

ИССЛЕДОВАНИЕ ПИОН-ПИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ В РЕАКЦИЯХ $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ ВБЛИЗИ ПОРОГА

А. А. Бельков

Институт физики высоких энергий, Протвино

С. А. Бунятов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Приведен краткий обзор результатов исследования $\pi\pi$ -взаимодействия в реакциях $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога. Данные были получены в основном на синхроциклотроне ЛЯП ОИЯИ. В рамках теории нарушенной киральной симметрии проведен анализ экспериментальных данных по длинам и фазам s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния, а также по полным сечениям реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога. Полученные результаты демонстрируют плодотворность применения киральной теории для описания процессов $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ и $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при низких энергиях.

A brief review of the investigations results on $\pi\pi$ -interaction in the reactions $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ near the threshold is represented. The experimental data were obtained in general on the JINR synchrocyclotron. The experimental data on the $\pi\pi$ -scattering phases and lengths and on the total cross sections of the $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ reactions are analysed in the framework of the theory of broken chiral symmetry. The obtained results demonstrate that the chiral theory describes successfully the $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ and $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ at low energies.

ВВЕДЕНИЕ

В течение почти двадцати лет на синхроциклотроне Лаборатории ядерных проблем (ЛЯП) ОИЯИ велись исследования реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога. Эти работы были начаты в фотоэмульсионном секторе ЛЯП, где с помощью фотоэмульсионных камер изучались реакции с заряженными пионами в конечном состоянии. Позднее в том же секторе были проведены исследования реакции $\pi^+ p \rightarrow \pi^0 p n$ электронными методами на установке, состоящей из черенковских спектрометров полного поглощения и сцинтилляционных счетчиков.

Эти исследования проводились для получения информации о фазах и длинах $\pi\pi$ -рассеяния в s -состоянии. Интерес к реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога усилился в связи с развитием теории низкоэнергетических мезонных процессов, основанной на гипотезе нарушенной киральной симметрии сильных взаимодействий. Кроме того, в последние годы стало ясно, что сведения о фазах

при малых энергиях и соответствующих длинах рассеяния пионов трудно получить из реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при высоких энергиях налетающего пиона, т. е. при энергиях в несколько гигаэлектрон-вольт из-за сильного подавления фазовым объемом области малых дипионных масс.

Пион-пионное взаимодействие занимает особое место в изучении сильных взаимодействий частиц при низких энергиях. Взаимодействие пионов является фундаментальным процессом, лежащим в основе дисперсионного анализа сильных взаимодействий. Так как изучение рассеяния пионов пионами недоступно прямому эксперименту, информация о $\pi\pi$ -взаимодействии извлекается из анализа других процессов с участием пионов (например, из реакции $\pi \rightarrow 2\pi$ либо из распадов K -мезонов). Поэтому теоретическое исследование таких процессов приобретает особую важность для экспериментального изучения $\pi\pi$ -рассеяния. В свою очередь точные экспериментальные данные о рассеянии пионов при низких энергиях крайне необходимы для проверки теории нарушенной киральной симметрии сильных взаимодействий.

Предпринятые в 50-х годах попытки описать взаимодействия адронов при низких энергиях в рамках квантовой теории поля не дали положительных результатов. Причинами этого были не только большое значение константы связи, но и отсутствие в теории динамических принципов, фиксирующих вид лагранжиана сильных взаимодействий. Простейшие лагранжианы, предложенные в то время на основе требований релятивистской и изотопической инвариантности, не отражали динамики реальных процессов, так как при этом сохранялся большой произвол в выборе лагранжиана взаимодействия.

Значительный успех в теоретическом описании сильных взаимодействий при низких энергиях был достигнут с помощью метода дисперсионных соотношений [1], в основе которого лежит математическая формулировка самых общих положений квантовой теории поля на языке аналитических свойств амплитуд рассеяния. В сочетании с приближениями, справедливыми при низких энергиях, дисперсионные соотношения позволяют получить систему уравнений для парциальных волн различных процессов. Эти уравнения составляют основу для количественного описания сильных взаимодействий.

Центральная роль $\pi\pi$ -рассеяния в дисперсионном анализе сильных взаимодействий проявляется в том, что амплитуда рассеяния пионов входит в амплитуду любого процесса, в то время как система уравнений для $\pi\pi$ -рассеяния при низких энергиях не содержит парциальных волн других процессов. Однако построить замкнутую низкоэнергетическую теорию рассеяния пионов не удается из-за необходимости учета высокоэнергетических вкладов.

Решения уравнений дисперсионного типа зависят от большого числа неопределенных параметров, что придает дисперсионной теории сильных взаимодействий феноменологический характер. Привлечение киральной симметрии в качестве динамического принципа, фиксирующего динамику сильных взаимодействий, оказалось плодотворным подходом как в методе дисперсионных соотношений, так и в методе феноменологических лагранжианов, использующем аппарат квантовой теории поля.

Идея киральной симметрии была впервые высказана в 1958 г. Фейнманом и Гелл-Маном [3, 4], которые в своей работе исходили из гипотезы универсальности взаимодействия адронных токов. Предполагая приближенную универсальность слабого взаимодействия аксиальных токов, Фейнман и Гелл-Ман пришли к гипотезе о приближенной инвариантности сильных взаимодействий относительно преобразований, включающих в себя наряду с изотопическими преобразованиями еще и преобразования, перепутывающие состояния с различной четностью.

Количественные предсказания теории нарушенной киральной симметрии в основном удовлетворительно согласуются с многочисленными экспериментальными данными [5—8]. Дальнейшая проверка конкретных физических результатов теории нуждается прежде всего в новых более точных данных в области низких энергий. В первую очередь это относится к $\pi\pi$ -рассеянию, для которого до совсем недавнего времени вообще отсутствовали какие-либо надежные экспериментальные данные вблизи порога.

Следует также отметить важность изучения $\pi\pi$ -рассеяния при низких энергиях в связи с проблемой существования π -мезонного конденсата в ядерном веществе [9—11]. Характеристики низкоэнергетического взаимодействия пионов используются в модельных расчетах, связанных с выяснением конкретных физических условий, при которых в ядерном веществе может образовываться π -конденсат.

Одним из основных источников косвенных экспериментальных данных о $\pi\pi$ -взаимодействии являются реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$. Настоящий обзор посвящен исследованию этих реакций при низких энергиях для извлечения экспериментальных данных о рассеянии пионов при низких энергиях и проверки теории нарушенной киральной симметрии сильных взаимодействий.

Методы извлечения информации о взаимодействии пионов из реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ основаны на выделении из экспериментальных данных вклада от диаграмм с особенностями, обусловленными пион-пионным взаимодействием. Так, метод Чу — Лоу [12] основан на выделении вклада от диаграммы однопионного обмена. Он получил широкое применение в экспериментах при больших энергиях налетающего пиона (3—10 Гэв) [13—15], так как при этих энергиях диаграмма однопионного обмена становится пре-

обладающей. Однако при больших энергиях налетающего пиона получение данных о $\pi\pi$ -рассеянии вблизи порога затруднено тем, что область малых значений эффективных масс дипиона сильно подавлена фазовым объемом.

При низких энергиях (200—300 МэВ) этот метод был впервые применен [16] для определения сечения процесса $\pi^+\pi^- \rightarrow \pi^+\pi^-$ из данных по реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$, полученных в ОИЯИ фотоэмульсионным методом [17]. При более высоких энергиях налетающих пионов (от 0,3 до 1,2 ГэВ) в работах [18—20] были выполнены эксперименты, в которых выделялись события с очень малыми переданными нуклону импульсами ($-\Delta^2 \leq 1 m_\pi^2$). Однако в области энергий до 2 ГэВ диаграмма однопионного обмена не является преобладающей и количественное выделение ее вклада затруднено из-за заметного фона от неполюсных диаграмм даже в области с малыми передачами импульса.

Другой метод извлечения информации о $\pi\pi$ -взаимодействии из экспериментальных данных по реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при низких энергиях основан на полуфеноменологической теории трехчастичного рождения вблизи порога, развитой В. Н. Грибовым, А. А. Ансельмом и В. В. Анисовичем [21—23]. В них показано, что амплитуда рождения трех сильно взаимодействующих частиц на границах физической области является неаналитической функцией, зависящей от относительных импульсов частиц. Метод заключается в выделении из амплитуды особенностей, связанных с диаграммами, которые учитывают перерассеяние частиц в конечном состоянии. Вклад этих диаграмм выражается через длины рассеяния, а оставшаяся аналитическая часть амплитуды разлагается в ряд по степеням относительных импульсов. Длины рассеяния, через которые выражается неаналитическая часть амплитуды с особенностями, и коэффициенты разложения аналитической части амплитуды определяются из анализа экспериментальных данных.

Особенностью реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ (по сравнению, например, с $K \rightarrow 3\pi$ -распадами) является наличие в разложении квадрата матричного элемента линейных по относительным импульсам членов. Возможность ограничиться только линейными членами сильно упрощает анализ экспериментальных данных. Именно в таком предположении были проанализированы экспериментальные данные по реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ при средней энергии 225 МэВ в Дубне [24] и при энергии 247 МэВ в ЦЕРНе [25]. Однако, как показал анализ полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога, в разложении квадрата матричного элемента этого процесса нельзя ограничиться только линейными по относительным импульсам членами и необходимо учитывать члены высшего порядка. Поэтому в работе [26] был проведен анализ фотоэмульсионных данных [17] методом Грибова — Ансельма — Анисовича

с квадратом матричного элемента, вычисленным с точностью до кубических по относительным импульсам членов. Было показано, что вклад неаналитических членов составляет около 1%, и для получения надежных оценок s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния этим методом требуется гораздо большая статистика.

Б. В. Валуевым [27] и В. В. Анисовичем [28] было указано на новую возможность определения s -волновой длины $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 с помощью выделения вклада треугольной диаграммы в конечном состоянии, которая имеет характерную логарифмическую особенность. Необходимость включения треугольного графика в изобарную модель была подтверждена результатами парциально-волнового анализа пяти каналов реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в области энергий налетающего пиона 350—450 МэВ [29, 30] и реакции $K^- p \rightarrow \Lambda \pi^+ \pi^-$ в области резонанса Λ (1520) [31]. Однако определение s -волновой длины $\pi\pi$ -рассеяния этим методом сильно затруднено тем, что малая длина $\pi\pi$ -рассеяния уменьшает и без того слабую логарифмическую особенность треугольного графика. Кроме того, результаты, полученные этим методом, очень чувствительны к различного рода модельным неопределенностям парциально-волнового анализа.

Таким образом, при попытке выделить данные о $\pi\pi$ -взаимодействии при низких энергиях из реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ экспериментаторы сталкиваются с серьезными трудностями, которые в основном связаны с малостью вкладов диаграмм с особенностями, обусловленными $\pi\pi$ -взаимодействием. Поэтому, несмотря на то что отдельные каналы реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ были достаточно хорошо изучены экспериментально, до самого недавнего времени отсутствовали какие-либо достоверные данные о $\pi\pi$ -рассеянии вблизи порога.

Первые надежные данные о низкоэнергетическом $\pi\pi$ -рассеянии появились в 1977 г. из анализа K_{ek} -распадов ($K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu$) [33]. Годом позже нами был проведен анализ [34] методом Чу—Лоу фотоэмульсионных данных [17] по реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ в области энергий налетающего пиона $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$. Результаты этого анализа подробно обсуждаются в настоящем обзоре. Они хорошо согласуются с данными, полученными из K_{ek} -распадов [33].

С помощью новых данных о фазе δ_0^0 вблизи порога было впервые получено экспериментальное подтверждение теоретических указаний на наличие подпорогового нуля в амплитуде s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния. Значение длины a_0^0 , полученное из экстраполяции к порогу экспериментальных фаз δ_0^0 , хорошо согласуется с предсказаниями теории нарушенной киральной симметрии. Однако возможность применения метода Чу—Лоу для анализа реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ при низких энергиях нуждается в дополнительном обосновании.

С измерением полных сечений реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0 p^0 n$ вблизи порога ($T_\pi < 300$ МэВ) [36, 37] стали известны полные сечения пяти каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при этих энергиях. Это позволило сравнить экспериментальные данные по полным сечениям реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога с расчетами в теории нарушенной киральной симметрии и оценить вклад диаграмм с изобарой Δ_{33} в полные сечения этих реакций. Моделирование распределения событий реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ в рамках киральной теории показало, что несмотря на значительный вклад изобары Δ_{33} в амплитуду этого процесса, при малых переданных нуклону импульсах доминирует вклад членов с пионным пропэгатором и, таким образом, выполняется необходимое условие применимости метода Чу — Лоу для анализа реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ в интервале энергий $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$.

Таким образом, была показана самосогласованность экспериментальных данных и киральной теории процессов $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ и $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при низких энергиях.

1. ИССЛЕДОВАНИЕ РЕАКЦИИ $\pi^-p \rightarrow \pi^0 p^0 n$ ВБЛИЗИ ПОРОГА

Реакция $\pi^-p \rightarrow \pi^0 p^0 n$ исследовалась при энергиях налетающего пиона 270, 240 и 200 МэВ [35—37]. Основная цель этих исследований — измерение полных сечений реакции для проверки теории нарушенной киральной симметрии сильных взаимодействий.

Экспериментальная установка (рис. 1) состояла из двух пар черенковских γ -спектрометров C_1, C_2, C_3 и C_4 , расположенных на одной прямой по разные стороны от жидководородной мишени. Реакция выделялась по $\gamma\gamma$ -совпадениям в следующих комбинациях черенковских спектрометров: $(C_1 + C_3), (C_1 + C_4), (C_2 + C_3)$ и $(C_2 + C_4)$. Сигнал монитора вырабатывался счетчиками М1, М2, М3, М4 и М5. Измерения проводились в двух геометриях установки. В одной геометрии обе пары спектрометров располагались под углами 90° к направлению пучка, а в другой геометрии пара C_1 и C_2 — под углом 120° , а пара C_3, C_4 — под углом 60° к пучку. Геометрии установки были выбраны таким образом, чтобы при установленных порогах регистрации γ -квантов $E_\gamma = 30$ МэВ реакция $\pi^-p \rightarrow \pi^0 n$ не регистрировалась, а вклад от реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0 \gamma n$ не превышал 10%. Методика экспериментов подробно описана в работах [35—39].

События, соответствующие реакциям $\pi^-p \rightarrow \pi^0 p^0 n$ и $\pi^-p \rightarrow \pi^0 \gamma n$, выделялись по $\gamma\gamma$ -совпадениям от двух черенковских спектрометров с монитором. Уровень случайных совпадений не превышал 15%. Эффект на водороде определялся путем вычитания отсчетов

при измерениях с пустой мишенью. В среднем счет при пустой мишени составлял 45% общего счета при энергиях 270 и 240 МэВ и 75% — при энергии 200 МэВ. Вклад от реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0\gamma n$ рассчитывался по модели [40].

Эффективность регистрации установкой реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n$ по $\gamma\gamma$ -совпадениям вычислялась при моделировании этого процесса с матричным элементом, который позволяет наилучшим образом описать экспериментальные спектры γ -квантов от этой реакции. Экспериментальные спектры γ -квантов при энергиях

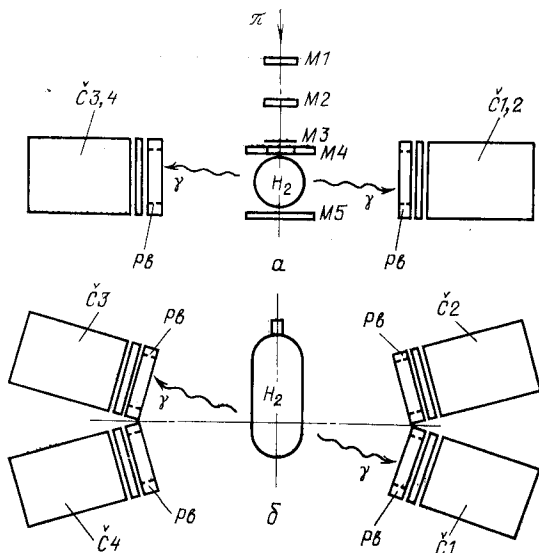


Рис. 1. Вид экспериментальной установки сверху (а) и со стороны пучка (б):

$M1-M5$ — мониторные счетчики

270 и 240 МэВ оказались существенно мягче спектров, рассчитанных с постоянным матричным элементом. Поэтому при энергиях 270 и 240 МэВ для моделирования реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n$ был использован матричный элемент [36]

$$M^2 = \{1 + A(\mathbf{p}_{\pi^-} \cdot \mathbf{p}_n)\}^2 + B\{(\mathbf{p}_{\pi^0} - \mathbf{p}_{\pi^0}) \cdot \mathbf{p}_n\}^2, \quad (1)$$

где импульсы соответствующих частиц берутся в общей с. ц. м. Моделирование реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n$ при энергии 270 МэВ проводилось при значениях параметров $A = (0,5 \pm 0,4) m_{\pi^-}^2$, и $B = (4,0 \pm 0,5) m_{\pi^-}^4$, а при энергии 240 МэВ — $A = (0,3 \pm 0,4) \times$

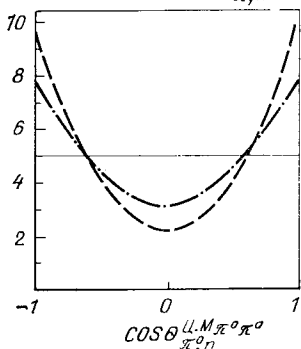
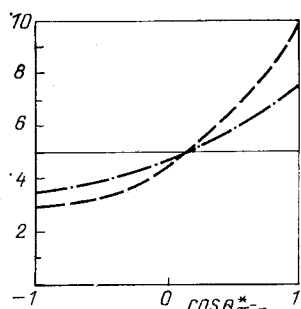


Таблица 1. Сечения реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ вблизи порога

| T_π , МэВ | T'_π , МэВ | $\sigma (\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n)$, мб |
|---------------|----------------|---|
| 200 | 30 | $0,032 \pm 0,005$ |
| 240 | 62 | $0,13 \pm 0,02$ |
| 270 | 83 | $0,26 \pm 0,02$ |

Примечание: T' — кинетическая энергия трех частиц в общей с.ц.м.

$\times m_\pi^{-2}$ и $B = (3,0 \pm 0,5) m_\pi^{-4}$. Значения параметров A и B при 207 и 240 МэВ перекрываются в пределах погрешностей.

Рис. 2. Угловые распределения нейтрона: $\theta_{\pi^0, n}^*$, n — угол вылета нейтрона относительно направления пучка в общей с.ц.м.; $\theta_{\pi^0, n}^{(1), M_{\pi^0} \pi^0}$ — угол между нейтроном и π^0 -мезоном в системе покоя дииона: — — расчеты с постоянным матричным элементом; - - - — расчеты с матричным элементом (1) при $A = 0,5 m_\pi^{-2}$ и $B = 4 m_\pi^{-4}$; — · — — расчеты с матричным элементом (1) при $A = 0,3 m_\pi^{-2}$ и $B = 3 m_\pi^{-4}$

Угловые распределения нейтрона, соответствующие угловым корреляциям в матричном элементе (1), показаны на рис. 2. При энергии 200 МэВ анизотропия обоих угловых распределений существенно меньше, чем при 270 МэВ. Это и должно наблюдаться при приближении к порогу реакции ($T_{\text{пор}} = 160$ МэВ). При энергии 200 МэВ импульсы частиц в корреляционных членах матричного элемента (1) настолько малы, что угловыми корреляциями можно пренебречь. Поэтому при $T_\pi = 200$ МэВ вычисления проводились с постоянным матричным элементом, который удовлетворительно описывает спектры γ -квантов при этой энергии.

Результаты измерения полных сечений реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ приведены в табл. 1.

С измерением полных сечений реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ при энергиях налетающего пиона 270 и 240 МэВ стали известны полные сечения всех пяти каналов реакции $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ при этих энергиях. Это позволяет провести изотопический анализ полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ и получить отношение изотопических амплитуд $X = F_{10}/F_{32}$, которое является основным параметром в методе Грибова — Ансельма — Анисовича.

Полные сечения реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ выражаются через модули изоспиновых амплитуд и относительные фазы следующим

образом:

$$\sigma(\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n) = 2/9 [F_{10}^2 - \sqrt{2/5} F_{10}F_{32} \cos \varphi_{32, 10} + 1/10F_{32}^2 + 1/2(F_{11}^2 + F_{31}^2 - 2F_{11}F_{31} \cos \varphi_{31, 11})],$$

$$\sigma_i^*(\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n) = 2/9 [1/2F_{10}^2 + \sqrt{2/5} F_{10}F_{32} \cos \varphi_{32, 10} + 1/5F_{32}^2],$$

$$\sigma(\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^-n) = 1/10F_{32}^2 + 1/9 [1/2F_{31}^2 + 2F_{11}^2 + 2F_{31}F_{11} \cos \varphi_{31, 11}],$$

$$\sigma(\pi^+p \rightarrow \pi^0\pi^+p) = 1/10 F_{32}^2 + 1/2 F_{31}^2,$$

$$\sigma(\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n) = 2/5 F_{32}^2.$$

Здесь F_{10} , F_{32} , F_{31} , F_{11} — модули изотопических амплитуд, записанных в ($\pi\pi$) N -представлений. Первый индекс равен удвоенному значению изоспина всей системы, а второй — изоспину подсистемы ($\pi\pi$). Относительные фазы $\varphi_{32, 10}$ и $\varphi_{31, 11}$ вблизи порога с точностью до π равны разности соответствующих фаз упругого πN -рассеяния: $\varphi_{32, 10} = \delta_{32} - \delta_{10}$, $\varphi_{31, 11} = \delta_{31} - \delta_{11}$. Указанная неопределенность фаз легко устраняется при сравнении с экспериментальными значениями сечений. Следует отметить, что при сравнении сечений при энергиях, меньших 300 МэВ, существенную роль играет различие в порогах реакций для разных каналов. Поэтому нужно сравнивать сечения при одинаковых кинетических энергиях в общей с. ц. м.

Результаты изотопического анализа полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при энергиях 270 и 240 МэВ приведены в табл. 2.

Таблица 2. Изотопический анализ реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при энергиях 270 и 240 МэВ

| Канал реакции | $T_{\pi}=270$ МэВ | | | $T_{\pi}=240$ МэВ | | |
|----------------------------------|-------------------|---------------------------|--------------------------------------|-------------------|---------------------------|--------------------------------------|
| | T_{π} , МэВ | Эксперимент σ , мб | Результаты фитирования σ , мб | T_{π} , МэВ | Эксперимент σ , мб | Результаты фитирования σ , мб |
| $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ | 288 | $0,38 \pm 0,09$ [17] | $0,35 \pm 0,04$ | 252 | $0,14 \pm 0,04$ [17] | $0,16 \pm 0,04$ |
| $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n$ | 270 | $0,26 \pm 0,02$ | $0,26 \pm 0,02$ | 240 | $0,13 \pm 0,02$ | $0,12 \pm 0,02$ |
| $\pi^-p \rightarrow \pi^-\pi^0p$ | 276 | $0,08 \pm 0,08$ [41] | $0,08 \pm 0,08$ | 246 | $0,08 \pm 0,18$ [41] | $0,03 \pm 0,16$ |
| $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^0p$ | 275 | $0,05 \pm 0,03$ [42] | $0,05 \pm 0,03$ | 246 | $0,018 \pm 0,010$ [42] | $0,018 \pm 0,010$ |
| $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n$ | 280 | $0,039 \pm 0,008$ [43] | $0,039 \pm 0,008$ | 252 | $0,023 \pm 0,005$ [43] | $0,023 \pm 0,005$ |

Изотопический анализ показал, что полученные при этих энергиях полные сечения реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n$ хорошо согласуются с экспериментальными данными по полным сечениям других каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, в соответствии с требованием изотопической инвариантности сильных взаимодействий. Изотопический анализ при энергии 200 МэВ не удалось провести из-за

отсутствия при этой энергии экспериментальных данных по полным сечениям других каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$.

В результате фитирования экспериментальных данных при энергии 270 МэВ (кинетическая энергия в общей с. ц. и. равна 83 МэВ) получены следующие значения изотопических амплитуд: $F_{10} = 1,35 \pm 0,05 \text{ мб}^{1/2}$; $F_{32} = 0,31 \pm 0,03 \text{ мб}^{1/2}$; $F_{31} = 0,28 \pm 0,11 \text{ мб}^{1/2}$; $F_{11} = 0,43 \pm 0,32 \text{ мб}^{1/2}$. Отношение изотопических амплитуд $X = F_{10}/F_{32}$ равно $4,4 \pm 0,4$. При энергии 240 МэВ (кинетическая энергия в общей с. ц. м. равна 62 МэВ) изотопический анализ дал следующие результаты: $F_{10} = 0,91 \pm 0,07$; $F_{32} = 0,24 \pm 0,03$; $F_{31} = 0,16 \pm 0,06$; $F_{11} = 0,25 \pm 1,08$ и $X = 3,8 \pm 0,6$.

Особенностью реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в теории Грибова — Ансельма — Анисовича является наличие в разложении квадрата матричного элемента линейных по относительным импульсам членов, возникающих из-за перерасеяния частиц в начальном состоянии. Вклад этих членов сильно зависит от отношения $X = F_{10}/F_{32}$ на пороге реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$. В работе [26] показано, что вклад линейных по относительным импульсам членов доминирует, если $X \approx 0,3$, на пороге реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$.

Как показывает проведенный при энергиях 270 и 240 МэВ изотопический анализ полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, значение отношения изотопических амплитуд X слабо меняется при этих двух энергиях и находится на уровне $X = 4,1 \pm 0,5$. Поэтому в разложении квадрата матричного элемента реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ необходимо учитывать также члены более высокого порядка по относительным импульсам частиц.

2. ФАЗЫ s -ВОЛНОВОГО $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ ИЗ АНАЛИЗА РЕАКЦИИ $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ ВБЛИЗИ ПОРОГА

В работе [34] проведен анализ фотоэмульсионных данных [17] методом Чу — Лоу в псевдопериферическом приближении. Были использованы данные по 495 событиям реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ в интервале кинетических энергий налетающего пиона $200 \text{ МэВ} \leq E_{\pi^-} \leq 260 \text{ МэВ}$. Это позволило определить фазы $\pi^+ \pi^-$ -рассеяния в интервале дикционных масс от порога до $m_{\pi\pi} = 320 \text{ МэВ}$. Фазовый анализ проводился методом усредненных сферических гармоник. Так как в изучаемой области существенны лишь s - и p -волны, в анализе определялись сечение упругого $\pi^+ \pi^-$ -рассеяния $\sigma_{\pi\pi}$ и усредненная сферическая гармоника $\langle Y_2^0 \rangle$.

Сечение $\sigma_{\pi\pi}$ определялось методом Чу — Лоу в псевдопериферическом приближении. Обычная экстраполяция Чу — Лоу основана на аппроксимации функции

$$F(m_{\pi\pi}, \Delta^2) = \frac{2\pi}{f^2} \frac{k_{\text{поб}}^2}{m_{\pi\pi} \sqrt{m_{\pi\pi}^2 - 4m_{\pi}^2}} (\Delta^2 - m_{\pi}^2) \frac{\partial^2 \sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N}}{\partial \Delta^2 \partial m_{\pi\pi}^2} \quad (2)$$

при фиксированном значении $m_{\pi\pi}$ полиномом по Δ^2 , с коэффициентами, определяемыми из анализа экспериментальных данных в физической области. В выражении (2) $k_{\text{лаб}}$ — импульс налетающего пиона в лабораторной системе; $f^2 = 0,08$ для обмена нейтральным пионом, и $f^2 = 0,16$, если обменный пион заряженный), а $\partial^2 \sigma_{\pi N \rightarrow \pi\pi N} / \partial \Delta^2 \partial m_{\pi\pi}^2$ — дифференциальное сечение реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, получаемое из разбиения на ячейки экспериментального распределения событий по переменным Δ^2 и $m_{\pi\pi}^2$. Для определения сечения $\pi\pi$ -рассеяния $\sigma_{\pi\pi}(m_{\pi\pi}) = F(m_{\pi\pi}, \Delta^2 = m_{\pi\pi}^2)$ вычисляется значение экстраполяционного полинома для функции $F(m_{\pi\pi}, \Delta^2)$ в нефизической точке $\Delta^2 = m_{\pi\pi}^2$. В псевдопериферическом приближении вместо функции $F(m_{\pi\pi}, \Delta^2)$ экстраполируется выражение $F'(m_{\pi\pi}, \Delta^2) \equiv F(m_{\pi\pi}, \Delta^2) / \Delta^2$. При этом автоматически обеспечивается выполнение условия $F(m_{\pi\pi}, \Delta^2 = 0) = 0$. Применение функции $F(m_{\pi\pi}, \Delta^2)$ требует квадратичной экстраполяции, что в условиях малой статистики приводит к неустойчивости результатов. Использование функции $F'(m_{\pi\pi}, \Delta^2)$ позволяет понизить на единицу степень экстраполяционного полинома [13] и ограничиться линейным по Δ^2 приближением $F'(\Delta^2) = A + B\Delta^2$, которое обеспечивает устойчивость результатов.

Усредненная сферическая гармоника $\langle Y_2^0 \rangle$ определялась как

$$\langle Y_2^0 \rangle = \left[\sum_{i=1}^N Y_2^0(\theta_i) \right] / N,$$

где θ_i — угол разлета двух пионов в системе покоя дипиона относительно налетающего первичного π -мезона для каждого события, а суммирование проводится по всем N событиям из данной ячейки разбиения экспериментального распределения событий по переменным Δ^2 и $m_{\pi\pi}^2$. Значения $\langle Y_2^0 \rangle$ также экстраполировались в пионный полюс по линейному закону. Для экстраполяции использовались события с квадратом переданного нуклоном 4-импульса — $\Delta^2 \leq 6 m_{\pi}^2$.

Для вычисления фаз $\pi\pi$ -рассеяния использовались следующие соотношения:

$$\sigma_{\pi\pi} = \frac{4\pi}{q^2} \left\{ \left(\frac{1}{3} \sin^2 \delta_0^2 + \frac{2}{3} \sin^2 \delta_0^0 \right)^2 + 3 \sin^2 \delta_1^1 \right\},$$

$$\langle Y_2^0 \rangle = \frac{4\pi}{q^2 \sigma_{\pi\pi}} \frac{3}{\sqrt{5}\pi} \sin^2 \delta_1^1,$$

где q — импульс пиона в системе покоя дипиона. Из этих формул видно, что фаза $\pi\pi$ -рассеяния δ_1^1 определяется непосредственно, а фазы δ_0^0 и δ_0^2 определить независимо невозможно. В проведенном анализе извлекалась доминирующая фаза δ_0^0 , а значения δ_0^2 фиксировались в расчетах с помощью экстраполяции к порогу фаз δ_0^2 , измеренных в работе [44].

На рис. 3 показаны фазы s -волнового лл-рассеяния δ_0^0 , полученные из анализа реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ при низких энергиях. Для сравнения на том же рисунке приведены результаты анализа 25 000 K_{e4} -распадов [33]. Как видно из рисунка, полученные методом Чу — Лоу фазы δ_0^0 хорошо согласуются с данными из K_{e4} -распадов.

Для вычисления экспериментального значения длины s -волнового лл-рассеяния a_0^0 необходимо экстраполировать экспериментальные фазы δ_0^0 к порогу. Для этого во многих работах [45—47] использовалась параметризация эффективного радиуса,

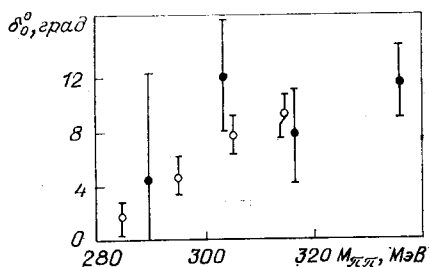


Рис. 3. Фазы лл-рассеяния δ_0^0 вблизи порога:

о — из анализа фотоэмulsionных данных по реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ при энергиях $200 \text{ МэВ} \leq T_{\pi} \leq 260 \text{ МэВ}$ [34]; ● — из K_{e4} -распадов [33]

т. е. линейная по q^2 экстраполяция функции $q \operatorname{ctg} \delta_0^0$. При экстраполяции к порогу фаз δ_0^0 из области $m_{\pi\pi} \approx 400 \text{ МэВ}$ параметризация эффективного радиуса давала значение $a_0^0 \approx 0,4 \div 0,5 m_{\pi}^{-1}$. В работе [48] впервые показано, что непосредственно из экспериментальных данных [33] по фазам δ_0^0 вблизи порога видно, что линейная экстраполяция фаз δ_0^0 из области $m_{\pi\pi} > 400 \text{ МэВ}$ дает завышенные результаты для длины рассеяния a_0^0 . Для получения правильного значения a_0^0 следует использовать экстраполяционную формулу, учитывающую наличие подпорогового нуля в амплитуде s -волнового лл-рассеяния.

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ПОДТВЕРЖДЕНИЕ НАЛИЧИЯ ПОДПОРОГОВОГО НУЛЯ В АМПЛИТУДЕ s -ВОЛНОВОГО лл-РАССЕЯНИЯ

В теоретических работах В. В. Серебрякова и Д. В. Ширкова [49, 50] показано, что в низкоэнергетическом лл-рассеянии существенную роль играют высокоэнергетические неупругие вклады, которые в основном носят характер отталкивания. Учет высокоэнергетических вкладов в обычных низкоэнергетических уравнениях лл-рассеяния приводит к возможности получить широкий r -резонанс при малой длине s -волнового лл-рассеяния в канале $I = 0$ ($a_0^0 < m_{\pi}^{-1}$) и к отрицательной длине рассеяния в канале с $I = 2$. Численные значения a_0^0 и a_2^0 можно привести в соответ-

ствии с предсказаниями теории нарушенной киральной симметрии.

Наряду с этим, учет коротковолнового отталкивания в низкоэнергетическом $\pi\pi$ -рассеянии приводит к аномальному поведению амплитуды s -волнового рассеяния, которое определяется появлением подпорогового нуля в реальной части амплитуды s -волны. Подпороговые нули в амплитудах s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния появляются также в киральной теории, которая предсказывает положение подпороговых нулей вблизи физической области.

Близость подпорогового нуля к физической области может привести к тому, что приближение эффективного радиуса становится непригодным для определения s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния по фазам в области больших значений q^2 . Экспериментальные данные по фазе δ^0 из K_{e4} -распадов [33] и анализа данных по реакции $\pi^0 p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ [34] подтверждают теоретические указания на наличие подпорогового нуля в амплитуде s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния.

Для парциальной амплитуды $A_l^I(s)$ упругого $\pi\pi$ -рассеяния с определенным изотопическим спином в s -канале выполняется соотношение

$$\sqrt{s}/2q^{2l} [A_l^I(s)]^{-1} = F_l^I(q^2) - iq^{2l+1},$$

$$F_l^I(q^2) = q^{2l+1} \operatorname{ctg} \delta_l^I.$$

Таким образом, экстраполируя экспериментальные значения $F_l^I(q^2)_I$ к порогу $q^2 = 0$, можно определить длину рассеяния a_l по данным об энергетическом поведении фазы δ_l^I .

Разложив функцию $F_l^I(q^2)$ в ряд по степеням q^2 , получим параметризацию фазы δ_l^I в приближении эффективного радиуса:

$$F_l^I(q^2) \equiv q^{2l+1} \operatorname{ctg} \delta_l^I = (a_l^I)^{-1} + \frac{1}{2} r_l^I q^2 + O(q^4). \quad (3)$$

Однако если амплитуда s -волнового рассеяния имеет вблизи физической области подпороговый нуль, в окрестности которого резко возрастает функция $F_l^I(q^2)$, то разложение (3) имеет малый радиус сходимости и приближение эффективного радиуса пригодно для экстраполяции экспериментальных данных лишь вблизи порога. Очевидно, что линейная по q^2 экстраполяция функции F_l^I из физической области в точку $q^2 = 0$ даст в этом случае заниженное значение $F_l^I(q^2 = 0)$ и определенная таким способом длина рассеяния будет больше истинного значения a_l^I .

Наличие подпорогового нуля у амплитуды s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния учитывается параметризацией фазы δ_0^I следующего вида

[51]:

$$q \operatorname{ctg} \delta_I^I = \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{1 + B_I q^2}{D_I (q^2 - q_I^2)} = \frac{\sqrt{s}}{2} \frac{1 + B_I q^2}{a_0^I m_\pi + D_I q^2}, \quad (4)$$

$$a_0^I = -D_I q_I^2 m_\pi^{-1},$$

где q_I^2 — положение подпорогового нуля, а B_I и D_I — некоторые коэффициенты.

На рис. 4 показаны результаты экстраполяции экспериментальных данных по фазе δ_0^0 к порогу в приближении эффективного радиуса. Видно, что экспериментальные значения $F_0^0(q^2)$ в области $q^2 m_\pi^{-2} \geq 2$ для фаз δ_0^0 из реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ (17 ГэВ/с)

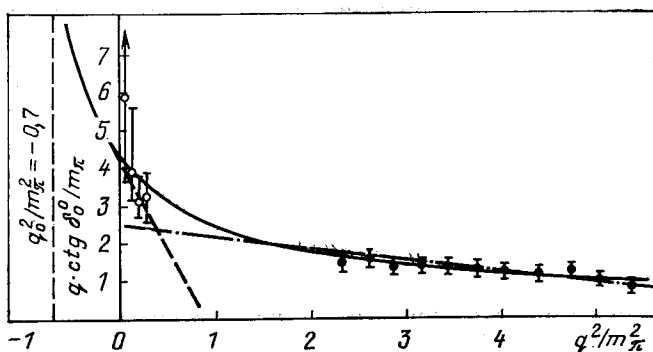


Рис. 4. Экстраполяция к порогу экспериментальных фаз δ_0^0 : о и ● — из анализа реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ при $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$ [34] и $p_\pi = 17 \text{ ГэВ/с}$ [15] соответственно; прямые линии — экстраполяция фаз в приближении эффективного радиуса; сплошная кривая — экстраполяция к порогу с помощью параметризации, учитывающей подпороговый нуль в амплитуде s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния

[15] описываются линейной по q^2 экстраполяцией с параметрами $a_0^0 = (0,40 \pm 0,02) m_\pi^{-1}$, $r_0^0 = (-0,64 \pm 0,06) m_\pi^{-1}$. В то же время экспериментальные значения $F_0^0(q^2)$ для фаз δ_0^0 из реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- p$ при $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$ [34] описываются параметризацией эффективного радиуса при $a_0^0 = (0,24 \pm 0,07) m_\pi^{-1}$, $r_0^0 = (-9,6 \pm 19,1) m_\pi^{-1}$. Такое поведение функции $F_0^0(q^2)$ подтверждает теоретические указания на наличие подпорогового нуля в амплитуде $A_0^0(s)$ рассеяния пионов. Это означает, что формула эффективного радиуса может применяться для экстраполяции экспериментальных данных только вблизи порога, а в широком интервале энергий следует использовать параметризацию, учитывающую подпороговый нуль.

Совместный фит экспериментальных данных [15, 34] по фазе с использованием параметризации (4) дает следующие результаты:

$$a_0^+ = (0,23 \pm 0,03) m_\pi^{-1}, \quad q_0^2 = (-0,7 \pm 0,3) m_\pi^2, \\ B_0 = (-0,04 \pm 0,02) m_\pi^{-2}, \quad D_0 = (0,32 \pm 0,04) m_\pi^{-2}.$$

Совместный анализ экспериментальных данных [52 — 54] по фазе s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния δ_0^2 в канале $I = 2$ с использованием параметризации (4) дал следующие результаты [48]:

$$a_0^2 = (-0,06 \pm 0,07) m_\pi^{-1}, \quad q_0^2 = (-0,7 \pm 0,9) m_\pi^2, \\ B_2 = (0,14 \pm 0,11) m_\pi^{-2}, \quad D_2 = (-0,09 \pm 0,05) m_\pi^{-2}.$$

Большая неопределенность значений параметров в последнем случае связана с существенным разбросом данных по фазе δ_0^2 из разных работ и, главное, с отсутствием экспериментальных точек в области $m_{\pi\pi} < 500$ МэВ. Значение a_0^2 [54] из аппроксимации решений уравнений Роя лежит в пределах $-0,06 \leq a_0^2 m_\pi \leq -0,03$.

4. ГИПОТЕЗА НАРУШЕННОЙ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ СИЛЬНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Законам сохранения и симметрии отводится особое место в современной теории элементарных частиц. В физике низкоэнергетических мезонных процессов фундаментальную роль играет гипотеза нарушенной киральной симметрии сильных взаимодействий*. В основе идеи такой симметрии лежит гипотеза универсальности взаимодействия адронных токов [3].

В случае электромагнитного взаимодействия универсальность означает, что константа связи для всех заряженных частиц одна и та же, т. е. электрический заряд — универсальная константа для лептонов и для адронов. Другими словами, включение сильных взаимодействий не перенормирует затравочную константу связи (затравочный заряд), которая предполагается одинаковой для всех заряженных частиц. Вследствие этого физические константы связи (наблюдаемые заряды) также оказываются одинаковыми для всех заряженных частиц. Такая универсальность является прямым следствием сохранения электромагнитного тока, которое вытекает из инвариантности лагранжиана системы взаимодействующих заряженных полей относительно калибровочных преобразований первого рода.

Аналогично, в идеальном случае, когда слабые токи строго сохраняются, затравочная константа связи слабого взаимодей-

* Гипотеза о приближенной симметрии сильных взаимодействий относительно преобразований, включающих в себя наряду с изотопическими также преобразования, перемешивающие состояния с различными четностями.

ствия не перенормируется сильными взаимодействиями и должна быть равной физической константе связи. Следствием этого явилось бы одинаковое значение константы связи для распада мюона и для всех полулептонных распадов адронов с сохранением странности. В свою очередь сохранение слабых токов можно также рассматривать как указание на существование симметрии относительно определенной группы преобразований, генераторами которой являются соответствующие сохраняющиеся слабые заряды.

Если отождествить слабые адронные векторные токи I^V с векторными токами V_i ($i = 1, 2, 3$) группы изотопических преобразований $I^V = V_1 + iV_2$, то строгое сохранение слабых векторных токов является простым следствием изотопической симметрии сильных взаимодействий. Слабые векторные токи не перенормируются сильными взаимодействиями, и для всех слабых полулептонных распадов адронов с сохранением странности должна быть одна и та же векторная константа связи, если пренебречь малыми электромагнитными поправками.

Если, по аналогии с векторными токами, отождествить слабые аксиальные токи с аксиальными токами, которые появляются с введением группы преобразований, меняющих четность, то такие токи будут строго сохраняться при условии точной симметрии сильных взаимодействий относительно киральных преобразований. В действительности же аксиальная часть слабого тока перенормируется сильными взаимодействиями (отношение аксиальной константы связи к векторной в β -распаде $g_A \approx 1,2$). Тем не менее это не мешает говорить о приближенной киральной симметрии сильных взаимодействий и, более того, делать определенные выводы о возможных механизмах нарушения точной киральной симметрии.

Точная киральная симметрия должна была бы наблюдаться, например, в пределе нулевых масс адронов, что соответствует классификации невзаимодействующих безмассовых частиц по новым квантовым числам — спиральностям*. В этом случае партнерами по мультиплету группы, включающей преобразование с изменением четности, могли бы стать частицы с одинаковыми изотопическими квантовыми числами, но с противоположными четностями. Например, партнером нуклона мог бы стать резонанс N^* (1535). Однако большое расщепление масс в таких мультиплетах, составленных из реальных адронов, делает невозможным такой путь реализации приближенной киральной симметрии.

* Термин «киральная симметрия» происходит от греческого слова $\chi\epsilon\iota\rho$ — рука и непосредственно связан с представлением о «левых» и «правых» безмассовых частицах.

Гораздо более привлекательным оказался другой способ реализации киральной симметрии, в основе которого лежит предположение, что преобразования, меняющие четность, добавляют к исходному адронному состоянию некую бесспиновую псевдоскалярную частицу с нулевой массой. Если отождествить такую гипотетическую частицу с безмассовым π -мезоном, то членами одного мультиплетта относительно группы киральных преобразований будут адронные состояния с разным числом π -мезонов, либо вакуум и состояния с разным числом π -мезонов. При переходе к реальным адронам расщепление масс в таких мультиплеттах будет определяться массой π -мезона ($m_\pi = 140$ МэВ), которую в некоторых случаях можно считать малой величиной по сравнению с массами барионов, участвующих в сильных взаимодействиях, и в этом смысле можно говорить о приближенной киральной симметрии сильных взаимодействий, нарушаемой массой π -мезона. Последнее обстоятельство нашло свое отражение в соотношении, которому должна удовлетворять дивергенция аксиального тока при учете массы π -мезона:

$$\partial_\mu A_\mu^i = m_\pi^2 \pi^i / c \quad (i = 1, 2, 3),$$

где π^i — пионное поле, а c — некоторая константа. Это соотношение и принято называть гипотезой частичного сохранения аксиального тока.

Дальнейшее развитие идеи киральной симметрии [4] привело к введению в теорию сильных взаимодействий представлений о векторных и аксиальных токах, коммутационные соотношения для которых получили название киральной алгебры токов. Алгебра токов позволила получить для амплитуд адронных процессов ряд низкоэнергетических соотношений, справедливых в области нефизических значений импульсов [5, 6]. Для получения предсказаний, доступных экспериментальной проверке, результаты алгебры токов должны быть экстраполированы в физическую область. Однако при этом возникают трудности, преодолеть которые удается только в методе феноменологических лагранжианов.

Метод феноменологических киральных лагранжианов воспроизводит в борновском приближении результаты алгебры токов и позволяет продвинуться по энергии существенно дальше в физической области, используя следующие порядки теории возмущения. При этом киральная симметрия обеспечивает самосогласованность описания сильных взаимодействий в том смысле, что разложение по сильной константе связи в низших порядках совпадает с первыми порядками разложения по степеням энергии. Данный подход позволяет использовать методы теории поля для численных расчетов различных адронных процессов при низких энергиях и фиксировать свободные параметры, возникающие

в таком описании сильных взаимодействий (например, с помощью суперпропагаторного метода регуляризации в теории с неполиномиальными лагранжианами [7, 8]).

Первые конкретные предсказания для низкоэнергетического рассеяния пионов в теории нарушенной киральной симметрии сильных взаимодействий были получены в 1966 г. в работе Вайнберга [55]. Следует подчеркнуть, что предсказанное Вайнбергом малое значение длины s -волнового рассеяния пионов с $I = 0$ ($a_0^0 = 0,16 m_\pi^{-1}$) в то время явилось неожиданным результатом. Так, годом раньше Адлер [99] вывел впервые правило сумм для $\pi\pi$ -рассеяния, для выполнения которого необходимо было предположить наличие сильного $\pi\pi$ -взаимодействия вблизи порога в s -состоянии с $I = 0$. На основании этого правила сумм для длины s -волнового рассеяния пионов ожидалось значения $a_0^0 > > m_\pi^{-1}$. Работа Вайнберга послужила указанием на то, что большая длина a_0^0 , по-видимому, не может являться механизмом насыщения правила сумм для $\pi\pi$ -рассеяния. Полученный Вайнбергом результат означал, что правильным механизмом насыщения скорее всего являются высокоэнергетические вклады, которыми пренебрегал Адлер при выводе правила сумм, либо широкий низкоэнергетический $\pi\pi$ -резонанс в s -состоянии с $I = 0$ и с малой длиной рассеяния.

Экспериментальное подтверждение предсказаний Вайнберга для длин s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния играет решающую роль для дальнейшего развития теории нарушенной киральной симметрии сильных взаимодействий. Анализ последних экспериментальных данных по фазам и длинам $\pi\pi$ -рассеяния и полным сечениям реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ посвящена вторая половина настоящего обзора.

5. ФАЗЫ И ДЛИНЫ $\pi\pi$ -РАССЕЯНИЯ В ТЕОРИИ НАРУШЕННОЙ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Первые предсказания s - и p -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния в теории нарушенной киральной симметрии были получены методом алгебры токов [55]. Алгебра токов и гипотеза о частичном сохранении аксиального тока дают ограничения на амплитуду $\pi\pi$ -рассеяния в нефизической точке, где 4-импульс пиона равен нулю. Для вычисления длин рассеяния эти результаты должны быть экстраполированы к физическому порогу.

Если амплитуда не имеет особенностей в области энергий π -мезонов $E_\pi \sim m_\pi$ или вклад таких особенностей в амплитуду мал, то при нулевой массе пиона амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния может быть представлена в виде разложения по 4-импульсам π -мезонов. В частности, для амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния в s -канале имеет место разложение, удовлетворяющее требованиям бозе-статистики

и кроссинг симметрии:

$$A(p_1^2, p_2^2, p_3^2, p_4^2) = a + b(t + u) + cs + \\ + d(t + u)^2 + etu + fs^2 + g(t + u)s + h \sum_{i < j} p_i^2 p_j^2 + \dots \quad (5)$$

$$s = (p_1 + p_2)^2, \quad t = (p_1 - p_3)^2, \quad u = (p_1 - p_4)^2.$$

Ввиду малости массы π -мезонов предполагалось, что экстраполяционная формула (5) применима и к случаю реальных массивных пионов.

Вайнберг [55] рассмотрел первый порядок экстраполяционного разложения (5). Три неопределенных параметра, возникающих при этом, фиксировались с помощью условия самосогласованности Адлера и низкоэнергетических теорем для $\pi\pi$ -рассеяния.

Совсем не очевидно, что экстраполяционное разложение сходится у порога и можно ограничиться только членами первого порядка. Малость длин рассеяния, полученных Вайнбергом, должна указывать, казалось бы, на справедливость разложения (5), по крайней мере, в нефизической подпороговой области. Однако это справедливо лишь в том случае, когда можно пренебречь членами высшего порядка, т. е. если учет последних не приводит к существенному изменению предсказаний для длин рассеяния.

Поправки к длинам рассеяния, обусловленные членами второго порядка экстраполяционного разложения, были вычислены в работах [56, 57] и составляли несколько процентов. Поэтому ожидалось, что экстраполяционное разложение амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния по 4-импульсам пионов может претендовать на описание фаз $\pi\pi$ -рассеяния, по крайней мере, в околороговой физической области [51]. Это предположение не подтвердилось при сравнении теоретических предсказаний для s -волновых фаз с экспериментальными данными вблизи порога [48]. Строго говоря, переход к реальным массивным пионам должен приводить дополнительно к переразложению коэффициентов экстраполяционной формулы по степеням параметра типа E_π/m_π . Однако в рамках алгебры токов и частичного сохранения аксиального тока определить такое переразложение не удается. Кроме того, амплитуда (5) не удовлетворяет условию унитарности и поэтому теряет смысл с ростом энергии в физической области.

Для экстраполяции амплитуды рассеяния в физическую область существует несколько подходов. В работах [58—60], например, проводилась унитаризация парциальных амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния, полученных методом алгебры токов. Но при этом терялась взаимосвязь различных парциальных каналов. В работах [61, 62] была предложена унитаризация полной амплитуды рассеяния безмассовых пионов с помощью однопетлевой диаграммы в кван-

товой теории поля с киральным лагранжианом. В работах М. К. Волкова и В. Н. Первушина [63, 64] этот метод был обобщен на массивные пионы, а неопределенные константы, возникающие при вычислении выражений, соответствующих пионным петлям, фиксировались с помощью суперпропагаторной техники [65].

В работе [66] был развит феноменологический подход, в котором унитаризация борновской амплитуды лл-рассеяния проводилась с помощью унитарного рассеяния пионной петли. Свободные параметры, возникающие как константы вычитания, определялись из экспериментальных данных по длинам d -волнового лл-рассеяния.

Амплитуда лл-рассеяния в общем случае имеет вид

$$A_{\pi\pi} = \delta_{i_1 i_2} \delta_{i_3 i_4} A(s, t, u) + \delta_{i_1 i_3} \delta_{i_2 i_4} A(t, s, u) + \delta_{i_1 i_4} \delta_{i_2 i_3} A(u, t, s).$$

Борновская амплитуда лл-рассеяния определяется первым членом разложения эффективного лагранжиана лл-взаимодействия по степеням $1/4 F_\pi^2$.

$$L_{\pi\pi} = -\frac{1}{4F_\pi^2} [\pi^2 (\partial_\mu \pi \cdot \partial^\mu \pi) - \beta m_\pi^2 (\pi^2)^2]. \quad (6)$$

Здесь F_π — константа распада $\pi \rightarrow \mu\nu$ ($F_\pi = 94$ МэВ), а параметр β принимает разные значения в зависимости от способа нарушения киральной симметрии: $\beta = 1/2$ в σ -модели Вайнберга [67]; $\beta = 1/3$ — в экспоненциальной модели Гюрсея и Чанга [68]; $\beta = 1/4$ — в модели Швингера [69]. Борновская амплитуда имеет вид

$$A^B(s, \beta)/32\pi = (\pi/2) \alpha_0 (3\bar{s} - \kappa), \quad (7)$$

где $\kappa = (3/2)(1 - \beta)$; $\alpha_0 = (1/3)(m_\pi/2\pi F_\pi)^2$; $\bar{\xi} = (\xi/4m_\pi^2)$ ($\xi = s, t, u$).

Полученная в работе [66] унитаризованная амплитуда лл-рассеяния имеет вид:

$$\frac{A^U(s, t, u, \beta)}{32\pi} = \frac{A^B(s, \beta)}{32\pi} + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \Pi(s, t, u, \beta), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \Pi(s, t, u, \beta) = & a + b\bar{s} + c\bar{s}^2 + d(\bar{t}^2 + \bar{u}^2) - I(\bar{s})(3\bar{s} - \kappa)^2 - \\ & - I(\bar{t})[q_1 \bar{t} + 3\bar{t}(\bar{t} - \bar{u}) + 3\bar{u} + q_2] - \\ & - I(\bar{u})[q_1 \bar{u} + 3\bar{u}(\bar{u} - \bar{t}) + 3\bar{t} + q_2], \\ & q_1 = 21(1 - \kappa), \quad q_2 = 11\kappa^2 - 15\kappa + 3, \end{aligned}$$

$$I(\xi) = \begin{cases} \tilde{y} \arctg \tilde{y}^{-1}, \quad \tilde{y} = (1/\xi - 1)^{1/2}, \quad 0 < \xi < 1; \\ \frac{y}{2} \left[\ln \left(\frac{1+y}{1-y} \right) - i\pi \right], \quad \tilde{y} = (1 - 1/\xi)^{1/2}, \quad \xi > 1; \\ \frac{y}{2} \ln \left(\frac{y+1}{y-1} \right), \quad \xi < 0. \end{cases}$$

Здесь a, b, c, d — неопределенные параметры, возникающие как константы вычитания в процедуре унитаризации. Унитаризованная амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния (8) удовлетворяет условию упругой двухчастичной унитарности с точностью до членов порядка α_0^3 ($\alpha_0 \approx 0,02$).

Амплитуды A^I в канале с изоспином I и парциальные амплитуды A_l^I определяются следующим образом:

$$A^0 = 3A(s, t, u) + A(t, s, u) + A(u, t, s);$$

$$A^1 = A(t, s, u) - A(u, t, s);$$

$$A^2 = A(t, s, u) + A(u, t, s);$$

$$A_l^I(s) = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 dx P_l(x) A^I(\bar{s}, x);$$

$$\left(\bar{t} = (1 - \bar{s}) \frac{1-x}{2}, \quad \bar{u} = (1 - \bar{s}) \frac{1+x}{2} \right),$$

а длины $\pi\pi$ -рассеяния определим как предел

$$a_l^I = \lim_{s \rightarrow 1} \frac{A_l^I(\bar{s})}{m_\pi^{2l+1} \bar{s} (\bar{s}-1)^l}.$$

Используем систему единиц, в которой $m_\pi = 1$.

Для s - и p -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния получим выражения:

$$a_0^0 = \frac{\pi}{2} \alpha_0 (9 - 5\kappa) + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 [5a + 3b + 2d + 3c - 6(\kappa^2 + 4q_2 + 3)];$$

$$a_0^1 = -\frac{\pi}{2} \alpha_0 2\kappa + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 [2a + 2d - 2(\kappa^2 + q_2 + 3)];$$

$$a_1^1 = \frac{\pi}{2} \alpha_0 + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \frac{1}{3} \left[b + (6\kappa + q_1 - 3) + \frac{\kappa^2 - q_2 - 3}{3} \right].$$

Для d -волнового рассеяния пионов находим:

$$a_2^0 = \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \left[\frac{1}{15} (c + 4d) - \frac{2}{5} \left(5 + \frac{3\kappa - 2q_1 + 6}{9} - \frac{\kappa^2 + 4q_2 + 3}{15} \right) \right];$$

$$a_2^2 = \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \left[\frac{1}{15} (c + d) - \frac{1}{5} \left(4 + \frac{6\kappa - q_1 + 3}{9} - \frac{2}{45} (\kappa^2 + q_2 + 3) \right) \right].$$

Заметим, что вычитательная константа a в амплитуде $\pi\pi$ -рассеяния (8) перенормирует параметр нарушения киральной симметрии $\kappa' = \kappa - \alpha_0 a$ в борновской части амплитуды рассеяния. Ввиду малости α_0 полагаем, что соответствующие поправки в длины рассеяния малы и константой a можно пренебречь.

Вычитательная константа b в амплитуде (8) перенормирует киральную часть борновской амплитуды:

$$A_{\text{кир}}^B = \frac{1}{F_\pi^2} s \rightarrow (A_{\text{кир}}^B)' = \frac{1}{F_\pi^2} \left(1 + \frac{m_\pi^2}{36\pi^2 F_\pi^2} b \right) s = \frac{1 + 0,006b}{F_\pi^2} s.$$

Однако множитель $1/F_{\pi}^2$ при s в экстраполяционном разложении амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния (5) однозначно фиксируется теоремами киральной алгебры токов. Поэтому b не может приводить к большому перенормировкам борновской амплитуды, в противном случае это означало бы несамосогласованность алгебры токов и метода эффективных лагранжианов. В работах [63, 64] константа b была рассчитана суперпропагаторным методом в экспоненциальной модели [68]. Расчеты показали, что константа b может перенормировать киральную часть борновской амплитуды в пределах 2%.

Свободные параметры c и d можно оценить по экспериментальным значениям d -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния [70] ($m_{\pi} = 1$):

$$a_2^0 = (17 \pm 3) \cdot 10^{-4} m_{\pi}^{-5}, \quad a_2^2 = (2 \pm 3) \cdot 10^{-4} m_{\pi}^{-5}.$$

В табл. 3 приведены результаты вычислений s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния для разных значений параметра нарушения

Таблица 3. Длины s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния в теории нарушенной киральной симметрии

| β | Борновское приближение | | Результаты унитаризации борновской амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния | | | |
|---------|------------------------|---------|--|------------|-----------------|--------------------|
| | a_0^0 | a_0^2 | c | d | a_0^0 | a_0^2 |
| 1/2 | 0,16 | -0,046 | -2 ± 6 | 20 ± 4 | $0,19 \pm 0,02$ | $-0,024 \pm 0,004$ |
| 1/3 | 0,12 | -0,061 | -1 ± 6 | 21 ± 4 | $0,13 \pm 0,02$ | $-0,040 \pm 0,004$ |
| 1/4 | 0,10 | -0,069 | -0 ± 6 | 22 ± 4 | $0,10 \pm 0,02$ | $-0,049 \pm 0,004$ |

киральной симметрии β . Ошибка, приписываемая феноменологическим предсказаниям для s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния, учитывает также возможную перенормировку киральной амплитуды, связанную с параметром b , который в расчетах считался равным нулю.

Предсказание для длины s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния $a_0^0 = (0,19 \pm 0,02) m_{\pi}^{-1}$ при $\beta = 1/2$ согласуется с экспериментальной величиной $a_0^0 = (0,23 \pm 0,03) m_{\pi}^{-1}$, полученной в предыдущем параграфе. Длина рассеяния a_0^0 пока что определена недостаточно точно. Из анализа последних экспериментальных данных по фазе δ_0^2 с учетом подпорогового нуля в амплитуде s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния находим [48]: $a_0^2 = (-0,06 \pm 0,07) m_{\pi}^{-1}$.

На рис. 5 и 6 показаны экспериментальные фазы s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния δ_0^0 и δ_0^2 и расчеты этих фаз в теории нарушенной киральной симметрии при значении параметра нарушения $\beta = 1/2$. Для вычисления фаз рассеяния использовалась формула:

$$(\operatorname{ctg} \delta_l^I - i)^{-1} = (1 - 1/\bar{s})^{1/2} A_l^I.$$

Таким образом, предсказания теории нарушенной киральной симметрии хорошо согласуются с последними экспериментальными данными по s -волновым фазам и длинам $\pi\pi$ -рассеяния при значении параметра нарушения киральной симметрии $\beta = 1/2$.

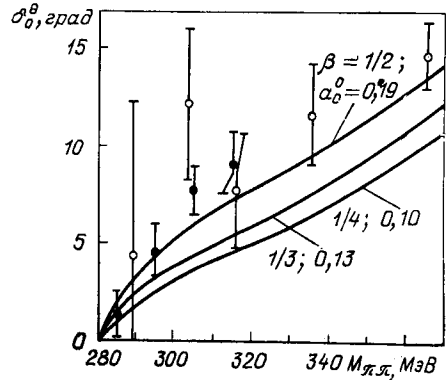


Рис. 5. Поведение фаз $\pi\pi$ -рассеяния δ_0^0 вблизи порога:

точки — результат эксперимента; \circ — [33]; \bullet — [34]; сплошные линии — расчеты в киральной теории при разных значениях параметра нарушения киральной симметрии

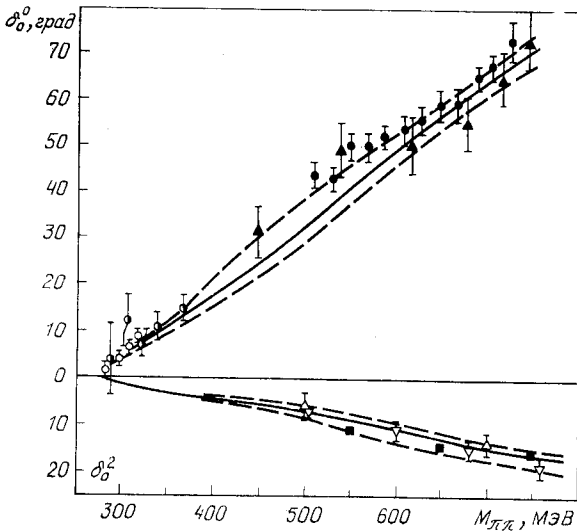


Рис. 6. Поведение s -волновых фаз $\pi\pi$ -рассеяния:

точки — результат эксперимента, \bullet — [15], \circ — [33], \circ — [34], \blacktriangle — [52], ∇ — [53], \blacksquare — [54]; сплошные линии — расчеты в теории нарушенной киральной симметрии; штрихом обозначены границы возможных отклонений теоретических расчетов, обусловленные погрешностями вычисления вычитательных констант c и d по экспериментальным значениям d -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния

Для p -волновой длины $\pi\pi$ -рассеяния киральная теория предсказывает значение $a_1^1 = 0,031 m_\pi^{-3}$. Однако экспериментально длина a_1^1 до сих пор еще не определена однозначно. Из экстрапо-

ляции к порогу фаз δ_1^1 получены два значения: $a_1^1 = (0,10 \pm \pm 0,01) m_\pi^{-3}$ [45, 70] и $a_1^1 = (0,040 \pm 0,004) m_\pi^{-3}$ [71, 72]; в то время как в работе [73] из экстраполяции к порогу выражения для форм-фактора пиона с учетом вкладов от резонансов ω , ρ , ρ' получено значение $a_1^1 = 0,067 m_\pi^{-3}$. Вопрос о самосогласованности данных по пионному форм-фактору и по фазе p -волнового $\pi\pi$ -рассеяния δ_1^1 детально рассмотрен в работах [97, 98], где было установлено, что все последние экспериментальные данные в действительности взаимно совместны. В работе [98] использован подход, основанный на описании посредством паде-аппроксимации действительной и мнимой части пионного форм-фактора. Результат этой работы можно суммировать с учетом того, что $0,027 \leq a_1^1 m_\pi^3 \leq 0,045$.

6. ПОЛНЫЕ СЕЧЕНИЯ РЕАКЦИЙ $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ ВБЛИЗИ ПОРОГА В ТЕОРИИ НАРУШЕННОЙ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Попытки описать полные сечения реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в рамках теории поля [74], основанной на статической модели Чу — Лоу [75], оказались безуспешными.

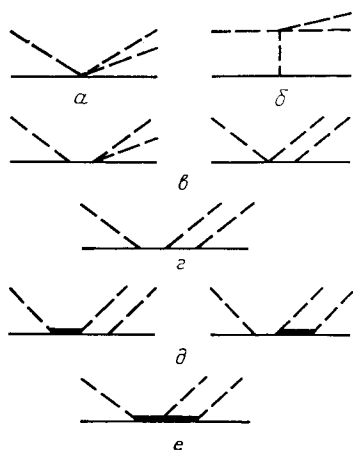


Рис. 7. Диаграммы процессов $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в древесном приближении:

штриховые линии соответствуют пионам; сплошные тонкие линии — нуклонам; сплошные жирные линии — изобарам Δ_{33}

Новые возможности для теоретического анализа этих реакций появились в связи с развитием теории сильных взаимодействий, основанной на гипотезе нарушенной киральной симметрии.

Первые расчеты полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в киральной теории были проведены методом алгебры токов в работе Чанга [76]. Сравнение результатов этих расчетов с экспериментальными данными по полным сечениям реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$, полученными в Дубне [17], показало, что расчеты с вайнберговским нарушением киральной симметрии ($\beta = 1/2$) находятся в хорошем согласии с экспериментом. На это обратил внимание Вайнберг в обзорном докладе на конференции в Вене в 1968 г. [77].

Почти одновременно с Чангом Олсон и Тернер [78] выполнили расчеты полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в киральной теории методом эффективных лагранжианов. В работе [79] учитывались две диаграммы древесного вида (рис. 7, а, б), которые дают основ-

ной вклад в полные сечения реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ у порога. Сравнение теоретических расчетов с экспериментальными данными по сечениям реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ [17] в интервале значений кинетической энергии налетающего пиона $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 300 \text{ МэВ}$ привело авторов работы [78] к выводу о вайнберговском нарушении киральной симметрии.

Проведенные в работе [79] расчеты с учетом пион-нуклонных диаграмм «древесного» вида (см. рис. 7, *a—z*) показали, что вклад диаграмм (см. рис. 7, *v, z*) быстро растет с удалением от порога, и ими нельзя пренебречь в указанном интервале энергий T_π . Анализируя экспериментальные данные с учетом всех древесных пион-нуклонных диаграмм, авторы работы [79] пришли к выводу о нарушении киральной симметрии $SU(2) \otimes SU(2)$ тензором второго ранга.

Однако в работах [76, 78, 79] в численных расчетах использовалось значение константы распада $\pi \rightarrow \mu + \nu$, получаемое из соотношения Гольдбергера — Треймана, $F_\pi = 82 \text{ МэВ}$. Так как полные сечения зависят от F_π^6 , результаты существенно изменятся, если в расчетах использовать экспериментальное значение $F_\pi = 94 \text{ МэВ}$. В этом случае полные сечения реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в приближении древесных пион-нуклонных диаграмм (см. рис. 7, *a—z*) не описываются совсем. В работе [80] была сделана попытка описать экспериментальные данные по реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ с помощью введения в эффективный лагранжиан $\pi\pi$ -взаимодействия членов с четырьмя производными. Однако это также не привело к согласию с экспериментом. Очевидно, кроме диаграмм (см. рис. 7, *a—z*) необходимо учитывать диаграммы с изобарой Δ_{33} (см. рис. 7, *\delta, e*), вклад которых быстро растет с удалением от порога.

Отметим, что в работе [81] вклад диаграмм с изобарой Δ_{33} учитывался не вполне корректно: в эффективных лагранжианах $\Delta N\pi$ - и $\Delta\Delta\pi$ -взаимодействий были опущены члены, очень важные для описания диаграмм с изобарой Δ_{33} вне массовой поверхности, и оставлены только члены, сохраняющиеся при переходе на массовую поверхность. Кроме того, в расчетах использовался пропагатор Δ -изобары в статическом приближении, хотя отбрасываемые при этом члены в пропагаторе могут оказаться существенными уже при энергиях, близких к порогу.

С измерением сечений реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ при энергиях 200, 240 и 270 МэВ стали известны полные сечения всех пяти каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога. В работе [82] мы провели расчеты сечений пяти каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ с учетом пион-нуклонных древесных диаграмм (см. рис. 7, *a—z*), а также диаграмм (см. рис. 7, *\delta*) с обменом изобарой Δ_{33} . Кроме того, в выражении для суммы диаграмм (см. рис. 7, *a, б*) борновская амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния заменена на унитаризованную,

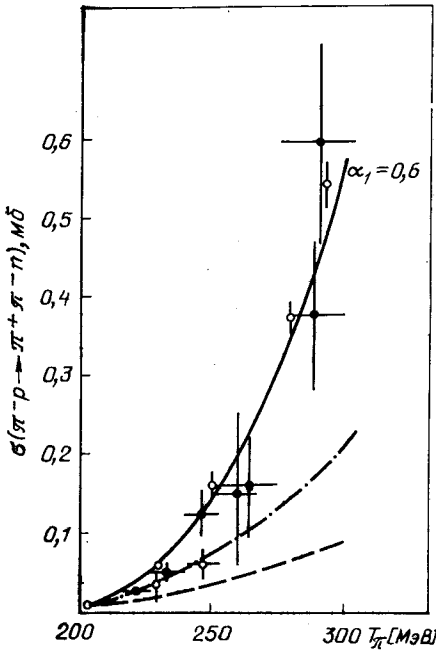


Рис. 8. Полные сечения реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ вблизи порога:

точки — результат эксперимента, ● — [17, 83, 84], ▼ — [85], ○ — [86], △ — [87]; штриховая линия — расчеты в приближении древесных пион-нуклонных диаграмм (см. рис. 6, а—г); штрихпунктирная — результат унитаризации амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния в выражении для суммы вкладов диаграмм (см. рис. 6, а, б); сплошная линия — расчет с учетом изобар Δ_{33} в диаграммах (см. рис. 6, б).

так как такой прием мы считаем более корректным, чем учет членов с четырьмя производными в эффективном лагранжиане $\pi\pi$ -взаимодействия [80].

Вершины диаграмм (см. рис. 7, а — г) описываются следующими членами разложения эффективного кирального лагранжиана πN -взаимодействия по степеням параметра $f = -1/(2F_\pi)$:

$$L_{\pi N} = L_{\pi N}^{(1)} + L_{\pi N}^{(2)} + L_{\pi N}^{(3)} + O(f^4);$$

$$L_{\pi N}^{(1)} = g_A f \partial_\nu \pi \bar{N} \gamma^\nu \gamma_5 \tau N;$$

$$L_{\pi N}^{(2)} = -f^2 (\pi \cdot \partial_\nu \pi) \bar{N} \gamma^\nu \tau N;$$

$$L_{\pi N}^{(3)} = -g_A f^3 \pi^2 \partial_\nu \pi \bar{N} \gamma^\nu \gamma_5 \tau N,$$

а также эффективным лагранжианом $\pi\pi$ -взаимодействия (6). Амплитуда процесса

$$\pi_a(\mathbf{k}_1) + N_e^\nu(\mathbf{p}) \rightarrow \pi_b(\mathbf{k}_2) + \pi_c(\mathbf{k}_3) + N_f^\mu(\mathbf{q})$$

в общем случае имеет вид

$$T_{fe}^{\mu\nu}(bc|a) = \bar{U}^{\mu(+)}(q) \{ (\tau_a)_{fe} \delta_{bc} T_1 + (\tau_b)_{fe} \delta_{ac} T_2 + (\tau_c)_{fe} \delta_{ab} T_3 + i \varepsilon_{abc} \delta_{fe} T_4 \} U^{\nu(-)}(p),$$

где $U^{\mu(\pm)}(p)$ — нуклонные спиноры; T_1, T_2, T_3, T_4 — матрицы (4×4), зависящие от 4-импульсов частиц в начальном и конечном состояниях; a, b, c — изотопические индексы пионов; f, e — изотопические индексы нуклонов; μ, ν — поляризации нуклонов.

На рис. 8—12 штрихом показаны результаты расчетов полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога. Вычисления прове-

дены методом Монте-Карло с параметрами $F_\pi = 94$ МэВ, $g_A = 1,25$ и $\beta = 1/2$. Как видно из рисунков, экспериментальные

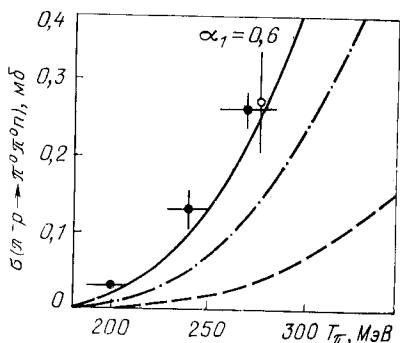


Рис. 9. Полные сечения реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^0 \pi^0 n$ вблизи порога:

точки — результат эксперимента, ● — [36, 37], ○ — [88]; теоретические кривые те же, что и на рис. 7

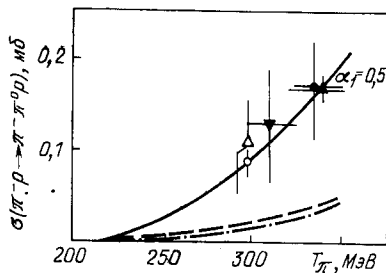


Рис. 10. Полные сечения реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^0 p$ вблизи порога:

точки — результат эксперимента, ● — [89], ▼ — [90], ■ — [91], ○ — [92], ▲ — [93]; теоретические кривые те же, что и на рис. 7

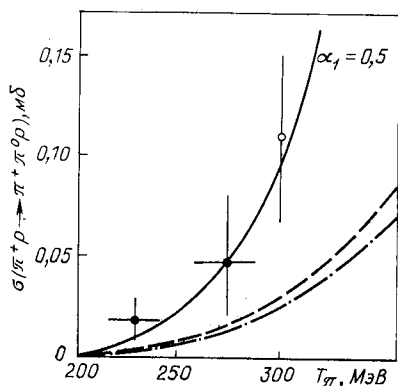


Рис. 11. Полные сечения реакции $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^0 p$ вблизи порога:

точки — результат эксперимента, ● — [42], ○ — [94]; теоретические кривые те же, что и на рис. 7

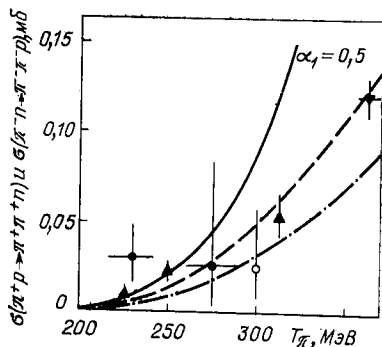


Рис. 12. Полные сечения реакций $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$ и $\pi^- p \rightarrow \pi^- \pi^- p$ вблизи порога:

точки — результат эксперимента, ● — [42], ○ — [94], ▲ — [95], ▼ — [96]; теоретические кривые те же, что и на рис. 7.

данные по полным сечениям реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$ не описываются в приближении древесных пион-нуклонных диаграмм.

Борновская амплитуда лл-рассеяния (7) входит в выражение для амплитуды реакций $\pi N \rightarrow \pi \pi N$, которое получается при сум-

мировании вкладов диаграмм (см. рис. 7, а, б):

$$\begin{aligned}
 T(a+b) = & -g_A f \bar{U}^{\mu(+)}(q) \times \\
 & \times \left\{ (\tau_a)_{fe} \delta_{bc} \left[\frac{\hat{p}-\hat{q}}{m_\pi^2-(p-q)^2} A^B(s) + 2f^2(\hat{k}_2 + \hat{k}_3) \right] + \right. \\
 & + (\tau_b)_{fe} \delta_{ac} \left[\frac{\hat{p}-\hat{q}}{m_\pi^2-(p-q)^2} A^B(t) + 2f^2(\hat{k}_3 - \hat{k}_1) \right] + \\
 & \left. + (\tau_c)_{fe} \delta_{ab} \left[\frac{\hat{p}-\hat{q}}{m_\pi^2-(p-q)^2} A^B(u) + 2f^2(\hat{k}_2 - \hat{k}_1) \right] \right\} \gamma_5 U^{\nu(-)}(p), \quad (9)
 \end{aligned}$$

где s, t, u — переменные Мандельштама для $\pi\pi$ -рассеяния с одним пионом вне массовой поверхности:

$$\begin{aligned}
 s = (\tilde{q} + k_1)^2 = (k_2 + k_3)^2, \quad t = (\tilde{q} - k_2)^2 = (k_3 - k_1)^2, \\
 u = (\tilde{q} - k_3)^2 = (k_2 - k_1)^2, \\
 \tilde{q} = (p - q), \quad s + t + u = \tilde{q}^2 + 3m_\pi^2.
 \end{aligned}$$

Замена борновского выражения для амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния в формуле (9) на унитаризованное [см. формулу (8)] представляется нам очень естественной процедурой, позволяющей эффективно учесть петли, связанные с пионами в конечном состоянии в процессах, описываемых диаграммами (см. рис. 7, а, б). Такая процедура кажется нам более полной, чем учет в лагранжиане $\pi\pi$ -взаимодействия членов с четырьмя производными, как это было сделано в работе [80].

На рис. 8—12 штрих-пунктиром показаны результаты расчетов полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ с унитаризацией амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния в выражении (9) для суммы вкладов диаграмм (см. рис. 7, а, б). Расчеты проведены при значениях параметров $c = 0, d = 20$ в формуле (8). Как видно из рисунков, унитаризация амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния дает существенный вклад в полные сечения реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$. Однако для описания эксперимента одной только унитаризации явно не достаточно. Поэтому необходимо также учесть вклад диаграмм с изобарой Δ_{33} .

Вершины с изобарами Δ_{33} в диаграммах (см. рис. 7, д, е) описываются эффективными лагранжианами [83]:

$$\begin{aligned}
 L_{\Delta N \pi} = & \frac{\lambda_1}{m_\pi} \Delta_\mu (g^{\mu\nu} + \alpha_1 \gamma^\mu \gamma^\nu) N \partial_\nu \pi; \\
 L_{\Delta \Delta \pi} = & \frac{-i\hbar}{m_\pi} \Delta_\alpha (\gamma^\mu g^{\alpha\beta} + \alpha_2 \gamma^\beta g^{\alpha\mu} + \alpha_3 \gamma^\mu g^{\beta\mu} + \\
 & + \alpha_4 \gamma^\alpha \gamma^\mu \gamma^\beta) \gamma_5 \left[\frac{1}{2} (\tau \partial_\mu \pi) \Delta_\beta + i \partial_\mu \pi \times \Delta_\beta \right].
 \end{aligned}$$

Здесь $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ — свободные параметры, которые можно зафиксировать только из эксперимента. Константу $\Delta N\pi$ -связи можно

определить из экспериментальной ширины распада Δ -изобары [84]: $\lambda_1^2 = 4,40$. Константа $\Delta\pi$ -связи \hbar неизвестна, и не существует достаточно простого процесса, в котором можно было бы измерить ее значение. В работе [82] было показано, что, даже ограничившись диаграммами (см. рис. 7, δ) можно описать имеющиеся в настоящее время экспериментальные данные по четырем из пяти каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$. Соответствующие расчеты показаны на рис. 8—12 сплошной линией. В интервале $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 350 \text{ МэВ}$ расчеты хорошо согласуются с экспериментальными данными при значении $\alpha_1 = 0,5 \div 0,6$. Исключение составляют сечения канала $\pi^+p \rightarrow \pi^+\pi^+n$, для которых согласие эксперимента и расчетов наблюдается только до $T_\pi \approx 250 \text{ МэВ}$.

Учет диаграммы (см. рис. 7, e) связан с введением в анализ экспериментальных данных по реакциям $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ еще четырех свободных параметров \hbar , α_2 , α_3 , α_4 . Нет сомнений в том, что, анализируя данные по полным сечениям всех каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$, можно найти также значения этих неопределенных констант, связанных с учетом изобары Δ_{33} , при которых будет еще лучше описана вся совокупность экспериментальных данных по полным сечениям вблизи порога. Однако решение такой задачи в полном объеме связано с большими вычислительными трудностями. Кроме того, физически более правильно и целесообразно определять все неизвестные параметры из экспериментальных данных в процессах, где изобара Δ_{33} представлена в более чистом виде, например в процессе $\nu_\mu p \rightarrow \mu^- \pi^+ n$. Используя полученные таким образом константы, можно оценить реальный вклад изобары Δ_{33} в амплитуду процесса $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ и определить границы применимости приближения древесных диаграмм. Последнее важно особенно в связи с тем, что, как было показано нами, даже у порога, т. е. при $T_\pi \approx 200 \text{ МэВ}$, унитаризация амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния в выражении для суммарного вклада диаграмм (см. рис. 7, a , b) сильно влияет на поведение теоретических кривых для полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$.

7. ОБОСНОВАНИЕ МЕТОДА ЧУ—ЛОУ ПРИ НИЗКИХ ЭНЕРГИЯХ В ТЕОРИИ НАРУШЕННОЙ КИРАЛЬНОЙ СИММЕТРИИ

Несмотря на трудности, связанные с учетом изобары Δ_{33} в полном объеме, приближение древесных диаграмм (см. рис. 7, $a - \delta$) при $\alpha_1 = 0,5 \div 0,6$ с унитаризацией амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния можно использовать для обоснования метода Чу—Лоу, с помощью которого из экспериментальных данных по реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ извлекается информация о $\pi\pi$ -взаимодействии. Особый интерес в этом плане представляет наиболее удобная для экспериментального исследования реакция $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$, амплитуда которой содержит все три изотопических канала $\pi\pi$ -рассеяния.

В частности, анализ методом Чу — Лоу реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ при кинетических энергиях налетающего пиона $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq \leq 260 \text{ МэВ}$ позволил нам получить фазы $\pi\pi$ -рассеяния в интервале значений масс дииона от порога до $m_{\pi\pi} = 320 \text{ МэВ}$.

Метод Чу — Лоу основан, прежде всего на предположении, что при малых передачах импульса нуклону Δ^2 вклад от диаграммы однопионного обмена доминирует над вкладом других (фоновых)

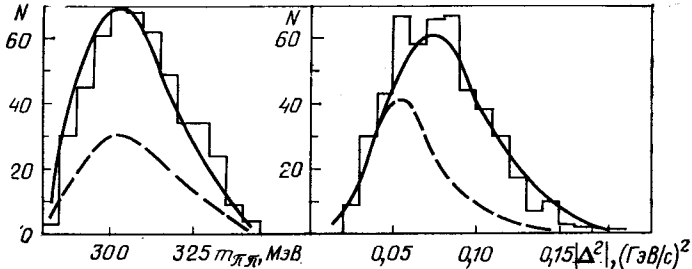


Рис. 13. Результаты моделирования распределения событий реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ по массе дииона $m_{\pi\pi}$ и инвариантному переданному импульсу Δ^2 : гистограмма — экспериментальное распределение для всех событий в интервале $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$; сплошной кривой показано распределение, рассчитанное в теории нарушенной киральной симметрии; штриховая кривая — вклад члена с пионным пропагатором

диаграмм из-за наличия в амплитуде реакции $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ особенности $(\Delta^2 - m_\pi^2)^{-1}$, связанной с пропагатором обменного пиона. Соответствующая часть полной амплитуды, содержащая пионный пропагатор, имеет вид:

$$T_{\pi\pi} = g_A f \bar{U}^{\mu(+)}(q) \frac{\hat{p} - \hat{q}}{\Delta^2 - m_\pi^2} [(\tau_a)_{fe} \delta_{bc} A_{\pi\pi}^U(s, t, u) + (\tau_b)_{fe} \delta_{ac} A_{\pi\pi}^U(t, s, u) + (\tau_c)_{fe} \delta_{ab} A_{\pi\pi}^U(u, t, s)] \gamma_s U^{\nu(-)}(p)$$

(с учетом процедуры унитаризации борновской амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния $A_{\pi\pi}^B$).

Расчеты полных сечений реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ (см. рис. 8) показали, что в интервале $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$ вклад изобары Δ_{33} в полное сечение реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ велик, поэтому возможность применения метода Чу — Лоу при низких энергиях нуждается в дополнительном обосновании.

Для этого в рамках теории нарушенной киральной симметрии было проведено моделирование распределений числа событий реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ по диионной массе $m_{\pi\pi}$ и инвариантному переданному импульсу Δ^2 . Соответствующие экспериментальные распределения, построенные по всем событиям в интервале $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$, показаны на рис. 13. Сплошной кри-

вой показаны распределения, рассчитанные в теории нарушенной киральной симметрии с учетом экспериментального разброса событий по кинетической энергии налетающего пиона. Вклад члена с пионным пропагатором отмечен штрихом. Расчеты показали, что при малых Δ^2 вклад амплитуды $T_{\pi\pi}$ действительно доминирует над вкладом фоновых диаграмм. Таким образом, выполнено необходимое условие применимости метода Чу — Лоу вблизи порога реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$. По полученным оценкам, вклад члена с пионным пропагатором в полное сечение процесса $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ вблизи порога может составлять от 30 до 40%, а в сечение с обрезанием $|\Delta^2| \leq 3 m_\pi^2$ — до 80%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные результаты проведенных исследований реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога для получения информации о низкоэнергетическом $\pi\pi$ -рассеянии и проверки теории нарушенной киральной симметрии.

1. Получены фазы s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния δ_0^0 вблизи порога из анализа фотоэмульсионных данных по реакции $\pi^-p \rightarrow \pi^+\pi^-n$ в интервале кинетических энергий налетающего пиона $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$. Анализ проведен методом Чу — Лоу в псевдопериферическом приближении. Полученные фазы хорошо согласуются с результатами анализа K_{e4} -распадов [33].

2. Впервые показано, что экспериментальные данные по фазе δ_0^0 вблизи порога подтверждают теоретические указания на наличие подпорогового нуля в амплитуде s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния. Параметризация эффективного радиуса не описывает экспериментальные фазы δ_0^0 в широком интервале энергий (от порога до $m_{\pi\pi} = 700 \text{ МэВ}$). Для получения длины рассеяния a_0^0 из экстраполяции к порогу фаз δ_0^0 в указанном интервале энергий следует использовать параметризацию, учитывающую подпороговый нуль в амплитуде s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния.

3. Учет подпорогового нуля позволяет описать последние данные [15, 34] по фазе δ_0^0 в широком интервале энергий при значении длины рассеяния $a_0^0 = (0,23 \pm 0,03) m_\pi^{-1}$ и положении подпорогового нуля $q_0^0 = (-0,7 \pm 0,3) m_\pi$. Положение подпорогового нуля определено впервые.

4. Измерены полные сечения реакций $\pi^-p \rightarrow \pi^0\pi^0n$ при кинетических энергиях налетающего пиона 270, 240 и 200 МэВ. Проведен изотопический анализ полных сечений реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при энергиях 270, 240 МэВ, который показал, что сечения всех каналов этих реакций согласуются между собой в соответствии с требованиями изотопической инвариантности.

5. Величина $X = F_{10}/F_{32}$, полученная из изотопического анализа, слабо меняется при энергиях 270 и 240 МэВ и находится

на уровне $X = 4,1 \pm 0,5$. Это указывает на малость линейных по относительным импульсам членов разложения амплитуд реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ в теории Грибова — Ансельма — Анисовича. Поэтому для получения длин s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния этим методом необходим учет членов разложения высшего порядка.

6. Развита феноменологический подход к описанию низкоэнергетического рассеяния пионов в рамках теории нарушенной киральной симметрии. В основе подхода лежит унитаризация борновской амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния с помощью унитарного рассеяния пионной петли. Свободные параметры, возникающие как константы вычитания, фиксировались по экспериментальным длинам d -волнового рассеяния пионов. Теория позволяет удовлетворительно описать фазы s -волнового $\pi\pi$ -рассеяния. Для s -волновых длин рассеяния получены предсказания $a_0^0 = (0,19 \pm 0,02) m_\pi^{-1}$, $a_0^2 = (-0,024 \pm 0,004) m_\pi^{-1}$ при значении параметра нарушения киральной симметрии $\beta = 1/2$. Предсказанное значение a_0^0 хорошо согласуется с экспериментальным значением $a_0^0 = (0,23 \pm 0,03) m_\pi^{-1}$.

7. В теории нарушенной киральной симметрии рассчитаны полные сечения реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ вблизи порога. Проведен последовательный учет пион-нуклонных диаграмм древесного вида, унитаризации амплитуды $\pi\pi$ -рассеяния и древесных диаграмм с изобарой Δ_{33} . Расчеты полных сечений для четырех из пяти каналов реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ хорошо согласуются с экспериментальными данными в интервале $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 300 \text{ МэВ}$. Исключение составляет канал $\pi^+ p \rightarrow \pi^+ \pi^+ n$, для которого согласие теории и эксперимента наблюдается только до энергии $T_\pi = 250 \text{ МэВ}$.

8. В рамках теории нарушенной киральной симметрии проведено моделирование распределения числа событий реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ по переданному нуклону импульсу. Расчеты показали, что при малых передачах импульса вклад членов, содержащих амплитуду $\pi\pi$ -рассеяния и пропагатор обменного пиона, доминирует над вкладом фоновых диаграмм процесса $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$. Тем самым получено необходимое обоснование применимости метода Чу — Лоу для анализа этой реакции при низких энергиях.

Проведенные исследования пион-пионного взаимодействия и реакций $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при низких энергиях показали, что теорию нарушенной киральной симметрии можно с успехом использовать для описания этих процессов вблизи порога. Результаты работы демонстрируют плодотворность применения киральной теории для описания мезонных процессов при низких энергиях, где, по-видимому, еще не начинает проявляться кварковая структура адронов. Показана самосогласованность экспериментальных данных и киральной теории процессов $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ и $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при вайнберговском значении параметра нарушения киральной сим-

метрии ($\beta = 1/2$) и малых длинах s -волнового пп-рассеяния. Таким образом, решена проблема, на которую было указано на конференции в Вене в 1968 г. [77].

Для дальнейшей проверки киральной теории и выяснения характера нарушения киральной симметрии, наряду с уточнением экспериментального значения длины a_0^0 , необходимо также измерить с хорошей точностью длины a_0^2 и a_1^1 . Для этого прежде всего должны быть определены соответствующие фазы пп-рассеяния в непосредственной близости к порогу ($q^2 < 4m_\pi^2$). Это связано как с особым поведением s -волновых фаз у порога, которое обусловлено наличием подпорогового нуля в амплитуде s -волны, так и с существованием широкого ρ -резонанса в p -волне.

Исследование процессов $\pi N \rightarrow \pi\pi N$ при энергиях до $T_\pi = 250$ МэВ, несомненно, позволит получить необходимую информацию о низкоэнергетическом взаимодействии пионов. Результаты проведенного анализа реакции $\pi^- p \rightarrow \pi^+ \pi^- n$ методом Чу — Лоу при $200 \text{ МэВ} \leq T_\pi \leq 260 \text{ МэВ}$ стимулируют дальнейшее исследование пион-пионного взаимодействия при низких энергиях именно в этом направлении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ширков Д. В., Серебряков В. В., Мещеряков В. А. Дисперсионные теории сильных взаимодействий при низких энергиях. М., Наука, 1967.
2. Serebryakov V. V., Shirkov D. V. — Fortschr. Z. Phys., 1970, Bd 18, S. 527.
3. Feynman R., Gell-Mann M. — Phys. Rev., 1958, v. 109, p. 193.
4. Gell-Mann M. — Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 1067.
5. Адлер С., Дашен Р. Алгебра токов. Пер. с англ. М., Мир, 1970.
6. Вайнштейн А. Н., Захаров В. И. — Успехи физ. наук, 1970, т. 100, с. 225.
7. Волков М. К., Первушин В. Н. — Успехи физ. наук, 1976, т. 120, с. 363.
8. Волков М. К., Первушин В. Н. Существование нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М., Атомиздат, 1978.
9. Мигдал А. Б. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1971, т. 61, с. 2209.
10. Мигдал А. Б. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1972, т. 63, с. 1993.
11. Migdal A. B. — Nucl. Phys. A, 1973, v. 201, p. 421.
12. Chew G. F., Low F. E. — Phys. Rev., 1959, v. 113, p. 1640.
13. Baton J. P., Laurens G., Reignier J. — Phys. Lett., 1970, v. 33B, p. 525.
14. Protopopescu S. D. e.a. — Phys. Rev. D, 1973, v. 7, p. 1279.
15. Estabrooks P., Martin A. D. — Nucl. Phys. D, 1974, v. 79, p. 301.
16. Багусов Ю. А. и др. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1963, т. 45, с. 913.
17. Багусов Ю. А. и др. — Ядерная физика, 1965, т. 1, с. 526.
18. Арефьев А. В. и др. — Ядерная физика, 1968, т. 8, с. 631.
19. Арефьев А. В. и др. — Ядерная физика, 1969, т. 10, с. 797.
20. Лексин Г. А. — Успехи физ. наук, 1970, т. 102, с. 387.
21. Ансельм А. А., Грибов В. Н. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1959, т. 34, с. 501.
22. Анисович В. В., Ансельм А. А., Грибов В. Н. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1962, т. 42, с. 224.
23. Анисович В. В., Ансельм А. А. — Успехи физ. наук, 1966, т. 88, с. 284.
24. Багусов Ю. А. и др. — Ядерная физика, 1965, т. 1, с. 687.
25. Blair I. M. e.a. — Phys. Lett. B, 1970, v. 38, p. 528.
26. Багусов Ю. А. и др. — Ядерная физика, 1973, т. 18, с. 829.

27. Валуев Б. Н. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1964, т. 47, с. 649.
28. Anisovich V. V., Dakhno L. G. — Phys. Lett., 1964, v. 10, p. 221.
29. Бунятов С. А., Курбатов В. С., Лиходед А. К. — Ядерная физика, 1972, т. 16, с. 1279.
30. Бунятов С. А. и др. — Ядерная физика, 1972, т. 16, с. 1286.
31. Бельков А. А. и др. — Ядерная физика, 1979, т. 30, с. 1534.
32. Mast T. S. e.a. — Phys. Rev. D, 1973, v. 7, p. 5.
33. Rosselet L. e.a. — Phys. Rev. D, 1977, v. 15, p. 574.
34. Бельков А. А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, с. 652.
35. Бунятов С. А. и др. — Ядерная физика, 1977, т. 25, с. 325.
36. Бельков А. А. и др. — Ядерная физика, 1978, т. 28, с. 1275.
37. Бельков А. А. и др. — Ядерная физика, 1980, т. 31, с. 181.
38. Бунятов С. А. и др. — Приборы и техника эксперимента, 1976, т. 6, с. 42.
39. Бунятов С. А. и др. Сообщение ОИЯИ 13-10457, Дубна, 1976.
40. Мусаханов Н. М. — Ядерная физика, 1974, т. 19, с. 630.
41. Блохинцева Т. Д. и др. — Журн. эксперим. и теорет. физ., 1963, т. 44, с. 498.
42. Батусов Ю. А. и др. — Ядерная физика, 1975, т. 21, с. 308.
43. Кравцов А. В. и др. Препринт № 290, ЛИЯФ, Ленинград, 1976.
44. Алексеева Е. А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1979, т. 29, с. 109.
45. Maenner W. Experimental Meson Spectroscopy — 1974. — In: Proc. of the Boston Conf. Ed. by D. A. Garelik. A.I.P., N. Y., 1974.
46. Shrinivasan V. e.a. — Phys. Rev. D, 1975, v. 12, p. 681.
47. Картамышев А. А. и др. — Письма в ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 68.
48. Бельков А. А., Бунятов С. А. — Ядерная физика, 1979, т. 29, с. 1295.
49. Serebryakov V. V., Shirkov D. V. — Phys. Lett. B, 1967, v. 25, p. 138.
50. Серебряков В. В., Ширков Д. В. — Ядерная физика, 1968, т. 7, с. 170.
51. Serebryakov V. V. Hadron Interactions at Low Energies. — In: Proc. of the Triangle Meeting. VEDA Publishing House, Bratislava, 1975.
52. Durusoy N. B. e.a. — Phys. Lett. B, 1974, v. 45, p. 517.
53. Losty M. J. e.a. — Nucl. Phys. B, 1974, v. 69, p. 185.
54. Hoogland W. e.a. — In: Contrib. to XVIII Intern. Conf. on High Energy Physics, Tbilisi, 1976.
55. Weinberg S. — Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 616.
56. Khuri N. N. — Phys. Rev., 1967, v. 153, p. 1477.
57. Bars I. — Phys. Rev. D, 1970, v. 2, p. 1630.
58. Brown L. S., Goble R. L. — Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 346.
59. Brown L. S., Goble R. L. — Phys. Rev. D, 1971, v. 4, p. 723.
60. Franklin J. — Phys. Rev. D, 1975, v. 11, p. 513.
61. Lehmann H. DESY 72/33, Hamburg, 1972.
62. Lehmann H. DESY 73/26, Hamburg, 1973.
63. Волков М. К., Первушин В. Н. — Ядерная физика, 1974, т. 20, с. 762.
64. Volkov M. K., Pervushin V. N. — Nuovo simento A, 1975, v. 27, p. 277.
65. Volkov M. K. Forsch. Phys., 1971, v. 19, p. 757.
66. Бельков А. А., Бунятов С. А., Первушин В. Н. — Ядерная физика, 1979, т. 30, с. 546.
67. Weinberg S. — Phys. Rev. Lett., 1967, v. 18, p. 188.
68. Chang P., Gurnsey F. — Phys. Rev., 1967, v. 164, p. 1752.
69. Schwinger J. — Phys. Lett. B, 1967, v. 24, p. 473.
70. Nagels M. M. e.a. — Nucl. Phys. B, 1976, v. 109, p. 1.
71. Basdevant J. L., Frogatt C. D., Petersen J. L. — Nucl. Phys. B, 1974, v. 72, p. 413.
72. Ochs W. Preprint MPI-PAE/PTh 32/77.
73. Budnev N. M., Budnev V. M., Serebryakov V. V. — Phys. Lett. B, 1976, v. 64, p. 307.
74. Kim Tse Peng, Zoellner W. — Nucl. Phys., 1962, v. 34, p. 491.
75. Chew G. F., Low E. — Phys. Rev., 1956, v. 101, p. 1571.

76. Chang Lay-Nam.— Phys. Rev., 1967, v. 162, p. 1497.
77. Weinberg S.— In: Proc. of the XIV Conf. on High Energy Phys., Vienna, 1968.
78. Ollson M. G., Turner L.— Phys. Rev. Lett., 1967, v. 20, p. 1127.
79. Long W. F., Kovacs J. S.— Phys. Rev. D, 1973, v. 1, p. 1333.
80. Vereshchagin V. V., Sherman S. G. Preprint LNPI, N 257, Leningrad, 1976.
81. Hattori C. e.a. Progr. Theor. Phys., 1969, v. 41, p. 1515.
82. Бельков А. А., Бунятов С. А., Первушин В. Н. Препринт ОИЯИ, P2-80-67, Дубна, 1980.
83. Батусов Ю. А. и др.— Журн. эксперим. и теорет. физ., 1960, т. 39, с. 1850.
84. Батусов Ю. А. и др.— Докл. АН СССР, 1960, т. 133, с. 52.
85. Perkins W. A. e.a.— Phys. Rev., 1960, v. 118, p. 1364.
86. Bjork C. W. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 62.
87. Blair I. M. e.a.— Phys. Lett. B, 1970, v. 32, p. 528.
88. Кравцов А. В. и др.— Ядерная физика, 1974, т. 20, с. 942.
89. Блохинцева Т. Д. и др.— Ядерная физика, 1970, т. 12, с. 101.
90. Varish V. C. e.a.— Phys. Rev., 1964, v. 135, p. 416.
91. Saxon D. H., Mulvey J. H., Chinowsky W.— Phys. Rev. D, 1970, v. 2, p. 1790.
92. Jones J. A., Allison W., Saxon D. H.— Nucl. Phys. B, 1974, v. 83, p. 93.
93. Sober D. I. e.a.— Phys. Rev. D, 1975, v. II, p. 1017.
94. Burnes e.a. CERN Report 63-27.
95. Кравцов А. В. и др. Препринт ЛИЯФ № 290. Ленинград, 1976.
96. Kirz J., Schwartz J., Tripp D.— Phys. Rev., 1962, v. 126, p. 763.
97. Dubnichka S., Martinovich L. JINR E2-11773, Dubna, 1978.
98. Dubnichka S., Meshcheryakov V. A., Milko J. JINR E2-80-420, Dubna, 1981.
99. Adler S. L.— Phys. Rev. B, 1965, v. 140, p. 736.