

ВЛИЯНИЕ ВРАЩЕНИЯ НА КОЛЛЕКТИВНЫЕ СВОЙСТВА АТОМНЫХ ЯДЕР

И. Н. Михайлов

Объединенный институт ядерных исследований,
Дубна

К. Неергор

Институт Нильса Бора
Копенгаген

В. В. Пашкевич

Объединенный институт ядерных исследований,
Дубна

С. Фраундорф

Центральный институт ядерной физики,
Россендорф под Дрезденом

Представлена попытка достаточно полного описания теоретических и экспериментальных исследований влияния вращения на коллективные свойства атомных ядер. В центре внимания — зависимость корреляционных свойств сверхпроводящего типа, параметров деформации и электрических характеристик ядер от углового момента. Затронуты вопросы о влиянии вращения на объем, импульсное распределение нуклонов, спиновую поляризацию в ядрах и о связанных с этими эффектами явлениях.

An attempt is being made to summarize theoretical and experimental investigations of the effects of nuclear rotation on nuclear collective properties. The main problems covered are the angular momentum dependence of superconductive correlations, deformation parameters and nuclear electric properties. The effects of rotation on the momentum distribution of nucleons, spin polarization and related phenomena are also discussed.

ВВЕДЕНИЕ

Вращение свободного тела и связанные с ним эффекты — одни из наиболее простых явлений для физической интерпретации. Это дает основание считать весьма надежными результаты, полученные при изучении реакции системы на вращение, т. е. тех изменений в ее строении, которые вызываются этим движением. Поэтому на ротационное движение можно смотреть как на одно из средств изучения структуры. Важным оказывается то, что в смысле интенсивности воздействия на систему вращение обладает большой универсальностью: если существуют доступные способы менять угловую частоту, замедляя или ускоряя вращение тела, то возможно регулировать возмущение, вносимое вращением в струк-

турные параметры тела от слабого до умеренного или до столь сильного, что дальнейшее ускорение вращения разрывает тело на части. Конечно, возможности изучения структуры с помощью вращения имеют определенные пределы, но в ряде вопросов они оказываются уникальными.

Экспериментальные способы получения ротационных состояний атомных ядер весьма разнообразны. К состояниям с конечными значениями углового момента приводит классический процесс кулоновского возбуждения атомных ядер [1]. Широко известны реакции с тяжелыми ионами [2] [(HI — xn)-реакции], без упоминания которых не обходится практически ни одна работа по вращению ядра. К возбуждению вращательных состояний приводит также сравнительно недавно обнаруженный и еще не используемый широко для изучения структуры ядра эффект захвата ядрами медленных π^- -мезонов [3].

К настоящему времени проведено огромное количество экспериментальных и теоретических исследований по изучению ротационных свойств атомных ядер. Из большого числа проблем, связанных с вращением ядра, авторы данного обзора остановились на изучении влияния вращения на коллективные параметры атомных ядер, т. е. в нашем понимании на параметры, определяющие ядерное самосогласованное поле*. При этом вне поля нашего зрения остаются свойства нечетных ядер, в которых на первый план выступают эффекты связи неспаренного нуклона и четно-четного остова. Рассмотрение общей проблемы описания массовых параметров ядер сужено нами до изучения инерционных свойств ядер по отношению к вращению. Это также приводит к ограничению круга рассматриваемых вопросов: нижайшие состояния при заданном угловом моменте (так называемые состояния ираст-полосы) подвергнуты детальному анализу; свойства состояний, расположенных над ираст-полосой, упоминаются только при извлечении дополнительной информации об ираст-полосе или для проверки выводов, полученных при ее изучении.

Даже при всех перечисленных ограничениях круг рассматриваемых вопросов остался весьма широким, и авторы обзора пытались дать достаточно полное описание этих проблем.

В целом, авторы старались избегать описания формальных теоретических схем и использовали относительно простые методы, зарекомендовавшие себя также и в других разделах ядерной физики. Коллективная модель Бора и самосогласованный метод

* Читателя, привыкшего к терминологии теории функций Грина, просим понимать использованный термин как синоним массового оператора. Будем здесь постоянно пользоваться терминологией вариационного подхода, не давая более «перевода» на другие языки теории ядра, поскольку, как нам кажется, тот эмпирический материал, который будет описан ниже, не позволяет судить о деталях, различающих эти теории.

Хартри — Фока — Боголюбова с учетом зависимости поля от времени дают естественную основу, а иногда и прямые возможности для расчета при решении рассматриваемых задач, и мы пользуемся этими методами в следующих разделах. Однако в настоящее время целесообразно, по-видимому, попытаться хотя бы кратко осветить те многочисленные теоретические исследования, которые проводились для изучения точности и усовершенствования ядерной модели принудительного вращения и выяснению связи с ее моделью Бора. Такая программа выполняется в разд. 1. Основу следующих разделов составляют: классификация неадиабатических эффектов, возникающих при вращении ядер, рассмотрение влияния эффекта кориолисова антиспаривания (САР) на ядерные спектры; вывод простых соотношений, позволяющих извлекать информацию о влиянии вращения на электрические свойства ядер, основанный на коллективной модели Бора; анализ изменения формы ядер как при малых и промежуточных угловых моментах, так и при очень больших угловых моментах. В обзоре изложено применение метода Струтинского для описания свойств вращающихся ядер, а также обсуждаются свойства состояний ядер переходной области между сферическими и деформированными.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВРАЩЕНИЯ АТОМНЫХ ЯДЕР

Основное внимание в настоящем обзоре будет уделено выяснению структуры атомных ядер по данным о реакции ядер на вращение, т. е. на основании анализа тех изменений в свойствах ядер, которые вызваны увеличением углового момента. Микроскопическая теория вращения ядра составляет основу всего последующего изложения. Хотя понятие вращения ядра является очень прозрачным с физической точки зрения и многие связанные с ним явления имеют простую интуитивную интерпретацию, задача построения точной теории ядерного ротационного движения оказалась весьма сложной и потребовала проведения многочисленных исследований. Трудности построения теории связаны с тем, что для появления ротационного движения необходимо нарушение центральной симметрии во внутренней системе координат системы (см. разд. 4.1 в работе [4]). Центральная задача теории состоит в построении многочастичной волновой функции, которая, с одной стороны, описывала бы нарушение симметрии, а с другой — имела бы достаточное сходство с волновой функцией собственного состояния гамильтониана ядра, обладающего сферической симметрией*.

* Рекомендуем читателю лекцию О. Бора о вращении ядер, прочитанную им в связи с получением Нобелевской премии 1976 г. по физике [5]. В этой довольно короткой лекции О. Бор рассматривает значительно более широкий круг вопросов, чем обсуждается в данном обзоре, а также излагает много интересного материала по истории развития обсуждаемого направления ядерной физики.

Деформация, которая проявляется в наличии состояний ротационного типа, была ассоциирована О. Бором с квадрупольной деформацией в распределении массы и заряда внутри ядра. Большое значение $B(E2)$ -факторов, определяющих вероятность квадрупольных переходов в ротационных ядрах, было первым из очень большого числа указаний на существование такой связи.

Самым прямым путем теоретического описания вращения, основанного на гипотезе О. Бора, является, казалось бы, построение теории, начинающееся с преобразования системы координат к некоторому полному набору обобщенных переменных, включающему три угла Эйлера, которые определяют пространственную ориентацию квадруполоида массы ядра. Если предположение О. Бора достаточно точно соответствует действительности, то такое преобразование координат должно привести к разделению ядерного гамильтониана на ротационную и внутреннюю части, связанные членом взаимодействия. Этот член является малым и допускает учет по теории возмущений. Подобная схема часто используется при выводе феноменологических соотношений между различными ядерными параметрами и в таком плане будет более подробно описана в разд. 3. Однако только в последние годы был достигнут некоторый прогресс в развитии микроскопической теории в указанном направлении [6—8]. Введение обобщенных гиперсферических гармоник позволило в принципе решить задачу построения полного базиса многочастичных состояний. В работах [6—8] содержится достаточно полный анализ оператора кинетической энергии многофермионной системы, который записан в переменных, включающих углы ориентации квадруполоида массы ядра. При этом выяснена необходимость учета членов гамильтониана, описывающих связь вращения с внутренним движением, для правильного описания инерции ядер: моменты инерции в пределе слабой связи в этой теории зависят от внутренних квадрупольных моментов, как в гидродинамической модели. Потенциальная энергия ядра приведена к виду, допускающему последовательный анализ. В простейших приближениях расчеты потенциальной энергии оказались возможными, по крайней мере, для легчайших ядер [9]. Однако проведение систематических расчетов инерциальных параметров ядер и изменения внутренней структуры, вызванного вращением, в данном подходе остается делом будущего.

Итак, подход, прямо опирающийся на гипотезу О. Бора, являясь весьма последовательным и перспективным, в настоящее время еще абсолютно неадекватен решению задачи физического анализа огромного эмпирического материала о вращении ядер. Сложности в прямой реализации гипотезы О. Бора возникают при конструировании внутренних многочастичных волновых функций. Из-за того что из полного числа $3A$ координат A -нуклонного ядра во внутренней функции отсутствует несколько коллективных перемен-

ных (на самом деле всего девять *), внутренняя функция не может описать независимое движение нуклонов. Однако существует много данных, указывающих на то, что нуклоны двигаются более или менее независимо друг от друга в общем «среднем» поле. Теперь известно, что энергетические спектры и магнитные моменты нечетных вращающихся ядер можно объяснить на основе модели независимых квазичастиц. Реакции с передачей (срывом или подхватом) одного нуклона также свидетельствуют об этом. Статистические свойства ядерных состояний при больших энергиях возбуждения можно понять на основании гипотезы о существовании слабосвязанных между собой квазичастиц. Однако накопление всей этой информации, а также выяснение самого смысла того, что является квазичастицей, потребовало большого труда [10, 11].

При построении микроскопической теории вращения оказалось проще подойти к практическому решению, отправляясь не от точного определения коллективных переменных, а делая предположения непосредственно о волновых функциях ядра. Идея, оказавшаяся очень важной при этом, была сформулирована Рейнуотером [12] и развита О. Бором и Моттельсоном [13]. Они высказали предположение, что несферичность ядер и большие квадрупольные моменты вызваны тем, что среднее поле, в котором движутся нуклоны, теряет в некоторых ядрах сферическую симметрию. Следовательно, по идее Рейнуотера и О. Бора вращение ядра представляет в своей основе вращение среднего деформированного поля ядра.

Конкретная реализация этого предположения дана в работах Инглиса [14], в которых определены инерциальные свойства системы независимых фермионов, движущихся в поле с симметрией аксиального квадруполоида. Если такая система вращается с угловой частотой ω вокруг оси, не являющейся осью симметрии, тогда естественно перейти в систему координат, где поле неподвижно. Как известно [15], это приводит к преобразованию гамильтониана системы в оператор

$$\hat{R} = \hat{H} - \omega \hat{I}_x, \quad (1)$$

где \hat{I}_x — оператор проекции углового момента на ось вращения (ось x). Энергия системы $E = \langle \omega | \hat{H} | \omega \rangle$ и угловой момент I ,

* Три координаты центра массы, три угла Эйлера, описывающих ориентацию системы в пространстве, и три переменные, характеризующие ее линейные размеры по трем взаимно перпендикулярным направлениям. В задаче о вращении последние три переменные тоже можно считать внутренними, так что число координат лишь на шесть превышает число внутренних переменных.

определенный соотношением

$$\sqrt{I(I+1)} = \langle \omega | \hat{I}_x | \omega \rangle, \quad (2)$$

увеличиваются вместе с угловой частотой, причем при малых ω имеем

$$E = E_0 + \frac{1}{2} \omega^2 + \dots \quad (3)$$

Определенный таким образом момент инерции

$$\mathcal{I} = 2\hbar^2 \sum_{i \neq 0} |\langle i | I_x | 0 \rangle|^2 / (E_i - E_0), \quad (4)$$

где суммирование ведется по всем возбужденным состояниям системы i , причем E_i — энергия возбуждения; $\langle i | I_x | 0 \rangle$ — матричный элемент оператора x -проекции углового момента, взятый между основным 0 и i -м возбужденным состояниями. Момент инерции (4) можно сопоставить с аналогичным параметром, определяющим энергию возбуждения ротационных состояний ядра:

$$E_I = E_0 + I(I+1)/2\mathcal{I} + \dots; \quad (5)$$

здесь I — угловой момент состояния ирраст-полосы ядра. После того как в данной модели были учтены эффекты парных корреляций сверхпроводящего типа [16], т. е. изменены функции $|i\rangle$ и энергии E_i состояний, описывающих независимые квазичастицы [11], удалось достигнуть большого прогресса в задаче количественного описания моментов инерции. Эмпирические значения параметра \mathcal{I} в (5) для ядер редкоземельных и трансурановых элементов, сильно отличающиеся от тех, которые можно ожидать по оценкам моделей жесткого ротатора и идеальной жидкой капли с потенциальным движением, были воспроизведены в работах [17—22] с погрешностью около 20—30% согласованным образом с данными по неротационным свойствам ядер.

Ситуация оставалась не вполне удовлетворительной с точки зрения тех, кто хотел оперировать со строго обоснованной теорией вращения ядра. Подход Инглиса казался лишенным теоретического обоснования, и результаты вычислений не могли дать убедительного доказательства его применимости в новых областях. Существенный шаг вперед в этом отношении — построение самосогласованной модели принудительного движения [23—26]. Самосогласованная модель принудительного вращения использует вариационный подход для нахождения условий стационарности среднего от оператора \hat{R} , в который входит многочастичный гамильтониан ядра $\hat{H} = \hat{H}_0 + V$. Усреднение выполняется по многочастичному состоянию, удовлетворяющему условию стационарности:

$$\delta \langle \omega | \hat{R} | \omega \rangle = 0. \quad (6)$$

Многочастичные функции, используемые в расчетах, берутся из теории Хартри — Фока — Боголюбова (ХФБ) [27, 28]. При этом из кинетической энергии в гамильтониане H_0 вычитают член $\lambda \hat{N}$ в связи с тем, что в теории ХФБ многочастичные функции не являются собственными для оператора числа частиц \hat{N} . Уравнения ХФБ в самосогласованной модели принудительного движения имеют вид

$$\sum_j \begin{pmatrix} \varepsilon_{ij} + V_{ij} - \lambda \delta_{ij} - \omega j_{ij}^x & \Delta_{ij} \\ -\Delta_{ij}^* & -\varepsilon_{ij}^* - V_{ij}^* + \lambda \delta_{ij} + \omega j_{ij}^x \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_j^\mu \\ v_j^\mu \end{pmatrix} = E_\mu \begin{pmatrix} u_i^\mu \\ v_i^\mu \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где ε_{ij} — матричный элемент одночастичной части гамильтониана H_0 ; j_{ij}^x — то же для оператора \hat{I}_x , величины V_{ij} и Δ_{ij} связаны с антисимметризованными матричными элементами эффективного двухчастичного взаимодействия v следующими формулами:

$$\begin{aligned} V_{ij} &= \sum_{i'j'} v_{ii'j'j} \rho_{i'j'}; \quad \Delta_{ij} = (1/2) \sum_{i'j'} v_{ij'i'j} t_{j'i'}; \\ \rho_{ij} &= \langle \omega | c_i^+ c_j | \omega \rangle = \sum_\mu u_i^{\mu*} u_j^\mu; \\ t_{ij} &= \langle \omega | c_i c_j | \omega \rangle = \sum_\mu v_i^{\mu*} u_j^\mu \end{aligned} \quad (8)$$

$[c_i^+ (c_j)]$ — операторы рождения (уничтожения) нуклонов в одночастичном состоянии i (j). При малых ω суммирование в (8) ведется по всем значениям μ , которым соответствуют отрицательные значения E_μ . При больших ω многочастичное состояние, матрицы плотности ρ и t которого построены из векторов, соответствующих $E_\mu < 0$, может относиться к ядру с иной четностью числа нуклонов, чем при ω , близком к нулю. В таком случае собственный вектор с наименьшим положительным значением E_μ должен быть включен в суммы (8) вместо вектора с $E_\mu < 0$. Детальное обсуждение такого вопроса и исследование свойств симметрии решений уравнений (7), (8) содержатся в работах [29, 30].

Сопоставив энергии состояний прот-полосы E_I среднее $\langle \omega | H | \omega \rangle$, легко показать, используя (2), что в качестве параметра \mathcal{Y} в (5) выступает определенный соотношениями классической теории момент инерции

$$\mathcal{Y} = \langle \omega | I_x | \omega \rangle / \omega = [2 dE_I / dI (I + 1)]^{-1}. \quad (9)$$

Уравнения самосогласованной модели принудительного вращения решались до настоящего времени с использованием эффективного взаимодействия, включающего монопольное спаривание и квадрупольные факторизующиеся силы [31—35], δ -силы с зави-

симостью от плотности (силы Мигдала [36—39]) и взаимодействия Баргавы — Таулесса [40, 41]. Модель принудительного вращения применялась также в сочетании с методом Струтинского (см. разд. 5).

Самосогласованная модель принудительного вращения не приводит ни к каким изменениям в выражении для момента инерции по сравнению с формулой Инглиса в случае, когда во взаимодействии учитываются лишь факторизованные силы спаривания и квадрупольного взаимодействия. При других видах взаимодействия момент инерции перенормируется, однако информация о значении тех членов гамильтониана, которые могут вызывать перенормировку, весьма бедна. Так, в варианте сил Мигдала, использованном в работах [37, 38], перенормировка отсутствует из-за компенсации вкладов от частично-частичного и частично-дырочного каналов. Все это придает некоторую убедительность и расчетам моментов инерции по формуле Инглиса, и самосогласованной модели принудительного вращения. Правда, остаются непонятными небольшие расхождения между экспериментальными значениями моментов инерции и найденными по формуле Инглиса с учетом парных корреляций. Одним из объяснений такого расхождения [42, 43] является наличие квадрупольного спаривания (пары с симметрией Y_{21}), имеющего ту же симметрию, что и I_x , и потому дающего вклад в \mathcal{Y} . Хотя значение константы связи квадрупольного спаривания остается довольно неопределенным, известно, что значение, необходимое для получения экспериментальных значений \mathcal{Y} , не является неразумным и не очень отличается от полученного в работе [42] из условий градиентной инвариантности гамильтониана и в работе [43] на основе анализа реакции двухнуклонных передач.

Величина ω в (6)—(9) имеет ясный физический смысл в квазиклассическом приближении. В рамках использованных соображений остается необоснованной возможность квазиклассического приближения для описания стационарных состояний атомных ядер при небольших значениях углового момента. Практически вопросы появляются из-за того, что многочастичные волновые функции в методе принудительного вращения, как правило, не являются собственными функциями углового момента. Это обстоятельство порождает целый ряд трудностей: связь между угловой частотой вращения и угловым моментом в (2) вводится на основании принципа соответствия, но не следует из квантовой теории; оставаясь в рамках сказанного, нужно формулировать дополнительные гипотезы, чтобы получить выражения для неэнергетических параметров ядер, определяемых матричными элементами от операторов физических наблюдаемых между стационарными состояниями ядра. В этой связи приобретают интерес иные методы описания вращения.

Один из таких методов был инициирован работой Хилла и Уиллера [44], в которой предложено генерировать с помощью многочастичных функций теории независимых частиц (квазичастиц) более сложные волновые функции:

$$\Phi_v = \int da f_v(\alpha) \Psi_v(\alpha; x_1, \dots, x_A). \quad (10)$$

Здесь функции $\Psi_v(\alpha; x_1, \dots, x_A)$ описывают в общем случае движение нуклонов (или нуклонных квазичастиц) в поле сил, зависящем от некоторых параметров α ; $f_v(\alpha)$ — весовая функция, определяемая на основании вариационного подхода. При описании ротационного движения параметрами α являются углы Эйлера, определяющие пространственную ориентацию деформированного (самосогласованного) поля, а весовая функция $f_v(\alpha)$ — некоторая комбинация D -функций Вигнера [45—47]:

$$\Phi_{IM} = \int d\Omega \sum_K f_{KK} D_{MK}^{I*}(\Omega) \hat{D}(\Omega) \Psi(x, \dots, x_A), \quad (11)$$

где

$$\hat{D}(\Omega) = \exp(-i\varphi \hat{I}_z) \exp(-i\theta \hat{I}_y) \exp(-i\psi \hat{I}_z) \quad (12)$$

— оператор поворота с углами Эйлера $\Omega = (\varphi, \theta, \psi)$.

Волновая функция (11) — собственная для операторов $I^2 = I_x^2 + I_y^2 + I_z^2$, I_z . Таким образом, если гамильтониан H известен, энергию E_I состояния с моментом I можно определить так:

$$\begin{aligned} E_I &= \langle \Phi_{IM} | \hat{H} | \Phi_{IM} \rangle / \langle \Phi_{IM} | \Phi_{IM} \rangle = \\ &= \frac{\int d\Omega \sum_{KK'} f_{K'K}^* f_{KK'} D_{KK'}^{I*}(\Omega) \langle \Psi | \hat{H} \hat{D}(\Omega) | \Psi \rangle}{\int d\Omega \sum_{KK'} f_{K'K}^* f_{KK'} D_{KK'}^{I*}(\Omega) \langle \Psi | \hat{D}(\Omega) | \Psi \rangle}. \end{aligned} \quad (13)$$

Многочастичные функции $|\Psi\rangle$ в (11)—(13) можно определить, потребовав, чтобы энергии E_I из (13) удовлетворяли вариационному принципу. Метод проектирования обладает многими достоинствами. Волновые функции (11)—точные собственные функции углового момента, а поэтому описание вращения в его рамках является квантовым, а не квазиклассическим, как в модели принудительного вращения. В то же время в его рамках можно изучать реакцию ядерного поля на вращение так же, как и в самосогласованной модели принудительного вращения. В отличие от последней, при методе проектирования внутренние функции $|\Psi\rangle$ нельзя найти решением уравнения Шредингера для нуклонов в некотором поле; их определяют более сложными вариационными уравнениями. В рамках метода проектирования выполнено много исследований по ротационным свойствам атомных ядер [48, 49].

Однако сложность вариационной процедуры в этом методе оказывается настолько большой, что приводит к трудоемким и длительным расчетам на ЭВМ при тех предположениях о характере внутренних функций, при которых анализ проблемы в рамках самосогласованной модели принудительного вращения относительно прост. Иными словами, реальная гибкость метода проектирования в отношении к выбору внутренних функций весьма ограничена. В то же самое время условия, накладываемые на выбор внутренних функций в рамках этого метода, весьма жестки.

Необходимость тщательного выбора многочастичной функции $|\Psi\rangle$ становится особенно понятной, когда метод проектирования применяется к трансляционному движению. В этом случае корректный метод должен привести к значению массового параметра, равному сумме нуклонных масс. При использовании проекционного метода этот результат получается, если волновые функции Φ , соответствующие разным значениям полного импульса, проектируются из функций Ψ , связанных между собой преобразованием Галилея:

$$\Psi_{P_2}(r_1, \dots, r_A) = \exp[i(P_2 - P_1)(r_1 + \dots + r_A)/A] \Psi_{P_1}(r_1, \dots, r_A).$$

Аналогично для корректного описания ротационного движения необходимо, чтобы функции $|\Psi\rangle$ содержали оптимальную долю проектируемого состояния.

Критерии того, что выбранный класс функций $|\Psi\rangle$ в методе проектирования достаточно широк, можно найти на основе некоторых дополнительных предположений. На этом пути удалось установить тесную связь между методом проектирования и самосогласованной моделью принудительного вращения, а следовательно, получить основу для квантового описания вращения, требующего значительно меньшего объема вычислений и претендующего на большую точность, чем при прямом использовании проекционного метода.

В работе [50] предложен метод приближенного вычисления выражения (13), основанный на том, что при разумных значениях параметра деформации среднего поля интеграл перекрывания

$$n(\Omega) = \langle \Psi | \hat{D}(\Omega) | \Psi \rangle \quad (14)$$

представляет собой функцию, имеющую узкий максимум при $\Omega = 0$, а также при тех значениях Ω , которым соответствуют повороты, оставляющие функцию $|\Psi\rangle$ неизменной. Интеграл перекрывания непосредственно входит в знаменатель формулы (13). Матричный элемент $\langle \Psi | \hat{H} \hat{D}(\Omega) | \Psi \rangle$ можно аппроксимировать выражением

$$h(\Omega) = \langle \Psi | \hat{H} \hat{D}(\Omega) | \Psi \rangle = (a_0 + \sum_i a_i \mathcal{L}_i + \sum_{ij} a_{ij} \mathcal{L}_i \mathcal{L}_j + \dots) n(\Omega). \quad (15)$$

Здесь введены операторы «коллективного углового момента» \mathcal{L}_i ($i = x, y, z$):

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}_x \pm i\mathcal{L}_y &= \exp(\mp i\varphi) \left\{ -\operatorname{ctg} \vartheta \frac{\partial}{\partial \varphi} \mp i \frac{\partial}{\partial \vartheta} + \frac{1}{\sin \vartheta} \frac{\partial}{\partial \varphi} \right\}; \\ \mathcal{L}_z &= -i \frac{\partial}{\partial \varphi} \quad (\Omega = (\varphi, \vartheta, \psi)), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

действие которых на функции $n(\Omega)$ и $h(\Omega)$ определяется формулами

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}_i n(\Omega) &= \langle \Psi | \hat{I}_i \hat{D}(\Omega) | \Psi \rangle; \\ \mathcal{L}_i h(\Omega) &= \langle \Psi | \hat{H} \hat{I}_i \hat{D}(\Omega) | \Psi \rangle. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

В (15) многоточие обозначает наличие членов более высокого порядка по степеням \mathcal{L}_i , уменьшающихся с ростом степени, если отношение $h(\Omega)/n(\Omega)$ зависит от углов Ω значительно слабее, чем каждый из факторов, определяющих его. Пользуясь (17), величины a_0, a_i и т. п. легко выразить как средние по состоянию $|\Psi\rangle$ от гамильтониана, умноженного на некоторую комбинацию операторов углового момента, а затем найти приближенное значение E_I из (13).

В работе [50] доказано следующее: если в формуле (11) положить все $g_K = 1$ и ограничиться линейными членами для $h(\Omega)$ в выражении (15), то одно из решений вариационной проблемы теории проектирования одновременно удовлетворяет уравнениям самосогласованной модели принудительного вращения, т. е. уравнениям (1)–(5):

$$\begin{aligned} \delta E_I^{\text{Proj}} &= \delta \langle H - \omega \hat{I}_x \rangle + \frac{\delta \langle \hat{I}_x \rangle}{\mathcal{Y}} (V \sqrt{I(I+1)} - \langle \hat{I}_x \rangle) - \\ &- \delta \mathcal{Y} / \mathcal{Y}^2 \langle \hat{I}_x \rangle (V \sqrt{I(I+1)} - \langle \hat{I}_x \rangle). \end{aligned} \quad (18)$$

Единственность решения уравнения (18) не установлена. Однако таким образом доказан тот факт, что уравнение самосогласованной модели принудительного вращения определяет одновременно и приближенное решение для внутренней функции в методе проектирования.

Использование метода проектирования основывается на предположении о том, что существует достаточно простая многочастичная функция Ψ , в разложении которой по собственным функциям операторов углового момента

$$\Psi = \sum_{IM} g_{IM} \Phi_{IM}, \quad (19)$$

хотя бы один член аппроксимирует собственную функцию гамильтониана. В подходе, описанном в работах [32, 51], это предположение усилено: требуется, чтобы все члены в (19) были приближен-

ными собственными функциями гамильтониана. В практических реализациях этого подхода функция Ψ предполагается вакуумом по отношению к квазичастицам общего преобразования Боголюбова [28]. Обычно решение модели принудительного вращения не изменяется существенно, когда $\langle I_x \rangle$ увеличивается на величину порядка $[\langle \hat{I}^2 \rangle - \langle \hat{I} \rangle^2]^{1/2}$. Это обстоятельство делает исходное предположение достаточно вероятным. Если бы оно выполнялось с очень большой точностью, собственные состояния гамильтониана можно было бы найти, проектируя их из волновой функции Ψ в (19). Однако этот путь в работах [31, 51] отвергается по двум причинам: 1) даже малые примеси возбужденных неротационных состояний могут привести к грубым погрешностям при вычислении энергии состояний ирраст-полосы и 2) расчеты в теории проектирования слишком сложны. Пути преодоления этих трудностей открываются, если сформулировать вариационный принцип так, чтобы его точные решения выражались в виде (19) с функциями Φ_{IM} , соответствующими собственным состояниям ирраст-полосы ядра.

Вариацию среднего значения энергии в состоянии (19) запишем в виде [52]

$$\delta \langle \Psi | \hat{H} | \Psi \rangle = \sum_I E_I \delta \left(\sum_M |g_{IM}|^2 \right) + \quad 1201$$

$$+ \sum_{IM} |g_{IM}|^2 \delta \langle \Phi_{IM} | \hat{H} | \Phi_{IM} \rangle. \quad (20)$$

Если, как предположено выше, неварьированные функции Φ_{IM} — собственные для гамильтониана \hat{H} , то их малая вариация, сохраняющая норму, в линейном приближении не дает вклада в правую часть (20). Отсюда следует, что

$$\delta \langle \Psi | (\hat{H} - h \langle \hat{I}^2 \rangle) | \Psi \rangle = 0, \quad (21)$$

где функциональная зависимость h от I^2 такая же, как и в выражении для энергий ирраст-состояний от $I(I+1)$:

$$h(I(I+1)) = E_I. \quad (22)$$

Если энергии E_I состояний, входящих с большим весом в (17), достаточно мало отличаются от энергий, определенных простой формулой жесткого ротатора:

$$E_I \approx E_{I_0} + [I(I+1) - I_0(I_0+1)]/2\mathcal{J},$$

и (или) если состояния Ψ таковы, что значение $\langle \hat{I}^2 \rangle$ полностью определяет более высокие моменты оператора \hat{I}^2 , то вариационный принцип (21) можно упростить, сделав замену

$$h(\hat{I}^2) = h_0 + \mu \hat{I}^2. \quad (23)$$

Уравнения (21), (22) или (23) содержат два неизвестных элемента, которые должны быть определены, чтобы решить проблему: 1) для заданного микроскопического \hat{H} и модельного h гамильтонианов следует найти функцию Ψ , удовлетворяющую условию стационарности (21); 2) зная решение для Ψ и микроскопического гамильтониана \hat{H} , следует определить параметры модельного гамильтониана h . При этом должно быть выполнено условие самосогласования по отношению к модельному гамильтониану, т. е. входные значения параметров h , при которых определена функция Ψ , должны совпадать со значениями, вычисленными по данным об этой функции.

Полагая Ψ вакуумом Боголюбова, вариационное уравнение (21) можно записать в терминах матриц плотности ρ и t в формуле (8) стандартными методами. При этом появляются обычные условия самосогласования теории ХФБ дополнительно к обсужденному выше.

Для того чтобы фиксировать параметры, входящие в h , следует воспользоваться тем, что любая суперпозиция ирраст-состояний удовлетворяет уравнению (21), а следовательно, это уравнение определяет целое семейство решений. Отсюда следует существование операторов со свойствами угловых переменных $\hat{\phi}$ или сферических гармоник, зависящих от углов \hat{R}_{im}^+ , коммутирующих с оператором $\hat{H} - h$. Если h аппроксимирован формулой (23), уравнения, определяющие $\hat{\phi}$, имеют вид

$$\left[H - \frac{I^2}{2\mathcal{Y}}, \hat{\phi} \right] = 0; [\hat{L}_x, \hat{\phi}] = -i. \quad (24)$$

Уравнения (24) можно приближенно разрешить, пользуясь процедурой и аппроксимациями метода случайной фазы [52]. При этом для момента инерции опять получаем выражение самосогласованной модели принудительного вращения. Впрочем, уравнение, определяющее состояние Ψ в этом подходе, несколько отличается от уравнения модели принудительного вращения (см., например, работу [52])* . Можно установить соотношения между матричными элементами $\hat{\phi}$ в приближении случайной фазы и сферическими гармониками, зависящими от таких угловых координат, действие которых на состояние Ψ оставляет его суперпозицией состояний ирраст-полосы. Эти соотношения удобны для расчета матричных элементов мультипольных операторов между стационарными состояниями ирраст-полосы, а также для учета квантовомеханических поправок к моменту инерции и других параметров, входящих в модельный гамильтониан [51].

* Описанный подход дает точное значение для полной массы ядра. Изменяя несколько второе из уравнений (24), можно получить точное значение для момента инерции в модели Эллиотта [53] (см., например, работу [54]).

Обсуждение подхода [32, 51, 52], данное выше, показывает роль коллективных переменных в микроскопических теориях ядерного вращения. В теории Филиппова — Ванасага [6—9] коллективные переменные фиксируются на основании физических соображений как определенные функции пространственных координат нуклонов. В моделях, связанных с моделью принудительного вращения, такие переменные определяются из динамических уравнений так, чтобы обеспечить оптимальное разделение гамильтониана на две слабо связанные между собой части. При этом физические гипотезы делаются относительно класса многочастичных состояний, внутри которого оперируют коллективные переменные.

В предыдущих подходах, основанных на вариационном принципе, удалось решить вопросы, возникающие в методе принудительного вращения из-за его квазиклассического характера. Одной из общих проблем ядерной физики, затрагивающей также и теорию вращения, является вопрос о применимости вариационного метода ХФБ. Существуют методы Клайна, Кермана и др. [55] и Беляева — Зелевинского [56, 57], позволяющие обосновать модель принудительного вращения, не прибегая к вариационному методу.

В обоих вариантах теории отказываются от введения в явном виде каких-либо приближенных выражений для многочастичных функций ядра. Вместо этого анализируются генеалогические коэффициенты:

$$\left. \begin{aligned} \psi_i(x, IM) &= \langle i | \psi(x) | IM \rangle \\ \psi_{i'}(x, IM) &= \langle i' | \psi^+(x) | IM \rangle \\ \hat{\mathcal{R}} &= \langle IM | \left(\begin{array}{cc} \psi^+(x') \psi(x) & \psi(\tilde{x}') \psi(x) \\ \psi^+(x') \psi^+(\tilde{x}) & \psi(\tilde{x}') \psi^+(\tilde{x}) \end{array} \right) | I'M' \rangle - \end{aligned} \right\} \text{— метод Клайна и др.} \quad (25)$$

метод Беляева — Зелевинского [56, 57].

В подходе [55] генеалогические коэффициенты связывают ротационные состояния четных ядер $|IM\rangle$ с состояниями их нечетных соседей $|i\rangle$, получающимися при действии операторов $\psi(x)$, $\psi^+(x)$, уничтожающих или рождающих нуклон в точке x с определенными проекциями спина и изоспина. В подходе Беляева и др. рассматриваются только состояния четных ядер. Основная гипотеза, позволяющая построить модель ядерного спектра, состоит в некотором обобщении теории ХФБ для правила расщепления фермионных операторов. Так, в методе Клайна и соотр. используется приближенное соотношение

$$\begin{aligned} & \langle i | \psi^+(1) \psi(3) \psi(2) | IM \rangle \approx \\ & \approx \sum_{I'M'} \{ \langle i | \psi(2) | I'M' \rangle \langle I'M' | \psi^+(1) \psi(3) | IM \rangle - \\ & - \langle i | \psi(3) | I'M' \rangle \langle I'M' | \psi^+(1) \psi(2) | IM \rangle + \\ & + \langle i | \psi^+(1) | I'M' \rangle \langle I'M' | \psi(3) \psi(2) | IM \rangle \}. \end{aligned} \quad (26)$$

Это предположение эквивалентно основному предположению в теории Беляева и сотр. о приближенной замкнутости обобщенной матрицы плотности \mathcal{R} в пространстве состояний одной ротационной полосы четно-четного ядра. Такие предположения используются вместе с уравнениями движения для операторов при получении самосогласованной системы уравнений, определяющих генеалогические коэффициенты. В адиабатическом пределе сумма по промежуточным состояниям в (26) ограничивается диагональным членом, что ведет к результатам теории ХФБ. Приближенный учет некоммутируемости разных компонент углового момента приводит к самосогласованной модели принудительного вращения*.

Сравнение результатов различных методов описания вращения до сих пор весьма фрагментарно. Самосогласованный метод принудительного движения не нуждается в уточнении при расчете инерциальных параметров в двух случаях, когда задача решается аналитически: при вычислении полной массы при трансляционном движении и вычислении момента инерции в модели Эллиотта [53]. Эффекты, возникающие из-за различия вариационного уравнения в подходе [32, 51, 52] от уравнений самосогласованной модели принудительного вращения, изучались в работе [60], о них можно судить и по результатам, опубликованным в работе [61]. В. Г. Зелевинский и М. И. Штокман проделали систематический анализ коррекций к самосогласованной модели принудительного вращения, следующих из их подхода [57]. Они получили очень хорошее описание моментов инерции и неплохое описание параметра неадиабатичности (см. следующий раздел), учтя 10—15% поправки квантовомеханического характера к моменту инерции модели принудительного вращения. Однако поправочные члены к результатам самосогласованной теории принудительного вращения, следующие из разных подходов, совпадают не полностью. Тем не менее в большинстве подходов самосогласованная модель принудительного вращения выступает как первое приближение, и поправки к ней, найденные в разных расчетах, оказываются небольшими. Это обстоятельство дает основание использовать самосогласованную модель принудительного вращения для изучения влияния вращения на структуру атомных ядер.

2. НЕАДИАБАТИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ В ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДРАХ ПРИ МАЛЫХ И ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЗНАЧЕНИЯХ УГЛОВОГО МОМЕНТА

Классификация неадиабатических эффектов. Само понятие неадиабатических эффектов можно определить, разлагая энергию системы, полученную в результате решения уравнения (7), по

* Более подробное описание теории Клайна и сотр. на русском языке можно найти в приложении к книге А. Лейна «Теория ядра» [58], обзоры метода Беляева и сотр. даны в работах [59].

степеням угловой частоты ω . Квадратичный член разложения интерпретируется как адиабатическая энергия вращения. По определению, члены высшего порядка являются неадиабатическими поправками.

Для классификации поправок к энергии полезно использовать доказанное в работе [18] положение, заключающееся в том, что поправки n -го порядка к Δ и V в разложении по степеням ω генерируются поправкой $n - 1$ -го порядка к амплитудам u_i^μ, v_i^μ . Исключение составляют части Δ и V , которые имеют те же свойства симметрии, что и оператор I_x (в аксиально-симметричном случае — $K^\pi = 1^+$). Эти части самосогласованного поля содержат поправки того же порядка, что и амплитуды (u_i^μ, v_i^μ). Можно выделить три типа поправок [31, 62]:

1) прямое влияние члена $\omega \hat{I}_x$ на квазичастичные амплитуды u_i^μ, v_i^μ и энергии E_μ при фиксированных характеристиках самосогласованного поля Δ_{ij} и V_{ij} ; будем их кратко в дальнейшем называть влиянием вращения на одночастичное движение;

2) изменение сравнительного потенциала Δ , которое называется обычно эффектом кориолисова антиспаривания (coriolis anti-pairing effect, CAP);

3) изменение среднего потенциала V , в частности параметров его формы.

Вместо зависимости энергии от углового момента часто бывает поучительным рассмотреть зависимость момента инерции от частоты. Момент инерции определяется, как в классической механике $\mathcal{I} = I/\omega$, а угловая частота, фигурирующая в модели принудительного вращения, удовлетворяет другому классическому соотношению $\omega = dE(I)/dI$ [см. также формулу (9)]. Однако извлечение функции $\mathcal{I}(\omega^2)$ из экспериментальной информации о состояниях между уровнями ирраст-полосы не вполне свободно от неоднозначности вследствие того, что отношение дифференциалов должно быть заменено отношением конечных разностей. Примем здесь процедуру [63], которая ведет к точной линейной зависимости \mathcal{I} от ω^2 при малых угловых моментах.

Для описания состояний с достаточно малым угловым моментом функцию $\mathcal{I}(\omega^2)$ можно аппроксимировать выражением

$$\mathcal{I} = \mathcal{I}_0 + \omega^2 d\mathcal{I}/d\omega^2. \quad (27)$$

Энергии состояний при этом определяются известными формулами Харриса (см., например, уравнения (11), (12) в работе [63]):

$$\left. \begin{aligned} E_I &= E_0 + \mathcal{I}_0 \omega^2 \left[1 + \frac{3}{2} \frac{1}{\mathcal{I}_0} \left(\frac{d\mathcal{I}}{d\omega^2} \right) \omega^2 \right]; \\ I = \omega \mathcal{I} &= \mathcal{I}_0 \omega \left[1 + \frac{1}{\mathcal{I}_0} \left(\frac{d\mathcal{I}}{d\omega^2} \right) \omega^2 \right], \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

воспроизводящими, как правило, экспериментальные значения энергии для стабильно деформированных ядер вплоть до $I = (12 \div 14) \hbar$. Наклон $d^2\mathcal{Y}/d\omega^2$ линейной функции $\mathcal{Y}(\omega^2)$ — удобная мера неадиабатичности, более удобная, чем коэффициент

$$B = -\frac{1}{4} \frac{1}{\mathcal{Y}_0^4} \left(\frac{d^2\mathcal{Y}}{d\omega^2} \right), \quad (29)$$

возникающий в разложении энергии по степеням углового момента I .

Обсуждение неадиабатических эффектов при малом угловом моменте ограничим влиянием вращения на одночастичное движение и степени свободы, связанные с формой и монопольным спариванием, так как оно представляется наиболее важным. В этом

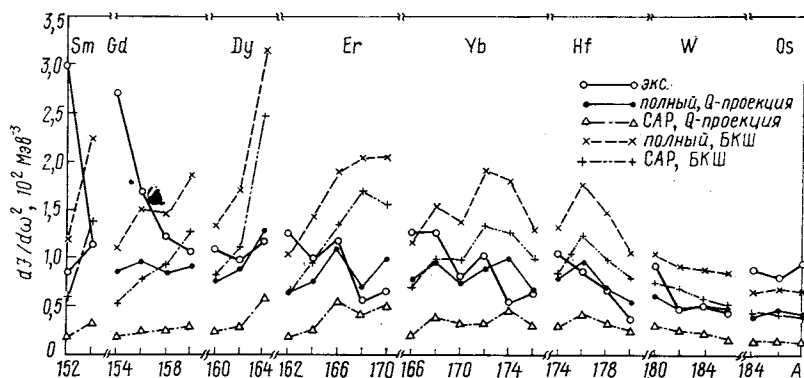


Рис. 1. Наклон $d^2\mathcal{Y}/d\omega^2$ на линейном участке функции $\mathcal{Y}(\omega^2)$ в ядрах редкоземельных элементов.

Вклад от эффекта САР вычислся в работе [65]. Вклады от изменения квадрупольной и гексадекапольной деформации, так же как и поправка четвертого порядка на вращение, взяты из табл. 5 и 6 работы [22]. (Приведенная там величина $c\sqrt{MI}$ равна $2d^2\mathcal{Y}/d\omega^2$)

случае все неадиабатические эффекты дают независимый вклад в член четвертого порядка в силу того, что эффекты 2 и 3 вызваны вкладом адиабатического вращения в спаривательный тензор t_{ij} и матрицу плотности ρ_{ij} [см. (7)]. Только в более высоких порядках различные неадиабатические эффекты влияют друг на друга.

Экспериментальные значения $d^2\mathcal{Y}/d\omega^2$ на рис. 1 сравниваются с теоретическими, вычисленными в работе [65]. Согласие теории с экспериментом в центре области редкоземельных элементов хорошее. Существенные отклонения наблюдаются по краям, т. е. в переходных ядрах. Рассмотрим отдельно вклады всех трех типов неадиабатических эффектов.

1. Наибольший вклад вносится в $d\mathcal{Y}/d\omega^2$ из-за влияния вращения на одночастичное движение. Соответствующее выражение можно найти в работах [31, 62]. Основная часть этой поправки определяется оболочечной структурой: кориолисова сила стремится поляризовать угловые моменты отдельных частиц вдоль оси вращения, т. е. разрушить схему связи в деформированных ядрах, согласно которой частицы выстраиваются вдоль оси симметрии остова [66].

Для больших угловых частот ω решение уравнения (7) без использования теории возмущений показывает, что моменты нескольких частиц, занимающих состояния с большим угловым моментом, могут оказаться почти полностью выстроенными вдоль оси вращения (см. разд. 4). Этот эффект ответствен за экспериментально наблюдаемое явление, заключающееся в том, что график зависимости \mathcal{Y} от ω^2 при угловом моменте, меняющемся примерно до $20 \hbar$, имеет характерную S-образную форму, так называемый «изгиб в обратную сторону» (back-banding, b.b.). Отмеченное явление непосредственно свидетельствует об изменении свойств ядра при достаточно большом росте углового момента, которое приводит к внезапному увеличению момента инерции и соответствующему уменьшению угловой частоты.

Явление b.b. наблюдалось в ряде хорошо деформированных ядер [34, 40, 63, 64, 66] и детально обсуждалось в некоторых обзорах (см., например, работу [67]). Выстраивание двух частиц, несущих большой угловой момент (например, нейтронов из подоболочки $i_{13/2}$ в редкоземельных элементах), ведет к такому большому выигрышу в полном угловом моменте, что остов может вращаться медленнее, хотя полный угловой момент при этом увеличивается.

2. Следующий по важности эффект определяется САР. В вычислениях, представленных на рис. 1, предполагается, что спаривание меняется одинаково для частиц на всех одночастичных уровнях.

Чтобы количественно оценить эффект САР, необходимо использовать описание спаривания с проектированием на заданное число частиц, которое в дальнейшем будем называть Q -проекцией. Как можно видеть из рис. 1, САР значительно переоценивается в приближении БКШ. Причину можно понять из следующего выражения [31, 62]:

$$(d\mathcal{Y}/d\omega^2)_{\text{САР}} \equiv \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \Delta} \frac{\partial \Delta}{\partial \omega^2} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \Delta} \right)^2 / \frac{\partial^2 E_0}{\partial \Delta^2}, \quad (30)$$

где использовано

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \omega^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \Delta} / \frac{\partial^2 E_0}{\partial \Delta^2}. \quad (31)$$

Здесь Δ — параметр щели; E_0 — полная энергия с учетом спаривания; $\partial^2 E_0 / \partial \Delta^2$ — жесткость относительно изменения спаривательного поля. Основное различие между подходом с сохранением числа частиц и теорией БКШ возникает из-за разной оценки $\partial^2 E_0 / \partial \Delta^2$. В теории БКШ E_0 и $\partial^2 E_0 / \partial \Delta^2$ недооценивают приблизительно в два раза. Причина, как легко понять, заключается в том, что при Q -проекции волновая функция состояния при $\Delta \neq 0$ ближе к точному решению проблемы спаривания, а энергия соответственно ниже. При этом как показано в работе [65], квазичастичные энергии, т. е. четно-нечетные разности масс, и определяемый на их основе параметр спаривательного взаимодействия почти не меняются. При $\Delta = 0$ имеется нормальное решение, которое сохраняет число частиц. Следовательно, полная корреляционная энергия спаривания, определяемая как разность $E_0(\Delta) - E_0(\Delta = 0)$, должна по модулю возрасти.

В середине области редкоземельных элементов (стабильно деформированные ядра) вклад в $d\mathcal{Y}/d\omega^2$ степени свободы, связанной с формой, пренебрежимо мал, и две обсужденные выше поправки составляют в сумме основную часть вклада. Для этих ядер вычисленное значение $d\mathcal{Y}/d\omega^2$ довольно хорошо согласуется с экспериментальным, откуда возникает уверенность, что вклад обеих поправок оценен по порядку величины правильно. Подчеркнем, что отмеченная ранее повышенная стабильность спаривания необходима для того, чтобы избежать слишком больших теоретических значений $\partial\mathcal{Y}/d\omega^2$, полученных, например, в работе [31]. Авторы работы [22], в которой использовался приближенный вариант Q -проекции, пришли к аналогичному выводу.

Следует упомянуть, что вклад САР в $d\mathcal{Y}/d\omega^2$, вычисленный в приближении БКШ, близок к экспериментальному значению. Это привело некоторых авторов к заключению, что вклад САР (и степени свободы, связанной с формой) — единственный источник неадиабатических поправок [21, 68, 69]. Однако такое совпадение кажется нам случайным.

3. Изменение формы ядра приводит к следующему вкладу в $d\mathcal{Y}/d\omega^2$ [31, 62]:

$$\left(\frac{d\mathcal{Y}}{d\omega^2} \right)_{\text{формы}} = \frac{\partial f}{\partial \varepsilon} \frac{d\varepsilon}{d\omega^2};$$

$$\frac{d\varepsilon}{d\omega^2} = \frac{1}{2} \frac{\partial \mathcal{Y}}{\partial \varepsilon} C_\varepsilon^{-1}, \quad (32)$$

где жесткость C_ε — вторая производная энергии по параметру деформации ε , с помощью которого определяется форма среднего потенциала V . Степень свободы, связанная с формой, дает очень малый вклад в полное значение $d\mathcal{Y}/d\omega^2$, как это показывают расчеты, в которых жесткость рассчитана по методу оболочечных поправок [22]. Более подробно степени свободы, связанные с формой,

обсуждаются в разд. 4, где, в частности, будет дано обсуждение расхождения между вычисленными и эмпирическими значениями $d\mathcal{Y}/d\omega^2$, которые видны на рис. 1 в мягких деформированных ядрах.

Эффект САР в высших порядках по ω^2 . Детальное исследование эффекта САР без использования теории возмущений было проведено в нескольких работах [34—36, 39—41, 43, 70—75], что позволило тщательно изучить переход от сверхпроводящего к нормальному состоянию. Вычисления выявили довольно сложную картину этого перехода, являющуюся результатом сильного взаимодействия между САР и неадиабатическими эффектами в одночастичном движении.

Критический угловой момент, при котором происходит переход от сверхпроводящего в нормальное состояние, можно оценить, приравнявая полную энергию парных корреляций E_0 выигрышу в ротационной энергии, получаемому при этом переходе:

$$E_0 = I_{\text{кр}}^2 (1/2\mathcal{Y}_1 - 1/2\mathcal{Y}_2);$$

$$1/\mathcal{Y}_{\text{кр}} = (1/2) (1/\mathcal{Y}_1 + 1/\mathcal{Y}_2) \approx 1/[0,4(\mathcal{Y}_1 + \mathcal{Y}_2)], \quad (33)$$

где \mathcal{Y}_1 — момент инерции в основном состоянии; \mathcal{Y}_2 — соответствующее значение при $\Delta = 0$. Второе соотношение дает оценку среднего момента инерции в районе перехода, приближенное выражение для которого получено с использованием типичного значения для отношения геометрического к арифметическому среднему от \mathcal{Y}_1 и \mathcal{Y}_2 в ядрах редкоземельных элементов.

Обозначая $\omega_{\text{кр}}$ отношение $I_{\text{кр}}/\mathcal{Y}_{\text{кр}}$, приходим к оценке

$$\omega_{\text{кр}}^2 \approx 2,5 E_0 / (\mathcal{Y}_2 - \mathcal{Y}_1). \quad (34)$$

Значение критического углового момента, полученное на основе выражения (33) с использованием входящих в него величин, вычисленных в приближении БКШ, равно $12 \hbar$ и $18 \hbar$ для ядер редкоземельных элементов и актиноидов соответственно [70]. Результаты более подробных вычислений, выполненных в тех же предположениях, представлены на рис. 2 (кривая БКШ, нейтроны). Аналогичные результаты были получены в работах [68—74].

Как уже отмечалось, учет сохранения числа частиц приводит к повышению стабильности сверхтекучей фазы, выражающейся в том, что E_0 увеличивается приблизительно в два раза. При этом момент инерции почти не меняется [65]. Тогда, согласно (9), $I_{\text{кр}}$ увеличивается в 1,4 раза.

Результаты такого расчета показаны на рис. 2. Видно, что критические частоты для нейтронной системы лежат при $\omega \approx 0,36 \text{ Мэв}$, а для протонной — при $\omega \approx 0,45 \text{ Мэв}$. Соответствующие значения углового момента равны $20 \hbar$ и $35 \hbar$. Расчеты САР проводились без использования теории возмущений при определении Δ , но неадиабатические эффекты в одночастичном движе-

нии не учитывались. В таком приближении нельзя получить детального описания области перехода, однако определенная выше критическая частота полезна для общего представления о том, когда происходит переход, и для обсуждения стабильности спаривания.

В работе [75] эффект САР исследовался с учетом влияния вращения на одночастичное движение. Используя квазиклассические одночастичные волновые функции и описание спаривания, эквивалентное приближение БКШ, авторы нашли, что $I_{кр} \approx (20 \div 22) \hbar$ в области редкоземельных элементов и $(36 \div 40) \hbar$ в актиноидах, что превышает оценки, данные выше.

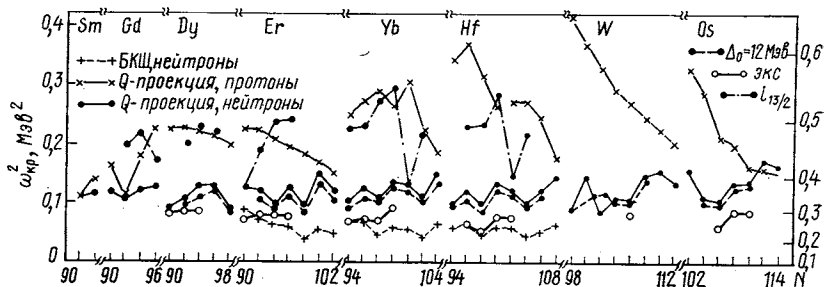


Рис. 2. Квадрат критической угловой частоты в ядрах редкоземельных элементов [65].

Линия $\Delta_0 = 12$ Мэв означает результаты вычислений с уменьшенной интенсивностью спаривания и с учетом Q-проекции. Линия $i_{13/2}$ относится к полному выстраиванию двух нейтронов из подоболочки $i_{13/2}$

Определение критической частоты основано на представлении о пересечении двух полос, природа которых не конкретизируется. В частности, можно использовать его для определения частоты, соответствующей явлению *b.b.*, наблюдаемому в полосе основного состояния ряда деформированных четно-четных ядер. Эти значения, названные экспериментальными, также представлены на рис. 2. Видно, что «изгиб» происходит как раз при критической частоте перехода $\Delta \rightarrow 0$ в нейтронной схеме, предсказанной в приближении БКШ. Это совпадение рассматривалось в качестве свидетельства в пользу интерпретации *b.b.* как проявление исчезновения спаривания [72—75]. Однако стабилизация спаривания в подходе с сохранением числа частиц делает такую интерпретацию маловероятной, так как критическая частота лежит систематически выше. Угловая частота, при которой выстраивание двух нейтронов из подоболочки $i_{13/2}$ энергетически выгодно, весьма близка к частоте «изгиба» [63, 64, 66]. Трудно ожидать, чтобы учет сохранения числа частиц сильно изменил это значение, так как доуквази-частичные энергии и матричные элементы кориолисова взаимодей-

ствия не очень чувствительны к проектировке на заданное число частиц (см. работы [65, 19]). После разрыва пары нейтронов $i_{13/2}$ в системе все еще остаются сильные парные корреляции [34, 35, 39, 65]. На рис. 2 нанесена также критическая частота перехода $\Delta \rightarrow 0$ в системе нейтронов, в которой спин двух нейтронов из подболочки $i_{13/2}$ является полностью выстроенным вдоль оси вращения. Эта частота перехода больше той частоты, которая получается в случае, когда нейтроны $i_{13/2}$ вращаются вместе со всеми остальными частицами. Таким образом, вырисовывается следующая качественная картина перехода $\Delta \rightarrow 0$ в нейтронной системе: при частоте порядка $0,27 \text{ Мэв}$ происходит выстраивание двух нейтронов $i_{13/2}$, что проявляется в эксперименте как b.b. и сопровождается резким, но не очень сильным уменьшением энергетической щели (два уровня заблокированы). После скачка щель уменьшается плавно, как в ядрах без уровней с большим j вблизи поверхности Ферми. В принципе, можно представить выстраивание следующей пары, сопровождающееся новым скачком щели. Однако до сих пор о таких явлениях сообщений не было (см. дискуссию в работе [76]).

Если не считать нерегулярностей, связанных с выстраиванием, щель уменьшается довольно плавно. Следовательно, критические частоты на рис. 2 могут интерпретироваться как некоторые центры довольно широкой переходной области и некоторая доля парных корреляций должна оставаться выше $\omega_{\text{кр}}$. Это подтверждается экспериментальными результатами [77], свидетельствующими о том, что момент инерции при угловой частоте между $0,3$ и $0,5 \text{ Мэв}$ приблизительно на 15% меньше твердотельного значения. (Для исследованного ядра ^{162}Yb в протонной системе $\omega_{\text{кр}} \approx 0,5 \text{ Мэв}$.)

Высшие мультиполи в частично-частичном канале могут оказаться важными во вращающемся ядре, приводя к связанным парам, несущим конечный угловой момент. В работах [43] исследовано влияние квадрупольного спаривания. При малых угловых моментах квадрупольное поле спаривания растет с частотой, вызывая отмеченное выше увеличение момента инерции. При больших моментах рост останавливается и квадрупольное спаривание, согласно предсказаниям, исчезает вместе с монополярной частью. Квадрупольное спаривание составляет только относительно малую поправку к монополярному полю. Вычисления с эффективными силами [40, 41] и без использования мультипольного разложения приводят к таким же качественным заключениям, какие получены при исследовании монополярного спаривания.

3. ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДЕР

Проявление неадиабатических эффектов, вызванных вращением, в электрических свойствах атомных ядер требует некоторого дополнительного теоретического анализа, который предлагается в данном разделе.

Для последующего обсуждения эмпирических данных об изменениях формы ядер, связанных с угловым моментом, удобно ввести определение квадрупольной деформации, использующее непосредственно измеряемые экспериментально величины. Итак, воспользуемся следующим определением для компонент тензора квадрупольной деформации α_μ , выражающим их в терминах квадрупольного момента распределения заряда [13] $\mathcal{M}(E_2, \mu)$:

$$\mathcal{M}(E_2, \mu) \equiv (3/4\pi) ZeR^2\alpha_\mu, \quad (35)$$

где R — некоторое типичное значение радиуса ядра, например:

$$R = 1,2A^{1/3} \text{ ферми}; \quad (36)$$

Ze — полный заряд ядра; A — его массовое число.

В соответствии с определением (35) величины α_μ — функции пространственных координат нуклонов, так что волновую функцию ядра Ψ можно написать как функцию этих переменных, а также дополнительных («внутренних») переменных ξ (см. разд. 1 и работы [7—9]). Пять компонент тензора α_μ можно сопоставить с тремя углами Эйлера $\Omega \equiv (\varphi, \nu, \psi)$, характеризующими его ориентацию в пространстве, и двумя ротационно-инвариантными параметрами деформации β и γ , записав

$$\alpha_\mu = \beta \{ \cos \gamma D_{\mu 0}^2(\Omega) + \sin \gamma (D_{\mu 2}^2(\Omega) + D_{\mu -2}^2(\Omega)) / \sqrt{2} \}, \quad (37)$$

$$\beta \geq 0, \quad 0 \leq \gamma \leq \pi/3,$$

где $D_{\mu\nu}^\lambda(\Omega) \equiv D_{\mu\nu}^\lambda(\varphi, \vartheta, \psi)$ — обобщенные сферические функции Вигнера. Одному набору тензорных компонент α_μ соответствует несколько разных наборов углов Эйлера, связанных друг с другом поворотами, принадлежащими к точечной группе D_2 , при действии которых ориентация главных осей тензора квадрупольной деформации не изменяется. Волновая функция Ψ должна, очевидно, удовлетворять условиям

$$R_e \Psi = R_i \Psi; \quad R \in D_2, \quad (38)$$

в которых операторы R_e и R_i описывают изменения функции Ψ , вызванные соответственно изменением углов Эйлера и внутренних переменных при поворотах, не изменяющих α_μ . Соответственно, ядерный гамильтониан \hat{H} должен обладать свойствами

$$R_e H R_e^{-1} = R_i H_i R_i^{-1}, \quad R \in D_2. \quad (39)$$

В нерелятивистском приближении гамильтониан H представляет собой полином второй степени по операторам импульсов. Далее, из ротационной инвариантности следует, что гамильтониан не зависит от углов Эйлера явно *. В этом приближении можно записать

$$H = h + A_1 I_1^2 + A_2 I_2^2 + A_3 I_3^2 + B_1 I_1 + B_2 I_2 + B_3 I_3 + \\ + C_1 (I_2 I_3 + I_3 I_2) + C_2 (I_3 I_1 + I_1 I_3) + C_3 (I_1 I_2 + I_2 I_1). \quad (40)$$

Здесь операторы h , A_v , B_v , C_v зависят от β , γ , ξ и обобщенных импульсов, канонически сопряженных этим координатам. Вследствие условий (39) последние шесть членов в выражении (40) не дают вклада в низжайшем порядке в изменение формы, и на этом основании не будем учитывать их при обсуждении состояний с небольшими угловыми моментами. Заметим, однако, что эти члены определяют выстраивание внутренних угловых моментов в направлении вращения. Сумму первых четырех членов можно записать в виде **

$$H = H_0 + H_c, \quad (41)$$

где

$$H_0 = h + A (I_1^2 + I_2^2) + A_3 I_3^2; \quad (42)$$

$$H_c = h_0 (I_1^2 + I_2^2) + 2h_2 (I_1^2 - I_2^2); \quad (43)$$

$$A = (A_1 + A_2)/2; \quad (44)$$

$$h_0 = (A_1 + A_2)/2 - A; \quad (45)$$

$$h_2 = (A_1 - A_2)/4, \quad (46)$$

а усреднение в (44) проводится по основному состоянию гамильтониана h .

Нормированные собственные функции H_0 , удовлетворяющие условиям (38), даны следующими выражениями:

$$\Psi_{I M r K n}(\Omega, \beta, \gamma, \xi) = \sqrt{\frac{2I+1}{16\pi^2(1+\delta_{K,0})}} \{ D_{MK}^I(\Omega) + \\ + r (-1)^{I+K} D_{M, -K}^I(\Omega) \} \Phi_{rKn}(\beta, \gamma, \xi), \quad K \geq 0, \quad (47)$$

* Необходимо иметь в виду, что взаимодействие нуклонов включает нелокальные члены [78], приводя к снятию ограничения на степень полиномиальной зависимости H от импульсов, и, кроме того, содержит тензорную компоненту, неинвариантную относительно поворотов одних только пространственных координат. Последнее обстоятельство приводит к тому, что в гамильтониан могут входить углы Эйлера или операторы, несводимые к операторам момента и действующие в пространстве углов Эйлера.

** Следующее далее обсуждение совпадает в общих чертах с имеющимся в монографии Бора и Моттельсона [4]. Отметим, однако, что введенное здесь разделение переменных на внутренние и ротационные несколько отличается от принятого в работе [4].

в которых $\Phi_{rKn}(\beta, \gamma, \xi)$ — нормированные решения задачи на собственные значения

$$(h + K^2 A_3) \Phi_{rKn} = (E_{rKn} + K^2 A) \Phi_{rKn} \quad (48)$$

со свойствами симметрии

$$\begin{aligned} \hat{D}_i^{(3)} \Phi_{rKn} &= (-1)^K \Phi_{rKn}; \\ \hat{D}_i^{(2)} \Phi_{rKn} &= r \Phi_{rKn}. \end{aligned} \quad (49)$$

В формулах (49) $\hat{D}^{(v)}$ обозначает поворот на угол π вокруг v -й оси.

Соответствующие волновым функциям Ψ_{IMrKn} собственные значения суть

$$E_{IMrKn} = E_{rKn} + AI(I+1). \quad (50)$$

Таким образом, оператор H_0 обладает свойствами гамильтониана аксиального ядра в пределе сильной связи нуклонов с остовом. Минимальное из собственных значений E_{rKn} — начало основной ротационной полосы, а следовательно, при четно-четном ядре отвечает значениям $K = 0, r = 1$. В дальнейшем используем обозначение $|0\rangle$ для функции основного состояния Φ_{rKn} и $|Kn\rangle$ для остальных таких функций с $r = 1$. Соответствующие энергии возбуждения обозначаются E_{Kn} .

Поскольку схема сильной связи приближенно описывает экспериментальные данные в ядрах середины области редкоземельных элементов, член H_c можно рассматривать как слабое возмущение и учитывать по теории возмущений. При этом в первом порядке получаем следующие выражения, определяющие изменения параметров β и γ , вызванные вращением:

$$\langle \beta_0 \rangle_I - \beta^0 = I(I+1) \beta^0 X / 2; \quad (51)$$

$$\left\langle \frac{I_1^2 - I_2^2}{I(I+1)} \beta_2 \right\rangle_I = \sqrt{\frac{1}{2}} (I-1)(I+2) \beta^0 Y, \quad (52)$$

где

$$X = -(4/\beta^0) \sum_n \langle 0 | \beta_0 | 0n \rangle \langle 0 | h_0 | 0n \rangle / E_{0n}; \quad (53)$$

$$Y = -(V\sqrt{8}/\beta^0) \sum_n \langle 0 | \beta_2 | 2n \rangle \langle 0 | h_2 | 2n \rangle / E_{2n}; \quad (54)$$

$$\beta_0 \equiv \beta \cos \gamma; \quad \beta_2 \equiv \beta \sin \gamma; \quad \beta^0 = \langle \beta_0 \rangle_0. \quad (55)$$

Рассмотрим в том же приближении матричные элементы электрического квадрупольного тензора. Матричные элементы переходов внутри основной полосы («внутриполосных» переходов) мож-

но выразить через уже введенные величины X и Y :

$$\frac{\langle I_0 \| \mathcal{M}(E_2) \| I_0 \rangle}{\sqrt{2I+1}} = \frac{3}{4\pi} ZeR^2 \beta^0 (I020 | I0) \times \\ \times [1 + \sqrt{6} Y + (X/2 - \sqrt{3/2} Y) I (I+1)]; \quad (56)$$

$$\frac{\langle I-2, 0 \| \mathcal{M}(E_2) \| I0 \rangle}{\sqrt{2I+1}} = \frac{3}{4\pi} ZeR^2 \beta^0 (I020 | I-2, 0) \times \\ \times [1 + X/2 + \sqrt{8/3} Y + (X/2 + Y/\sqrt{6}) (I-1) I]. \quad (57)$$

Для переходов между состояниями возбужденных полос и состояниями основной полосы («межполосных» переходов) воспользуемся дополнительными упрощающими предположениями, впервые сформулированными Хансеном и др. [79] при анализе переходов между γ -вибрационной и основной полосами. Дальнейшее развитие этой схемы дано в работах [80, 81] и др. В соответствии с цитированными работами сделаем два предположения: 1) существенные поправки к матричным элементам переходов в пределе сильной связи вызваны только смешиванием возбужденных полос с основной. Основание для такого предположения заключается в том, что эффекты этого смешивания определяются большим диагональным матричным элементом β^0 ; 2) матричные элементы $\beta^0 = \langle 0 | \beta_0 | 0 \rangle$ и $\langle Kn | \beta_0 | Kn \rangle$ совпадают. Используя эти предположения, получаем в первом порядке теории возмущений по H_c :

$$\langle I'0 \| \mathcal{M}(E_2) \| I0n \rangle / \sqrt{2I+1} = \\ = (3/4\pi) ZeR^2 (I020 | I'0) \langle 0 | \beta_0 | 0n \rangle [1 - z_0 f_0(I, I')]; \quad (58)$$

$$\langle I'0 \| \mathcal{M}(E_2) \| I2n \rangle / \sqrt{2I+1} = \\ = (3/4\pi) ZeR^2 (I22(-2) | I'0) \langle 0 | \beta_2 | 2n \rangle [1 - z_2 f_2(I, I')], \quad (59)$$

где

$$z_{0n} = - \frac{\beta^0}{\langle 0 | \beta_0 | 0n \rangle} \frac{\langle 0 | h_0 | 0n \rangle}{E_{0n}}; \quad (60)$$

$$z_{2n} = - \sqrt{48} \frac{\beta^0}{\langle 0 | \beta_2 | 2n \rangle} \frac{\langle 0 | h_2 | 2n \rangle}{E_{2n}}; \quad (61)$$

$$f_0(I, I') = I(I+1) - I'(I'+1); \quad (62)$$

$$f_2(I, I') = [I(I+1) - 4 - I'(I'+1)]/2. \quad (63)$$

Как частный случай соотношений (58), (59) имеем

$$B(E_2; 00 \rightarrow 20n) = [(1 - 6z_{0n}) \frac{3}{4\pi} ZeR^2 \langle 0 | \beta_0 | 0n \rangle]^2; \quad (64)$$

$$B(E_2; 00 \rightarrow 22n) = [(1 - z_{2n}) \frac{3}{4\pi} ZeR^2 \langle 0 | \beta_2 | 2n \rangle]^2. \quad (65)$$

Комбинируя формулы (53)–(55) и (64), (65), приходим к следующим соотношениям:

$$X = 4 \sum_n \left(\frac{\langle 0 | \beta_0 | 0n \rangle}{\beta^0} \right)^2 z_{0n}; \quad (66)$$

$$Y = \frac{1}{\sqrt{6}} \sum_n \left(\frac{\langle 0 | \beta_2 | 2n \rangle}{\beta^0} \right)^2 z_{2n}. \quad (67)$$

Приведем также выражение для коэффициента B в выражении энергии состояний основной полосы:

$$E_I = AI(I+1) + B[I(I+1)]^2 + \dots \quad (68)$$

Имеем

$$\begin{aligned} B &= - \sum_n \frac{\langle 0 | h_0 | 0n \rangle^2}{E_{0n}} - 2 \sum_n \frac{\langle 0 | h_2 | 2n \rangle^2}{E_{2n}} = \\ &= - \sum_n E_{0n} \left(\frac{\langle 0 | \beta_0 | 0n \rangle}{\beta^0} z_{0n} \right)^2 - \frac{1}{24} \sum_n E_{2n} \left(\frac{\langle 0 | \beta_2 | 2n \rangle}{\beta^0} z_{2n} \right)^2. \end{aligned} \quad (69)$$

Коррекции к предельным выражениям, полученным в схеме сильной связи, для энергии состояний [см. формулы (68) и (69)] и матричных элементов переходов [формулы (56)–(65)] увеличиваются вместе с угловым моментом I . Поэтому при достаточно больших значениях I описанная выше теория возмущений становится неприменимой при анализе гамильтониана (40). Однако при $I \gg 1$ состояния в окрестности ирраст-полосы можно описывать квазиклассически, предполагая угловой момент достаточно точно ориентированным во внутренней системе координат*. Кинетическую энергию, которой обладало бы ядро при фиксированной ориентации углового момента во внутренней системе координат, в пределе больших угловых моментов естественно включить в определение внутренней энергии. Формально этого можно достичь, усредняя гамильтониан (40) по когерентным состояниям, описанным в работе [83]:

$$u_{IM}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\varphi}; \Omega) = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} \sum_{K=-I}^I c_K^I(\tilde{\vartheta}, \tilde{\varphi}) D_{MK}^I(\Omega), \quad (70)$$

где

$$\begin{aligned} c_K^I(\tilde{\vartheta}, \tilde{\varphi}) &= D_{KI}^I(\tilde{\varphi}, \tilde{\vartheta}, 0) \equiv \\ &\equiv (-1)^{I-K} \exp(-i\tilde{\varphi}K) (\cos \tilde{\vartheta}/2)^{I+K} \sin(\tilde{\vartheta}/2)^{I-K}. \end{aligned} \quad (71)$$

* Ниже следуем в основном выводу квазиклассического предела для матричных элементов мультипольных операторов, данному в работе [82], используя формализм работ [83, 84].

Для средних по состояниям (70) и (71) имеем

$$\left. \begin{aligned} \langle I_1 \rangle &= I \cos \tilde{\varphi} \sin \tilde{\vartheta}; \\ \langle I_2 \rangle &= I \sin \tilde{\varphi} \sin \tilde{\vartheta}; \\ \langle I_3 \rangle &= I \cos \tilde{\vartheta}; \end{aligned} \right\} \quad (72)$$

$$\left. \begin{aligned} \langle I_1^2 \rangle &= I(2I-1) \sin^2 \tilde{\vartheta} \cos^2 \tilde{\varphi}/2 + I/2; \\ \langle I_2^2 \rangle &= I(2I-1) \sin^2 \tilde{\vartheta} \sin^2 \tilde{\varphi}/2 + I/2; \\ \langle I_3^2 \rangle &= I(2I-1) \cos^2 \tilde{\vartheta}/2 + I/2; \\ \langle I_1 I_2 + I_2 I_1 \rangle &= I(2I-1) \sin^2 \tilde{\vartheta} \sin 2\tilde{\varphi}/2; \\ \langle I_1 I_3 + I_3 I_1 \rangle &= I(2I-1) \sin 2\tilde{\vartheta} \cos \tilde{\varphi}/2; \\ \langle I_2 I_3 + I_3 I_2 \rangle &= I(2I-1) \sin 2\tilde{\vartheta} \sin \tilde{\varphi}/2. \end{aligned} \right\} \quad (73)$$

В результате усреднения по когерентным состояниям операторы углового момента в гамильтониане (40) становятся C -числами, зависящими от двух непрерывных параметров $\tilde{\vartheta}$ и $\tilde{\varphi}$ ($0 \leq \tilde{\vartheta} \leq \leq \pi, 0 \leq \tilde{\varphi} \leq 2\pi$). Функции $u_{IM}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\varphi}; \Omega)$ не содержат внутренних переменных β, γ, ξ и сопряженных им импульсов, а поэтому усреднение по ним гамильтониана не изменяет те его элементы, которые не указаны явно в (72), (73). Оператор $H_{\langle I \rangle}$, полученный в результате усреднения, имеет вид

$$H_{\langle I \rangle} = h + A_1 \langle I_1^2 \rangle + A_2 \langle I_2^2 \rangle + A_3 \langle I_3^2 \rangle + B_1 \langle I_1 \rangle + B_2 \langle I_2 \rangle + B_3 \langle I_3 \rangle + C_1 \langle I_2 I_3 + I_3 I_2 \rangle + C_2 \langle I_3 I_1 + I_1 I_3 \rangle + C_3 \langle I_1 I_2 + I_2 I_1 \rangle \quad (74)$$

и действует только в пространстве внутренних переменных. Он зависит от углового момента I и углов $\tilde{\vartheta}, \tilde{\varphi}$, как от параметров и поэтому его нормированные собственные функции Φ_n и собственные энергии E_n зависят от абсолютной величины и направления вектора $\langle I \rangle$. Угловые переменные $\tilde{\vartheta}, \tilde{\varphi}$ без ограничения общности можно выбрать так, чтобы минимизировать энергию основного состояния для гамильтониана $H_{\langle I \rangle}$.

Используя (74), запишем

$$H = H_{\langle I \rangle} + \tilde{H}_c, \quad (75)$$

где вид оператора \tilde{H}_c , зависящего от всех переменных системы, определяется очевидным образом формулой (40).

Удобно перейти к новым угловым переменным системы $\Omega_{\langle I \rangle} = (\varphi', \vartheta', \psi')$, определяя их как углы Эйлера поворота, равного сумме поворотов на угол $\Omega_{\langle I \rangle} = (\tilde{\varphi}, \tilde{\vartheta}, 0)$ и $\Omega = (\varphi, \vartheta, \psi)$. Физический смысл этого перехода ясен при рассмотрении средних от преобразованных к новым углам операторов проекций внутренних угловых моментов. В соответствии с общим определением для

мультипольных операторов от физических наблюдаемых во внутренней системе координат [4] запишем

$$\mathcal{M}(\lambda m) = \frac{1}{2} \sum_{\kappa=-\lambda}^{\lambda} \{D_{m\kappa}^{\lambda}(\Omega_{\langle I \rangle}) \tilde{\mathcal{M}}(\lambda, \kappa) + \tilde{\mathcal{M}}(\lambda, \kappa) D_{m\kappa}^{\lambda}(\Omega_{\langle I \rangle})\}. \quad (76)$$

Здесь $\mathcal{M}(\lambda m)$ и $\tilde{\mathcal{M}}(\lambda \kappa)$ — операторы в лабораторной и внутренней системах соответственно. Данное выше определение угловых переменных $\Omega_{\langle I \rangle}$ означает, что

$$D_{m\kappa}^{\lambda}(\Omega_{\langle I \rangle}) = \sum_{\mu} D_{m\mu}^{\lambda}(\Omega) D_{\mu\kappa}^{\lambda}(\tilde{\varphi}, \tilde{\theta}, 0), \quad (77)$$

где $\Omega = (\varphi, \theta, \psi)$ — углы Эйлера, определяющие ориентацию квадруполоида массы в соответствии с (37). На основании (72), (76) и (77) можно показать, что декартовы компоненты оператора углового момента удовлетворяют соотношениям

$$\langle \tilde{I}_1 \rangle = \langle \tilde{I}_2 \rangle = 0; \quad \langle \tilde{I}_3 \rangle = I. \quad (78)$$

Иными словами, углы $\Omega_{\langle I \rangle}$ описывают ориентацию системы осей, связанных с ядром, одна из которых направлена вдоль углового момента.

Произведения нормированных функций Вигнера $[(8\pi^2)^{-1} \times (2I + 1)]^{1/2} D_{M\kappa}^I(\Omega_{\langle I \rangle})$ и собственных функций гамильтониана $\hat{H}_{\langle I \rangle}$, обозначаемых $\Phi_n^{(I)}(\xi)$, образуют полный набор, по которому можно разложить собственную функцию гамильтониана (40), (75):

$$|\alpha; IM\rangle = \sqrt{\frac{2I+1}{8\pi^2}} \sum_{n\kappa} f_{n\kappa}(\alpha I) D_{M, I-\kappa}^I(\Omega_{\langle I \rangle}) \Phi_n^{(I)}(\xi). \quad (79)$$

Базисные функции в (79) — собственные функции для оператора \tilde{I}_3 , соответствующие собственным значениям $I - \kappa$.

Естественно ожидать, что при $I \gg 1$ в состояниях ираст-полосы угловой момент имеет хорошо определенное направление во внутренней системе координат ядра. Поскольку когерентные состояния минимизируют соотношение неопределенностей проекций угловых моментов на разные оси, а угловые параметры $\tilde{\theta}$, $\tilde{\varphi}$ выбраны так, чтобы можно было минимизировать энергию основного состояния $\hat{H}_{\langle I \rangle}$, естественно думать, что ориентация углового момента в нижайшем состоянии полного гамильтониана \hat{H} при $I = [\langle \hat{I}^2 \rangle]^{1/2}$ не отличается сильно от ориентации в когерентном состоянии, т. е. что в (79) существенно отличаются от нуля

только те $f_{n\kappa}$, у которых

$$\kappa/I \ll 1. \tag{80}$$

Последнее предположение позволяет проанализировать зависимость от I , $\tilde{\Phi}$, $\tilde{\varphi}$ в матричных элементах мультипольного оператора между собственными состояниями полного гамильтониана (40) при $I \gg 1$.

Комбинируя (76) и (79), запишем¹

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_2 I_2 M_2 | \mathcal{M}(\lambda, \mu = M_2 - M_1) | \alpha_1 I_1 M_1 \rangle = \\ & = \sum_{\substack{n_1 n_2, \\ \kappa_1, \kappa_2, \kappa}} f_{n_2 \kappa_2}^* (\alpha_2 I_2) f_{n_1 \kappa_1} (\alpha_1 I_1) (-1)^{M_2 - I_2 + \kappa_2} [(2I_1 + 1)(2I_2 + 1)^{1/2} \times \\ & \quad \times \begin{pmatrix} \lambda & I_1 & I_2 \\ \mu & M_2 - \mu - M_2 & \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \lambda & I_1 & I_2 \\ \kappa & I_1 - \kappa_1 - I_2 + \kappa_2 & \end{pmatrix} \times \\ & \quad \times \int d\xi \Phi_{n_2}^{*(I)_2}(\xi) \tilde{\mathcal{M}}(\lambda \kappa) \Phi_{n_1}^{(I)_1}(\xi). \end{aligned} \tag{81}$$

Если выполняется неравенство (80), а также $I \gg \lambda$, то $3j$ -символы в выражении (80) можно заменить их асимптотическими значениями, пользуясь формулой [84]

$$(\lambda \mu (l - \tau) (m - \mu) | l m) \approx (-1)^{\lambda - \tau} D_{\mu \tau}^{\lambda} (0, \arccos m/l, 0). \tag{82}$$

В результате получаем

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_2 I_2 M_2 | \mathcal{M}(\lambda \mu = M_2 - M_1) | \alpha_1 I_1 M_1 \rangle \approx \\ & \approx D_{\mu, I_2 - I_1}^{\lambda} (0, \arccos M_1/I_1, 0) \times \\ & \quad \times \langle \alpha_2 I_2 | \tilde{\mathcal{M}}(\lambda, \kappa = I_2 - I_1) | \alpha_1 I_1 \rangle, \end{aligned} \tag{83}$$

где введено обозначение для матричного элемента

$$\begin{aligned} & \langle \alpha_2 I_2 | \tilde{\mathcal{M}}(\lambda \kappa) | \alpha_1 I_1 \rangle = \sum_{n_1 n_2} \sum_{\kappa'} f_{n_2 \kappa'}^* (\alpha_2 I_2) \times \\ & \quad \times f_{n_1 \kappa'} (\alpha_1 I_1) \int d\xi \Phi_{n_2}^{*(I)_2}(\xi) \tilde{\mathcal{M}}(\lambda, \kappa) \Phi_{n_1}^{(I)_1}(\xi). \end{aligned} \tag{84}$$

Наличие ротационных полюсов обозначает приближенное совпадение внутренней части волновой функции (79) для нескольких состояний с близкими значениями I , принадлежащих к одной полосе. Соответственно будем полагать, что функции $\Phi_n^{(I)}$ и коэффициенты $f_{n\kappa}(\alpha I)$ совпадают для нескольких близких значений I при одном α . Тогда внутренние матричные элементы в формулах (83) и (84) плавно зависят от $I = (I_1 + I_2)/2$ и могут рассматриваться как коллективные параметры ядер. В нулевом приближении по оператору \tilde{H}_c в (75) суммы по n в формулах (79), (84) пропадают, что приводит к оценке внутреннего матричного элемента для перехода внутри ирраст-полосы:

$$\langle I | \tilde{\mathcal{M}}(\lambda \kappa) | I \rangle = \int d\xi \Phi_0^{*(I)}(\xi) \tilde{\mathcal{M}}(\lambda \kappa) \Phi_0^{(I)}(\xi), \tag{85}$$

где $\Phi_0^{(I)}(\xi)$ — волновая функция основного состояния гамильтониана $H_{(I)}$ при $I = (I_1 + I_2)/2$.

Заметим, что при тех значениях параметров $\tilde{\Phi}, \tilde{\varphi}$, которым соответствуют ненулевые средние значения в последних шести членах суммы (74), инвариантность гамильтониана $H_{(I)}$ относительно преобразований группы D_2 оказывается нарушенной. Направление углового момента при этом может не совпадать ни с одной из главных осей тензора квадрупольного момента заряда ядра.

Классификация состояний $\Phi_n^{(I)}$ по квантовому числу r , определенному выше [см. (47), (49)], сохраняется, если $R(\tilde{\varphi}, \tilde{\Phi}, 0) \in \mathbb{O}$, где \mathbb{O} — группа симметрии куба, имеющего общий центр

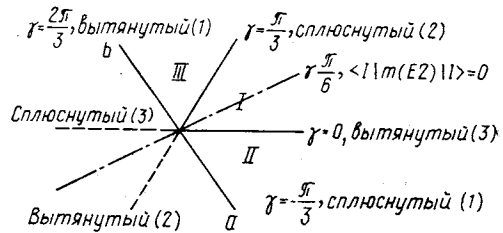


Рис. 3. Карта квадрупольных деформаций тела, вращающегося вокруг первой внутренней оси

с квадруполоидом заряда и стороны, перпендикулярные главным осям последнего, и если члены $B_\nu(I_\nu)$ в (74) пренебрежимо малы. В этом случае для внутриволновых матричных элементов электрического квадрупольного момента получаем известную параметризацию [4]:

$$\langle I + \tau M + \mu | \mathcal{M}(E2, \mu) | I M \rangle \approx - (5/16\pi)^{1/2} eQ(I) d_{\mu\tau}^2 \times \\ \times (\arccos M/I) \begin{cases} \sin(\pi/6 - \gamma) & \text{при } \tau = 0; \\ 0(1/I) & \text{при } \tau = \pm 1; \\ (1/\sqrt{2}) \cos(\pi/6 - \gamma) & \text{при } \tau = \pm 2 \end{cases} \quad (86)$$

($d_{\mu\tau}^2$ — нетривиальная часть функции Вигнера).

Электрические свойства вращающихся ядер зависят не только от распределения заряда внутри ядра, но и от ориентации углового момента в системе координат, связанной с ядром. Чтобы описать возможные ориентации углового момента в системе без нарушенной r -симметрии, когда справедлива формула (86), удобно использовать диаграмму рис. 3. Область физически различных значений γ содержится в трех секторах с угловым раствором $\pi/3$; расстояние до центра на рис. 3 определяет внутренний квадрупольный момент $Q(I)$ или параметр деформации β . Вращение происходит вокруг первой оси квадруполоида массы. При γ кратном $\pi/3$ тело обладает аксиальной симметрией. Ось и тип симметрии (вытянутая или сплюснутая форма) указаны на рис. 3. Сектор I соответствует ирраст-уровням в коллективной модели ядра с распределением

скоростей нуклонов и с моментами инерции гидродинамической модели; сектор II играет ту же роль для твердотельного ротатора.

Иллюстрацией к сказанному является рис. 4, на котором представлены расчеты двухфазной модели ядра с гамильтонианом [84]

$$\hat{\mathcal{H}} = \begin{pmatrix} \sum_{\nu=1}^3 A_{\nu}^{(1)} I_{\nu}^2 + V_1 & \zeta \\ \zeta & \sum_{\nu=1}^3 A_{\nu}^{(2)} I_{\nu}^2 + V_2 \end{pmatrix}. \quad (86a)$$

Модель с гамильтонианом (86a) описывает ротатор, который может находиться в сверхтекучей фазе с моментами инерции, зависящими от параметров деформации в соответствии с формулами гидродинамической модели

$$\begin{aligned} \gamma_{\nu}^{(1)} = \frac{1}{2A_{\nu}^{(1)}} = 4D\beta^2 \sin^2 \left(\gamma - \right. \\ \left. - \frac{2\pi}{3} \nu \right) \quad (\nu = 1, 2, 3), \quad (87) \end{aligned}$$

а также в нормальной фазе с твердотельными моментами инерции $1/2A_{\nu}^{(2)}$. Константа ζ описывает связь обеих фаз. Метод приближенной диагонализации гамильтониана (86a), использованный в работе [84], совпадает в существенных чертах с описанной выше процедурой введения гамильтониана $H_{(I)}$ в (74). В том варианте расчета *, который дан на рис. 4, в состояниях $I = 0, 2, \dots, 10$ доминирует сверхтекучая компонента волновой функции. Параметр неаксиальности γ в этой области I быстро растет, приближаясь к предельному для коллективной модели значению [86] $\gamma_0 = \pi/6$. При угловых моментах $I \geq 14$ сверхтекучая фаза практически исчезает. Неаксиальность резко уменьшается, причем изменяется знак γ . При $I = 12$ направление углового момента во внутренней системе координат не совпадает ни с одной из общих главных осей тензоров инерции сверхтекучей и нормальной фаз.

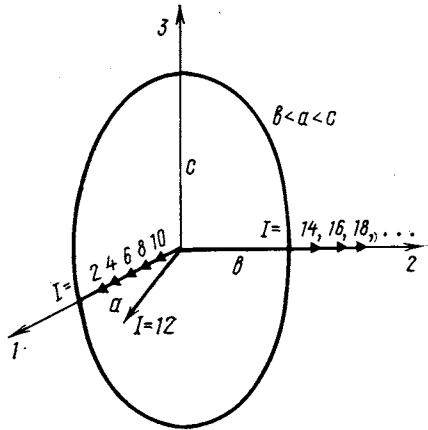


Рис. 4. Ориентация углового момента во внутренней системе координат в двухфазной модели [84]: стрелки указывают направление углового момента, определенное формулами (72) при соответствующем значении квантового числа I

* Параметры модели в работе [84] подобраны так, чтобы описать иррадиацию в изотопах ^{156}Er (см. рис. 4) и ^{166}Er . Однако возможность подобной интерпретации спектров этих ядер, в частности значение критического для спаривания углового момента, не установлена.

В заключение этого раздела отметим, что проблема изучения зависимости формы ядра от углового момента оказалась связанной с выяснением зависимости от углового момента в распределении нуклонов по скоростям. Прямые эмпирические данные, относящиеся к последней проблеме, к сожалению, еще слишком немногочисленны.

4. ИЗМЕНЕНИЕ ФОРМЫ И РАЗМЕРОВ ЯДЕР, ВЫЗВАННОЕ ВРАЩЕНИЕМ ПРИ МАЛЫХ И ПРОМЕЖУТОЧНЫХ УГЛОВЫХ МОМЕНТАХ

Стабильно деформированные ядра. Из формулы (54) следует, что измерение относительных вероятностей переходов между нижайшими состояниями основной полосы позволяет определить комбинацию

$$\alpha = X/2 + Y/\sqrt{6}. \quad (88)$$

Экспериментальные значения параметра α , полученные из анализа факторов $B(E2; I0 \rightarrow I \pm 2, 0)$, приведены в столбце 9 табл. 1.

Измерение статических квадрупольных моментов, которое могло бы, в принципе, фиксировать вторую линейную комбинацию параметров X и Y , приведенную в (56), в настоящее время нельзя выполнить с достаточной точностью. Менее прямую информацию о неадиабатических эффектах можно получить на основании соотношений (66), (67). Для того чтобы прийти к определенным заключениям о величинах X и Y , используя эти соотношения, необходимо предположить доминирующий вклад в суммы (66), (67) от низколежащих возбужденных полос, для которых известны величины z_{Kn} и $B(E2; 00 \rightarrow 2Kn)$. Это предположение подтверждается следующими фактами: 1) полосам, о которых идет речь, обычно соответствуют большие значения факторов $B(E2; 00 \rightarrow 2Kn)$, так что для них отношение $\langle 0 | \beta_K | K_n \rangle / \beta^0$ достаточно велико, и 2) вклад этих полос составляет существенную часть параметра α для тех ядер, где эмпирическая информация позволяет сделать такое сравнение.

Данные экспериментов по кулоновскому возбуждению о величинах $B(E2; 00 \rightarrow 2Kn)$ для нижайших возбужденных полос $K = 0$ или $K = 2$ весьма полны в отношении ядер редкоземельных элементов. Интенсивные исследования проводились и по определению коэффициентов z_{Kn} , описывающих отклонения от правил Алаги в зависимости приведенных вероятностей квадрупольных переходов от углового момента. Довольно часто простые однопараметрические формулы (58), (59) не дают достаточно точного описания всех измеренных отношений между различными $B(E2)$ -факторами переходов, связывающих определенную возбужденную полосу с основной полосой. Было разработано несколько более сложных схем описания таких экспериментов,

в которых учитывалось смешивание обеих полос без использования теории возмущений, а также с учетом эффектов смешивания с другими полосами [87, 88]. В нескольких случаях [89, 90] матричные элементы $\langle 0 | h_k | Kn \rangle$ и $\langle 0 | \beta_k | Kn \rangle$ использовались как свободные параметры при точной диагонализации гамильтониана (41)—(46) в пространстве трех или четырех ротационных полос, значения которых подбирались из условий наилучшего описания экспериментальных данных*. Общим для подобных схем является то, что они позволяют определить на основании экспериментальных данных значения матричных элементов $\langle 0 | \beta_k | Kn \rangle$ и $\langle 0 | h_k | Kn \rangle$ в дополнение к правилам ветвления в тех случаях, когда известен фактор B ($E2; 00 \rightarrow 2Kn$).

В табл. 1 собраны эмпирические данные о величинах $\langle 0 | \beta_k | Kn \rangle / \beta^0$ и z_{Kn} для ряда ядер. Здесь также представлены соответствующие вклады в выражения (60), (67) и (69). Они обозначены соответственно δX , δY и δB_{X+Y} . Отметим, что δX и δY имеют порядок 10^{-3} . Это означает, что при $I \approx (20 \div 40) \hbar$ следует ожидать существенных изменений в форме стабильно деформированных ядер**.

Еще одна интересная черта состоит в том, что практически во всех случаях параметры z_{Kn} , а вместе с ними δX и δY оказываются положительными. Положительный знак X означает увеличение деформации ядер при возрастании углового момента. Положительный знак Y можно интерпретировать как возникновение неаксиальной деформации, вызванной наличием коллективного момента, направление которого совпадает с направлением оси промежуточной длины квадруполоида массы ядра.

Положительный знак обоих параметров X и Y следует из простой модели [13] осциллирующего квадруполоида с распределением скоростей, соответствующим потенциальному движению идеальной несжимаемой жидкости. Для того чтобы применить эту модель Бора к рассматриваемому вопросу, следует предположить, что потенциальная энергия и массовые параметры движения, связанного с изменением координат β_0 и β_2 , отличаются от предсказаний гидродинамической теории, приведенных в работе [13] (см. дискуссию в работе [91]). Параметризацию этих величин следует выполнить так, чтобы воспроизвести экспериментальные значения равновесной деформации, положение β - и γ -колебательных уровней, а также значения соответствующих им факторов B ($E2$;

* В таких расчетах параметр A для каждой из полос также рассматривался как подгоночный параметр, а второй член формулы (62) включался в выражение для H_0 :

** Заметим, впрочем, что именно в этой области угловых моментов ожидается исчезновение в ядрах парных корреляций сверхпроводящего типа (см. разд. 2). Это обстоятельство, как следует из рассуждений, приведенных в разд. 3, может существенно повлиять на форму ядер.

Экспериментальные данные об измененных формах ядер, вызванных вращением при малых угловых моментах

Таблица 1

Ядро	E* _{20'} , кэв	K*	E* _{2Kπ} , кэв	$\langle 0 \beta_h Kπ \rangle$, *3		10 ³ Z Kπ *3	10 ³ 0X	10 ³ 0Y	10 ³ 0α*24	$-\delta B_X + Y$ *4, эв	$-\delta B_{CAP+SP}$	-B _{exp} *5, эв
				β^0	β^2							
150Nd	132	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	183
152Sm	122	0	810	0,131 (6)	46 (7) *6	—	3,2	—	—	25	—	141
154Sm	82	2	1084	0,164 (5)	68 (4) *7	—	—	0,75	—	5,0	50	23,5
154Gd	123	—	—	—	—	—	4,3	—	—	35	15,2	141
156Gd	89	0	816	0,152 (10)	47 (5) *6	—	—	—	—	8,7	48	29,9
158Gd	80	2	996	0,204 (18)	76 (3) *7	—	0,14	1,29	—	0,2	16,5	—
156Dy	138	0	1129	0,077 (8)	6 (5) *6	—	—	—	—	4,9	—	13
160Dy	87	2	1154	0,166 (4)	39 (4) *7	—	—	0,44	—	0,8	9,6	196
162Dy	81	2	1187	0,132 (5)	31 (11) *8	—	—	0,23	—	18,6	—	11,3
168Er	193	2	891	0,265 (27)	92 (4) *9	—	—	2,64	—	0,9	12,7	—
160Er	126	2	966	0,156 (6)	32 (4) *7	—	—	0,31	—	3,0	11,4	—
168Er	80	—	888	0,183 (9)	52 (8) *10	—	—	0,71	—	—	—	—
170Er	81	2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
170Yb	102	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
174Yb	76	0	4146	0,059 (4)	47 (3) *12	—	-0,66	—	—	8,2	9,0	12,4
174Hf	82	0	1306	0,077 (7)	20 (2) *12	—	0,48	—	—	2,9	—	—
176Hf	91	2	1439	0,110 (6)	54 (2) *13	—	—	0,27	—	1,6	—	—
176Yb	88	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
178Hf	93	0	901	0,123 (20)	24 (1) *14	—	—	—	—	—	—	—
		0	1226	0,079 (4)	13 (5) *15	—	1,46	—	—	—	10,6	6,6
		2	1344	0,151 (17)	82 (4) *16	—	0,32	—	—	7,0	9,2	7,4
		0	1276	0,021 (6)	32 (3) *17	—	—	0,76	—	1,2	18,0	21,3
		0	1496	0,937	45 (3) *17	—	0,06	—	—	8,0	15,7	15,7
		—	—	—	—	—	> -0,24	—	—	0,5	15,7	16,3
		—	—	—	—	—	—	—	—	3,9	—	—

182W	400	2	1175	0,154 (5)	20 (10) *17	< 0	0,20	—	—	0,4	—	—
		0	1257	0,024 (1)	121 (3) *18	0,28	—	—	—	9,8	14,5	15,2
184W	111	2	1221	0,097 (2)	20 (4) *18	—	0,07	—	—	0,2	24,4	22,8
		0	1120	0,076 (8)	42 (3) *18	0,98	—	—	—	10,3	—	—
		2	904	0,094 (2)	50 (4) *18	—	0,18	—	—	0,7	—	—
186W	123	2	1386	0,078 (4)	30 (11) *19	—	0,07	—	—	0,3	32,8	44,0
		0	1284	0,057 (2)	23 (8) *20	0,30	—	—	—	2,0	—	—
		2	737	0,216 (3)	75 (11) *21	—	1,43	—	—	6,7	51,3	80,9
188Os	137	2	767	0,282 (18)	54 (13) *22	—	4,76	—	—	7,3	75	139
188Os	155	2	633	0,347 (19)	134 (10) *22	—	6,6	—	—	43	—	265
190Os	186	2	558	0,404 (12)	250 (8) *23	—	16,7	—	—	158	—	369
192Os	206	2	489	0,445 (14)	322 (11) *23	—	26,0	—	—	242	—	—

* По данным работы [92].

*2 Эмпирические данные о величине $[B(E2, 00 \rightarrow 3K\pi)/B(E2, 00 \rightarrow 2)]^{1/2}$ с учетом смешивания полюс в том приближении, в котором определены параметры Z_K . Значения $B(E2; 00 \rightarrow 20)$ взяты из [93]; $B(E2; 00 \rightarrow 2K\pi)$ — введенные средние по данным о кулоновском возбуждении и нейтральном рассеянии дейтронов, опубликованным до 1 января 1976 г. Погрешности, указанные в таблице, включают только экспериментальную неопределенность в определении соответствующих значений.

*3 Погрешность включает лишь экспериментальную неопределенность в соотношениях ветвления, на основании которых получены оценки.

*4 Формула (63); $E_{K\pi} = E_2 K\pi - E_{20}$.

*5 Данные работы [22] рассчитаны по данным о E_{20} и E_{40} из работы [92].

*6 [87]; соотношения ветвления переходов из состояния $I = 2$ получены по схеме, принятой в работе [88].

*7 [94]; ветвление $3 \rightarrow 4/3 \rightarrow 2$.

*8 [89]; ветвление $3 \rightarrow 4/3 \rightarrow 2$.

*9 [95]; ветвление $3 \rightarrow 4/3 \rightarrow 2$.

*10 [96]; ветвление $2 \rightarrow 2/2 \rightarrow 0$.

*11 [97]; ветвление $3 \rightarrow 4/3 \rightarrow 2$.

*12 [98]; соотношения ветвления переходов из состояния $I = 2$ получены по схеме, принятой в работе [88].

*13 [98]; ветвление $3 \rightarrow 4/3 \rightarrow 2$.

*14 Введенное среднее из работ [99, 100].

*15 Введенное среднее из работ [101, 102].

*16 [102]; ветвление $3 \rightarrow 4/3 \rightarrow 2$.

*17 [88].

*18 [90].

*19 [103]; ветвление $2 \rightarrow 4/2 \rightarrow 0$.

*20 [104]; ветвление $2 \rightarrow 2/2 \rightarrow 0$.

*21 Введенное среднее из работ [104, 105]; ветвление $2 \rightarrow 2/2 \rightarrow 0$.

*22 [106]; ветвление $3 \rightarrow 4/3 \rightarrow 2$.

*23 Введенное среднее из работ [104, 107]; ветвление $2 \rightarrow 2/2 \rightarrow 0$.

*24 [108, 109]; введенное среднее.

*25 Кулоновское возбуждение.

$00 \rightarrow 2Kn$). Для момента инерции, однако, в работе [13] используется формула гидродинамической модели (87) [13]. Гамильтониан модели можно записать в форме (40)—(46), где H_0 — некоторая функция от переменных β и γ и канонически-сопряженных импульсов, а инерциальные параметры A_ν определены (87).

Предполагая, что внутреннее движение можно описывать как малые колебания относительно положения с равновесной деформацией, получаем

$$A = 1/2 \mathcal{I}_1(\beta^0, 0) \equiv 1/2 \mathcal{I}_0; \quad (89)$$

$$\langle 0 | h_0 | 0n \rangle = -\frac{1}{2\mathcal{I}_0} \frac{\partial \mathcal{I}_1(\beta^0, 0)}{\partial \beta} \langle 0 | \beta_0 | 0n \rangle; \quad (90)$$

$$\langle 0 | h_2 | 2n \rangle = -\frac{1}{2\mathcal{I}_0} \frac{1}{\beta^0} \frac{\partial \mathcal{I}_1(\beta^0, 0)}{\partial \gamma} \langle 0 | \beta_2 | 2n \rangle. \quad (91)$$

Из (87) легко определить, что

$$\partial \mathcal{I}_1(\beta^0, 0) / \partial \beta = 6D(\beta^0)^2 > 0; \quad (92)$$

$$\partial \mathcal{I}_1(\beta^0, 0) / \partial \gamma = \sqrt{3} D(\beta^0)^2 > 0. \quad (93)$$

Следовательно, подставляя (90), (91) в формулы (53)—(55), получаем положительные знаки как для X , так и для Y .

Отметим, что оценки матричных элементов $\langle 0 | h_0 | 0n \rangle$ и $\langle 0 | h_2 | 2n \rangle$ по (90), (91) не согласуются с эмпирическими данными, если численное значение параметра D в (87), (92) и (93) определить так, чтобы момент инерции \mathcal{I}_0 в (89) правильно описывал положение первого ротационного уровня 2^+ . Это обстоятельство может служить указанием на то, что функция $\mathcal{I}_1(\beta, \gamma)$ по-иному действует на состояния нижайших полос $K=0$ и $K=2$, чем постулируется в гидродинамической модели.

Размеры ядер связывают обычно со среднеквадратическим радиусом. Измерение изомерных сдвигов в энергии γ -квантов, испущенных ядрами, входящими в состав разных химических соединений, наблюдение которых возможно с использованием метода Мёссбауэра, является одним из источников информации об изменениях среднеквадратического радиуса в разных ядерных состояниях. Другой источник подобной информации — спектры μ -мезоатомов, в которых также удается идентифицировать ядерные переходы, энергии которых несколько отличаются от соответствующих значений для нормальных атомов вследствие электромагнитного взаимодействия мезона с ядром [110]. Экспериментально наблюдаемые изменения среднеквадратического радиуса в первом возбужденном состоянии 2^+ четно-четных деформированных ядер по отношению к среднеквадратическому радиусу основного состояния имеют порядок 10^{-5} . Такие изменения могут вызываться изменением как формы ядра, так и линейных размеров системы, не связанных с изменением форм. Например, для однородного эллипсои-

дального и близкого к аксиально-симметричному распределению заряда в работе [111] получено выражение

$$\frac{\delta \langle R^2 \rangle_{2+}}{\langle R^2 \rangle} = \frac{8}{3} \delta^2 \left(1 - \frac{2}{3} \delta \right) X + \frac{2}{3} \left(1 - \frac{4}{9} \delta^2 \right) \frac{\delta V_{2+}}{V}; \quad (94)$$

$$\delta = (3/2) (5/4\pi)^{1/2} \beta^0. \quad (95)$$

Второе слагаемое в правой части формулы (94) отвечает изменению объема, т. е. линейных размеров системы.

В отдельных случаях существует экспериментальная информация о параметрах X и $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$, позволяющая сделать (весьма предварительные) оценки влияния вращения на линейные размеры ядер. Так, в ^{152}Sm и ^{154}Gd эмпирические данные о параметре α хорошо согласуются со значением

$$\alpha = \delta X/2 + \delta Y/\sqrt{6}, \quad (96)$$

рассчитанным по данным о величинах z_0, z_2 для этих ядер. Это дает основание считать, что в выражении (53) для X существенное значение имеет только член, описывающий влияние нижайшей возбужденной полосы $K = 0$, т. е. что $\delta X = X$. Хотя подобные основания невозможно получить для других ядер, все же поучительно использовать выражение (94) для определения вклада нижайших полос $K = 0$ в изменение среднеквадратического радиуса. В табл. 2

Таблица 2

Сравнение экспериментальных значений $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$ с найденными по (94). Значения параметра X взяты из табл. 1, а экспериментальные значения — из обзора [110]

Ядро	δ	$10^{26} \langle R^2 \rangle_{2+}^X$	$10^{26} \langle R^2 \rangle_{2+}^{\text{эксп}}$	Ядро	δ	$10^{26} \langle R^2 \rangle_{2+}^X$	$10^{26} \langle R^2 \rangle_{2+}^{\text{эксп}}$
^{152}Sm	0,230	9,4	20	^{174}Hf	0,233	2,09	—
			12				^{176}Hf
^{154}Gd	0,245	14,3	25 (5)	^{178}Hf	0,226	0,08	1,6
			16 (3)				0,33
^{156}Gd	0,274	0,57	3,6	^{182}W	0,206	0,33	
			2,0				^{184}W
^{170}Yb	0,261	-2,62	2,0	^{186}W	0,189	0,30	0,36
			1,1				0,30
			1,5				

экспериментальные значения величины $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$ [110] сравниваются с рассчитанными по формуле

$$\delta \langle R^2 \rangle_{2+}^{(X)} = (8/3) \delta^2 (1 - 2\delta/3) \delta X. \quad (97)$$

Если интерпретировать различие между этими величинами как следствие изменения объема ядра, то приходим к выводу, что относительное изменение объема в ротационном 2^+ -состоянии по сравнению с основным имеет порядок величины $\delta V_{2^+}/V \sim 10^{-5}$. Соотношение величин $(\delta R^2)_{2^+}^{\text{экср}}$ и $(\delta R^2)_{2^+}^X$ можно рассматривать как некоторое указание на то, что объем ядер начала области редкоземельных элементов увеличивается из-за вращения, но в то же время у более тяжелых ядер ($^{182}, ^{184}\text{W}$) вращение сопровождается некоторым уменьшением объема.

Переходя к описанию расчетов неадиабатических эффектов, вызванных вращением, которые выполнены в рамках микроскопической теории, заметим, что на основании формул (83), (86) можно написать

$$\left. \begin{aligned} \frac{\delta \langle R^2 \rangle_{2^+}}{\langle R^2 \rangle} &= 3 (d^2 \langle R^2 \rangle / dM^2) / \langle R^2 \rangle; \\ X &= (d^2 \langle Q_{20} \rangle / dM^2) / \langle Q_{20} \rangle; \\ Y &= 4 (d^2 \langle Q_{22} \rangle / dM^2) / \langle Q_{20} \rangle, \end{aligned} \right\} \quad (98)$$

где

$$M = \sqrt{I(I+1)}, \quad (99)$$

а усреднение проводится по внутренним волновым функциям. Применимость квазиклассических соотношений (98), (99) при небольших значениях I удается обосновать в микроскопических подходах (см. разд. 1 или [51]). Микроскопическая теория приводит к аналогичным выражениям с многочастичной функцией, по которой производится усреднение, зависящей от всех $3A$ координат нуклонов ядра и удовлетворяющей вариационным уравнениям теории ХФБ. Формулы (98), в которых среднее от одночастичного оператора записывается в виде

$$\langle \hat{O} \rangle = \sum_{ij} o_{ij} \rho_{ij} = \text{tr} \rho, \quad (100)$$

а матрица плотности ρ определена уравнением (7), аппроксимируют значения интересующих нас параметров.

Для того чтобы рассчитать величины $\delta \langle R^2 \rangle_{2^+}$, X , Y , требуется вычислить две первые производные от матрицы плотности ρ по угловому моменту M или по угловой частоте вращения $\omega = M/\mathcal{I}$. Уравнения, определяющие $d^2\rho/d\omega^2$, справедливые для произвольного вида эффективного взаимодействия между нуклонами, приведены, например, в работе [110]. Если взаимодействие аппроксимируется факторизованными квадрупольными и парными силами, решение уравнений модели принудительного вращения для $d\rho/d\omega$ и $d^2\rho/d\omega^2$ известно [31]. Вторая производная от одночастичной матрицы плотности состоит в этом случае из частей, связан-

ных соответственно с влиянием вращения на одночастичные степени свободы, а также с изменением параметров формы $\langle Q_{20} \rangle$, $\langle Q_{22} \rangle$ и параметров Δ и λ (Δ , λ — щель и химический потенциал) (эффект САР). Таким образом, в модели с квадрупольными и парными силами величины X и Y вместе с $d^2\Delta/dM^2$ и $d^2\lambda/dM^2$ полностью определяют реакцию ядра на вращение во втором порядке по M и ω .

При $I \gg 1$, когда использование параметров X и Y теряет смысл, можно воспользоваться выражением микроскопической теории [112], представляющим собой аналог формул (83), (84):

$$\begin{aligned} \langle I' M' | \mathcal{H}(\lambda, \mu) | I M \rangle = & (-1)^{I'-M'} \begin{pmatrix} I' & \lambda & I \\ -M' & \mu & M \end{pmatrix} \times \\ & \times \left[\frac{(2I+1)(2I'+1)}{I+I'+1} \right]^{1/2} \text{tr } m(\lambda, \mu' = I' - I) \times \\ & \times \hat{D}_{\pi/2}^{(y)} \rho^{(I+I')/2} \hat{D}_{\pi/2}^{(y)+}. \end{aligned} \quad (101)$$

Здесь $\hat{D}_{\pi/2}^{(y)}$ — матрица поворота вокруг оси y на угол $\pi/2$. В (101) используется обозначение для суммы по двухквaziчастичным состояниям, введенное в (100). Матрица плотности ρ в (101) определена в соответствии с правилами модели [принудительного вращения, так что

$$\text{tr } j_x \rho^{(I)} = I. \quad (102)$$

Формула (101) получена в предположении, что $I, I' \gg 1$, однако дает разумные результаты даже при небольших значениях I , сравнимых с λ . В частности, из формул (101), (102) следует точное соотношение

$$M = \langle I M | I_z | I M \rangle \quad (103)$$

при всех значениях I .

Расчеты величины $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$ в рамках микроскопической модели приведены в работах [31, 32, 38, 110]. Результаты расчетов сильно зависят от параметров микроскопического гамильтониана, в особенности от вида остаточного взаимодействия. Наилучшее описание экспериментальных данных по всем деформированным ядрам редкоземельных элементов получено в расчетах, использующих взаимодействие Мигдала [38, 110]. В частности, эти расчеты воспроизводят уменьшение среднеквадратических радиусов ядер $^{188-192}\text{Os}$. В изотопах $^{174, 176}\text{Yb}$, ^{182}W расчеты с силами Мигдала хотя и не приводят к отрицательным значениям $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$, однако показывают, что этим изотопам соответствует хорошо выраженный минимум $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$. Расчеты предсказывают уменьшение среднеквадратических радиусов также в ядрах Dy и легких изотопах Er и Yb . Несколько хуже согласие с экспериментом результатов расчета $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$, использующих спаривательное и квадрупольное

взаимодействие [31, 32] (рис. 5). В частности, в расчетах с факторизованным $P + Q$ -взаимодействием не воспроизводится уменьшение среднеквадратических радиусов из-за вращения.

Влияние вращения на одночастичное движение (см. разд. 2) практически во всех случаях приводит к положительному вкладу в $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$. В этом отношении неадиабатические эффекты такого

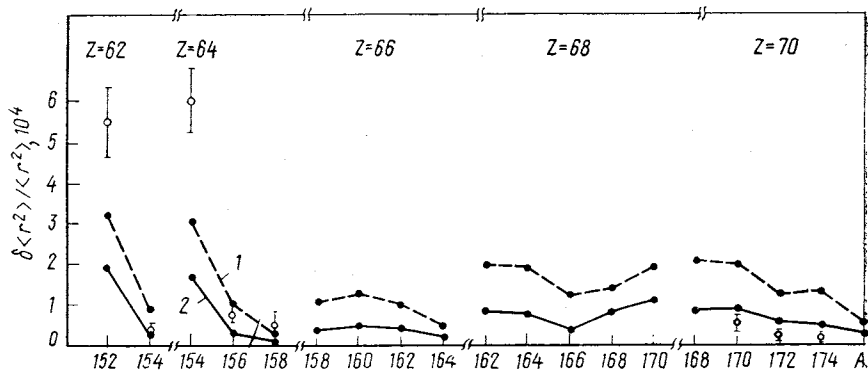


Рис. 5. Изменения среднеквадратического радиуса в ядрах редкоземельных элементов, рассчитанные в работе [32] с потенциалом Вудса — Саксона и силами $P + Q$.

Константы взаимодействия подбирались для каждого ядра так, чтобы воспроизвести экспериментальные четно-четные разности масс и энергии β - и γ -колебательных уровней; 1 — момент инерции, рассчитанный по модели принудительного вращения; 2 — экспериментальный момент инерции

характера подобны вызванным центробежными силами. Заметим, что влияние центробежных сил на среднеквадратический радиус в модели ферми-газа выражается формулой

$$\delta \langle R^2 \rangle_{2+} / \langle R^2 \rangle = (54/7) (\frac{1}{2} \rho_0 A \varepsilon_F)^{-1}. \quad (104)$$

Для ядер редкоземельных элементов оценка по этой формуле дает $\delta \langle R^2 \rangle_{2+} / \langle R^2 \rangle \approx 4 \cdot 10^{-5}$.

Эффект САР имеет тенденцию уменьшать среднеквадратический радиус при увеличении углового момента. Это можно понять, написав соответствующее выражение для изменения среднеквадратического радиуса, вызванного САР:

$$\delta \langle R^2 \rangle_{\text{САР}} = \sum_i (r^2)_{ii} \delta (v_i^2)_{\text{САР}}. \quad (105)$$

В системе без парных корреляций вероятности заполнения одночастичных уровней v_i^2 скачком уменьшаются от 1 до 0 на границе Ферми, в то время как при наличии парных корреляций v_i^2 плавно зависят от одночастичных энергий ε_i . Таким образом, парные корреляции приводят к тому, что уровни ниже поверхности Ферми

заняты только частично, а уровни над поверхностью Ферми не вполне свободны. Поскольку матричные элементы r_{ii}^2 имеют тенденцию увеличиваться с ростом одночастичной энергии ϵ_i , наличие парных корреляций приводит к некоторому увеличению среднеквадратического радиуса по сравнению с его значением в состоянии без корреляций. Эффект САР приводит к уменьшению парных корреляций с увеличением углового момента, а это вызывает некоторое уменьшение среднеквадратического радиуса и объема.

Вклад неадиабатических эффектов, связанных с деформацией самосогласованного поля, доминирует в ядрах, близких к границе деформированной области. В ядрах ^{152}Sm и ^{154}Gd , мягких относительно β -деформации, удлинение, вызванное вращением, дает большой положительный вклад в $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$. С удалением от границы области стабильной деформации роль изменений формы уменьшается. Это приводит к тому, что эффект САР становится в некоторых ядрах доминирующим. Следует заметить, что значение $\delta \langle R^2 \rangle_{2+}$ определяется очень небольшим числом одночастичных уровней, расположенных вблизи поверхности Ферми. Поэтому тенденция уменьшения объема вследствие эффекта САР проявляется не всегда и знак изменения среднеквадратического радиуса в ядрах редкоземельных элементов зависит практически от расположения протонных уровней $(7/2)^-$ [523] и нейтронных уровней $(11/2)^-$ [505].

Расчеты параметров формы ядра в микроскопической модели приведены в работах [31—33], в которых использовались силы спаривания и квадрупольного взаимодействия, а также во второй из работ [38], где использованы силы Мигдала. Сильная зависимость результатов расчетов от входных параметров присутствует и здесь. Результаты расчета α и Y , проведенного в работе [32] с силами спаривания и квадрупольного взаимодействия, даны на рис. 6. Существующие данные о величине α слишком малочисленны, чтобы делать надежные выводы на основании сопоставления теории с ними (на рис. 6 представлен имеющийся экспериментальный материал по параметру α). Все же можно отметить, что основные тенденции экспериментальных данных ухватываются теоретическими оценками правильно. Сказанное в равной мере относится к расчетам с обоими типами взаимодействия. Впрочем, расчет, выполненный с силами спаривания и квадрупольного взаимодействия, не позволяет объяснить отрицательные значения параметра α , наблюдаемые с большой погрешностью в $^{174}, ^{176}\text{Yb}$. В этом отношении микроскопическая модель с факторизованными силами обладает чертами, делающими ее сходной с феноменологической моделью, рассмотренной выше, в которой учитывается связь между основной, β - и γ -колебательными полосами. По-видимому, неадиабатические эффекты, связанные со смешиванием указанных

полос, учитываются в модели со спариванием и квадрупольными силами правильно (это подтверждается расчетами z_0 и z_2), но другие неаддиатические эффекты недооцениваются.

Микроскопические расчеты Y , так же как и оценки, основанные на смешивании основной и γ -колебательной полос, приводят к положительным значениям этой величины. Возможность связать знак Y и некоторые сходства свойств атомных ядер со свойствами

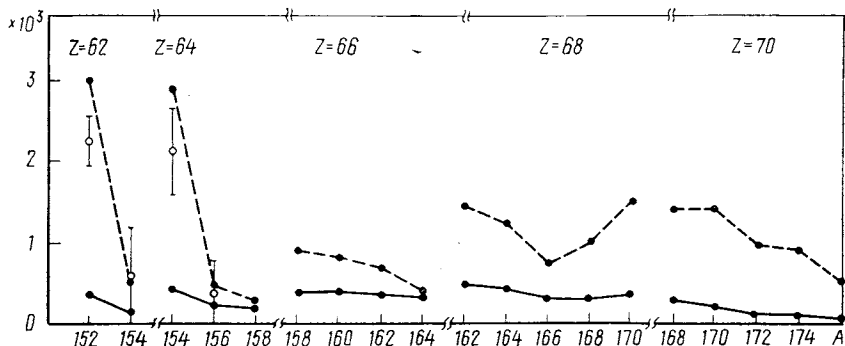


Рис. 6. Рассчитанные в [32] (штриховые линии) и экспериментальные значения α ; рассчитанные в [32] (сплошные линии) значения y

капли сверхтекучей жидкости исследовались в работе [32]. Поскольку сверхтекучие свойства вызываются парными корреляциями сверхпроводящего типа, естественно ожидать, что исчезновение корреляционных свойств должно привести к изменению знака Y , если указанная связь действительно существует. Расчет в последней из работ [32], выполненный для нескольких ядер редкоземельных элементов, показал, что уменьшение щели действительно сопровождается уменьшением параметра Y , а также параметра X . В ^{168}Er с исчезновением щели Y становится отрицательным*.

В работах [22, 62] деформируемость ядер рассчитывалась при помощи метода оболочечной поправки, причем во всей области редкоземельных элементов расчеты привели к значениям, заметно заниженным по сравнению с экспериментальными данными. Однако следует иметь в виду, что относительное изменение деформации имеет порядок 10^{-3} , т. е. в эксперименте исследуется энергия деформации в весьма малой окрестности точки равновесия. Целью

* В других ядрах расчеты приходилось останавливать до полного исчезновения щели, так как частота β - и (или) γ -колебательных возбуждений, найденная в приближении случайной фазы, при уменьшении спаривания обращалась в нуль и оказывалась мнимой при $\Delta = 0$.

подхода, основанного на вычислении оболочечной поправки, является описание поведения энергии деформации на значительно больших интервалах изменения деформации [113, 114]. В частности, рассчитывая жидкокапельную часть энергии деформации, разумно предполагать, что при сравнительно больших изменениях деформации ядро деформируется, как несжимаемая капля. При изменении деформации порядка 0,1% это предположение может оказаться несправедливым. Другие степени свободы, например изменение радиального распределения нуклонов, также могут давать вклад того же порядка величины в увеличение квадрупольного тензора.

Как отмечалось в разд. 2, вычисленное значение $d^2\mathcal{E}/d\omega^2$ для сравнительно мягких ядер редкоземельных элементов значительно ниже экспериментального, тогда как для стабильно деформированных ядер обе величины хорошо согласуются. Так как в этих расчетах использовался метод оболочечной поправки, то отклонения связаны с весьма малым значением величины X , предсказываемым этим методом. В табл. 1 отдельно указан вклад δB в коэффициент B , являющийся результатом эффекта САР и влияния вращения на одночастичное движение. Видно, что для стабильно деформированных ядер этот вклад достаточен для объяснения полного экспериментального значения B . Для мягких ядер сумма $B_{\text{теор}}$ и вклада δB_{X+Y} от изменения формы, полученного на основе экспериментального значения $B(E2)$, оказывается меньше, чем экспериментальное значение коэффициента B .

Заканчиваем этот раздел кратким обсуждением результатов численного решения уравнений модели принудительного вращения без разложения по степеням угловой частоты вращения. Такие расчеты для ^{162}Er и ^{168}Yb в модели с гамильтонианом, содержащим спаривательное и квадрупольное взаимодействие и сферический потенциал модели оболочек, выполнены в работе [29]. В расчетах учитывались лишь нуклоны сверх заполненных оболочек $Z = 40$, $N = 70$. На рис. 7 приведены квадрупольные моменты указанных ядер как функции угловой частоты. При малых ω расчеты приводят к уже знакомым результатам: вращение

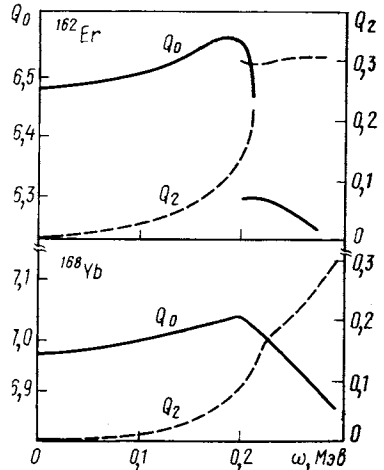


Рис. 7. Зависимость внутреннего квадрупольного момента ^{162}Er и ^{168}Yb от угловой частоты вращения [34]

ведет к удлинению ядер и появлению неаксиальности, характерной для гидродинамической модели. Однако удлинение сменяется противоположной тенденцией при $\omega \geq 0,2 M\omega$. При этих значениях угловой частоты появляются нерегулярности и в зависимости от ω параметра Q_2 (или угла неаксиальности γ). Возникающая картина не находит интерпретации ни в гидродинамической модели, ни в модели жесткого ротатора. Аналогичные результаты получены в работе [72]. Изменения формы ядер, проявляющиеся в этих расчетах при достаточно больших частотах, связаны, по-видимому, с оболочечными эффектами, описание которых приводится в гл. 5.

Существование форм в ядрах переходной области. Представляется естественным, что в мягких переходных ядрах степени свободы, описывающие изменение формы, наиболее сильно связаны с вращением. Следовательно, разумно решать ХФБ-уравнения со связями, ограничиваясь рассмотрением только неадиабатических эффектов, связанных с изменением форм (см. классификацию в разд. 2). В рамках такого приближения полная энергия

$$E_I(\varepsilon) = E_0(\varepsilon) + I(I+1)/2\mathcal{I}(\varepsilon), \quad (106)$$

где ε — набор параметров, фиксирующих (аксиально-симметричную) форму ядра; $\mathcal{I}(\varepsilon)$ — момент инерции в модели принудительного вращения; $E_0(\varepsilon)$ — энергия деформации невращающегося ядра. Форма ядра при спине I получается в результате минимизации $E_I(\varepsilon)$ по ε .

В таком подходе в работе [115] была исследована форма самых легких доступных для экспериментального исследования изотопов ртути. Энергия $E_0(\varepsilon)$ была вычислена методом оболочечной поправки Струтинского. Оказалось, что она имеет два минимума, один из которых соответствует сферической оболочке в протонной системе, а другой — деформированной нейтронной оболочке. Энергия деформации ядра ^{184}Hg , которое является слегка сплюснутым в основном состоянии $\varepsilon = -0,12$ в соответствии с почти заполненной протонной оболочкой ($Z = 80$), приведена на рис. 8. При $\varepsilon = 0,23$ виден второй минимум, лежащий выше основного состояния на $0,29 M\omega$, который возникает из-за того, что нейтронная компонента в $E_0(\varepsilon)$ при $N = 104$ имеет глубокий минимум при указанной деформации, как это хорошо известно из изучения стабильно деформированных ядер редкоземельных элементов. Другие изотопы ртути в области $181 \leq A \leq 189$ имеют энергию деформации подобного вида. Разность энергий между двумя минимумами ΔE_0 в этих ядрах показана на рис. 8. Похожие результаты для энергии деформации были получены в работах [116—120], причем в некоторых из них вместо метода оболочечных поправок использовались метод ХФ со связями и различные функционалы плотности энергии в конечных ядрах. Из рис. 8 видно, что нечетные изотопы в основном состоянии являются сплюснутыми при

$A \geq 187$ и вытянутыми при $A \leq 185$. Этот переход с уменьшением числа нейтронов от малой сплюснутой деформации к большой вытянутой объясняет экспериментально наблюдаемое внезапное увеличение среднеквадратического радиуса между ^{187}Hg и ^{185}Hg (см., например, работу [116] и ссылки в ней).

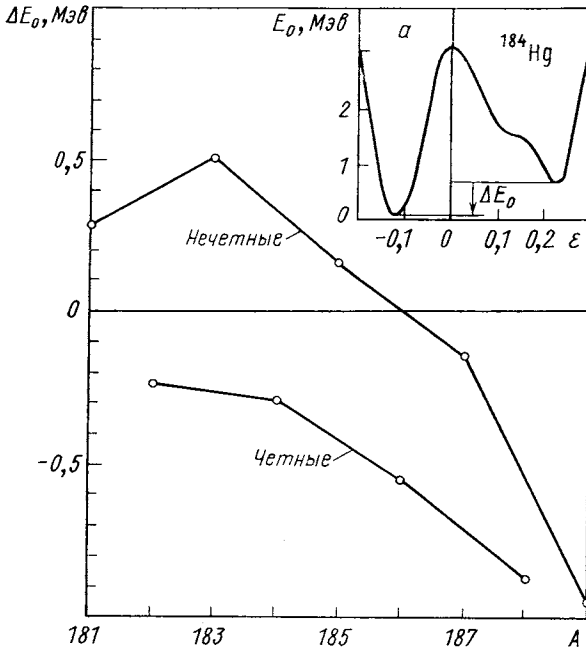


Рис. 8. Разность энергий ΔE_0 в «сплюснутом» и «вытянутом» минимумах в изотопах ртути (без вращения): α — зависимость энергии ядра ^{184}Hg от параметра деформации ϵ (обе кривые взяты из работы [115])

Все четные изотопы в рассматриваемой области сплюснуты в основном состоянии (см. рис. 8, объяснение причины различных значений ΔE_0 в нечетных и четных изотопах дано в работе [115]). Момент инерции \mathcal{J} (ϵ) в «сплюснутом» минимуме меньше, чем в «вытянутом», вследствие разных деформаций. Это иллюстрируется на рис. 9, где показана последовательность ротационных уровней в обоих минимумах (наклон кривых равен $1/2 \mathcal{J}$). Видно, что сплюснутая форма предпочтительна при больших спинах. В случае $^{184}, ^{186}\text{Hg}$ ирраст-состояния 0^+ и 2^+ являются сплюснутыми, тогда как ирраст-состояния с более высоким спином — вытянутыми. В ^{188}Hg переход происходит между 4^+ и 6^+ в соответствии с большим значением ΔE_0 . Отмеченный переход с изменением формы

приводит к весьма специфическому изменению расстояний между уровнями ираст-полосы, которое наблюдается в эксперименте и воспроизведено на рис. 9. Экспериментальные времена жизни относительно $E2$ -переходов, являющиеся прямой мерой квадратурного момента [см. уравнение (52)], также подтверждают большую деформацию вытянутой ветви ираст-полосы (см., например, работы [121, 122]).

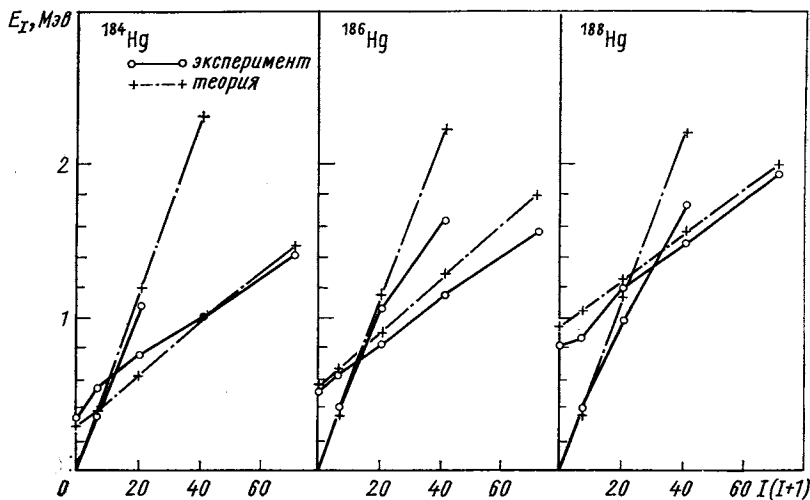


Рис. 9. Энергия ротационных полос, принадлежащая изотопам ртути двух различных форм.

Экспериментальные точки взяты из работ [123—125]. Теоретические значения соответствуют двум разным минимумам энергии деформации [115] [см. уравнение (101)]. Ротационные состояния, соответствующие одному и тому же минимуму, соединены отрезками прямой. Состояние 0^+ в «сплюснутом» минимуме соответствует основному и принимается за начало отсчета. «Вытянутая» полоса начинается при конечной энергии

Весьма интересно поведение энергии деформации при неаксиальных формах ($\gamma \neq 0$), через которые, возможно, осуществляется плавный переход от одного аксиального минимума к другому. В соответствии с работой [117] имеется широкий и плоский барьер, разделяющий два минимума. Гипотеза о разделении двух минимумов находит поддержку в эксперименте [123—126], в котором в ядрах ^{184}Hg , ^{186}Hg , ^{188}Hg наблюдались состояния с малым спином, принадлежащие вытянутому минимуму, а также два состояния с большим спином, принадлежащих сплюснутому минимуму. Эти состояния изображены на рис. 9 на продолжении двух ветвей ираст-линии. Энергии этих ираст-состояний хорошо воспроизводятся в статических вычислениях [115], в которых варьировался в весьма узких пределах только один параметр (константа спари-

вания). Расхождение в энергии высших членов сплюснутой полосы является свидетельством неадиабатических эффектов других типов (см. классификацию в разд. 2), не учтенных в рассматриваемом здесь подходе.

Как уже упоминалось, значения $B(E2)$ в $^{184}, ^{186}\text{Hg}$ в переходах $2^+ \rightarrow 0^+$ и $6^+ \rightarrow 4^+$ можно понять, имея в виду различные деформации соответствующих полос. Величина $B(E2)$ в переходе $4^+ \rightarrow 2^+$ имеет промежуточное значение, что указывает на отсутствие запрета в этом переходе и, следовательно, свидетельствует о наличии связи между сплюснутыми и вытянутыми состояниями. С другой стороны, отношение ветвления $E2$ -переходов в ^{188}Hg [123] и энергии полос ясно указывают на довольно хорошую разделенность обсуждаемых состояний. В работе [119] дается интерпретация $E2$ -переходов в $^{184}, ^{186}\text{Hg}$ в рамках простой феноменологической модели. Вытянутые состояния представляются идеализованно как ротационные состояния жесткого ротатора, а слабодеформированные сплюснутые — как состояния гармонического вибратора сферической формы. Параметры подбираются из энергетических соотношений. Кроме того, вводится смешивание состояний включением взаимодействия между ротатором и вибратором в 2^+ - и 4^+ -состояниях. Два матричных элемента взаимодействия подбирались из условия воспроизведения $B(E2)$ -значения в иррадиациях. После фиксирования параметров было вычислено отношение ветвления переходов из вытянутых состояний в вытянутые и сплюснутые, которые не противоречат экспериментальным оценкам [124].

Смешивание состояний вызывает некоторое отклонение энергий от невозмущенных значений, но структура полос остается типично ротационной в области пересечения полос. Смешиваемые состояния (2^+ , 4^+) всегда «отталкивают» друг друга. Для ^{186}Hg экспериментальные энергии обладают предсказываемым свойством, тогда как в ^{184}Hg модель нуждается в усовершенствовании, так как 4^+ -уровень лежит выше невозмущенного состояния.

Развитие феноменологического подхода к связи между полосами, которые принадлежат двум минимумам разной деформации, представлено в работе [120]. В этом исследовании неаксиальная степень свободы трактуется динамически. Зависимость энергии деформации от γ аппроксимируется кривой, составленной из частей двух парабол, точка пересечения которых соответствует вершине барьера, разделяющего два минимума. Параметры модели — массовые коэффициенты в γ -степени свободы, два момента инерции в двух минимумах, кривизна парабол и расстояние между их минимумами, т. е. величина ΔE_0 , определенная выше. Подбирая эти параметры, можно хорошо воспроизвести спектр ядер. Волновые функции состояний довольно хорошо локализованы в одном из минимумов, за исключением непосредственной области

вблизи точки пересечения полос, в которой волновые функции содержат компоненты обоих минимумов. К сожалению, квадратные матричные элементы не были вычислены.

Оценки, основанные на интегралах перекрытия, дают для отношения ветвления значение $B(E2, 4_1^+ \rightarrow 2_2^+)/B(E2, 4_1^+ \rightarrow 2_1^+) \approx \approx 0,01$, что не противоречит экспериментальной оценке [123] $\leq \leq 0,03$. Модель в работе [119] приводит к значению 0,003, которое также не противоречит эксперименту. Что касается энергетике,

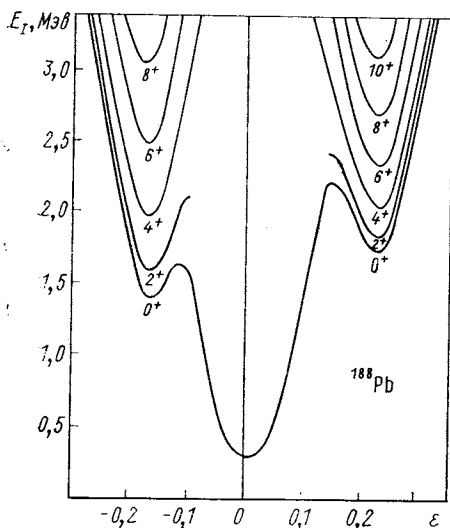


Рис. 10. Зависимость энергии деформации (БКШ) нижайших ротационных состояний в ^{188}Pb от параметра ϵ .

Гексадекаполюсная деформация равна нулю при $\epsilon < 0$ и $-0,01$ при $\epsilon > 0$, что близко к равновесным значениям. Результаты, полученные с помощью Q-проекции, близки к представленным на рисунке, отклонение не превосходит $\approx 0,1$ Мэв

то экспериментальные отклонения от развязанных полос, т. е. от прямых линий, воспроизводятся в этой модели. В частности, правильно передается сдвиг вверх ираст-уровня 4^+ в ^{184}Hg .

Область вокруг легких изотопов ртути была исследована в работе [127] с помощью статических вычислений, которые обсуждались выше [115]. Энергия деформации в изотопах платины оказалась такой, что ΔE_0 мала, деформации обоих минимумов близки между собой и явление сосуществования не имеет такого ярко выраженного характера, как в изотопах ртути, что находится в согласии с имеющимися экспериментальными данными. Интересная ситуация предсказывается в нейтронно-дефицитных изотопах свинца при A в районе 190. Как показано на рис. 10, в ^{188}Pb ожидается сферическое основное состояние, что является следствием магического числа протонов. Нейтроны ответственные за деформированные минимумы как при сплюснутой, так и при вытянутой деформации. Хотя нет информации о том, связаны эти минимумы между собой в γ -плоскости или разделены барьером, все же можно

предсказать, что характерные ротационные состояния деформированной полосы должны принадлежать ирраст-полосе при $I = 4\hbar$. В $^{184}, ^{186}\text{Pb}$ состояния деформированной полосы имеют с большой вероятностью вытянутую форму, так как вытянутый минимум имеет более низкую энергию. В ^{192}Pb , наоборот, ниже расположен сплюснутый минимум. Предварительная интерпретация спектра ^{192}Pb в терминах сосуществования сферической и деформированной форм дана в работе [127].

Явление сосуществования, рассмотренное в этом разделе, характеризуется разностью деформаций сравнительно большого масштаба, так что ожидаемая точность определения методом оболочечной поправки относительного положения минимумов энергии деформации равна нескольким сот кэв. При расчете деформации изотопов ртути [115] разность энергий в двух минимумах могла варьироваться в некоторых пределах изменением интенсивности парного взаимодействия в протонной системе. Увеличение соответствующего протонного параметра на 10% позволило успешно объяснить большое количество экспериментальных данных по четно-четным и нечетным изотопам ртути.

5. ОПИСАНИЕ БЫСТРОВРАЩАЮЩИХСЯ ЯДЕР

Как уже отмечалось в разд. 2, с увеличением угловой частоты вращения роль спаривания уменьшается и при некотором критическом угловом моменте энергетическая щель обращается в нуль. Данный раздел посвящен описанию быстровращающихся ядер, в которых можно пренебречь влиянием спаривания.

При быстром вращении неадиабатические эффекты в одночастичном движении велики, и для их описания нельзя использовать теорию возмущения. Изменение формы ядра (см. классификацию эффектов в разд. 2) играет основную роль и настолько значительно, что для его описания нужно привлекать методы, разработанные в теории деления ядер. Связь описания быстровращающихся ядер с теорией деления диктуется самой природой явления, так как предел ускорению вращения ядер в основном накладывается их делением.

Для общей ориентации в процессах, происходящих с ядром при ускорении вращения вплоть до предельно возможного, полезно на первом этапе пренебречь квантовым характером движения отдельных нуклонов и рассмотреть модель, в которой ядро представляется классической вращающейся заряженной жидкой каплей. На следующем этапе вводятся поправки, связанные с квантовым характером одночастичного движения (называемые оболочечными поправками), которые оказываются крайне важными для получения количественных результатов.

Вращение ядер в модели жидкой капли. Рассмотрим систему заряженных частиц однородной плотности, заключенных в конечный объем. Эффекты изменения формы ядра будем описывать, вводя поверхностную энергию, пропорциональную площади поверхности. Ограничимся рассмотрением вращения такой системы как целого, пренебрегая изменением плотности вследствие центробежного растяжения. Момент инерции в таком приближении совпадает с моментом инерции твердого тела той же формы и массы. Будем изучать полную энергию такой системы как функционал формы поверхности, в частности рассмотрим ее экстремальные точки. Абсолютный минимум полной энергии соответствует основному состоянию системы. Разность энергий в экстремальных точках в абсолютном минимуме и в седловой точке дает значение барьера деления.

Имеется тесная связь этой задачи с астрофизической проблемой о форме гравитирующих однородных масс, которая основана на том, что ньютоновский потенциал гравитационного притяжения имеет такую же пространственную зависимость, как и отталкивательный кулоновский потенциал. Решению астрофизической проблемы были посвящены усилия многих выдающихся математиков (см., например, обзор [128]).

Задача о форме заряженной жидкой капли, имеющая, как было сказано выше, непосредственное отношение к ядерной физике, рассматривалась в работах [128—138]. Детальный обзор эволюции стационарных форм при изменении углового момента капли был дан в работе [128]. Отметим здесь те результаты, которые будут важны в дальнейшем при обсуждении экстремальных форм, вычисленных с учетом квантовых поправок.

Без вращения абсолютный минимум достигается при сферической форме. С ускорением вращения энергетически выгодной становится все более сплюснутая аксиально-симметричная форма, до тех пор пока угловой момент не достигнет первого критического значения (порядка $80\hbar$ в ядрах редкоземельных элементов), при котором теряется аксиальная симметрия. При этом классическая энергия начинает слабо зависеть от общего удлинения ядра и от степени неаксиальности его формы в некоторой довольно широкой области изменения параметров, характеризующих форму (по сравнению с характерным интервалом, в котором квантовая поправка существенно меняется). Другими словами, имеется сравнительно широкий набор форм ядер, при которых достигается приблизительно равновесие классических кулоновской, поверхностной и центробежной сил. Будем называть эту область предбарьерной, так как при небольшом увеличении углового момента выше первого критического значения происходит значительное перемещение абсолютного минимума, соответствующее изменению равновесной формы от сплюснутой через неаксиальную к форме близкой

к вытянутой. При этом положение абсолютного минимума приближается к седловой точке.

При слиянии абсолютного минимума и седловой точки, которое происходит при втором критическом значении углового момента, ядро становится («классически») неустойчивым относительно деления на два осколка. При бóльших значениях углового момента равновесных форм нет. Самые тяжелые ядра ($A > 230$) становятся «классически» неустойчивыми относительно деления уже при достижении первого критического значения углового момента.

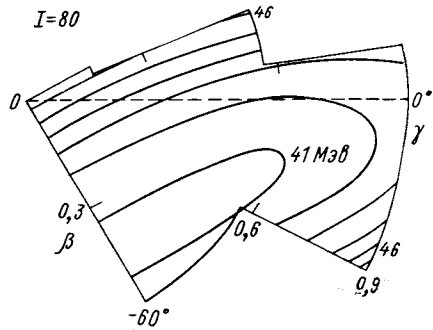


Рис. 11. Зависимость энергии деформации ядра ^{160}Du в модели жидкой капли при угловом моменте $I = 80$ от параметров эллипсоидальной деформации β и γ [114]. Контуры постоянного уровня проведены через 1 Мэв. За начало отсчета выбрана энергия невращающейся сферы

Отметим, что формы, при которых достигается устойчивое равновесие, в отличие от форм, соответствующих седловой точке, близки к эллипсоидальным (за исключением самых легких быстро вращающихся ядер), что оправдывает изучение роли квантовых поправок, проведенное в работах [113, 114, 139, 140] при ограничении эллипсоидальными формами (см. ниже). В этих же работах даны примеры, иллюстрирующие последовательность равновесных форм в модели жидкой капли (рис. 11). На рисунке приведена энергетическая поверхность при эллипсоидальных деформациях, характеризуемых параметрами β и γ , при угловом моменте, близком к первому критическому. Хорошо видна широкая область плавного изменения энергии деформации, расположенная вдоль прямой, соединяющей точки с координатами $(\beta; \gamma) = (0,45; -60^\circ)$ и $(0,9; 0^\circ)$

Оценки первого и второго критического значения углового момента для ядер вдоль долины β -стабильности даны в обзоре [128]. Наибольшего значения, равного $97\hbar$, второе критическое значение достигает в ядрах с $A \approx 130$. Более подробную информацию дадим для ядра ^{127}La , в котором первое критическое значение равно $68\hbar$, второе — $85\hbar$. Ротационная энергия при втором критическом значении и экстремальной форме равна 60 Мэв , что составляет не больше 6% энергии связи этого ядра. Соответствующая угловая частота вращения $\hbar\omega = 1,4 \text{ Мэв}$.

Отмеченное выше резкое изменение формы жидкой капли при изменении углового момента от первого до второго критического значения ярко проявляется как «гигантский эффект h.b.» [140]

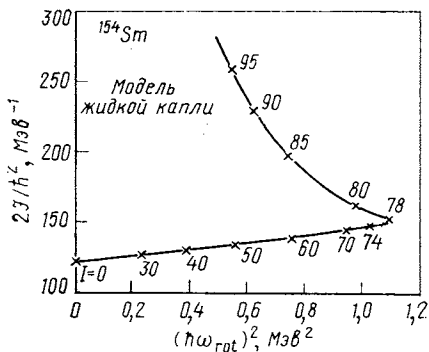


Рис. 12. Зависимость удвоенного момента инерции ядра-полосы в ядре ^{154}Sm от квадрата угловой частоты вращения в модели жидкой капли [140]

ходится ядерное вещество. Большой эффект этого возмущения, выражающийся в существенном изменении формы, объясняется тем, что вращение «вмешивается» в тонкий баланс сравнительно больших кулоновских сил и сил поверхностного натяжения. (В ядре ^{127}La , для которого выше приводились оценки, при сферической форме кулоновская и поверхностная энергии равны 456 и 445 Mэв соответственно.)

Следовательно, при вращении локальные свойства ядра меняются мало и можно предположить, что длина свободного пробега нуклонов и корреляции в одночастичном движении не изменятся настолько, что потеряет смысл использование понятия среднего поля для описания движения нуклонов во вращающейся системе координат. (При этом не имеются в виду парные корреляции сверхпроводящего типа, значение которых обсуждалось выше, и было показано, что при быстром вращении ими можно пренебречь.)

Однако среднее поле может менять не только свою форму, и оценки соответствующих эффектов даются ниже. Еще более важно непосредственное влияние вращения на одночастичное движение, как показывают оценки величины ωj_{ij}^x [см. формулу (6) при $v_{iji'j'} = 0$]. Эту величину можно оценить для предельно быстровращающегося ядра ^{127}La , используя значение $\hbar\omega = 1,4$ Mэв и считая, что матричные элементы одночастичного углового момента в этом ядре не превосходят $6\hbar$. Тогда $|\omega j_{ij}^x| \ll$

(рис. 12). Естественно, что в этой области любое небольшое изменение энергетической поверхности, в частности учет квантовой оболочечной поправки, приводит к существенному изменению положения минимума.

Оболочечные эффекты в быстровращающихся ядрах. Из оценок, приведенных выше, следует, что даже самое быстрое вращение, едва не разрывающее ядро на части, уменьшает полную энергию связи нуклонов всего на несколько процентов. В этом смысле вращение лишь слабо меняет условия, в которых на-

$\leq 8,5$ Мэв, что, с одной стороны, сравнимо с расстоянием между оболочками, а с другой — меньше энергии Ферми (≈ 40 Мэв). На основании приведенных оценок следует ожидать, что оболочечные эффекты, существенно связанные с плотностью уровней у поверхности Ферми, претерпевают значительное изменение при быстром вращении ядер, и в этом смысле возмущение, вносимое вращением, не мало. Однако численные оценки подобных изменений можно проводить в тех же приближениях, основанных на понятии среднего поля, которые хорошо зарекомендовали себя при расчете энергии деформации невращающихся ядер.

Для вычисления полной энергии вращающегося ядра как функционала его формы естественно поэтому использовать метод Струтинского, который оказался весьма эффективным при вычислении энергии невращающегося ядра [141—143]. Модификация метода, связанная с вращением, описана для медленного вращения в работе [144]. Быстрое вращение изучалось группой авторов из Лунда и Варшавы [139, 140] (на эти работы в дальнейшем даются ссылки как на ЛВ-подход) и группой из Дубны и Россендорфа [113, 114] (ДР-подход). Детальное сравнение обоих подходов проведено в работе [145].

Задача о нахождении минимального собственного значения многочастичного гамильтониана \hat{H} при заданном спине ядра, т. е. энергии ирраст-состояния, решается методом Лагранжа, что непосредственно приводит к оператору \hat{K} [см. определение (1)], который будем называть по аналогии с соответствующей функцией в классической механике [15] квантовым оператором Рауса, или раусианом [113, 114]. При строгой постановке задачи, когда коммутативность \hat{I} и \hat{H} не нарушается вводимыми приближениями, \hat{K} коммутирует с \hat{H} и, следовательно, имеет общие собственные состояния с \hat{H} . В таком случае переход от \hat{H} к \hat{K} не вносит дополнительных приближений.

Один из возможных приближенных методов решения задачи о минимальном собственном значении \hat{H} состоит в нахождении среднего значения $\langle I | \hat{H} | I \rangle$, где $| I \rangle$ — многочастичная функция, соответствующая определенному спину ядра I . Варьируя $| I \rangle$, находим минимальное значение среднего $\langle I | \hat{H} | I \rangle$, которое обозначим $E(I)$. Чтобы избежать построения функций $| I \rangle$ с определенным спином I , перейдем к исследованию минимального среднего значения $R(\beta, \omega) = \langle \beta, \omega | \hat{K} | \beta, \omega \rangle |_{\min}$ на некотором классе функций $|\beta, \omega\rangle$. Параметры β определяют форму ядра. В работах [113, 114] отмечается, что при условии выпуклой зависимости $E(\beta, I)$ от $I = \langle \beta, \omega | \hat{I} | \beta, \omega \rangle$ функции $E(\beta, I)$ и $R(\beta, \omega)$ однозначно связаны соотношением, которое следует

из (1):

$$E(\beta, \mathbf{I}) = \langle \beta, \omega(\mathbf{I}) | \hat{H} | \beta, \omega(\mathbf{I}) \rangle = R(\beta, \omega) + \mathbf{I} \cdot \omega, \quad (107)$$

где ω определяется из условия

$$\mathbf{I} = -\partial R / \partial \omega \equiv \mathbf{I}(\beta, \omega). \quad (108)$$

Из формул (107) и (108) следует, что

$$\omega = \partial E / \partial \mathbf{I}. \quad (109)$$

В дальнейшем термин раусиан будет использоваться как для оператора \hat{R} , так и для его среднего $R(\beta, \omega)$, что не вызовет недоразумений.

Для невыпуклой зависимости $E(\beta, \mathbf{I})$ от \mathbf{I} некоторым значениям \mathbf{I} не соответствует никакого значения ω [уравнение (108) не имеет решения].

Как уже отмечалось в разд. 1, введение раусиана $R(\beta, \omega)$ в задачу о вращении вокруг оси, не являющейся осью симметрии, можно интерпретировать как переход к системе координат, вращающейся вместе со средним полем ядра с частотой ω . Иными словами, введение раусиана составляет сущность модели принудительного вращения без теории возмущений. Не менее оправдано изучение $R(\beta, \omega)$ также и при описании ирраст-состояний с угловым моментом, направленным по оси симметрии поля, хотя интерпретация такого состояния как ротационного может натолкнуться на возражения. Формально этот случай отличается от вращения, при котором направление оси симметрии потенциала меняется со временем, в том отношении, что каждому \mathbf{I} соответствует в неизменном потенциале своя конфигурация. Но есть многочисленные физические соображения в пользу того, чтобы распространить термин вращение и на этот случай, как это делает О. Бор [5].

В модели независимых частиц раусиан R_{1p} равняется сумме нижайших A (A — число частиц) собственных значений ε_i^ω одночастичного раусиана [см. уравнения (6), (7) при $v_{ijj'j'} = 0$]:

$$r = t - \omega \mathbf{j} + V(\beta), \quad (110)$$

где t — кинетическая энергия; \mathbf{j} — угловой момент; V — среднее поле ядерных сил во вращающемся ядре, зависящее, вообще говоря, от частоты вращения ω . Эта зависимость сравнительно слаба, как было показано в работе [114], и в практических вычислениях она до сих пор не учитывалась (см. ниже). Таким образом,

$$R_{1p}(\beta, \omega) = \sum_{\varepsilon_i^\omega < \lambda_{1p}} \varepsilon_i^\omega. \quad (111)$$

Производная $-\partial R_{\text{IP}}/\partial\omega$, обозначаемая ниже через $I_{\text{IP}}(\beta, \omega)$, представляется как сумма A средних значений оператора j . Эти значения вычислены по собственным функциям, соответствующим ε_i^ω :

$$\partial R_{\text{IP}}/\partial\omega \equiv I_{\text{IP}}(\beta, \omega) = \sum_{\varepsilon_i^\omega < \lambda_{\text{IP}}} j_i. \tag{112}$$

Здесь и в предыдущем равенстве λ_{IP} — уровень Ферми в модели независимых частиц.

При малых ω , когда можно использовать теорию возмущений, величины ε_i^ω и j_i имеют вид

$$\varepsilon_i^\omega = \varepsilon_i^0 - \omega \cdot \langle i | j | i \rangle + \sum_{k \neq i} \frac{|\omega \cdot \langle k | j | i \rangle|^2}{\varepsilon_i^0 - \varepsilon_k^0}; \tag{113}$$

$$j_i = \langle i | j | i \rangle - 2 \sum_{k \neq i} \frac{(\omega \cdot \langle i | j | k \rangle) \langle k | j | i \rangle}{\varepsilon_i^0 - \varepsilon_k^0}, \tag{114}$$

где $\varepsilon_i^{(0)}$ и $|i\rangle$ — собственные значения и собственные функции одночастичного гамильтониана [см. выражение (110) при $\omega = 0$].

При вращении вокруг оси симметрии ядра, которое подробно обсуждалось в работе [140], суммы по k обращаются в нуль и оставшиеся члены представляют собой точное решение при любых ω . При вращении вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии, выпадают диагональные элементы. (Случай $\Omega = 1/2$ требует особого рассмотрения [30].) При больших ω соответствующие величины рассчитываются численно.

Известно, что в отсутствие вращения модель независимых частиц неприменима для вычисления полной энергии деформации. В работах [113, 114] отмечено, что для раусиана $R(\beta, \omega)$ можно доказать энергетическую теорему Струтинского [146] точно таким же образом, как она доказывается для полной энергии невращающегося ядра. Следовательно, для его вычисления можно использовать метод Струтинского. Доказательство по сути дела основано на стационарности $R(\beta, \omega)$ при малой вариации многочастичной волновой функции $|\beta, \omega\rangle$, которая представляет собой детерминант Слэтера, построенный из одночастичных волновых функций. Так как $E(\beta, \mathbf{I})$ определяется из условия стационарности при наличии связи $\langle \omega | \mathbf{I} | \omega \rangle = \mathbf{I}$ [см. формулу (2)], то для нее также справедлива теорема Струтинского. Стационарность $E(\beta, \mathbf{I})$ при постоянном \mathbf{I} легко вывести непосредственно из стационарности $R(\beta, \omega)$ при постоянном ω . Действительно, первую вариацию $E(\beta, \mathbf{I})$ при малом изменении $|\omega\rangle$ получим, исходя из уравнения (107):

$$(\delta E)_{\mathbf{I}} = (\delta R)_\omega + \partial R/\partial\omega \cdot \delta\omega + \mathbf{I} \cdot \delta\omega.$$

Сопутствующее изменение ω необходимо для того, чтобы при варьировании $|\omega\rangle$ оставался постоянным спин I . Используя (108), имеем $(\delta E)_I = (\delta R)_\omega$, т. е. если $(\delta R)_\omega = 0$, то $(\delta E)_I = 0$.

Тем самым доказано, что с точностью до вариаций плотности второго порядка, не рассматриваемых обычно в методе Струтинского, можно получить разбиение $E(\beta, I)$ на «гладкую» классическую часть и оболочечную поправку, исходя из соответствующего разбиения для $R(\beta, \omega)$ и $I(\beta, \omega)$:

$$R(\beta, \omega) = R_{cl}(\beta, \omega) + \delta R(\beta, \omega); \quad (115)$$

$$I(\beta, \omega) = I_{cl}(\beta, \omega) + \delta I(\beta, \omega), \quad (116)$$

где R_{cl} и I_{cl} — классические выражения для вращающейся заряженной жидкой капли:

$$R_{cl}(\beta, \omega) = U_{LD} - \frac{1}{2} \omega \cdot \mathcal{Y}_{cl}(\beta) \omega; \quad (117)$$

$$I_{cl}(\beta, \omega) = -\partial R_{cl} / \partial \omega = \mathcal{Y}_{cl}(\beta) \cdot \omega. \quad (118)$$

Здесь U_{LD} — сумма классических поверхностной и кулоновской энергий ядра в модели жидкой капли. Так как квазиклассическое вращательное движение ядра близко к твердотельному, то в качестве \mathcal{Y}_{cl} обычно используется твердотельный тензор инерции.

Оболочечные поправки $\delta R(\beta, \omega)$ и $\delta I(\beta, \omega)$ имеют несколько различных вид в двух упомянутых выше подходах. Далее мы будем следовать формализму, развитому в ДР-подходе:

$$\delta R(\beta, \omega) = R_{1p}(\beta, \omega) - \tilde{R}(\beta, \omega); \quad (119)$$

$$\delta I(\beta, \omega) \equiv -\partial(\delta R(\beta, \omega)) / \partial \omega = I_{1p}(\beta, \omega) - \tilde{I}(\beta, \omega), \quad (120)$$

где $\tilde{R}(\beta, \omega)$ — определенный обычным образом в методе Струтинского результат сглаживания R_{1p} .

При медленном вращении выражения для R_{1p} и I_{1p} общеизвестны [15] [см. также формулу (2)], а выражения для \tilde{R} и \tilde{I} получаются сглаживанием выражений (113) и (114) и использованием приближенных формул для вариации гладких величин при малом изменении одночастичного спектра [143]. Детали вывода при вращении вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии, даны в работе [144], и результаты имеют вид:

$$\tilde{R}(\beta, \omega) = \tilde{R}(\beta, 0) - (\omega^2/2) \mathcal{Y}^\perp; \quad (121)$$

$$\tilde{I}(\beta, \omega) = \omega \tilde{\mathcal{Y}}^\perp, \quad (122)$$

где

$$\tilde{\mathcal{Y}}^\perp = \sum_{i \neq k} \frac{\tilde{n}(e_i^{(0)}) - \tilde{n}(e_k^{(0)})}{e_k^{(0)} - e_i^{(0)}} |\langle i | j^x | k \rangle|^2; \quad (123)$$

ω и \tilde{I} — модули соответствующих векторов, которые в данном частном случае направлены по оси вращения. Здесь \tilde{n} — гладкие числа заполнения в методе Струтинского [143].

Для получения соответствующих выражений при медленном вращении вокруг оси симметрии следует использовать более высокий порядок разложения гладких величин по возмущению в одночастичном спектре. Результаты по форме совпадают с выражениями (121) и (122), в которых в качестве момента инерции выступает величина

$$\mathcal{Y}^{\parallel} = \sum_k | \langle k | j_z | k \rangle |^2 S(\tilde{\lambda} - \varepsilon_i^0), \quad (124)$$

где $\tilde{\lambda}$ — уровень Ферми в гладкой системе, который фиксируется заданием определенного числа частиц; $S(z) = \xi(z/\gamma)/\gamma$; $\xi(x)$ — введенная в обзоре [143] функция, с помощью которой производится сглаживание одночастичного спектра; γ — интервал усреднения. Не возобновляя дискуссии о возможности вращения симметричного тела относительно оси симметрии, отметим, что \mathcal{Y}^{\parallel} характеризует зависимость энергии от углового момента при таких изменениях конфигурации нуклонов, которые меняют проекцию углового момента на ось симметрии.

В работе [144] по аналогии с теорией возмущения при конечной температуре было отмечено, что выражения (121) и (122) могут иметь более широкую область применимости, чем разложение (113) и (114), на котором они формально основаны. Действительно, в вычислениях с различными потенциалами [114, 140, 145] было установлено, что численные оценки $\tilde{I}(\beta, \omega)$ как функции ω с удивительной точностью ложатся на прямую линию.

Таким образом, задача о нахождении энергии $E(\beta, I)$ ядра как функции углового момента I при деформации β сводится к нахождению классических величин (117) и (118) и оболочечных поправок и (119) и (120), подстановке полученных выражений в (115) и (116) и решению системы (107), (108).

При малых ω ротационная энергия в ДР-подходе переходит в выражение, данное в работе [144]:

$$E_{\text{ДР}}(\beta, I) - E_{\text{ДР}}(\beta, 0) = (\omega^2/2) [(\tilde{\mathcal{Y}}_{\text{IP}} - \tilde{\mathcal{Y}}) + \mathcal{Y}_{\text{cl}}] = I^2/2 [(\mathcal{Y}_{\text{IP}} - \mathcal{Y}) + \mathcal{Y}_{\text{cl}}], \quad (125)$$

тогда как этот же предельный случай в ЛВ-подходе имеет вид

$$E_{\text{ЛВ}}(\beta, I) - E_{\text{ЛВ}}(\beta, 0) = I^2 [(1/\mathcal{Y}_{\text{IP}} - (1/\tilde{\mathcal{Y}})) + 1/\mathcal{Y}_{\text{cl}}]/2, \quad (126)$$

т. е. перенормируется не момент инерции, а обратная ему величина.

Выражения (125) и (126) совпадают в двух случаях: когда отсутствует «перенормировка» ($\tilde{\mathcal{Y}} = \mathcal{Y}_{\text{cl}}$) и, когда равна нулю

оболочечная поправка ($\Psi_{ip} = \tilde{\Psi}$); последний случай является, скорее, исключением, чем правилом [144].

Форма ядра при больших угловых моментах. Основные теоретические предсказания. Конкретные расчеты изменения формы ядра под влиянием быстрого вращения, основанные на изложенных выше теоретических положениях, были проведены в работах [113, 114] и [139, 140] с использованием одночастичного потенциала Нильссона и в работе [145] с использованием потенциала Вудса — Саксона. Вычислялась полная энергия ядра как функция параметров, определяющих форму ядра [см. формулы (107), (108) и (115), (116)]. В этих работах при изучении оболочечных поправок рассматривались только эллипсоидальные формы. Абсолютный минимум на энергетической поверхности соответствует ираст-состоянию, т.е. вращающемуся «основному» состоянию, тогда как локальные минимумы, если такие существуют, ответственны за изомеры формы. Расчеты показывают, что как классическая компонента в полной энергии, так и оболочечная поправка существенны для определения формы ядра. Классическая часть описывает общее поведение энергетической поверхности, которое было охарактеризовано выше (см. рис. 11).

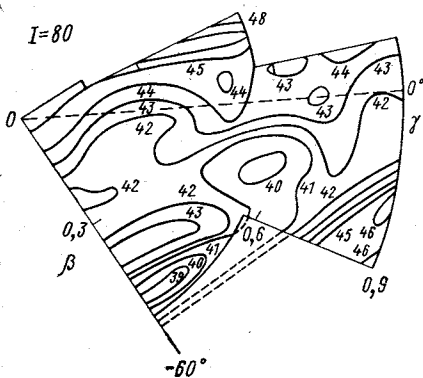


Рис. 13. Энергия деформации с учетом оболочечной поправки.

Обозначения те же, что на рис. 11

поверхности, которое было охарактеризовано выше (см. рис. 11).

Локальное поведение энергетической поверхности определяется оболочечной поправкой, которая особенно существенна в области плавного изменения классической энергетической поверхности, т.е. при малых деформациях (основные состояния ядер при отсутствии вращения) и в предбарьерной области. Как пример модуляции классической энергии оболочечной поправкой на рис. 13 изображена полная энергия деформации для того же ядра, в той же области изменения параметров деформации и при том же угловом моменте, что и классическая энергия на рис. 11.

Обсудим сначала изменение формы основного состояния. Деформированные ядра в середине области редкоземельных методов имеют энергию в «вытянутом» минимуме на 2—3 Мэв ниже по сравнению со стационарной энергией при «сплюснутой» деформации [147]. Расчет показывает, что даже быстрое вращение не может существенно изменить этого соотношения [113, 114]. Однако заметно изменение положения абсолютного минимума. Он сдвигается

гается в большинстве хорошо деформированных ядер редкоземельных элементов (за исключением нескольких ядер в самой середине области, как, например ^{174}Hf и ^{178}Hf) в сторону меньшей деформации β и в некоторых случаях в сторону положительных значений параметра неаксиальности γ . Следует отметить, что результаты, полученные в работе [29] с учетом сил спаривания, при наибольших рассмотренных там угловых моментах проявляют много сходных черт с теми, которые найдены в работе [114]. С увеличением спина роль классических сил растет, γ принимает отрицательное значение, а β увеличивается. В результате положение минимума в некоторых ядрах (особенно в ядрах с $N = 98$ и 102) описывает фигуру, похожую на спираль [114]. В качестве примера на рис. 14 и 15 даны положения минимумов в полной энергии деформации в ядрах ^{166}Er и ^{180}W . При больших угловых моментах, для которых не указаны точки на рисунках, ядра испытывают деление.

Изменения в одночастичной схеме уровней, которые обуславливают такое поведение полной энергии, подробно обсуждаются в работе [140].

Существенно иное положение в нейтронно-дефицитных ядрах и в ядрах переходной области, в которых, как известно, из вычислений без учета вращения, поверхность потенциальной энергии имеет два минимума: сплюснутый и вытянутый — приблизительно при одинаковой деформации β [148]. В таких ядрах вращение углубляет сплюснутый минимум, который при I приблизительно до $50-60\hbar$ остается основным, слегка меняя свое положение. Сплюснутые вращающиеся ядра представляют особый интерес с экспериментальной точки зрения, так как γ -переходы при вращении вокруг оси симметрии не имеют коллективного усиления в силу того, что плотность заряда не меняется в таких переходах

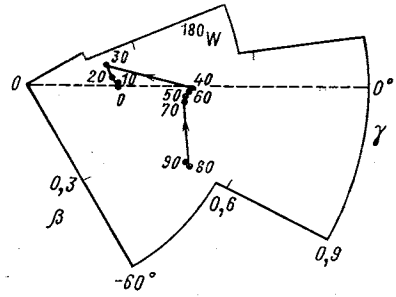


Рис. 14. Положение минимума в полной энергии деформации ядра ^{180}W в (β, γ) -плоскости при различных значениях полного углового момента.

Точки соединены стрелками, указывающими направление изменения формы ядра при испускании каскада γ -квантов [114]

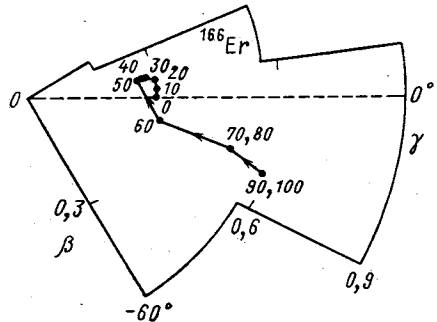


Рис. 15. То же, что на рис. 13, для ядра ^{166}Er

с точностью до A^{-1} и потому теоретически возможны быстровращающиеся метастабильные состояния, так называемые «ловушки» на ираст-полосе [149, 140].

Изучение возможных ловушек в сплюснутых ядрах, вращающихся вокруг оси симметрии, облегчается тем очевидным обстоятельством, что проекция одночастичного углового момента на ось вращения коммутирует с одночастичным гамильтонианом и собственные значения одночастичного раусиана (110) получаются непосредственно на основе собственных значений при $\omega = 0$. Особый интерес представляют участки невыпуклой зависимости $E(\beta, I)$ от I . В работе [140] отмечено, что состояния с наименьшей энергией при заданном моменте I может достигаться не при конфигурации, в которой заполнены все нижайшие собственные значения раусиана (110), а в некоторой конфигурации со свободным состоянием под уровнем Ферми и занятым над ним (частично-дырочное состояние). При этом иногда возникает такая ситуация, что состояния со спинами $I - 1$ и $I - 2$ по сравнению с исходным состоянием спина I имеют большую энергию. В таком случае γ -распад должен проходить с $\Delta I > 2$, что, вообще говоря, приводит к его задержке. Кроме того, задержки возможны и в том случае, когда переход в нижнее состояние сопровождается изменением состояния более чем одной частицы. Все такие случаи подробно исследованы в ядрах ^{150}Gd и ^{158}Yb в работе [140]. Но ловушки предсказываются в очень небольшом числе случаев.

В работе [150] отмечено, что остаточные силы (например, квадруполь-квадрупольные) могут способствовать выстраиванию спинов нуклонов и, следовательно, образованию метастабильных состояний с очень большим спином.

В предбарьерной области, как уже отмечалось выше, область плавного изменения классической энергии не мала по сравнению с характерным интервалом, на котором заметно меняется оболочечная поправка (см., например, рис. 11 и 13). Следовательно, в этой области велика вероятность встретить минимум оболочечной поправки, а значит, и полной энергии деформации, что приводит к повышению значения предельного углового момента, которым может обладать ядро, не разрываясь на части. Действительно, в работе [114] численным расчетом показано, что повышение предельного углового момента может достигать $(30 \div 40) \hbar$. Следует отметить, что в расчетах предполагалось, что ядро находится на ираст-полосе, т. е. является «холодным». Внутреннее возбуждение (повышение температуры) сглаживает нерегулярности, связанные с оболочечной структурой, и классическое описание становится все более точным.

Особенно глубокий минимум при большой вытянутой деформации возникает, согласно расчетам [114], в ядре ^{154}Dy («деформированная оболочка» в терминологии Струтинского [141, 142]), кото-

рый при угловом моменте, близком к предельному, становится абсолютным. Похожая картина предсказывается в соседнем изотопе ^{156}Dy , как это видно из рис. 16.

В ядрах редкоземельных элементов встречается также локальный минимум при большой сплюснутой деформации, который иногда становится абсолютным, но, согласно расчетам [114], это может случиться только при очень большом угловой моменте.

Расчеты с потенциалом Вудса — Саксона [145] в основном подтверждают закономерности, отмеченные выше, относительно положения экстремумов энергетической поверхности. Однако глубина минимумов может меняться, что в некоторых ядрах приводит при некоторых значениях углового момента к заметному изменению формы, соответствующей ирраст-состояниям.

В работе [114] отмечается, что описанные выше изменения формы быстровращающегося ядра имеют важные последствия для протекания каскада γ -квантов.

Применение метода Струтинского к изучению вращения такого легкого ядра, как ^{20}Ne , обсуждается в работе [151].

Следует отметить, что энергия деформации быстровращающихся ядер рассчитывалась также в упрощенной модели [152, 153] в подходе типа Хартри — Фока — Боголюбова. Однако, как указывают сами авторы, вследствие ограниченности одночастичного пространства и схематичности нуклон-нуклонных взаимодействий, которые использовались в вычислениях, адекватность модели поставленной задаче находится под вопросом.

Реакция на вращение ядерных характеристик, отличных от формы и сверхтекучести. Исторически сложилось так, что степени свободы, связанные с формой и сверхтекучестью, оказались в центре дискуссии о реакции ядра на вращение. Соответственно в данном обзоре мы до сих пор имели дело почти исключительно с этими свойствами. Следует иметь в виду, что форма и сверхтекучесть — не единственные характеристики ядерной системы, которые подвержены влиянию конечного углового момента, сообщаемого системе. Представляют интерес и другие свойства, такие, как вид распределения плотности во внутренней системе координат.

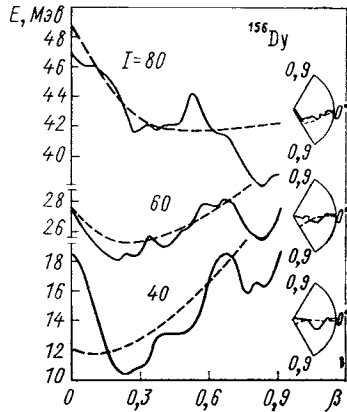


Рис. 16. Разрез поверхности, изображающей энергию деформации, приблизительно вдоль «делительной долины» при трех различных значениях углового момента:

Пунктир — классическая энергия деформации [113]

нат, характер массового потока, создающего орбитальный угловой момент, а также степень поляризации спина нуклонов.

Правильное понимание подобных свойств ядерного ротационного движения особенно важно при попытках предсказать поведение ядра в высокоспиновых ирраст-состояниях, используя метод оболочечных поправок Струтинского, так как от него зависит выбор классического раусиана и одночастичного потенциала как функций угловой частоты ω , которые используются для подстановки вместо соответствующих сглаженных величин (см. выше).

Накопленные к настоящему времени эмпирические данные, к сожалению, почти ничего не дают для решения поставленной проблемы, что находится в явном контрасте с ситуацией при нулевой угловой скорости, где свобода выбора средней энергии и одночастичного потенциала сильно ограничена большим количеством эмпирических данных, таких, как масса, времена спонтанного деления, спектры нечетных ядер и т. п.

Теоретическое рассмотрение вопроса дано в работе [114], где изучалась усредненная матрица плотности $\tilde{\rho}$, которая предполагается удовлетворяющей условию самосогласования «в среднем», сформулированному Струтинским [143, 145]:

$$\tilde{\rho} \rightarrow \tilde{V} \rightarrow \rho_{1p} \xrightarrow{\text{«сглаживание»}} \tilde{\rho}, \quad (127)$$

или словами: одночастичный потенциал является результатом свертки матрицы плотности $\tilde{\rho}$ с двухнуклонными силами. Матрица $\tilde{\rho}$, в свою очередь, получается в результате сглаживания матрицы ρ_{1p} , которая соответствует нижайшим стационарным заполненным уровням в потенциале \tilde{V} . Матрицу плотности $\tilde{\rho}$ следует в принципе использовать также и для вычисления среднего раусиана \tilde{R} . Заметим, что при вращении стационарными одночастичными состояниями являются собственные состояния оператора r , определенного равенством (110).

Следуя работе [114], рассмотрим следующие характеристики ядра при больших угловых моментах, которые описываются средней матрицей $\tilde{\rho}$:

- 1) характер ротационного потока;
- 2) распределение плотности во внутренней системе координат;
- 3) поляризация спина;
- 4) структура спин-орбитального потенциала во вращающемся ядре.

Характер ротационного потока. При довольно общих предположениях можно показать, что средний поток, генерируемый одночастичным раусианом вида (110), соответствует вращению системы как твердого тела (см., например, обсуждение в работе [4, т. II, с. 79, 80]). Чтобы понять, как получается этот результат,

рассмотрим в качестве простейшего примера систему бесспиновых «фермионов», движущихся в локальной потенциальной яме. В этом случае одночастичный раусиан дается выражением

$$r = p^2/2M + \tilde{V}(\mathbf{r}) - \omega \cdot (\mathbf{r} \times \mathbf{p}) = (\mathbf{p} - M(\omega \times \mathbf{r}))^2/2M + \tilde{V}(\mathbf{r}) - M(\omega \times \mathbf{r})^2/2. \quad (128)$$

Вторая форма выражения (128) показывает, что в локальном приближении раусиан имеет минимум, если в каждой точке \mathbf{r} частицы имеют импульсы \mathbf{p} , распределенные изотропно вокруг среднего значения

$$\langle \mathbf{p} \rangle_{\mathbf{r}} = M(\omega \times \mathbf{r}), \quad (129)$$

которое как раз соответствует вращению системы как твердого тела.

Мигдал показал [154], что результат (129) получается также в том случае, когда свертка матрицы плотности с двухнуклонными силами приводит к зависящему от скорости одночастичному потенциалу. Это вытекает из того, что вследствие галилеевой инвариантности сил потенциал может зависеть только от относительной скорости рассматриваемой частицы и окружающей среды.

Некоторую общую информацию об условиях, при которых вращение системы как целое энергетически невыгодно, можно получить, изучив влияние на физические свойства системы следующей трансформации ее волновой функции:

$$|\phi\rangle = \exp \left\{ -\frac{iM}{\hbar} \sum_{\nu=1}^A \phi(\mathbf{r}_{\nu}) \right\} |u_0\rangle.$$

Здесь $|u_0\rangle$ — состояние, соответствующее некоторому локальному распределению скоростей $\mathbf{u}_0(\mathbf{r})$, заданному (129); M — масса нуклона; $\phi(\mathbf{r})$ — произвольная функция от пространственной координаты нуклона. Состоянию $|\phi\rangle$ соответствует локальное распределение скоростей $\mathbf{u}(\mathbf{r}) = \nabla \phi(\mathbf{r}) + \mathbf{u}_0$, т. е. указанная трансформация волновой функции соответствует возбуждению в системе потенциального движения. Очевидно, что такая трансформация оставляет неизменными все характеристики зарядового и массового распределения нуклонов и, в частности, не влияет на объем и мультипольные моменты заряда. Основываясь на инвариантности $\phi(\mathbf{r})$ по отношению к изменению знака времени, можно показать, что монопольное спаривание также не затрагивается этой трансформацией. Следовательно, параметр щели Δ не зависит от ϕ :

$$\Delta = g \langle \phi | \sum_i a_i^{\dagger} a_i^{\pm} | \phi \rangle = g \langle u_0 | \sum_i a_i^{\dagger} a_i^{\pm} | u_0 \rangle,$$

если в состоянии $|u_0\rangle$ присутствуют лишь парные корреляции монополярного типа, когда $\langle u_0 | a_i^+ a_j^+ | u_0 \rangle \neq 0$ при $i = \tilde{j}$ (состояния i и \tilde{j} сопряжены по времени).

Возбуждение потенциального движения увеличивает среднюю кинетическую энергию по сравнению с оценкой, полученной выше [см. (128)] для вращения системы как целого. Однако распределению (129) соответствует появление центробежных сил, изменяющих массовое распределение в ядрах, а также недиагональных матричных элементов раусиана (128), влияющих на монополярное спаривание. Если связанные с этим изменения потенциальной энергии велики, то потенциальное движение оказывается энергетически выгодным. При малых угловых моментах доминирует роль спаривания (см. разд. 2) и распределение нуклонов по скоростям может сильно отличаться от (129). Влияние центробежных сил, как будет показано ниже, практически во всей области угловых моментов, когда ядра существуют как целое, весьма мало, а поэтому в отсутствие спаривания (129) должна выполняться с хорошей точностью.

Из формулы (129) следует, что орбитальная часть \tilde{L} сглаженного углового момента дается выражением

$$\tilde{L} = \mathcal{Y}_{\text{rig}} \cdot \omega, \quad (130)$$

где $\mathcal{Y}_{\text{rig}}(\rho)$ — классический инерциальный тензор, который соответствует пространственной плотности, описываемой функцией

$$\rho(\mathbf{r}) \equiv \langle \mathbf{r} | \tilde{\rho} | \mathbf{r} \rangle. \quad (131)$$

Это приближение для классического момента инерции применялось до сих пор в практических вычислениях по методу Струтинского.

В эксперименте было найдено [155, 77], что для ядра ^{162}Yb момент инерции при спине $I \gtrsim 20$ близок к сферическому твердотельному значению, хотя экспериментальные погрешности велики. Это связано с тем, что определение спина было основано на оценке числа γ -переходов, идущих с исследуемого уровня.

Распределение плотности во внутренней системе координат. Последний член в выражении (128)

$$V_{\text{cf}}(\mathbf{r}) = -M(\omega \times \mathbf{r})^2/2 \quad (132)$$

является центробежным потенциалом. Выше уже обсуждалось, какое значение имеют центробежные силы при определении формы ядра. Внутри ядерной поверхности центробежные силы стремятся изменить распределение плотности, которое было в ядре при отсутствии вращения, сдвигая нуклоны в сторону от оси вращения.

Пренебрегая кулоновскими и поверхностными эффектами, которые до некоторой степени компенсируют друг друга (см., например, работу [4, т. I, с. 254]), можно описать внутренность невраща-

щающегося ядра с помощью постоянной плотности ρ_0 , равной равновесной плотности ядерной материи.

Равновесная плотность $\rho(\mathbf{r})$ ядра в поле центробежных сил дается в первом порядке как

$$(\rho(\mathbf{r}) - \rho_0)/\rho_0 = (\lambda_{cf} - V_{cf}(\mathbf{r}))/b; \quad (133)$$

$$b \equiv K/9,$$

где K — модуль сжимаемости ядерной материи; λ_{cf} — константа, зависящая от граничных условий. Предполагая для простоты, что поверхность является сферой радиуса R , и принимая в качестве граничных условий, что обобщенные силы, соответствующие координате R , равны нулю, получаем

$$\lambda_{cf} = -M\omega^2 R^2/3. \quad (134)$$

Таким образом, плотность уменьшается на оси вращения и увеличивается на «экваторе». Максимальное относительное изменение плотности имеет место на оси вращения и равняется $|\lambda_{cf}|/b$. Средняя плотность уменьшается на относительную величину $\frac{2}{5} |\lambda_{cf}|/b$. (Отметим, что это связано с увеличением радиуса R .)

Относительное изменение классического момента инерции, являющееся результатом изменения плотности, можно легко рассчитать; результат принимает вид

$$(\mathcal{Y}_{rig} - (\mathcal{Y}_{rig})_0)/\mathcal{Y}_{rig} = 0,52 |\lambda_{cf}|b. \quad (135)$$

Константа λ_{cf} имеет смысл изменения уровня Ферми в центробежном поле. Суммируя все вклады в это изменение в соответствии с уравнением (128) и используя выражение Томаса — Ферми для кинетической энергии:

$$\varepsilon_F \equiv ((\mathbf{p} - M(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}))^2/2M)_F = (\rho/\rho_0)^{2/3} \varepsilon_F^0 \quad (136)$$

($\varepsilon_F^0 \approx 38 \text{ Мэв}$), получаем

$$\lambda_{cf} = \frac{2}{3} \frac{(\rho - \rho_0)}{\rho_0} \varepsilon_F^0 + (\tilde{V}(\mathbf{r}) - \tilde{V}_0) + V_{cf}(\mathbf{r}), \quad (137)$$

откуда с помощью (133) приходим к результату

$$\tilde{V}(\mathbf{r}) - \tilde{V}_0 = \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\varepsilon_F^0}{b}\right) (\lambda_{cf} - V_{cf}(\mathbf{r})). \quad (138)$$

Для ядра с $A = 170$ и спином $I = 80\hbar$ значение $|\lambda_{cf}|$ составляет 1 Мэв . Принимая в качестве модуля сжимаемости $K = 250 \text{ Мэв}$, получаем, что отношение $|\lambda_{cf}|/b$ равно 4% . Для любого разумного значения K величина $|\tilde{V}(\mathbf{r}) - \tilde{V}_0|$, определяемая (138), не превосходит нескольких долей Мэв . Следует также отметить, что λ_{cf} и $V_{cf}(\mathbf{r})$ пропорциональны I^2 .

Итак, все эффекты изменения плотности, наведенные центробежными силами, относительно малы и ими можно пренебречь

в практических вычислениях. Исключение составляют, может быть, только самые большие предельно возможные значения спина.

Спиновая поляризация. Принимая во внимание спин ядра, отметим, что оператор r кроме вклада, учтенного в уравнении (128), содержит еще член

$$V_s^{\text{cor}} \equiv -\omega \cdot s. \quad (139)$$

Этот член приводит к поляризации спина. Для свободного ферми-газа вектор поляризации дается выражением

$$\langle s \rangle = \frac{3}{8\varepsilon_F^0} \omega. \quad (140)$$

Соответствующий вклад в момент инерции имеет вид

$$\mathcal{Y}_s = \mathcal{Y}_s^{\text{F.g}} \equiv \frac{3A}{8\varepsilon_F^0} \approx 0,68A^{-2/3} \mathcal{Y}_{\text{rig}} (\beta = 0). \quad (141)$$

Пик-Пичак впервые показал [156], что двухнуклонные спин-орбитальные силы при отличном от нуля роторе поля скоростей (129) приводят к объемному члену в одночастичном потенциале вращающегося ядра. Этот член имеет ту же структуру, что и поле V_s^{cor} , отличаясь численно множителем [114] порядка 1,2. В результате выражение (141) для момента инерции следует умножить на фактор порядка 2,2.

Еще одна поправка к результату (141) возникает при учете следующего члена в двухнуклонных силах:

$$-\beta (s_1 \cdot s_2). \quad (142)$$

Принимая во внимание оба эти члена и спин-орбитальное взаимодействие, получаем

$$\mathcal{Y}_s \approx 2,2 \mathcal{Y}_s^{\text{F.g}} / (1 + 3\beta / 8\varepsilon_F^0). \quad (143)$$

Значение константы β , которое следует подставить в выражение (143), весьма неопределенно. В работе [114] дается результат $\mathcal{Y}_s \approx 3,3 \mathcal{Y}_s^{\text{F.g}}$, который основан на значении β , заимствованном из эффективных взаимодействий Скирма [157] (вариант III). Однако оценки, сделанные в работе [114], сильно упрощены, так как не принят во внимание принцип Паули. Учитывая его должным образом и оценивая β из различных широко используемых двухнуклонных взаимодействий, получаем для $\mathcal{Y}_s / \mathcal{Y}_s^{\text{F.g}}$ значение в интервале

$$0,4 \leq \mathcal{Y}_s / \mathcal{Y}_s^{\text{F.g}} \leq 2. \quad (144)$$

Вклад в спин-орбитальный потенциал от двухнуклонных спин-орбитальных и спин-спиновых взаимодействий можно представить

как

$$\delta \tilde{V}_s = -(\mathcal{Y}_s / \mathcal{Y}_s^{F.g} - 1) \omega \cdot s. \quad (145)$$

В связи с результатом (142) следует сказать, что если использовать квазиклассическое приближение более высокого порядка [158] для плотности $\tilde{\rho}$ невзаимодействующего ферми-газа, то можно получить поправку к твердотельному моменту инерции, имеющую подобный функциональный вид, но с другим численным множителем:

$$\mathcal{Y}_{\text{dia}} = -A / (2\varepsilon_F^0) = -0,9A^{-2/3} \mathcal{Y}_{\text{rig}} (\beta = 0). \quad (146)$$

Этот вклад аналогичен [159] диамагнитной восприимчивости электронного газа, введенной Ландау [160] и являющейся результатом искривленности классических орбит в магнитном поле. Поскольку поправочный член \mathcal{Y}_{dia} возникает вследствие орбитальной части движения нуклонов, зависящая от спина часть двухнуклонных сил не влияет на его оценку.

Структура спин-орбитального потенциала во вращающемся ядре. При повторении обычного вывода одночастичного спин-орбитального потенциала, отталкиваясь от двухнуклонных спин-орбитальных сил, но принимая во внимание конечность среднего потока нуклонов, который дается выражением (129), а также спиновую поляризацию

$$\langle s \rangle = \mathcal{Y}_s \omega / A, \quad (147)$$

легко прийти к заключению, что обычное выражение для спин-орбитального потенциала в сферическом ядре следует преобразовать к виду

$$\tilde{V}_{s0} = k \left(\frac{1}{r} \frac{dp(r)}{dr} \right) (1 - r \times \langle p \rangle_r) (s + \langle s \rangle), \quad (148)$$

где k — обычный коэффициент спин-орбитального потенциала.

Чтобы получить общее впечатление об относительной важности различных поправочных членов, появляющихся в (148), заметим, что на экваторе ядра можно дать оценку для величины

$$|r \times \langle p \rangle_r| = (5/2) I / A, \quad (149)$$

которая имеет численное значение порядка $1\hbar$ для $A = 170$ и $I = 80\hbar$. При тех же значениях A и I и при $\mathcal{Y}_s \approx \mathcal{Y}_s^{F.g}$ $|\langle s \rangle| \approx 10^{-2}\hbar$. Так как потенциал (148) исчезает при усреднении по локальной сфере Ферми, он не дает вклада в момент инерции.

Исследования, проведенные выше, позволяют оценить точность полученных результатов. К сожалению, состояние эксперимента еще таково, что пока рано говорить о непосредственной проверке рассчитанных корреляций.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретические оценки, а также имеющиеся немногочисленные экспериментальные данные (см. разд. 5) позволяют определить предельные значения углового момента, которыми могут обладать квазистационарные ядерные состояния. Критические угловые моменты в наиболее сильно связанных ядрах достигают примерно $I_{кр} \approx 10^2 \hbar$, а точные значения $I_{кр}$ определяются квантовыми эффектами. Изучение реакции ядер на вращение в области угловых моментов от нуля до $I_{кр}$ обнаруживает весьма разнообразные явления: в ядрах пропадают корреляции сверхпроводящего типа, когда угловой момент состояния достигает некоторых критических для спаривания значений, приблизительно равных $(20 \div 30) \hbar$ (см. разд. 2). Сферическая симметрия в распределении плотности в тех ядрах, в которых она имеется при $I = 0$, теряется при достаточно больших I , чтобы уменьшить кинетическую энергию (см. разд. 4, 5), то же происходит и с аксиальной симметрией (см. разд. 5). Однако аксиальная симметрия в некоторых ядрах может появиться вновь при достижении еще больших угловых моментов, причем возможно, что коллективное вращение в таком случае будет происходить вокруг оси аксиальной симметрии, а не перпендикулярно ей, как при малых угловых моментах (см. разд. 5). Прогнозы такого рода связаны еще с одной характерной чертой вращающихся тел: их энергия зависит не только от формы и распределения массы по объему, но и от распределения вещества по скоростям внутри тела. Судя по результатам теоретических исследований (см. разд. 3 и 5), ориентация углового момента во внутренней системе координат вращающихся ядер весьма сложным образом изменяется в состояниях иррадиации при изменении углового момента. Экспериментальная информация по этому вопросу весьма бедна, да и теория в направлении изучения распределения нуклонов по скоростям во вращающихся ядрах делает только первые шаги.

Вращение влияет также и на размеры ядер. Хотя и в этом отношении экспериментальная информация чрезвычайно немногочисленна, и теория, и эксперимент указывают на существование интересных эффектов, связанных с изменением ядерного объема из-за вращения: ядра с сильными парными корреляциями могут уменьшаться в объеме при увеличении углового момента от нуля до критических для спаривания значений, а затем расширяться вместе с дальнейшим увеличением I (см. разд. 4).

С вращением связан новый вид ядерного изомеризма и фазовых переходов с изменением формы. Центробежные силы делают предпочтительными состояния с большой деформацией, так как момент инерции увеличивается с деформацией. Детальные расчеты и многочисленные экспериментальные исследования дают согласован-

ную картину того, как в одном и том же ядре сосуществуют свойства объектов, имеющих разную форму. Примеры такого сосуществования форм довольно многочисленны в области малых и промежуточных спинов (см. разд. 4). Что касается состояний с большими угловыми моментами, проблема ядерного изомеризма остается еще практически не исследованной экспериментально, а теоретические прогнозы в этой области все еще не очень определены (см. разд. 5).

Существенной чертой теоретических расчетов, относящихся ко всем этим эффектам, является то, что они основаны на моделях, практически свободных от подгоночных параметров, иных, чем используемые при анализе внутренних возбуждений ядер. В целом, выводы теории и эксперимента относительно реакции ядер на вращение находятся в согласии, и это — хорошее подтверждение правильности существующих ядерных моделей. Некоторые «тонкие» детали из большого объема экспериментальной информации, относящейся к вращению ядра, не согласуются с теоретическими оценками. Дальнейшее исследование таких деталей весьма полезно для извлечения дополнительной информации об остаточном взаимодействии нуклонов.

Можно думать, что в ближайшем будущем станет возможным значительно более детальное сравнение теории и экспериментальных данных о вращении ядра, в особенности в области больших угловых моментов. Мы надеемся, что материал обзора будет полезен для проведения такого сравнения.

Этот коллективный труд был выполнен благодаря широкому международному сотрудничеству, осуществляемому в ОИЯИ. Отличные условия, созданные администрацией Лаборатории теоретической физики для научной работы, отмечаются с благодарностью всеми авторами обзора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Alder K. e.a. «Rev. Mod. Phys.», 1956, v. 28, p. 432.
(См. пер. в кн. «Деформация атомных ядер». Пер. с англ. Под редакцией Л. А. Слива, 1958). М., Изд-во иностр. литературы.
2. Newton J. O. In: Nucl. Spectroscopy and Reactions. Ed. G. Cerny. V. C. N. Y., Academic Press, 1974, p. 185.
3. Чултем Д. В кн.: Избранные вопросы структуры ядра. Т. 2. Дубна, ОИЯИ, 1976, с. 344.
4. Bohr A., Mottelson B. R. Nuclear Structure. V. I, II. N. Y.—L., W. A. Benjamin, Inc., 1975. Боп О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. Пер. с англ. Т. I. М., «Мир», 1971.
5. Bohr A. «Rev. Mod. Phys.», 1976, v. 48, p. 365.
6. Дзюблин А. Я. и др. «Ядерная физика», 1972, т. 15, с. 869.
7. Филиппов Г. Ф. «ЭЧАЯ», 1973, т. 4, вып. 4, с. 992.
8. Ванagas В. В. Лекции школы МИФИ. М., МИФИ, 1974.
9. Базь А. И., Филиппов Г. Ф. В кн.: Избранные вопросы структуры ядра. Т. 2. Дубна, ОИЯИ, 1976, с. 268.

10. Боголюбов Н. Н., Толмачев Б. В., Ширков Д. В. Новый метод в теории сверхпроводимости. М., Изд-во АН СССР, 1958.
11. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М., «Наука», 1971.
12. Rainwater J. «Phys. Rev.», 1950, v. 79, p. 432.
13. Bohr Å. «Mat.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.», 1952, Bd 26, N. 14; Bohr Å., Mottelson B. R. «Mat.-Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.», 1953, Bd 27, N 16. (См. пер. в сб.: Проблемы современной физики. Вып. 9. 1955.)
14. Inglis D. «Phys. Rev.», 1954, v. 96, p. 1059; 1955, v. 97, p. 701; 1955, v. 103, p. 1786.
15. Ландау Л., Лившиц Е. Механика. 3-е изд. М., «Наука», 1973.
16. Belyaev S. T. «Kgl. danske vid. selskab. Mat.-fys. medd.», 1959, Bd 31, N 11.
17. Nilsson S. G., Prior O. «Kgl. danske vid. selskab Mat.-fys. medd.», 1961, Bd 32, N 16.
18. Marshalek E. R. «Phys. Rev. B», 1965, v. 139, p. 770.
19. Rich M. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 90, p. 407.
20. Brack M. e.a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 234, p. 185.
21. Krumlinde J. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 121, p. 306; 1971, v. 160, p. 471.
22. Ma C. W., Tsang C. F. «Phys. Rev. C», 1975, v. 11, p. 213.
23. Мигдал А. Б. «ЖЭТФ», 1959, т. 37, с. 249.
24. Thouless D. J. «Nucl. Phys.», 1960, v. 21, p. 225.
25. Беляев С. Т. «ЖЭТФ», 1960, т. 40, с. 672.
26. Thouless D. J., Vajatin J. G. «Nucl. Phys.», 1962, v. 31, p. 211.
27. Боголюбов Н. Н. «ЖЭТФ», 1958, т. 34, с. 58, 73; «Докл. АН СССР», 1958, т. 119, с. 224.
28. Боголюбов Н. Н. «УФН», 1959, т. 67, с. 549.
29. Banerjee B., Ring P., Mang H. J. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 221, p. 564.
30. Goodman A. L. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 230, p. 466.
31. Marshalek E. R. «Phys. Rev.», 1967, v. 158, p. 993. «Phys. Rev. Lett.», 1968, v. 20, p. 214.
32. Караджов Д. и др. Препринт ОИЯИ Р4-8965, Дубна, 1975; «Ядерная физика», 1975, т. 21, с. 964; 1976, т. 24, с. 888.
33. Штокман М. И. Препринт ИЯФ 74-43, Новосибирск, 1974.
34. Banerjee B., Mang H. J., Ring P. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 222, p. 366.
35. Faessler A. e.a. In: Proc. Intern. Symp. on Highly Excited States in Nuclei. V. 1. Jülich, 1975, p. 58.
36. Birbrair B. K. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 212, p. 27.
37. Meyer J., Speth J., Vogeler J. H. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 193, p. 60.
38. Meyer J., Speth J. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 203, p. 17. Майер Ю., Шпет И. «Ядерная физика», 1973, т. 17, с. 1197.
39. Grin Yu. T. «Phys. Lett. B», 1974, v. 52, p. 135.
40. Bhargava P. C., Thouless D. J. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 215, p. 515.
41. Goodman A. L. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 265, p. 113.
42. Belyaev S. T. In: Selected Topics in Nuclear Structure. Vienna, 1962.
43. Hamamoto I. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 232, p. 401; preprint Nordita 76/11, 1976.
44. Hill D. L., Wheeler J. A. «Phys. Rev.», 1953, v. 89, p. 1102.
45. Peierls R. E., Yoccoz J. «Proc. Phys. Soc. A», 1957, v. 70, p. 381.
46. Yoccoz J. «Proc. Phys. Soc. A», 1957, v. 70, p. 388.
47. Skyrme T. H. R. «Proc. Phys. Soc. A», 1957, v. 70, p. 433.
48. Grümmer P., Schmid K. W., Faessler A. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 239, p. 289.
49. Фраундорф С., Янссен Д., Мюнхов Л. «Ядерная физика», 1970, т. 12, с. 939; 1971, т. 13, с. 60.
50. Kamlah A. «Z. Phys.», 1968, Bd 216, S. 52; Ring P., Beck R., Mang H. J. «Z. Phys.», 1970, Bd 231, S. 10; 1970, Bd 231, S 26.
51. Михайлов И. Н., Наджаков Э., Караджов Д. «ЭЧАЯ», 1973, т. 4, вып. 2, с. 311.

52. Михайлов И. Н., Янссен Д. Препринт ОИЯИ Р4-10333, 1977; «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1977.
53. Elliott J. P. «Proc. Roy. Soc. A», 1958, v. 245, p. 128; 562.
54. Михайлов И. Н., Наджаков Е. «Comt. rend. Acad. sci. Bulgar.», 1969, v. 22, p. 1221; Препринт ОИЯИ Р4-4293, Дубна, 1969.
55. Kerman A. K., Klein A. «Phys. Lett.», 1962, v. 1, p. 185; «Phys. Rev.», 1963, v. 132, p. 1326; Klein A., Kerman A. «Phys. Rev. B», 1965, v. 138, p. 1323; Dreizler R. M., Klein A. «Phys. Lett. B», 1969, v. 30, p. 4; Klein A., Celenza L., Kerman A. K. «Phys. Rev. B», 1966, v. 140, p. 245.
56. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 1195; 1973, т. 17, с. 525.
57. Зелевинский В. Г., Штокман М. И. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1972, т. 36, с. 2578.
58. Лейн А. Теория ядра. Пер. с англ. М., Атомиздат, 1967.
59. Зелевинский В. Г. Микроскопическая теория коллективных состояний. МИФИ, 1973; Ядерное вращение и высокие ядерные состояния. МИФИ, 1974.
60. Frauendorf S., Janssen D., Münchow L. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 125, p. 369.
61. Коломпец В. М. «Ядерная физика», 1975, т. 22, с. 269.
62. Ma C. W., Rasmussen I. O. «Phys. Rev. C», 1970, v. 2, p. 798.
63. Sorensen R. A. «Rev. Mod. Phys.», 1973, v. 45, p. 353.
64. Johnson A., Szymanski Z. «Phys. Rev. C», 1973, v. 7, p. 181.
65. Frauendorf S. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 263, p. 150.
66. Stephens F. S. e.a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 222, p. 235.
67. Гринь Ю. Т. «ЭЧАЯ», 1975, т. 6, с. 1105.
68. Bes D. R., Landowne S., Mariscotti M. A. J. «Phys. Rev.», 1968, v. 166, p. 1045.
69. Sano M., Wakai M. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 97, p. 298.
70. Mottelson B. R., Valatin J. G. «Phys. Rev. Lett.», 1960, v. 5, p. 511.
71. Chan K. Y., Valatin J. G. «Nucl. Phys.», 1966, v. 82, p. 222; 1966, v. 85, p. 85.
72. Faessler A., Lin L., Wittman F. «Phys. Lett. B», 1972, v. 44, p. 127; Faessler A. e.a. «Phys. Lett. B», 1974, v. 48, p. 87.
73. Kumar K. «Phys. Scripta», 1972, v. 6, p. 270; «Phys. Rev. Lett.», 1973, v. 30, p. 1228.
74. Келоглу В. Ю., Пятов Н. И., Черней М. И. В кн.: Ядерная спектроскопия и теория ядра. Тезисы докладов XII совещания по ядерной спектроскопии. Дубна, 1971, ОИЯИ, Д6-5783, 1971.
75. Гринь Ю. Т., Ларкин А. И. «Ядерная физика», 1966, т. 2, с. 40.
76. Krumlinde J., Szymanski Z. «Ann. Phys.», 1973, v. 79, p. 201.
77. Simon R. S. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1976, v. 36, p. 359.
78. Блин-Стойл Р. Фундаментальные взаимодействия и атомные ядра. Пер. с англ. М., «Мир», 1976.
79. Hansen P. G., Nielsen O. B., Sheline V. K. «Nucl. Phys.», 1959, v. 12, p. 389.
80. Lipas P. O. «Nucl. Phys.», 1962, v. 39, p. 468.
81. Михайлов В. М. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1966, т. 30, с. 1334.
82. Михайлов И. Н. Сообщение ОИЯИ Р4-7862, Дубна, 1974.
83. Янссен Д. «Ядерная физика», 1977, т. 25, с. 897.
84. Май Ф. Р. и др. Препринт ОИЯИ Е4-10508, 1977.
85. Brussord P. J., Tolhoek M. A. «Physica», 1957, v. 23, p. 955.
86. Turner R. J., Kispimoto T. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 217, p. 317.
87. Rud N., Nielsen H. L., Wilsky K. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 161, p. 401.
88. Siddiqi T. A., Emery G. T. «Phys. Rev. C», 1972, v. 6, p. 1009.
89. Baader H. A. Dissertation. Technische Universität München. 1970.
90. Günther C. e.a. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 172, p. 273.
91. Kumar, K. Baranger M. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 92, p. 608.

92. Sakai M. «Atomic Data», 1975, v. 15, p. 513.
93. Stelson P. M., Hrodzins L. «Nucl. Data A», 1965, v. 1, p. 21.
94. Гамильтон Дж. Х. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1972, т. 36, с. 17.
95. Ward D. e.a. In: Proc. Intern. Conf. Properties of Nuclear States. Montreal, Univ. of Montreal, 1969. Contribution N 234.
96. Domingos J. M., Symons G. D., Douglas A. C. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 180, p. 600.
97. Günther C., Parsignault D. R. «Phys. Rev.», 1967, v. 153, p. 1297.
98. Camp D. C., Bernthal F. M. «Phys. Rev. C», 1972, v. 6, p. 1040.
99. Ejiri H., Hagemann G. B. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 161, p. 449.
100. Bowman W. W., Sugihara T. T. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 178, p. 263.
101. Khoo T. L. e.a. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 202, p. 289.
102. Hammer T., Ejiri H., Hagemann G. B. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 202, p. 321.
103. Canty M. J. e.a. «Nucl. Phys. A», 1973, v. 203, p. 421.
104. Milner W. T. e.a. «Nucl. Phys. A», 1971, v. 177, p. 1.
105. Monhand E., Blachot J., Moussa A. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 134, p. 321.
106. Fogelberg B. «Nucl. Phys. A», 1972, v. 197, p. 497.
107. Casten R. F. e.a. «Phys. Rev.», 1969, v. 187, p. 1532.
108. Бочев Б., Александров Л., Куцарова Т. Препринт ОИЯИ Р5-7884; Р5-8321, Дубна, 1974.
109. Бочев В. и др. «Ядерная физика», 1972, т. 16, с. 633; «Physica Scripta», 1973, v. 6, p. 243.
110. Speth J. e.a. Isomer Shifts and Nuclear Models.— In: Massbauer Isomer Shifts. Eds. G. K. Shenoy, F. W. Wagner. Amsterdam, North-Holland Publ. Co., 1977.
111. Karadjov D., Mikhailov I. N., Piperova J. «Phys. Lett. B», 1973, v. 46 p. 163.
112. Meyer J. «Nucl. Phys. A», 1969, v. 137, p. 193.
113. Neergård K., Pashkevich V. V. «Phys. Lett. B», 1975, v. 59, p. 218.
114. Neergård K., Pashkevich V. V., Frauendorf S. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 262, p. 61.
115. Frauendorf S., Pashkevich V. V. «Phys. Lett. B», 1975, v. 55, p. 365.
116. Bonn J. e.a. «Z. Phys. A», 1976, Bd 276, S. 203.
117. Faessler A. e.a. «Phys. Lett. B», 1972, v. 39, p. 579.
118. Nilston S. C. e.a. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 222, p. 221. Gailliau M. e.a. «Phys. Lett. B», 1973, v. 46, p. 11.
119. Dickmann F., Dietrich K. «Z. Phys». 1974, Bd 271, S. 417.
120. Kolb D., Wong C. Y. «Nucl. Phys. A», 1975, v. 245, p. 205.
121. Rud N. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1973, v. 31, p. 1424.
122. Proetel D. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1973, v. 31, p. 896.
123. Hamilton J. H. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1975, v. 35, p. 662.
124. Béraud R. e.a. «J. Phys.», 1975, v. 36, p. C5—101.
125. Cole J. D. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1976, v. 37, p. 1185.
126. Hamilton J. H. В кн.: Избранные вопросы структуры ядра. Т. 2. Дубна, ОИЯИ, 1976, с. 303.
127. Май Ф. Р., Пашкевич В. В., Фрауендорф С. Препринт ОИЯИ Р4-10173, Дубна, 1976; «Phys. Lett. B», 1977, v. 68, p. 113.
128. Copen S., Plasil F., Swiatecki W. J. «Ann. Phys.», 1974, v. 82, p. 552.
129. Пик-Пичак Г. А. «ЖЭТФ», 1958, т. 34, с. 341.
130. Пик-Пичак Г. А. «ЖЭТФ», 1962, т. 42, с. 1294.
131. Пик-Пичак Г. А. «ЖЭТФ», 1962, т. 43, с. 1701.
132. Beringer R., Knox W. J. «Phys. Rev.», 1961, v. 121, p. 1195.
133. Hiskes J. R. Report UCRL-9275, 1960.
134. Sperber D. «Phys. Rev.», 1963, v. 130, p. 468.
135. Carlson B. C., Pao Lu. In: Proc. Rutherford Jubilee Intern. Conf. Manchester, 1961. Ed. J. B. Berks. L., Heywood and Co., 1962, p. 291.

136. Copen S., Plasil F., Swiatecki W. J. In: Proc. Third Conf. on Reactions between Complex Nuclei. Eds. A. Ghiorso, R. M. Diamond and H. E. Conzett. Asilomar University of California Press, 1963, p. 326.
137. Chandrasekhar S. «Proc. Roy. Soc. (London), Ser. A», 1964, v. 286, p. 1.
138. Rosenkilde C. E. «J. Math. Phys.», 1967, v. 8, p. 98.
139. Bengtsson R. e.a. «Phys. Lett. B», 1975, v. 57, p. 301.
140. Andersson G. e.a. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 268, p. 205.
141. Strutinsky V. M. «Nucl. Phys. A», 1967, v. 95, p. 420.
142. Strutinsky V. M. «Nucl. Phys. A», 1968, v. 122, p. 1.
143. Brack M. e.a. «Rev. Mod. Phys.», 1972, v. 44, p. 320.
144. Пашкевич В. В., Фрауендорф С. «Ядерная физика», 1974, т. 20, с. 1122.
145. Neergård K. e.a. «Nucl. Phys. A», 1977, v. 287, p. 48.
146. Strutinsky V. M. «Nucl. Phys. A», 1974, v. 218, p. 169.
147. Арсеньев Д. А., Малов Л. А., Пашкевич В. В., Соловьев В. Г. «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1968, т. 32, с. 866.
148. Арсеньев Д. А. и др. «Ядерная физика», 1968, т. 8, с. 883.
149. Bohr Å., Mottelson B. R. «Phys. Scripta A», 1974, v. 10, p. 13.
150. Faessler A., Ploszajczak M., Sandhya Devi K. R. «Phys. Rev. Lett.», 1976, v. 36, p. 1028.
151. Chandra J., Mosel U. «Phys. Lett. B», 1976, v. 64, p. 373.
152. Faessler A. e.a. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 256, p. 106.
153. Faessler A., Hilton R. R., Sandhya Devi K. R. «Phys. Lett. B», 1976, v. 61, p. 133.
154. Migdal A. V. «Nucl. Phys.», 1959, v. 13, p. 655.
155. Banashik M. V. e.a. «Phys. Rev. Lett.», 1975, v. 34, p. 892.
156. Пик-Пичак Г. А. «Ядерная физика», 1967, т. 6, с. 722.
157. Vaunherin D., Brink D. M. «Phys. Rev. C», 1972, v. 5, p. 625.
158. Brack M., Jennings B. K. «Nucl. Phys. A», 1976, v. 258, p. 264.
159. Dabrowski J. «Phys. Lett. B», 1975, v. 59, p. 132.
160. Landau L. D. «Z. Phys.», 1930, Bd 64, S. 629.