

# ИЗУЧЕНИЕ СТЕПЕННЫХ АВТОМОДЕЛЬНЫХ АСИМПТОТИК АДРОН-АДРОННОГО РАССЕЯНИЯ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ

*С. В. Голоскоков, С. П. Кулешов, В. А. Матвеев,  
М. А. Смондырев*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

В работе дан обзор некоторых результатов, полученных в рамках квазипотенциального подхода для процессов высокоэнергетического рассеяния адронов на большие углы.

A review of some results of the quasipotential approach to the high energy hadron scattering at large angles is given.

## ВВЕДЕНИЕ

Исследование степенных автомодельных асимптотик сечений рассеяния на большие углы представляет в настоящее время одну из важных задач физики высоких энергий. В данной работе явление степенного убывания дифференциальных сечений в области больших углов будет рассмотрено в рамках квазипотенциального подхода Логунова — Тавхелидзе.

В квазипотенциальной теории рассеяния частиц высоких энергий [1] существенно предположение о гладкости локального квазипотенциала [2]. Гипотеза о гладкости сыграла большую роль для понимания общих закономерностей взаимодействия частиц в области высоких энергий и ограниченных передач импульса. Отметим, однако, что при рассеянии на большие углы гладкие квазипотенциалы с конечным радиусом действия приводят к экспоненциальному падению дифференциальных сечений с ростом передачи импульса. Это обстоятельство связано с тем, что гладкий квазипотенциал с конечным радиусом действия, типичным примером которого является комплексный гауссов квазипотенциал [1], соответствует взаимодействию, образно выражаясь, «рыхлых» протяженных систем, разваливающихся при больших передачах импульса почти с единичной вероятностью. Вероятность упругого

рассеяния на большие углы оказывается, таким образом, экспоненциально малой величиной. Подобное поведение типично для большинства моделей, в которых адроны рассматриваются как сложные протяженные объекты с внутренними степенями свободы, например в так называемой дроблетной, т. е. капельной, модели Янга.

Степенное убывание дифференциальных сечений в области больших углов [3]

$$d\sigma/dt \sim (1/s^n) f(t/s) \quad (1)$$

следует из принципа автомодельности [4], т. е. предположения об отсутствии существенных размерных параметров, определяющих динамику взаимодействия на малых расстояниях. Используя анализ размерностей и соображения о составной природе частиц, можно связать показатель степени  $n$  в (1) с числом элементарных составляющих адронов. Например, для случая бинарной реакции  $a + b \rightarrow a + b$  имеем:  $n = 2(n_a + n_b - 1)$ , где  $n_a$  и  $n_b$  — числа элементарных составляющих (кварков) адронов  $a$  и  $b$  соответственно. В работе [5] дана динамическая интерпретация кварковых диаграмм для амплитуд двухчастичного рассеяния; в результате обобщены правила кваркового счета и получен явный вид угловой зависимости дифференциальных сечений рассеяния на большие углы при высоких энергиях для различных процессов.

На основе результатов этих исследований в работах [6—8] был поставлен вопрос о структуре локального двухчастичного квазипотенциала, приводящего при двухчастичном рассеянии на большие углы к выражению (1). Дадим здесь обзор полученных результатов, причем в отличие от упомянутых работ единым образом рассмотрим рассеяние как бесспиновых частиц, так и частиц со спином на квазипотенциалах, удовлетворяющих представлению

$$\hat{g}(E; \Delta^2) = g(E) \int_0^{\infty} dx \hat{\rho}(E; x) \exp(-x\Delta^2); \quad t = -\Delta^2 \quad (2)$$

и являющихся аналитическими функциями  $t$  в полуплоскости  $\text{Re } t \leq 0$ . В (2)  $\hat{\rho}(E; x)$  — некоторая матрица, определяющая характер взаимодействия при высоких энергиях, ранг которой зависит от спина частиц. Основная зависимость от энергии выделена в (2) в виде фактора  $\hat{g}(E)$ , который степенным образом зависит от  $E$ . Предполагается, что при фиксированном  $x$  матрица  $\hat{\rho}(E; x)$  — медленно меняющаяся функция энергии. Относительно плотности  $\hat{\rho}(E; x)$  предполагается также существование слабого

предела:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} s^N \hat{\rho}(E; x = \eta/s) = \hat{\psi}(\eta), \quad (3)$$

$$0 < \eta < \infty; N > 0.$$

Отметим, что при описании взаимодействия частиц со спином нами используется требование  $\gamma_5$ -инвариантности взаимодействия в области высоких энергий и больших передач импульса [9].

Квазипотенциалы (2), удовлетворяющие условию (3), назовем аналитическими. Для них в рамках квазипотенциального метода будет найдено формальное представление для амплитуды упругого высокоэнергетического рассеяния на большие углы частиц с произвольным спином, а затем исследованы конкретные процессы рассеяния и показано, что асимптотика дифференциального сечения рассеяния частиц при высоких энергиях на большие углы имеет вид

$$d\sigma/dt \sim |\exp[2i\chi(0)]|^2 (1/s^M) f(\Delta^2/s),$$

где  $\chi(0)$  — эйкональная фаза рассеяния при нулевом прицельном параметре. Напомним, что функция эйконала  $\chi(b)$  характеризует поведение амплитуды рассеяния частиц на малые углы. Таким образом, найденный результат позволяет установить определенную корреляцию между асимптотиками амплитуды рассеяния на малые и большие углы.

В обзоре будет дано сравнение полученных результатов с экспериментальными данными по рассеянию на большие углы.

### 1. РАССЕЯНИЕ НА БОЛЬШИЕ УГЛЫ НА АНАЛИТИЧЕСКИХ КВАЗИПОТЕНЦИАЛАХ

Рассмотрим квазипотенциальное уравнение, описывающее взаимодействие частиц со спинами, которое запишем в общем виде:

$$\hat{G}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \hat{g}(E; \mathbf{p} - \mathbf{k}) + \int d^3\mathbf{q} \hat{g}(E; \mathbf{p} - \mathbf{q}) \frac{\hat{A}(E; \mathbf{q})}{E^2(\mathbf{q}) - E^2 - i0} \hat{G}(E; \mathbf{q}, \mathbf{k}), \quad (4)$$

где  $E = \sqrt{m_1^2 + \mathbf{p}^2} + \sqrt{m_2^2 + \mathbf{p}^2}$  — полная энергия частиц в системе центра масс;  $E(\mathbf{q}) = \sqrt{m_1^2 + \mathbf{q}^2} + \sqrt{m_2^2 + \mathbf{q}^2}$ ;  $m_1$  и  $m_2$  — массы первой и второй частиц соответственно;  $\hat{A}(E; \mathbf{q})$  — некоторая матрица, форма которой зависит от спина взаимодействующих частиц. Явный вид  $\hat{A}(E; \mathbf{q})$  здесь несуществен. Для рассеяния бесспиновых частиц и частиц со спинами 0, 1/2 и 1/2, 1/2 выпишем эту матрицу в следующем разделе.

Считая, что квазипотенциал  $\hat{g}(E; \mathbf{p} - \mathbf{k})$  задан представлением (2), будем искать решение уравнения (4) итерациями:

$$\left. \begin{aligned} \hat{G}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \sum_{n=0}^{\infty} \hat{G}_{n+1}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}); \\ \hat{G}_1(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \hat{g}(E; \mathbf{p} - \mathbf{k}); \\ \hat{G}_{n+1}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \int \dots \int d^3 \mathbf{q}_1 \dots d^3 \mathbf{q}_n \hat{g}(E; \mathbf{p} - \mathbf{q}_1) \times \\ &\times \hat{A}(E; \mathbf{q}_1) \hat{g}(E; \mathbf{q}_1 - \mathbf{q}_2) \hat{A}(E; \mathbf{q}_2) \dots \hat{A}(E; \mathbf{q}_n) \times \\ &\times \hat{g}(E; \mathbf{q}_n - \mathbf{k}) \prod_{i=1}^n \frac{1}{E^2(\mathbf{q}_i) - E^2 - i0}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

После замены

$$\mathbf{q}_i \rightarrow \Delta_i + \lambda_i; \quad \lambda_i = \frac{\mathbf{p} + \mathbf{k}}{2} + \left[ 1 - 2 \sum_{l=1}^i \frac{1}{x_l} / \sum_{l=1}^{n+1} \frac{1}{x_l} \right] \frac{\mathbf{p} - \mathbf{k}}{2}$$

можно преобразовать (5) к следующему виду [6]:

$$\begin{aligned} \hat{G}_{n+1}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \int \dots \int dx_1 \dots \\ &\dots dx_{n+1} \exp \left\{ t / \sum_{i=1}^{n+1} \frac{1}{x_i} \right\} \hat{f}_n(x_1 \dots x_{n+1}), \end{aligned} \quad (6)$$

где

$$\begin{aligned} \hat{f}_n(x_1 \dots x_{n+1}) &= [g(E)]^{n+1} \times \\ &\times \int \dots \int d^3 \Delta_1 \dots d^3 \Delta_n \frac{\exp \{-C_{ij} \Delta_i \Delta_j\}}{\prod_{i=1}^n [E^2(\Delta_i + \lambda_i) - E^2 - i0]} \times \\ &\times \hat{\rho}(E; x_1) \hat{A}(E; \Delta_1 + \lambda_1) \hat{\rho}(E; x_2) \dots \\ &\dots \hat{\rho}(E; x_n) \hat{A}(E; \Delta_n + \lambda_n) \hat{\rho}(E; x_{n+1}); \end{aligned} \quad (7)$$

здесь

$$C_{ij} \Delta_i \Delta_j = \sum_{k=1}^{n+1} (\Delta_k - \Delta_{k-1})^2 x_k, \quad \Delta_0 = \Delta_{n+1} = 0.$$

С помощью представления (6) изучим поведение амплитуды рассеяния при высоких энергиях на большие углы, т. е. в области

$$s \rightarrow \infty, \quad |t|/s = (1 - z)/2 \text{ фиксировано.} \quad (8)$$

В этом пределе основной вклад в асимптотику интеграла (6) дает область  $1/\sum (1/x_i) \sim 0$ , так как в противном случае имеем убывающую экспоненту  $\exp[-|t|/\sum (1/x_i)]$ . Можно показать, что основной вклад в асимптотику интеграла (6) при выполнении условия (3) дает область, когда только один из  $x_i \approx 0$ . При этом имеем \*

$$\hat{G}_{n+1}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \sum_{l=1}^{n+1} \frac{(i\hat{\chi}(0) \hat{B}(\mathbf{p}))^{l-1}}{(l-1)!} \hat{g}(E; \mathbf{p} + \mathbf{k}) \frac{(i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}(0))^{n-l+1}}{(n-l+1)!}, \quad (9)$$

здесь использованы обозначения

$$\hat{B}(\mathbf{p}) = \hat{A}(E; \mathbf{p}) g(E)/16|\mathbf{p}|;$$

$$\hat{\chi}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} dz \hat{g}(E; r = \sqrt{z^2 + \mathbf{b}^2})/g(E)|_{\mathbf{b}=0}, \quad (10)$$

где  $\hat{g}(E; r)$  — фурье-образ квазипотенциала (2). Суммируя по  $n$ , получаем следующее формальное выражение для амплитуды рассеяния:

$$\hat{G}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \exp[i\hat{\chi}(0) \hat{B}(\mathbf{p})] \hat{g}(E; \mathbf{p} + \mathbf{k}) \exp[i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}(0)]. \quad (11)$$

Рассмотрим теперь вклад обменных сил при рассеянии неотждественных частиц\*\*. Запишем квазипотенциал в виде [10]

$$\hat{V}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \hat{g}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) + \hat{h}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}). \quad (12)$$

Квазипотенциалы  $\hat{g}$  и  $\hat{h}$  будем называть прямой и обменной частями квазипотенциала  $\hat{V}$ , причем для  $\hat{g}$  предполагается справедливость представления (2), а

$$\hat{h}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = h(E) \int_0^{\infty} dy \hat{\sigma}(E; y) \exp[-y(\mathbf{p} + \mathbf{k})^2]. \quad (13)$$

При этом будем считать, что плотности  $\hat{\rho}$  и  $\hat{\sigma}$  удовлетворяют слабым пределам типа (3) с одинаковым  $N$ .

Представим амплитуду рассеяния  $\hat{T}$  в виде суммы двух величин

$$\hat{T} = \hat{G} + \hat{H}. \quad (14)$$

\* Подробное вычисление  $\hat{G}_{n+1}$  проведено в приложении.

\*\* Случай рассеяния тождественных частиц будет рассмотрен в следующем разделе.

Подставляя (12) и (14) в (4), получаем следующую систему квази-потенциальных уравнений:

$$\hat{G} = \hat{g} + \hat{g} \otimes \hat{G} + \hat{h} \otimes \hat{H}; \quad (15)$$

$$\hat{H} = \hat{h} + \hat{h} \otimes \hat{G} + \hat{g} \otimes \hat{H}. \quad (16)$$

Для мезон-нуклонного рассеяния пик при рассеянии назад подавлен, т. е.

$$\left| \frac{\hat{h}(E; \Delta_u \sim 0)}{\hat{g}(E; \Delta_t \sim 0)} \right| \rightarrow 0 \text{ при } E \rightarrow \infty.$$

Поэтому в случае, когда квазипотенциалы  $\hat{g}$  и  $\hat{h}$  удовлетворяют условиям (2), (13) и (3), в уравнении (15) можно пренебречь последним членом. При этом система уравнений (15) и (16) расцепляется. Заметим, что вклад  $\hat{g}$  был рассмотрен выше, так что изучим только вклад обменной части квазипотенциала  $\hat{h}$ . Решая уравнение (16) итерациями, представим  $\hat{H}$  в виде:

$$\left. \begin{aligned} \hat{H} &= \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k=1}^{n+1} \hat{H}_{nk}; \\ \hat{H}_{nk} &= \underbrace{\hat{g} \otimes \hat{g} \otimes \dots \otimes \hat{g}}_{k-1} \otimes \hat{h} \otimes \underbrace{\hat{g} \otimes \hat{g} \otimes \dots \otimes \hat{g}}_{n-k+1} = \\ &= \int \dots \int \frac{d^3 \mathbf{q}_1 \dots d^3 \mathbf{q}_n}{\prod_{i=1}^n [E^2(\mathbf{q}_i) - E^2 - i0]} \hat{g}(E; \mathbf{p} - \mathbf{q}_1) \hat{A}(E; \mathbf{q}_1) \dots \\ &\dots \hat{g}(E; \mathbf{q}_{k-2} - \mathbf{q}_{k-1}) \hat{A}(E; \hat{\mathbf{q}}_{k-1}) \hat{h}(E; \mathbf{q}_{k-1} + \\ &\quad + \mathbf{q}_k) \hat{A}(E; \hat{\mathbf{q}}_k) \hat{g}(E; \hat{\mathbf{q}}_k - \mathbf{q}_{k+1}) \dots \\ &\dots \hat{A}(E; \mathbf{q}_n) \hat{g}(E; \mathbf{q}_n - \mathbf{k}). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Учитывая (2), (13) и производя замену переменных [7]

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{q}_i &= \Delta_i + \lambda_i; \\ \lambda_i &= \begin{cases} 1 + \mathbf{r} \left( 1 - 2 \frac{\sum_{m=1}^i 1/x_m}{\sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq k)}}^{n+1} 1/x_m + 1/y_k} \right) & (1 \leq i \leq k-1); \\ -1 + \mathbf{r} \left( 1 - 2 \frac{\sum_{m=i+1}^{n+1} 1/x_m}{\sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq k)}}^{n+1} 1/x_m + 1/y_k} \right) & (k \leq i \leq n). \end{cases} \end{aligned} \right\}$$

где  $l = (\mathbf{p} - \mathbf{k})/2$ ;  $\mathbf{r} = (\mathbf{p} + \mathbf{k})/2$ , преобразуем амплитуду  $\hat{H}_{n, k}$  к виду

$$\hat{H}_{n, k} = \int \dots \int dx_1 \dots dy_k \dots dx_{n+1} \times \\ \times \exp \left\{ - \frac{(\mathbf{p} + \mathbf{k})^2}{\sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq k)}}^{n+1} 1/x_m + 1/y_k} \right\} \hat{J}_{n, k}(x_1 \dots y_k \dots x_{n+1}),$$

здесь

$$\hat{J}_{n, k}(x_1 \dots y_k \dots x_{n+1}) = \\ = [g(E)]^n h(E) \int \frac{d^3 \Delta_1 \dots d^3 \Delta_n \exp \{-C'_{ij} \Delta_i \Delta_j\}}{\prod_{i=1}^n (E^2(\Delta_i + \lambda_i) - E^2 - i0)} \times \\ \times \hat{\rho}(E; x_1) \hat{A}(E; \Delta_1 + \lambda_1) \dots \hat{A}(E; \Delta_{k-1} + \\ + \lambda_{k-1}) \hat{\sigma}(E; y_k) \hat{A}(E; \Delta_k + \lambda_k) \dots \hat{A}(E; \Delta_n + \lambda_n) \hat{\rho}(E; x_{n+1}); \\ C'_{ij} \Delta_i \Delta_j = \sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq k)}}^{n+1} (\Delta_m - \Delta_{m-1})^2 x_m + (\Delta_k + \Delta_{k-1})^2 y_k; \\ \Delta_0 = \Delta_{n+1} = 0.$$

Используя метод, развитый выше, можно показать, что основной вклад в асимптотику  $\hat{H}_{n, k}$  при больших  $|u| = (\mathbf{p} + \mathbf{k})^2 \sim s$  дает область  $y \sim 0$ . Тогда

$$\hat{H}_{n, k}^{y \sim 0} \approx \exp [i \hat{\chi}(0) \hat{B}(\mathbf{p})] \hat{h}(E; \mathbf{p} + \mathbf{k}) \exp [i \hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}(0)],$$

где  $\hat{B}(\mathbf{p})$  и  $\hat{\chi}(0)$  определены в (10). Заметим, что вклад в асимптотику  $\hat{H}_{n, k}$  дает также область  $x_1 \sim 0$ , однако в этом случае

$$\hat{H}_{n, k}^{x \sim 0} \approx \hat{H}_{n, k}^{y \sim 0} \left( \frac{\int dz \hat{h}(E; r = \sqrt{z^2 + \mathbf{b}^2})}{\int dz \hat{g}(E; r = \sqrt{z^2 + \mathbf{b}^2})} \right) \Big|_{\mathbf{b}=0} \ll \hat{H}_{n, k}^{y \sim 0},$$

что связано с подавлением пика при рассеянии назад.

Таким образом, учитывая (11) при рассеянии нетождественных частиц для полной амплитуды рассеяния на большие углы, получаем выражение [7]

$$\hat{T}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = \exp [i \hat{\chi}(0) \hat{B}(\mathbf{p})] [\hat{g}(E; p - k) + \\ + \hat{h}(E; \mathbf{p} + \mathbf{k})] \exp [i \hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}(0)]. \tag{18}$$

Для выбранного нами класса аналитических квазипотенциалов, удовлетворяющих условию (3), можем написать

$$g(E) \int_0^\infty dx \exp(-|t|x) \hat{\rho}(E; x) \rightarrow \frac{g(E)}{s^{N+1}} \int_0^\infty d\eta \hat{\psi}(\eta) \exp(-|t|\eta/s),$$

т. е. амплитуда рассеяния имеет следующий асимптотический вид:

$$\begin{aligned} \hat{T}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) &\sim \frac{1}{s^{N+1}} \exp[i\hat{\chi}(0) \hat{B}(\mathbf{p})] \times \\ &\times \left[ g(E) \int_0^\infty d\eta \hat{\psi}(\eta) \exp(-|t|\eta/s) + \right. \\ &\left. + h(E) \int_0^\infty d\xi \hat{\varphi}(\xi) \exp(-|u|\xi/s) \right] \exp[i\hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}(0)], \end{aligned} \quad (19)$$

что приводит к степенному падению дифференциального сечения рассеяния в области больших углов при выполнении условия

$$\lim_{p \rightarrow \infty} \hat{B}(\mathbf{p}) = \hat{B}(\mathbf{p}/|\mathbf{p}|),$$

которое выполняется при рассеянии скалярных частиц и частиц со спином.

## 2. ИЗУЧЕНИЕ КОНКРЕТНЫХ ПРОЦЕССОВ РАССЕЯНИЯ

Перейдем теперь к вычислению сечений рассеяния для конкретных процессов. Вначале рассмотрим случай рассеяния двух тождественных бесспиновых частиц. Квазипотенциал, являющийся в этом случае скалярной функцией, с учетом обменных сил [10] записывается в виде (12), а амплитуду рассеяния можно представить выражением (14). Учитывая кроссинг-симметрию, получаем

$$\begin{aligned} g(E; \mathbf{p} - \mathbf{k}) &= h(E; \mathbf{p} - \mathbf{k}); \\ G(E; \mathbf{p}, -\mathbf{k}) &= H(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}), \end{aligned}$$

откуда для полной амплитуды следует

$$T(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = (1 + \hat{P}) G(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}), \quad (20)$$

где  $\hat{P}$  — оператор отражения относительной координаты в конечном состоянии. При действии на амплитуду  $G$  на массовой поверхности оператор  $\hat{P}$  производит замену  $t \rightleftharpoons u$ .

Амплитуда  $G(E; \mathbf{p}, \mathbf{k})$  удовлетворяет квазипотенциальному уравнению Логанова — Тавхелидзе, которое можно записать в виде (4). При этом  $A(E; \mathbf{q}) = 4/\sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2}$ ;  $g(E) = E^2 = s$ . Используя (10), получаем, что  $B(\mathbf{p}) \rightarrow 1$  при  $p \rightarrow \infty$ , а  $\chi(0)$  совпадает с эйкональной фазой упругого рассеяния (см., например, работу [1]).

Учитывая (11) и (20), находим

$$\left. \begin{aligned} T(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \exp[2i\chi(0)] (g(E; t) + g(E; u)); \\ d\sigma/dt &\approx (1/s^2) |\exp[2i\chi(0)]|^2 |g(E; t) + g(E; u)|^2. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$



Рассмотрим теперь рассеяние скалярной частицы на спинорной. Квазипотенциальное уравнение, описывающее эту систему частиц, получено в работе [11], и его можно представить в виде (4) с

$$\hat{A}(E; \mathbf{q}) = \{\gamma_0 E - (1 + \sqrt{\mu^2 + \mathbf{q}^2} / \sqrt{M^2 + \mathbf{q}^2}) (\gamma \mathbf{q} - M)\} / \sqrt{\mu^2 + \mathbf{q}^2}. \quad (22)$$

Квазипотенциал (2) является в этом случае матрицей  $4 \times 4$ . Ниже рассмотрим простой вид  $\gamma_5$  инвариантного квазипотенциала с плотностью

$$\left. \begin{aligned} \hat{\rho}(E; x) = \gamma_0 \rho(E; x); \quad \hat{\sigma}(E; x) = \gamma_0 \sigma(E; x); \\ g(E) = 2E. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Используя (22) и (23), получаем

$$\hat{B}(\mathbf{p}) \xrightarrow{p \rightarrow \infty} (\gamma_0 - \gamma \mathbf{p} / |\mathbf{p}|) / 2 = \hat{n}(\mathbf{p}) / 2, \quad (24)$$

откуда для полной амплитуды имеем

$$\begin{aligned} \hat{T}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) = [g(E; \mathbf{p} - \mathbf{k}) + h(E; \mathbf{p} + \mathbf{k})] \times \\ \times [1 + \gamma_0 \hat{n}(\mathbf{p}) F] [1 + \gamma_0 \hat{n}(\mathbf{k}) F] \gamma_0, \end{aligned}$$

где

$$F = \{\exp[i\chi(0)] - 1\} / 2; \quad (25)$$

$\chi$  — эйкональная фаза мезон-нуклонного рассеяния [12];

$$2i\chi(\mathbf{b}) = - \int_{-\infty}^{\infty} dz g(E; r = \sqrt{z^2 + \mathbf{b}^2}) / 2ip.$$

Переходя к дифференциальному сечению рассеяния, находим [7]

$$d\sigma/dt \approx (1/s) \exp[2i\chi(0)]^2 (1+z) |g(E; \mathbf{p} - \mathbf{k}) + h(E; \mathbf{p} + \mathbf{k})|^2. \quad (26)$$

Изучим теперь рассеяние двух спинорных частиц. Квазипотенциальные уравнения, описывающие взаимодействие двух частиц со спинами  $1/2$ , были получены в работах [13, 14]. Здесь будем использовать уравнение из работы [14], позволяющее без изменений применить развитый метод для изучения асимптотического поведения амплитуд нуклон-нуклонного рассеяния. Уравнение можно записать в виде (4), причем

$$\hat{A}(E; \mathbf{q}) = \left[ \frac{E^2 - E^2(\mathbf{q})/2}{1E} + \hat{H}_1(\mathbf{q}) + \hat{H}_2(-\mathbf{q}) + \frac{2}{E} \hat{H}_1(\mathbf{q}) \hat{H}_2(-\mathbf{q}) \right],$$

где  $\hat{H}_{1,2}(\mathbf{q})$  — операторы энергии первой и второй частиц соответственно:

$$\hat{H}_{1,2}(\mathbf{q}) = m\gamma_0^{(1,2)} + \gamma_0^{(1,2)} \boldsymbol{\gamma}^{(1,2)} \mathbf{q}.$$

Квазипотенциал  $\hat{g}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k})$  можно представить в виде матрицы  $16 \times 16$  с  $g(E) \sim \text{const}$ , которую для удобства выбираем равной 4. Для амплитуды рассеяния в этом случае получаем выражение (11), где

$$\hat{B}(\mathbf{p}) \xrightarrow{p \rightarrow \infty} \hat{n}_1(\mathbf{p}) \hat{n}_2(-\mathbf{p})/4, \quad (27)$$

операторы  $\hat{n}(\mathbf{p})$  определены в (24).

Отметим, что при высоких энергиях и малых передачах импульса амплитуды с переворотом спина малы по сравнению с амплитудами без переворота спина [15]. Этому условию удовлетворяет, например, эйкональная фаза [12]:

$$\hat{\chi}(\mathbf{b}) = \gamma_0^{(1)} \gamma_0^{(2)} \chi(\mathbf{b}). \quad (28)$$

Подставляя (27) и (28) в (11), получаем

$$\begin{aligned} \hat{G}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) &= [1 + \gamma_0^{(1)} \hat{n}^{(1)}(\mathbf{p}) \gamma_0^{(2)} \hat{n}^{(2)}(-\mathbf{p}) F/2] \times \\ &\times \hat{g}(s, t) [1 + \gamma_0^{(1)} \hat{n}^{(1)}(-\mathbf{k}) \gamma_0^{(2)} \hat{n}^{(2)}(\mathbf{k}) F/2]; \end{aligned}$$

здесь  $F$  определена выражением (25), где  $\chi$  — эйкональная фаза нуклон-нуклонного рассеяния [12]:

$$2i\chi(\mathbf{b}) = -\frac{1}{2i} \int_{-\infty}^{\infty} dz g(E; r = \sqrt{z^2 + \mathbf{b}^2}).$$

Квазипотенциал  $\hat{g}(s, t)$  выбираем в  $\gamma_5$ -инвариантном виде:

$$\hat{g}(s, t) = \gamma_\mu^{(1)} \gamma^{(2)\mu} C(s, t) + \gamma_5^{(1)} \gamma_5^{(2)} \gamma_\mu^{(1)} \gamma^{(2)\mu} D(s, t), \quad (29)$$

где  $C(s, t)$  и  $D(s, t)$  — квазипотенциалы, описывающие вектор-векторное и аксиально-аксиальное взаимодействие. Переходя к дифференциальному сечению рассеяния

$$d\sigma/dt \sim \sum_{\text{спин}} M(\mathbf{p}, \mathbf{k}) M^+(\mathbf{p}, \mathbf{k}),$$

где

$$\begin{aligned} M(\mathbf{p}, \mathbf{k}) &= \langle \bar{\psi}_1^{\sigma_1'}(\mathbf{p}) \bar{\psi}_2^{\sigma_2'}(-\mathbf{p}) | \hat{G}(E; \mathbf{p}, \mathbf{k}) | \psi_1^{\sigma_1}(\mathbf{k}) \times \\ &\times \psi_2^{\sigma_2}(-\mathbf{k}) \rangle - \langle \bar{\psi}_1^{\sigma_1'}(\mathbf{p}) \bar{\psi}_2^{\sigma_2'}(-\mathbf{p}) | \hat{G}(E; \mathbf{p}, -\mathbf{k}) | \psi_1^{\sigma_1}(-\mathbf{k}) \psi_2^{\sigma_2}(\mathbf{k}) \rangle, \end{aligned}$$

получаем в пределе (8) следующее выражение [8]

$$\begin{aligned} d\sigma/dt \approx & |\exp[2i\chi(0)]|^2 \{4 |C(s, t) + D(s, t) + C(s, u) + D(s, u)|^2 + \\ & + (1+z)^2 |C(s, t) - D(s, t)|^2 + (1-z)^2 |C(s, u) - D(s, u)|^2\}. \quad (30) \end{aligned}$$

### 3. СРАВНЕНИЕ С ЭКСПЕРИМЕНТОМ

Приведем несложные примеры использования полученных формул. Сначала рассмотрим случай рассеяния скалярных частиц. В качестве квазипотенциала  $g(E; \Delta)$  выберем гауссов квазипотенциал с малой добавкой, удовлетворяющей условию (3):

$$\rho(E; x) = ig\delta(x-a) + (h/s)x^{m-1}\exp(-bx)/s^{M-1}. \quad (31)$$

При рассеянии на малые углы при высоких энергиях основной вклад дает область  $x \approx a$  и мы получаем эйкональное представление для амплитуды рассеяния на гауссовом квазипотенциале. При этом эйкональная фаза определена выражением [1,6]

$$2i\chi(b) = -4\pi^2 g \exp(-b^2/4a)/a; \quad 2i\chi(0) = -4\pi^2 g/a.$$

При рассеянии на фиксированные углы при  $s \rightarrow \infty$  доминирует область  $xs \sim \eta$  фиксировано. При этом

$$\psi(\eta) = \lim_{s \rightarrow \infty} s^N \rho(E; x = \eta/s) = h\eta^{m-1}; \quad (32)$$

$$(N = m + M - 1)$$

из (21) получаем

$$d\sigma/dt \approx (1/s^{2N+2}) |\exp(-4\pi^2 g/a)|^2 [1/(1-z)^m + 1/(1+z)^m]^2. \quad (33)$$

Таким образом, выбранный нами квазипотенциал (31) приводит к степенному падению дифференциального сечения, причем зависимость от косинуса угла рассеяния  $z$  такова, что имеется одинаковый рост при рассеянии вблизи пика вперед и назад.

Рассмотрим теперь рассеяние частиц со спинами 0 и 1/2. Пусть функция  $\psi(\eta)$  соответствует плотности  $\rho(E; x)$ , а функция  $\varphi(\xi)$  — плотности  $\sigma(E; y)$ , которые определяются в (23) и имеют вид (32):

$$\psi(\eta) = \text{const } \eta^{m-1};$$

$$\varphi(\xi) = \text{const } \xi^{h-1}. \quad (34)$$

Тогда для дифференциального сечения рассеяния на большие углы из (26) получаем

$$\frac{d\sigma}{dt} \approx \frac{(1+z)}{s^{2N+2}} \left| \exp[2i\chi(0)] \right|^2 \left( \frac{A}{(1-z)^m} + \frac{B}{(1+z)^h} \right)^2, \quad (35)$$

откуда следует, что у дифференциального сечения мезон-нуклонного рассеяния на большие углы наблюдается пик как при  $\theta \sim 0$ , так и при  $\theta \sim 180^\circ$ .

Перейдем к рассмотрению рассеяния спинорных частиц. При этом будем считать, что оба квазипотенциала  $C(s, t)$  и  $D(s, t)$  в (29) заданы представлением (2) и удовлетворяют условию (3),

причем функции  $\psi_C, D(\eta)$  определены выражением (32), тогда

$$C(s, t) = \alpha / [s^{N+1} (1-z)^m];$$

$$D(s, t) = \beta / [s^{N+1} (1-z)^m].$$

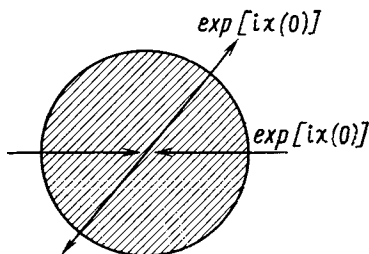
В этом случае для дифференциального сечения из (30) получаем

$$\frac{d\sigma}{dt} \sim \frac{|\exp [2i\chi(0)]|^2}{s^{2N+2} (1-z^2)^{2m}} \{ |\alpha + \beta|^2 [(1+z)^{2m+2} + (1-z)^{2m+2} + 4((1+z)^m + (1-z)^m)^2] - 2(\alpha\beta^* + \beta\alpha^*) [(1+z)^{2m+2} + (1-z)^{2m+2}] \}. \quad (36)$$

Таким образом, выбранный класс аналитических  $\gamma_5$ -инвариантных квазипотенциалов приводит к степенным автомодельным асимптотикам для дифференциальных сечений рассеяния частиц высоких энергий на большие углы. Отметим, что появление множителей  $(1+z)$  в (26) и  $(1 \pm z)^2$  в (30) является прямым следствием  $\gamma_5$ -инвариантности взаимодействия при  $s, |t|, |u| \gg m^2$ .

Фактор  $|\exp [2i\chi(0)]|^2$ , появляющийся в выражениях для дифференциальных сечений рассеяния на большие углы (33), (35) и (36), характеризует «степень прозрачности» частиц на малых прицельных расстояниях и определяется параметрами, которые описывают рассеяние на малые углы.

Полученным результатам соответствуют следующие физические представления о процессе рассеяния. В начале процесса происходит многократное перерассеяние на малые углы, благодаря которому набегают эйкональная фаза, а затем однократное рассеяние на большой угол, описываемое соответствующим борновским членом, после чего процесс перерассеяния на малые углы повторяется:



Для справедливости автомодельной асимптотики необходимо, чтобы эйкональная фаза не зависела от  $s$ . Наличие логарифмической зависимости от инварианта энергии приводит к поправкам к правилам кваркового счета. Так, из эйконального представления

в случае гауссова квазипотенциала имеем:

$$\sigma_{\text{tot}} = 8\pi a I(x); \quad I(x) = \int_0^x dy (1 - \exp(-y))/y;$$

$$x = -2i\chi(0) = 4\pi^2 g/a,$$

откуда  $\sigma_{\text{tot}} \leq a \ln x$  при  $x \rightarrow \infty$ .

С другой стороны, из (33) видно, что для сохранения степенного закона убывания амплитуды рассеяния на большие углы необходимо, чтобы рост  $x$  не превышал  $\ln s$ . Если считать, что рассеяние на малые углы описывается гауссовым квазипотенциалом

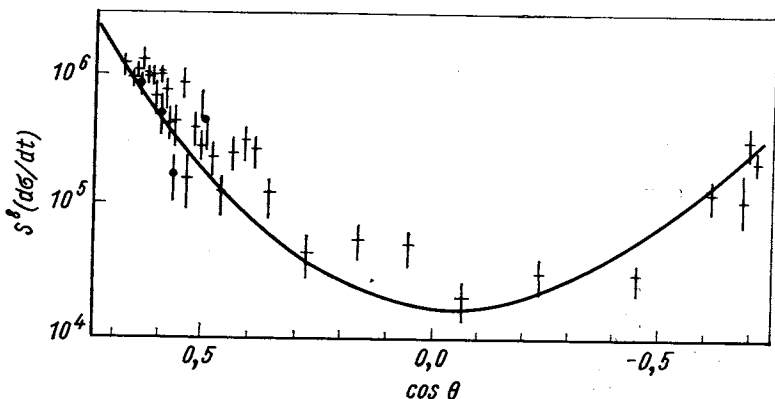


Рис. 1.  $s^2(d\sigma/dt)$  для  $\pi^+p$ -рассеяния при  $8 < p_L < 10$  Гэв/с

с радиусом  $a \sim \ln s$ , то получаем в нашей модели ограничение на рост полного сечения

$$\sigma_{\text{tot}} \leq \ln s (\ln \ln s). \quad (37)$$

Эта формула является примером отмеченной во введении корреляции между рассеянием на малые и большие углы.

Представляет интерес сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, которое проведем для случая  $\pi^+p$ - и  $pp$ -рассеяния на большие углы при энергиях  $p_L > 7$  Гэв/с [16]. Так, для  $\pi^+p$ -рассеяния наилучшее описание данных получено при следующих значениях параметров [см. (35)]:

$$A = 79,1 \pm 6; \quad B = 84 \pm 16; \quad m = 2,3 \pm 0,08; \quad k = 2,35 \pm 0,16.$$

Используя  $s \rightleftharpoons u$ -кроссинг, можно найти выражение для дифференциального сечения  $\pi^-p$ -рассеяния. Соответствующие кривые

приведены на рис. 1, 2 и показывают согласие с экспериментальными данными [17, 18] ( $\chi^2/\chi^2 = 3,0$ ).

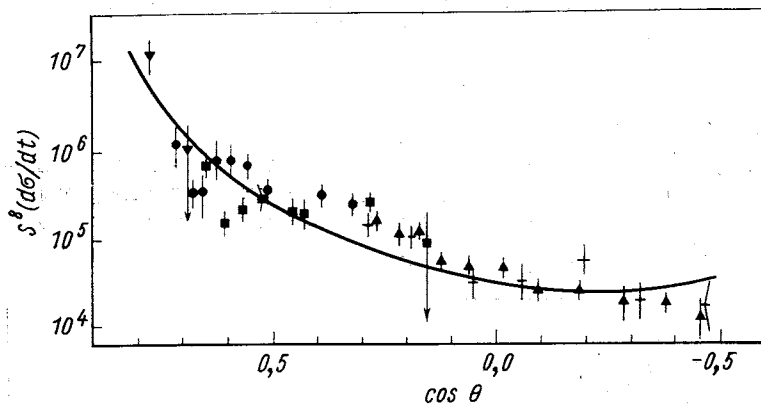


Рис. 2.  $s^8 (d\sigma/dt)$  для  $\pi$ - $p$ -рассеяния при  $7 < p_L < 14$  Гэв/с

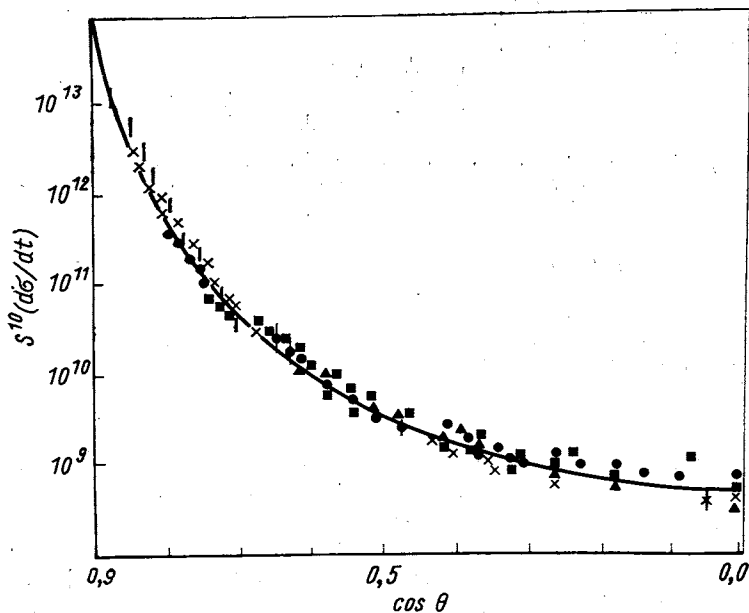


Рис. 3.  $s^{10} (d\sigma/dt)$  для  $pp$ -рассеяния при  $7 < p_L < 22$  Гэв/с

В случае  $pp$ -рассеяния (рис. 3) [см., например, (36)] при  $m = 2,51 \pm 0,02$  и  $\alpha = \beta = 14\,011 \pm 109$  получено описание экспериментальных данных [19] ( $\chi^2/\chi^2 = 7,2$ ). Введение логарифми-

ческой зависимости параметров от энергии позволяет существенно улучшить качество описания:

$$m = 2,42 \pm 0,01; \quad \chi^2/\bar{\chi}^2 = 2,7;$$

$$\alpha = \beta = (15718 \pm 144) - (5658 \pm 850) \ln^2 s / (17,3 \pm 1).$$

Таким образом, наилучшее описание данных по  $pp$ -рассеянию достигается при равенстве вектор-векторного и аксиально-аксиального взаимодействия.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н. Н. Боголюбову и А. Н. Тавхелидзе за внимание к работе и ценные замечания, а также Р. М. Мурадян, В. К. Митрюшкину, А. Н. Сисакяну, Л. А. Слепченко, В. Г. Теплякову за плодотворные обсуждения.

### ПРИЛОЖЕНИЕ

Для исследования вкладов различных областей обращения в нуль параметров  $x_i$  представим каждый из интегралов в (6) в виде

$$\int_0^\infty dx_i = \int_0^\varepsilon dx_i + \int_\varepsilon^\infty dx_i,$$

где  $\varepsilon \sim 1/s^{1-\alpha}$ ;  $0 < \alpha < 1$ . В результате получаем представление [6]

$$\hat{G}_{n+1} = \sum_{m=0}^{n+1} \hat{G}_{n+1}^{(m)}, \tag{П.1}$$

где  $\hat{G}_{n+1}^{(m)}$  задана формулой (6), в которой интегрирование по каким-либо  $m$  параметрам  $x_i$  проводится вблизи нуля, а по остальным — от  $\varepsilon$  до  $\infty$ . Очевидно, что  $\hat{G}_{n+1}^{(0)}$  экспоненциально мала в пределе (8). Для  $\hat{G}_{n+1}^{(1)}$  имеем выражение

$$\hat{G}_{n+1}^{(1)} = \sum_{l=1}^{n+1} \int_\varepsilon^\infty dx_1 \dots \int_0^\varepsilon dx_l \dots \int_\varepsilon^\infty dx_{n+1} \exp(-x_l |t|) \times$$

$$\times \hat{J}_n(x_1 \dots x_{n+1}) \Big|_{x_l=0}, \tag{П.2}$$

где

$$\hat{J}_n(x_1 \dots x_{n+1}) \Big|_{x_l=0} = (g(E))^{n+1} \times$$

$$\times \int \dots \int \frac{d^3 \Delta_1 \dots d^3 \Delta_n \exp\{-\tilde{C}_{ij} \Delta_i \Delta_j\}}{\prod_{i=1}^{l-1} [E^2(\Delta_i + \mathbf{p}) - E^2 - i0] \prod_{i=1}^n [E^2(\Delta_i + \mathbf{k}) - E^2 - i0]} \times$$

$$\times \prod_{i=1}^{l-1} [\hat{\rho}(E; x_i) \hat{A}(E; \mathbf{p} + \Delta_i)] \hat{\rho}(E; x_l) \times$$

$$\times \prod_{i=l+1}^n [\hat{A}(E; \mathbf{k} + \Delta_i) \hat{\rho}(E; x_i)]; \tag{П.3}$$

здесь

$$\tilde{C}_{ij\Delta_i\Delta_j} = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq l}}^{n+1} (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 x_i; \quad \Delta_0 = \Delta_{n+1} = 0.$$

Основной вклад в (П.3) дает область  $|\Delta_i| \leq 1/\sqrt{\varepsilon} \ll |p|$ . Поэтому в (П.3) можно оставить только главные члены разложения по  $1/p$ :

$$\begin{aligned} \hat{J}_n(x_1 \dots x_{n+1}) \Big|_{x_l \sim 0} &\approx \frac{(g(E))^{n+1}}{(8p)^n} \times \\ &\times \prod_{i=1}^{l-1} [\hat{\rho}(E; x_i) \hat{A}(E; p)] \hat{\rho}(E; x_l) \times \\ &\times \prod_{i=l+1}^{n+1} [\hat{A}(E; k) \hat{\rho}(E; x_i)] f_n(x_1 \dots x_{n+1}), \end{aligned} \quad (\text{П.4})$$

где

$$\begin{aligned} f_n(x_1 \dots x_{n+1}) &= \int \dots \int d^3\Delta_1 \dots d^3\Delta_n \times \\ &\times \exp\left\{-\tilde{C}_{ij\Delta_i\Delta_j} / \prod_{i=1}^{l-1} (n_p\Delta_i - i0) \prod_{i=l}^{n+1} (n_r\Delta_i - i0)\right\}, \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

причем  $n_p$  и  $n_r$  — единичные векторы, направленные вдоль импульсов  $p$  и  $k$  соответственно. Легко видеть, что интеграл (П.5) можно представить в виде произведения

$$f_n(x_1 \dots x_{n+1}) = \tilde{f}_{l-1} \tilde{f}_{n-l+1},$$

где

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{l-1} &= \int \dots \int d^3\Delta_1 \dots d^3\Delta_{l-1} \times \\ &\times \exp\left\{-\sum_{i=1}^{l-1} x_i (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 / \prod_{i=1}^{l-1} (n_p\Delta_i - i0)\right\}; \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{n-l+1} &= \int \dots \int d^3\Delta_l \dots d^3\Delta_n \times \\ &\times \exp\left\{-\sum_{i=l+1}^{n+1} x_i (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 / \prod_{i=l}^{n+1} (n_r\Delta_i - i0)\right\}. \end{aligned} \quad (\text{П.7})$$

Для вычисления  $\tilde{f}_{l-1}$  и  $\tilde{f}_{n-l+1}$  удобно направить ось  $z$  вдоль  $n_p$  и  $n_r$  и использовать представление

$$\begin{aligned} \exp[-x_i (\Delta_i - \Delta_{i-1})_z^2] &= (1/2 \sqrt{\pi x_i}) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} dz_i \exp[iz_i (\Delta_i - \Delta_{i-1})_z - z_i^2/4x_i], \end{aligned}$$



позволяющее проинтегрировать по  $\Delta$ . Например, для  $\tilde{f}_{l-1}$  получаем

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{l-1} &= (i\pi^{3/2})^{l-1} \frac{1}{(x_1 \dots x_{l-1})^{3/2}} \times \\ &\times \int_0^\infty \dots \int_0^\infty dz_1 \dots dz_{l-1} \theta(z_1 - z_2) \times \\ &\times \theta(z_2 - z_3) \dots \theta(z_l) \exp \left\{ - \sum_{i=1}^{l-1} (z_i^2/4x_i) \right\}. \end{aligned}$$

Аналогичное выражение справедливо и для  $\tilde{f}_{n-l+1}$ . Используя эти представления, подставляем (П.4) в (П.2) и интегрируем по  $x_l$ . При этом учитываем, что

$$\pi^{3/2} \int_\varepsilon^\infty dx \frac{\hat{\rho}(E; x)}{x^{3/2}} \exp(-z^2/4x) \xrightarrow{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\hat{g}(E; r = \sqrt{z^2 + \mathbf{b}^2})}{g(E)} \Big|_{\mathbf{b}=0},$$

где  $\hat{g}(E, r)$  — фурье-образ квазипотенциала. Введем также следующее обозначение:

$$i \int_{-\infty}^\infty dz \frac{\hat{g}(E; r)}{g(E)} \Big|_{\mathbf{b}=0} = i\hat{\chi}(0).$$

Симметризуя полученные подынтегральные выражения, приходим к представлению

$$\begin{aligned} \hat{G}_{n+1}^{(1)} &= \sum_{l=1}^{n+1} \frac{(i\hat{\chi}(0)\hat{B}(\mathbf{p}))^{l-1}}{(l-1)!} \left[ g(E) \int_0^\varepsilon dx \hat{\rho}(E; x) \exp(xt) \right] \times \\ &\times \frac{(\hat{B}(\mathbf{k})i\hat{\chi}(0))^{n-l+1}}{(n-l+1)!}; \end{aligned} \tag{П.8}$$

здесь

$$\hat{B}(\mathbf{p}) = \tilde{A}(E; \mathbf{p}) g(E)/16 |\mathbf{p}|.$$

Так как  $|t| \rightarrow \infty$ , то основной вклад в (П.8) дает область малых  $x \sim 1/s$ . Таким образом, замена

$$g(E) \int_0^\varepsilon dx \hat{\rho}(E, x) \exp(xt) \rightarrow g(E) \int_0^\infty dx \hat{\rho}(E; x) \exp(xt) = \hat{g}(E; t)$$

не изменит асимптотики (П.6). Таким образом, получаем, что  $\hat{G}_{n+1}^{(1)}$  имеет вид (9).

Рассмотрим теперь член  $G_{n+1}^{(2)}$  в разложении (II.4):

$$\hat{G}_{n+1}^{(2)} = \sum_{l < k=1}^{n+1} \int_{\varepsilon}^{\infty} dx_1 \dots \int_0^{\varepsilon} dx_l \int_0^{\varepsilon} dx_k \dots \int_{\varepsilon}^{\infty} dx_{n+1} \times \\ \times \exp [tx_l x_k / (x_l + x_k)] \hat{J}_n(x_1 \dots x_{n+1}) \Big|_{x_l x_k \sim 0} = \sum_{l < k=1}^{n+1} \hat{G}_{lk}^{(2)}. \quad (II.9)$$

В отличие от вычисления  $\hat{G}_{n+1}^{(1)}$  нельзя всюду в  $\hat{J}_n$  положить  $x_l = x_k = 0$ , так как при этом могут появиться расходимости по  $\Delta_i$  в  $\hat{J}_n$ . Это происходит из-за исчезновения в форме  $C_{ij} \Delta_i \Delta_j$  членов, квадратичных по  $\Delta_l$  и  $\Delta_k$ . Особую опасность представляют значения  $l$  и  $k$ , различающиеся на единицу. Именно эти члены и дадут основной вклад в асимптотику  $\hat{G}_{n+1}^{(2)}$ , следовательно, при переходе к пределу  $x_l, x_{l+1} \rightarrow 0$  в  $\hat{J}_n$  удержим члены, обеспечивающие сходимость интеграла по  $\Delta_i$ :

$$|C_{ij} \Delta_i \Delta_j| \xrightarrow{x_l, x_{l+1} \rightarrow 0} \sum_{i=1}^{l-1} (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 x_i + \Delta_l^2 (x_l + x_{l+1}) + \sum_{i=l+2}^{n+1} (\Delta_i - \Delta_{i-1})^2 x_i.$$

Тогда для  $\hat{J}_n$  можно написать выражение, аналогичное (II.4):

$$\hat{J}_n \sim \frac{(g(E))^{n+1}}{(8p)^{n-1}} \prod_{i=1}^{l-1} [\hat{\rho}(E; x_i) \hat{A}(E; \mathbf{p})] \hat{\rho}(E; x_l) \times \\ \times \hat{\Phi}_n(x_1 \dots x_{n+1}) \hat{\rho}(E; x_{l+1}) \prod_{i=l+2}^{n+1} [\hat{A}(E; \mathbf{k}) \hat{\rho}(E; x_i)],$$

где  $\hat{\Phi}_n$  можно представить в виде  $\hat{\Phi}_n(x_1 \dots x_{n-1}) = \tilde{f}_{l-1} \tilde{f}_{n-l} \hat{\Phi}$ , причем  $\tilde{f}_{l-1}$  определено формулой (II.6),  $\tilde{f}_{n-l}$  получается из (II.7) при замене  $l \rightarrow l+1$ , а  $\hat{\Phi}$  задано выражением

$$\hat{\Phi} = \int d^3 \Delta_l \frac{\exp[-\Delta_l^2 (x_l + x_{l+1})] \hat{A}(E; \Delta_l + \lambda_l)}{[E^2 (\Delta_l + \lambda_l) - E^2 - i0]}$$

здесь

$$\lambda_l = (x_l \mathbf{p} + x_{l+1} \mathbf{k}) / (x_l + x_{l+1}).$$

Подставляя выражения для  $\tilde{f}_{l-1}$ ,  $\tilde{f}_{n-l}$  и  $\hat{\Phi}$  в формулу (II.9), получаем

$$\hat{G}_{l, l+1} = \{ (g(E))^2 [i \hat{\chi}(0) \hat{B}(\mathbf{p})]^{l-1} / (l-1)! \} \times \\ \times \int_0^{\varepsilon} dx_l dx_{l+1} \hat{\rho}(E; x_l) \hat{\Phi}(x_l, x_{l+1}) \hat{\rho}(E; x_{l+1}) \times \\ \times \exp[-|t| x_l x_{l+1} / (x_l + x_{l+1})] [i \hat{B}(\mathbf{k}) \hat{\chi}(0)]^{n-l} / (n-l)!$$

Производя замену  $x_l, x_{l+1} \rightarrow \eta_1/s, \eta_2/s$  и переходя к пределу  $s \rightarrow \infty$ , получаем для нашего класса квазипотенциалов

$$\begin{aligned} \hat{G}_{l, l+1} &\rightarrow \frac{g(E)}{s} \frac{1}{s^{2N}} \frac{[i\hat{\chi}(0)\hat{B}(p)]^{l-1}}{(l-1)!} \int_0^{s\alpha} d\eta_1 d\eta_2 \hat{\psi}(\eta_1) \hat{\psi}(\eta_2) \times \\ &\quad \times \exp\left(-|t|/s \frac{\eta_1\eta_2}{\eta_1+\eta_2}\right) \frac{[i\hat{B}(k)\hat{\chi}(0)]^{n-l}}{(n-l)!}; \\ \hat{\varphi} &= \int d^3\Delta_l \frac{\exp[-\Delta_l^2(\eta_1+\eta_2)]}{[(\Delta_l+\tilde{\lambda}_l)^2-1/4-i0]} \hat{B}(2p(\Delta_l+\tilde{\lambda}_l)); \\ \tilde{\lambda}_l &= (\eta_1\mathbf{n}_p + \eta_2\mathbf{n}_k)/(\eta_1+\eta_2). \end{aligned}$$

Отсюда видно, что

$$\hat{G}_{l, l+1} < 1/s^{N_s(1-\alpha)N}, \quad 0 < \alpha < 1. \quad (\text{II.10})$$

Сравнивая (II.10) и (12), убеждаемся, что вклад в амплитуду  $\hat{G}$  рассеяния от  $\hat{G}^{(1)}$  асимптотически больше, чем от  $\hat{G}^{(2)}$ . Аналогичным образом можно убедиться, что это справедливо в отношении любой амплитуды  $\hat{G}^{(m)}$  с  $m > 1$ . Таким образом, формула (11) определяет всю амплитуду  $\hat{G}$  при высоких энергиях и больших передачах импульса.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кадышевский В. Г., Тавхелидзе А. Н. В кн.: Проблемы теоретической физики. М., Наука, 1969;
2. Логунов А. А., Хрусталеv О. А. В кн. «ЭЧАЯ», т. 1, М., Атомиздат, 1970, с. 72; Гарсеванишвили В. Р., Матвеев В. А., Слеченко Л. А. В кн. «ЭЧАЯ» т. 1, М., Атомиздат, 1970, с. 91; Garsevanishvili V. R., Matveev V. A., Slepchenko L. A., Tavkhelidze A. N. «Phys. Rev. D», 1971, v. 1, p. 849.
3. Blokhintsev D. I. «Nucl. Phys.», 1962, v. 31, p. 638; Alliluev S. P., Gershtein S. S., Logunov A. A. «Phys. Lett», 1965, v. 18, p. 195.
4. Giacomelli G. Rapporteur's Talk at the XVI International Conference on High Energy Physics. Batavia, 1972; Cline D. e. a. «Nucl. Phys. B», 1973, v. 55, p. 157.
5. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N. «Lett. Nuovo cimento», 1973, v. 7, p. 719.
6. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N. Preprint JINR E2-8048, 1974.
7. Голоскоков С. В. и др. Препринт ОИЯИ P2-8211, Дубна, 1974; «ТМФ», 1975, т. 24, с. 24.
8. Голоскоков С. В. и др. Препринты ОИЯИ P2-8337, Дубна, 1974; P2-9897, Дубна, 1976.
9. Голоскоков С. В. и др. Препринт ОИЯИ P2-9088, Дубна, 1975; «Ядерная физика», 1976, т. 24, с. 448.
10. Логунов А. А., Мещеряков В. А., Тавхелидзе А. Н. «Докл. АН СССР, сер. физика», 1962, т. 142, с. 317.
11. Гарсеванишвили В. Р. и др. «Ядерная физика», 1969, т. 10, с. 627.
12. Архипов А. А., Саврин В. И., Тюрин Н. Е. «Ядерная физика», 1971, т. 14, с. 1066; Кулешов С. П. и др. Препринт ОИЯИ E2-7720, Дубна, 1974.
13. Гарсеванишвили В. Р. и др. «ТМФ», 1972, т. 12, с. 384.
14. Голоскоков С. В. и др. «ТМФ», 1975, т. 24, с. 147.

13. Фаустов Р. Н. В кн.: Международная зимняя школа теоретической физики при ОИЯИ. Т. 2. Дубна, 1964, с. 108; Десмиров Г., Стоянов Д. Препринт ОИЯИ P2-1658, Дубна, 1964; Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N. Preprint JINR E2-3498, Dubna, 1967.
14. Хелашвили А. А. Препринт ОИЯИ P2-4327, Дубна, 1969.
15. Nilsson S. In.: Intern. School on Elementary Particle Phys. Herceg Novi, 1968.
16. Голоскоков С. В. и др. Препринт ОИЯИ P2-10142, Дубна, 1976.
17. Bracci E. e. a. Compilation of Differential Cross-Section  $\pi$ -Induced Reaction. Preprint CERN—HERA 75-2, 1975.
18. Baglin C. e. a. «Nucl. Phys. B», 1975, v. 98, p. 365.
19. Venary O. e. a. In: NN and ND Interactions. A compilation. Berkeley. Preprint UCRL-20000 NN, 1970.