

УДК 531.1

## ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЙАНИЕ НУКЛОНОВ ЯДРАМИ И СТРУКТУРА ЯДЕР

*А. Г. Ситенко*

Институт теоретической физики АН УССР

Настоящая статья посвящена рассмотрению упругого и неупругого рассеяния нуклонов ядрами при высоких энергиях в дифракционном приближении. Для задачи о рассеянии частицы в центральном поле рассмотрено решение уравнения Липпмана — Швингера в высокоэнергетическом приближении. На основе полученного решения сформулирован обобщенный принцип Гюйгенса, описывающий дифракционные ядерные процессы. Рассмотрено рассеяние быстрой частицы на системе связанных частиц и исследованы эффекты многократного рассеяния. Детально рассмотрено рассеяние нуклонов на простейшем ядре — дейтроне. Проведено сопоставление дифракционного приближения с различными вариантами импульсного приближения. На примере упругого рассеяния протонов на ядре  $C^{12}$  сделаны количественные оценки точности плосковолнового импульсного приближения и импульсного приближения с учетом искажения волны по сравнению с дифракционным приближением. Детально рассмотрен мультипольный формализм, используемый для описания неупругого рассеяния нуклонов на ядрах в случае малых передаваемых импульсов. Рассмотрен ряд конкретных неупругих переходов в ядрах под действием протонов высоких энергий. Обсуждены различные возможности извлечения сведений о структуре ядер из данных по рассеянию нуклонов на ядрах при высоких энергиях.

The present paper is dedicated to the consideration of elastic and inelastic scattering of nucleons by nuclei at high energies in diffraction approximation. The solution of Lippman—Schwinger equation for a particle scattering in the central field is investigated in high-energy approximation. The generalized Huygens principle describing the diffraction nuclear processes was formulated on the basis of obtained solution. The scattering of a fast particle on a system of bounded particles was investigated and the effects of multiscattering of nucleons on the simplest nucleus — deuteron — was studied in details. A comparison of diffraction approximation with different modifications of the impulse approximation was made. On the example of the elastic scattering of the protons on  $C^{12}$  nucleus the quantitative estimates of the accuracy of the plain wave impulse approximation and the distorted wave impulse approximation were made in comparison with diffraction approximation. The multipole formalism being used for the description of the inelastic scattering of nucleons on nuclei in the case of small transfer impulses was studied in details. A set of concrete inelastic transitions in nuclei under the action of high energy protons was studied. Different possibilities of getting information about nuclear structure from the data for high energy nucleon scattering by nuclei were discussed.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Изучение рассеяния быстрых частиц ядрами является важнейшим источником получения сведений о структуре ядер. При столкновении быстрых частиц с ядрами возможно упругое и неупругое рассеяние. Изучение упругого рассеяния быстрых частиц позволяет получать сведения о размерах ядер, о распределении нуклонной плотности внутри ядер и другие характеристики ядер в основном состоянии. Изучение неупругого рассеяния быстрых частиц ядрами можно использовать для определения характеристик возбужденных состояний ядер и выяснения природы соответствующих состояний.

Наиболее подходящими частицами для изучения структуры ядер являются электроны и нуклоны. В случае электронов рассеяние определяется электромагнитным взаимодействием, поэтому из данных по рассеянию электронов можно найти только электромагнитные характеристики ядер (зарядовый радиус, распределение заряда в ядре, ширины уровней, возбуждаемых при электромагнитном взаимодействии, различные электромагнитные форм-факторы для основного и возбужденных состояний) [1, 2]. При рассеянии нуклонов проявляется ядерное взаимодействие, поэтому сечение рассеяния характеризуется значительно большей величиной по сравнению со случаем электронов. При этом рассеяние оказывается зависящим не только от распределения заряда в ядре, но и от распределения нуклонной плотности и распределения других неэлектромагнитных величин. Кроме того, при неупругом рассеянии нуклонов могут возбуждаться уровни иной природы (не возбуждаемые при электромагнитном взаимодействии), а также возможны явления перезарядки.

Исследованию взаимодействия быстрых нуклонов с ядрами посвящено значительное количество работ как экспериментальных, так и теоретических. В ряде работ для описания упругого и неупругого рассеяния нуклонов на ядрах использовалось импульсное приближение [3—11]. Импульсное приближение применимо, если энергия падающего нуклона значительно превосходит энергию связи отдельных нуклонов в ядре. В импульсном приближении сечение какого-либо процесса взаимодействия нуклона с ядром выражается через амплитуду рассеяния нуклона на отдельном нуклоне и некоторый форм-фактор, связанный со структурой ядра [3]. Указанные форм-факторы можно рассчитать, основываясь на определенной модели ядра. Непосредственное сравнение данных по неупругому рассеянию на ядрах нуклонов и электронов при определенных переходах, для которых форм-факторы, входящие в соответствующие сечения, одинаковы, было использовано в работах [4, 6] для проверки применимости импульсного приближения. В работах [5—11] было проделано значительное коли-

чество расчетов различных неупругих переходов в легких ядрах для ряда ядерных моделей. Было использовано импульсное приближение с учетом искажения падающей и уходящей нуклонных волн. Двухнуклонные амплитуды вычислялись по данным взаимодействия двух нуклонов соответствующей энергии.

Более точным по сравнению с импульсным приближением является рассмотрение, основанное на учете дифракционной природы ядерного взаимодействия при высоких энергиях. Действительно, экспериментальные данные по рассеянию нуклонов на нуклонах указывают, что взаимодействие между ними при достаточно высоких энергиях носит дифракционный характер. Дифракционные явления имеют место, если длина волны относительного движения сталкивающихся частиц мала по сравнению с характерными размерами области, в которой проявляется взаимодействие. Дифференциальное сечение рассеяния в этом случае характеризуется резко выраженным максимумом при малых углах, ширина которого определяется величиной отношения длины волны к размерам области взаимодействия. Такой характер рассеяния совершенно не зависит от детальной природы взаимодействия, которое должно характеризоваться только конечным радиусом, и является прямым следствием волновой природы сталкивающихся частиц. Так как размеры ядер обычно значительно превосходят радиус нуклон-нуклонного взаимодействия, то рассеяние нуклонов на ядрах при достаточно высоких энергиях можно описывать по аналогии с оптической дифракцией, т. е. рассматривать как многократное дифракционное рассеяние на отдельных нуклонах.

Дифракционный подход позволяет амплитуду взаимодействия нуклона с ядром выразить через амплитуды рассеяния на отдельных нуклонах и форм-факторы, зависящие от структуры ядра. В отличие от импульсного приближения при дифракционном подходе последовательно учитываются эффекты многократного рассеяния. Поскольку при многократном рассеянии существенную роль играет интерференция, процессы взаимодействия оказываются очень чувствительными к пространственной структуре ядер. Дифракционная теория ядерных процессов с участием сложных частиц была независимо развита в работах [12, 13] и в настоящее время широко используется для анализа экспериментальных данных по рассеянию нуклонов (а также  $\pi$ -мезонов и других сильновзаимодействующих частиц) при высоких энергиях на ядрах (см. [14—16]).

При рассмотрении переходов в ядрах, связанных с небольшой передачей импульса рассеиваемого нуклона, удобно использовать мультипольное разложение [17]. В этом случае структурный форм-фактор, входящий в сечение какого-либо процесса, непосредственно выражается через квадрат модуля приведенного матрич-

ного элемента от соответствующего мультипольного момента ядра. С учетом зарядовых степеней свободы нуклонов ядро можно описать мультиполями шестнадцати типов заданной мультипольности. Каждому переходу определенной мультипольности соответствуют свои строго определенные правила отбора. Использование мультипольного формализма облегчает проведение соответствующих расчетов и позволяет прояснить физическую природу различных переходов в ядрах. Первоначально мультипольный анализ рассеяния быстрых нуклонов на ядрах проводился с использованием импульсного приближения [10, 11], в дальнейшем было дано обобщение такого рассмотрения, учитывающее эффекты многократного рассеяния [18].

Настоящая статья посвящена рассмотрению упругого и неупругого рассеяния нуклонов ядрами при высоких энергиях в дифракционном приближении. Вначале рассмотрено решение уравнения Липпмана — Швингера в высокоэнергетическом приближении для задачи о рассеянии частицы в центральном поле. На основе полученного решения сформулирован обобщенный принцип Гюйгенса, описывающий дифракционные ядерные процессы. Затем в высокоэнергетическом приближении рассмотрено рассеяние частицы на системе связанных частиц и исследованы эффекты многократного рассеяния. Детально рассмотрено рассеяние нуклонов на простейшем ядре — дейтроне. Проведено сопоставление дифракционного приближения с различными вариантами импульсного приближения. На примере упругого рассеяния протонов на ядре  $C^{12}$  сделаны количественные оценки точности плосковолнового импульсного приближения и импульсного приближения с учетом искажения волн по сравнению с дифракционным приближением. Детально рассмотрен мультипольный формализм, используемый для описания неупругого рассеяния нуклонов на ядрах в случае малых передаваемых импульсов. Рассмотрен ряд конкретных неупругих переходов в ядрах под действием протонов высоких энергий. Обсуждены различные возможности извлечения сведений о структуре ядер из данных по рассеянию нуклонов на ядрах при высоких энергиях.

## 2. ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ И ОБОБЩЕННЫЙ ПРИНЦИП ГЮЙГЕНСА

Рассмотрим упругое столкновение двух частиц, взаимодействие между которыми будем описывать потенциалом  $V(\mathbf{r})$ . В системе центра масс задача о рассеянии двух частиц сводится к задаче о рассеянии одной частицы в поле неподвижного силового центра  $V(\mathbf{r})$ . Волновая функция  $\psi$ , описывающая рассеяние, определяется уравнением Липпмана — Швингера

$$\psi = \varphi + g_0 V \psi, \quad (2.1)$$

где  $\varphi$  — невозмущенная волновая функция (падающая волна);  $g_0$  — функция Грина:

$$g_0 = (E - H_0 + i0)^{-1} \quad (2.2)$$

( $H_0 = p^2/2\mu$  — невозмущенный гамильтониан;  $E$  — энергия системы;  $\mu$  — приведенная масса).

Выбрав в качестве невозмущенной волновой функции плоскую волну, отвечающую падающей частице с импульсом  $\mathbf{k}$ :

$$\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} \quad (2.3)$$

(импульс  $\mathbf{k}$  и энергия  $E$  связаны соотношением  $E = k^2/2\mu$ ), уравнение (2.1) удобно переписать в координатном представлении

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} + \int d\mathbf{r}' g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') V(\mathbf{r}') \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}'), \quad (2.4)$$

где

$$g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}. \quad (2.5)$$

Используя асимптотику функции Грина (2.5) при  $r \rightarrow \infty$ , из (2.4) нетрудно видеть, что волновая функция  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  на больших расстояниях представляет собой суперпозицию плоской и сферически расходящейся волн. Коэффициент при сферически расходящейся волне определяет амплитуду рассеяния

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = -\frac{\mu}{2\pi} \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}'\mathbf{r}} V(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (2.6)$$

где  $\mathbf{k}'$  — импульс частицы после рассеяния.

Если энергия падающей частицы достаточно велика, так что длина волны  $\lambda = k^{-1}$  мала по сравнению с характерными размерами области взаимодействия  $r_0$  ( $kr_0 \gg 1$ ), то амплитуда рассеяния (2.6) характеризуется резко выраженным максимумом при малых углах рассеяния, т. е. при малых углах между векторами  $\mathbf{k}$  и  $\mathbf{k}'$ . Наличие указанного максимума в амплитуде рассеяния означает, что при рассеянии частиц с большими энергиями существенны только малые изменения импульса. Поэтому для описания рассеяния таких частиц хорошо применимым оказывается так называемое высокоэнергетическое, или эйкональное, приближение, при использовании которого учитываются только промежуточные состояния, отвечающие значениям импульса, близким к начальному значению.

Представим невозмущенный гамильтониан  $H_0$  в следующем виде:

$$H_0 \equiv \frac{1}{2\mu} (\mathbf{p} - \mathbf{k})(\mathbf{p} + \mathbf{k}) + \frac{\mathbf{k}^2}{2\mu} \equiv \frac{1}{\mu} (\mathbf{p} - \mathbf{k})\mathbf{k} + \frac{\mathbf{k}^2}{2\mu} + \frac{1}{2\mu} (\mathbf{p} - \mathbf{k})^2. \quad (2.7)$$

Высокоэнергетическое приближение заключается в пренебрежении последним слагаемым в (2.7), т.е. в замене невозмущенного гамильтониана  $H_0$  приближенным эйкональным гамильтонианом [19]:

$$\tilde{H}_0 = \frac{1}{\mu} (\mathbf{p} - \mathbf{k}) \mathbf{k} + \frac{\mathbf{k}^2}{2\mu}. \quad (2.8)$$

Очевидно, такая замена оправдана только при дифракционном характере рассеяния, когда существенны только малые изменения импульса. Эйкональный гамильтониан (2.8) недиагонален в энергетическом представлении; в высокоэнергетическом приближении вместо закона сохранения энергии имеет место закон сохранения проекции импульса на направление  $\mathbf{k}$ :

$$p_{\mathbf{k}} = \text{const.}$$

Замена гамильтониана  $H_0$ , зависящего от квадрата оператора импульса  $\mathbf{p}$ , эйкональным гамильтонианом

$\tilde{H}_0$ , линейным относительно  $\mathbf{p}$ , существенно упрощает задачу о рассеянии. Зависимость эйконального гамильтониана  $\tilde{H}_0$  только от составляющей импульса вдоль направления первоначального импульса  $\mathbf{k}$  означает, что в высокоэнергетическом приближении полностью пренебрегается движением в поперечных направлениях.

Заменив невозмущенный гамильтониан  $H_0$  в выражении для функции Грина (2.2) на эйкональный гамильтониан  $\tilde{H}_0$ , определим эйкональную функцию Грина  $\tilde{g}_0$ :

$$\tilde{g}_0 = (E - \tilde{H}_0 + i0)^{-1}. \quad (2.9)$$

В импульсном представлении функции  $g_0$  и  $\tilde{g}_0$  мало отличаются друг от друга внутри небольшого телесного угла вокруг направления  $\mathbf{k}$ . При достаточно больших значениях энергии падающей частицы эта область углов представляет наибольший интерес, так как амплитуда рассеяния при больших значениях энергии именно в этой области существенно отлична от нуля (рис. 1).

Используя выражение (2.8) для эйконального гамильтониана, нетрудно найти явное выражение для функции  $\tilde{g}_0$ . В координат-

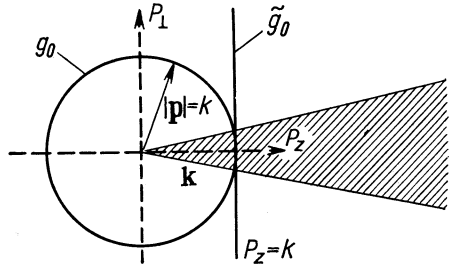


Рис. 1. Особенности функций Грина  $g_0$  и  $\tilde{g}_0$  в плоскости импульсов. Заштрихована область, в которой амплитуда рассеяния существенно отлична от нуля.

ном представлении эйкональная функция Грина  $\tilde{g}_0$  имеет вид [19]:

$$\begin{aligned}\tilde{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \frac{e^{i\mathbf{p}(\mathbf{r}'-\mathbf{r})}}{-\frac{1}{\mu}(\mathbf{p}-\mathbf{k})\mathbf{k}+i0} = \\ &= -i \frac{\mu}{k} \delta(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho}) \theta(z' - z) e^{ik(z'-z)},\end{aligned}\quad (2.10)$$

где  $\theta(x)$  — функция Хэвисайда

$$\theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

Наличие дельта-функции  $\delta(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})$  в эйкональной функции Грина  $\tilde{g}_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  ( $\boldsymbol{\rho}$  и  $\boldsymbol{\rho}'$  — радиусы-векторы в плоскости, перпендикулярной вектору  $\mathbf{k}$ ) непосредственно связано с пренебрежением поперечным движением частицы.

Если в гамильтониане (2.7) учесть изменение поперечной составляющей импульса (по-прежнему пренебрегая изменением продольной составляющей), то для функции Грина можно получить следующее выражение

$$\tilde{g}'_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = -\frac{\mu}{2\pi} \cdot \frac{\theta(z' - z)}{(z' - z)} e^{ik\left\{z' - z + \frac{(\mathbf{q}' - \mathbf{q})^2}{2(z' - z)}\right\}}.\quad (2.11)$$

Отметим, что при выполнении условия  $|z' - z| \ll k(\boldsymbol{\rho}' - \boldsymbol{\rho})^2$  выражение (2.11) переходит в (2.10). Функция Грина, определяемая выражением (2.11), в отличие от (2.10) учитывает эффекты, связанные с отклонением движения частицы от прямолинейного движения.

Подставляя функцию (2.10) вместо  $g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  в уравнение Липпмана — Швингера (2.4), из интегрального уравнения получим обыкновенное дифференциальное уравнение первого порядка. Нетрудно найти решение этого уравнения, которое и определяет волновую функцию в высокоэнергетическом приближении [20]:

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r} - i \frac{\mu}{k} \int_{-\infty}^z dz' V(\mathbf{q}, z')}\quad (2.12)$$

Следует отметить, что выражение (2.12) неприменимо на слишком больших расстояниях, поэтому оно не удовлетворяет граничному условию на бесконечности. Выражением (2.12) можно пользоваться только при выполнении условия  $z < kr_0^0$ .

С помощью волновой функции (2.12) нетрудно найти амплитуду рассеяния в высокоэнергетическом приближении. Подставляя (2.12) в (2.6) и выполняя интегрирование по частям, для амплитуды рассеяния получаем хорошо известное выражение

$$f(\mathbf{k}, \mathbf{k}') = \frac{ik}{2\pi} \int d\rho e^{i\mathbf{q}\rho} \{1 - e^{2i\delta(\mathbf{q})}\},\quad (2.13)$$

где  $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$  — изменение импульса при рассеянии;  $\delta(\rho)$  — фаза рассеяния

$$2\delta(\rho) = -\frac{\mu}{k} \int_{-\infty}^{\infty} dz V(\rho, z). \quad (2.14)$$

Напомним, что при выводе (2.6) из (2.4) использовалась точная функция Грина (2.5).

В высокоэнергетическом приближении из уравнения Липпмана — Швингера (2.4) можно получить другое представление для волновой функции, которое в отличие от (2.12) характеризуется правильной асимптотикой. Для этого выделим составляющую  $z'$  вектора  $\mathbf{r}'$  вдоль направления  $\mathbf{k}$  ( $\mathbf{r}' \equiv \rho' + \frac{\mathbf{k}}{k} z'$ ) и представим функцию  $g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  в виде интеграла Фурье по этой составляющей:

$$g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{dk'_z}{2\pi} A_{k'_z}(\mathbf{r}, \rho') e^{-ik'_z z'}. \quad (2.15)$$

При достаточно больших значениях  $k$  ( $kr_0 \gg 1$ ) амплитуда  $A_{k'_z}$  характеризуется резким максимумом при  $k'_z = k$ . Действительно, используя для функции  $g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  выражение (2.10), найденное в высокоэнергетическом приближении, нетрудно показать, что зависимость амплитуды  $A_{k'_z}(\mathbf{r}, \rho')$  от  $k'_z$  имеет дельтаобразный вид:

$$A_{k'_z}(\mathbf{r}, \rho') \approx -\frac{2\pi i}{k} \mu \delta(\rho' - \rho) e^{ikz} \delta(k'_z - k), \quad z > kr_0^2.$$

В общем случае ширина максимума будет порядка  $r_0^{-1}$ . Так как в  $g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$  эффективны значения  $z'$  по порядку величины  $\sim r_0$ , то в области максимума экспонента в (2.15) медленно изменяется и ее значение при  $k'_z = k$  можно вынести за знак интеграла. Оставшееся интегрирование дает значение функции  $g_0$  в точке  $\mathbf{r}' = \rho'$ . Поэтому в высокоэнергетическом приближении функцию Грина (2.15) можно аппроксимировать выражением:

$$g_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') \approx e^{-ikz'} g_0(\mathbf{r}, \rho'). \quad (2.16)$$

Подставляя (2.16) в уравнение Липпмана — Швингера (2.4) и используя под знаком интеграла для волновой функции выражение (2.12), получим

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{i\mathbf{k}\mathbf{r}} - \frac{k}{2\pi i} \int d\rho' \frac{e^{i\mathbf{k}|\mathbf{r}-\rho'|}}{|\mathbf{r}-\rho'|} \{1 - e^{2i\delta(\rho')}\} e^{i\mathbf{k}\rho'}. \quad (2.17)$$

Интегрирование в (2.17) производится по плоскости, перпендикулярной к направлению импульса падающей частицы ( $\mathbf{k}\rho' = 0$ ).

Волновая функция, определяемая выражением (2.17), имеет правильную асимптотику, т. е. на бесконечности представляется в виде суммы падающей плоской волны и расходящейся сфериче-



ской волны, амплитуда при которой совпадает с найденным ранее выражением для амплитуды рассеяния (2.13). Если выражение (2.12) для волновой функции справедливо в области взаимодействия (по переменной  $z$ )  $z < kr_0^2$ , то выражение (2.17) справедливо при выполнении обратного условия  $z > kr_0^2$ , т. е. вне области взаимодействия. В отличие от функции (2.12), непосредственно зависящей от потенциала  $V(\mathbf{r})$ , функция (2.17) полностью определяется заданием фазы рассеяния  $\delta(\rho)$ .

Формула (2.17) непосредственно отражает дифракционный характер рассеяния при высоких энергиях. Действительно, при выводе (2.17) предполагалось, что существенны малые углы рассеяния (главный вклад в интеграле вносит область  $z \gg k(\rho - \rho')^2$ ), поэтому

$$\frac{k}{2\pi i} \int d\rho' \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\rho'|}}{|\mathbf{r}-\rho'|} \approx e^{ikr}. \quad (2.18)$$

Используя это соотношение, волновую функцию (2.17) удобно представить в виде

$$\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) \approx \frac{k}{2\pi i} \int d\rho' \frac{e^{ik|\mathbf{r}-\rho'|}}{|\mathbf{r}-\rho'|} e^{2i\delta(\rho')} \varphi_{\mathbf{k}}(\rho'), \quad (2.19)$$

где  $\varphi_{\mathbf{k}}(\rho') \equiv e^{ik\rho'} = 1$ . Такая форма записи волновой функции позволяет рассматривать процесс рассеяния как дифракцию, а соотношение (2.19) можно интерпретировать в качестве обобщенного принципа Гюйгенса [21]. Действительно, функция  $\varphi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = e^{ik\rho'}$  представляет собой падающую плоскую волну. В плоскости интегрирования в (2.19), проходящей через центр рассеивающего поля и перпендикулярной  $\mathbf{k}$ , амплитуда падающей волны в любой точке равна единице  $\varphi_{\mathbf{k}}(\rho') = 1$ . Наличие рассеивающего поля приводит к появлению под знаком интеграла в (2.19) фазового множителя  $e^{2i\delta(\rho')}$ , фаза которого  $\delta(\rho')$  зависит от расстояния, на котором частица проходит от центра рассеивающего поля. (В высокоэнергетическом приближении предполагается, что частица движется по прямолинейной траектории.) Если положить  $e^{2i\delta(\rho')} = 0$  для какой-то области на плоскости и  $e^{2i\delta(\rho')} = 1$  в оставшейся части, то (2.19) непосредственно переходит в формулу Кирхгофа, описывающую дифракцию на непрозрачном экране.

При рассмотрении дифракционных ядерных процессов амплитуду рассеяния (2.13) удобно представить в виде

$$f(\mathbf{q}) = \frac{ik}{2\pi} \int d\rho e^{iq\rho} \omega(\rho), \quad (2.20)$$

где вместо фаз рассеяния  $\delta(\rho)$  введена так называемая профилирующая функция

$$\omega(\rho) \equiv 1 - e^{2i\delta(\rho)}. \quad (2.21)$$

Профилирующая функция  $\omega(\rho)$  определяет амплитуду рассеяния

в  $\rho$ -представлении. Величины  $f(\mathbf{q})$  и  $\omega(\rho)$  связаны между собой двумерным преобразованием Фурье:

$$\omega(\rho) = \frac{1}{2\pi ik} \int d\mathbf{q} e^{-i\mathbf{q}\rho} f(\mathbf{q}). \quad (2.22)$$

Функция  $\omega(\rho)$  так же, как и фазы рассеяния  $\delta(\rho)$ , полностью характеризует рассеивающие свойства системы. Согласно определению (2.21), профилирующая функция  $\omega(\rho)$  отлична от нуля только при значениях  $\rho$ , меньших радиуса области взаимодействия  $r_0$ . При  $\rho > r_0$  функция  $\omega(\rho)$  резко обращается в нуль. Напомним, что условие применимости дифракционного описания сводится к требованию

$$kr_0 \gg 1. \quad (2.23)$$

Положив  $r_0$  равным радиусу действия ядерных сил, нетрудно видеть, что дифракционное описание будет справедливым при энергиях нуклонов порядка нескольких сот мегаэлектронвольт и выше.

### 3. ДИФРАКЦИОННЫЙ ХАРАКТЕР ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НУКЛОНОВ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Экспериментальные данные по рассеянию нуклонов на нуклонах при высоких энергиях (порядка нескольких сот мегаэлектронвольт и выше в лабораторной системе координат) показывают, что взаимодействие между нуклонами при высоких энергиях носит дифракционный характер. Угловое распределение упругого рассеяния характеризуется острым максимумом в направлении вперед, ширина которого определяется радиусом действия ядерных сил. Помимо упругого рассеяния в указанной области энергий имеет место неупругое рассеяние или поглощение нуклонов, сопровождающееся образованием  $\pi$ -мезонов. Полные сечения упругого рассеяния и поглощения в хорошем приближении оказываются равными друг другу и слабо меняются с изменением энергии.

Характер угловой зависимости упругого рассеяния нуклонов на нуклонах при высоких энергиях хорошо воспроизводится выбором амплитуды упругого рассеяния в виде суммы гауссовых функций от передаваемого импульса

$$f(q) = \frac{k\sigma}{4\pi} (\gamma e^{-aq^2} + i e^{-bq^2}), \quad (3.1)$$

где  $k$  — импульс падающего нуклона;  $\sigma$  — полное нуклон-нуклонное сечение;  $\gamma$  — отношение вещественной части амплитуды рассеяния на нулевой угол к мнимой части. Значения параметров  $a$ ,  $b$ ,  $\gamma$  и  $\sigma$  определяются из данных опыта. Значения этих параметров несколько различаются для разных зарядовых состояний

и несколько изменяются с энергией \*. Например, в случае рассеяния протона на протоне и протона на нейтроне при энергии  $E = 1000$  Мэв эти параметры, согласно [24], равны

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{pp} &= 47,5 \text{ мбарн}; a_{pp} = b_{pp} = 0,109 \text{ ферми}^2; \gamma_{pp} = -0,05; \\ \sigma_{pn} &= 40,4 \text{ мбарн}; a_{pn} = b_{pn} = 0,109 \text{ ферми}^2; \gamma_{pn} = -0,50. \end{aligned} \right\} (3.2)$$

При меньших энергиях (порядка нескольких сот мегаэлектронвольт) необходимо учитывать различие в угловых зависимостях вещественной и мнимой частей амплитуды, а также необходимо учитывать спиновую часть амплитуды. Так, при энергии протонов 185 Мэв зависимость скалярной части амплитуды согласуется с выражением (3.1) при следующих значениях параметров [18]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{pp} &= 25 \text{ мбарн}; a_{pp} = 0,471 \text{ ферми}^2; b_{pp} = 0,264 \text{ ферми}^2; \\ \gamma_{pp} &= 1,225; \\ \sigma_{pn} &= 47,7 \text{ мбарн}; a_{pn} = 0,486 \text{ ферми}^2; b_{pn} = 0,348 \text{ ферми}^2; \\ \gamma_{pn} &= 0,842. \end{aligned} \right\} (3.3)$$

В настоящее время амплитуда (3.1) не может быть получена теоретически ввиду отсутствия последовательной теории сильновзаимодействующих частиц.

Дифракционные явления имеют место также при взаимодействии нуклонов с ядрами. В случае рассеяния нуклонов на средних и тяжелых ядрах дифракционный характер проявляется уже при энергиях порядка нескольких десятков мегаэлектронвольт. При таких энергиях длина свободного пробега нуклона в ядерном веществе оказывается меньше размеров ядра, поэтому его по отношению к нуклонной волне можно рассматривать как поглощающее тело. Дифракционные ядерные явления в указанной области энергий можно рассмотреть по аналогии с дифракцией света при наличии поглощающего тела, имеющего форму и размеры ядра (см. [25—27]). Однако в настоящем обзоре не будем рассматривать дифракционные явления в этой области энергий. С увеличением энергии падающего нуклона длина свободного пробега в ядерном веществе возрастает. Поэтому при энергиях нуклонов порядка сотни мегаэлектронвольт и выше ядра становятся прозрачными по отношению к падающим частицам, и оптическая модель черного или полупрозрачного ядра, используемая для описания рассеяния нуклонов небольшой энергии на ядрах,

\* Зависимость амплитуды от переданного импульса в виде гауссовой функции впервые была предложена Бельским при анализе рассеяния  $\pi$ -мезонов протонами [22] и Гришиным и Сайтовым при анализе рассеяния протонов протонами [23].

оказывается неприменимой. Тем не менее и при таких высоких энергиях угловая зависимость рассеяния нуклонов на ядрах характеризуется рядом дифракционных максимумов и минимумов. Дифракционную структуру в угловом распределении можно объяснить в терминах интерференции между однократным, двукратным и т. д. рассеянием падающей частицы на отдельных нуклонах ядра.

#### 4. РАССЕЯНИЕ НА СИСТЕМЕ СВЯЗАННЫХ ЧАСТИЦ

Рассмотрим рассеяние частицы высокой энергии на системе, состоящей из  $N$  связанных частиц. В предположении, что кинетическая энергия падающей частицы велика по сравнению с энергиями связи отдельных частиц, взаимодействие падающей частицы с частицами, входящими в систему, можно рассматривать независимо. В случае двухчастичных сил, согласно (2.14), полную фазу рассеяния  $\delta_{(N)}(\rho)$  можно представить в виде суммы фаз рассеяния на отдельных частицах  $\delta_i(\rho - \rho_i)$ :

$$\delta_{(N)}(\rho) = \sum_i \delta_i(\rho - \rho_i), \quad (4.1)$$

где  $\rho$  и  $\rho_i$  — плоские векторы, соответствующие проекциям радиусов-векторов падающей частицы  $\mathbf{r}$  и рассеивающих частиц  $\mathbf{r}_i$  на плоскость, перпендикулярную к направлению начального импульса падающей частицы. Если длина волны падающей частицы мала по сравнению с характерными радиусами областей взаимодействия с отдельными частицами, то применимо дифракционное приближение. Определим полную профилирующую функцию системы  $\omega_{(N)}(\rho)$ :

$$\omega_{(N)}(\rho) \equiv 1 - e^{2i \sum_i \delta_i(\rho - \rho_i)}. \quad (4.2)$$

Очевидно, полную профилирующую функцию  $\omega_{(N)}$  можно выразить через профилирующие функции  $\omega_i$ , характеризующие рассеяние на отдельных частицах:

$$\omega_{(N)}(\rho) = 1 - \prod_{i=1}^N \{1 - \omega_i(\rho - \rho_i)\}. \quad (4.3)$$

Двухчастичная профилирующая функция  $\omega_i$  связана с двухчастичной амплитудой соотношением (2.22).

Учитывая дифракцию частицы на отдельных частицах связанной системы, с помощью обобщенного принципа Гюйгенса нетрудно найти волновую функцию всей системы. Эта волновая функция может быть записана в виде произведения волновой функции, описывающей относительное движение рассеиваемой частицы и системы, на волновую функцию, описывающую внутреннее

движение частиц в системе. В случае упругого рассеяния, когда внутреннее состояние рассеивающей системы остается неизменным, волновая функция относительного движения на больших расстояниях имеет вид суммы падающей плоской волны и расходящейся сферической волны. В случае неупругого рассеяния, когда состояние системы изменяется, волновая функция относительного движения на больших расстояниях содержит только расходящуюся сферическую волну. Используя асимптотический вид указанных функций, амплитуду рассеяния частицы на системе связанных частиц (ядре) нетрудно получить в виде [12]:

$$F_{of}(q) = \frac{ik}{2\pi} \int d\rho e^{iq\rho} (\Phi_f, \omega_{(N)}(\rho) \Phi_0), \quad (4.4)$$

где  $q = k - k'$  — изменение импульса падающей частицы при рассеянии ( $k$  и  $k'$  — импульсы частицы до и после столкновения);  $\Phi_0$  и  $\Phi_f$  — внутренние волновые функции рассеивающей системы до и после столкновения.

Полное сечение взаимодействия определяется мнимой частью амплитуды упругого рассеяния на нулевой угол:

$$\sigma_t = \frac{4\pi}{k} \text{Im } F_{00}(0). \quad (4.5)$$

Используя формулу (4.4), таким образом получим следующее выражение

$$\sigma_t = 2 \text{Re} \int d\rho (\Phi_0, \omega_{(N)}(\rho) \Phi_0). \quad (4.6)$$

Полное сечение взаимодействия частицы со сложной системой не равно сумме полных сечений взаимодействия частицы с отдельными частицами системы. Это связано с наличием эффектов многократного рассеяния, которые нарушают аддитивность сечений. Действительно, правую часть выражения (4.3) тождественно можно представить в виде суммы

$$\begin{aligned} \omega_{(N)} = & \sum_i \omega_i - \sum_{i>j} \omega_i \omega_j + \sum_{i>j>k} \omega_i \omega_j \omega_k - \dots \\ & \dots + (-1)^{N-1} \omega_N \omega_{N-1} \dots \omega_2 \omega_1. \end{aligned} \quad (4.7)$$

Легко выяснить физический смысл отдельных слагаемых в правой части. Величина  $\omega_i$  определяет амплитуду рассеяния на отдельной частице. Поэтому первое слагаемое в правой части описывает независимое рассеяние на отдельных частицах, второе слагаемое учитывает эффекты, связанные с двухкратным рассеянием, третье — с трехкратным и т. д.

Приведем явное выражение для амплитуды упругого рассеяния в предположении, что между частицами в сложной системе (ядре) отсутствует корреляция. В этом случае квадрат модуля

волновой функции представляется в виде произведения плотностей для отдельных частиц:

$$|\Phi_0|^2 = \prod_{i=1}^N \rho(\mathbf{r}_i), \quad (4.8)$$

и амплитуда упругого рассеяния на сложной системе, состоящей из одинаковых частиц, принимает вид:

$$F_{00}(q) = \frac{ik}{2\pi} \int d\rho e^{i\mathbf{q}\rho} \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{1}{2\pi ik} \int d\mathbf{q}' e^{-i\mathbf{q}'\rho} f(\mathbf{q}') s(\mathbf{q}') \right]^N \right\}, \quad (4.9)$$

где  $s(\mathbf{q})$  — форм-фактор, связанный с однонуклонной плотностью:

$$s(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \rho(\mathbf{r}). \quad (4.10)$$

С помощью асимптотических волновых функций можно получить также формулы для интегральных сечений рассеяния и поглощения. Интегральные сечения упругого и неупругого рассеяния определяются выражением:

$$\sigma_{0f} = \int d\rho |\Phi_f, \{1 - e^{2i \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_i)}\} \Phi_0|^2. \quad (4.11)$$

Воспользовавшись полнотой волновых функций, можно получить следующую формулу для интегрального сечения полного рассеяния

$$\sigma_s \equiv \sum_f \sigma_{0f} = \int d\rho |\Phi_0, \{1 - e^{2i \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_i)}\} \Phi_0|^2. \quad (4.12)$$

Это сечение описывает процессы, при которых число частиц в рассеивающей системе остается неизменным, а именно: упругое рассеяние, рассеяние частицы с возбуждением рассеивающей системы и рассеяние, сопровождающееся частичным или полным распадом рассеивающей системы.

Интегральное сечение различных реакций под действием падающей частицы определяется выражением

$$\sigma_r = \int d\rho |\Phi_0, \{1 - e^{-4 \operatorname{Im} \sum_{i=1}^N \delta(\mathbf{q} - \mathbf{q}_i)}\} \Phi_0|. \quad (4.13)$$

Сечение реакций описывает все процессы, при которых число частиц в рассеивающей системе изменяется, а именно: поглощение падающей частицы рассеивающей системой и захват падающей частицей одной или нескольких частиц из рассеивающей системы.

Сечение реакции захвата, при которой падающая частица захватывает нуклон из рассеивающей системы (ядра), равно

$$\sigma_{(1)} = \int d\mathbf{p} (\Phi_0, \{1 - e^{-4 \operatorname{Im} \delta(\mathbf{e}-\mathbf{e}_1)}\} e^{-4 \operatorname{Im} \sum_{i=2}^N \delta(\mathbf{e}-\mathbf{e}_i)} \Phi_0), \quad (4.14)$$

Так как  $\operatorname{Im} \delta \geq 0$ , то сечение  $\sigma_{(1)}$  всегда меньше полного сечения реакций  $\sigma_r$ .

Полученные результаты применимы не только к рассеянию частицы на системе связанных частиц, но и к рассеянию сложной системы взаимодействующих частиц на рассеивающем центре (частице, состояние которой не изменяется). Формулы (4.11) и (4.12) будут описывать упругое и неупругое рассеяние сложной частицы, а формула (4.13) — сечение реакций. В частности, формула (4.14) будет определять сечение реакции срыва, при которой одна из частиц, первоначально входящая в падающую систему, захватывается рассеивающей системой.

## 5. ДИФРАКЦИОННОЕ РАССЕЯНИЕ НУКЛОНОВ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ НА ЛЕГКИХ ЯДРАХ

Рассмотрим детальное рассеяние нуклона высокой энергии на простейшем ядре — дейтроне. Согласно (4.4) и (4.7), амплитуду упругого рассеяния нуклона на дейтроне можно представить в виде суммы амплитуд рассеяния падающего нуклона на нейтроне и протоне, домноженных на форм-фактор, связанный с внутренней структурой дейтрона, и добавочной амплитуды, учитывающей эффект одновременного рассеяния падающего нуклона на нейтроне и протоне:

$$F_{00}(q) = [f_n(\mathbf{q}) + f_p(\mathbf{q})] s\left(\frac{\mathbf{q}}{2}\right) + \frac{i}{2\pi k} \int d\mathbf{q}' f_n\left(\frac{\mathbf{q}}{2} + \mathbf{q}'\right) f_p\left(\frac{\mathbf{q}}{2} - \mathbf{q}'\right) s(\mathbf{q}'), \quad (5.1)$$

где

$$s(\mathbf{q}) = \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} \varphi_0^2(\mathbf{r}) \quad (5.2)$$

и  $\varphi_0$  — волновая функция основного состояния дейтрона. Используя формулу (5.1) и оптическое соотношение (4.5), нетрудно получить для полного сечения взаимодействия нуклона с дейтроном следующее выражение:

$$\sigma_t = \sigma_n + \sigma_p + \frac{2}{k^2} \operatorname{Re} \int d\mathbf{q} f_n(\mathbf{q}) f_p(-\mathbf{q}) s(\mathbf{q}), \quad (5.3)$$

где  $\sigma_n$  и  $\sigma_p$  — соответственно полные сечения взаимодействия падающей частицы со свободными нейтроном и протоном. Если

амплитуды  $f_n$  и  $f_p$  чисто мнимы, то добавка в полном сечении (5.3), связанная с двухкратным рассеянием, является отрицательной. Предполагая, что размеры дейтрона значительно превосходят радиус области взаимодействия падающей частицы с отдельным нуклоном дейтрона, в (5.3) из-под знака интеграла можно вывести значения амплитуд в точке  $\mathbf{q} = 0$ , и таким образом получим приближенную формулу Глаубера [28]:

$$\sigma_t = \sigma_n + \sigma_p - \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle \sigma_n \sigma_p. \quad (5.4)$$

На основе формул (5.3) и (5.4) из экспериментальных данных по взаимодействию частиц высоких энергий с дейтронами обычно определяют сечения взаимодействия частиц с нейтроном.

Используя представление (3.1) для нуклон-нуклонной амплитуды и выбирая волновую функцию основного состояния дейтрона в виде гауссовой функции, амплитуду (5.1) нетрудно найти в явном виде [29]. На рис. 2 представлена зависимость частей амплитуды (5.1), связанных с однократным и двухкратным рассеянием, от передаваемого импульса в предположении, что  $f_n = f_p$  и  $\gamma = 0$ . При  $\mathbf{q} = 0$  часть амплитуды, связанная с двухкратным рассеянием, значительно меньше части амплитуды, связанной с однократным рассеянием. Однако вследствие медленного убывания с ростом  $q$  амплитуда двухкратного рассеяния при больших значениях  $q$  оказывается значительно больше амплитуды однократного рассеяния. В случае чисто мнимых амплитуд  $f_n$  и  $f_p$  части амплитуды (5.1), связанные с однократным и двухкратным рассеянием, имеют противоположный знак, поэтому при определенном значении передаваемого импульса ( $q \approx 0,6$  Гэв/с) амплитуда (5.1) в силу интерференции обращается в нуль. Так как в действительности амплитуды  $f_n$  и  $f_p$  имеют небольшие вещественные части, то сечение рассеяния на дейтроне не должно обращаться в нуль, однако должно иметь четко выраженный интерференционный минимум. На рис. 3 представлены угловая зависимость сечения рассеяния протона на дейтроне при энергии  $E = 1000$  Мэв, рассчитанная на основе (5.1), и экспериментальная угловая зависимость [30]. Рассчитанные и экспериментальные

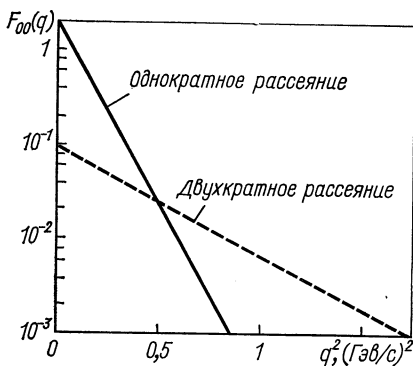


Рис. 2. Вклад однократного и двухкратного рассеяния в амплитуду упругого рассеяния протона на дейтроне.



значения сечения хорошо согласуются в широкой области углов, за исключением области интерференционного минимума. Это расхождение связано с тем, что в области интерференционного минимума существенную роль играет несферичность дейтрона, обусловленная нецентральной характеристикой ядерного взаимодействия.

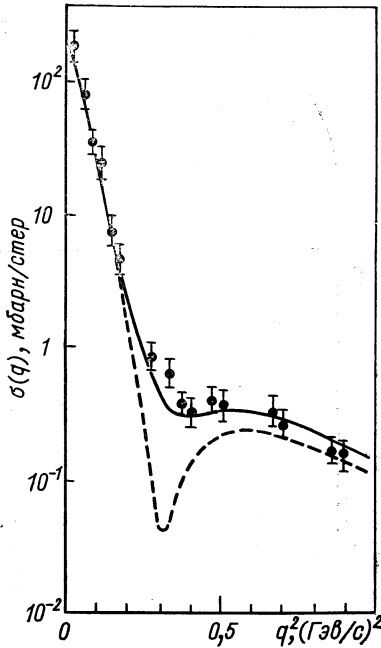


Рис. 3. Зависимость дифференциального сечения упругого рассеяния протонов на дейтроне при энергии 1000 Мэв от квадрата переданного импульса  $q^2$  [15]:

--- соответствует учету в основном состоянии дейтрона только  $S$ -волны; — учету примеси  $D$ -волны с весом  $p_D = 6,7\%$ .

учет несферичности дейтрона позволяет полностью объяснить указанное расхождение [31]. Величина сечения в области интерференционного минимума очень чувствительна к весу  $D$ -волны в основном состоянии дейтрона. Поэтому, располагая надежными значениями однонуклонных амплитуд, из данных по рассеянию нуклонов и  $\pi$ -мезонов на дейтроне оказалось возможным определить вес  $D$ -волны в основном состоянии дейтрона с наибольшей точностью ( $p_D = 6,7\%$ ).

Перейдем теперь к рассмотрению рассеяния нуклонов высоких энергий на легких ядрах. Пренебрегая корреляцией между нуклонами в ядре и выбирая распределение однонуклонной плотности в гауссовой форме, амплитуду упругого рассеяния нуклона высокой энергии на ядре нетрудно найти в явном виде [14]:

$$F_{00}(q) = f(0) \sum_{n=1}^N (-1)^{n-1} \frac{1}{n} \binom{N}{n} \left[ \frac{\sigma(1-i\gamma)}{8\pi(a+\beta)} \right]^{n-1} e^{-\frac{a+\beta}{n} q^2}, \quad (5.5)$$

$$s(q) = e^{-\beta q^2}.$$

Слагаемые в (5.5), отвечающие более высоким степеням, т. е. более высоким кратностям столкновений, убывают с ростом  $q$  более медленно. При малых углах рассеяния основной вклад вносят столкновения низкой кратности, при больших углах рассеяния — столкновения высокой кратности. Если пренебречь вещественной частью однонуклонной амплитуды, то слагаемые

в (5.5) будут последовательно изменять знак. Поэтому в результате интерференции между отдельными слагаемыми (5.5) в угловой зависимости сечения должна наблюдаться дифракционная структура, а именно: при  $q = 0$  имеет место острый максимум, связанный с однократным рассеянием, первый минимум возникает

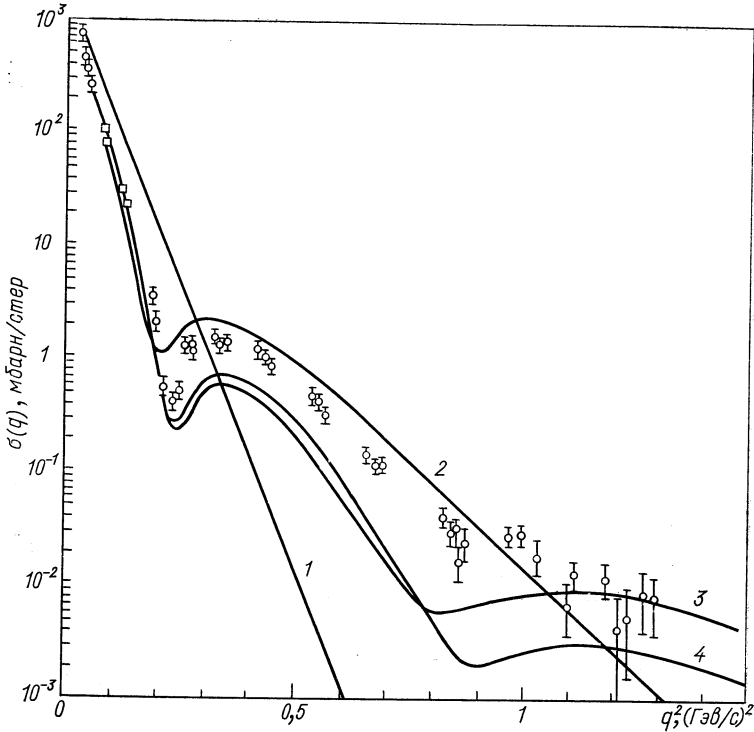


Рис.4. Зависимость дифференциального сечения упругого рассеяния протонов с энергией 1000 Мэв на ядре  $\text{He}^4$  от квадрата переданного импульса  $q^2$  [24]:

1 соответствует учету только однократного рассеяния (импульсное приближение); 2 — учету однократного и двухкратного рассеяния и т. д.

в результате интерференции однократного и двухкратного рассеяния, второй минимум — в результате интерференции двухкратного, трехкратного рассеяния и т. д.

На основе развитой дифракционной теории из данных экспериментов по упругому рассеянию нуклонов высоких энергий на ядрах возможно получение информации о структуре ядер, если известна амплитуда рассеяния нуклона при соответствующей энергии на свободном нуклоне. В ряде работ были проведены расчеты угловых распределений при рассеянии протонов с энер-

гией  $E = 1000 \text{ Мэв}$  на ядрах  $\text{He}^4$ ,  $\text{C}^{12}$ ,  $\text{O}^{16}$  и др. [24, 32, 33]. Результаты расчетов оказалось возможным хорошо согласовать с экспериментальными данными [34]. Указанное согласование позволило с наибольшей точностью определить вещественные части однонуклонных амплитуд [14, 15]. На рис. 4 представлено дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов с энергией

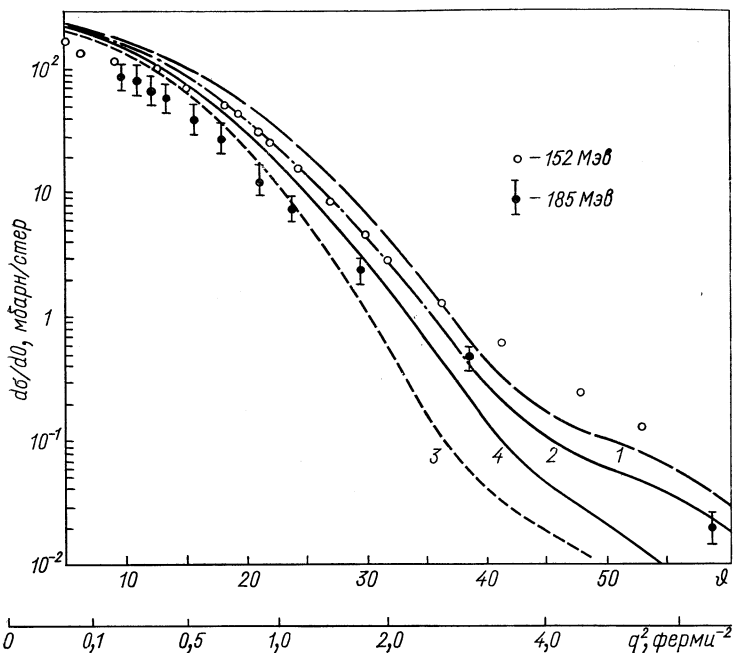


Рис. 5. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов при энергии 185 Мэв на ядре  ${}^6\text{Li}$  [36]:

1 соответствует оболочечной модели; 2, 3 и 4 — кластерной модели ядра  ${}^6\text{Li}$  при различных значениях параметров.

1000 Мэв на ядре  $\text{He}^4$  из [24]. Кривая 1 соответствует учету только однократного рассеяния, кривая 2 — учету однократного и двухкратного рассеяния и т. д. Из сопоставления результатов расчетов с данными эксперимента возможно определение размеров и формы ядер, распределения плотности нуклонов в ядрах. В работе [35] на основе анализа экспериментальных данных по рассеянию протонов на ядрах показано, что распределение плотности нуклонов в ядрах практически не отличается от распределения заряда.

В работе [36] на основе дифракционного анализа данных по упругому и неупругому рассеянию протонов при энергии 185 Мэв на ядрах  $\text{Li}^6$  исследовалась кластерная структура ядра  $\text{Li}^6$ .

Оказалось, что в рамках простой оболочечной модели нельзя объяснить наблюдаемую угловую зависимость при рассеянии протонов (так же, как и при рассеянии электронов высоких энергий [37]). Было рассмотрено упругое и неупругое рассеяние с возбуждением первого возбужденного уровня  $3^+$  ( $2,18 \text{ Мэв}$ ). Для описания состояний  $\text{Li}^6$  использовались кластерные волновые

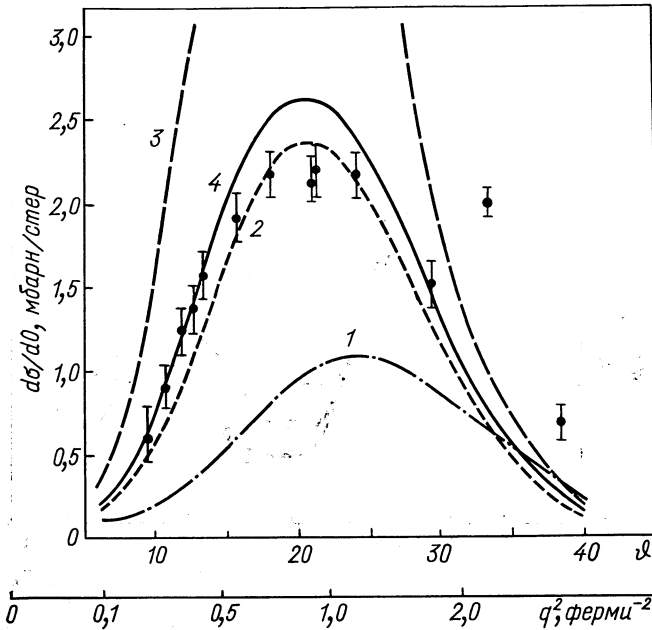


Рис. 6. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния протонов при энергии  $185 \text{ Мэв}$  на ядре  ${}^6\text{Li}$  с возбуждением состояния  $3^+$  ( $2,18 \text{ Мэв}$ ) [36]:

1 соответствует оболочечной модели, 2, 3 и 4 — кластерной модели ядра  ${}^6\text{Li}$  при различных значениях параметров.

функции с параметрами для  $d$ - и  $\alpha$ -кластеров, соответствующими значениям среднеквадратических радиусов для свободных частиц. На рис. 5 и 6 представлены результаты расчетов [36]. Хорошего согласия с экспериментальными данными [38] можно достичь при выборе для кластерного параметра  $x$  (отношения квадрата расстояния между кластерами к квадрату радиуса  $\alpha$ -частицы) значения  $0,45$ .

Влияние деформации ядра  $\text{C}^{12}$  на упругое и неупругое (с переходом ядра в первое возбужденное состояние) рассеяние протонов при энергии  $1000 \text{ Мэв}$  рассмотрено в работах [33, 39]. Были использованы одночастичные волновые функции для анизотроп-

ного осциллятора. На рис. 7 и 8 представлены результаты расчетов в предположении малой деформации [33]. Наилучшее согласие рассчитанного углового распределения упруго рассеянных протонов с экспериментальными данными достигается при значении параметра деформации  $\beta = 1,35$ . Найденное значение  $\beta$  затем

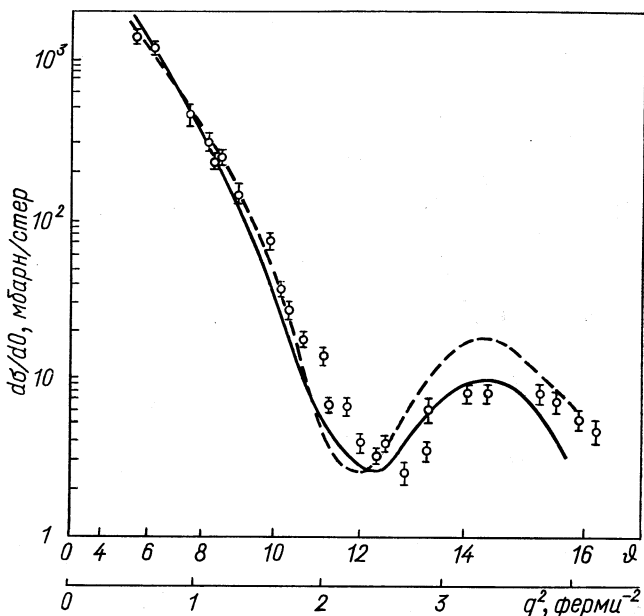


Рис. 7. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов при энергии  $1000 \text{ Мэв}$  на ядре  $^{12}\text{C}$  [33]:  
 --- соответствует оболочечной модели; — — — учету деформации ядра  $^{12}\text{C}$  при параметре деформации  $\beta = 1,35$ .

использовалось при расчете дифференциального сечения неупругого рассеяния. В результате получено лучшее, по сравнению со случаем сферически симметричного ядра, согласие с опытными данными.

Информацию о структуре ядер можно получать также, изучая суммарное сечение (4.12) неупругого рассеяния нуклонов ядрами. Поскольку при столкновении нуклона высокой энергии с ядром ядру передается только небольшая часть энергии, то при вычислении сечения можно воспользоваться условием полноты конечных ядерных состояний. В результате полное сечение неупругого рассеяния будет определяться только волновой функцией основного состояния ядра:

$$\sigma_{in}(q) = \sum_{f \neq 0} |F_{0f}(q)|^2. \quad (5.6)$$

Используя (4.4), в  $\sigma_{in}$  можно выделить в явном виде вклады столкновений различной кратности. При этом в угловом распределении выделяются области, в которых преобладает рассеяние той или иной кратности. Сравнение рассчитанных распределений с экспериментальными распределениями позволяет получать данные о распределении плотности в ядрах (радиусе ядер, толщине

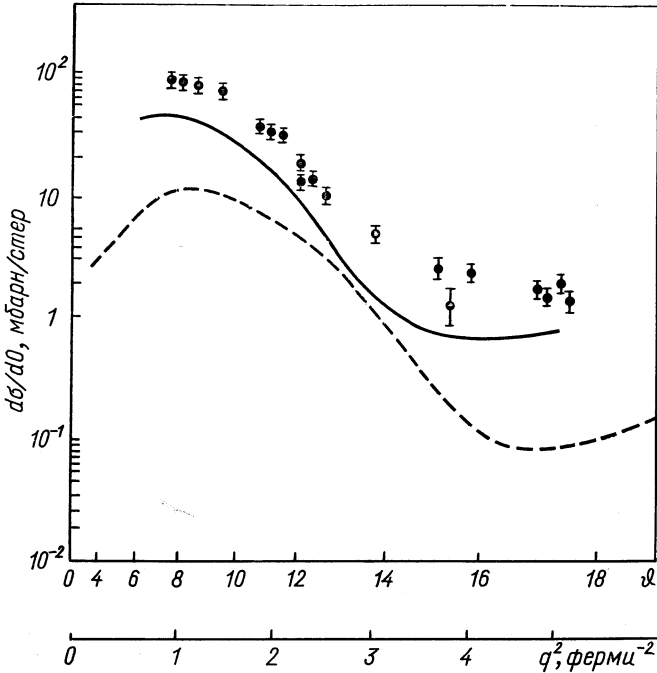


Рис. 8. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния протонов при энергии 1000 Мэв на ядре  $^{12}\text{C}$  с возбуждением состояния  $2^+$  (4,44 Мэв) [33]:

--- соответствует оболочечной модели; — учет деформации ядра при параметре деформации  $\beta = 1,35$ .

диффузного слоя, коэффициенты поглощения ядерного вещества и т. п.). На рис. 9 представлено сечение неупругого рассеяния протонов на ядре  $\text{C}^{12}$ , рассчитанное на основе дифракционной теории Глаубера [15], а также экспериментальные данные.

Приведенные примеры хорошего согласия расчетов, основанных на представлении о дифракционном характере процессов взаимодействия нуклонов и ядер, с экспериментальными дан-

ными, свидетельствуют о широких возможностях использования дифракционных ядерных процессов для изучения как структуры ядер, так и природы нуклон-нуклонных взаимодействий.

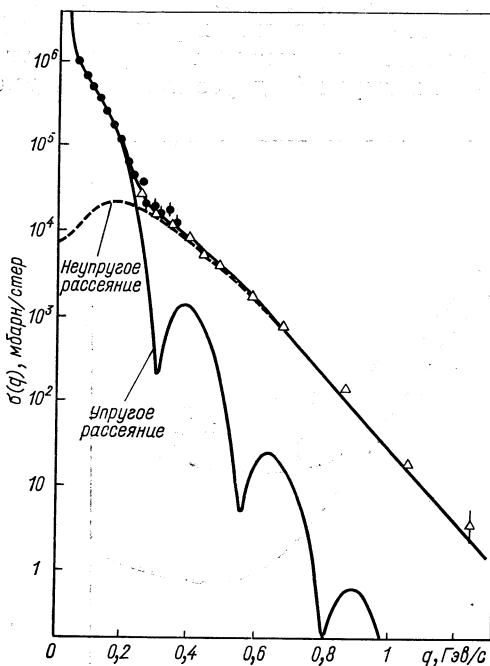


Рис. 9. Зависимость суммарного сечения рассеяния протонов с энергией примерно  $20 \text{ Гэв}$  на ядре  $^{12}\text{C}$  от величины переданного импульса  $q$  [15]:

— — — соответствует упругому рассеянию;  
 — — — соответствует неупругому рассеянию.

(4.4), в которой полную профилирующую функцию  $\omega_{(N)}(\rho)$  следует брать в виде (4.7). Если полностью пренебречь эффектами многократного рассеяния, т. е. в правой части (4.7) оставить только первую сумму, то для амплитуды получим следующее выражение:

$$F_{0f}(q) \approx \frac{ik}{2\pi} \int d\rho e^{iq\rho} \left( \Phi_f, \sum_i \omega_i(\rho - \rho_i) \Phi_0 \right). \quad (6.4)$$

Эта амплитуда соответствует плосковолновому импульсному приближению, в котором рассеяние на отдельных частицах рассматривается независимо, при этом полностью пренебрегаем влиянием остальных частиц на рассеяние.

В более совершенном варианте импульсного приближения при рассмотрении рассеяния на отдельной частице учет влияния

## 6. ЭФФЕКТЫ МНОГОКРАТНОГО РАССЕЯНИЯ И ИМПУЛЬСНОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ

Для описания взаимодействия нуклонов высоких энергий с ядрами часто используется также импульсное приближение [3], область применимости которого перекрывается с областью применимости дифракционного приближения.

Представляет интерес проведение сопоставления между указанными приближениями и выяснение основного различия между ними [18].

В дифракционном приближении амплитуда рассеяния нуклона на системе  $N$  связанных частиц определяется общей формулой

остальных сводится к введению искажения волновых функций рассеиваемой частицы. Амплитуду рассеяния, соответствующую импульсному приближению с учетом искажения волновых функций рассеиваемой частицы, можно получить из (4.4) следующим образом. Запишем профилирующую функцию (4.3) в виде:

$$\omega_{(N)} = \sum_i \omega_i \prod_{j=1}^{i-1} (1 - \omega_j) = \omega_N \prod_{j=1}^{N-1} (1 - \omega_j) + \omega_{N-1} \prod_{j=1}^{N-2} (1 - \omega_j) + \dots \\ \dots + \omega_2 (1 - \omega_1) + \omega_1. \quad (6.2)$$

Рассмотрим рассеяние на последней  $N$ -й частице и учтем влияние всех остальных частиц [первое слагаемое в сумме (6.2)] в предположении, что между частицами в рассеивающей системе отсутствует корреляция. Рассмотрим одночастичный переход в системе, связанный с изменением состояния  $N$ -й частицы, и будем считать, что состояние остальных частиц не изменяется. В этом случае влияние остальных частиц на рассеяние будет характеризоваться множителем в амплитуде, который с учетом тождественности частиц и нормировки одночастичных волновых функций можно записать в виде:

$$\left( \Phi_0, \prod_{j=1}^{N-1} (1 - \omega_j) \Phi_0 \right) = \left( 1 - \frac{1}{2\pi i k} \int d\mathbf{q}' e^{i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}_f}(\mathbf{q}') s(\mathbf{q}') \right)^{N-1}. \quad (6.3)$$

Считая, что  $N \gg 1$ , правую часть (6.3) можно представить в виде экспоненты

$$\left( \Phi_0, \prod_{j=1}^{N-1} (1 - \omega_j) \Phi_0 \right) \approx e^{2i\delta(\mathbf{q})}; \quad 2\delta(\mathbf{q}) = -\frac{\mu}{k} \int_{-\infty}^{\infty} dz \mathcal{V}(\mathbf{r}, z), \quad (6.4)$$

где  $\mathcal{V}(\mathbf{r}, z)$  — оптический потенциал:

$$\mathcal{V}(\mathbf{r}, z) = -\frac{N}{4\pi^2 \mu} \int d\mathbf{q}' e^{i\mathbf{q}' \cdot \mathbf{r}_f}(\mathbf{q}') s(\mathbf{q}') \quad (6.5)$$

( $\mu$  — приведенная масса рассеиваемой и рассеивающей частиц).

Если предположить, что последующие слагаемые в (6.2) вносят такой же вклад, как и первое слагаемое в амплитуду рассеяния, то

$$F_{0f}(q) \approx \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + 2i\delta(\mathbf{q})} \left( \Phi_f, \sum_i \omega_i (\mathbf{r} - \mathbf{r}_i) \Phi_0 \right). \quad (6.6)$$

Это выражение в точности соответствует амплитуде рассеяния в импульсном приближении с учетом искажения волн. Действительно, в высокоэнергетическом приближении можно показать, что

$$e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r} + 2i\delta(\mathbf{q})} \approx \psi_{\mathbf{k}^*}^*(\mathbf{r}) \psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}), \quad (6.7)$$

где  $\psi_{\mathbf{k}}(\mathbf{r})$  — волновая функция рассеиваемой частицы с определенным импульсом  $\mathbf{k}$  в поле оптического потенциала, создаваемого



всеми частицами рассеивающей системы, за исключением выделенной частицы.

Вывод формулы (6.6) основан на допущении, что все слагаемые в (6.2) вносят одинаковый вклад в амплитуду. На самом деле структура отдельных слагаемых в (6.2) существенно зависит от номера выделенной частицы  $i$ . Поэтому выражение (6.6) так же, как и (6.1), является недостаточно точным для амплитуды рассеяния (4.4). Найдем более точное выражение для амплитуды рассеяния, последовательно учитывающее эффекты многократного рассеяния при одночастичных переходах. Для этого запишем профилирующую функцию  $\omega_{(N)}$  в виде, симметризованном относительно всех рассеивающих частиц:

$$\omega_{(N)} = \sum_i \omega_i \left\{ 1 - \frac{1}{2!} \sum_{j \neq i} \omega_j + \frac{1}{3!} \sum_{j \neq k \neq i} \omega_j \omega_k - \dots \right. \\ \left. \dots + \frac{(-1)^{N-1}}{N!} \sum_{j \neq k \neq \dots \neq i} \omega_j \omega_k \dots \omega_n \right\}. \quad (6.8)$$

Простым переобозначением отдельные слагаемые в (6.8) могут быть сведены друг к другу. Если  $i = N$ , то непосредственной проверкой легко убедиться, что выражение в фигурных скобках в (6.8) можно записать в виде  $\int_0^1 dx \prod_{j=1}^{N-1} (1 - x\omega_j)$ . Поэтому в общем случае имеем

$$\omega_{(N)} = \sum_i \omega_i \int_0^1 dx \prod_{j=1}^{N-1} (1 - x\omega_j). \quad (6.9)$$

Пренебрегая корреляцией между рассеивающими частицами и считая  $N \gg 1$ , получаем

$$\left( \Phi_0, \int_0^1 dx \prod_{j=1}^{N-1} (1 - x\omega_j) \Phi_0 \right) \approx e^{i\delta(\varrho)} \frac{\sin \delta(\varrho)}{\delta(\varrho)}. \quad (6.10)$$

Таким образом, амплитуду рассеяния (4.4) приближенно можно представить в виде:

$$F_{of}(q) \approx \frac{ik}{2\pi} \int d\rho e^{i\mathbf{q}\rho + i\delta(\varrho)} \frac{\sin \delta(\varrho)}{\delta(\varrho)} \left( \Phi_f, \sum_i \omega_i (\rho - \rho_i) \Phi_0 \right). \quad (6.11)$$

Формула (6.11) в отличие от формул импульсного приближения (6.1) и (6.6) последовательно учитывает эффекты многократного рассеяния при одночастичных переходах.

В качестве иллюстрации применения развитого подхода и с целью количественной оценки эффектов многократного рассеяния рассмотрим упругое рассеяние протонов на ядре углерода

$C^{12}$  при энергиях 185 и 1000  $Mэв$ , для которых имеются экспериментальные данные. При расчете дифференциального сечения рассеяния воспользуемся в плосковолновом импульсном приближении формулой (6.1), в импульсном приближении с учетом искажения волн — формулой (6.6) и в дифракционном приближении — формулой (6.11).

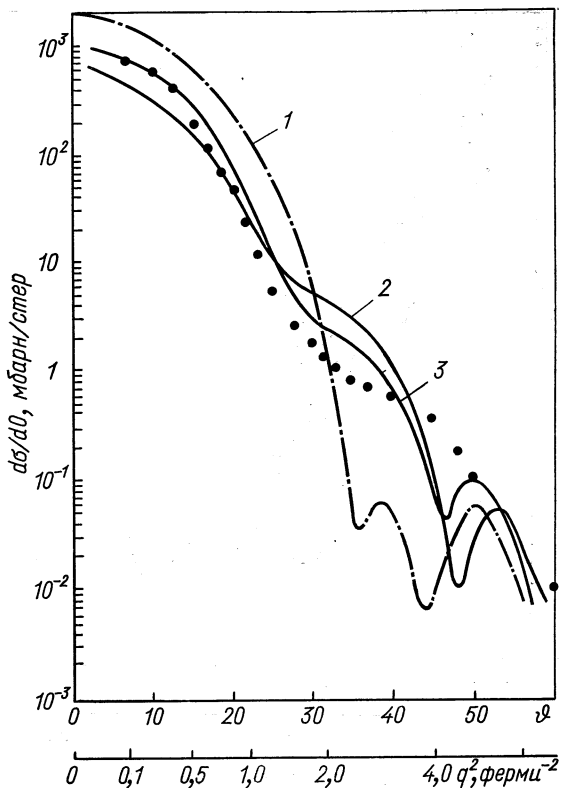


Рис. 10. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протоном с энергией 185  $Mэв$  на ядре  $^{12}C$ : 1 соответствует плосковолновому импульсному приближению; 2 — импульсному приближению с учетом искажения волн; 3 — дифракционному приближению.

Нуклон-нуклонную амплитуду выберем в виде (3.1), а значения параметров соответственно (3.2) и (3.3). Для описания основного состояния  $C^{12}$  используем осцилляторную оболочечную функцию с осцилляторным параметром  $\alpha = 0,609$  ферми $^{-1}$ .

Результаты численных расчетов для энергий 185 и 1000  $Mэв$  приведены соответственно на рис. 10 и 11. Кривые 1 изображают

дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное в плосковолновом импульсном приближении на основе формулы (6.1); кривые 2 — дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное в импульсном приближении с учетом искажения волн на основе формулы (6.6), и кривые 3 — дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное в дифракционном приближении на основе

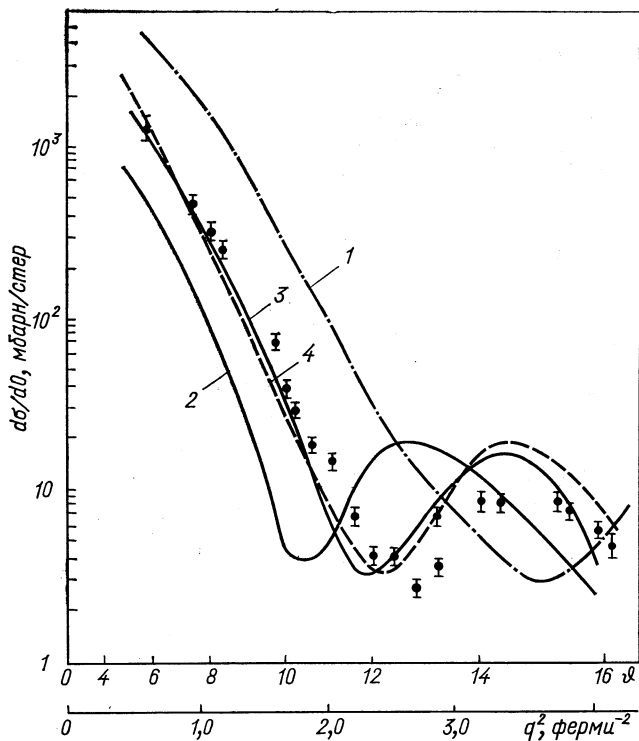


Рис. 11. Дифференциальное сечение упругого рассеяния протонов с энергией 1000 Мэв на ядре  $^{12}\text{C}$ :

1 соответствует плосковолновому импульсному приближению; 2 — импульсному приближению с учетом искажения волн; 3 — упрощенной формуле (6.11) дифракционного приближения; 4 — дифракционному приближению.

формулы (6.11). На рис. 11 приведено также (кривая 4) дифференциальное сечение рассеяния, рассчитанное на основе точной формулы дифракционного приближения (4.4). Точками изображены экспериментальные данные, заимствованные из работ [40, 34].

Как видно из приведенных рисунков в наилучшем согласии с экспериментальными данными находятся расчеты на основе

дифракционного приближения. (Результаты расчета на основе приближенной дифракционной формулы (6.11) и точной дифракционной формулы (4.4) практически не различаются.) Рассчитанные сечения на основе формул импульсного приближения существенно отличаются от результатов дифракционного приближения. В то время как плосковолновое импульсное приближение дает завышенное значение сечения при малых углах рассеяния, импульсное приближение с учетом искажения волн приводит к заниженным значениям сечения в области малых углов. Таким образом, если дифракционное приближение позволяет получать правильную величину сечения рассеяния при малых углах без введения каких-либо подгоночных параметров, то использование импульсных приближений приводит к значениям, сильно отличающимся по абсолютной величине. Заметим, что различие между указанными приближениями значительно больше при энергии 1000 *Мэв*.

### 7. НЕУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ НУКЛОНОВ С МАЛОЙ ПЕРЕДАЧЕЙ ИМПУЛЬСА

При рассмотрении неупругого рассеяния нуклонов на ядрах, сопровождающегося малой передачей импульса, удобно использовать формализм мультипольного разложения [10, 11]. Согласно (6.1) и (2.22), амплитуда рассеяния частицы системой связанных частиц в импульсном приближении может быть записана в виде:

$$F_{of}(q) = (\Phi_f, \sum_i e^{iq_0} f_i(\mathbf{q}) \Phi_0). \quad (7.1)$$

Так как в условиях применимости дифракционного приближения  $\mathbf{q}$  перпендикулярно  $\mathbf{k}$ , то в экспоненте, стоящей под знаком суммы в (7.1), плоский вектор  $\rho_i$  можно заменить на вектор  $\mathbf{r}_i$ . Считая рассеивающие частицы тождественными, амплитуду рассеяния (7.1) удобно непосредственно связать с оператором плотности частиц  $\hat{\rho}(\mathbf{r}) = \sum_i \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_i)$ :

$$F(q) \equiv \sum_i e^{iq_0} f_i(\mathbf{q}) = f(q) \int d\mathbf{r} e^{iq\mathbf{r}} \hat{\rho}(\mathbf{r}). \quad (7.2)$$

Разлагая плоскую волну, стоящую под знаком интеграла в (7.2), по сферическим функциям и вводя плотностной мультипольный момент системы посредством равенства

$$\mathfrak{M}_{lm}(q) = \int d\mathbf{r} j_l(qr) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) \hat{\rho}(\mathbf{r}), \quad (7.3)$$

нетрудно получить следующее разложение амплитуды рассеяния по мультиполям:

$$F_{of}(q) = 4\pi \sum_{lm} i^l Y_{lm}^*(\mathbf{n}_q) f(q) (\Phi_f, \mathfrak{M}_{lm}(q) \Phi_0). \quad (7.4)$$

Такое представление амплитуды удобно при рассмотрении переходов рассеивающей системы в дискретном спектре, так как отдельные мультиполи в (7.4) ответственны за переходы с определенными правыми отбора.

В общем случае при учете спиновых и изоспиновых степеней свободы взаимодействующих нуклонов двухнуклонную амплитуду следует выбирать в виде

$$f_i = \sum_{iu} (-1)^u (A^t + \mathbf{B}^t \boldsymbol{\sigma}_i) \tau^{t-u} \tau_i^{tu}, \quad t=0, 1, \quad (7.5)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}$  и  $\boldsymbol{\tau}$  — спиновые и изоспиновые матрицы ( $\tau^{tu}$  — сферический тензорный оператор в пространстве изотопического спина). Если амплитуда (7.5) задана в системе центра инерции двух нуклонов, то в (7.4) необходимо учесть добавочный множитель  $\mu'/\mu$ , где  $\mu$  — приведенная масса системы двух нуклонов и  $\mu'$  — приведенная масса системы нуклон — ядро. Комплексные коэффициенты  $A$  и  $B$ , входящие в амплитуду (7.5), являются матрицами в спиновом пространстве падающего нуклона и зависят от его энергии и переданного импульса  $q$ . При этом для описания неупругих переходов в ядрах кроме плотностного мультипольного момента (7.3) необходимо введение еще продольного спинового, электрического и магнитного мультипольных моментов  $\mathfrak{M}^L$ ,  $\mathfrak{M}^E$  и  $\mathfrak{M}^M$  [10].

Мультипольные моменты описываются неприводимыми тензорными операторами ранга  $l$  и  $t$  соответственно в обычном и зарядовом пространствах. При заданном значении  $l$  плотностной и электрический мультипольные моменты  $\mathfrak{M}$  и  $\mathfrak{M}^E$  характеризуются четностью  $(-1)^l$ , а продольный спиновый и магнитный мультипольные моменты  $\mathfrak{M}^L$  и  $\mathfrak{M}^M$  характеризуются противоположной четностью  $(-1)^{l+1}$ . Величина четности непосредственно связана с законом преобразования мультипольного оператора при пространственном отражении.

Будем характеризовать начальное состояние заданием квантовых чисел спина  $J$ , проекции спина  $M$ , изоспина  $T$  и проекции изоспина ядра  $N$ , проекции спина и изоспина рассеиваемого нуклона  $\mu$  и  $\nu$ ; соответствующие величины после рассеяния будем обозначать штрихами.

С помощью теоремы Вигнера — Эккарта в матричных элементах операторов мультипольных моментов нетрудно выделить явную зависимость от магнитных квантовых чисел. Вводя сокращенные обозначения для приведенных матричных элементов мультипольных операторов

$$I_{it}(q) \equiv \sqrt{\frac{4\pi}{(2J'+1)(2T'+1)}} \langle J'T' \| \mathfrak{M}_i^t \| JT \rangle, \quad (7.6)$$

окончательно получим следующее выражение для мультипольного разложения амплитуды рассеяния:

$$F_{of}(q) = (-1)^{v-v'} \frac{\mu'}{\mu} \sum_t \sum_{lm} i^l \sqrt{(2l+1)(2t+1)} \times \\ \times (JMlm | J'M') (TNtv - v' | T'N') \left( \frac{1}{2} vtv' - v \left| \frac{1}{2} v' \right. \right) \times \\ \times \left\{ [A_{\mu'\mu}^t I_{tt}(q) + B_{0,\mu'\mu}^t I_{tt}^L(q)] D_{0m}^{l*}(\mathbf{n}_q) + \right. \\ \left. + \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{\lambda=\pm 1} B_{\lambda,\mu'\mu}^t [\lambda I_{tt}^E(q) + I_{tt}^M(q)] D_{\lambda m}^{l*}(\mathbf{n}_q) \right\}. \quad (7.7)$$

Усредняя квадрат модуля амплитуды перехода (7.7) по начальным спиновым состояниям рассеиваемого нуклона и ядра и суммируя по конечным спиновым состояниям, можно получить следующую общую формулу для сечения рассеяния нуклона ядром:

$$d\sigma = \frac{2J'+1}{2J+1} \left( \frac{\mu'}{\mu} \right)^2 \frac{k'}{k} \sum_{t't'} \sum_l \eta_v (TNt0 | T'N) (TNt'0 | T'N) \times \\ \times \{ P_{t't'} I_{tt} I_{t't'}^* + Q_{t't'} I_{tt}^L I_{t't'}^{L*} + R_{t't'} [I_{tt}^E I_{t't'}^{E*} + I_{tt}^M I_{t't'}^{M*}] \} d\omega, \quad (7.8)$$

где введены обозначения

$$\eta_v = \begin{cases} 1 & v = 1/2; \\ (-1)^{t+t'} & v = -1/2; \end{cases} \\ P_{t't'} = \frac{1}{2} \text{Sp } A^t A^{t'†}; \quad Q_{t't'} = \frac{1}{2} \text{Sp } B_0^t B_0^{t'†}; \quad R_{t't'} = \frac{1}{2} \text{Sp } B_{\pm 1}^t B_{\pm 1}^{t'†}. \quad (7.9)$$

Коэффициенты  $P$ ,  $Q$  и  $R$  определяются двухнуклонным взаимодействием и зависят от энергии падающего нуклона и величины передаваемого импульса. Вся информация о структуре ядра, получаемая при изучении рассеяния нуклона ядром, содержится в приведенных матричных элементах мультипольных моментов.

Из вида (7.7) непосредственно следует, что для конкретных ядерных переходов имеют место следующие правила отбора по угловому моменту, четности и изоспину:

$$|J' - J| \leq l \leq J' + J; \quad \pi \pi_l = \pi'; \quad |T' - T| \leq t \leq T' + T; \\ N + v = N' + v', \quad (7.10)$$

где  $\pi$  и  $\pi'$  — четности начального и конечного состояний ядра и  $\pi_l$  — четность мультиполя. Последнее равенство выражает закон сохранения электрического заряда при рассеянии.

Согласно (7.8), интерференция между переходами различной природы или же различной мультипольности отсутствует. При фиксированных значениях спина и изоспина в начальном ( $J$  и  $T$ ) и конечном ( $J'$  и  $T'$ ) состояниях суммы в (7.8) содержат конечное число слагаемых, соответствующих правилам отбора (7.10).

При малых значениях  $q$  наибольшей вероятностью характеризуются переходы с наименьшей мультипольностью. С увеличением  $q$  начинают проявляться переходы с большей мультипольностью. Если  $qR \approx 1$ , где  $R$  — радиус ядра, то аддитивные сечения с различными значениями  $l$  становятся одного и того же порядка.

В случае упругого рассеяния нуклона на ядре спин, изотопический спин и четность ядра не изменяются ( $J' = J$ ,  $T' = T$  и  $\pi' = \pi$ ). Из условия сохранения четности и условия взаимности следует, что вклад в упругое рассеяние могут давать только четные плотностные мультиполи и нечетные продольные спиновые и магнитные мультиполи. Используя (7.8), нетрудно получить общую формулу для сечения упругого рассеяния протона на ядре. Для бесспинового ядра ( $J = J' = 0$ ) в силу правила сложения моментов возможны только плотностные монопольные переходы. Поэтому сечение упругого рассеяния на бесспиновом ядре определяется выражением

$$d\sigma = \left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 \left\{ P_{00} |I_{00}|^2 + \frac{N^2}{T(T+1)} P_{11} |I_{01}|^2 + \frac{2N}{\sqrt{T(T+1)}} \operatorname{Re} P_{01} I_{00} I_{01}^* \right\} d\omega. \quad (7.11)$$

Форм-факторы  $I_{00}$  и  $I_{01}$  непосредственно выражаются через плотности распределения нуклонов и изотопического заряда в ядре в основном состоянии и имеют дифракционную структуру с минимумами и максимумами. В предельном случае малых передаваемых импульсов ( $q \rightarrow 0$ ) величины  $I_{00}$  и  $I_{01}$  сводятся к числу нуклонов  $A$  в ядре и к удвоенному значению полного изотопического спина ядра:

$$I_{00}(q) = A \left( 1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle \right); \quad (7.12)$$

$$I_{01}(q) = 2 \sqrt{T(T+1)} \left( 1 - \frac{1}{6} q^2 \langle r^2 \rangle_1 \right),$$

где  $\langle r^2 \rangle$  и  $\langle r^2 \rangle_1$  — среднеквадратические радиусы плотностей распределения соответственно нуклонов и изотопического заряда в основном состоянии ядра.

Зная величины  $P_{tt'}$ , определяемые характером двухнуклонного взаимодействия, по данным упругого рассеяния нуклонов на ядрах можно получать непосредственные сведения о распределении нуклонов и изотопического заряда в ядрах. Если изотопический спин ядра в основном состоянии равен нулю, то сечение упругого рассеяния нуклона на ядре зависит только от распределения нуклонной плотности:

$$d\sigma = \left(\frac{\mu'}{\mu}\right)^2 P_{00} |I_{00}|^2 d\omega. \quad (7.13)$$

Согласно (7.12), сечение рассеяния нуклона на ядре в области малых углов по величине может во много раз превышать сечение рассеяния на отдельном нуклоне.

В случае рассеяния нуклонов на ядрах со спином, отличным от нуля, проявляется не только плотностное монополюсное взаимодействие, но и плотностное взаимодействие высшей мультипольности, а также продольное спиновое и магнитное взаимодействия.

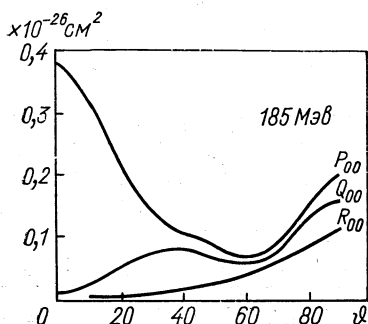


Рис. 12. Угловая зависимость скалярной  $P$ , векторной продольной  $Q$  и поперечной  $R$  частей нуклон-нуклонного взаимодействия для переходов без изменения изоспина.

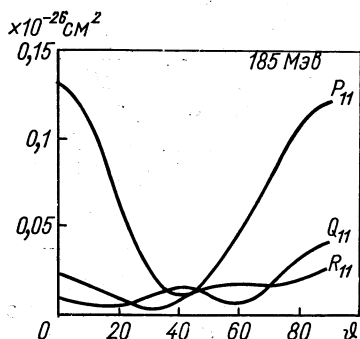


Рис. 13. Угловая зависимость скалярной  $P$ , векторной продольной  $Q$  и поперечной  $R$  частей нуклон-нуклонного взаимодействия для переходов с изменением изоспина.

При упругом рассеянии спин и четность ядра не изменяются, поэтому, согласно правилам отбора, возможны только четные плотностные мультипольные переходы  $0 \leq l \leq 2J$  и нечетные продольные спиновые и магнитные мультипольные переходы  $1 \leq l \leq 2J$ .

Для плотностных переходов добавка за счет квадрупольного взаимодействия возникает только при  $J \geq 1$ . В предельном случае малых передаваемых импульсов величина  $I_{20}(q)$  пропорциональна значению плотностного квадрупольного момента ядра  $Q^A$ . Вклад квадрупольного взаимодействия в сечение рассеяния наиболее существен в области минимума  $I_{00}(q)$ .

Если  $J = 1/2$ , то добавка к плотностному монополюсному переходу возможна только за счет дипольных продольного спинового и магнитного переходов. В предельном случае малых передаваемых импульсов величины  $I_{10}^L(q)$  и  $I_{10}^M(q)$  выражаются через значение момента ядра, связанного со спинами нуклонов. Относительный вклад плотностного, продольного спинового и магнитного взаимодействий в рассеяние под определенным углом зависит от угловой зависимости коэффициентов  $P$ ,  $Q$  и  $R$ . На рис. 12



и 13 представлены угловые зависимости коэффициентов  $P$ ,  $Q$  и  $R$  при энергии нуклона  $185 \text{ Мэв}$ , рассчитанные на основе экспериментальных данных.

Если  $J \geq 3/2$ , то вклад в сечение рассеяния будут давать продольные спиновые и магнитные моменты высшей мультипольности. В области минимума  $I_{10}^L(q)$  заметный вклад в продольную спиновую часть сечения может давать октупольный продольный спиновый момент  $I_{30}^L(q)$ , аналогично в области минимума  $I_{10}^M(q)$  будет проявляться октупольный магнитный момент  $I_{30}^M(q)$ . Использование ориентированных ядер и поляризованных нуклонов позволит получить добавочную информацию о свойствах основного состояния ядра.

Сечение неупругого рассеяния нуклона ядром, сопровождающегося переходом ядра из начального в некоторое возбужденное состояние с энергией в области дискретного спектра, определяется общей формулой (7.8). Мультиполи с  $t = 0$  ответственны за переходы, при которых изотопический спин ядра не изменяется ( $\Delta T = 0$ ). Мультиполи с  $t = 1$  ответственны за переходы, при которых изотопический спин ядра либо не изменяется [ $\Delta T = 0$ , но изоспин ядра должен быть отличным от нуля ( $T \neq 0$ )], либо изменяется на единицу ( $\Delta T = \pm 1$ ).

В случае малых передаваемых импульсов для произвольного плотностного мультиполя имеем  $\mathfrak{M}_i^t \sim q^l$ . Поэтому, зная зависимость форм-фактора от  $q$ , можно определить мультипольность перехода, а следовательно, и спины начального или конечного состояния ядра. Если относительная четность начального и конечного состояний ядра совпадает с  $(-1)^{J-J'}$ , то наибольший вклад в рассеяние дает мультиполь с  $l = |J - J'|$ , при этом угловая зависимость определяется матричным элементом

$$I_{it} \sim q^{|J-J'|}. \quad (7.14)$$

В частности, если  $J' = J$ , то главный вклад дает монополь. Так как при малых передаваемых импульсах

$$\mathfrak{M}_{00}^{00}(q) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \left\{ A - \frac{q^2}{6} \int d\mathbf{r} r^2 \hat{\rho}^{00}(\mathbf{r}) + \dots \right\} \quad (7.15)$$

и за неупругий переход ответствен вторым член разложения в (7.15), угловая зависимость будет определяться матричным элементом

$$I_{0t} \sim q^2.$$

Отметим, что к такой же угловой зависимости приводит и квадрупольный переход.

Если же относительная четность начального и конечного состояний ядра противоположна  $(-1)^{|J-J'|}$ , то наибольший вклад в рассеяние дает мультиполь с  $l = |J - J'| + 1$  и угловая

зависимость определяется матричным элементом

$$I_{lt} \sim q^{|J-J'|+1}. \quad (7.16)$$

Заметим, что для плотностных мультипольных переходов сечение неупругого рассеяния обращается в нуль при  $q = 0$ .

При электрических мультипольных переходах имеют место правила отбора:

$$|J - J'| \leq l \leq J + J', \quad l \geq 1, \quad \Delta\pi = (-1)^l.$$

Если относительная четность начального и конечного состояний совпадает с  $(-1)^{J-J'}$ , то главный вклад в рассеяние при малых  $q$  дает мультиполь с  $l = |J - J'|$  в случае  $J \neq J'$  и мультиполь с  $l = 2$  в случае  $J = J'$ .

При продольных спиновых и магнитных переходах справедливы правила отбора:

$$|J - J'| \leq l \leq J + J', \quad l \geq 0 \text{ для } L, \quad l \geq 1 \text{ для } M, \\ \Delta\pi = (-1)^{l+1}.$$

Если относительная четность начального и конечного состояний ядра совпадает с  $(-1)^{J-J'}$ , то главный вклад в рассеяние дают мультиполи с  $l = |J - J'| + 1$ , угловая зависимость определяется матричным элементом

$$I_{lt}^{L, M} \sim q^{|J-J'|}. \quad (7.17)$$

Если  $J = J' \neq 0$ , то  $I_{lt}^{L, M} \sim 1$ , в этом случае сечение рассеяния оказывается отличным от нуля и при  $q = 0$ . Если относительная четность начального и конечного состояний ядра противоположна  $(-1)^{J-J'}$ , то главный вклад дают мультиполи с  $l = |J - J'|$ , угловая зависимость определяется матричным элементом

$$I_{lt}^{L, M} \sim q^{|J-J'|-1}, \quad J \neq J'. \quad (7.18)$$

При  $J = J'$  допустимы значения  $l = 0$  для  $I_{lt}^L$  и  $l = 2$  для  $I_{lt}^M$ , при этом

$$I_{0t}^L, \quad I_{2t}^M \sim q.$$

Экспериментальные данные о возбуждении уровней легких ядер протонами с энергией 185 Мэв [38, 41] согласуются с указанными правилами.

Если спин ядра в начальном состоянии равен нулю ( $J = 0$ ), то возможны только переходы с мультипольностью  $l = J'$ . При относительной четности начального и конечного состояний, совпадающей с  $(-1)^{J'}$ , допустимы только плотностной и электрический переходы (продольный спиновый и магнитный переходы запрещены). При относительной четности начального и конечного состояний, противоположной  $(-1)^{J'}$ , наоборот, допустимы продольный

спиновый и магнитный переходы (плотностной и электрический переходы запрещены). Если же и  $J' = 0$ , то допустимым оказывается только плотностной монополюсный переход  $0^+ \rightarrow 0^+$  и продольный спиновый переход  $0^+ \rightarrow 0^-$ .

Для вычисления приведенных матричных элементов мультипольных операторов необходимо знать ядерные волновые функции. В настоящее время такие расчеты можно провести для различных ядерных моделей. При этом оказывается, что характер углового распределения и абсолютная величина сечения очень чувствительны к выбору модели. Поэтому сравнение рассчитанных величин с экспериментальными значениями может быть важным источником определения природы ядерных состояний.

При рассмотрении переходов системы с учетом многократного рассеяния амплитуду (6.11), как и в плосковолновом случае, также удобно разложить по мультипольным моментам. Выражая амплитуду рассеяния (6.11) через оператор плотности  $\hat{\rho}(\mathbf{r})$ , получаем

$$F(q) = \frac{ik}{2\pi} \int d\mathbf{r}' \left[ \int d\mathbf{x} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{x} + i\Phi(\mathbf{q}' + \mathbf{x})} \omega(\mathbf{x}) \right] e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}'} \hat{\rho}(\mathbf{r}'); \quad (7.19)$$

$$\Phi(\rho) = \delta(\rho) - i \ln \frac{\sin \delta(\rho)}{\delta(\rho)} \quad (7.20)$$

(взамен  $\rho$  введена новая переменная интегрирования  $\mathbf{x} = \rho - \rho'$ ). При интегрировании в правой части (7.19) эффективные значения  $x$  будут равны по порядку величины радиусу действия сил между частицами  $r_0$ , в то время как эффективные значения  $r'$  будут порядка размеров рассеивающей системы  $R$ . Если  $r_0 \ll R$ , то эффективные значения  $x$  будут значительно меньше эффективных значений  $r'$ . Поскольку фазовая функция  $\Phi(\rho)$  является плавной функцией своего аргумента, то ее можно разложить в ряд по степеням  $x$  и ограничиться учетом линейного слагаемого. В этом случае переменные в правой части (7.19) разделяются, и в результате найдем

$$F(q) = f(\tilde{q}) \int d\mathbf{r} e^{i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r} + i\Phi(\mathbf{q})} \hat{\rho}(\mathbf{r}), \quad (7.21)$$

где  $\tilde{q}$  — эффективное значение передаваемого импульса:

$$\tilde{q} \approx \mathbf{q} + \nabla_{\rho} \Phi(\rho) |_{\rho \approx R}.$$

Заметим, что отличие эффективного значения передаваемого импульса  $\tilde{q}$  от  $\mathbf{q}$  связано с учетом конечности радиуса действия сил. Замена в (7.21) эффективного значения  $\tilde{q}$  на  $\mathbf{q}$  соответствует приближению нулевого радиуса действия сил.

Используя (7.21), амплитуду перехода с учетом эффектов многократного рассеяния (6.11) нетрудно представить в виде, подобном (7.4), если мультипольный момент определить посред-

ством равенства

$$\tilde{\mathfrak{M}}_{lm}(q) = \int dr \varphi_{lm}(r) Y_{lm}(\mathbf{n}_r) \hat{\rho}(\mathbf{r}), \quad (7.22)$$

где функция  $\varphi_{lm}(r)$  связана с фазовой функцией  $\Phi(\mathbf{p})$  соотношением

$$\varphi_{lm}(r) = \sum_{l'l''} (-1)^{(l-l'+m)/2} \frac{(2l'+1)(2l''+1)}{(2l+1)} \frac{\sqrt{(l''-m)!(l''+m)!}}{(l''-m)!(l''+m)!} \times \\ \times (l'ol''o | lo) (l'ol''m | lm) j_{l'}(qr) \Phi_{l''}(r); \quad (7.23)$$

$$\Phi_l(r) = (-1)^{l/2} \int_0^1 dx P_l(x) e^{i\Phi(r\sqrt{1-x^2})}. \quad (7.24)$$

(В импульсном приближении с учетом искажения волн мультипольный момент также определяется выражением (7.22), при этом следует положить  $\Phi = 2\delta$ .)

Правила отбора по четности и угловому моменту при рассеянии с учетом эффектов многократного рассеяния остаются такими же, как и в случае плоскволнового приближения. Учет многократного рассеяния приводит к существенному изменению радиальной зависимости мультипольных моментов, а именно к замене сферических функций Бесселя  $j_l(qr)$  комплексными функциями  $\varphi_{lm}(r)$ , которые обуславливают в приведенных матричных элементах дополнительную зависимость от  $m$ .

В качестве иллюстрации использования мультипольного формализма рассмотрим неупругое рассеяние протонов высоких энергий на ядрах углерода  $C^{12}$ . Основное состояние  $C^{12}$  характеризуется квантовыми числами  $J = 0$ ,  $\pi = 1$  и  $T = 0$ . Так же, как и в случае упругого рассеяния, для описания ядра  $C^{12}$  будем использовать оболочечную модель с осцилляторным потенциалом.

Воспользуемся импульсным приближением с учетом искажения волн. Оптический потенциал, описывающий преломление и поглощение нуклонной волны внутри ядра, можно определить, считая, что преломление и поглощение обусловлены процессами многократного рассеяния, происходящими вследствие взаимодействия волны с отдельными нуклонами ядра. Оптический потенциал при этом выражается через амплитуду рассеяния нуклона на отдельном нуклоне и плотность распределения нуклонов в ядре. Для ядер, у которых в основном состоянии  $J = T = 0$ , вклад в оптический потенциал дает скалярная часть двухнуклонной амплитуды рассеяния, не зависящая от операторов спина и изоспина ядерного нуклона.

На рис. 14—17 представлены результаты расчетов сечений неупругого рассеяния протонов при энергии 185 Мэв на ядре  $C^{12}$

с возбуждением следующих состояний:

$$2^+T = 0 \text{ (4,44 Мэв); } \quad 0^+T = 0 \text{ (7,65 Мэв);}$$

$$3^-T = 0 \text{ (9,64 Мэв) и } 2^+T = 1 \text{ (16,11 Мэв).}$$

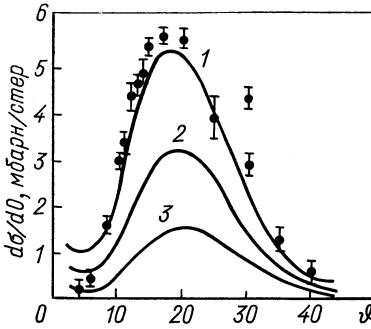


Рис. 14. Угловая зависимость сечения неупругого рассеяния протонов при энергии 185 Мэв на ядре  $^{12}\text{C}$  с возбуждением  $2^+ T = 0$  (4,4 Мэв)-состояния: 1 соответствует приближению хаотических фаз; 2 — приближению Тамма — Данкова; 3 — приближению независимых частиц.

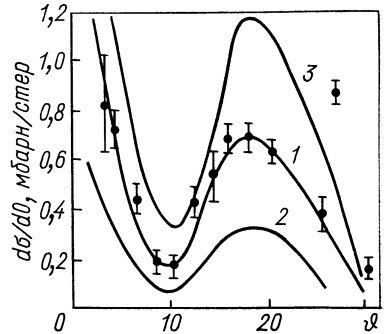


Рис. 15. Угловая зависимость сечения неупругого рассеяния протонов при энергии 185 Мэв на ядре  $^{12}\text{C}$  с возбуждением  $0^+ T = 0$  (7,65 Мэв)-состояния: 1 соответствует волновой функции (7,25); 2 — приближению Тамма — Данкова; 3 — приближению независимых частиц.

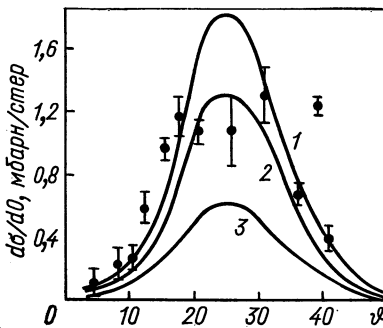


Рис. 16. Угловая зависимость сечения неупругого рассеяния протонов при энергии 185 Мэв на ядре  $^{12}\text{C}$  с возбуждением  $3^- T = 0$  (9,64 Мэв)-состояния: 1 соответствует приближению хаотических фаз; 2 — приближению Тамма — Данкова; 3 — приближению независимых частиц.

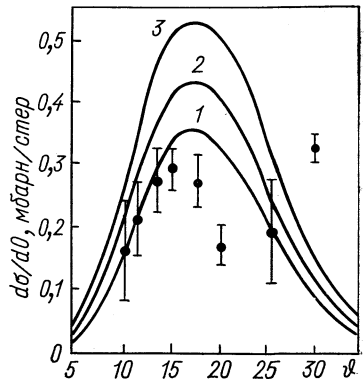


Рис. 17. Угловая зависимость сечения неупругого рассеяния протонов при энергии 185 Мэв на ядре  $^{12}\text{C}$  с возбуждением  $2^+ T = 1$  (16,11 Мэв)-состояния: 1 соответствует приближению хаотических фаз; 2 — приближению Тамма — Данкова; 3 — приближению независимых частиц.

Кривые 1 и 2 на этих рисунках отвечают оболочечной модели с остаточным взаимодействием: 1 соответствует приближению хаотических фаз (кроме  $0^+$ -состояния) и 2 — приближению Гамма — Данкова; кривая 3 соответствует приближению независимых частиц. Цифра 1 для  $0^+$ -состояния соответствует следующей волновой функции:

$$|0^+T=0\rangle = -0,321 |2s_{1/2}1s_{1/2}^{-1}\rangle + 0,947 |2p_{3/2}1p_{3/2}^{-1}\rangle, \quad (7.25)$$

которая получена из условия совпадения рассчитанного и экспериментального сечений. Более подробно описание используемых моделей дано в работе [10]. Из приведенных рисунков видно, что характер угловых зависимостей дифференциальных сечений и их абсолютные величины хорошо согласуются с экспериментальными значениями [41]. Расчет сечений неупругих переходов с возбуждением состояний  $1^+T=0$  (12,71 Мэв) и  $1^+T=1$  (15,11 Мэв) также приводит к правильной угловой зависимости, однако абсолютные значения сечений примерно в 4 раза превосходят экспериментальные значения [41]. Как правило, оболочечная модель с остаточным взаимодействием (приближение хаотических фаз) дает лучшее согласие с экспериментом по сравнению с другими моделями ядра, что находится в соответствии с результатами расчетов сечений неупругого рассеяния быстрых электронов на ядрах [42].

Мультипольный формализм был использован также при рассмотрении рассеяния быстрых  $\pi$ -мезонов на ядрах [43].

\* \* \*

Рассмотренные примеры показывают, что процессы упругого и неупругого рассеяния нуклонов высоких энергий на ядрах хорошо описываются на основе дифракционного подхода, учитывающего эффекты многократного рассеяния. В рамках дифракционной теории получили удовлетворительное объяснение многочисленные эксперименты, в которых изучалось взаимодействие при высоких энергиях не только нуклонов, но и  $\pi$ -мезонов и других сильновзаимодействующих частиц с ядрами. Установление дифракционного характера ядерного взаимодействия при высоких энергиях позволяет использовать указанные процессы для изучения структуры ядер. Учет дифракционного характера взаимодействия при высоких энергиях позволяет также из данных по взаимодействию адронов высоких энергий с ядрами получать сведения о характере адрон-нуклонного взаимодействия. Интересные возможности использования адронов высоких энергий для изучения структуры ядер и природы ядерных взаимодействий рассмотрены в работе [44].

## ЛИТЕРАТУРА

1. De Forest T., Walecka J. *Adv. Phys.*, 1966, 15, 1.
2. Ситенко А. Г. Лекции на III Всесоюзной школе по ядерной физике в Хумсане, 1967 (Структура ядра, Ташкент, Изд-во АН УзССР, 1969, с. 91).
3. Kerman A. K., McManus H., Thaler R. M. *Ann. Phys.*, 1959, 8, 551.
4. Nishida Y. *Nucl. Phys.*, 1963, 43, 598.
5. Haubron R. M., McManus H. *Phys. Rev.*, 1964, 136B, 1730; 1965, 140B, 638.
6. Haubron R. M., Johnson M. B., Metzger R. J. *Phys. Rev.*, 1967, 156, 1136.
7. Lee H. K., McManus H. *Phys. Rev.*, 1967, 161, 1087.
8. Haubron R. M. *Nucl. Phys.*, 1969, A124, 662.
9. Банник Б. П., Любошиц В. Л., Подгорецкий М. И. Препринт ОИЯИ, Дубна, P-2881, 1966.
10. Ситенко А. Г., Доценко И. С., Фурса А. Д. «Укр. физ. ж.», 1971, 16, 555.
11. Ситенко А. Г., Фурса А. Д., Доценко И. С. «Укр. физ. ж.», 1971, 16, 881.
12. Ситенко А. Г. «Укр. физ. ж.», 1959, 4, 152.
13. Glauber R. *Lectures in Theoretical Physics*, ed. W. Brittin and L. Dunham. Interscience Publishers, N. Y., 1959, p. 315.
14. Glauber R. *High Energy Physics and Nuclear Structure*, ed. G. Alexander, NHRС, Amsterdam, 1967, p. 311.
15. Glauber R. *High Energy Physics and Nuclear Structure*, ed. S. Devons, Plenum Press, N. Y., 1970, p. 207.
16. Ситенко А. Г. «Вест. АН УССР», 1971, 12, 9.
17. Ситенко А. Г. Лекции на IV Всесоюзной школе по ядерной физике в Киеве, 1968 (Тезисы лекций, Изд-во Киевск. ун-та, 1968).
18. Ситенко А. Г., Доценко И. С. «Ядерная физика», 1973, 17, 67.
19. Osborn T. A. *Ann. Phys.*, 1970, 58, 417.
20. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Квантовая механика*. М., Физматгиз, 1963.
21. Ситенко А. Г., Пересыпкин В. В. *ТМФ*, 1972, 13.
22. Бельский С. *ЖЭТФ*, 1956, 30, 983; 1957, 33, 1248.
23. Гришин В., Сантов И. *ЖЭТФ*, 1957, 33, 1051.
24. Bassel R., Wilkin C. *Phys. Rev.*, 1968, 174, 1179.
25. Ахиезер А. И., Померанчук И. Я. *УФН*, 1949, 39, 153.
26. Ахиезер А. И., Ситенко А. Г. «Укр. физ. ж.», 1958, 3, 16.
27. Шапиро И. С. *УФН*, 1961, 75, 61.
28. Glauber R. *Phys. Rev.*, 1955, 100, 242.
29. Ситенко А. Г. *ЖЭТФ*, 1959, 36, 1419.
30. Bennett G. e.a. *Phys. Rev. Lett.*, 1967, 19, 387.
31. Franco V., Glauber R. *Phys. Rev. Lett.*, 1968, 22, 370.
32. Czyz W., Lesniak L. *Phys. Rev. Lett.*, 1967, 24B, 227.
33. Доценко И. С., Фурса А. Д. «Ядерная физика», 1973, 17.
34. Palevsky H. e.a. *Phys. Rev. Lett.*, 1967, 18, 1200.
35. Glauber R., Matthiae G. *Nucl. Phys.*, 1970, B21, 135.
36. Доценко И. С., Фурса А. Д. «Ядерная физика», 1973, 17.
37. Kuderyarov Yu. A. e.a. *Nucl. Phys.*, 1971, A163, 316.
38. Huteheon R. M., Sundberg O., Tibell G. *Nucl. Phys.*, 1970, A154, 261.
39. Lesniak H., Lesniak L. *Nucl. Phys.*, 1971, B25, 525.
40. Johansson A., Svanberg V., Hodgson P. E. *Arkiv for Fysik*, 1961, 19, 541.
41. Hasselgren D. e.a. *Nucl. Phys.*, 1965, 69, 81.
42. Gillet V., Melkanoff M. A. *Phys. Rev.*, 1964, 133B, 1190.
43. Ситенко А. Г., Доценко И. С., Фурса А. Д. «Укр. физ. ж.», 1971, 16, 1676.
44. Czyz W. *High Energy Scattering from Nuclei*, Preprint 697/PL/PH, Cracow 1970.