

УДК 539.14+539.117.2

КВАЗИУПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ И СТРУКТУРА ЯДРА

Г. М. Ваградов

Институт ядерных исследований
АН СССР, г. Москва

В. В. Горчаков

Дальневосточный государственный
университет, г. Владивосток

Рассматривается задача о неупругом столкновении электронов с ядрами на основе теории многих тел без использования модельных приближений. Исследуются общие свойства ядерного среднего поля для квазичастиц, которое вследствие коррелятивных взаимодействий оказывается комплексным и зависящим от энергии. Качественно объясняется характер спектра остаточного ядра в $(e, e'p)$ -реакциях и предлагается феноменологический подход к описанию дырочных возбуждений. Кратко рассматриваются эффекты перерассеяния и $(e, e'n)$ -реакции.

Inelastic electron-nuclear collisions are considered by the many-body theory without using any model approaches. The general properties of the average nuclear potential for quasi-particles are investigated. The potential is complex and depends upon the energy because of the correlative interactions. The spectrum of the residual nuclei in $(e, e'p)$ -reaction is explained qualitatively and the phenomenological description of the hole excitations is suggested. The effects of the internucleon forces and $(e, e'n)$ -reactions are considered in short.

ВВЕДЕНИЕ

Один из важных методов исследования ядерной структуры — изучение столкновения электронов с ядрами. И хотя преимущества этого направления в физике ядра давно известны [1, 2], тем не менее только в последние годы благодаря развитию экспериментальной техники появились возможности весьма тонких измерений в реакциях с электронами. Уже первые опыты [3] по квазиупругому $(e, e'p)$ -рассеянию указали на неожиданно сложную природу глубоких «дырочных» состояний ядра. Оказалось, что наблюдаемые уровни обладают значительной шириной и располагаются много ниже предсказываемых моделью оболочек [4—6]. Правда, отдельные противоречия с моделью оболочек были известны и из других экспериментов, но до опытов по квазиупругому

выбиванию протонов с нижних уровней в $(e, e' p)$ - и $(p, 2p)$ -реакциях [7] они не казались столь важными. Именно данные по квазиупругому выбиванию протонов остро поставили вопрос о необходимости развития более строгих методов в теории ядра, чем известные модельные приближения. Настоящий обзор посвящен изложению нового подхода [8, 9], в котором предлагается объяснение наблюдаемых в квазиупругих $(e, e' p)$ -процессах отклонений от оболочечной модели. Этот подход основан на полевых методах теории многих тел и его преимущество заключается в том, что с самого начала не используются какие-либо модельные представления о структуре ядра. При этом вводятся только непринципиальные упрощения, связанные в основном с соображениями краткости изложения. Так, ограничимся рассмотрением только кулоновских сил между электроном и ядром и пренебрежем взаимодействием с полем излучения.

Применение полевых методов позволяет установить общие связи между различными наблюдаемыми характеристиками ядерной системы. В нашей задаче это приводит к качественному объяснению особенностей в спектре дырочных возбуждений. Что касается количественного описания, то здесь по-прежнему остаются известные трудности, свойственные проблеме многих тел в целом. Поэтому анализ опытных данных и сравнение с результатами точной теории может дать ценную информацию о роли тех или иных взаимодействий внутри ядра.

В разд. 1, носящем вводный характер, задача рассеяния электронов на ядрах формулируется на языке полевой теории многих тел. Приводятся соотношения, связывающие различные наблюдаемые величины с полевыми функциями. В разд. 2 реакция квазиупругого выбивания протонов рассматривается для случая высоких переданных энергий. Здесь для качественного объяснения положения и ширины дырочных уровней используется метод проекционных операторов в форме, несколько отличной от обычно применяемой в теории ядерных реакций [10]. В этом подходе четко выявляются различия с моделью оболочек, хотя окончательные результаты и малоприспособны для практических расчетов. В разд. 3 излагается метод описания того же процесса, но уже на основе теории функций Грина, что оказывается наиболее удобным для перехода (после ряда упрощений) к феноменологии. В разд. 4 показывается, что энергетическая зависимость и комплексность среднего поля для квазичастиц позволяет тем не менее использовать аппарат, близкий к оболочечной модели. В разд. 5 кратко рассматривается приближение, с помощью которого учитываются эффекты перерасеяния возбужденного протона и связанная с ними реакция выбивания нейтрона.

Не будем здесь намеренно останавливаться на изложении деталей, связанных с кинематикой процессов рассеяния электронов:

по этим вопросам уже имеются достаточно полные обзоры [2, 11]. Наша цель — привлечь внимание к той новой информации о структуре ядра, которую можно извлечь из новых экспериментальных данных по реакциям выбивания нуклонов [12, 13].

1. ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Для установления общих связей между наблюдаемыми сечениями и полевыми величинами, характеризующими ядерную систему, представим полный гамильтониан задачи о столкновении электронов с ядрами в виде $H_T = H + H_e + V$, (H — гамильтониан внутреннего движения нуклонов и ядра как целого; H_e — гамильтониан свободного движения электрона; V — его взаимодействие с ядром). Вследствие относительно малой роли радиационных эффектов в рассматриваемых процессах в гамильтониане V можно оставить только кулоновское взаимодействие и записать в представлении вторичного квантования

$$V = \int dx dy v_c(x, y) \hat{\rho}(x) \hat{\rho}_e(y),$$

где x и y — совокупности спиновых и пространственных координат соответственно протона и электрона ($x = (\sigma, \mathbf{r})$; $\int dx \equiv \sum_{\sigma} \int d\mathbf{r}$); v_c — кулоновский потенциал; $\hat{\rho}(x)$ и $\hat{\rho}_e(x)$ — операторы плотности протонов и электронов ($\hat{\rho}(x) = \bar{\psi}(x) \psi(x)$; $\bar{\psi}$ и ψ — операторы рождения и уничтожения протона).

Выделим главные эффекты, пропорциональные заряду ядра, и определим взаимодействие в упругом канале

$$V_0 = \int dx dy v_c(x, y) \rho_0(x) \hat{\rho}_e(y),$$

где $\rho_0(x) = \langle | \hat{\rho}(x) | \rangle$ — плотность распределения заряда ядра в основном состоянии $| \rangle$. Тогда уравнение задачи рассеяния можно записать в виде *

$$\Psi = \Phi_{0k} + \frac{1}{E_k - H - H_e + i\alpha} (V - V_0) \Psi. \quad (1)$$

Здесь Φ_{0k} — вектор «начального» состояния, отвечающий упруго рассеянному электрону: $(E_k - H_e - V_0)\Phi_{0k} = 0$; $\Phi_{0k} = \alpha_k^{\dagger} | \rangle$; E_k — энергия падающего электрона (отсчет энергии ведется от энергии основного состояния ядра-мишени, т. е. $H | \rangle = 0$); α_k^{\dagger} — оператор рождения электрона с импульсом \mathbf{k} в поле невозбужденного ядра.

* Используется система единиц: $\hbar = c = 1$.

Из (1) следует, что для описания неупругих процессов можно воспользоваться теорией возмущений по взаимодействию V , но с «искаженными» кулоновским полем волновыми функциями электронов. Так, переход с возбуждением ядра в состояние $|n\rangle$ ($H|n\rangle = \omega_n|n\rangle$) в первом порядке по V определяется матричным элементом $V_{k, n k'} = \langle \Phi_{nk'} | V | \Phi_{0k} \rangle$. Вектор состояния $\Phi_{nk'}$ удовлетворяет уравнению

$$(E_{k'} - \omega_n - H_e - V_0) \Phi_{nk'} = 0,$$

где $E_{k'}$ и k' — энергия и импульс электрона после столкновения. Отсюда получаем $\Phi_{nk'} = \alpha^+_{k'} |n\rangle$ и, следовательно, амплитуда $V_{k, n k'}$ запишется в виде

$$V_{k, nk'} = \int dx dy v_c(x, y) \rho_n(x) \phi_{k'}^+(y) \phi_k(y);$$

$$(\rho_n(x) = \langle n | \hat{\rho}(x) | \rangle), \quad (2)$$

где $\phi_k(y)$ — волновая функция электрона с импульсом k , движущегося в кулоновском поле ядра-мишени.

Поскольку нас интересуют процессы с высокоэнергичными электронами до и после столкновения (порядка нескольких сот мегаэлектронвольт), то волновые функции $\phi_k(y)$ в хорошем приближении можно считать плоскими волнами. Учитывая это и переходя в (2) к фурье-представлению v_c , получаем

$$V_{k, nk'} = \frac{4\pi^2 e^2}{q^2} \int dx \rho_n(x) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \quad (x = (\sigma, \mathbf{r})),$$

где e — заряд электрона; $\mathbf{q} = \mathbf{k} - \mathbf{k}'$ — переданный импульс. Дифференциальное сечение процесса с возбуждением ядра в состояние $|n\rangle$ и вылетом электрона с энергией $E_{k'}$ в телесный угол $\Omega_{k'}$ выражается $V_{k, nk'}$ и имеет вид [2]:

$$\frac{d^2\sigma_n}{dE_{k'} d\Omega_{k'}} = K(\mathbf{k}, \mathbf{q}, \omega) R_{k, nk'}; \quad R_{k, nk'} =$$

$$= \left| \int dx \rho_n(x) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \right|^2 \delta(\omega - \omega_n). \quad (3)$$

Здесь $\omega = E_k - E_{k'}$ — переданная энергия; K — известный кинематический множитель; $R_{k, nk'}$ — величина, определяющая ядерный переход.

Для значений ω , превышающих энергию отделения нуклона, и в условиях, когда на опыте определяются только конечный импульс и энергия электрона, в сечение полного неупругого рассеяния войдет величина

$$R_{kk'} = \sum_n \left| \int dx \rho_n(x) \exp(-i\mathbf{q}\mathbf{r}) \right|^2 \delta(\omega - \omega_n) =$$

$$= \int dx dx' \langle |\hat{\rho}(x) \delta(\omega - H) \hat{\rho}(x')| \rangle \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')]. \quad (4)$$

Здесь под знаком суммы следует понимать суммирование по дискретным состояниям ядра и интегрирование по сплошному спектру.

Величину $R_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$ можно выразить через двучастичную функцию Грина, определяемую следующим образом:

$$G(1, 2, 3, 4) = \langle | T(\psi(1)\psi(2)\bar{\psi}(3)\bar{\psi}(4)) | \rangle,$$

где цифрами обозначается совокупность координат x и времени t ($1 \equiv (x_1, t_1)$), а под знаком t -произведения стоят операторы ψ в гайзенберговском представлении [$\psi(1) = \exp(iHt_1)\psi(x_1)\exp(-iHt_1)$]. Приравнивая здесь $(x_1, t_1) = (x_3, t_3)$ и $(x_2, t_2) = (x_4, t_4)$, по определению t -произведения будем иметь:

$$G(1, 2, 3, 4)_{\substack{3 \rightarrow 1 \\ 4 \rightarrow 2}} = -\theta(\tau_{12}) \langle | \hat{\rho}(x_1) \exp(-iH\tau_{12}) \hat{\rho}(x_2) | \rangle - \\ - \theta(-\tau_{12}) \langle | \hat{\rho}(x_2) \exp(iH\tau_{12}) \hat{\rho}(x_1) | \rangle; \\ \tau_{12} = t_1 - t_2; \theta(\tau) = \begin{cases} 1 (\tau > 0); \\ 0 (\tau < 0). \end{cases}$$

Эта функция с точностью до численного множителя совпадает с выражением для поляризационного оператора $\Pi(1, 2)$ [14]. Переходя к фурье-представлению по разности времен τ_{12} , получаем

$$\Pi(x_1, x_2, \omega) = i \int d\tau_{12} G(1, \dots, 4) \exp(i\omega\tau_{12})_{\substack{1 \rightarrow 3 \\ 2 \rightarrow 4}} = \\ = \left\langle \left| \hat{\rho}(x_1) \frac{1}{\omega - H + i\alpha} \hat{\rho}(x_2) \right| \right\rangle - \left\langle \left| \hat{\rho}(x_2) \frac{1}{\omega + H - i\alpha} \hat{\rho}(x_1) \right| \right\rangle.$$

Отсюда формулу (4) можно записать через протонный поляризационный оператор Π :

$$R_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int dx dx' \Pi(x, x', \omega) \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')]. \quad (5)$$

Установим также связь между величиной $R_{\mathbf{k}\mathbf{k}'}$, вершинной функцией Γ и одночастичной функцией Грина $G(1, 2) = -i \langle | T(\psi(1)\psi(2)) | \rangle$. Как известно [15], Γ определяется соотношением

$$\int d2' d3' G(1, 2') \Gamma(2, 2', 3') G(3', 3) = G(1, 3) G(2, 2) - G(1, 2, 3, 2) \\ \left(\int d1 \equiv \int_{-\infty}^{+\infty} dt_1 \int dx_1 \right). \quad (6)$$

Переходя здесь к фурье-представлению по временам, легко затем получить выражение для R :

$$R_{\mathbf{k}\mathbf{k}'} = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \int \frac{d\varepsilon}{2\pi i} \int dx dx' dx_1 dx_2 \times \\ \times \Gamma(x', x_1, x_2, \omega, \varepsilon) G(x_2, x, \varepsilon - \omega) \exp[i\mathbf{q}(\mathbf{r} - \mathbf{r}')], \quad (7)$$

где G и Γ — протонные одночастичная и вершинная функции. Диаграммное соотношение между поляризационным оператором Π и функциями G и Γ дано на рис. 1.

Как это следует из (4), при значениях ω , ниже границы сплошного спектра собственных состояний ядра, формулы (5) и (7) определяют переходы с возбуждением отдельных дискретных уровней n . Исследование таких процессов представляет интерес для ядерной спектроскопии низколежащих уровней [2]. В области значений ω , выше этой границы, в $R_{kk'}$ войдет бесконечное число

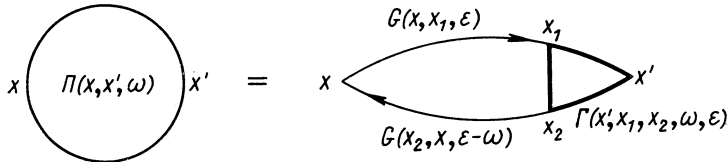


Рис. 1. Графическое представление поляризационного оператора через вершину Γ и пропагатор G .

состояний сплошного спектра. В этом случае из полного сечения неупругого рассеяния можно извлечь информацию о группах состояний, выделенных по каким-либо признакам.

Чтобы описать тот или иной конкретный процесс, можно воспользоваться известным из теории поля методом рассеяния диаграмм [16]. В применении к нашей задаче этот метод состоит в следующем: для нахождения вероятности парциального перехода необходимо расщепить диаграмму поляризационного оператора на две части в местах, соответствующих искомому процессу, а затем перейти на массовую поверхность. Так, для процесса с возбуждением частично-дырочного состояния необходимо провести сечение в тех диаграммах, две части которых соединены линиями частицы и дырки. Эти линии могут быть как протонными, так и нейтронными. Легко показать, что если формально функцию Γ в поляризационном операторе Π разложить в ряд по взаимодействию нуклонов и провести по одному такому сечению в каждой из диаграмм, то в результате получим выражение для вероятности перехода с возбуждением частично-дырочного состояния:

$$R_{k, \lambda \lambda' k'}^{(i)} = \left| \int dx dx' dx'' \psi_{i\lambda}^{\dagger}(x') \times \right. \\ \left. \times \Gamma_i(x, x', x'', \omega, \epsilon_{i\lambda}^{(\pm)}) \varphi_{i\lambda'}(x') \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \right|^2 \delta(\omega - \epsilon_{i\lambda}^{(\pm)} + \epsilon_{i\lambda'}), \quad (8)$$

где $i = n, p$; $\varphi_{i\lambda}$ и $\psi_{i\lambda}$ — протонные ($i = p$) или нейтронные ($i = n$) волновые функции соответственно дырок и частиц:

$$\varphi_{i\lambda}(x) = \langle \Phi_{i\lambda} | \psi_i(x) \rangle; \quad H\Phi_{i\lambda} = -\epsilon_{i\lambda}\Phi_{i\lambda}; \\ \psi_{i\lambda}(x) = \langle \psi_i(x) | \Psi_{i\lambda} \rangle; \quad H\Psi_{i\lambda} = \epsilon_{i\lambda}^{(\pm)}\Psi_{i\lambda}.$$

Если ядро-мишень содержит A нуклонов, то $\Phi_{i\lambda}$ относится к системе из $A - 1$, $\Psi_{i\lambda}$ — из $A + 1$ нуклонов. Функции $\varphi_\lambda(x)$ и $\psi_\lambda(x)$ имеют простой физический смысл: $\varphi_\lambda(x) = \langle \Phi_\lambda | \psi(x) \rangle$ есть амплитуда вероятности найти в основном состоянии ядра из A нуклонов один нуклон в точке x , а остальные $A - 1$ — в состоянии Φ_λ ; $\psi_\lambda(x) = \langle \psi(x) | \Psi_\lambda \rangle$ — амплитуда вероятности найти в состоянии Ψ_λ нуклон в точке x , а остальные $A - 1$ — в основном состоянии $|\rangle$. Из определения этих функций следует, что они не образуют полного ортонормированного набора. В оболочечной модели $\psi_\lambda(x)$ и $\varphi_\lambda(x)$ совпадают с волновыми функциями частицы и дырки в среднем поле. В реальных же ядрах как основное $|\rangle$, так и возбужденные состояния Φ_λ и Ψ_λ являются сложными суперпозициями оболочечного базиса векторов и только для возбужденный вблизи поверхности Ферми $\varphi_\lambda(x)$ можно считать волновой функцией квазичастицы в среднем поле [17]. С увеличением энергии возбуждения понятие квазичастицы теряет смысл из-за возрастания роли коррелятивных взаимодействий.

Из определения функций $\varphi_\lambda(x)$ и $\psi_\lambda(x)$ следует, что они отличны от нуля для всех состояний Φ_λ и Ψ_λ , которые нельзя классифицировать на одно- и многочастичные, не прибегая к дополнительным физическим соображениям.

Вершинная функция Γ определяет реакцию системы на внешнее поле и включает в себя всевозможные эффекты взаимодействия квазичастиц. В отсутствие коррелятивных сил, например в оболочечной модели без остаточных взаимодействий $\Gamma_p(y, x, x', \omega, \varepsilon) = \delta(y - x) \delta(x - x')$ и $\Gamma_n = 0$. Именно наличие таких сил в реальных ядрах и делает вершину Γ_n отличной от нуля. Поскольку Γ_n является величиной порядка характерных ядерных констант, сечения рассеяния электронов с возбуждением нейтронных состояний через первичные протонные будут значительно больше сечений, обусловленных прямыми взаимодействиями электрона с нейтроном.

2. РЕАКЦИИ КВАЗИУПРУГОГО ВЫБИВАНИЯ ПРОТОНА ($e, e'p$)

Дифференциальное сечение этой реакции с импульсом протона p и энергией ε_p в борновском приближении по кулоновскому взаимодействию записывается в виде [2, 11]

$$\frac{d^4\sigma}{dE_k d\Omega_k d\varepsilon_p d\Omega_p} = \sigma_M \left(\frac{q_\mu^4}{q^4} \right) p \varepsilon_p R(p, q, \omega),$$

где σ_M — моттовское сечение; q_μ — переданный 4-импульс: $q_\mu = (q, i\omega)$. Множитель R , определяющий ядерные переходы, на

основании формулы (8) можно представить следующим образом:

$$R(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \omega) = \pi \sum_{\lambda} \left| \int dx dx' dx'' \psi_{\mathbf{p}}^+(x') \times \right. \\ \left. \times \Gamma(x, x', x'', \omega, \varepsilon_{\mathbf{p}}) \varphi_{\lambda}(x'') \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \right|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\lambda}) \quad (9)$$

($\varepsilon = \varepsilon_{\mathbf{p}} - \omega < 0$). Здесь под знаком суммы следует понимать суммирование по дискретным уровням и интегрирование по непрерывному спектру возбуждений остаточного ядра из $A - 1$ нуклонов. При энергиях вылетающего протона порядка сотен мегаэлектронвольт $\psi_{\mathbf{p}}(x)$ можно с достаточной степенью точности считать волновой функцией протона в оптическом потенциале (см. ниже).

Из физических соображений следует, что при больших переданных энергиях Γ слабо зависит от ω и, следовательно, в области значений ($\omega - \varepsilon_{\mathbf{p}}$), ниже границы сплошного спектра остаточного ядра, выражение (9) имеет только δ -образные особенности, соответствующие возбуждению дискретных уровней λ ($H\Phi_{\lambda} = -\varepsilon_{\lambda}\Phi_{\lambda}$). Выше этой границы выражение (9) содержит интегрирование по непрерывному спектру состояний $\Phi_{\varepsilon\beta}$. Напомним, что Φ_{λ} -векторы состояний системы из $A - 1$ частиц и принадлежат к сплошному спектру при значениях $|\varepsilon_{\lambda}|$, больших удвоенной энергии связи нуклона. То, что ε_{λ} при этом отрицательны, не должно вводить в заблуждение, так как отсчет энергии ведется от энергии основного состояния $\mathcal{E}_0(A)$ ядра из A нуклонов: $\varepsilon_{\lambda} = \mathcal{E}_0(A) - \mathcal{E}_{\lambda}(A - 1) = \mu - \xi$ [μ — химпотенциал; ξ — энергия возбуждения ($\xi > 0$)].

Вводя обозначение

$$F(x, \varepsilon) = \int dx' dx'' \psi_{\mathbf{p}}^+(x'') \Gamma(x', x'', x, \omega, \varepsilon) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}), \quad (10)$$

запишем (9) в виде:

$$R(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \omega) = \pi \sum_{\lambda} \left| \int dx F(x, \varepsilon) \varphi_{\lambda}(x) \right|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\lambda}) = \\ = \pi \sum_{\lambda} \int dx dx' F^+(x, \varepsilon) \varphi_{\lambda}^{\dagger}(x) \varphi_{\lambda}(x') F(x', \varepsilon) \delta(\varepsilon - \varepsilon_{\lambda}).$$

Воспользуемся спектральным представлением одночастичной функции Грина [14]

$$G(x, x', \varepsilon) = \sum_{\lambda} \left\{ \frac{\varphi_{\lambda}(x) \varphi_{\lambda}^{\dagger}(x')}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda} - i\alpha} + \frac{\psi_{\lambda}(x) \psi_{\lambda}^{\dagger}(x')}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda}^* + i\alpha} \right\} \quad (11)$$

и представим R следующим образом:

$$R(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \omega) = \text{Im} \int dx dx' F(x, \varepsilon) G(x, x', \varepsilon) F^+(x', \varepsilon). \quad (12)$$

В оболочечной модели R имеет δ -образные особенности по ε , соответствующие дырочным уровням; в остальных точках $R = 0$. В реальных ядрах R имеет резонансную форму, причем ширины резонансов увеличиваются с ростом энергии возбуждения. Для доказательства этого утверждения воспользуемся методом проекционных операторов [10].

Введем проекционные операторы P и Q , выделяющие соответственно сплошной и дискретный спектры некоторой модельной задачи ($P + Q = 1; PQ = 0$). Будем предполагать, что модельный гамильтониан удовлетворяет следующим требованиям: он отражает основные свойства симметрии и характер спектра точной задачи, причем границы сплошного и дискретного спектров модельной и реальной систем совпадают. В качестве такого базиса можно использовать полный набор оболочечных векторов состояний.

Рассмотрим теперь с помощью операторов P и Q формулу (12). Поскольку в R входят только отрицательные ε , достаточно исследовать выражение

$$G_-(x, x', \varepsilon) = \sum_{\lambda} \frac{\varphi_{\lambda}(x) \varphi_{\lambda}^*(x')}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda} - i\alpha} = \left\langle \left| \bar{\psi}(x') \frac{1}{\varepsilon + H - i\alpha} \psi(x) \right| \right\rangle.$$

Очевидно, что функции $\varphi_{\lambda}(x) = \langle \Phi_{\lambda} | \psi(x) \rangle$ отличны от нуля в области размеров ядра. Это значит, что $\varphi_{\lambda}(x)$ описывают финитное движение нуклона и, следовательно, при достаточно хорошем выборе модельного гамильтониана справедливы приближенные равенства *:

$$Q\psi(x) | \rangle \approx \psi(x) | \rangle; \quad P\psi(x) | \rangle \approx 0.$$

Учитывая это и представляя полный гамильтониан H в виде суммы

$$H = H_{PP} + H_{QQ} + H_{QP} + H_{PQ}; \quad (H_{PP} = PHP; \quad H_{PQ} = PHQ; \dots),$$

функцию G_- можно записать следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} G_-(x, x', \varepsilon) &= \left\langle \left| \bar{\psi}(x') \frac{1}{\varepsilon + H_{QQ} - i\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\Delta_Q(\varepsilon) \frac{1}{\varepsilon + H_{QQ} - i\alpha} \right)^n \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \psi(x) \right| \right\rangle = \left\langle \left| \bar{\psi}(x') \frac{1}{\varepsilon + H_{QQ} - \Delta_Q(\varepsilon)} \psi(x) \right| \right\rangle; \\ &\quad \Delta_Q(\varepsilon) = H_{QP} \frac{1}{\varepsilon + H_{PP} - i\alpha} H_{PQ}. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Комплексный оператор сдвига энергии $\Delta_Q(\varepsilon)$ возникает из-за взаимодействия с непрерывным спектром. Малая положительная мнимая добавка $i\alpha$ в знаменателе $\Delta_Q(\varepsilon)$ соответствует граничным

* По существу, эти равенства следует рассматривать как дополнительное требование к выбору модельного базиса.

условиям задачи о распаде системы. Действительно, предположим, что известны решения задачи на комплексные собственные значения с неэрмитовым гамильтонианом $H_{QQ} + \Delta_Q(\varepsilon)$:

$$[H_{QQ} + \Delta_Q(\varepsilon)] \chi_\nu(\varepsilon) = \left[\varepsilon_\nu(\varepsilon) + \frac{i}{2} \Gamma_\nu(\varepsilon) \right] \chi_\nu(\varepsilon);$$

$$\operatorname{Re} \Delta_Q(\varepsilon) = H_{QP} \frac{\mathcal{P}}{\varepsilon + H_{PP}} H_{PQ}; \quad \operatorname{Im} \Delta_Q(\varepsilon) = \pi H_{QP} \delta(\varepsilon + H_{PP}) H_{PQ}, \quad (14)$$

где \mathcal{P} обозначает главное значение интеграла по непрерывному спектру собственных значений гамильтониана H_{PP} . Мнимая часть $\frac{i}{2} \Gamma_\nu(\varepsilon)$ определяет полуширину нестационарного уровня:

$$\Gamma_\nu(\varepsilon) = 2 \operatorname{Im} \langle \chi_\nu(\varepsilon) | \Delta_Q(\varepsilon) | \chi_\nu(\varepsilon) \rangle$$

(предполагается, что функции $\chi_\nu(\varepsilon)$ образуют полную ортонормированную систему). Легко видеть, что $\Gamma_\nu(\varepsilon)$ отлична от нуля в области значений $|\varepsilon|$, превышающих удвоенную энергию отделения нуклона (дырка должна «всплыть» на поверхность Ферми, обладая достаточной энергией, чтобы выбить нуклон в непрерывный спектр).

В результате проведенных преобразований (13) с учетом (14) получим из (12) следующую резонансную формулу:

$$R(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \omega) = \sum_\lambda \frac{\frac{1}{2} \Gamma_\nu(\varepsilon)}{(\varepsilon - \varepsilon_\nu(\varepsilon))^2 + \frac{1}{4} \Gamma_\nu^2(\varepsilon)} \times \\ \times \int dx F(x, \varepsilon) \langle \chi_\nu(\varepsilon) | \psi(x) \rangle \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \Big|^2. \quad (15)$$

Отсюда видно, что в области энергий ниже пороговых, когда отсутствует сплошной спектр и $\Gamma_\nu(\varepsilon) \rightarrow 0$ (область стационарных уровней), R обращается в нуль везде на оси ε , кроме отдельных точек ε_s , которые являются решениями уравнения

$$\varepsilon_\nu(\varepsilon_s) = \varepsilon_s \quad (16)$$

и соответствуют энергиям стационарных уровней ядра. В этих точках R имеет δ -образные особенности. В области нестационарных уровней ($\Gamma_\nu(\varepsilon) \neq 0$) R имеет резонансный вид с зависимостью положений и ширин уровней от энергии ε . Центры резонансных пиков расположены в точках ε_s , удовлетворяющих уравнению (16).

В R входят функции $\langle \chi_\nu(\varepsilon) | \psi(x) \rangle$, которые определяют природу резонансов: можно считать, что максимальным значениям этой функции в зависимости от номера состояния ν отвечают однодырочные, а остальные — более сложные состояния $\chi_\nu(\varepsilon)$ (в оболочечной модели многочастичные состояния не дают вклада в R). По-видимому, в рассматриваемом подходе такая классификация

единственно возможная. С этой точки зрения в сечение $(e, e'p)$ -реакции дают вклад как одно-, так и многочастичные возбуждения остаточного ядра. Отсюда следует, что в экспериментах с хорошим разрешением при больших $(\omega - \varepsilon_p)$ должна наблюдаться тонкая структура широких дырочных резонансов подобно тому, как это имеет место для гигантских одночастичных резонансов при рассеянии нуклонов на ядрах.

В заключение заметим, что практическое решение уравнения (14) является задачей не менее сложной, чем непосредственное решение уравнения Шредингера для системы многих нуклонов. Положение усугубляется еще и тем, что для глубоких дырочных уровней из-за отсутствия малых параметров нельзя надеяться на возможность приближенного решения на базе оболочечной модели с учетом остаточных сил и небольшого числа конфигураций. Тем не менее приведенный анализ структуры сечения $(e, e'p)$ -реакции позволяет установить общие закономерности в спектре возбуждений остаточного ядра и его отличие от оболочечного.

3. МАССОВЫЙ ОПЕРАТОР И СПЕКТР ДЫРОЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ

Продолжим здесь исследование общих свойств спектра возбуждений остаточного ядра методами теории функции Грина. Рассмотрим уравнение Дайсона для одночастичного пропагатора [14, 15, 17, 18]:

$$(\varepsilon - T_x) G(x, x', \varepsilon) - \int dx_1 M(x, x_1, \varepsilon) G(x_1, x', \varepsilon) = \delta(x - x'), \quad (17)$$

где T_x — оператор кинетической энергии нуклона; $M(x, x', \varepsilon)$ — массовый оператор, определяющий всевозможные взаимодействия частицы или дырки с ядром. В общем случае массовый оператор является комплексным, нелокальным в пространстве и зависящим от энергии ε . Частный случай массового оператора — средний локальный потенциал V_x , используемый обычно в модели оболочек:

$$M = (x, x', \varepsilon) = \delta(x - x') V_x. \quad (18)$$

При этом одночастичная функция принимает простой вид

$$G_{sh}(x, x', \varepsilon) = \sum_{\lambda} \frac{\varphi_{\lambda}(x) \varphi_{\lambda}^+(x')}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda} + i\alpha \operatorname{sign}(\varepsilon_{\lambda} - \varepsilon_F)}, \quad (19)$$

где $\varphi_{\lambda}(x)$ и ε_{λ} — собственная функция и собственная энергия одночастичного уравнения $(T_x + V_x) \varphi_{\lambda}(x) = \varepsilon_{\lambda} \varphi_{\lambda}(x)$; ε_F — энергия граничного уровня Ферми.

В полевой теории многих тел можно записать выражение для массового оператора через потенциал взаимодействия пары сво-

бодных частиц и двучастичную функцию Грина [14]. Однако для анализа общих свойств M это выражение в отсутствие малых параметров оказывается малоприменимым. Гораздо более полезным было бы установление связи между M и эффективным взаимодействием квазичастиц в ядре, поскольку именно оно входит в различные наблюдаемые на опыте величины.

Чтобы получить такую связь, рассмотрим сначала двучастичную функцию Грина $*G(1, 2, 3, 4) = \langle | T(\psi(1)\psi(2)\bar{\psi}(3)\bar{\psi}(4)) | \rangle$ при $x_4 = x_2$ и $t_4 = t_2 + \delta$ (δ — малая положительная величина) и распишем t -произведение, а затем, учитывая равенство $\int dx \bar{\psi}(x)\psi(x) = \hat{N}$ (\hat{N} — оператор числа частиц), будем иметь:

$$\int dx_2 G(1, 2, 3, 2^+) = i \{ A + \theta(\tau_{12})\theta(\tau_{23}) - \theta(\tau_{21})\theta(\tau_{32}) \} G(1, 3) \\ (\tau_{ij} = t_i - t_j).$$

Переход к фурье-преобразованию по временам дает:

$$\int dx_2 dt_1 dt_3 G(1, 2, 3, 2^+) \exp(i\varepsilon_1 t_1 - i\varepsilon_3 t_3) = \\ = 2\pi i A \delta(\varepsilon_1 - \varepsilon_3) G(x_1, x_3, \varepsilon_1) + \\ + \{ G(x_1, x_3, \varepsilon_1) - G(x_1, x_3, \varepsilon_3) \} \exp[i(\varepsilon_1 - \varepsilon_3)t_2] / (\varepsilon_1 - \varepsilon_3). \quad (20)$$

С другой стороны, уравнение Бете — Солпитера для двучастичной функции Грина в канале частица — дырка имеет вид [17]:

$$L(1, 2, 3, 4) = G(1, 4)G(2, 3) - i \int d1' \dots d4' \times \\ \times G(1, 2')G(4', 3)V(1', \dots, 4')L(3', 2, 1', 4); \\ L(1, \dots, 4) = G(1, 3)G(2, 4) - G(1, \dots, 4), \quad (21)$$

где эффективное взаимодействие V определяется как совокупность неприводимых диаграмм, каждую из которых нельзя представить в виде двух частей, соединенных друг с другом только двумя линиями распространения частицы и дырки. Переходя в (21) к фурье-образу по времени и учитывая (20), будем иметь ($\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = \omega$):

$$G(x, x', \varepsilon) - G(x, x', \varepsilon - \omega) = -\omega \int dx_1 G(x, x_1, \varepsilon) G(x_1, x', \varepsilon - \omega) + \\ + \int \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} \int dx_1 \dots dx_4 G(x, x_1, \varepsilon) G(x_3, x', \varepsilon - \omega) \times \\ \times V(x_1, \dots, x_4, \varepsilon, \varepsilon', \omega) \{ G(x_4, x_2, \varepsilon' + \omega) - G(x_4, x_2, \varepsilon') \}. \quad (22)$$

* Здесь и ниже, где это не будет особо оговорено, координаты x включают и изоспиновые переменные τ ($x \equiv (\sigma, \tau, \mathbf{r})$).

Отсюда и из уравнения Дайсона (17) получаем для разности массовых операторов при различных энергиях

$$\begin{aligned} & M(x, x', \varepsilon) - M(x, x', \varepsilon - \omega) = \\ & = \int \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} \int dx_1 dx_2 V(x, x_1, x', x_2, \varepsilon, \varepsilon', \omega) \times \\ & \quad \times \{G(x_2, x_1, \varepsilon' + \omega) - G(x_2, x_1, \varepsilon')\}. \end{aligned} \quad (23)$$

Это равенство является одной из формулировок разностного тождества Уорда, которое переходит в известное дифференциальное при $\omega \rightarrow 0$ [15]:

$$\frac{\partial M(x, x', \varepsilon)}{\partial \varepsilon} = \int \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} \int dx_1 dx_2 V(x, x_1, x', x_2, \varepsilon, \varepsilon', 0) \frac{\partial G(x_2, x_1, \varepsilon')}{\partial \varepsilon'}.$$

Соотношение (23) можно рассматривать как нелинейное уравнение для оператора M . Следует заметить, что приближение не зависящего от энергетических переменных эффективного взаимодействия V приводит, как это видно из (23), к массовому оператору, также не зависящему от энергии (статический потенциал). Последнее эквивалентно модели оболочек с нелокальным средним полем.

Из определения вершины Γ через двучастичный пропагатор можно получить другую форму соотношений (22) и (23):

$$\begin{aligned} G(x, x', \varepsilon) - G(x, x', \varepsilon - \omega) &= -\omega \int dy dx_1 dx_2 G(x, x_1, \varepsilon) \times \\ & \quad \times \Gamma(y, x_1, x_2, \omega, \varepsilon) G(x_2, x', \varepsilon - \omega); \end{aligned} \quad (24)$$

$$\begin{aligned} & M(x, x', \varepsilon) - M(x, x', \varepsilon - \omega) = \\ & = \omega \left\{ \delta(x - x') - \int dy \Gamma(y, x, x', \omega, \varepsilon) \right\}. \end{aligned} \quad (25)$$

Очевидно, что отличие вершины Γ от свободной $\Gamma_{\text{св}}(y, x, x', \omega, \varepsilon) = \delta(y - x) \delta(x - x')$, а следовательно, и зависимость массового оператора от энергии обязаны присутствию коррелятивных взаимодействий.

Равенства (24) и (25) позволяют установить ряд полезных соотношений. Так, из (24) и спектрального представления (11) пропагатора $G(x, x', \varepsilon)$ следует при $\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\lambda$ и $\omega \rightarrow \varepsilon_\lambda - \varepsilon_{\lambda'}$ (λ и λ' — дискретные уровни) условие нормировки введенных в разд. 1 функций $\varphi_\lambda(x)$:

$$\int dy dx dx' \varphi_\lambda^*(x) \Gamma(y, x, x', \varepsilon_\lambda - \varepsilon_{\lambda'}, \varepsilon_\lambda) \varphi_{\lambda'}(x') = \delta_{\lambda\lambda'}. \quad (26)$$

Аналогичное условие выполняется и для функций $\psi_\lambda(x)$. Чтобы получить подобное же равенство для состояний непрерывного спектра, воспользуемся уравнением задачи рассеяния $\Psi_{\text{р}} = [i\alpha/(\varepsilon - H + i\alpha)] \Psi_{\text{оп}}$.

Если в данном случае принять за вектор начального состояния $\Psi_{0p} = \int dx \bar{\psi}(x) | \rangle \varphi_p(x)$, где $\varphi_p(x)$ — волновая функция нуклона с импульсом p , движущегося в некотором среднем поле ядра, то нетрудно получить из (24) условие нормировки и для функции $\Psi_p(x) = \langle | \psi(x) | \Psi_p \rangle^*$. Несколько сложнее обстоит дело с непрерывным спектром системы из $A - 1$ частица, но можно воспользоваться таким же формальным приемом и получить равенство, подобное (26).

Рассмотрим теперь уравнение движения некоторой фиктивной частицы в нелокальном и зависящем от энергии ε , как от параметра, потенциале $M(x, x', \varepsilon)$:

$$(T_x + M(x, \varepsilon)) \varphi_\lambda(x, \varepsilon) = \tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon) \varphi_\lambda(x, \varepsilon). \quad (27)$$

Для упрощения записи введем обозначение: $M(x, \varepsilon) \varphi(x) = \int dx' M(x, x', \varepsilon) \varphi(x')$. Предположим, что это уравнение допускает решения с собственными значениями $\tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon)$ (они могут быть комплексными) и с полной ортонормированной системой собственных функций $\varphi_\lambda(x, \varepsilon)$. Тогда одночастичный пропагатор можно записать в диагональной форме:

$$G(x, x', \varepsilon) = \sum_\lambda \frac{\varphi_\lambda(x, \varepsilon) \varphi_\lambda^\dagger(x', \varepsilon)}{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon) + i\alpha \operatorname{sign}(\varepsilon - \mu)} \quad (28)$$

(μ — химпотенциал). Сравнивая это выражение со спектральным представлением (11), можно заключить, что для области дискретных состояний уровни энергий определяются из уравнения

$$\tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon_\nu) = \varepsilon_\nu \quad (29)$$

и, следовательно,

$$\int dx \varphi_\nu^\dagger(x) \varphi_\nu(x) = (1 - \partial \varepsilon_\lambda(\varepsilon) / \partial \varepsilon)_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\nu}^{-1}. \quad (30)$$

Поскольку нормировочный интеграл $\int dx |\varphi_\nu(x)|^2$ всегда меньше единицы, что следует из определения $\varphi_\lambda(x)$ (см. разд. 1), с учетом (24) и (25) будем иметь:

$$\left. \frac{\partial \varepsilon_\lambda(\varepsilon)}{\partial \varepsilon} \right|_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\nu} = \int dx dx' \varphi_\lambda^\dagger(x, \varepsilon) \frac{\partial M(x, x', \varepsilon)}{\partial \varepsilon} \varphi_\lambda(x', \varepsilon) \Big|_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\nu} < 0. \quad (31)$$

Здесь, как и выше, индекс λ обозначает набор квантовых чисел, характеризующих состояние частицы в потенциале $M(x, \varepsilon)$. Однако уравнение (29) может иметь и несколько действительных корней ε_ν , что соответствует различным состояниям Φ_ν (или Ψ_ν) с одним и тем же набором λ . В этом случае, как и в разд. 2, можно принять приближенную классификацию уровней: максимальным

* Именно эта функция входит в выражение (9) для $R(p, q, \omega)$.

значениям нормировочного интеграла (или производной $\partial \varepsilon_\lambda(\varepsilon_\nu)/\partial \varepsilon_\nu$) в зависимости от ε_ν отвечают одночастичные, а всем остальным — многочастичные состояния.

Перейдем к рассмотрению качественной картины спектра уравнения (27) на основе проведенных выше рассуждений. В области $2\mu < \varepsilon < 0$ массовый оператор действителен и уравнения (27) и (29) определяют спектр дискретных стационарных уровней ядер с $A - 1$ ($\varepsilon < \mu$) и с $A + 1$ ($\varepsilon > \mu$) частицами. При $\varepsilon < 2\mu$ возникает сплошной спектр ядра с $A - 1$ нуклонами и массовый оператор становится комплексным. Уравнение (27) определяет при этом комплексные собственные значения энергии $\tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon)$ *:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon) &= \varepsilon_\lambda(\varepsilon) + i\Gamma_\lambda(\varepsilon)/2; \\ \varepsilon_\lambda(\varepsilon) &= \operatorname{Re} \int dx \varphi_\lambda^+(x, \varepsilon) (T_x + M(x, \varepsilon)) \varphi_\lambda(x, \varepsilon); \\ \Gamma_\lambda(\varepsilon) &= 2\operatorname{Im} \int dx \varphi_\lambda^+(x, \varepsilon) M(x, \varepsilon) \varphi_\lambda(x, \varepsilon). \end{aligned} \right\} \quad (32)$$

Легко видеть, что центры этих резонансов определяются действительными корнями уравнения, аналогичного (29):

$$\varepsilon_\lambda(\varepsilon_\nu) = \varepsilon_\nu; (\varepsilon_\lambda(\varepsilon) = \operatorname{Re} \tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon)). \quad (33)$$

Наряду с квазистационарными уровнями решения (27) при $\varepsilon < 2\mu$ содержат и сплошной спектр. Однако он не имеет реального физического смысла, так как при этом мнимая часть M положительна. Аналогично и в области $\varepsilon > 0$ массовый оператор становится комплексным, но с отрицательной мнимой частью. Здесь, наоборот, физический смысл имеют решения в сплошном спектре, так как они отвечают задаче рассеяния с поглощением.

Обсудим теперь вопрос о качественных отличиях спектра реальных систем, определяемого уравнениями (27), (29) и (33), от спектра модели оболочек (или статического приближения). При этом будем предполагать, что нормировочные интегралы (30), соответствующие многочастичным уровням, малы и будем сравнивать только одночастичные ветви возбуждений.

Приравняем в (25) $\varepsilon = \mu$ и запишем массовый оператор следующим образом:

$$M(x, x', \mu - \omega) = V(x, x') - \omega \gamma(x, x', \omega), \quad (34)$$

где ω — энергия возбуждения частиц ($\omega < 0$) или дырок ($\omega > 0$); V — значение массового оператора на поверхности Ферми:

$$\left. \begin{aligned} V(x, x') &\equiv M(x, x', \mu) \quad (\operatorname{Im} V(x, x') = 0; \\ \gamma(x, x', \omega) &= \delta(x - x') - \int dy \Gamma(y, x, x', \omega, \mu). \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

* Следует иметь в виду, что в задаче на собственные значения в комплексном потенциале функции $\varphi_\lambda^+(x, \varepsilon)$ подчиняются сопряженному (27) уравнению, но с заменой в нем M^+ на M .

Можно показать, основываясь на соотношении (24) и спектральном представлении (14), что функция γ не имеет полюсов на действительной оси ω .

Рассмотрим теперь уравнение для вершины Γ [его можно получить из уравнения (21) для двухчастичной функции Грина и деления (6)]:

$$\begin{aligned} \Gamma(y, x, x', \omega, \varepsilon) = & \delta(y-x) \delta(x-x') + \\ & + \int \frac{d\varepsilon'}{2\pi i} \int dx_1 \dots dx_4 V(x, x_1, x', x_2, \varepsilon, \varepsilon', \omega) \times \\ & \times G(x_2, x_3, \varepsilon' - \omega) G(x_4, x_1, \varepsilon') \Gamma(y, x_3, x_4, \omega, \varepsilon' - \omega) \end{aligned} \quad (36)$$

или в символической форме

$$\Gamma = 1 + VGG\Gamma.$$

Вершина, которая входит в выражение (35), соответствует нефизическому переходу под действием внешнего поля из дырочного в дырочное ($\omega > 0$) или из частичного в частичное ($\omega < 0$) состояние. Из общих соображений следует, что для таких процессов эффективное взаимодействие должно быть притягательным*. Это подтверждается и теорией возмущений, когда учет высших приближений по затравочному притягательному взаимодействию увеличивает энергию связи частиц. Отсюда можно сделать вывод, что величина $\text{Re } \gamma$ должна быть положительной при любых ω . Это приводит к тому, что эффективная глубина «одночастичного потенциала» $M(\mu - \omega)$ увеличивается с ростом энергии возбуждения для дырочных состояний ($\omega > 0$) и уменьшается для частичных ($\omega < 0$).

В заключение этого раздела кратко остановимся на вопросе об энергии основного состояния ядра с точки зрения полученных выше результатов. Можно показать, что энергия $\mathcal{E}_0(A)$ выражается через одночастичную функцию Грина следующим образом:

$$\begin{aligned} \mathcal{E}_0(A) = & \frac{1}{2} \sum_v \int dx \varphi_v^+(x) (T_x + \varepsilon_v) \varphi_v(x) = \\ = & \text{Im} \int_{-\infty}^{\mu} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \int dx (T_x + \varepsilon) G(x, x', \varepsilon)_{x' \rightarrow x}. \end{aligned}$$

Подставляя сюда функцию $G(x, x', \varepsilon)$ в форме (28) и учитывая (32), получаем

$$\mathcal{E}_0(A) = \sum_{\lambda} \int_{-\infty}^{\mu} \frac{d\varepsilon}{2\pi} \cdot \frac{\Gamma_{\lambda}(\varepsilon)/2}{(\varepsilon - \varepsilon_{\lambda}(\varepsilon))^2 + \Gamma_{\lambda}^2(\varepsilon)/4} \int dx \varphi_{\lambda}^+(x, \varepsilon) (T_x + \varepsilon) \varphi_{\lambda}(x, \varepsilon). \quad (37)$$

* Для реальных частично-дырочных возбуждений эффективное взаимодействие V должно быть отталкивательным из-за условия самосжатости системы [17].

В интервале $2\mu < \varepsilon < \mu$ ширины $\Gamma_\lambda(\varepsilon) \rightarrow 0$ и резонансные множители обращаются в δ -функцию в точках $\varepsilon = \varepsilon_\nu$, соответствующих корням уравнения (29). В области $\varepsilon < 2\mu$ $\Gamma_\lambda(\varepsilon)$ отличны от нуля и, по-видимому, интеграл по ε в пределах $(-\infty, 2\mu)$ представляет собой гладкую функцию от массового числа A . Таким образом, можно утверждать, что флуктуации энергий $\mathcal{E}_0(A)$ от ядра к ядру (оболочечные поправки) происходят за счет области интегрирования $(2\mu, \mu)$.

Следует, однако, иметь в виду, что в отличие от оболочечной модели в (37) дают вклад и многочастичные состояния. Будем считать, что нормировочный множитель в случае квазидискретных уровней (32) определяется выражением $(1 - \partial \operatorname{Re} \tilde{\varepsilon}_\lambda(\varepsilon)/\partial \varepsilon)_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon_\lambda}^{-1}$, где ε_ν — действительные корни (33). Заметим, что уравнение (27) не имеет решений при комплексных значениях ε так же, как и аналогичное уравнение (14).

4. ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИЙ ПОДХОД

Рассмотрим теперь вопрос о феноменологическом описании квазичастичных возбуждений ядер. Здесь сразу же необходимо оговориться, что одночастичный потенциал V , получаемый обработкой опытных данных о плотности распределения нуклонов и о положениях уровней вблизи поверхности Ферми, не должен совпадать с массовым оператором M при $\varepsilon = \mu$. Это связано прежде всего с тем, что функциональный вид V обычно выбирается из соображений относительной простоты вычислений, в то время как массовый оператор и для слабых возбуждений имеет сложный нелокальный характер зависимости от координат. Часто используемые процедуры перехода от нелокального к локальному потенциалу разложением по оператору импульса нельзя считать обоснованными в случае конечных систем из-за резкой границы в пространственном распределении нуклонов. Правда, в грубом приближении можно предположить, что нелокальный потенциал сводится к локальному за счет введения эффективной массы квазичастицы в оператор кинетической энергии. Однако и при этом экспериментально нельзя установить величину этого нового параметра, так как здесь снова проявится неоднозначность в выборе феноменологического одночастичного гамильтониана. Тем не менее, оставаясь в рамках феноменологического подхода, попытаемся извлечь из экспериментальных данных некоторые качественные заключения о свойствах среднего поля при относительно больших дырочных возбуждениях.

Для простоты сравнения с обычно используемым феноменологическим средним полем будем приближенно считать записанный

в форме (34) массовый оператор локальным:

$$M(x, x', \mu - \omega) \approx \delta(x - x') M(x, \mu - \omega) \approx \delta(x - x') [V_x - \omega \gamma(x, \omega)]. \quad (38)$$

Такой вид M соответствует предположению о том, что при малых возбуждениях ($\omega \rightarrow 0$) среднее поле совпадает с эмпирическим потенциалом V_x , обычно используемым в расчетах.

Теперь сравним выражение (38) с оптическим потенциалом, который получается из обработки экспериментальных данных по рассеянию нуклонов на ядрах. Действительно, известно, что упругое рассеяние нуклонов на различных ядрах в широком интервале энергий от 30 до 200 $Mэв$ [19] удается объяснить, вводя зависимость от энергии в мнимую и в действительную части оптического потенциала. Так, для протонов эту зависимость для действительной части можно описать приближенно формулой

$$\text{Re } V(\epsilon) \approx V_0 \exp(-0,007\epsilon); \quad V_0 \approx -54 \text{ } Mэв,$$

где ϵ — энергия падающего протона; $V(\epsilon)$ — значение потенциала в центре ядра. При энергиях $\epsilon \sim 30-40 \text{ } Mэв$ величина $|\omega|$, отсчитываемая от границы Ферми, составляет приблизительно 40—50 $Mэв$ и выражение (38) для $\text{Re } M$ в центре ядра можно представить в виде:

$$\text{Re } M(\epsilon) \approx V_0 - 0,4\omega; \quad (\epsilon = \mu - \omega; \quad \omega < 0). \quad (39)$$

В этой формуле предположим, что зависящая от энергии добавка γ имеет такую же пространственную форму, как и потенциал V_x (например, потенциал Вудса — Саксона). Аналогичный вид имеет и потенциал для нейтронов [19]. Таким образом, можно утверждать, что $\text{Re } \gamma$ в центре ядра приближенно равно 0,4. Очевидно, что с ростом ϵ линейная зависимость от энергии возбуждения ω становится неудовлетворительной, так как при больших $|\omega|$ величина $\omega \gamma(\omega)$ должна стремиться к некоторой константе. Что касается мнимой части $\omega \gamma(\omega)$, то ее также можно определить из сравнения с эмпирической величиной $\text{Im } V(\epsilon)$, но она уже не будет линейной функцией от ω даже при малых ω .

Аналогичное сравнение можно провести и для дырочных возбуждений ядер, если использовать данные по $(p, 2p)$ -[7] и $(e, e'p)$ -[12, 13] реакциям квазиупругого выбивания высокоэнергичных протонов. Если для интерпретации наблюдаемых спектров протонов исходить из простой оболочечной модели, то кинематический анализ результатов измерений приводит к выводу: положение наиболее глубоких ядерных оболочек ($1s$ - и $1p$ -состояния) не соответствует расчетам со статическим средним полем [4, 5]. Например, в потенциале Вудса — Саксона с общепринятыми значениями параметров энергия протонов в $1s$ -состоянии ядра ^{27}Al должна составлять приблизительно 40 $Mэв$; экспериментальное

же значение около 55—60 $Mэв$. Очевидно, что такое расхождение нельзя ликвидировать какими-либо разумными изменениями среднего поля. В то же время достаточно удовлетворительное согласие с опытными данными получается из формулы (39) при положительных ω с теми же параметрами оптического потенциала для рассеяния нуклонов.

То, что величины $Re \gamma$ оказываются приблизительно одинаковыми для частиц и дырок, можно понять из следующих рассуждений. Зависящая от энергии добавка в оптическом потенциале связана с эффектами возбуждения падающей частицей различных степеней свободы и их взаимодействием между собой. Если считать «внешнюю» частицу только носителем энергии возбуждения и пренебречь ее тождественностью с остальными нуклонами среды, то можно сделать качественный вывод о совпадении величин γ для частиц и дырок. При этом энергетические добавки в массовые операторы будут симметричны относительно точки $\omega = 0$ из-за выбранного нами отсчета энергии возбуждения.

Вернемся теперь снова к формуле (12) для вероятности ядерного перехода в $(e, e'p)$ -реакции. Подставляя в (12) функцию Грина в представлении (28) и учитывая (32), получаем

$$R(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \omega) = \sum_{\lambda} \frac{\Gamma_{\lambda}(\varepsilon)/2}{(\varepsilon - \varepsilon_{\lambda}(\varepsilon))^2 + \Gamma_{\lambda}^2(\varepsilon)/4} \left| \int dx F(x, \varepsilon) \varphi_{\lambda}(x, \varepsilon) \right|^2. \quad (40)$$

Отсюда видно, что переход к оболочечной модели осуществляется в пределе $\omega\gamma \rightarrow 0$ и $\Gamma_{\lambda} \rightarrow 0$. Тогда R имеет δ -образные особенности по энергии ε . С микроскопической точки зрения такой предел может иметь место только в случае, когда для определения среднего поля по взаимодействию пары свободных частиц достаточно точным является приближение Хартри — Фока. Для реальных ядерных сил такое приближение нельзя считать удовлетворительным. Легко видеть, что учет следующего приближения уже приводит к энергетической зависимости среднего поля [14].

Уже при обсуждении феноменологических способов определения действительной части массового оператора была отмечена своеобразная симметрия для частичных и дырочных состояний. Можно предположить, что подобная симметрия имеет место и для мнимых частей массового оператора, по крайней мере в некоторой области энергий. Можно привести соображение в пользу этого утверждения: действительная часть M связана с мнимой дисперсионным соотношением [17]. Если для действительных частей имеется симметрия относительно значения μ , то можно ожидать, что и мнимые части также симметричны. Будем считать, что мнимые части в областях энергии ($\varepsilon > 0$) для частиц и ($\varepsilon < 2\mu$) для дырок одинаковы по абсолютной величине, но противоположны по знаку. Эти предположения не могут быть строго обоснованы,

а для их экспериментальной проверки необходимы более точные измерения.

Для оценок положений глубоких дырочных уровней использовался массовый оператор вида (39) с различной координатной зависимостью [8]. Предполагалось, что $Re \gamma$ слабо зависит от ω .

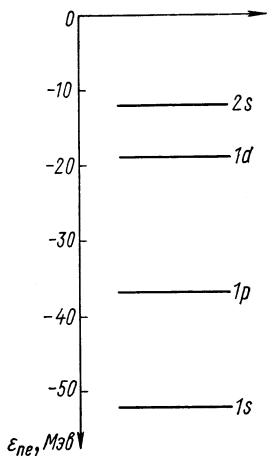


Рис. 2. Положения дырочных уровней в прямоугольном динамическом потенциале (39) для ^{40}Ca .

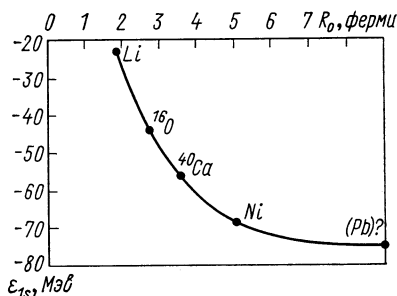


Рис. 3. Положения $1s$ -уровня в динамической яме для разных ядер.

Мнимую часть M для дырочных состояний приближенно принимали равной с обратным знаком мнимой части оптического потенциала для рассеяния нуклонов при соответствующих энергиях возбуждений. При этом ширина $\Gamma_\lambda(\epsilon)$ определялась в первом порядке по $\text{Im } M$:

$$\Gamma_\lambda(\epsilon) \approx 2 \text{Im} \int dx \varphi_\lambda^+(x, \epsilon) M(x, \epsilon) \varphi_\lambda(x, \epsilon),$$

где $\varphi_\lambda(x, \epsilon)$ — решение уравнения Шредингера с реальной частью M по формуле (39). Центры резонансных пиков определялись из уравнения (33). Вычисленные таким образом положения и ширины $1s$ - и $1p$ -уровней для различных ядер удовлетворительно воспроизводят наблюдаемую на опыте картину (рис. 2—6). Так, для ядра ^{12}C имеем $\epsilon_{1s} \approx -40 \text{ МэВ}$, $\Gamma_{1s} \approx 12 \text{ МэВ}$, для ^{40}Ca — $\epsilon_{1s} \approx -60 \text{ МэВ}$, $\Gamma_{1s} \approx 20 \text{ МэВ}$. С ростом массового числа происходит опускание дырочных уровней, что приводит к увеличению $\text{Im } M$, а значит, и Γ_λ . Однако для ядер с $A > 60$ наступает насыщение: положения и ширины уровней почти перестают изменяться (см. рис. 3). Это согласуется с экспериментальными данными по $(p, 2p)$ -реакции [7].

Эти расчеты проводились в приближении плоских волн для электронов и протонов, а вершина Γ в F [см. (9)] предполагалась равной свободной вершине. Учет кулоновского искажения функций электронов и движения протонов в оптическом потенциале ядра был проведен в работе [20] (рис. 7). Оказалось, что

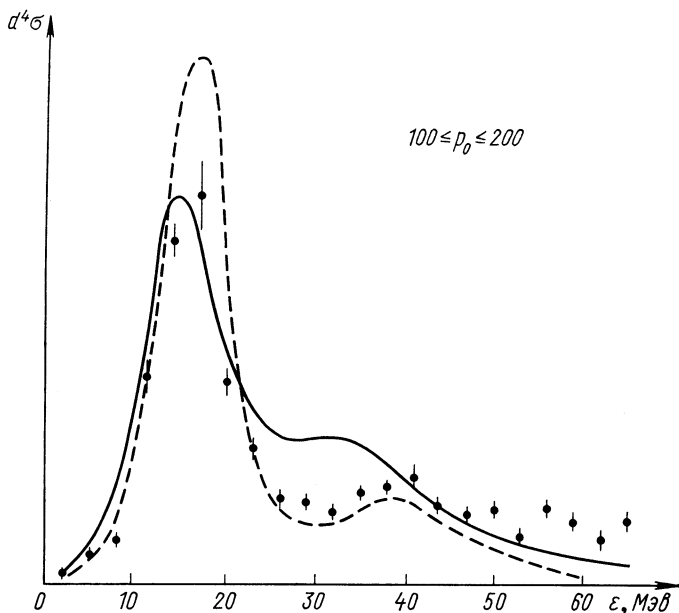


Рис. 4. $(e, e'p)$ -Сечение для ^{12}C , как функция переданной энергии ε с усреднением по импульсу $p_0 = \mathbf{q} - \mathbf{p}$. В интервале $100 \leq p_0 \leq 200 \text{ МэВ/с}$ [12]:

— — — расчеты по работе [6] с подгонкой глубины ямы и ширины [12];
 — расчет в прямоугольной яме (39).

искажение электронных функций не сильно меняет сечение, в то время как учет движения протона в оптическом потенциале существенно сказывается на абсолютной величине R , не изменяя общей картины резонансного поведения.

Очевидно, что при нашем выборе динамического потенциала в линейном по ω -приближении (39) формула (40) не содержит многочастичных резонансов. Только учет зависимости γ от энергии возбуждения может привести к дополнительным корням в уравнении (33), которые и будут соответствовать многочастичным состояниям. В то же время это позволит определить нормировочные множители $(1 - \partial \varepsilon_\lambda(\varepsilon)/\partial \varepsilon)^{-1}$, которые в нашем приближении не удовлетворяют требованию (31). Тем не менее можно утверждать, что предложенный простой вид динамического потенциала

и его симметрия относительно частичных и дырочных возбуждений отражают основные качественные закономерности в спектре дыроч-

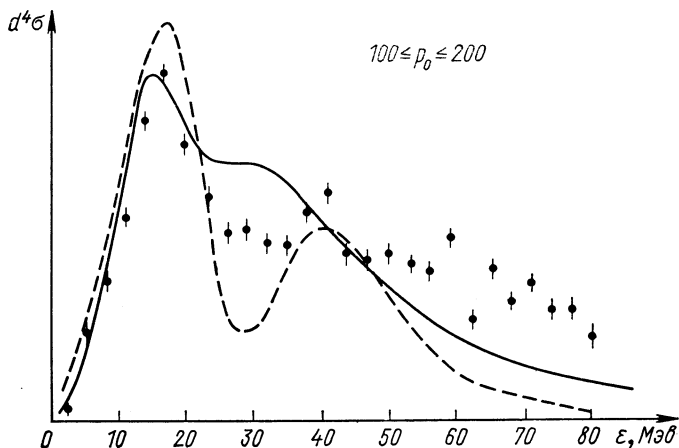


Рис. 5. То же, что на рис. 4 для ^{40}Ca .

ных уровней и объясняют усредненную картину резонансного поведения ($e, e'p$)-сечения в экспериментах по квазиупругому

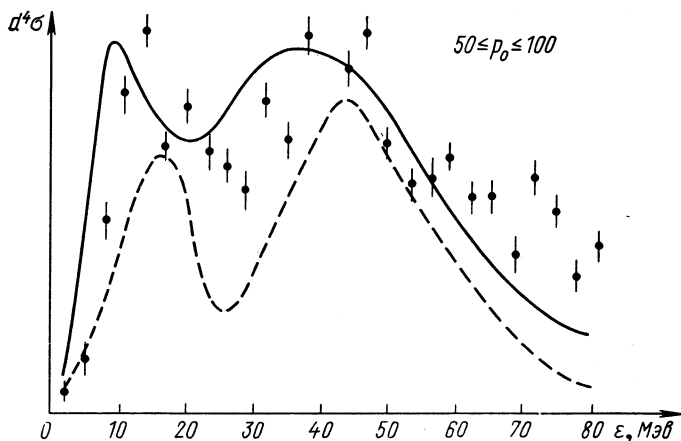


Рис. 6. То же, что на рис. 4 для ^{40}Ca , но с усреднением p_0 в интервале $50 \leq p_0 \leq 100$ Мэв/с.

выбиванию протонов. В частности, из расчетов по формуле (40) следует и наблюдаемая асимметрия резонансных пиков, которая возникает из-за энергетической зависимости потенциала M . Заме-

тим здесь, что и неортогональность функций $\varphi_\lambda(x, \varepsilon)$ при различных значениях ε является следствием такой зависимости, в результате которой возникает обобщенное условие ортонормировки (26).

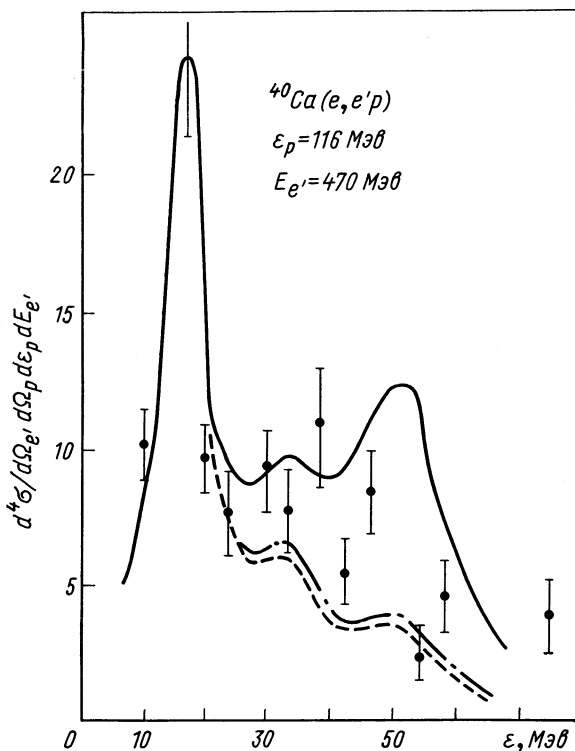


Рис. 7. Сравнение с экспериментом [3] $(e, e'p)$ -сечения на ^{40}Ca :

— — — борновское приближение; — · — · — учет искажения электронов; — — — — учет искажений в протонном и электронном каналах. Функции дырочных состояний рассчитаны в потенциале Вудса — Саксона. Все кривые спишались в точке пика $1d$ -резонанса. Не учитывалось перерасcеяние [20]. Положения и ширины вычисляются в динамическом потенциале (см. разд. 4).

5. ЭФФЕКТЫ ПЕРЕРАССЕЙНИЯ И $(e, e'n)$ -РЕАКЦИИ

Рассмотрим теперь роль эффектов перерасcеяния возбужденного протона на дырке, или, иначе говоря, учтем их взаимодействие и оценим величину Γ . При больших переданных энергиях (порядка сот мегаэлектронвольт) вершину Γ разумно считать плавной функцией от входящих в нее энергетических переменных

ω и ε . Поэтому можно ожидать, что в $(e, e'p)$ -реакциях с высокоэнергичными протонами учет эффектов перерассеяния изменит только абсолютную величину сечений, но не их резонансную зависимость от энергии возбуждения остаточного ядра.

В уравнении (36) для вершины Γ эффективное взаимодействие V ответственно за переходы возбужденного нуклона и остаточного ядра в различные состояния распадающейся составной системы. Поскольку при больших переданных энергиях открыт не только канал с вылетом протона, то величина V должна быть комплексной. Очевидно, что определение взаимодействия V , включающего сложные процессы возбуждения, а затем решение уравнения для вершины Γ , представляет собой труднейшую задачу. Займемся оценкой величины Γ в случае больших энергий ω и ε_p и воспользуемся следующими приближениями. Во-первых, будем рассматривать возбужденный нуклон как частицу, незначительную для остальных нуклонов ядра. Во-вторых, к описанию ядерной среды будем применять приближение Томаса — Ферми [14] и пренебрежем разницей в числах заполнения протонов и нейтронов. Эти приближения оправданы при $\omega \gg \varepsilon_F$ и импульсах «внешних» нуклонов $p \gg p_F$ (ε_F и p_F — энергия и импульс Ферми).

В этих упрощающих предположениях функции Грина внешнего (G_{ex}) и ядерного (G) нуклонов можно записать следующим образом [14]:

$$\left. \begin{aligned} G_{ex}(x, x', \varepsilon) &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \cdot \frac{\delta_{\sigma\sigma'} \exp[i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')] }{\varepsilon - \varepsilon_p - V + i\alpha} \quad (\varepsilon_p = p^2/2m); \\ G(x, x', \varepsilon) &= \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^3} \cdot \frac{\delta_{\sigma\sigma'} \exp[i\mathbf{p}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')] }{\varepsilon - \varepsilon_p - V + i\alpha \operatorname{sign}(p - p_F)}, \end{aligned} \right\} (41)$$

где V — одночастичный потенциал в ядре. Отсюда для импульсного представления уравнения (36) имеем

$$\Gamma_i(Q, P) = \delta_{ip} + 2 \sum_{j=p, n} \int \frac{d^4P'}{(2\pi)^4 i} V_{ij}(P, P', Q) G(P' + Q) G(P') \times \\ \times \Gamma_j(Q, P' + Q). \quad (42)$$

Здесь индекс $i = n, p$; $P = (\mathbf{p}, \varepsilon)$ — 4-импульс возбужденного нуклона; $Q = (\mathbf{q}, \omega)$ — переданный 4-импульс. При больших P и Q можно предположить, что взаимодействие $V_{ij}(P, P', Q)$ слабо зависит от P и P' и одинаково при любых i и j , т. е. $V_{ij}(P, P', Q) \approx V(Q)$.

В пользу такого вида V можно привести следующие соображения. При импульсе \mathbf{p} и энергии ε_p возбужденного нуклона, значительно превышающих импульс и энергию Ферми, V должно слабо зависеть от движения нуклонов среды, т. е. от P' . Следовательно, в V останется только зависимость от Q , так как при $p \gg p'$

можно считать $P \approx Q$. В таком приближении для V вершина Γ_i также зависит только от Q и уравнение (42) легко разрешается

$$\Gamma_p(Q) = 1 + \Gamma_n(Q); \quad \Gamma_p(Q) = \frac{1}{1 - V(Q)\Pi(Q)}, \quad (43)$$

где $\Pi(Q)$ — поляризационный оператор, определяемый соотношением

$$\Pi(Q) = 2 \int \frac{d^4P}{(2\pi)^4 i} G_{ex}(P+Q)G(P) \approx \frac{2}{(2\pi)^3} \int_{p < p_F} \frac{d\mathbf{p}}{\omega - \varepsilon_{\mathbf{p}+\mathbf{q}} + \varepsilon_{\mathbf{p}} + i\alpha}. \quad (44)$$

Подставляя (43) в формулу (8) для $(e, e' p)$ - и $(e, e' n)$ -реакций, получаем

$$R_i(\mathbf{p}, \mathbf{q}, \omega) = \pi |\Gamma_i(\mathbf{q}, \omega)|^2 \times \\ \times \sum_{\lambda} \left| \int dx \psi_{i\mathbf{p}}^{\dagger}(x) \varphi_{i\lambda}(x) \exp(i\mathbf{q}\mathbf{r}) \right|^2 \delta(\varepsilon - \varepsilon_{i\lambda}).$$

Но такой вид вероятности перехода удобен для экспериментального определения роли эффектов перерасеяния сравнением сечений выхода нейтронов и протонов:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^4\sigma_n}{d^4\sigma_p} &= \left| \frac{\Gamma_n(\mathbf{q}, \omega)}{\Gamma_p(\mathbf{q}, \omega)} \right|^2 = |\Gamma_n(\mathbf{q}, \omega)|^2; \\ \frac{d^4\sigma_p - d^4\sigma_n}{d^4\sigma_n} &= \frac{1 - 2 \operatorname{Re} \Gamma_n}{|\Gamma_n|^2}. \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Здесь использовались соотношения (43). Если для оценок пренебречь всеми взаимодействиями, кроме парных, и положить потенциал V , равным его значению для свободных нуклонов ($V_q = \frac{\pi^2}{m p_F} F_q$; $F \approx -2, -3$), то для переданных энергий ω и импульсов порядка нескольких сот мегаэлектронвольт получим, что отношение выхода нейтронов в $(e, e' n)$ -реакции к выходу протонов в $(e, e' p)$ -реакции может достигать 20—30%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из изложенного можно заключить, насколько ценную информацию могут дать эксперименты по рассеянию электронов. Их преимущество по сравнению, например, с нуклонами очевидно: из реакций с электронами можно непосредственно извлечь сведения о ядерных переходах. Это в первую очередь относится к $(e, e' p)$ -реакциям квазиупругого выбивания нуклонов. В связи с этим открывается возможность нового феноменологического подхода в установлении оптической модели для дырочных состояний, что позволит на более строгой основе с уточненным средним полем

провести рассмотрение процессов при высоких энергиях. В то же время это, несомненно, расширит наши представления о структуре основного состояния и роли коррелятивных взаимодействий. Так, при изучении различных возбуждений частично-дырочной природы необходимо учитывать энергетическую зависимость среднего поля и эффективного взаимодействия, что приведет к более полному описанию явлений, например, в отношении времени жизни таких состояний. Разумеется, нельзя утверждать, что все эффекты уточнений среднего поля сводятся к его энергетической зависимости: важно исследовать и другие свойства, как нелокальность, его спиновые и изоспиновые характеристики и т. д.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Jacob G., Maris Th. Nucl. Phys., 1962, v. 31, p. 139.
2. De-Forest T., Walecka I. D. Adv. Phys., 1966, v. 15, p. 1.
3. Amaldi U. jr. e.a. Phys. Lett., 1966, v. 22, p. 593; Amaldi U. jr. Pros. Intern. School Phys., 1967, v. 38, p. 284.
4. De-Forest T. Ann Phys., 1967, v. 45, p. 365; Nucl. Phys. A, 1971, v. 163, p. 237.
5. Балашов В. В. и др. Nucl. Phys. A, 1969, v. 129, p. 369; «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 1; Phys. Lett. B, 1971, v. 36, p. 325.
6. Elton L., Swift A. Nucl. Phys. A, 1967, v. 94, p. 52.
7. James A. N. e.a. Nucl. Phys. A, 1969, v. 5, 138, p. 145.
8. Ваградов Г. М., Калинин Б. Н. ЖЭТФ, 1971, т. 9, с. 240; Ваградов Г. М., Горчаков В. В. «Кр. сооб. по физике», 1970, т. 6, с. 26; т. 8, с. 66; «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1972, т. 36, с. 680.
9. Gross D., Lipperheide R. Nucl. Phys. A, 1970, v. 5, 150, p. 449.
10. Feshbach H. Ann. Phys., 1958, v. 5, p. 357; 1962, v. 10, p. 287 (см. также сборник: Лейн А. М., Томас Р. Г. Теория ядерных реакций при низких энергиях. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1960).
11. Jacob G., Maris Th. Rev. Mod. Phys., 1966, v. 38, p. 121.
12. Kamae T. e.a. Report JNS, Tokyo University, 1970, J—122, 1972, J—134.
13. Shulc S. Доклад на XXI Всесоюзном совещании по ядерной спектроскопии и структуре ядра, Москва, 1971.
14. Киржниц Д. А. Полевые методы теории многих частиц. М., Госатомиздат, 1963.
15. Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М., Физматгиз, 1962.
16. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М., Гостехиздат, 1957.
17. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М., «Наука», 1965.
18. Галицкий В. М. В сб.: Применение методов квантовой теории поля к задачам многих тел. М., Госатомиздат, 1963.
19. Erkelenz K. e.a. Nucl. Phys. A, 1971, v. 161, p. 155.
20. Горчаков В. В. и др. Препринт ОИЯИ, Р4—6997, Дубна, 1973.