, Vol. 604, No. 4 (1996) pp. 406-428.
3. V. Bernard, A. H. Blin, B. Hiller, Yu. P. Ivanov, A. A. Osipov, and Ulf-G. Meißner, “Quark-antiquark resonances in the NJL model”, *Physics Letters B*, Vol. 409, No. 1-4 (1997) pp. 483-490.
4. М. К. Волков, А. А. Осипов, “Поляризуемости пионов и каонов в кварковой модели сверхпроводящего типа”, *Ядерная Физика*, том 41, вып. 4 (1985) стр. 1027-1034.
5. А. А. Осипов and М. К. Волков, “Decays of the  $B, H, H', Q_1$  and  $Q_2$  mesons in the quark model of superconducting type”, *Sov. Journal of Nuclear Physics*, Vol. 41, No. 3 (1985) pp. 500-503 [*Ядерная Физика*, том 41, вып. 3 (1985) стр. 785-790].
6. А. А. Осипов, and М. К. Волков, “Pion-pion scattering lengths”, *Sov. Journal of Nuclear Physics*, Vol. 39, No. 3 (1984) pp. 440-442 [*Ядерная Физика*, том 39, вып. 3 (1984) стр. 694-698].
7. V. Bernard, Ulf-G. Meißner, and A. A. Osipov, “The momentum-space bosonization of the Nambu — Jona-Lasinio model with vector and axial-vector mesons”, *Physics Letters B*, Vol. 324, No. 2 (1994) pp. 201-208.
8. V. Bernard, A. H. Blin, B. Hiller, Yu. P. Ivanov, A. A. Osipov, and Ulf-G. Meißner, “Pion observables in the extended NJL model with vector

- and axial-vector mesons”, *Annals of Physics*, Vol. 249, No. 2 (1996) pp. 499-531.
9. A. A. Osipov, “The momentum-space bosonization”, *Physics of Atomic Nuclei*, Vol. 59, No. 10 (1996) pp. 1786-1794 [*Ядерная Физика*, том 59, вып. 10 (1996) стр. 1849-1858].
  10. М. К. Волков, А. А. Осипов, “ $\pi \rightarrow a_1$  переходы и кварковые массы в модели сверхпроводящего типа”, Препринт ОИЯИ Р2-85-390 (1985), 7 стр.
  11. М. К. Волков, А. А. Осипов, “ $\pi a_1$ -переходы и низкоэнергетический предел в линейной сигма-модели”, *Теоретическая и математическая физика*, том 86, вып. 3 (1991) стр. 385–390.
  12. A. A. Osipov and B. Hiller, “One-loop fermion determinant with explicit chiral symmetry breaking”, *Physics Letters B*, Vol. 488, No. 3-4 (2000) pp. 299-302.
  13. A. A. Osipov, B. Hiller and A. H. Blin, “One-loop determinant of Dirac operator in non-renormalizable models”, *Physics Letters B*, Vol. 475, No. 3-4 (2000) pp. 324-328.
  14. A. A. Osipov and B. Hiller, “Inverse mass expansion of the one-loop effective action”, *Physics Letters B*, Vol. 515, No. 3-4 (2001) pp. 458-462.
  15. A. A. Osipov, M. Sampaio and B. Hiller, “Implications of a new effective chiral meson lagrangian”, *Nuclear Physics A*, Vol. 703, No. 1-2 (2002) pp. 378-392.
  16. A. A. Osipov and B. Hiller, “Effective chiral meson Lagrangian for the extended Nambu — Jona-Lasinio model”, *Physical Review D*, Vol. 62, No. 11 (2000) 114013.
  17. A. A. Osipov and B. Hiller, “Generalized proper-time approach for the case of broken isospin symmetry”, *Physical Review D*, Vol. 63, No. 9 (2001) 094009.
  18. A. A. Osipov and B. Hiller, “Large mass invariant asymptotics of the effective action”, *Physical Review D*, Vol. 64 (2001) pp. 087701-1 – 087701-4.

19. A. A. Osipov, H. Hansen and B. Hiller, “Long distance expansion for the NJL model with  $SU(3)$  and  $U_A(1)$  breaking”, *Nuclear Physics A*, Vol. 745, No. 1-2 (2004) pp. 81-103.
20. H. Hansen, A. A. Osipov, and B. Hiller, “Implications of a generalized heat kernel expansion for an effective QCD chiral Lagrangian with  $SU(3)$  and  $U_A(1)$  breaking”, Proceedings of the Eighth Workshop on Non-Perturbative Quantum Chromodynamics, Paris, France, 7-11 June 2004. Editors: Berndt Müller and Chung-I Tan. Special Issue of *Int. Journal of Mod. Phys. A*, Vol. 20, No. 19 (2005) pp. 4599-4608.
21. A. A. Osipov and B. Hiller, “Path integral bosonization of the 't Hooft determinant: quasi-classical corrections”, *European Physical Journal C*, Vol. 35, No. 2 (2004) pp. 223-241.
22. A. A. Osipov and B. Hiller, “Path integral bosonization of the 't Hooft determinant: fluctuations and multiple vacua”, *Physics Letters B*, Vol. 539, No. 1-2 (2002) pp. 76-84.
23. A. A. Osipov, B. Hiller, V. Bernard, and A. H. Blin, “Aspects of  $U_A(1)$  breaking in the Nambu and Jona-Lasinio model”, *Annals of Physics*, Vol. 321, No. 11 (2006) pp. 2504-2534.
24. B. Hiller, A. A. Osipov, and A. Blin, “Perturbative approach to  $U_A(1)$  breaking”, Proceedings of International Conference on High Energy and Mathematical Physics, Marrakech, Morocco, 4-7 Apr 2005. Published in *African Journal of Math. Phys.*, Vol. 3, No. 1 (2006) pp. 65-75.
25. B. Hiller, A. A. Osipov, V. Bernard, and A. H. Blin, “Functional integral approaches to the bosonization of effective multi-quark interactions with  $U_A(1)$  breaking”, *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications*, Vol. 2 (2006) Paper 026, 18 pages.
26. A. A. Osipov, B. Hiller, J. Moreira, and A. H. Blin, “Stationary phase corrections in the process of bosonization of multi-quark interactions”, *European Physical Journal C*, Vol. 46, No. 1 (2006) pp. 225-233.
27. A. A. Osipov, B. Hiller, J. da Providência, “Multi-quark interactions with a globally stable vacuum”, *Physics Letters B*, Vol. 634, No. 1 (2006) pp. 48-54.

28. A. A. Osipov, B. Hiller, A. H. Blin, and J. da Providência, “Effects of eight-quark interactions on the hadronic vacuum and mass spectra of light mesons”, *Annals of Physics*, Vol. 322, No. 9 (2007) pp. 2021-2054.
29. A. A. Osipov, B. Hiller, A. H. Blin, J. da Providência, “Dynamical chiral symmetry breaking by a magnetic field and multi-quark interactions”, *Physics Letters B*, Vol. 650 (2007) pp. 262-267.
30. B. Hiller, A. A. Osipov, A. H. Blin, and J. da Providência, “Effects of quark interactions on dynamical chiral symmetry breaking by a magnetic field”, *Symmetry, Integrability and Geometry: Methods and Applications*, Vol. 4 (2008) Paper 024, 14 pages.
31. A. A. Osipov, B. Hiller, J. Moreira, A. H. Blin, J. da Providência, “Lowering the critical temperature with eight-quark interactions”, *Physics Letters B*, Vol. 646 (2007) pp. 91-94.
32. A. A. Osipov, B. Hiller, J. Moreira, A. H. Blin, “OZI violating eight-quark interactions as a thermometer for chiral transitions”, *Physics Letters B*, Vol. 659 (2008) pp. 270-274.