

КИНЕТИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ В ТЕОРИИ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

В. Е. Бунаков

Ленинградский институт ядерной физики АН СССР, Ленинград

Дан обзор существующих в настоящее время микроскопических, полу-феноменологических и феноменологических моделей, используемых для описания ядерных реакций. Подчеркиваются их достоинства и недостатки. Особое внимание уделяется анализу феноменологических моделей ядерных реакций, основанных на использовании кинетических уравнений (нестационарные варианты экситонных моделей, модель внутриядерного каскада). Излагается вариант единой теории ядерных реакций, использующий квантовые кинетические уравнения для конечных открытых систем. Сформулированы условия перехода к этим уравнениям от нестационарного уравнения Шредингера в задаче многих тел. Показано, что всевозможные модели ядерных реакций, используемые на практике, являются приближенными решениями кинетических уравнений для конечных открытых систем. С этой точки зрения проводится анализ достоверности описания экспериментальных данных в указанных моделях и рассматриваются различные их модификации, позволяющие улучшить согласие между результатами газных моделей и дать более точное описание экспериментальных данных.

A review is given of the presently existing microscopic, semi-phenomenologic and phenomenologic models used for the description of nuclear reactions. Their advantages and drawbacks are analysed. A special attention is given to the analysis of phenomenological models based on the use of master equations (time-dependent versions of exciton models, intranuclear cascade, etc.). A version of the unified theory of nuclear reactions is discussed which makes use of the quantum master equations for finite open systems. The conditions are formulated for the derivation of these equations from the time-dependent Schrödinger equation for the many-body problem. The various models of nuclear reactions used in practice are shown to be approximate solutions of master equations for finite open systems. From this point of view the analysis is carried out of these models' reliability in the description of the experimental data. Possible modifications are considered which provide for better agreement between the different models and for the more exact description of experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

В современном развитии ядерной физики можно проследить несколько новых направлений. Одно из них связано с возрастающей ролью ядерных реакций как в теоретических, так и в экспериментальных исследованиях. В прошлом наиболее важные воп-

росы структуры ядра довольно четко «отделялись» от механизмов ядерных реакций, игравших подсобную роль в исследовании ядра. В настоящее время ядерная спектроскопия выходит за традиционные рамки слабозбуденных связанных состояний ядер и охватывает области больших энергий возбуждения, в которых понятие индивидуальных состояний системы постепенно теряет свой смысл из-за того, что резонансы компаунд-системы все больше перекрываются друг с другом. При этом вопросы структуры ядра и механизма реакций все теснее переплетаются между собой. Вторая тенденция связана с накоплением экспериментальной информации, улучшением ее качества и увеличением сложности. Для того чтобы обнаружить новое явление или процесс на фоне известных нам, необходимо проводить количественный анализ уже известных процессов, что существенно повышает требования, предъявляемые к современной теории.

В связи с этим нам следует иметь теорию ядерных реакций, способную дать достаточно полное количественное описание процесса в широком диапазоне энергий налетающих частиц и продуктов реакции.

В данной работе мы ограничимся анализом состояния современной теории реакций с нуклонами. Вначале вкратце рассмотрим основные классы теоретических моделей, используемые в этой теории. Указанные модели можно разделить на две почти неперекрывающиеся группы. К первой группе относятся теоретически совершенные микроскопические подходы, демонстрирующие, как следует строить теорию ядерных реакций в принципе. Вторая группа состоит из феноменологических и полупеноменологических моделей, которыми пользуются в практических расчетах ядерных реакций. Именно этой группе мы и уделим основное внимание в нашем обзоре. К сожалению, большая часть моделей рассматриваемого класса до недавнего времени совершенно не была связана с фундаментальной теорией. Многие из них (например, так называемые модели предравновесного распада) основаны на использовании феноменологических кинетических уравнений (или уравнений баланса). До недавнего времени вопрос о связи этих уравнений с квантовомеханическим подходом в теории реакций оставался нерешенным (см., например, доклад Фешбаха [1]). Однако в последнее время несколько исследовательских групп, включая и нашу, достигли успехов в указанном вопросе [2—5]. Поэтому, описывая существующие феноменологические модели, мы попытаемся объяснить, почему они «работают», пользуясь теорией ядерных реакций, основанной на квантовых кинетических уравнениях для конечных открытых систем.

Последний раздел обзора посвящен вопросам точности существующих моделей и возможным модификациям, которые улучшают их.

В основе любой правильной теории реакций лежит нестационарное уравнение Шредингера для систем многих тел

$$i\hbar\partial\Psi/\partial t = H\Psi \quad (1)$$

с соответствующими начальными и граничными условиями. Для того чтобы описать даже простейший случай потенциального рассеяния, необходимо построить волновые пакеты из решений стационарного уравнения Шредингера

$$H\psi = E\psi \quad (2)$$

и проследить за их эволюцией в пространстве и во времени. Это весьма сложная математическая процедура, которая рассматривается последовательно лишь в немногих учебниках (см., например, [6, 7]). Формализм Липмана — Швингера использует приближение очень длинных (во времени) пакетов и позволяет свести задачу к стационарному случаю со специфическими граничными условиями. Этот формализм лежит в основе R -матричной теории и единой теории реакций Фешбаха, которая привела к созданию большинства микроскопических подходов к ядерным реакциям. Во всех перечисленных подходах полный гамильтониан H разделяется обычно на две части

$$H = H_0 + V. \quad (3)$$

Часть H_0 определяет систему базисных волновых функций в среднем поле, а «остаточные взаимодействия» V определяют интенсивности переходов между состояниями базиса. Различные способы выбора базиса соответствуют различным микроскопическим моделям, таким, как модель оболочек в континууме [8], метод собственных каналов [9], модель Соловьева для низкоэнергетических резонансных состояний [10] и т. п. Однако все эти методы обычно слишком сложны для практического использования. Во-первых, очень трудно найти решение (диагонализировать матрицу гамильтониана) для достаточно полного базиса. Во-вторых, даже если указанный базис достаточно полон, точность расчета положения каждого резонанса не превышает нескольких сотен кэВ, в то время как среднее расстояние D между резонансами в большинстве реальных ядер существенно меньше (для средних и тяжелых ядер $D \approx 1$ эВ). Это приводит к парадоксу: можно найти положение и ширины индивидуальных резонансов и в теории, и в эксперименте, однако сравнивать между собой можно лишь характеристики, усредненные по большей группе резонансов, лежащих в интервале ΔE порядка нескольких мегаэлектронвольт. Помимо этого, все микроскопические подходы, основанные на использовании уравнения Липмана — Швингера, обладают еще одним существенным недостатком. Поскольку уравнение Липмана — Швингера не обладает единственностью решения для случая более чем двух частиц

в сплошном спектре (например, падающая частица + ядро-мишень), применять эти подходы можно лишь для энергий, не допускающих вылета двух нуклонов из ядра, т. е. в области энергий налетающих частиц $E \lesssim 10$ МэВ.

1. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПОДХОДЫ, ОСНОВАННЫЕ НА [ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЯХ

В силу упомянутых выше трудностей для практического описания ядерных реакций пользуются другой группой моделей. Все они являются полу- или чисто феноменологическими. Одной из наиболее популярных среди них является оптическая модель. Она описывает сечение упругого рассеяния, усредненное по энергии, с помощью одночастичного уравнения Шредингера с комплексным потенциалом. Применимость этой модели можно оправдать теоретически (см., например, [7, 11—14]) в рамках микроскопического описания. Скорость поглощения падающего пучка в указанной модели определяется мнимой частью оптического потенциала, которая связана с матричными элементами остаточных взаимодействий V , усредненными по достаточно большому интервалу энергий ΔE . Оптическая модель, несмотря на свою простоту, позволяет проследить связь с фундаментальными уравнениями микроскопических подходов. Поэтому она — лучшая модель для описания усредненных упругих (или полных) сечений. Однако ее нельзя использовать без дальнейших модификаций для описания неупругих процессов.

Одной из таких модификаций является метод искаженных волн (МИВ), в котором амплитуда T_{if} неупругого процесса определяется выражением борновского типа

$$T_{if}^* \sim \langle \bar{\psi}_f | V | \bar{\psi}_i \rangle. \quad (4)$$

Здесь $\bar{\psi}_i$ и $\bar{\psi}_f$ — волновые функции упругого и неупругого каналов, рассчитанные в потенциале оптической модели. МИВ (и его разновидности при высоких энергиях — метод эйконала, теория Глаубера) также относится к полуфеноменологическому классу моделей, так как (4) можно получить из микроскопического подхода (см., например, [6, 7]). Такой вывод, однако, показывает, что выражение (4) пригодно лишь для описания прямых реакций, которые происходят немедленно после того, как начальная частица сталкивается с ядром. Поэтому к сечению МИВ следует добавить вклады от компаунд-ядра и предравновесных процессов. Эти вклады почти невозможно оценить и на практике ими пользуются как свободным параметром для подгонки теории к эксперименту.

Вследствие такой неполноты оптической модели и МИВ на практике пользуются различными чисто феноменологическими моде-

лями, совершенно не связанными с фундаментальными уравнениями Шредингера. Все они основываются на интуитивных постулатах и потому содержат большое количество подгоночных параметров, физический смысл которых зависит от интерпретации той или иной модели.

Наиболее известной моделью, описывающей энергетические и угловые распределения вторичных частиц, является модель внутриядерного каскада (МВК). Описанию этой модели посвящено много книг и обзоров (см., например, [15]). Долгое время МВК использовался в основном для описания реакций с высокоэнергичными (сотни мегаэлектронвольт) налетающими частицами. Однако в последнее время было сделано несколько более или менее успешных попыток применить МВК для реакций с частицами меньших энергий [16, 17].

Обычно считается, что МВК позволяет имитировать классическим образом историю взаимодействия нуклон — ядро с помощью ЭВМ. Алгоритм такого подхода [18] состоит в следующем. С помощью ЭВМ мы «разыгрываем» множество случаев столкновения налетающей частицы с ядром. В каждом из этих случаев начальная частица порождает каскад вторичных частиц, покидающих ядра с определенными энергией и импульсом. Число таких вторичных частиц и их импульсное распределение резко меняется от случая к случаю. Однако, если мы разыграем большое число столкновений и сделаем усреднение по всем розыгрышам, то полученные результаты дадут наиболее вероятное распределение испущенных частиц. Можно проследить классическую траекторию налетающего нуклона внутри ядра до первого столкновения, которое приведет к образованию пары вторичных нуклонов и дырки в ферми-поверхности ядра-мишени. Затем прослеживается классическая траектория каждого вторичного нуклона в отдельности до тех пор, пока он не покинет ядро или не столкнется еще раз. Сумма энергий дырок, рожденных в каскаде, определяет энергию возбуждения остаточного ядра. МВК является практически единственной феноменологической моделью, которая предсказывает угловые распределения вторичных нуклонов. Другим достоинством МВК является то, что в нем используются экспериментальные значения нуклон-нуклонных сечений, а не подгоночные параметры, как в других моделях.

Алгоритм МВК был предложен Сербером и Гольдбергером [18] в 1947—1948 гг. и основывался на аналогии с классическим алгоритмом теории переноса частиц в веществе.

Наиболее серьезные попытки обосновать его в случае нуклон-ядерных взаимодействий, исходя из квантовой теории многократного рассеяния, были предприняты Ватсоном (см. гл. 11 монографии [6] и ссылки в ней) лишь спустя 10 лет. При этом Ватсон использовал следующие приближения.

1. Газовое приближение (радиус нуклон-нуклонного взаимодействия r_0 много меньше длины свободного пробега $\Lambda_{св}$ частицы в ядре).
2. Длина волны де Бройля налетающей частицы много меньше $\Lambda_{св}$.
3. Приближение квазисвободного рассеяния (энергия, передаваемая налетающей частицей частице ядра $E_{пер}$, много больше средней кинетической $K_{ср}$ и потенциальной $U_{ср}$ энергий частиц в ядре).
4. Приближение замкнутости (в работах Глаубера по квазиупругому рассеянию это приближение называется приближением полноты). Оно означает, что сечение квантовомеханического процесса суммируется (или усредняется) по всем конечным состояниям мишени, соответствующим вылету квазиупругой частицы. При этом предполагается, что энергия возбуждения мишени в конечном состоянии лежит в интервале $\Delta W \approx \sqrt{(4/3) E_{пер} K_{ср}}$, меньшем, чем энергетическое разрешение детекторов или пучка. Благодаря влиянию принципа Паули газовое приближение в ядре выполняется. Именно оно привело к применимости оптической модели, модели оболочек и, по сути, всего аппарата современной ядерной физики. Большая длина свободного пробега делает не очень жестким и второе ограничение теории Ватсона. Наиболее жесткими являются третье и четвертое ограничения. Действительно, из-за большой величины $\Lambda_{св}$ мы можем неплохо описывать ядро как систему слабозадействующего ферми-газа в среднем поле U . Тогда $K_{ср} \approx U_{ср} \approx E_F/2$ (E_F — энергия Ферми), а третье и четвертое условия означают $E_{пер} > \Delta W > E_F$. Разумеется, энергия налетающей частицы E_i должна быть больше $E_{пер}$ и, следовательно, больше $K_{ср}$, $U_{ср}$ (это называется приближением слабой связи). Именно эти приближения позволили свести задачу к случаю рассеяния классической частицы на газе несвязанных и нескоррелированных нуклонов, т. е. устранить эффект когерентности, присущий каждой квантовомеханической задаче рассеяния. Ватсон получил классическое уравнение переноса для стационарного потока падающих частиц, однородной рассеивающей среды, не меняющейся в процессе перерассеяний (в газовой кинетике это называется приближением линеаризации) в одноэнергетическом приближении (т. е. рассматривались только быстрые частицы с энергией $E_i \gg E_{пер}$). Все это позволило частично оправдать классический траекторный алгоритм МВК, но не дало возможности описать динамику возбуждения ядра в процессе реакции, а следовательно, и спектры вторичных медленных частиц. Эти недостатки в теоретическом обосновании обусловили введение в алгоритм МВК подгоночного параметра — энергии обрезания вторичных частиц (см., например, [15]) — и привели к появлению различных феноменологических модификаций МВК (учет отраже-

ния и преломления частиц, специфический учет принципа Паули [17] и т. п.).

Поскольку каскадная модель может претендовать лишь на описание быстрой стадии процесса, на практике ее всегда дополняют испарительной моделью, которая неплохо воспроизводит спектры для случая взаимодействия низкоэнергетических частиц с ядрами. Эта модель основана на аналогии с нагретым электронным газом в металлах или с испарением атомов из нагретой жидкости. Предполагается, что энергия возбуждения, оставшаяся в ядре после быстрой стадии, распределяется среди большого числа нуклонов (модель составного ядра), так что можно пользоваться концепцией температурного распределения ферми-газа нуклонов внутри остаточного ядра (см., например, [19]). Затем можно воспользоваться гипотезой термодинамического равновесия между нагретым ядром и насыщающим паром испускаемых нуклонов [20, 21] и получить следующее выражение для вероятности испускания в единицу времени $I(\varepsilon)$ нуклона с энергией ε из ядра A с образованием ядра B с энергией возбуждения $E_B = E_A - \varepsilon - E_{св}$:

$$I(\varepsilon) d\varepsilon = (\rho_B(E_B)/\rho_A(E_A)) \sigma(E_B, \varepsilon) (\bar{g} M \varepsilon / \pi^2 \hbar^3) d\varepsilon. \quad (5)$$

Здесь $\rho(E)$ — плотность состояний при энергии возбуждения E ; σ — сечение поглощения нуклона с энергией ε компаунд-ядром B (возбужденным до энергии E_B), приводящее к образованию компаунд-системы A с энергией возбуждения E_A (это сечение обычно заменяется сечением поглощения $\sigma_{\text{abs}}(\varepsilon)$ нуклона невозбужденным ядром, рассчитанным в оптической модели); $\bar{g} = 2s + 1$ — спиновый множитель, а M — приведенная масса системы $B +$ нуклон. Пользуясь теперь соотношением, связывающим температуру T с плотностью состояний

$$(d \ln \rho / dE)|_{E=E_0} = 1/T(E_0), \quad (6)$$

можно получить из (5) приближенное выражение типа максвелловского для испарительного спектра:

$$I(\varepsilon) d\varepsilon = C(\varepsilon, T) \exp(-\varepsilon/T). \quad (7)$$

Здесь T означает либо начальную температуру T_A (если $E_A \gg E_{св}$, $E_B \gg \varepsilon$), либо конечную температуру T_B (если $\varepsilon \ll E_A - E_{св}$), а множитель C , как предполагается, содержит плавную зависимость от ε , T и некоторых других параметров систем A и B . В силу указанных неопределенностей выражение (7) почти никогда не используют для расчета абсолютных сечений, а T служит подгоночным параметром при описании экспериментальных данных формулой (7). Перечисленные недостатки модели возникают, как всегда, из-за отсутствия связи модели с фундаментальными уравнениями Шредингера. Такая ситуация порождает множество вопросов: возможно ли пользоваться условием термодинамического

равновесия для системы, в которой нет насыщающего пара; какая температура характеризует испарительный спектр (7), если каждая новая частица, покидающая систему, приводит к существенному уменьшению энергии возбуждения (а это обычная ситуация в конечном ядре) и т. п. Однако испарительная модель оказалась очень полезной для описания низкоэнергетической части спектра испущенных частиц. Это привело к созданию комбинированной каскадно-испарительной модели, в которой считается, что вся энергия остаточного ядра после каскада (существующая прежде всего в виде дырочных возбуждений) переходит в температуру и приводит к испарению. Другими словами, считается, что ядро сразу после каскадной стадии переходит в термодинамически-равновесное состояние. Охлаждение системы на испарительной стадии учитывается в этом подходе феноменологически: с помощью метода Монте-Карло и формулы (5) испарительной модели определяют энергию и вид испаряющейся частицы. Затем из энергии возбуждения системы вычитают энергию, унесенную испарившейся частицей, и по формуле (6) определяют новую температуру системы. После этого вновь пользуются испарительной формулой (5). Разумеется, вопрос теоретического обоснования такой процедуры, как и вопрос о возможности использования понятия термодинамического равновесия для конечной незамкнутой системы, остается при этом открытым. Однако и такая комбинированная модель не позволила полностью воспроизвести экспериментальные спектры.

В связи с этим возникла новая группа так называемых предравновесных моделей, идея которых обосновывается следующим образом. Каскадная стадия процесса приводит к появлению большого числа дырок в ферми-распределении ядра-мишени и некоторого числа возбужденных частиц над ферми-поверхностью. Однако распределение этих квазичастиц еще очень далеко от равновесного температурного распределения. Требуется время для того, чтобы такая система пришла к равновесию, «перемешивая» энергию в парных нуклон-нуклонных соударениях. За это время какое-то число частиц может быть испущено из системы, унося часть энергии возбуждения. Первая разновидность таких моделей была предложена Грифффином [22] (экситонная модель). Мы, однако, рассмотрим более сложные нестационарные разновидности предравновесных моделей, поскольку, как увидим позже, для этих разновидностей легче проследить связь с фундаментальными уравнениями Шредингера, чем для упрощенного случая замкнутых (проинтегрированных по времени) форм предравновесных моделей. Наиболее подробным вариантом таких нестационарных моделей является модель Харпа — Миллера — Берна (ХМБ) [23, 16], использующая кинетические уравнения. Основная идея этой модели весьма прозрачна. Если мы верим в применимость испа-

рительной модели и в то, что нуклоны ядра могут «термолизовать-ся» как всякий квантовый или классический газ, то следует посмотреть, какие уравнения описывают этот процесс термолизаии в статистической теории газов. Такое описание дается кинетическими уравнениями Улинга — Уленбека [24] в квантовой механике или уравнениями Больцмана в классическом случае. Поэтому в модели ХМБ ядро рассматривается как «банка», заполненная ферми-газом при нулевой температуре (ступенчатое ферми-распределение). Для описания реакции, индуцированной нуклоном, в начальный момент времени t_0 налетающая частица помещается в эту «банку» на один из свободных уровней с высокой энергией (рис. 1, а). Для упрощения вычислений все энергетическое пространство одночастичных уровней разбивается на ячейки $\Delta\varepsilon$ (рис. 1, б). Каждая i -я ячейка содержит g_i одночастичных состояний

$$g_i = \int_{\varepsilon_i - \Delta\varepsilon/2}^{\varepsilon_i + \Delta\varepsilon/2} \rho(\varepsilon) d\varepsilon, \quad (8)$$

где плотность состояний ферми-газа

$$\begin{aligned} \rho(\varepsilon) d\varepsilon &= \bar{g} V_0 d^3 p / (2\pi\hbar)^3 = \\ &= 4\pi V_0 (2m)^{3/2} \varepsilon^{1/2} d\varepsilon / (2\pi\hbar)^3. \end{aligned} \quad (9)$$

Здесь $\bar{g} = 2s + 1$ — спиновый множитель; V_0 — объем ядра; m — масса нуклона, а p и ε означают импульс и энергию (отсчитываемую от дна ядерного потенциала).

Считая, что число заполнения в ячейке равно n_i , можно вычислить полное число частиц в i -й ячейке:

$$N_i = n_i g_i. \quad (10)$$

Такая система частиц будет оставаться неизменной во времени, если только мы не разрешим им сталкиваться друг с другом, обмениваясь энергией. Вероятность перехода (в единицу времени) для столкновения $i + j \rightarrow k + l$ выбирается в виде

$$\omega_{ij \rightarrow kl} = \sigma_N(\varepsilon_i + \varepsilon_j) [2(\varepsilon_i + \varepsilon_j)/m]^{1/2} / V_0 \sum_{k,l} g_k g_l \delta_{\varepsilon_i + \varepsilon_j, \varepsilon_k + \varepsilon_l}. \quad (11)$$

где σ_N — сечение упругих нуклон-нуклонных столкновений, усредненное по углам (или просто взятое для угла 90° между векторами скоростей сталкивающихся частиц). Из-за символа Кронекера δ суммирование в знаменателе ведется лишь по состояниям

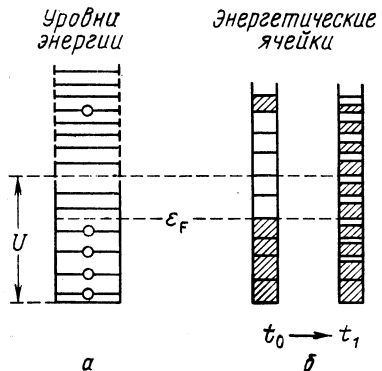


Рис. 1. Схематическое представление модели Харпа — Миллера — Берна

внутри ядра, которые допустимы в нуклон-нуклонных столкновениях.

Для получения кинетического уравнения (уравнения баланса) необходимо просто проследить за изменением числа частиц N_i в каждой ячейке. Это изменение происходит по следующим причинам. Столкновение частиц из k -й и l -й ячейки порождает частицу в i -й ячейке и частицу в j -й. Связанное с этим изменение числа частиц с учетом принципа Паули, уравнения (11) и закона сохранения энергии будет

$$\begin{aligned} & \frac{dN_i}{dt} (k + l \rightarrow i + j) = \\ & = \sum_{klj} \omega_{kl \rightarrow ij} n_k n_l (1 - n_i) (1 - n_j) \delta(\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l) g_i g_k g_l g_j. \end{aligned} \quad (12)$$

Столкновения типа $i + j \rightarrow k + l$ приводят к уменьшению N_i :

$$\begin{aligned} & \frac{dN_i}{dt} (i + j \rightarrow k + l) = \\ & = - \sum_{klj} \omega_{ij \rightarrow kl} n_i n_j (1 - n_k) (1 - n_l) \delta(\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l) g_i g_k g_l g_j. \end{aligned} \quad (13)$$

Суммируя теперь «притоки» (12) и «оттоки» (13), получим хорошо известные обычные квантовые кинетические уравнения

$$\begin{aligned} \frac{dn_i}{dt} = \sum_{klj} \omega_{ijkl} \delta(\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l) [n_k n_l (1 - n_i) (1 - n_j) - \\ - n_i n_j (1 - n_k) (1 - n_l)] g_k g_l g_j. \end{aligned} \quad (14)$$

(Как обычно, мы предполагаем, что в элементарных столкновениях $\omega_{ij \rightarrow kl} = \omega_{kl \rightarrow ij} = \omega_{ijkl}$.) Это уравнение описывает процесс термализации в статистической физике, и мы знаем, что решение его для больших времен приводит к температурному распределению ферми-газа:

$$n_i^{\text{равн}} = \{\exp [(\varepsilon_i - E_F)/T] + 1\}^{-1}. \quad (15)$$

Это значит, что частицы, заключенные в замкнутую систему (даже если система очень велика по размерам), будут обмениваться энергией в парных столкновениях до тех пор, пока система не придет к термодинамическому равновесию.

Однако ядро — не замкнутая система: оно может испускать частицы с энергией, находящейся в области сплошного спектра ($\varepsilon > E_F + E_{\text{св}}$). Поэтому в модели ХМБ был искусственно введен в уравнение (14) добавочный член оттока, связанный с уходом частиц из объема ядра в «лабораторный объем» Ω , где их энергия $\varepsilon_{ia} = \varepsilon_i - U$ (U — глубина ядерного потенциала):

$$\frac{dN_i}{dt} (i \rightarrow ia) = -n_i g_i \omega_{i \rightarrow ia} g_{ia} \delta(\varepsilon_i - U - \varepsilon_{ia}). \quad (16)$$

Вероятность $\omega_{i \rightarrow ia}$ считается (в духе испарительной модели) пропорциональной сечению поглощения нуклона $\sigma_{\text{abs}}(\epsilon_{ia})$ в оптической модели:

$$\omega_{i \rightarrow ia} = \sigma_{\text{abs}}(\epsilon_{ia}) [2\epsilon_{ia}/\mathcal{M}]^{3/2} / g_i \Omega. \quad (17)$$

Число g_{ia} по аналогии с g_i определяется как число одночастичных состояний во внешнем лабораторном объеме Ω . Таким образом, в модели ХМБ необходимо решать систему зацепляющихся уравнений:

$$\frac{dn_i}{dt} = \sum_{jkl} \omega_{ijkl} g_k g_j g_l \delta(\epsilon_i + \epsilon_j - \epsilon_k - \epsilon_l) [n_k n_l (1 - n_i) (1 - n_j) - n_i n_j (1 - n_k) (1 - n_l)] - n_i \omega_{i \rightarrow ia} g_{ia} \delta(\epsilon_i - U - \epsilon_{ia}). \quad (18)$$

Недостатком этой модели является ее вычислительная сложность. Кроме того, модель не позволяет предсказывать угловые распределения (это, однако, относится практически к большинству предравновесных моделей).

Несмотря на довольно грубые приближения [прямоугольная яма, усреднение по угловой зависимости в нуклон-нуклонных сечениях σ_N (11)], рассматриваемая модель не содержит в явном виде подгоночных параметров и в отличие от МВК содержит весьма подробную информацию о квантовомеханических свойствах системы и их динамике (числа заполнения индивидуальных одночастичных состояний квантовой системы). Это максимально приближает ее к микроскопическому описанию ядра в модели оболочек и делает ее весьма перспективной с точки зрения установления связи с микроскопической теорией ядерных реакций. Следует также отметить, что в принципе кинетические уравнения типа (14) можно получить из уравнения Шредингера при выполнении определенных условий; многие выдающиеся ученые внесли свой вклад в разработку различных путей такого перехода (например, Паули, Боголюбов, Ландау, Борн, Кирквуд, Ван-Хов, Пригожин). Простое перечисление их и установление взаимно-однозначных соответствий между используемыми предположениями могло бы составить предмет отдельной монографии и, разумеется, не может быть проведено в настоящем обзоре. Основная трудность в нашем случае состоит в том, чтобы показать, насколько хорошо эти предположения можно выполнить в случае ядерных реакций. Мы вернемся к этим вопросам в следующем разделе. Другая трудность состоит в том, что все упомянутые выводы кинетических уравнений были сделаны для замкнутых систем и потому приводили к уравнениям (14) без специфического члена оттока (16), стоящего в уравнениях ХМБ. Если относиться к оттоковому члену (16), (17), как к интуитивной догадке, то и тогда эта форма не выдерживает критики. Во-первых, разделение пространства на внутреннее

и внешнее имеет, скорее, классический характер. В квантовой механике всякое состояние сплошного спектра определено во всем координатном пространстве ($0 \leq r \leq \infty$). Поэтому в микроскопической теории ядерных реакций достаточно перевести частицу за счет парных соударений из дискретного состояния в состояние сплошного спектра [такие переходы уже включены в члены (12), (13)]. Никакого добавочного взаимодействия типа (16) для выхода из ядра частице сплошного спектра не требуется. Связь вероятности (а следовательно, и сечения) вылета частицы с сечением поглощения вида (17) заимствована из испарительной модели, в которой постулируется (см., например, [13]), что ядро полностью поглощает падающий поток и образует полностью термализованную компаунд-систему, минуя прямые и предравновесные стадии.

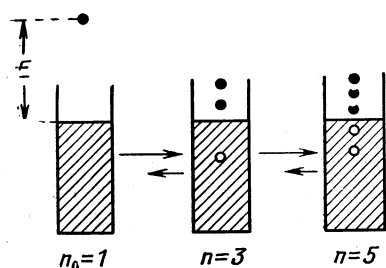


Рис. 2. Схематическое представление эволюции системы в экситонных моделях

Как уже упоминалось, модель ХМБ дает весьма детальное описание предравновесного процесса с помощью реалистических параметров, полученных независимым образом (радиус и глубина среднего ядерного потенциала, свободное нуклон-нуклонное сечение). За такое детальное описание приходится расплачиваться, решая систему зацепляющихся дифференциальных уравнений (18). Для упрощения вычислений (и модели) можно отказаться от детального описания чисел заполнения и характеризовать состояние ядра энергией возбуждения E и полным числом частиц (над поверхностью Ферми) и дырок ($n = p + h$), не обращая внимания на то, как эта энергия распределяется между частицами и дырками, т. е. считая, что все способы распределения энергии между ними равновероятны. Хотя обычно частицы над поверхностью Ферми и дырки принято называть общим именем «квазичастицы», исторически в предравновесных моделях они получили название экситонов, а модели, характеризующие состояние ядра числом экситонов n , были названы экситонными моделями. Вместо эволюции чисел заполнения $n_i(t)$ в экситонной модели следят за эволюцией вероятности $P(n, t)$ того, что в ядре имеется n экситонов (рис. 2). Начальное состояние в реакциях с нуклонами характеризуется экситонным числом $n_0 = 1$. Затем парное столкновение налетающей частицы с одной из частиц ядра может изменить энер-

гию налетающей частицы и породить частично-дырочную пару, т. е. систему с экситонным числом $n = 3$ (в экситонной модели считается, что все возможные конфигурации с $n = 3$ возникают с одинаковой вероятностью). Следующее столкновение между одной из двух возбужденных частиц и частицей под ферми-поверхностью или двух возбужденных частиц может привести к созданию следующих состояний: 1) $n = 5$ (рождение новой пары); 2) $n = 1$ (одна из частиц заполняет дырку); 3) $n = 3$ (возникает новое состояние две частицы — дырка). Вероятности λ_+ , λ_- и λ_0 каждого из таких событий определяются в модели величиной среднего матричного элемента парного взаимодействия M и плотностью допустимых конечных состояний

$$\lambda_{n \rightarrow n'} = (2\pi/\hbar) |M|^2 \rho_{n'}(E). \quad (19)$$

Число допустимых состояний ρ_n для каждого типа перехода рассчитано Вильямсом [25] для случая эквидистантного одночастичного спектра с плотностью g :

$$\left. \begin{aligned} \lambda_{n \rightarrow n+2} &\equiv \lambda_+ = (2\pi/\hbar) |M|^2 g^3 E^2 / (p+h+1); \\ \lambda_{n \rightarrow n-2} &\equiv \lambda_- = (2\pi/\hbar) |M|^2 g p h (p+h-2); \\ \lambda_{n \rightarrow n} &\equiv \lambda_0 = (2\pi/\hbar) |M|^2 [3(p+h)-2] g^2 E / 4. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Ясно, что равновесие будет достигнуто, когда скорости увеличения λ_+ и уменьшения λ_- экситонного числа сравниваются. Отсюда и из уравнений (20) можно определить (для типичного случая $gE \gg 1$) равновесное число экситонов $\bar{n} \approx \sqrt{2gE}$. Из (20) можно убедиться, что для малых экситонных чисел $n \ll \bar{n}$ преобладает процесс возрастания сложности состояния: $\lambda_+ \gg \lambda_-$. Поэтому от начального неравновесного состояния система предпочитает двигаться к равновесию, «размещивая» энергию среди все большего числа частиц. Пользуясь теперь вероятностями $P(n, t)$, можно написать вместо уравнений (14) другую систему уравнений баланса [26]:

$$\begin{aligned} dP(n, t)/dt = & P(n-2, t) \lambda_+(n-2) + P(n+2, t) \lambda_-(n+2) - \\ & - P(n, t) [\lambda_+(n) + \lambda_-(n)]. \end{aligned} \quad (21)$$

Для данного экситонного числа могут найтись такие конфигурации, в которых по крайней мере одна частица имеет энергию возбуждения, превышающую энергию ее связи $E_{св}$. Эта частица может быть испущена из ядра. Вероятность в единицу времени такого испускания определяется в экситонной модели следующим образом:

$$I(n, \varepsilon_a) d\varepsilon_a = \frac{\rho_{n-1}(E-\varepsilon) g(\varepsilon)}{\rho_n(E)} \frac{\sigma_{\text{abs}}(\varepsilon_a) [2\varepsilon_a/M]^3}{g(\varepsilon) \Omega} \frac{\Omega (2M)^3 \varepsilon_a^{1/2} d\varepsilon_a}{2\pi^2 \hbar^3}. \quad (22)$$

Здесь $\varepsilon_a = \varepsilon - U$ — «асимптотическая» энергия испущенной частицы (во внешней области); $g(\varepsilon)$ — плотность одночастичных состояний внутри ядра, а последний множитель определяет число одночастичных состояний в лабораторном объеме [равное g_{ia} в уравнении (16) модели ХМБ]. Первый множитель в (22) определяет относительный вес конфигураций с одной частицей в сплошном спектре среди всех n экситонных конфигураций ядра. Этот множитель заменяет вероятность $n_i(t)$ в модели ХМБ [см. (16)], поскольку в экситонной модели принято упрощающее предположение о том, что все способы разделения энергии между экситонами статистически равновероятны. Два других множителя в (22) определяют вероятность испускания частицы ε_a из возбужденного ядра [ср. с (16), (17)]. Наши сомнения относительно использования сечения поглощения σ_{abs} в (22) были уже высказаны ранее в связи с выражением (17) модели ХМБ.

В более сложных разновидностях экситонных уравнений баланса [28, 29] учитывается испускание частиц [им пренебрегали в уравнениях (21)]:

$$dP(n, t)/dt = P(n-2, t)\lambda_+(n-2) + P(n+2, t)\lambda_-(n+2) - P(n, t)\left[\lambda_+(n) + \lambda_-(n) + \sum_x \int d\varepsilon_a I_x(n, \varepsilon_a)\right], \quad (21a)$$

где x означает тип испускаемой частицы, а $I(n, \varepsilon_a)$ определяется выражением (22). С вычислительной точки зрения гораздо проще использовать систему уравнений (21a), чем уравнения (18) модели ХМБ. Однако за такую простоту приходится платить дорогой ценой: матричный элемент M [см. (20)] является теперь свободным параметром теории, который очень трудно связать с экспериментальными нуклон-нуклонными сечениями, используемыми в МВК и модели ХМБ (более подробное исследование этого вопроса можно найти, например, в [28—31]). Поскольку невозможно определить абсолютную величину потери энергии в предравновесном процессе, очень трудно определить в рамках экситонной модели температуру равновесной части спектра. Поэтому неопределенность величины M позволяет менять не только абсолютную величину, но и форму спектра. В большинстве последних вариантов экситонных моделей в случае реакций под действием нуклонов принято полагать параметр начального числа экситонов $n_0 = 3$. Однако мотивировка такого выбора, а также вопрос о том, охватывает ли экситонная модель и стадию прямых реакций, до сих пор не решен. Все это приводит к тому, что экситонные модели не предсказывают абсолютной величины сечений и нормируются для лучшего согласия с экспериментом. Поэтому в настоящее время роль экситонных моделей сводится скорее к параметризации уже полученных экспериментальных данных.

Хотя уравнения (21а) легче решать численно, чем уравнения (18), тем не менее для его решения требуется определенное машинное время. Для того чтобы обойти эту трудность, можно пользоваться большим набором замкнутых экситонных моделей. Поскольку для расчета выхода частиц

$$\sigma(\epsilon_a) d\epsilon_a \sim \sum_n d\epsilon_a I(n, \epsilon_a) \int dt P(n, t) \quad (22a)$$

необходимо знать что-то относительно $P(n, t)$, все указанные замкнутые формы моделей используют различные дополнительные предположения относительно величин $\int P(n, t) dt$. (Мы не будем рассматривать эти модели, поскольку их подробное описание можно найти в работах [29—33].) С одной стороны, учитывая упомянутый выше описательный характер экситонных моделей, в приложении к эксперименту замкнутые формы ненамного

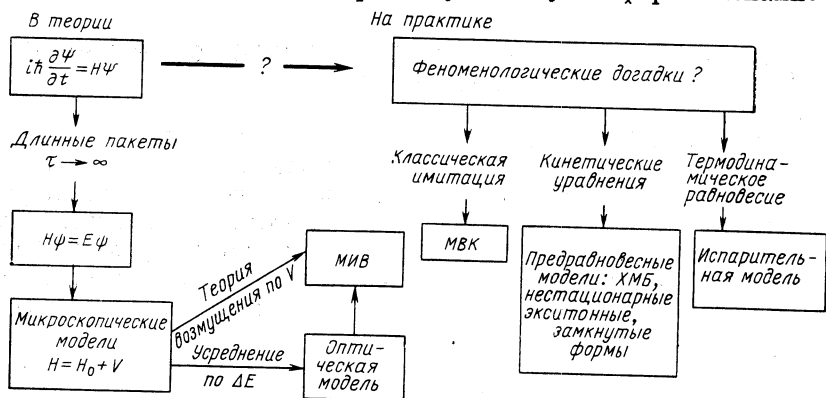


Рис. 3. Взаимосвязь различных моделей в существующей теории ядерных реакций

уступают нестационарным экситонным моделям. С другой стороны, они намного легче для расчета и удовлетворительной параметризации экспериментальных данных.

Для того чтобы подвести итоги нашего краткого обзора существующего положения в теории ядерных реакций, можно продемонстрировать схему (рис. 3). (Мы не включили статистическую теорию в эту схему и в свое рассмотрение, хотя она и является хорошим образцом практичной полуфеноменологической теории, поскольку в последующем изложении мы используем разновидность статистического подхода к ядерным реакциям, которая является хорошим мостиком от уравнений Шредингера (1) к феноменологическим моделям и которая частично перекрывается [4] с более стандартными статистическими подходами.)

Из предыдущего обсуждения мы увидели, что главный недостаток микроскопических моделей состоит в их неприменимости (или чрезмерной сложности) для практических расчетов. Полуфеноменологические модели весьма практичны, но, к сожалению, не перекрывают всего процесса реакций. Феноменологические модели также очень практичны, но в них отсутствуют фундаментальные выводы, связывающие их с микроскопическим подходом. Это плохо не только с теоретической точки зрения, но и потому, что делает невозможным определить области применимости указанных моделей и оставляет место для весьма туманно определенных (или просто свободных) параметров и для дальнейших модификаций, связанных скорее со вкусами авторов, чем с физическим смыслом. Несмотря на все это, они все же дают разумное описание экспериментальных данных. Вопрос — почему указанные модели неплохо согласуются с экспериментом — несомненно представляет интерес для теоретиков.

2. СВЯЗ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ С КВАНТОВОЙ МЕХАНИКОЙ

Для того чтобы найти связь между наиболее общим нестационарным уравнением Шредингера и феноменологическими моделями, исследуем их подробнее. Как упоминалось во введении, микроскопические модели используют обычно почти монохроматические ($\Delta E \rightarrow 0$) волновые пакеты и переходят к стационарному уравнению (2). Решение ψ этого уравнения получается диагонализацией матрицы гамильтониана с использованием базиса φ_λ собственных функций H_0 :

$$\psi = S C_\lambda \varphi_\lambda. \quad (23)$$

Символ S , как обычно, означает сумму по связанным состояниям и интеграл по сплошному спектру. Формализм Липмана — Швингера позволяет связать коэффициенты C_λ с S -матрицей и сечениями реакций. Обычно (см., например, [8]) в качестве H_0 выбирается оболочечный гамильтониан модели невзаимодействующих частиц. Тогда φ_λ — антисимметризованные произведения одночастичных функций модели оболочек, соответствующие конфигурации λ . В случае, когда хотя бы одна частица в данной конфигурации находится в сплошном спектре, индекс λ включает в себя и импульс \mathbf{p} этой частицы. В качестве волновых функций частиц в сплошном спектре можно пользоваться наборами $u_{\mathbf{p}}^{(+)}(\mathbf{r})$ или $u_{\mathbf{p}}^{(-)}(\mathbf{r})$. В нашей задаче для начальной конфигурации имеет смысл пользоваться функцией $u_{\mathbf{p}}^{(+)}$, так как именно она описывает налетающую частицу с импульсом \mathbf{p} . Для прочих конфигураций удобнее пользоваться решениями $u_{\mathbf{q}}^{(-)}$, так как с ними проще описать

угловое распределение вторичных частиц, вылетающих из ядра с импульсом q . При рассмотрении феноменологических подходов мы указали, что кинетические уравнения ХМБ максимально приближаются к квантовомеханическому подходу. Мы упомянули также, рассматривая член оттока (16), что волновая функция состояния сплошного спектра в квантовой механике определена во всем координатном пространстве. Хорошим примером такого рода является плоская волна

$$\varphi_E(r, t) = \exp [ikr - (i/\hbar) Et], \quad (24)$$

которая показывает, что частицу в данном состоянии можно найти с одинаковой вероятностью всюду ($-\infty \leq r \leq \infty$). Однако нельзя забывать, что частица должна двигаться в пространстве и во времени. Для того чтобы увидеть это движение в квантовой механике, необходимо сконструировать волновой пакет из плоских волн (24):

$$\tilde{\varphi}_E(r, t) = \int A(E, E') \varphi_{E'}(r, t) dE'. \quad (25)$$

Можно показать (см., например, [6]), что физические результаты зависят только от средней энергии E и характерной ширины ΔE распределения A , но не от специфики формы этого распределения (в частности, ступенчатой, лоренцевой или гауссовой). Если взять для простоты ступенчатую функцию A с шириной ΔE :

$$A(E, E') = \begin{cases} 1/2\Delta E, & E - \Delta E \leq E' \leq E + \Delta E; \\ 0, & \text{в остальных случаях,} \end{cases}$$

то из (25) получим (учитывая, что $E = k^2\hbar^2/2M$):

$$\begin{aligned} \tilde{\varphi}_E(r, t) &= \frac{1}{2\Delta E} \int_{E-\Delta E}^{E+\Delta E} dE' \exp [ik'r - (i/\hbar) E't] \approx \\ &\approx \exp [ikr - (i/\hbar) Et] \frac{\sin(r-vt)\Delta k}{(r-vt)\Delta k} \equiv \bar{\varphi}_E(r, t) G(r, t). \end{aligned} \quad (26)$$

Здесь $v = k\hbar/M$ — скорость частицы; $\bar{\varphi}_E$ — плоская волна с энергией E , равной средней энергии пакета; $G(r, t) = \sin(r-vt)\Delta k \times \times 1/(r-vt)\Delta k$ — функция, которая описывает эволюцию пакета в целом и показывает, что в данный момент времени частица пакета может быть локализована в пространстве с точностью $\Delta r \sim \sim 1/\Delta k$, а во времени она перемещается по классической траектории $r = vt$. Если мы теперь поместим указанный пакет внутрь объема радиуса $R \gg \Delta r$ (т. е. $R\Delta k \gg 1$), то он будет распространяться по объему как классическая частица и проведет в нем время $t = R/v$. Если, однако, объем мал по сравнению с пространственной протяженностью пакета $R < \Delta r$ (т. е. $R\Delta k < 1$), то пакет покинет объем за время $t \approx \Delta r/v = \hbar/\Delta E = \tau$ (τ — длительность

пакета во времени). Этот последний случай ($\tau \rightarrow \infty$) и рассматривается обычно в стационарном описании реакций. Когда внутри объема имеется рассеивающий потенциал, выход пакета из объема растягивается (см., например, [35, 6]) на время $t_{\text{зап}} \approx -i\hbar \partial \ln f(E) / \partial E$, где $f(E)$ — амплитуда рассеяния частицы в данном потенциале. Поэтому полная длительность выхода пакета из объема будет равняться $\tau + t_{\text{зап}}$. В случае существования узких потенциальных резонансов $t_{\text{зап}} \approx \hbar/\Gamma$ (Γ — ширина резонанса). Однако в реальном потенциале Вудса — Саксона, как мы убедимся позже, такая ситуация практически не возникает. Все это показывает, что если мы хотим наблюдать испускание частиц, заселяющих состояния сплошного спектра, из внутренней области ядра, то нам необходимо пользоваться техникой волновых пакетов. Отсюда видно также, что скорость оттока пакета из внутренней области потенциала определяется временем $\tau = \hbar/\Delta E$ (точнее, временем $\tau + t_{\text{зап}}$). Поэтому в нашем подходе мы пользуемся вместо стационарных функций волновыми пакетами $\tilde{\varphi}_\lambda(t)$:

$$\tilde{\varphi}_\lambda(t) = \int A(E_\lambda, E'_\lambda) \varphi_\lambda(E'_\lambda, t) dE'_\lambda = \bar{\varphi}_\lambda(t) G_\lambda(t). \quad (27)$$

Здесь $\varphi_\lambda(t) = \varphi_\lambda \exp[-(i/\hbar) E_\lambda t]$, а смысл $\tilde{\varphi}$ и G тот же, что и в выражении (26). Теперь вместо обычного разложения (23) воспользуемся нестационарным разложением

$$\Psi(t) = \sum_\lambda \bar{C}_\lambda(t) \tilde{\varphi}_\lambda(t) = \sum_\lambda \tilde{C}_\lambda(t) \bar{\varphi}_\lambda(t), \quad (28)$$

которое дает решение нестационарного уравнения (1). Здесь \bar{C}_λ усреднены по интервалу энергий ΔE , а

$$\tilde{C}_\lambda(t) \equiv \bar{C}_\lambda(t) G_\lambda(t) \quad (29)$$

описывает как эволюцию $\bar{C}_\lambda(t)$ данной компоненты $\bar{\varphi}_\lambda$ волновой функции, так и эволюцию $G_\lambda(t)$ пакета в целом.

Кинетические уравнения по своей природе связаны со статистикой. Поэтому во всех обычных выводах кинетических уравнений из уравнения Шредингера необходимо оперировать величинами, усредненными по большому статистическому ансамблю. В случае ядерных реакций мы рассматриваем ансамбль, состоящий из большого числа пар «одно ядро-мишень + одна частица в падающем пучке». Это наиболее естественный ансамбль, который создается в любом эксперименте, исследующем ядерные реакции. Теперь, пользуясь обычными приемами (см. более подробный вывод в [2]), можно перейти от уравнения Шредингера (1) к кинетическим уравнениям для коэффициентов (29):

$$\partial \langle |\tilde{C}_\lambda|^2 \rangle / \partial t = (2\pi/\hbar) \sum_{\lambda'} |\bar{V}_{\lambda\lambda'}|^2 \delta^{\Delta E} (E_\lambda - E_{\lambda'}) [\langle |\tilde{C}_{\lambda'}|^2 \rangle - \langle |\tilde{C}_\lambda|^2 \rangle]. \quad (30)$$

Здесь $V_{\lambda\lambda'} = \langle \bar{\varphi}_\lambda | V | \bar{\varphi}_{\lambda'} \rangle$ — матричные элементы остаточных взаимодействий, $\delta^{\Delta E}(E) = (1/\pi E) \sin(E/\Delta E)$ — «конечная» δ -функция (отличная от нуля в окрестности ΔE величины $E = 0$), угловые скобки означают усреднение по статистическому ансамблю и будут в дальнейшем опускаться.

Кинетические уравнения (30), как и все уравнения баланса, кажутся очень понятными с классической точки зрения: изменение вероятности обусловлено балансом между приходом и расходом, связанными с остаточными парными взаимодействиями. Однако такое утверждение, вообще говоря, несправедливо в квантовой механике, поскольку последовательные столкновения будут интерферировать друг с другом, и вдобавок к простым вероятностям $|V_{\lambda\lambda'}|^2$ в уравнении (30) могут появиться интерференционные перекрестные члены. Поэтому уравнения (30) выводятся из уравнения Шредингера (1) только при выполнении двух следующих условий [2].

1) Используются достаточно широкие по энергии (короткие по времени) волновые пакеты, такие, что $\Delta E > \Gamma_{\text{спр}}$, где $\Gamma_{\text{спр}}$ характеризует изменение C_λ за время $\tau \approx \hbar/\Delta E$. На первых стадиях реакции $\Gamma_{\text{спр}}$ примерно совпадает с мнимой частью $W_{\text{опт}}$ оптического потенциала. Затем эта величина постепенно уменьшается в процессе термализации до значения обратного времени жизни компаунд-состояния (до $\Gamma_{\text{комп}}$ в случае изолированных компаунд-резонансов).

2) «Представители» статистического ансамбля полностью не скоррелированы, т. е. отсутствует корреляция между частицами падающего пучка.

Остановимся несколько подробнее на условиях вывода уравнения (30) и их связи с уже упоминавшимися выводами, используемыми в статистической физике. Как известно, основным физическим условием, необходимым для вывода кинетического уравнения в статистической физике, является газовое приближение (длина свободного пробега $\lambda_{\text{св}}$ превышает радиус парного взаимодействия r_0). Это условие выполняется в реальных ядрах благодаря наличию принципа Паули. Для классических частиц со средней скоростью v газовое приближение позволяет ввести масштаб времени: время соударения $\tau_0 = r_0/v$ и время свободного пробега $t_{\text{св}} = \lambda_{\text{св}}/v$. Грубо говоря, именно условие $\tau_0 < t_{\text{св}}$ позволяет рассматривать в статистической физике движение частиц в разреженном газе как независимое перемещение по свободным траекториям (левая часть уравнения Больцмана), лишь изредка возмущаемое парными соударениями. Однако в квантовой механике частицу в сплошном спектре можно локализовать, лишь введя волновой пакет с размытием Δr и длительностью $\tau = \hbar/\Delta E$. Более точная локализация частицы в пределах заданного пакета Δr запрещена соотношением неопределенностей. Поэтому время соуда-

рения для достаточно монохроматической частицы ($\Delta r > r_0$) теперь определяется именно длительностью пакета τ (как раз на этом и основана процедура адиабатического включения и выключения взаимодействия, использованная Липманом и Швингером [36] при переходе от нестационарной теории рассеяния к стационарной). В случае монохроматической волны ($\Delta E \rightarrow 0$) невозможно говорить о последовательном взаимодействии налетающей частицы с каждым из нуклонов ядра: амплитуды парных рассеиваний интерферируют между собой, образуя сложную дифракционную картину взаимодействия налетающей частицы со всем ядром. Именно это позволяет в экспериментах с хорошим разрешением (используя, например, метод Глаубера) восстанавливать распределение плотности или переходной плотности нуклонов в ядрах по полученной картине дифракции в упругом и неупругом каналах. Поэтому смысл первого условия становится ясным, если вспомнить, что время свободного пробега в квантовой механике $t_{св} \approx \hbar/W_{опт} = \hbar/\Gamma_{срг}$. Условие $\Delta E > \Gamma_{срг}$ можно записать в виде $\tau < t_{св}$. Оно заменяет в квантовомеханическом случае ($\tau_0 < \tau$) условие газового приближения $\tau_0 < t_{св}$. Действительно, если длительность пакетов короче, чем промежутки времени между последовательными столкновениями, амплитуды этих столкновений не будут интерферировать между собой (так как перекрывающиеся пакеты не интерферируют). Аргументация подобного рода была использована Фридманом и Вайскопфом [15] при временной интерпретации оптической модели (см. также [12]). Они указывали, что при достаточно большом усреднении по энергии ΔE пакеты налетающих частиц проводят в ядре время $\tau \approx \hbar/\Delta E$, достаточное лишь для одного-двух соударений. Это, с одной стороны, позволяет рассматривать остаточные парные взаимодействия в духе нестационарной теории возмущений. С другой стороны, пакеты частиц, захваченных системой и образовавших компаунд-ядро, могут вновь выйти в упругий канал существенно позже и потому не будут перекрываться и интерферировать с первичными быстрыми частицами. Последнее позволило разделить процесс на быструю и медленную стадии, сечения которых не интерферируют между собой. Наш подход является обобщением идей оптической модели на неупругие каналы.

Смысл второго условия являясь несколько глубже, так как оно является, скорее, уточнением первого. Действительно, говоря о коротких пакетах, мы не уточнили, как их получить физически. В реальном эксперименте, как было отмечено Остерном [7, 34], каждый из физических пакетов ускорителя обладает очень малым разбросом по энергии (т. е. $\tau = \hbar/\delta E$ очень велико по сравнению даже со временем жизни компаунд-ядра). Эксперимент с плохим разрешением означает лишь, что пучок в ускорителе состоит из некогерентной (нескоррелированной по начальной фазе) смеси этих длинных вол-

новых пакетов, энергетические «центры тяжести» E_i которых разбросаны по интервалу ΔE . Поэтому каждый из пакетов в отдельности дает амплитуду рассеяния f , содержащую все интерференционные эффекты. Ее можно грубо разделить на часть f_1 , плавно зависящую от энергии (и соответствующую быстрым прямым процессам), и часть f_2 , быстро осциллирующую на интервале ΔE , которая соответствует более медленным стадиям реакций: $f = f_1 + f_2$. При этом сечение $\sigma = |f|^2 = |f_1|^2 + |f_2|^2 + f_1^* f_2 + f_1 f_2^*$ будет сохранять информацию об интерференции между быстрой и медленной стадиями. Однако для нескоррелированных пакетов усреднение по энергии уничтожит все интерференционные члены, и среднее сечение будет вновь состоять из суммы сечений быстрых и медленных стадий, усредненных по энергии, как в случае с короткими пакетами. Таким образом, Остерн продемонстрировал эквивалентность использования в задаче рассеяния коротких пакетов и некогерентной смеси длинных пакетов (т. е. плохого энергетического разрешения). Эту эквивалентность можно продемонстрировать и на языке матрицы плотности. Действительно, рассмотрим матрицу плотности для макроскопического ансамбля, частями которого являются подсистемы: одна частица пучка + + одно ядро из вещества мишени. В представлении функций $\varphi_\lambda(t, t_0) = \varphi_\lambda \exp[-(i/\hbar) E_\lambda(t - t_0)]$ (φ_λ — волновые функции модели оболочек) матрица плотности системы примет вид

$$\rho_{\lambda_1 \lambda_2} = \sum_i \omega_i C_{\lambda_1}^{i*} C_{\lambda_2}^i, \quad (31)$$

где C_λ — коэффициенты из уравнения (23). Чтобы найти корреляционную функцию и зависимость $\rho(t)$, следует знать зависимость $C_\lambda^i(t)$ для длинных почти монохроматических пакетов в ускорителе. Можно воспользоваться для вероятности перехода коэффициентами $C_\lambda^i(t) = \langle \varphi_\lambda | \Psi_i(t) \rangle$, полученными в нестационарной теории рассеяния с длинными пакетами, т. е. с адиабатическим включением взаимодействия в момент t_0 в отдаленном прошлом, предложенным Липманом и Швингером (см. [36] или гл. 3,5 в [6]):

$$C_\lambda^i(t, t_0) = \int_{-\infty}^t \langle \varphi_\lambda | V | \psi_i^{(+)} \rangle \exp[(i/\hbar)(E_i - E_\lambda)(t' - t_0)] dt'. \quad (32)$$

Здесь $\psi_i^{(+)}$ — собственная функция (23) уравнений (2) и (3), соответствующая собственному значению энергии E_i , а величина $\langle \varphi_\lambda | V | \psi_i \rangle = T_{\lambda i}(E_i)$ — амплитуда перехода в состояние φ_λ , используемая в обычной стационарной теории рассеяния. Поскольку кучок имеет разброс по энергии ΔE , то усреднение по ансамблю

означает, прежде всего, что

$$\sum_i \omega_i \rightarrow \frac{1}{2\pi} \int \frac{\Delta E}{(\bar{E}_i - E_i)^2 + (\Delta E/2)^2} dE_i. \quad (33)$$

(Для простоты вычислений мы выбрали лоренцеву форму распределения энергий в падающем пучке.) Пользуясь уравнениями (31) — (33), можно получить для корреляционной функции следующее выражение:

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda_1 \lambda_2}(t_1, t_2) &= \frac{1}{2\pi} \int \frac{\Delta E dE_i}{(\bar{E}_i - E_i)^2 + (\Delta E/2)^2} T_{\lambda_1 i}^*(E_i) T_{\lambda_2 i}(E_i) \times \\ &\times \int_{-\infty}^{t_1} \exp[-(i/\hbar)(E_{\lambda_1} - E_i)(t' - t_0)] dt' \times \\ &\times \int_{-\infty}^{t_2} \exp[(i/\hbar)(E_i - E_{\lambda_2})(t'' - t_0)] dt''. \end{aligned} \quad (34)$$

Замыкая контур интегрирования по E_i в верхней или нижней полуплоскости в зависимости от знака $t_1 - t_2$ и учитывая, что (см. например, [12]) сдвиг амплитуды $T_\lambda(E_i)$ в комплексную плоскость на величину ΔE означает ее усреднение по энергии ΔE : $T_\lambda \times (\bar{E}_i + i\Delta E) = \bar{T}_\lambda(\bar{E}_i)$, получим

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda_1 \lambda_2}(t_1, t_2) &= \bar{C}_{\lambda_1}^*(t_1) \bar{C}_{\lambda_2}(t_2) \times \\ &\times \exp[-|t_1 - t_2|/\tau] \exp[(i/\hbar)(E_{\lambda_2} - E_{\lambda_1})t_0], \end{aligned} \quad (34a)$$

где усредненные по энергии коэффициенты

$$\bar{C}_\lambda(t) = \bar{T}_{\lambda i}(\bar{E}_i) \delta^{\Delta E}_i (E_\lambda - E_i) \exp[(i/\hbar)(E_i - E_\lambda)t]; \quad \tau = \hbar/\Delta E. \quad (35)$$

Для простоты мы рассматривали случай гладкой энергетической зависимости амплитуд T_λ . Когда вклад от образования компаунд-ядра в амплитуды существен, следует включить в (33) усреднение по интервалам ΔE конечных энергий E_{λ_1} и E_{λ_2} , чтобы убедиться, что в выражении для $\rho_{\lambda_1 \lambda_2}(t_1, t_2)$ вновь появится множитель ослабления корреляций $\exp(-|t_1 - t_2|/\tau)$:

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda_1 \lambda_2}(t_1, t_2) &= \exp(-|t_1 - t_2|/\tau) \times \\ &\times \frac{1}{2\pi} \int \frac{\Delta E_i dE_i}{(\bar{E}_i - E_i)^2 + (\Delta E_i/2)^2} T_{\lambda_1 i}^*(E_i) T_{\lambda_2 i}(E_i) \delta^{\Delta E}_i (\bar{E}_{\lambda_1} - E_i) \times \\ &\times \delta^{\Delta E} (\bar{E}_{\lambda_2} - E_i) \exp[(i/\hbar)(\bar{E}_{\lambda_2} - \bar{E}_{\lambda_1})t_0] \times \\ &\times \exp\{i/\hbar[(\bar{E}_{\lambda_1} - E_i)t_1 + (E_i - \bar{E}_{\lambda_2})t_2]\}. \end{aligned}$$

Видно, что при таком усреднении требования на интервал ΔE_i начальных состояний делаются менее жесткими. Как будет пока-

зано ниже, он должен быть достаточно велик, чтобы при заданной энергии возбуждения включать уровни всех дискретных конфигураций λ , т. е. много резонансов системы.

Уравнение (34а) показывает, что усреднение по ансамблю начальных энергий в интервале ΔE приводит к исчезновению корреляций для амплитуд, разделенных промежутком времени $|t_1 - t_2| > \tau = \hbar/\Delta E$, а это и есть результат, получающийся с короткими волновыми пакетами. Итак, мы убедились, что усреднение по начальной (а в силу законов сохранения и по конечной) энергии действительно эквивалентно использованию коротких волновых пакетов. Одновременно мы видим, что ΔE есть неопределенность энергии всей компаунд-системы в целом и что она не увеличивается со временем. Поскольку время когерентности τ в (34а) также остается постоянным, при использовании коротких пакетов можно пренебречь их «расплыванием» со временем, как это делалось в (26).

Однако для вывода кинетических уравнений требуется еще показать, что недиагональные элементы матрицы плотности малы по сравнению с диагональными $\rho_{\lambda\lambda} > \rho_{\lambda\lambda'}$. Для этого есть несколько возможностей. Проще всего предположить, как и в статистических теориях ядерных реакций, хаотичность фаз матричных элементов $\langle \varphi_\lambda | V | \psi_i \rangle$, что сделано в работах Вайденмюллера [4, 5]. Можно, однако, воспользоваться некоррелированностью частиц в падающем пучке и усреднить (31) по моменту t_0 включения взаимодействия. Тогда осциллирующий множитель в (34а) приведет к появлению в матрице плотности добавочной величины

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T} \int_{T_0-T/2}^{T_0+T/2} \exp[(i/\hbar)(E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2})t_0] dt_0 = \\ & = \exp[(i/\hbar)(E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2})T_0] \frac{\hbar \sin[(E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2})T/\hbar]}{T(E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2})}. \end{aligned} \quad (35a)$$

Поскольку этот множитель отличен от нуля лишь в интервале $|E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2}| \leq \hbar/T$, в сочетании с конечной δ -функцией выражения (35) он приведет в случае $T > \tau$ к добавочной малости $\rho_{\lambda\lambda'}/\rho_{\lambda\lambda} \sim \tau/T$ при интегрировании или суммировании (для конфигураций дискретного спектра) по состояниям λ (необходимость в таком суммировании всегда возникает при выводе кинетических уравнений). Следует отметить, что в силу инвариантности к сдвигу по времени мы могли бы вообще не вводить понятие начального момента t_0 , а провести усреднение (34) по времени t и получить тот же результат из-за наличия в нем множителя $\exp[(E_{\lambda_1} - E_{\lambda_2})t/\hbar]$. Такая процедура «огрубления» временного описания использовалась в работах Кирквуда [37] при выводе кинетических уравнений для классических частиц и эквивалентна [38] процедуре

разделения медленных и быстрых процессов в эволюции корреляционных функций, предложенной Н. Н. Боголюбовым [39]. Этот факт в сочетании с экспоненциальным множителем ослабления корреляций в (34а) показывает, что использованное нами усреднение по ансамблю физически эквивалентно хорошо известному условию ослабления корреляций, использованному Н. Н. Боголюбовым при выводе кинетических уравнений. Физическую связь нашей процедуры усреднения с приближением хаотических фаз установить несколько сложнее, так как неизвестны условия выполнения этого приближения. Ясно, однако, что оно должно выполняться тем лучше, чем больше степеней свободы системы может участвовать в процессе (т. е. для достаточно больших A и, вероятно, энергий возбуждения E). Мы пользуемся при выводе понятиями длины свободного пробега или оптического потенциала, которые также применимы лишь для систем с большим числом степеней свободы. При оценке малости недиагональных элементов $\rho_{\lambda\lambda_1}$ для дискретных состояний необходимо пользоваться понятием о плотности этих состояний, которое имеет смысл (см., например, гл. 2 в [13]) лишь для $AE/E_F \gg 1$, а это и есть условие применимости обычных статистических подходов в ядерной физике.

Показав эквивалентность процедуры усреднения по разбросу энергий системы процедуре использования коротких волновых пакетов, можно [2] использовать состояния (27) для построения матрицы плотности с коэффициентами $(\tilde{C}_\lambda(t))$. Пользуясь нестационарной теорией возмущений по взаимодействию V с точностью до членов второго порядка (а условие $\Delta E > W_{\text{опт}}$ и применимость газового приближения к ядру позволяют это делать) и отбрасывая недиагональные члены в матрице плотности, получаем уравнение (30). Использование более высоких приближений по взаимодействию V приводит, как это показано Н. Н. Боголюбовым и К. П. Гуровым [40] (см. также [41]), к добавочному условию самосогласования Хартри — Фока для среднего поля, в котором движутся частицы ядра. Поскольку, однако, параметры среднего поля ядра, полученные в расчетах по методу Хартри — Фока, мало отличаются от параметров «замороженного» поля модели оболочек (особенно с учетом усреднения по ΔE), пока будем пользоваться лишь уравнением (30) без добавочного условия самосогласования. Поэтому же использование несамосогласованного базиса модели оболочек для построения пакетов позволяет выйти за рамки второго порядка теории возмущений. Разумеется, при этом теряется возможность учета нуль-звуковой ветви возбуждения. Мы вернемся к этому вопросу несколько позже (и также увидим, что при построении испарительной модели необходимо учитывать изменение параметров среднего поля, связанное с испусканием частиц). Учет искажающего влияния среднего поля на волновые функции базиса автоматически позволяет описывать в грубых чер-

тах и когерентные эффекты типа квазиупругого рассеяния. Действительно, в теории многократного рассеяния Гольдбергера и Ватсона (см. гл. 11 в [6]) отмечалось, что в случае, когда при столкновении налетающей частицы с частицей газа последней передается импульс $p < \hbar/\lambda_{св}$, рассеянные волны могут интерферировать между собой. Эта интерференция приводит к появлению показателя преломления или «псевдопотенциала», искажающего движение быстрых частиц в газе. Учитывая связь между длиной свободного пробега $\lambda_{св}$ и мнимой частью оптического потенциала $\hbar/\lambda_{св} = (2\nu) W_{опт}$, видим, что когерентные эффекты существенны для переданных энергий $E_{пер} < W_{опт}$. Введение интервала усреднения $\Delta E > W_{опт}$ в нашем подходе автоматически разбивает столкновения на два класса. Для $E_{пер} \leq \Delta E$ считаем, что система осталась в начальном состоянии $\varphi_{\lambda 0}$ и частица, находящаяся в сплошном спектре, лишь упруго рассеивается в среднем поле ядра. Упругое рассеяние (точнее, квазиупругое из-за усреднения по интервалу ΔE) автоматически включено в задачу, так как волновые функции сплошного спектра, входящие в слэтеровские детерминанты φ_{λ} , являются решениями задачи рассеяния в среднем поле ядра и асимптотически имеют вид: $u_k^{(\pm)} = \exp(ikz) + f(\theta) \times \exp(\pm ikr)/r$. При $E_{пер} > \Delta E$ система переходит в новое состояние φ_{λ} , а неупругое некогерентное рассеяние описывается системой уравнений (30).

Итак, видно, что кинетические уравнения (30) пригодны для описания экспериментов с плохим разрешением (с достаточно большим ΔE). Поэтому сечения, полученные с помощью коэффициентов \bar{C}_{λ} (см. ниже) будут описывать лишь усредненное поведение экспериментальных сечений. Это — цена, которую мы платим, заменяя сложные уравнения Шредингера (1) гораздо более простыми (30).

Уравнение (30) существенно отличается от обычно получаемых кинетических уравнений типа (14) в одном пункте. Символ $\partial/\partial t$ в нем означает $|G_{\lambda}|^2 \frac{\partial |C_{\lambda}|^2}{\partial t}$. В терминологии динамики газа и жидкости это — «субстанциальная» производная, которая описывает изменение $|\bar{C}_{\lambda}|^2$ внутри движущегося волнового пакета. Мы находимся внутри движущегося пакета и следим за изменением числа частиц в нем, связанным с парными столкновениями. Для того чтобы определить полное изменение, происходящее внутри фиксированного неподвижного объема в пространстве (например, внутри ядерного объема V_0), необходимо перейти к «локальной» производной $d|\bar{C}|^2/dt$, которая связана с «субстанциальной» $\partial|\bar{C}|^2/\partial t$ следующим образом:

$$\partial|\bar{C}_{\lambda}|^2/\partial t = d|\bar{C}_{\lambda}|^2/dt - |\bar{C}_{\lambda}|^2 \partial|G_{\lambda}|^2/\partial t. \quad (36)$$

Таким образом, если хотим описать с помощью уравнений (30), что происходит внутри ядерного объема [т. е. использовать d/dt в уравнении (30)], то дополнительно к обычному члену, описывающему столкновения [правая часть (30)], появится член оттока $|C_\lambda|^2 \partial |G_\lambda|^2 / \partial t$, который показывает, что даже в отсутствие столкновений частица в сплошном спектре покинет ядерный объем за время, определяемое длительностью пакета τ . Это — специфическое свойство открытой конечной системы, отличающее ее от замкнутых систем, для которых проводились все выводы кинетических уравнений. Если ΔE достаточно мало, так что $R \Delta k < 1$ [см. обсуждение уравнения (26)], где R — радиус ядра, то волновой пакет $G_\lambda(t)$ конфигураций сплошного спектра (т. е. таких, которые содержат хотя бы одну частицу в сплошном спектре) можно аппроксимировать внутри объема $r \leq R$ ступенчатой функцией:

$$G_\lambda(t_i, t) = \begin{cases} 1, & t_i \leq t \leq t_i + \tau; \\ 0, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (37)$$

Теперь для интервала τ можно в уравнении (30) \tilde{C}_λ заменить на \bar{C}_λ . Присутствие оттокового члена приведет к специальному типу начальных условий для решения (30): интегрирование (30) для каждого последующего интервала τ следует проводить с нулевыми начальными условиями для \bar{C}_λ , принадлежащих сплошному спектру. Это означает, что к концу каждого интервала τ волновые пакеты конфигурации сплошного спектра покидают ядро и их заселение на следующей стадии начинается с нуля. Каждый волновой пакет $\tilde{\varphi}_\lambda$, покинувший внутреннюю область ядра за период $t_0 \leq t \leq t_0 + \tau$, может быть зарегистрирован в области $r \rightarrow \infty$, внося вклад в сечение перехода из начального состояния λ_0 в конечное состояние λ , сформировавшееся на первой стадии процесса. По определению [6], это сечение равно вероятности перехода $|\bar{C}_\lambda(t_0, t_0 + \tau)|^2$, отнесенной к единичному падающему потоку и умноженной на число доступных конечных состояний $d\rho_\lambda$:

$$d\sigma_{\lambda_0 \rightarrow \lambda}^t / d\rho_\lambda = |\bar{C}_\lambda(t_0, t_0 + \tau)|^2 / F. \quad (38)$$

Здесь F означает падающий поток:

$$F = v_0 |\bar{C}_{\lambda_0}(t_0)|^2. \quad (39)$$

Для узких протонных резонансов под кулоновским барьером и для связанных состояний отток, как уже отмечалось, происходит со скоростью $1/t_{\text{зап}} \approx \Gamma/\hbar \approx 0$. Этот факт можно выразить иначе, говоря, что все конфигурации связанных состояний локализованы все время внутри ядра, поэтому их $G_\lambda(t) = \text{const}$ для всех значений t и соответствующие $\bar{C}_\lambda(t)$ меняются монотонно (оттоковые члены отсутствуют).

В течение следующего интервала времени $t_0 + \tau \leq t \leq t_0 + 2\tau$ конфигурации сплошного спектра будут вновь заселяться переходами из связанных конфигураций, возбужденных на предыдущей первой стадии (следует отметить, что в силу двухчастичности взаимодействий V это в основном «входные» конфигурации 3-квазичастичного типа). К концу нового интервала пакеты сплошного спектра опять покинут ядро, внося добавочный вклад в сечения (38) предыдущей стадии. Таким образом, сечение, сформировавшееся к моменту $t_0 + 2\tau$, будет суммой двух компонент

$$\sigma_{\lambda_0 \rightarrow \lambda}^{t_0} + \sigma_{\lambda_0 \rightarrow \lambda}^{t_0 + \tau}, \quad (38a)$$

которые можно назвать вкладами от прямых реакций и от «входных» состояний. Продолжая аналогично для последующих интервалов t_i , будем получать вклады в сечение от возбуждения все более сложных конфигураций

$$\sigma_{\lambda_0 \rightarrow \lambda} = \sum_i \sigma_{\lambda_0 \rightarrow \lambda}^{t_i} \quad (38b)$$

или, переходя от суммы к интегрированию:

$$\frac{d\sigma_{\lambda_0 \rightarrow \lambda}}{d\rho_\lambda} = \frac{1}{\tau} \int \frac{d\sigma_{\lambda_0 \rightarrow \lambda}(t)}{d\rho_\lambda} dt = \frac{\int |\bar{C}_\lambda(t)|^2 dt}{\tau F}. \quad (40)$$

Следует, отметить, что в предельном случае $V = 0$ (отсутствие остаточных взаимодействий между нуклонами) из (38), (39) получаем формулу для сечения рассеяния на среднем потенциале $U(r)$. Действительно, в этом случае уравнение (30) дает просто закон сохранения потока $|\bar{C}_{\lambda_0}(t)|^2 = |\bar{C}_{\lambda_0}(t_0)|^2$. Как уже было сказано, конфигурация φ_{λ_0} построена с использованием одночастичной функции $u_p^{(+)}(r)$. Для того чтобы определить угловое распределение, надо перейти к функциям $u_k^{(-)}(r)$, т. е. перейти от $C_{\lambda_0(p)}^{(+)}$ к $C_{\lambda(k)}^{(-)}$, пользуясь формулой [6]: $C_{\lambda(k)}^{(-)} = \sum_{\lambda_0(p)} S_{kp}^{\text{пот}} C_{\lambda_0(p)}^{(+)}$, где $S_{kp}^{\text{пот}}$ — S -матрица потенциального рассеяния частицы из состояния с импульсом p в состояние с импульсом k . Учитывая начальное условие $|\bar{C}_{\lambda_0}^{(+)}(t_0)|^2 = \delta_{\lambda\lambda_0} |C_{\lambda_0}(t_0)|^2$, получаем соотношение $\bar{C}_{\lambda(k)}^{(-)} = |S_{kp}^{\text{пот}}|^2 |\bar{C}_{\lambda_0}^{(+)}|^2$ и сечение рассеяния [см. (38), (39)]

$$d\sigma_{p \rightarrow k} / d\rho_k = |S_{kp}^{\text{пот}}|^2 / v_p. \quad (41)$$

Это же выражение можно получить из уравнения (40), если учесть, что весь процесс выхода частицы из области действия потенциала занимает время τ (интегрирование по t ведется до момента $t_0 + \tau$). Формулу (41) нетрудно (см., например, [6, 42]) записать в обычном виде через амплитуду потенциального рассеяния $f(\theta)$:

$$d\sigma_{\text{уп}} / d\Omega_k = |\bar{f}(\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{k})|^2. \quad (42)$$

Разумеется, усреднение по энергии ΔE приведет к размазыванию дифракционной картины по переданному импульсу в пределах $\Delta q \sim 1/\lambda_{\text{св}}$ (да и само рассеяние, строго говоря, является квазиупругим). Если $1/\Delta k > \lambda_{\text{св}} > R_{\text{яд}}$, то дифракционная картина (минимум при $q \sim 1/R_{\text{яд}}$) окажется не полностью размытой. В случае же, когда длина свободного пробега $\lambda_{\text{св}} < R_{\text{яд}}$ (рассмотрим его позже), ситуация приближается к картине рассеяния классической частицы на потенциале радиуса $R_{\text{яд}}$. В частности, размытие дифракционной картины по Δq позволяет понять так называемый парадокс экстинкции (см., например, [43]): при больших энергиях ($E \rightarrow \infty$) сечение рассеяния на потенциале радиуса a в оптике и квантовой механике превышает вдвое соответствующее сечение πa^2 в классической механике вследствие дифракции Фраунгофера, имеющей резкий максимум в области малых углов рассеяния $\theta \ll 1/ka$. Усреднение по Δq не позволит экспериментально отличить частицы, рассеянные под таким малым углом, от падающих частиц, вообще не испытавших рассеяние. Разумеется, сами по себе уравнения марковского типа (30) не описывают упругого рассеяния. Но в отличие от всех других уравнений кинетической теории они учитывают «открытость» квантовомеханической системы с помощью базисных состояний $u_p^{(+)}$ и $u_k^{(-)}$ задачи рассеяния. Это, в свою очередь, позволяет корректно пользоваться формулами для S -матрицы вида (38) — (42), которые определяют сечение рассеяния. Соответствующие (38) усредненные S -матрицы связаны с коэффициентами \bar{C}_λ обычным (см., например, [6]) способом:

$$|\bar{S}_{\lambda\lambda_0}^{t_i}|^2 = |\bar{C}_\lambda(t_i, t_i + \tau)|^2.$$

Теперь уже можно показать [2, 3], что наши кинетические уравнения в различных приближениях будут давать результаты, полученные в микроскопических и полуфеноменологических моделях. Рассмотрим решения уравнений (30) для самой быстрой стадии реакции ($t_0 \leq t \leq t_0 + \tau$) в первом порядке теории возмущений по V . Вновь используем начальное условие

$$|\bar{C}_\lambda(t_0)|^2 = \delta_{\lambda\lambda_0} |\bar{C}_{\lambda_0}(t_0)|^2.$$

Во входном упругом канале можно пренебречь «обратными» переходами из неупругих каналов λ :

$$\frac{d|\bar{C}_{\lambda_0}(t_0, t)|^2}{dt} = -\frac{2\pi}{\hbar} |\bar{C}_{\lambda_0}(t_0, t)|^2 \sum_{\lambda} |\bar{V}_{\lambda\lambda_0}|^2 \delta^{\Delta E}(E_{\lambda_0} - E_{\lambda}). \quad (43)$$

Вводя матричный элемент \bar{V} , усредненный по конфигурациям λ , и плотность ρ_λ состояний в неупругих каналах, получим закон ослабления для проходящего через ядро пакета:

$$|\bar{C}_{\lambda_0}(t_0, t)|^2 = |\bar{C}_{\lambda_0}(t_0)|^2 \exp[-(W/\hbar)(t - t_0)]. \quad (44)$$

Скорость поглощения W в этом выражении определяется так же, как и мнимая часть оптического потенциала $W_{\text{опт}}$ (см., например, [7]) при выводе ее из микроскопической теории:

$$W(E_{\lambda_0}) = 2\pi |\bar{V}|^2 \rho_{\lambda}(E_{\lambda_0}), \quad (45)$$

где ρ_{λ} — суммарная плотность конфигураций «входных» состояний λ . Для нахождения сечения неупругого процесса $\lambda_0 \rightarrow \lambda$ в том же приближении можно пренебречь в (30) всеми переходами, кроме $\lambda_0 \rightarrow \lambda$:

$$d|\bar{C}_{\lambda}(t_0, t)|^2/dt = (2\pi/\hbar) |\bar{C}_{\lambda}(t_0, t)|^2 |\langle \Phi_{\lambda}^{(-)} | V | \Phi_{\lambda_0}^{(+)} \rangle|^2 \delta^{\Delta E}(E_{\lambda_0} - E_{\lambda}). \quad (46)$$

Если считать, что поглощение во входном канале мало [$\bar{C}_{\lambda_0}(t_0, t) \approx C_{\lambda_0}(t_0)$], то из (38) — (40) можно прийти к следующей формуле для сечения быстрого прямого процесса:

$$(d\sigma_{\lambda\lambda_0}/d\rho_{\lambda}) = \frac{2\pi c \hbar}{\hbar^2 k_{\lambda_0}} |\langle \bar{\Phi}_{\lambda}^{(-)} | V | \bar{\Phi}_{\lambda_0}^{(+)} \rangle|^2. \quad (47)$$

Как видно, это борновское выражение, учитывающее искажение начальных и конечных состояний в среднем поле H_0 . Учитывая (43), (44), можно ввести поглощение в каналах λ_0, λ . Тогда (47) будет в точности совпадать с обычной формулой МИВ [см. (4)].

Покажем теперь, что и чисто феноменологические модели можно вывести как частные случаи приближенных решений уравнений (30) при различных условиях. Для этого удобнее перейти от представления вероятностей заполнения конфигураций $|C_{\lambda}(t)|^2$ к одночастичным числам заполнения $\bar{n}_k(t)$ (описание такого перехода можно найти, например, в работе [44]). Тогда вместо (30) получим

$$\begin{aligned} \frac{\partial \langle \tilde{n}_k \rangle}{\partial t} = & \frac{\pi}{\hbar} \mathbf{S} |\bar{V}_{ijkl}|^2 \delta^{\Delta E} (\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l) \times \\ & \times [\langle \tilde{n}_i \rangle \langle \tilde{n}_j \rangle (1 - \langle \tilde{n}_k \rangle) (1 - \langle \tilde{n}_l \rangle) - \\ & - \langle \tilde{n}_k \rangle \langle \tilde{n}_l \rangle (1 - \langle \tilde{n}_i \rangle) (1 - \langle \tilde{n}_j \rangle)]. \end{aligned} \quad (30a)$$

Здесь угловые скобки вновь означают усреднение по статистическому ансамблю и будут в дальнейшем опускаться; $\tilde{n}_k(t) = \bar{n}_k(t) |G_k(t)|^2$ по аналогии с выражением (29), а $G_k(t)$ описывает эволюцию одночастичного волнового пакета с квантовыми числами k . «Субстанциальная» производная $\partial/\partial t$ в левой части уравнения (30a) связана с локальной производной d/dt соотношением, аналогичным (31):

$$\partial \tilde{n}_k / \partial t \equiv |G_k|^2 \partial \bar{n}_k / \partial t = d\tilde{n}_k / dt - \bar{n}_k \partial |G_k|^2 / \partial t. \quad (31a)$$

Рассмотрим связь «одночастичной» неопределенности энергии $\Delta \varepsilon$ в (30a) с неопределенностью энергии всей системы ΔE в (30).

В начальный момент времени вся неопределенность ΔE связана с неопределенностью энергии налетающей частицы: $\Delta \varepsilon = \Delta E$. Однако в каждом последующем парном соударении в системе возникают добавочные квазичастицы со своей неопределенностью энергии. При этом полная неопределенность энергии системы $\Delta E(t)$ складывается из неопределенностей $\Delta \varepsilon$, возникших к данному моменту времени t квазичастиц $N_{\text{KB}}(t)$: $\Delta E = \Delta \varepsilon N_{\text{KB}}(t)$. В обычном нестационарном уравнении Шредингера $\Delta \varepsilon = \Delta E$ в течение всей реакции. Мы же, однако, вывели уравнения для средних величин по статистическому ансамблю ядер с помощью формул (34), (35) и видели, что величина ΔE не меняется со временем. Это означает, что в среднем по ансамблю компаунд-ядер $\Delta \varepsilon(t) = \Delta E/N_{\text{KB}}(t)$.

Таким образом, получено кинетическое уравнение типа Улигга — Уленбека (14) с добавочным членом оттока $\bar{n}_k \partial |G_k|^2 / \partial t$, который мы пытались найти, обсуждая уравнения модели ХМБ. Детальный вид этого члена зависит от детального выбора формы пакета $A(E_k, E'_k)$ [см. уравнения (25), (26)], но ясно, что он отличается от члена оттока (16), (17) модели ХМБ. Рассмотрим вначале случай, удовлетворяющий условию: $R \Delta k < 1$. Как уже убедились, скорость испускания частиц определяется длительностью пакета τ . Можно выбрать, например, лоренцеву форму $A(E, E')$. Это приведет к тому, что

$$|G_k(t)|^2 = \exp(-t/\tau). \quad (32a)$$

Тогда член оттока принимает вид

$$\bar{n} \partial |G|^2 / \partial t = -\bar{n} / \tau, \quad (48)$$

и можно написать уравнение (30a) во внутренней области ядра:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{n}_k}{dt} = & \sum_{ijl} \omega_{ijk} \delta(\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l) g_i g_j g_l \times \\ & \times [\bar{n}_i \bar{n}_j (1 - \bar{n}_k) (1 - \bar{n}_l) - \bar{n}_k \bar{n}_l (1 - \bar{n}_i) (1 - \bar{n}_j)] - \bar{n}_k / \tau. \end{aligned} \quad (30b)$$

Как неоднократно упоминалось, более общий вид для скорости оттока, учитывающий наличие среднего поля, должен быть следующий: $\bar{n}/(\tau + t_{\text{зап}})$. Наиболее существенный вклад от $t_{\text{зап}} = -i\hbar \partial \ln f(\varepsilon) / \partial \varepsilon$ возникает в случае узкого потенциального резонанса. Тогда член оттока принимает вид $\bar{n} \Gamma \Delta \varepsilon / \hbar (\Delta \varepsilon + \Gamma)$, а при $\Gamma < \Delta \varepsilon - \bar{n} \Gamma / \hbar$. При грубом описании уравнения (30b) будем пренебрегать существованием этих резонансов для нейтронов, а протонные резонансы ниже кулоновского барьера будем считать, как и связанные состояния, бесконечно узкими: $\Gamma \rightarrow 0$.

В выражении (30b) были введены вероятности перехода $\omega_{ijk} = (\pi/\hbar) |\bar{V}_{ijk}|^2 = (\pi/\hbar) |\langle \bar{u}_i \bar{u}_j | V | \bar{u}_k \bar{u}_l \rangle|^2$, связанные

с матричными элементами парных взаимодействий для одночастичных состояний u_i среднего поля H_0 , усредненными по направлениям импульсов p_i (для сплошного спектра) и магнитным квантовым числам (для связанных состояний). Также были заменены интегралы по сплошному спектру суммами, что привело к появлению чисел одночастичных состояний g и символов Кронекера вместо конечных δ -функций. Сравнивая (30б) с уравнениями ХМБ (18), видим, что они отличаются друг от друга в двух существенных пунктах.

1) Форма оттокового члена в нашем случае определяется величиной τ и отражает тот простой факт, что пакет состояний сплошного спектра покидает фиксированный объем за время $\tau = \hbar/\Delta\varepsilon$.

2) Плотности одночастичных состояний ρ , необходимые при вычислении g [см. уравнение (8)] для состояний сплошного спектра, резко отличаются от используемых в модели ХМБ. В принципе они определяются одночастичными потенциальными фазовыми сдвигами $\partial\delta/\partial k$ (см., например, [45]), но если пренебречь этими величинами ($\partial\delta/\partial k < R$, что означает в основном отсутствие узких одночастичных потенциальных резонансов), то можно воспользоваться [45] выражением для ферми-газа, аналогичным уравнению (9):

$$\rho(\varepsilon_a) d\varepsilon = (2s+1) V_0 d^3 p_a / (2\pi\hbar)^3 = 4\pi V_0 (2m)^{3/2} \varepsilon_a^{1/2} d\varepsilon / (2\pi\hbar^3), \quad (9a)$$

но содержащим в отличие от (9) асимптотические значения энергии ε_a и импульса p_a , которые существенно меньше «локальных» энергий ε , используемых в уравнениях ХМБ:

$$\varepsilon_a = \varepsilon - U \quad (49)$$

(U — глубина ядерного потенциала).

Оба отличия уравнений (30б) от (18) связаны с более корректным рассмотрением граничных условий для открытой системы, проведенным при выводе уравнения (30б). Позднее мы покажем, к сколь существенным численным различиям ведет упомянутая выше разница.

Конечность и открытость системы приводят и к специфике времен ее релаксации. На самой быстрой стадии $t \approx \tau$ систему, как было показано, покидают налетевшая частица и частицы сплошного спектра, образованные в прямых реакциях, оставляя в ней $N_{\text{РВ}}(t_0)$ квазичастиц на связанных орбиталях и соответствующую энергию возбуждения $E_{\text{Воз}}(t_0)$. Рассмотрим наиболее сложный и типичный случай, когда система еще может испускать вторичные частицы [$E_{\text{Воз}}(t_0) > E_{\text{СВ}}$] и когда средняя энергия возбуждения на квазичастицу велика:

$$E_{\text{Воз}}(t_0) = E_{\text{Воз}}/N_{\text{РВ}} > E_{\text{СВ}} \quad (50)$$

В этом случае при столкновении возбужденных частиц с прочими частицами ядра (столкновениями квазичастиц между собой для $N_{\text{KB}} \ll A$ можно пренебречь) вероятности появления вторичных частиц в дискретных состояниях и в сплошном спектре сравнимы. Последнее означает, что сравнимы вероятность процесса, ведущего к дальнейшему размытию ферми-распределения и увеличению $N_{\text{KB}}(t)$, и вероятность процесса испускания из ядра вторичной частицы, приводящая к уменьшению $E_{\text{воз}}(t)$. На этом этапе с характерным периодом порядка нескольких времен свободного пробега $t_{\text{св}}$ и происходит в основном формирование предравновесного вклада в сечение. Режим системы резко меняется, когда $E_{\text{воз}}(t)$ становится меньше энергии связи:

$$E_{\text{воз}}(t)/N_{\text{KB}}(t) < E_{\text{св}}. \quad (50a)$$

Теперь столкновение возбужденной частицы с частицей ядра уже не может (разумеется, в среднем) «выбросить» вторичную частицу в сплошной спектр. Поэтому система становится «квазизамкнутой», и в ней за время порядка $t_{\text{св}}$ устанавливается температурное распределение, как в обычной замкнутой системе. Безусловно, и это состояние не является полностью равновесным. Пока $E_{\text{воз}}(t) > E_{\text{св}}$ из системы могут испускаться частицы. Однако такое испускание может происходить только вследствие столкновения возбужденных частиц из самых далеких (и потому малых) концов температурного распределения. Это резко уменьшает вероятность вылета частицы из ядра и увеличивает время жизни системы на новой, испарительной стадии. Конечно, испарение приведет к дальнейшему уменьшению $E_{\text{воз}}(t)$. Однако температурное распределение системы будет теперь адиабатически подстраиваться к новой $E_{\text{воз}}(t)$. Рассмотрим эти вопросы подробнее в следующем разделе, а пока лишь подчеркнем еще раз основные черты открытых систем: 1) возможность двух резко различных по времени и характеру процессов, переход между которыми определен условиями (50) и (50a); 2) наличие квазиравновесного режима с медленно меняющейся температурой $T(t)$ (испарительная модель с охлаждением). Поскольку (см., например, [13]) $T \approx E_{\text{воз}}/N_{\text{KB}}$ об испарении можно говорить лишь для температур $T \lesssim E_{\text{св}}$. Существует ограничение и на точность температурного описания. Ясно, что рассматривать распределение можно только для $\Delta\epsilon < T$. С учетом уже упоминавшейся связи $\Delta\epsilon$ с полной неопределенностью энергии ΔE последнее условие означает, что $\Delta E < E_{\text{воз}}$.

Рассмотрим теперь случай настолько больших ΔE , что справедливо неравенство $R\Delta k > 1$. При этом можно локализовать волновой пакет частицы внутри ядра с точностью $\Delta r \sim 1/\Delta k$. Как только Δr становится меньше характерной длины (длины свободного пробега в случае однородного распределения ядерного веще-

ства или размытости поверхности в модели ферми-распределения), можно пользоваться приближением локального импульса, приписывая частице импульс $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ в промежутках между последовательными столкновениями. Тогда роль квантового числа k в уравнении (30а) будет играть импульс \mathbf{p}_k , $G_k(r, t)$ примет вид (26), и числа заполнения $\tilde{n}_k(t)$ превратятся, по определению, в обычную классическую функцию распределения $\rho(\mathbf{p}_k, r, t)$:

$$\tilde{n}_k(t) = \bar{n}_{\mathbf{p}_k}(t) |G_k(r, t)|^2 = \rho(\mathbf{p}_k, r, t). \quad (51)$$

Вместо кинетических уравнений (30а) получим уравнения типа Больцмана

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_k, t)}{\partial t} = & \int d\mathbf{p}_i d\mathbf{p}_j d\mathbf{p}_l P_{ijkl} \{ \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i, t) \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_j, t) [1 - \\ & - \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_k, t)] [1 - \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_l, t)] - \\ & - \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_k, t) \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_l, t) [1 - \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_i, t)] [1 - \rho(\mathbf{r}, \mathbf{p}_j, t)] \}. \end{aligned} \quad (52)$$

Член столкновений $P_{ijkl} = (\pi/\hbar) | \langle u_{\mathbf{p}_i} u_{\mathbf{p}_j} | V | u_{\mathbf{p}_l} u_{\mathbf{p}_k} \rangle |^2 \times \times \delta^{\Delta \varepsilon} (\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l)$ содержит в матричном элементе интегрирование по объему $\Delta V \sim 1/(\Delta k)^3$. Производная $\partial \rho / \partial t$ — обычная субстанциальная производная, связанная с локальной обычным соотношением

$$\partial \rho / \partial t = d\rho / dt + (\mathbf{p}/\mathcal{M}) \nabla \rho + (\partial U / \partial \mathbf{r}) \partial \rho / \partial \mathbf{p}. \quad (53)$$

Второе и третье слагаемые в (53) получены из члена оттока $\bar{n} \partial |G|^2 / \partial t$ в уравнении (31а) с учетом того, что теперь [см., например, (26)] вероятность существования пакета G отлична от нуля лишь в окрестности Δr точки $\mathbf{r} = (\mathbf{p}(r)/\mathcal{M})t$: $|G(\mathbf{r}, \mathbf{p}, t)|^2 = |G[\mathbf{r} - (\mathbf{p}(r)/\mathcal{M})t]|^2$. Поэтому

$$-\partial |G|^2 / \partial t = (\mathbf{p}/\mathcal{M}) \nabla |G|^2 + (\mathbf{p}/\mathcal{M}) (\partial |G|^2 / \partial \mathbf{p}) \partial \mathbf{p} / \partial \mathbf{r}. \quad (53a)$$

Локальный импульс $\mathbf{p}(\mathbf{r})$ можно ввести лишь в квазиклассическом пределе, когда $\mathbf{p}^2(\mathbf{r})/2\mathcal{M} = \mathbf{p}_a^2/2\mathcal{M} + U(\mathbf{r})$, где $U(\mathbf{r})$ — средний потенциал ядра; \mathbf{p}_a — асимптотический импульс вне этого потенциала. Поэтому $(\mathbf{p}/\mathcal{M}) \partial \mathbf{p}(\mathbf{r}) / \partial \mathbf{r} = \partial U(\mathbf{r}) / \partial \mathbf{r}$. Последнее в сочетании с (53а) и (51) приводит к классическому уравнению (53). Уравнения (52), (53) отличаются от кинетических уравнений Больцмана только учетом принципа Паули. Можно воспользоваться теперь хорошо развитыми вычислительными методами газодинамики и явлений переноса, в основе которых лежат уравнения Больцмана. Один из способов решения этих уравнений в газодинамике (см., например, [46]) основан на методе случайной выборки и очень близок к алгоритму МВК. В теории переноса (см., например, [47]) очень часто упрощают решение, пользуясь приближением линеаризации, которое означает, что плотность среды в фазовом пространстве очень мало меняется при движении по ней быст-

рой частицы. Когда размеры системы сравнимы с длиной свободного пробега, хорошим приближением является метод последовательных столкновений. Достаточно точное решение при этом получается с использованием метода случайной выборки, совпадающего с алгоритмом Гольдбергера для МВК (он и был заимствован Гольдбергером из теории переноса Улама и фон Неймана). В частном случае стационарного падающего потока и одноэнергетического приближения (рассеянные частицы не теряют энергии) из метода последовательных столкновений получается уравнение переноса Ватсона, о котором говорилось выше. Итак, алгоритм МВК является способом приближенного решения (при линеаризации) уравнений (52), (53). Следует отметить, что при очень хорошей локализации пакета $\Delta r < r_0$ (r_0 — расстояние между нуклонами) имеем $\Delta E > E_F$, и мы переходим к случаю, рассмотренному Глаубером и Гольдбергером и Ватсоном (см. выше).

Завершая вывод феноменологических моделей, отметим, что для получения экситонных уравнений баланса (21) или (21а) можно также воспользоваться уравнением (30), помня, что $|C_\lambda(t)|^2 \equiv \equiv P(\lambda, t)$ есть вероятность заселения в ядре конфигурации λ . Усредняя уравнение (30) по различным конфигурациям, содержащим одинаковое число экситонов, получим уравнение вида (21а), где опять-таки следует модифицировать плотности состояний сплошного спектра, фигурирующие в величинах λ_\pm [см. (19) по аналогии с формулой (9а)]. Относительно скорости оттока (22) можно по аналогии с уравнениями (32), (32а) утверждать, что она обратно пропорциональна τ .

Итак, показано, что рассмотренные кинетические уравнения для конечных открытых систем сильно перекрываются с полуфеноменологическими моделями и представляют собой хороший «мост», связывающий существующие феноменологические модели с фундаментальными уравнениями Шредингера. Поэтому вместо схемы рис. 3 можно предложить схему, изображенную на рис. 4. Мы вновь не включили в схему статистическую теорию. Как видели ранее, обсуждаемые кинетические уравнения носят статистический характер, ибо нестационарные уравнения Шредингера усредняются по статистическому ансамблю сталкивающихся пар типа «падающий нуклон + ядро-мишень». Это привело к нестационарной форме кинетических уравнений (30). Как уже упоминалось выше, группа Агасси, Вайденмюллера и Манзураниса [4, 5] получила близкие к нашим результаты. Они начали со стационарного подхода Липмана — Швингера к микроскопической теории реакций и получили уравнения, совпадающие с экситонными уравнениями баланса (21а), проинтегрированными по времени $\int_0^\infty dt$.

При выводе своих стационарных уравнений авторы [4—5] исполь-

зовали практически те же условия, что и мы: усреднение по энергии $\Delta E > \Gamma_{\text{спг}}$ и приближение хаотических фаз для матричных элементов, которое, как было показано выше, приводит к тем же результатам (исчезновение недиагональных членов матрицы плотности), что и наше усреднение по ансамблю (35а); усреднение по времени в выводе Кирквуда и метод ослабления корреляций Боголюбова. Необходимость интегрирования по времени в их подходе, безусловно, связана с тем, что они начали с уравнений Липмана — Швингера, которые получаются из нестационарного уравнения Шредингера (1) с помощью интегрирования по времени в случае бесконечнодлинного волнового пакета ($\tau \rightarrow \infty$). Использование уравнений Липмана — Швингера привело к добавочным

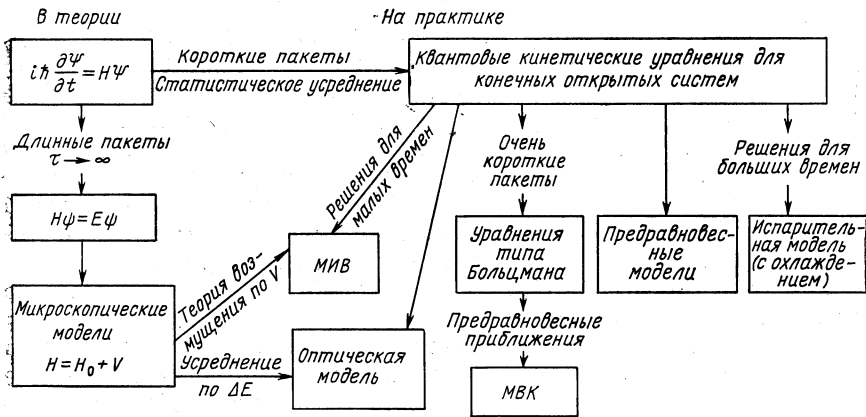


Рис. 4. Роль квантовых кинетических уравнений для конечных открытых систем в схеме современных моделей ядерных реакций

ограничениям в их теории — к невозможности рассматривать случай нескольких нуклонов в сплошном спектре (т. е. случай, когда энергия налетающей частицы превышает ≈ 10 МэВ). Поскольку мы не пользуемся уравнением Липмана — Швингера, то наш подход в принципе свободен от этих ограничений и позволяет понять МВК для высоких энергий. Однако стационарный подход [4, 5] ближе к микроскопической теории, на которой основываются обычные статистические модели. Это позволяет получить многие результаты обычной статистической теории (например, формулу Хаузера — Фешбаха) в более общих случаях, чем обычно.

Обсудим кратко вопрос о выборе базиса H_0 в нашем подходе. При выводе уравнений (30) было использовано условие $\Delta E > \Gamma_{\text{спг}}$. Естественно выбирать базис так, чтобы ΔE было меньше характерного расстояния между состояниями базиса. Для базиса модели оболочек это характерное расстояние порядка $2\hbar\omega \approx 20$ МэВ, в то время как $\Gamma_{\text{спг}}$ для одночастичных состояний рав-

но [см. (37) — (39)] мнимой части оптического потенциала $W_{\text{опт}}$. Отсюда видно, что этим базисом можно пользоваться для описания реакций с нуклонами низких и промежуточных (сотни мегаэлектронвольт) энергий, для которых мезообразование еще не очень существенно. Уже упоминалось, что в принципе уравнение (30) надо решать совместно с условиями самосогласования, а не в «замороженном» поле модели оболочек. Легко убедиться (см., например, [48]), что добавка к нашим кинетическим уравнениям такого условия самосогласования приведет к возможному появлению решений нового типа нуль-звуковых колебаний (т. е. коллективных возбуждений типа гигантских мультипольных резонансов). На практике такая добавка означала бы необходимость проводить вычисления типа зависящих от времени хартри-фоковских одновременно с решением кинетических уравнений. Ясно, что такое «любовое» решение слишком громоздко в вычислительном плане и что его надо провести каким-либо приближенным образом. Пока что можно пренебречь такими эффектами, поскольку существующие теоретические [49] и экспериментальные [50] оценки показывают, что вклад нуль-звуковых возбуждений в сечение реакций с нуклонами весьма мал. Можно также выбрать больший интервал ΔE и перейти к квазиклассическому базису (к приближению локального импульса), как это сделано при выводе уравнений типа Больцмана (52). Как мы увидим позже, можно также попытаться комбинировать черты различных базисов.

Включение мезообразования в кинетические уравнения не представляет особых трудностей. Однако чрезвычайно малые длины свободного пробега π -мезонов [особенно в области (3,3)-резонанса] могут привести к необходимости пользоваться в теории очень большими интервалами усреднения ΔE , сравнимыми с массой π -мезона. Вопрос этот исследуется в настоящее время (см. также [51]).

Мы ограничились описанием реакций с выходом нуклонов. Формально несложно включить в теорию и испускание кластеров, если бы только в микроскопическом описании существовал соответствующий базисный набор. К сожалению, такого базиса еще не существует. Это же и составляет самую основную трудность в попытках применения кинетического подхода к реакциям с тяжелыми ионами [52]. В работе [53] предлагается использовать для описания столкновения двух тяжелых ионов систему уравнений Больцмана совместно с зависящими от времени уравнениями Хартри — Фока. Это предложение кажется очевидным. Однако, как уже упоминалось, даже в случае столкновения с ядром нуклона прямое решение такой системы уравнений пока что неосуществимо.

Итак, мы показали, что существующие феноменологические модели можно связать с фундаментальными уравнениями кванто-

вой механики. Рассмотрим теперь практическую справедливость приближений, используемых при их выводе, и некоторые возможности их усовершенствования.

3. НАСКОЛЬКО ДОСТОВЕРНЫ РЕЗУЛЬТАТЫ ФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ?

В настоящем разделе рассмотрены только модели, обладающие предсказательной силой, т. е. позволяющие рассчитать абсолютные значения сечений и формы спектров с использованием параметров, найденных из независимых экспериментов. К этому классу относятся модели ХМБ и МВК. Подробное сравнение результатов, полученных в указанных моделях, с экспериментом можно найти в работах [30, 16]. Типичные случаи такого сравнения, позволяющие судить о точности моделей, приведены на

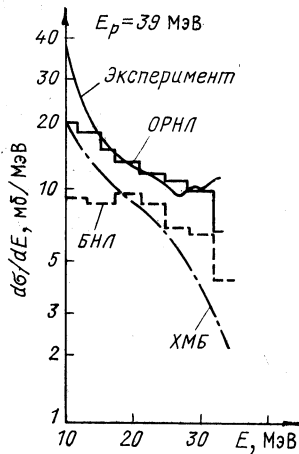


Рис. 5. Сравнение спектров вторичных протонов, получающихся в различных вариантах предравновесных моделей для реакции $^{56}\text{Fe}(p, p')$

Рис. 6. То же, что на рис. 5 для реакции $^{209}\text{Bi}(p, p')$

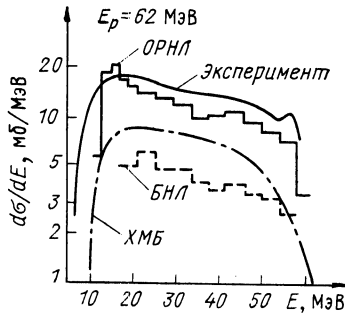


рис. 5 и 6. Модель ХМБ обычно дает сечения в 2—3 раза меньше экспериментальных. Еще меньшие значения сечений получаются в каскадной модели БНЛ (Брукхейвенской национальной лаборатории). Лучшее описание экспериментальных спектров дает каскадная модель ОРНЛ (Ок-Риджской национальной лаборатории). Отличия указанных каскадных моделей состоят прежде всего в том, что в модели ОРНЛ используется трехступенчатое приближение для ядерной плотности $\rho(r)$ и не учитывается преломление и отражение частиц на границе потенциала, а в модели БНЛ используется семиступенчатое приближение для ядерной плотности и потенциала и учитывается преломление и отражение.

Возникает вопрос: почему более подробная (и, казалось бы, более реалистическая) модель БНЛ дает худшие результаты? Непонятно также, почему классическое каскадное описание ОРНЛ оказывается лучше, чем решение квантовомеханических уравнений ХМБ.

Ответы на эти вопросы можно получить, пользуясь общим подходом, изложенным в разд. 2 [54]. Как мы видели, и каскадная модель, и метод ХМБ являются решением кинетических уравнений (30) для различных интервалов усреднения (разумеется, в модели ХМБ надо использовать правильные значения оттоков и плотностей состояний сплошного спектра). Другое отличие состоит в том, что в модели ХМБ производится точное численное решение кинетических уравнений, а МК является лишь приближенным

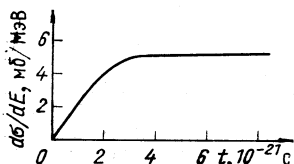


Рис. 7. Формирование во времени сечений выхода вторичных частиц, полученное при решении уравнений (30б)

решением уравнений типа уравнений Больцмана (52). Основным приближением является то, что при расчете правой части (52) в МК пренебрегаем размытием поверхности Ферми, вызванным предыдущими столкновениями (эта линеаризация позволяет «расцепить» систему уравнений (52) и решить каждое из них в отдельности). Ясно, что указанное приближение может быть справедливо лишь на первых стадиях процесса.

Для проверки выводов мы провели точное интегрирование кинетических уравнений (30б) для протонов с $E_p = 39$ МэВ, налетающих на мишени ^{56}Fe и ^{209}Bi , рассматривая эти мишени как смесь протонного и нейтронного ферми-газа в прямоугольном потенциале ядра с радиусом R_0 . Пренебрегая отражением и преломлением ($\partial\delta/\partial k < R_0$), использовали формулы (9а) и (49) для плотности состояний сплошного спектра. В соответствии с уравнениями (40) сечение неупругого рассеяния определяется выражением

$$d\sigma_\varepsilon/d\varepsilon = \int \bar{n}_\varepsilon(t) dt \cdot \rho(\varepsilon)/\tau F. \quad (54)$$

На рис. 7 изображено, как формируется во времени самая низкоэнергетическая часть ($\varepsilon \approx 2$ МэВ) неупругого нейтронного спектра ($\sigma_\varepsilon(t) \sim \int_0^t n_\varepsilon(t') dt'$) в случае мишени ^{56}Fe . Видно, что процесс разделяется на две четко различающиеся стадии. Быстрая пред-

равновесная стадия длится примерно $5-10 t_{св}$ (среднее время между последовательными столкновениями $t_{св} \approx 10^{-22}$ с). К концу этого периода числа заполнения связанных состояний хорошо описываются равновесным температурным распределением, в то время как числа заполнения состояний сплошного спектра уменьшаются с энергией гораздо резче. Вторая стадия, соответствующая плато на рис. 7, характеризуется гораздо большими временами релаксации (интегрирование наших уравнений вплоть до момента 10^{-19} с вносит вклад порядка процента по отношению к сечению быстрой стадии, сформировавшемуся к моменту $3 \cdot 10^{-21}$ с, хотя полный вклад в сечение от медленной стадии в этой области энергии на порядок превышает предравновесное сечение). На этой стадии скорость заселения состояний сплошного спектра резко уменьшается из-за экспоненциальной малости чисел заполнения n связанных состояний выше энергии Ферми E_F и вакансий $1 - n$ ниже E_F , которые вносят основной вклад в заселение состояний сплошного спектра. Так как указанная скорость заселения становится значительно меньше скорости оттока, то именно она и определяет большие времена релаксации ($10^{-15} - 10^{-16}$ с в нашем случае) на этом этапе. Возможность безошибочного разделения двух стадий по выходу $\sigma(t)$ на плато чрезвычайно важна, так как она позволяет исследовать решения на быстрой и медленной стадии порознь.

Как уже упоминали, можно попытаться решить систему кинетических уравнений на первой стадии, используя приближенный метод внутриядерного каскада. Знание кинетических уравнений, для решения которых используется этот метод, позволяет модифицировать стандартный алгоритм МВК. Прежде всего, поскольку уравнение (52) симметрично по отношению к замене частиц n на дырки $1 - n$, можно использовать МВК и для расчета разрядки дырочных возбуждений. Поэтому мы фиксировали в расчете все дырки, возбужденные в обычном каскадном процессе, а затем использовали каскадный алгоритм, чтобы проследить за разрядкой дырок, «всплывающих» до энергии $E_F - E_{св}$. (Разрядка дырок в ячейках с большими энергиями приводит лишь к добавочному размытию ферми-поверхности, а не к испусканию частиц.) Еще одно изменение было первоначально внесено нами в МВК лишь для того, чтобы сравнить каскадное решение кинетических уравнений с точным в одинаковых модельных приближениях. Рассчитывая плотности состояний сплошного спектра (9а), необходимые для точного решения уравнений (30б), пренебрегаем узкими потенциальными резонансами под центробежным барьером, возникающими для $l > k_a R_a$ (l — угловой момент частицы; k_a — асимптотическое волновое число). Поэтому в каскадных расчетах определяли значение l для вторичных частиц после каждого столкновения и исключали столкновения, порождающие частицы

с $l > k_a R_0$. Мы использовали модифицированный таким образом МВК для расчета спектра вторичных нуклонов на тех же мишенях ^{56}Fe и ^{209}Bi в модели ферми-газа и сравнили результаты со спектрами, полученными на быстрой стадии в точном решении (306). Результаты сравнения для случая вторичных нейтронов

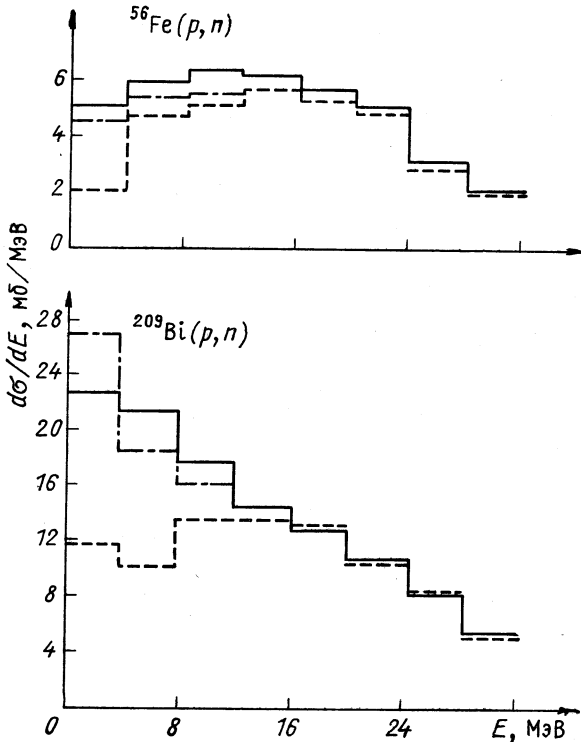


Рис. 8. Сравнение спектров вторичных нейтронов, полученных из точного решения кинетических уравнений (306) (—), из модифицированного МВК с критерием $l < kR_0$ без учета разрядки дырок (---) и с учетом ее (— · — · —)

приведены на рис. 8 (согласие для спектра вторичных протонов практически такое же). Видно, что правильный учет сплошного спектра в открытых системах так модифицирует модели ХМБ и МВК, что согласие между ними становится существенно лучше, чем в чисто феноменологических подходах (см. рис. 5,6). Иными словами, видно, что модифицированный МВК является хорошим приближением к точному решению на предравновесной стадии даже в случае довольно малых энергий налетающих частиц (точность 20—30%). Другой весьма неожиданный результат наших

расчетов — это относительно малый вклад в предравновесные спектры от процесса разрядки дырок. Как видно из рис. 8, этот процесс существен лишь в низкоэнергетической части спектра, которая полностью определяется испарительным процессом (вклад испарения не указан на рис. 8, но он обычно на порядок превосходит предравновесный вклад в области малых энергий).

До сих пор нашей основной целью было сравнение двух способов решения кинетических уравнений в рамках простой модели ферми-газа без преломления. При этом мы убедились, что МВК является довольно простым и надежным способом решения кинетических уравнений. Весьма заманчиво было бы использовать его и для описания угловых распределений вторичных частиц, учитывая преломление и дифракцию на краях реального потенциала ядра. Вернемся для этого к исходной системе (30а) и рассмотрим, чем определяются угловые распределения вторичных частиц. Пусть в интервале τ около момента t_1 в окрестности точки \mathbf{r}_1 внутри ядра частица в состоянии сплошного спектра u_i взаимодействует с частицами u_j ядерного вещества. Это столкновение за рассматриваемый интервал τ породит новую частицу в состоянии сплошного спектра u_k с вероятностью [см. решение (30а) с начальными условиями: $\bar{n}_i(t_1) = \bar{n}_i(t_1) |G_i(\mathbf{r}_1, t_1)|^2$, все остальные состояния выше ферми-поверхности не заняты]:

$$\bar{n}_k(t_1) \approx \tau \frac{\pi}{\hbar} n_i(t_1) |G_i(\mathbf{r}_1, t_1)|^2 \times \times \sum_j \tilde{n}_j |\bar{V}_{ijkl}|^2 \delta^{\Delta\varepsilon} (\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l). \tag{55}$$

Пользуясь нестационарной теорией возмущений, можно принять $\bar{n}_k \ll 1, n_l \ll 1$ и пренебречь вторым членом в (30а), учитывающим поглощение вторичных частиц. С помощью выражения (40) можно проинтегрировать (55) по всем моментам t_1 , пока частица n_i находится в ядре. При этом воспользуемся квазиклассичностью движения частицы внутри ядра, т. е. тем, что $dt_1 = dr_1/v_i$ и

$$\int |G(\mathbf{r}_1, t_1)|^2 dt_1 = \int_{L(\mathbf{r}_1)} \frac{dl(\mathbf{r})}{v_i},$$

где интегрирование производится по траекториям движения частицы i внутри ядра. Пренебрегая поглощением начальной частицы $n_i(t) \approx n_i(t_1)$, из (40) получим сечение вылета вторичных частиц с асимптотическим импульсом $\hbar k_R$:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_R} = n_i(t_1) \int_{L(\mathbf{r}_1)} \frac{dl(\mathbf{r})}{v_i} \left\{ \frac{\pi}{\hbar v_0} \sum_j \tilde{n}_j(\mathbf{r}) |\bar{V}_{ijkl}|^2 d\rho_l \right\}. \tag{56}$$

Сравнивая (56) с (47), видим, что в фигурных скобках имеем сечение выбивания частиц k и l налетающей частицей из ядерного

вещества в точке \mathbf{r} , рассчитанное методом искаженных волн

$$d\sigma/d\rho_k = n_i(t_1) \int_{L(\tilde{\mathbf{r}}_1)} \frac{dl(\mathbf{r})}{v_i} \frac{d\sigma_{i \rightarrow k, l}^{\text{МИБ}}(\mathbf{r})}{d\rho_k}. \quad (56a)$$

Итак, квазиклассичность ядерного потенциала приводит к тому, что частица i движется по ядру по траектории $L(\mathbf{r}_1)$, вызывая последовательные выбивания вторичных частиц. Эта же квазиклассичность позволяет [55] еще больше упростить расчет матричных элементов $\bar{V}_{ijkl} = \int d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 \bar{u}_k^*(\mathbf{r}_1) \bar{u}_i^*(\mathbf{r}_2) V(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \bar{u}_i(\mathbf{r}_1) \times u_j(\mathbf{r}_2)$, поскольку интеграл здесь берется в окрестности $\Delta r \sim 1/\Delta k$ точки \mathbf{r} . В силу квазиклассичности во внутренней области ядра $u(\mathbf{r} + \mathbf{x}) = \exp[(i/\hbar) \mathbf{p}(\mathbf{r}) \cdot \mathbf{x}] u(\mathbf{r})$. Тогда

$$|V_{ijkl}|^2 \sim \sigma_N (ij \rightarrow kl) |\bar{u}_i(\mathbf{r})|^2 |\bar{u}_j(\mathbf{r})|^2 |\bar{u}_k(\mathbf{r})|^2 |\bar{u}_l(\mathbf{r})|^2, \quad (57)$$

где σ_N — сечение рассеяния свободных нуклонов с локальными импульсами $\mathbf{p}(\mathbf{r})$. Для описания угловых распределений вторичных частиц, возникающих в состоянии u_k в точке \mathbf{r} , следует лишь найти связь между вектором \mathbf{r} и асимптотическим импульсом частицы $\hbar\mathbf{k}$, разложив $u_k(\mathbf{r})$ по парциальным волнам:

$$|u_k(\mathbf{r})|^2 = \left| \sum_l \frac{i^l (2l+1)}{4\pi k r} \exp(i\delta_l) \chi_l(kr) P_l\left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{r}}{kr}\right) \right|^2. \quad (58)$$

Итак, квазиклассичность ядерного потенциала позволяет упростить нахождение угловых распределений, используя алгоритм МВК в соответствии с (56)—(58). Вероятность столкновения частицы i с частицами ядра определяется, как обычно, сечениями σ_N [см. (57)], зависящими от локальных импульсов $\mathbf{p}(\mathbf{r})$, и плотностью ядерного вещества $\tilde{n}_j(\mathbf{r}) \sim \rho(\mathbf{p}_j, \mathbf{r})$ [см. (56)]. Локальный импульс вторичной частицы $p_k(\mathbf{r})$ связан с ее асимптотическим импульсом $\hbar k = \sqrt{p_k^2(r) + 2\mathcal{M}U(r)}$, а направление вылета \mathbf{k}/k связано с вектором \mathbf{r} точки столкновения формулой (58). Сумма по l в (58) определяется свойствами потенциала через $\chi_l(kr)$. В прямоугольной яме из-за резкого отражения на границе имеется много узких потенциальных резонансов под центробежным барьером, поэтому суммирование следует вести до значений $l_{\text{макс}} = p_k R_0 / \hbar$. В потенциале Вудса — Саксона с размытым краем таких резонансов практически нет (см., например, численные расчеты [56]), волновые функции $\chi_l(kr)$ для $l > kR_0$ (ниже центробежного барьера) экспоненциально малы, и сумма практически обрывается на $l_{\text{макс}} = kR_0$. Поэтом критерий $l < kR_0$, введенный в модифицированной МВК, является простым, но эффективным способом учета диффузного края ядерного потенциала. Этот критерий чрезвычайно сильно влияет на форму спектра вторичных нуклонов (рис. 9). В обычной каскадной модели с преломлением на резком

скачке потенциала происходит полное внутреннее отражение частиц с $l > kR_0$, что является классическим аналогом потенциального резонанса под центробежным барьером. Отразившаяся от края частица возвращается внутри потенциала до тех пор, пока следующее парное столкновение не замедлит ее и не позволит ей выйти из ядра, обогащая низкоэнергетическую часть спектра. В случае, когда энергия частицы настолько велика, что движение частицы квазиклассично и вне ядра, можно воспользоваться квазиклассическим представлением для полиномов Лежандра и методом стационарной фазы в (58), чтобы убедиться, что выражение (58) отлично от нуля лишь при движении по классической траектории от точки r до бесконечности, т. е. оправдать классический алгоритм преломления в МВК. Более того, такое исследование показывает, что описание углового распределения с точностью $\Delta\theta \approx 20^\circ$ позволяет аппроксимировать потенциал Вудса — Саксона одной ступенькой. На большую же точность мы не можем претендовать, так как имеем волновые пакеты с разбросом по импульсу $\Delta p \approx \Delta \varepsilon \sqrt{M/2\varepsilon}$. Оценку применимости траекторного алгоритма МВК для описания угловых распределений вторичных нуклонов можно получить из следующих соображений. Для расчета угла вылета нуклона с точностью $\Delta\theta$ необходимо, чтобы неопределенность импульса частицы вне ядра Δp была достаточно мала:

$$\Delta p / p_a \approx \Delta\theta. \quad (59)$$

Однако в траекторном алгоритме МВК используется формула (53), основанная на том, что локальный импульс $p(r)$ пакета связан с центральным потенциалом $U(r)$ (преломление классической частицы). Уже упоминалось, что для справедливости выражения (53) необходимо, чтобы размеры пакета были меньше характерных размеров размытия потенциала $l \approx 4,4 a$ (a — параметр диффузности потенциала Вудса — Саксона), т. е.

$$\Delta p > \hbar/l. \quad (60)$$

Из сравнения (59) и (60) видно, что условие (60) жестче, чем требования квазиклассичности. Теперь можно найти условие для энергии вторичных частиц, для которых справедливо траекторное описание угловых распределений:

$$\varepsilon > \Delta \varepsilon = p_a \Delta p / M \approx (\Delta p)^2 / M \Delta\theta > \hbar^2 / M l^2 \Delta\theta. \quad (61)$$

Взяв $\Delta\theta \approx 20^\circ$ и $a \approx 0,7$ ферми, получим условие $\varepsilon > 12$ МэВ.

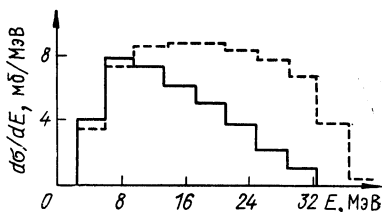


Рис. 9. Обычный МВК (—) и МВК с учетом критерия $l < kR_0$ (-----)

Таким образом, расчетами по модифицированному МВК с классическим учетом преломления для состояний с $l < kR_0$ можно пользоваться для описания угловых распределений высокоэнергетической части спектра вторичных нуклонов ($E \gtrsim 15 - 20$ МэВ). Для описания угловых распределений более низкоэнергетических частиц необходимо включить в каскадные вычисления учет дифракции на краю потенциала по формуле (58). (Отметим, что для очень малых энергий $k \rightarrow 0$, $l \rightarrow 0$, и мы получим из (58) изотропные угловые распределения.) Если же нас интересуют спектры, проинтегрированные по углам вылета, то можно попытаться использовать классический алгоритм преломления и в более мягкой области спектра. Однако в мягкой области нельзя ограничиться учетом только быстрых процессов, так как вклад от медленной стадии в спектр здесь является доминирующим. Рассчитать медленную стадию можно было бы прямым интегрированием уравнений (30б). (Рассмотрение парных матричных элементов V_{ijkl} от волновых функций в потенциале Вудса — Саксона показывает, что если полная энергия возбуждения системы $E_{\text{воз}}$ значительно превышает энергию вращения ядра, как целого $E_{\text{вр}}$, то угловые распределения для процесса разрядки дырочных и более сложных состояний изотропны.) Можно, однако, существенно упростить задачу [57], воспользовавшись результатами численного решения уравнений (30б). Малость чисел заполнения сплошного спектра позволяет пренебречь вторым членом в правой части уравнений (30б) для \tilde{n}_k , соответствующих сплошному спектру:

$$\begin{aligned} \frac{d\tilde{n}_k}{dt} \approx \sum_{ijl} \omega_{ijhl} \delta(\varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k - \varepsilon_l) \times \\ \times g_i g_j g_l \tilde{n}_i \tilde{n}_j (1 - \tilde{n}_l) - \frac{\tilde{n}_k}{\tau}. \end{aligned} \quad (62)$$

Далее можно воспользоваться тем, что для медленной стадии числа заполнения связанных состояний хорошо описываются температурным распределением (15). Отток частиц (и связанный с ним отток энергии) из системы приводит лишь к тому, что температура системы делается медленно меняющейся функцией времени $T(t)$. Пользуясь этим видом для чисел заполнения дискретных состояний, можно записать решение (62) в типичном случае $T < E_{\text{св}} < E_{\text{F}}$ в виде

$$\bar{n}_k(t) \approx W_{ijkl} \exp[-(E_{\text{св}} + \varepsilon_k^a)/T(t)], \quad (63)$$

здесь $\varepsilon_k^a = \varepsilon_k - E_{\text{F}} - E_{\text{св}}$ — кинетическая энергия вылетающей частицы вне ядра, а величина

$$W_{ijkl} = \tau \sum_{\varepsilon_i = E_{\text{F}}}^{E_{\text{F}} + E_{\text{св}}} g_i \sum_{\varepsilon_j = E_{\text{F}}}^{2E_{\text{F}} - E_{\text{св}} - \varepsilon_i} g_j g_l (\varepsilon_l = \varepsilon_i + \varepsilon_j - \varepsilon_k) \omega_{ijhl}$$

определяет вероятность испускания частицы с энергией ε_h из нагретого ядра. Подставляя (63) в (54), получим формулу для сечения испарения

$$\frac{d\sigma(\varepsilon_h^a)}{d\varepsilon_h} = \frac{W_{ijkl}}{F} \frac{d\rho(\varepsilon_h^a)}{\tau} \times \\ \times \int_{t_1}^{t_{\text{макс}}} \exp[-(E_{\text{св}} + \varepsilon_h^a)/T(t)] dt. \quad (64)$$

Первый множитель в правой части этой формулы есть сечение испускания частицы с энергией ε_h^a возбужденной системой. Видно, что в отличие от сечения поглощения в обычной испарительной модели, оно явно связано с матричными элементами парных взаимодействий ω_{ijkl} . Из рассмотрения пределов суммирования в W_{ijkl} ($\varepsilon_l \leq E_F - \varepsilon_h^a$, $E_F \leq \varepsilon_i$, $\varepsilon_j \leq E_F + E_{\text{св}}$) легко видеть, что это сечение стремится к $\sigma_{\text{abs}}(\varepsilon_h^a)$ в случае $T \ll E_{\text{св}}$, и когда вкладом прямых процессов неупругого рассеяния в σ_{abs} можно пренебречь. Поскольку температура нашей системы падает в процессе испарения, обычный для испарительной модели температурный фактор $\exp(-\varepsilon/T)$ стоит под интегралом. Используя температурные распределения для чисел заполнения связанных состояний, можно составить из уравнений (30б) уравнение баланса энергии для нашей системы, и найти в аналитическом виде [57] зависимость температуры от времени $T(t)$, необходимую для вычисления формулы (64). Как видно, наша испарительная модель отличается от обычной в первую очередь наличием охлаждения. Существует феноменологическая испарительная модель Достровского [58], в которой охлаждение системы учитывается методом случайной выборки. Мы сравнили результаты наших расчетов по формуле (64) с результатами модели Достровского и убедились, что она с малой погрешностью ($\approx 10\%$) воспроизводит результаты (64).

Таким образом, получен способ описания спектров и угловых распределений вторичных нуклонов, сравнимый по простоте с существующими феноменологическими моделями, но не содержащий подгоночных параметров. Для описания быстрой предравновесной стадии пользуемся модифицированным МВК, а для образовавшейся в конце этой стадии системы применяем формулы модифицированной испарительной модели. Расчеты, проведенные таким образом, сравнивались с имеющимися экспериментальными данными по реакциям с протонами ($E = 39 \div 62$ МэВ) на ядрах ^{54}Fe , ^{89}Y , ^{208}Pb , ^{209}Bi . На рис. 10 сравниваются рассчитанные нами угловые распределения вторичных протонов с $E \geq 20$ МэВ в реакции $^{54}\text{Fe} + p$ с экспериментальными данными работы [59]. Там же приведены результаты расчетов по каскадным моделям ОРНЛ и БНЛ. Теперь нетрудно понять, с чем связаны недостатки

обеих каскадных моделей. В модели БНЛ учитывается преломление на ступенчатом потенциале. Отсутствие критерия $l < kR_0$ приводит к большому количеству полных внутренних отражений частицы на краю потенциала, что, как мы видели, очень сильно искажает спектр. Под малыми углами, оказывается, лучше вообще пренебречь преломлением, как это сделано в модели ОРНЛ.

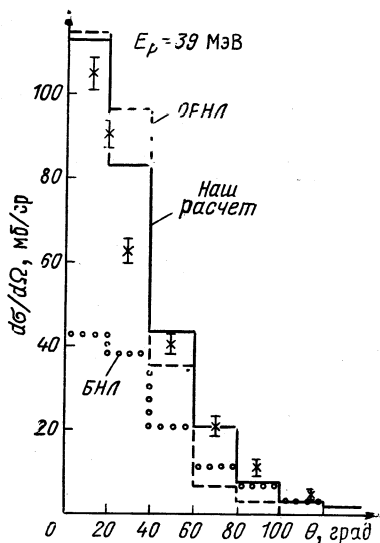
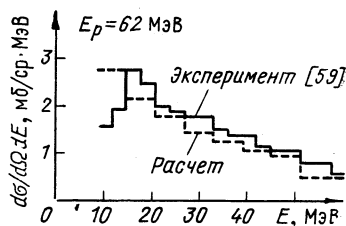


Рис. 10. Угловое распределение вторичных протонов в реакции $^{54}\text{Fe} + p$

Рис. 11. Спектр вторичных протонов, испущенных под углом 60° , в реакции $^{209}\text{Bi} + p$



Однако модель ОРНЛ дает заниженные значения выходов при больших углах, так как без учета преломления большие углы вылета вторичных нуклонов маловероятны. Наш модифицированный МВК, учитывающий преломление и диффузность ядерного потенциала, лучше согласуется с экспериментом и в области малых, и в области больших углов. На рис. 11 приведен пример расчета энергетического спектра вторичных протонов, вылетающих под углом $\theta = 60^\circ$, из реакции $^{209}\text{Bi} + p$. На рис. 12, 13 приведены энергетические спектры вторичных протонов из реакции $^{89}\text{Y} + p$ и $^{209}\text{Bi} + p$. Резкий выброс в самой жесткой части спектра на рис. 13 связан с возбуждением низколежащих коллективных состояний ядра-мишени ^{209}Bi . Как уже упоминалось, в модели без самосогласования плотности и потенциала учесть такие состояния невозможно. Видно, что расчет даже в рамках таких упрощенных предположений, как модель ферми-газа, ступенчатая проницаемость кулоновского барьера, классическое преломление (но с критерием $l < kR_0$), позволяет получить неплохое согласие (30—40%) с экспериментом.

Таким образом, метод кинетических уравнений позволяет не только связать воедино все разнородные феноменологические модели ядерных реакций, но и понять, какие из них наиболее надежны в практическом применении. В настоящее время мы считаем, что наиболее перспективным и практичным способом расчета

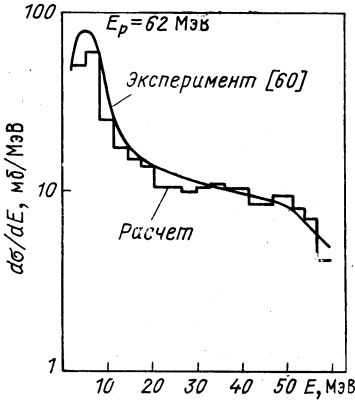


Рис. 12. Спектр вторичных протонов из реакции $^{89}\text{Y} + p$

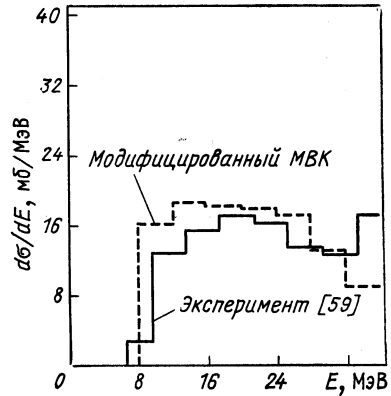


Рис. 13. Сравнение спектров вторичных протонов реакции $^{208}\text{Bi}(p, p')$. Экспериментальные данные усреднены по интервалу энергий $\Delta E = 4$ МэВ

является метод внутриядерного каскада (достаточно учесть в нем классическое преломление на одноступенчатом потенциале, но обязательно включить отбор по $l < kR_0$), дополненный испарительной моделью с охлаждением (можно пользоваться моделью Достровского). Можно включить в каскадный алгоритм разрядку дырок, хотя, как было указано, это лишь немного изменяет мягкую часть спектра вторичных нуклонов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Feshbach H. In: Proc. the Europhysics Study Conf. on Intermediate Processes in Nuclear Reactions, Plitvice Lakes, Yugoslavia. Lecture notes in physics. V. 22, Springer-Verlag, 1973.
2. Бунаков В. Е.— Ядерная физика, 1977, т. 25, с. 505; Бунаков В. Е., Нестеров М. М. В кн.: Материалы X зимней школы ЛИЯФ по физике ядра и элементарных частиц. Ч. 1. Л., 1975.
3. Bunakov V. E., Nesterov M. M.— Phys. Lett. B, 1976, v. 60, p. 417.
4. Agassi G., Weidenmüller H.— Ibid., 1975, v. 56, p. 305.
5. Agassi G., Weidenmüller H., Mantzouranis G.— Phys. Repts. C, 1975, v. 22, p. 147.
6. Гольдберггер М., Ватсон К. Теория столкновений. М., 1967.
7. Austern N. Direct Nuclear Reaction Theories. N.Y., 1970.

8. Mahaux C., Weidenmüller H. Shell-model approach to nuclear reactions. Amsterdam, 1969.
9. Barret R. F. e.a.— Rev. Mod. Phys., 1973, v. 45, p. 44.
10. Soloviev V. G. In: Proc. Intern. School in Nuclear Structure. Alushta, 1972; Soloviev V. G., Malov L. A.— Nucl. Phys. A, 1972, v. 196, p. 433.
11. Feshbach H.— Ann. Phys. 1958, v. 5, p. 357.
12. Brown G. E.— Rev. Mod. Phys., 1959, v. 31, p. 893.
13. Бор О., Моттelson Б. Структура атомного ядра. Т. 1. М., 1971.
14. Friedman F., Weisskopf V. In: Niels Bohr and the Development of Physics. London, 1955.
15. Barashenkov V. S. e.a. In: Proc. Intern. JINR-CERN School on High-Energy Physics, E2-5813. Dubna, 1971; Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. М., 1972; Barashenkov V. S. e.a.— Nucl. Phys. A, 1972, v. 187, p. 631.
16. Harp G. D., Miller J. M.— Phys. Rev. C, 1971, v. 3, p. 1847.
17. Bertini H. V., Harp G. D., Bertrand F. E.— Ibid., 1974, v. 10, p. 2472.
18. Goldberger M. L.— Phys. Rev., 1948, v. 74, p. 1268.
19. Landau L. D.— Phys. Zs. Sovietunion, 1937, v. 11, p. 556.
20. Frenkel J.— Ibid., 1936, v. 9, p. 533.
21. Weisskopf V.— Phys. Rev., 1937, v. 52, p. 295.
22. Griffin J. J.— Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 478.
23. Harp G. D., Miller J. M., Berne B. J.— Phys. Rev., 1968, v. 165, p. 1166.
24. Uehling E. A., Uhlenbeck G. E.— Phys. Rev., 1933, v. 43, p. 552.
25. Williams F. S.— Phys. Lett. B, 1970, v. 31, p. 184.
26. Cline C. K., Blann M.— Nucl. Phys. A, 1971, v. 172, p. 225.
27. Cline C. K.— Ibid., 1972, v. 193, p. 417.
28. Гудима К. К., Ососков Г. А., Тонеев В. Д.— Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 260.
29. Gadioli E., Milazzo-Colli L. In: Proc. the Europhysics Study Conf. on Intermediate Processes in Nuclear Reactions, Plitvice Lakes, Yugoslavia. Lecture Notes in Physics. V. 22, Springer-Verlag, 1973.
30. Blann M. Ibid.
31. Gadioli E. e.a.— Phys. Lett. B, 1976, v. 65, p. 311.
32. Kalbach C. In: Proc. Intern. School on Neutron Physics, Alushta, 1974. Dubna, 1974.
33. Зайдель К. и др.— ЭЧАЯ, 1976, т. 7, вып. 2, с. 499.
34. Austern N. In: Selected Topics in Nuclear Theory, Vienna, 1963.
35. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М., 1966.
36. Schwinger J., Lippman V.— Phys. Rev., 1950, v. 79, p. 469.
37. Kirkwood J.— J. Chem. Phys., 1946, v. 15, p. 72; Irving J., Kirkwood J.— Ibid., 1950, v. 18, p. 817.
38. Sandri G.— Ann. Phys., 1963, v. 24, p. 332; Уленбек Дж., Форд Дж. Лекции по статистической механике. М., 1965.
39. Боголюбов Н. Н.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1946, т. 16, с. 8; Проблемы динамической теории в статистической физике. М., 1946.
40. Боголюбов Н. Н., Гуров К. П.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1947, т. 17, с. 614.
41. Румянцев Б. А., Хейфец С. А.— Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 510.
42. Давыдов А. С. Квантовая механика. М., 1963.
43. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц. М., 1969.
44. Matthews P. M., Shapiro I., Falkoff D.— Phys. Rev. 1960, v. 120, p. 1; Dresden N.— Rev. Mod. Phys., 1961, v. 33, p. 265; Леонтович М.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1935, т. 5, с. 211.
45. Ландау Л. Д., Лифшиц В. М.— Статистическая физика. М.— Л., 1951.
46. Haviland J. K. Advances in Research and Application, 1965, v. 4, p. 109; Bird G. A.— J. Fluid Mechanics, 1967, v. 30, p. 479.

47. Метод Монте-Карло в проблеме переноса излучения. М., 1967; **Ермаков С. М.** Метод Монте-Карло и смежные вопросы. М., 1975. **Лейпунский О. И., Новожилов Б. В., Сахаров В. Н.** Распространение гамма-квантов в веществе. М., 1960.
48. Таулес Д. Квантовая механика систем многих частиц. М., 1975.
49. **Bertsch G., Tsai S. F.**— Phys. Rev. C, 1975, v. 11, p. 1634; **Satchler G. e.a.**— Nucl. Phys. A, 1975, v. 245, p. 189.
50. **Kuchnir E. F.**— Phys. Rev., 1967, v. 161, p. 1236.
51. **Ginocchio J. N.**— Phys. Rev. C, 1978, v. 17, p. 195.
52. **Ayik S., Nörenberg W.** Preprint GSI-VT-I-78, Darmstadt.
53. **Orland H., Schaeffer R.** Preprint DPh-T/78/41. Sacley.
54. **Бунаков В. Е., Нестеров М. М., Тарасов Н. А.**— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1977, т. 41, с. 2187; **Bunakov V. E., Nesterov M. M., Tarasov N. A.**— Phys. Lett. B, 1978, v. 73, p. 267.
55. **Бунаков В. Е., Нестеров М. М., Тарасов Н. А.**— Изв. АН СССР. Сер. физ. 1979, т. 42, с. 2351.
56. **Колесников В. Е., Коротких В. А.**— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1963, т. 27, с. 900.
57. **Бунаков В. Е., Нестеров М. М., Тарасов Н. А.**— Там же, 1978, т. 42, с. 1893.
58. **Dostrovsky I. e.a.**— Phys. Rev., 1958, v. 111, p. 1659; 1960, v. 118, p. 791.
59. **Bertrand F. E., Peele R. W.**— Phys. Rev. C, 1973, v. 8, p. 1045.
60. **Bertrand F. E., Peele R. W.** ORNL Reports, ORNL-4450, 1969.