

ДОЛИНЫ РЕАКЦИИ: ИЗУЧЕНИЕ МЕХАНИЗМА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ СЛОЖНЫХ ЯДЕР НА ОСНОВЕ ДВУХЦЕНТРОВОЙ МОДЕЛИ ОБОЛОЧЕК*

*Рой К. Гупта***

Университет Иоганна Вольфганга Гете,
Институт теоретической физики, Франкфурт-на-Майне, ФРГ

Дан краткий обзор двухцентрковой модели оболочек и ее приложений к проблемам деления ядер и столкновения тяжелых ионов. Далее, в теории фрагментации рассматривается обобщение асимметричной двухцентрковой модели оболочек при помощи введения двух новых динамических коллективных координат массовой и зарядовой асимметрии. Представлены результаты расчетов массовых и зарядовых распределений выходов осколков деления, изучаются механизмы образования компаунд-ядра, реакций слияния-деления и квазиделения при столкновении тяжелых ионов.

The two-center shell model and its application to nuclear fission and to heavy-ion collision problems is first briefly reviewed. Then, the extension of the asymmetric two-center shell model by introducing two new dynamical collective coordinates of mass and charge asymmetry are considered in the fragmentation theory. For fission, calculations are made for the mass- and charge-yield distributions and for heavy-ion collisions, the mechanism of the compound nucleus formation, fusion—fission and the quasi-fission reactions is studied.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящей статье дается обзор результатов, полученных к настоящему времени по двухцентрковой модели оболочек и ее приложениям к явлениям деления ядер и столкновения тяжелых ионов. Появление этой модели было связано с тем, что обычные одноцентрковые модели оболочек встретились с некоторыми трудностями при попытке объяснить деление ядер. Одноцентрковыми моделями мы называем модели оболочек с бесконечным осцилляторным потенциалом (модель Нильссона) [1] и с потенциалами конечной глубины (потенциал Саксона — Вудса) [2—4]. Для описа-

* Работа поддержана федеральным министерством науки и технологии, (BMFT) и Обществом по изучению тяжелых ионов (ФРГ).

** Настоящий адрес: Физический факультет, Ротакский университет Ротак (Харьяна), Индия.

ния процесса деления при больших деформациях осцилляторный потенциал типа Нильссона становится неприменимым при подходе к области разделения конфигураций. Действительно, эта модель приводит к эквипотенциальным поверхностям длинной, вытянутой и сигарообразной формы, таким, какие показаны на рис. 1.

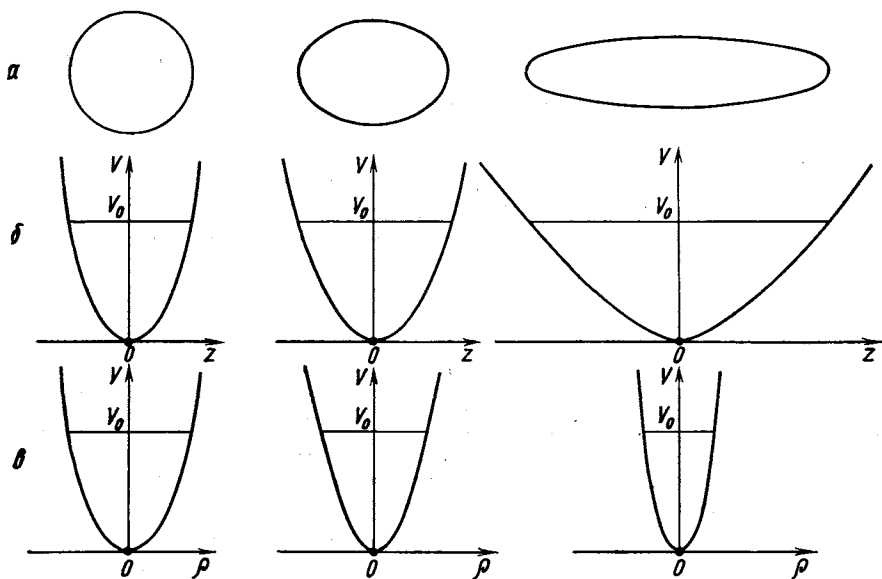


Рис. 1. Модель Нильссона для трех значений деформации (нулевой, средней и асимптотической):

a — поверхность ядра; *b* — потенциал в *z*-направлении; *c* — потенциал в *ρ*-направлении; V_0 — потенциал, который определяет поверхность ядра

Потенциалы с конечной глубиной хотя в основном и более реалистичны, встречаются при приложении трудности, связанные с наличием состояний в непрерывном спектре и неопределенностью в выборе параметров [3] (см. разд. 2). Интуитивно ясно, что для ядер, форма которых испытывает большие деформации и проходит стадию образования шейки, более реалистично использовать модели потенциалов с двумя (или более) центрами. Такая двухцентровая осцилляторная модель приведена на рис. 2. Очевидно, двухцентровая модель оболочек дает интересную возможность плавно связать основные состояния ядер в модели Нильссона с сильнодеформированными состояниями деления и затем с отделившимися фрагментами.

Простейшую версию двухцентрового осциллятора можно найти у Мерцбахера [5], но первые приложения этой модели к задачам ядерной физики были реализованы только М. А. Черданцевым,

В. Е. Маршалкиным [6] и Демеуром и Рейдемейстером [7]. Однако практически доступная двухцентровая модель оболочек впервые была решена в работах Франкфуртской школы [8—14] и затем использовалась также многими другими авторами [15—26]. Эта модель описывается кратко в разд. 1.

Первые успешные приложения двухцентровой модели оболочек к задаче деления были сделаны в работах Мозеля и Шмитта

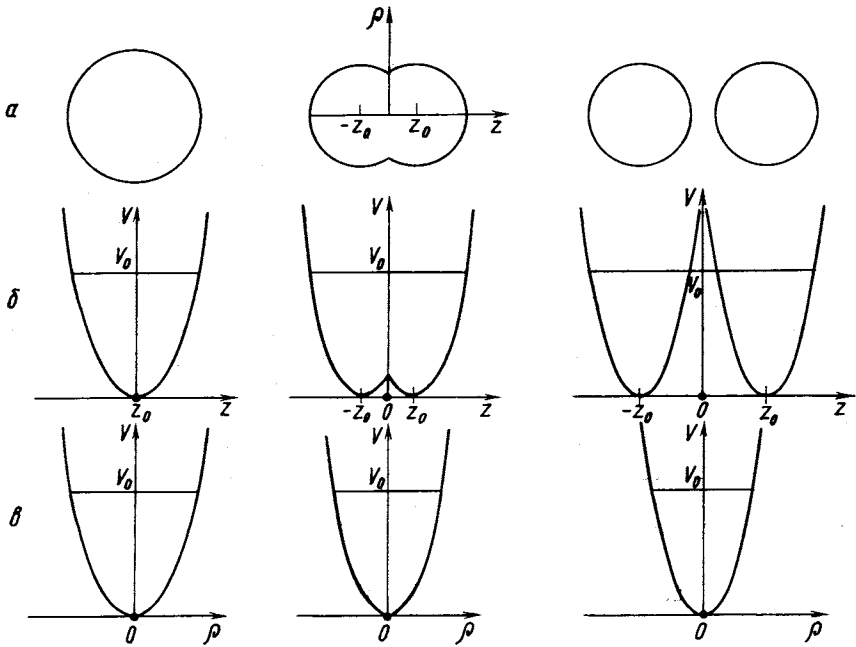


Рис. 2. Двухцентровая осцилляторная модель для трех стадий отделения центров (нулевой, средней и асимптотической):

a — поверхности ядер; *б* — потенциал в *z*-направлении; *в* — потенциал в ρ -направлении

[15—17] и затем в работе Мустафы, Мозеля и Шмитта [18], в которых рассчитывались поверхности потенциальной энергии (ППЭ) для некоторых делящихся ядер. Расчеты проводились на основе метода оболочечных поправок В. М. Струтинского [27], который излагается в разд. 2. В этих работах были ясно продемонстрированы преимущества двухцентровой модели оболочек, которая, в отличие от одноцентровой модели, позволяет рассчитать ППЭ от основного состояния компаунд-ядра вплоть до точки разделения фрагментов деления. Позже двухцентровая модель оболочек применялась также для расчетов ион-ионных потенциалов (потенциалы упругого рассеяния), для изучения процесса образования

ядерных молекул при столкновении идентичных ядер [28—30], в расчетах ППЭ пары сверхтяжелых элементов [31, 32] для изучения возможного механизма их деления. Результаты этих исследований суммируются в разд. 3.

Однако один лишь статический подход к задаче деления, основанный на расчетах ППЭ, не способен дать количественного сравнения теории с экспериментом, например, для распределений выходов продуктов реакции по массам и зарядам. Для этого наряду с потенциалом необходимо ввести в теорию так называемые массовые параметры (кинетическую энергию), связанные с коллективным движением системы. Это сделано в теории фрагментации, которая развита при помощи обобщения двухцентровой модели оболочек включением в нее двух дополнительных динамических коллективных координат, связанных с массовой и зарядовой фрагментацией каналов реакции [33—47]. Обсуждение массовых параметров проводится в разд. 4, а теория фрагментации дана в разд. 5.

Приложения теории фрагментации к задаче деления ядер [33—40] и к проблеме столкновения тяжелых ионов (ТИ) [36, 38, 41—46] приводятся в разд. 6 и 7. Пока расчеты здесь выполнены главным образом для массовых и зарядовых распределений выходов продуктов реакции, которые объясняют основные черты этих двух процессов.

В настоящее время делаются попытки развить теорию фрагментации в полностью динамическую теорию. С первой моделью таких расчетов можно познакомиться в работе [47]. В конце обзора даны заключительные замечания и перспективы этого подхода.

1. ДВУХЦЕНТРОВАЯ МОДЕЛЬ ОБОЛОЧЕК

Двухцентровая модель оболочек была впервые решена для симметричного двухцентрового гармонического осциллятора [8] (см. рис. 2). Хотя полученные решения можно было вполне использовать в качестве базиса для диагонализации добавочных членов в потенциале (члена спин-орбитальной связи l - и l^2 -члена) [9], эта первоначальная модель [8, 9] встретила с двумя практическими проблемами. Во-первых, аналитические решения задачи были получены только для случаев симметричного и полусимметричного (полуоси, которые перпендикулярны к линии, соединяющей центры потенциалов, равны) потенциалов. Во-вторых, два осциллятора не имели гладкого перехода; вместо этого образовывался пик в том месте потенциала, где соприкасались два его фрагмента. Теперь эти недостатки преодолены в более практичной асимметричной двухцентровой модели оболочек [12, 13, 18]. Другие, ранее развитые методы решений, предложенные Бонгом [19], а также Г. Д. Адеевым и др. [21], нарушают свойство несжимаемо-

сти ядерной материи; в работе Андерсона и др. [20] используется менее употребительная форма потенциала, предсказываемая моделью жидкой капли Никса [3]. Как вариант этого последнего метода в работе Альбрехта [25] используется форма потенциала из модели жидкой капли Лоуренса [48]. Поскольку идеи перехода от одноцентральной к двухцентральной модели оболочек можно лучше изучить в симметричной двухцентральной модели оболочек (СДМО), ниже рассмотрим кратко ранний вариант СДМО [8—11], а затем более совершенную асимметричную двухцентровую модель оболочек (АДМО) Маруна и Грайнера [13]. Эта АДМО совпадает с моделью, которая развивалась Мустафой и др. [18].

Недавно, в работе [49], был предложен метод решения для двухцентрального осцилляторного потенциала с конечной глубиной, который может оказаться полезным в будущем при использовании более реалистического (потенциала Саксона — Вудса) двухцентрального потенциала.

Симметричная двухцентровая модель оболочек. Гамильтониан для движения частицы в двухцентровом осцилляторном потенциале, записанный в цилиндрических координатах, имеет вид [8—11]:

$$H = -(\hbar^2/2m_0) \nabla^2 + [m_0\omega_0^2(z_0)/2] [\rho^2 + (|z| - z_0)^2] + V(l, s). \quad (1)$$

Первая часть потенциала $V(\rho, z)$ представляет собой два гармонических осцилляторных потенциала с центрами в точках $z = \pm z_0$ (см. рис. 2), второй член $V(l, s)$ зависит от углового момента и имеет вид

$$V(l, s) = -k\hbar\omega_0(z_0) \begin{cases} (2I_1s + \mu [I_1^2 - N(N+3)/2]), & z \leq 0; \\ (2I_2s + \mu [I_2^2 - N(N+3)/2]), & z \geq 0. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь I_1 и I_2 — угловые моменты частицы относительно центров $z = -z_0$ и $z = z_0$ соответственно. Расстояние между двумя центрами $\Delta z = 2z_0$ может быть приравнено к относительному расстоянию между двумя ядрами и является, таким образом, весьма важной координатой в задачах деления и столкновения ядер. Из уравнений (1) и (2) следует, что при $z_0 = 0$ осуществляется переход к сферической модели Нильссона, а при больших расстояниях между фрагментами z_0 (больших, чем радиусы фрагментов) возникают два одинаковых и хорошо разделенных потенциала одного типа.

Такой переход от составной сферической системы ($z_0 = 0$) к двум отдельным сферическим ядрам показан на рис. 2, а соответствующий этому переходу одночастичный спектр уровней приведен на рис. 3. Видно, что расчеты воспроизводят модели оболочек исходного ядра A и двух одинаковых фрагментов $A/2$, причем схема уровней для небольших расстояний между фрагментами ($z_0 \leq 2$ ферми) остается нильссоновского типа. Отметим, что детали спектра зависят от метода, применявшегося для выполнения

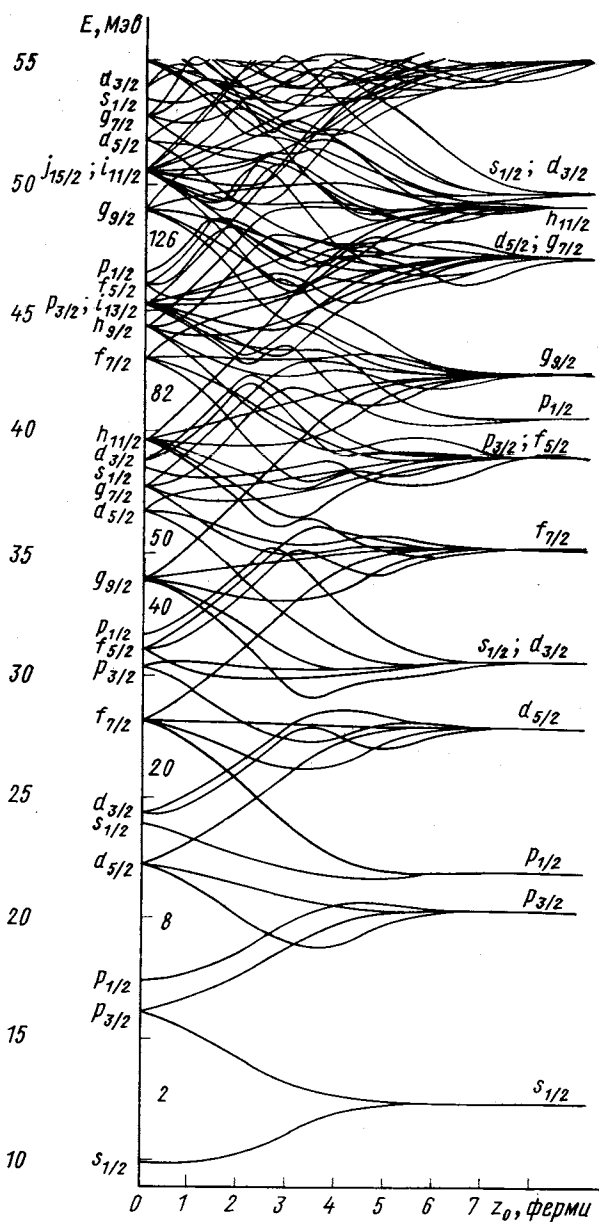


Рис. 3. Схема уровней симметричной двухцентральной модели оболочек со спинорбитальным и l^2 -членами для ядра ^{236}U (нейтроны) [11]

условия сохранения объема, хотя показано, что поверхности потенциальной энергии, рассчитанные по процедуре Струтинского (см. разд. 2), почти не изменяются при специальном выборе этих условий [10, 11]. Более подробные детали рассмотренной здесь модели можно найти в работах [8—11].

Асимметричная двухцентровая модель оболочек. Эта модель обобщает СДМО на случай, когда фрагменты могут иметь различные деформации, и учитывает округление барьера между двумя потенциалами. Потенциал и связанная с ним форма ядра приведены на рис. 4 и характеризуются следующими «естественными» параметрами [13]:

1) расстояние $\Delta z = z_1 - z_2$ между фрагментами. Как отмечалось выше, эта степень свободы наиболее прямо связана с процессами деления и столкновения ядер;

2) параметры деформации двух фрагментов, которые для случая симметрии относительно вращения вокруг оси z определяются как $\beta_1 = a_1/b_1$ и $\beta_2 = a_2/b_2$, или через частоты осцилляторов $\beta_1 = \omega_{\rho_1}/\omega_{z_1}$ и $\beta_2 = \omega_{\rho_2}/\omega_{z_2}$;

3) параметр шейки ε определяется как

$$\varepsilon = E_0/E', \quad (3)$$

где E_0 — фактическая высота барьера; E' — высота барьера двухцентрального осцилляторного потенциала:

$$E' = m_0\omega^2 z_1^2/2 = m_0\omega_{z_1}^2 z_1^2/2 = m_0\omega_{z_2}^2 z_2^2/2. \quad (4)$$

Это соотношение означает, что барьер имеет то же самое положение на оси z , как и в двухцентровом осцилляторе;

4) параметр асимметрии

$$Q = \omega_{\rho_2}/\omega_{\rho_1} = \beta_2\omega_{z_2}/\beta_1\omega_{z_1} \quad (5)$$

непосредственно не связан с отношением масс фрагментов, за исключением случая нулевого расстояния между фрагментами и случая, когда отделившиеся фрагменты имеют чисто эллипсо-

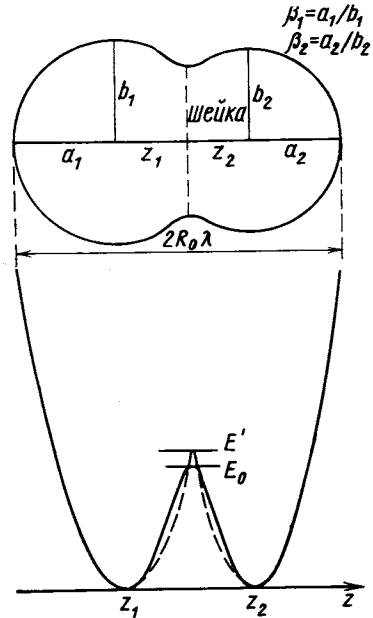


Рис. 4. Вид асимметричного двухцентрального потенциала вдоль оси z и параметры модели

идальную форму с отношением масс (объемов)

$$v_1/v_2 = a_1 b_1^3 / a_2 b_2^3 = (\beta_1/\beta_2) Q^3. \quad (6)$$

В этом пределе Q прямо связан с основной координатой теории фрагментации, характеризующей распределение массы ядра по фрагментам (см. разд. 5).

Потенциал асимметричной двухцентральной модели оболочек имеет следующий вид:

$$V(\rho, z) = \begin{cases} m_0 \omega_{z_1}^2 (z'^2 + \beta_1^2 \rho^2)/2, & z < z_1; \\ f_0 m_0 \omega_i^2 z'^2 (1 + c_i z' + d_i z'^2)/2 + m_0 \omega_{z_i}^2 \beta_i^2 \rho^2 (1 + g_i z'^2)/2, & i = 1 \text{ и } 2; \quad z_1 < z < 0; \quad 0 < z < z_2; \\ m_0 \omega_{z_2}^2 (z'^2 + \beta_2^2 \rho^2)/2, & z > z_2, \end{cases} \quad (7)$$

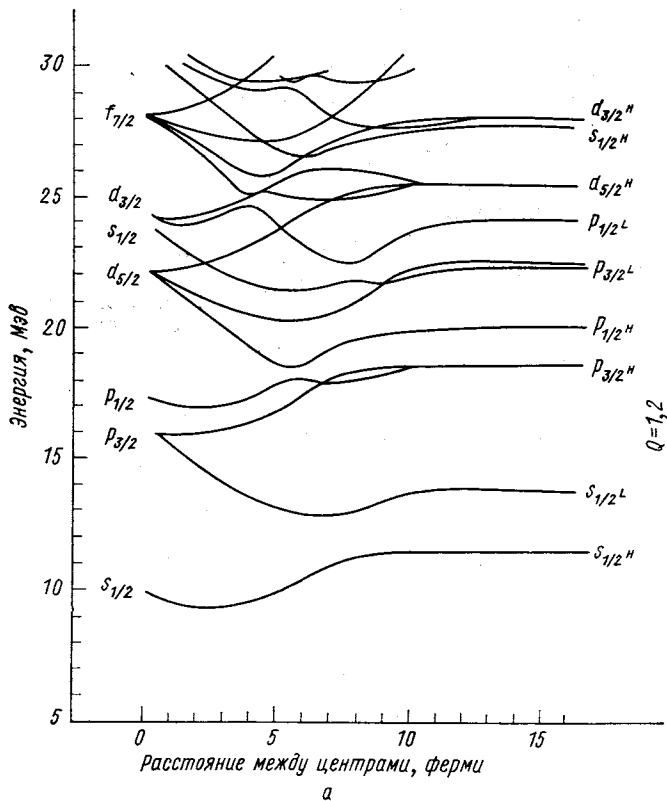


Рис. 5. Схема уровней асимметричной двухцентральной модели ядра ^{238}U , для асимптотически — нижняя часть спектра;

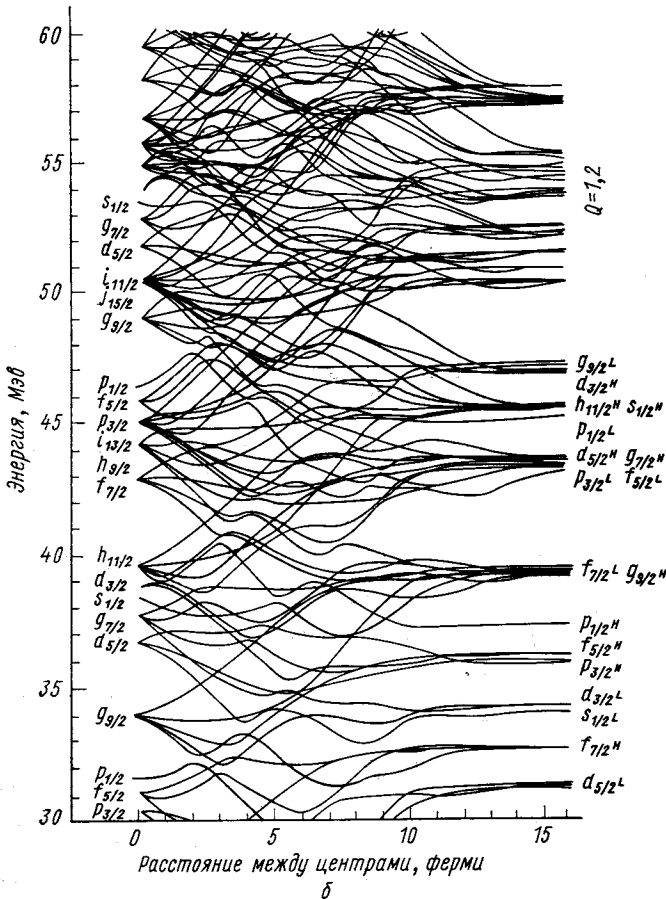
где

$$z' = \begin{cases} z - z_1, & z < 0; \\ z - z_2, & z > 0. \end{cases}$$

Коэффициенты g_1 и g_2 введены для того, чтобы избежать появления пиков в потенциале, и определяются из требования непрерывности потенциала и его производных по z при $z = 0$. Это требование дает уравнение (4) и

$$g_1 = (1 - Q^2)/(z_1 \Delta z) \quad \text{и} \quad g_2 = (1 - Q^2)/(z_2 \Delta z Q^2). \quad (8)$$

Множитель $f_0(1 + cz' + dz'^2)$ учитывает зависимость высоты барьера от параметра шейки ϵ . Зависимость осцилляторных частот



дели оболочек с учетом спин-орбитального и l^2 -членов
ского значения $Q = 1,2$:

б — верхняя (из работы [13])

ω от относительного расстояния Δz между фрагментами определяется численно из условия сохранения объема. Это условие означает, что поверхность ядра является эквипотенциальной поверхностью потенциала, которая ограничивает один и тот же объем на каждом этапе разделения фрагментов [10].

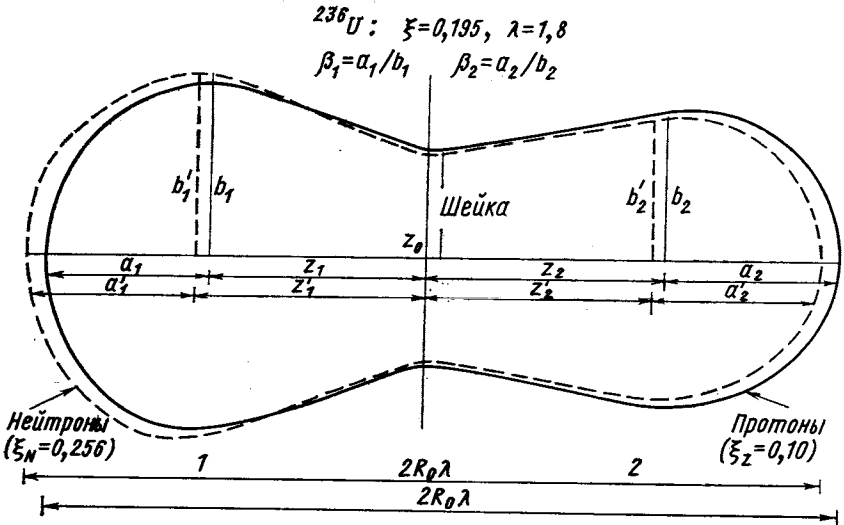


Рис. 6. Вид параметров асимметричной двухцентральной модели оболочек для протонов и нейтронов (из работы [39])

Для практических расчетов необходимо добавить к потенциалу $1s$ - и 1^2 -члены, так что полный гамильтониан модели будет иметь вид

$$H = (-\hbar^2/2m_0)\nabla^2 + V(\rho, z) + V(l, s). \quad (9)$$

Собственные значения этого гамильтониана находятся диагонализацией в базисе состояний, которые являются полностью аналитическими решениями уравнения Шредингера с потенциалом (7) для частного случая $c_i = d_i = 0$ и $\beta_1\omega_{z_1} = \beta_2\omega_{z_2}$ (последнее равносильно $Q = 1$ и $g_i = 0$).

Частота ω_ρ выбиралась эмпирически как минимум значений ω_{ρ_1} и ω_{ρ_2} . Полученная в результате расчетов схема уровней одночастичных состояний в зависимости от расстояния между центрами для ядра ^{238}U дана на рис. 5. Для параметра асимметрии Q выбиралась следующая зависимость от Δz : $Q = 1 + 0,02\Delta z$ для $\Delta z < 10$ ферми и $Q = 1,2$ для $\Delta z \geq 10$ ферми. Асимптотическое значение $Q = 1,2$ соответствует фрагментам с массами 151 и 87. Из рис. 5 видно, что схема уровней воспроизводит предельные случаи начального сферического осциллятора при $\Delta z = 0$ и разделение его на два отдельных сферических осциллятора, соответ-

ствующих тяжелому и легкому фрагментам (на схеме уровней индексы одночастичных состояний обозначены соответственно H для тяжелого и L для легкого фрагментов). Вид распределений протонов и нейтронов, движущихся в связанных одночастичных осцилляторах АДМО [39], на одном из этапов разделения дан на рис. 6. Дальнейшие детали этой модели можно найти в работах [13, 18].

2. МЕТОД ОБОЛОЧЕЧНЫХ ПОПРАВОК СТРУТИНСКОГО

Майерс и Святецки [50] первые поняли, что небольшие, но систематические отклонения эмпирических масс ядер от их весьма точных значений, вычисленных по модели жидкой капли, тесно связаны с оболочечной структурой ядер, и феноменологически ввели понятие «оболочечной поправки». Впоследствии В. М. Струтинский предложил полумикроскопический метод расчета этих поправок при помощи перенормировки суммы одночастичных

энергий $\sum_{\nu=1}^A \epsilon_{\nu}(\beta)$, вычисленных в рамках выбранной модели

оболочек, которая, впрочем, при больших деформациях не способна дать правильное значение энергии деформации [51], на соответствующую энергию E_{LDM} модели жидкой капли. Таким образом ему удалось без введения каких-либо новых параметров обобщить сферические оболочечные поправки Майерса и Святецкого на случай любых деформаций. Весьма хорошие обзоры метода оболочечных поправок Струтинского содержатся в работах [2, 52]. Брак в работе [52] обсуждает проверку метода оболочечных поправок сравнением с результатами расчетов по методу Хартри — Фока и связь его с недавно появившимися статистическим и полуклассическим подходами. Здесь в общих чертах опишем обычную процедуру Струтинского [27] и только коснемся нового определения оболочечных поправок, предложенного в работе [53].

Оболочечная поправка δU согласно [27] зависит от числа нуклонов A , деформации ядра β и определяется как

$$\delta U = \sum_{\nu=1}^A \epsilon_{\nu}(\beta) - \tilde{U}(A, \beta). \quad (10)$$

Гладкая часть энергетической суммы \tilde{U} выражается через среднюю плотность уровней $\tilde{g}(E)$:

$$\tilde{U}(A, \beta) = \int_{-\infty}^{\lambda} E \tilde{g}(E) dE, \quad (11)$$

где энергия Ферми λ определяется из условия нормировки на число нуклонов:

$$A = \int_{-\infty}^{\lambda} \tilde{g}(E) dE. \quad (12)$$

В свою очередь, средняя плотность уровней $\tilde{g}(E)$ находится энергетическим усреднением одночастичного спектра ϵ_i с гауссовой функцией:

$$\tilde{g}(E) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\gamma} \sum_{\nu} \exp\left[-\left(\frac{E-\epsilon_{\nu}}{\gamma}\right)^2\right] P_M\left(\frac{E-\epsilon_{\nu}}{\gamma}\right). \quad (13)$$

Параметр сглаживания γ выбирается порядка расстояния между главными оболочками $\hbar\omega$, а $P_M(x)$ — полином степени M , корректирующий крупномасштабные осцилляции в плотности уровней, так называемый корректирующий полином.

Описанная процедура перенормировки напоминает учет поправок к оболочечно-модельной энергии из уравнения (10), обусловленных энергией спаривания. Разность между БКШ-энергией и энергией по модели оболочек есть энергия спаривания P :

$$P = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} v_{\nu}^2 - \Delta^2/G - \sum_{\nu=1}^A \epsilon_{\nu}, \quad (14)$$

так что поправка на энергию спаривания

$$\delta P = P - \tilde{P}. \quad (15)$$

Здесь \tilde{P} — гладкая часть энергии спаривания, определяемая из однородного распределения одночастичных состояний [27, 52].

С учетом δU и δP для протонов и нейтронов полная энергия системы

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{LDM}} + \sum_{p, n} (\delta U + \delta P). \quad (16)$$

Полную поправку, обусловленную оболочечной структурой и энергией спаривания, иногда называют в литературе оболочечным эффектом.

Метод Струтинского широко применялся в расчетах энергии деформации ядер (ППЭ) с использованием в качестве среднего поля как гармонических осцилляторов, так и потенциалов с конечной глубиной. Как уже отмечалось во введении, при расчетах с потенциалами с конечной глубиной встретились трудности, которые вызваны тем, что число связанных состояний выше поверхности Ферми недостаточно для прямого проведения процедуры усреднения. На практике приходилось вводить произвольное обрезание пространства одночастичных состояний.

В. М. Струтинский и Ф. А. Иванюк [53] показали, что эти осложнения возникают из-за того, что метод Струтинского явно сформулирован для бесконечного интервала определения осциллирующих функций, таких, как плотность уровней. Было предложено в общем случае находить гладкую компоненту усреднением по большому, но конечному интервалу при помощи подгонки по методу наименьших квадратов (МНК). Эта новая процедура снимает трудности для потенциалов с конечной глубиной и содержит, в частности, случай бесконечного интервала усреднения. Согласно этой работе, вместо (16) полная энергия системы

$$E_{\text{tot}} = E_{\text{LSD}} + \delta U, \quad (17)$$

где E_{LSD} — энергия в модели жидкой капли, параметры которой находились МНК подгонкой к экспериментальным значениям масс ядер. Это приводит к такому формальному определению δU , что его среднее значение по области ядер, по которым определялась E_{LSD} :

$$\langle \delta U \rangle_{\text{LSD}} = 0. \quad (18)$$

Процедура МНК-подгонки означает по-существу замену полинома P_M в уравнении (13) новой функцией

$$K_M(y, x) = \sum_{k=0}^M P_k(y) P_k(x). \quad (19)$$

Первые результаты вычислений оболочечных поправок по новому определению весьма ободряют и для δU несколько отличаются от вычисленных по старому способу.

3. ВЫЧИСЛЕНИЯ ПОВЕРХНОСТЕЙ ПОТЕНЦИАЛЬНОЙ ЭНЕРГИИ

Впервые расчеты ППЭ для некоторых делящихся ядер на основе двухцентральной модели оболочек и метода оболочечных поправок были проведены Андерсоном и др. [20]. Однако более полные расчеты выполнены Мозелем и Шмиттом [16], где ППЭ рассчитывались в виде двухмерных контуров как функции расстояния между фрагментами Δz и параметра шейки ϵ (см. рис. 1—11 в работе [16]). В обоих исследованиях допускалась только зеркально-симметричная форма делящихся яд, хотя двухцентральный потенциал был уже сглажен у шейки. Обобщение на случай асимметричного деления было сделано Мустафой, Мозелем и Шмиттом [18], которые рассчитывали ППЭ как функции параметра массовой асимметрии $Q = A_1/A_2$ (отношение объемов двух фрагментов) при нескольких значениях параметра шейки ϵ (см. рис. 7—11, 14, 15 в работе [18]), а также как двухмерные контуры от параметров шейки и массовой асимметрии (см. рис. 2 и 12 в работе [18]) при условии минимизации энергии относительно оставшихся двух

параметров деформации фрагментов. На основании этих расчетов ППЭ в хорошем согласии с экспериментом были предсказаны высоты барьеров деления (в области $A = 200$), деление изомеров (в тяжелых актиноидах), предпочтение выхода симметричных (в случае ^{202}Pb , ^{210}Po , ^{258}Fm и ^{264}Fm) или асимметричных (в случае ^{236}U , ^{248}Cm , ^{252}Fm и ^{256}Fm) продуктов деления и переход от асимметричного деления в области второй седловой точки к симметричному в районе расщепления фрагментов (для ^{202}Pb и ^{210}Po). Важным результатом исследования [18], который используется в последующих расчетах (см. разд. 6), является утверждение, что наблюдаемая экспериментально массовая асимметрия деления, т. е. асимметрия распределения массы делящегося ядра по фрагментам, коррелирует с расчетами ППЭ для значений параметра расстояния между центрами Δz в районе расщепления фрагментов.

Расчеты ППЭ в двухцентрковой модели оболочек проводились также для сверхтяжелых элементов ($AZ -$) $^{296}112$ и $^{298}114$ для симметричной и асимметричной форм деления на том основании, что эти элементы, если бы они были получены, должны были бы испытывать деление [31, 32]. Для элемента $^{296}112$ ППЭ не имеют второго минимума, а для элемента $^{298}114$ он получается очень мелким. За седловой точкой ППЭ медленно убывают с изменением расстояния между центрами. При небольших расстояниях Δz для элемента $^{298}114$ имеет место асимметричный способ деления, но с увеличением расстояния между фрагментами предпочтительнее становится симметричная форма. В обоих примерах при больших деформациях делящегося ядра (в районе расщепления фрагментов) ППЭ близки к предсказываемым моделью жидкой капли. Это указывает на мягкость ожидаемых симметричных осколков деления.

Мозелем, Томасом и Рейзенфельдтом [29] расчеты ППЭ в двухцентрковой модели оболочек были распространены на случай столкновения ТИ. В предположении адиабатичности относительно одночастичного движения, которое определялось моделью оболочек, рассчитывались потенциалы упругого рассеяния одинаковых ядер $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$, $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ и $^{18}\text{O} + ^{18}\text{O}$. Поскольку двухцентрковая модель оболочек естественно содержит в себе структуру молекулярного типа для делящихся ядер, предполагалось, что приложение ее к этой задаче может быть полезным. Интересно отметить, что в согласии с оптико-модельными потенциалами, выведенными из экспериментов по рассеянию [55], для системы $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ расчеты дали относительно мелкий потенциал. Моревич и Грайнер [30] эти потенциалы конструировали для большого числа систем от $^{12}\text{C} + ^{12}\text{C}$ до $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$. Расчеты проводились как в приближении удара, так и в адиабатическом приближении относительно коллективных степеней свободы (параметров деформации), и для случая приближения удара в модель жидкой капли включался

член энергии сжатия. Систематическое исследование потенциалов в приближении удара показало, что минимум потенциала, ответственный за образование ядерных молекул, достаточно глубок даже при рассеянии весьма тяжелых ионов. Минимум начинает исчезать в районе ядер Nd или Dy. При адиабатическом приближении необходимо знать полные ППЭ, и их расчеты для нескольких систем подтверждают общие результаты, полученные для потенциалов в приближении удара. Пока не ясно, какое из этих приближений отвечает действительному механизму реакции. Возможно, что истина находится между ними, вероятно, ближе к адиабатическому случаю.

В заключение необходимо отметить, что поверхности потенциальной энергии, рассчитанные с использованием (16), справедливы лишь приближенно. Так как эта энергия содержит уже кинетическую энергию коллективных степеней свободы, из нее необходимо вычесть кинетические энергии центров масс коллективных степеней свободы. Аналогично необходимо соблюдать точность для потенциальной энергии центров масс фрагментов, обусловленной описанием коллективных мод при помощи координаты Δz_0 . Вклад этой энергии в ППЭ двухцентровой модели оболочек недавно был оценен Рейнхардтом [56]. Для движения центра масс системы как целой (в x -, y - и z -направлениях) вклад кинетической энергии центров фрагментов пренебрежимо мал, в то же время он заметно нарастает для ротационных (вокруг x - и y -осей) и колебательных (по Δz_0) степеней свободы (около 4,5 Мэв в самых тяжелых ядрах и 9 Мэв в самых легких) и сильно зависит от изменения структуры спаривания. Вклад потенциальной энергии центров фрагментов весьма мал ($\sim 0,2$ Мэв) для тяжелых ядер, но значительно возрастает (~ 2 Мэв) для легчайших ядер. Таким образом, согласно этим оценкам, расчеты ППЭ для процессов деления и столкновения тяжелых ионов можно считать достаточно точными.

4. МАССОВЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Здесь кратко обсудим метод расчета массовых параметров. В настоящее время наиболее практичным и общим методом расчета массовых параметров B_{ij} является модель принудительного вращения, или кренкинг-модель Инглиса [57] в БКШ-формализме [58]. Выражение для массовых параметров в первоначальной кренкинг-модели [57] имеет вид

$$B_{x_i x_j} = 2\hbar^2 \sum_{n \neq 0} \langle \varphi_0 | \partial / \partial x_i | \varphi_n \rangle \langle \varphi_n | \partial / \partial x_j | \varphi_0 \rangle / (E_n - E_0), \quad (20)$$

где $|\varphi_0\rangle$ и $|\varphi_n\rangle$ — волновые функции основного и возбужденных состояний системы с энергиями E_0 и E_n соответственно. Выражение (20) справедливо при условии, что кинетическая энергия есть

билинейная форма скоростей

$$T = \frac{1}{2} \sum_{i,j} B_{x_i x_j} \dot{x}_i \dot{x}_j \quad (24)$$

и мала по сравнению с энергией внутреннего движения нуклонов (адиабатическое приближение). В работе [59] показано, что при отказе от адиабатического приближения возникают более высокие степени скоростей, эквивалентные введению масс, зависящих от скорости. Применение этого последнего метода к практическим задачам открывает новые возможности для исследований в делении ядер и столкновений тяжелых ионов.

При учете парного взаимодействия уравнение (20) принимает следующий вид [58]:

$$B_{x_i x_j} = 2\hbar^2 \sum_{\mu, \nu} \frac{\langle \mu | \partial H / \partial x_i | \nu \rangle \langle \nu | \partial H / \partial x_j | \mu \rangle}{(\tilde{\epsilon}_\mu + \tilde{\epsilon}_\nu)^3} (u_\mu v_\nu + u_\nu v_\mu)^2 + P_{ij}, \quad (22)$$

где $\tilde{\epsilon}_\mu$ и $\tilde{\epsilon}_\nu$ — квазичастичные энергии; P_{ij} — малый поправочный член, который учитывает зависимость поверхности Ферми и энергетической щели от деформации [2].

Лихтнер и др. [60] использовали уравнение (22) для изучения координатной зависимости массовых параметров в модели СДМО для процессов деления и столкновения ТИ. Было показано, что при больших расстояниях между фрагментами массовый параметр B_{RR} движения центров масс фрагментов стремится к приведенной массе фрагментов, а массовый параметр $B_{\beta\beta}$ деформационных координат стремится к постоянному значению, равному двум массовым параметрам β -вибраций в отдельных фрагментах. Однако для малых расстояний между фрагментами массовый параметр B_{RR} более чем на порядок больше значения приведенной массы и как B_{RR} , так и $B_{\beta\beta}$ оказываются сильнофлуктуирующими величинами.

Как впервые отмечалось С. Т. Беляевым [58], эти флуктуации в B_{RR} связаны с изменением значений вероятностей заполнения v_i одночастичных состояний. За точкой расщепления фрагментов вероятности заполнения становятся константами, флуктуации в значении параметра B_{RR} исчезают, а небольшое плавное изменение его при стремлении к приведенной массе определяется изменением одночастичных волновых функций с деформацией. Как и ожидалось, интерференционный массовый член $B_{R\beta}$ после точки расщепления фрагментов, когда движения по R и β становятся несвязанными, стремится к нулю. Далее в теории фрагментации уравнение (22) применяется для расчетов массовых параметров по модели АДМО.

5. ТЕОРИЯ ФРАГМЕНТАЦИИ

Теория фрагментации описывает двухчастичные реакции, в которых компаунд-система распадается на две частицы или образуется из них. Поэтому выбор координат теории должен быть таким, чтобы их определение в асимптотической области можно было экстраполировать в область взаимодействия и наоборот. В принципе такая экстраполяция к области взаимодействия (или перекрытия фрагментов) выглядит произвольной, поскольку экспериментально измеримыми величинами в процессах деления и столкновения ядер являются поперечные сечения, которые определяются асимптотическим поведением волновой функции. На практике, однако, это не так, потому что в процессе деления ядер массовые и зарядовые распределения осколков деления формируются уже перед расщеплением фрагментов, а при столкновении ядер большая часть процесса передачи происходит в области взаимодействия. Разделим ядерную систему в области взаимодействия на две части (фрагмента) 1 и 2 при помощи перпендикулярной плоскости, проведенной через область шейки составной системы (см. рис. 6). Точное положение этой плоскости не имеет большого значения, поскольку она проходит через точку касания фрагментов во время их расщепления. Практически точка выбирается у шейки между фрагментами. Такое разделение области взаимодействия предполагает, что в ядерных реакциях при низких энергиях ядерная плотность остается несжимаемой и, следовательно, для описания распределения плотностей ядра достаточно задать только координаты поверхности. Обсудим здесь коллективные координаты, выбранные для описания как ядерной системы, так и системы ядро-ядро, а затем на основе этих координат построим гамильтониан и изложим метод его оценки.

Коллективные координаты. При рассмотрении только двухчастичных каналов реакции введем следующие координаты для определения ядерной системы:

1) относительное расстояние R между центрами масс двух ядер, которое в двухцентровой модели оболочек приблизительно равно расстоянию Δz между центрами двух потенциалов. Область перекрытия характеризуется безразмерным параметром $\lambda = l/2R_0$, где $l = a_1 + a_2 + z_2 - z_1$ (см. рис. 4); R_0 — радиус соответствующей сферической системы;

2) коллективные координаты поверхности $\alpha^{(1)}$ и $\alpha^{(2)}$ двух ядер (или фрагментов). Для систем с аксиальной симметрией вокруг оси, соединяющей центры, эти координаты сводятся к координатам квадруполярной деформации β_1 и β_2 соответственно. В области перекрытия их определение уже дано на рис. 4 и 6;

3) параметр шейки ε , определяемый (3). В асимптотическом пределе $\varepsilon = 1$.

Дополнительно к этим трем обычным координатам АДМО используются следующие две новые координаты [33—35, 37, 39]:

4) координаты массовой и зарядовой фрагментации соответственно:

$$\eta = (A_1 - A_2)/(A_1 + A_2) \quad \text{и} \quad \eta_z = (Z_1 - Z_2)/(Z_1 + Z_2). \quad (23)$$

Подобным же образом можно определить координату нейтронной асимметрии $\eta_N = (N_1 - N_2)/(N_1 + N_2)$. Однако за динамические координаты достаточно принять любые две из этих трех, поскольку

$$\eta = (Z/A) \eta_z + (N/A) \eta_n, \quad (24)$$

где $A = A_1 + A_2$; $Z = Z_1 + Z_2$ и $N = N_1 + N_2$.

Введение новых координат (23) выгодно тем, что и η , и η_z прямо связаны с экспериментальными данными. Действительно, в процессах деления ядер и столкновения тяжелых ионов измеряются выходы продуктов реакции и распределение их по массе и заряду. Кроме того, значение $\eta = 0$ соответствует симметричной конфигурации (два одинаковых фрагмента), а $\eta = \pm 1$ — полному слиянию ядер. Таким образом, координата η единым образом описывает процесс деления так же, как и малонуклонные, мультинуклонные, кластерные передачи, неполное или полное слияние ядер в столкновениях тяжелых ионов. В то же время координата η_z дает описание дисперсии заряда по фрагментам.

Очевидно, что определение (23) справедливо только в асимптотическом пределе, характеризуемом как $R \gg R_c$. Здесь R_c — некоторое критическое расстояние, при котором два ядра входят в тесный контакт друг с другом. Для того чтобы провести определение (23) в область взаимодействия ($R < R_c$) заметим, что число нуклонов при этом не остается хорошим квантовым числом, так как они с определенной вероятностью могут принадлежать фрагментам 1 и 2. Определим координату массовой асимметрии (или аналогично η_z) через плотность ядра ρ следующим образом:

$$\eta = \left(\int_1 \rho dr_1 - \int_2 \rho dr_2 \right) / \int \rho dr = (1/A) \left(\int_1 \rho dr_1 - \int_2 \rho dr_2 \right), \quad (25)$$

где $\rho(x) = \int \Psi^*(x_1, \dots, x_N) \hat{\rho}(x) \Psi(x_1, \dots, x_N) dr_N$ выражается через оператор плотности нуклонов в нуклонных координатах $\hat{\rho} = \sum_{i=1}^A \delta(x_i - x)$; Ψ — полная внутренняя многочастичная волновая функция, нормированная на единицу.

Из (23) и (25) следует, что η и η_z в асимптотической области имеют дискретные значения, а в области перекрытия — непрерывные. Это особое свойство η и η_z иметь дискретные или непрерывные значения в зависимости от расстояния R позволяет изучать

деление и столкновение ТИ последовательно по траектории деления или столкновения.

Для однородного распределения плотности нуклонов в ядре координаты η и η_z сводятся, очевидно, к более простым координатам асимметрии объемов фрагментов ξ и ξ_z . Тогда

$$\eta \rightarrow \xi = \left(\int_1 dr_1 - \int_2 dr_2 \right) / \int dr = (v_1 - v_2) / (v_1 + v_2) \quad (26)$$

ρ_{const}

и таким же образом $\eta_z \rightarrow \xi_z$. Действительно, ξ и ξ_z — чисто геометрические координаты, они легко рассчитываются для каждой фиксированной формы ядра в двухцентровой модели, в то время как η и η_z содержат ядерные многочастичные волновые функции. Ясно, что переменные η и ξ взаимозависимы:

$$\left. \begin{aligned} \eta &= \eta(\xi, \xi_z, R, \alpha_i) \quad \text{или} \quad \xi = \xi(\eta, \eta_z, R, \alpha_i) \\ \text{и} \\ \eta_z &= \eta_z(\xi, \xi_z, R, \alpha_i) \quad \text{или} \quad \xi_z = \xi_z(\eta, \eta_z, R, \alpha_i). \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Во время перекрытия двух ядер-фрагментов внутренние волновые функции Ψ , следуя изменениям потенциала, будут иметь примерно одинаковое с ним пространственное распределение. Следовательно,

$$\eta = \xi \quad \text{для} \quad R < R_c. \quad (28)$$

Это приближение, как показано в работе [44], оказывается довольно хорошим. Так как полный объем, занимаемый A , Z или N , один и тот же, следует, что аналогично

$$\eta_z \approx \xi_z \quad \text{и} \quad \eta_N \approx \xi_N \quad \text{для} \quad R < R_c. \quad (29)$$

Однако в асимптотической области ($R \geq R_c$) связь между η и ξ существенно зависит от процедуры заполнения нуклонами двухцентровых одночастичных состояний, так как именно это определяет распределение массы по фрагментам. Обычная процедура состоит в том, что для каждого значения ξ (или других коллективных параметров) конструируется детерминант Слэтера с заполненными низжайшими одночастичными состояниями вплоть до ферми-поверхности. Для полностью расщепленных потенциалов в АДМО ферми-поверхность совпадает с одночастичным уровнем в каждой яме. Только для одинаковых фрагментов, из-за вырождения уровней в обеих ямах, уровень Ферми будет располагаться в обоих потенциалах. Такое заполнение одночастичных состояний асимптотически приводит [34, 44] к ступенчатому соотношению между ξ и η .

Однако, как уже отмечалось выше, динамику процесса деления можно рассматривать только до точки расщепления фрагмен-

тов ($R < R_c$). С другой стороны, для столкновения ТИ использование η и η_z вместо ξ и ξ_z может привести к некоторым заметным эффектам. Этот вопрос достоин дальнейшего исследования.

Коллективный гамильтониан и его оценка. Коллективный гамильтониан зависит от координат \mathbf{R} , $\alpha^{(1)}$, $\alpha^{(2)}$, η и η_z и их скоростей. Его можно записать как

$$H = T(\mathbf{R}, \alpha, \eta, \eta_z; \dot{\mathbf{R}}, \dot{\alpha}, \dot{\eta}, \dot{\eta}_z) + V(\mathbf{R}, \alpha, \eta, \eta_z), \quad (30)$$

где член кинетической энергии T следующим образом выражается через массовые параметры B_{ij} :

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} B_{RR} \dot{\mathbf{R}}^2 + \frac{1}{2} B_{\alpha\alpha} \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} B_{\eta\eta} \dot{\eta}^2 + \frac{1}{2} B_{\eta_z\eta_z} \dot{\eta}_z^2 + \\ & + B_{R\alpha} \dot{\mathbf{R}}\dot{\alpha} + B_{R\eta} \dot{\mathbf{R}}\dot{\eta} + B_{R\eta_z} \dot{\mathbf{R}}\dot{\eta}_z + \\ & + B_{\alpha\eta} \dot{\alpha}\dot{\eta} + B_{\alpha\eta_z} \dot{\alpha}\dot{\eta}_z + B_{\eta\eta_z} \dot{\eta}\dot{\eta}_z. \end{aligned} \quad (31)$$

Коллективный потенциал V находится по методу Струтинского (см. уравнение (16)) при помощи перенормировки суммы $\sum_{\nu=1}^A \epsilon_\nu$ одночастичных энергий $\epsilon_\nu(\mathbf{R}, \xi, \xi_z, \epsilon, \beta_1, \beta_2)$ асимметричной двухцентровой модели оболочек, причем используется модель жидкой капли Майерса и Святецкого [50] с модифицированной константой поверхностной асимметрии [61]. В области взаимодействия ($R < R_c$) потенциал минимизируется по ϵ , β_1 и β_2 , что предполагает адиабатичность по этим координатам. При таком упрощении мы избегаем динамического рассмотрения по этим координатам. Коллективная энергия, минимизированная в $\epsilon - \beta$ -пространстве, становится равной ($\eta \approx \xi$ и $\eta_z \approx \xi_z$):

$$\begin{aligned} E = & B_{RR} \dot{\mathbf{R}}^2/2 + B_{\xi\xi} \dot{\xi}^2/2 + B_{\xi_z\xi_z} \dot{\xi}_z^2/2 + \\ & + B_{R\xi} \dot{\mathbf{R}}\dot{\xi} + B_{R\xi_z} \dot{\mathbf{R}}\dot{\xi}_z + B_{\xi\xi_z} \dot{\xi}\dot{\xi}_z + V(\mathbf{R}, \xi, \xi_z). \end{aligned} \quad (32)$$

Массовые параметры B_{ij} рассчитываются в рамках АДМО по кренкинг-формуле с учетом спаривания [см. (22)].

В асимптотической области ($R \geq R_c$) потенциал есть просто кулоновское взаимодействие плюс сумма энергий связи основных состояний двух фрагментов:

$$V(\mathbf{R}, \eta, \eta_z, \beta_1, \beta_2) = Z_1 Z_2 e^2 / R - B(A_1, Z_1, \beta_1) - B(A_2, Z_2, \beta_2). \quad (33)$$

Энергии связи $B(A_i, Z_i, \beta_i)$ берутся из таблиц атомных масс Сигера [62], где они даны для $Z \geq 20$ с учетом оболочечных поправок, рассчитанных по модели Нильссона. Так как для больших расстояний между фрагментами двухцентровая модель оболочек переходит в модель Нильссона для каждого фрагмента (см.

разд. 1), потенциал имеет непрерывный переход от области взаимодействия к асимптотической области. Справедливость этого подтверждается прямыми расчетами [44] по двухцентровой модели в асимптотической области. Потенциал $V(R, \eta, \eta_z)$ находится затем [37] при помощи минимизации его для каждой возможной фрагментации по массе и заряду. Другими словами, потенциал дисперсии заряда $V(\eta_z)$ рассчитывается для каждого значения η , тем самым минимизация по координате β выполняется автоматически. Отметим, что для $R \rightarrow \infty$, V в (33) не зависит от R , кроме как через дальнедействующий кулоновский потенциал, так что $V(\eta, \eta_z)$ описывает чисто ядерные эффекты, обусловленные различием структур в разных фрагментах. Коллективная энергия снова дается уравнением (32) с заменой $\xi \rightarrow \eta$ и $\xi_z \rightarrow \eta_z$.

Для определения асимптотических значений массовых параметров $B_{\eta\eta}$ и $B_{\eta_z\eta_z}$ заметим, что двухцентровая модель оболочек строится в понятиях координат ξ и ξ_z . Следовательно, выражение для кренкинг-модели (22) дает массы $B_{\xi\xi}$ и $B_{\xi_z\xi_z}$, которые, используя (27), можно преобразовать в массы η - и η_z -движений. Так, можно записать [34, 36]:

$$\frac{1}{2} B_{\xi\xi} \dot{\xi}^2 = \frac{1}{2} B_{\xi\xi} \left(\frac{\partial \xi}{\partial \eta} \dot{\eta} + \frac{\partial \xi}{\partial \eta_z} \dot{\eta}_z + \frac{\partial \xi}{\partial R} \dot{R} + \frac{\partial \xi}{\partial \alpha_i} \dot{\alpha}_i \right)^2. \quad (34)$$

В первом приближении (34) дает нам $\xi(\eta)$ и $\xi_z(\eta_z)$. Например, можно получить

$$B_{\xi\xi} \dot{\xi}^2 / 2 = B_{\eta\eta} \dot{\eta}^2 / 2$$

вместе с

$$B_{\eta\eta} = B_{\xi\xi} (\partial \xi / \partial \eta)^2 \quad (35)$$

и аналогично

$$B_{\eta_z\eta_z} = B_{\xi_z\xi_z} (\partial \xi_z / \partial \eta_z)^2. \quad (36)$$

Следовательно, массовые параметры $\eta\eta$ и $\eta_z\eta_z$ определяются уравнениями (27) при помощи факторов $(\partial \xi / \partial \eta)^2$ и $(\partial \xi_z / \partial \eta_z)$. Проверочный расчет был выполнен в работе [44]. Как и ожидалось [60], для области $R > R_c$ массовый параметр B_{RR} приближается к значению приведенной массы системы, а массовый параметр связи $B_{R\eta}$ становится пренебрежимо мал.

Ниже рассмотрим приложение этой теории к задачам деления ядер (разд. 6) и столкновения ТИ (разд. 7).

6. ДЕЛЕНИЕ ЯДЕР

Двухцентровую модель впервые применили к задаче деления Ирвайн и Пву [63], которые, используя для расчета проницаемости через барьер ВКБ-приближение, получили довольно хорошие результаты для массовых выходов осколков спонтанного деления

в области актиноидов. Пву и Кагель [64] развили динамическую трактовку расчета распределения массы деления как функции энергии возбуждения компаунд-ядра на основе схематических двумерных расчетов ППЭ типа двухцентровой модели оболочек. При введении некоторой формы начального волнового пакета полная зависящая от времени волновая функция системы выражалась через разложение по стационарным состояниям. Выражение для распределения масс осколков деления находилось затем подстановкой времени жизни деления в конечную, зависящую от времени волновую функцию, которая для спонтанного деления сводится к выражению сходному с выражением, полученным из теории ВКБ-приближения для подбарьерной проницаемости. Результаты этого подхода находятся в хорошем согласии с экспериментом и при высоких энергиях составного ядра. Фонг [65] также применял расчеты ППЭ на основе двухцентровой модели оболочек Мустафы и др. [18] в своей статистической теории деления [66] и провел сравнительное изучение динамического подхода при целом ряде условий, которые охватывали и подход, предложенный Хассом [67]. Им было показано, что в то время как статистическая теория дает главные особенности асимметричного деления ^{236}U , динамическая теория еще слишком от этого далека.

Распределение заряда ядра по осколкам деления рассчитывалось в двухцентровой модели оболочек только в рамках теории фрагментации [39] и будет детально описано ниже. Различные авторы [68] предлагали ряд эмпирических гипотез, таких, как равенство зарядового распределения, неизменяемость плотности заряда и максимума потенциальной энергии. Голаб и др. [69] вычисляли ППЭ для зарядовых вибраций в ядре ^{236}U с использованием двухсфероидальной модели жидкой капли Никса и Святецкого [70] и с учетом оболочечных эффектов, рассчитанных в одноцентровом потенциале по процедуре Струтинского. Фаччини и Сасси [71] развили статистическую модель механизма разделения фрагментов и получили зарядовые распределения в общем согласии с экспериментом.

Рассмотрим ниже нашу теорию массовых и зарядовых распределений выходов продуктов деления, в которой используется гамилтониан теории фрагментации. Расчеты выходов оказываются в превосходном согласии с экспериментом [35, 39].

Теория массовых и зарядовых распределений выходов продуктов деления. Как уже было установлено выше, нам необходимо рассмотреть динамику деления только до точки разделения фрагментов ($R < R_c$). В таком случае, считая известными коллективный потенциал и массовые параметры, проблема заключается в прямом квантовании уравнения (32). Решение соответствующего уравнения Шредингера дает волновую функцию, которая и определяет эволюцию процесса деления. Практически выполнить это

для случая всех трех коллективных координат слишком сложно, следовательно, в качестве первой решаемой задачи сведем проблему к задаче с одной коллективной координатой [33, 35, 39].

Предположим, что имеет место адиабатическое приближение, т. е. движения по координатам ξ и ξ_z являются быстрыми по сравнению с движением по координате R [72]. Это допущение становится справедливым по мере того, как ядра-фрагменты выходят на траекторию деления сразу после завершения процесса проникновения через барьер. После этого они быстро движутся под действием кулоновского отталкивания, и расчеты [18, 38] показывают, что коллективный потенциал на этой стадии движения по координате R уже почти не зависит от координат асимметрии, так что главное поведение массового и зарядового распределений фрагментов должно определяться теми значениями R , при которых заканчивается процесс туннелирования фрагментов. Это фиксирует наш выбор значений R (или λ). Как только шейка, разделяющая фрагменты, становится узкой, движение по ξ и ξ_z задерживается и, наконец, замораживается после точки разделения фрагментов. Таким образом, предполагая полную адиабатичность, можно рассматривать R (или λ) как не зависящий от времени параметр. Связь между движениями по ξ и ξ_z слабая, так что в первом приближении их можно обрабатывать как не зависящие друг от друга. Массовые распределения определяются в таком случае как функции ξ при фиксированных значениях λ и ξ_z , а дисперсия заряда — как функция ξ_z при фиксированных значениях λ и ξ .

Для получения массового распределения запишем стационарное уравнение Шредингера, найденное при помощи квантования (32) [73], в которое координаты λ и ξ_z входят только как параметры:

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2\sqrt{B_{\xi\xi}}} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{\sqrt{B_{\xi\xi}}} \frac{\partial}{\partial \xi} + V(\lambda, \xi, \xi_z) \right) \Psi_{\lambda, \xi_z}^{(\nu)}(\xi) = E_{\lambda, \xi_z}^{(\nu)} \Psi_{\lambda, \xi_z}^{(\nu)}(\xi). \quad (37)$$

Для дисперсии заряда получим аналогичное уравнение при замене $\xi \rightleftharpoons \xi_z$. Очевидно, при этом мы пренебрегаем в (32) членами с массами связи $B_{\lambda\xi}$ (и $B_{\lambda\xi_z}$). Вибрационные состояния Ψ_{λ}^{ν} — в потенциале V отмечаются квантовым числом $\nu = 0, 1, 2, \dots$

При полной адиабатичности и в случае, когда спонтанное деление идет из основного состояния ядра, система может находиться только в нижайшем вибрационном состоянии $\nu = 0$. Однако при делении из возбужденных состояний или при учете взаимодействия между λ -, ξ - и ξ_z -степенями свободы могут возбуждаться более высокие состояния по ξ (или соответственно по ξ_z). Рассмотрим возможные следствия таких возбуждений, предполагая в качестве первого шага [35, 39] бальцмановское распреде-

ление для заполнения возбужденных состояний:

$$|\Psi_\lambda|^2 = \sum_{\nu=0}^{\infty} |\Psi_\lambda^{(\nu)}|^2 \exp(-E_\lambda^{(\nu)}/\Theta), \quad (38)$$

где Θ — ядерная температура, приближенно связанная с энергией возбуждения через полуэмпирическое статистическое соотношение [74]

$$E^* = (A/9)\Theta^2 - \Theta, \quad M\text{эв}. \quad (39)$$

При более полном изучении ядерно-температурных эффектов воспользуемся также кренкинг-формулой для массовых параметров, обобщенной на случай конечных температур [2].

Вероятность обнаружить определенную массовую (или зарядовую) фрагментацию ξ (или ξ_z) в положении λ на траектории деления пропорциональна $|\Psi_\lambda|^2$. Для расчета массовых распределений [35] эта вероятность сопоставляется с массовым выходом Y по отношению к массе A_1 одного фрагмента ($d\xi = 2/A$) [75]:

$$Y(A_1) = |\Psi_\lambda(\xi(A_1))|^2 \sqrt{B_{\xi\xi}(A_1)} [200/(A/2)] \quad (\text{в процентах}) \quad (40)$$

и для дисперсии заряда [39] эта вероятность сопоставляется с выходом отделяемого заряда Y по отношению к заряду Z_1 одного фрагмента ($d\xi_z = 2/Z$):

$$Y(Z_1) = |\Psi_{\lambda\xi}(\xi_z(Z_1))|^2 \sqrt{B_{\xi_z\xi_z}(Z_1)} (2/Z). \quad (41)$$

Ниже оба этих выхода прямо сравниваются с экспериментами.

Рассмотрим, далее, обобщение этих расчетов [40] на случай, когда учитывается зависимость λ от времени. Запишем, например, для координаты массовой асимметрии полную волновую функцию как сумму по Ψ_λ^ν с зависящими от λ коэффициентами:

$$\Psi_\lambda(\xi) = \sum_\nu a_\nu(\lambda) \Psi_\lambda^{(\nu)}(\xi) \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int_0^t E_{\lambda(t)}^{(\nu)} dt\right]. \quad (42)$$

Выражение (42) с $\lambda = \lambda(t)$ является всего лишь обычным решением временного уравнения Шредингера:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\sqrt{B_{\xi\xi}}} \frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{\sqrt{B_{\xi\xi}}} \frac{\partial}{\partial \xi} + V \right] \Psi_{\lambda(t)}(\xi) = i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_{\lambda(t)}(\xi). \quad (43)$$

Для движения по координате λ можно получить классическое уравнение. Вычислим среднее значение энергии (32) по волновой функции (42) с заменой кинетической и потенциальной энергий движения по координате ξ на ожидаемое значение ξ гамильтониана из (37). В пренебрежении массовым параметром связи $B_{\lambda\xi}$

это дает

$$\langle H \rangle_{av} = 1/2 \langle B_{\lambda\lambda} \rangle \dot{\lambda}^2 + \sum_{\nu} |a_{\nu}(\lambda)|^2 E_{\lambda}^{(\nu)}, \quad (44)$$

где усредненный по ξ массовый параметр имеет вид

$$\langle B_{\lambda\lambda} \rangle = \sum_{\nu, \mu} a_{\nu}^*(\lambda) a_{\mu}(\lambda) \int \Psi_{\lambda}^{(\nu)*}(\xi) B_{\lambda\lambda}(\lambda, \xi) \Psi_{\lambda}^{(\mu)}(\xi) \sqrt{B_{\xi\xi}^{-1}} d\xi. \quad (45)$$

Второй член в уравнении (44) — эффективный потенциал относительного движения. Он зависит от вероятностей возбуждения высших по ξ состояний и, следовательно, от скоростей $\dot{\lambda}$. Таким образом, этот потенциал содержит эффекты возбуждений во время движения по координате λ , которые можно рассматривать как коллективное трение, обусловленное фрагментацией, в отличие от обычного трения, связанного с возбуждением одночастичных состояний.

Зависимость коэффициентов $a_{\nu}(\lambda)$ от времени находится, как обычно, при подстановке волновой функции (42) в зависящее от времени уравнение Шредингера (43):

$$i\hbar \dot{a}_{\nu} = \sum_{\mu} \hbar \dot{\lambda} \left\langle \nu \left| \frac{\partial}{\partial \lambda} \right| \mu \right\rangle \exp \left[\frac{i}{\hbar} \int (E^{(\nu)} - E^{(\mu)}) dt \right]. \quad (46)$$

Уравнения (44) и (46) полностью определяют задачу. В практических расчетах, однако, требование постоянства полной энергии H заменяется на соотношение с параметризованной силой трения

$$dH/dt = -f\dot{\lambda}^2. \quad (47)$$

Этот формализм можно таким же образом применять к изучению связи $\lambda(t)$ с ξ_z -движением. Ниже обсудим результаты применения этого метода к вычислению массовых распределений выхода продуктов деления, в частности, для ядра ^{236}U .

Расчеты массовых распределений выходов продуктов деления. Массовые распределения выхода продуктов деления рассчитывались [35] для деления ядер ^{226}Ra , ^{236}U и ^{258}Fm , которые дают типичные примеры трех-, двух- и одногорбых распределений. На рис. 7 показаны рассчитанные потенциальные энергии, массовые параметры и массовые выходы для ядра ^{236}U при двух значениях λ и различных температурах, которые сравниваются с экспериментальными данными [76] для деления ^{235}U под действием тепловых нейтронов. Потенциальные энергии получаются достаточно гладкими функциями массового числа и имеют ожидаемый асимметричный минимум, тогда как массовые параметры быстро осциллируют. Перекрестный массовый параметр $B_{\lambda\xi}$ достаточно мал, так что предположение $B_{\lambda\xi}^2 \ll B_{\lambda\lambda} B_{\xi\xi}$ выполняется хорошо. Из

рис. 7 видно, что расчетные распределения находятся в полуколичественном согласии с экспериментом. Для деления из основного

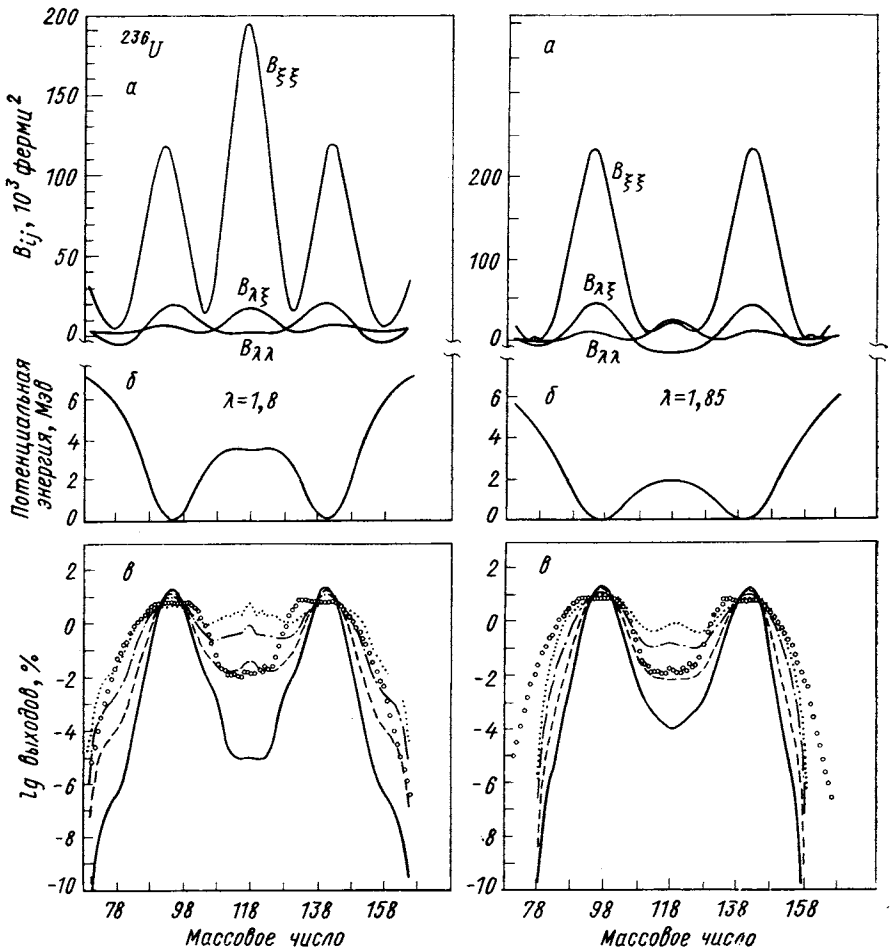


Рис. 7. Потенциальная энергия, массовые параметры (в единицах массы нуклона) и теоретические выходы продуктов деления для ^{236}U при двух значениях $\lambda = 1,8$ и $1,85$. Экспериментальные данные взяты из работы [76]:

сплошная, пунктирная, штрих-пунктирная и точечная линии относятся соответственно к следующим значениям энергии возбуждения: $E^* = 0,05; 1,0$ и $7,0$ Мэв для $\lambda = 1,8$ и $0,0; 0,25; 0,5$ и $1,25$ для $\lambda = 1,85$ [35]

состояния ($\Theta = 0$) горбы распределения несколько уже, а долина слишком глубока по сравнению с данными эксперимента. Эта часть расчетов впервые приведена в работе [33]. Согласие улучшается с введением в систему возбуждений [35]. Особенно заметно с ростом

температуры поднимается долина, и это, а также одновременное общее уплощение распределения при учете высших возбуждений находится в соответствии с экспериментальными данными. Соответствующая минимуму энергии форма фрагментов при значении $\lambda = 1,8$ очень похожа на форму, показанную на рис. 6 для случая $\xi = \xi_z = \xi_N$ (более точно см. в работе [33]). Другой важный

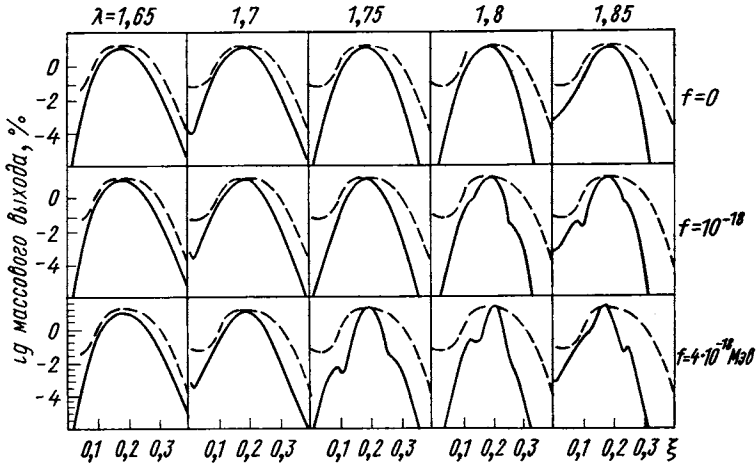


Рис. 8. Распределение коллективной плотности вероятности $\Psi^*(\xi, \lambda)$ $\Psi(\xi, \lambda)$, приведенное к эквивалентному массовому выходу для трех различных значений коэффициента трения f (сверху вниз) и пяти значений λ (слева направо). Каждая колонка иллюстрирует изменения волновой функции от различных значений трения при определенном λ ; пунктирные кривые соответствуют расчетам, рис. 7 без учета зависимости λ от времени [71]

результат состоит в том, что массовые распределения чувствительны только к полной величине массовых параметров и слабо зависят от детального вида их осцилляций. Похожий результат получался в работе [35] для ядер ^{226}Ra и ^{258}Fm , которые дают соответственно трех- и одногорбые распределения (см. рис. 3 и 4 в работе [35]). Необходимо подчеркнуть, что обсуждаемые результаты найдены без какой-либо подгонки параметров под положения и высоты максимумов экспериментального распределения.

Далее, из рис. 7 можно заметить, что при различных значениях λ потенциальная энергия почти не меняется, тогда как массовые параметры испытывают значительные изменения. Ввиду этого в работе [40] изучался эффект зависимости λ от времени [уравнения (44)—(47)] для случая деления ^{236}U . Расчеты проводились при нескольких значениях λ от 1,65 до 1,85 и при нескольких значениях коэффициента трения f , которые выбирались так, чтобы охватить крайние случаи движения по λ от беспрепятственного ускорения до очень медленного движения (рис. 8). Оказы-

ваются, что значительная доля коллективного поведения критически зависит от скорости λ и, следовательно, от трения. Из рис. 8 видно, что при отсутствии трения рассчитанные выходы продуктов деления незначительно отличаются друг от друга для разных значений λ и можно считать, что фрагментация по-прежнему происходит в районе барьера (приближение удара). С другой стороны, при очень сильном трении и медленном движении по λ выходы продуктов деления следуют за изменениями потенциальной энергии и массовых параметров на каждой стадии изменения λ (адиабатическое изменение) и из-за увеличения среднего значения $B_{\xi\xi}$ стремятся стать более узкими. Промежуточные случаи по значению трения обнаруживают некоторую осцилляционную тонкую структуру (плечи и бампы) конечных распределений, обязанную своим появлением когерентному возбуждению высших по ξ состояний, и, следовательно, наиболее интересны для экспериментального изучения.

Расчеты зарядовых распределений выхода продуктов деления. Зарядовые распределения рассчитывались в работах [37, 39] для двух значений параметра массовой фрагментации $|\xi| = 0,195$ и $|\xi| = 0,20$, которые приблизительно соответствуют массовым цепочкам $A_1 = 141$, $A_2 = 142$ и $A_1 = 142$, $A_2 = 94$ в делении ^{238}U . На рис. 9 представлены результаты расчетов потенциальной энергии V и массовых параметров B_{ij} для значений параметров $\xi = \pm 0,195$ и $\lambda = 1,8$ деления ядра ^{238}U . Расчеты для $|\xi| = 0,2$ приводят к аналогичным результатам [37]. Интересным моментом этих примеров является то, что потенциальные энергии имеют единственный глубокий минимум, расположенный при $\xi_z = \pm 0,195$ и $\xi_z = \pm 0,2$ соответственно. Поскольку согласно (24) в районе минимума $\xi = \xi_z = \xi_N$, в этих примерах подтверждается гипотеза о том, что зарядовое распределение не изменяется произвольно, а следует за массовым распределением. Напомним, что в рассматриваемом подходе протоны и нейтроны движутся в двух отдельных потенциалах АДМО, при этом получается форма системы по ξ_z и соответственно по ξ_N , не слишком отличающаяся от формы системы с заданной асимметрией ξ . На рис. 6 показан вид протонной и нейтронной систем со значениями $\xi_z = 0,1$ и $\xi_N = 0,256$. Эти результаты относятся к значению массовой асимметрии $\xi = 0,195$, форма ядерной системы которой, не изображенная на рис. 6, лежит между протонной и нейтронной поверхностями. Для заданного ξ форма ядерной системы будет, конечно, изменяться для различных пар значений ξ_z и ξ_N , удовлетворяющих уравнению (24), как это видно из рис. 10 для случая $|\xi| = 0,2$. Результаты расчетов для массовых параметров на рис. 9 имеют уже знакомое осциллирующее поведение, и только очень малая область их значений около минимума потенциальной энергии существенна при расчете зарядовых распределений

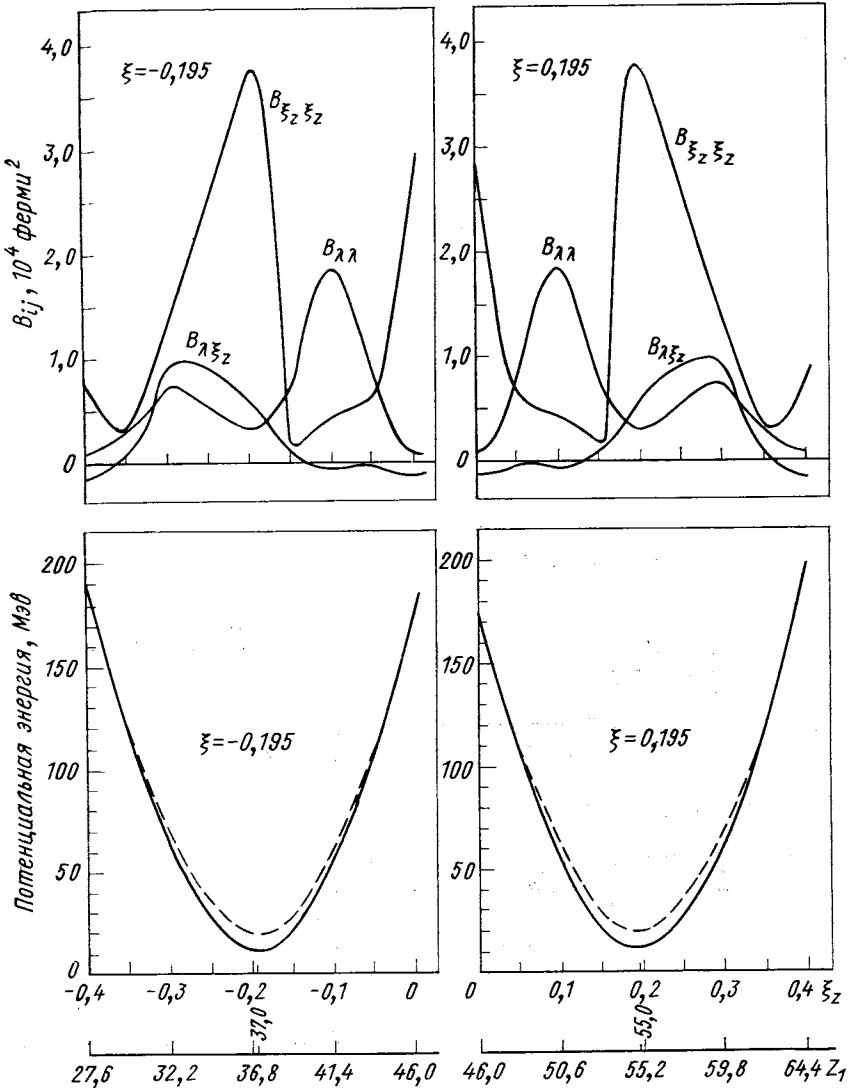


Рис. 9. Потенциальная энергия дисперсии заряда и массовые параметры (в единицах массы нуклона) для $\xi = \pm 0,195$ в делении ^{236}U со значением $\lambda = 1,8$ [39]:

пунктирная кривая — расчет по модели жидкой капли; сплошная кривая — расчет с учетом оболочечных эффектов

выхода продуктов деления. Кроме того, массовый параметр связи $B_{\lambda\xi_z}$ снова оказывается малым, и отношение $B_{\lambda\xi_z}^2 \ll B_{\lambda\lambda}B_{\xi_z\xi_z}$ хорошо выполняется, так что в (32) вполне можно пренебрегать членом связи, пропорциональным $B_{\lambda\xi_z}$, подобно тому, как это делалось с членом пропорциональным $B_{\lambda\xi}$ в расчетах массовых распределений.

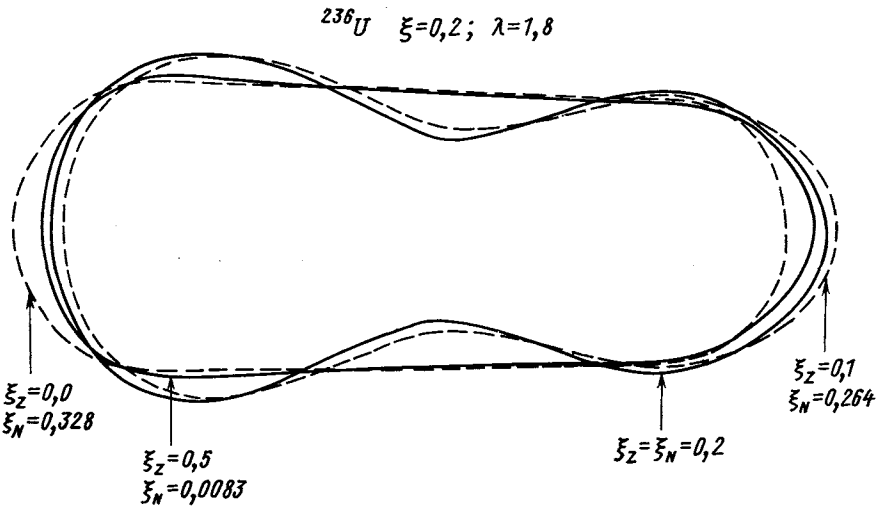


Рис. 10. Формы ядерной системы для значения $|\xi| = 0,2$ и разных пар значений ξ_z и ξ_N , удовлетворяющих уравнению (24) [37]

На рис. 11 представлены экспериментальные и расчетные зарядовые дисперсии выходов осколков деления для случая $|\xi| = 0,195$ и $|\xi| = 0,20$. Расчеты проводились для нескольких значений температур ($E^* \leq 7 \text{ Мэв}$), влияние которых на зарядовую дисперсию оказывается незначительным. Экспериментальные данные [77] даны только для тяжелых массовых цепочек $A_1 = 141$ и 142 . Рассчитанные кривые дисперсии заряда по осколкам деления имеют гауссову форму независимо от температуры ядра. Оба эти результата находятся в согласии с экспериментами: эмпирически известно, что экспериментальные данные для данной массовой цепочки хорошо представляются гауссовой функцией

$$P(Z) = (c\pi)^{-1/2} \exp[-(Z - Z_p)^2/c], \quad (48)$$

которая характеризуется наиболее вероятным зарядом Z_p и шириной распределения c и оказывается нечувствительной к энергиям возбуждения компаунд-ядра, меньшим 40 Мэв (см., например, работу [68]). Эмпирическими значениями этих параметров [77]

для массовых цепочек 141 и 142 являются $Z_p = 54, 37$ и $Z_p = 55, 36$ соответственно, а ширина одинакова для обеих цепочек и равна $c = 0,9 \pm 0,1$. Теоретические кривые имеют максимумы при $Z = 55$ и $Z = 55,2$ соответственно и ширину порядка их эмпирических значений.

Вопрос о влиянии оболочечных эффектов на дисперсию заряда по осколкам деления проверялся вычислениями кривой дисперсии при учете потенциальной энергии в модели жидкой капли со значением $\xi = \pm 0,195$ (пунктир на рис. 9). Результаты подобного расчета показаны пунктирной кривой на рис. 11, которая дает несколько лучшее согласие с экспериментом. Здесь, однако, необходимо отметить, что изображенные на рис. 11 экспериментальные данные относятся к делению ^{235}U тепловыми нейтронами, тогда как наши расчеты проводились для спонтанного деления без учета испарения нейтронов [78]. Расчеты, включающие эффекты испарения нейтронов и случаи, когда гипотеза о неизменяемости зарядового распределения не выполняется хорошо, находятся в стадии разработки. Недавно были выполнены точные измерения [79, 80] зарядовых распределений в легких массовых цепочках, направленные на выявление роли спаривания и нечетно-четных эффектов. Приложение теории фрагментации к этим новым данным дело будущего.

В заключение этого раздела напомним еще раз, что в наших расчетах не проводилось подгонки параметров для улучшения согласия с экспериментальными распределениями. Расчеты показывают, что как массовые, так и зарядовые распределения выходов продуктов деления определяются главным образом поверхностями потенциальной энергии, в то время как массовые параметры

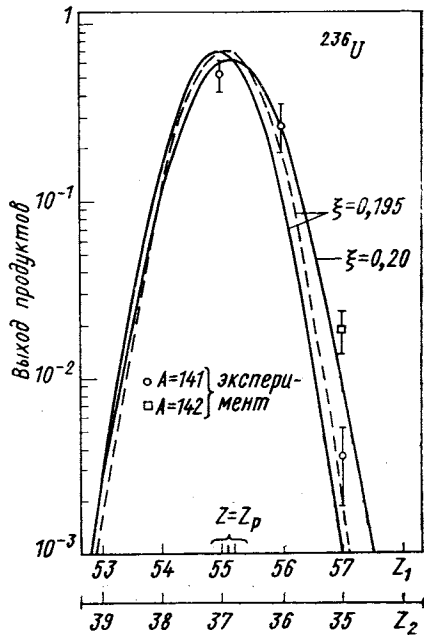


Рис. 11. Теоретические кривые дисперсии заряда для массовой асимметрии $|\xi| = 0,195$ (массовые цепочки 141 и 95) и $|\xi| = 0,20$ (цепочки 142 и 94) в делении ^{236}U .

Кривые дисперсии заметно изменяются для возбуждений системы с $E^* \leq 7$ Мэв. Экспериментальные точки даны только для массовых цепочек 141 и 142 (из работы [39]): пунктирная кривая — расчет по модели жидкой капли; сплошная — расчет с учетом оболочечных эффектов

ответственны за детали распределений, такие, как соотношение горбов и долин, их высоты и ширины, и другие тонкие структурные особенности.

7. СТОЛКНОВЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

Столкновения тяжелых ионов приводят к более сложным и, следовательно, более интересным механизмам взаимодействия ядер. Возможны самые разнообразные процессы, как, например, образование ядерных молекул в упругом и неупругом рассеянии (кратко изученное в разд. 3); образование ядерных систем с большими угловыми моментами; образование в центральных соударениях тяжелых составных ядер, которые могут стать источником получения сверхтяжелых элементов (СТЭ); реакции слияния — деления, когда тяжелое ядро-мишень и падающая частица сливаются с образованием массивных возбужденных ядер, которые быстро делятся и могут содержать в качестве продуктов деления СТЭ; прямые реакции передачи одного или группы нуклонов; глубоконеупругие реакции или реакции квазиделения, когда наблюдаются продукты передачи и осколки деления; атомные и молекулярные явления, связанные с тяжелыми ионами. Ясно, что некоторые из этих процессов имеют особые механизмы, не связанные друг с другом. Другие, однако, обнаруживают ясный и плавный переход, подобный, например, переходу от механизма одно- и двухнуклонной передачи через многонуклонную и кластерную передачу к реакциям неполного и, наконец, полного слияния ядер. Реакции с тяжелыми ионами близко связаны с явлениями деления (как обратный процесс). В обоих случаях ядерная система преобразуется (разваливается) в некоторые другие ядерные системы. Различие состоит в том, что при делении компаунд-ядро уже существует, а в ядро-ядерных столкновениях оно вначале образуется как промежуточная система, а затем в зависимости от энергии, углового момента, типов сталкивающихся ядер и т. п. реализуется один из перечисленных выше механизмов реакции. Ввиду такой общности этих двух явлений мы рассмотрим приложение теории фрагментации к трем типам механизмов реакций (образование компаунд-ядер, слияние — деление и квазиделение), к которым приводят столкновения тяжелых ионов. Реакции прямой передачи не изучались еще ни экспериментально, ни теоретически.

Образование компаунд-ядер и проблема получения сверхтяжелых элементов. Важный вопрос при получении сверхтяжелых элементов через предварительное образование компаунд-ядер — выбор надлежащей комбинации ядра-мишени и падающей частицы. Группа ученых из Беркли [81—85] пользуется в своих исследованиях бомбардировкой сферическими, легкими ядрами тяжелых,

деформированных ядер-мишеней, а Дубненская группа [86—89] — сферическими или близкими к сферическим, но относительно тяжелыми падающими частицами при рассеянии их на деформированных и на сферических тяжелых мишенях. Этими двумя группами были синтезированы различные изотопы тяжелых элементов с $Z = 102 \div 106$. Сечения их образования, как показано в работе [87], оказываются настолько чувствительными к выбору партнеров реакции, что нельзя обойтись без решения важного вопроса — каков должен быть оптимальный выбор партнеров реакции для получения того или иного элемента. Далее исследуем этот вопрос на основе теории фрагментации [41, 43].

Идея метода состоит в таком выборе партнеров реакции, чтобы образовывались компаунд-ядра с минимальной энергией возбуждения. Для холодных компаунд-ядер число излучаемых нейтронов будет невелико и, следовательно, сечение образования ядер в основном состоянии должно быть большим [90]. Проиллюстрируем наш метод на примере систем $^{258}104$ и $^{260}106$, которые распадаются, скажем, после испарения двух нейтронов на изотопы $^{256}104$ и $^{258}106$ соответственно. Расчеты проводились для компаунд-ядер, образованных при столкновении падающих ионов с $Z \geq 20$, и поэтому не касаются экспериментов с более легкими частицами.

Поскольку одна и та же компаунд-система может образовываться при различных комбинациях падающих частиц и ядер-мишеней, рассчитаем ее энергию возбуждения для всех возможных комбинаций. Для этого в рамках теории фрагментации необходимо рассчитать потенциальную энергию $V(R, \eta)$ в зависимости от различных значений параметров асимметрии. Расчетные потенциальные энергии $V(R, \eta)$ для компаунд-ядер $^{258}104$ и $^{260}106$ приведены на рис. 12. В этих расчетах, как уже обсуждалось выше в разд. 5, в области перекрытия фрагментов ($R < \bar{R}_c$) осуществлялась полная минимизация по трем параметрам ϵ , β_1 и β_2 , а в асимптотической области ($R \geq \bar{R}_c$) использовалось уравнение (33) с минимизацией $V(R, \eta, \eta_2)$ для каждой возможной фрагментации по массе и заряду. Так как трехмерная минимизационная процедура требует большого времени, расчеты выполнялись только для двух значений λ для компаунд-ядра $^{258}104$. Кривые потенциальной энергии на рис. 12 помечены средним значением расстояния R , поскольку при фиксированном значении λ оно меняется с изменением η . И опять, из-за больших затрат машинного времени, расчеты при $R > R_c$ (две кривые) проделаны без минимизации по координате η_2 . Расстояние ближайшего сближения фрагментов R_c оценивалось при помощи эмпирического соотношения [91]:

$$R_c = R_t + R_p + d, \quad (49)$$

где R_t и R_p — радиусы ядра-мишени и падающей частицы; d учитывает ядерные динамические эффекты и для самых тяжелых комбинаций имеет порядок $\sim 1,7$ ферми.

Из рис. 12 можно заметить, что для обеих компаунд-систем только несколько значений η дают глубокий минимум в потенциальной энергии. При сильном сближении двух ядер ($R \leq \leq 7 \div 8$ ферми) минимумы сглаживаются и потенциальная энергия становится более или менее плоской функцией массовой асимметрии η . Это связано с тем, что при сильном перекрытии фрагментов в районе $R \approx 8$ ферми разделяющая их шейка начинает исчезать и точное расположение плоскости разделения, которая определяет величину η , не имеет большого значения. Интересная особенность этих расчетов состоит в том, что глубокие минимумы в $V(R, \eta)$ при $R = R_c$ не только устойчивы по η , но при даль-

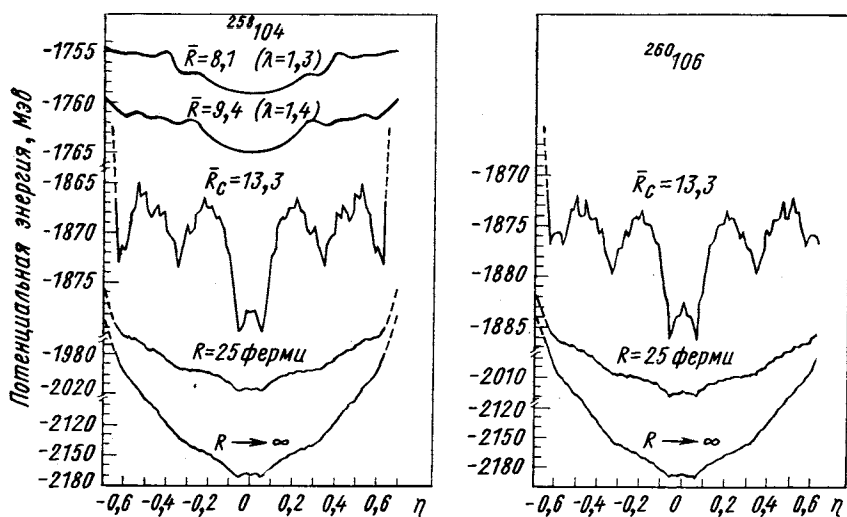


Рис. 12. Потенциальные энергии как функции массовой асимметрии η и относительного расстояния между фрагментами R для компаунд-систем $^{258}_{104}$ и $^{260}_{106}$.

Кривые для $R \geq R_c$ рассчитаны с минимизацией по зарядовой асимметрии η_z , кроме частей, изображенных пунктиром. Шкала энергии разная для $R \leq R_c$ и $R > R_c$ [41]

нейшем перекрытии ядер с образованием компаунд-системы новых минимумов не появляется. Поэтому уже потенциальная энергия $V(R = R_c, \eta, \eta_z)$, которую легко рассчитать при помощи (33), дает положения минимумов относительно η и η_z . Незначительные сдвиги в положении определенного минимума $V(\eta)$ или изменение его глубины при определенном значении R можно связать с эффектами дисперсии заряда по фрагментам. Очевидно, появление мини-

мумов в потенциальной энергии на рис. 12 связано с оболочечной структурой ядер; при этом по крайней мере одно из двух сталкивающихся ядер оказывается сферическим. Этот факт демонстрируется на рис. 13, на котором даны статические деформации β_1 и β_2 как функции η для значения $R = R_c$ [62].

Далее, для оценки вклада динамических эффектов в энергию компаунд-системы будем решать стационарное уравнение Шредингера

$$H(R, \eta, \eta_z, \alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}) \Psi = E \Psi \quad (50)$$

с начальным асимптотическим состоянием ($R \rightarrow \infty$)

$$\Psi_i \sim \exp(ikz) \delta^{1/2}(\eta - \eta_0) \delta^{1/2}(\eta_z - \eta_{z0}) \times \\ \times [\chi_{n_1}(\alpha^{(1)}, \eta_0, \eta_{z0}) \otimes \chi_{n_2}(\alpha^{(2)}, \eta_0, \eta_{z0})]. \quad (51)$$

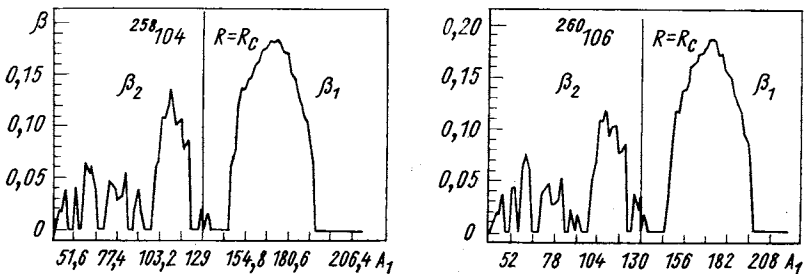


Рис. 13. Параметры деформации [62] для $R = R_c$ как функции массовых чисел двух фрагментов [41]

Волновые функции δ -типа описывают состояния массовой и зарядовой фрагментации; функции χ_{n_1} и χ_{n_2} изображают внутренние состояния ядер входного канала, определяемого значениями η_0 и η_{z0} ; поверхностные вибрационные состояния фрагментов описываются волновыми функциями $\alpha^{(1)}$ и $\alpha^{(2)}$. Поскольку статические деформации фрагментов β_1 и β_2 сильно зависят от координат фрагментации η и η_z (см. рис. 13), в гамильтониане системы имеется существенная связь поверхностных вибраций с фрагментацией по массе и заряду. Это означает, что при изменениях η и η_z , когда осуществляется передача нуклонов перед образованием компаунд-системы, формы ядер входного канала могут изменяться, и это будет сопровождаться сильной передачей энергии на возбуждение поверхностных степеней свободы.

Таким образом, необходимо различать два варианта исходной фрагментации, которые будут приводить к разным возбуждениям компаунд-системы: 1) исходные фрагменты (ядра-партнеры) находятся вне минимума потенциальной энергии (см. рис. 12), что,

согласно рис. 13 соответствует случаю $\beta_1 \neq 0$ и $\beta_2 \neq 0$, и 2) исходные фрагменты отвечают минимуму потенциальной энергии, и в таком случае одно или оба ядра являются сферическими.

В первом варианте по мере перекрытия ядер входного канала будет происходить передача группы нуклонов большой массы и заряда с изменением значений η и η_z по направлению к минимуму потенциала $V(\eta, \eta_z)$. Согласно классической механике, передача осуществляется под действием «сил» $-\partial V/\partial\eta$ и $-\partial V/\partial\eta_z$. Поскольку ядра в процессе продвижения системы к минимуму изменяют свою форму, будет передаваться большое количество энергии на возбуждение поверхностных вибрационных состояний. С другой стороны, во втором варианте во время сближения ядер не происходит передачи массы или заряда, так как теперь «силы» $-\partial V/\partial\eta$ и $-\partial V/\partial\eta_z$ равны нулю. В этом случае зависимость волновых функций от η приближенно определяется нулевыми колебаниями около минимума потенциальной энергии. Таким образом, когда исходные фрагменты соответствуют минимуму $V(R, \eta, \eta_z)$, возбуждение поверхностных степеней свободы, т. е. коллективных состояний, значительно подавлено по сравнению с выбором исходных фрагментов вне минимума потенциальной энергии. В этом подразделе нас интересуют случаи, когда в компаунд-систему вносится минимальная энергия возбуждения и осуществляется большая вероятность слияния исходных фрагментов; случай, когда происходит передача нуклонов, будет изучаться ниже на примере реакций квазиделения.

Следовательно, мы нашли, что, если ядро-мишень и налетающее ядро соответствуют минимуму потенциальной энергии $V(R, \eta, \eta_z)$ и, кроме того, энергия бомбардирующей частицы допускает образование компаунд-ядра в центральном соударении, возбуждение компаунд-системы должно быть минимальным.

Приложение этого метода сделано для большого числа ядер с $86 \leq Z \leq 122$ при помощи расчетов потенциальной энергии $V(R = R_c, \eta, \eta_z)$. В табл. 1 представлены комбинации падающих частиц и ядер-мишеней, которые соответствуют минимуму V по η и η_z и должны приводить к синтезу различных новых элементов. Поскольку в общем случае вследствие эффектов дисперсии заряда передача двух протонов между фрагментами вызывает приобретение или потерю энергии порядка 7–8 Мэв, в список занесены и соседние комбинации с ± 2 протонами (нейтронами).

Интересно отметить, что предсказываемые табл. 1 комбинации ${}^{50}_{22}\text{Ti} + {}^{206}_{82}\text{Pb}$, ${}^{50}_{22}\text{Ti} + {}^{208}_{82}\text{Pb}$ и ${}^{54}_{24}\text{Cr} + {}^{206}_{82}\text{Pb}$, ${}^{54}_{24}\text{Cr} + {}^{208}_{82}\text{Pb}$ применялись в экспериментах в Дубне [87–89] для синтеза элементов с $Z = 104$ и 106 соответственно, а ряд комбинаций точно совпадает с предложенными независимо от настоящих расчетов экспериментами в Беркли [92]. Далее, на основе оценок периода полураспада в делении Бенгтссон и др. [93] предложили комбинацию ${}^{112}_{50}\text{Sn} +$

Таблица 1

Комбинации ядер налетающей частицы и ядра-мишени для получения изотопов различных элементов, соответствующие минимуму потенциальной энергии в его непосредственной окрестности (даны только те комбинации, в которых оба партнера стабильны в природе)

| Элемент Z | Масса ком- паунд- ядра A | Налетающая частица и мишень | | Квадрупольные деформации [62] | | Экспериментальная ситуация | |
|--------------|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------|----------------------------------|-----------|-------------------------------|------------------|
| | | A ₁ | A ₂ | β_1 | β_2 | выпол- нена | плани- руется |
| 102 | 256 254 | 48Ca | 208Pb ^a | 0 | 0 | Да ^b | Да [92] |
| | | 46Ca | 208Pb | 0 | 0 | — | — |
| | 252 | 48Ca | 206Pb ^a | 0 | 0 | Да ^b | — |
| | | 124Sn | 130Te ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | 46Ca | 206Pb | 0 | 0 | — | — |
| | | 48Ca | 204Pb ^a | 0 | 0 | Да ^b | — |
| | 250 | 82Se | 170Er | 0 | 0,190 | — | — |
| | | 122Sn | 130Te ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | 124Sn | 128Te ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | 46Ca | 204Pb | 0 | 0 | — | — |
| | | 50Ti | 200Hg | 0 | —0,037 | — | — |
| | | 86Kr | 164Dy ^a | 0 | 0,179 | — | — |
| | | 120Sn | 130Te | 0 | 0 | — | — |
| | | 122Sn | 128Te ^a | 0 | 0 | — | — |
| 124Sn | 126Te | 0 | —0,035 | — | — | | |
| 104 | 260 | 124Sn | 136Xe ^a | 0 | 0 | — | Да [92] |
| | | 130Te | 130Te ^a | 0 | 0 | — | — |
| | 258 | 50Ti | 208Pb ^a | 0 | 0 | Да [87] | — |
| | | 82Se | 176Yb | 0 | 0,186 | — | — |
| | | 122Sn | 136Xe ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | 124Sn | 134Xe ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | 128Te | 130Te ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | — | — | — | — | — | — |
| 104 | 256 | 50Ti | 206Pb ^a | 0 | 0 | Да [88] | — |
| | | 86Kr | 170Er ^a | 0 | 0,190 | — | — |
| | | 120Sn | 136Xe | 0 | 0 | — | — |
| | | 122Sn | 134Xe ^a | 0 | 0 | — | — |
| | 254 | 124Sn | 132Xe | 0 | 0 | — | — |
| | | 50Ti | 204Pb ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | 86Kr | 168Er ^a | 0 | 0,186 | — | — |
| | | 118Sn | 136Xe | 0 | 0 | — | — |
| | | 120Sn | 134Xe ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | 122Sn | 132Xe | 0 | 0 | — | — |
| | | — | — | — | — | — | — |
| | | — | — | — | — | — | — |
| 106 | 266 264 | 130Te | 136Xe ^a | 0 | 0 | — | Да [92] |
| | | 128Te | 136Xe | 0 | 0 | — | — |
| | 262 | 130Te | 134Xe | 0 | 0 | — | Да [92] |
| | | 54Cr | 208Pb ^a | 0 | 0 | Да [89] | — |
| | | 86Kr | 176Yb ^a | 0 | 0,186 | — | — |
| | | 124Sn | 138Ba ^a | 0 | 0 | — | — |

Продолжение табл. 1

| Элемент Z | Масса ком- паунд- ядра A | Налетающая частица и мишень | | Квадрупольные деформации [62] | | Экспериментальная ситуация | | |
|--------------|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|-----------|-------------------------------|------------------|---------|
| | | A ₁ | A ₂ | β_1 | β_2 | выпол- нена | плани- руется | |
| 260 | 260 | ¹²⁶ Te | ¹³⁶ Xe | -0,035 | 0 | — | — | |
| | | ¹²⁸ Te | ¹³⁴ Xe ^a | 0 | 0 | — | — | |
| | | ¹³⁰ Te | ¹³² Xe | 0 | 0 | — | — | |
| | | ⁵⁴ Cr | ²⁰⁶ Pb ^a | 0 | 0 | Да [89] | — | |
| | | ⁸⁶ Kr | ¹⁷⁴ Yb ^a | 0 | 0,188 | — | — | |
| | | ¹²² Sn | ¹³⁸ Ba ^a | 0 | 0 | — | — | |
| | 258 | 258 | ¹²⁴ Sn | ¹³⁶ Xe | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹²⁶ Te | ¹³⁴ Xe | -0,035 | 0 | — | — |
| | | | ⁵⁴ Cr | ²⁰⁴ Pb ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ⁸⁶ Kr | ¹⁷² Yb ^a | 0 | 0,189 | — | — |
| | | | ⁸⁸ Sr | ¹⁷⁰ Er | 0 | 0,190 | — | — |
| | | | ¹²⁰ Sn | ¹³⁸ Ba ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹²² Sn | ¹³⁶ Ba | 0 | 0 | — | — |
| 106 | 258 | ¹²⁴ Te | ¹³⁴ Xe | -0,056 | 0 | — | — | |
| | | ¹²⁶ Te | ¹³² Xe ^a | -0,035 | 0 | — | — | |
| | | ¹²⁸ Te | ¹³⁰ Xe | 0 | 0 | — | — | |
| 108 | 272 | ¹³⁶ Xe | ¹³⁶ Xe ^a | 0 | 0 | — | — | |
| | | ¹³⁴ Xe | ¹³⁶ Xe ^a | 0 | 0 | — | — | |
| | | ²⁷⁰ | ⁸² Se | ¹⁸⁶ W | 0 | 0,146 | — | — |
| | 268 | 268 | ¹³⁰ Te | ¹³⁸ Ba ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹³² Xe | ¹³⁶ Xe ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹³⁴ Xe | ¹³⁴ Xe ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ⁵⁸ Fe | ²⁰⁸ Pb | 0 | 0 | — | — |
| | | | ⁸² Se | ¹⁸⁴ W | 0 | 0,155 | — | — |
| | | | ⁸⁶ Kr | ¹⁸⁰ Hf ^a | 0 | 0,171 | — | — |
| | | | ¹³⁰ Te | ¹³⁶ Ba | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹³² Xe | ¹³⁴ Xe ^a | 0 | 0 | — | — |
| 110 | 280 | ⁴⁸ Ca | ²³² Th | 0 | 0,123 | — | — | |
| | | ²⁷⁴ | ¹³⁶ Xe | ¹³⁸ Ba ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | ²⁷² | ⁶⁴ Ni | ²⁰⁸ Pb | 0 | 0 | — | — |
| | 270 | 270 | ⁸² Se | ¹⁹⁰ Os | 0 | 0,122 | — | — |
| | | | ⁸⁶ Kr | ¹⁸⁶ W ^a | 0 | 0,146 | — | — |
| | | | ¹³⁴ Xe | ¹³⁸ Ba ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹³⁶ Ba | ¹³⁶ Xe | 0 | 0 | — | — |
| | | | ⁶⁴ Ni | ²⁰⁶ Pb ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ⁸⁶ Kr | ¹⁸⁴ W ^a | 0 | 0,155 | — | — |
| | | | ¹³⁰ Te | ¹⁴⁰ Ce | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹³² Xe | ¹³⁸ Ba ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | | ¹³⁴ Xe | ¹³⁶ Ba | 0 | 0 | — | — |
| | | | ⁶⁴ Ni | ²⁰⁴ Pb ^a | 0 | 0 | — | Да [92] |
| | 268 | 268 | ⁸⁶ Kr | ¹⁸² W ^a | 0 | 0,165 | — | — |
| | | | ⁸⁸ Sr | ¹⁸⁰ Hf | 0 | 0,171 | — | — |

Продолжение табл. 1

| Элемент Z | Масса ком- паунд- ядра A | Налетающая частица и мишень | | Квадрупольные деформации [62] | | Экспериментальная ситуация | |
|--------------|-----------------------------------|--------------------------------|--------------------------------|----------------------------------|----------------|-------------------------------|------------------|
| | | A ₁ | A ₂ | β ₁ | β ₂ | выпол- нена | планиру- ется |
| 110 | 268 | ¹²⁸ Te | ¹⁴⁰ Ce | 0 | 0 | — | — |
| | | ¹³⁰ Xe | ¹³⁸ Ba ^a | 0 | 0 | — | — |
| | | ¹³² Xe | ¹³⁶ Ba ^a | 0 | 0 | — | Да [92] |
| | | ¹³⁴ Ba | ¹³⁴ Xe | 0 | 0 | — | — |
| | | | | | | | |
| 112 | 286 | ⁴⁸ Ca | ²³⁸ U | 0 | 0,136 | — | — |
| | 284 | ⁴⁸ Ca | ²³⁶ U | 0 | 0,132 | — | — |
| | 282 | ⁴⁸ Ca | ²³⁴ U ^a | 0 | 0,128 | — | — |
| | 280 | ⁴⁸ Ca | ²³² U ^a | 0 | 0,123 | — | — |
| | 278 | ⁷⁰ Zn | ²⁰⁸ Pb | 0 | 0 | — | — |
| | | ⁷⁶ Ge | ²⁰² Hg | 0,060 | 0 | — | — |
| | | ⁸² Se | ¹⁹⁶ Pt | 0 | 0,064 | — | — |
| | | ⁸⁶ Kr | ¹⁹² Os | 0 | 0,109 | — | — |
| | | ¹³⁶ Xe | ¹⁴² Ce | 0 | 0 | — | — |
| | | | | | | | |
| 114 | 292 | ⁴⁸ Ca | ²⁴⁴ Pu | 0 | 0,150 | — | Да [92] |
| | 290 | ⁴⁸ Ca | ²⁴² Pu | 0 | 0,145 | — | — |
| | 288 | ⁴⁸ Ca | ²⁴⁰ Pu ^a | 0 | 0,140 | — | — |
| | 286 | ⁴⁸ Ca | ²³⁸ Pu ^a | 0 | 0,136 | — | — |
| | | ¹³⁶ Xe | ¹⁵⁰ Nd ^a | 0 | 0,124 | — | — |
| | 284 | ⁴⁸ Ca | ²³⁶ Pu ^a | 0 | 0,132 | — | — |
| | | ⁷⁶ Ge | ²⁰⁸ Pb | 0,060 | 0 | — | — |
| | | ⁸² Se | ²⁰² Hg | 0 | 0 | — | — |
| | | ⁸⁶ Kr | ¹⁹⁸ Pt | 0 | —0,035 | — | — |
| | | ¹²⁴ Sn | ¹⁶⁰ Gd ^a | 0 | 0,162 | — | — |
| | | ¹³⁴ Xe | ¹⁵⁰ Nd | 0 | 0,124 | — | — |
| | ¹³⁶ Xe | ¹⁴⁸ Nd ^a | 0 | 0,099 | — | — | |

^a Комбинации, соответствующие минимуму в $V(R, \eta, \eta_2)$. Поперечные сечения для этого случая сравнительно большие.

^b Добавлены после завершения статьи (из работы Г. Н. Флёров и др. Препринт ОИЯИ, D7-9555, Дубна 1976).

+ ¹³⁶₅₄Xe для получения элемента $Z = 104$, что также совпадает с нашими расчетами. То, что два различных подхода к вопросу получения в лабораторных условиях элемента $Z = 104$ указывают на комбинацию Sn и Xe, укрепляет уверенность в справедливости нашего подхода. В табл. 1 приведены также параметры квадрупольных деформаций. Как уже отмечалось выше, во всех этих комбинациях по крайней мере одно из двух ядер имеет сферическую форму. Этот факт согласуется с успешными экспериментами в Дубне и Беркли, в которых по крайней мере одно из двух сталкивающихся ядер имело сферическую форму.

Представленные расчеты, однако, требуют определенных уточнений. Во-первых, учет изменения формы ядер в зависимости от R в районе минимума потенциальной энергии будет приводить к возбуждению компаунд-системы и, таким образом, исключать некоторые комбинации в табл. 1. Во-вторых, существенно учесть эффекты, связанные с температурой системы и ее вращением.

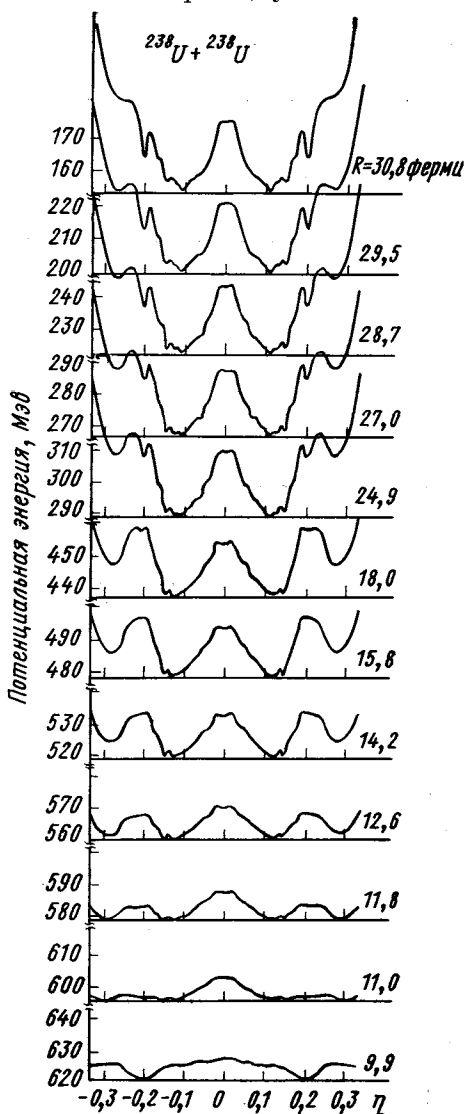


Рис. 14. Адиабатическая потенциальная энергия $V(R, \eta)$ для компаунд-системы $^{476}_{184}\text{U}$ [44]

$^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U}$ измерялось [95] массовое распределение в пределах

реакции $^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U}$, $^{208}\text{Pb} + ^{208}\text{Pb}$ и $^{238}\text{U} + ^{238}\text{U}$. Для реакции $^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U}$ измерялось [95] массовое распределение в пределах

Реакции слияния — деления. Если очень тяжелая падающая частица рассеивается на очень тяжелом ядре-мишени, образованное массивное компаунд-ядро будет немедленно испытывать деление. Возможно, что среди продуктов деления имеются новые элементы. Реакции с таким механизмом изучались в теории фрагментации для компаунд-систем $^{322}_{128}$, $^{416}_{164}$ и $^{476}_{184}$ [36, 38, 44]. Интерес к выбору именно этих систем состоит в том, что они включают, соответственно, следующие комбинации падающих частиц и ядер-мишеней:

$67 \leq A \leq 239$, и вместо обнаружения новых СТЭ исследование этой реакции привело к открытию нового явления, так называемого квазиделения. Другие две реакции пока не объясняются в рамках существующих механизмов.

В качестве примера на рис. 14 приведены результаты расчета потенциальной энергии $V(R, \eta)$ для компаунд-системы $^{476}184$. Расчеты для других двух систем можно найти в работах [36, 38]. Из рис. 14 видно, что число глубоких минимумов в $V(\eta)$, которые связаны с оболочечной структурой ядер, почти не зависит от расстояния R между фрагментами. Фрагменты, соответствующие минимумам потенциальной энергии в трех компаунд-системах, даны в табл. 2. Интересно, что сверхтяжелые элементы появляются

Таблица 2
Фрагменты, соответствующие минимуму потенциальной энергии

| Система AZ | $ \eta $ | Фрагменты | | Система AZ | $ \eta $ | Фрагменты | |
|-----------------|----------|------------------------|------------------------|-----------------|----------|------------------------|------------------------|
| | | A_1 | A_2 | | | A_1 | A_2 |
| 322128 | 0,130 | $^{182}_{72}\text{Hf}$ | $^{146}_{56}\text{Ba}$ | 416164 | 0 | $^{208}_{82}\text{Pb}$ | $^{208}_{82}\text{Pb}$ |
| | 0,155 | $^{186}_{74}\text{W}$ | $^{136}_{54}\text{Xe}$ | 476184 | 0,110 | 264102 | $^{212}_{82}\text{Pb}$ |
| | 0,292 | $^{208}_{82}\text{Pb}$ | $^{114}_{46}\text{Pd}$ | | 0,134 | 270104 | $^{206}_{80}\text{Hg}$ |
| | 0,466 | $^{236}_{92}\text{U}$ | $^{86}_{36}\text{Kr}$ | | 0,197 | 285112 | $^{191}_{80}\text{Hf}$ |
| | 0,702 | 274108 | $^{48}_{20}\text{Ca}$ | | 0,231 | 293114 | $^{183}_{70}\text{Yb}$ |

ся как продукты деления в системе $^{476}184$ и в экспериментально не измеренной области масс системы $^{322}128$. Компаунд-система $^{416}164$ имеет только один минимум потенциальной энергии при $\eta = 0$ в изученной области $|\eta| = 0, 2$. Ввиду того что в настоящее время становится возможным ускорять все более тяжелые ионы, необходимо дальнейшее изучение реакций слияния — деления.

Реакции квазиделения. Недавно были проведены измерения массовых распределений выхода продуктов для некоторых реакций с тяжелыми ионами [95, 96], которые стали известны как реакции квазиделения. Эти измерения дали дополнительную информацию о характеристиках реакций, известных ранее из измерений [97—99]: 1) наблюдаются два выхода продуктов с массами близкими к массам налетающего ядра и ядра-мишени; 2) кинетические энергии осколков (в системе центра масс) близки по величине к энергии кулоновского отталкивания между двумя осколками обычного процесса деления и 3) угловые распределения продуктов реакции имеют узкий вид и образуют пик на угле, несколько меньшем классического угла поворота (касания), и таким образом отличаются от угловых распределений реакций полного слияния — деления. Здесь дается первая попытка интер-

претации наблюдаемого массового распределения в реакции $^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U}$ на основе теории фрагментации. Предварительные результаты этого исследования даны в работах [45, 46].

В рассеянии ионов ^{84}Kr с энергией 605 Мэв на ^{238}U радиохимическим способом измеряли выходы 156 ядер, которые идентифицировались только по Z и A . Конечные массовые выходы определялись при помощи интегрирования для каждого массового числа

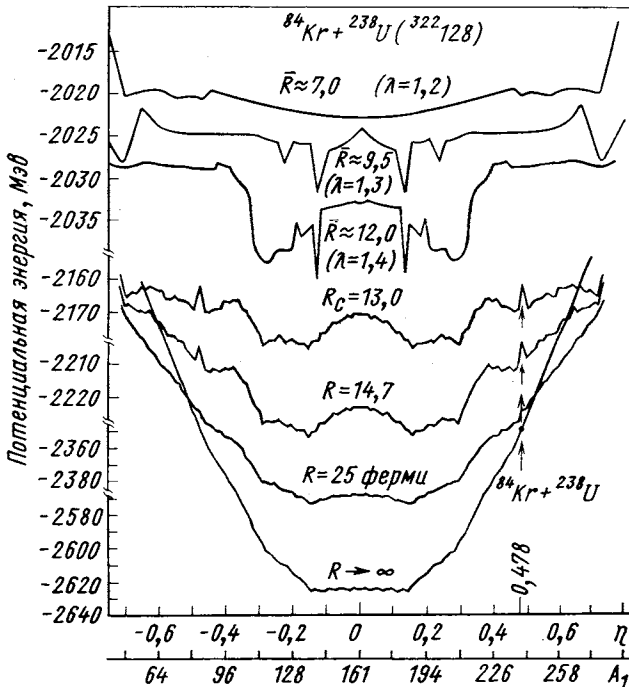


Рис. 15. Потенциальная энергия как функция массовой асимметрии и относительного расстояния R для комплаунд-системы $^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U} \rightarrow ^{322,128}\text{Ba}$.

Кривые для $R \geq R_c$ рассчитаны с минимизацией по зарядовой асимметрии η_z . Шкала энергий разная для $R > R_c$ и $R \geq R_c$

гауссовых кривых дисперсии заряда, которые подгонялись по экспериментальным данным. Этот анализ выделяет следующие пять компонент массового распределения: вблизи значений масс ядра мишени и налетающей частицы сосредоточены продукты, связанные с передачей нуклонов (распределение типа «кроличьи уши»); у значения $A \approx 85$ располагается выход продукта типа квази-Kr; отмечается сосредоточение выхода продуктов немного ниже значения $A = 119$, соответствующего симметричному деле-

нию (недостающей) квази-U-компоненты; при $A \approx 140$ наблюдается выход тяжелой массовой ветви продуктов низкоэнергетического деления нуклидов с $Z \approx 92$; осколки от реакции полного слияния — деления (широкое, протяженное распределение продуктов в районе $A \approx 160 - 180$); и выброс выхода у $A = 195$, который иногда называют «золотым пальцем». Ниже для объяснения этой реакции предлагается двухступенчатый механизм: деление после передачи нескольких нуклонов. В этом подходе отсутствуют свободные параметры для подгонки под экспериментальные данные.

Результаты расчетов потенциальной энергии $V(R, \eta)$ для компаунд-системы $^{322}128$ с исходной фрагментацией $^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U}$, определяемой значением $\eta = 0,478$, приведены на рис. 15. Потенциальные энергии дисперсии заряда $V(R, \eta_z)$ для исходной системы $|\eta| = 0,478$ и соседних значений ($|\Delta A| = 2$) $|\eta| = 0,466$ и $0,491$ даны на рис. 16. Необходимо отметить, что все расчеты выполнялись с шагом $|\Delta A| = |\Delta Z| = 2$ и, следовательно, не содержат какой-либо интерполяционной процедуры. Из рис. 15 и 16 видно, что комбинация $^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U}$ при $R \rightarrow \infty$ и по мере сближения ядер всегда лежит вне минимума потенциальной энергии соответствующей компаунд-системы. В таком случае «силы передачи» $-\partial V/\partial \eta$ и $-\partial V/\partial \eta_z$ не равны нулю и происходит передача нуклонов между фрагментами в направлении изменения значений η и η_z к значениям, соответствующим минимуму потенциальной энергии (как описано выше). Тот факт, что передача имеет место, ясно демонстрируется в приложении нашей теории зарядового распределения выхода продуктов деления (см. разд. 7) к делению системы $^{322}128$ со значениями $|\eta| = 0,478$ и $\bar{R} = 12$ ферми (рис. 17). Наиболее вероятными значениями заряда здесь являются $Z_p = 34$ и 94 . Поскольку наибольшая вероятность для процесса передачи наступает при $\bar{R} \approx R_c$, анализ потенциальной энергии $V(\eta_z, R = R_c)$ на рис. 16 также указывает на то, что системы, расположенные в минимуме потенциальной энергии со значениями $|\eta| = 0,466$; $0,478$ и $0,491$, возникают при передаче соответственно двух нейтронов, двух протонов и четырех протонов и энергия, необходимая для передачи двух нейтронов, оказывается наименьшей. Следовательно, будут возникать продукты передачи, близкие к ^{86}Kr и ^{236}U , которые и объясняют одну из главных особенностей реакции квазиделения, именно: наблюдение выхода продуктов, центрированных на значениях масс падающего ядра и ядра-мишени («кроличьи уши»).

Во время процесса передачи происходит изменение формы ядер и некоторое количество энергии может уйти на возбуждение поверхностных вибрационных состояний. Это будет выяснено при анализе результата деления образованной после передачи компаунд-системы. Предположение об образовании компаунд-системы подтверждается отмеченным выше наблюдением характерных кине-

тических энергий продуктов реакции. Этот факт наводит на следующие мысли: начальная кинетическая энергия почти полностью перераспределяется во время столкновения двух исходных ядер;

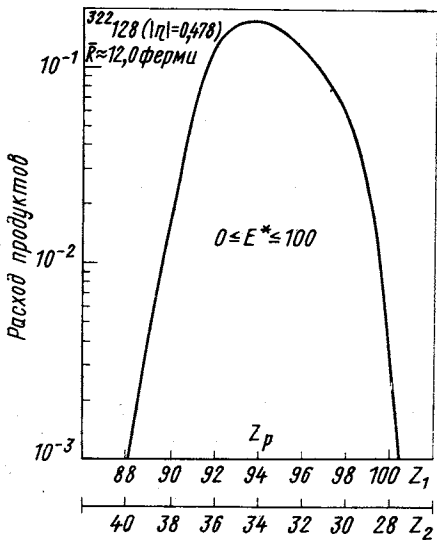
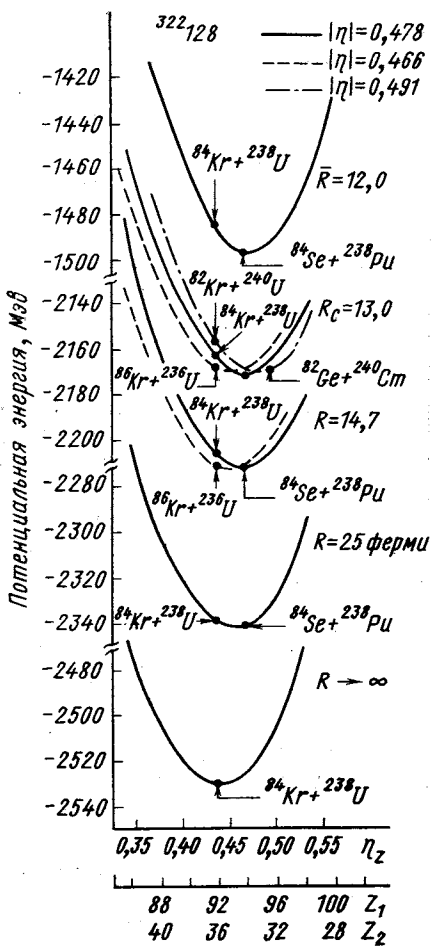


Рис. 17. Результаты расчетов [зарядового распределения выхода продуктов со значением массовой асимметрии $|\eta| = 0,478$ при делении системы $^{322}_{128}$ у значения $\bar{R} = 12,0$ ферми и с энергиями возбуждения $0 \leq E^* \leq 100$ Мэв

← Рис. 16. Потенциальные энергии дисперсии заряда $V(R, \eta_z)$ для компонент-системы $^{322}_{128}$ у значения $\eta = 0,466$; $0,478$ и $0,491$

возникает составная сильнодеформированная система (более деформированная, чем форма системы в седловой точке при обычном делении); сильное кулоновское отталкивание между двумя частями образовавшейся составной системы стремится ее разделить; в системе появляется шейка и, наконец, происходит разделение фрагментов в форме близкой к той, которая реализуется у точки разделения при обычном делении. Исходя из этой картины, в каче-

стве второго шага мы рассчитаем массовые (и зарядовые) распределения выхода для деления системы $^{322}128$ так же, как это делалось для нормально делящихся ядер (см. разд. 7).

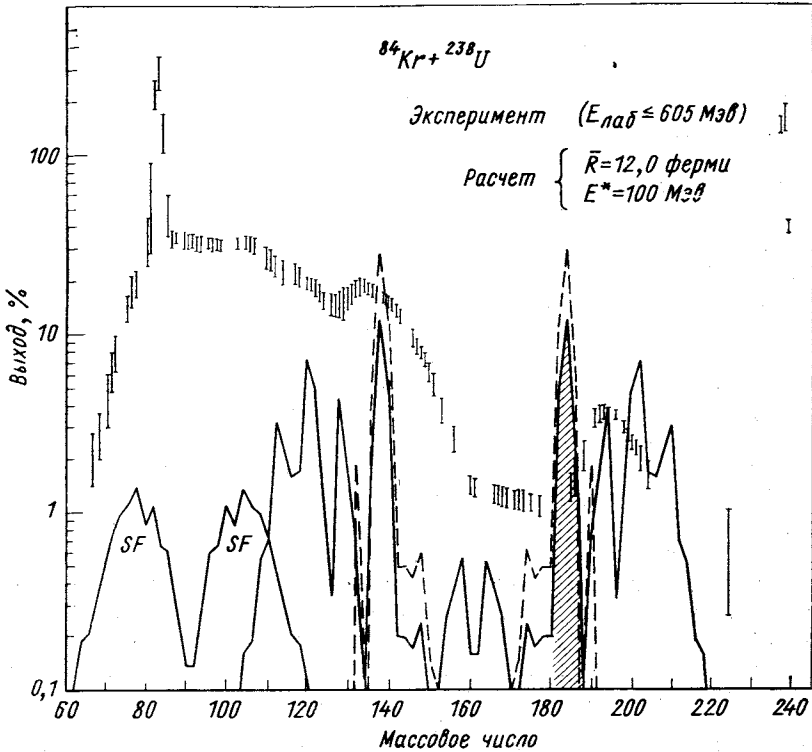


Рис. 18. Результаты расчета массового выхода реакции $^{84}\text{Kr} + ^{238}\text{U}$ у значения $\bar{R} = 12,0$ ферми в основном состоянии системы (пунктирные линии) и с энергиями возбуждения до 100 Мэв (сплошные линии).

Области, помеченные SF, получены из расчетов последующего деления заштрихованной компоненты при $A \approx 184$. Рассчитанные выходы не нормируются к эксперименту, поскольку полностью не учитываются выходы от последующих делений первичных компонент. Экспериментальные данные взяты из работы [95]

Рассчитанные массовые выходы Y (в процентах) для деления системы $^{322}128$ при значениях $\bar{R} = 12$ ферми из основного состояния (пунктирные линии) и из состояний с энергиями возбуждения до 100 Мэв выше кулоновского барьера (сплошные линии) приведены на рис. 18. Эффект введения возбуждений, очевидно, велик, хотя при вариации энергии распределение почти не изменяется. Расчеты выхода сделаны нами только для значения $\bar{R} = 12$ ферми, так как это значение соответствует конфигурации момента раз-

деления фрагментов. На рис. 18 показаны экспериментальные данные [95] для рассеяния ионов ^{84}Kr с энергией 605 Мэв (в лабораторной системе) на толстой мишени ^{238}U , полученные методом радиохимического анализа. Наши расчеты дают следующие компоненты массового распределения: острые пики выходов продуктов реакции при значениях $A \approx 114, 120, 128, 132, 138, 184, 190, 194, 202$ и 208 и ряд усиленных выходов продуктов, лежащих между $A \approx 142$ и 180 . Очевидно, некоторые из этих выходов соответствуют экспериментально установленным компонентам, а именно присутствуют сосредоточение выхода продуктов немного ниже значения $A \approx 119$ от симметричного деления (недостающей) квази-U-компоненты; выход продукта при $A \approx 140$, который представляет собой компоненту тяжелого продукта низкоэнергетического деления нуклидов с $Z = 92$ и «золотой палец» при $A \approx 195$. Широкое, протяженное распределение продуктов, наблюдаемое экспериментально в районе $A \approx 160 \div 180$, проявляется в наших расчетах в виде ряда выбросов, расположенных между $A \approx 142 \div 180$. Четыре добавочные компоненты, появляющиеся в наших расчетах при $A \approx 184, 190, 202$ и 208 , испытывают, надо полагать, вторичное деление.

Разберем детально только последующее деление компоненты при $A \approx 184$ (на рис. 18 дана теневой штриховкой), которое приводит к появлению выхода продуктов в районе $A \approx 80$ и 104 (на рис. 18 обозначены как SF). Очевидно, эти массовые выходы соответствуют экспериментальному выходу продуктов квази-Kr и легкой массовой ветви низкоэнергетического деления нуклидов с $Z = 92$ (не подгоняемых при эксперименте). У нас имеются также расчеты ППЭ для последующего деления других двух продуктов при $A \approx 202$ и 208 , на основе которых можно полагать, что деление этих продуктов даст компоненты при $A \approx 68, 76, 82, 120, 126$ и 134 для $A \approx 202$ и при $A \approx 74, 82, 126$ и 134 для $A \approx 208$. Некоторые из этих компонент будут, очевидно, дополнять проанализированные выше первичные компоненты и тем самым улучшат согласие между нашими расчетами массовых выходов и экспериментальными данными. Необходимо, однако, отметить, что некоторые компоненты, которые анализировали в экспериментальных данных как результат последующего деления, появляются в наших расчетах как главные продукты деления. Более точное количественное сравнение с существующими данными, по-видимому, пока не имеет большого смысла, так как: 1) экспериментально измеренные независимые и кумулятивные выходы представляют собой пока только часть полного массового выхода; 2) анализ экспериментальных данных проводился в предположении, что зарядовые распределения имеют гауссову форму, тогда как наши (предварительные) расчеты дают для этой реакции также двугорбые распределения, и 3) в наших расчетах необходимо учесть эффекты,

связанные с R -движением, испарением нейтронов, дисперсией заряда, конечными значениями прицельного параметра и т. п. Следовательно, исследованный здесь двухступенчатый механизм «передачи нескольких нуклонов и последующего процесса нормального деления» качественно согласуется с экспериментальной картиной реакции квазиделения.

Зарядовое распределение продуктов в столкновениях тяжелых ионов. Рассмотрим приложение нашей теории дисперсии заряда

(см. разд. 7) к реакциям с тяжелыми ионами. Недавно [100, 101] были измерены зарядовые распределения выходов продуктов нескольких реакций с тяжелыми ионами, получивших название реакций квазиделения. Интересным результатом этих измерений явилось то, что в дополнение к обычным зарядовым распределениям гауссова типа наблюдались еще двугорбые распределения. В частности, в реакциях ${}^{34}_{36}\text{Kr} + {}^{65}_{20}\text{Cu} \rightarrow {}^{149}_{65}\text{Tb}$ и ${}^{136}_{54}\text{Xe} + {}^{209}_{83}\text{Bi} \rightarrow {}^{245}_{137}$ наблюдались зарядовые распределения гауссовой формы, центрированные соответственно при $Z \approx 32$ и $Z \approx 54$ [100, 101]. С другой стороны, в реакции ${}^{40}_{18}\text{Ar} + {}^{109}_{47}\text{Ag} \rightarrow {}^{149}_{65}\text{Tb}$ наблюдаемое зарядовое распределение продуктов [100] расщеплялось на две группы: одна сосредоточена при $Z \approx 32$ и соответствует симметричному делению компаунд-ядра, а другая центрирована при $Z \approx 18$. Проведенные нами расчеты деления составного ядра ${}^{322}_{128}$ для массовых цепочек, соответствующих значениям $|\eta| = 0,478; 0,21$ и $0,13$, согласуются с отмеченными выше экспериментальными результатами. Однако эти расчеты — предварительные.

Типичная потенциальная энергия дисперсии заряда уже приводилась на рис. 16 и полностью совпадает с потенциальной энергией, показанной на рис. 9 для нормально делящихся ядер. Рассчитанное зарядовое распределение выхода продуктов при делении системы ${}^{322}_{128}$ со значением $|\eta| = 0,478$ (см. рис. 17) имеет гауссову форму с наиболее вероятными зарядами $Z_p = 34$ и 94 . В то же время зарядовые выходы, рассчитанные для значений $|\eta| = 0,21$

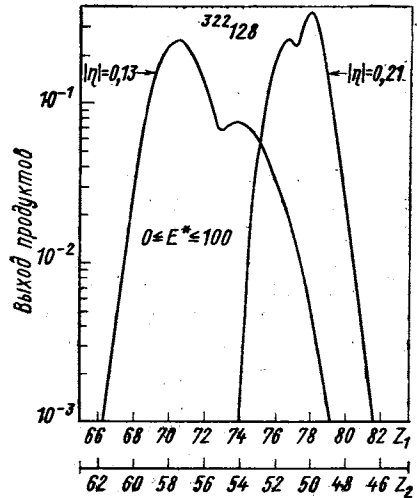


Рис. 19. Результаты расчета зарядовых распределений выхода продуктов в делении системы ${}^{322}_{128}$ с массовой асимметрией $|\eta| = 0,21$ и $0,13$ и энергиями возбуждения $0 \leq E^* \leq 100$ Мэв

и $|\eta| = 0,13$ той же системы ${}^{322}128$, дают двугорбые распределения, которые показаны на рис. 19. Пики центрируются при $Z \approx 77$ и 78 (51 и 50 для соответствующих легких массовых цепочек) для значения $|\eta| = 0,21$ и при $Z \approx 71$ и 74 (или 57 и 54) для значения $|\eta| = 0,13$. Из проведенных нами расчетов можно сделать вывод, что, во-первых, эффекты дисперсии заряда в столкновениях тяжелых ионов малы и того же порядка, что и при нормальном делении, и, во-вторых, наши расчеты зарядовых распределений для квазиделяющейся компаунд-системы ${}^{322}128$ оказываются в очень хорошем соответствии с наблюдаемыми характеристиками в реакциях квазиделения. Проверка этих расчетов и выводы — дело будущего.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы могли убедиться, что рассмотренные здесь двухцентровая модель оболочек и теория фрагментации дают весьма успешное и единое описание деления ядер и столкновения тяжелых ионов. Массовые и зарядовые распределения выходов продуктов реакций количественно согласуются с экспериментальными данными. Показано, что сверхтяжелые элементы можно получить в реакциях слияния — деления и в процессах, идущих через образование холодного компаунд-ядра. Предложен метод расчета оптимального выбора партнеров реакции для получения новых элементов через образование компаунд-ядер, а также для процесса передачи нескольких нуклонов. Большая часть полученных результатов определяется главным образом ППЭ.

Другими интересными приложениями в рамках двухцентральной модели оболочек являются исследования образования ядерных молекул и успешное описание сечения упругого рассеяния [102] реакции ${}^{16}\text{O} + {}^{12}\text{C}$.

Ввиду успеха первых приложений теории фрагментации полезно рассмотреть некоторые ее будущие перспективы. Очевидно, расчеты потенциальной энергии необходимо проводить с учетом эффектов ядерной температуры и вращения. В таком случае вычисления массовых параметров также должны быть обобщены на случай конечных температур [2]. Далее, существенно провести такую модификацию теории фрагментации, которая отражала бы детальные различия между процессами деления и столкновения тяжелых ионов. Так, член поверхностной энергии, используемый в задаче деления из выражения для энергии в модели жидкой капли, необходимо модифицировать для описания процесса рассеяния [103]. Параметры деформации фрагментов должны входить в теорию как динамические координаты, так как форма ядер по мере их сближения изменяется по сравнению с формой ядер на траектории деления. Важно также учесть влияние неадиабатических эффектов, на массовые параметры. Альтернативный способ учета этих, так

называемых поляризационных, эффектов состоит в использовании потенциалов, зависящих от скорости, которые различным способом описывали бы относительное движение во входном и выходном каналах. И, наконец, желательно иметь полную динамическую теорию деления и столкновений тяжелых ионов, содержащую зависимость от времени и энергии возбуждения системы: Как упоминалось во введении, первые попытки в этом направлении уже сделаны [47]. Последним, но не менее важным является необходимость учета эффектов диссипации энергии, обусловленных трением и вязкостью ядерной среды [104].

Прямые обобщения двухцентральной модели оболочек трех- и более центровые модели [105]. До сих пор трехцентровая модель оболочек применяется только в задаче тройного деления [106] и в исследованиях кластерной структуры легких ядер [107]. Чтобы описать трехчастичное явление в понятиях теории фрагментации, необходимо ввести в теорию две координаты массовой асимметрии и две координаты зарядовой асимметрии. Теория рассеяния в этом случае станет еще более сложной, так как необходимо рассматривать две и более частиц в непрерывном спектре.

Автор благодарит профессора В. Грайнера за помощь при изучении затронутых вопросов, за сотрудничество и поддержку во время выполнения этой работы. Он благодарит также профессоров В. Шейда и А. Сандулеску и других сотрудников за многочисленные полезные предложения и обсуждения. Наконец, автор благодарит миссис Нолл и миссис Ласарзиг за труд по перепечатаванию работы и миссис Утшиг за выполнение рисунков.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Nilsson S. G. e.a. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 131, p. 1.
2. Brack M. e.a. «Rev. Mod. Phys.», 1972, v. 44, p. 320.
3. Bolsterli M. e.a. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 1050.
4. Pashkevich V. V. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 169, p. 275.
5. Merzbacher E. Quantum Mechanics. N.Y., Wiley, 1961, p. 64—77.
6. Черданцев Н. А., Маршалкин В. Е. «Изв. АН СССР, серия физика», 1966, т. 30.
7. Demeur M., Reidemeister G. «Ann. de Phys. (Paris)», 1967, v. 1, p. 181.
8. Holzer P., Mosel U., Greiner W. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 138, p. 241.
9. Scharnweber D., Mosel U., Greiner W. «Phys. Rev. Lett.», 1970, v. 24, p. 601.
10. Albrecht K. e.a. «Phys. Lett. B», 1970, v. 32, p. 229.
11. Scharnweber D., Greiner W., Mosel U. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 164, p. 257.
12. Mosel U., Maruhn J., Greiner W. «Phys. Lett. B», 1971, v. 34, p. 587.
13. Maruhn J., Greiner W. «Z. Phys.», 1972, Bd 251, S. 431.
14. Fabian W., Horlacher G. E. W., Albrecht K. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 190, p. 533.
15. Mosel U., Scharnweber D. «Phys. Rev. Lett.», 1970, v. 25, p. 678.
16. Mosel U., Schmitt H. W. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 165, p. 73; «Phys. Rev. C», 1971, v. 4, p. 2185.

17. Mosel U. «Phys. Rev. C», 1972, v. 6, p. 971.
18. Mustafa M. G., Mosel U., Schmitt H. W. «Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 28, p. 1536; «Phys. Rev. C», 1973, v. 7, p. 1519; Mustafa M. G. Preprint, University of Maryland.
19. Wong C. Y. «Phys. Lett. B», 1969, v. 30, p. 61.
20. Anderson B. L., Diekmann F., Dietrich K. «Nucl. Phys. A», 1970, v. 159, p. 337.
21. Adee G. D., Cherdantsev P. A., Gamalya I. A. «Phys. Lett. B», 1971, v. 35, p. 125.
22. Slavov B., Galonska J. E., Faessler A. «Phys. Lett. B», 1971, v. 37, p. 483; Slavov B., Faessler A. «Z. Phys.», 1974, Bd 271, S. 161.
23. Johansson T. A. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 183, p. 33.
24. Maharry D. E., Davidson J. P. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 183, p. 371.
25. Albrecht K. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 207, p. 225.
26. Iwamoto A. e.a. «Progr. Theor. Phys.», 1976, v. 55, p. 115.
27. Strutinsky V. M. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 95, p. 420; 1968, v. 122, p. 1.
28. Pruess K., Greiner W. «Phys. Lett. B», 1970, v. 33, p. 197.
29. Mosel U., Thomas T. D., Riesenfeldt P. «Phys. Lett. B», 1970, v. 33, p. 565.
30. Morovic T., Greiner W. «Z. Naturforsch. a.», 1976, Bd 31, S. 327.
31. Schmitt H. W., Mosel U. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 186, p. 1.
32. Mustafa M. G., Schmitt H. W. «Phys. Rev. C», 1973, v. 8, p. 1924.
33. Lichtner P. e.a. «Phys. Lett. B», 1973, v. 45, p. 175; In: Phys. and Chem. Fission, IAEA SM-174/102, 1973.
34. Fink H. J. e.a. «Z. Phys.», 1974, Bd 268, S. 321.
35. Maruhn J., Greiner W. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 32, p. 548.
36. Fink H. J. e.a. Proc. Intern. Conf. on Reactions between Complex Nuclei, Nashville 1974. Ed. R. L. Robinson e.a. V. 11. North Holland Publ. Co., Amsterdam, 1976, p. 21—65.
37. Gupta R. K., Greiner W., Scheid W. Proc. Intern. Summer-School on Nucl. Phys. Predeal, Romania, 1974.
38. Fink H. J. e.a. Proc. Intern. Summer-School on Nucl. Phys. Predeal, Romania, 1974.
39. Gupta R. K., Scheid W., Greiner W. «Phys. Rev. Lett.», 1975, v. 35, p. 353.
40. Maruhn J., Greiner W. Preprint, Frankfurt, 1975.
41. Sandulescu A. e.a. «Phys. Lett. B», 1976, v. 60, p. 225.
42. Gupta R. K. e.a. Proc. Intern. School-Seminar on Reactions of Heavy-Ions with Nuclei and Synthesis of New Elements. Dubna. 1975.
43. Gupta R. K. e.a. Proc. Intern. School-Seminar on Reactions of Heavy-Ions with Nuclei and Synthesis of New Elements. Dubna. 1975.
44. Zohni O. e.a. «Z. Phys. A», 1975, Bd 275, S. 235.
45. Gupta R. K., Greiner W. Proc. Seminar on Electromagnetic Interactions of Nuclei at Low and Medium Energies. Moscow. 1975.
46. Gupta R. K., Greiner W. Proc. XIV Intern Winter Meeting on Nucl. Phys. Bormio, Italy, Jan. 19—23, 1976.
47. Yamaji S. e.a. Preprint, Frankfurt, 1976.
48. Lawrence J. N. P. «Phys. Rev. B», 1965, v. 139, p. 1227; Report LA-3774, 1967.
49. Ong P. T., Scheid W. «Z. Naturforsch. a.», 1975, Bd 30, S. 406.
50. Myers W. D., Swiatecki W. J. «Nucl. Phys.», 1966, v. 81, p. 1; «Arkiv. Fiz.», 1967, Bd 36, S. 343.
51. Johansson S. A. E. «Nucl. Phys.», 1962, v. 22, p. 529.
52. Brack M. Proc. Intern. Summer-School on Nucl. Phys. Predeal, Romania, 1974.
53. Strutinsky V. M., Ivanjuk F. A. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 255, p. 405.
54. Abramowitz M., Segun I. A. Handbook of mathematical functions. Dover Publ., N.Y., 1965, Sept. 22.
55. Holm H., Scheid W., Greiner W. «Phys. Lett. B», 1969, v. 29, p. 473;

- Riesenfeldt P. W., Thomas T. D. «Phys. Rev. C», 1970, v. 2, p. 741; Jensen A. S., Wong C. Y. «Phys. Rev. C», 1970, v. 4, p. 1321.
56. Reinhard P. G., «Nucl. Phys. A», 1975, v. 252, p. 133.
57. Inglis D. R. «Phys. Rev.», 1954, v. 96, p. 1059.
58. Balyaev S. T. «Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fys. medd.», 1959, Bd 31, N 11.
59. Liran S. e.a. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 248, p. 191.
60. Lichtner P. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1972, v. 28, p. 829.
61. Johansson T., Nilsson S. G., Szymanski Z. «Ann. Phys. (Paris)», 1970, v. 5, p. 377.
62. Seeger P. A. CERN report N 70-30. V. 1. Geneva, Switzerland, 1970, p. 217, «Nucl. Phys. A», 1975, v. 238, p. 494.
63. Irvine J. M., Pwu L. C. Preprint University of Manchester.
64. Pwu L. C., Castel B. «Phys. Rev.», 1974, v. 9, p. 1650.
65. Fong P. «Phys. Rev. C», 1974, v. 10, p. 1122; 1976, v. 13, p. 1259.
66. Fong P. «Phys. Rev.», 1956, v. 102, p. 434.
67. Hasse R. W. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 128, p. 609; «Phys. Rev. C», 1971, v. 4, p. 572.
68. Vandenbosch R., Huizenga J. R. Nuclear Fission. N.Y., Academic Press, 1973.
69. Holub R., Mustafa M. G., Schmitt H. W. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 222, p. 252.
70. Nix J. R., Swiatecki W. J. «Nucl. Phys.», 1965, v. 71, p. 1; Holub R., Choppin G. R. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 212, p. 387.
71. Facchini U., Sassi G. Contributed Paper at IAEA Consultants Meeting on the Use of Nuclear Theory in Neutron Data Evaluation. Intern. Centre for Theoretical Physics, Trieste (Italy), December 8-12, 1975.
72. Глиликман Б. Т., Зимина О. В. «Ядерная физика», 1972, т. 15, с. 457.
73. Pauli W. In: Handbuch der Physik. Ed. H. Geiger and K. Scheel. V. 25, part 1. Berlin, Springer, 1933, p. 120; Podolsky B. «Phys. Rev.», 1928, v. 32, p. 812.
74. LeCouteur K. J., Lang D. W. «Nucl. Phys.», 1959, v. 13, p. 32.
75. Айзенберг И., Грайнер В. Микроскопическая теория ядра. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1976.
76. Farrar H., Fickel H. R., Tomlinson R. H. «Canad. J. Phys.», 1962, v. 40, p. 1017; Farrar H., Tomlinson R. H. «Nucl. Phys.», 1962, v. 34, p. 367.
77. Wahl A. C. e.a. «Phys. Rev.», 1962, v. 126, p. 1112.
78. McHugh J. A., Michel M. C. «Phys. Rev.», 1968, v. 172, p. 1160.
79. Siegert G., e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1975, v. 34, p. 1034.
80. Clerc H. G. e.a. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 247, p. 74; Clerc H.-G. e.a. «Z. Phys. A», 1975, Bd 274, S. 203.
81. Giorso A., Sikkeland T. «Phys. Today», 1967, v. 20, p. 25.
82. Giorso A. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1969, v. 22, p. 1317.
83. Giorso A. e.a. «Phys. Lett. B», 1970, v. 32, p. 95.
84. Giorso A. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1970, v. 24, p. 1498.
85. Giorso A. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 33, p. 1490.
86. Flerov G. N. e.a. «Phys. Lett.», 1964, v. 13, p. 73.
87. Oganessian Yu. Ts. e.a. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 239, p. 157.
88. Ter-Akopyan G. M. e.a. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 255, p. 509.
89. Oganessian Yu. Ts. e.a. Preprint JINR-D7-8099; Pleve A. A. Proc. Intern Summer-School on Nucl. Phys. Predeal, Romania, Sept. 1974.
90. Oganessian Yu. Ts. e.a. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 239, p. 353.
91. Gutbrod H. H., Winn W. G., Blann M. «Phys. Rev. Lett.», 1973, v. 30, p. 1259.
92. Nitschke J. M. Private Communication to Prof. W. Greiner.
93. Bengtsson R. e.a. «Phys. Lett. B», 1975, v. 55, p. 6.
94. Mustafa M. G., Kumar K. «Phys. Rev. C», 1975, v. 12, p. 1638.

95. Kratz J. V., Norris A. E., Seaborg G. T. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 33, p. 502.
96. Otto R. J. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1976, v. 36, p. 135.
97. Hanappe F. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 32, p. 738.
98. Wolf K. L. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1974, v. 33, p. 1105.
99. Peter J., Ngo C., Tamain B. «J. Phys. Lett.», 1975, v. 36, p. 23; «Nucl. Phys. A», 1975, v. 250, p. 351.
100. Britt H. C. e.a. Los Alamos Report LA-UR-75-2072.
101. Schroeder W. U. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1976, v. 36, p. 514.
102. Cherdantsev P. A., Chernov I. P., Vershinin G. A. «Phys. Lett. B», 1975, v. 55, p. 137.
103. Scheid W., Greiner W. «Z. Phys.», 1969, Bd 226, S. 364; Krappe H. J., Nix J. R. Contribution to the Third Symposium on the Phys. and Chem. of Fission Rochester. N.Y., 1973.
104. Mshelia E. D., Scheid W., Greiner W. «Nuovo cimento», 1975, v. 30, p. 598 and the references there-in.
105. Bergmann P., Scheefer H. J. «Z. Naturforsch. a.», 1974, Bd 29, S. 1003.
106. Hahn J. Diploma Thesis, Institute for Theoretical Physics, University of Frankfurt an Mains. BDR.
107. Lustig H. J. Diploma Thesis, Institute for Theoretical Physics, University of Frankfurt an Mains. BDR.