

УДК 539.171.017

ФОРМАЛИЗМ МИКРОСКОПИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ С НУКЛОНАМИ

А. А. Лукьянов

Физико-энергетический институт
Обнинск

В рамках единого микроскопического подхода, исходя из интегрального уравнения Липпманна — Швингера и метода проекционных операторов, проведена систематизация известных формальных теорий ядерных реакций с нуклонами низких и средних энергий. Рассмотрены различные формы представления амплитуд переходов с выделением прямых процессов, входных состояний и резонансов составного ядра. Обсуждаются вопросы практического использования общих результатов теории реакций в анализе детальной структуры сечений взаимодействия нуклонов с атомными ядрами в широком интервале изменения энергии.

A number of known formal theories of nuclear reactions with the nucleons at low and intermediate energies are systematized in framework of the unified microscopical approach based on the Lippmann — Schwinger integral equation and the projection operators method. The different representations of the transition amplitudes are presented as a sum of direct interaction terms, doorway states and compound resonances. The practical schemes for analysis of a detailed energy dependence of the nucleon-nucleus interaction cross-sections in a wide energy range are discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Ядерные реакции с нуклонами низких и средних энергий составляют основной и наиболее подробно изученный раздел физики ядерных взаимодействий. Достигнутый здесь в последние 10—15 лет существенный прогресс в развитии общих физических представлений о динамике преобразования ядра в процессе реакции связан с появлением качественной экспериментальной информации об особенностях энергетической и угловой зависимости соответствующих сечений и с очевидными успехами в теоретической интерпретации данных на основе весьма общих микроскопических схем анализа [1—10]. Эти схемы во многом подобны схемам, которые обычно используются в модельных микроскопических расчетах связанных состояний ядер. Специфика реакции

заключается главным образом в учете состояний непрерывного спектра, определяющих открытые каналы реакций [11—15]. В принципе можно дать единое описание низколежащих уровней атомных ядер и высоковозбужденных состояний, проявляющихся непосредственно в реакциях, исходя из одной и той же подходящей ядерной модели.

В распространенном в последние годы оболочечном подходе к анализу однонуклонных (p, p')-, (p, n)-, (n, n')-реакций процесс формирования различных состояний системы нуклон плюс ядро-мишень рассматривается как результат последовательных парных нуклонных столкновений с возбуждением все более сложных конфигураций модели оболочек. Наблюдаемые особенности энергетической и угловой зависимостей сечений этих реакций могут быть непосредственно связаны с конкретными переходами в модели оболочек при парном остаточном взаимодействии [1—14]. Переходы между состояниями непрерывного спектра, например, отражают характерную для прямых процессов асимметрию углового распределения продуктов реакции [16—20]. Промежуточные структуры в реакциях с протонами в некоторых случаях можно интерпретировать как входные аналоговые состояния, соответствующие простым возбуждениям модели типа две частицы — дырка [2, 3, 6, 21]. Более сложные конфигурации с суммарной энергией, превышающей порог вылета нуклона из ядра, так называемые квазисвязанные состояния, типичны для резонансов составного ядра [1, 4, 21—23]. Оболочечный подход дает также наиболее общее обоснование модели комплексного потенциала в приложении к анализу средних сечений [1—9]. Таким образом, все основные особенности структуры сечений однонуклонных реакций можно получить в едином микроскопическом расчете [4—7]. Однако эта задача практически весьма сложна из-за необходимости учета остаточного взаимодействия между всеми нуклонами рассматриваемой системы и некоторых других принципиальных трудностей в приложении модели оболочек к ядерным реакциям [4]. При анализе экспериментальных данных обычно используют упрощенные схемы, где учитываются переходы лишь для нескольких выделенных нуклонов, а остальные, образующие некоторый остов, описывают феноменологическими ядерными моделями [4—7].

Оболочечный подход широко используется для интерпретации аналоговых резонансов [21—24], при анализе тонкой структуры дипольного гигантского резонанса в фотонуклонных реакциях [10, 25—27], при исследовании предравновесных процессов [19, 20, 28]. Главное внимание уделяется расчетам матричных элементов переходов между конкретными состояниями модели оболочек для идентификации наблюдаемых особенностей в энергетической зависимости сечений. В данном обзоре рассматривается несколько иное следствие этого подхода: возможность построения

общего формализма теории однонуклонных реакций, учитывающего динамику преобразования ядра. Заметим, что многие характерные особенности структуры сечений однонуклонных реакций — фон прямых процессов, промежуточные структуры, эффекты связи промежуточных структур с резонансами составного ядра — проявляются и в реакциях со сложными частицами [19, 29], в сечениях деления [30], в фотонуклонных реакциях [40]. Это указывает на некоторые общие фундаментальные особенности процесса протекания реакции. Изложение формальной теории дано в обзоре несколько шире, чем необходимо для описания однонуклонных реакций, являющихся, в основном, удобной иллюстрацией физического смысла формальных результатов.

Основная часть обзора посвящена нахождению практических схем параметризации детальной энергетической зависимости сечений взаимодействия в широком интервале энергии нуклонов, выяснению физического смысла параметров в оболочечном подходе и установлению взаимосвязи между различными схемами. Вопросы систематизации многочисленных формализмов, используемых при анализе сечений ядерных реакций при низких и средних энергиях, рассматривались во многих специальных работах с разных точек зрения. Отметим здесь обзор Лейна и Томаса [31], работы Блоха [32], Лейна и Робсона [33], Линна [5], основанные на теории R -матрицы, а также исследования в единой теории реакций подробно изложенные в общих работах Фешбаха [6], Макдональда [7], и приложениях к анализу сечений в рамках оболочечного подхода [4, 34—36]. В данном обзоре для систематизации различных теорий реакции используется формализм интегрального уравнения Липшмана — Швингера и метод проекционных операторов [37—39]. Результаты различных теорий и установление взаимосвязи между ними находятся здесь в предельно компактной и наиболее общей форме. Это позволяет не только получить известные формальные результаты теории реакций в рамках единого математического аппарата, но и открывает возможности для построения новых схем и методов теории.

Известные методы многоуровневой параметризации резонансной структуры сечений в широких энергетических интервалах формулируются в рамках так называемого метода эффективного взаимодействия (см. разд. 2), в котором задача определения параметров теории реакций по экспериментальным данным сводится практически к решению соответствующей системы связанных алгебраических уравнений. При определении этих параметров в модельных микроскопических схемах можно провести подробную детализацию формализма, выделяя входные состояния модели и следующие по сложности возбуждения. Соответствующие схемы параметризации тонкой структуры нуклонных сечений вблизи отдельных входных (аналоговых) резонансов приведены в разд. 3.

В области перекрывающихся резонансов составного ядра более удобны интегральные уравнения для амплитуд переходов. Различные представления для этих уравнений следуют из рассматриваемого здесь единого подхода к описанию реакций с нуклонами (см. разд. 4). Переход от строгих результатов к модели комплексного потенциала и методы усреднения сечений по энергии обсуждаются в разд. 5. Отдельно рассмотрена задача параметризации детальной структуры сечений фотонуклонных реакций вблизи энергии гигантского дипольного резонанса на основе оболочечного подхода (см. разд. 6).

1. НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ФОРМАЛЬНОЙ ТЕОРИИ СТОЛКНОВЕНИЙ

Многие задачи физики квантовомеханических взаимодействий, в том числе и ядерные реакции с нуклонами низких и средних энергий, можно трактовать единым способом на основе формальной теории столкновений. Принципы построения и математический аппарат теории систематически изложены в известных монографиях [37—40]. Приведем здесь некоторые результаты, которые необходимы для рассматриваемых ниже приложений к ядерным реакциям с нуклонами.

Останемся на определении каналов реакций, характеризующих наблюдаемые состояния рассматриваемой системы нуклон плюс ядро-мишень в непрерывном спектре. В теории столкновений каналам отвечают различные разбиения системы на отдельные не взаимодействующие друг с другом фрагменты [37]. Каналы описываются квантовыми числами, относящимися к отдельным фрагментам. Это — их изотопный состав, внутреннее энергетическое состояние (обозначим совокупность соответствующих характеристик индексом α), спин i -го фрагмента в данном энергетическом состоянии $I_{\alpha i}$, одна из компонент спина $M_{\alpha i}$. Сюда же удобно включить и квантовые числа, описывающие относительное движение.

В реакциях с образованием лишь пары фрагментов (нуклон и остаточное ядро в однонуклонных реакциях) для этого имеются две возможности. Одна связана с использованием представления плоских волн, где состояния характеризуются обычно волновым вектором \mathbf{k} . В этом случае для идентификации канала выбирается набор квантовых чисел $\{\alpha (I_1 I_2 M_1 M_2) \mathbf{k}\}$ или $\{\alpha (I_1 I_2) sv \mathbf{k}\}$, где $s = |I_1 + I_2|$ — суммарный спин канала с проекцией v [31]. Другая заключается в использовании представления, в котором состояния имеют определенный момент относительно движения l с проекцией m_l и включают в себя весь интервал углов. Здесь канал характеризуется набором $\{\alpha (I_1 I_2) sv l m_l\}$.

В некоторых приложениях удобно воспользоваться представлением, где моменты суммируются в полный момент системы $J = |s + I|$ с компонентой $M = \{\alpha(I_1 I_2) s l J M\}$. В оболочечном подходе для описания относительного движения нуклона и ядра вводят квантовые числа $l, j = l \pm 1/2$ и m_j [4—8, 11], что соответствует представлению канала как $\{\alpha(I_1 M_1) l j m_j\}$ или $\{\alpha(I_1) l j J M\}$.

Взаимосвязь между различными представлениями устанавливается известными схемами кинематики столкновений [4, 8, 31, 41]. Изложение общих результатов теории столкновений не связано в принципе с конкретным определением канала. Однако для наглядности физической интерпретации выводов будем придерживаться схем и определений, используемых в оболочечном подходе.

Предположим, что волновые функции каналов $\chi_c(\epsilon_c)$, где индекс c — набор квантовых характеристик, являются собственными решениями гамильтониана K ($K\chi_c = \epsilon_c\chi_c$), описывающего свободное движение различных фрагментов α . Обозначим суммарную энергию внутреннего возбуждения фрагментов ϵ_α , энергию относительного движения ϵ . Тогда $\epsilon_c = \epsilon_\alpha + \epsilon$. Далее будем считать, что полный гамильтониан H рассматриваемой системы можно представить в виде суммы $H = K + \mathcal{U}$, где K включает полную энергию E ; \mathcal{U} описывает всевозможные взаимодействия между различными фрагментами. Тогда решение волнового уравнения $(E - H)\Psi = 0$ или $(E - K)\Psi = \mathcal{U}\Psi$, удовлетворяющее граничным условиям: плоская волна или ее составляющая с определенным l в канале c и расходящиеся сферические волны во всех каналах реакций (обозначим это решение Ψ_c^+), можно формально представить как решение эквивалентного интегрального уравнения Липпманна — Швингера [37—40]:

$$\Psi_c^+(E) = \chi_c^+(E) + (E - K + i\eta)^{-1} \mathcal{U} \Psi_c^+(E), \quad (1)$$

где малая добавка $i\eta$ в интегральном операторе (функции Грина задачи) необходима для выделения в решениях состояний расходящихся волн [37—39]. Используя операторное тождество

$$\frac{1}{A} \equiv \frac{1}{B} + \frac{1}{B}(B - A) \frac{1}{A} \equiv \frac{1}{B} + \frac{1}{A}(B - A) \frac{1}{B}, \quad (2)$$

получаем формальное решение уравнения (1) в виде

$$\Psi_c^+(E) = \chi_c(E) + (E - H + i\eta)^{-1} \mathcal{U} \chi_c(E). \quad (3)$$

Аналогичным способом определяются интегральные соотношения для функции $\Psi_c^-(E)$, являющейся решением общего волнового уравнения для случая сходящихся волн во всех каналах и выходящей плоской волны в канале c после реакции:

$$\Psi_c^-(E) = \chi_c(E) + (E - H - i\eta)^{-1} \mathcal{U} \Psi_c^-(E). \quad (4)$$

Выделим из потенциала \mathcal{U} некоторый модельный потенциал $U = \mathcal{U} - V$, где V — остаточное взаимодействие, предполагая известными собственные решения уравнения

$$(E - H_0) \varphi = (E - K - U) \varphi = 0. \quad (5)$$

При построении общего формализма теории столкновений накладываются жесткие требования на выбор потенциала U , практически реализуемые лишь в оболочечном описании однонуклонных реакций (см. разд. 2). Необходимо, чтобы потенциал U имел конечную глубину, тогда собственные решения уравнения (5) определяются в области дискретного и непрерывного спектров собственных значений. Решения в непрерывном спектре должны соответствовать наблюдаемым каналам реакций, т. е. потенциал U не смешивает каналы реакций (не содержит поляризующих взаимодействий). Набор функций дискретного спектра должен быть достаточно широким, качественно соответствующим наблюдаемому в сечениях количеству резонансных структур, а собственные энергии лежать в той же области, что и энергии континуума, так называемые квазисвязанные состояния, «утопленные» в непрерывном спектре [4]. Предположим, что выбранный потенциал U этим требованиям удовлетворяет. Тогда собственные решения уравнения (5) в непрерывном спектре $\varphi_c^\pm(E)$, удовлетворяющие при соответствующих граничных условиях интегральному уравнению

$$\varphi_c^\pm(E) = \chi_c(E) + (E - K \pm i\eta)^{-1} U \varphi_c^\pm(E), \quad (6)$$

можно выбрать как новые функции каналов с теми же квантовыми характеристиками, что и χ_c , где для описания относительного движения используются не плоские, а искаженные потенциалом U волны. Выражая $\chi_c(E)$ в соотношениях (3) и (4) через $\varphi_c^\pm(E)$ согласно уравнению (6), можно исключить из определения ψ_c^\pm состояния плоских волн. С помощью операторного тождества (2) получим (см. [38, с. 187]):

$$\Psi_c^\pm(E) = \varphi_c^\pm(E) + (E - H \pm i\eta)^{-1} V \varphi_c^\pm(E). \quad (7)$$

Волновая функция канала $\varphi_c^+(\varepsilon_c)$ строится как произведение антисимметризованной функции внутреннего состояния фрагментов $\varphi_\alpha(\varepsilon_\alpha)$ на решение задачи об упругом рассеянии выбранным потенциалом U в канале c . Здесь можно выделить спин-угловую часть $\Phi_c(r/r)$ и радиальное решение $u_{ce}^+(r)$. Последнее представляет собой определенную комбинацию двух линейно-независимых решений радиального уравнения, соответствующих на асимптотике сходящейся и расходящейся волнам. Рассматривая в дальнейшем функции φ_c^\pm как базис для разложения точного решения в области непрерывного спектра, удобно ввести также вещественные комбинации решений $u_{ce}(r)$ [7]. Асимптотика этих решений

для рассеяния центрально-симметричным (оболочечным) потенциалом с учетом кулоновского взаимодействия фрагментов соответствует стоячим волнам [42]:

$$u_{c\varepsilon}(r) \rightarrow \sin(kr + \omega_c - \pi l/2 + \eta_l - h \ln 2kr)/r,$$

где ω_c — фаза упругого рассеяния; $h = e_1 e_2 / \hbar v$ и $\eta_l = \arg \Gamma(l + 1 + ih)$ — параметры кулоновского взаимодействия [31]. Определим ортонормированный набор вещественных функций каналов

$$|c\varepsilon_c\rangle = \Psi_\alpha(\varepsilon_\alpha) \Phi_c(\mathbf{r}/r) u_{c\varepsilon}(r), \quad \langle c'E' | cE \rangle = \delta_{c'e'} \delta(E' - E). \quad (8)$$

Соответствующие нормированные функции $\varphi_c^\pm(\varepsilon_c)$ выражаются через $|c\varepsilon_c\rangle$ [42, 7, 4]:

$$\begin{aligned} \varphi_c^+(\varepsilon_c) &= |c\varepsilon_c\rangle \exp(i\omega_c), \\ \varphi_c^-(\varepsilon_c) &= |c\varepsilon_c\rangle \exp(-i\omega_c). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким образом, при разложении точного решения в непрерывном спектре по собственным функциям каналов можно воспользоваться любым из наборов φ_c^+ , φ_c^- и $|c\varepsilon_c\rangle$.

В изложении общих результатов формальной теории столкновений выберем в качестве исходного определение S -матрицы [37]:

$$S_{c'e} = \langle \Psi_{c'}^-, \Psi_c^+ \rangle. \quad (10)$$

Воспользуемся интегральными соотношениями для решений Ψ_c^+ и $\Psi_{c'}^-$, свойством идентичности операторов (2) и правилами предельного перехода при $\eta \rightarrow 0$. Тогда выражение для $S_{c'e}$ (10) можно представить в виде (см. [38, с. 189]):

$$\begin{aligned} S_{c'e} &= \langle \varphi_{c'}^-(E') \varphi_c^+(E) \rangle - \\ &- 2\pi i \delta(E' - E) \left\langle \varphi_{c'}^-(E') \left| V + V \frac{1}{E - H + i\eta} V \right| \varphi_c^+(E) \right\rangle \end{aligned} \quad (11)$$

(δ -функция отражает закон сохранения энергии в реакции).

Введем оператор перехода τ , удовлетворяющий операторному уравнению

$$\tau = V + V \frac{1}{E - H + i\eta} V = V + V \frac{1}{E - H_0 + i\eta} \tau. \quad (12)$$

Матричные элементы этого оператора на волновых функциях каналов определяют амплитуды переходов

$$t_{c'e}(E', E) = \langle \varphi_{c'}^-(E') \tau \varphi_c^+(E) \rangle$$

и

$$T_{c'e}(E', E) = \langle c'E' | \tau | cE \rangle. \quad (13)$$

Используя эти определения и соотношения (9), представим $S_{c'c}$ (11) как

$$S_{c'c}(E', E) = [\exp(2i\omega_c) \delta_{c'e} - 2\pi i t_{c'c}(E', E)] \delta(E' - E), \quad (14a)$$

или

$$S_{c'c}(E', E) = \exp(i\omega_{c'}) [\delta_{c'e} - 2\pi i T_{c'c}(E', E)] \exp(i\omega_c) \delta(E' - E). \quad (14b)$$

Амплитуды переходов, вычисляемые при одной и той же полной энергии каналов E (на «энергетической поверхности»), образуют матрицы $t(E)$ и $T(E)$. Соответствующая матрица столкновений $S(E)$ выражается как:

$$S(E) = \exp(2i\omega) - 2\pi i t(E) = \exp(i\omega) [1 - 2\pi i T(E)] \exp(i\omega), \quad (15)$$

где $\exp(i\omega)$ — диагональная матрица с элементами $\exp(i\omega_c)$. Определение матрицы столкновений составляет основную часть проблемы построения различных сечений взаимодействия выражающихся через элементы $S_{c'c}(E)$ в известных схемах кинематики ядерных реакций [41].

Исследование структурных особенностей энергетической зависимости матричных элементов оператора τ связано с дальнейшей детализацией уравнения (12). Для этого введем проекционные операторы P и Q , соответствующие решениям уравнения (5) в области дискретного спектра $-\lambda$ и континуума $-\epsilon c$:

$$P = \sum_c P_c; \quad P_c = \int |c\epsilon_c\rangle \langle c\epsilon_c| d\epsilon_c, \quad Q = \sum_\lambda |\lambda\rangle \langle \lambda|, \quad (16)$$

и удовлетворяющие свойствам: $P + Q = 1$; $P_c^2 = P_c$; $P_c P_{c'} = P_c \delta_{c'c}$; $P^2 = P$; $PP_c = P_c$; $P_c Q = 0$; $Q^2 = Q$. Запишем уравнение (12) в следующем виде:

$$\tau = V + V \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P \tau + V \frac{1}{E - H_0} Q \tau. \quad (17)$$

В последнем члене, содержащем оператор проектирования на состояния дискретного спектра, малую величину $i\eta$, необходимую для выделения расходящихся волн в решениях для непрерывного спектра, всегда можно опустить. Воспользуемся определением (при $\eta \rightarrow 0$) [37]:

$$\frac{1}{E - H_0 + i\eta} P = \sum_c \int \frac{|c\epsilon_c\rangle \langle c\epsilon_c|}{E - \epsilon_c + i\eta} d\epsilon_c = \frac{1}{E - H_0} P - i\pi P \delta(E - H_0) P, \quad (18)$$

где первый член в правой части соответствует главному значению интеграла, а $P \delta(E - H_0) P = \sum_c |cE\rangle \langle cE|$. Тогда уравнение (17)

можно представить в следующем виде:

$$\tau = V + V \frac{1}{E - H_0} \tau - i\pi P \delta(E - H_0) P. \quad (19)$$

Эта форма удобна для перехода к вещественному оператору \mathcal{K} , связанному с τ так называемым операторным уравнением Гайтлера [37—39]:

$$\tau = \mathcal{K} - i\pi \mathcal{K} P \delta(E - H_0) P \tau. \quad (20)$$

Подставляя τ в (19), получим уравнение для оператора \mathcal{K} :

$$\mathcal{K} = V + V \frac{1}{E - H_0} \mathcal{K} = V + V \frac{1}{E - H_0} P \mathcal{K} + V \frac{1}{E - H_0} Q \mathcal{K}. \quad (21)$$

Матричные элементы оператора \mathcal{K} на волновых функциях каналов cE при одной и той же полной энергии каналов E —

$$K_{c'c}(E) = \langle c'E | \mathcal{K} | cE \rangle -$$

образуют вещественную и симметричную матрицу $K(E)$, связанную с матрицей $T(E)$ уравнением (20):

$$K(E) = T(E) + i\pi K(E) T(E)$$

или

$$T = (1 + i\pi K)^{-1} K. \quad (22)$$

При этом матрицу $S(E)$ (15) можно представить в форме

$$S = \exp(i\omega) (1 + i\pi K)^{-1} (1 - i\pi K) \exp(i\omega), \quad (23)$$

где в явном виде проявляются такие фундаментальные свойства S -матрицы, как унитарность ($SS^+ = 1$) и симметрия ($S_{c'c} = S_{cc'}$) [43].

2. МЕТОД ЭФФЕКТИВНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Операторные соотношения для \mathcal{K} (21) и τ (17) определяют соответствующие системы связанных интегральных уравнений для матричных элементов этих операторов на всевозможных решениях модельного гамильтониана H_0 . При построении решений широко используется метод эффективного взаимодействия, позволяющий перейти от системы интегральных к системе алгебраических уравнений [7, 4]. Определим оператор эффективного взаимодействия соотношением [7]

$$V^{\text{эф}} = V + V \frac{1}{E - H_0} P V^{\text{эф}}$$

или

$$V^{\text{эф}} = \left(1 - V P \frac{1}{E - H_0} \right)^{-1} V, \quad (24)$$

тогда операторное уравнение для \mathcal{K} (21) можно преобразовать к следующему виду:

$$\begin{aligned}\mathcal{K} &= V^{\text{эф}} + V^{\text{эф}} \frac{1}{E - H_0} Q \mathcal{K} = \\ &= V^{\text{эф}} + V^{\text{эф}} Q \frac{1}{E - H_0 - QV^{\text{эф}}Q} QV^{\text{эф}}.\end{aligned}\quad (25)$$

Выражение справа, представляющее собой формальное решение операторного уравнения, получается с помощью тождества (2). В этом случае матричные элементы оператора \mathcal{K} можно представить в форме [44]:

$$\begin{aligned}K_{c'c}(E) &= K_{c'c}^0(E) + K_{c'c}^1(E) = K_{c'c}^0(E) + \\ &+ \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda, \mu} \gamma_{c'\lambda} (A^{-1})_{\lambda\mu} \gamma_{\mu c},\end{aligned}\quad (26)$$

где

$$K_{c'c}^0(E) = \langle c'E | V^{\text{эф}} | cE \rangle; \quad \gamma_{\mu c} = \sqrt{2\pi} \langle \mu | V^{\text{эф}} | cE \rangle; \quad (27)$$

$(A^{-1})_{\lambda\mu}$ — элементы матрицы обратной

$$A_{\lambda\mu} = (E - E_\lambda) \delta_{\lambda\mu} - \langle \lambda | V^{\text{эф}} | \mu \rangle. \quad (28)$$

В приложениях к задачам параметризации энергетической зависимости сечений в резонансной области обычно используется несколько иное выражение для элементов $K_{c'c}^1$ с диагонализированной матрицей уровней \tilde{A} . Процедура диагонализации связана с определением матрицы ортогонального преобразования Ω ($\Omega\Omega^+ = 1$) так, что $\Omega^+ A \Omega = \tilde{A}$, $A = \Omega \tilde{A} \Omega^+$, где \tilde{A} — диагональная матрица с элементами $\tilde{A}_k = E - \tilde{E}_k$. Учитывая, что

$$(A^{-1})_{\lambda\mu} = \sum_k \Omega_{\lambda k} \frac{1}{E - \tilde{E}_k} \Omega_{\mu k}, \quad (29)$$

приходим к выражению для элементов $K_{c'c}$, типичному для формализма R -матрицы [31]:

$$K_{c'c}(E) = K_{c'c}^0(E) + \frac{1}{2\pi} \sum_h \tilde{\gamma}_{c'h} \frac{1}{E - \tilde{E}_h} \tilde{\gamma}_{hc}, \quad (30)$$

где $\tilde{\gamma}_{c'h} = \sum_\lambda \gamma_{c'\lambda} \Omega_{\lambda h}$.

Заметим, однако, что K - и R -матрицы совпадают лишь по форме параметризации, так как структура и физический смысл параметров здесь принципиально разные [2, 4—7, 31]. Матрица K^0 отвечает переходам в непрерывном спектре без возбуждения связанных состояний, и ее можно идентифицировать в рассматриваемой схеме с прямыми процессами. Оставшаяся часть K^1 относится к резонансам составного ядра, распадающимся в непрерывный спектр за счет ненулевых матричных элементов $\langle c'E | V^{\text{эф}} | \lambda \rangle$.

Подобное выделение прямых процессов можно провести и в T -матрице. Соответствующее представление для оператора перехода следует из уравнения (17):

$$\tau = \tau_0 + \tau_0 \frac{1}{E - H_0} Q \tau = \tau_0 + \tau_0 Q \frac{1}{E - H_0 - Q \tau_0 Q} Q \tau_0, \quad (31)$$

где τ_0 вводится соотношением

$$\tau_0 = \left(1 - VP \frac{1}{E - H_0 + i\eta} \right)^{-1} V$$

или

$$\tau_0 = V^{\text{эф}} - i\pi \tau_0 P \delta(E - H_0) P V^{\text{эф}}. \quad (32)$$

Элементы T -матрицы в этом случае можно представить в виде

$$T_{c'c}(E) = T_{c'c}^0(E) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda\mu} \Gamma_{c'\lambda}^{1/2} (B^{-1})_{\lambda\mu} \Gamma_{\mu c}^{1/2}, \quad (33)$$

где

$$\begin{aligned} T_{c'c}^{0*}(E) &= \langle c'E | \tau_0 | cE \rangle; \quad \Gamma_{\mu c}^{1/2} = \sqrt{2\pi} \langle \mu | \tau_0 | cE \rangle; \\ B_{\lambda\mu} &= (E - E_\lambda) \delta_{\lambda\mu} - \langle \lambda | \tau_0 | \mu \rangle. \end{aligned} \quad (34)$$

Используя соотношение (32), получаем выражение T^0 через K^0 :

$$T^0 = K^0 - i\pi K^0 T^0 \quad \text{или} \quad T^0 = (1 + i\pi K^0)^{-1} K^0. \quad (35)$$

Величины $\Gamma_{\mu c}^{1/2}$ в общем случае комплексные. Их связь с вещественными элементами $K_{c'c}^0(E)$ и $\gamma_{\mu c}$ (27) удобно представить в матричном виде. Введем прямоугольную матрицу $\Gamma^{1/2}$ с элементами $\Gamma_{c'\lambda}^{1/2}$, тогда, используя соотношение для τ_0 (32), получим

$$\Gamma^{1/2} = \gamma - i\pi K^0 \Gamma^{1/2} \quad \text{или} \quad \Gamma^{1/2} = (1 + i\pi K^0)^{-1} \gamma, \quad (36)$$

где γ — вещественная прямоугольная матрица с элементами $\gamma_{c'\lambda}$. Наконец, элементы $\langle \lambda | \tau_0 | \mu \rangle$, входящие в определение $B_{\lambda\mu}$ (34), также выражаются через матричные элементы оператора $V^{\text{эф}}$ как

$$\langle \lambda | \tau_0 | \mu \rangle = \langle \lambda | V^{\text{эф}} | \mu \rangle - \Delta_{\lambda\mu} - i\Gamma_{\lambda\mu}/2, \quad (37)$$

где

$$\Delta_{\lambda\mu} = \frac{\pi}{2} \sum_{c'c} \Gamma_{\lambda c}^{1/2*} K_{cc'}^0 \Gamma_{c'\mu}^{1/2}, \quad \Gamma_{\lambda\mu} = \sum_c \Gamma_{\lambda c}^{1/2*} \Gamma_{c\mu}^{1/2} - \quad (38)$$

вещественные величины. Параметры $\Gamma_{\mu c}$ и $E'_\lambda = E_\lambda + \langle \lambda | V^{\text{эф}} | \lambda \rangle$ обычно ассоциируются с шириной и энергией наблюдаемых резонансов в сечениях. В практических приложениях часто удобно использовать выражение для $T_{c'c}$ (33) с диагонализированной матрицей уровней \tilde{V} . Процедура диагонализации здесь аналогична

рассмотренной для $K_{c'c}$ (30), однако матрицы Ω являются матрицами ортогонального комплексного преобразования [45]. В результате имеем

$$T_{c'c}(E) = T_{c'c}^0(E) + \frac{1}{2\pi} \sum_k \tilde{\Gamma}_{c'h}^{1/2} \frac{1}{E - \tilde{E}_h} \tilde{\Gamma}_{hc}^{1/2}, \quad (39)$$

где $\tilde{\Gamma}_{hc}^{1/2} = \sum_{\mu} \Omega_{h\mu} \Gamma_{\mu c}^{1/2}$ и \tilde{E}_h — комплексные величины. Соответствующие схемы параметризации энергетической структуры сечений в резонансной области типичны для так называемого формализма S -матрицы [46—48].

Приведенные соотношения для энергетической зависимости элементов матриц $K(E)$ [(26), (30)] и $T(E)$ [(33), (39)] весьма близки по форме соответствующим результатам R -матричной теории [31]. Поэтому в приложениях к задачам параметризации сечений в резонансной области здесь применимы многие из практических схем анализа, построенных ранее. Новым можно считать непосредственное выделение прямого процесса, для оценки которого используются методы теории прямых взаимодействий [16—20]. Кроме того, при определенных предположениях о структуре оператора эффективного взаимодействия можно оценить ширину резонансов и в некоторых случаях связать наблюдаемые особенности в сечениях с конкретными матричными элементами переходов (см. разд. 3). Если, однако, ограничиться феноменологическим описанием энергетической зависимости сечений в резонансной области, то интерпретация результатов в рассмотренной схеме останется той же, что и в R -матричной теории.

Прежде всего надо отметить методы одно- и многоуровневого анализа, которые позволяют получить набор резонансных параметров, описывающих основные особенности энергетической структуры сечений в области разрешенных резонансов [49—53], затем методы математической статистики случайных величин, используемые для систематизации параметров. Это распределение Портера — Томаса, описывающее флуктуации резонансных ширин отдельных уровней [60, 61], и распределение Вигнера для флуктуаций расстояний между соседними резонансами [62]. В области перекрывающихся резонансов эти флуктуации сказываются в энергетической зависимости сечений, так называемые «эриксонские» флуктуации сечений [63]. Средние сечения анализируются в тех же схемах, что и в R -матричной теории, при использовании известных предположений концепции составного ядра [31, 64]. Существенно, что в оболочечном подходе непосредственно проявляется одночастичная структура средних резонансных ширин (силовых функций), определяемая энергетической зависимостью решений для волновых функций каналов $|\epsilon_c\rangle$ (8). Это приводит к простой физической интерпретации модели комплексного потенциала при анализе усредненных по резонансам сечений [4, 7, 9] (см. разд. 5).

В практическом анализе экспериментальных данных используются различные схемы параметризации, причем тот или иной выбор связан с конкретной целью анализа, качеством экспериментальной информации и некоторыми другими, зачастую субъективными факторами. Одним из требований к выбору схемы параметризации можно считать также наиболее детальное воспроизведение энергетической зависимости сечений в определенных интервалах изменения энергии падающих нуклонов при минимальном числе параметров, определяемых из эксперимента. Это требование помимо своего очевидного смысла для подтверждения определенных предположений о характере взаимодействия имеет важное практическое значение, например, при введении подробной информации о структуре нейтронных сечений в реакторно-физические расчеты [65]. Необходимость точного воспроизведения структуры сечений в широких энергетических интервалах с помощью самосогласованного набора физических параметров делает проблему дальнейшего совершенствования формализма теории ядерных реакций с нуклонами весьма актуальной.

3. ВЫДЕЛЕНИЕ СОСТОЯНИЙ РАЗЛИЧНОГО ТИПА

Общие результаты формальной теории, приведенные в разд. 1 и 2, используют фактически разложение точной волновой функции задачи по полному набору собственных решений модельного гамильтониана H_0 [7]. Выделение в этом наборе связанных Q -состояний в непрерывном спектре — P , соответствующих на асимптотике наблюдаемым (физическим) каналам реакций, позволяет представить амплитуду в виде суммы амплитуд прямых процессов и резонансной части. В приложениях к задачам параметризации сечений эта возможность дает определенные преимущества по сравнению с результатами R -матричной теории при физической интерпретации фона (или части фона) в резонансной области. Основным признаком прямого процесса здесь можно считать, по-видимому, устойчивую асимметрию углового распределения продуктов реакций, наблюдаемую в усредненных по резонансам сечениях в широком интервале изменения энергий нуклонов [20].

Использование метода эффективного взаимодействия в рассматриваемом подходе позволяет провести дальнейшую детализацию формализма и выделить из связанных состояний базисного набора решения различного типа. Это могут быть, например, входные состояния, непосредственно связанные с непрерывным спектром, и более сложные, распадающиеся лишь благодаря связи с входными состояниями [2—4]. Для построения соответствующих схем формализма представим оператор проектирования Q в виде суммы: $Q = Q_0 + Q_1 + \dots + Q_n$, где каждое из слагаемых относится к определенному типу состояний. Рассмотрим

структуру выражения для амплитуды $T_{c'c}(E)$ в случае, когда $Q = Q_0 + Q_1$. В уравнении (31) для оператора перехода

$$\tau = \tau_0 + \tau_0 \frac{1}{E-H_0} Q_0 \tau + \tau_0 \frac{1}{E-H_0} Q_1 \tau$$

перенесем в левую часть член, содержащий Q_0 . Действуя затем слева на обе части уравнения оператором $\left(1 - \tau_0 Q_0 \frac{1}{E-H_0}\right)^{-1}$, получаем

$$\tau = \tau_1 + \tau_1 \frac{1}{E-H_0} Q_1 \tau = \tau_1 + \tau_1 Q_1 \frac{1}{E-H_0 - Q_1 \tau_1 Q_{11}} Q_1 \tau_1, \quad (40)$$

где

$$\tau_1 = \left(1 - \tau_0 Q_0 \frac{1}{E-H_0}\right)^{-1} \tau_0 = \tau_0 + \tau_0 Q_0 \frac{1}{E-H_0 - Q_0 \tau_0 Q_0} Q_0 \tau_0.$$

Соответствующее выражение для амплитуды перехода $T_{c'c}(E)$ можно представить в форме [66]:

$$\begin{aligned} T_{c'c} = T_{c'c}^0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda_0 \mu_0} \Gamma_{c'\lambda_0}^{1/2} (B_0^{-1})_{\lambda_0 \mu_0} \Gamma_{\mu_0 c}^{1/2} + \\ + \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda_1 \mu_1} \beta_{c'\lambda_1}^{1/2} (M^{-1})_{\lambda_1 \mu_1} \beta_{\mu_1 c}^{1/2}, \end{aligned} \quad (41)$$

где B_0 — блок матрицы B (34), содержащий лишь состояния $Q_0(\lambda_0, \mu_0)$;

$$\left. \begin{aligned} \beta_{c'\lambda_1}^{1/2} = \sqrt{2\pi} \langle c'E | \tau_1 | \lambda_1 \rangle = \Gamma_{c'\lambda_1}^{1/2} + \\ + \sum_{\lambda_0 \mu_0} \Gamma_{c'\lambda_0}^{1/2} (B_0^{-1})_{\lambda_0 \mu_0} \langle \mu_0 | \tau_0 | \lambda_1 \rangle; \\ M_{\lambda_1 \mu_1} = (E - E_{\lambda_1}) \delta_{\lambda_1 \mu_1} - \langle \lambda_1 | \tau_0 | \mu_1 \rangle - \\ - \sum_{\lambda_0 \mu_0} \langle \lambda_1 | \tau_0 | \lambda_0 \rangle (B_0^{-1})_{\lambda_0 \mu_0} \langle \mu_0 | \tau_0 | \mu_1 \rangle. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Матричные элементы $\langle \lambda_1 | \tau_0 | \mu_1 \rangle$, $\langle \lambda_1 | \tau_0 | \lambda_0 \rangle$, а также $\langle \lambda_0 | \tau_0 | \mu_0 \rangle$ в $(B_0)_{\lambda_0 \mu_0}$ (34) выражаются через элементы оператора эффективно-го взаимодействия соотношениями типа (37).

В своей предельной формулировке гипотеза входных состояний предполагает, что для одного из типов состояний матричные элементы переходов в непрерывный спектр равны нулю. Пусть, например, $PV^{\text{эф}}Q_1 = 0$ [$\Gamma_{c'\lambda_1}^{1/2} = 0$ (36)], тогда

$$\begin{aligned} B_{c'\lambda_1}^{1/2} = \sum_{\lambda_0 \mu_1} \Gamma_{c'\lambda_0}^{1/2} (B_0^{-1})_{\lambda_0 \mu_0} \langle \mu_0 | V^{\text{эф}} | \lambda_1 \rangle; \\ M_{\lambda_1 \mu_1} = (E - E_{\lambda_1}) \delta_{\lambda_1 \mu_1} - \langle \lambda_1 | V^{\text{эф}} | \mu_1 \rangle - \\ - \sum_{\lambda_0 \mu_0} \langle \lambda_1 | V^{\text{эф}} | \lambda_0 \rangle (B_0^{-1})_{\lambda_0 \mu_0} \langle \mu_0 | V^{\text{эф}} | \mu_1 \rangle. \end{aligned} \quad (43)$$

Очевидно, что в этом случае последний член в $T_{c'c}$ (41) отличен от нуля лишь из-за остаточного взаимодействия между состояниями различного типа ($\langle \mu_0 | V^{\text{эф}} | \lambda_1 \rangle \neq 0$). Заметим, что в определениях коэффициентов $\beta_{c'\lambda_1}^{1/2}$ [см. (42), (43)] содержится энергетический знаменатель $(B_0^{-1})_{\lambda_0\mu_0}$, приводящий к резонансной зависимости средних по многим уровням ширин [4—7, 22, 66].

Эквивалентное представление для амплитуды перехода можно получить из общего выражения (41), положив $PV^{\text{эф}}Q_0 = 0$ ($\Gamma_{c'\lambda_0}^{1/2} = 0$). Тогда $\beta_{c'\lambda_1}^{1/2} = \Gamma_{c'\lambda_1}^{1/2}$, а второй член в (41) равен нулю:

$$T_{c'c} = T_{c'c}^0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{\lambda_1 \mu_1} \Gamma_{c'\lambda_1}^{1/2} \times \\ \times \left\langle \lambda_1 \left| \frac{1}{E - H_0 - Q_1 \tau_0 Q_1 - Q_1 V^{\text{эф}} Q_0} \frac{1}{E - H_0 - Q_0 V^{\text{эф}} Q_0} Q_0 V^{\text{эф}} Q_1 \right| \mu_1 \right\rangle \Gamma_{\mu_1 c}^{1/2}. \quad (44)$$

Эта формула наглядно отражает качественные особенности энергетической зависимости сечений, связанные с гипотезой входных состояний. Например, при энергиях, соответствующих уровням, не связанным с непрерывным спектром, резонансная часть амплитуды обращается в нуль. Чтобы проиллюстрировать это, проведем в выражении для $T_{c'c}$ (44) диагонализацию по остаточному взаимодействию отдельно в каждой из групп уровней. Новые состояния $|\tilde{\lambda}_0\rangle$ и $|\tilde{\lambda}_1\rangle$ удовлетворяют следующим уравнениям:

$$(E - H_0 - Q_0 V^{\text{эф}} Q_0) |\tilde{\lambda}_0\rangle = 0; \quad (E - H_0 - Q_1 V^{\text{эф}} Q_1) |\tilde{\lambda}_1\rangle = 0,$$

а для операторов проектирования $Q_0 = \sum \tilde{\lambda}_0 | \lambda_0 \rangle \langle \lambda_0 |$ и $Q_1 = \sum \tilde{\lambda}_1 | \lambda_1 \rangle \langle \lambda_1 |$ предполагается, что $\tilde{Q}_0 = Q_0$, $\tilde{Q}_1 = Q_1$ [4, 7]. Тогда выражение (44) с учетом явного вида элементов $Q_1 \tau_0 Q_1$ (37) можно представить как:

$$T_{c'c} = T_{c'c}^0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{\tilde{\lambda}_1 \tilde{\mu}_1} \Gamma_{c'\tilde{\lambda}_1}^{1/2} \times \\ \times \left\langle \tilde{\lambda}_1 \left| \frac{1}{E - \tilde{H}_0 + \Delta + i\Gamma/2 - \tilde{Q}_1 \sum_{\lambda_0} V^{\text{эф}} | \tilde{\lambda}_0 \rangle \langle \tilde{\lambda}_0 | V^{\text{эф}} \tilde{Q}_1} \frac{1}{E - E_{\tilde{\lambda}_0}} \right| \tilde{\mu}_1 \right\rangle \Gamma_{\tilde{\mu}_1 c}^{1/2}. \quad (45)$$

Очевидно, что при $E = E_{\tilde{\lambda}_0}$ резонансная часть (45) равна нулю.

Идею выделения в Q модельных состояний, связанных с непрерывным спектром, можно развить далее для построения амплитуды перехода в так называемой схеме «иерархий», где сложные состояния возбуждаются последовательными переходами между более

простыми состояниями. Представим Q в виде суммы $Q = Q_0 + Q_1 + \dots + Q_n$. Пусть $PV^{\text{эф}}Q_0 \neq 0$, но для всех остальных $PV^{\text{эф}}Q_i = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$). Таким способом выделяются входные состояния. Предположим, что $Q_0V^{\text{эф}}Q_1 \neq 0$, но для остальных $j = 2, 3, \dots, n$ $Q_0V^{\text{эф}}Q_j = 0$ (состояния 1 относятся к «коридорным» состояниям [3, 4, 67, 68]). Затем положим $Q_1V^{\text{эф}}Q_2 \neq 0$, но $Q_1V^{\text{эф}}Q_k = 0$ ($k = 3, 4, \dots, n$) и т. д. Обозначив $Q' = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n$, преобразуем уравнение для оператора перехода τ (31) к виду

$$\tau = \tau' + \tau' \frac{1}{E - H_0} Q_0 \tau = \tau' + \tau' Q_0 \frac{1}{E - H_0 - Q_0 \tau' Q_0} Q_0 \tau', \quad (46)$$

где

$$\tau' = \tau_0 + \tau_0 \frac{1}{E - H_0} Q' \tau'. \quad (47)$$

В принципе, для определения амплитуд переходов необходим лишь оператор $P\tau P$. При наших предположениях, используя для τ_0 определения (32), откуда следует $P\tau_0 Q' = 0$, получаем

$$P\tau P = P\tau_0 P + P\tau_0 Q_0 \frac{1}{E - H_0 - Q_0 \tau' Q_0} Q_0 \tau_0 P. \quad (48)$$

Разобьем теперь оператор Q' на две части: $Q' = Q_1 + Q''$, где $Q'' = Q_2 + \dots + Q_n$, и преобразуем уравнение (47):

$$\tau' = \tau'' + \tau'' \frac{1}{E - H_0} Q_1 \tau' = \tau'' + \tau'' Q_1 \frac{1}{E - H_0 - Q_1 \tau'' Q_1} Q_1 \tau'', \quad (49)$$

где

$$\tau'' = \tau_0 + \tau_0 \frac{1}{E - H_0} Q'' \tau''. \quad (50)$$

Тогда, оператор $Q_0 \tau' Q_0$ в соотношении (46) можно представить в виде

$$Q_0 \tau' Q_0 = Q_0 \tau_0 Q_0 + Q_0 V^{\text{эф}} Q_1 \frac{1}{E - H_0 - Q_1 \tau'' Q_1} Q_1 V^{\text{эф}} Q_0, \quad (51)$$

учитывая, что $Q_0 \tau'' Q'' = 0$. Следующий шаг связан с определением оператора $Q_1 \tau'' Q_1$, для чего можно воспользоваться подобной схемой, записав $Q'' = Q_2 + Q'''$. Продолжая эту процедуру до $(n - 1)$ -го разбиения $Q^{n-1} = Q_{n-1} + Q_n$, приходим в результате к представлению $P\tau P$ (48) в виде цепной дроби [69]. В базисе, диагонализированном по остаточному взаимодействию в каждой из групп связанных модельных состояний выражение для $P\tau P$ [и соответственно для элементов $T_{c'c}(E)$] можно записать в опера-

стве, которое в приближении парных сил определяется как

$$\mathcal{V} = \sum_{i < j} v(i, j) - \sum_i v_0(i). \quad (53)$$

Такое представление полного гамильтониана аналогично обычно используемому в расчетах связанных состояний ядер. Специфичным является лишь выбор для v_0 потенциала конечной глубины. Базисный набор образуют всевозможные антисимметризованные произведения одночастичных функций всех нуклонов системы, являющиеся собственными решениями гамильтониана модели оболочек \mathcal{B}_0 . Здесь можно выделить несколько типов решений, соответствующих различным физическим ситуациям: 1) все нуклоны системы находятся в связанных состояниях (однако их суммарная энергия может и превышать порог вылета нуклона в непрерывный спектр); 2) $A - 1$ нуклонов — в связанном состоянии, а один — в области непрерывного спектра; 3) $A - 2$ нуклонов — в связанных состояниях, а два — в непрерывном спектре и т. д. В теории однонуклонных реакций ограничиваются лишь решениями первых двух типов. Это приводит к некоторым ограничениям подхода, связанным с неполнотой базиса, но в то же время позволяет избежать существенных усложнений формализма и не касаться ряда принципиальных вопросов теории многочастичных процессов [37—42]. Функции первого типа определяют оператор

$$Q = \sum_{\lambda} |\lambda\rangle \langle \lambda|,$$

где

$$\langle \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A | \lambda \rangle = \mathcal{A} \prod_{i=1}^A u_{\lambda i}(\mathbf{r}_i); \quad (54)$$

$u_{\lambda i}(\mathbf{r}_i)$ — одночастичные решения в оболочечном потенциале $v_0(i)$, ортонормированные и экспоненциально затухающие на бесконечности; \mathcal{A} — оператор антисимметризации по всем нуклонам системы. Полная энергия состояния $E_{\lambda}(\mathcal{B}_0 | \lambda) = E_{\lambda} | \lambda \rangle$ складывается из энергий отдельных нуклонов. Состояния с E_{λ} , превышающей энергию вылета нуклона из системы, являются квазисвязанными. Сюда относятся разнообразные частично-дырочные конфигурации модели оболочек, число которых на единичный интервал энергии возбуждения системы (плотность состояний) резко растет с увеличением энергии, приблизительно так же, как плотность наблюдаемых резонансов [70, 71].

Решения второго типа $|\beta j l \varepsilon\rangle$ ($\mathcal{B}_0 | \beta j l \varepsilon\rangle = (\varepsilon_B + \varepsilon) | \beta j l \varepsilon\rangle$) записываются в подобной форме [4, 7]:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_A | \beta j l \varepsilon \rangle &= \mathcal{A} \prod_{i=1}^{A-1} u_{\beta i}(\mathbf{r}_i) u_{j l \varepsilon}(\mathbf{r}_A) = \\ &= \mathcal{A}'(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{A-1} | \beta) u_{j l \varepsilon}(\mathbf{r}_A), \end{aligned} \quad (55)$$

где функция $u_{j l \varepsilon}(\mathbf{r}_A)$ относится к области непрерывного спектра; $(\mathbf{r}_1 \dots \mathbf{r}_{A-1} | \beta)$ — антисимметризованное произведение волновых функций связанных состояний; \mathcal{A}' — оператор антисимметризации нуклона в непрерывном спектре с остальными нуклонами. Ортонормированные решения $u_{j l \varepsilon}(\mathbf{r})$ выбираются вещественными с асимптотикой:

$$u_{j l \varepsilon}(\mathbf{r}) \rightarrow \left(\frac{2m}{\pi \hbar^2 k} \right)^{1/2} \frac{1}{r} \sin \left(kr + \omega_{j l} - \frac{\pi l}{2} + \right. \\ \left. + \eta_l - \hbar \ln 2kr \right) \Phi_{j l} \left(\frac{\mathbf{r}}{r} \right).$$

Решения $|\beta j l \varepsilon\rangle$ в последовательном оболочечном подходе определяют оператор проектирования

$$P = \sum_{\beta j l} \int d\varepsilon |\beta j l \varepsilon\rangle \langle \beta j l \varepsilon|.$$

Однако соответствующие каналы реакций модельны, так как решение для связанных нуклонов относится к определенной «чистой» конфигурации модели оболочек. Переход к физическим каналам требует диагонализации гамильтониана системы связанных $A - 1$ нуклонов, приводящей к реальным состояниям ядра-мишени (остаточного ядра), т. е. к решениям в непрерывном спектре $|\varepsilon c\rangle$ (8), где c — набор квантовых характеристик канала $\{\bar{\beta}(I) l j J M\}$, $\varepsilon_c = \varepsilon_{\bar{\beta}} + \varepsilon_c$. Таким образом, требуя соответствия решений в непрерывном спектре физическим каналам реакций, приходим к гамильтониану H_0 (5), где решение в непрерывном спектре $|\varepsilon c\rangle$ строится как произведение волновой функции реального состояния ядра-мишени на одночастичное решение в потенциале v_0 .

Переход к модельному гамильтониану H_0 расширяет возможности микроскопического описания однонуклонных реакций. Здесь можно использовать результаты коллективных ядерных моделей, где V соответствует взаимодействию между одночастичными и коллективными степенями свободы ядра. Это весьма сложная и трудоемкая задача [12—14]. В то же время детальные исследования структуры волновых функций реальных состояний и многочисленные результаты по реакциям с нуклонами низких и средних энергий указывают на возможность физической интерпретации данных на основе модели оболочек. Простые модификации оболочечного подхода, где один или несколько нуклонов реального состояния ядра-мишени находятся в определенных оболочках, а остальные в процессе реакции не возбуждаются, позволяют оценить матричные элементы переходов за счет парных сил, и эти оценки связать с наблюдаемыми параметрами входных состояний в сечениях и следующих по иерархии возбуждений [2—10, 21—27,

67]. В оболочечных расчетах матричных элементов обычно не учитывается эффект перерассеяния нуклонов в непрерывном спектре ($V^{\text{эф}} = V$). При этом в матричных элементах $\langle c\bar{E} | V^{\text{эф}} | \lambda \rangle$ (27) конечное состояние отличается от $|\lambda\rangle$ лишь переходом двух нуклонов в новые оболочки (одного нуклона в связанное состояние, а другого в непрерывный спектр). Аналогично происходят и переходы между связанными состояниями $\langle \lambda | V^{\text{эф}} | \mu \rangle$, приводящие в предельной схеме оболочечного подхода к иерархии последовательных возбуждений. Интересно, что для описания резонансной структуры, наблюдаемой в сечениях однонуклонных реакций, нет необходимости переходить к довольно сложным частично-дырочным конфигурациям. В некоторых ядрах плотность наблюдаемых резонансов качественно соответствует числу возможных состояний с возбуждением не более трех-четырех нуклонов [70, 71]. Такие же качественные заключения следуют и из сравнения резонансных ширин с получаемыми в оболочечных расчетах [21—23].

4. ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ АМПЛИТУД ПЕРЕХОДОВ

В методе эффективного взаимодействия построение амплитуд реакций сводится практически к решению соответствующей системы линейных алгебраических уравнений с коэффициентами, определяемыми матричными элементами оператора $V^{\text{эф}}$ на функциях модельного гамильтониана H_0 . В действительности, однако, выражения для этих элементов представляют собой интегральные уравнения на матричные элементы оператора остаточного взаимодействия (24). Поэтому в модельных подходах, где существенно выделить эффекты, связанные с конкретным выбором остаточного взаимодействия, более удобным оказывается другой метод, где в явном виде рассматриваются процессы рассеяний нуклонов в непрерывном спектре. Этот метод заключается в формулировке интегральных уравнений для амплитуд переходов, получающихся при построении решения $P\Psi_c^+$ в непрерывном спектре [6]. Общий вид этого решения следует из интегрального уравнения Липпманна — Швингера (7):

$$P\Psi_c^+ = \varphi_c^+ + \frac{1}{E - H_0 + i\eta} PVP\Psi_c^+ + \frac{1}{E - H_0 + i\eta} PVQ\Psi_c^+. \quad (56a)$$

Определяя

$$Q\Psi_c^+ = \frac{1}{E - H_0} QVQ\Psi_c^+ + \frac{1}{E - H_0} QVP\Psi_c^+ = \frac{1}{E - H_0 - QVQ} QVQ\Psi_c^+$$

и подставляя $Q\Psi_c^+$ в (56a), приходим к следующему уравнению [6]:

$$P\Psi_c^+ = \varphi_c^+ + \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P\bar{V}P\Psi_c^+, \quad (56b)$$

где

$$\bar{V} = V + VQ \frac{1}{E - H_0 - QVQ} QV = V + V \frac{1}{E - H_0} Q\bar{V}. \quad (57)$$

Дальнейшее преобразование уравнения (56б) с помощью операторного тождества (2) позволяет определить оператор перехода:

$$P\Psi_c^+ = \varphi_c^+ + \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P\tau P\varphi_c^+,$$

где

$$\begin{aligned} P\tau P &= P\bar{V}P + P\bar{V}P \frac{1}{E - H_0 - P\bar{V}P + i\eta} P\bar{V}P = \\ &= P\bar{V}P + P\bar{V}P \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P\tau P. \end{aligned} \quad (58)$$

Именно этот оператор необходим для определения амплитуд $T_{c'c}(E)$.

Соотношение (58) можно непосредственно получить из уравнения для τ (17), перенося в нем член, содержащий Q , в левую часть и определяя \bar{V} по формуле (57).

Операторное уравнение (58) соответствует системе интегральных уравнений для амплитуд переходов

$$\begin{aligned} \langle c'E' | \tau | cE \rangle &= \langle c'E' | \bar{V} | cE \rangle + \\ &+ \sum_{c''} \int dE'' \frac{\langle c'E' | \bar{V} | c''E'' \rangle \langle c''E'' | \tau | cE \rangle}{E - E'' + i\eta}, \end{aligned} \quad (59a)$$

где последний член связан с эффектами перерассейний на энергетической поверхности и вне ее. Пользуясь определением (18), подобное уравнение можно записать и для матричных элементов оператора \mathcal{K} (20):

$$\begin{aligned} \langle c'E' | \mathcal{K} | cE \rangle &= \langle c'E' | \bar{V} | cE \rangle + \\ &+ \sum_{c''} \int dE'' \frac{\langle c'E' | \bar{V} | c''E'' \rangle \langle c''E'' | \mathcal{K} | cE \rangle}{E - E''}, \end{aligned} \quad (59b)$$

где интеграл определяется в смысле главного значения, т. е. вне энергетической поверхности. Очевидно, что, пренебрегая перерассейнием для $E'' \neq E$, приходим к результатам метода эффективного взаимодействия (см. разд. 2, 3), но с $V^{\text{эф}} = V$ [это следует непосредственно из определения \bar{V} (57)].

Интегральному уравнению (56) соответствует волновое уравнение в форме

$$(E - H_0 - P\bar{V}P) P\Psi(E) = 0,$$

использовавшееся в работах Фешбаха при построении формализма единой теории реакций [6] *. Таким образом, выводы этой теории, так же как и рассмотренные схемы метода эффективного взаимодействия, можно рассматривать как следствия различных представлений уравнения для τ (17). Это обстоятельство удобно для систематизации формализмов в едином подходе и установления взаимосвязи между параметрами и определениями в разных схемах анализа сечений. Рассматривая различные формы представления уравнения (17), можно сформулировать и новые схемы, полезные в приложениях к определенным реакциям. Например, исследуя реакцию, связанную с определенным переходом $c \rightarrow c'$, можно выделить в уравнении (17) эти два канала, а остальные включить в оператор эффективного взаимодействия. В результате получим представление уравнения (17) в виде

$$\tau = \tilde{V} + \tilde{V} \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P^0 \tau, \quad (60)$$

где

$$\tilde{V} = \left(1 - \bar{V} \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P^n \right)^{-1} \bar{V} = \bar{V} + \bar{V} \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P^n \tilde{V} \quad (61)$$

($P^0 = P_c + P_{c'}$, $P^n = P - P^0$). Соответствующие интегральные уравнения для амплитуд $T_{c'c}$ содержат здесь матричные элементы оператора \tilde{V} :

$$\begin{aligned} \langle c' E' | \tau | c E \rangle &= \langle c' E' | \tilde{V} | c E \rangle + \\ &+ \sum_{c'' \neq c, c'} \int dE'' \frac{\langle c' E' | \tilde{V} | c'' E'' \rangle \langle c'' E'' | \tau | c E \rangle}{E - E'' + i\eta}. \end{aligned} \quad (62)$$

Аналогично определяются и уравнения для элементов $\langle c' E' | \mathcal{K} | c E \rangle$.

Пренебрегая процессами перерассеяния в каналах c' и c , приходим непосредственно к результатам метода эффективного взаимодействия, где вместо $V^{\text{эф}}$ необходимо ввести оператор $V^{*\text{эф}}$:

$$V^{*\text{эф}} = \left(1 - V \frac{1}{E - H_0} P^n \right)^{-1} V = V + V \frac{1}{E - H_0} P^n V^{*\text{эф}}.$$

Другой вариант построения уравнения для амплитуды перехода соответствует процессу упругого рассеяния в канале c . Выде-

* Операторы P и Q отличаются от использованных в работе [6], где P строится как сумма состояний ядра-мишени, возбуждающихся при рассматриваемой энергии E , а Q как сумма по остальным. Хотя физическая интерпретация результатов и расчетные схемы в этом случае различны, общая структура выражений для амплитуд переходов остается одной и той же [6, 7].

ля в уравнении (17) лишь этот канал, получаем представление

$$\tau = \tilde{V}_c + \tilde{V}_c \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P_c \tau, \quad (63)$$

причем

$$\tilde{V}_c = \left(1 - \bar{V} \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P' \right)^{-1} \bar{V} = \bar{V} + \bar{V} \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P' \tilde{V}_c \quad (64)$$

($P' = P - P_c$). Интегральное уравнение для амплитуды упругого рассеяния в канале c записывается в простой форме:

$$\begin{aligned} \langle cE' | \tau | cE \rangle &= \langle cE' | \tilde{V}_c | cE \rangle + \\ &+ \int dE'' \frac{\langle cE' | \tilde{V}_c | cE'' \rangle \langle cE'' | \tau | cE \rangle}{E - E'' + i\eta}, \end{aligned} \quad (65)$$

хотя очевидно, что это лишь формальное выражение для сложной системы интегральных уравнений, возникающих при определении матричных элементов оператора \tilde{V}_c через элементы остаточного взаимодействия V (64).

Операторной форме представления уравнения для τ (60) соответствует преобразование волнового уравнения для $P^0\Psi$ к виду

$$(E - H_0 - P^0 \tilde{V} P^0) P^0 \Psi(E) = 0, \quad (66a)$$

а представление (63) следует из формального решения одноканального уравнения

$$(E - \tilde{H}_c) P_c \Psi(E) = (E - H_0 - P_c \tilde{V}_c P_c) P_c \Psi(E) = 0, \quad (66b)$$

описывающего точно процесс упругого рассеяния в отдельном канале.

Как уже отмечалось, пренебрежение эффектами перерассеяния в непрерывном спектре вне энергетической поверхности приводит к результатам метода эффективного взаимодействия с переопределенным потенциалом $V^{\text{эф}}$. Поэтому основное преимущество интегральных уравнений — возможность описания процессов перехода из канала в канал при определенных предположениях о структуре ядра уравнения (матричных элементов $\langle c'E' | \bar{V} | cE \rangle$). Предполагая потенциал \bar{V} заданным, можно непосредственно определить амплитуды (59). В физических задачах теории реакции широко используется представление ядра уравнения в сепарабельной форме. В этом случае решение интегрального уравнения можно найти аналитически [72, 73, 76]. Другой вариант нахождения решений интегральных уравнений (59) — метод последовательных приближений, приводящий к борновскому ряду [37—39]. Выбор для \bar{V} некоторого нерезонансного потенциала, усредненного по связанным состояниям, позволяет построить интегральную тео-

рию рассеяния, используемую обычно при относительно высоких энергиях [16—18]. В области низких и средних энергий эти результаты практически необходимы для оценки вклада в амплитуды прямых процессов. Это следует непосредственно из нашего определения амплитуды прямого процесса τ_0 (32):

$$P\tau_0 P = PVP + PVP \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P\tau_0 P,$$

совпадающего по форме с определением $P\tau P$ уравнением (58). Все рассмотренные варианты интегральных уравнений для $T_{c'c}$ могут быть аналогичными методами сформулированы и для $T_{c'c}^0$.

Различный характер решений для $T_{c'c}$ и $T_{c'c}^0$ определяется лишь различием в потенциалах взаимодействия V и \bar{V} (57). Резонансная часть потенциала \bar{V} приводит к резонансам в амплитудах, но если анализировать усредненные по многим уровням амплитуды \bar{T}_{cc} , то эта часть обычно преобразуется в плавную комплексную добавку к потенциалу U [4]. В этом случае вид усредненного по энергии потенциала \bar{V} во многом подобен потенциалу V , что приводит к весьма близкому характеру решений для амплитуд T_{cc}^0 и \bar{T}_{cc} , описывающих упругое рассеяние в рассматриваемом примере. Поэтому, используя данные по полным сечениям, усредненным в широком энергетическом интервале, и соответствующим угловым распределениям упруго рассеянных нуклонов, довольно трудно оценить по имеющейся экспериментальной информации относительный вклад прямого процесса, определяемого здесь в основном матричными элементами потенциала U (53). Более наглядно выделение прямого процесса в сечениях неупругих реакций, где недиагональные элементы U в оболочечном подходе равны нулю. Спектры нуклонов, образующихся в реакциях, интерпретируются в этом подходе как сумма отдельных интенсивных линий, соответствующих прямым переходам для близких по оболочечной структуре состояний, и множества мелких линий, связанных с переходами через стадию возбуждения сложных конфигураций составного ядра. В результате сечения реакций, усредненные по большому числу различных переходов, удается представить как сумму сечений прямых процессов с характерными угловыми распределениями продуктов реакций и резонансных с симметричным угловым распределением и типичной для модели испарения энергетической зависимостью спектра нуклонов реакции [19, 20]. Соотношение между симметричной и асимметричной частями углового распределения может служить здесь качественной оценкой для вклада прямого процесса.

В исследованиях ядерных реакций с нуклонами низких и средних энергий интегральные уравнения широко используются при оценке влияния эффектов перерассеяний вне энергетической

поверхности на матричные элементы прямых переходов $\langle c' E' | \mathcal{K}^0 | c E \rangle$:

$$\langle c' E' | \mathcal{K}^0 | c E \rangle = \langle c' E' | V | c E \rangle + \sum_{c''} \int dE'' \frac{\langle c' E' | V | c'' E'' \rangle \langle c'' E'' | \mathcal{K}^0 | c E \rangle}{E - E''}.$$

Как показывают прямые расчеты, эффекты перерасеяний существенны лишь в случаях, когда матричные элементы $\langle c' E' | V | c E \rangle$ малы [72—74, 76]. В оболочечном подходе это, очевидно, следует из правил отбора для переходов между определенными частично-дырочными конфигурациями при парном остаточном взаимодействии [4, 11].

5. УСРЕДНЕНИЕ ПО ЭНЕРГИИ

Рассмотренные результаты носят строгий формальный характер. Их применение в практических задачах связано с определенными приближениями, позволяющими упростить анализ конкретных экспериментальных данных. Другими словами, необходимо перейти от общих выводов формальной теории к практическим схемам и методам анализа, адекватным имеющейся экспериментальной информации о структуре сечений взаимодействия в различных энергетических интервалах. В своей наиболее общей форме результаты метода эффективного взаимодействия используются в настоящее время при многоуровневой параметризации энергетической зависимости сечений в области разрешенных резонансов. Однако и здесь при анализе учитывается некоторое небольшое число связанных состояний, соответствующих числу наблюдаемых в рассматриваемом интервале резонансов, влияние же остальных и вклад прямых процессов учитываются обычно приближенно [51—59].

В области неразрешенных и перекрывающихся резонансов тонкая структура сечений сглаживается из-за энергетического усреднения. Если интервал усреднения I велик по сравнению со средним расстоянием между резонансами компаунд-ядра и в то же время мал относительно ширины входных состояний, то в усредненных сечениях будут проявляться лишь соответствующие промежуточные структуры и весьма широкие оптические резонансы, связанные с искажением волновых функций каналов $| c E \rangle$ модельным потенциалом U . В общем случае процедура усреднения сечений связана с довольно громоздкими и в то же время приближенными преобразованиями. Основная трудность заключается в необходимости усреднения величин пропорциональных $| S_{c'c}(E) |^2$. Единственной экспериментальной характеристикой взаимодействия, определяемой самой амплитудой (линейной по S), является полное

сечение всех процессов:

$$\sigma \sim \sum_c (1 - \operatorname{Re} S_{cc}).$$

Поэтому рассматриваемое ниже усреднение амплитуды t_{cc} относится практически лишь к среднему полному сечению.

Использование усредненных амплитуд в расчете других сечений всегда связано с погрешностями порядка разности $|\overline{t_{c'c}}|^2 - |t_{c'c}|^2$. Для теоретических построений удобно выбрать функцию усреднения лоренцева типа:

$$\overline{t_{c'c}}(E) = (I/\pi) \int_{-\infty}^{\infty} dE' t_{c'c}(E') / [(E - E')^2 + I^2]. \quad (67a)$$

Переходя к комплексной переменной и замыкая контур интегрирования вверху, можно вычислить этот интеграл при $E' = E + iI$:

$$\overline{t_{c'c}}(E) = t_{c'c}(E + iI). \quad (67b)$$

Здесь используется факт, что полюса амплитуд $t_{c'c}(E)$ лежат в нижней полуплоскости [при $E = E_k - i\Gamma_k/2$ (39)]. Подобное усреднение для $|t_{c'c}(E)|^2$ уже невозможно, так как в этом случае полюса амплитуд попадают в контур интегрирования и необходимо брать сумму всех вычетов в этих полюсах. Усреднение в форме (67) не учитывает энергетической зависимости амплитуд прямых процессов и резонансных параметров в интервале I , что может приводить к погрешностям в области порогов реакций [4—7].

Усреднение общих результатов для амплитуд переходов по резонансам тонкой структуры существенно упрощает схемы параметризации соответствующих сечений. Примером может служить процедура усреднения по интервалу I ($\overline{D} \ll I \ll \Gamma_{\tilde{\lambda}_1}$, где $\Gamma_{\tilde{\lambda}_1}$ — ширина по отношению к распаду входного состояния; \overline{D} — среднее расстояние между уровнями тонкой структуры) выражения для $T_{c'c}(E)$ (45), соответствующего предельной концепции входных состояний, когда все остальные состояния не имеют прямой связи с непрерывным спектром. Записывая выражение (45) в приближенной форме

$$\begin{aligned} \overline{T}_{c'c} \approx T_{c'c}^0 + \frac{1}{2\pi} \sum_{\tilde{\lambda}_1} \Gamma_{c\tilde{\lambda}_1}^{1/2} \Gamma_{\tilde{\lambda}_1 c}^{1/2} \left\{ E - E_{\tilde{\lambda}_1} + \Delta_{\tilde{\lambda}_1} + i\Gamma_{\tilde{\lambda}_1}/2 + \right. \\ \left. + \sum_{\tilde{\lambda}_0} (\tilde{\lambda}_1 | V^{\text{эф}} | \tilde{\lambda}_0)^2 / (E_{\tilde{\lambda}_0} - E - iI) \right\}^{-1}, \end{aligned} \quad (68a)$$

где приближение относится к диагонализации по входным состояниям $\tilde{\lambda}_1$, представим сумму по резонансам тонкой структуры

в интервале I как плавную функцию энергии [4]:

$$\sum_{\tilde{\lambda}_0} \langle \tilde{\lambda}_1 | V^{\text{эф}} | \tilde{\lambda}_0 \rangle^2 / (E_{\tilde{\lambda}_0} - E - iI) \approx i\Gamma_{\tilde{\lambda}_1}^{\downarrow} / 2. \quad (68б)$$

Такое представление вводится в R -матричной теории для резонансов составного ядра и является лишь качественной оценкой суммы в предельном случае большого числа членов суммы со статистически распределенными параметрами $\langle \tilde{\lambda}_1 | V^{\text{эф}} | \tilde{\lambda}_0 \rangle$ и $E_{\tilde{\lambda}_0}$ [4, 31]. С учетом представления (68б) выражение для $\bar{T}_{c'c}$ (68а) можно записать в форме, широко используемой в анализе входных аналоговых резонансов [4, 7, 34]:

$$\bar{T}_{c'c}(E) = T_{c'c}^0(E) + \frac{1}{2\pi} \sum_{\tilde{\lambda}_1} \Gamma_{c'\tilde{\lambda}_1}^{1/2} \Gamma_{\tilde{\lambda}_1 c}^{1/2} / [E - E_{\tilde{\lambda}_1} + \Delta_{\tilde{\lambda}_1} + i(\Gamma_{\tilde{\lambda}_1}^{\uparrow} + \Gamma_{\tilde{\lambda}_1}^{\downarrow})/2], \quad (68в)$$

где ширина распада входного состояния в непрерывный спектр обозначена $\Gamma_{\tilde{\lambda}_1}^{\uparrow} \equiv \Gamma_{\tilde{\lambda}_1}$ [3]. Величина $\Gamma_{\tilde{\lambda}_1}^{\downarrow}$ определяет «размазывание» входного состояния по резонансам тонкой структуры, не имеющим непосредственной связи с непрерывным спектром. Выражение (68в) по форме аналогично элементу $T_{c'c}$ (33) в случае некоторого добавочного к рассматриваемым канала реакции, соответствующего $\Gamma_{\tilde{\lambda}_1}^{\downarrow}$. Это лишь формальное совпадение, отражающее нарушение свойства унитарности в процессах, описываемых $\bar{T}_{c'c}(E)$. В предельной концепции входных состояний соотношение (68б) устанавливает правило сумм для резонансов тонкой структуры. Кроме этого, обращаясь к представлению амплитуды (41), получим резонансную зависимость средних наблюдаемых ширин соответствующих уровней при энергиях близких к энергии входного состояния (43) [3, 4, 7, 33—35]. Процедура усреднения амплитуды $T_{c'c}$ (41) в случае, когда все резонансы имеют непосредственный выход в непрерывный спектр, более громоздка, но схема остается той же, что и при выводе выражения (68б) [3, 4, 7, 34].

Усреднение амплитуды перехода по широкому энергетическому интервалу, значительно превышающему расстоянию между входными состояниями, обычно связывается с результатами модели комплексного потенциала. При определении этого потенциала, в рамках формальной теории реакций, используют ряд приближений и предположений относительно характера распределения знаков и величин матричных элементов $\langle cE | V^{\text{эф}} | \lambda \rangle$ в интервале усреднения. В K -матричной схеме, аналогичной R -матричной, средние по энергии матричные элементы оператора \mathcal{K} (25)

определяются в форме [31]:

$$\bar{K}_{c'c}(E) \approx K_{c'c}^0(E) - \frac{i}{2} \frac{\bar{\gamma}_c^2}{D} \delta_{c'c} = \bar{K}'_{c'c} + \bar{K}''_{c'c}, \quad (69)$$

где $\bar{K}'_{c'c} = \left(K_{c'c}^0 - \frac{i}{2} \frac{\bar{\gamma}_c^2}{D} \right) \delta_{c'c}$ — диагональная часть $\bar{K}_{c'c}$; $\bar{K}''_{c'c} = (1 - \delta_{c'c}) K_{c'c}^0$ — недиагональная часть. Средняя по резонансам амплитуда перехода $\bar{T}_{c'c}(E)$ выражается через $\bar{K}(E)$ согласно определению (22):

$$\bar{T}_{c'c}(E) = [(1 + i\pi\bar{K}(E))^{-1} \bar{K}(E)]_{c'c}, \quad (70)$$

различные приближенные формы которого подробно рассмотрены в R -матричной теории [31, 4—7, 33] *.

Определим теперь некоторый потенциал, упругое рассеяние на котором приводит к амплитудам $\bar{T}_{cc}(E)$ (70). Для этого обратимся к точному уравнению для упругого рассеяния в канале c (66б), запишем его интегральное выражение и усредним последнее по широкому интервалу I , включающему резонансы различного типа. В результате получим

$$P_c \bar{\Psi}_c^+(E) = \varphi_c^{*2}(E) + \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P_c \bar{V}_c P_c \bar{\Psi}_c^+(E). \quad (71)$$

Очевидно, что потенциал $U + P_c \bar{V}_c P_c$ будет давать амплитуду рассеяния $\bar{T}_{cc}(E)$, являющуюся матричным элементом оператора $P_c \bar{\tau} P_c$ на энергетической поверхности:

$$P_c \bar{\tau} P_c = P_c \bar{V}_c P_c + P_c \bar{V}_c P_c \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P_c \bar{\tau} P_c.$$

Пользуясь уравнением Гайтлера, можно ввести соответствующий оператор $P_c \tilde{\mathcal{K}} P_c$, удовлетворяющий следующему уравнению:

$$P_c \tilde{\mathcal{K}} P_c = P_c \bar{V}_c P_c + P_c \bar{V}_c P_c \frac{1}{E - H_0} P_c \tilde{\mathcal{K}} P_c \quad (72)$$

с матричными элементами на энергетической поверхности \tilde{K}_{cc} , определяемыми как

$$(1 + i\pi\tilde{K}_{cc})^{-1} \tilde{K}_{cc} = \bar{T}_{cc} \quad \text{или} \quad \tilde{K}_{cc} = (1 - i\pi\bar{T}_{cc})^{-1} \bar{T}_{cc}. \quad (73)$$

* Представление $\bar{T}_{c'c}$ в форме (70) требует определенной осторожности вблизи энергии порога реакции. Если элементы $T(E)$ -матрицы всегда относятся к комплексным энергиям, то элементы $K(E)$ вещественны и их аналитическое продолжение в область комплексной переменной $E + iI$ в общем случае не определено. При корректном усреднении в $T_{c'c}(E + iI)$ могут появиться добавочные полюсы, связанные с особенностями обратной матрицы $(1 + i\pi K)^{-1}$, относящиеся, однако, к нефизической области [75].

Приближенное выражение для $P_c \bar{V}_c P_c$ можно получить в виде

$$P_c \bar{V}_c P_c \approx P_c \tilde{\mathcal{K}} P_c \approx \iint d\varepsilon_1 d\varepsilon_2 |c\varepsilon_1| \left[\langle c\varepsilon_1 | \mathcal{K}^0 | c\varepsilon_2 \rangle - \frac{i}{2} \frac{\bar{V}_c^2}{D} \right] \langle c\varepsilon_2 |, \quad (74)$$

где недиагональные элементы $\bar{K}_{c'c}''$ предполагаются малыми по сравнению с диагональными \bar{K}_{cc} , а эффекты перерасеяния вне энергетической поверхности [интегральный член в (72)] не учитываются.

Потенциал $U + P_c \bar{V}_c P_c$ в общем случае нелокален. Однако в модели комплексного потенциала он обычно выбирается локальным с параметрами, несколько зависящими от энергии [77, 78]. Форма потенциала близка к распределению плотности нуклонов в ядре-мишени, а мнимая часть концентрируется вблизи поверхности ядра [13]. Эффект нелокальности здесь частично компенсируется энергетической зависимостью параметров эквивалентного локального потенциала и спин-орбитальным взаимодействием [77—80].

Подобрав потенциал модели так, чтобы усредненные по резонансам решения в отдельных каналах $P_c \bar{\Psi}_c^\pm(E)$ [обозначим их $\tilde{\varphi}_c^\pm(E)$] совпадали с модельными, можно использовать эти решения при построении средних амплитуд переходов $\bar{t}_{c'c}(E)$. Для этой цели рассмотрим более общую задачу построения амплитуды $t_{c'c}(E)$ как матричного элемента некоторого нового оператора перехода τ' на волновых функциях:

$$P_c \Psi_c^+(E) = \varphi_c^+(E) + \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P_c \bar{V}_c P_c \Psi_c^+(E); \quad (75a)$$

$$P_c \Psi_c^-(E) = \varphi_c^-(E) + \frac{1}{E - H_0 - i\eta} P_c \bar{V}_c^* P_c \Psi_c^-(E). \quad (75b)$$

Определим оператор $P_c \tau' P_c$ для переходов между разными каналами c, c' из условия

$$t_{c'c} = \langle \varphi_{c'}^- | \tau | \varphi_c^+ \rangle = \langle \Psi_{c'}^- | P_c \tau' P_c | \Psi_c^+ \rangle.$$

Выражая φ_c^+ и $\varphi_{c'}^-$ через $P_c \Psi_c^+$ и $P_{c'} \Psi_{c'}^-$ и пользуясь для τ представлением (63), находим

$$P_c \tau' P_c = P_c \bar{V}_c P_c - P_{c'} \bar{V}_{c'} P_c \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P_c \bar{V}_c P_c. \quad (76a)$$

Для конкретной пары каналов c и c' удобно перейти от \bar{V}_c и $\bar{V}_{c'}$ к оператору \tilde{V} (61). Пользуясь соотношениями (64) и (76a),

а также операторными тождествами типа (2), можно записать уравнение для $P_c \tau' P_c$ в виде [69]:

$$P_c \tau' P_c = P_c \tilde{V} P_c - P_c \tau' P_c \frac{1}{E - \tilde{H}_0^c + i\eta} P_c \tilde{V} P_c - \frac{1}{E - \tilde{H}_0^c + i\eta} P_c \tau' P_c. \quad (76б)$$

Формальное решение этого уравнения находится с помощью соотношения

$$P_c \tau' P_c \frac{1}{E - \tilde{H}_0^c + i\eta} = P_c \tilde{V} P_c \frac{1}{E - \tilde{H}_0^c + i\eta},$$

где $\tilde{H}_0^c = H_0 + P_c \tilde{V} P_c$, тогда

$$P_c \tau' P_c = P_c \tilde{V} P_c - P_c \tilde{V} P_c \frac{1}{E - \tilde{H}_0^c + i\eta} P_c \tilde{V} P_c - \frac{1}{E - \tilde{H}_0^c + i\eta} P_c \tilde{V} P_c. \quad (76в)$$

Набор решений $P_c \Psi_c^\pm$ во всех каналах реакций можно рассматривать как новый базис в непрерывном спектре. Определяя оператор проектирования

$$\tilde{P}_c = \int |P_c \Psi_c^+(\varepsilon)\rangle \langle \Psi_c^+(\varepsilon) P_c| d\varepsilon = \int |P_c \Psi_c^-(\varepsilon)\rangle \langle \Psi_c^-(\varepsilon) P_c| d\varepsilon,$$

коммутирующий с гамильтонианом $\tilde{H}_0^c = H_0 + P_c \tilde{V} P_c$, и нормируя функции $P_c \Psi_c^\pm$ так, чтобы $\tilde{P}_c = P_c$, можно записать интегральное уравнение для амплитуды $t_{c'c}$, соответствующее операторной форме (76б):

$$\begin{aligned} t_{c'c}(E', E) &= \langle \Psi_{c'}^-(E') | \tilde{P}_c \tilde{V} \tilde{P}_c \Psi_c^+(E) \rangle - \\ &- \int \int d\varepsilon d\varepsilon' t_{c'c}(E', \varepsilon') \frac{1}{E' - \varepsilon' + i\eta} \langle \Psi_c^+(\varepsilon') | \tilde{P}_c \tilde{V} \tilde{P}_c \Psi_{c'}^-(\varepsilon) \rangle \times \\ &\times \frac{1}{E - \varepsilon + i\eta} t_{c'c}(\varepsilon, E). \end{aligned} \quad (76г)$$

Несколько более простое уравнение получается при использовании в качестве базиса для области континуума решений

$$P_c \tilde{\Psi}_c^\pm(E) = \varphi_c^\pm(E) + \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P_c \tilde{V} P_c \tilde{\Psi}_c^\pm(E),$$

описывающих упругое рассеяние в канале c приближенно [69].

Очевидно, что схема построения усредненной по резонансам амплитуды $\bar{t}_{c'c}(E)$ как матричного элемента оператора $\bar{\tau}'$ на функциях $\tilde{\varphi}_c^\pm(E) \equiv P_c \tilde{\Psi}_c^\pm(E)$ полностью аналогична рассмотренной выше. Представим потенциал остаточного взаимодействия \tilde{V} уравнением [см. (57), (61)]

$$\tilde{V} = V_+ + VP'' \frac{1}{E - H_0 + i\eta} \tilde{V} + VQ \frac{1}{E - H_0} \tilde{V} = \tau_0'' + \tau_0'' Q \frac{1}{E - H_0} \tilde{V}, \quad (77)$$

где

$$\tau_0'' = V + V \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P'' \tau_0'' = V''^{\text{эф}} - i\pi V''^{\text{эф}} P'' \delta(E - H_0) P'' \tau_0''$$

отличается от τ_0 (32) лишь тем, что здесь не учитываются выделенные каналы c' и c . В случае двух каналов реакции $\tau_0'' = V$.

При усреднении по энергии матричных элементов оператора \tilde{V} для разных каналов ($c' \neq c$) использование статистических предположений для знаков и амплитуд элементов $\langle c | V''^{\text{эф}} | \lambda \rangle$ обращает в нуль резонансную часть, так что средние по энергии элементы $\langle c' | \tilde{V} | c \rangle \approx \langle c' | \tau_0'' | c \rangle$. Записывая для $\bar{t}_{c'c}(E)$ уравнение типа (76г) и пренебрегая интегральным членом, получаем приближенное выражение

$$\bar{t}_{c'c}(E) \approx \langle \tilde{\varphi}_{c'}(E) | \tau_0'' | \tilde{\varphi}_c^+(E) \rangle. \quad (78a)$$

Это выражение в случае $\tau_0'' \approx V$, т. е. при малом вкладе интегрального члена (77), соответствует результату борновского приближения в методе искаженных комплексным потенциалом волн (*DWBA*-приближение) [16—18]:

$$\bar{t}_{c'c}(E) \approx \langle \tilde{\varphi}_{c'}(E) | V | \tilde{\varphi}_c^+(E) \rangle. \quad (78б)$$

Другой результат, определяемый системой уравнений

$$\begin{aligned} \bar{t}_{c'c}(E) \approx \langle \tilde{\varphi}_{c'}(E) | V''^{\text{эф}} | \tilde{\varphi}_c^+(E) \rangle - \\ - i\pi \sum_{c'' \neq c, c'} \langle \tilde{\varphi}_{c'}(E) | V''^{\text{эф}} | \tilde{\varphi}_{c''}(E) \rangle \bar{t}_{c''c}(E), \end{aligned} \quad (78в)$$

соответствует простейшей схеме метода связанных каналов (*СС*-приближение) [18, 81]. Оба результата (78б) и (78в) широко используются при анализе сечений и угловых распределений неупругих процессов в области перекрывающихся резонансов при широком экспериментальном разрешении [18]. Как правило, результаты расчетов в этих двух приближениях близки между собой [82—84]. Лишь в случаях, когда борновский матричный элемент перехода по каким-либо причинам мал (из-за запретов по правилам отбора при парном остаточном взаимодействии, например), *СС*-приближение приводит к качественно новым зависимостям [84].

Приведенные результаты определяют усредненные по резонансам амплитуды $\bar{t}_{cc}(E)$ и $\bar{t}_{c'c}(E)$ и связанные с ними сечения реакций. Реальные средние сечения неупругих процессов определяются, однако, средним значением квадрата амплитуды $|\bar{t}_{c'c}(E)|^2$, который в принципе отличен от $|\bar{t}_{c'c}(E)|^2$. В методе эффективного взаимодействия схема усреднения сечений реакций во многом подобна обычно используемой в *R*-матричной теории [31]. В пре-

деле большого числа резонансов со статистически распределенными в интервале усреднения элементами $\langle cE | V^{\text{эф}} | \lambda \rangle$ приближенное выражение для $|t_{c'c}(E)|^2$ можно получить, исходя из общего определения $T_{c'c}(E)$ (33). Запишем соответствующий результат в форме [31, 33, 64, 20]

$$|t_{c'c}(E)|^2 \approx |t_{c'c}^0(E)|^2 + \frac{1}{2\pi} \frac{\bar{\Gamma}_{c'}(E)\bar{\Gamma}_c(E)}{\bar{D}(E)\bar{\Gamma}(E)} F, \quad (79)$$

где $\bar{\Gamma}_{c'}(E)$, $\bar{\Gamma} = \sum_c \bar{\Gamma}_c$ — средние резонансные ширины;

$$\bar{\Gamma}_{c'}(E) \approx |c'E | V^{\text{эф}} | \lambda \rangle|^2; \quad (80)$$

F — функция статистического усреднения, учитывающая отличие среднего значения отношения $\bar{\Gamma}_{c'}\bar{\Gamma}_c/\bar{\Gamma}$ от отношения средних [85]. Здесь мы считаем малыми матричные элементы прямых переходов в средних ширинах (36) ($\Gamma_{c'\lambda}^{1/2} \approx \langle c'E | V^{\text{эф}} | \lambda \rangle$) и, используя статистическую гипотезу для распределений резонансных ширин, пренебрегаем интерференционным членом между прямой и резонансной частями амплитуды перехода. Средние резонансные ширины $\bar{\Gamma}_c(E)$ (силовые функции) неявно зависят от энергии соответственно резонансному характеру функций $|cE\rangle$ вблизи одночастичных резонансов непрерывного спектра [9].

Подобное выражение для среднего сечения реакции можно построить при использовании в качестве базисных функций в непрерывном спектре решения для комплексного потенциала [33—35]. Однако схема перехода от определения $t_{c'c}$ в форме (76) к $|t_{c'c}|^2$ более громоздка из-за необходимости оценки среднего значения интегрального члена (76г). Детальное рассмотрение задачи определения формализма теории резонансных реакций и различных сечений с использованием базисных функций модели комплексного потенциала приведено в работе [35]. Из-за неэрмитовости модельного гамильтониана возникают определенные сложности в использовании метода Липшманна — Швингера для построения амплитуд переходов (при физической интерпретации решений $\tilde{\varphi}_{c'}$, например). Кроме того, в модели комплексного потенциала все состояния распадающиеся. Основная идея оболочечного подхода — единый базис для связанных состояний и каналов реакций здесь нарушается.

С точки зрения последовательного подхода, рассмотренного в данной работе, переход к комплексному потенциалу является лишь удобной аппроксимацией данных по средним сечениям, входящей в формализм феноменологически. В этом смысле при анализе средних сечений неупругих процессов более корректны схемы оболочечного подхода, использующие вещественный модельный потенциал [7].

6. АМПЛИТУДЫ ФОТОНУКЛОННЫХ РЕАКЦИЙ

Общие схемы параметризации энергетической зависимости сечений фотонуклонных ядерных реакций формулируются во многом аналогично рассмотренным выше результатам. Хотя включение нового фотонного канала требует переопределения полного и модельного гамильтонианов задачи, а также проекционного оператора P , в первом порядке теории возмущений по электромагнитному взаимодействию удастся сформулировать общие схемы определения амплитуды перехода из фотонного канала (γ) в однонуклонный канал c , использующие разложения по тем же базисным функциям, что и в случае нуклонных реакций [10, 86].

Рассмотрим структуру общего выражения для амплитуды фотонуклонной реакции в формальной теории столкновений [38, 39]:

$$t_{c\gamma}(E) = \langle \Psi_c^-(E) | V_\gamma | \chi_\gamma(E) \rangle, \quad (81)$$

где $\chi_\gamma(E)$ — волновая функция начального состояния, соответствующая здесь ядру-мишени в основном состоянии и фотону в отсутствие электромагнитного взаимодействия между ними; $\Psi_c^-(E)$ — решение точного волнового уравнения задачи $H\Psi = E\Psi$ с асимптотикой в виде плоской волны в канале c и сходящихся волн во всех каналах реакций; V_γ — оператор электромагнитного взаимодействия*. Ограничиваясь при построении амплитуды $t_{c\gamma}$ первым порядком теории возмущений по V_γ , можно ввести единым способом как нуклонные, так и фотонные каналы реакций [31]. В этом приближении, считая, что каналы c не содержат фотонов, можно выбрать $\Psi_c^-(E)$ в следующем виде:

$$\langle \Psi_c^-(E) | = \langle \varphi_c^-(E) | \left(1 + V_n \frac{1}{E - H + i\eta} \right),$$

где $H = H_0 + V_n$ (V_n — потенциал остаточного взаимодействия между выделенным нуклоном и ядром-мишенью для каналов c) не содержит электромагнитного поля. В результате для амплитуды $t_{c\gamma}(E)$ (81) получим соотношение типа

$$t_{c\gamma}(E) \approx \langle \varphi_c^-(E) | \tau_\gamma | \chi_\gamma(E) \rangle, \quad (82)$$

где оператор перехода τ_γ определяется уравнением

$$\tau_\gamma = V_\gamma + V_n \frac{1}{E - H + i\eta} V_\gamma = V_\gamma + V_n \frac{1}{E - H_0 + i\eta} \tau_\gamma. \quad (83)$$

Вводя проекционные операторы P и Q (16), необходимо включить в P и фотонный канал. Однако соответствующие матричные

* Непосредственное применение результатов теории столкновения частиц к задаче взаимодействия электромагнитного и нуклонного полей требует известной осторожности. Определение $t_{c\gamma}(E)$ (81) справедливо лишь в первом порядке теории возмущений [38].

элементы в $t_{c\gamma}$ при использовании представления оператора τ_γ (83) уравнением

$$\tau_\gamma = V_\gamma + V_n \frac{1}{E - H_0 + i\eta} P \tau_\gamma + V_n \frac{1}{E - H_0} Q \tau_\gamma \quad (84)$$

обращаются в нуль. Действительно, в матричном элементе $\langle \varphi_c^- | V_n | \chi_\gamma \rangle$ оператор V_n не содержит координат фотона, а связанные с фотонами части решений φ_c^- и χ_γ соответствуют различным физическим ситуациям и поэтому ортогональны. Таким образом, оператор проектирования P в определении τ_γ (84) тот же, что и для нуклонных реакций (16). Запишем уравнение (84) в виде [см. (17), (19)]

$$\tau_\gamma = V_\gamma + V_n \frac{1}{E - H_0} P \tau_\gamma + V_n \frac{1}{E - H_0} Q \tau_\gamma - i\pi V_n P \delta(E - H_0) P \tau_\gamma$$

и определим оператор эффективного взаимодействия $V_\gamma^{\text{эф}}$ подобно $V^{\text{эф}}$ (24):

$$V_\gamma^{\text{эф}} = \left(1 - V_n P \frac{1}{E - H_0} \right)^{-1} V_\gamma = V_\gamma + V_n \frac{1}{E - H_0} P V_\gamma^{\text{эф}} \quad (85a)$$

и оператор

$$\tau_\gamma^0 = V_\gamma^{\text{эф}} - i\pi V_n^{\text{эф}} P \delta(E - H_0) P \tau_\gamma^0, \quad (85b)$$

где $V_n^{\text{эф}} \equiv V^{\text{эф}}$ (24). Тогда для оператора τ_γ получим следующее соотношение:

$$\tau_\gamma = \tau_\gamma^0 + \tau_n^0 \frac{1}{E - H_0} Q \tau_\gamma = \tau_\gamma^0 + \tau_n^0 Q \frac{1}{E - H_0 - Q \tau_n^0 Q} Q \tau_n^0 \quad (86)$$

[$\tau_n^0 \equiv \tau^0$ (32)], определяющее общий вид амплитуды фотонуклонной реакции в методе эффективного взаимодействия:

$$t_{c\gamma}(E) = \langle \varphi_c^-(E) | \tau_\gamma^0 | \chi_\gamma(E) \rangle + \sum_{\lambda\lambda'} \langle \varphi_c^-(E) | \tau_n^0 | \lambda \rangle (B^{-1})_{\lambda\lambda'} \langle \lambda' | \tau_\gamma^0 | \chi_\gamma(E) \rangle, \quad (87)$$

где $(B^{-1})_{\lambda\lambda'}$ — элементы матрицы обратной B (33). Первый член соответствует амплитуде прямого перехода при взаимодействии фотона с ядром, а второй — возбуждению квазисвязанных состояний $|\lambda\rangle$ с их последующим распадом в однонуклонные каналы c . Матричные элементы оператора τ_γ^0 определяются так же, как и элементы τ^0 [(34), (36)]:

$$\begin{aligned} & \langle \varphi_c^-(E) | \tau_\gamma^0 | \chi_\gamma(E) \rangle = \\ & = \exp(i\omega_c) \sum_c (1 + i\pi K^0)_{cc'}^{-1} \langle c'E | V_\gamma^{\text{эф}} | \gamma(E) \rangle \exp(i\omega_\gamma). \end{aligned} \quad (88)$$

Здесь мы выделили фазу $\chi_\gamma = \gamma \exp(i\omega_\gamma)$ так, чтобы матричные элементы $\langle c'E | V_\gamma^{\text{эф}} | \gamma \rangle$ были вещественны. Помимо амплитуды

прямого перехода запишем выражение для элементов

$$\langle \lambda | \tau_{\gamma}^0 | \gamma \rangle = \langle \lambda | V_{\gamma}^{\text{эф}} | \gamma \rangle - i\pi \sum_{c'} \langle \lambda | V_n^{\text{эф}} | c' \rangle \langle c' | \tau_{\gamma}^0 | \lambda \rangle, \quad (89)$$

непосредственно следующее из уравнения (85б). Эти элементы, определяющие вероятность возбуждения квазисвязанного состояния $|\lambda\rangle$ при электромагнитном взаимодействии, отражают возможность осуществления этого возбуждения непосредственно за счет ненулевых матричных элементов $\langle \lambda | V_{\gamma}^{\text{эф}} | \gamma \rangle$ и с предва- рительным перерассеянием в непрерывном спектре. Если непо- средственное возбуждение состояния $|\lambda\rangle$ по каким-либо причинам запрещено, второй член (89) может быть существенным при опре- делении радиационных ширин резонансов [10].

Выражение для амплитуды фотонуклонной реакции в методе эффективного взаимодействия (87) может служить основой для формулировки практических схем анализа тонкой структуры дипольного резонанса и сечений реакций вблизи порога вылета нуклона [10, 25—27, 57, 87]. Обычно используются результаты для диагонализированной матрицы уровней B , соответствующие формализму S -матрицы (39) [10]. Хотя для энергетической зависимости резонансных сечений получают относительно простые выра- жения, S -матричный подход приводит к параметрам, весьма слож- но связанным с расчетными матричными элементами к модели обо- лочек, например, практически в таком подходе можно оценить лишь ширины отдельных резонансов. Экспериментальная инфор- мация, касающаяся интерференционных эффектов в сечениях и угловых распределениях, довольно трудно поддается здесь модельной интерпретации. Поэтому при анализе детальных данных по тонкой структуре гигантских резонансов в фотонуклон- ных реакциях в последнее время все чаще используется форма- лизм K -матрицы, более удобный для физической интерпретации интерференционных эффектов в сечениях [57, 86].

Определим оператор \mathcal{K}_{γ} уравнением Гайтлера (20):

$$\mathcal{K}_{\gamma} = \tau_{\gamma} + i\pi\tau_n P \delta(E - H_0) P \mathcal{K}_{\gamma}. \quad (90a)$$

Тогда для \mathcal{K}_{γ} можно записать операторное уравнение подобное (25):

$$\mathcal{K}_{\gamma} = V_{\gamma}^{\text{эф}} + V_n^{\text{эф}} \frac{1}{E - H_0} Q \mathcal{K}_{\gamma} = V_{\gamma}^{\text{эф}} + V_n^{\text{эф}} Q \frac{1}{E - H_0 - Q V_n^{\text{эф}} Q} Q V_{\gamma}^{\text{эф}}, \quad (90б)$$

и определить структуру матричных элементов этого оператора на энергетической поверхности [86]:

$$\begin{aligned} \langle cE | \mathcal{K}_{\gamma} | \gamma \rangle &= \langle cE | V_{\gamma}^{\text{эф}} | \gamma \rangle + \\ &+ \sum_{\lambda\lambda'} \langle cE | V_n^{\text{эф}} | \lambda \rangle (A^{-1})_{\lambda\lambda'} \langle \lambda' | V_{\gamma}^{\text{эф}} | \gamma \rangle, \end{aligned} \quad (90в)$$

где $(A^{-1})_{\lambda\lambda'}$ — элементы матрицы обратной A (28). Очевидно, что параметрами в этом случае являются непосредственно матричные элементы операторов $V_\gamma^{\text{эф}}$ и $V_n^{\text{эф}}$ на модельных волновых функциях. Амплитуды переходов (с точностью до фазовых множителей) определяются уравнением (90а) в виде

$$\begin{aligned} \langle cE | \tau_\gamma | \gamma \rangle &= \sum_{c'} (1 - i\pi T_n)_{cc'} \langle c'E | \mathcal{K}_\gamma | \gamma \rangle = \\ &= \sum_{c'} [(1 + i\pi K_n)^{-1}]_{cc'} \langle c'E | \mathcal{K}_\gamma | \gamma \rangle, \end{aligned} \quad (91)$$

где T_n и K_n — матрицы, совпадающие с определенными выше матрицами T и K (22). Используя при анализе тонкой структуры сечений фотонуклонных реакций известные расчетные схемы параметризации, которые сформулированы в R -матричной теории [51, 57], можно непосредственно определять матричные элементы, входящие в $\langle cE | \mathcal{K}_\gamma | \gamma \rangle$ (90в).

Очевидные возможности оболочечного подхода к интерпретации данных о фотонуклонных реакциях в области гигантского дипольного резонанса позволяют широко использовать при анализе резонансных структур выражения для амплитуд переходов, получаемые в модели входных состояний и в схеме иерархий (см. разд. 3). Их определение для фотонуклонных реакций проводится тем же способом, что и для реакций с нуклонами [86]. В практических приложениях удобны упрощенные формулы, где ограничено число уровней, учитываемых в анализе, число возможных открытых каналов реакции, а также проведена диагонализация матрицы уровней. Как правило, при интерпретации резонансных структур в фотонуклонных реакциях пренебрегают прямыми переходами и так называемым внешним смешиванием из-за перерасеяний в непрерывном спектре [10, 25—27, 57]. Детальный анализ данных, которые получены с хорошим экспериментальным разрешением и включают энергетическую зависимость сечений в широком интервале изменения энергий γ -квантов, угловые распределения нуклонов реакции и их поляризацию, на основе формализма K -матрицы дает набор параметров, непосредственно вычисляемых в конкретных модельных расчетах [25, 26].

7. ВОПРОСЫ ПРАКТИЧЕСКОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

Представленный в обзоре весьма общий и компактный метод построения различных формализмов микроскопической теории реакций использует разбиение полного гамильтониана задачи H на сумму модельного гамильтониана H_0 и остаточного взаимодействия V . Очевидно, что основным принципиальным вопросом

в последовательном анализе конкретной ядерной реакции является выбор модели, где решения в непрерывном спектре содержат весь набор наблюдаемых физических каналов реакций, а плотность связанных модельных состояний такого же порядка, как и плотность наблюдаемых резонансов тонкой структуры [2—7, 33, 66]. В настоящее время такой выбор ограничивается лишь рассмотренным здесь модифицированным оболочечным подходом и только случаем однонуклонных реакций. Однако можно построить общий формализм микроскопической теории, использующий различные разбиения полного гамильтониана $\hat{H} = H_0^c + V^c$ в отдельных каналах c , причем H_0^c могут относиться к разным ядерным моделям: одночастичной и коллективной. Практическая реализация такого формализма сталкивается с общими для теории ядра трудностями разложения одного базисного набора по другому при необходимости учета в каждом из них состояний непрерывного спектра [13, 15, 88, 89]. В приложении к анализу детальной энергетической структуры сечений реакций с вылетом сложных частиц такой микроскопический подход в настоящее время вряд ли даст какую-нибудь новую информацию об особенностях взаимодействия по сравнению с получаемой в R -матричной схеме анализа, хотя при относительно высоких энергиях аппарат микроскопической теории с успехом применяется при описании процесса выбивания кластера из ядра в реакциях с протонами [18, 19, 90]. Поэтому, рассматривая возможности представленного в обзоре микроскопического подхода в практическом анализе экспериментальных данных и его преимущества перед феноменологическими теориями, ограничимся лишь случаем однонуклонных ядерных реакций.

Метод эффективного взаимодействия, формализм K -матрицы, в частности, широко используется в последние годы при анализе энергетических особенностей в сечениях (p, p') -, (n, n') -, (p, n) -, (γ, n) -, (γ, p) -реакций. Наблюдаемые здесь в различных интервалах энергии при определенном экспериментальном разрешении структуры можно связать непосредственно с конкретными матричными элементами переходов между состояниями выбранной модели. При широком (~ 100 кэв) усреднении в интегральных по углам сечениях проявляются широкие оптические резонансы, а угловые распределения продуктов реакции в некоторых случаях явно обнаруживают типичную для прямых процессов асимметрию. При анализе этих данных уточняется модельный потенциал U в приложении к описанию волновых функций каналов $|cE\rangle$, резонансно зависящих от энергии вблизи одночастичных уровней в непрерывном спектре [9]. По форме угловых распределений можно оценить вклад в сечения прямых процессов [19, 20], а также силовые функции различных реакций, идущих через резонансные состояния [31, 5].

При ширине функции экспериментального разрешения порядка нескольких $\lambda_{\text{в}}$ в сечениях наблюдаются промежуточные структуры, которые в отдельных случаях можно определить как входные аналоговые состояния. Энергию E_{λ} и ширину распада $\Gamma_{\lambda}^{\dagger}$ соответствующего резонанса можно найти в оболочечном расчете простейшего состояния типа две частицы — дырка, непосредственно связанного через парное остаточное взаимодействие с непрерывным спектром (см. разд. 3). Из анализа экспериментальных данных определяется также полная ширина «размазывания» входного состояния по более сложным состояниям, не имеющим непосредственной связи с непрерывным спектром $\Gamma_{\lambda}^{\dagger}$ (69). Метод эффективного взаимодействия отражает в наиболее общей форме концепцию входных состояний и связанные с ней следствия в энергетической и угловой зависимостях сечений.

Анализ расщепления аналоговых резонансов в реакциях с протонами и дипольного резонанса в фотонуклонной реакции по состояниям более сложной природы, наблюдаемого при достаточно хорошем экспериментальном разрешении, позволяет в отдельных случаях сделать заключение о характере связи сложных состояний с непрерывным спектром и входным состоянием, основываясь на исследованиях энергетической зависимости различных парциальных сечений в рассматриваемой области [3, 4, 23—27]. Так; при одном широком входном состоянии и одном уровне сложной природы анализ сечений дает помимо резонансных ширин этих уровней еще два важных параметра: ширину $\Gamma_{\lambda, \mu}$ (38), характеризующую так называемое внешнее смешивание в каналах реакций (интерференцию уровней), и значение матричного элемента $\langle \lambda | V^{\text{эф}} | \mu \rangle$, так называемое внутреннее смешивание [21—27, 36].

Отмечая преимущества формализма K -матрицы перед формализмом R -матричной теории при анализе детальной структуры сечений однонуклонных реакций, главное из которых заключается в непосредственной модельной интерпретации резонансных параметров отдельных уровней и их взаимосвязи, необходимо указать на преемственность этих двух схем в задаче параметризации сечений в области разрешенных резонансов. Здесь сохраняются те же методы одно- и многоуровневого анализа, что и в R -матричной теории, а также следующие из сравнения с экспериментальными данными статистические предположения о характере распределения резонансных ширин и расстояний между отдельными резонансами [31, 60—62].

Полученные в обзоре на основе общего метода интегральные уравнения для амплитуд переходов более удобны в приложениях к описанию средних по резонансам сечений. Здесь дана последовательная формулировка модели комплексного потенциала, рассмотрена связь этой модели с методом эффективного взаимодействия, а также сформулированы общие схемы $DWBA$ - и CC -при-

ближений в расчете прямых переходов. Развитие метода интегральных уравнений в приложении к анализу средних сечений содержит, в частности, корректную модификацию формул Хаузера — Фешбаха (79), широко используемых в практическом анализе [64, 91—93]. При относительно больших энергиях падающих нуклонов, когда можно пренебречь влиянием дискретного спектра, интегральные уравнения для амплитуд переходов, записанные в импульсном представлении, непосредственно переходят в известные уравнения многоканальной дисперсионной теории реакций [17, 38, 76].

Рассмотренная в данном обзоре взаимосвязь различных схем параметризации энергетической зависимости амплитуд однонуклонных реакций позволяет выразить разнообразные параметры через матричные элементы переходов между модельными состояниями дискретного и непрерывного спектра при заданном остаточном взаимодействии. Определение этого универсального набора параметров и их модельная интерпретация представляют собой конечную цель практического анализа и систематики всего накопленного к настоящему времени огромного объема экспериментальной информации о детальной энергетической структуре сечений ядерных реакций с нуклонами низких и средних энергий. Эта деятельность стимулирует развитие прецизионных методов измерения нуклонных сечений в широких энергетических интервалах и прогресс в совершенствовании расчетных методов теории атомного ядра.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайскопф В. «УФН», 1962, т. 76, с. 153.
2. Bloch C. In: Many-Body Description of Nuclear Structure and Reactions. N.Y., Academic Press Inc., 1966.
3. Feshbach H., Kerman A. K., Lemmer R. H. «Ann. Phys.», 1967, v. 41, p. 230.
4. Mahaux C., Weidenmuller H. A. Shell-Model Approach to Nuclear Reactions. Amsterdam, North-Holland Publ. Co., 1969.
5. Lynn I. E. The Theory of Neutron Resonance Reactions. Oxford, Clarendon Press, 1968.
6. Feshbach H. «Ann. Phys.», 1958, v. 5, p. 237; 1962, v. 19, p. 287; 1967, v. 43, p. 410.
7. MacDonald W., Mekjian A. «Phys. Rev.», 1967, v. 160, p. 730.
8. Danos M., Greiner W. «Phys. Rev. B», 1965, v. 138, p. 93.
9. Балашов В. В. и др. «Ядерная физика», 1965, т. 2, с. 643.
10. Shakin C. M., Wang W. L. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 1898.
11. Генперт-Майер М. «УФН», 1964, т. 82, с. 749.
12. Давыдов А. С. Теория атомного ядра. М., Физматгиз, 1958.
13. Бор О., Моттельсон Б. М. Структура атомного ядра. Пер. англ. М., «Мир», 1971.
14. Браун Дж. Единая теория ядерных моделей и сил. М., Атомиздат, 1970.
15. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М., «Наука», 1971.
16. Батлер С. Ядерные реакции срыва. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

17. Шапиро И. С. Теория прямых ядерных реакций. М., Атомиздат, 1963.
18. Austern N. Direct Nuclear Reactions Theories. N.Y., Willey Interscience, 1970.
19. Feshbach H. «Rev. Mod. Phys.», 1974, v. 46, p. 1.
20. Лукьянов А. А., Салыников О. А., Сапрыкин Е. М. «Ядерная физика», 1973, т. 17, с. 1004; 1975, т. 21, с. 82.
21. Fox J. D., Robson D. In: Isobaric Spin in Nuclear Physics. N.Y., Academic Press, 1966.
22. Mekjian A., MacDonald W. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 121, p. 385.
23. Auerbach N. e.a. «Rev. Mod. Phys.», 1972, v. 47, p. 48.
24. Балашов В. В., Ядровский Е. Л. «Phys. Lett.», 1966, v. 22, p. 109.
25. Живописцев Ф. А., Московин В. М., Юдин Н. П. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1966, т. XXX, № 2, с. 306.
26. Gillet V., Melkanoff M. A., Raynol J. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 97, p. 631.
27. Балашов В. В., Кабачник Н. М. «Phys. Lett. B», 1967, v. 26, p. 316.
28. Griffin I. I. «Phys. Rev. Lett.», 1966, v. 17, p. 448.
29. Broglia R. A., Winther A. «Phys. Reports Section C Phys. Lett.», 1972, v. 4, N 4.
30. Lynn J. E. In: Nuclear Data for Reactors. V. 1. Vienna, IAEA, 1970.
31. Лейн А., Томас Р. Теория ядерных реакций при низких и средних энергиях. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1960.
32. Bloch C. «Nucl. Phys.», 1957, v. 4, p. 503.
33. Lane A. M., Robson D. «Phys. Rev.», 1966, v. 151, p. 744; 1967, v. 161, p. 982.
34. Tamura T. «Phys. Rev.», 1969, v. 185, p. 1256.
35. Bledsoe H., Tamura T. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 164, p. 191.
36. Урин М. Г. Оболочечные эффекты в резонансных ядерных реакциях. М., МИФИ, 1974.
37. Schwinger J., Lippmann V. A. «Phys. Rev.», 1950, v. 79, p. 469 (см. [12, с. 323]).
38. Гольдбергер М., Ватсон К. Теория столкновений. Пер. с англ. М., «Мир», 1967.
39. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. Пер. с англ. М., «Мир», 1969.
40. Ситенко А. Г. Лекции по теории рассеяния. Киев, «Вища школа», 1971.
41. Балдин А. М. и др. Кинематика ядерных реакций. М., Атомиздат, 1968.
42. Базь А. И. и др. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., «Наука», 1971.
43. Брейт Г. Теория резонансных ядерных реакций. Пер. с англ. М., Изд-во иностр. лит., 1961.
44. Лукьянов А. А., Сапрыкин Е. М. Препринт ФЭИ-473, 1974.
45. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. М., «Наука», 1966.
46. Karur R. L., Peierls R. E. «Proc. Roy. Soc. A», 1938, v. 166, p. 277.
47. Humblet J., Rosenfeld R. E. «Nucl. Phys.», 1961, v. 26, p. 529.
48. Humblet J. In: Fundamentals in Nuclear Theory. Vienna, IAEA, 1967.
49. Мелконян Е. В кн.: Материалы Международной конференции по мирному использованию атомной энергии (Женева, 1955). Т. 4. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 400.
50. Seth K. K. «Ann. Phys.», 1959, v. 8, p. 223.
51. Moore M. S., Reich C. W. «Phys. Rev.», 1960, v. 118, p. 718.
52. Vogt E. «Phys. Rev.», 1960, v. 118, p. 724.
53. Adler F. T., Adler D. B. In: Neutron Cross Sections Technology. V. 2. Washington, US Gov. Print. Office, 1968, p. 967.
54. Лукьянов А. А. В кн.: Бюллетень центра по ядерным данным. Вып. 6. М., Атомиздат, 1969, с. 7.
55. Farrell J. A. In: Neutron Cross Sections Technology.— Proc. of 2nd Conf. Nucl. Data for Reactors. V. 1. Washington, 1968, p. 553.
56. Garg J. V., Rainwater J., Havens W. W. «Phys. Rev. C», 1971, v. 3, p. 2447.
57. Terasawa T., Fujita J. I. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 223, p. 492.

58. Бычков В. М. и др. В кн.: Нейтронная физика.—«Материалы третьей конференции по нейтронной физике. Киев, 1975». Ч. 3. ЦНИИАТО-МИНФОРМ, М., 1976, с. 159.
59. Лукьянов А. А. Препринт ФЭИ-124, 1968; «Атомная энергия», 1968, т. 25, с. 435.
60. Porter C. E., Thomas R. G. «Phys. Rev.», 1956, v. 104, p. 483.
61. Лукьянов А. А., Shaker M. O. «Phys. Lett.», 1965, v. 19, p. 197.
62. Wigner E. P. In: Proc. of Canad. Math Congress. Univ. of Toronto Press, 1959.
63. Ericson T. «Ann. Phys.», 1963, v. 23, p. 390.
64. Hauser W., Feshbach H. «Phys. Rev.», 1952, v. 87, p. 366.
65. Лукьянов А. А. Замедление и поглощение резонансных нейтронов. М., Атомиздат, 1974.
66. Лукьянов А. А. «ТМФ», 1971, т. 9, с. 398; «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 88.
67. Lemmer R. H., Shakin C. «Ann. Phys.», 1964, v. 27, p. 13.
68. Weidenmuller H. A. «Nucl. Phys.», 1966, v. 85, p. 241.
69. Лукьянов А. А. Препринт ФЭИ-613, 1975.
70. Ericson T. «Adv. Phys.», 1960, v. 9, p. 425.
71. Ставинский В. С. «ЭЧАЯ», 1972, т. 3, вып. 4, с. 832.
72. Glockle W., Hufner T., Weidenmuller H. A. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 90, p. 481.
73. Ernst D. J., Shakin C. M., Thaler R. M. «Phys. Rev. C», 1973, v. 8, p. 46; p. 2056.
74. Mekjian A. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 134, p. 1.
75. Payne G. L., Schlessinger L. «Phys. Rev. C», 1970, v. 2, p. 1648.
76. Сапрыкин Е. М., Лукьянов А. А. Препринт ФЭИ-506, 1974.
77. Немировский П. Э. Современные модели атомного ядра. М., Атомиздат, 1960.
78. Bjorklund F., Fernbach S. «Phys. Rev.», 1958, v. 109, p. 1293.
79. Perry F. G., Buch V. «Nucl. Phys.», 1962, v. 32, p. 353.
80. Ходгсон П. Е. Оптическая модель упругого рассеяния. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1966.
81. Жигунов В. П., Захарьев Б. Н. Методы сильной связи каналов в квантовой теории рассеяния. М., Атомиздат, 1974.
82. Perry F. G., Satchler G. R. «Phys. Lett.», 1964, v. 10, p. 107.
83. Stamp A. P., Rock I. R. «Nucl. Phys.», 1964, v. 53, p. 657.
84. Edwards V. R. W. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 101, p. 17.
85. Lane A. M., Lynn J. E. «Proc. Phys. Soc. A», 1957, v. 70, p. 557.
86. Разуваев В. Н., Лукьянов А. А. Препринт ФЭИ-524, 1974.
87. Baglan R. J., Bowman C. D., Berman V. L. «Phys. Rev. C», 1971, v. 3, p. 672.
88. Лукьянов А. А. В кн.: Нейтронная физика. Ч. I. Киев, «Наукова думка», 1972, с. 59.
89. Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф. Нуклонные ассоциации в легких ядрах. М., «Наука», 1969.
90. Балашов В. В. Доклад на 25-м ежегодном Собрании по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Ленинград, 1975.
91. Moldauer P. A. «Phys. Rev. C», 1975, v. 11, p. 426.
92. Tepel J. W., Hofmann H. M., Weidenmüller H. A. «Phys. Lett. B», 1974, v. 49, p. 1.
93. Hofmann H. M. e. a. «Ann. Phys.», 1975, v. 90, p. 403.