

УДК 539.171.3

ДВУХФОТОННОЕ РОЖДЕНИЕ ЧАСТИЦ И ПРИБЛИЖЕНИЕ ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ФОТОНОВ

*В. М. Буднев,
И. Ф. Гинзбург,
Г. В. Меледин,
В. Г. Сербо*

Институт математики,
Сибирское отделение АН СССР

Дан ковариантный вывод метода эквивалентных фотонов и оценена его точность. Вычислены дифференциальные распределения при двухфотонном рождении с учетом поляризации виртуальных фотонов. Дан метод оценки сечений снизу. Двухфотонное рождение e^+e^- -пар. Энергетические потери мюонов в веществе. Вклад в измеряемые σ_{pA}^{tot} . Изучение F_π , F_K . Возможность калибровки сечений во встречных pp -пучках. Измерение поляризации высокоэнергетических фотонов. Рождение массивных μ -пар в адронных соударениях. Некоторые процессы высокого порядка по α . Подробно обсуждается, как и какую информацию о переходе $\gamma\gamma \rightarrow h$ можно извлечь из эксперимента

The covariant derivation of equivalent photon method is given and its accuracy is estimated. The differential distributions are computed at two-photon production with virtual photon polarizations taking into account. The method is given to estimate the cross-sections from below. Two-photon production of e^+e^- -pair. Energy losses of muons in the matter. Contribution into the measured σ_{pA}^{tot} . Investigation of F_π , F_K . The possibility to calibrate cross-sections in colliding pp -beams. The measuring of high energy photon polarization. Production of massive μ -pair in hadron collisions. Some processes of high order in α . We discuss in detail what and which information about $\gamma\gamma \rightarrow h$ process may be extracted from the experiment.

ВВЕДЕНИЕ

Обсуждая рождение частиц в электромагнитных взаимодействиях, обычно имеют в виду процессы, происходящие в низших порядках по константе электромагнитного взаимодействия $\alpha = 1/137$, например образование частиц при однофотонной аннигиляции. Процессы двухфотонного рождения частиц до недавнего времени не привлекали к себе особого внимания, поскольку их сечения обычно на четыре порядка меньше (в α^2 раз).

Однако есть целый ряд ситуаций, когда это соотношение нарушается и процессы двухфотонного рождения (рис. 1 и 2) начи-

нают доминировать над однофотонными. С ростом энергии ускорителей E такие ситуации реализуются все чаще, поскольку сечения однофотонного (аннигиляционного) рождения падают не медленнее E^{-2} , а двухфотонного — логарифмически растут с энергией. Кроме того, двухфотонные процессы нередко открывают подходы к объектам исследования, недоступным для изучения в однофотонном

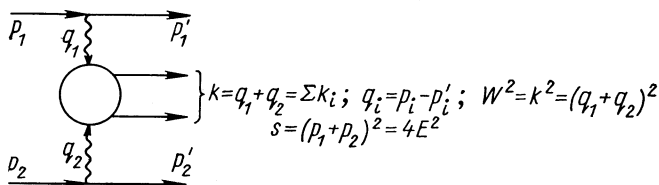


Рис. 1.

канале, таким, как переходы $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны. Во встречных e^+e^- -пучках двухфотонное образование адронов должно стать доминирующим уже при $\sqrt{s} > 4$ Гэв. Двухфотонное рождение e^+e^- -пар наблюдалось недавно в $p\bar{p}$ -рассеянии [1] и на ускорителях со встречными e^+e^- -пучками в Новосибирске [2] и Фраскати [3].

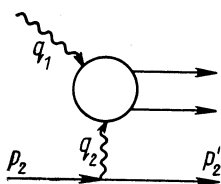


Рис. 2.

Первоначальный интерес к двухфотонным процессам возник после открытия Андерсоном позитрона (1932 г.) и его опытов по взаимодействию быстрых частиц с веществом [4]. В самом деле, среди простейших электромагнитных процессов, в которых рождается позитрон (рис. 1,3а), при больших энергиях доминирует двухфотонный механизм рис. 1, $AB \rightarrow ABe^+e^-$. Вскоре после [4] появились работы [5—9], посвященные изучению процессов рис. 1 и 2. Сейчас процессы двухфотонного рождения пар лептонов представляют интерес, в первую очередь не как объект, но как инструмент исследования. Именно с этой точки зрения они рассматриваются в параграфе 3.

В последнее время двухфотонные процессы вновь привлекли к себе большое внимание [10—16], потому что здесь открывается совершенно новая область исследования в физике высоких энергий — изучение реакции $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны в зависимости от энергии и от «масс» фотонов. Эти вопросы обсуждаются в параграфе 4.

Точные расчеты сечений двухфотонного рождения или очень громоздки, или вообще невозможны из-за того, что некоторые величины попросту неизвестны (как, например, сечение перехода

$\gamma\gamma \rightarrow$ адроны). Поэтому здесь часто используется приближенный метод эквивалентных фотонов (МЭФ), нередко называемый также методом Вайцзеккера — Вильямса [6, 17]. Необходимые в некоторых случаях предварительные оценки полных сечений и ожидаемого характера дифференциальных распределений также удобно

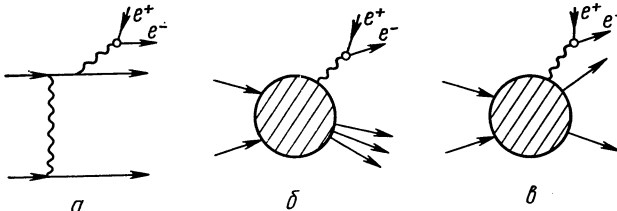


Рис. 3.

получать с помощью этого метода. С другой стороны, в литературе отсутствуют оценки точности приближения МЭФ, а также нет полной ясности в вопросе о существовании МЭФ и его применимости для двухфотонного рождения [48]. Нередки и прямые погрешности в формулах со ссылкой на МЭФ (ср., например, [15]). Поэтому мы и начинаем обзор с изложения МЭФ.

1. МЕТОД ЭКВИВАЛЕНТНЫХ ФОТОНОВ

Идея этого метода принадлежит Э. Ферми [20], который обратил внимание на то, что поле быстрой заряженной частицы весьма сходно с излучением, которое можно трактовать как поток фотонов, распределенных с некоторой плотностью $n(\omega)$ по спектру частот. Следовательно, электромагнитное взаимодействие этой частицы, например, с ядром сводится к взаимодействию таких фотонов с ядром. Эта мысль была использована и развита для расчета взаимодействия релятивистской заряженной частицы с веществом в работах Вильямса и Вайцзеккера [6]. В первоначальных работах для нахождения спектра эквивалентных фотонов $n(\omega)$ использовался полуклассический подход. При этом трудно оценить точность приближения. Возможность просто и строго обосновать МЭФ возникла с появлением диаграммной техники Фейнмана. Фактически такая задача была решена И. Я. Померанчуком и И. М. Шмушкевичем [21]. В последовательно ковариантной форме этот вывод содержится в работе В. Н. Грибова и др. [22].

Существование МЭФ можно сформулировать следующим образом. Сечение электромагнитного взаимодействия заряженных частиц 1 и 2 (рис. 5) выражается через известное сечение $\sigma_{\gamma 2}$ поглощения фотона частицей 2 (рис. 4):

$$d\sigma_{12} = n_1(\omega) d\omega \sigma_{\gamma 2}(\omega). \tag{1}$$

Существенное упрощение состоит в том, что при вычислениях достаточно использовать только амплитуды фотопроцесса на массовой поверхности. (2)

Сверх того, при распространении (1) на дифференциальные распределения в формулировку метода нередко неявно включают еще и дополнительное положение:

Поляризация фотонов не существенна. В результат входит сечение фотопроцесса, усредненное по поляризациям фотонов. (3)

Между тем виртуальные фотоны поляризованы (подобно тормозному излучению), и это положение несправедливо [14, 18].



Рис. 4.

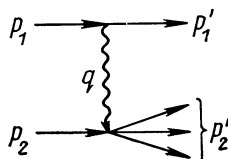


Рис. 5.

$$p_1^2 = p_1'^2 = m^2, p_2^2 = M^2.$$

Поэтому взамен (1) и подобного же выражения для двухфотонного случая в рамках МЭФ (2) возникают несколько более сложные выражения, некоторые из них приведены в п. 3, 5 и 6. Однако для широкого класса практически интересных распределений положение (3) оказывается оправданным (см. п. 3, 5, и 6).

1. Однофотонный обмен. Связь с сечениями фотопоглощения. Рассмотрим для определенности неупругое рассеяние электрона на протоне с образованием некоторой системы адронов f : $ep \rightarrow e + f$. В низшем порядке по электромагнитному взаимодействию этот процесс изображается диаграммой рис. 5, где импульс виртуального фотона $q = p_1 - p_1'$ ($q^2 < 0$). Сечение выражается через амплитуду M^μ процесса рис. 4 — поглощения протоном виртуального фотона с образованием конечной системы адронов f . Усредняя по начальным и суммируя по конечным спиновым состояниям, имеем

$$d\sigma = \frac{4\pi\alpha}{q^2} M^\mu M^{*\nu} \rho^{\mu\nu} \frac{(2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_1' - p_2') d\Gamma}{4 \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m^2 M^2}} \frac{d^3 p_1'}{2E' (2\pi)^3}. \quad (4)$$

Здесь Γ — фазовый объем образовавшихся частиц f с суммарным импульсом p_2' , а тензор $\rho^{\mu\nu}$ происходит от электрона

$$\rho^{\mu\nu} = \text{Sp} [(\hat{p}_1 + m) \gamma^\mu (\hat{p}_1' + m) \gamma^\nu] / 2q^2 = g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / q^2 + [(2p_1 - q)^\mu (2p_1 - q)^\nu] / q^2. \quad (5)$$

(Множитель q^{-2} введен для удобства, поскольку при $q^2 \rightarrow 0$ в силу

сохранения тока $p_1^\mu p_1^\nu M^\mu M^{*\nu} \sim q^2$.) Величина $\rho^{\mu\nu}$ имеет смысл матрицы плотности виртуального фотона, порожденного электроном. Для виртуального фотона, порожденного другими частицами, эта матрица записана ниже [см. выражение (24)]. Обратим внимание на то, что матрица плотности (5) не диагональна, т. е. виртуальные фотоны поляризованы.

Выражение (4) записано в такой форме, чтобы естественно ввести терминологию, принятую в МЭФ. А именно, вместо того чтобы говорить о *ер*-столкновении, можно говорить о столкновении виртуальных фотонов с протоном, причем число этих фотонов с данной поляризацией μ, ν в данном элементе фазового объема $d^3p'_1 = d^3q$ пропорционально величине $\rho^{\mu\nu} d^3q/q^2$.

Как известно, спиральность виртуального фотона (с $q^2 < 0$) может принимать значения $\pm 1, 0$. Фотоны со спиральностью ± 1 будем называть поперечными (*T*), а со спиральностью 0 — скалярными, или временными (*S*) [реальные фотоны ($q^2 = 0$) только поперечные]. Сечение поглощения поперечного фотона обозначим σ_T , а скалярного — σ_S . Вблизи массовой поверхности (при $q^2 \rightarrow 0$) амплитуды рассеяния поперечных фотонов переходят в соответствующие амплитуды реального фотопроцесса, а амплитуды с участием скалярных фотонов исчезают в силу градиентной инвариантности. В частности,

$$\sigma_T(\omega, q^2) \rightarrow \sigma_\gamma(\omega); \quad \sigma_S(\omega, q^2) \propto q^2 \text{ при } q^2 \rightarrow 0. \quad (6)$$

Здесь σ_γ — сечение поглощения неполяризованных реальных фотонов. После интегрирования по фазовому объему образовавшихся частиц Γ сечение (4) выражается через σ_T и σ_S обычным образом [23] (см. Приложение 2):

$$d\sigma = (\alpha/4\pi^2 q^2) [(\omega^2 - q^2)/(E^2 - m^2)]^{1/2} \times \\ \times [2\rho(1, 1)\sigma_T + \rho(0, 0)\sigma_S] (d^3p'_1/E'_1); \quad (7)$$

здесь

$$\left. \begin{aligned} -\rho(1, 1) &= \frac{E^2 + (E - \omega)^2 - q^2/2}{\omega^2 + q^2} + \frac{2m^2}{q^2}; \\ \rho(0, 0) &= 1 - 4(E - \omega/2)^2(\omega^2 - q^2)^{-1}; \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\omega = qp_2/M = (p_1 - p'_1) p_2/M; \quad E = p_1 p_2/M; \\ d^3p'_1/E' = d(-q^2) d\omega d\varphi / (2\sqrt{E^2 - m^2}). \quad (9)$$

Коэффициенты $\rho(a, b)$ — это элементы матрицы плотности (5) в спиральном базисе. В лабораторной системе ($\mathbf{p}_2 = 0$) инвариант E совпадает с энергией электрона, а ω — с энергией фотона; φ — азимутальный угол рассеянного электрона; интегрирование по φ в данном случае выполняется тривиально.

Отметим, что коэффициенты при σ_T и σ_S в (7) можно интерпретировать как число поперечных и скалярных фотонов соответственно.

2. Однофотонный обмен. Метод эквивалентных фотонов. Точность приближения. При переходе к приближенным формулам МЭФ отбрасывается вклад скалярных фотонов σ_S , а $\sigma_T(\omega, q^2)$ берется на массовой поверхности, так что

$$\left. \begin{aligned} d\sigma &= \sigma_\gamma(\omega) dn; \\ dn &= \{\alpha\omega/[2\pi(E^2 - m^2)]\} \rho(1, 1) [d(-q^2) d\omega/q^2]. \end{aligned} \right\} (10)$$

При фиксированном ω интегрирование по $-q^2$ приводится от $q_{\text{мин}}^2$, определяемого чисто кинематически*:

$$q_{\text{мин}}^2 = m^2\omega^2 [1 + O(m^2/(E - \omega)^2)] [E(E - \omega)]^{-1}, \quad (11)$$

до некоторого $q_{\text{макс}}^2$. Этот верхний предел определяется или характерным параметром обрезания интеграла по q^2 , или условиями эксперимента (например, специально отбираются лишь такие события, при которых электрон рассеивается на малый угол). Для каждого конкретного случая обоснованность перехода от (7) к (10) требует специального рассмотрения.

Известно, что для фотопоглощения на протоне сечение σ_T падает с ростом $-q^2$, а сечение σ_S вначале растет (6), но всюду не превосходит σ_T . Характерный масштаб падения σ_T обозначим через Λ_γ^2 , в данном случае $\Lambda_\gamma \sim m_p$. Если предположить, что характерный масштаб изменения σ_S не меньше Λ_γ^2 , то

$$\begin{aligned} \sigma_S(\omega, q^2) &\leq (|q^2/\Lambda_\gamma^2|) \sigma_\gamma(\omega) \quad \text{при} \quad |q^2| < \Lambda_\gamma^2 \\ \sigma_T(\omega, q^2) &= \sigma_\gamma(\omega) [1 + O(q^2/\Lambda_\gamma^2)], \end{aligned} \quad (12)$$

а при $|q^2| > \Lambda_\gamma^2$ сечения σ_T и σ_S падают степенным образом.

В то же время для нашего примера величины $\rho(1, 1)$ и $\rho(0, 0)$ одного порядка, и в широкой области $|q^2| < \omega^2$ практически не зависят от q^2 . Таким образом, при $|q^2| < \Lambda_\gamma^2$ ω^2 основная зависимость $d\sigma$ (7) от q^2 логарифмическая, dq^2/q^2 . При больших значениях $|q^2|$ сечение $d\sigma/dq^2$ убывает значительно быстрее. Интегральный вклад учитываемых в МЭФ членов порядка $\int dq^2/q^2 \sim \sim \ln(q_{\text{макс}}^2/q_{\text{мин}}^2)$, а отброшенные при переходе от (7) к (10) члены дают вклад $\sim \int dq^2/\Lambda_\gamma^2 \sim q_{\text{макс}}^2/\Lambda_\gamma^2$. Поэтому точность приближения

$$\begin{aligned} \eta &\sim (q_{\text{макс}}^2/\Lambda_\gamma^2) [\ln q_{\text{макс}}^2/q_{\text{мин}}^2]^{-1} \sim \\ &\sim (q_{\text{макс}}^2/\Lambda_\gamma^2) [\ln q_{\text{макс}}^2 E^2/m^2\omega^2]^{-1}. \end{aligned} \quad (13)$$

* Во избежание недоразумений отметим некоторую непоследовательность в обозначениях: $q_{\text{мин}}^2 = \min(-q^2)$; $q_{\text{мин}}^2 \leq -q^2 \leq q_{\text{макс}}^2$.

При вычислении полного сечения или $d\sigma/d\omega q_{\text{макс}}^2 \sim \Lambda_\gamma^2$ и точность МЭФ логарифмическая. В случае же, когда величина $q_{\text{макс}}^2$ ограничена условиями эксперимента так, что $q_{\text{макс}}^2 \ll \Lambda_\gamma^2$, точность МЭФ степенная, $\eta \sim q_{\text{макс}}^2/\Lambda_\gamma^2$. Поэтому такие частичные сечения можно использовать для получения надежных нижних оценок (п. 8).

В рамках получающейся точности выражения для спектра эквивалентных фотонов (10) упрощаются. Соответствующие формулы собраны в п. 4.

Для многих практически важных случаев зависимость σ_T и σ_S от q^2 имеет такой же характер, как и для рассмотренного примера, и приближение МЭФ оправдано. Отметим, что для фотона, порожденного не электроном, а, например, пионом, величины $\rho(a, b)$ обрезаются за счет падения форм-факторов при некотором $|q^2| = \Lambda^2$. Если $\Lambda \ll \Lambda_\gamma$, а форм-факторы хорошо известны вплоть до $|q^2| \sim \Lambda_\gamma^2$ или вплоть до тех значений $|q^2| < \Lambda_\gamma^2$, при которых они становятся пренебрежимо малыми, то в таких условиях точность МЭФ степенная $\eta \sim (\Lambda/\Lambda_\gamma^2)$.

Если с ростом $-q^2$ сечение σ_T падает медленнее степени, например логарифмически, то приближение МЭФ неприменимо. Соответствующий пример разобран в п. 7.

При переходе к дифференциальным распределениям обычно используют естественное обобщение (2), предполагая справедливость (3):

$$d\sigma_{12} = d\sigma_{\gamma 2} dn. \tag{14}$$

Это, однако, не всегда так, поскольку виртуальный фотон поляризован. Поляризация фотона несущественна, если мишень, с которой он сталкивается, неполяризована и по импульсам образовавшихся частиц проведено интегрирование (и потому нет выделенного направления). Именно поэтому в (7) входят лишь диагональные элементы матрицы плотности $\rho(1, 1)$ и $\rho(0, 0)$, а в ответ (10) — лишь сечение поглощения неполяризованного света σ_γ .

Если же в конечном состоянии выделить одну частицу, то появится выделенное направление. Тогда вместо (7) и (14) возникнет более сложное выражение, которое даже на массовой поверхности содержит дополнительное слагаемое, пропорциональное $\text{Re } \rho(1, -1)$ — недиагональному элементу матрицы плотности. Величина $\text{Re } \rho(1, -1) \sim \cos 2\varphi$, где φ — азимутальный угол этой частицы относительно направления рассеяния электрона (см., например, [24]).

Именно такая ситуация возникает при двухфотонном образовании частиц, если в конечном состоянии выделяются две рассеянные частицы (см., например, [23а]).

3. Двухфотонное образование частиц. При двухфотонной генерации частиц (см. рис. 1) сталкивающиеся частицы испускают «тормозные» фотоны с импульсами $q_i = p_i - p'_i$ ($i = 1, 2$). Эти

фотоны при столкновении переходят в систему частиц f с суммарными импульсом $k = q_1 + q_2$ и массой $W^2 = \sqrt{k^2}$. Сечение этого процесса можно выразить через $M^{\mu\nu}$ -амплитуды перехода $\gamma\gamma \rightarrow f$:

$$\begin{aligned} d\sigma = & \frac{(4\pi\alpha)^2}{q_1^2 q_2^2} \rho_1^{\mu\mu'} \rho_2^{\nu\nu'} M^{\mu\nu} M^{*\mu'\nu'} \times \\ & \times \frac{(2\pi)^4 \delta(q_1 + q_2 - k) d\Gamma}{4 \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2}} \frac{d^3 p_1' d^3 p_2'}{2E_1' 2E_2' (2\pi)^6}. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь Γ — фазовый объем образовавшейся системы f ; ρ_i — матрица плотности i -го виртуального фотона, имеющая вид (5), (24).

После интегрирования по фазовому объему образовавшихся частиц сечение выражается не через две инвариантные функции σ_T и σ_S , как в (7), а через шесть. Четыре из них — сечения перехода $\gamma\gamma \rightarrow f$ вне массовой поверхности для соответствующих фотонов: σ_{TT} , σ_{TS} , σ_{ST} , σ_{SS} . Например, σ_{TS} — сечение перехода $\gamma\gamma \rightarrow f$ при столкновении поперечного фотона с импульсом q_1 и скалярного с импульсом q_2 . В отличие от однофотонного случая здесь появляются недиагональные слагаемые τ_{TT} и τ_{TS} , соответствующие рассеянию фотонов с изменением их спиральностей, но с сохранением полной спиральности двух фотонов. Например,

$$\tau_{TT} = \int M_{11} M_{-1-1}^* (2\pi)^4 \delta(q_1 + q_2 - k) d\Gamma / 4 \sqrt{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}, \quad (16)$$

где M_{ab} — спиральные амплитуды перехода $\gamma\gamma \rightarrow f$. Величины σ_{ab} и τ_{ab} зависят лишь от $W^2 = (q_1 + q_2)^2$ и масс фотонов $q_i^2 < 0$.

Двухфотонный аналог формулы (7) имеет вид (см. Приложение 2) [14, 25]:

$$\begin{aligned} d\sigma = & \frac{\alpha^2}{16\pi^4 q_1^2 q_2^2} \left[\frac{(q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2}{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} \right]^{1/2} [4\rho_1(1, 1) \rho_2(1, 1) \sigma_{TT} + \\ & + 2|\rho_1(1, -1) \rho_2(1, -1)| \tau_{TT} \cos \tilde{\varphi} + 2\rho_1(1, 1) \rho_2(0, 0) \sigma_{TS} + \\ & + 2\rho_1(0, 0) \rho_2(1, 1) \sigma_{ST} + \rho_1(0, 0) \rho_2(0, 0) \sigma_{SS} - \\ & - 8|\rho_1(1, 0) \rho_2(1, 0)| \tau_{TS} \cos \tilde{\varphi}] \frac{d^3 p_1' d^3 p_2'}{E_1' E_2'}. \end{aligned} \quad (17)$$

Коэффициенты $\rho_i(a, b)$ — элементы матрицы плотности ρ_i в спиральном базисе в системе центра инерции (с.ц.и.) фотонов, а $\tilde{\varphi}$ — азимутальный угол между векторами \mathbf{p}_1' и \mathbf{p}_2' в этой же системе. Точные выражения этих величин содержатся в Приложении 2. Для нас важно, что при $|q^2| < W^2$ все $|\rho_i(a, b)|$ (так же как и $|\tau_{ab}|$) — величины одного порядка и в широкой области практически постоянны.

Вблизи массовой поверхности (при $q_i^2 \rightarrow 0$) сечения процессов с участием скалярных фотонов исчезают, подобно (6), а σ_{TT} и τ_{TT} переходят в соответствующие величины для реального фотопроцесса, в частности, σ_{TT} ($q_i^2 = 0$) совпадает с сечением $\sigma_{\gamma\gamma}$ перехода

$$\begin{aligned} \gamma\gamma \rightarrow f \text{ для реального неполяризованного света (см. Приложение 2)} \\ \sigma_{TT}(W^2, q_i^2) \rightarrow \sigma_{\gamma\gamma}(W^2); \tau_{TT}(W^2, q_i^2) \rightarrow \tau_{TT}(W^2); \sigma_{TS} \sim q_2^2; \sigma_{ST} \sim q_1^2; \\ \sigma_{SS} \sim q_1^2 q_2^2; \tau_{TS} \sim \sqrt{q_1^2 q_2^2} \text{ при } q_i^2 \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (18)$$

В некоторых физически интересных случаях зависимость σ_{ab} и τ_{ab} от q_i^2 подобна зависимости от q^2 сечений фотопоглощения, т. е. существует такой характерный масштаб Λ_γ^2 , что

$$\begin{aligned} \sigma_{TS}, \sigma_{ST}, \sigma_{SS}, \tau_{TS} \leq |q_i^2| \sigma_{\gamma\gamma} / \Lambda_\gamma^2; \\ \sigma_{TT} = \sigma_{\gamma\gamma} [1 + O(q_i^2 / \Lambda_\gamma^2)] \text{ при } |q_i^2| < \Lambda_\gamma^2, \end{aligned} \quad (19a)$$

а при $|q_i^2| > \Lambda_\gamma^2$ сечения σ_{ab} и величины τ_{ab} падают степенным образом.

Для образования пары лептонов $l \equiv e, \mu$ величины σ_{ab} и τ_{ab} выписаны в Приложении 3. Из этих выражений видно, что при небольших $W \sim m_l$ величина $\Lambda_\gamma \sim W$. (При $W \gg m_l$ величина σ_{TT} убывает вначале лишь логарифмически, эта ситуация разобрана в п. 7).

Для переходов $\gamma\gamma \rightarrow h$ (адроны) экспериментальной информации пока нет. При изучении форм-факторов протона и нейтрона и сечений γp -рассеяния установлено, что характерный масштаб изменения этих величин в зависимости от q^2 порядка m_p^2 . Естественно ожидать, что и для переходов $\gamma\gamma \rightarrow h$ $\Lambda_\gamma \sim m_p$ (по крайней мере, при $W \gtrsim m_p$). В итоге

$$\Lambda_\gamma \sim W (\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-, W \sim m_l); \Lambda_\gamma \sim m_p (\gamma\gamma \rightarrow h, W \gtrsim m_p). \quad (19b)$$

Для перехода к МЭФ в двухфотонном случае удобно использовать инварианты ω_i и E , разложить векторы q_i по векторам p_1, p_2 и в плоскости, ортогональной к p_1, p_2 :

$$\left. \begin{aligned} \omega_i &= q_i(p_1 + p_2) / 2E; \quad s = (p_1 + p_2)^2 = 4E^2; \\ q_i &= a_i p_2 + b_i p_1 + q_{i\perp}; \quad q_{i\perp} p_{1,2} = 0; \\ & d^3 p'_1 d^3 p'_2 / E'_1 E'_2 \equiv \\ & \equiv \{(\pi s / 2) [(p_1 p_2)^2 - m_i^2 m_j^2]\} \times \\ & \times d(-q_1^2) d(-q_2^2) d\omega_1 d\omega_2 d\varphi; \\ \cos \varphi &= -(q_{1\perp} q_{2\perp}) / \sqrt{q_{1\perp}^2 q_{2\perp}^2}; \quad (q_{i\perp}^2 < 0). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

В с. ц. и. сталкивающихся частиц (встречные пучки) E — энергия пучка, ω_i совпадает с энергией i -го фотона, а φ — угол между $q_{1\perp}$ и $q_{2\perp}$, т. е. угол между плоскостями рассеяния частиц 1 и 2. Если в этой системе ось z направить вдоль $p_1 = -p_2$, то $q_{i\perp} = (0, q_{ix}, q_{iy}, 0)$. В важной области

$$m_i^2 / (E - \omega_i)^2, |q_i^2| / W^2, |q_i^2| / \omega_i E, |q_i^2| m_i^2 / (\omega_i E)^2 \ll 1 \quad (21)$$

можно использовать приближенные равенства

$$\left. \begin{aligned} \cos \varphi &= \cos \tilde{\varphi}; \quad q_i^2 = q_{i\perp}^2 (1 - \omega_i/E)^{-1} - q_{i\text{мин}}^2; \\ q_{i\text{мин}}^2 &= m_i^2 \omega_i^2 / E (E - \omega_i); \\ W^2 &= 4\omega_1\omega_2; \quad (q_1q_2)^2 - q_1^2q_2^2 = (2\omega_1\omega_2)^2. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Характер разобранной выше зависимости величин σ_{ab} и $\rho_i(a, b)$ от q_i^2 позволяет сделать вывод, что главный вклад в сечение происходит из области $|q_i^2| < \Lambda_p^2, W^2$. Для этих значений q_i^2 можно отбросить в (17) вклады скалярных фотонов, сохранив только слагаемые, содержащие величины σ_{TT} и τ_{TT} на массовой поверхности. В итоге приближение МЭФ для двухфотонного рождения имеет вид:

$$\left. \begin{aligned} d\sigma &= [\sigma_{\gamma\gamma} dn_1 dn_2 + \tau_{TT} (\cos 2\varphi) dn_1^\tau dn_2^\tau / 2] d\varphi / 2\pi; \\ dn_i &= (\alpha/\pi) \sqrt{s/2} (p_1 p_2)^3 \rho_i(1, 1) d(-q_i^2) \omega_i d\omega_i / q_i^2; \\ dn_i^\tau &= (\alpha/\pi) \sqrt{s/2} (p_1 p_2)^3 |\rho_i(1, -1)/q_i^2| \times \\ &\quad \times d(-q_i^2) \omega_i d\omega_i. \end{aligned} \right\} \quad (23a)$$

Точность приближения (23) оценивается так же, как и в однофотонном случае (13), в отличие от которого здесь кроме сечения рассеяния неполяризованных фотонов в ответ входит и интерференционный член τ_{TT} . Его появление обусловлено поляризацией виртуальных фотонов. Это дополнительное слагаемое исчезает при азимутальном усреднении, которое дает в согласии с (3)

$$d\sigma = \sigma_{\gamma\gamma} dn_1 dn_2. \quad (23б)$$

4. Спектры эквивалентных фотонов. Имея в виду процессы, в которых фотоны могут порождаться различными частицами, приведем обобщение матрицы плотности виртуального фотона (5), ее структура определяется условием градиентной инвариантности:

$$\rho^{\mu\nu} = (g^{\mu\nu} - q^\mu q^\nu / q^2) C(q^2) + [(2p - q)^\mu (2p - q)^\nu / q^2] D(q^2). \quad (24)$$

Приведем величины C и D для различных частиц:

Частица	C	D
Точечная бесспиновая	0	1
$l = e, \mu$	1	1
π	0	$F_\pi(q^2)$
p	G_M^2	$[4m_p^2 G_E^2 - q^2 G_M^2] (4m_p^2 - q^2)^{-1}$

Здесь G_E , G_M и F_π — форм-факторы протона и пиона. Для ядра с зарядом Ze $D(0) = Z^2$. Выпишем теперь спектры эквивалентных

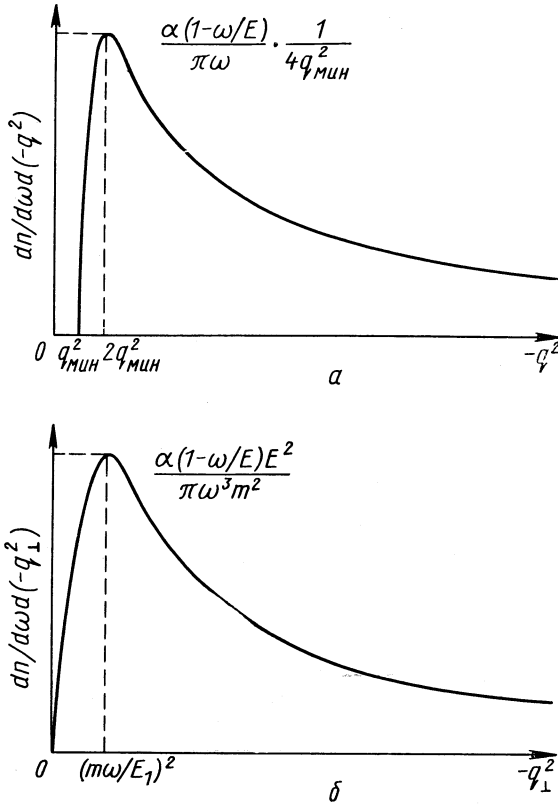


Рис. 6.

фотонов в приближении (21). Используя формулы (П.9) и (П.4) из Приложений 1 и 2, найдем, что в (23):

$$\begin{aligned}
 dn_i = & \frac{\alpha}{\pi} \left(1 - \frac{\omega_i}{E}\right) \frac{d\omega_i}{\omega_i} \cdot \frac{d(-q_i^2)}{|q_i^2|} \left[\left(1 - \left|\frac{q_{i\text{ мин}}^2}{q_i^2}\right|\right) D_i + \right. \\
 & \left. + \frac{q_{i\text{ мин}}^2}{2m_i^2} C_i \right] = \frac{\alpha}{\pi} \cdot \frac{d\omega_i}{\omega_i} \cdot \frac{d(-q_i^2)}{|q_i^2|} \left[\left|\frac{q_{i\perp}^2}{q_i^2}\right| D_i + \frac{q_{i\text{ мин}}^2}{2m_i^2} C_i \right]. \quad (25)
 \end{aligned}$$

Величина dn_i^∇ получается из dn_i при $C_i = 0$.

Наличие множителя $\omega_i^2/2E(E - \omega_i)$ при C_i в (25) нередко позволяет отбрасывать это слагаемое в dn_i , что соответствует пре-

небрежению магнитным моментом (спином). При этом $dn_i^\tau = dn_i$. Зависимость dn от q^2 и q_\perp^2 изображена на рис. 6 (при $C = 0$).

В некоторых случаях интеграл по $-q^2$ легко вычисляется *. Так, для точечных бесспиновых частиц $C = 0, D = 1$ и

$$dn_i = n(\omega_i) d\omega_i = (\alpha/\pi) (d\omega_i/\omega_i) (1 - \omega_i/E) \times \\ \times [\ln q_{\text{макс}}^2/q_{\text{мин}}^2 - 1 + q_{\text{мин}}^2/q_{\text{макс}}^2]. \quad (26a)$$

Для лептонов $C = D = 1$ и

$$n_l(\omega_i) d\omega_i = (\alpha/\pi) (d\omega_i/\omega_i) [(1 - \omega_i/E + \omega_i^2/2E^2) \times \\ \times [\ln q_{\text{макс}}^2/q_{\text{мин}}^2 - (1 - \omega_i/E) (1 - q_{\text{мин}}^2/q_{\text{макс}}^2)]]]. \quad (26б)$$

Если можно пренебречь зависимостью форм-факторов от q^2 , то для пионов и каонов верно (26а), а для протонов [$D(0) = 1; C(0) = G_M^2(0) = \mu_p^2$]:

$$n_p(\omega_i) d\omega_i = (\alpha/\pi) (d\omega_i/\omega_i) [(1 - \omega_i/E + \mu_p^2 \omega_i^2/2E^2) \times \\ \times \ln q_{\text{макс}}^2/q_{\text{мин}}^2 - (1 - \omega_i/E) (1 - q_{\text{мин}}^2/q_{\text{макс}}^2)]. \quad (26в)$$

Наконец, приведем спектр эквивалентных фотонов, порожденных протоном с учетом зависимости C и D от q^2 . В обычной дипольной аппроксимации $G_E = G_M/\mu_p = (1 - q^2/q_0^2)^{-2}; q_0^2 \approx 0,71 \text{ Гэв}^2$:

$$\left. \begin{aligned} n_p(\omega_i) d\omega_i &= \frac{\alpha}{\pi} \frac{d\omega_i}{\omega_i} \left[1 - \frac{\omega_i}{E} \right] \times \\ &\times \left[\varphi_i \left(\frac{q_{\text{макс}}}{q_0^2} \right) - \varphi_i \left(\frac{q_{\text{мин}}^2}{q_0^2} \right) \right]; \\ \varphi_i(x) &= \left[1 + y_i \left(\frac{\mu_p^2 + 1}{4} + 4 \frac{m^2}{q_0^2} \right) \right] \times \\ &\times \left[-\ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) + \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(1+x)^k} \right] + \\ &+ \frac{m^2 y_i}{q_0^2 x (1+x)^3} + (\mu_p^2 - 1) \left(1 + \frac{y_i}{4} \right) \times \\ &\times \left[\left(1 - \frac{4m^2}{q_0^2} \right)^{-4} \ln \frac{x + 4m^2/q_0^2}{1+x} + \right. \end{aligned} \right] \quad (26г)$$

* При этом существенно, что для рождения лептонов или адронов область интегрирования по $-q^2$ ограничена сверху, по крайней мере, за счет падения сечений при некотором $q_{\text{макс}}^2$. Величина $q_{\text{макс}}^2$ обычно значительно меньше кинематического предела изменения величины $-q^2 \sim s$. В работах [19] это обстоятельство не было учтено, и при получении спектра интегрирование по $-q^2$ проводилось по всей кинематически разрешенной области, что привело к ошибочным выражениям для спектров при $s \gg \Lambda_\gamma^2$. Эти выражения используются в некоторых последующих работах [15].

$$\left. \begin{aligned}
 & + \sum_{k=1}^3 \frac{1}{k(1+x)^k \left(1 - \frac{4m^2}{q_0^2}\right)^{4-k}} \Big]; \\
 & y_i = \frac{q_i^2_{\text{мин}}}{m^2} = \frac{\omega_i^2}{E(E - \omega_i)}.
 \end{aligned} \right\} \quad (26\text{г})$$

Точность описания результата с помощью спектров (26) зависит от постановки опыта. Рассмотрим две возможные постановки.

1. Регистрируются рассеянные на малые углы $\theta_i \leq \theta_{\text{макс}} \ll 1$ частицы с импульсами p'_1, p'_2 (извлечение этих частиц из пучка возможно за счет уменьшения их импульса с помощью магнитного поля [10, 14]). Здесь при $q_i^2_{\text{макс}} = E(E - \omega_i)\theta_{\text{макс}}^2 + q_i^2_{\text{мин}} < \Lambda_3^2$ точность приближения (13) является степенной и растет с уменьшением $\theta_{\text{макс}}$.

2. Регистрируются только частицы, образованные в $\gamma\gamma$ -столкновении (пример: рождение l^+l^- -пар в pp -столкновениях), при этом $q_{\text{макс}}^2 \sim \Lambda_3^2$ и точность логарифмическая. При грубой замене $q_{\text{мин}}^2$ на m^2W^2/s получаем из (13) точность приближения $\eta \sim [\ln(\Lambda_3^2 s/m^2 W^2)]^{-1}$. Так, для образования адронов во встречных ee -пучках $\eta^{-1} \sim \ln(m_p^2 s/m^2 W^2)$. Для вычисления далекой асимптотики ($E \rightarrow \infty$) формулы (26) можно существенно упростить и получить главное логарифмическое приближение:

$$n(\omega_i) d\omega_i = (\alpha/\pi) (d\omega_i/\omega_i) \ln(q_i^2_{\text{макс}}/q_i^2_{\text{мин}}); \quad q_i^2_{\text{мин}} = (m_i\omega_i/E)^2. \quad (27)$$

Для задачи об однофотонном обмене справедливы формулы (25)–(27), в которых следует убрать индекс i .

2. ПРИМЕНЕНИЕ МЭФ ДЛЯ ДВУХФОТОННОГО РОЖДЕНИЯ ЧАСТИЦ

Выше было выяснено, в каких условиях получается МЭФ и какова его точность. Теперь, с помощью полученных результатов, выпишем удобные приближенные формулы для практически интересных задач.

5. Распределение по суммарному импульсу образовавшейся системы $\mathbf{k} = \mathbf{q}_1 + \mathbf{q}_2$. Распределение по $W^2 = k^2$. Поскольку $W^2 = 4\omega_1\omega_2$ (при $|q_i^2| \ll W^2$), то из (23)–(27) следует:

$$d\sigma/dW^2 = \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) \int_{\omega_{\text{мин}}}^{\omega_{\text{макс}}} n(\omega_1) n(\omega_2 = W^2/4\omega_1) d\omega_1/4\omega_1. \quad (28)$$

Область интегрирования по ω определяется условиями $\omega_i < E$ или $q_{\text{мин}}^2 < q_{\text{макс}}^2$, т. е.

$$\omega_{i \text{ макс}} = \min\{E, E\sqrt{q_i^2_{\text{макс}}/m_i}\}; \quad \omega_{1 \text{ мин}} = W^2/4\omega_{2 \text{ макс}}. \quad (29)$$

Для электронных пучков, где, как правило, $q_{\text{макс}}^2 > m_e^2$, $\omega_{i \text{ макс}} = E$.

При интегрировании по этой области в старшем логарифмическом приближении получаем [26, 27]:

$$d\sigma/dW^2 = (2/3) (\alpha/\pi)^2 (\sigma_{\gamma\gamma}/W^2) \times \\ \times \left\{ \begin{array}{l} L [L^2 + 3L(l_1 + l_2) + 6l_1 l_2] \text{ при } l_i > 0; \\ (L + l_2)^2 (L + l_2 + 3l_1) \text{ при } l_1 > 0, l_2 < 0; \\ (L + l_1 + l_2)^3 \text{ при } l_i < 0; \end{array} \right\} \quad (30) \\ L = \ln s/W^2; \quad 2l_i = \ln (q_{i \text{ макс}}^2/m_i^2).$$

Своеобразная ситуация возникает при рождении адронов во встречных электронных пучках. Здесь в большом интервале энергий $l_1 = l_2 = \ln m_p/m_e \gg L/2 = (\ln s/W^2)/2$. Поэтому можно увеличить точность результата, аккуратно вычислив коэффициент при l_1^2 в (30), что дает [25] *:

$$d\sigma/dW^2 = (2\alpha/\pi)^2 (\sigma_{\gamma\gamma}/W^2) \{ l_1^2 [(1 + W^2/2s)^2 L - \\ - (3 + W^2/s)(1 - W^2/s)/2] + l_1 L^2 + L^3/6 \} \quad (31)$$

[напомним, что точность $\eta \sim (2l_1 + L)^{-1}$]. Иллюстрацией важности этого уточнения может служить тот факт, что даже для $s/W^2 \sim 30$ формула (30) дает завышенное примерно вдвое значение по сравнению с (31). При доступных ныне энергиях $l_1 \gg L/2$, и хорошее приближение получается, если в (31) сохранить лишь слагаемое, пропорциональное l_1^2 .

Распределение по $\varepsilon = \omega_1 + \omega_2$ и k_z . В с.ц.и. p_1 и p_2 величина ε — суммарная энергия образовавшихся частиц. При $|k_z^2| \ll W^2$ продольный импульс системы образовавшихся частиц $k_z \approx \sqrt{\varepsilon^2 - W^2} \approx \omega_1 - \omega_2$. С учетом этого из (28) получаем

$$d\sigma = \left. \begin{array}{l} (d\varepsilon dW^2/4 \sqrt{\varepsilon^2 - W^2}) n(\omega_1) n(\omega_2) \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) = \\ = (dk_z dW^2/4 \sqrt{k_z^2 + W^2}) n(\omega_1) n(\omega_2) \sigma_{\gamma\gamma}(W^2); \\ k_z = \omega_1 - \omega_2 = \omega_1 - W^2/4\omega_1; \quad \omega_{1,2} = (\varepsilon \pm k_z)/2. \end{array} \right\} \quad (32)$$

* В некоторых работах [11, 15] при изучении процессов во встречных электронных пучках употребляются формулы для спектров, в которых вместо правильного значения $\ln (q_{i \text{ макс}}^2/q_{i \text{ мин}}^2) = \ln [q_{i \text{ макс}}^2 E (E - \omega_i)/m_e^2 \omega_i^2]$ взято $\ln (E^2/m_e^2)$. При достижимых ныне энергиях это не приводит к большим погрешностям в вычислении сечений двухфотонного рождения адронов, поскольку здесь $\omega_i^2 \sim W^2 \sim q_{\text{макс}}^2 = \Lambda^2/\gamma$. Однако при этом получается неверная функциональная зависимость от E . Например, коэффициент при $\ln^3 E$ неправилен, т. е. формулы дают значения, далекие от правильных, при очень больших энергиях [11, 15]. В частности, для рождения e^+e^- - или $\mu^+\mu^-$ -пар в работе [15] получается выражение, которое при $E \rightarrow \infty$ в 3/2 раза больше правильного [5]. Напомним, что с ростом E точность МЭФ увеличивается.

В главном логарифмическом приближении

$$d\sigma = (\alpha/\pi)^2 (dk_z dW^2/W^2 \sqrt{k_z^2 + W^2}) \sigma_{\gamma\gamma} \ln [E^2 q_1^2 \text{ макс}/m_1^2 \omega_1^2] \times \\ \times \ln [E^2 q_2^2 \text{ макс}/m_2^2 \omega_2^2]. \quad (33)$$

Распределение по $k_{\perp} = q_{1\perp} + q_{2\perp}$, ω_1 , ω_2 является важным частным примером такого распределения, когда необходимо учитывать поляризацию виртуальных фотонов, т. е. вклад слагаемого τ_{TT} в (23) [27, 28]. Запишем исходную формулу (23) в виде (для упрощения записи примем $C = 0$, $D = 1$):

$$d\sigma = \left(\frac{\alpha}{\pi^2} \right)^2 \left(1 - \frac{\omega_1}{E} \right) \left(1 - \frac{\omega_2}{E} \right) \frac{d\omega_1 d\omega_2 d^2 k_{\perp}}{\omega_1 \omega_2} \times \\ \times \int \frac{q_{1\perp}^2 (k - q_1)_{\perp}^2 [\sigma_{\gamma\gamma} + \tau_{TT} \cos 2\varphi/2]}{(q_{1\perp}^2 - m_1^2 \omega_1^2/E)^2 [(k - q_1)_{\perp}^2 - m_2^2 \omega_2^2/E^2]^2} d^2 q_{1\perp}; \quad (34) \\ \cos \varphi = -q_{1\perp} (k - q_1)_{\perp} / \sqrt{q_{1\perp}^2 (k - q_1)_{\perp}^2}.$$

В области $|k_{\perp}^2| \ll (m_i \omega_i/E)^2$ или обе величины $|q_{i\perp}^2| \sim (m_i \omega_i/E)^2$, или $q_{1\perp} \approx -q_{2\perp}$. В обоих случаях здесь нет такого усреднения по φ , чтобы исчезал вклад τ_{TT} . В частности, при $k_{\perp} = 0$, $\cos 2\varphi = 1$ и сечение пропорционально $(\sigma_{\gamma\gamma} + \tau_{TT}/2)^*$. На тот факт, что при малых k_{\perp} ответ не выражается только через $\sigma_{\gamma\gamma}$, обратили внимание Ченг и Ву [18]. Подчеркнем, что это вовсе не означает «неприменимости» МЭФ (2) для двухфотонного рождения частиц, а соответствует лишь нарушению дополнительного предположения (3).

Однако главный вклад в сечение связан с большими $|k_{\perp}^2| \gg (m_i \omega_i/E)^2$. При интегрировании по $q_{1\perp}$ (при фиксированном k_{\perp}) основной вклад происходит из двух симметричных областей: $(m_1 \omega_1/E)^2 \ll |q_{1\perp}^2| \ll |k_{\perp}^2|$ и $(m_2 \omega_2/E)^2 \ll |(k - q_1)_{\perp}^2| = |q_{2\perp}^2| \ll |k_{\perp}^2|$. В первой из них $k_{\perp} - q_{1\perp} \approx k_{\perp}$ и в подынтегральном выражении (34) от φ зависит лишь $\cos 2\varphi$. Следовательно, в этой области при интегрировании по $q_{1\perp}$ в главном логарифмическом приближении вклад τ_{TT} исчезает. Интегрирование по $q_{1\perp}^2$ дает большой логарифм $\ln |E^2 k_{\perp}^2/m_1^2 \omega_1^2|$. С учетом обеих областей получаем

$$d\sigma = 2 (\alpha/\pi)^2 [d\omega_1 d\omega_2 d(-k_{\perp}^2)/(\omega_1 \omega_2 |k_{\perp}^2|)] \sigma_{\gamma\gamma} \times \\ \times \ln [k_{\perp}^2 (p_1 p_2)/(W^2 m_1 m_2)]; |k_{\perp}^2| \gg (m_i \omega_i/E)^2. \quad (35)$$

6. Дифференциальные распределения по импульсам образовавшихся частиц. Для построения МЭФ в этом случае в соответствии с (2) отбросим вклад скалярных фотонов и возьмем оставшиеся

* Укажем порядок величины τ_{TT} в некоторых случаях. При небольших W величина $\tau_{TT} \approx 2\sigma_{\gamma\gamma}$. Для перехода $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ при $W \gg m_l$ $\tau_{TT} \sim (m_l/W)^2 \sigma_{\gamma\gamma}$ (см. Приложение 3).

амплитуды на массовой поверхности. При этом дифференциальное сечение (15) выражается уже через пять спиральных амплитуд M_{ab} перехода $\gamma\gamma \rightarrow f$ ($a, b = \pm 1$ — спиральности фотонов) (ср. с работой [29]). Чтобы иметь направление для отсчета азимутальных углов, выделим одну из образовавшихся частиц с импульсом k_1 . Тогда в приближении (21)

$$\left. \begin{aligned}
 d\sigma = & (\alpha^2/q_1^2 q_2^2) \{ 2\rho_1(1, 1)\rho_2(1, 1) [|M_{11}|^2 + |M_{1-1}|^2] + \\
 & + 2|\rho_1(1, -1)\rho_2(1, -1)| |M_{11}M_{-1-1}^* \times \\
 & \times \cos 2(\varphi_1 - \varphi_2) + M_{1-1}M_{-11}^* \cos 2(\varphi_1 + \varphi_2)] + \\
 & + 4\rho_1(1, 1)|\rho_2(1, -1)| \operatorname{Re}(M_{11}M_{1-1}^*) \cos 2\varphi_2 + \\
 & + 4|\rho_1(1, -1)|\rho_2(1, 1) \operatorname{Re}(M_{11}M_{-11}^*) \cos 2\varphi_1 \} \times \\
 & \times [\delta(q_1 + q_2 - k) d\Gamma/4 \sqrt{(p_1 p_2)^2 - m_1^2 m_2^2} \times \\
 & \quad \times [d^3 p_1' d^3 p_2' / E_1' E_2'; \\
 & \quad - \rho_i(1, 1) = C_i + 2D_i E^2 q_{i\perp}^2 / \omega_i^2 q_i^2; \\
 & \quad |\rho_i(1, -1)| = 2D_i E^2 q_{i\perp}^2 / \omega_i^2 q_i^2; \\
 & \quad \cos \varphi_i = -(q_{i\perp} k_{1\perp}) / \sqrt{q_{i\perp}^2 k_{1\perp}^2}; \\
 & \quad \omega_{1,2} = q_{1,2} (p_1 + p_2) / 2E \approx k p_{2,1} / \sqrt{2p_1 p_2},
 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

где φ_i — угол между векторами $q_{i\perp}$ и $k_{1\perp}$. Амплитуды M_{ab} зависят только от инвариантов типа $q_i k_j$, $k_j k_l$, W^2 и q_i^2 . На массовой поверхности полагаем в них $q_i^2 = 0$, $q_{i\perp} = 0$.

Дифференциальное по импульсам образовавшихся частиц сечение получается отсюда при интегрировании по p_i' , которое удобно выполнять, используя соотношения:

$$\begin{aligned}
 \delta(q_1 + q_2 - k) d^3 p_1' d^3 p_2' / E_1' E_2' &= d^2 q_{1\perp} / [2(E - \omega_1)(E - \omega_2)] = \\
 &= d^2 q_{1\perp} / [2E^2(1 - \varepsilon/E + W^2/4E^2)].
 \end{aligned} \quad (37)$$

Характерный масштаб μ^2 изменения амплитуд M_{ab} в зависимости от $q_{i\perp}^2$, во всяком случае, не меньше характерного расстояния до ближайшей особенности в плоскости переменных $(q_i - k_j)^2$, т.е. $\mu \sim m_e$ для рождения лептонов и $\mu \gtrsim m_\pi$ для рождения адронов. В то же время в (36) интегралы по $q_{i\perp}^2$ обрезаются при $|q_{i\perp}^2| \sim |k_{1\perp}^2| \gtrsim (m_i \omega_i / E)^2$. Поэтому при $|k_{1\perp}^2| \ll \mu^2$ можно пренебрегать также зависимостью форм-факторов C и D от q^2 . После этого остающееся интегрирование по $q_{1\perp}$ выполняется в элементарных функциях [18, 30]. Результат при этом выглядит достаточно громоздко, но точность его степенная: $\sim |k_{1\perp}| / \mu$.

Ограничимся вычислением интеграла (36) в главной логарифмической области $(m_i \omega_i / E)^2 \ll |k_{1\perp}^2| \ll \mu^2$ [27, 28]. При интегрировании по $q_{1\perp}$ основной вклад возникает, как и при выводе (35), из двух симметричных областей: $(m_1 \omega_1 / E)^2 \ll |q_{1\perp}^2| \ll |k_{1\perp}^2|$

и $(m_2 \omega_2 / E)^2 \ll |(k - q_1)_\perp|^2 = |q_{2\perp}^2| \ll |k_\perp^2|$. В первой из этих областей угол φ_1 совпадает с переменным углом интегрирования между $q_{1\perp}$ и $k_{1\perp}$, а φ_2 — с фиксированным углом φ_0 между k_\perp и $k_{1\perp}$ ($\cos \varphi_0 = -(k_\perp k_{1\perp}) / \sqrt{k_\perp^2 k_{1\perp}^2}$). Поэтому после интегрирования по $q_{1\perp}$ с учетом обеих областей получаем:

$$\left. \begin{aligned}
 d\sigma &= [(8\pi)^3 \alpha^4 / W^4 |k_\perp^2| \{A_1 A_2 R_{\gamma\gamma} + B_1 B_2 R_{\gamma\gamma}^a \cos 2\varphi_0\} \times \\
 &\quad \times \ln [k_\perp^2 (p_1 p_2) / W^2 m_1 m_2] d\Gamma; \\
 A_i &= 1 - \omega_i / E + C_i(0) \omega_i^2 / 2E^2; \quad B_i = 1 - \omega_i / E; \\
 (4\pi\alpha)^2 R_{\gamma\gamma} &= (|M_{11}|^2 + |M_{1-1}|^2) / 2 = \\
 &= g^{\mu\mu'} g^{\nu\nu'} M^{\mu\nu} M^{*\mu'\nu'} / 4; \\
 (4\pi\alpha)^2 R_{\gamma\gamma}^a \cos 2\varphi_0 &= -\frac{1}{2} \operatorname{Re} [M_{11}^* (M_{1-1} + M_{-11}) \cos 2\varphi_0 = \\
 &= g^{\mu\mu'} (2k_\perp^\nu k_{1\perp}^{\nu'} / k_\perp^2 - g^{\nu\nu'}) M^{\mu\nu} M^{*\mu'\nu'} / 4.
 \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

В частности, для перехода $\gamma\gamma \rightarrow l^+ l^-$

$$\begin{aligned}
 R_{\gamma\gamma} &= 2W^2 / (m_l^2 - k_{1\perp}^2) - 4(m_l^4 + k_{1\perp}^4) / (m_l^2 - k_{1\perp}^2)^2; \\
 R_{\gamma\gamma}^a &= -8m^2 k_{1\perp}^2 / (m_l^2 - k_{1\perp}^2)^2.
 \end{aligned} \quad (39)$$

Отметим, что кроме слагаемого $R_{\gamma\gamma}$, отвечающего рассеянию неполяризованных фотонов, в результат входит и слагаемое $R_{\gamma\gamma}^a$, обусловленное поляризацией виртуальных фотонов. Таким образом, здесь дополнительное положение (3) несправедливо*.

Однако для многих практически важных распределений, получаемых из (38) при частичном интегрировании по некоторым параметрам родившихся частиц, $R_{\gamma\gamma}^a$ выпадает. В частности, ясно, что $R_{\gamma\gamma}^a$ исчезает при интегрировании по углам вектора k_\perp , поскольку $R_{\gamma\gamma}^a$ и $R_{\gamma\gamma}$ на массовой поверхности не зависят от k_\perp .

При рождении пары частиц утверждение (3) справедливо для широкого класса распределений. Обозначая импульс второй частицы $k_2 = k - k_1$, при небольших углах раскомпланарности ψ (между $k_{1\perp}$ и $-k_{2\perp}$), когда $|k_{1\perp}| \gg |k_\perp|$, имеем

$$\begin{aligned}
 \cos 2\varphi_0 &= (x^2 - 4 \sin^2 \psi / 2) / (x^2 + 4 \sin^2 \psi / 2); \quad k_\perp^2 = k_{1\perp}^2 (x^2 + 4 \sin^2 \psi / 2); \\
 x &= (|k_{1\perp}| - |k_{2\perp}|) / |k_{1\perp}|.
 \end{aligned} \quad (40)$$

Если в с.ц.и. начальных частиц фиксировать $|k_1|$, ψ и углы вылета частиц пары θ_1, θ_2 , то интегрирование по $|k_2|$ легко выполнить, полагая всюду $k_{1\perp} = -k_{2\perp}$ (или $x = 0$), кроме быстро меняющихся

* Слагаемое $R_{\gamma\gamma}^a$ не учитывалось в исходной формуле работы [31].

множителей $1/k_{\perp}^2$ и $\cos 2\varphi_0$. Учитывая, что $|k_{2\perp}| = |k_2| \sin \theta_2$, имеем*:

$$\left. \begin{aligned} \int d|k_2|/|k_{\perp}^2| = \pi/(2|k_1| \sin \theta_1 \sin \theta_2 |\sin \psi/2|); \\ \int (\cos 2\varphi_0/k_{\perp}^2) d|k_2| = 0. \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

Таким образом, распределения по $|k_1|$, $\theta_{1, 2}$, ψ или по некоторым из этих параметров в главном приближении даются лишь первым слагаемым (38) [28]. Подставляя (41) в (38), имеем при

$$\begin{aligned} m_1 m_2 / p_1 p_2 < \psi^2 < 1 \text{ и } |k_{1\perp}^2| \sim W^2 \text{ [31, 32] **} \\ d\sigma = (2\alpha^4 R_{\gamma\gamma} / \pi W^4) (1 - \varepsilon/E) (\sin^2 \theta_1 / \varepsilon_1 \varepsilon_2 \sin^2 \theta_2) \times \\ \times [|k_1|^3 d|k_1| d\theta_1 d\theta_2 d\psi / |\sin \psi/2| \ln [(\sin^2 \psi/2) p_1 p_2 / m_1 m_2]]. \end{aligned} \quad (42)$$

Чтобы получить распределение по $|k_1|$, θ_1 , θ_2 , достаточно проинтегрировать (38) по k_{\perp} :

$$d\sigma = \frac{2\alpha^4}{\pi} \cdot \frac{R_{\gamma\gamma}}{W^4} \frac{|k_1|^3 d|k_1| \sin^2 \theta_1 d\theta_1 d\theta_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \sin^2 \theta_2} \left[\ln \frac{p_1 p_2}{m_1 m_2} \right]^2. \quad (43)$$

Для образования лептонной пары такой ответ содержится в работе [5]***; случай, когда возникает произвольная пара релятивистских ($W^2 \gg k_i^2$) частиц, разобран в работе [33], а в общем виде формула (43) получена в работе [31]. В случае рождения пары релятивистских частиц ($W^2 \gg m^2$) под большими углами ($\theta_i \sim \sim \pi/2$ в с.ц.и.) при гладкой зависимости $R_{\gamma\gamma}$ от $k_{1\perp}^2$ можно положить в $R_{\gamma\gamma}$ просто $\theta_i = \pi/2$ или $k_{1\perp}^2 = -W^2/4$. После этого легко

* Здесь предполагается, что зависимость M_{ab} от x слабая. Это несправедливо при рождении узкого резонанса. При фиксированных значениях всех остальных импульсных переменных эффективный интервал изменения x в районе резонансного максимума порядка отношения его ширины к массе Γ/M . Между тем для исчезновения коэффициента при $R_{\gamma\gamma}^{\alpha}$, как это видно из (40) и (41), необходимо, чтобы этот интервал был значительно больше $2 \sin(\psi/2)$. Следовательно, при $\psi \gg \Gamma/M$ коэффициент при $R_{\gamma\gamma}^{\alpha}$ в нуль не обращается.

** В работе [15] для реакции $ee \rightarrow eel^+ \pi^-$ — в рамках квантовой электродинамики — распределение по ψ было численно рассчитано на ЭВМ. Авторы отмечают, что получившиеся кривые имеют вид $d\psi/\psi$ при $\psi > > \sqrt{m_e/E} \sim 2^\circ$.

*** В работе [5] вычисления проводятся в лабораторной системе $p_2 = 0$ с использованием переменных $\varepsilon_{iL} = k_{iL} p_2 / m_2$ и $k_{i\perp}$. Для перехода в с.ц.и. достаточно провести тривиальную замену:

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon_{1L} d\varepsilon_{2L} d^2 k_{1\perp}}{\varepsilon_{1L} \varepsilon_{2L}} \rightarrow 2\pi \frac{|k_1|^3 d|k_1| \sin^2 \theta_1 d\theta_1 d\theta_2}{\varepsilon_1 \varepsilon_2 \sin^2 \theta_2}; \\ W^2 \approx \frac{(m^2 - k_{1\perp}^2)(\varepsilon_{1L} + \varepsilon_{2L})^2}{\varepsilon_{1L} \varepsilon_{2L}} \rightarrow 4\omega_1 \omega_2. \end{aligned} \quad (43a)$$

Дальнейшее интегрирование по ε_{iL} и $k_{i\perp}$ также содержится в работе [5] (см. также [17]).

получить полезную оценочную формулу для сечения в области $W > W_{\text{мин}}$, $\pi - \theta_{\text{мин}} > \theta_i > \theta_{\text{мин}}$, где $\pi/2 - \theta_{\text{мин}} \ll 1$, и с углом расколлинеарности $|\theta_1 + \theta_2 - \pi| > \chi_{\text{мин}}$ [27, 33]:

$$d\sigma = \frac{\alpha^4}{\pi} \cdot \frac{R_{\gamma\gamma} dW^2}{W^4} \left[\frac{\pi}{2} - \theta_{\text{мин}} - \frac{\chi_{\text{мин}}}{2} \right]^2 \ln \frac{sq_1^2 \text{ макс}}{m_l^2 W^2} \ln \frac{sq_2^2 \text{ макс}}{m_l^2 W^2}; \left. \vphantom{\frac{\alpha^4}{\pi}} \right\} \quad (44)$$

$$\pi - \theta_{\text{мин}} \leq \theta_i \leq \theta_{\text{мин}}; \quad |\theta_1 + \theta_2 - \pi| \geq \chi_{\text{мин}}.$$

В частности, для образования лептонной пары в силу (39) $R_{\gamma\gamma} \approx 4$ и $\int R_{\gamma\gamma} dW^2/W^4 = 4W_{\text{мин}}^{-2}$. Величина $W_{\text{мин}}/2$ здесь приближенно совпадает с энергетическим порогом регистрации частиц пары.

7. Особенности расчета рождения массивных лептонных пар. Способ учета струй. В этом случае МЭФ неприменим*, так как нарушается последнее из соотношений (12). При $W^2 \gg m_l^2$, $|q_i^2|$ (см. Приложение 3)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{TT} &= \sigma_{\gamma\gamma} \left\{ 1 - [\ln(1+a) + a(1+a)^{-1}] / [\ln(W^2/m_l^2) - 1] + \right. \\ &\quad \left. + O(q_i^2/W^2) \right\}; \\ a &= (m_l^2 - q_1^2)(m_l^2 - q_2^2) / m_l^2 W^2; \quad \sigma_{TS}, \sigma_{ST}, \sigma_{SS} \leq |q_i^2| \sigma_{\gamma\gamma} / W^2; \\ &\quad \tau_{TT} \leq m_l^2 \sigma_{\gamma\gamma} / W^2. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Существенное (степенное) падение σ_{TT} происходит при $|q_i^2| \sim \sim W^2$. Если $W^2 \gg m_l^2$, то зависимость σ_{TT} от q_i^2 в большой области $(Wm_l)^2 < q_1^2 q_2^2 < W^4$ уже нельзя пренебрегать (в этой области падение лишь логарифмическое). Поэтому при $\ln(W^2/m_l^2) \gg \gg \ln(p_1 p_2 / m_1 m_2)$ вместо (23) следует пользоваться несколько более сложной формулой σ_{TT} из (45):

$$d\sigma = (\alpha/2\pi)^2 (\omega_1 \omega_2 d\omega_1 d\omega_2 / E^4) \times \int (dq_1^2 dq_2^2 / q_1^2 q_2^2) \rho_1(1, 1) \rho_2(1, 1) \sigma_{TT}(W^2, q_1^2, q_2^2). \quad (46)$$

Аналогичная ситуация для тормозного рождения обсуждалась в работе [34].

Картина упрощается при рождении массивных лептонных пар в адронных соударениях при $m_l W \gg m_p^2$. В этом случае интегралы фактически обрезаются при $|q_i^2| \sim m_p^2/4$ за счет форм-факторов, а $\sigma_{TT}(W_1^2, 0, 0) - \sigma_{TT}(W^2, q_1^2, q_2^2) \ll m_p^2 \sigma_{\gamma\gamma} / 4Wm_l$; и вновь оказывается справедливым приближение эквивалентных фотонов (23б). При использовании для спектров выражений (26г) здесь получается степенная точность: $\eta \sim (m_p^2/4Wm_l) (\ln s/W^2)^{-1}$.

* Полные сечения рождения лептонов правильно вычисляются МЭФ, поскольку основной вклад в них дает область $W \sim m_l$, где неравенства (12) справедливы.

В этом последнем случае существенный вклад в сечение вносят и процессы с образованием струй (рис. 7), когда при испускании фотона частица p_i превращается в струю с суммарным импульсом p'_i . При больших энергиях различные струи перекрываются слабо. Поэтому здесь и можно использовать модель, в которой струя заменяется на частицу большой массы, и пренебречь интерференцией между конечными состояниями частиц 1 и 2. При этом в (24) величины C и D выражаются через известные структурные функции глубоко неупругого $e p$ -рассеяния:

$$\left. \begin{aligned} C_i &= -(2m_i/q_i^2) \int W_1(p_i'^2, q_i^2) dp_i'^2; \\ D_i &= (1/2m_i) \int W_2(p_i'^2, q_i^2) dp_i'^2; \\ q_{i\text{ мин}}^2 &= (p_i'^2 - m_i^2) \omega_i / (E - \omega_i) + m_i^2 \omega_i^2 / E(E - \omega_i). \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

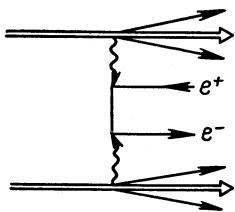


Рис. 7.

Форм-факторы C и D падают с ростом $-q^2$, и характерный масштаб этого падения $\sim m_p^2$. Это и позволяет использовать здесь МЭФ при $Wm_i \gg m_p^2$, как и ранее.

8. Оценки сечений снизу. В некоторых случаях (в особенности для определения возможности постановки новых экспериментов) полезно иметь надежные нижние оценки сечений. Это тем более важно, что во всех известных случаях двухфотонного рождения частиц первые поправки к главному логарифмическому приближению отрицательны и при ныне достижимых энергиях того же порядка, что и главный член [8, 35, 36]. В то же время согласно (13) достаточно аккуратно вычисленный вклад области $|q^2| \leq q_{\text{макс}}^2 \leq \Lambda_\gamma^2$ дает надежную оценку для сечения. Эта оценка снизу, поскольку остальная область изменения q^2 дает положительную добавку. При уменьшении $q_{\text{макс}}^2$ надежность оценки возрастает, но одновременно уменьшается ее величина. Проиллюстрируем это двумя примерами.

Идею получения нижней оценки проще всего продемонстрировать на примере реакции $pp \rightarrow ppe^+e^-$ [28, 37]. Хотя для нее и имеется достаточно точный результат (54), найденный Рака [8], проводимая ниже простая оценка полезна тем, что при ее получении ясна область, дающая вычисляемый вклад в сечение.

Для этой реакции при не слишком больших W/m_i характерный параметр обрезания по q^2 есть $\Lambda_\gamma^2 \sim W^2$. Выбирая небольшое число η , ограничимся следующей областью изменения q_i^2 : $-q_i^2 \leq \eta W^2$. Поскольку в ней $W^2 = 4\omega_1\omega_2$ и $q_{i\text{ мин}}^2 = m_p^2 \omega_i^2 / E(E - \omega_i)$, то условием $q_{i\text{ мин}}^2 < \eta W^2$ ограничен и интервал изменения ω_i : $Wm_p/4E\sqrt{\eta} \leq \omega_i \leq E\sqrt{\eta/m_p}$.

Учитывая, что $\omega_i/E < W/m_p \ll 1$, можно с точностью порядка η записать

$$d\sigma = \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 \cdot \frac{d\omega_1}{\omega_1} \cdot \frac{d\omega_2}{\omega_2} \cdot \frac{dq_1^2}{q_1^2} \cdot \frac{dq_2^2}{q_2^2} \times \\ \times \left(1 - \frac{q_{1\text{мин}}^2}{|q_1^2|}\right) \left(1 - \frac{q_{2\text{мин}}^2}{|q_2^2|}\right) \sigma_{\gamma\gamma}(W)^2.$$

Интегрируя по указанной области и по W в пределах $2m_e \ll W \ll W_{\text{макс}}$, получаем (при $W_{\text{макс}} > 3m_e$)

$$\sigma(\eta) = (28\alpha^4/27\pi m_e^2) [L_\eta^3 + 3L_\eta/2 - 1/2] \times \\ \times [1 - (18m_e^2/7W_{\text{макс}}^2) \ln(W_{\text{макс}}/m_e)^2]; \quad \left. \vphantom{\sigma(\eta)} \right\} \quad (48) \\ L_\eta = \ln \eta s/m_p^2 - 1.$$

При $\sqrt{s} = 40 \text{ Гэв}$ результат Рака (54) дает $\sigma = 0,2 \text{ мбарн}$, а (48) при $\eta = 0,1$ и $W_{\text{макс}} = 20m_e$ дает $\sigma(0, 1) = 0,1 \text{ мбарн}$, т. е. половину всего сечения (точность вычисления $\sigma(0, 1)$ порядка 10% *).

В качестве второго примера рассмотрим двухфотонное образование адронов во встречных ee -пучках. Здесь полезно оценить, какой вклад в сечение образования адронной системы с эффективной массой W дает область не очень больших углов рассеяния электронов $\theta_i \leq \theta_{\text{макс}}$ (постановка 1, п. 4) [13, 14, 25]. В важном случае $1 \ll \gamma = 2E \sin(\theta_{\text{макс}}/2)/m_e < m_p/m_e$ из (26б) и (28) с точностью $\sim (\gamma m_e/m_p)^2 [\ln(s\gamma^2/W^2)]^{-1}$ получается

$$d\sigma = (2\alpha/\pi)^2 (dW^2/W^2) \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) J(s/W^2, \gamma); \quad \left. \vphantom{d\sigma} \right\} \\ J(k, \gamma) = (1/4k^2) \int_1^k (dx/x) f(x) f(k/x); \quad (49) \\ f(x) = (2x^2 - 2x + 1) \ln[\gamma(x-1)] - x(x-1).$$

Если подставить в (26б) $q_{i\text{макс}}^2 = |q_1^2|_{\text{макс}} (1 - \omega_i/E)^{-1}$ с фиксированным значением $|q_1^2|_{\text{макс}} < \Lambda_p^2$, то взамен (49) получится оценка, найденная в работе [36] для сечения процесса $ee \rightarrow ee\mu^+\mu^-$ при не слишком больших энергиях.

9. Фоторождение по схеме Примакова (см. рис. 2). Этот процесс — с однофотонным обменом. Однако вместо сечения фотопоглощения в результат входит сечение перехода $\gamma\gamma \rightarrow f$. Поэтому удобно получать здесь ответ из формул для двухфотонного рождения (17), если убрать множители, соответствующие верхнему блоку на рис. 1, и заменить $\rho_1^{\mu\mu'}$ на матрицу плотности реального падающего фотона. Если фотон не поляризован, то $\rho_1^{\mu\mu'} = -g^{\mu\mu'}/2$,

* Отметим, что при $L_\eta > 3$ и $\eta = 1/3$ (48) и (54) совпадают с погрешностью меньше 10%.

если же фотон поляризован, то $\rho_1^{\mu\mu'} = e^\mu e^{*\mu'}$ (e — вектор поляризации). В последнем случае

$$d\sigma = \left. \begin{aligned} & [\alpha (q_1 q_2) / 4\pi^2 q_2^2 (q_1 p_2)] [2\rho_2(1, 1) \sigma_{TT} + \rho_2(0, 0) \sigma_{TS} - \\ & - |\rho_2(1, -1)| (1 + |2| e \tilde{p}_{2\perp} |^2 / \tilde{p}_{2\perp}^2) \tau_{TT}] d^3 p'_2 / E'_2; \\ & \tilde{p}_{2\perp} \approx (s - m_2^2) q_{2\perp} / W^2. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Точные выражения для $\rho_2(a, b)$ и $\tilde{p}_{2\perp}$ приведены в Приложении 2, а у σ_{TT} , σ_{TS} и τ_{TT} аргумент $q_1^2 = 0$. Для неполяризованного света в (50) выпадает слагаемое, содержащее τ_{TT} .

Приближение эквивалентных фотонов получается, если пренебречь вкладом σ_{TS} и взять σ_{TT} и τ_{TT} на массовой поверхности. Для неполяризованного света $d\sigma = \sigma_{\gamma\gamma} dn_2$ [ср. с формулой (10)], где dn_2 получается из (25) при замене ω_2/E на $W^2/(s - m_2^2)$. При рождении на ядре с зарядом Ze важно лишь слагаемое, пропорциональное $D_2 = Z^2 F^2(q_2^2)$ (F — форм-фактор ядра):

$$d\sigma = \frac{Z^2 \alpha}{\pi} F^2(q_2^2) \frac{dW^2}{W^2} \cdot \frac{dq_2^2}{q_2^2} \cdot \frac{q_{2\perp}^2}{q_2^2} \sigma_{\gamma\gamma}(W^2), \quad (51)$$

Главный вклад в сечение происходит из когерентной области, когда интеграл в (51) обрезается за счет форм-фактора $F(q_2^2)$ при небольших значениях $|q_2^2| = \Lambda_2^2$. Если форм-фактор ядра известен вплоть до значений, заметно превышающих Λ_2^2 , то после интегрирования (51) по q_2^2 при $\Lambda_2 < \Lambda_\gamma$ точность приближения степенная: $\eta \sim (\Lambda_2/\Lambda_\gamma)^2 [\ln(4\omega^2 \Lambda_2^2/W^4)]^{-1}$. В лабораторной системе $p_2 = 0$ (ω — частота падающего фотона):

$$\left. \begin{aligned} s - m_2^2 &= 2\omega m_2; \quad W^2 \approx 2\omega p'_{2z}; \quad -q_2^2 \approx p_2'^2; \\ \frac{|p'_{2\perp}|}{p_2'^2} &= \sin^2 \theta; \quad q_2^2_{\text{мин}} = (W^2/2\omega)^2. \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

В этом случае суммарный поперечный импульс родившейся системы частиц $k_\perp = q_{2\perp} = p'_{2\perp}$, а распределение по k_\perp имеет вид рис. 6.

3. ДВУХФОТОННОЕ РОЖДЕНИЕ ЛЕПТОНОВ

Рассмотрим некоторые физические эффекты, связанные с двухфотонным рождением лептонных пар, и некоторые возможные применения этого процесса. В основном речь идет о рождении e^+e^- -пар при столкновении быстрых заряженных частиц. Сечение этого процесса вычислено Л. Д. Ландау и Е. М. Лифшицем [5] в старшем логарифмическом приближении*:

$$\sigma = 28 (Z_1 Z_2)^2 \alpha^4 l^3 / 27 \pi m_e^2 = 1,4 \cdot 10^{-30} (Z_1 Z_2)^2 l^3 \text{ см}^2; \quad (53)$$

$$l = \ln 2p_1 p_2 / m_1 m_2.$$

* В этом приближении важна лишь диаграмма рис. 1. Сечение тормозного рождения $\sigma_{\text{торм}} \sim (m_e/Ml)^2 \sigma$, где M — масса более легкой из сталкивающихся частиц.

Уже отсюда видны две характерные черты этого процесса:

1) его сечение немногим меньше адронного. Действительно, $\alpha/m_e \approx 2/m_\pi$ и уже при умеренно больших энергиях $\alpha l^3 \gg 1$, т. е. $\sigma \gg (Z_1 Z_2)^2 \alpha/m_\pi^2$.

2) с ростом энергии сечение растет довольно быстро, $\sim l^3$.

Уже в работе [5] содержались многие практически интересные дифференциальные распределения родившихся электронов для области, дающей основной вклад в сечение. Хотя они записаны в системе покоя одной из сталкивающихся частиц, простая модификация делает их пригодными и для встречных пучков*. Баба [7] рассчитал такие распределения в более широкой энергетической области.

При доступных до сих пор энергиях (53) можно оценить лишь порядок величины сечения рождения e^+e^- -пар, поскольку первая логарифмическая поправка, пропорциональная l^2 , имеет большой отрицательный коэффициент. Коэффициенты при l^1 и l^0 существенно зависят от сорта сталкивающихся частиц. Рака [8] вычислил сечение рождения e^+e^- -пар при столкновении двух тяжелых частиц A_1 и A_2 :

$$\begin{aligned} \sigma_{A_1 A_2 \rightarrow A_1 A_2 e^+ e^-} &= \frac{(Z_1 Z_2)^2 \alpha^4}{27\pi m_e^2} [28l^3 - 178l^2 + (7\pi^2 + 370)l - \\ &- 348 - 13\pi^2/2 + 21\xi(3)] \approx (Z_1 Z_2)^2 1,4 \cdot 10^{-30} [(l - 2,12)^3 + \\ &+ 2,2(l - 2,12) + 0,4] \text{ см}^2 \quad (\xi(3) = 1,202) \end{aligned} \quad (54)$$

(отброшенные слагаемые имеют порядок $m_1 m_2 / p_1 p_2$, $(m_e/m_\pi)^2 A^2/3$). Коэффициенты при l^2 и l , вычисленные недавно в работе [35], оказались совпадающими с (54). Сечение рождения $\mu^+\mu^-$ -пар в e^+e^- -столкновениях вычислено В. Н. Байером и В. С. Фадиным [35], Э. А. Кураевым и А. Н. Липатовым [36]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{e^+ e^- \rightarrow e^+ e^- \mu^+ \mu^-} &= \frac{28\alpha^4}{27\pi m_\mu^2} \left[l^3 - \frac{178}{28} l^2 - Bl + C \right]; \\ B &= \frac{1}{28} [42l_\mu^3 + 196,4l_\mu + 152 + 7/15 + 21\pi^2] \approx 258; \\ C &= \frac{1}{28} \left[14l_\mu^3 + 184,8l_\mu^2 + l_\mu \left(1109 + \frac{31}{150} - 7\pi^2 \right) + \right. \\ &+ \left. \left(36 + \frac{7}{15} \right) \pi^2 + \frac{51463}{18} - 189\xi(3) - \frac{12748}{125} \right] \approx 1855; \\ l_\mu &= \ln \left(\frac{m_\mu^2}{m_e^2} \right) \approx 10,67. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Отметим, что при $\sqrt{s} \lesssim 1 \text{ Гэв}$ сечение (55) отрицательно, что говорит о необходимости учета здесь членов порядка s^{-1} . Поэтому

* См. примечание на с. 256.

при доступных ныне энергиях более полезными оказываются нижние оценки (см. п. 8).

Сечение процессов $e\mu \rightarrow e\mu e^+e^-$, $ee \rightarrow ee e^+e^-$ рассчитано в работах [8, 35, 36] с той же точностью, что и (54) в пренебрежении тождественностью электронов. Ее учет согласно [36] незначительно изменяет коэффициенты при μ^0 и ν^0 .

Различные дифференциальные распределения рассчитаны для реакций: $\mu p \rightarrow \mu p e^+e^-$ [8, 38], $e\mu \rightarrow e\mu e^+e^-$ [39], $\mu p \rightarrow \mu\mu^+\mu^-p$ [40], $e^+e^- \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ [32, 33].

В заключение отметим, что результаты первоначальных работ [5—8] оказались во многом незаслуженно забытыми, и до самого

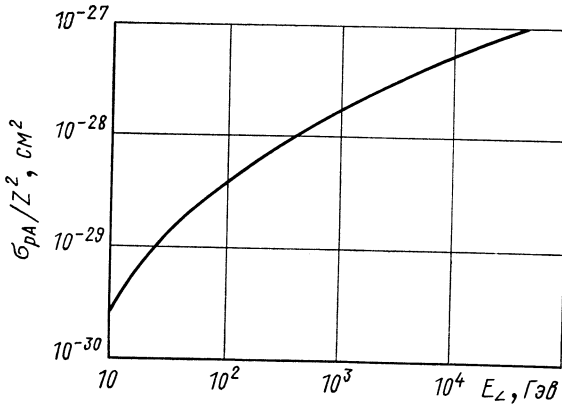


Рис. 8.

последнего времени появляются работы, посвященные воспроизведению тех или иных частных результатов [5—8].

10. Рождение e^+e^- -пар. Торможение быстрых мюонов в веществе. При прохождении быстрых электронов через вещество их энергия теряется главным образом за счет тормозного излучения. Для мюонов сечение тормозного излучения $\sim \alpha^3/m_\mu^2$, что заметно меньше (53). Однако средние потери энергии в каждом акте двухфотонного рождения оказываются в m_μ/m_e раз меньшими, чем при тормозном излучении. Потому потери энергии за счет обоих механизмов — одного порядка (см., например, [38, 41]). Отметим, что величина потерь существенно зависит от точного вида распределения родившихся электронов вблизи границ области, дающей главный вклад в сечение, которое не получается в МЭФ.

Вклад в полное сечение адронных процессов при больших энергиях. Во взаимодействиях протонов космического излучения с ядрами воздуха или эмульсии двухфотонное рождение e^+e^- -пар дает значительный вклад, растущий с энергией. На рис. 8 приведено

сечение этого процесса в зависимости от энергии, рассчитанное согласно (54). Так, при $E_L \sim 10^4 \text{ Гэв}$

$$\sigma_{pA \rightarrow pAe^+e^-} = 0,7Z^2 \text{ мбарн.} \quad (56)$$

В пересчете на протон для азота ($Z = 7$) это дает 5% от $\sigma_{pp} = 40 \text{ мбарн}$. Таким образом, при интерпретации результатов эксперимента, рассмотренного в работе [42], этот эффект может оказаться существенным.

Изучение форм-фактора пиона и каона. Недавно Б. В. Гешкенбейн и М. В. Терентьев [43] предложили использовать процессы $\pi A \rightarrow \pi A l^+ l^-$ и $KA \rightarrow KA l^+ l^-$ для изучения форм-фактора π и K . В этих процессах при $(Z\alpha)^2 / |q_2^2| > R^2$ (R — радиус ядра) двухфотонный вклад (см. рис. 1) доминирует над тормозным (см. рис. 3, а и в), что и позволяет определять форм-фактор π (K) по известному сечению (17). Рассеяние на ядре когерентно, и форм-фактором ядра (нижний блок на рис. 1) можно пренебречь при $|q_2^2| < R^{-2}$. Для $Z\alpha \sim 1$ эти условия совпадают.

Для определения форм-фактора $F_\pi(q_1^2)$ в области $-q_1^2 \sim 1 \text{ Гэв}^2$ приведены оценки при рассеянии пионов на свинце. Указанные выше условия выполняются, если потеря энергии пионом не меньше 30—50 Гэв; при этом необходимо измерять сечения $\sim 10^{-34} \text{ см}^2$, а импульс ядра отдачи не должен превышать 10—20 Мэв.

Возможность калибровки ускорителей со встречными pp - и \bar{p} -пучками. Один из главных параметров ускорителя со встречными пучками — светимость L определяется соотношением: $\dot{N} = L\sigma$, где \dot{N} — число событий в единицу времени для процесса с сечением σ . Если известен достаточно точно рассчитываемый процесс с не слишком малым сечением σ , хорошо отделимый от других процессов и удобный для регистрации, то его измерение позволяет независимым способом определять светимость установки L . При этом отпадает необходимость в детальных сведениях о трудно измеримом распределении плотности пучков в области взаимодействия.

Для ускорителей со встречными e^+e^- -пучками задача выбора такого (калибровочного) процесса состоит в отборе наиболее подходящего процесса из множества рассчитываемых в рамках квантовой электродинамики. Так, на установках ВЭПП (Новосибирск) и в Орсе в качестве основного калибровочного процесса избрано двойное тормозное излучение. В ускорителях со встречными pp -пучками почти все процессы нельзя рассчитывать без использования моделей сильных взаимодействий, т. е. нельзя ожидать хорошей точности вычислений. Такие процессы непригодны для калибровки.

В работе [37] было показано, что с погрешностью $\sim 10^{-3}$ процесс $pp \rightarrow ppe^+e^-$ целиком рассчитывается в рамках квантовой элек-

тродинамики при условии, что энергии и углы вылета e^\pm в с.ц.и. протонов ограничены неравенствами $\varepsilon_\pm < 20m_e E/m_p$; $|k_\perp|$, $W < 20m_e$. В этой области сечение полностью дается диаграммой рис. 1 и радиационными поправками к ней. Вклад этой области в сечение не менее 0,1 мбарн (48). Поэтому такой процесс можно предложить для определения светимости в ускорителях со встречными pp -пучками. В указанной области энергий e^\pm -протоны практически не выходят из пучка, и не требуется детально знать их форм-факторы. В работе [37] с указанной точностью вычислено дифференциальное сечение и обсуждено значение возможных фоновых процессов.

Измерение поляризации γ -квантов большой энергии. Азимутальная асимметрия электрона отдачи в реакции $\gamma e \rightarrow ee^+e^-$ определяется поляризацией фотона. В. Ф. Болдышев и Ю. П. Пересунько предложили использовать эту реакцию для нахождения поляризации фотонов [44]. При энергии фотона $\omega_L > 100 m_e$ сечение определяется диаграммой рис. 2 и имеет вид (50), входящие в нее величины σ_{TT} , σ_{TS} и τ_{TT} выписаны в Приложении 3. Чтобы измерить поляризацию, необходимо знать распределение по азимутальному углу электрона отдачи, проинтегрированное по импульсу этого электрона, начиная от некоторого порогового значения $|p'_2|_{\min}$. Соответствующие распределения в аналитической форме получены недавно Е. А. Винокуровым и Э. А. Кураевым [44]. Параметр асимметрии не зависит от энергии и практически не зависит от $|p'_2|_{\min}$ в интервале $0,2 m_e < |p'_2|_{\min} < 10 m_e$.

11. Некоторые процессы высокого порядка по α . С ростом энергии ускорителей открывается возможность измерения процессов весьма высокого порядка по α . Сечение образования двух e^+e^- -пар $ee \rightarrow eee^+e^-e^+e^-$ в старшем логарифмическом приближении вычисляется с помощью (30) по известному сечению процесса $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-e^+e^-$. В отличие от $\sigma_{\gamma\gamma} \rightarrow e^+e^-$, падающего с ростом W^2 , сечение процесса $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-e^+e^-$ асимптотически постоянно и равно 6,45 мкбарн [45]. Поэтому сечение перехода $ee \rightarrow eee^+e^-e^+e^-$ [46]

$$\sigma = (\alpha^2/6\pi^2) \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-e^+e^-} [\ln s/m_e^2]^4 \quad (57)$$

и составляет $6 \cdot 10^{-31} \text{ см}^2$ при $\sqrt{s} = 7 \text{ Гэв}$.

Эта реакция может давать заметный фон при измерении полного сечения $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны, в особенности для фоторождения на ядрах $\gamma A \rightarrow Ae^+e^-e^+e^-$ [47].

Во встречных ee -пучках не слишком малым оказывается и сечение рождения парапозитрония P_s в свободном состоянии [48]. Оно того же порядка, что и сечение рождения C -четных адронных резонансов:

$$\sigma = (\alpha^7 \xi(3)/3m_e^2) [\ln s/m_e^2]^3 = 6,6 \cdot 10^{-37} [\ln s/m_e^2]^3 \text{ см}^2; \quad \xi(3) = 1,202.$$

(58)

При этом скорость движения P_s может оказаться столь большой, что уже в магнитном поле ускорителя он конвертирует в ортопозитроний или даже может распасться на e^+e^- -пару.

В. С. Фадин и В. А. Хозе [49] отметили, что во встречных ee -пучках для рождения фотонов с энергией порядка 1 Мэв под большими углами, $\theta \sim 1$, доминирующим является двухфотонное образование системы $e^+e^-\gamma$ (рис. 9). Этот процесс — радиационная поправка к процессу рис. 1, его сечение

$$d\sigma \sim [\alpha^5/(m_e^2 + \omega^2)] \ln^2 s/m_e^2 (d\omega/\omega) d\Omega/2 \sin^2\theta. \quad (59)$$

В то же время сечение однократного и двойного тормозного излучения в этой области падают как α^3/s и α^4/s . Их вклады пренебрежимо малы при $m^2 + \omega^2 \ll \alpha^2 s$.

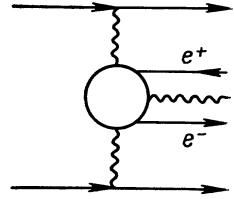


Рис. 9.

12. Образование массивных $\mu^+\mu^-$ -пар при столкновении адронов. В опытах группы Ледермана [50] изучалось образование массивных $\mu^+\mu^-$ -пар ($W \sim 1 \div 6 \text{ Гэв}$) в соударениях протонов с урановой мишенью при энергии $E_L \sim 20 \div 30 \text{ Гэв}$. Результаты этого

эксперимента вызвали большой интерес [51—53]. Обсуждаются возможные механизмы этого процесса и планируется проведение подобных опытов при значительно больших энергиях (ISR и NAL). Здесь рассмотрим лишь роль двухфотонного канала в этом процессе.

При небольших энергиях двухфотонный вклад пренебрежим [26], и в опытах работы [50] доминирует однофотонный канал. Однофотонное рождение $\mu^+\mu^-$ -пар представляет собой образование системы адронов с $J = 1$ и дальнейший переход $\rightarrow \gamma \rightarrow \mu^+\mu^-$ (простейший вариант такого рода —

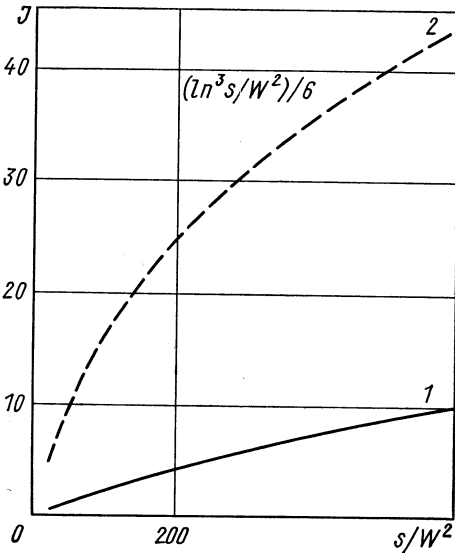


Рис. 10.

схема векторной доминантности [51]). Но тогда сечение однофотонного процесса не должно расти, подобно сечениям рождения любой комбинации адронов с фиксированной массой, исключая пороговое увеличение при относительно небольших $s \sim W^2$.

Сечение же двухфотонного процесса быстро растет с энергией $d\sigma/dW^2 \propto \ln^3 s$. Как показано в п. 7, в этом случае при $W^2 \gg m_p^2$ МЭФ позволяет получить сечение $d\sigma/dW^2$ со степенной точностью $\eta \sim (m_p^2/4 W m_\mu) [\ln s/W^2]^{-1}$. Для рождения массивных $\mu^+\mu^-$ -пар в соударении протонов удобно записать (28) в виде [27]:

$$d\sigma/dW^2 = (2\alpha/\pi)^2 (\sigma_{\gamma\gamma}/W) J(s/W^2). \quad (60)$$

Функция $J(k)$ вычисляется по спектру (26г). На рис. 10 кривая 1 — величина $J(k)$, рассчитанная на ЭВМ, а 2 — та же величина в приближении старших логарифмов (30), $J(k) = (\ln^3 k)/6$. На рис. 11

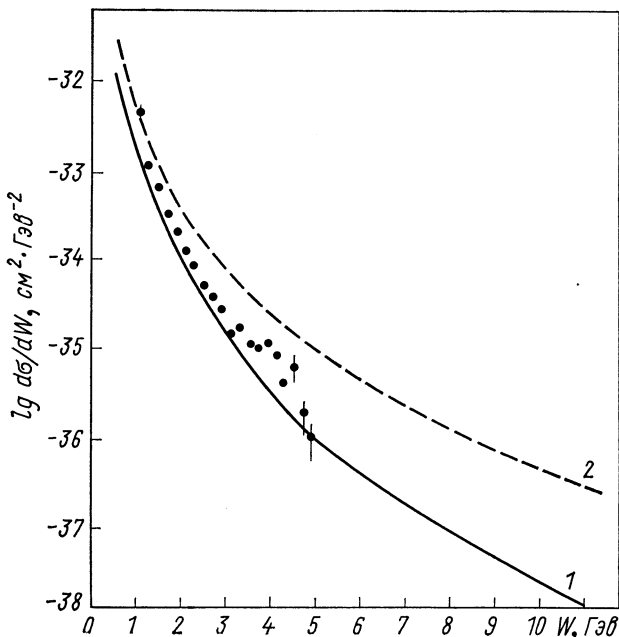


Рис. 11.

полученные значения $d\sigma/dW$ при $s = 2500 \text{ ГэВ}^2$ приведены вместе с пересчитанными к pp -столкновениям при $s \approx 50 \text{ ГэВ}^2$ данными [50]. Видно, что при $W > 2 \text{ ГэВ}$ эти сечения одного порядка.

Таким образом, если однофотонный вклад не растет быстро с увеличением s , то это означает, что при $s \gtrsim 1000 \text{ ГэВ}^2$ (в опытах на *ISR*) необходимо учитывать двухфотонный механизм рождения пар [27, 53]. Вклад процесса с образованием струй (см. рис. 7) того же порядка, что и рассчитанный (см. рис. 1).

4. ДВУХФОТОННОЕ РОЖДЕНИЕ АДРОНОВ

Среди процессов двухфотонного рождения особый интерес представляет образование адронов. Впервые подобный процесс рассмотрел Примаков [54], предложивший измерять время жизни π^0 в реакции типа рис. 2. В 1960 г. Лоу [11] обратил внимание на то, что время жизни π^0 можно измерять и в реакции типа рис. 1 на встречных e^+e^- -пучках. Одновременно Калоджеро и Земах [10] рассмотрели двухфотонную реакцию $ee \rightarrow ee\pi^+\pi^-$. Однако такие процессы нельзя было наблюдать на первых ускорителях со встречными ee -пучками, и эти работы не получили тогда дальнейшего развития.

Двухфотонное образование адронов во встречных ee -пучках вызвало большой интерес в последние годы. В некоторых работах исследовалось рождение π - и K -мезонных пар [12, 13, 15]. В действительности на встречных пучках можно не только измерять сечение типа $ee \rightarrow ee\pi\pi$, но и извлекать информацию о новом процессе $\gamma\gamma \rightarrow h$ (адроны) [14, 25] (см. также [16, 29, 55, 56]). При этом представляется уникальная возможность исследовать амплитуды перехода $\gamma\gamma \rightarrow h$ и измерять их зависимость как от W^2 , так и от двух «масс» фотонов q_1^2, q_2^2 . Эта задача пока экспериментально не исследована. Поэтому целесообразно обсудить вначале кратко, с теоретической точки зрения, самый предмет изучения — различные каналы перехода $\gamma\gamma \rightarrow h$. Этому и посвящены п.п. 13, 14.

Важно отметить, что сечение двухфотонного рождения адронов растет как $\ln^4 E$, и для ускорителей со встречными e^+e^- -пучками этот канал должен доминировать при $\sqrt{s} \gtrsim 4 \text{ Гэв}$. Возможности различных экспериментальных постановок обсуждаются в п. п. 15—17.

13. Предмет изучения. Переход $\gamma\gamma \rightarrow h$ на массовой поверхности ($|q_i^2| \ll W^2, m^2$). Хотя переход $\gamma\gamma \rightarrow h$ сейчас экспериментально не изучен, сегодняшние знания об адронных и лептон-адронных соударениях позволяют сделать ряд предсказаний, некоторые из которых представляются достаточно надежными. В первую очередь это относится к характеру зависимости полного сечения перехода $\gamma\gamma \rightarrow h$ от W^2 . Оно должно иметь вид, изображенный на рис. 12. Вблизи порога $W^2 = 4 m_\pi^2$ сечение $\sigma_{\gamma\gamma} \sim (\alpha/m_\pi)^2 \sqrt{1 - 4 m_\pi^2/W^2}$. С ростом W , в отличие от результата квантово-электродинамического расчета, сечение не убывает. Сначала основной вклад связан с S -волной $\pi\pi$ -рассеяния (ε -мезон). Далее, $\sigma_{\gamma\gamma}$ имеет ряд узких резонансных максимумов, а при дальнейшем росте W , подобно всем процессам с участием адронов, постепенно переходит в константу $\sigma_{\gamma\gamma}(\infty)$.

Рождение пионов вблизи порога. Следует ожидать, что сечение реакции $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-$ близко к вычисляемому в квантовой электродинамике. Алгебра токов и РСАС позволяют рассчитать отклоне-

ния этого сечения от квантово-электродинамического. Вычисленные в этих же моделях сечения реакций $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi^0$, $\gamma\gamma \rightarrow \pi^+\pi^-\pi^0$... оказываются малыми. Например, для реакции $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi^0$ матричный элемент исчезает как (импульс)ⁿ⁺¹ [57].

Сечение реакции $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ при $W \ll 1 \text{ ГэВ}$ можно связать с амплитудой $\pi\pi$ -рассеяния при помощи обычных в физике низких

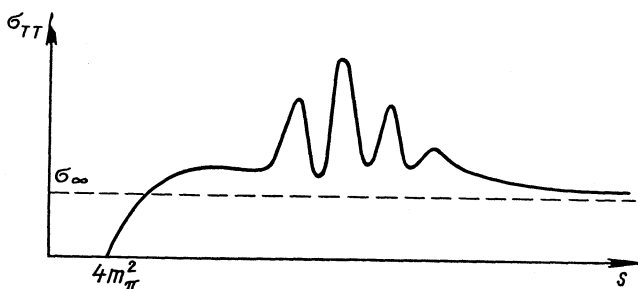


Рис. 12.

энергий методов [58] и получить новые сведения об S -волне $\pi\pi$ -рассеяния с $T = 0$, т. е. о так называемом ϵ -мезоне. Подобная задача обсуждалась в работах [12, 29, 59].

Реакция $\gamma\gamma \rightarrow 3\pi$ вызывает интерес в связи с проблемой распада $K_L \rightarrow \mu^+\mu^-$. Она изучалась в модели, включающей ρ - и ϵ -мезоны с учетом на пороге ограничений PCAC [60].

Здесь возможно наиболее аккуратное исследование S -четных резонансов [25, 61] с $J \neq 1$. За исключением ϵ -мезона, все известные резонансы узкие, $\Gamma \ll M$; и с точностью $(\Gamma/M)^2$ для рождения резонанса R с массой M , спином J и двухфотонной шириной $\Gamma\gamma\gamma$ можно записать: [41, 61]

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow R} = 8\pi^2 (2J + 1) \Gamma\gamma\gamma \delta(W^2 - M^2)/M. \quad (64)$$

Положение максимума и его ширина на кривой $d\sigma/dW^2$ дают массу и ширину резонанса, а соответствующее сечение — величину $\Gamma\gamma\gamma (2J + 1)$. Спин резонанса можно определять сравнением $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow R}$ с $\Gamma\gamma\gamma$ и из деталей углового распределения. Ширины $\Gamma\gamma\gamma$ вычислялись с помощью конечных правил сумм [62] в моделях тензорной доминантности [63], SU3 и SU3 \times SU3 [64].

В связи с проблемой псевдоскалярного нонета интересно изучить X^0 и E -мезоны, спины которых известны пока недостаточно точно. Для двух возможных значений спина X^0 , $J = 0$ и $J = 2$, согласно работе [64], отношение $\Gamma\gamma\gamma (J = 2)/\Gamma\gamma\gamma (J = 0) \approx 10^{-3}$. Поэтому можно рассчитывать на получение довольно уверенных выводов о спине. Обнаружение E -мезона в этих экспериментах исключит обсуждаемую ныне возможность $J^P(E) = 1^+$.

В асимптотической области $W^2 \gg 1 \Gamma \varepsilon^2$ сечение можно оценить, пользуясь теоремой факторизации для адронных процессов (теорема справедлива, если в рассеянии фотонов доминирует особенность Померанчука) [25]:

$$\sigma_{\gamma\gamma}(\infty) = \sigma_{\gamma p}^2 / \sigma_{pp} = 3 \cdot 10^{-31} \text{ см}^2 \approx (\alpha/m_\pi)^2 / 3. \quad (62)$$

Судя по всему, суммарный вклад всех резонансов велик. Поэтому (в силу дуальности) при конечных значениях $W^2 \gtrsim 5 \Gamma \varepsilon^2$ $\sigma_{\gamma\gamma}(W^2) > \sigma_{\gamma\gamma}(\infty)$. Это различие должно исчезать по закону W^{-1} (вклад P' - и A_2 -траекторий).

Процессы $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0, \rho^0 \omega, \dots$. При $W^2 \gg 1 \Gamma \varepsilon^2$ большой вклад в сечение должен происходить из дифракционного возбуждения фотонов, т. е. процессов $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0, \rho^0 \omega$ и т. п. [14]. В тех же предположениях, что и при выводе (62), можно записать теорему факторизации и для дифференциальных сечений этих процессов в дифракционной области. Тогда обычная аппроксимация $d\sigma/dt = A \exp(bt)$ дает, например:

$$\left. \begin{aligned} b_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \omega} &= b_{\gamma p \rightarrow \rho^0 p} + b_{\gamma p \rightarrow \omega p} - b_{pp \rightarrow pp}; \\ A_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \omega} &= A_{\gamma p \rightarrow \rho^0 p} A_{\gamma p \rightarrow \omega p} / A_{pp \rightarrow pp}. \end{aligned} \right\} \quad (63)$$

Подставляя сюда экспериментальные значения [65, 66], получаем аномально малые значения наклона дифракционного конуса:

$$\begin{aligned} b_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0} &= (3 \pm 1) \Gamma \varepsilon^{-2}; & b_{\gamma\gamma \rightarrow \varphi\varphi} &= (0 \pm 0,5) \Gamma \varepsilon^{-2}; \\ b_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \omega} &= (4 \pm 2) \Gamma \varepsilon^{-2}. \end{aligned} \quad (64)$$

Эта малость позволит наиболее четко увидеть эффекты, связанные с движением особенности Померанчука $\alpha_p(t)$. Можно надеяться, что относительное изменение величин b в зависимости от q_t^2 также будет не малым. Из-за больших погрешностей в определении b отсюда получается лишь порядок величины сечений $\sigma = A/b$. Так, $\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0} \approx (0,2 \div 0,5) \cdot 10^{-31} \text{ см}^2$. Близкая величина получается, если выразить это сечение $\sigma_{\rho\rho \rightarrow \rho\rho}$ в модели векторной доминантности [56, 67].

Инклюзивные процессы $\gamma\gamma \rightarrow \pi + \dots$, по-видимому, будут одними из первых изучены экспериментально. Здесь можно, например, подойти к изучению $\gamma\gamma$ -столкновений в зависимости от энергии $\gamma\gamma$ -системы и массы фотона.

Амплитуда τ_{TT} определена в (16). Величина $W^2 \tau_{TT}$ — это абсорбтивная часть амплитуды $\gamma\gamma$ -рассеяния вперед, соответствующая переходу пары правополяризованных фотонов в пару левополяризованных. В эту амплитуду при $W^2 \rightarrow \infty$ не вносят вклада полюса Редже с $\alpha(0) \geq 0$. Если в ней нет неподвижных особенностей с $\text{Re } j \geq 0$, то, как это следует из работы [68], здесь возникает свержсходящееся правило сумм:

$$\int \tau_{TT}(W^2) dW^2 = 0. \quad (65)$$

Для резонансов со спином $J = 0$

$$\tau_{TT} = 2\sigma_{\gamma\gamma}. \quad (66)$$

Для резонансов с $J \neq 0$ такого соотношения нет. Более того, величина τ_{TT} для некоторых из них даже отрицательна, как это видно из (65).

14. Предмет изучения. Переход $\gamma\gamma \rightarrow h$ вне массовой поверхности. Исследование переходов $\gamma\gamma \rightarrow h$ при ненулевых значениях масс обоих фотонов $q_i^2 \neq 0$ (или хотя бы одного из них) представляет особый интерес. Модели, разработанные для $\gamma\rho$ -рассеяния и описывающие зависимость от массы одного фотона, здесь — для зависимости от масс двух фотонов — начинают приводить иногда к заметно различным результатам. Тут появляются объекты, недоступные для изучения в других реакциях. В частности, может извлекаться информация о свойствах произведения билочальных операторов на световом конусе. Это важное дополнение к результатам изучения произведения локальных операторов в $\gamma\rho$ -рассеянии.

По аналогии с $\gamma\rho$ -рассеянием можно ожидать, что σ_{TT} падает с ростом $-q_i^2$, а величины σ_{ST} , σ_{TS} , σ_{SS} вначале растут, а затем падают с ростом $-q_i^2$. Характерный масштаб изменения $\sim m_\rho^2$.

Изучение процесса $\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi$ позволит определить все его пять инвариантных амплитуд и тем самым подробно исследовать процесс схода с массовой поверхности. Величины этих амплитуд существенны для определения разности масс π^+ и π^- [69].

Из исследования реакции $\gamma\gamma \rightarrow \pi + \dots$ вблизи порога можно извлекать сведения о коммутаторе векторного и аксиального токов, что важно для алгебры токов [70].

В дополнение к C -четным резонансам с $J = 0, 2, \dots$ при $q_i^2 \neq 0$ могут рождаться резонансы с $J^P = 1^+, C = +$, такие, как A_1 (1070). При этом один из фотонов должен быть скалярным.

В области $W^2 \gg q_1^2/m_\rho^2, m_\rho^2$ можно записать теорему факторизации для сечений, справедливую, если и в этой области доминирует особенность Померанчука (ср. (62) [25, 71]):

$$\sigma_{ab}(\infty, q_1^2, q_2^2) = \sigma_a^{\gamma\rho}(\infty, q_1^2) \sigma_b^{\gamma\rho}(\infty, q_2^2) / \sigma_{\rho\rho}(a, b = T, S). \quad (67)$$

В частности, $\sigma_{ST}/\sigma_{TT} = \sigma_S^{\gamma\rho}/\sigma_T^{\gamma\rho} \approx 0,18$ (ср. [72]).

В области $|q_i^2| > m_\rho^2$ одним из наиболее интересных является вопрос: *зависит ли сечение при $W^2 \gg m^2$ практически только от одного размерного параметра $W^2/q_1^2 q_2^2$ или от двух безразмерных, например W^2/q_1^2 и W^2/q_2^2* (ср. [16]).

Зависимость от одного параметра $W^2/q_1^2 q_2^2$ получается в предположении, что (67) справедливо для вклада каждой из траекторий Редже и что других вкладов нет [71, 73], в партонной модели [74] при изучении произведений билочальных операторов вблизи светового конуса [75] и в модели ϕ^3 [71]. В полевой модели,

предполагающей масштабную инвариантность на малых расстояниях, дополнительно появляется слабая зависимость от параметра $q_1^2 q_2^2$ [71].

В резонансной области $W \sim 1 \text{ Гэв}$ алгебра биллокальных операторов вблизи светового конуса предсказывает, что амплитуда $\gamma\gamma$ -рассеяния вперед зависит от двух параметров: W^2/m_0^2 и q_1^2/q_2^2 [75, 76]. В отличие от γp -рассеяния, согласно [75], в резонансной области амплитуда $\gamma\gamma$ -рассеяния вперед не исчезает при любых q_i^2 .

Поведение множественности n в зависимости от W^2 и q_i^2 сильно различается в разных моделях. Как пример можно указать $n \sim \ln W^2$ в обычной мультитериферической модели типа [77] и $n \sim \ln W^2/q_1^2 q_2^2$ в модели ϕ^3 .

5. ВСТРЕЧНЫЕ e^+e^- -ПУЧКИ

15. Способы извлечения информации о переходе $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны.

Аккуратное выделение двухфотонного канала требует регистрации рассеянных электронов. По известным импульсам электронов полностью определяются параметры системы адронов в целом. Измеряя угловые и энергетические распределения этих электронов с помощью (17), можно в принципе найти шесть характеризующих переход $\gamma\gamma \rightarrow h$ функций $\sigma_{TT}, \sigma_{TS}, \sigma_{ST}, \sigma_{SS}, \tau_{TT}, \tau_{TS}$ в зависимости от W^2 и q_i^2 . Коэффициенты $\rho_i(a, b)$, стоящие в (17) перед данными функциями, зависят лишь от импульсов электронов и в этом смысле полностью определены. Эта процедура извлечения сведений о переходе $\gamma\gamma \rightarrow h$ вполне аналогична методике «потерянной массы», которой пользуются в экспериментах по глубоко неупругому ep -рассеянию.

Для отделения от чисто электромагнитных процессов, таких, как $ee \rightarrow ee \gamma\gamma, ee \rightarrow eee^+e^-, \dots$, следует наряду с рассеянными электронами регистрировать появление хотя бы одного адрона.

В важной области $q_i^2_{\text{мин}} \ll |q_i^2| < W^2$ или $E_i \gg m_e, m_e \left(1 - \frac{E'_i}{E}\right)/E_i \ll \ll \theta_i \ll 1$ (θ_i — угол рассеяния i -го электрона) формулы (17) существенно упрощаются [14]:

$$\left. \begin{aligned} & d\sigma/dE'_1 dE'_2 d\Omega_1 d\Omega_2 = (\alpha/8\pi^2)^2 \times \\ & \times \left\{ (E^2 + E_1'^2)(E^2 + E_2'^2) / \left[E^4 (E - E_1')(E - E_2') \times \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \times \sin^2 \frac{\theta_1}{2} \sin^2 \frac{\theta_2}{2} \right] \times \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow h}^{\text{exp}}; \right. \\ & \sigma_{\gamma\gamma \rightarrow h}^{\text{exp}} = \sigma_{TT} + \varepsilon_1 \sigma_{TS} + \varepsilon_2 \sigma_{ST} + \varepsilon_1 \varepsilon_2 \times \\ & \quad \left. \times [\sigma_{SS} + \tau_{TT} \cos(2\varphi)/2 + \delta \tau_{TS} \cos \varphi]; \right. \end{aligned} \right\} \quad (68)$$

$$\varepsilon_i = 2EE'_i/(E^2 + E_i'^2); \quad \delta = (E + E_1')(E + E_2')/E\sqrt{E_1'E_2'}$$

где φ — азимутальный угол между плоскостями рассеяния электронов.

Более детальную информацию можно извлечь, измеряя наряду с электронами и распределения родившихся адронов. Поскольку виртуальные фотоны поляризованы, в этом случае в (68) добавляются вклады от интерференции двухфотонных состояний с различными спиральностями (ср. п. 6).

В другой постановке, когда электроны не регистрируются (например, в широкоугольных экспериментах, подобных [2]), чтобы получить сколько-нибудь полную информацию о переходе $\gamma\gamma \rightarrow h$, необходимо регистрировать все родившиеся адроны*. Это затруднительно из-за наличия нейтральных адронов и адронов, вылетевших под малыми углами. Поэтому полезно знать характерные черты в распределении родившихся адронов.

Для образования произвольной системы адронов в двухфотонном канале весьма характерным является распределение типа dk_{\perp}^2/k_{\perp}^2 (35) по суммарному поперечному импульсу k_{\perp} в области $|k_{\perp}| > m_e$. Если хотя бы один адрон не регистрируется, то распределение по суммарному поперечному импульсу оставшихся адронов становится более гладким.

В случае образования пары адронов дополнительной характерной чертой является распределение типа $d\psi/\psi$ по углу раскомпланарности ψ частиц пары (42). Острота этого распределения уже использовалась для идентификации двухфотонного рождения e^+e^- -пар во встречных пучках [2].

16. Оценки измеряемых величин. Чтобы понять, насколько реальна здесь постановка экспериментов, необходимо оценить соответствующие сечения. Для этого достаточны грубые оценки, и только их можно выполнить, имея весьма предварительную информацию о двухфотонных амплитудах. Впрочем, последующие формулы выведены таким образом, чтобы практически вся неопределенность содержалась в величинах $\sigma_{\gamma\gamma}$.

Чтобы оценить возможности измерения сечений на массовой поверхности, достаточно использовать результаты, полученные МЭФ:

$$d\sigma = (2\alpha/\pi)^2 (dW^2/W^2) \sigma_{\gamma\gamma}(W^2) J(s/W^2). \quad (69)$$

Если регистрируются электроны, рассеянные на все углы, то $J(k)$ дается соотношением (31). Если же регистрируются лишь электроны, рассеянные на не очень большие углы: $\theta_i < \theta_{\max}$ и $\gamma = (2E/m_e) \sin \theta_{\max}/2 > m_p/m_e$, то $J(k, \gamma)$ дается соотношением (49). На рис. 13 приведены графики $J(k, \gamma)$ для этого случая.

При нынешних энергиях главный вклад в сечение должно давать рождение резонансов, сечение которого растет как $\ln^3 E$.

* В таких экспериментах измеряются только сечения, проинтегрированные по некоторому интервалу q_i^2 вблизи $q_{i\min}^2 \sim 0$.

Оно получается из (69) при подстановке (61) [61]:

$$\sigma_{ee \rightarrow eeR} = 32\alpha^2 (2J + 1) J (s/M^2) \Gamma^{\gamma\gamma} / M^3. \quad (70)$$

Приведем здесь эти сечения из работы [25], вычисленные при $\sqrt{s} = 7 \text{ Гэв}$:

$R (J)$	$\varepsilon (0)$	$X (0)$	$X (2)$	$\pi_N (0)$	$\eta_0 (0)$	$f (2)$	A_2	E
$M, \text{ Мэв}$	700	958	958	1016	1060	1260	1300	1420
$\Gamma^{\gamma\gamma}, \text{ кэв}$	20	100	0,1	1,25	5	6	30	240
$\sigma \cdot 10^{33}, \text{ см}^2$	2	12	0,06	0,12	0,4	1,2	5	5

(для ε -мезона с шириной $\Gamma \sim 400 \text{ Мэв}$ приближение (61) слишком грубое).

Для оценки возможности измерения $\sigma_{\gamma\gamma} (W^2)$ при больших W^2 используем асимптотическое значение (62) и интервал усреднения

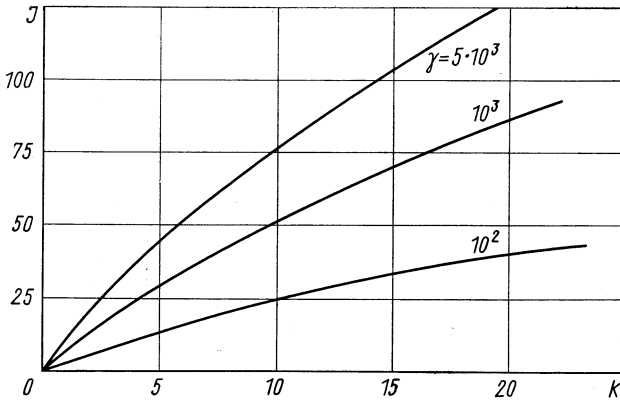


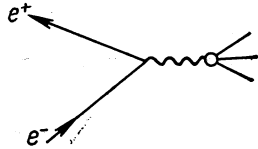
Рис. 13.

$\Delta W^2 / W^2 \sim 1/3$. Тогда величины измеряемых сечений, согласно (69) и рис. 13, имеют следующий порядок: $\Delta \sigma_{ee \rightarrow eeh} \approx 10^{-34} \text{ см}^2$, а $\Delta \sigma_{ee \rightarrow ep^0 p^0} \approx 10^{-35} \text{ см}^2$ при $\sqrt{s} = 7 \text{ Гэв}$, $W^2 = 5 \text{ Гэв}^2$ и $\theta_m = 10^0$.

Каждое из интегрирований по q_i^2 дает большой множитель $2 \ln (m_p E / m_e W) \sim 15$. При измерении зависимости сечений от q_i^2

такого интегрирования не происходит, и этот множитель заменяется на $\Delta q_1^2/q_1^2$, т. е. в этом случае необходимо измерять сечения в 30 раз меньшие (при интервале усреднения $\Delta q_1^2/q_1^2 \sim 1/2$). Таким образом, $\Delta\sigma \sim 3 \cdot 10^{-36} \text{ см}^2$, если измеряется зависимость от W^2 и одного из q_i^2 , и $\Delta\sigma \sim 10^{-37} \text{ см}^2$, если измеряется зависимость от W^2 , q_1^2 , q_2^2 .

В частности, для учета зависимости от q_1^2 в области $q_{\text{мин}}^2 \ll \ll |q_1^2| < W^2$ следует в (17) оставить только слагаемые с σ_{TT} и σ_{ST} и проинтегрировать их по q_2^2 и по ω_1 (при фиксированном $W^2 = 4\omega_1\omega_2$), что дает аналогично (69) *:



$$d\sigma = 2(\alpha/\pi)^2 (dq_1^2 dW^2/q_1^2 W^2) [J'_{TT}\sigma_{TT} + J'_{ST}\sigma_{ST}]. \quad (71)$$

Рис. 14.

Графики функции J'_{TT} и J'_{ST} приведены в работах [25].

Для получения далекой асимптотики σ достаточно подставить в (69) только $\sigma_{\gamma\gamma}(\infty)$ (62), что дает

$$\sigma = 8(\alpha^2/\pi m_\pi)^2 (\ln E/m_e) \times (\ln E/m_e + 2 \ln m_p/m_e) \ln^2 E/m_\pi/9. \quad (72)$$

Таким образом, σ растет как $\ln^4 E$. В то же время вплоть до $\sqrt{s} \approx m_\pi m_p/m_e \approx 100 \text{ Гэв}$ здесь доминирует последнее слагаемое $\sim 2 \ln(m_p/m_e) \ln^3 E$.

17. Другие каналы рождения адронов и фот. Как известно, при не слишком больших энергиях пучков E главный канал рождения адронов — аннигиляционный (рис. 14). При $E \rightarrow \infty$ сечение

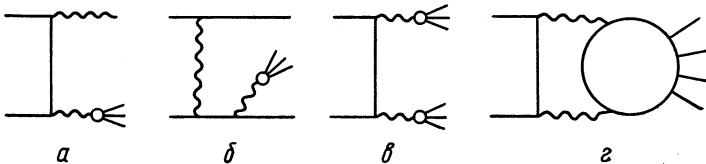


Рис. 15.

этого процесса падает не медленнее E^{-2} (см., например, [79]). Та же система адронов рождается в процессах, подобных двухфотонной аннигиляции (рис. 15, а и в) или тормозному излучению жесткого фотона (см. рис. 15, б). При интегрировании по массам адронов W основной вклад в этих процессах дает область $W^2 \ll s$.

* В некоторых работах рассматривается «глубокое неупругое рассеяние электрона на фотонной мишени» [78]. С нашей точки зрения, эта постановка — просто частный случай общей задачи, соответствующий $q_2^2 \approx 0$.

В известные выражения для электромагнитных сечений оно может добавить еще $\ln E$ на каждый «тяжелый фотон», и при $E \rightarrow \infty$ [80, 81]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{15a} &\leq (\alpha^3/E^2) (\ln E/m_e + C \ln^2 E/s_0); \\ \sigma_{15b} &= (C_1 \alpha^4/m_p^2) (\ln 16E^4/m_e m_p^3) \ln m_p/m_e; \\ C_1 &= 8\pi/3\gamma_p^2 \approx 1; s_0 \sim 1 \text{ Гэв}^2; C = \text{const.} \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

Процесс, показанный на рис. 15, в, интерферирует с двухфотонной аннигиляцией (см. рис. 15, а), и следует ожидать, что

$$\sigma_{15, в, а} \leq (\alpha^4/E^2) \ln^3 E. \quad (74)$$

Отсюда ясно, что двухфотонный механизм является главным для высокоэнергетического рождения адронов и что он должен доминировать при $\sqrt{s} \gtrsim 4 \text{ Гэв}$.

Рассмотрим вопросы фона. Если регистрируются оба рассеянных электрона, то автоматически отсекаются все аннигиляционные процессы. Чтобы отсечь чисто электромагнитные процессы ($ee \rightarrow eee^+e^-$, $ee \rightarrow ee\gamma\gamma$), сечения которых очень велики, следует также регистрировать хотя бы один родившийся адрон. После этого двухфотонное рождение все еще не отделяется от тормозного рождения адронов (см. рис. 15, б). Эти процессы не интерферируют из-за различия в C -четности.

Полное сечение тормозного рождения в $(m_p/m_\pi)^2$ раз меньше двухфотонного. Примерно таково же соотношение и дифференциальных сечений при $|q_i^2| < W^2$. Действительно, спектр масс адронов, рождающихся в процессе рис. 15, б, имеет вид $\alpha^2 dW^2/W^4$, в то время как для двухфотонного рождения это $\sigma_{\gamma\gamma}(W^2, q_i^2) dW^2/W^2 \approx \alpha^2 dW^2/W^2 m_\pi^2$, т. е. $d\sigma_{15}/d\sigma_1 \sim m_\pi^2/W^2$. Вопрос о выделении этого вклада в области $|q_i^2| \sim W^2$ разобран в работе [16]. Отметим также, что вклад тормозного рождения вычисляется по известному сечению однофотонной аннигиляции при меньших энергиях.

18. Другие методы изучения перехода $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны. Фоторождение на ядрах (эффект Примакова) — хорошо известный механизм двухфотонного рождения частиц. Таким методом была измерена ширина η_0 и получено наиболее точное значение времени жизни π^0 .

В принципе этот механизм можно использовать и для получения информации о переходе $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны [54, 82]. Возможность выделения вклада этого механизма на фоне обычного фоторождения связана с малостью k_\perp при двухфотонном рождении (см. п. 9) и характерным распределением по k_\perp , которое имеет вид, показанный на рис. 6: $k_\perp^2 dk_\perp^2 (|k_\perp^2| + W^4/4\omega^2)^{-2}$. Наблюдение такой зависимости вблизи максимума требует или измерения импульса ядра отдачи, или очень точного измерения импульсов всех образовавшихся частиц. Из-за малости k_\perp (т. е. и массы виртуального фото-

на q^2), здесь сечение перехода $\gamma\gamma \rightarrow h$ может изучаться только на массовой поверхности. (В случае фоторождения на ядрах с $Z \gg 1$ малость эффективных значений q^2 связана еще и с обрезанием за счет фoрм-фактора ядра.)

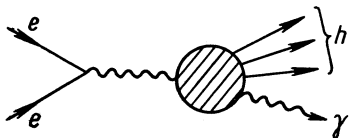


Рис. 16.

Аннигиляционное рождение C -четной системы адронов (рис. 16) во встречных e^+e^- -пучках рассматривалось в работах [83]. Сечение этого процесса

$$\sigma_{16} \lesssim (\alpha^3/E^2) \ln E. \quad (75)$$

При средних энергиях здесь можно изучать радиационные распады векторных мезонов. Соответствующие оценки проведены в работах [83]. Следует отметить трудность отделения от фонового процесса рис. 15, а.

5. НЕКОТОРЫЕ ДРУГИЕ ПРИМЕНЕНИЯ

18. Рождение промежуточных векторных бозонов W^+ . Н. Л. Тер-Исаакян и В. А. Хозе [84] рассмотрели двухфотонное рождение W^+W^- . Сечение перехода $\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-$ растет с энергией (в отличие от всех рассмотренных ранее процессов). В отсутствие аномального магнитного момента

$$\sigma_{\gamma\gamma \rightarrow W^+W^-} = 5\pi\alpha^2 W^2 / 24m_W^4 (W^2 \gg m_W^2). \quad (76)$$

Из этого выражения при рождении W^+W^- в ee -столкновениях получается посредством МЭФ быстрорастущее сечение:

$$\sigma_{ee \rightarrow eeW^+W^-} = (5\alpha^4 s / 54\pi m_W^4) [\ln s/m_e^2]^2. \quad (77)$$

Для $m_W = 5 \text{ Гэв}$ это сечение превосходит сечение аннигиляционного рождения $e^+e^- \rightarrow W^+W^-$ при $E = 160 \text{ Гэв}$. При рождении W^+W^- в pp -столкновениях нет логарифмических множителей $\sigma_{pp \rightarrow ppW^+W^-} \sim \alpha^4 s / m_W^4$.

19. Рождение монополей Дирака G . В 1931 г. Дирак указал, что может существовать частица, несущая элементарный магнитный заряд g (монополь), причем $g = h/2e$ ($n = 1, 2, 3, \dots$). С тех пор ведутся экспериментальные поиски монополя различными методами. Результат этих поисков сводится к выводу, что для $m_g \lesssim 5 \text{ Гэв}$ сечение рождения монополя $< 10^{-43} \text{ см}^2$ [85].

Кабиббо и Феррари [86] указали на возможность двухфотонного рождения монополей. Поскольку взаимодействие монополей со светом сильное, то по аналогии с адронами ясно, что сечение двухфотонного рождения n фотонов (через виртуальное состояние gg) того же порядка, что и сечение рождения gg . Поэтому если существуют монополи Дирака, то в pp -рассеянии при $s > 4 m_g^2$ может наблюдаться почти изотропный фон фотонов с суммарной эффективной массой $2 m_g$.

20. Рождение тяжелых лептонов L^\pm . До сих пор не исключена вероятность того, что кроме e^\pm и μ^\pm существуют и другие заряженные тяжелые лептоны L^\pm , рождение которых осуществляется или по двухфотонной схеме рис. 1, или по однофотонной (см. рис. 3) Как указали С. С. Герштейн, Л. С. Ландсберг и В. Н. Фоломешкин [87], в случае, если спин L больше $1/2$, сечение $\gamma\gamma \rightarrow L^+L^-$ может расти с энергией, и двухфотонный механизм должен доминировать при больших энергиях.

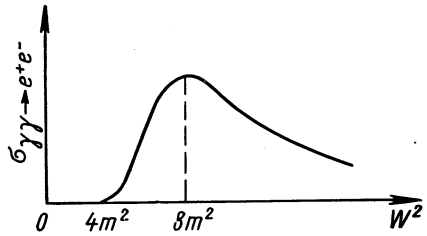


Рис. 17.

Продолжает обсуждаться и возможность существования лептона L с $m_e < m_L \sim (3 \div 5)m_e$ [88]. Вопрос о существовании таких лептонов можно решить в экспериментах $ee \rightarrow e^+ \dots$, $eA \rightarrow eA^+ \dots$, без регистрации L^+ и L^- . Достаточно регистрировать только рассеянные электроны и изучать спектр потерянной массы родившейся системы, подобно тому, как это обсуждалось по поводу перехода $\gamma\gamma \rightarrow$ адроны. Сечение $\gamma\gamma \rightarrow e^+e^-$ имеет квазирезонансный вид (рис. 17). Если существует второй лептон, то на графике $\sigma_{\gamma\gamma}(W^2)$ должен появиться второй максимум (при построении этого графика следует учесть и вклад двойного тормозного излучения, если оно не исключено экспериментом).

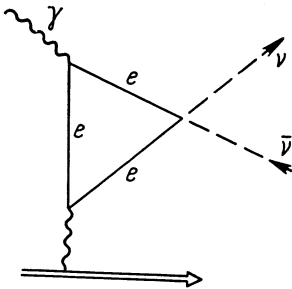


Рис. 18.

(рис. 18) может иметь заметное значение в астрофизике. Сечение этого процесса ничтожно мало. Если частота фотона $\omega < m_e$, то

$$\sigma = 1,25 Z^2 \alpha^3 (\omega/m_e)^6 \cdot 10^{-49} \text{ см}^2. \quad (78)$$

Однако этот процесс приводит к заметным нейтринным светимостям очень плотных «горячих» звезд.

21. Рождение $\nu\nu$ -пар в звездах.

С. Г. Матинян и Н. Н. Цилосани [89] отметили, что двухфотонное рождение $\nu\nu$

Отметим, что при вычислении (78) МЭФ неприменим, поскольку сечение перехода $\gamma\gamma \rightarrow \nu\bar{\nu}$ обращается в нуль на массовой поверхности.

Мы благодарны Н. Н. Ачасову, А. И. Вайнштейну, А. В. Ефремову, Л. Н. Липатову, В. В. Серебрякову, И. Б. Хриповичу, В. Л. Черняку и Д. В. Ширкову за полезные обсуждения, хотелось бы также поблагодарить Э. А. Кураева и В. А. Хозе за возможность ознакомиться с их работами до опубликования.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Введем метрический тензор $R^{\mu\nu}(a, b)$ подпространства, ортогональный к 4-векторам a и b :

$$R^{\mu\nu}(a, b) = -g^{\mu\nu} + \frac{ab(a^\mu b^\nu + a^\nu b^\mu) - a^2 b^\mu b^\nu - b^2 a^\mu a^\nu}{(ab)^2 - a^2 b^2}. \quad (\text{П.1})$$

Если в с. ц. и. частиц a и b направить их трехмерные импульсы вдоль оси z , то отличны от нуля лишь две компоненты: $R^{\mu\nu}(\alpha, b)$, $R^{xx} = R^{yy} = -1$. Очевидно, эта форма $R^{\mu\nu}$ сохраняется в любой системе,двигающейся относительно с. ц. и. вдоль оси z . Скалярное произведение поперечных по отношению к a и b частей двух любых векторов r_1 и r_2 можно записать в виде:

$$(r_{1\perp} r_{2\perp})|_{a,b} = -R^{\mu\nu}(a, b) r_1^\mu r_2^\nu = (r_{1\perp} r_2) = (r_1 r_{2\perp}); \quad (\text{П.2})$$

$$r_{\perp}^\mu|_{a,b} = -R^{\mu\nu}(a, b) r^\nu.$$

При изучении двухфотонного рождения будем использовать векторы $q_{i\perp}$ — ортогональные к p_1 и p_2 части q_i , и векторы $\tilde{p}_{i\perp}$ — ортогональные к q_1 и q_2 части p_i :

$$q_{i\perp}^\mu = -q_i^\nu R^{\mu\nu}(p_1, p_2); \quad \tilde{p}_{i\perp}^\mu = -p_i^\nu R^{\mu\nu}(q_1, q_2), \quad (\text{П.3a})$$

$$q_{i\perp}^2 \text{ и } \tilde{p}_{i\perp}^2 < 0.$$

Угол между векторами $q_{i\perp}$ обозначаем φ , а между $\tilde{p}_{i\perp} - \tilde{\varphi}$:

$$\cos \tilde{\varphi} = -(\tilde{p}_{1\perp} \tilde{p}_{2\perp}) / \sqrt{\tilde{p}_{1\perp}^2 \tilde{p}_{2\perp}^2}; \quad \cos \varphi = -(q_{1\perp} q_{2\perp}) / \sqrt{q_{1\perp}^2 q_{2\perp}^2}. \quad (\text{П.3б})$$

В важной области [см. формулу (21)]

$$m_i^2 / (E - \omega_i)^2, \quad q_i^2 / W^2, \quad q_i^2 / \omega_i E, \quad q_i^2 m_i^2 / (\omega_i E)^2 \ll 1$$

эти векторы просто связаны друг с другом:

$$\tilde{p}_{i\perp} \approx -E q_{i\perp} / \omega_i; \quad \tilde{\varphi} \approx \varphi. \quad (\text{П.4})$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Перепишем (4) через спиральные амплитуды реакции (см. рис. 4), определенные в с. ц. и. q и p_2 .

Векторы поляризации фотона $e^\mu(\pm 1)$ ортогональны и к q и к p_2 , а вектор $e^\mu(0)$ ортогонален и к q и к $e^\mu(\pm 1)$, точно так же как и $p_2^\mu - q^\mu(qp)/q_2^2$. Поэтому [см. (П.1)]

$$\left. \begin{aligned} e(0) = k &= \left(p - \frac{q(qp)}{q^2} \right) / \sqrt{-q^2 / [(qp)^2 - q^2 p^2]}; \\ e^\mu(1) e^{*\nu}(1) + e^\mu(-1) e^{*\nu}(-1) &= R^{\mu\nu}(q, p). \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.5})$$

После интегрирования $M^\mu M^{*\nu}$ в (4) по всему фазовому объему образовавшихся частиц $d\Gamma$ получим абсорбтивную часть амплитуды комптон-эффекта вперед $W^{\mu\nu}$. Поскольку при рассеянии вперед спиральность сохраняется и амплитуды рассеяния фотонов со спиральностями $+1$ и -1 совпадают в силу P -инвариантности, то она выражается через сечения поглощения виртуального фотона, поперечного σ_T или скалярного σ_S :

$$\int M^\mu M^{*\nu} (2\pi)^4 \delta(q + p - p') d\Gamma / 2 = W^{\mu\nu} = 2 \sqrt{(qp)^2 - q^2 p^2} \times \\ \times (-R^{\mu\nu} \sigma_T + k^\mu k^\nu \sigma_S). \quad (\text{П.6})$$

Подстановка (П.6) и (5) в (4) немедленно дает (7) — (9), причем

$$\left. \begin{aligned} \rho(1, 1) &= [\rho(1, 1) + \rho(-1, -1)] / 2 = \\ &= \rho^{\mu\nu} [e^\mu(1) e^{*\nu}(1) + e^\mu(-1) e^{*\nu}(-1)] = -\rho^{\mu\nu} R^{\mu\nu}(q, p); \\ \rho(0, 0) &= \rho^{\mu\nu} e^\mu(0) e^{*\nu}(0) = \rho^{\mu\nu} k^\mu k^\nu. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.7})$$

Отметим также, что тензор $W^{\mu\nu}$, очевидно, регулярен при $q^2 = 0$. В то же время, согласно (П.5), множитель $k^\mu k^\nu$ в (П.3) при $q^2 \rightarrow 0$ ведет себя как $(q^2)^{-1}$. Отсюда и следует, что $\sigma_S \sim q^2$ при $q^2 \rightarrow 0$.

Для двухфотонного рождения величина $M^{\mu\nu} M^{*\mu'\nu'}$ в (15) после интегрирования по $d\Gamma$ — абсорбтивная часть амплитуды $\gamma\gamma$ -рассеяния вперед $W^{\mu\nu\mu'\nu'}$. Точно таким же образом, как и при получении (П.6), для нее получается вывод [68]:

$$\int M^{\mu\nu} M^{*\mu'\nu'} (2\pi)^4 \delta(q_1 + q_2 - k) d\Gamma / 2 \equiv W^{\mu\nu\mu'\nu'} = \\ = 2 \sqrt{\bar{X}} \{ R^{\mu\mu'} R^{\nu\nu'} \sigma_{TT} + R^{\mu\mu'} k_2^\nu k_2^{\nu'} \sigma_{TS} + \\ + R^{\nu\nu'} k_1^\mu k_1^{\mu'} \sigma_{ST} + k_1^\mu k_1^{\mu'} k_2^\nu k_2^{\nu'} \sigma_{SS} + \\ + [R^{\mu\nu} R^{\mu'\nu'} + R^{\mu\nu'} R^{\mu\nu} - R^{\mu\mu'} R^{\nu\nu'}] \tau_{TT} / 2 - \\ - [R^{\mu\nu} k_1^{\mu'} k_2^{\nu'} + R^{\mu\nu'} k_1^{\mu'} k_2^\nu + (\mu\nu \leftrightarrow \mu'\nu')] \tau_{TS} + \end{aligned} \quad (\text{П.8})$$

$$+ [R^{\mu\nu}R^{\mu'\nu'} - R^{\mu\nu'}R^{\mu'\nu}] \sigma_{TT}^a - \\ - [R^{\mu\nu}k_1^{\mu'}k_2^{\nu'} - R^{\mu\nu'}k_1^{\mu'}k_2^{\nu'} + (\mu\nu \leftrightarrow \mu'\nu')] \tau_{TS}^a,$$

где $R^{\mu\nu} \equiv R^{\mu\nu}(q_1, q_2)$; $k_1 = \sqrt{-q_1^2/X} \left(q_2 - q_1 \frac{q_1 q_2}{q_1^2} \right) = e_1(0)$; $k_2 = e_2(0) = \sqrt{-q_2^2/X} \left(q_1 - q_2 \frac{q_1 q_2}{q_2^2} \right)$; $X = (q_1 q_2)^2 - q_1^2 q_2^2$. Подстановка (П.8) в (15) дает (17), причем коэффициенты $\rho_i(a, b)$ — элементы матрицы плотности $\rho_i^{\mu\nu}$ в спиральном базисе в с. ц. и. фотонов имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} \rho_i(1,1) &= -\rho^{\mu\nu}R^{\mu\nu}/2 = -C_i - 2D_i \frac{\tilde{p}_{i\perp}^2}{q_i^2}; \\ |\rho_i(1,-1)| &= 2D_i \frac{\tilde{p}_{i\perp}^2}{q_i^2}; \\ |\rho_i(1,0)| &= -2\sqrt{2}D_i \frac{|\tilde{p}_{i\perp}|(p_i k_i)}{q_i^2}; \\ \rho(0,0) &= C_i + 4D_i \frac{(p_i k_i)^2}{q_i^2}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.9})$$

Если сталкивающиеся частицы поляризованы, то матрицы плотности $\rho_i^{\mu\nu}$ перестают быть симметричными и в (17) добавятся еще два слагаемых, пропорциональных σ_{TT}^a и τ_{TS}^a . Однако коэффициенты при них в измеряемых сечениях обычно очень малы; $\sim (m_i/W)^2$ [25].

ПРИЛОЖЕНИЕ 3

Воспользовавшись вычислениями [90] для перехода $\gamma\gamma \rightarrow l^+l^-$ и учитывая проекционные операторы, определенные в (П.8), найдем ($m \equiv m_l$):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{TT} &= \frac{\pi\alpha^2 L}{X} \left\{ 2q_1 q_2 + (2m^2 + q_1^2 + q_2^2) W^2 (q_1 q_2) X^{-1} + \right. \\ &\quad \left. + 4m^4 (q_1 q_2)^{-1} + \frac{q_1^2 q_2^2 W^4}{4X^2 (q_1 q_2)} [2X + 3q_1^2 q_2^2] \right\} - \\ &\quad - \frac{\pi\alpha^2 \Delta t}{X} \left\{ 1 + (m^2 + q_1^2 + q_2^2) \frac{W^2}{X} + q_1^2 q_2^2 \left[\frac{1}{T} + \frac{3W^4}{4X^2} \right] \right\}; \\ \sigma_{TS} &= -\pi\alpha^2 q_2^2 \frac{W^2}{X^2} \left\{ \Delta t \left[1 + \frac{q_1^2}{T} \left(6m^2 + q_1^2 + \frac{3q_1^2 q_2^2 W^2}{2X} \right) \right] - \right. \\ &\quad \left. - \frac{L}{q_1 q_2} \left[4Xm^2/W^2 + q_1^2 (W^2 + 2m^2 + q_1^2 + q_2^2 + \frac{3}{2} q_1^2 q_2^2 W^2 X^{-1}) \right] \right\}; \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.10})$$

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{ST} &= \sigma_{TS} (q_1^2 \leftrightarrow q_2^2); \\
 \sigma_{SS} &= \pi\alpha^2 q_1^2 q_2^2 (W^4/X^3) \{ (L/q_1 q_2) [2X - 3q_1^2 q_2^2] - \Delta t (2 + q_1^2 q_2^2/T) \}; \\
 \tau_{TT} &= -\frac{\pi\alpha^2}{8X} \left\{ \frac{2\Delta t}{X} \left[2m^2 W^2 + (q_1^2 - q_2^2)^2 + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{3}{2} q_1^2 q_2^2 W^4 X^{-1} \right] + \frac{L}{q_1 q_2} \left[16m^2 (m^2 - q_1^2 - q_2^2) - \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. - q_1^2 q_2^2 \left(8 + \frac{4W^2 (2m^2 + q_1^2 + q_2^2)}{X} + 3q_1^2 q_2^2 W^4 X^{-2} \right) \right] \right\}.
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.10})$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta t &= t_2 - t_1 = \sqrt{4X(1 - 4m^2/W^2)}; \quad T = (t_1 + m^2)(t_2 + m^2) = \\
 &= 4Xm^2/W^2 + q_1^2 q_2^2; \\
 L &= \ln(t_2 + m^2)/(t_1 + m^2) = \\
 &= \ln[q_1 q_2 + \sqrt{X(1 - 4m^2/W^2)}] / [q_1 q_2 - \sqrt{X(1 - 4m^2/W^2)}]; \\
 t_{1,2} &= [W^2 - q_1^2 - q_2^2 - 2m^2 \mp \sqrt{4X(1 - 4m^2/W^2)}] / 2.
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.11})$$

На массовой поверхности (при $q_i^2 = 0$)

$$\left. \begin{aligned}
 \sigma_{TT}(W^2, 0, 0) &\equiv \sigma_\gamma(W^2) = 4\pi\alpha^2/W^2 \{ (1 + 4m^2/W^2 - \\
 &\quad - 8m^4/W^4) L - \Delta t (1/W^2 + 4m^2/W^4) \}; \\
 \tau_{TT}(W^2, 0, 0) &= -8\pi\alpha^2 m^2 [\Delta t + 2m^2 L] / W^6; \\
 L &= 2\ln [W + \sqrt{W^2 - 4m^2}] / [W - \sqrt{W^2 - 4m^2}] = \\
 &= 2\ln [W/2m + \sqrt{(W/2m)^2 - 1}]; \quad \Delta t = W^2 \sqrt{1 - 4m^2/W^2}.
 \end{aligned} \right\} \quad (\text{П.12})$$

Из (П.10) и (П.11) видно, что при $W^2 \gg |q_i^2| m^2$ асимптотически главное слагаемое:

$$\begin{aligned}
 \sigma_{TT} &= (4\pi\alpha^2/W^2) [\ln(W^2/(t_1 + m^2)) - 1 - q_1^2 q_2^2 / (t_1 + m^2) W^2]; \\
 t_1 &= (m^2 - q_1^2)(m^2 - q_2^2) / W^2.
 \end{aligned}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Kinzer R. L., Burwell P. Phys. Rev. Lett., 1968, 20, 1050; Вайсенберг А. О. и др. «Ядерная физика», 1970, 12, 782.
2. Balakin V. E. e. a. Phys. Lett., 1971, 34B, 663.
3. Bacci e. a. Nuovo cimento, Lett., 1972, 3, 709.
4. Anderson C. P. Phys. Rev., 1932, 41, 405; 1933, 43, 491; 1933, 44, 406; Anderson C. P., Neddermeyer S. H. Phys. Rev., 1936, 50, 263.
5. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Sow. Phys, 1934, 6, 244.
6. Williams E. J. Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fys. medd., 1935, 13, № 4; von Weizsäcker K. F. Z. Phys., 1934, 88, 612.
7. Bhabha H. J. Proc. Roy. Soc., 1935, 152, 559.
8. Racah G. Nuovo cimento, 1937, 14, 93.

9. Bethe M. A., Heitler W. Proc. Roy. Soc., 1934, A146, 85.
10. Calogero F., Zemach C. Phys. Rev., 1960, 120, 1860.
11. Low F. E. Phys. Rev., 1960, 120, 582.
12. De Celles P. C., Goehl J. F. Phys. Rev., 1969, 184, 1617.
13. Arteaga—Romero N e. a. Compt. rend., 1969, 269B, 153; 1969, 269B, 1129; Nuovo cimento Lett., 1970, 4, 933; Phys. Rev., 1971, D4, 1569.
14. Балакин В. Е., Буднев В. М., Гинзбург И. Ф. «Письма в ЖЭТФ», 1970, 11, 559.
15. Brodsky S., Kinoshita T., Terazawa H. Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 972; Phys. Rev., 1971, D4, 1532.
16. Чобан Э. А., Шехтер В. М. «Ядерная физика», 1971, 14, 190.
17. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 1. М., «Наука», 1969.
18. Cheng H., Wu T. T. Nucl. Phys., 1971, B32, 461; Phys. Lett., 1971, 36B, 241.
19. Curtis R. V. Phys. Rev., 1956, 104, 241; Dalitz R. H., Yenni D. R. Phys. Rev., 1957, 105, 1598.
20. Fermi E. F. Phys., 1924, 29, 315.
21. Pomeranchuk I. Ya., Shmushkevich I. M. Nucl. Phys., 1961, 32, 452.
22. Грибов В. Н. и др. ЖЭТФ, 1961, 41, 1839.
23. Hand L. N. Phys. Rev., 1963, 129, 1834.
24. Матинян С. Г. и др. «Ядерная физика», 1972, 6, 793.
25. Буднев В. М., Гинзбург И. Ф. Препринт ТФ-55, ИМ СО АН СССР, 1970; «Ядерная физика», 1971, 13, 353; Phys. Lett., 1971, 37B, 320.
26. Терентьев М. В. «Ядерная физика», 1971, 14, 178.
27. Буднев В. М. и др. Препринт ТФ-67 ИМ СО АН СССР, 1972.
28. Буднев В. М. и др. «Ядерная физика», 1972, 16, 362.
29. Carlson C. E., Tung W. K. Phys. Rev., 1971, D4, 2873.
30. Байер В. Н., Фадин В. С. ЖЭТФ, 1972, 63, 761.
31. Байер В. Н., Фадин В. С. «Ядерная физика», 1972, 15, 95.
32. Байер В. Н., Фадин В. С. Phys. Lett., 1971, 35B, 156.
33. Буднев В. М. Диссертация, Серпухов, 1971.
34. Алтухов А. М., Хрипович И. Б. «Ядерная физика», 1971, 13, 639.
35. Кураев Э. А., Лазурик-Эльчуфин В. Г. «Письма в ЖЭТФ», 1971, 13, 391; Байер В. Н., Фадин В. С. ЖЭТФ, 1971, 61, 476.
36. Липатов Л. Н., Кураев Э. А. «Письма в ЖЭТФ», 1972, 15, 229.
37. Буднев В. М. и др. Препринт ТР-61, ИМ СО АН СССР, 1972; Phys. Lett., 1972, 39B, 526.
38. Кельнер С. Р. «Ядерная физика», 1967, 5, 1092; Кельнер С. Р., Котов Ю. Д. «Ядерная физика», 1968, 7, 360.
39. Bjorken J. D., Drell S. D. Phys. Rev., 1959, 114, 1368.
40. Кобринский М. Н., Тихонин Ф. Ф. «Ядерная физика», 1972, 16, 1238.
41. Христиансен Г. Б., Веденев О. В., Нечин Ю. А. «Ядерная физика», 1972, 15, 966.
42. Славатинский С. А. Доклад на сессии отделения ядерной физики АН СССР, март 1972.
43. Гешкенбейн Б. В., Терентьев М. В. Phys. Lett., 1971, 37B, 497; «Ядерная физика», 1971, 14, 1227.
44. Болдышев В. Ф., Пересунько Ю. П. «Ядерная физика», 1971, 14, 1027; Винокуров Е. А., Кураев Э. А. ЖЭТФ, 1972, 63, 1142.
45. Липатов Л. Н., Фролов Г. В. «Письма в ЖЭТФ», 1969, 10, 399. Cheng H., Wu T. T. Phys. Rev., 1970, D1, 3414.
46. Липатов Л. Н., Фролов Г. В. «Ядерная физика», 1971, 13, 588.
47. Brown R. W. et al. Phys. Rev. Lett., 1972, 28, 123.
48. Меледин Г. В., Сербо В. Г., Сливков А. К. «Письма в ЖЭТФ», 1971, 13, 98.

49. Фадин В. С., Хозе В. А. Доклад на сессии отделения ядерной физики АН СССР, октябрь 1972.
50. Christenson e. a. Phys. Rev. Lett., 1970, 25, 1523.
51. Матвеев В. А., Мурадян Р. М., Тавхелидзе А. Н. Препринт ОИЯИ, Е2-4968, Дубна, 1970; ЭЧАЯ, т. 2. Вып. I, 1971, с. 5. В сб. «Проблемы физики элементарных частиц и атомного ядра».
52. Буднев В. М. и др. «Письма в ЖЭТФ», 1970, 12, 394. Drell S. D., Yan T. M. Phys. Rev., Lett., 1970, 25, 316; Шурык Э. В. «Письма в ЖЭТФ», 1971, 13, 653. Galfi L., Kőgerler R. Phys. Lett., 1971, 36B, 653. Sanda A. I., Suzuki M. Phys. Rev., 1971, D4, 141.
53. Fujikawa K. Preprint EFI 71-51-69, Chicago, 1971.
54. Primakoff H. Phys. Rev., 1951, 81, 899; Halprin A. e. a. Phys. Rev., 1966, 152, 1295.
55. Brown R. W., Muzinich I. J. Phys. Rev., 1971, D4, 1496.
56. Brodsky S. J. Preprint SLAC-PUB-989, 1971.
57. Terazawa H. Phys. Rev. Lett., 1971, 26, 1207; Терентьев М. В. «Письма в ЖЭТФ», 1971, 13, 446; 1971, 14, 140; Aviv R. e. a. Phys. Rev. Lett., 1971, 26, 591; Abers E. S., Fels S. Phys. Rev. Lett., 1971, 26, 1512; Adler S. e. a. Phys. Rev., 1971, D4, 3497.
58. Ширков Д. В., Серебряков В. В., Мещеряков В. А. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. М., «Наука», 1967.
59. Lyth D. H. Nucl. Phys., 1971, B30, 195; Исаев П. С., Хлесков В. И. Препринт Е2-6160, Дубна, 1971; Schierholz G., Sundermeyer K. Nucl. Phys., 1972, 40B, 125. Yndurain F. J. Nuovo cimento, 1972, 7A, 687.
60. Kőberle P. Phys. Lett., 1972, 38B, 169.
61. Буднев В. М., Сливков А. К. «Письма в ЖЭТФ», 1970, 12, 523.
62. Радцкий Г. М. «Ядерная физика», 1969, 8, 115; Schremp-Otto V. e. a. Phys. Lett., 1971, 36B, 463; Bramon A., Greco M. Lett. Nuovo cimento, 1971, 2, 522.
63. Renner V. Preprint DESY 71/14, 1971.
64. Заславский А. Н., Огиевецкий В. И., Тыбор В. «Ядерная физика», 1969, 9, 852.
65. Park J. e. a. Nucl. Phys., 1972, B36, 404; Ballam J. Preprint SLAC-PUB 980, 1970.
66. Stellan G. M. Phys. Rev. Lett., 1972, 26, 1593.
67. Испириян К. А., Матинян С. Г. «Письма в ЖЭТФ», 1968, 7, 232.
68. Budnev V. M., Ginzburg I. F. Chernjak V. L. Nucl. Phys., 1971, B34, 470.
69. Yan T. M. Phys. Rev., 1971, D4, 3523.
70. Roy R. Phys. Lett., 1972, 39B, 365.
71. Ginzburg I. F., Efremov A. V. Phys. Lett., 1971, 36B, 371.
72. Bloom E. D. e. a. Preprint SLAC-PUB 796, 1970.
73. Шабельский Ю. М. «Ядерная физика», 1971, 14, 388.
74. Перловский Л., Хейфец Э. «Ядерная физика», 1972, 15, 780.
75. Черняк В. Л. «Письма в ЖЭТФ», 1972, 15, 491; Кандидатская диссертация. Новосибирск, 1972.
76. Terazawa H. Phys. Rev., 1972, D5, 259; Кунст Э., Тер-Антонян В. М. Препринт Е2-6257, Дубна, 1972; Kingsley R. Nucl. Phys., 1972, B36, 575; Walsh T. F., Zerwas P. Preprint DESY 71/66, 1971.
77. Amati D. e. a. Nuovo cimento, 1961, 22, 569.
78. Walsh T. F. Phys. Lett., 1971, 36B, 121; Brodsky S. e. a. Phys. Lett., 1971, 27, 280.
79. Bjorken J. D. Phys. Rev., 1966, 148, 1467; Грибов В. Н., Иоффе Б. Л., Померанчук И. Я. «Ядерная физика», 1967, 6, 587.
80. Байер В. Н., Хозе В. А. ЖЭТФ, 1965, 48, 708.
81. Чобан Э. А. «Ядерная физика», 1971, 13, 624; Алтухов А. М. «Ядерная физика», 1971, 14, 391.
82. Jurisic N., Stodolsky L. Phys. Rev., 1971, D3, 724.

83. Кунст Э., Мурадян Р. М., Тер-Антонян В. М. Препринт ОИЯИ Е2-5424, 1971; Creutz M. I., Einhorn M. V. Phys. Rev. Lett., 1970, 24, 341.
84. Тер-Исаакян Н. Л., Хозе В. А. ЖЭТФ, 1972, 62, 42.
85. Gurevich I. I. e. a. Phys. Lett., 1970, 31B, 394.
86. Cabibbo N., Ferrari E. Nuovo cimento, 1962, 23, 1147.
87. Герштейн С. С., Ландсберг Л. С., Фоломенкин В. Н. «Ядерная физика», 1972, 15, 345.
88. Соловьев Л. Д. Доклад на XV конференции по физике высоких энергий, Киев, 1970. Киев, «Наукова Думка», 1972.
89. Мативян С. Г., Цицосани Н. Н. ЖЭТФ, 1961, 41, 1681.
90. Байер В. Н., Фадин В. С., Хозе В. А. ЖЭТФ, 1966, 50, 156.