

УДК 539.17

ПРЕДРАВНОВЕСНЫЙ РАСПАД В ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

*К. Зайдель, Д. Зелигер,
Р. Райф*

Технический университет,
Дрезден, ГДР

В. Д. Тонеев

Объединенный институт ядерных
исследований, Дубна

Обсуждаются модели предравновесной эмиссии частиц из возбужденных ядер. На примере различных характеристик и для разных каналов реакции проанализирована степень согласия предсказаний этих моделей с опытом. Отмечены возможные новые приложения моделей предравновесного распада. Рассмотрена связь предравновесного подхода с общими методами теории ядерных реакций.

The models of pre-equilibrium particle emission from excited nuclei are discussed. It is analysed to what extent these models succeed in an overall description of characteristics of nuclear reactions. New possible applications of pre-equilibrium decay models are noticed. Some connections of the pre-equilibrium approach with general methods of nuclear reaction theory are considered.

ВВЕДЕНИЕ

В ядерной физике сравнительно хорошо изучены два крайних типа ядерных реакций, описываемых механизмами прямого и равновесного протекания процесса: первый предполагает участие в реакции лишь простейших, например квазичастичных, конфигураций ядра, а второй, напротив, считает существенной лишь многочастичную конфигурацию, типичную для компаунд-ядра. Между ними лежит обширная и пока еще мало изученная область — так называемые реакции предравновесного распада ядер, обсуждению которых посвящена данная работа.

Равновесная статистическая модель [1] внесла свой важный вклад в понимание физики ядерного распада. Однако ясно, что по мере перехода к более высоким энергиям возбуждения предположение об установлении равновесия в ядерной системе становится все менее оправданным. Разработка теории прямых ядерных реакций и, в частности, успехи методов искаженных волн и связи каналов позволили объяснить появление высокоэнергетической компоненты

и асимметрию углового распределения продуктов реакции при больших энергиях. Интересно также, что имеется много экспериментальных данных, которые показывают систематическое отклонение от обоих крайних подходов, например, прецизионные измерения спектров частиц в протон-ядерных реакциях, выполненные в работе [2] для широкого набора ядер-мишеней. Интуиция и анализ экспериментальных данных подсказывают, что в этом случае необходимо рассматривать собственно эволюцию ядерной системы к равновесному состоянию.

Первая модель такого рода была предложена Сербером для описания взаимодействия высокоэнергетического нуклона с ядром [3]. Она предполагает, что внесенная первичной частицей энергия последовательно перераспределяется между ядерными составляющими за счет серии прямых нуклон-нуклонных столкновений (внутриядерного каскада). Достаточно быстрые частицы могут покинуть ядро. Здесь можно рассматривать движение частиц на основе квазиклассики, введя понятие траектории частицы в ядре. Физическая картина процесса аналогична релаксации в газе, обусловленной столкновениями между молекулами.

Отход от равновесной схемы в области умеренных возбуждений был сделан в работах Изумо, который развил модель частичного равновесия [4]. Но существенный прогресс связан с работами Гриффина [5] и Бланна [6], положившими начало моделям предравновесной эмиссии. Несколько иной подход — модель релаксации ферми-газа — предложен в работах Харпа — Миллера — Берна [7, 8]. Общие идеи предравновесной эмиссии нашли развитие в некоторых последующих работах и стали предметом обсуждения многих конференций и специальных семинаров [9—12].

Несомненно, статистическое равновесие в ядре при энергиях возбуждения в десятки мегаэлектронвольт устанавливается в результате очень сложного процесса, комбинации различных типов возбуждения — квазичастичных, кластерных, коллективных. Однако даже простые варианты экситонных моделей, будучи довольно грубой аппроксимацией реального процесса, содержат интересную физику, позволяя по-новому взглянуть на некоторые уже ставшие привычными явления.

Изложим здесь физические основы моделей предравновесного распада (МНР), обсудим общие предсказания предравновесного подхода и сравним между собой наиболее популярные варианты экситонной модели, рассмотрим модели релаксации ферми-газа. Не будем обсуждать модели внутриядерного каскада, поскольку эти вопросы достаточно освещены в монографии [13]. Проанализируем экспериментальные данные с помощью МНР и рассмотрим некоторые вопросы описания предравновесной эмиссии в рамках неравновесной статистической физики и общих методов теории ядерных реакций.

1. МОДЕЛИ ПРЕДРАВНОВЕСНОГО РАСПАДА

Экситонная модель. Качественное рассмотрение. В основе любых модификаций экситонной модели лежат следующие положения: атомное ядро рассматривается как система фермионов со слабым двухчастичным остаточным взаимодействием; возбужденные состояния классифицируются по числу экситонов n , под которым пони-

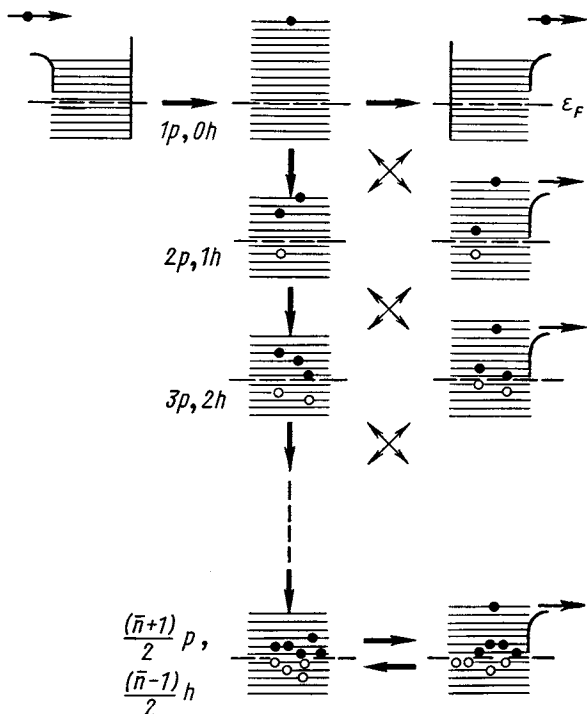


Рис. 1. Схема нуклон-ядерной реакции в рамках экситонной модели

мается суммарное число возбужденных частиц p и дырок h , $n = p + h$; все состояния с одинаковым числом экситонов а priori считаются тождественными. Реакция протекает по простой схеме, условно изображенной на рис. 1. Вошедший в область ядерного потенциала нуклон в результате первого взаимодействия с составляющей ядра образует входное 3-квaziчастичное состояние типа $2p1h$, причем все конфигурации этого состояния предполагаются равновероятными. Двухчастичный характер остаточных взаимодействий накладывает определенные правила отбора на допустимые переходы: $\Delta n = 0$ или ± 2 . Поскольку на начальной стадии

реакции переход к большим значениям n означает существенное расширение конфигурационного пространства, наиболее вероятными оказываются переходы с $\Delta n = +2$ (на рис. 1 толщина стрелок соответствует силе переходов). Следовательно, возбужденная система будет преимущественно развиваться в сторону состояний возрастающей сложности, последовательно проходя состояния с $n = 5, 7, 9$ и т. д. С приближением к равновесию переходы с $\Delta n = 0$ и -2 приобретают все большее значение. В состоянии динамического равновесия, характеризуемого средним числом экситонов \bar{n} , все три допустимых типа переходов равновероятны, и, таким образом, обе стадии процесса в рамках МПР описываются единым образом.

В ходе эволюции системы среди возможных конфигураций с фиксированным числом экситонов имеются такие, когда хотя бы один нуклон находится в одночастичном состоянии в области непрерывного спектра (см. правую часть рис. 1), т. е. частица может быть испущена ядром. Нетрудно видеть, что простейшие ядерные состояния обладают наибольшей вероятностью испустить частицу с высокой кинетической энергией ϵ . Именно эта возможность описания эмиссии частиц на стадии установления статистического равновесия в возбужденной ядерной системе представляет одну из наиболее привлекательных черт МПР.

Мастер-уравнения. Клайн и Бланн [14], а затем и другие авторы [15—17] развили количественную формулировку описанного выше процесса ядерной релаксации в терминах кинетического или мастер-уравнения

$$\frac{\partial P(n, t)}{\partial t} = \lambda_+(n-2, E) P(n-2, t) + \lambda_-(n+2, E) P(n+2, t) - \left[\lambda_+(n, E) + \lambda_-(n, E) + \sum_i \Gamma_i(n, E) \right] P(n, t). \quad (1)$$

Это уравнение связывает изменение вероятности $P(n, t)$ заселения n -экситонного состояния с вероятностями взаимных переходов $\lambda_{\Delta n}(n, E)$ на соседние $(n-2)$ - и $(n+2)$ -состояния и с вероятностью испускания частицы в непрерывный спектр

$$\Gamma_i(n, E) = \int_{E-B_i}^{E-B_i} W_i(n, \epsilon) d\epsilon. \quad (2)$$

Здесь $W_i(n, \epsilon)$ определяет энергетический спектр частиц i -го вида, испущенных из состояния с энергией возбуждения E и числом экситонов n ; B_i — энергия связи этой частицы, а суммирование выполняется по всем открытым каналам испускания.

Записанная для каждого состояния на предравновесной стадии система уравнений (1) дополняется начальным условием

$$P(n, t=0) = \delta(n - n_0). \quad (3)$$

Энергия входного состояния $E = \epsilon_0 + B_0$, где ϵ_0 — кинетическая энергия налетающей частицы; B_0 — ее энергия связи.

Вероятность заселения $P(n, t)$, полученная из решения системы (4), позволяет записать такие физические величины как мгновенный энергетический спектр испущенных частиц и

$$I_i(\epsilon, t) d\epsilon dt = \sum_{\substack{n=n_0 \\ \Delta n=2}} P(n, t) W_i(n, \epsilon) d\epsilon dt \quad (4)$$

и полный предравновесный спектр

$$N_i(\epsilon) d\epsilon = \int_0^{t_{\text{равн}}} I_i(\epsilon, t) d\epsilon dt = \sum_{\substack{n=n_0 \\ \Delta n=2}} W_i(n, \epsilon) t_n d\epsilon, \quad (5)$$

где время жизни n -квазичастичного состояния

$$t_n = \int_0^{t_{\text{равн}}} P(n, t) dt. \quad (6)$$

Суммирование в соотношениях (4), (5) проводится по всем состояниям предравновесной стадии с учетом правила отбора по Δn . Величина $t_{\text{равн}}$ фиксируется моментом достижения значения $n = \bar{n}$.

В состоянии динамического равновесия вероятность заселения перестает зависеть от времени и определяется лишь плотностью $w(n, E)$ n -экситонных состояний, т. е. $P(n, t_{\text{равн}}) = w(n, E) / \sum_n w(n, E)$.

Можно обобщить мастер-уравнение, приняв во внимание возможность последовательного испускания нескольких частиц, переходы с $\Delta n = 0$ и т. п. Но даже такие усложненные системы решаются сравнительно просто из-за связи кинетических уравнений со случайными марковскими процессами [17].

Действительно, описанная выше временная эволюция системы представляет собой пример разрывного марковского процесса [18]: временная переменная меняется непрерывно, и в некоторый случайный момент происходит скачкообразное изменение состояния системы, причем поведение системы в будущем полностью определяется ее состоянием в настоящий момент. С этой точки зрения уравнение (1) является уравнением Колмогорова — Чапмена [18] для данного случайного процесса.

Интерпретация ядерной релаксации в терминах случайных процессов подсказывает простой способ решения мастер-уравнения: моделирование случайного процесса с помощью метода Монте-Карло [17]. Но прежде чем обсудить эти решения, необходимо

определить фигурирующие в них плотности возбужденных состояний ядра $w(n, E)$, скорости внутриядерных переходов $\lambda_{\Delta n}(n, E)$ и испускания частиц $W_i(n, \epsilon)$.

Плотность возбужденных состояний промежуточного ядра. Особенность нашей задачи заключается в том, что необходимо знать плотность возбужденных состояний с фиксированным числом возбужденных частиц и дырок. Для нахождения $w(n, E)$ можно использовать методы, развитые в статистической механике (см. обзоры [19, 20]), рассматривая число экситонов n как еще одно сохраняющееся аддитивное квантовое число. В общем случае результаты можно получить лишь численно. Но если пренебречь эффектом принципа Паули, что предполагает малость n , и рассмотреть экситоны как газ бoльцмановских n частиц, то выражение для функции распределения выписывается сразу:

$$Z(\beta) = \sum_k \exp(-E_k \beta) = \frac{1}{n!} \left[\int g(\epsilon) \exp(\epsilon \beta) d\epsilon \right]^n = \frac{1}{n!} (g/\beta)^n.$$

При выводе этого соотношения сумму по одночастичным состояниям заменим интегралом, введя плотность одночастичных состояний $g(\epsilon)$, а затем воспользуемся приближением эквидистантного спектра, положив $g(\epsilon) = g$. Фактор $n!$ учитывает неразличимость классических частиц. Таким образом, имеем

$$w(n, E) = \frac{2}{(2\pi i)^n} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} d\beta Z(\beta) \exp(-\beta E) = \frac{g(gE)^{n-1}}{(n-1)! n!} \quad (7)$$

Плотность промежуточных состояний с помощью этой формулы оценивалась Грифффином в его варианте экситонной модели [6]. Более точным является соотношение, предложенное В. И. Струтинским [21] и Эриксоном [19], где частицы и дырки трактуются как два разных бoльцмановских газа. Тогда $Z(\beta) = (g/\beta)^{p+h}(p!h!)$, что дает

$$w(p, h, E) = g(gE)^{p+h-1} / [p! h! (p+h-1)!]. \quad (8)$$

Интересно выяснить, в какой степени справедливы простые соотношения типа (7), (8). Их сравнение с плотностью частично-дырочных возбуждений, рассчитанной в модели независимых фермионов с эквидистантной схемой одночастичных уровней, показывает хорошую точность (8), улучшающуюся с ростом n , тогда как отклонение формулы (7) достигает нескольких порядков [22].

Влияние принципа Паули на плотность промежуточных состояний в эквидистантной модели исследовалось Вильямсом [23], который показал, что этот эффект приближенно можно выразить аналитической зависимостью

$$w(p, h, E) = g(gE - \mathcal{A})^{p+h-1} / [p! h! (p+h-1)!], \quad (9)$$

т. е. исключение многократного заселения одночастичных уровней в этом приближении приводит к смещению эффективной энергии возбуждения на величину \mathcal{A}/g , где

$$\mathcal{A} = (p^2 + h^2 + p - 3h)/4. \quad (10)$$

Точность эквидистантного приближения анализировалась в работе [24] сопоставлением $w(p, h, E)$ для трех типов распределений

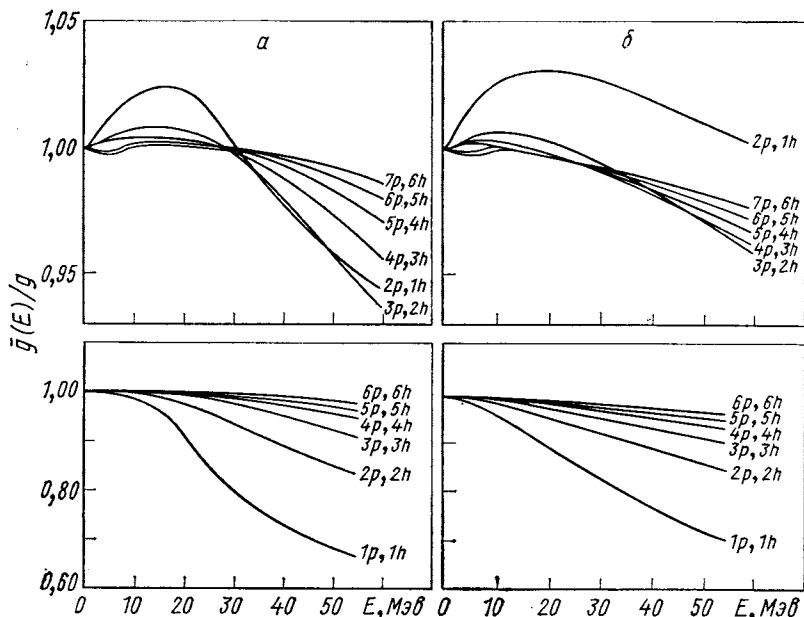


Рис. 2. Сравнение плотности состояний с заданным числом квазичастиц для случая одночастичных уровней:

a — прямоугольной потенциальной ямы с энергией Ферми $\epsilon_F = 20$ Мэв; *б* — обрезанного осцилляторного потенциала с $\epsilon_F = 40$ Мэв и $\omega(p, h, E)$, рассчитанной в эквидистантном приближении с $g = A/13,3$ Мэв⁻¹ [24].

Для наглядности результаты выражены через «эффективную» одночастичную плотность \bar{g} , определенную согласно (8) с левой частью, найденной численно

одночастичных уровней: эквидистантного, для потенциала ферми-газа с $g(\epsilon) \sim \epsilon^{1/2}$, и обрезанного осцилляторного потенциала. Пример такого анализа дан на рис. 2. Близость отношения $\bar{g}(E)/g$ к единице указывает на достаточно высокую точность оценки (8).

В реальных ядрах неоднородное распределение уровней является отражением эффектов ядерной структуры. Конкретные расчеты выполнены в работах [25—28] и приводятся на рис. 3. Результаты исследования влияния оболочечной структуры ядра можно охарактеризовать следующим образом. Эквидистантная модель является

хорошим приближением для плотности состояний при сравнительно высоких энергиях. Как это и следовало ожидать, в области низких возбуждений (7) и (8) не передают реального ядра поведения плотности квазичастичных состояний. Для магических ядер отклонения здесь могут достигать нескольких порядков, однако для ядер, находящихся между заполненными оболочками, предсказания эквидистантной модели вполне удовлетворительные. Характер расхождений вблизи магических ядер таков, что результаты, осно-

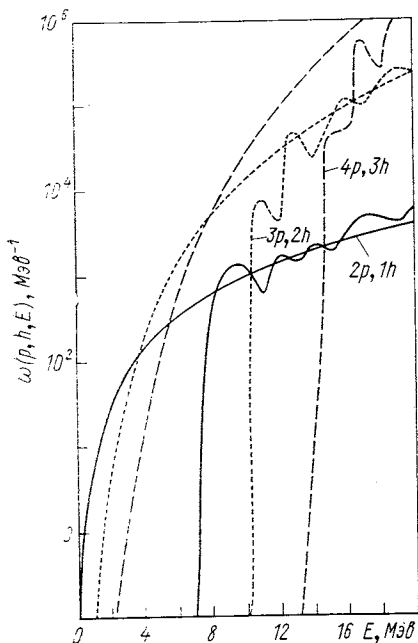


Рис. 3. Плотность квазичастичных состояний, рассчитанная со схемой Нильссона для заполненной оболочки $Z = 50$ ($A = 115$) и согласно (8) монотонные кривые [28]

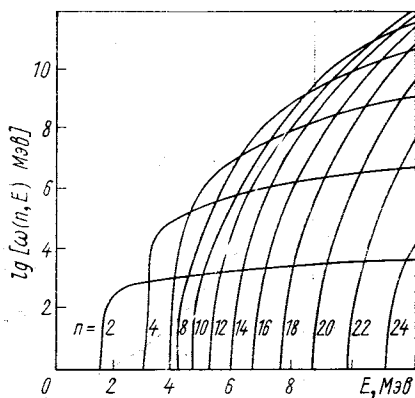


Рис. 4. Плотность квазичастичных состояний тяжелого ядра с учетом спаривания в модели сверхтекучего ядра [26].

Одночастичная плотность $g = 18,3 \text{ Мэв}^{-1}$ и корреляционная функция основного состояния $\Delta_0 = 0,85 \text{ Мэв}$

ванные на использовании реальных одночастичных схем, можно воспроизвести эквидистантной моделью со сдвигом энергии основного состояния.

А. В. Игнатюк и Ю. В. Соколов [26] в рамках общего статистического подхода рассмотрели влияние остаточных взаимодействий корреляционного типа. Результаты, представленные на рис. 4, показывают, что учет эффекта спаривания приводит к возрастающему с увеличением числа экситонов n смещению энергии основного состояния и к появлению характерной «ступенчатой» зависимости термодинамических величин. На возможность существования такой структуры впервые обратил внимание В. М. Струтинский [21].

Качественно возникновение структуры можно проследить даже в приближении бoльцмановского газа, если учесть, что для образования классической частицы необходимо преодолеть силы спаривания, затратив некоторую энергию Δ . Тогда, например, для четно-четного ядра из уравнения (8) непосредственно получим

$$w(n, E) = g^n (E - \Delta \cdot n)^{n-1} / \{[(n/2)!]^2 (n-1)!\}. \quad (11)$$

Обобщение соотношения (11) на случай ядер с произвольным числом нуклонов сделано в работе [29].

Приближение Струтинского — Эриксона (8) широко используется в МПР. Отмеченные расхождения служат предупреждением, что соотношением (8) нужно пользоваться с известной степенью осторожности, особенно вблизи магических ядер. Но действительная ситуация оказывается более удачной, поскольку в статистическом описании фигурируют, как правило, не абсолютные, а относительные плотности возбужденных состояний. Относительные значения существенно слабее зависят от структуры ядра, в чем непосредственно можно убедиться ниже.

Вероятности испускания частиц из предравновесных состояний. Используя принцип детального баланса, скорость распада $W_i(p, h, \epsilon)$ n -квазичастичной системы с испусканием нуклона в непрерывный спектр можно выразить через сечение обратной реакции $\sigma_{inv}(\epsilon)$:

$$W_i(p, h, \epsilon) d\epsilon = [(2s_i + 1)/(\pi^2 \hbar^3)] \mu_i \mathcal{R}_i(n) \times \\ \times \epsilon \sigma_{inv}(\epsilon) w(p-1, h, U) d\epsilon / w(p, h, E). \quad (12)$$

Здесь $w(p, h, E)$ и $w(p-1, h, U)$ — плотности состояний распадающегося и остаточного ядра с $U = E - B_i - \epsilon$; s_i и μ_i — спин и приведенная масса испущенной частицы. Фактор $\mathcal{R}_i(n)$ обеспечивает выполнение условия, что выбранный экситон окажется нуклоном типа i [14, 30]. Поскольку в (12) входит отношение плотностей возбужденных состояний, то результат слабо чувствителен к конкретному выбору $w(p, h, E)$. Так, абсолютные значения плотностей $2p1h$ -состояний, рассчитанные в различных предположениях о поведении $g(\epsilon)$, заметно отличаются друг от друга (см. рис. 2), но вероятности испускания нуклонов $W_i(2,1, \epsilon)$, как показано на рис. 5, оказываются близкими для всех трех моделей. В частности, достаточно хорошим является приближение эквидистантной модели. Подстановка (8) в уравнение (12) дает ($\mathcal{R}_i(n) \approx 1$)

$$W_i(p, h, \epsilon) d\epsilon = [2\mu_i/(\pi^2 \hbar^3)] \epsilon \sigma_{inv}(\epsilon) [p(n-1)/(gE)] (U/E)^{n-2} d\epsilon. \quad (13)$$

В случае эмиссии сложной частицы необходимо учесть все состояния не только остаточного ядра, но и испущенной частицы, число которых $w(p_i, 0, E - U)/g$. Как и ранее, $\mathcal{R}_i(n)$ учитывает тот факт, что выбранная комбинация p_i нуклонов из общего чис-

ла p возбужденных частиц имеет протон-нейтронный состав, отвечающий i -й частице. В рамках модели независимых частиц фактор $\mathcal{R}_i(n)$ можно рассчитать комбинаторными методами [15]. Но наличие необходимого изотопического состава в выделенной группировке еще не гарантирует образования единой системы. Введем дополнительный фактор γ_i , который дает вероятность «конденсации» этой группировки в сложную частицу i . Окончательно имеем [31]

$$W_i(p, h, \epsilon) d\epsilon = \frac{2s_i + 1}{\pi^2 \hbar^3} \mu_i \epsilon \sigma_{inv}(\epsilon) \gamma_i \times \mathcal{R}_i(n) \frac{w(p_i, 0, E - U)}{g} \cdot \frac{w(p - p_i, h, U)}{w(p, h, E)} d\epsilon, \quad (14)$$

где параметр γ_i находится из сравнения с опытом.

Альтернативный подход предложен в работах [32, 33] применительно к эмиссии α -частиц. Авторы предполагали существо-

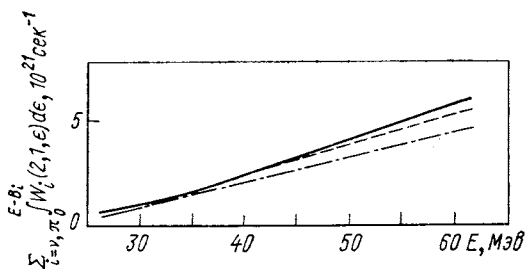


Рис. 5. Скорость испускания нуклонов из $2p1h$ -состояний возбужденной системы $p + {}^{89}\text{Y}$ [24]. Кривые рассчитаны в различных предположениях о $g(\epsilon)$: — эквидистантное распределение; --- для прямоугольной потенциальной ямы; -.-.- для обрванного осцилляторного потенциала

вание в ядре α -частичных возбужденных состояний. Такой α -кластер (или α -дырка) рассматривался как один экситон с одночастичной плотностью $g_\alpha = g/4$. Если теперь ввести вероятность «приготовления» α -кластера φ , то по аналогии с (12) для вероятности испускания α -частицы можно записать

$$W_\alpha(p, h, \epsilon) d\epsilon = \frac{(2s_i + 1)}{\pi^2 \hbar^3} \mu_\alpha \epsilon \sigma_{inv}(\epsilon) \times \frac{\varphi K_{p, h}^\alpha w(p - p_\alpha, h, U)}{[\varphi K_{p, h}^\alpha + (1 - \varphi) K_{p, h}^\nu] w(p, h, E)} d\epsilon, \quad (15)$$

где индекс ν относится к нуклонам; факторы $K_{p, h}^i$, учитывающие сохранение заряда и различие в одночастичной плотности нукло-

нов и α -частиц, легко рассчитываются [32]. Вероятность приготовления α -частиц φ остается свободным параметром.

Вероятности внутриядерных переходов. В силу предположения о малости остаточных двухчастичных взаимодействий для нахождения отнесенной к единице времени вероятности перехода $\lambda_{\Delta n}$ можно использовать первый порядок зависящей от времени теории возмущения [5, 6, 30]

$$\lambda_{\Delta n}(n, E) = (2\pi/\hbar) \langle |M|^2 \rangle w_f^{\Delta n}(n, E), \quad (16)$$

где $\langle |M|^2 \rangle$ — усредненный матричный элемент внутриядерного перехода с изменением числа экситонов на Δn и сохранением энергии E ; $w_f^{\Delta n}$ — плотность конечных состояний, реально достижимых при данном переходе. Отличие величины $w_f^{\Delta n}$ от плотности промежуточных состояний заключается в том, что благодаря правилу отбора $\Delta n = 0$ и ± 2 часть $(n + \Delta n)$ -квaziчастичных состояний можно заселить только путем многократных двухчастичных взаимодействий [30]. В приближении эквидистантной одночастичной модели (8) имеем:

$$\left. \begin{aligned} w_f^+(p, h, E) &= \frac{\lambda_+(p, h, E) \hbar^2}{2\pi \langle |M|^2 \rangle} = \frac{g}{2} \cdot \frac{(gE)^2}{(p+h+1)}; \\ w_f^0(p, h, E) &= \frac{\lambda_0(p, h, E) \hbar^2}{2\pi \langle |M|^2 \rangle} = \frac{g^2 E}{2(p+h)} [p(p-1) + \\ &\quad + 4ph + h(h-1)]; \\ w_f^-(p, h, E) &= \frac{\lambda_-(p, h, E) \hbar^2}{2\pi \langle |M|^2 \rangle} = \frac{g}{2} [ph(p+h-2)]. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Эти уравнения впервые получены в работе [30] и уточнены в работе [34]. При малых значениях n $w_f^+ \gg w_f^-$ и доминирующими являются переходы с $\Delta n = +2$. Учет принципа Паули приводит к следующим приближенным уравнениям [34]:

$$\left. \begin{aligned} w_f^+(p, h, E) &= \frac{g(gE - \mathcal{A})^2}{2(n+1)} \left[1 - \frac{n+1}{n} \frac{p(p-1) + ph + h(h-1)}{gE - \mathcal{A}} \right]; \\ w_f^0(p, h, E) &= \frac{g(gE - \mathcal{A})}{2n} \left\{ p(p-1) \left[1 - \frac{3}{4} \cdot \frac{n(p-2)}{gE - \mathcal{A}} \right] + \right. \\ &\quad \left. + 4ph \left[1 - \frac{3n(n-2)}{8(gE - \mathcal{A})} \right] + h(h+1) \left[1 - \frac{3n(h-2)}{4(gE - \mathcal{A})} \right] \right\}; \\ w_f^-(p, h, E) &= \frac{g}{2} ph(n-2) \left[1 - \frac{(n-1)}{(n+2)} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{(p-1)(p-2) + (h-1)(h-2)}{8(gE - \mathcal{A})} \right], \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

где смещение \mathcal{A} определено (10). Точность полученных соотношений (17) и (18) приводится на рис. 6. Учет принципа Паули снижает число доступных конечных состояний, его влияние

особенно заметно в области малых E и для состояний с большим n . Точность уравнений (18) достаточно высока.

Если эквидистантная модель является своего рода панацеей в вопросе расчета плотности состояний ядра, то в отношении $\bar{\langle |M|^2 \rangle}$ ситуация менее определена. В настоящее время невозможно сколь угодно точно рассчитать средний квадрат матричного элемента. Поэтому при анализе экспериментов на основе МПР $\langle |M|^2 \rangle$ или рассматривается как свободный параметр, или оценивается из вероятности соударения нуклонов в ядерном веществе.

Отнесенная к единице времени *вероятность соударения* частицы с нуклоном ядра выражается через эффективное сечение взаимодействия $\langle \sigma \rangle$ и плотность нуклонов ρ или через среднюю длину свободного пробега частицы Λ :

$$\lambda_{\text{соуд}} = v\rho \langle \sigma \rangle \equiv v/\Lambda, \quad (19)$$

где v — усредненная относительная скорость сталкивающихся частиц.

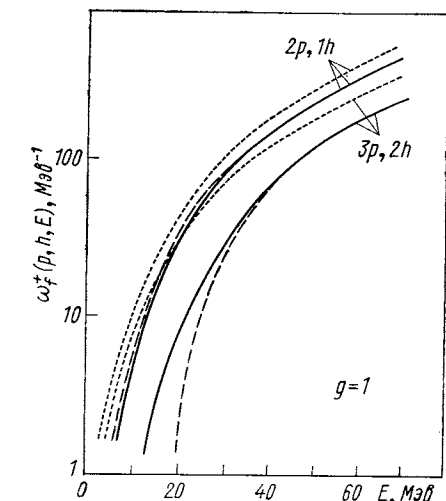


Рис. 6. Плотность доступных $2p1h$ - и $3p2h$ -состояний:

— — точный численный расчет [34];
 - - - — приближенный расчет с учетом принципа Паули [см. (18)]; ... — без учета принципа Паули [см. (17)]

Если предположить независимость сечения свободного рассеяния нуклонов, то [35]

$$\langle \sigma \rangle \sim (\epsilon_0 + B_0)^2, \quad (20)$$

где ϵ_0 — кинетическая энергия налетающего нуклона. В реалистическом случае вычисления можно выполнить лишь численно. Для бесконечной ядерной материи такие расчеты проведены Кикучи и Кавай [36] методом Монте-Карло, а их результаты аппроксимированы Бланном [37]:

$$\lambda_{\text{соуд}} = 1,4 \cdot 10^{21} (\epsilon_0 + B_0) - 6 \cdot 10^{18} (\epsilon_0 + B_0)^2. \quad (21)$$

Здесь энергии выражены в Мэв , $\lambda_{\text{соуд}}$ — в сек^{-1} . Уточнение этого соотношения на случай системы с конечными размерами сделано в работе [24]. Результаты показаны на рис. 7 вместе с расчетом согласно (21). Видно, что симметрия частица — дырка имеется лишь вблизи энергии Ферми, $(\epsilon - \epsilon_F) \approx 0$. При возбуждениях

порядка глубины потенциальной ямы необходимо проводить различие между соударениями возбужденной частицы и соударениями дырки.

Среднюю длину свободного пробега частицы в ядре можно связать с мнимой частью оптического потенциала $\Lambda = \hbar v / (2W_{\text{опт}})$, и, следовательно,

$$\lambda_{\text{соуд}} = 2W_{\text{опт}} / \hbar. \tag{22}$$

Примечательно, что если величина $W_{\text{опт}}$ извлекается из эксперимента (например, из анализа экспериментов по упругому рассеянию), то отпадает необходимость какой-либо дополнительной процедуры усреднения.

Каким образом *вероятность экситон-экситонного взаимодействия* выражается $\lambda_{\text{соуд}}$? Часто этот вопрос решается отождествлением вероятности столкновения с вероятностью λ_+ -перехода из $1p0h$ -состояния [38]

$$\lambda_{\text{соуд}}(\epsilon_0) = \lambda_+(1, 0, \epsilon_0 + B_0). \tag{23}$$

Предполагая далее независимость среднего квадрата матричного элемента от числа экситонов, находится $\langle |M|^2 \rangle$ из соотношения (16).

Авторы работы [17] исходили из записи соотношения типа (23) для переходов из каждого n -квазичастичного состояния, но при этом вероятность соударения определялась не полной энергией возбуждения, а средней относительной энергией сталкивающихся экситонов $\langle \epsilon_{\text{соуд}} \rangle$. В этом приближении эффективное сечение взаимодействия становится функцией числа экситонов

$$\langle \sigma \rangle = \eta_{\text{П}}(\epsilon / \epsilon_F) \sigma(\langle \epsilon_{\text{соуд}} \rangle), \tag{24}$$

где фактор учитывает влияние принципа Паули [35, 36]. Величина $\langle \epsilon_{\text{соуд}} \rangle$ складывается из средней кинетической энергии возбужденной частицы $\epsilon_F + E/n$, найденной усреднением ϵ по всем возможным конфигурациям n -экситонного состояния, и кинетической энергии «партнера» $(3/5) \epsilon_F$, усредненной по спектру вырожденного ферми-газа [17]. Вероятности λ_0 и λ_- определяют (17).

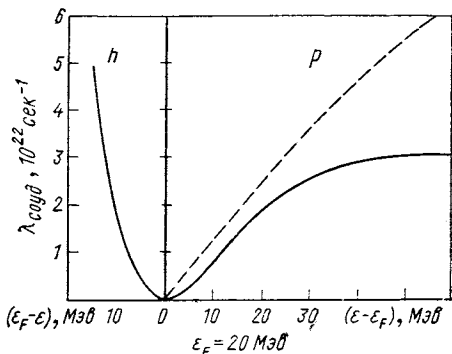


Рис. 7. Скорость соударения частицы (правая часть) и дырки (левая часть) в системе фермионов, заключенной в прямоугольную потенциальную яму [24]: — — — — бесконечная ядерная материя [см. (21)]

В работе [24] обсуждаемая связь устанавливалась с помощью соотношения

$$\lambda_+(p, h, E) = p \langle \lambda_{\text{соуд}, p} \rangle + h \langle \lambda_{\text{соуд}, h} \rangle, \quad (25)$$

где среднее значение скорости соударения одной возбужденной частицы $\langle \lambda_{\text{соуд}, p} \rangle$ или дырки $\langle \lambda_{\text{соуд}, h} \rangle$ берется по всем ph -конфигурациям:

$$\left. \begin{aligned} \langle \lambda_{\text{соуд}, p} \rangle &= \frac{1}{pw(p, h, E)} \int_0^E du \lambda_{\text{соуд}, p}(u) \times \\ &\quad \times w(p-1, h, E-u) w(1, 0, u); \\ \langle \lambda_{\text{соуд}, h} \rangle &= \frac{1}{hw(p, h, E)} \int_0^E du \lambda_{\text{соуд}, h}(u) \times \\ &\quad \times w(p, h-1, E-u) w(0, 1, u). \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

Необходимость различать столкновение частиц и дырок уже обсуждалась выше. Вероятности перехода, рассчитанные по (25),

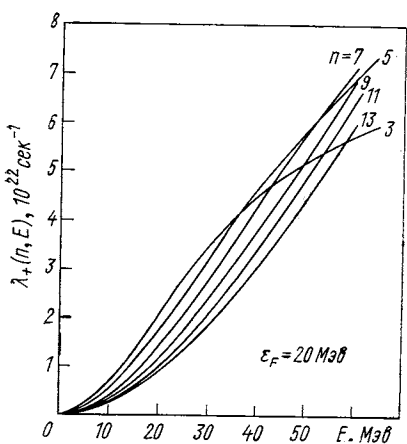


Рис. 8. Вероятность переходов с $\Delta n = \pm 2$ для n -квазичастичных состояний системы фермионов [24], заключенной в прямоугольную потенциальную яму [см. (25), (26)]

(26), для случая прямоугольной потенциальной ямы даны на рис. 8, при этом использованы значения $\lambda_{\text{соуд}}$, приведенные на рис. 7. Результаты показывают, что независимость матричного элемента от n , вытекающая из обратной пропорциональности λ_+ числу экситонов [см. (17)], наблюдается лишь при малых возбуждениях, когда симметрия частица — дырка не нарушена. Что касается энергетической зависимости, то при небольших энергиях возбуждения $\lambda_+ \sim E^2$ и, следовательно, $\langle |M|^2 \rangle \approx \text{const}$. Но уже при энергии около 20 MeV $\lambda_+ \sim E$, что соответствует $\langle |M|^2 \rangle \sim E^{-1}$. С дальнейшим повышением энергии E вероятности внутридерных переходов стремятся к насыщению начиная с λ_+ при малых n .

Поскольку в вероятность экситон-экситонного взаимодействия массовое число A нигде явно не входит, то согласно (17) $\langle |M|^2 \rangle \sim A^{-3}$, так как $g \sim A$. Как следует из работы [24], эти качественные выводы остаются справедливыми при использовании потенциалов произвольной формы.

Приближения несколько другого рода привели к так называемой гибридной модели [37]. Полагают, что из всех n -экситонных состояний основной вклад в испускание частицы с энергией ϵ дают такие, которые имеют одну частицу в континууме с энергией ϵ . Уход в другие состояния осуществляется за счет соударения именно этой частицы, другие соударения не рассматриваются. Тогда

$$\lambda_+(p, h, E) = \lambda_{\text{соуд}}(\epsilon + B_i). \quad (27)$$

Следует заметить, что энергетические зависимости уравнения (27) и результатов, представленных на рис. 8, очень близки, особенно при $E \gtrsim 20 \text{ Мэв}$. Поэтому можно ожидать, что характеристики предравновесного процесса в обсуждаемых подходах также не будут существенно отличаться.

Динамика предравновесного распада. Как уже отмечалось, при решении мастер-уравнения (1) удобно воспользоваться интерпретацией ядерной релаксации в терминах случайных марковских процессов [17]. Метод позволяет учесть как все типы внутриядерных переходов λ_+ , λ_- , λ_0 , так и последовательное испускание нескольких частиц на стадии установления равновесия.

Решения мастер-уравнения для системы с массовым числом $A = 64$ при двух значениях энергии возбуждения приведены на рис. 9. При этом плотность одночастичных состояний рассчитывалась в рамках эквидистантной модели (8), а величина $\langle |M|^2 \rangle$ извлекалась из оценки [17] среднего свободного пробега нуклона в ядерной материи [см. (19), (24)]. Как видно из рисунка, функция заселения состояний $P(n, t)$, имевшая в начальный момент вид δ -функции, с ростом t сдвигается в сторону больших значений n и все сильнее размывается. По достижении момента времени $t \approx \sim 3 \cdot 10^3$, что в абсолютном масштабе соответствует вполне разумному времени релаксации системы примерно $6 \cdot 10^{-19} \text{ сек}$, положение и форма распределения $P(n, t)$ стабилизируются, т. е. система достигает состояния динамического равновесия.

Относительный вклад компоненты с четным n характеризует эффект «обеднения» состояний за счет предравновесной эмиссии. Представленные на рис. 9 результаты показывают, что в случае $E = 24 \text{ Мэв}$ компонента с четным числом квазичастиц намного слабее нечетной, тогда как для $E = 96 \text{ Мэв}$ они вполне сравнимы.

Мгновенный и интегральный спектры нейтронов, испущенных из рассматриваемых систем, приведены на рис. 10 и 11. Результаты позволяют четко проследить корреляции «жесткости» спектра со степенью охвата ядра возбуждением и с моментом испускания частицы. Действительно, эмиссия частиц с максимальной энергией происходит на наиболее ранней стадии релаксации из самых простых квазичастичных состояний; равновесное испускание дает вклад преимущественно в область малых значений ϵ .

Интересно отметить, что скорость испускания частиц (см. рис. 11) сильно уменьшается при приближении к состоянию динамического равновесия. Это означает, что составная система, достигшая равновесия, «живет» сравнительно долго по отношению к испусканию частицы. Таким образом, в МПР ядерные процессы

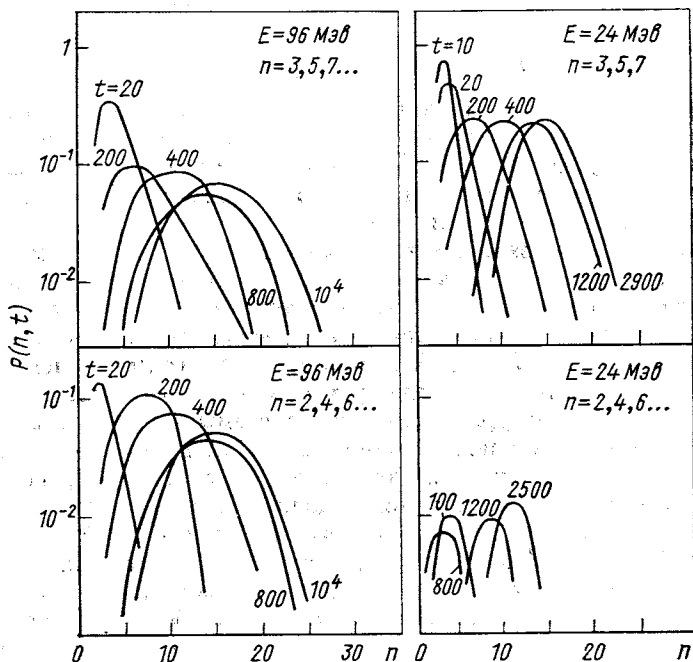


Рис. 9. Вероятность заселения $P(n, t)$ n -экситонных состояний для ядерной системы с $g = 5,2 \text{ Мэв}^{-1}$, $n_0 = 3$ и энергиями возбуждения $E = 24$ и 96 Мэв [17]

Временная шкала выражена в единицах $1/\lambda_+(n = 3, E = 24 \text{ Мэв})$. Состояния с четными значениями n заселяются лишь в результате испускания нуклонов.

естественным образом разделяются по времени на быстрые, предравновесные и более медленные, протекающие через стадию образования компаунд-ядра.

Упрощенные аналитические варианты экситонной модели. Для выявления общих закономерностей предравновесного распада полезно иметь простые аналитические формулы, отражающие суть явления. Кроме того, это сделало бы более прозрачными результаты численного решения мастер-уравнения.

На начальной стадии ядерной релаксации вероятности внутриядерных переходов $\lambda_+ \gg \lambda_0 \gg \lambda_-$, как следует из уравнений (17). В частности, для рассмотренного выше примера с $E = 24 \text{ Мэв}$ имеем

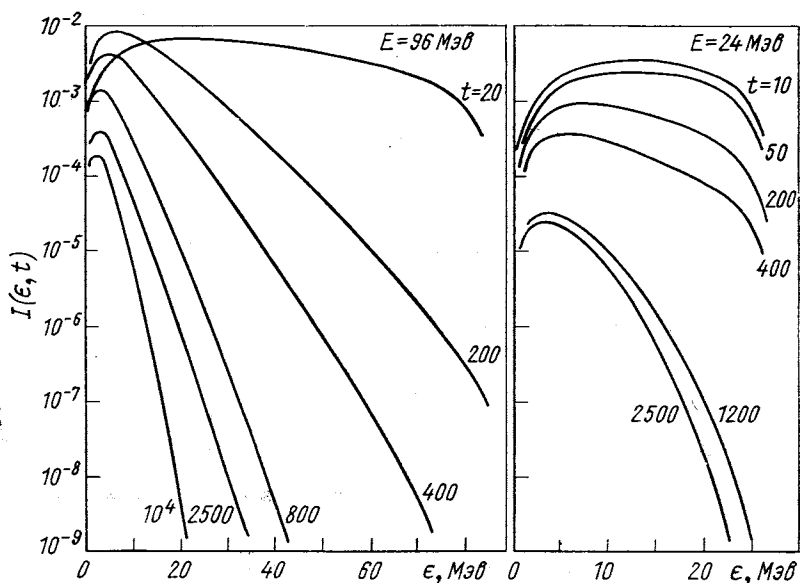


Рис. 10. Мгновенные спектры нейтронов, отвечающие вероятностям заселения $P(n, t)$, представленным на рис. 9 [см. (4)]

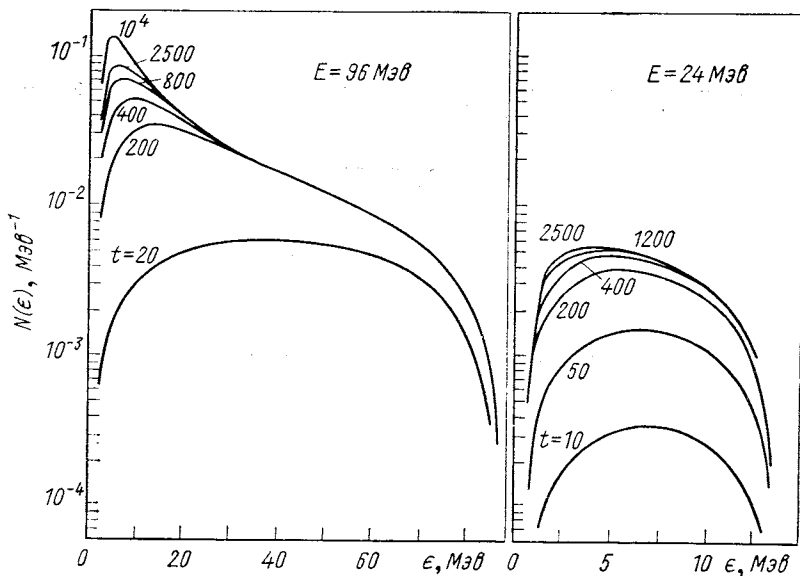


Рис. 11. Интегральные (по времени) нейтронные спектры для ядерной системы, описанной на рис. 9 [см. (5)]

$\lambda_+/\lambda_- \sim 10^3$ и 10^2 при $n = 3$ и 5 соответственно. Таким образом, в первом приближении можно считать, что система эволюционирует последовательными λ_+ -переходами, начиная с $n = n_0$. Этому процессу отвечает мастер-уравнение (1), в котором надо отбросить члены, содержащие λ_- . Формальное решение упрощенного уравнения записывается как

$$P(n, t) = \begin{cases} \exp\{-[\lambda_+(n, E) + \Gamma(n, E)]t\}, & \text{если } n = n_0; \\ -\lambda_+(n-2, E) \exp\{-[\lambda_+(n, E) + \Gamma(n, E)]t\} \times \\ \times \int_0^t d\tau P(n-2, \tau) \exp\{[\lambda_+(n, E) + \Gamma(n, E)]\tau\}, & \\ \text{если } n > n_0, \end{cases} \quad (28)$$

где принято обозначение $\Gamma(n, E) = \sum_i \Gamma_i(n, E)$. Подставляя соотношение (28) в (6), находим среднее время жизни n -квази-частичного состояния

$$t_n = t_{n-2} \lambda_+(n-2, E) / [\lambda_+(n, E) + \Gamma(n, E)].$$

С учетом начального условия

$$t_0 = [\lambda_+(n_0, E) + \Gamma(n_0, E)]^{-1}$$

имеем

$$t_n = \frac{1}{\lambda_+(n, E) + \Gamma(n, E)} \prod_{n'=n_0+2}^n \left[1 - \frac{\Gamma(n'-2, E)}{\lambda_+(n'-2, E) + \Gamma(n'-2, E)} \right] \equiv \\ \equiv \frac{\mathcal{D}(n)}{\lambda_+(n, E) + \Gamma(n, E)}, \quad (29)$$

где $\mathcal{D}(n)$ — фактор обеднения.

Выражение для спектра испущенных частиц теперь принимает следующий вид:

$$N_i(\epsilon) d\epsilon = \sum_{\substack{n=n_0 \\ \Delta n=2}}^{\bar{n}} W_i(n, \epsilon) \frac{\mathcal{D}(n) d\epsilon}{\lambda_+(n, E) + \Gamma(n, E)}. \quad (30)$$

При сравнении с экспериментом часто используются различные модификации соотношения (30), отличающиеся главным образом выбором $\lambda_+(n, E)$. Наиболее популярными среди них являются следующие.

Приближение Вильямса [30]. Скорость внутриядерных переходов оценивается согласно (16) с использованием (17) для $\omega_i^{\Delta n}$. Предполагая независимость $\langle |M|^2 \rangle$ от n и $\lambda_+(n, E) \gg \Gamma(n, E)$,

получаем

$$N_i(\epsilon) d\epsilon = \frac{(2s_i + 1) \mu_i \xi \sigma_{inv}(\epsilon)}{\pi^3 \hbar^2 g^4 \langle |M|^2 \rangle E^3} \sum_{\substack{\bar{n} \\ n=n_0 \\ \Delta n=2}} (U/E)^{n-2} p(n^2-1) d\epsilon. \quad (31)$$

Приближение Бланна [14]. В отличие от предыдущей модели время жизни в любом n -квазичастичном состоянии считается одинаковым $t_n = t_0 = \text{const}$. Тогда

$$N_i(\epsilon) d\epsilon = \frac{(2s_i + 1) \mu_i \xi \sigma_{inv}(\epsilon)}{\pi^2 \hbar^3 g E} \sum_{\substack{\bar{n} \\ n=n_0 \\ \Delta n=2}} \left(\frac{U}{E}\right)^{n-2} p(n-1) t_0 d\epsilon. \quad (32)$$

В обоих выражениях верхний индекс суммирования \bar{n} равен среднему числу экситонов в равновесном состоянии. Величину \bar{n} можно найти, например, из условия

$$\lambda_+(\bar{n}, E) = \lambda_-(\bar{n}, E),$$

что дает

$$\bar{n} = \sqrt{2gE}. \quad (33)$$

В случае нуклон-ядерных реакций (31) и (32) иногда записываются в другом виде с заменой p на $(n + 1)/2$.

Приближение Гриффина [5]. Это первая модель предравновесного распада. Гриффин положил равной единице проникаемость ядра, что привело к потере энергетического множителя $\xi^{1/2} \sigma_{inv}(\epsilon)$ в формуле (32).

На рис. 12 спектры, рассчитанные по (31) и (32), сравниваются с энергетическим распределением, найденным из решения мастер-уравнения. Все три кривые по абсолютному значению согласованы в высокоэнергетической части. Хотя аналитические выражения несколько недооценивают вклад частиц малой энергии, формы распределений оказываются очень близкими. Поэтому можно анализировать общие свойства МПР, базируясь на уравнениях (31), (32).

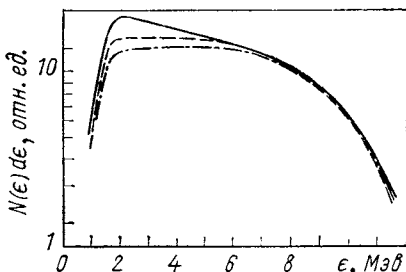


Рис. 12. Сравнение формы предравновесных нейтронных спектров, полученных в различных вариантах экситонной модели для системы с $n_0=3$, $g=4,3 \text{ Мэв}^{-1}$ и $E=24 \text{ Мэв}$:
 — решение мастер-уравнения [30];
 - - - модель Вильямса [см. (31)];
 - · - · модель Бланна [см. (32)]

Прежде всего следует отметить, что зависимость от массового числа входит в (31), (32) лишь через одночастичную плотность g и, следовательно, предсказываемая форма спектра частиц, испу-

щенных на предравновесной стадии, не должна зависеть от A . В случае равновесной эмиссии (компаунд-ядро) энергетическое распределение, наоборот, весьма чувствительно к g , поскольку эта величина содержится в показателе экспоненты.

Можно ожидать, что начальное число экситонов n_0 определяется природой бомбардирующей частицы, а не ядром-мишенью. Тогда при одинаковой начальной энергии возбуждения предравновесные спектры частиц должны быть близки и по абсолютному значению.

Далее, спектральное распределение очень чувствительно к n_0 , и это в первую очередь относится к наиболее быстрым частицам. Действительно, для больших значений ϵ , т. е. $U/E \ll 1$, определяющим в сумме является член с минимальным значением показателя степени

$$N_i(\epsilon) d\epsilon \sim \epsilon \sigma_{\text{inv}}(\epsilon) (U/E)^{n_0-2} d\epsilon. \quad (34)$$

Таким образом, жесткость спектра тем выше, чем меньше n_0 .

Из формул (31), (32) не видно какой-либо зависимости спектров от конкретного частично-дырочного состава n_0 . Однако расчеты с использованием мастер-уравнения показывают, что такая зависимость есть [14]. Эффект обусловлен тем, что для испускания нуклона необходимо иметь возбужденную частицу, а не экситон вообще. В результате спектр оказывается более жестким для начальной конфигурации, например, $2p1h$ -, чем для $1p2h$ -состояния, хотя в обоих случаях $n_0 = 3$. Кроме того, необходимо учесть нейтрон-протонный состав системы. Его влияние понятно, если использовать для $W_i(\epsilon)$ более общее выражение (14). Следует отметить, что обсуждаемые эффекты ярче проявляются в относительных выходах частиц.

Что касается принципа Паули, то его влияние в основном сводится к увеличению времени жизни n -квазичастичного состояния, причем тем большему, чем выше сложность состояния [см. (16), (18), (30)]. Однако этот эффект частично компенсируется тем, что при учете принципа Паули равновесное состояние достигается при меньших значениях n *. В результате предравновесные спектры, рассчитанные с учетом принципа Паули и без него, незначительно отличаются друг от друга, и это различие проявляется лишь в низкоэнергетической части спектральных распределений.

Приближение гибридной модели [37, 39] основывается на рассмотрении из всех возможных переходов только наиболее важных по отношению к эмиссии нуклонов, а именно — переходов в результате столкновений квазичастиц в более сложное состояние

* Последний факт следует из уравнения (33), где gE необходимо заметить на $gE - A$.

или в непрерывный спектр через виртуальное одночастичное состояние с энергией ζ . Это означает, что время жизни всей системы определяется временем жизни по отношению к таким одночастичным состояниям. По аналогии с уравнением (30) имеем для эмиссии нуклонов

$$N_i(\epsilon) d\epsilon = \sum_{\substack{n=n_0 \\ \Delta n=2}}^{\bar{n}} \mathcal{R}_i(n) \frac{w(n-1, U)}{w(n, E)} \left[\frac{\lambda_i(\epsilon)/g}{\lambda_{\text{соуд}}(\epsilon + B_i) + \lambda_i(\epsilon)/g} \right] \mathcal{D}(n), \quad (35)$$

где

$$\lambda_i(\epsilon) = (2s_i + 1) \mu_i \epsilon \sigma_{\text{inv}}(\epsilon) / (\pi^2 \hbar^3),$$

что нетрудно видеть из сравнения с (12); $\lambda_{\text{соуд}}$ дается соотношением (24). Интерпретация формулы (35) становится очевидной, если заметить, что отношение $w(n-1, U)/w(n, E)$ есть доля n -экситонных состояний, которые имеют в непрерывном спектре нуклон с энергией ζ , а член в квадратных скобках определяет относительную вероятность испускания этого нуклона.

Сравнение нейтронных спектров, рассчитанных по гибридной и экситонной моделям, представлено на рис. 13. Как и ожидалось, гибридная модель несколько завышает вклад в области малых значений ϵ .

Развитием гибридной модели является приближение гибридной модели с учетом геометрии реакции [40, 41]. Эта модель позволяет проследить влияние диффузности ядерной плотности и потенциала на характеристики предравновесной эмиссии.

Важность таких эффектов довольно очевидна. По мере перехода к периферии ядра возрастает средняя длина свободного пробега и, следовательно, уменьшается время жизни возбужденного состояния. К тому же спад плотности сопровождается уменьшением глубины потенциальной ямы, что отражается на числе дырочных возбуждений. Эффективно оказывается, что при периферических соударениях в нуклон-ядерных реакциях входным является скорее состояние $2p0\hbar$, чем $2p1\hbar$. Изменение ядерной плотности должно влиять также на параметр одночастичной плотности и на запреты, обусловленные принципом Паули.

В первом приближении указанные эффекты можно учесть, если рассмотреть парциальные волны входного канала и предпо-

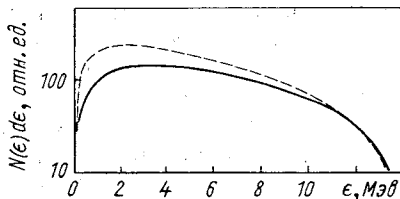


Рис. 13. Спектр нейтронов, испущенных возбужденной системой с $n_0=3$, $A=100$ и $E=21$ Мэв:

— модель Бланна [см. (32)];
 --- гибридная модель [см. (35)]

ложить, что для каждой парциальной волны реакция развивается в сферическом слое толщиной λ и с радиусом, равным начальному параметру удара. Тогда для сечения испускания i -й частицы с энергией в интервале $d\epsilon$ вблизи значения ϵ будем иметь [40, 41]

$$\sigma_i(\epsilon) d\epsilon = \pi\lambda^2 \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) T_l N_i(\epsilon) d\epsilon, \quad (36)$$

где T_l — коэффициент проницаемости для l -й парциальной волны налетающей частицы, который можно найти, например, в рамках оптической модели; функция $N_i(\epsilon)$ рассчитывается согласно (35), но для усредненной плотности данной оболочки $l\lambda < r < (l+1)\lambda$. В общем случае усреднение плотности и потенциала ядра следует выполнять вдоль траектории первичной частицы [40], однако часто можно ограничиться усреднением по изменению параметра удара в l -й оболочке [41].

Ряд преимуществ в развитой схеме открывает использование мнимой части оптического потенциала $W_{\text{опт}}$ для вычисления вероятностей внутриядерных переходов [см. (22)], что было продемонстрировано в работе [41] на примере протонных спектров в $(p, p'xn)$ -реакциях.

Как показал детальный анализ, учет диффузности распределения ядерной материи существенно сказывается на характеристиках испускания частиц из входного состояния; для состояний с $n > n_0$ усреднение по всему объему ядра является достаточно хорошим приближением.

Модель релаксации ферми-газа. Как и экситонная, эта модель описывает установление статистического равновесия в возбужденной ядерной системе. Одно из основных отличий данного подхода заключается в том, что состояние ядра характеризуется не числом частиц-дырок, а числами заполнения одночастичных состояний ядра $v_i(t)$. Физические предположения, лежащие в основе модели релаксирующего ферми-газа, можно сформулировать следующим образом [7, 8]: ядро рассматривается как газ независимых нуклонов, заключенный в ядерный объем V ; задание чисел заполнения $v_i(t)$ полностью определяет состояние системы в любой момент времени; изменение заселенности состояний происходит в результате рассеяния двух нуклонов, находящихся в различных одночастичных состояниях. Заложенный механизм двухчастичных столкновений и обуславливает эволюцию системы к равновесному состоянию.

Для упрощения расчетов предполагалось также, что вероятности двухчастичных переходов и испускания нуклонов зависят лишь от энергии вовлеченных в переход состояний и слабо меняются на энергетическом интервале $\Delta\epsilon$. Последнее условие позволяет разбить все одночастичные состояния на группы с шагом

$\Delta \epsilon$. Число состояний в i -й группе определяется как

$$g_i = \int_{\epsilon_i - \Delta \epsilon / 2}^{\epsilon_i + \Delta \epsilon / 2} g(\epsilon) d\epsilon; \quad (37)$$

число нуклонов в этой группе $N_i(t) = g_i v_i(t)$. В качестве плотности одночастичных состояний $g(\epsilon)$ выбрана плотность состояний для свободного движения

$$g(\epsilon) = \sqrt{2} V m^{3/2} \epsilon^{1/2} / (\pi^2 \hbar^3), \quad (38)$$

где m — масса нуклона; энергия одночастичного состояния ϵ отсчитывается от дна потенциальной ямы. Аналогичными соотношениями определены плотности состояний для испускания нуклонов, но их энергия ϵ отсчитывается от уровня $\epsilon_F + B$; ϵ_F — энергия Ферми.

В начальном состоянии все уровни ниже ϵ_F заняты, а падающая частица находится в одночастичном состоянии в области непрерывного спектра с энергией $\epsilon_0 = \epsilon_F + B + \epsilon_0$. В результате столкновений часть нуклонов поднимается на состояния с энергией $\epsilon > \epsilon_F$ и внесенная энергия $\epsilon_0 + B$ перераспределяется между все большим числом нуклонов. Нуклон может быть испущен, если его энергия $\epsilon > \epsilon_F + B$. Количественно процесс релаксации однокомпонентного ферми-газа описывается следующей системой уравнений [7]:

$$\begin{aligned} \frac{dv_i(t)}{dt} = & \sum_{j, k, l} \{ \lambda_{kl \rightarrow ij} g_k g_l g_j v_k(t) v_l(t) [1 - v_i(t)] [1 - v_j(t)] - \\ & - \lambda_{ij \rightarrow kl} g_k g_l g_j v_i(t) v_j(t) [1 - v_k(t)] [1 - v_l(t)] \} \delta(\epsilon_i + \epsilon_j - \epsilon_k - \epsilon_l) - \\ & - \sum_{i'} \lambda_{i \rightarrow i'} g_{i'} v_i(t) \delta(\epsilon_{i'} - \epsilon_i + \epsilon_F + B). \end{aligned} \quad (39)$$

При этом для числа нуклонов, испущенных в лабораторной системе с энергией в i -й группе $\epsilon_{i'}$, имеем

$$\begin{aligned} dN_{i'}(t)/dt = & \sum_i g_i v_i(t) \lambda_{i \rightarrow i'} \delta(\epsilon_{i'} - \epsilon_i + \epsilon_F + B) \\ (i = 1, 2, 3, \dots, \epsilon_F + B + \epsilon_0 \text{ и } i' = 1, 2, 3, \dots, \epsilon_0) \end{aligned}$$

Вероятностный смысл отдельных членов в правой части уравнения (39) легко усматривается из сопоставления с мастер-уравнением (1). Факторы типа $(1 - v_i(t))$ учитывают принцип Паули, δ -функция обеспечивает выполнение закона сохранения энергии. Скорости внутриядерных переходов $\lambda_{kl \rightarrow ij}$ и эмиссии нуклона

$\lambda_{i \rightarrow i'}$ находятся из квазиклассических соотношений [ср. с (19)]:

$$\begin{aligned} \lambda_{kl \rightarrow ij} &= \sigma (\epsilon_k + \epsilon_l) [2 (\epsilon_k + \epsilon_l) / m]^{1/2} / [V \times \\ &\times \sum'_{m, n} g_m g_n \delta (\epsilon_k + \epsilon_l - \epsilon_m - \epsilon_n)]; \\ \lambda_{i \rightarrow i'} &= \sigma_{\text{inv}} (\epsilon_{i'}) [2 \epsilon_{i'} / m]^{1/2} / (g_i V'), \end{aligned}$$

где σ и σ_{inv} — сечения свободного нуклон-нуклонного рассеяния и нуклон-ядерного поглощения соответственно; Σ' означает суммирование по переходам, разрешенным принципом Паули.

Вся схема легко обобщается на случай двухкомпонентного состава ядра [8].

Решение системы обыкновенных дифференциальных уравнений (39) можно получить с помощью метода Рунге — Кутты с ускоренной сходимостью [8, 42]. Поскольку время жизни любой конфигурации полной системы определяется относительно изменения $v_i(t)$, то время жизни t_i будет функцией лишь энергии одночастичного состояния ϵ_i , а не внесенного возбуждения ($\epsilon_0 + B$), как в экситонной модели [8], т. е.

$$t_i \sim 1 / [\lambda (\epsilon_i) + \lambda_{i \rightarrow i'} (\epsilon_i | \epsilon_{i'})]. \quad (40)$$

Величина $\lambda (\epsilon_i)$ по смыслу близка к $\lambda_{\text{соуд}}$, введенной соотношением (19). Как показано выше, на возможности замены времени жизни n -экситонного состояния t_n [уравнение (29)] на (40) базируется гибридная модель предравновесного распада.

Пример временной эволюции двухкомпонентной ферми-системы дан на рис. 14. Там же приведен предравновесный спектр испущенных нейтронов, форма которого существенно отличается от равновесной.

Следует подчеркнуть, что в модели релаксации ферми-газа непосредственно «перебираются» все состояния системы без использования гипотезы об их априорной равновероятности. В этой связи отпадает необходимость усреднения вероятностей перехода

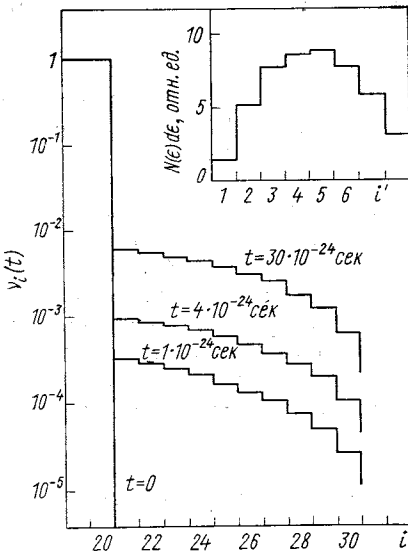


Рис. 14. Временная зависимость вероятности заселения i -го энергетического интервала в модели релаксации ферми-газа для системы $n + {}^{52}\text{Cr}$ при $\epsilon_0 = 14 \text{ Мэв}$, ($\Delta\epsilon = 1,8 \text{ Мэв}$). В момент $t = 0$ заселены все состояния с $i \leq 20$, на рисунке нанесены значения лишь для $i \geq 18$. Изменение $v_i(t)$ для $i \leq 20$ в пределах толщины линий совпадает с $v_i(0)$. На вставке показан спектр нейтронов, испущенных на начальной стадии релаксации.

по допустимым состояниям, что вызывает значительные трудности в экситонной модели и аналитически решается лишь для случая эквидистантного спектра одночастичных уровней. Кроме того, в модели релаксации ферми-газа все вероятности переходов выражены в абсолютной шкале, и, следовательно, нет вопроса о вычислении $\langle |M|^2 \rangle$ и нормировке результатов расчета. Однако в данном подходе, как и в экситонной модели, не обсуждается вопрос об угловом распределении испущенных частиц, остается невыясненной роль закона сохранения углового момента; еще большие трудности по сравнению с экситонным вариантом МПР возникают при попытке описать эмиссию сложных частиц.

Хотя модель релаксации ферми-газа представляется более последовательной, чем чисто феноменологические экситонные модели предравновесного распада, она менее популярна из-за необходимости прибегать к громоздким численным методам для решения системы уравнений (39).

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРЕДРАВНОВЕСНЫХ ПРОЦЕССОВ

Из проведенного обсуждения МПР следует, что источником информации о предравновесных процессах в первую очередь служат спектры испущенных частиц и функции возбуждения. Эти характеристики были изучены во многих работах. На рис. 15 приведена их полная сводка с указанием массового числа ядра-мишени и энергии возбуждения E для реакций, инициируемых нуклонами и α -частицами. Видно, что эти исследования покрывают большую часть периодической таблицы Менделеева (за исключением области легких ядер), простираясь по энергии возбуждения примерно от 20 до 70 $Mэв$. При меньших значениях E вероятность прекомпаунд-эмиссии невелика, а в области $E \gtrsim 100 Mэв$ более целесообразно использование каскадных моделей, базирующихся на рассмотрении квазисвободного рассеяния налетающей частицы на отдельных нуклонах ядра [13].

Реакции с нуклонами. Анализ спектров. Наиболее простыми и подходящими для сравнения с предсказаниями МПР являются нуклон-ядерные реакции. Действительно, в этом случае с достаточной определенностью для начальной конфигурации можно принять $n_0 = 3$ и, кроме того, отпадает необходимость введения дополнительных параметров типа вероятности образования кластеров (см. разд. 1).

Нейтронные спектры. Попытаемся разложить экспериментально наблюдаемые нейтронные спектры $\sigma_{nn'}(\epsilon_0, \epsilon)$ на равновесную $S_{n'}(\epsilon)$ и предравновесную $N_{n'}(\epsilon)$ компоненты:

$$\sigma_{nn'}(\epsilon_0, \epsilon) = k_1 N_{n'}(\epsilon) + k_2 S_{n'}(\epsilon). \quad (41)$$

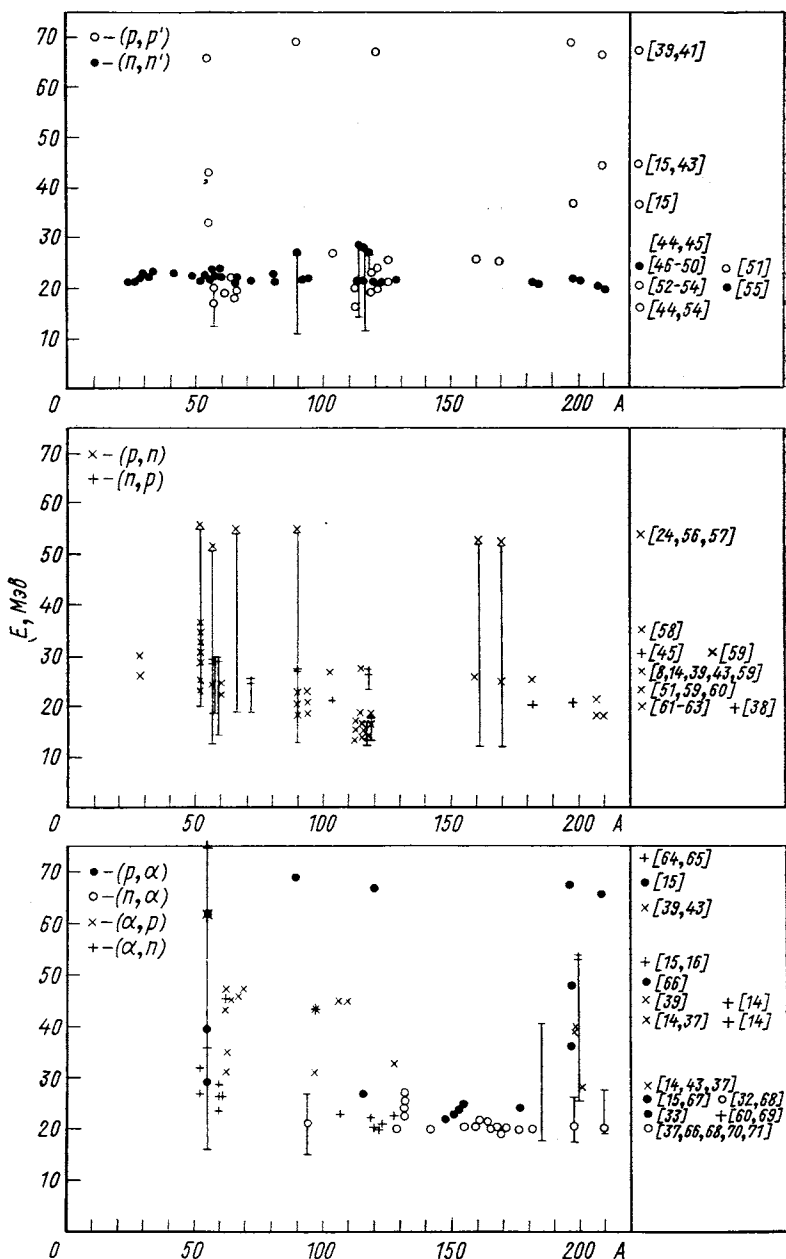


Рис. 15. Сводка экспериментальных данных, проанализированных с помощью МПР:

Линиями отмечены энергетические области, где исследованы функции возбуждения

В качестве равновесной части можно взять «испарительный» спектр, рассчитанный по статистической теории с использованием модели ферми-газа для плотности возбужденных состояний [1]:

$$S_{n'}(\epsilon) = C \sigma_r(\epsilon_0) \epsilon \sigma_{inv}(\epsilon) U^{-2} \exp(2\sqrt{aU}), \quad (42)$$

где $\sigma_r(\epsilon_0)$ — сечение реакции; C — известная константа. Если ограничиться не очень высокими возбуждениями, то уравнение (32) будет хорошим приближением для $N_{n'}(\epsilon)$.

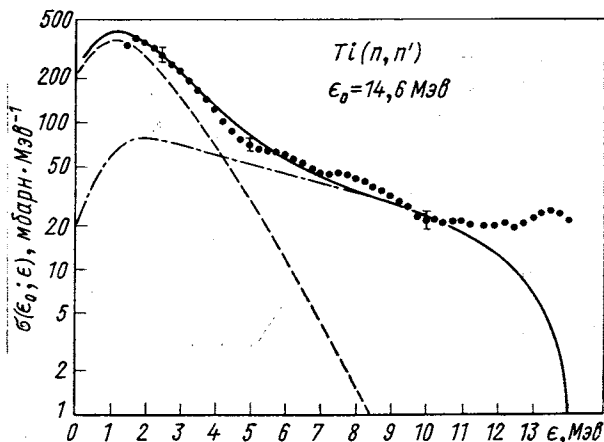


Рис. 16. Анализ спектра неупруго рассеянных нейтронов в приближении (41):

- предравновесная компонента [см. (32)];
- «испарительная компонента» [см. (42)];
- · - суммарное распределение; экспериментальные точки — из работы [46]

Подгонкой по методу χ^2 расчетных спектров к эксперименту можно извлечь константы k_1 и k_2 . Такой анализ был выполнен более чем для тридцати ядер при $\epsilon = 14,6 \text{ Мэв}$ [46—50]. Оказалось, что нейтронные спектры весьма успешно описываются в приближении (41). Более того, из-за сильного различия формы спектров $N_{n'}(\epsilon)$ и $S_{n'}(\epsilon)$, предравновесная компонента надежно выделяется из «испарительного» фона. Типичный пример анализа приведен на рис. 16. Полученные значения констант k_1 и k_2 , которые определяют долю предравновесной эмиссии и выражаются через усредненный квадрат матричного элемента $\langle |M|^2 \rangle$, обсудим ниже.

Интересно отметить, что существенный вклад в предравновесный спектр дают лишь наиболее простые конфигурации с $n = 3, 5, 7$. Доля предравновесного испускания в основном исчерпывается суммой этих парциальных вкладов, хотя статистическое равновесие наступает при вдвое больших значениях числа эксци-

тонов ($\bar{n} \approx 14$). Другими словами, результаты анализа не зависят от точного значения верхнего предела суммирования в (32). Результаты аналогичного исследования для (p, n) -реакции представлены на рис. 17.

В протонных спектрах доля предравновесной компоненты существенно выше, чем в спектрах нейтронов. Это объясняется влиянием кулоновского барьера, запрещающего эмиссию протонов из слабовозбужденных ядер; в случае нейтронов состояния с малыми ϵ порождали «испарительный» фон. При $\epsilon_0 \approx (10-20) \text{ Мэв}$

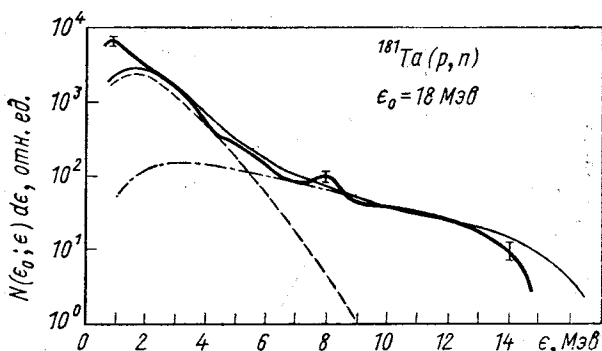


Рис. 17. Анализ спектра реакции перезарядки протона: все обозначения, как на рис. 16; утолщенная кривая — эксперимент [14]

спектр испущенных протонов практически полностью определяется неравновесными процессами (рис. 18).

Доминирующая роль предравновесного испускания в (n, p) -реакции особенно ярко проявляется при рассмотрении отношения сечений σ_{np}/σ_{nn} . Рассчитанное по теории компаунд-ядра, это отношение резко отличается от измеренного на опыте из-за недооценки величины σ_{np} . Расхождение достигает трех порядков в области тяжелых ядер, что, конечно, нельзя отнести за счет неопределенности в параметрах модели и четко указывает на наличие другого механизма реакции. Если допустить, что все протоны являются продуктами предравновесного распада, то в широком интервале массовых чисел $100 < A < 240$ отношение экспериментального сечения (n, p) -реакции к расчетному оказывается близким к единице (рис. 19).

Рассмотрим, как изменятся результаты, если использовать различные модификации экситонных моделей. Выше отмечалось (см. рис. 12), что различие моделей сказывается главным образом в величине вклада предравновесной компоненты в низкоэнергетическую часть нейтронного спектра. При анализе полного спектра в рамках уравнений (41), (42) это приводит к различным значе-

ниям параметра плотности уровней a . Иначе говоря, из трехпараметрической (k_1, k_2, a) подгонки (41) к экспериментальным спектрам

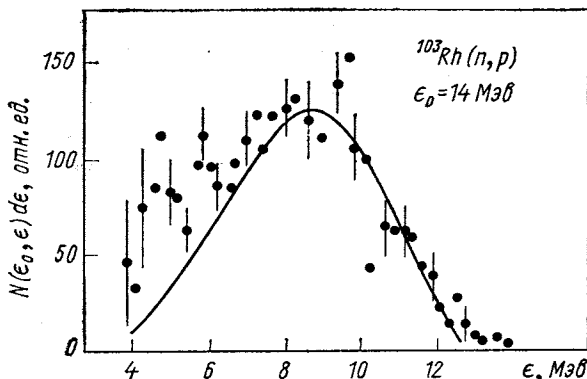


Рис. 18. Спектр протонов из реакции $^{103}\text{Rh}(n, p)^{103}\text{Ru}$: кривая рассчитана по (31); средний квадрат матричного элемента оценен по среднему свободному пробегу нуклона в ядре и в предположении независимости сечения рассеяния от энергии нуклонов, что дает $\langle |M|^2 \rangle > g^4 \sim 1$ [38]

можно извлекать параметр плотности одночастичных состояний a . Поскольку значения a достаточно хорошо известны из других независимых экспериментов, близость к ним извлеченных зна-

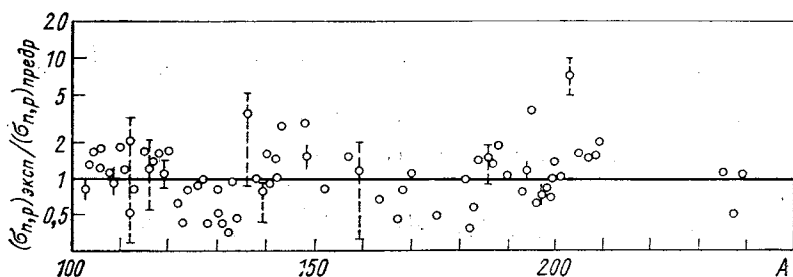


Рис. 19. Отношение экспериментального и расчетного сечений (n, p) -реакции при энергии первичного нейтрона $\epsilon_0 = 14$ Мэв: вычисления выполнены при тех же предположениях, что и на рис. 18

чений может служить проверкой формы предравновесных спектров, позволяющей в принципе сделать выбор между различными вариантами экситонной модели.

Анализ такого рода проведен в работе [72] на основе многих нейтронных спектров при энергии первичного нейтрона $\epsilon_0 = 14,6$ Мэв (рис. 20). Результаты показывают, что без учета предравновесной эмиссии полученные значения a существенно

отличаются от их среднего поведения $a = A/7,5 \text{ Мэв}^{-1}$, извлекаемого из независимых экспериментов [73, 74]. Простые экситонные модели неплохо согласуются с экспериментом, но, переоценивая вклад в область больших возбуждений остаточного ядра, приводят все же к завышенным значениям параметра a . При этом оказывается, что наилучшее согласие с опытом достигается в модели Бланна (32), тогда как для гибридной модели (35) отличие от среднего поведения a заметнее. Причина такого отклонения формы спектра, по крайней мере, частично обусловлена

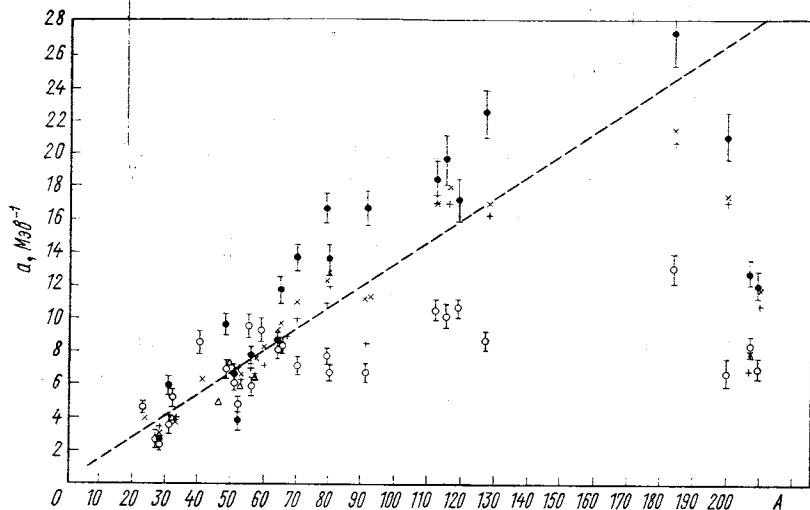


Рис. 20. Параметры плотности уровней a из анализа спектров неупругого рассеяния нейтронов, выполненного без учета \circ и с учетом \bullet предравновесного испускания [72]:

для сравнения приведены данные из анализа нейтронных резонансов (\times — [73], $+$ — [74]) и флуктуаций сечения (Δ — [75]); — — — отвечает $a = A/7,5 \text{ Мэв}^{-1}$

особенностями взаимодействий в поверхностном слое ядра. Эти эффекты в основном учтены в обсуждавшейся выше гибридной модели, зависящей от геометрии реакции [40, 41]. Как видно на примере реакции $(n + {}^{93}\text{Nb})$ (рис. 21), в соответствии с ожидаемым эта модель дает значение параметра a примерно на 13% ниже, чем модель Бланна.

В приближении эквидистантного спектра одночастичных состояний «хвост» высокоэнергетического распределения нуклонов ведет себя как U^{n_0-2} [см. (34)]. В случае нуклон-ядерных реакций $n_0 = 3$, однако из-за влияния оболочечной структуры можно ожидать отклонений эффективного значения от $n_0 = 3$. Поиск

таких эффектов был предпринят в работах [63, 69] на основе изучения реакций для шести изотопов олова при энергии бомбардирующих протонов $\epsilon_0 = 10$ и 14 Мэв, а также для ядра ^{51}V при $\epsilon_0 = 22$ Мэв [58]. Оказалось, что для нуклида ^{113}Sn эффективное значение начального числа экситонов близко к $n_0 = 4$, что качественно согласуется с расчетами плотности квазичастичных состояний в схеме Нильссона. Однако однозначная интерпретация этого факта затруднена из-за влияния эффекта спаривания. Действительно, введение щели шириной $\Delta \approx 1$ Мэв в энергию возбуждения для четных протонных и нейтронных систем тоже приводит

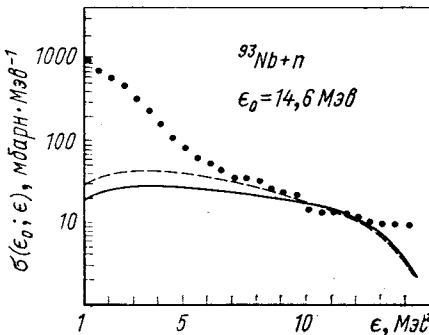


Рис. 21. Спектры нейтронов, испущенных в реакции $n + ^{93}\text{Nb}$ [47]:

— — — предравновесная компонента, рассчитанная по гибридной модели с учетом геометрии реакции (36) [76]; — — — — то же, по модели Бланна (32).

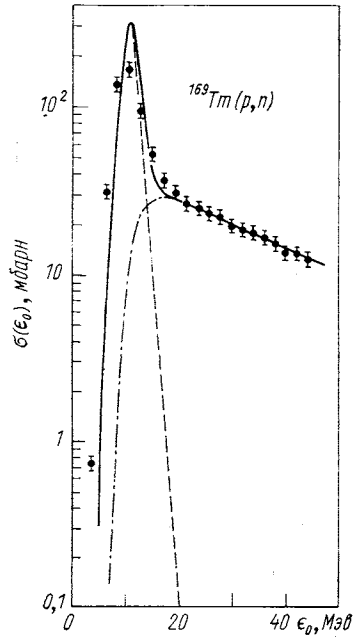


Рис. 22. Функция возбуждения для реакции $^{165}\text{Tm}(p, n)$ [30]:

— — — — предравновесная составляющая; — — — — компонента, идущая через образование композит-ядра; — — — — суммарная кривая

к деформации спектров, что можно параметризовать изменением эффективного значения n_0 . Для того чтобы сделать однозначные заключения о причине отклонения показателя степени от $(n_0 - 2)$ необходимы дополнительные более прецизионные и систематические экспериментальные исследования.

Функции возбуждения в реакциях с нуклонами. Все функции возбуждения имеют характерный вид: быстрый рост при энергиях ϵ_0 выше порога рассматриваемой реакции, достижение более или менее четкого максимума, а затем сравнительно медленный спад, обусловленный включением все новых каналов реакции по мере возрастания ϵ_0 (рис. 22 и 23). Нетрудно усмотреть прямую связь между медленным спадом функции возбуждения и высоко-

энергетическим «хвостом» в спектре испущенных частиц, причем изучение хода сечений для простых (p, n) -, (n, n') -реакций и т. п. является более «чистым» случаем по сравнению с исследованием спектральных распределений, поскольку здесь не встает вопрос о возможном испускании нескольких частиц.

В работах [24, 56] исследованы простые функции возбуждения в области энергии ϵ_0 от порога реакции до 45 Мэв. Приведенные на рис. 22 кривые рассчитаны по МПР, основанной на уравнении (30); вероятности внутриядерных переходов оценены усреднением $\lambda_{\text{соуд}}$ по всем возможным

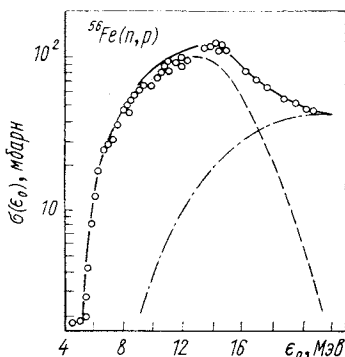


Рис. 23. Функция возбуждения для реакции $^{56}\text{Fe}(n, p)$ [56]: обозначения те же, что и на рис. 22

использовать (31). Сравнение расчетов по модели Бланна с опытом дано на рис. 23. Сопоставление результатов, представленных на рис. 22 и 23, показывает, что в реакциях с испусканием протона роль предравновесной эмиссии существенно выше, чем в реакциях с нейтроном в выходном канале.

Испускание нескольких частиц. Информация о множественности образуемых частиц получается из анализа функций возбуждения для (p, xn) -, $(p, p'xn)$ -реакций. Их общая форма подобна той, что показана на рис. 22 и 23, но для больших значений x максимум несколько уширяется. В рамках МПР процесс описывается как последовательность актов испускания отдельных частиц, причем все характеристики для эмиссии n -й частицы определяются состоянием системы после испускания $(n - 1)$ -й частицы. Для проведения таких расчетов особенно удобен метод Монте-Карло [17].

Исследованию функций возбуждения для реакций с несколькими частицами в конечном состоянии посвящены работы [24, 77—79]. Все вычисления выполнены в предположении, что лишь одна первая частица испускается на предравновесной стадии. Удастся

частично-дырочным конфигурациям [уравнения (25), (26)]. Модель хорошо воспроизводит форму функции возбуждения, но для получения согласия с опытом по абсолютному значению оказывается необходимым ввести постоянный фактор, равный (0,3—0,7), и зависящий лишь от ядра-мишени. Следует заметить, что здесь не делается никакого дополнительного предположения относительно вклада предравновесного испускания.

При малых энергиях возбуждения в достаточно хорошем приближении $\lambda_+ \sim E^2$, т. е. $\langle |M|^2 \rangle \approx \text{const}$, и, следовательно, можно

воспроизвести форму функции возбуждения и ее абсолютное значение, если долю предравновесной эмиссии рассматривать как свободный параметр. По сути дела, авторы этих работ стремятся включить в предравновесную компоненту также и прямые процессы, роль которых возрастает по мере перехода к функциям с большими значениями x . Экспериментальные указания на прямые процессы получены в работе [79]: для реакции $^{209}\text{Bi}(p, p'3n)^{206}\text{Bi}$ в области $\epsilon_0 \approx 35-50$ Мэв наблюдалось значительное

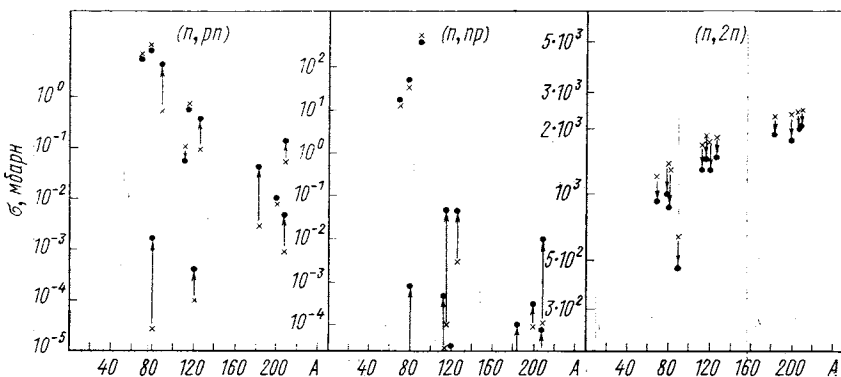


Рис. 24. Влияние предравновесной эмиссии на двухчастичные каналы реакции $\epsilon_0 = 14,6$ Мэв [80]: расчеты без учета (×) и с учетом (·) предравновесной эмиссии для одного ядра соединены стрелкой

число ядер отдачи с более коротким средним пробегом, чем можно было бы ожидать из предположения о захвате налетающего протона ядром.

Двухкратное испускание нуклонов детально исследовано для реакций, инициированных нейтроном с энергией 14 Мэв [51]. В рамках гибридной модели (35) прослежены все возможные пути достижения равновесного состояния, дальнейшее поведение системы описывалось статистической теорией компаунд-ядра. Как показано в работе [51], вероятность последовательного испускания двух частиц на предравновесной стадии составляет менее 1% вероятности образования входного трехквартичного состояния. Таким образом, частицы «второго поколения» с хорошей точностью могут рассматриваться как испущенные из компаунд-ядра. Тем не менее предравновесные процессы оказывают значительное влияние на сечение реакции с испусканием двух нуклонов через эмиссию частицы «первого поколения», причем в разной степени для нейтрона и протона. Как видно из рис. 24, учет предравновесного распада уменьшает сечение $(n, 2n)$ -реакции примерно на 15–20% и заметно усиливает канал (n, pn) .

Вероятности внутриядерных переходов, полученные из эксперимента. Величина k_1 , извлекаемая из анализа спектров с применением соотношения (41), обеспечивает абсолютную нормировку предравновесного спектра $N_i(\epsilon)$. Но можно поставить обратную задачу: какой величине эффективного матричного элемента $\langle |M|^2 \rangle$ или вероятности перехода λ_+ отвечает абсолютное описание спектральных распределений? Особый интерес представляет вопрос о том, окажутся ли одинаковыми вероятности перехода

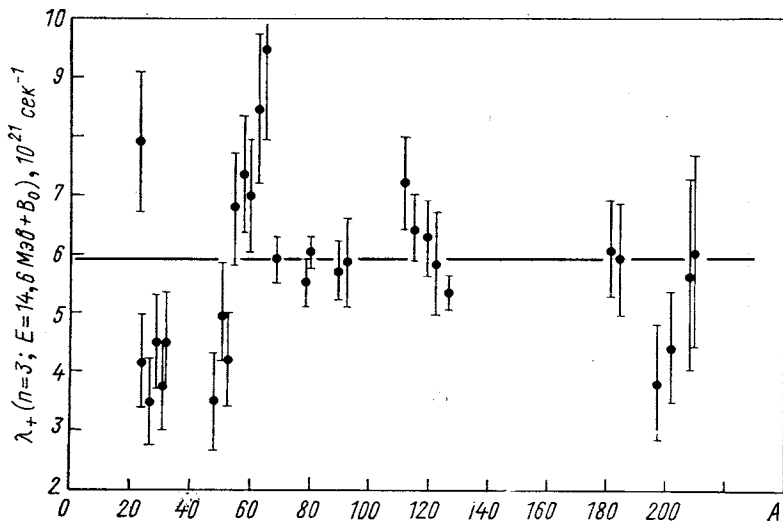


Рис. 25. Вероятность перехода для трехквартичных состояний, полученная из анализа (n, n') -спектров при $\epsilon_0 = 14,6$ Мэв [85]: прямая соответствует среднему значению λ_+ .

между n -экситонными состояниями в разных каналах реакции, — предположение, лежащее в основе экситонной модели.

Систематический анализ трех десятков нейтронных спектров, измеренных при облучении ядер нейтронами с энергией $\epsilon_0 = 14,6$ Мэв, выполнен в работах [81, 82]. При этом учтены поправки на испускание частиц и различимость между нейтронной и протонной системами при вычислении плотности состояний; $g = (6/\pi^2) (A/7,5) \text{ Мэв}^{-1}$ согласно работе [73]. Полученные в этих предположениях значения λ_+ представлены на рис. 25. Как и ожидалось, вероятность перехода практически не зависит от массового числа. Извлеченное из этих экспериментов среднее значение $\langle \lambda_+(n=3) \rangle = (5,9 \pm 0,7) \cdot 10^{21} \text{ сек}^{-1}$, что для среднего времени жизни n -квартичного состояния дает $t_3 = (1,7 \pm 0,2) \cdot 10^{-22} \text{ сек}$. Из уравнения (17) получаем оценку среднего квадрата

матричного элемента перехода при $E = 22 \text{ Мэв} \langle |M|^2 \rangle = (18 \pm 2) A^{-3} \text{ Мэв}^2 *$.

Аналогичное исследование (n, p) -реакции при $\epsilon_0 = 14 \text{ Мэв}$ для ядер в области $A > 100$ проведено в работе [38]. Для обработки экспериментальных спектров использовалась формула (31) и те же значения параметров, что и в предыдущем анализе. Оказалось, что $\langle \lambda_+ (n = 3) \rangle = 4,9 \cdot 10^{21} \text{ сек}^{-1}$ или $\langle |M|^2 \rangle = 15,2 A^{-3} \text{ Мэв}^2$. Это хорошо согласуется с результатами анализа нейтронного канала и свидетельствует о непротиворечивости МПР.

Близкое значение для вероятности перехода получено при изучении функций возбуждения в (p, n) -реакции: $\lambda_+ (n = 3) \approx \approx 6 \cdot 10^{21} \text{ сек}^{-1}$ [56].

Если теоретически оценить вероятность нуклон-нуклонного соударения в ядерной материи при $\epsilon_0 = 14 \text{ Мэв}$, то из уравнений (17), (21) и (27) получим $\lambda_+ (n = 3) = \lambda_{\text{соуд}}/2 = 14 \cdot 10^{21} \text{ сек}$, что более чем вдвое превышает экспериментальное значение $\langle \lambda_+ \rangle$. Независимую оценку $\langle \lambda_+ \rangle$ дает оптическая модель. Для нейтронов с энергией 14 Мэв мнимая часть феноменологического оптического потенциала $W_{\text{опт}} \approx 4,5 \text{ Мэв}$ практически для всех значений массового числа [82]. Используя (22), имеем $\lambda_+ (n = 3) = = 7 \cdot 10^{21} \text{ сек}^{-1}$. Такое хорошее согласие не является случайным, поскольку параметры оптического потенциала подобраны так, чтобы описать эксперименты по упругому рассеянию нуклонов.

Согласующееся с опытом абсолютное значение $\lambda_+ (n = 3, E = 22 \text{ Мэв}) = 7,3 \cdot 10^{21} \text{ сек}^{-1}$ дает $\lambda_{\text{соуд}}$, рассчитанное для средней энергии на экситон [см. (24)]. Но для $\lambda_{\text{соуд}}$, усредненного по всем допустимым частично-дырочным конфигурациям ядра [см. (25), (26) и рис. 8], отклонения от измеренного значения велики: $\lambda_+ (n = 3, E = 22 \text{ Мэв}) = 24 \cdot 10^{21} \text{ сек}^{-1}$.

Энергетическая зависимость $\langle |M|^2 \rangle$ исследовалась в (p, p') - и (p, n) -реакциях с помощью мастер-уравнения [43, 51]. Хорошее воспроизведение экспериментальных спектров достигается при параметризации матричного элемента в виде $\langle |M|^2 \rangle = = kE^{-1}A^{-3}$ с коэффициентом $k = (190 \pm 60) \text{ Мэв}^3$. При $E = = 22 \text{ Мэв}$ это дает $\langle |M|^2 \rangle = (9 \pm 3) A^{-3} \text{ Мэв}^2$, что согласуется с приведенными выше результатами.

Независимый способ нахождения ширины двух- и трехквантовых состояний из автокорреляционного анализа флуктуаций в предравновесных спектрах предложен в работе [75]. Однако практически такой анализ еще не проведен.

* Следует отметить, что во многих работах связь между λ_+ и $\langle |M|^2 \rangle$ устанавливается с помощью соотношения, предложенного Вильямсом [30], которое отличается от точного (17) на фактор $1/2$. Всюду используем уравнение (17), перенормируя соответствующим образом результаты других работ.

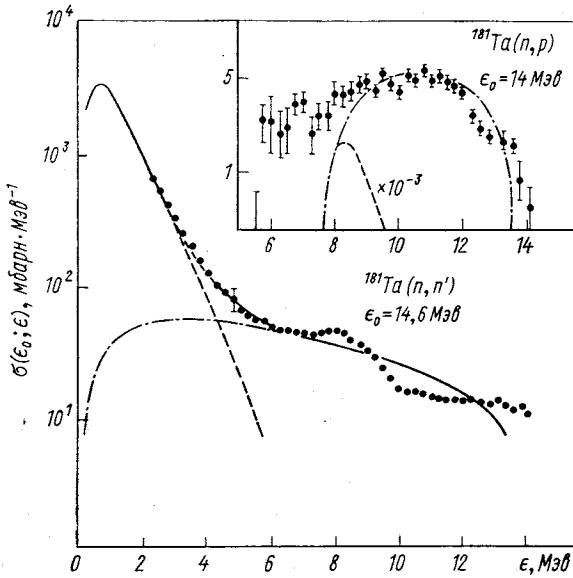


Рис. 26. Абсолютный расчет нуклонных спектров в нуклон-ядерной реакции на ядре тантала [49]: кривые получены решением мастер-уравнения (I) методом Монте-Карло; эффективный матричный элемент оценен в приближении (24); — — — и — — — — — равновесная и предравновесная компоненты; — — — — — их сумма.

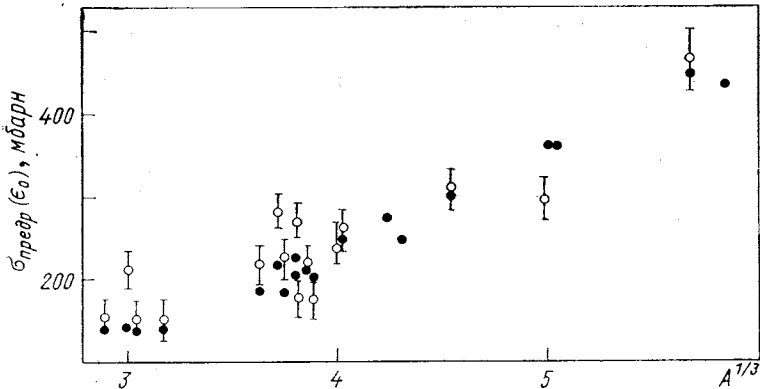


Рис. 27. Полное сечение предравновесного испускания нейтронов в нейтрон-ядерных реакциях при $\epsilon_0 = 14,6 \text{ Мэв}$ [83]: результаты получены в тех же предположениях, как на рис. 26 с двумя вариантами нормировки: ● — на полное сечение неупругого взаимодействия, рассчитанное по оптической модели, т. е. без свободных параметров; ○ — на экспериментально измеренные (n, n') -спектры

Близость экспериментальных и расчетных значений λ_+ позволяет надеяться на успех МПР в предсказании абсолютных спектров и сечений. Такие расчеты на большом числе ядер-мишеней проведены в работах [49, 83] в рамках МПР, основанной на монтекарловском решении мастер-уравнения, и приближения (24) для оценки эффективного сечения взаимодействия экситонов. Степень согласия в спектрах видна из рис. 26, а суммарные результаты анализа для сечения предравновесного испускания нейтронов представлены на рис. 27. Как видно, абсолютное согласие расчетов с опытом достаточно убедительное, причем, как и ожидалось, это сечение оказывается пропорциональным $A^{1/3}$.

Экспериментальные данные в широком диапазоне массовых чисел и энергии ϵ_0 вполне удовлетворительно воспроизводятся также в рамках гибридной модели с применением вероятности соударения $\lambda_{\text{соуд}}$, рассчитанной по (21) [39]. Можно улучшить описание, определив $\lambda_{\text{соуд}}$ через мнимую часть оптического потенциала [41, 76].

Реакции со сложными частицами. Испускание нуклонов.

Рассмотрим здесь в основном реакции, вызываемые α -частицами. Из приведенных на рис. 28 спектров видно, что их нельзя описать в рамках теории компаунд-ядра. Относительный вклад предравновесной эмиссии протонов достаточно велик и, как и в случае нуклон-ядерных реакций, возрастает при переходе к более тяжелым ядрам. Интересно, что эти спектры удается интерпретировать с помощью развитого выше формализма МПР для нуклон-ядерных взаимодействий с заменной начального числа экситонов на $n_0 = 5$ [14].

Из-за неопределенности квазичастичной конфигурации начального состояния в случае реакции со сложной частицей появляется дополнительный параметр n_0 , экспериментальное опреде-

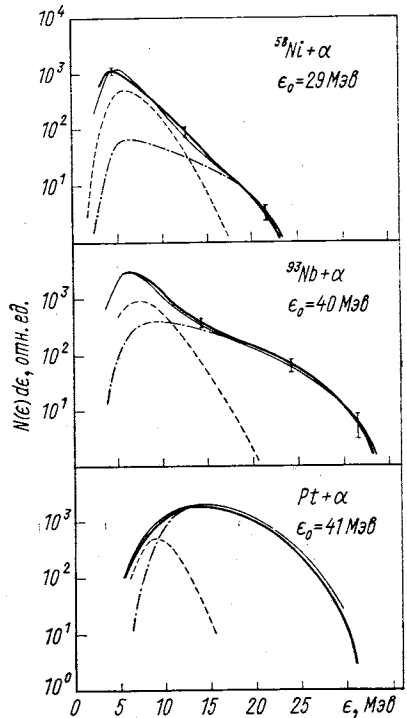


Рис. 28. Анализ экспериментальных (α, p)-спектров (утолщенные кривые) в экситонной модели [14]:

все обозначения те же, что и на рис. 16; значение параметров $a = A/7,9 \text{ Мэв}^{-1}$ и $n_0 = 5$

ление которого из анализа высокоэнергетической части спектра испущенных частиц [см. (34)] было предпринято в ряде работ (рис. 29). Результаты показывают, что для случая реакций, вызываемых протонами, значения n_0 четко группируются около ожидаемого значения $n_0 = 3$, тогда как в реакции под действием α -частицы $n_0 = 5$ и дисперсия заметно выше. Имеющиеся данные по взаимодействию ядер с ${}^3\text{He}$ соответствуют значению параметра $n_0 \approx (3,6-4,0)$ [153]. Эксперименты, выполненные с пучками

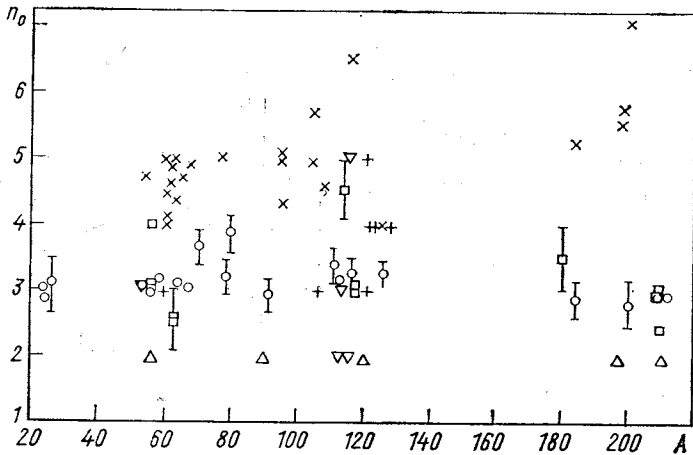


Рис. 29. Начальное число экситонов, полученное из анализа формы спектров для реакций: с нуклонами (\square — [14]; \triangle — [15]; ∇ — [58, 62]; \circ — [46]) и α -частицами (\times — [14]; $+$ — [69])

дейтронов и ядер ${}^6\text{Li}$, приводят к $n_0 \approx (2-4)$ и $(6-8)$ [12]. Общий вид функций возбуждения (α, p) , $(\alpha, \text{хруп})$ такой же, как в реакциях под действием нуклонов [14, 16, 65, 78, 86, 87].

Анализ абсолютных значений и формы функций возбуждения и спектров испущенных частиц позволяет оценить квадрат матричного элемента для внутриядерных переходов. По данным работы [43], основанной на изучении 11 ядер в области $54 < A < 124$ при энергиях $E = 34$ и 44 Мэв, $\langle |M|^2 \rangle = 1450E^{-1}A^{-3}$ Мэв². Зависимость $\langle |M|^2 \rangle$ от массового числа подтверждена в анализе функции возбуждения (α, n) на ядрах ${}^{51}\text{V}$, ${}^{181}\text{Ta}$ и ${}^{197}\text{Au}$, но при этом не обнаружено существенной энергетической зависимости в интервале $E \approx 25-50$ Мэв [65].

Рассмотрение упругого рассеяния α -частиц с помощью оптического потенциала при $E \approx 35-50$ Мэв приводит к среднему свободному пробегу $\Lambda_\alpha \approx 0,4$ ферми [88]. Для $E = 40$ Мэв это соответствует $\lambda_{\text{свобод}} = 1 \cdot 10^{23}$ сек⁻¹. Полагая $n_0 = 4$ и используя

(17) и (27), имеем $\lambda_+ (n = 4) = 2\lambda_{\text{соуд}}/5 = 4 \cdot 10^{22} \text{ сек}^{-1}$, что очень близко к значению $5 \cdot 10^{22} \text{ сек}^{-1}$, найденному из приведенной выше оценки $\langle |M|^2 \rangle$ [43].

Малость величины Λ_α указывает на то, что взаимодействие α -частицы в основном происходит в поверхностном слое ядра. В этой связи особый интерес представляет исследование (α, α') -, (α, p) - и (α, n) -каналов с учетом геометрии реакции.

Эмиссия сложных частиц.

Как отмечалось выше, эмиссия сложных частиц включается в МПР ценою дополнительного параметра, который можно ввести двояким образом: или с помощью коэффициента «конденсации» γ_i [см. (14)]; или через вероятность «приготовления» α -частицы [см. (15)].

Примером первого подхода служат результаты, приведенные на рис. 30. Значения n_0 и параметров в λ_+ подобраны по протонному спектру и взяты без изменения для других заряженных частиц. На рисунке четко прослеживается преобладающая роль предравновесных процессов в каналах испускания сложных частиц. Отклонения от эксперимента в жесткой части спектра указывают на вклад прямых механизмов реакции.

Второй подход развивался в работах [32, 33, 89]. Совместный анализ спектров, функций возбуждения и сечения (n, α) - и (p, α) -реакций на тяжелых ядрах в области энергий $\epsilon_0 \leq 20 \text{ Мэв}$ позволил извлечь вероятность «приготовления» α -частицы ϕ . Эти

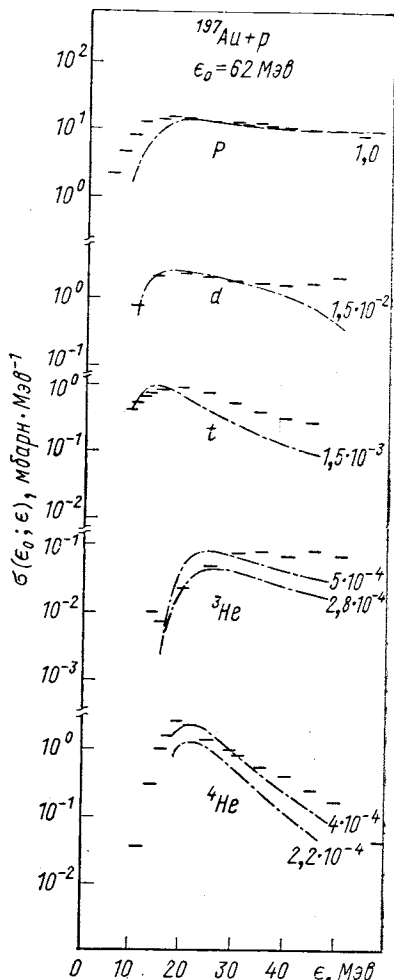


Рис. 30. Энергетические p -, d -, t -, ${}^3\text{He}$ - и α -спектры, полученные на ядрах золота под действием протонов [15, 31]:

— — — — — расчет предравновесного спектра проводился с помощью мастер-уравнения (1); указаны нормировочные множители [фактор γ_i см. (14)] для спектров сложных частиц по отношению к протонному спектру

значения для различных ядер приведены на рис. 31, а на рис. 32 показана достигаемая при этом точность описания спектров α -частиц. Интересно отметить, что та же самая величина φ фигурирует в выражении для вероятности спонтанной α -активности четно-четных ядер:

$$W_{\alpha} = \varphi (T_0^{\alpha}/2\pi\hbar) (4/g),$$

где T_0^{α} — коэффициент прохождения, рассчитываемый по оптической модели; $g/4$ — плотность одночастичных состояний α -ча-

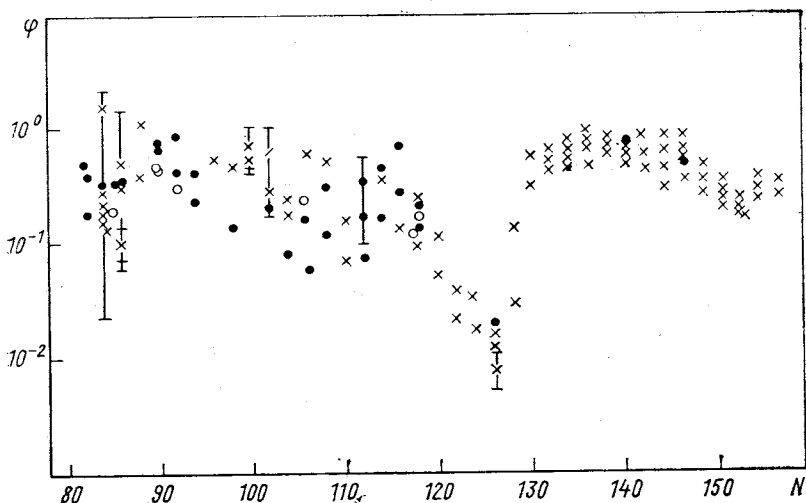


Рис. 31. Вероятности «приготовления» α -кластеров, полученные из анализа (p, α) - и (n, α) -реакций (соответственно значки \circ и \bullet):
 \times — аналогичные значения, извлеченные из вероятности α -радиоактивности тяжелых ядер [89]

стиды в ядре. Найденные из W_{α} и нанесенные на рис. 31 значения φ неплохо согласуются с результатами анализа в МПР, что рассматривается как аргумент в пользу введения такого параметра. Физическая картина «приготовленных» α -частиц в принципе соответствует описанию (n, α) -реакции как процесса выбивания α -частицы [70, 71, 90].

Открытые вопросы МПР. Нуклон-ядерные реакции являются традиционной областью приложения МПР. Успехи простых экситонных моделей побудили к расширению предравновесного подхода на другие процессы. В частности, особый интерес представляют реакции, где проявляют себя некоторые состояния ядра, выделенные в силу своей специфической природы. К таким состояниям относятся прежде всего изоспин-аналоговые состояния, уровни гигантского дипольного резонанса и т. п.

Вопрос о роли изоспина в реакциях предравновесного распада был поставлен в работе [54]. Исследовалась (p, p') -реакция при $\epsilon_0 = 14,0$ и $17,8$ Мэв на разделенных нейтроно-избыточных изотопах $^{118, 120, 124}\text{Sn}$. Обобщение экситонной модели на этот случай сделано по аналогии с теорией компаунд-ядра [91]: рассматриваются две компоненты состояний с большим $T_> = T_0 + 1/2$ и меньшим $T_< = T_0 - 1/2$ значениями изотопического спина (T_0 — изоспин ядра-мишени), вероятности образования компонент определяются квадратами соответствующих коэффициентов Клебша — Гордона. Плотность состояний с $T_<$ дается полной плотностью возбужденных состояний, тогда как для $T_>$ берется плотность изобараналоговых состояний при энергии $E - \Delta_{\text{кул}}$:

$$w(n, E, T_<) = w(n, E);$$

$$w(n, E, T_>) = w(n, E - \Delta_{\text{кул}}),$$

где $\Delta_{\text{кул}}$ — энергия кулоновского сдвига. Из $T_<$ -состояний испускание протонов может происходить лишь на предравновесной стадии, поскольку равновесная система из-за низкой энергии связи нейтрона распадается практически полностью по нейтронному каналу. Наоборот, состояния с $T_>$ могут распадаться только по протонному каналу, так как испускание нейтрона запрещено по изоспину. Выполненные с помощью мастер-уравнения расчеты хорошо воспроизводят измеренные на опыте спектральные распределения [54]. При этом оказалось, что предравновесная компонента протонного спектра формируется главным образом из распада $T_<$ -состояний, а протоны от распада $T_>$ -состояний дают вклад в равновесную часть спектра. Следует подчеркнуть, что включение изоспина в схему экситонной модели есть отказ от гипотезы тождественности всех состояний с данным n .

Исследование нейтронных спектров в фотоядерных реакциях было предпринято в работе [92]. В данном случае входными являются $1p1h$ -состояния, возбуждаемые γ -квантами тормозного спектра $F(E)$. Вероятность взаимодействия с ядром определялась экспериментальным сечением фотопоглощения $\sigma_\gamma(E)$. Таким образом, спектр возбуждения входного состояния есть $F(E) \sigma_\gamma(E) dE$, заданный на интервале энергии от нуля до максимального

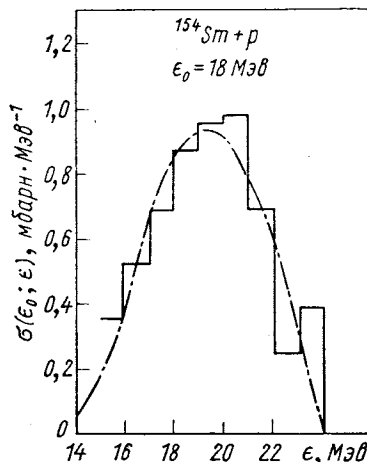


Рис. 32. Энергетический спектр α -частиц, испущенных в протон-ядерной реакции [33]: гистограмма — эксперимент; кривая — расчет по экситонной модели с $\phi=0,36$

значения энергии фотонов $\epsilon_{\gamma \text{ макс}}$. Расчеты, проведенные для ряда ядер при $\epsilon_{\gamma \text{ макс}} = 14$ и 28 Мэв , показали, что в рамках обычных МПР не удается описать высокоэнергетические части спектров фотонейтронов. Теория предсказывает 5%-ный вклад предравновесной эмиссии, тогда как эксперимент дает около 20% [92]. Это расхождение нельзя устранить вариацией параметров, а можно объяснить спецификой фотоядерных реакций, фактом коллективизации ядерных уровней дипольного резонанса — эффектом, который не учитывается простейшим комбинаторным выражением для плотности уровней экситонных возбуждений (8). Качественно этот недостаток можно исправить введением в (8) модулирующего множителя для $1p1h$ -состояний, который имел бы резонансный вид с максимумом в области расположения состояний дипольного резонанса ядра. На первом этапе рассмотрения естественно предположить, что этот фактор пропорционален $\sigma_{\gamma \text{ эксп}}$, а коэффициент пропорциональности K можно найти из сравнения с опытом нейтронных спектров. Тогда

$$\tilde{w}(1p, 1h, E) = K \sigma_{\gamma \text{ эксп}}(E) w(1p, 1h, E). \quad (43)$$

Тот факт, что ядро образуется в результате когерентного перехода во входное $1p1h$ -состояние, уже учтен использованием экспериментального значения σ_{γ} при определении энергии возбуждения. Ясно, что из-за условия (43) при последующих внутриядерных переходах будут усилены вероятности λ_{-} ($n = 4$) и λ_0 ($n = 2$), возвращающие систему в исходное двухквaziчастичное состояние. Таким образом, физический смысл модуляции (43) состоит в том, что теперь система сравнительно долго живет в $1p1h$ -состояниях. В результате происходит относительное усиление канала вылета нейтрона прямо из исходного состояния дипольного возбуждения в непрерывный спектр.

Оказалось, что модуляции на уровне 5—7% достаточны для объяснения 20%-ного вклада предравновесной компоненты в спектр фотонейтронов [92]. По-видимому, в фотоядерных реакциях впервые возникла необходимость ввести в МПР некоторые общие структурные особенности.

Захват μ -мезонов в рамках МПР обсуждался в работах [93, 94]. Специфика этих реакций, по крайней мере для легких ядер, состоит в том, что переход идет с образованием дочернего ядра не в основном, а в возбужденных состояниях, которые являются изоспиновыми аналогами гигантских фотоядерных резонансов ядра-мишени. Поэтому один из вопросов, возникающих при исследовании характеристик μ -захвата, — нахождение спектра возбуждения дочернего ядра. По-разному эта задача решалась в работах [92, 93], различны и цели этих работ: в работе [92] с помощью экситонной модели анализировалось влияние спектра возбуждения в μ -захвате на форму энергетических распределений испу-

ценных нейтронов, тогда как в работе [93] акцент был сделан на возможность получения абсолютного согласия с опытом для нейтронных и протонных спектров. Общий вывод, который следует из этих исследований, состоит в том, что приложение концепций МПР к ядерным реакциям такого типа, безусловно, полезно; при этом необходимо принять во внимание гросс-структуру возбуждаемых состояний.

Реакции с тяжелыми ионами — одно из наиболее привлекательных приложений МПР. Интерпретация целого ряда явлений физики тяжелых ионов в рамках теории компаунд-ядра наталкивается на серьезные трудности [95], имеются и прямые экспериментальные указания на важность неравновесных процессов [96, 97]. Однако неопределенности, возникающие при замене бомбардирующей частицы ядром, затрудняют непосредственное использование простых соотношений экситонной модели. Прежде всего это относится к определению входного состояния. Неясно, что выбрать в качестве начального числа экситонов, а отсутствующих соответствующих измерений спектральных распределений не позволяет извлечь n_0 из опыта. Кроме того, по крайней мере для заселения начального состояния нарушается предположение о равной вероятности всех энергетически доступных состояний. Это обусловлено тем, что в ходе процесса слияния нуклоны ядра, обладая значительным собственным импульсом, могут быть связаны с бомбардирующим ядром (или, наоборот, с ядром-мишенью) самым различным способом в пределах, разрешенных законами сохранения и принципом Паули. В результате этого распределение по энергии входного состояния будет скорее случайным среди всех доступных, чем равновероятным.

Таким образом, в настоящее время применение МПР к реакциям с тяжелыми ионами носит пока качественный характер. Фактически это лишь указание на явления, где последовательное применение неравновесного подхода может дать интересные результаты. Среди наиболее перспективных приложений МПР следует назвать [96—99]: *процесс слияния двух ядер*, где предравновесный механизм может оказаться основным каналом диссипации энергии; *конкуренцию деления и испускания частиц* — необходимо учесть возможность испускания быстрой частицы на предравновесной стадии, прежде чем анализировать отношение делительной и испарительной ширин; *влияние критического углового момента*, обсуждавшееся до последнего времени без учета того факта, что высокоэнергетическая предравновесная частица может унести большой угловой момент; *реакции многонуклонных передаточ*, которые следует рассматривать в рамках тех же представлений, что и процесс слияния; *поведение высокоэнергетической части спектров и функций возбуждения* — должно в основном определяться предравновесной эмиссией.

3. МОДЕЛИ ПРЕДРАВНОВЕСНОГО РАСПАДА И ОБЩИЕ МЕТОДЫ ТЕОРИИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

Стационарные подходы. Одна из первых попыток выйти за рамки статистической теории компаунд-ядра была сделана в работах Изюмо, который рассматривал механизм частичного равновесия, когда возбуждаются лишь несколько «валентных» нуклонов, а «остов» ядра остается инертным [4]. Появление экситонных моделей непосредственно связано с анализом промежуточной структуры ядер, с концепцией «проходных» состояний ПС*. Напомним, что на статистической трактовке ПС основана работа Гриффина [5]. Гримс и др. [60, 61] предложили описывать и предравновесный распад в терминах статистической теории, но не для компаунд-состояний, а для ПС.

Вопрос о связи экситонных моделей с единой теорией ядерных реакций был поставлен Фешбахом [100]. В единой теории ядерных реакций [101] задача о взаимодействии, например, нуклона с ядром, описываемая полным гамильтонианом H :

$$H\Psi = E\Psi, \quad (44)$$

решается выделением из полной волновой функции Ψ волновой функции в открытых каналах $P\Psi$ с помощью проекционных операторов P и Q : $P + Q = 1$, $PQ = QP = 0$, $P^2 = Q^2 = 1$. Тогда вместо (44) будем иметь систему связанных уравнений

$$(E - H_{PP})P\Psi = H_{PQ}Q\Psi; \quad (45)$$

$$(E - H_{QQ})Q\Psi = H_{QP}P\Psi \quad (46)$$

или

$$\left(E - H_{PP} - H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ}} H_{QP}\right) P\Psi = 0; \quad (47)$$

$$\left(E - H_{QQ} - H_{QP} \frac{1}{E - H_{PP}} H_{PQ}\right) Q\Psi = H_{QP}\Psi_0^{(+)}. \quad (48)$$

Здесь использованы обозначения $H_{PP} = PHP$, $H_{QQ} = QHQ$ и т. д.; $\Psi_0^{(+)}$ — собственная функция оператора H_{PP} ; $E^{(+)}$ означает $E + i\eta$ с $\eta \rightarrow +0$.

Амплитуда перехода \mathcal{F} для рассеяния падающей частицы находится из рассмотрения асимптотической формы $P\Psi$. Как видно из (47), \mathcal{F} будет содержать медленно меняющуюся с энергией часть, обусловленную рассеянием частицы на среднем поле H_{PP} , и часть, резонирующую при прохождении энергии E через соб-

* Здесь и далее под ПС будем понимать промежуточные состояния любого порядка, а не только собственно doorway state, для которого выше был использован термин входное состояние.

ственные значения оператора H_{QQ} :

$$(E_S - H_{QQ}) \Phi_S = 0. \quad (49)$$

Фактически это есть уравнение (46) в пренебрежении связью с открытыми каналами, т. е. Φ_S можно отождествить со стационарными состояниями компаунд-ядра. Используя известную технику, амплитуду перехода можно записать в следующем виде [100]:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_{\text{пот}} + \left\langle \Psi_f^{(-)} \left| H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ} - W_Q} H_{QP} \Psi_0^{(+)} \right. \right\rangle, \quad (50)$$

где \mathcal{F} — матрица потенциального рассеяния — определена согласно соотношению

$$2\pi i \mathcal{F}_{\text{пот}} = 1 - \langle \Psi_f^{(-)} | \Psi_0^{(+)} \rangle, \\ W_Q = H_{QP} \frac{1}{E^{(+)} - H_{PP}} H_{PQ}. \quad (51)$$

В случае изолированного резонанса второй член в (50) соответствует типичной брейт-вигнеровской форме резонансной амплитуды.

Учет ПС любого порядка или, что то же самое, разложение волновой функции Φ_S по состояниям возрастающей сложности в рамках единой теории ядра осуществляется представлением проекционного оператора Q в виде $Q = \sum_i^n d_i + q$ [102]. Здесь проекционные операторы ПС i -го порядка d_i удовлетворяют «цепному» условию, которое запишем через эффективные гамильтонианы: $H_{d_i d_j} = 0$, если $|i - j| > 1$; $H_{d_i q} = 0$ для $i \neq n$; $H_{d_i P} = 0$ для $i > 1$, а к оператору q отнесены все состояния со сложностью выше, чем n (обозначения $H_{d_i d_j} = d_i H_{QQ} d_j$ и т. п.). Тогда можно обобщить соотношение (50) следующим образом [100]:

$$\mathcal{F} = \mathcal{F}_{\text{пот}} + \sum_i^n \mathcal{F}_i + \mathcal{F}_q; \\ \mathcal{F}_i = \left\langle \Psi_f^{(-)} \left| H_{P d_i} \frac{1}{E - H_{d_i d_i} - W_i} H_{d_i d_{i-1}} \dots \right. \right. \\ \left. \left. \dots H_{d_2 d_1} \frac{1}{E - H_{d_1 d_1} - W_1} H_{d_1 P} \Psi_0^{(+)} \right. \right\rangle; \\ W_l = H_{d_l d_{l+1}} \frac{1}{E^{(+)} - H_{d_{l+1} d_{l+1}} - W_{l+1}} H_{d_{l+1} d_l}.$$

Последовательность операторов $H_{d_l d_{l+1}}$ описывает прохождение цепочки ПС с растущей сложностью. Влияние континуума проявляется через операторы $H_{P d_i}$ и через W_l из-за его связи

с открытыми каналами [см. (51)]. Пропагаторы соответствующих состояний содержат величину W_l , мнимая часть которой определяет ширину возможного распада ПС следующего $(l + 1)$ -го порядка: $\Gamma(l + 1, l)$. Если ввести собственные функции ϕ_l оператора $H_{d_l d_l} + W_l$, то

$$\Gamma(l, l-1) = \frac{2\pi}{\hbar} |\langle \phi_l | H_{d_l d_{l-1}} \phi_{l-1} \rangle|^2.$$

Предполагая далее, что фазы матричных элементов между ПС распределены случайным образом, после статистического усреднения по энергии получаем

$$\langle |\mathcal{T}_i|^2 \rangle = \frac{2\pi}{\hbar D_i} \cdot \frac{\Gamma_{fi}}{\Gamma_i} \cdot \frac{\Gamma(i, i-1)}{\Gamma_{i-1}} \cdot \frac{\Gamma(i-1, i-2)}{\Gamma_{i-2}} \dots \frac{\Gamma(2, 1)}{\Gamma_{i-2}} \Gamma(1, 0), \quad (52)$$

где \mathcal{D}_i — среднее расстояние между ПС i -го порядка; Γ_i — полная усредненная ширина ПС; Γ_{fi} — ширина распада в конечное состояние из i -го ПС; $\Gamma(1, 0)$ — ширина образования первого ПС из начального состояния. Структура соотношения (52) явно напоминает форму простых экситонных моделей. В работе [103] приведены предварительные результаты расчета по формуле (52) с использованием предположений Гриффина (эквидистантная схема уровней, постоянство матричных элементов перехода). Форма энергетических спектров испущенных частиц воспроизводится достаточно хорошо.

С ростом энергии первичной частицы ($\epsilon_0 \approx 30-50$ Мэв) можно ожидать, что среднее значение энергии, переданной в первом акте взаимодействия, недостаточно для того, чтобы перевести падающую частицу в связанное состояние. В таком случае за счет последовательных столкновений будут возбуждаться компоненты состояний ядра-мишени все большей сложности. Образованные конфигурации системы с частицей в непрерывном спектре будут вносить большой вклад в предравновесные распадные спектры. Теория, учитывающая *возбуждение сложных состояний через прямые взаимодействия*, сформулирована Родбергом в связи с рассмотрением промежуточных структур ядер [104].

В этом подходе конфигурационное пространство полного гамильтониана $H = H'_0 + V = H'_0 + \sum_i^A v_{i0}$ делится на два подпространства $P_N + P_{NR} = 1$, где проекционный оператор P_R обеспечивает наличие в непрерывном спектре связанных состояний, обуславливающих появление резонансов в системе. Нерезонансную часть \mathcal{T} -матрицы рассеяния нуклона на ядре, состоящем из A нуклонов, можно разложить по кратности столкновений

$$\mathcal{T}_{NR} = \sum_{i=1}^A t_{i0} + \sum_{j>i} t_{i0} \frac{P_{NR}}{E^{(+)} - H_0} t_{j0} + \dots, \quad (53)$$

где t_{i0} — полный оператор для рассеяния налетающей частицы на нуклоне ядра-мишени в некотором эффективном оптическом потенциале V_0 ($H_0 = H'_0 + V_0$):

$$t_{i0} = V_{i0} + V_{i0} \frac{P_{NR}}{E^{(+)} - H_0} t_{i0} \quad \text{с} \quad V_{i0} = v_{i0} - V_0/A.$$

Первое слагаемое в (53) носит характер одночастичного оператора и ограничивает возможные возбуждения $1p1h$ -компонентами. Второй член, описывающий двукратные столкновения, приводит к возбуждениям $2p2h$ -состояний ядра-мишени. Если пренебречь интерференционными членами, то сечение реакции можно представить как сумму парциальных сечений возбуждения различных n -квазичастичных состояний.

Исследование прямого неупругого рассеяния с возбуждением изолированных конечных состояний обычно проводится в приближении однократного рассеяния с использованием метода искаженных волн. Возбуждаемые состояния можно описать в рамках коллективных моделей или в микроскопическом подходе [105]. В первом случае для оценки зависимости вероятности перехода от мультипольности удобно воспользоваться правилом сумм [106]. Микроскопическое описание требует знания фаз и вкладов $1p1h$ -компонент волновой функции высоколежащих состояний. Усредненные сечения реакции можно рассчитать в предположении статистического распределения фаз [107—109]. Оказалось, что расчетная форма энергетических спектров близка к той, которая дается экситонной моделью для состояния $n = 3$. Удалось также сопоставить наблюдаемую в экспериментальных спектрах структуру с неоднородностью распределений по квазичастичным энергиям. Рассчитанные в приближении однократного соударения энергетические спектры испущенных частиц несколько мягче экспериментальных, что указывает на необходимость учета следующих членов в разложении (53). По оценке работы [109] вклад двукратных столкновений при $\epsilon_0 \approx 15$ Мэв составляет около 10%.

Временное рассмотрение. Использование зависящей от времени теории является вполне естественным для описания процесса установления динамического равновесия. Соответствующие методы были развиты в рамках неравновесной статистической физики. Основополагающую роль в этом сыграли работы Н. Н. Боголюбова [110], который впервые ввел понятие различных стадий процесса временной эволюции, сформулировал исходную систему интегро-дифференциальных уравнений для описания процесса — так называемая иерархия уравнений Боголюбова — Борна — Грина — Кирквуда — Ивона, дал первый математически строгий вывод уравнения Больцмана.

Одна из основных проблем, возникающих при выводе необратимых во времени уравнений, например мастер-уравнений или

уравнений Больцмана, состоит в решении вопроса о том, как ввести необратимость в исходные динамические уравнения. В качестве последних обычно берется уравнение Лиувилля, которое, будучи записано для матрицы плотности $\rho(t)$, совпадает по форме с классическим уравнением движения

$$\partial\rho/\partial t = (i/\hbar) [\rho, H]. \quad (54)$$

В методе Боголюбова необратимость вводится выбором соответствующих граничных условий для иерархии уравнений Боголюбова — Борна — Грина — Кирквуда — Ивона (принцип ослабления корреляций).

Если ограничиться рассмотрением лишь диагональных в энергетическом представлении элементов матрицы плотности и, кроме того, ввести «крупноструктурную» матрицу плотности ρ_c , просуммировав ρ по состояниям Δn вблизи n :

$$\rho_c(n, t) \Delta n = \sum_{n' \in \Delta n} \langle n' | \rho(t) | n' \rangle,$$

то функция $\rho_c(n, t)$, интерпретируемая классически как вероятность обнаружить систему в состоянии n , будет удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial \rho_c(n, t)}{\partial t} = \sum_{n'} G_n W_{nn'} \rho_c(n', t) - \sum_{n'} G_{n'} W_{n'n} \rho_c(n, t). \quad (55)$$

Здесь $W_{nn'}$ — вероятность перехода в единицу времени из одного состояния в области $\Delta n'$ в одно из состояний интервала Δn ; $G_{n'}$ — общее число состояний в интервале $\Delta n'$. Очевидно, что использованное выше мастер-уравнение является частным случаем (55).

Вывод обобщенных мастер-уравнений* из уравнений Лиувилля был дан многими авторами и различными методами: Ван Хов использовал предположение о случайном распределении фаз в начальный момент времени, а также условие диагональной сингулярности [111]; Цванциг применил метод проекционных операторов [112]; Пригожин и Ресибио воспользовались диаграммной техникой [113]. Обзор этих вопросов можно найти в работе [114]. Приложение методов статистической механики к бесконечной системе ферми-частиц и, в частности, уравнения релаксации ферми-газа (39) хорошо освещены в монографии [115].

Что касается квантового описания временного развития ядерной реакции, то здесь успехи скромные. В цикле работ Иосиды развита техника волновых пакетов для истолкования результатов эксперимента по измерению времени жизни состояний составного

* Обобщенное мастер-уравнение в отличие от (55) имеет явную зависимость от времени в правой части уравнения и, следовательно, характеризует немарковские процессы эволюции.

ядра методом эффекта теней [116]. Интересное приложение методов статистической физики к процессу установления равновесия в ядерной реакции и рассмотрение динамических эффектов в статистической теории ядерных реакций сделано в работах Вейдлица [117]. Попытка обобщить данный формализм на предравновесный распад была предпринята в работе [118] с привлечением метода неравновесного статистического оператора [119].

Особого внимания заслуживает модель предравновесной эмиссии, развитая в работах С. Т. Беляева и сотр. [120—122]. Релаксационный процесс описывается в приближении Хартри — Фока, зависящем от времени. В отличие от обычных МПР, рассматривающих лишь статистическую, столкновительную релаксацию, в данной модели принимается во внимание когерентный эффект релаксации самосогласованного поля. Действительно, быстрый захват налетающего нуклона ядром приводит к зависящему от начального канала изменению самосогласованного поля. Во время «подстройки» самосогласованного поля нуклоны ядра находятся в некотором переменном потенциале, что порождает частично-дырочные состояния. Если среди этих состояний имеется компонента в непрерывном спектре, то рассмотренный механизм — механизм «выплескивания» — будет давать вклад в предравновесную эмиссию [120].

В математическом плане задача сводится к решению уравнения (54) с заменой гамильтониана H на самосогласованный H_c . В начальный момент (до захвата частицы) система находится в стационарном состоянии $[H_c^0, \rho^0] = 0$. Захват нуклона вызывает изменение матрицы плотности $\rho(t) = \rho^0 + \delta\rho(t)$, зависящее от добавления нуклона $\delta\rho'(t)$ и от возбуждения коллективных мод

$$\delta\rho(t) = \sum_{\alpha} a_{\alpha} \rho^{\alpha} \exp(i\omega_{\alpha}t) + \delta\rho'(t).$$

После линеаризации уравнения для ρ относительно $\rho^{(0)}$ получим

$$i \frac{\partial}{\partial t} \delta\rho = [H_c^{(0)}, \delta\rho] + [\delta H_c, \rho^{(0)}], \quad (56)$$

где δH_c зависит от $\delta\rho$. Необходимо еще задать начальные условия для $\rho(0)$ и $\delta\rho(0)$, характеризующие процесс захвата, а в граничных условиях учесть принцип ослабления корреляций. При решении (56) в работах [120—122] удержаны двухчастичные корреляции. В предельном случае бесконечной однородной ферми-системы решение уравнения (56) дает мастер-уравнение на числа заполнения (39) [121].

Как и все МПР, механизм «выплескивания» будет давать существенное превышение над «испарительным» фоном лишь в высокоэнергетической части спектров. Характерным отличием рассма-

триваемого механизма является запоминание квантовых чисел входного канала реакции, что, естественно, приводит к возникновению анизотропии в угловом распределении испущенных частиц. Кроме того, при захвате частицы не только возмущается равновесное среднее поле, но и искажается потенциал спаривания, что эквивалентно появлению «внешнего поля», которое может «выплескивать» скоррелированную пару нуклонов. Примечательно, что такие пары будут коррелировать между собой (преимущественно равные энергии и противоположные направления), но не с налетающей частицей [120].

Следует заметить, что описание ядра с помощью квантовых кинетических уравнений по существу представляет собой задачу о самосогласованном оптическом потенциале и допускает интересное обобщение рассмотрения коллективных возбуждений в ядрах [122].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Можно сказать, что в настоящее время модели предравновесного распада полностью получили «права гражданства». МПР широко используются при интерпретации ядерных реакций, позволяют по-иному взглянуть на некоторые ставшие уже привычными понятия. В частности, это касается условности разделения реакции на прямой и равновесный распад: необходимо проследить во времени всю эволюцию усложнения квазичастичных состояний, поскольку каждая ее стадия дает свой вклад в измеряемые на опыте величины.

Простые экситонные модели хорошо воспроизводят форму энергетических спектров и функций возбуждения для различных каналов реакции. Удовлетворительное согласие с опытом достигается для абсолютного значения обсуждаемых характеристик. Анализ, выполненный с помощью экситонной модели, приводит к разумным оценкам таких ядерных величин, как время жизни трехквазичастичного состояния.

Кажется весьма привлекательным перенесение концепций предравновесного распада, первоначально развитого применительно к нуклон-ядерным реакциям, на другие явления и процессы. Особый интерес представляют физика тяжелых ионов, включая вопросы слияния и деления ядер, а также процессы, идущие через возбуждение некоторых выделенных состояний: фото- и электро-расщепление ядер, μ -захват, поглощение остановившихся π -мезонов и т. п. В этом направлении сделаны лишь первые шаги, и можно быть уверенным, что эти вопросы получат дальнейшее развитие. Безусловно, будет расширен и список явлений, где предравновесная эмиссия приобретает существенное значение. Уже сейчас намечаются интересные связи с процессами

фрагментации ядер под действием высокоэнергетических частиц [123]. Идеи предравновесной эмиссии проникают и в физику элементарных частиц как обобщение статистической теории множественного рождения, что оказалось необходимым для объяснения рождения вторичных частиц с большими поперечными импульсами [124].

Несмотря на все успехи МПР, их современный уровень развития еще далек от завершения. Являясь феноменологическими, они могут рассчитывать лишь на полуколичественное описание. Дальнейшее развитие МПР требует рассмотрения более реальных ядерных схем, глубокого понимания физического смысла основных предположений модели. В этой связи особенно важно установить соответствие между МПР и общими методами теории ядерных реакций. Другим важным и необходимым моментом является продолжение экспериментальных исследований с целью получения более прецизионных и систематических данных.

Примечание при корректуре. После завершения обзора появился ряд интересных работ, непосредственно связанных с проблемой предравновесного распада возбужденных ядер. В частности, в работах [125, 126] дан вывод мастер-уравнения из микроскопического описания ядерной реакции и прослежена связь с другими теоретическими подходами, вопросы асимметрии углового распределения предравновесной компоненты обсуждались в работах [127, 128]; все большее внимание привлекают предравновесные процессы при исследовании реакций с тяжелыми ионами [129—132].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weisskopf V. F. «Phys. Rev.», 1937, v. 52, p. 295.
2. Bertrand F. E., Peelle R. W. «Phys. Rev. C», 1973, v. 86, p. 1045.
3. Serber R. «Phys. Rev.», 1947, v. 72, p. 1114.
4. Izumo K. «Progr. Theor. Phys.», 1961, v. 26, p. 807; «Nucl. Phys.», 1962, v. 62, p. 673.
5. Griffin J. J. «Phys. Rev. Lett.», 1966, v. 17, p. 478.
6. Blann M. «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 21, p. 1357.
7. Harp G. D., Miller J. M., Berne V. J. «Phys. Rev.», 1968, v. 165, p. 1166.
8. Harp G. D., Miller J. M., «Phys. Rev. C», 1971, v. 3, p. 1847.
9. Proceedings of the International Conference on Nuclear Physics (Münich, Aug. 27 — Sept. 1, 1973), Vol. 1, 2. Amsterdam — London — New York, 1973.
10. Proceedings of the Third International Seminar on Interactions of Fast Neutrons with Nuclei (5—9 November 1973, Gaussig, GDR). Zentralinstitut für Kernforschung 271, Dresden, 1974.
11. Proceedings of the Europhysics Study Conference on Intermediate Processes in Nuclear Reactions (Aug. 31—Sept. 5, 1972, Plitvice Lakes, Yugoslavia). Berlin — Heidelberg — New York, 1973.
12. Proceedings of the International Symposium on Neutron Induced Reactions (1974, Smolenice, ĆSSR). «Acta Phys. Slov.», 1975, v. 25, N 2—3.
13. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и ядер с ядрами. М., Атомиздат, 1972.
14. Cline C. K., Blann M. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 172, p. 225.

15. Cline C. K. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 193, p. 417.
16. Ribansky I., Oblozinsky P., Betak E. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 205, p. 545.
17. Гудима К. К., Ососков Г. А., Тонеев В. Д. «Ядерная физика», 1975, т. 21, с. 260.
18. Карлин С. Основы теории случайных процессов. Пер. с англ. М., «Мир», 1971.
19. Ericson T. «Adv. Phys.», 1960, Bd 9, S. 425.
20. Ставинский В. М. ЭЧАЯ, 1972, т. 3, с. 832.
21. Strutinski V. M. Comptes Rendus du Congrès International de Physique Nucleaire, 1958, Paris, p. 617.
22. Böhning M. «Nucl. Phys.», 1970, v. 152, p. 529.
23. Williams F. C. Jr. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 166, p. 231.
24. Gadioli E., Gadioli-Erba E., Sona P. G. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 217, p. 589.
25. Игнатюк А. В., Соколов Ю. В. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 277.
26. Игнатюк А. В., Соколов Ю. В. «Ядерная физика», 1973, т. 17, с. 723.
27. Williams F. C., Jr. «Nucl. Phys.», 1969, v. 133, p. 33.
28. Williams F. C., Jr., Mignery A., Blann M. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 207, p. 619.
29. Довбенко А. Г., Игнатюк А. В. Нейтронная физика (материалы Всесоюзного совещания, Киев, 24—28 мая 1971). Т. 1, Киев, «Наукова думка», 1972, с. 94.
30. Williams F. C., Jr. «Phys. Lett. B», 1970, v. 31, p. 184.
31. Ribansky I., Oblozinsky P. «Phys. Lett. B», 1973, v. 45, p. 318.
32. Milazzo-Colli L., Braga — Marazzan G. M. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 210, p. 297.
33. Milazzo-Colli L. e. a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 218, p. 274.
34. Oblozinsky P., Ribansky I., Betak E. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 226, p. 347.
35. Goldberger M. L. «Phys. Rev.», 1948, v. 76, p. 1268.
36. Kikuchi K., Kawai M. Nuclear matter and nuclear reactions. North-Holland Publ. Comp., Amsterdam, 1968.
37. Blann M. «Phys. Rev. Lett.», 1971, v. 27, p. 337.
38. Braga-Marazzan G. M. e. a. «Phys. Rev. C», 1972, v. 6, p. 1398.
39. Blann M., Mignary A. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 186, p. 245.
40. Blann M. «Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 28, p. 757.
41. Blann M. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 213, p. 570.
42. Reinhold F., Seeliger D., Seidel K. Jahresbericht Zentralinstitut für Kernforschung 243, TU Dresden, 1972, S. 27.
43. Kalbach-Cline C. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 210, p. 590.
44. Бычков В. М. и др. Нейтронная физика (материалы 2-й Всесоюзной конференции по нейтронной физике, Киев, 1973). Т. 1. Обнинск, 1974, с. 316.
45. Decowski P., Groschulski W., Marcinkowski A. In: [10], p. 71.
46. Зелигер Д., Зайдель К. Международный семинар по исследованию атомного ядра (Колунгсборн, ГДР, 1971). Тезисы, ч. 1, с. 39.
47. Hermsdorf D. e. a. Conference on Nuclear Structure Study with Neutrons (Budapest, Hungary, 1972). Plenum Press, New York and London, 1974, p. 482.
48. Зелигер Д., Зайдель К., Вольфард Д. Нейтронная физика (материалы Всесоюзного совещания, Киев, 24—28 мая 1961 г.). Т. 1. Киев, «Наукова думка», 1972, с. 243.
49. Зелигер Д. и др. Нейтронная физика (материалы Всесоюзной конференции, Киев, 1973). Т. 2. Обнинск, 1974, с. 269.
50. Hermsdorf D. e. a. In: [9], v. 1, p. 514.
51. Kalbach C. e. a. In: [9], v. 1, p. 522.
52. Kennedy A. S. e. a. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 500.

53. Wiley J. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 212, p. 1.
54. Kalbach-Cline C., Huizenga J. R., Vonach H. K. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 222, p. 204.
55. Зелигер Д., Зайдель К., Мойстер А. В: [10], с. 97.
56. Birattera C. e. a. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 201, p. 579.
57. Gadioli E. e. a. «Nuovo cimento A», 1974, v. 22, p. 547.
58. Grimes S. M. e. a. «Phys. Rev. C», 1973, v. 8, p. 1770.
59. Verbinski V. V., Burrus W. R. «Phys. Rev.», 1969, v. 177, p. 1671.
60. Grimes S. M. e. a. «Phys. Rev. C», 1971, v. 3, p. 645.
61. Grimes S. M. e. a. «Phys. Rev. C», 1971, v. 4, p. 607.
62. Grimes S. M. e. a. «Phys. Rev. C», 1973, v. 7, p. 343.
63. Lee E. V., Griffin J. J. «Phys. Rev. C», 1975, v. 5, p. 1713.
64. Bowmann W. W., Blann M. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 131, p. 513.
65. Ribansky I., Oblozinsky P., Betak E. In: [10], p. 48.
66. Caplar R., Kulisic P. In: [9], v. 1, p. 517.
67. Braga-Marcazzan G. M., Milazzo-Colli L. «Lett. Nuovo cimento», 1973, v. 6, p. 357.
68. Milazzo-Colli L., Braga-Marcazzan G. M. «Phys. Lett. B», 1972, v. 38, p. 155.
69. Alevra A. e. a. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 209, p. 557.
70. Glowacka L. e. a. In: [9], v. 1, p. 519.
71. Гловацка Л. и др. В: [10], с. 109.
72. Meister A. e. a. In: [10], p. 85.
73. Faccini U., Saetta-Menichella A. «Energia Nucl.», 1968, v. 15, p. 54.
74. Мальшев А. В. Плотность уровней и структура атомных ядер. М., Атомиздат, 1969.
75. Braga-Marcazzan G. M., Milazzo-Colli L. «Energia Nucl.», 1968, v. 15, p. 186.
76. Reif R., Seidel K., Seidemann H. In: [12].
77. Birattari C. e. a. Nucl. Phys. A», 1971, v. 166, p. 605.
78. Bisplinghoff J. e. a. In: [9], v. 1, p. 516.
79. Мiуано К., Sesis H. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 230, p. 98.
80. Зайдель К., Зелигер Д., Майстер А. В: [12].
81. Hermsdorf D. e. a. Zentralinstitut für Kernforschung 277, TU Dresden, 1974.
82. Марчук Г. И., Колесов В. Е. Применение численных методов для расчета нейтронных сечений. М., Атомиздат, 1970.
83. Зелигер Д., Зайдель К., Тонеев В. Д. В: [10], с. 63.
84. Shevarier A. e. a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 231, p. 64.
85. Cline C. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 174, p. 73.
86. Blann M., Lanzafame F. M. «Nucl. Phys. A», 1970, v. 142, p. 559.
87. Demeyer A. e. a. «J. Phys.», 1970, Bd. 31, S. 847.
88. Igo G., Hansen L. F., Gooding T. F. «Phys. Rev.», 1963, v. 131, p. 337.
89. Braga-Marcazzan G. M., Milazzo-Colli L. In: [10], p. 39.
90. Kozlowski M. e. a. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 187, p. 177.
91. Robson D. «Phys. Rev. B», 1961, v. 137, p. 535.
92. Лукьянов В. К., Селиверстов В. А., Тонеев В. Д. «Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 560.
93. Gramzhyan R. A., Tonnev V. D. Communication JINR, E4-8865, 1975.
94. Kozlowski T., Zglinski A. «Phys. Lett. B», 1974, v. 50, p. 222.
95. Барашенков В. С. и др. ЭЧАЯ, 1974, т. 5, с. 479.
96. Волков В. В., ЭЧАЯ, 1975, т. 6, вып. 4.
97. Николаев В. М., Щеголев В. А. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 469.
98. Blann M. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 235, p. 211.
99. Гудима К. К., Ильинов А. С., Тонеев В. Д. Препринт ОИЯИ, P7-7915, Дубна, 1974.
100. Feshbach H. «Rev. Mod. Phys.», 1974, v. 46, p. 1.
101. Feshbach H. «Ann. Phys.», 1958, v. 5, p. 357; 1962, v. 19, p. 287.

102. Feshbach H., Kerman A. K., Lemmer R. H. «Ann. Phys.», 1967, v. 41, p. 230.
103. Feshbach H. In: [9], v. 2, p. 631.
104. Rodberg L. S. In: Intermediate Structure in Nuclear Reactions. Ed. by H. P. Kennedy, R. Schriels. Kentucky, 1968, p. 65.
105. Соловьев В. Г. ЭЧАЯ, 1972, т. 3, с. 770.
106. Lewis M. B. «Phys. Rev. C», 1974, v. 9, p. 1878.
107. Reif R. Zentralinstitut für Kernforschung 283, TU Dresden, 1974, S. 588.
108. Reif R. In: [12], p. 208; Ive H., Reif R., Ricdall C. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 183, p. 105.
109. Ive H. Zentralinstitut für Kernforschung 283, TU Dresden, 1974, S. 576.
110. Боголюбов Н. Н. Проблемы динамической теории в статистической физике. М., Гостехиздат, 1946.
111. Van Hove L. «Physica», 1955, v. 21, p. 517; 1957, v. 23, p. 441.
112. Zwanzig R. «Physica», 1964, v. 30, p. 1109.
113. Prigogine I., Resibois P. «Physica», 1961, v. 27, p. 629.
114. Naake F. In: Springer Tracts in Modern Physics. Vol. 66, 1973, p. 98.
115. Пайне Д., Нозьер Ф. Квантовая теория жидкостей. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
116. Yoshida S. «Phys. Lett. B», 1973, v. 45, p. 324; Yazoki K., Yoshida S. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 232, p. 249.
117. Weidlich W. «Z. Phys.», 1969, Bd 222, S. 403; Weidlich W., Dietel K. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 205, p. 367.
118. Reif R., Röpke G., Zschau H.-E. In: [12].
119. Зубарев Д. Н. Неравновесная статистическая термодинамика. М., «Наука», 1971.
120. Beljaev S. T., Romyantsev V. A. «Phys. Lett. B», 1974, v. 53, p. 6.
121. Румянцев Б. А., Хейфиц С. А. «Ядерная физика», 1975, т. 21, с. 510.
122. Beljaev S. T., Romyantsev V. A., Dmitriev V. T. In: [9], v. 1, p. 556.
123. Богатин В. И. и др. Сообщение ОИЯИ I-8715, Дубна, 1975.
124. Gorenstein M. I., Shelest V. P., Zinovjev G. M. Preprint JINR, E4-8814, Dubna, 1975.
125. Бунаков В. Е., Нестеренко М. М. В кн: Материалы десятой зимней школы ЛИЯФ по физике ядра и элементарных частиц. Т. I. «Наука», 1975, с. 297.
126. Agassi D., Weidenmüller H. A., Mantzouranis G. «Phys. Reports C», 1975, v. 22, p. 147.
127. Gudima K. K., Toneev V. D. Communication JINR E4-9489, Dubna, 1975.
128. Mantzouranis G., Agassi D., Weidenmüller H. A. «Phys. Lett. B», 1975, v. 57, p. 223.
129. Nörenberg W. «Z. Phys. A», 1975, v. 273, p. 251.
130. Moretto L. C. e. a. «Phys. Lett. B», 1975, v. 58, p. 31.
131. Moretto L. C., Sventik J. S. «Phys. Lett. B», 1975, v. 58, p. 26.
132. Wong C. Y., Maruhn J. A., Welton T. A., «Nucl. Phys. A», 1975, v. 253, p. 469.