«ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ И АТОМНОГО ЯДРА», 1983,
ТОМ 14, ВЫП. 5

Посвящается памяти
Юрия Михайловича Широкова

УДК 539.12.01

КВАНТОВЫЕ СИММЕТРИИ ВО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯХ ЧАСТИЦ*

Д. В. Ширков

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Вводится понятие квантовой симметрии как симметрии, при формулировке которой существенно используются квантовые представления и специфические квантовые понятия. Обсуждаются три принципа квантовой симметрии:

принцип перенормируемости (возможно сверхперенормируемости);
принцип локальной калибровочной симметрии;
принцип суперсимметрии.

Показано, что в развитии квантовой теории поля эти принципы играют детерминистическую роль. Их последовательное, в историческом плане, использование все более ограничивает механизм взаимодействия квантовых полей.

The conception of quantum symmetry is introduced. This is a symmetry formulated with an essential use of quantum ideas and specific quantum notions. Three quantum symmetry principles are under discussion:

the principle of renormalizability (possibly, superrenormalizability);
the principle of local gauge symmetry;
the principle of supersymmetry.

It is shown that these principles play a deterministic role in the development of modern quantum field theory. Their consequent (in a historical sense) use yields a more and more strong limitation on the dynamics of quantum field interaction.

Теория элементарных взаимодействий частиц в течение последних полутора — двух десятилетий испытывает все более четко проявляющееся влияние со стороны принципов симметрии особого типа, формулировки которых существенно используют квантовые представления и специфические квантовые понятия. Здесь имеются в виду:

1) принцип перенормируемости [или даже сверхперенормируемости, т. е. отсутствия расходящихся перенормировок]— принцип ПН (или СПН).

2) принцип локальной калибровочной симметрии (ЛКС).

3) принцип суперсимметрии (СС).

Для того чтобы продемонстрировать роль этих принципов в формировании современного облика квантовой теории поля, напомним некоторые яркие результаты их использования.

Отметим, во-первых, что в отличие от квантовой механики, где формулировка задачи взаимодействия данной совокупности частиц

* Расширенный текст доклада на Ученом совете ОИЯИ 14 января 1982 г.

допускает произвольную функцию (потенциал), в квантовой теории поля произвол в лагранжиане взаимодействия фиксированной системы полей ограничивается небольшим числом констант взаимодействия. Квантовая теория поля не допускает произвольных функций*, что является следствием требования перенормируемости.

Связи между различными константами взаимодействия устанавливаются принципом ЛСК. Этот принцип в полной мере был сформулирован в 1954 г. Янгом и Миллсом, которые на его основе ввели новый класс самодействующих, т. е. удовлетворяющих нелинейным уравнениям, релятивистских векторных полей — неабелевых калибровочных полей, часто называемых также полями Янга — Миллса. Эти поля помимо своих внутренних особенностей, связанных с нелинейностью свободных уравнений движения, замечательны с точки зрения их взаимодействия с остальными полями. Минимальное взаимодействие калибровочного поля с полями материи однозначно по форме и характеризуется единственной константой связи. В случае неабелева поля та же самая константа входит в нелинейные члены свободного уравнения.

Простейшим калибровочным полем является электромагнитное поле $A_\mu(x)$, взаимодействие которого с полями материи $u(x)$ возникает в результате операции удлинения производных по пространственно-временным координатам согласно правилу

$$\partial u(x)/\partial x^\mu \equiv \partial_\mu u(x) \to D_\mu(A)\, u(x) \equiv [\partial_\mu + \mathrm{i}eA_\mu(x)]\, u(x). \qquad (1)$$

Для спинорных полей материи, свободный лагранжиан которых линеен по производным, этот рецепт приводит к возникновению в лагранжиане (или гамильтониане) вкладов, линейных по электромагнитному полю, вида

$$(\text{потенциал}) \times (\text{ток}), \text{ т. е. } eA_\mu(x)\, j^\mu(\psi),$$

где $j^\mu(\psi)$ — ток поля ψ.

Сущность свойства локальной калибровочной симметрии формулируется с помощью понятия фазы поля материи

$$u(x) = |u(x)| \exp(\mathrm{i}\varphi(x)).$$

Из квантовой механики хорошо известно, что фаза φ волновой функции u ненаблюдаема, вследствие чего преобразование изменения фазы

$$u \to u' = u \exp(\mathrm{i}\alpha), \quad \varphi \to \varphi + \alpha \qquad (2)$$

не приводит к каким-либо физическим следствиям. Если параметр α не зависит от пространственно-временных координат $x = (\mathbf{x}, t)$, то (2) называется глобальным калибровочным преобразованием. Оно очевидным образом совместно с уравнениями движения. В более об-

* Этот факт был отмечен более 20 лет назад Фейнманом [1], который, однако, в этой связи делал основной упор на релятивистскую инвариантность.

щем случае преобразование вида

$$u(x) \to u'(x) = u(x) \exp[i\alpha(x)] \tag{3}$$

называется локальным калибровочным преобразованием. Сохранения формы, т. е. ковариантности уравнений движения, удается теперь достичь относительно одновременного преобразования комплексной волновой функции поля материи

$$u \to u \exp[i\alpha(x)], \quad \overset{*}{u} \to \overset{*}{u} \exp[-i\alpha(x)]$$

и преобразования векторного поля типа сдвига

$$A_\mu(x) \to A_\mu(x) + \frac{1}{e}\partial_\mu \alpha(x). \tag{4}$$

Ковариантными оказываются уравнения движения, полученные из лагранжиана

$$L_0(u, \overset{*}{u}, D_\mu(A)u, \overset{*}{D}_\mu(A)\overset{*}{u}) + L_{\mathrm{tr}}(A) = L(u, A), \tag{5}$$

описывающего систему двух полей u и A. При этом первый член в правой части (5) получен удлинением производных по правилу (1) в лагранжиане $L_0(u, \overset{*}{u}, \partial u, \partial\overset{*}{u})$ свободного поля материи u, $\overset{*}{u}$, а второй член есть лагранжиан свободного поля A, инвариантный относительно преобразования (4). Таким образом, ковариантными оказываются не свободные уравнения для поля u, а уравнения движения для системы связанных между собой полей u и A.

Формулы (1) — (5) относятся к самому простому случаю однопараметрической группы преобразований (2), эквивалентной группе $U(1)$ поворотов плоскости. Эта группа перестановочна, т. е. абелева. Соответствующее абелево векторное поле — электромагнитное — как исключение удовлетворяет линейным уравнениям движения.

В более общем случае поле материи $u(x)$ многокомпонентно

$$u \to u_a, \quad a = 1, 2, \ldots, A,$$

и образует A-мерное представление некоторой группы внутренней симметрии G. Аналог преобразования (3) перепутывает между собой компоненты u_a, т. е. имеет матричный характер:

$$u'_a = [\exp i\alpha]^{ab} u_b.$$

Число независимых параметров преобразования α равно размерности группы G. В общем случае два преобразования подобного вида неперестановочны и группа G оказывается неабелевой. Возникающее при этом неабелево калибровочное поле B^{ab}_μ «несет» на себе индексы группы G, т. е., как говорят, принимает значения в группе G и реализует так называемое присоединенное представление, преобразуясь по закону, аналогичному (4).

Специфической чертой любого калибровочного поля является его безмассовость, обусловленная тем, что член с массой в лагранжиане и уравнениях движения должен содержать непосредственно векторный потенциал (а не его производную) и потому явным образом неинвариантен относительно преобразования вида (4). Факт безмассовости калибровочных полей также усложняет процедуру их квантования, поскольку связан с «избыточностью» описания соответствующей физической системы в терминах потенциалов (а не напряженностей), и в конечном счете приводит к тому, что с формальной стороны система полей, включающая калибровочное поле, оказывается аналогичной механической системой со связями.

Поскольку помимо фотонов никаких безмассовых частиц со спином единица на опыте не наблюдалось, неабелевы калибровочные поля долгое время после их открытия рассматривались в качестве «изящной безделушки», не имеющей отношения к реальному миру.

Тем не менее к началу 70-х годов благодаря успешному преодолению трудностей квантования полевых систем со связями и обнаружению способа введения массы, не нарушающего калибровочную симметрию (метод спонтанного нарушения симметрии и механизм Хиггса), эти поля заняли центральное место в аппарате современной теории взаимодействия частиц. Вместе с абелевым калибровочным полем, представляющим ядро квантовой электродинамики, поля Янга — Миллса образуют фундамент теории электрослабых взаимодействий Глешоу — Вайнберга — Салама, а также квантовой хромодинамики, являющейся современной основой теории сильных взаимодействий. Кванты неабелева калибровочного поля цветовой группы $SU(3)$ — глюоны — заняли место мезонов Юкавы в роли универсального переносчика сильных взаимодействий между кварками и самими глюонами.

Не менее извилистую историю имеет свойство перенормируемости. В начале более чем 30-летнего периода существования перенормируемой теории возмущений это свойство представлялось слабым местом квантовой теории поля, существенно ограничивающим класс взаимодействий полей, для которых удавалось однозначно вычислять радиационные поправки, и казалось проявлением несовершенства доступных теоретических методов, в первую очередь метода теории возмущений и перенормировок по теории возмущений. В противоположность этому в начале 70-х годов свойство перенормируемости, наложенное как требование, сыграло существенную роль в построении единой перенормируемой модели электромагнитного и слабого взаимодействий и привело в конечном счете к предсказанию существования нейтральных токов и четвертого, так называемого «очаровательного» кварка.

В настоящее время представляется несомненным, что свойство перенормируемости теории возмущений удовлетворяется тремя основными взаимодействиями (электромагнитным, слабым и сильным), построенными на основе механизма ЛКС. Нерешенным пока остается вопрос о перенормируемости квантовой гравитации. Здесь, однако, появились и существенно усилились за последние годы надежды, связанные с суперсимметрией и супергравитацией.

Суперсимметрия была открыта на рубеже 60—70-х годов сначала в алгебраической форме (как расширение алгебры группы Пуанкаре, включающее антикоммутирующие элементы), а затем и в квантово-полевой формулировке. Суперсимметрия может быть определена как симметрия между бозе- и ферми-полями, т.е. между квантовыми полями, одна часть которых удовлетворяет перестановочным соотношениям Бозе — Эйнштейна, а другая — статистике Ферми — Дирака и принципу исключения Паули.

Явно инвариантная формулировка теории с симметрией между полевыми функциями различной статистики связана с использованием особого алгебраического объекта — алгебры Грассмана. Простейшая алгебра Грассмана с инволюцией (аналог операции сопряжения) основана на двух образующих θ и $\bar{\theta}$, антикоммутирующих друг с другом, причем квадрат каждого равен нулю: $\theta\bar{\theta} + \bar{\theta}\theta = \theta^2 = \bar{\theta}^2 = 0$. Таким образом, эта алгебра нильпотентна. Более сложные алгебры Грассмана содержат четное число образующих θ_α, $\bar{\theta}_\beta$, $1 \leqslant \alpha,\ \beta \leqslant n$, таких что

$$\theta_\alpha\theta_\beta + \theta_\beta\theta_\alpha = \bar{\theta}_\alpha\theta_\beta + \theta_\beta\bar{\theta}_\alpha = \bar{\theta}_\alpha\bar{\theta}_\beta + \bar{\theta}_\beta\bar{\theta}_\alpha = \theta_\alpha^2 = \bar{\theta}_\beta^2 = 0.$$

Рассмотрим теперь произвольную функцию образующих θ, $\bar{\theta}$. Как нетрудно понять, она может быть выражена степенным разложением с небольшим числом членов. Например при $n = 1$

$$\Phi(\theta, \bar{\theta}) = \varphi + \bar{\theta}\psi + \bar{\psi}\theta + \bar{\theta}\theta u.$$

Члены более высоких степеней отсутствуют в силу нильпотентности. Если предположить еще, что образующие θ, $\bar{\theta}$ являются спинорами группы Пуанкаре (образуют действительный майорановский спинор), т. е. имеют спинорный индекс, принимающий два значения, то появляется возможность распорядиться свойствами коэффициентов φ, ψ, $\bar{\psi}$ и u таким образом, чтобы получить простые свойства для Φ. Именно, полагая, что φ и u являются эрмитовыми скалярными бозе-полями, а ψ, $\bar{\psi}$ — спинорным ферми-полем, получаем, что коммутатор двух эрмитовых форм

$$\Phi(x, \theta, \bar{\theta}) = \varphi(x) + \bar{\theta}\psi(x) + \bar{\psi}(x)\theta + \bar{\theta}\theta u(x) \tag{6}$$

выражается линейным образом

$$[\Phi(x, \theta, \bar{\theta});\quad \Phi(y, \theta, \theta)] = \Delta(x-y, \theta, \bar{\theta})$$

через коммутатор скалярного поля φ и антикоммутатор спинорного и не содержит операторных квантовых полей.

Таким образом, комбинация вида (6), являясь скаляром неоднородной группы Лоренца, удовлетворяет перестановочным соотношениям Бозе — Эйнштейна. Она может быть названа скалярным бозонным суперполем или, короче, скалярным суперполем. Можно построить аналогичные линейные формы, соответствующие спинорным представлениям группы суперсимметрии, например суперспинор

$$\Psi_\alpha(x, \theta) = \psi_\alpha(x) + \varphi(x)\theta_\alpha,$$

удовлетворяющий антикоммутационным соотношениям вида

$$\{\Psi_\alpha(x, \theta), \overline{\Psi}_\beta(x, \overline{\theta})\}_+ = S_{\alpha\beta}(x-y, \theta, \overline{\theta}),$$

т. е. являющийся суперферми-полем, и т. д. Регулярные правила построения суперполей дает теория представлений.

Суперсимметричные модели квантовой теории поля могут быть записаны либо в терминах суперполей

$$\Phi(x, \theta, \overline{\theta}); \quad \Psi(x, \theta); \quad \overline{\Psi}(x, \overline{\theta}); \quad B_\mu(x, \theta, \overline{\theta}); \ \ldots$$

либо через составляющие поля

$$\varphi(x), \ \psi(x), \overline{\psi}(x), \ u(x), \ b_\mu(x), \ \ldots,$$

являющиеся представлениями группы Пуанкаре. При этом оказывается, что достаточно простая супермодель с одной константой связи, например $g\Phi^3$, будучи расписана в пуанкаре-компонентах, эквивалентна лагранжиану системы соответствующих составляющих полей, состоящему из суммы произведений различных обычных полей, причем каждое из слагаемых лагранжиана содержит одну и ту же константу связи g. В итоге суперсимметрия устанавливает простые связи между константами взаимодействия некоторой совокупности бозе- и ферми-полей, набор которых также фиксирован.

Исследование структуры расходимостей ряда суперсимметричных моделей еще в середине 70-х годов выявило ряд любопытных свойств. В частности, оказалось, что в таких моделях часто проявляется тенденция к сокращению расходимостей. Были обнаружены модели, лагранжиан взаимодействия которых, будучи представлен через составляющие поля, выражается суммой членов, каждый из которых по отдельности требует введения большого числа бесконечных контрчленов. Однако при вычислении суммы вкладов данного порядка по g от всех слагаемых полного лагранжиана взаимодействия оказывается достаточным небольшого числа контрчленов, не нарушающих суперсимметрию. Основная масса контрчленов, выраженных через составляющие поля, компенсирует друг друга. Здесь удобно сформулировать правила Фейнмана непосредственно в терминах суперполей. Соответствующие суперпропагаторы

$$\langle T\Phi(x, \theta, \overline{\theta})\,\Phi(y, \theta', \overline{\theta}')\rangle_0 = \Delta^c(x-y, \theta, \overline{\theta}, \theta', \overline{\theta}')$$

являются функциями разности $x - y$ и грассмановых образующих θ, $\overline{\theta}$. Если теперь провести описанные выше вычисления вкладов теории возмущений по суперправилам Фейнмана, то компенсирующие друг друга расходимости не возникают вообще.

Этот факт имеет известную историческую аналогию. После создания в конце 40-х годов ковариантной теории возмущений, в которой частицы и античастицы в виртуальных состояниях были объединены в единые пропагаторы Штюкельберга — Фейнмана, оказалось, что степень некоторых расходимостей изменилась. Расходимость собственной энергии электрона понизилась с линейной до логарифмической.

Возможно, что наиболее важными с физической точки зрения являются примеры полной компенсации расходимостей в некоторых специфических моделях. Речь идет о так называемых моделях расширенной суперсимметрии, зависящих от $4N$ грассмановых образующих (т. е. от $2N$ двухкомпонентных грассмановых спиноров θ_1^α, $\bar{\theta}_1^\alpha$, . . ., θ_N^β, $\bar{\theta}_N^\beta$; α, $\beta = 1, 2$). Среди них имеются модели с минимальными значениями спинов составляющих полей, в которых значения этих спинов не превышают некоторого максимального значения J, связанного с числом N простым соотношением $N = 4J$. Известны [2] три такие модели:

а) расширенная $N = 2$ модель с максимальным спином $J = 1/2$;

б) расширенная $N = 4$ модель с максимальным значением спина $J = 1$, которому отвечает калибровочное векторное поле (суперкалибровочная модель);

в) расширенная $N = 8$ модель с максимальным спином $J = 2$, соответствующим гравитону (расширенная супергравитация).

В этих трех моделях, которые по формальному счету степеней расходимостей в терминах составляющих полей (т. е. при вычислениях по обычным правилам Фейнмана) оказываются расходящимися логарифмически, эффект сокращения расходимостей приводит к полной компенсации расходящихся вкладов в величину перенормировки константы связи (иначе — к равенству нулю вкладов в так называемую ренормгрупповую бета-функцию). Сейчас это установлено:

для $N = 2$ расширенной суперсимметричной так называемой «сигма-модели» в произвольном порядке теории возмущений;

для $N = 4$ суперкалибровочной модели в одно-, двух- и трехпетлевом приближениях.

При этом оказывается, что при последовательном учете суперсимметрии на промежуточных этапах вычислений, т. е. при вычислениях по суперправилам Фейнмана, логарифмические расходимости перенормировок пропагаторов и вершинных функций, которые при покомпонентных вычислениях компенсируют друг друга в перенормировке константы связи, не возникают вовсе.

В то же время в супергравитации факт отсутствия расходимостей был установлен без каких-либо вычислений на основании невозможности сконструировать суперсимметричную операторную форму, отвечающую структуре одно- и двух петлевых диаграмм Фейнмана.

Таким образом, получены серьезные указания на возможность существования небольшого числа «исключительных» моделей квантовой теории поля в четырехмерном пространстве — времени, которые не содержат ультрафиолетовых расходимостей в константах перенормировки операторных полевых функций, пропагаторов, вершинных функций и констант связи. Разумеется, для полного освобождения от расходимостей придется решить еще проблему собственных масс частиц полей материи.

Наибольший интерес для приложений представляет расширенная $N = 8$ супергравитация, которая дает надежду на существование механизма полного объединения всех четырех (электромагнитного, слабого, сильного и гравитационного) взаимодействий, свободного не только от неперенормируемых расходимостей, обычно сопровождающих процедуру квантования гравитационного поля, но и от расходимостей вообще [3].

В том случае, если эти надежды осуществятся, мы имеем шанс получить картину полного объединения (иначе суперобъединения), при котором в области сверхвысоких энергий при

$$E \gg M_{\text{п}}, \quad M_{\text{п}} \sim (10^{14} \div 10^{18}) \text{ ГэВ}$$

полностью объединенная бегущая константа связи $\bar{\alpha}_{\text{п}}$ перестает «бежать», т. е. меняться с дальнейшим ростом энергии, и оказывается равной некоторой константе α_0, которая и соответствует константе связи, стоящей в лагранжиане. В практических низкоэнергетических вычислениях значение массы полного объединения $M_{\text{п}}$ выступает в роли эффективного импульса обрезания. С точки зрения таких вычислений вклад диаграмм со сверхтяжелыми виртуальными частицами, компенсирующими расходимости «легких» диаграмм, можно рассматривать как своеобразную «материализацию духов Паули — Вилларса».

Ультрафиолетовые расходимости выступают при этом как паразитные эффекты, не соответствующие физике дела, а искусственно возникшие вследствие несовершенства традиционного метода исследования, разделяющего единый суперсимметричный лагранжиан на несимметричные слагаемые, которые на первом этапе исследования рассматриваются отдельно друг от друга.

Уподобим мир элементарных взаимодействий частиц изящной вазе с плавными формами или статуе больших размеров, а физика-исследователя — пигмею, который откалывает от вазы кусочек и и уносит в лабораторию для анализа. Через некоторое время он знает все об отбитом куске и ничего о сосуде в целом. При этом, однако, кроме традиционных лабораторных средств и оборудования ему потребовались также иод, вата и бинты для лечения порезов на руках от острых краев осколка вазы. Расходимости, контрчлены, регуляризации, возможно, также не нужны для понимания картины взаимодействия в целом, как не нужны медикаменты при исследовании целой вазы.

Последовательный учет трех квантовых симметрий, соответствующий их хронологическому порядку использования, может быть представлен в виде довольно стройного ряда.

1. Переход от квантовой механики к перенормируемой квантовой теории поля (учет принципа ПН) привел к тому, что взамен функционального произвола, характеризуемого потенциальной функцией, мы получили лишь набор произвольных постоянных — констант связи.

2. Учет принципа ЛКС, т. е. введение калибровочных полей, приводит к установлению связей (в простейших случаях равенств) между константами взаимодействия данного калибровочного поля с полями материи.

3. Использование принципа СС вводит вполне определенные наборы, состоящие как из бозе-, так и из ферми-полей (супермультиплеты) взаимодействия которых описываются единственной константой связи.

Наконец, представляется весьма заманчивой перспектива четвертого этапа:

4. Наложение требования сверхперенормируемости (принцип СПН, понимаемый как условие отсутствия ультрафиолетовых расходимостей в моделях, содержащих расходимости по формальным признакам счета степеней полей и их производных в лагранжиане) при заданном значении спина участвующих частиц фиксирует суперсимметричную модель. Полагая этот спин равным двум, получаем шанс достичь однозначного описания мира взаимодействий квантовых полей в области достаточно высоких энергий.

Тем самым, возможно, на наших глазах начинает осуществляться мечта Эйнштейна более чем полувековой давности: «...мы хотим не только знать, как устроена природа (и как происходят природные явления), но и по возможности достичь цели, может быть утопической и дерзкой на вид,— узнать, почему природа является именно такой, а не другой» [4].

Как уже отмечалось, все четыре принципа — ПН, ЛКС, СС, СПН — по своей природе являются квантовыми, так как для их формулировки необходимы чисто квантовые понятия:

понятие фазы волновой функции и независимости от нее наблюдаемых величин;

понятие о различных квантовых статистиках и о бозе- и ферми-полях;

понятие о происхождении и структуре ультрафиолетовых расходимостей в квантовой теории поля и о процедуре перенормировки.

Как мы убедились, последовательное использование этих квантовых принципов вносит мощную детерминистическую струю в мир квантовых явлений, который в основе своей подчинен статистическим закономерностям.

Мне приятно поблагодарить Г. Я. Мякишева за дискуссии, давшие первоначальный толчок к возникновению этой работы, а также вспомнить беседы с Ю. М. Широковым, который придавал большое значение общим взглядам на современную физику и в особенности на роль в ней квантовых законов. Я признателен В. И. Огиевецкому за ряд ценных замечаний.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Фейнман Р.** Теория фундаментальных процессов. М.: Наука, 1978, § 24.
2. **Townsend P. K.** Finite Field Theory? CERN Preprint TH. 3066, 1981.
3. **Hawking A.** Is the end in sight for theoretical physics? CERN COURIER, 21, № 2, March 1981, p. 73.
4. **Эйнштейн А.** О современном состоянии теории поля.— Собр. науч. трудов. Т. 2. М.: Наука, 1966, с. 245.