

ГАРМОНИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НА ГРУППЕ ЛОРЕНЦА И АМПЛИТУДА УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ АДРОНОВ

С. Б. Дренска, С. Ш. Мавродиев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

На основе простых квантовомеханических предположений с использованием пространства релятивистской относительной координаты построена амплитуда упругого протон-протонного рассеяния при высоких энергиях. Получено описание $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$, $\sigma_t(s)$ и $\rho(s)$. Амплитуда зависит от энергии посредством функции $R(s)$, которая согласно оптической теореме определяет полное сечение по формуле $\sigma_t(s) = 2\pi R^2(s)$ и интерпретируется как эффективный радиус адрон-адронного взаимодействия.

Исследована зависимость адрон-адронных полных сечений от квантовых чисел сталкивающихся частиц. Получено описание полных сечений \bar{p} -, p -, π^{\mp} -, K^{\mp} -протонных взаимодействий и их асимптотическое поведение при $s \rightarrow \infty$.

The amplitude of the proton-proton elastic scattering at high energies is constructed on the basis of simple quantum-mechanical assumptions and with the help of the relativistic coordinate space. The description of $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$, $\sigma_t(s)$ and $\rho(s)$ is obtained. The amplitude depends on the energy through the function $R(s)$, which according to the optical theorem determines the total cross section by the formula $\sigma_t(s) = 2\pi R^2(s)$ and interpreted as the effective radius of the hadronic interactions. The dependence of the total cross sections on the quantum numbers of the colliding hadrons is investigated. A description of the total cross sections of the \bar{p} -, p -, π^{\mp} -, K^{\mp} — proton interactions is obtained their asymptotic behaviour at $s \rightarrow \infty$ is considered.

ВВЕДЕНИЕ

Изучение адрон-адронных взаимодействий при высоких энергиях является одной из актуальных задач физики элементарных частиц. Если релятивистская механика одной частицы возникла практически вместе с созданием специальной теории относительности, то релятивистской теории двух взаимодействующих частиц не существует и по сей день.

В отсутствие последовательной теории сильных взаимодействий естественно наряду с общими теоретическими представлениями пытаться решать предварительные задачи об эвристической систематике элементарных частиц [1] и экспериментальных данных об их взаимодействиях.

Одним из важнейших методов для исследования динамики сильных взаимодействий является квазипотенциальный подход, предложенный и разработанный А. А. Логуновым и А. Н. Тавхелидзе [2]. Этот подход и его модификации [3] послужили основой для ряда моделей сильного взаимодействия элементарных частиц (см. [4] и цитированную там литературу), созданных для описания богатого экспериментального материала, накопленного за последние 15 лет на ускорителях Серпухова, CERN ISR, FERMILAB [5—9]. Существует также ряд других моделей адрон-адронных взаимодействий при высоких энергиях [10—15], основанных на применении оптических аналогий в физике сильных взаимодействий, на предположениях об аналитических свойствах амплитуды рассеяния и составной структуре адронов.

Наш анализ адрон-адронных взаимодействий при высоких энергиях основан на следующих двух гипотезах:

а) сильное взаимодействие двух частиц можно описывать по аналогии с задачей квантовой механики об эффективной частице в эффективном поле. Причем эффективное поле (квазипотенциал), вообще говоря, зависит от энергии [2];

б) пространство динамических величин (относительный импульс и относительная координата) не является евклидовым, а радиус кривизны пространства относительного импульса может зависеть от энергии и масс двух взаимодействующих частиц.

В разд. 1 сделаны основные предположения и дана постановка задачи. В разд. 2 приведены основные формулы релятивистского анализа Фурье, который связывает сопряженные динамические переменные.

В разд. 3 сформулирована математическая модель амплитуды в пространстве относительной релятивистской координаты и решена обратная задача о нахождении по экспериментальным данным количества, величины и статистической неопределенности неизвестных параметров. Получены аналитические выражения для амплитуды в пространствах относительной координаты и относительного импульса. Приведено сравнение полученных выражений для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$, $\sigma_t(s)$, $\rho(s)$ с экспериментальными данными. Приведено предсказание о поведении упругого pp -сечения для кинематически допустимых импульсов при более высоких энергиях.

В разд. 4 исследована зависимость полных сечений адрон-адронных взаимодействий от квантовых чисел сталкивающихся частиц при энергиях $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ. Предсказано поведение полных сечений протона с гиперонами, а также некоторых протон-ядерных взаимодействий при высоких энергиях. Исследовано поведение с увеличением энергии некоторых кварковых правил сумм.

В разд. 5 получено феноменологическое описание полных сечений $\bar{p}p$ -, pp -, $\pi^{\mp}p$ -, $K^{\mp}p$ -взаимодействий с пороговых энергий в терминах эффективного радиуса взаимодействия. Исследована асимп-

тотика полученного выражения для полных сечений частиц и античастиц.

В разд. 6 приведены основные результаты и предсказания.

Для решения переопределенных систем нелинейных алгебраических уравнений используется метод авторегуляризованных итерационных процессов типа Гаусса — Ньютона [16].

Для получения графической информации использован язык SIGMA [17] и программный пакет HPLOT [18].

1. ПРЕДПОЛОЖЕНИЯ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для изучения двухчастичной релятивистской системы в рамках четырехфермионного формализма Фейнмана — Дайсона используется полностью ковариантное уравнение Бете — Солпитера [19]. Несмотря на свои преимущества в этом подходе нет ясного физического понимания зависимости волновой функции от относительного времени двух частиц.

Квазипотенциальный подход благодаря вероятностной интерпретации волновой функции двухчастичной задачи позволяет пользоваться физически ясными квантовомеханическими аналогиями. По своим идеям квазипотенциальный подход близок к оптической модели ядра, причем задача рассеяния рассматривается не как проблема двух частиц, а как задача движения нуклона в поле, описываемом квазипотенциалом. В случае сильных взаимодействий регулярный метод для построения квазипотенциала не существует. Обычно он строится феноменологически на основе общих принципов [11] и в качестве затривочного потенциала используется потенциал гауссова типа.

Неоднозначность, связанная с продолжением амплитуды в область вне массовой поверхности, приводит к задаче об определении массы эффективной частицы [20].

В нерелятивистской квантовой механике (см., например, [21]), где имеется уравнение Шредингера и способ введения взаимодействия известен, задача двух тел сводится к задаче об одной эффективной частице в эффективном поле. В пространстве эффективной волновой функции реализуется (с точностью до вращения) единичное представление группы Галилея (см. [22] и список работ там же). Группа трансляции пространства относительного импульса изоморфна группе галилеевых бустов, но не является группой ковариантности уравнения. Редукция унитарных представлений этой группы на неприводимые представления приводит к гармоническому анализу [23] с трехмерной экспонентой. Этот анализ Фурье связывает нерелятивистскую относительную координату с нерелятивистским относительным импульсом. Теоретико-групповой анализ нерелятивистского атома водорода показывает, что трехмерная плоская волна свободного движения эффективной частицы не является трехмерной частью четырехмерной плоской волны $\exp[i(Et - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x})]$ движения центра

масс системы, а появляется при разложении на неприводимые представления регулярного представления группы сдвигов пространства относительного импульса [24], т. е., если геометрия пространства относительного импульса двухчастичной системы известна, следуя вышеуказанной теоретико-групповой конструкции, можно определить пространство относительной координаты системы [24].

Интегральное представление амплитуды упругого рассеяния в виде разложения Фурье

$$T(\mathbf{q}) = -\frac{m}{4\pi} \int d^3\mathbf{r} \exp(-i\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}) T(\mathbf{r}), \quad (1)$$

где \mathbf{q} — переданный импульс, может быть истолковано как борновское приближение для решения уравнений Шредингера и в случае кулоновского потенциала приводит к известной формуле Резерфорда (см., например, [21]).

В работах [3] на основе гамильтоновой формулировки квантовой теории поля развит вариант квазипотенциального подхода к релятивистской задаче двух частиц, в котором трехмерность заложена с самого начала. Все виртуальные частицы лежат на своих массовых поверхностях. В силу трехмерности в этом подходе можно построить уравнения, описывающие двухчастичные релятивистские системы, которые имеют ту же форму, что и соответствующие нерелятивистские уравнения Шредингера и Липмана — Швингера. В отличие от нерелятивистских уравнений здесь все интегрирования производятся по трехмерному импульсному пространству Лобачевского. Это пространство реализуется на верхней полё гиперboloида

$$q = (\sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2}, \mathbf{q}), \quad (2)$$

т. е. на массовой поверхности одной релятивистской частицы. Группой движения пространства Лобачевского является группа Лоренца. При разложении на неприводимые представления регулярного представления группы Лоренца, действующего в пространстве квадратично-интегрируемых на гиперboloиде (2) функций*, возникает релятивистский анализ Фурье [24]. Появляется связь пространства трехмерного относительного импульса q двухчастичной системы с пространством трехмерной относительной координаты r .

В настоящей работе, следуя формулировке квазипотенциального подхода [3] и идее о геометризации релятивистской задачи двух тел [26], предположим, что относительный импульс эффективной частицы двухадронной релятивистской системы принадлежит пространству Лобачевского (2), а эффективная масса может зависеть как от масс двух сталкивающихся адронов m_1 и m_2 , так и от энергии** $s = (p_1 + p_2)^2$, т. е. $m = m(m_1, m_2, s)$. Релятивистским аналогом (1)

* В работах [25] эти представления группы Лоренца были использованы впервые для разложения амплитуды рассеяния.

** В работе [27], например, эффективная масса задается выражением $m_{\text{эф}} = \frac{\sqrt{m_1^2 + \mathbf{q}^2} + \sqrt{m_2^2 + \mathbf{q}^2}}{\sqrt{s}}$, где \mathbf{q} — относительный импульс в с.ц.и.

является интегральное представление

$$T(s, t) = -\frac{m}{4\pi} \int d^3r \xi^+(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) T(s, \mathbf{r}), \quad (3)$$

где $t = (p_1 - p_3)^2 = -\mathbf{q}^2$ — квадрат переданного импульса и в бесспиновом случае

$$\xi(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) = \left(\frac{\sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}}{m} \right)^{-1 - imr}, \quad \mathbf{n}^2 = 1,$$

где t интерпретируется как относительный импульс, а $\mathbf{r} = \mathbf{r}\mathbf{n}$ — как относительная координата. Благодаря тому что релятивистская плоская волна при $|\mathbf{q}| \ll m$ переходит в обычную трехмерную экспоненту $\exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$, степенное поведение $T(s, t)$ при больших переданных импульсах $|t|$ переходит в экспоненциальное при $\sqrt{|t|} \ll m$, т. е. формула (3) дает возможность качественно описать экспериментально наблюдаемое экспоненциально-степенное поведение упругого дифференциального сечения. На основании этого свойства интегрального представления (3) мы исследуем возможность построить амплитуду упругого pp -рассеяния [28], которая количественно описывает все экспериментальные данные для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$, $\sigma_t(s)$ и $\rho(s)$ при $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ и $0,0375 \leq |t| \leq 9,75$ ГэВ²*

2. РЕЛЯТИВИСТСКИЙ АНАЛИЗ ФУРЬЕ

В нерелятивистской квантовой механике анализ двухчастичной стационарной системы показывает, что информация о динамике системы содержится в волновой функции относительного импульса (координаты) двух частиц. В пространстве эффективной волновой функции реализуется (с точностью до вращения) единичное представление группы Галилея [22]. Редукция унитарных представлений группы трансляции пространства относительного импульса на неприводимые представления приводит к трехмерному гармоническому анализу с трехмерной экспонентой $\exp(-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r})$. Основная формула нерелятивистского анализа, связывающая импульсное и координатное представление, как хорошо известно, имеет вид:

$$\Psi(\mathbf{q}) = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \int d^3r e^{-i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \Psi(\mathbf{r}). \quad (4)$$

Если представление группы галилеевых бустов T_q задано в импульсном пространстве, т. е.

$$T_q \Psi(\mathbf{p}) = \Psi(\mathbf{p} - \mathbf{q}),$$

то T_q разлагается на неприводимые представления $T_q^{[r]}$, которые действуют в координатном пространстве следующим образом:

$$T_q^{[r]} \Psi(\mathbf{r}) = e^{-\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} \Psi(\mathbf{r}).$$

* В работе принято $\hbar = c = 1$

Соотношение неопределенностей Гейзенберга

$$\Delta r \Delta p \geq \hbar/2,$$

как хорошо известно, можно получить как следствие (4) и диагональности операторов координаты и импульса в p - и r -представлениях соответственно.

Пусть $\Psi_\mu^{(S)}(\mathbf{q})$ — релятивистская волновая функция эффективной частицы системы двух адронов с массой m , спином S , проекцией спина μ и импульсом \mathbf{q} , который принадлежит пространству Лобачевского.

Представление группы Лоренца задается формулой *

$$T_p \Psi_\mu^{(S)}(\mathbf{q}) = \sum_{\mu'=-S}^S D_{\mu\mu'}^{(S)}(V(p, q)) \Psi_{\mu'}^{(S)}(\mathbf{q}(-)p),$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{q}(-)p &= \Lambda_p^{-1} \mathbf{q} = \left(\mathbf{q} - \frac{\mathbf{p}}{m_p} \frac{q_0 p_0 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{p}}{m_p p_0 + q_0 p_0 - \mathbf{q} \cdot \mathbf{p}} \right) \equiv \\ &\equiv \left(\mathbf{q} - \frac{\mathbf{p}}{m_p} \frac{q p}{m_p p_0 + q p} \right), \\ q_0 &= \sqrt{m_q^2 + \mathbf{q}^2}, \quad p_0 = \sqrt{m_p^2 + \mathbf{p}^2}. \end{aligned}$$

Матрица вигнеровского поворота V имеет вид:

$$V(p, q) = B_q^{-1} B_p B_{q(-)p} = V^{-1}(q, p),$$

где

$$B_p = \frac{m_p + p}{\sqrt{2m_p(m_p + p_0)}},$$

а

$$p = p^\mu \sigma_\mu = p_0 \sigma_0 - \mathbf{p} \cdot \boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} p^0 + p^3 & p^1 - i p^2 \\ p^1 + i p^2 & p^0 - p^3 \end{pmatrix}.$$

Матрицы Паули

$$\boldsymbol{\sigma} = \left[\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right].$$

Матричные элементы представления вращения веса S имеют вид:

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu}^{(S)}(\mathbf{n}) &= \left(\frac{(S+\nu)!(S-\nu)!}{(S+\mu)!(S-\mu)!} \right)^{1/2} \exp[i(-\mu+\nu)\varphi] \times \\ &\times \sum_k (-1)^{S-\nu+k} \binom{S-\mu}{k} \binom{S+\mu}{S-\nu-k} \left(\cos \frac{\theta}{2} \right)^{\mu+\nu+2k} (\sin \theta/2)^{2S-\mu-\nu-2k}, \end{aligned}$$

* Здесь приняты обозначения [29].

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \sin \theta \cos \varphi \\ \sin \theta \sin \varphi \\ \cos \theta \end{pmatrix}, \quad n^2 = 1.$$

Разложение представления T_p группы Лоренца на неприводимые представления $T_p^{[v, r]}$ при $v = -S, \dots, S; 0 \leq r \leq \infty$ дается формулами:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_\mu^{(S)}(\mathbf{q}) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{v=-S}^S \int_0^\infty (v^2 + r^2) dr \int d^2\mathbf{r} \xi_{\mu\nu}^{+(S)}(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) \Psi_\nu^{(S)}(\mathbf{r}), \\ \Psi_\mu^{(S)}(\mathbf{r}) &= \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_{v=-S}^S \int \frac{d^3\mathbf{q}}{2\sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2}} \xi_{\mu\nu}^{(S)}(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) \Psi_\nu^{(S)}(\mathbf{q}), \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где $d^2\mathbf{r} = \sin \theta \cos \theta d\varphi$.

Релятивистская плоская волна есть

$$\xi_{\mu\nu}^{(S)}(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) = \xi(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) D_{\mu\nu}^{(S)}(\mathbf{r}(-)\mathbf{p}),$$

где

$$\xi(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) = \left(\frac{\sqrt{m^2 + \mathbf{q}^2} - \mathbf{q} \cdot \mathbf{n}}{m} \right)^{-1 - imr}, \quad S = 0. \quad (6)$$

Аналогом соотношения неопределенностей Гайзенберга в случае нулевого спина и анализа Фурье (5) будет соотношение между быстротой и релятивистской координатой [24]:

$$\Delta\chi\Delta r \geq \frac{\hbar}{2mc} *.$$

Динамическая переменная Фейнмана — быстрота — задается формулой

$$\chi = \ln \left(\sqrt{1 + \frac{\mathbf{q}^2}{m^2}} + \frac{|\mathbf{q}|}{m} \right). \quad (7)$$

В сферических координатах импульс эффективной частицы можно выразить через быстроту формулой

$$\mathbf{q} = \begin{pmatrix} m \operatorname{ch} \chi \\ m \operatorname{sh} \chi \mathbf{n} \end{pmatrix}, \quad n^2 = 1.$$

Согласно формулам (6) и (7) можно показать, что

$$\lim_{|\mathbf{q}| \ll m} \xi(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) = \exp(i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}); \quad (8)$$

$$\lim_{|\mathbf{q}| \ll m} \chi = \frac{|\mathbf{q}|}{m}. \quad (9)$$

* Для ясности здесь восстановлены размерные константы.

Под знаком интеграла имеет место теорема сложения релятивистских плоских волн

$$\begin{aligned} & \int d^2\mathbf{r}\xi^{\dagger(S)}(m, \mathbf{q}, \mathbf{r}) \xi^{(S)}(m, \mathbf{p}, \mathbf{r}) = \\ & = D^{(S)}(V(p, q)) \int d^2\mathbf{r}\xi^{\dagger(S)}(m, \mathbf{q}(-)\mathbf{p}, \mathbf{r}) D^{(S)}(\mathbf{r}). \end{aligned}$$

Как хорошо известно, в нерелятивистской квантовой механике борновская амплитуда является трехмерным образом Фурье потенциала взаимодействия. В релятивистском случае нам не известно ни точное уравнение (вместе с граничными условиями), ни квазипотенциал. Поэтому предположим, что для амплитуды упругого адрон-адронного рассеяния справедливо интегральное представление *

$$T(s, t) = -\frac{m}{4\pi} \int d^3\mathbf{r}\xi^{\dagger}(m, \mathbf{t}, \mathbf{r}) T(s, \mathbf{r}). \quad (10)$$

Тогда благодаря свойству (8) релятивистской плоской волны $\xi(m, \mathbf{t}, \mathbf{r})$ если поведение амплитуды $T(s, \mathbf{r})$ в относительном координатном пространстве таково, что $T(s, t)$ имеет степенное поведение $\sim t^{-a}$, то при $\sqrt{|t|} \ll m$ это поведение переходит в экспоненциальное $\sim e^{-at}$. Таким образом, экспоненциально-степенное поведение упругого дифференциального сечения объясняется тем, что локальная геометрия на гиперboloиде есть геометрия Евклида. Это утверждение легко понять на основе мнемонического правила: формулы нерелятивистского анализа Фурье переходят в релятивистские с помощью замены

$$\sqrt{-t} \rightarrow m\chi = m \ln \left(\sqrt{-\frac{t}{m^2}} + \sqrt{1 - \frac{t}{m^2}} \right),$$

т. е.

$$\exp(-bm\chi) = \left(\sqrt{-\frac{t}{m^2}} + \sqrt{1 - \frac{t}{m^2}} \right)^{-bm} \xrightarrow{\sqrt{-t} \ll m} \exp(-b\sqrt{-t}).$$

3. АМПЛИТУДА УПРУГОГО pp -РАССЕЯНИЯ

Предположим, что для амплитуды упругого pp -рассеяния справедливо интегральное представление (10). Тем самым мы ограничимся скалярным приближением. Моделируем амплитуду $T(s, r)$ в r -пространстве в следующем виде:

$$\dot{T}(s, r, A) = \sum_k \frac{a_k(s) e^{-b_k(s)r}}{c_k(s) - r + id_k(s)}, \quad (11)$$

где a_k, b_k, c_k, d_k — неизвестные функции энергии, A — набор неизвестных параметров. Такой выбор $T(s, r)$ обусловлен аналогией с квантовой механикой многоэлектронного атома и экспоненциально-

* Для простоты, здесь спин $S = 0$.

степенным поведением упругого pp -рассеяния. Можно отметить, что в рамках квантовой теории поля было получено аналогичное поведение в r -пространстве для так называемых сингулярных потенциалов (см. [30]).

Формула (10) в случае сферической симметрии (11) принимает вид

$$T(s, t, A) = -\frac{1}{\text{sh } \chi} \int_0^{\infty} dr r \sin(m\chi r) T(s, r, A), \quad (12)$$

где

$$\chi = \ln \left(\sqrt{-\frac{t}{m^2}} + \sqrt{1 - \frac{t}{m^2}} \right).$$

Требую также, чтобы упругая амплитуда удовлетворяла условию кроссинг-симметрии, произведем замену

$$T \rightarrow T(s, t, A) + T(s, u, A),$$

где

$$s + t + u = 4m^2.$$

Для определения числа, величины и статистической неопределенности параметров A нужно сравнить математическую модель (12) с экспериментальными данными [5—9]. Это приводит к следующей переопределенной системе нелинейных алгебраических уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{d\sigma^{\text{эксп}}}{dt}(s, t) &= \frac{|T(s, t, A)|^2}{16\pi s(s-s_0)}; \\ \sigma_t^{\text{эксп}}(s) &= \frac{\text{Im } T(s, 0, A)}{\sqrt{s(s-s_0)}}; \\ \rho^{\text{эксп}}(s) &= \frac{\text{Re } T(s, 0, A)}{\text{Im } T(s, 0, A)}, \end{aligned}$$

где $s_0 = 4m_p^2$. Эта система решается методом авторегуляризованных итерационных процессов типа Гаусса — Ньютона [16]. При этом минимизируется выражение

$$\chi^2 = \sum^M \left(\frac{y^{\text{эксп}} - y^{\text{теор}}}{\Delta} \right)^2,$$

где $y^{\text{эксп}}$ и $y^{\text{теор}}$ — левая и правая части уравнений соответственно; M — число всех уравнений. Решение системы исследовано в следующих случаях:

1. $\Delta = \Delta_{\text{стат}}(\chi_S^2)$;
2. $\Delta = \Delta_{\text{стат}}(\chi_{SN}^2)$, но в этом случае искалось дополнительное уточнение нормировок дифференциальных сечений, т. е. число параметров увеличивалось на число различных энергий;
3. $\Delta = \Delta_{\text{стат}} + \Delta_{\text{сист}}(\chi^2)$.

В тех случаях, когда выражения типа (12) не удается проинтегрировать аналитически, мы используем программы для быстрого интегрирования SFUSIN и SFUCOS [31].

В табл. 1 приведены энергии, переданные импульсы, число измеренных точек, а также значения χ_S^2 , χ_{SN}^2 и χ^2 для найденных пара-

Таблица 1. Энергии, переданные импульсы, число измеренных точек и значения χ_S^2 , χ_{SN}^2 и χ^2

s , ГэВ ²	$ -t_{\text{мин}} $, ГэВ ²	$ -t_{\text{макс}} $, ГэВ ²	Число точек	χ_S^2	χ_{SN}^2	χ^2
95,607	0,0375	0,75	18	165,997	157,456	24,033
133,135	0,0375	0,70	19	233,193	189,912	20,208
189,429	0,0375	0,70	20	70,688	58,659	5,598
264,491	0,0375	0,80	21	180,418	169,085	19,795
330,171	0,0375	0,70	17	575,472	282,552	19,146
547,56	0,825	5,75	57	140,359	134,560	57,184
930,25	0,875	5,75	56	179,301	144,760	103,923
1989,160	0,875	7,25	59	118,737	117,316	50,961
2737,840	0,825	9,75	65	114,552	91,705	45,218
3856,410	0,825	6,25	58	96,387	60,492	54,864

метров A при решении переопределенной системы:

$$\chi_S^2/(M - N) = \frac{1875}{390 - 23} = 5,11;$$

$$\chi_{SN}^2/(M - N) = \frac{1407}{390 - 33} = 3,94;$$

$$\chi^2/(M - N) = \frac{401}{390 - 23} = 1,09;$$

$$\chi_S^2/(M - N)_{\text{CERN DATA}} = 2,39, \quad \chi_{SN}^2/(M - N)_{\text{CERN DATA}} = 2,10;$$

$$\chi^2/(M - N)_{\text{CERN DATA}} = 1,15,$$

где N — число неизвестных параметров.

Для полученного решения масса эффективной частицы и амплитуда имеют вид:

$$m(s) = a_1 R(s), \tag{13}$$

$$R(s) = a_2 + a_3/(s/s01)^{a_4} + a_5 \ln(s/s01), \tag{14}$$

где

$$s01 = (1,81 \pm 0,06) \text{ ГэВ}^2*; \tag{15}$$

$$T(s, r, A) = \sqrt{s(s-s_0)} R(s) \left\{ \frac{[U(s)]}{(a_8^2 + r^2)^2} + \frac{V(s)}{a_7^2 + r^4} + \frac{W(s)}{(a_8^2 - r^2)^2 + a_9^2} + \frac{Z(s)}{(a_{10}^2 - r^2)^2 + a_{11}^2} \right\},$$

где

$$U(s) = a_{12} R(s)^{a_{13}} + i a_{14};$$

$$V(s) = a_{15} R(s)^{a_{16}} + i a_{17};$$

* Об определении масштабного параметра $s01$ см. разд. 4.

Таблица 2. Значения параметров A_i ($i=1, \dots, 23$) и их статистическая неопределенность ΔA_i

N	A	ΔA	N	A	ΔA
1	0,18531	0,00008	13	3,465	0,002
2	0,913	0,009	14	-912,50	0,02
3	2,858	0,006	15	-8730,92	0,002
4	0,324	0,003	16	-3,290	0,002
5	0,1994	0,0008	17	82,170	0,007
6	12,4489	0,0066	18	445,54	0,02
7	7,8602	0,0003	19	0,4073	0,0009
8	8,2110	0,0005	20	-425,440	0,006
9	15,5527	0,0004	21	-224,500	0,02
10	7,1927	0,0005	22	1,402	0,002
11	15,4652	0,0003	23	465,114	0,006
12	94,3	0,1			

$$W(s) = a_{18}R(s)^{a_{18}} + ia_{20};$$

$$Z(s) = a_{21}R(s)^{a_{21}} + ia_{23}.$$

Соответственно в импульсном пространстве амплитуда $T(s, t, A)$ имеет вид:

$$T(s, t, A) = \frac{\sqrt{s(s-s_0)}}{\text{sh } \chi} R(s) \{ U(s) m(s) \chi \exp(-RU\chi) + \\ + V(s) \sin(RV\chi) \exp(-RV\chi) + W(s) \sin(RW_+\chi) \exp(-RW_-\chi) + \\ + Z(s) \sin(RZ_+\chi) \exp(-RZ_-\chi) \},$$

где

$$RU = a_6 m(s);$$

$$RV = a_7 m(s);$$

$$RW_{\pm} = \sqrt{\frac{1}{2} (V a_8^4 + a_9^4 \pm a_8^2)} m(s);$$

$$RZ_{\pm} = \sqrt{1/2 (V a_{10}^4 + a_{11}^4 \pm a_{10}^2)} m(s).$$

Значения параметров A_i * ($i = 1, \dots, 23$) и их статистические неопределенности ΔA_i приведены в табл. 2.

Амплитуда $T(s, t, A)$ описывает экспериментальные данные по дифференциальным и полным сечениям упругого pp -рассеяния и отношение $\rho(s)$ при энергиях $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ и переданных импульсах

* В таблице опущена размерность параметров, которая очевидна из аналитического выражения для амплитуды и из выбранной нормировки для дифференциального сечения.

в интервале $0,0375 \leq |t| \leq 9,75 \text{ ГэВ}^2$. На рис. 1—4 приведены графики экспериментальных данных и полученного описания.

Согласно оптической теореме и явному виду амплитуды, поведение полного сечения определяется функцией

$$\sigma_t(s) = 2\pi R^2(s). \quad (16)$$

Следовательно, (14) можно интерпретировать как эффективный радиус pp -взаимодействия. Как видно из формулы (13), масса эффективной частицы тоже оказывается пропорциональной $R(s)$:

$$m(s) = a_1 R(s).$$

Поскольку зависимость амплитуды от переданного импульса выражается через переданную быстроту, то легко проверить, что амплитуда и соответственно дифференциальное сечение удовлетворяют свойству геометрического скейлинга [32].

На рис. 5 даны предсказания о дифракционной картине упругого дифференциального сечения при всех кинематически возможных импульсах и более высоких энергиях.

На рис. 6 представлена зависимость вещественной и мнимой частей амплитуды упругого pp -рассеяния от t при энергиях: 100, 500 и 1000 ГэВ^2 .

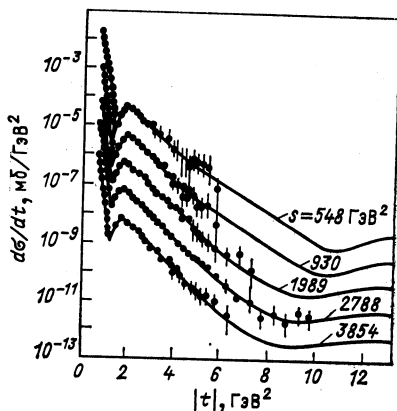
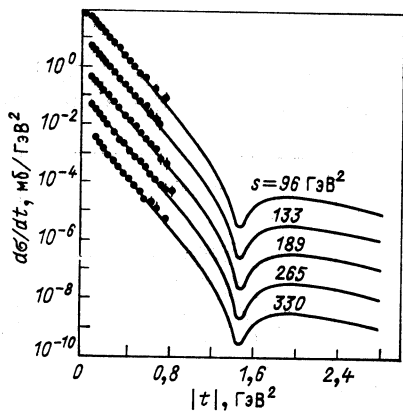


Рис. 1. Описание экспериментальных данных FERMILAB по $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ при различных энергиях. Для каждой кривой соответствующее значение $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ разделено на 10^{n-1} , где $n = 1, \dots, 5$

Рис. 2. Описание экспериментальных данных CERN ISR по $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ при различных энергиях. Для каждой кривой соответствующее значение $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ разделено на $10^{(n-1)}$, где $n = 1, \dots, 5$

Если полученное выражение для дифференциального сечения представить в виде

$$\frac{d\sigma}{dt}(s, t) = \frac{1}{s^N} f\left(-\frac{t}{s}\right),$$

то для $s \rightarrow \infty$ и $-\frac{t}{s} = \text{fix}$ получаем:

$$N = 1 + RV(s).$$

Таким образом, из полученной модели при существующих экспе-

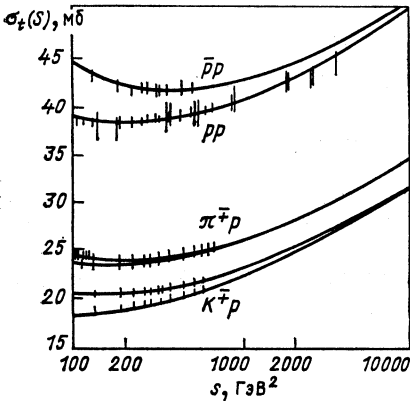


Рис. 3. Экспериментальные данные и графики полных сечений $\sigma(s)$ pp -, $p\bar{p}$ -, π^+p -, K^+p -взаимодействий

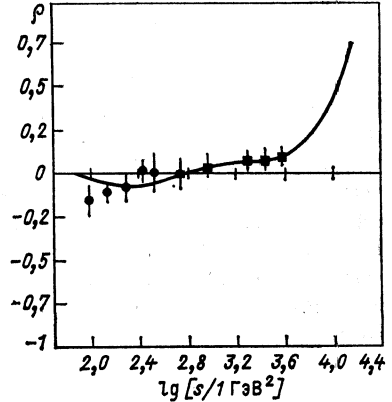


Рис. 4. Описание экспериментальных данных для $\rho = \frac{\text{Re } T(s, 0)}{\text{Im } T(s, 0)}$:
● — FERMILAB; ■ — CERN ISR

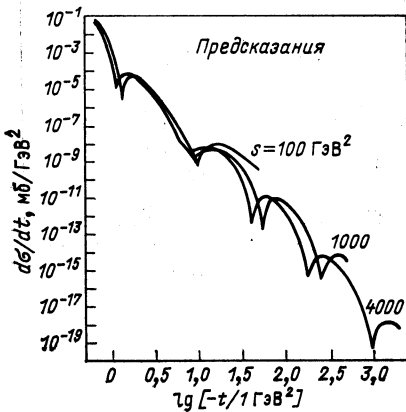


Рис. 5. Предсказания для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ при различных энергиях

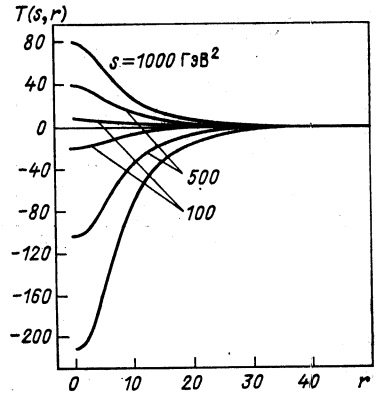


Рис. 6. Мнимая (верхние кривые) и вещественная (нижние) части амплитуды упругого pp -рассеяния как функция r при различных энергиях

риментальных данных следует:

а) правила кваркового счета [33] выполняются только при $\sqrt{s} = 10^5 \div 10^6$ ГэВ;

б) они имеют место при $\sqrt{s} \geq 10^5$ ГэВ, но полные сечения уже не изменяются с энергией.

Для полного сечения при $s \rightarrow \infty$ получаем

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \sigma_t(s) = c_1 + c_2 \ln^2(s/s_0),$$

что согласуется с моделью быстрого роста [15].

Асимптотика величины $\rho(s)$ определяется формулой

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \rho(s) = c (\ln(s/s_0))^3,$$

4. ЗАВИСИМОСТЬ ЭФФЕКТИВНОГО РАДИУСА НЕКОТОРЫХ АДРОН-АДРОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ ОТ КВАНТОВЫХ ЧИСЕЛ

Как хорошо известно, адроны можно классифицировать по их квантовым числам: масса m , барионное число b , электрический заряд q , изотопический спин I , его третья проекция i_3 , спин J , число составляющих кварков K и т. д. Пока не известно, являются ли эти квантовые числа независимыми. Более того, в теории электрослабого и сильного взаимодействий они выражаются через квантовые числа составляющих их кварков [34].

Используя полученную зависимость полного сечения pp -взаимодействия (16) от эффективного радиуса, предположим, что параметры $R(s)$ зависят от квантовых чисел сталкивающихся адронов. Опишем полные сечения взаимодействия $\bar{p}, p, \pi^\pm, k^\pm$ с протоном, нейтроном и дейтроном при энергиях $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ с помощью формулы

$$\sigma_t(s) = 2\pi R^2(s, A, \alpha),$$

где α — набор квантовых чисел, A — неизвестный набор параметров. Для удобства перепишем формулу (14) в виде

$$R(s, A, \alpha) = R_1(A, \alpha) + R_2(A, \alpha)/(s/R_5(A, \alpha))^{R_3(A, \alpha)} + R_4(A, \alpha) \ln(s/R_5(A, \alpha)). \quad (17)$$

Неизвестные функции $R_i(A, \alpha)$, $i = 1, \dots, 5$, ищем в виде ряда Тейлора с точностью до квадратичных по α членов с неизвестными коэффициентами A по следующему набору квантовых чисел:

$$\text{Масса } M = m_1 + m_2.$$

$$\text{Барионное число } B = b_1 + b_2.$$

$$\text{Заряд } Q = q_1 + q_2.$$

$$\text{Изоспин } I(I+1) = (I_1 + I_2)(I_1 + I_2 + 1).$$

$$\text{Проекция изоспина } I_3 = i_{31} + i_{32}.$$

$$\text{Спин } J(J+1) = (J_1 + J_2)(J_1 + J_2 + 1).$$

Для определения значения параметров и их статистических неопределенностей решаем методом [16] следующую систему нелиней-

ных уравнений:

$$\sigma_t^{\text{эксп}} = \sigma_t^{\text{теор}}(s, A, \alpha).$$

Решение приводит к следующей параметризации для эффективного радиуса $R(s, A, \alpha)$ и величин $R_i(A, \alpha)$,

$$i = 1, \dots, 5;$$

$$\left. \begin{aligned} R(s, A, \alpha) &= R_1 + R_2/(s/R_5)^{R_2} + R_4 \ln(s/R_5); \\ R_1 &= A_1 M + A_2 J(J+1) + A_3 I(I+1) + A_4 |S|; \\ R_2 &= A_5 + A_6 K + A_7 |B| + A_8 |Q| + A_9 |I_3| + A_{10} |Y|; \\ R_3 &= A_{11} + A_{12} M + A_{13} J(J+1) + A_{14} |Q| + A_{15} I(I+1) + \\ &\quad + A_{16} |I_3| + A_{17} |S|; \\ R_4 &= A_{18} + A_{19} K + A_{20} I(I+1); \\ R_5 &= A_{21}, \end{aligned} \right\} (18)$$

где гиперзаряд $Y = y_1 + y_2$, странность $S = s_1 + s_2$, число кварков $K = k_1 + k_2$. Эти квантовые числа не входят в первоначальный набор. При решении системы получается, что в комбинациях $A_i Q + A_j I_3$ справедливо численное равенство $A_i = -A_j$. Следовательно, из экспериментальных данных для полных сечений и рассматриваемой модели эффективного радиуса адрон-адронных взаимодействий получается, что квантовые числа Q и I_3 дают вклад в параметры эффективного радиуса через квантовое число гиперзаряда:

$Y = 2(Q - I_3)$. Аналогичным способом получена и зависимость параметров от квантового числа странности $S = Y - B$.

Таблица 3. Значения параметров A_i ($i=1, \dots, 21$) эффективного радиуса и их статистические неопределенности ΔA_i

N	A	$\pm \Delta A$	N	A	$\pm \Delta A$
1	0,7114	0,0218	12	0,0484	0,0070
2	-0,2332	0,0168	13	-0,0708	0,0041
3	0,0223	0,0033	14	-0,0185	0,0003
4	-0,3757	0,0131	15	0,0332	0,0020
5	2,4898	0,0394	16	0,0025	0,0012
6	0,1879	0,0039	17	0,0706	0,0032
7	0,0176	0,0027	18	0,1764	0,0015
8	-0,3814	0,0086	19	0,0055	0,0002
9	0,4077	0,0222	20	-0,0050	0,0005
10	-0,2193	0,0031	21	1,8115	0,0563
11	0,3202	0,0106			

В табл. 3 приведены значения параметров A_i ($i = 1, \dots, 21$) и их статистические неопределенности*.

Значение масштабного параметра s_0 , который используется в (14), совпадает с определенным здесь параметром $R_5 = A_{21}$, который одинаков для всех процессов (т. е. не зависит от квантовых чисел); $\chi^2/(M - N) = 1,11$.

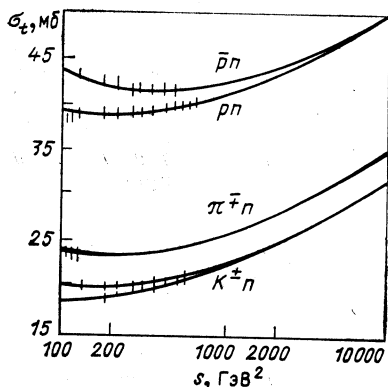


Рис. 7. Экспериментальные данные и графики полных сечений $\sigma_t(s)$ $\bar{p}n$ -, pn -, π^+n -, K^+n -взаимодействий

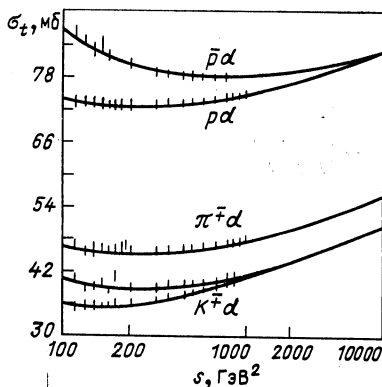


Рис. 8. Экспериментальные данные и графики полных сечений $\sigma_t(s)$ $\bar{p}d$ -, pd -, π^+d -, K^+d -взаимодействий

На рис. 3, 7, 8 дано сравнение полученных описаний с экспериментальными данными.

Легко проверить, что полученный эффективный радиус адрон-адронных взаимодействий как функция от квантовых чисел сталкивающихся адронов SPT -инвариантен:

$$\sigma_t(a, b) = \sigma_t(\bar{a}, \bar{b}).$$

Полученное описание согласуется с теоремами Фруассара [35, 36] и И. Я. Померанчука [37]. И поскольку имеется хорошее описание экспериментальных данных, то можно утверждать на этой основе, что современные экспериментальные данные указывают на справедливость этих теорем.

Найденный эффективный радиус $R(s)$ дает возможность при заданных квантовых числах сталкивающихся адронов предсказать поведение полных сечений при больших энергиях. Например,

полные сечения взаимодействия странных частиц

Λ , Σ^\pm , Ξ^- с протоном — рис. 9;

полное сечение $\pi^+\pi^+$ — рис. 9;

полные сечения рассеяния протона на легких ядрах T, ^3He , ^4He — рис. 10.

* Для размерности параметров A_i ($i = 1, \dots, 21$) см. формулу для эффективного радиуса.

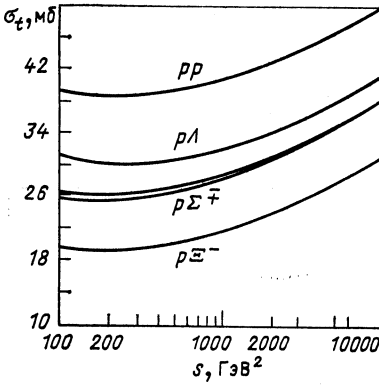


Рис. 9. Предсказания для полных сечений $\sigma(s)$ pp -, $p\Lambda$ -, $p\Sigma^+$ -, pXi^- -взаимодействий

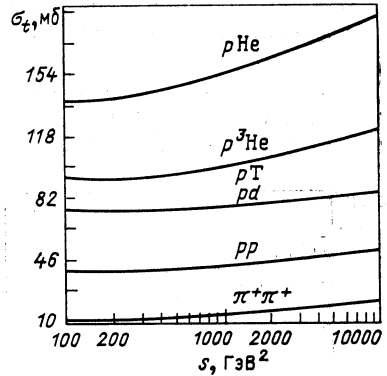


Рис. 10. Предсказание для полных сечений $\sigma(s)$ протона на T , ${}^3\text{He}$, He и π^+ на π^+

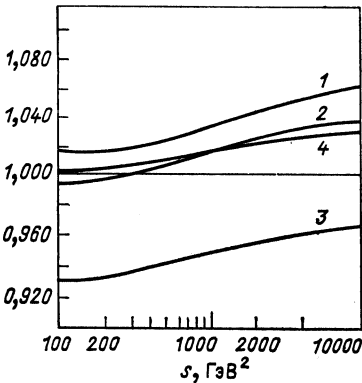


Рис. 11. Поведение кварковых правил сумм (1—4) с ростом энергии

Квантовые числа легких ядер получены аддитивно из квантовых чисел составляющих их протонов и нейтронов.

Полученные предсказания для гиперон-протонных полных сечений и для полного сечения $p\text{}^4\text{He}$ согласуется с предварительными экспериментальными данными [38]. Отметим, что полученное предсказание имеет примерно 10%-ный коридор ошибок, что связано с недостаточностью экспериментальных данных для антипротонных и пионных полных сечений при более высоких энергиях. Поскольку в терминах эффективного радиуса мы имеем хорошее описание экспериментальных данных, то можно проверить достоверность по энергетической шкале кварковых правил сумм. На рис. 11 представлены отношения правых частей к левым в зависимости от энергии для кварковых правил сумм, полученных в работах [5, 39]:

- 1) $6\sigma_{\pi N} = 3\sigma_{KN} + 2\sigma_{NN}$;
- 2) $6\sigma_{\pi^-p} = 3\sigma_{K^+p} = 2\sigma_{pn} + 6\sigma_{K^-p}$;
- 3) $6\sigma_{pp} + \sigma_{\Sigma^-p} = \sigma_{\Lambda p} + 6\sigma_{pn}$;
- 4) $4\sigma_{\pi^+p} = 2\sigma_{\pi^-p} + 7/8\sigma_{K^+p} + 3/4\sigma_{pp}$.

Данные о полных сечениях, полученные в экспериментах с космическим излучением [40], подтверждают предсказания нашего описания.

5. ЭФФЕКТИВНЫЙ РАДИУС И ПОЛНЫЕ СЕЧЕНИЯ АДРОН-АДРОННЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ С ПОРОГОВЫХ ЭНЕРГИЙ

В этом разделе мы проверим, можно ли описать формулой (16) полные адрон-адронные сечения с пороговых энергий. Предположим, что эффективный радиус можно представить как сумму определенного числа функций Брейта — Вигнера и логарифмического члена:

$$R(s) = \sum_i \frac{\rho_i^2(s)}{(\sqrt{s - \mu_i})^2 + \Gamma_i^2(s)} + R(\ln(s/s_0))^A. \quad (19)$$

Численный анализ корреляционных зависимостей между параметрами ρ_i , μ_i , Γ_i , A из-за огромного экспериментального материала дает возможность определить с большой точностью неопределенность показателя логарифмического члена.

Таблица 4. Значения параметров эффективного радиуса взаимодействия (19) для pp -, pp -взаимодействий

$\bar{p}p$ ($R_0 = 0,906 \pm 0,353$)					
ρ	$\Delta\rho$	μ	$\Delta\mu$	Γ	$\Delta\Gamma$
0,0259 ± 0,0123		1,8929 ± 0,0081		0,0196 ± 0,0047	
0,1917 ± 0,0857		1,9198 ± 0,0432		0,1115 ± 0,0303	
0,2704 ± 0,1171		2,2672 ± 0,0309		0,1984 ± 0,0415	
0,2703 ± 0,1150		2,7916 ± 0,0296		0,2431 ± 0,0483	
0,3464 ± 0,1041		3,8160 ± 0,0764		0,3262 ± 0,0536	
0,6315 ± 0,1114		6,4937 ± 0,1362 *		0,6157 ± 0,0643 *	
0,8842 ± 0,0882		15,0292 ± 0,3446 *		1,1628 ± 0,0312 *	
pp ($R_0 = 0,856 \pm 0,392$)					
0,0222 ± 0,0043		1,9691 ± 0,0020		0,0282 ± 0,0040	
0,0419 ± 0,0100		2,2055 ± 0,0041		0,0586 ± 0,0078	
0,2580 ± 0,0551		2,3606 ± 0,0361		0,2104 ± 0,0226	
0,2716 ± 0,2022		2,9249 ± 0,0619		0,3051 ± 0,1056	
0,4427 ± 0,2098		3,9992 ± 0,1514		0,4555 ± 0,0980	
0,5234 ± 0,1296		6,4937 ± 0,1362 *		0,6157 ± 0,0643 *	
0,9221 ± 0,0637		15,0292 ± 0,3446 *		1,1628 ± 0,0312 *	

* $R = 0,2428 \pm 0,0023$; $A = 0,9993 \pm 0,0030$.

Таблица 5. Значения параметров эффективного радиуса взаимодействия (19) для π^-p -, π^+p -взаимодействий

π^-p ($R_0 = 0,696 \pm 0,087$)					
ρ	$\Delta\rho$	μ	$\Delta\mu$	Γ	$\Delta\Gamma$
0,1073 \pm 0,0006		1,2204 \pm 0,0003		0,0651 \pm 0,003	
0,1188 \pm 0,0012		1,4981 \pm 0,0004		0,0952 \pm 0,0008	
0,0351 \pm 0,0005		1,6800 \pm 0,0003		0,0332 \pm 0,0003	
0,0641 \pm 0,0028		1,8430 \pm 0,0008		0,0879 \pm 0,0022	
0,2560 \pm 0,0166		2,1819 \pm 0,0039		0,2423 \pm 0,0087	
0,5992 \pm 0,0525		3,3347 \pm 0,0212 *		0,5831 \pm 0,0326 *	
0,9055 \pm 0,0710		8,3813 \pm 0,1397 *		1,2014 \pm 0,0406 *	
π^+p ($R_0 = 0,672 \pm 0,082$)					
0,1073 \pm 0,0010		1,2233 \pm 0,0003		0,0494 \pm 0,0003	
0,1014 \pm 0,0024		1,3233 \pm 0,0021		0,0862 \pm 0,0013	
0,0676 \pm 0,0017		1,6700 \pm 0,0007		0,0831 \pm 0,0014	
0,0906 \pm 0,0008		1,8993 \pm 0,0004		0,0849 \pm 0,0005	
0,1958 \pm 0,0122		2,3490 \pm 0,0020		0,2185 \pm 0,0064	
0,5863 \pm 0,0508		3,3347 \pm 0,0212 *		0,5831 \pm 0,0326 *	
0,9176 \pm 0,0709		8,3813 \pm 0,1397 *		1,2014 \pm 0,0406 *	

* $R = 0,1814 \pm 0,0024$; $A = 0,9996 \pm 0,0043$.

Неизвестные функции ρ_i и Γ_i , значения неизвестных параметров, их статистическую неопределенность и число функций Брейта — Вигнера определяем, решая методом [16] систему $\sigma_i^{\text{экс}}(s) = 2\pi R^2(s)$, где $\sigma_i(s)$ — значения полных сечений \bar{p} , p , π^\mp , K^\mp — протонных взаимодействий. Число экспериментальных точек для этих процессов соответственно равно 143, 131, 500, 326, 254, 144. Решение переопредельной системы показало, что $\rho_i^2(s) = s\rho_i^2$, $\Gamma_i^2(s) = s\Gamma_i^2$, а число структур $n = 7$.

В табл. 4—6 представлены полученные значения параметров и их статистические неопределенности. Величина R_0 имеет вид:

$$R_0 = \sum_{i=1}^7 \frac{\rho_i^2}{1 + \Gamma_i^2},$$

где ρ_i и Γ_i — значения параметров соответствующего процесса. Звездочкой отмечены параметры, общие для одного изотопического мультиплета.

На рис. 12—17 представлены экспериментальные данные и полученное описание, а также эффективный радиус и его структура. Вид-

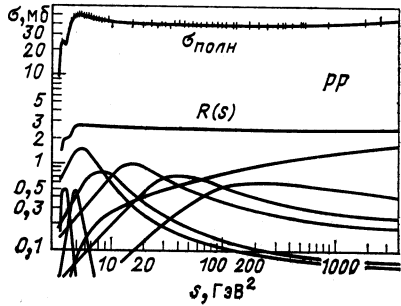
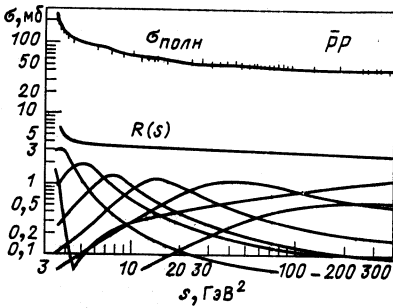


Рис. 12. Экспериментальные данные и график полного сечения $\sigma(s)$ для $\bar{p}p$ -взаимодействия (верхняя кривая); график эффективного радиуса взаимодействия $R(s) = \sum_{i=1}^n \frac{sp_i^2}{(V^2 s - \mu_i)^2 + s\Gamma_i^2} + R \ln(s/s_0)^A$ и его структуры (нижние кривые)

Рис. 13. То же, что на рис. 12, для pp -взаимодействия

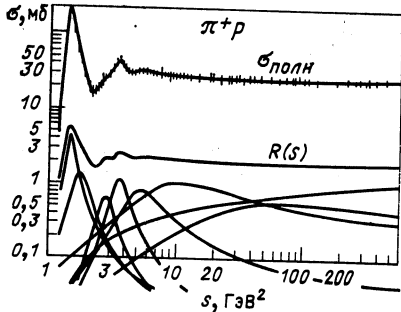
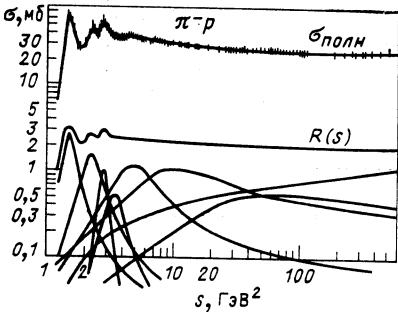


Рис. 14. То же, что на рис. 12, для π^-p -взаимодействия

Рис. 15. То же, что на рис. 12, для π^+p -взаимодействия

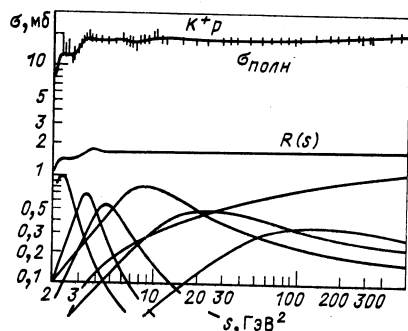
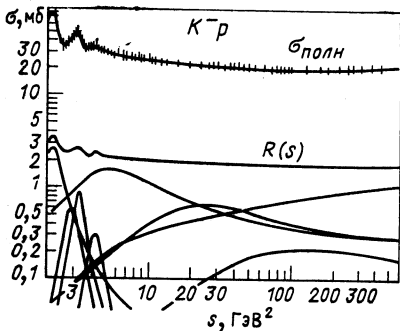


Рис. 16. То же, что на рис. 12, для K^-p -взаимодействия

Рис. 17. То же, что на рис. 12, для K^+p -взаимодействия

Таблица 6. Значения параметров эффективного радиуса взаимодействия (19) для K^-p -, K^+p -взаимодействий

$K^-p (R_0=0,600\pm 0,140)$					
ρ	$\Delta\rho$	μ	$\Delta\mu$	Γ	$\Delta\Gamma$
0,1038±0,0031		1,4836±0,0015		0,0619±0,0015	
0,0411±0,0024		1,6985±0,0010		0,0528±0,0022	
0,0419±0,0014		1,8146±0,0006		0,0431±0,0010	
0,0324±0,0011		2,0640±0,0006		0,0573±0,0011	
0,5421±0,0281		2,3310±0,0092		0,4331±0,0158	
0,5663±0,1093		4,9226±0,01100 *		0,7006±0,0943 *	
0,5412±0,1468		11,4578±0,3851 *		1,1793±0,1192 *	
$K^+p (R_0=0,533\pm 0,167)$					
0,0983±0,0051		1,5208±0,0014		0,0978±0,0044	
0,1000±0,0103		1,8532±0,0035		0,1210±0,0066	
0,1435±0,0298		2,1694±0,0126		0,1930±0,0207	
0		2,3738±1,8847		0,2305±0,8315	
0,3865±0,0659		2,9879±0,0428		0,4322±0,0497	
0,4933±0,1109		4,9226±0,1100 *		0,7006±0,0943 *	
0,7000±0,1418		11,4578±0,3851 *		1,1793±0,1192 *	

* $R = 0,1941\pm 0,0052$; $A = 0,9998\pm 0,0036$.

но, что найденное решение хорошо описывает экспериментальные данные. Значение величины

$$\chi^2 = \frac{1}{M-N} \sum_i^M \left(\frac{\sigma_i^{\text{ЭКСП}}(s_i) - \sigma_i^{\text{ТЕОР}}(s_i)}{\Delta_i} \right)^2$$

для нуклонов, пионов и каонов есть соответственно 1,133, 1,010, 1,060, где Δ_i — экспериментально наблюдаемые статистические погрешности.

На основе полученного описания экспериментальных данных и явного вида эффективного радиуса можно интерпретировать его структуру следующим образом:

а) брейт-вигнеровские составляющие соответствуют вкладу различных каналов взаимодействия с последующим увеличением числа рождающихся частиц за счет рождения пары частиц — античастиц:

б) фруассаровский член соответствует переходу к статистическому характеру рождения многих частиц при энергиях больше 10—20 ГэВ.

Показатель логарифмического члена A определяется с большой точностью. Для протон-протонного полного сечения $A = 0,999 \pm \pm 0,003$, а для остальных процессов $A = 0,999 \pm 0,004$.

При $s \rightarrow \infty$ асимптотическое поведение эффективного радиуса имеет вид:

$$R(s) = R_0 + R \ln(s/s_0).$$

Из сравнения полученного описания для полных сечений при очень высоких энергиях с их асимптотическим поведением при $s \rightarrow \infty$ можно оценить энергию Фруассара (т. е. энергию, начиная с которой выполняется теорема Фруассара [35, 36]). На рис. 18 представлено сравнение поведения полных сечений (непрерывные кривые) с их асимптотическим выражением вплоть до $\sqrt{s} = 10^3$ ГэВ (штриховые кривые). Видно, что для всех процессов выход (с 10%-ной погрешностью) на асимптотику происходит при одной и той же энергии — энергии Фруассара. Значение этой энергии лежит в интервале 10^5 — 10^6 ГэВ или 300—1000 ГэВ, или 10^{-16} — 10^{-17} см⁻¹.

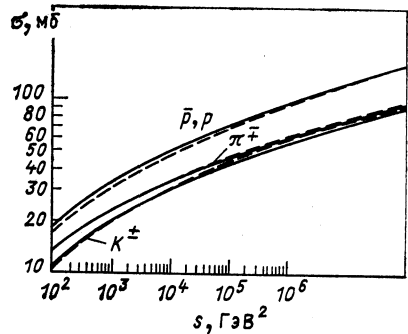
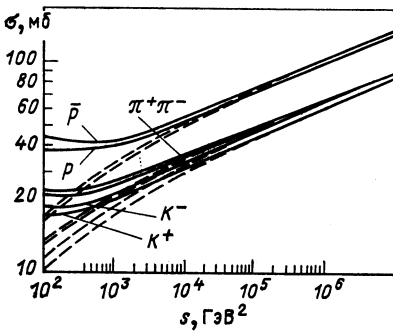


Рис. 18. Полные сечения адронных взаимодействий (сплошные кривые) и их асимптотическое поведение (штриховые)

Рис. 19. Нижний коридор ошибок для полных сечений $\bar{p}p$ -, π^-p -, K^-p -взаимодействий (сплошные кривые) и верхний коридор ошибок для сечений pp -, π^+p -, K^+p -взаимодействий (штриховые)

На рис. 19 представлены нижний коридор ошибок для \bar{p} -, π^- -, K^- -протонных полных сечений (сплошные кривые) и верхний коридор ошибок для p -, π^+ -, K^+ -протонных полных сечений (штриховые). Видно, что полученное описание подтверждает теорему Померанчука [37]. Современные экспериментальные данные и полученное описание таковы, что можно предсказать значения энергии Померанчука (энергии, начиная с которой выполняется теорема [37]) для \bar{p} -, p -, π^\mp и K^\mp на протоне — соответственно порядка 10^5 , $2 \cdot 10^2$, 10^3 ГэВ².

Непротиворечивость найденного нами описания экспериментальным данным видна из того, что для рассеяния π^\mp на протоне предсказанное значение энергии Померанчука совпадает с уже наблюдаемым (см. рис. 14, 15, где видно, что экспериментальный коридор ошибок двух процессов после 200 ГэВ² имеет не пустое пересечение).

Равенство коэффициентов логарифмического члена для частиц, принадлежащих к одному и тому же изотопическому мультиплету, не противоречит трехкварковой модели адронов [41].

6. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ПРЕДСКАЗАНИЯ

На основе простых квантовомеханических представлений, моделируя амплитуду упругого pp -рассеяния в пространстве релятивистской относительной координаты, построена амплитуда упругого рассеяния в скалярном приближении, описывающая $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$, $\sigma_t(s)$ при $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ и $0,0375 \leq |t| \leq 9,75$ ГэВ². Подтверждаются свойства геометрического скейлинга и правила кваркового счета. Амплитуда зависит от энергии посредством функции

$$R(s) = R_0 + R_1/(s/s_0)^a + R \ln(s/s_0),$$

которая согласно оптической теореме и явному виду амплитуды определяет полное сечение по формуле

$$\sigma_t(s) = 2\pi R^2(s).$$

Функция $R(s)$ интерпретируется как эффективный радиус адрон-адронного взаимодействия. При $s \rightarrow \infty$ полученное описание подтверждает модель максимального роста полных сечений. Масса эффективной частицы пропорциональна $R(s)$.

На основе экспериментальных данных о взаимодействии \bar{p} , p , π^\pm , K^\pm с протоном, нейтроном и дейтроном в терминах эффективного радиуса получена зависимость адрон-адронных сечений при энергиях $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ от квантовых чисел сталкивающихся адронов. Проанализирована справедливость некоторых кварковых правил сумм с ростом энергии. Получено описание полных сечений $\bar{p}p$ -, pp -, $\pi^\pm p$ -, $K^\pm p$ -взаимодействий с пороговых энергий в виде

$$\sigma_t(s) = 2\pi R^2(s),$$

где

$$R(s) = \sum_{i=1}^7 \frac{s\rho_i^2}{(\sqrt{s}-\mu_i)^2 + s\Gamma_i^2} + R(\ln s/s_0)^A, \quad (A = 0,999 \pm 0,004).$$

Асимптотика при больших энергиях этого выражения для полных сечений pp -взаимодействий совпадает с асимптотикой функции, определяющей зависимость упругой адрон-адронной амплитуды от энергии. Найденный вид эффективного радиуса позволяет сформулировать условия выхода на асимптотику в смысле теоремы Фруассара. Полученное поведение согласуется с теоремой Померанчука.

На основе полученной амплитуды упругого pp -взаимодействия предсказана дифракционная картина упругих дифференциальных сечений.

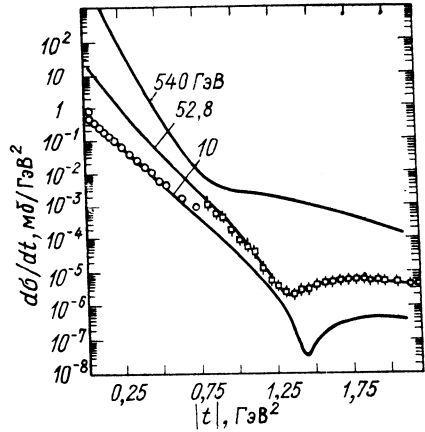
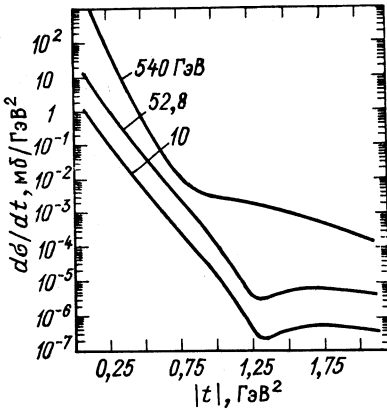
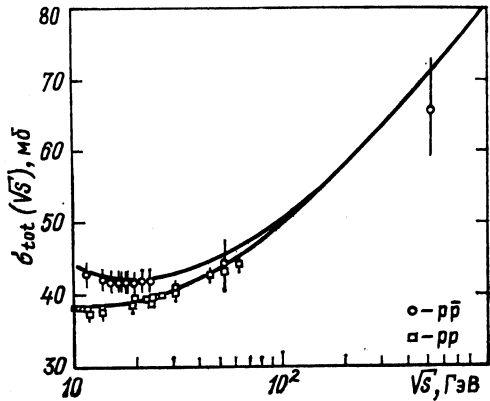


Рис. 20. Предсказания для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ при различных энергиях \sqrt{s} и $0,25 \leq |t| \leq 1,75$ ГэВ² для упругого $\bar{p}p$ -рассеяния. Значения $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ для каждой кривой умножены на 10^{n-1} , где $n = 1, 3, 5$

Рис. 21. Экспериментальные данные и графики для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ при различных энергиях \sqrt{s} и $0,25 \leq |t| \leq 1,75$ ГэВ² для упругого pp -рассеяния. Предсказание для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ при $\sqrt{s} = 540$ ГэВ. Значения $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ для каждой кривой умножены на 10^{1-n} , где $n = 1, 2, 3$

Рис. 22. Предсказания для полных сечений $\bar{p}p$ -, pp -взаимодействий при $10 \leq \sqrt{s} \leq 10^3$ ГэВ. Видно, что они согласуются с измеренным на SPS COLLIDER полным сечением pp -рассеяния при $\sqrt{s} = 540$ ГэВ



Найденная зависимость эффективного радиуса от квантовых чисел при $\sqrt{s} \geq 10$ ГэВ позволяет предсказать поведение полных сечений гиперонов на протоне и протона на легких ядрах. Если воспользоваться полученной зависимостью эффективного радиуса от квантовых чисел, можно предсказать поведение других адрон-адронных упругих дифференциальных сечений [42].

На рис. 20 приведены предсказания для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ для упругого $\bar{p}p$ -рассеяния. На рис. 21 даны экспериментальные данные и графики для $\frac{d\sigma}{dt}(s, t)$ при $\sqrt{s} = 10; 52,8$ ГэВ и при $0,25 \leq |t| \leq 1,75$ ГэВ². На верхней кривой дано предсказание поведения при $\sqrt{s} = 540$ ГэВ для упругого pp -рассеяния. На рис. 22 приведено поведение полных сечений для $\bar{p}p$ -, pp -взаимодействий при $10 \leq \sqrt{s} \leq 10^3$ ГэВ. Значения полного сечения $\bar{p}p$ -взаимодействия при энергиях $\sqrt{s} = 540$ ГэВ, вычисленное при помощи формул (16) — (18), равно: $\sigma_{\text{полн}}^{\text{теор}}(\sqrt{s} = 540 \text{ ГэВ}) = (71 \pm 4)$ мб. Соответствующее экспериментальное значение [43]

$$\sigma_{\text{полн}}^{\text{эксп}}(\sqrt{s} = 540 \text{ ГэВ}) = (66 \pm 7) \text{ мб.}$$

Авторы надеются, что в ближайшие годы будут доступны данные по протон-мезонному упругому рассеянию при энергиях $\sqrt{s} > 10$ ГэВ и квадрате переданного импульса $|t| \geq 10$ ГэВ², что позволит найти зависимость эффективной массы от масс сталкивающихся частиц, а также проверить предсказываемую дифракционную картину упругого pp -рассеяния.

В заключение авторы выражают благодарность за многочисленные обсуждения, полезные советы и критические замечания сотрудникам Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований, теоретических отделов ИФВЭ и ИЯИ АН СССР.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боголюбов Н. Н.— В кн.: Физика высоких энергий и теория элементарных частиц. Киев: Наукова Думка, 1967, с. 5.
2. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N.— Nuovo cimento, 1963, v. 29, p. 380.
3. Kadyshesky V. G.— Nucl. Phys. B, 1968, v. 86, p. 125; Kadyshesky V. G., Matveev M. D.— Nuovo cimento A, 1967, v. 55, p. 276; Кадышевский В. Г., Мир-Касимов Р. М., Скачков Н. Б.— ЭЧАЯ, 1972, т. 2, вып. 3, с. 637.
4. Скачков Н. Б., Соловцов И. Л.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9 вып. 1, с. 5; Амирханов И. В., Груша Г. В., Мир-Касимов Р. М.— ЭЧАЯ, 1981, т. 12, вып. 3, с. 651.
5. Denisov S. P. e.a.— Nucl. Phys. B, 1973, v. 65, p. 1.
6. Bracci E. e.a. Preprint CERN HERA 72-1.2, 1972, 73-1, 1973; Egert V. e.a.— Nucl. Phys. B, 1975, v. 98, p. 93; Nagy E. e.a.— Nucl. Phys. B, 1979, v. 150, p. 221.
7. Ayres D. S. e.a.— Phys. Rev. D, 1977, v. 15, N 11, p. 3105; Carrol A. S. e.a.— Phys. Lett. B, 1979, v. 80, p. 423.
8. Bohm A. e.a.— Phys. Lett. B, 1974, v. 49, p. 491.
9. Fajardo L. A. e.a. Preprint Fermilab 80-27, 1980.
10. Wu T. T., Yang C. N.— Phys. Rev. B, 1965, v. 137, p. 708; Chou T. T., Yang C. N.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 1213; Phys. Rev., 1968, v. 170, p. 1521; v. 175, p. 1832; Amaldi V., Jacob M., Matthial G.— Ann. Rev. Nucl. Sci., 1976, v. 26, p. 385.
11. Гарсеванишвили В. Р., Матвеев В. А., Слепченко Л. А.— ЭЧАЯ, 1970, т. 1, вып. 1, с. 91; Dzhgarkava M. I. e.a.— Nucl. Phys. B, 1974, v. 79, p. 396.

12. Glauber R. J. Lectures in Theor. Phys., 1959, v. 1; Гарсеванишвили В. Р. и др.— ТМФ, 1971, т. 6, с. 36; Барбашов Б. М. и др.— ЭЧАЯ, 1973, т. 4, вып. 3, с. 623; Голоскоков С. В., Кулешов С. П., Селюгин О. В.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 741.
13. Гердт В. П., Иноземцев В. И., Мещеряков В. А.— Ядерная физика, 1976, т. 24, вып. 1, с. 176; Гердт В. П., Мещеряков В. А. Препринт ОИЯИ P2-9572, Дубна, 1976.
14. Van Hove I., Fialkovski K.— Nucl. Phys. B, 1976, v. 107, p. 211; Van Hove L.— Nucl. Phys. B, 1977, v. 122, p. 525; Wakaizumi S., Tanimoto M.— Phys. Lett. B, 1977, v. 70, p. 55; Bialas A. e.a.— Acta Phys. Polon. B, 1977, v. 8, p. 855; Levin E. M. e.a. Preprint LNPI N 444, Leningrad, 1978.
15. Соловьев Л. Д., Шелкачев А. В.— ЭЧАЯ, 1975, т. 6, вып. 3, с. 571.
16. Александров Л.— ЖВМ и МФ, 1971, т. 11; с. 36; Препринт ОИЯИ P5-5511, Дубна, 1970; Препринт ОИЯИ B1-5-9966, Дубна, 1976.
17. Hagedorn R., Reinfelds J. Sigma without effort. CERN 78-08, Geneva, 1978.
18. Brun R., Watkins H. HPLOT, CERN, DD/EE/80-2, Geneva, 1980.
19. Bethe H., Salpeter E.— Phys. Rev., 1951, v. 84, p. 1232.
20. Кадышевский В. Г., Тавхелидзе А. Н.— В кн.: Проблемы теоретической физики. М.: Наука, 1969, с. 261; Логунов А. А., Хрусталева А. А.— В кн.: Проблемы теоретической физики. М.: Наука, 1972, с. 96; Тодоров И., Ризов В. Задача за двете тела в квантовата теория. София: Наука и изкуство, 1974; Саврин В. И., Тюрин Н. Е., Хрусталева О. А.— ЭЧАЯ, 1976, т. 7, вып. 1, с. 21; Квинихидзе А. Н., Сисакян А. Н., Слещенко Л. А., Тавхелидзе А. Н.— ЭЧАЯ, 1977, т. 8, вып. 3, с. 478; Кадышевский В. Г., Матеев М. Д., Мир-Касимов Р. М.— Ядерная физика, 1970, т. 11, вып. 3, с. 692; Донков А. Д., Кадышевский В. Г., Матеев М. Д., Мир-Касимов Р. М.— В кн.: Нелокальные нелинейные и перенормируемые теории поля. ОИЯИ, Д-2-9788, 1976, с. 36; Матеев М. Д.— В кн.: X Международная школа молодых ученых по физике высоких энергий. Дубна, ОИЯИ, Д2-10533, 1977; Донков А. Д., Кадышевский В. Г., Матеев М. Д. Препринт ОИЯИ P2-80-568, Дубна, 1980.
21. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
22. Levi-Leblond I. M. Galilei Group. Galilean Invariance in Group Theory and its Applications. Ed. E. Loebel, N. Y., 1971.
23. Наймарк М. А. Линейные представления группы Лоренца. М.: Наука, 1958.
24. Mavrodiev S. Cht. Preprint JINK E2-7910, Dubna, 1974; Мавродиев С. Щ. Препринт ОИЯИ 2-8487, Дубна, 1974; Mavrodiev S. Cht.— Fizika, 1977, v. 9, p. 117.
25. Шапиро И. С.— Докл. АН СССР, 1956, т. 106, с. 647; Заставенко Л. Г., Чжоу Чжау — ЖЭТФ, 1958, т. 35, с. 1477; Попов В. С.— Там же, 1959, т. 37, с. 1116.
26. Черников Н. А.— ЭЧАЯ, 1973, т. 4, вып. 3, с. 773; Черников Н. А., Шавокина Н. С.— ТМФ, 1980, т. 42, вып. 1, с. 59; Там же, т. 43, вып. 3, с. 359.
27. Todorov I. T.— Phys. Rev. D, 1971, v. 3, p. 2351.
28. Мавродиев С. Щ. Препринт ОИЯИ P2-8897, Дубна, 1975; Alexandrov L., Mavrodiev S. Cht. Preprint JINR E2-9936, Dubna, 1976; Дренска С. Б., Мавродиев С. Щ.— Ядерная физика, 1978, т. 28, вып. 3, с. 749; Александров Л., Дренска С. Б., Мавродиев С. Щ.— Там же, 1980, т. 32, вып. 2, с. 520.
29. Боголюбов Н. Н., Логунов А. А., Тодоров И. Т. Основы аксиматического подхода в квантовой теории поля. Л.: Наука, 1969.
30. Filippov A. T. Preprint JINR E2-7929, Dubna, 1974.
31. Дренска С. Б., Мавродиев С. Щ. ОИЯИ B3-11-81-145, Дубна, 1981.
32. Buras A. J., Dias de Deus Y.— Nucl. Phys. B, 1974, v. 71, p. 481; Barger V. Plenary Session Talk at XVII Intern. Conf. on High Energy Physics, London, 1974; Barger V., Luth J., Phillips N. R.— Nucl. Phys. B, 1975, v. 88, p. 237.
33. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. N.— Lett. Nuovo cimento, 1973, v. 7, p. 719; Brodsky S. J., Farrar G.— Phys. Rev., 1973, v. 31, p. 1153.

34. Глэшоу Ш.— УФН, 1976, т. 119, вып. 4, с. 715; Вайнберг С.— Там же, 1980, т. 132, с. 201; Jacob M., Landshoff P.— Science Amer., 1980, v. 242, p. 46.
35. Froissart M.— Phys. Rev., 1961, v. 123, p. 1053.
36. Мартен А.— В кн.: Общие принципы квантовой теории поля/Под ред. В. А. Мещерякова. М.: Наука, 1977, с. 13; Логунов А. А., Мествиришвили М. А., Петров В. А.— Там же, с. 183.
37. Померанчук И. Я.— ЖЭТФ, 1958, т. 34, с. 725.
38. Lach J., Pondrom C.— Ann. Rev. of Nucl. and Part. Science, 1979, v. 29, p. 112; Burg Y. P. e.a.— In: Proc. of 20th Intern. Conf. on High Energy Physics, Madison, USA, July 1980, CERN-EP-80-114, 1980.
39. Lipkin H. J.— Nucl. Phys. B, 1974, v. 79, p. 381; Kang R., Nicolescu B.— Phys. Rev. D, 1975, v. 11, p. 2461.
40. Yodh G. B. Prospects for Strong Interreccion Physics at ISABELIE, BLN 50701, 1977, p. 48.
41. Bogolubov P. N.— In: Proc. of the XVIII Intern. Conf. on High Energy Physics, Tbilisi, JINR, D1, 2-10400, Dubna, 1977, p. 99.
42. Дренска С. Б., Мавродиев С. Ш., Сисакян А. Н., Торосян Г. Т. Препринт ОИЯИ Д2-82-280, Дубна, 1982.
43. Koene V. e.a. Physics in Collision. High—Energy ee -, ep -, pp -Interactions. Ed. by Per Carlson and Peter Trower, 1982, v. 2, p. 85; Battiston R. e.a.— Phys. Lett. B, 1982, v. 117, p. 126.