

ЗАВИСЯЩИЙ ОТ ВРЕМЕНИ МЕТОД ХАРТРИ—ФОКА: ПРИМЕНЕНИЕ К ОПИСАНИЮ СТОЛКНОВЕНИЙ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ И УЧЕТ КОРРЕЛЯЦИЙ

П. Мэдлер

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Обзор посвящен применению зависящего от времени метода Хартри — Фока к описанию взаимодействия тяжелых ионов при энергиях порядка 10 МэВ/нуклон. Излагаются основы метода и обсуждаются качественные свойства его результатов. Представлены реалистические расчеты по реакциям слияния, глубоконеупругим столкновениям и испусканию частиц в сравнении с соответствующими экспериментальными данными. Рассматриваются различные подходы к обобщению метода на учет корреляций.

The present review deals with the application of the time-dependent Hartree—Fock method to the description of the interaction of heavy ions at energies 10 MeV/nucleon. The essence of the method is treated and the qualitative features of its result are discussed. Realistic calculations of fusion reactions, deep inelastic collisions and particle emission are presented in comparison with the corresponding experimental data. Different approaches to the extension of the method to take into account correlations are considered.

ВВЕДЕНИЕ

Последовательная микроскопическая теория динамики столкновения нерелятивистских тяжелых ионов должна содержать квантовое описание временной эволюции конечной системы из N сильно-взаимодействующих фермионов ($1 \ll N \ll \infty$), далекой от статистического равновесия. Однако накопленный за последнее десятилетие обширный экспериментальный материал по глубоконеупругим реакциям тяжелых ионов и реакциям слияния в области энергии $E \leq 10$ МэВ/нуклон, а также успехи относительно простых феноменологических и полумикроскопических моделей (подробнее об этом — см. обзоры [1]) указывают на то, что отнюдь не все из громадного числа степеней свободы возбуждаются и влияют на динамику системы. В таких моделях наиболее существенными считают небольшое число коллективных степеней свободы, которые выбираются, исходя из интерпретации экспериментального материала и в известной мере по интуиции в зависимости от того, какое явление хочется рассмотреть. Уменьшению явно учитываемых коллективных степеней свободы способствует экспериментально установленное различное

время релаксации системы по отдельным степеням свободы, позволяющее, например, предположить тепловое равновесие, когда рассматриваются «медленные» процессы, такие как передача нуклонов или углового момента.

Для описания динамики реакции столкновения тяжелых ионов в выбранных коллективных переменных широко используются подходы (см. подробнее обзор [2]), основанные на классических уравнениях движения с силами трения [3,4], к которым иногда добавляют уравнения, описывающие затухающие гармонические колебания поверхности [5] или подходы, основанные на уравнениях типа Фоккера — Планка или мастер-уравнения [6]. Последние в свою очередь выводятся в теории линейного отклика [7,8], используя марковское и другие статистические предположения. Вследствие предположений такого рода связь коллективных (макроскопических) и одночастичных степеней свободы выступает источником необратимости основных уравнений, описывающих движение с трением, перенос массы, заряда и др. Существует ряд других моделей, в рамках которых прямо строятся приближенные выражения для S -матрицы, опять-таки с использованием статистических предположений различного типа [9—11], не дающие, однако, представления о временной эволюции системы.

Множество перечисленных моделей и их модификаций дает сравнительно простое качественное и количественное описание отдельных аспектов реакций с тяжелыми ионами. Некоторые из них на основе различных предположений дают сходные результаты, другие в известной мере противоречивы. Большинство из них содержит подгонные параметры. Часто довольно сложно или даже невозможно связать параметры макроскопического описания (потенциальной энергии, моментов инерции, коэффициентов переноса и т. п.) с фундаментальными свойствами нуклон-нуклонного взаимодействия рассматриваемой ядерной системы. Чаще всего трудно проверить степень справедливости различных статистических предположений, содержащихся в этих моделях. К описанию первоначальной стадии реакции некоторые из них вообще не применимы. Другой принципиальный недостаток состоит в том, что переменные, описывающие систему, должны быть определены *a priori*, так что неудачный их выбор может привести к неправильным результатам.

Конечно, такое перечисление недостатков ни в коей мере не умаляет достоинства названных моделей как в каждой конкретной задаче, так и в общем процессе выяснения механизмов реакций с тяжелыми ионами. Тем не менее оно стимулировало поиски гораздо более общего микроскопического подхода, свободного от подгонных параметров и исходящего из эффективного двухчастичного взаимодействия, параметры которых фиксируются по основным свойствам ядер и ядерной материи.

Таким подходом является зависящий от времени метод Хартри — Фока (ЗВХФ). Основные принципы этого метода для многочастичной

системы с заданным (несингулярным) двухчастичным потенциалом сформулированы Дираком еще в 1930 г. [12]. В теории ядра этот метод давно знаком как возможный путь вывода уравнений приближения случайных фаз для описания коллективного движения малой амплитуды [13]. Однако только в 1976 г. были опубликованы первые схематические расчеты движения с большой амплитудой, симулирующие столкновения двух ионов в только одном пространственном измерении [14].

Уже несколько лет спустя метод был настолько усовершенствован, что реалистические расчеты и соответствующие сравнения с экспериментальными данными стали возможными и чуть ли не стандартными, несмотря на то что для этого требуются предельно большие счетные времена на современных ЭВМ.

Физическая картина, на которой базируется ЗВХФ, основана на представлении о независимом движении нуклонов в зависящем от времени одночастичном потенциале, который в свою очередь генерируется самими нуклонами. Оправдание такого представления независимого движения дается принципом Паули, вследствие которого двухчастичные столкновения вблизи поверхности Ферми сильно подавляются, так что средний свободный пробег нуклонов велик по сравнению с размерами ядра. В реакциях с тяжелыми ионами при энергиях в несколько МэВ/нуклон над кулоновским барьером ситуация подобная и рассматриваемая ядерная система в хорошем приближении может быть охарактеризована как «одночастичная» система, где доминирует взаимодействие независимых нуклонов с общим средним полем [4]. Такое ограничение на рассмотрение только «одночастичной диссипации» и лежит в основе всех перечисленных выше моделей (за исключением [10, 11]). Важно отметить, что хотя ЗВХФ есть одночастичная теория, в силу самосогласованности она тем не менее содержит описание всех коллективных степеней свободы, которые рассматриваются в более феноменологических моделях. Различные степени свободы естественным образом вступают в игру, когда специфическая ситуация этого требует.

Как увидим ниже, преимущества ЗВХФ как единого подхода к проблемам ядерного движения с большой амплитудой достигаются некоторой ценой. Кроме сложностей при численном интегрировании это прежде всего некоторые трудности интерпретации решений ЗВХФ, связанные с детерминистической трактовкой квантовой системы.

Настоящая работа посвящена обсуждению самого метода ЗВХФ, его возможностей в предсказании и интерпретации физических явлений, в частности, применительно к глубоконеупругим реакциям с тяжелыми ионами и слиянию (см. также обзоры [15—18]). Обсуждаются далее недостатки метода и попытки их преодоления, т. е. формулировки более общих подходов, в свете которых ЗВХФ есть некоторое первое приближение. Особое внимание при этом уделяется учету двухчастичных корреляций, необходимому хотя бы в области

энергий в десятки МэВ/нуклон, так как в этом случае принцип Паули перестает эффективно подавлять столкновения и свободный пробег уменьшается.

1. ОСНОВЫ ЗАВИСЯЩЕГО ОТ ВРЕМЕНИ МЕТОДА ХАРТРИ — ФОКА (ЗВХФ) И ЕГО ПРИМЕНЕНИЯ ПРИ ОПИСАНИИ СТОЛКНОВЕНИЙ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

Качественные соображения. Известно, что в стационарной теории Хартри — Фока, а также в приближении случайных фаз, если применить их с эффективными нуклон-нуклонными силами, можно получить очень хорошее качественное описание многих свойств конечных ядер, относящихся как к основному состоянию, так и к низкоэнергетической динамике. Это касается статических характеристик как энергии связи, среднеквадратичных радиусов, радиальных распределений заряда и плотности для сферических ядер, деформации, так и описания низкоэнергетических коллективных возбуждений, гигантских резонансов и т. п. (ср., например, [19]). Эти успехи двух подходов, которые, как известно, являются частными случаями ЗВХФ (стационарный случай и случай движения с малой амплитудой), натолкнули теоретиков на мысль применить картину независимого движения нуклонов в среднем поле и для описания движения с большой амплитудой, в частности для описания динамики реакции с тяжелыми ионами при энергиях в несколько МэВ/нуклон над кулоновским барьером. Поскольку в реакциях такого типа мы встречаемся с очень большими энергиями возбуждения (порядка сотен МэВ) и, как правило, находимся далеко от равновесной ситуации, такое обобщение связано с некоторыми принципиальными вопросами.

Наиболее фундаментальный и еще не удовлетворительно решенный вопрос касается выбора эффективных сил для динамических расчетов такого рода. Феноменологические силы, зависящие от плотности (силы Скирма), часто используемые в стационарных расчетах по методу Хартри — Фока, в известной мере могут рассматриваться как удачные параметризации реалистических эффективных сил (G -матрицы) [20, 21]. Их параметры подгоняются только к статическим ядерным свойствам. Поэтому их употребление полностью оправдано только в состояниях, близких к основному. Из-за полного отсутствия методов ренормировки реалистического нуклон-нуклонного потенциала в сильно неравновесной ситуации при высоких возбуждениях во всех имеющихся до сегодняшнего дня расчетах реакций с тяжелыми ионами в рамках ЗВХФ использованы те же эффективные силы. Результаты, полученные в приближении случайных фаз с силами Скирма, говорят, по-видимому, о том, что эти силы неплохо подходят хотя бы в некоторых динамических ситуациях. В таком же смысле можно отметить хорошее совпадение самих расчетов по ЗВХФ с экспериментальными данными для сечений слияния в большом диапазоне энергий и др. (см. ниже).

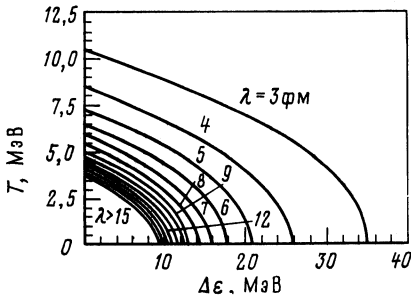


Рис. 1. Контуры постоянного среднего свободного пробега λ в плоскости энергии — температура [27]

Другой аспект, который следует обсудить, связан с применимостью приближения среднего поля при описании реакций с ионами, т. е. с оценкой средней длины свободного пробега λ нуклонов, участвующих в реакции.

В модели ферми-газа для отдельного нуклона с энергией $\Delta\varepsilon$ выше энергии Ферми ε_F при нулевой температуре грубая оценка $\lambda \sim (\sigma\rho_0)^{-1}$ (ρ_0 — равновесная ядерная плотность, σ — некоторое характерное значение свободного нуклон-нуклонного сечения) качественно модифицируется тем, что принцип Паули ограничивает число допустимых в столкновениях конечных состояний, так что [22, 23]

$$\lambda \approx \frac{4}{3\sigma\rho_0} \left(\frac{\varepsilon_F}{\Delta\varepsilon} \right)^2,$$

т. е. средний пробег неограниченно растет при $\Delta\varepsilon \rightarrow \varepsilon_F$. Если рассмотреть уже две перекрывающиеся ферми-сферы, то согласно оценкам [18, 24, 25] при энергии налетающего иона на нуклон E/A

$$\lambda \approx \frac{46,1}{\sqrt{E/A}},$$

где E выражается в МэВ λ -фм.

Для $E/A \leq 10$ МэВ мы здесь получаем $\lambda \geq 15$ фм, т. е. пробег, сравнимый с диаметром тяжелого ядра или еще больший. В аналогичной модели [26] подсчитаны эффективные нуклон-нуклонные сечения, включающие эффекты принципа Паули и фермиевского движения в зависимости от относительной скорости ионов. Оказывается, что при малых относительных скоростях эффективные сечения уменьшены на несколько порядков по сравнению со свободными. При скоростях, близких к фермиевской скорости, отношение этих величин все еще примерно 1 : 10.

Приведенные оценки относятся к системам с нулевой температурой. Ясно, что при конечной температуре λ будет уменьшаться. Чтобы иметь представление о роли температуры, рассмотрим снова простую модель отдельного нуклона над поверхностью Ферми при заданной конечной температуре T [27]. На рис. 1 изображены контуры постоянного среднего свободного пробега λ в плоскости $T - \Delta\varepsilon$. Видно, что при $\Delta\varepsilon$ в несколько мегаэлектрон-вольт и температурах, характерных для реакций с тяжелыми ионами при $E/A \approx \Delta\varepsilon$, мы все время находимся в области, где λ больше размеров тяжелого ядра. Далее, согласно [28, 29] нелокальность среднего поля, т. е. отличие эффективной нуклонной массы в среде от свободной массы, уменьшает плотность состояний вблизи границы Ферми, что является дополнительным механизмом увеличения λ .

Итак, несмотря на неточности и условность всех приведенных оценок свободного пробега λ , ясно, что существует определенная низкоэнергетическая область (несколько МэВ/нуклон), в которой физика сталкивающихся ядер в хорошем приближении описывается некоторым средним полем. Точные границы применимости такой

картины должны проявляться в ходе сравнения теории с экспериментом. С другой стороны, эти рассмотрения показывают качественно, что при более высоких энергиях по мере уменьшения λ определенную роль будут играть и двухчастичные столкновения. Есть первые экспериментальные указания на то, что переход к режиму с преобладанием двухчастичных столкновений происходит в районе 50—70 МэВ/нуклон [30].

Третье важное обстоятельство, которое следует помнить, состоит в следующем [15, 16, 18, 19]. В теории среднего поля, где многочастичная волновая функция ψ заменяется детерминантом Φ , можно надеяться на хорошее описание средних значений малочастичных операторов (в основном одночастичных), но нет никакой надежды на удовлетворительное описание многочастичной волновой функции.

Поясним это на простом примере скоррелированного основного состояния фермионной системы из N частиц, в котором каждая частица возбуждена с небольшой вероятностью ϵ . Хотя в этом случае средние значения одночастичных операторов воспроизводятся с точностью ϵ , вероятность того, что все частицы одновременно находятся в своих «предпочтительных» состояниях (т. е. ситуации, в которой испытывается полная волновая функция), равна $(1 - \epsilon)^N \sim e^{-\epsilon N}$. При достаточно больших N это выражение может быть гораздо меньше единицы и, следовательно, интеграл перекрытия $\langle \psi | \Phi \rangle$ мал. В стационарных задачах это обстоятельство сказывается не столь очевидно, так как большинство экспериментальных данных относится к средним значениям одно- или двухчастичных операторов. Такие величины, как энергии связи, энергии отделения или распределения заряда и плотности, не исчерпывают полной волновой функции, поскольку они связаны со средними значениями гамильтониана или одночастичного оператора плотности. Что касается временной задачи описания ядерной реакции, то здесь основной интерес состоит в расчете сечений реакции, т. е. элементов S -матрицы, которые в свою очередь суть интегралы перекрытия N -частичных волновых функций, эволюционировавших согласно некоторому взаимодействию с другими N -частичными функциями, описывающими конечные асимптотические состояния. Только в некоторых частных случаях элемент S -матрицы соответствует переходу, вызванному одночастичным оператором. В частности, при описании глубоконеупругого столкновения сложных ядер, в которых меняется конфигурация многих, если не всех, N нуклонов, соответствующие элементы S -матрицы представляют собой среднее значение многочастичного оператора.

Следовательно, мы должны ограничиться рассмотрением средних значений одночастичных операторов, например среднего числа протонов или нейтронов во фрагментах, импульсов фрагментов и, возможно, более высоких моментов, таких как дисперсии этих величин. Мы увидим ниже, что, несмотря на такое ограничение, ЗВХФ является довольно мощным и общим аппаратом для описания процессов столкновения тяжелых ионов. Это главным образом связано с огромным числом открытых каналов, вследствие чего просто не целесообразно и чаще всего даже невозможно сделать детальную спецификацию конечного состояния. Большинство экспериментальной информации о реакциях такого типа носит усредненный, инклюзивный характер.

Вывод уравнений ЗВХФ из вариационного принципа. Есть много способов вывода основных уравнений ЗВХФ (ср. разд. 3). При их

получении из вариационного принципа, аналогичного классическому принципу наименьшего действия, наглядно проявляются некоторые основные черты ЗВХФ [31]. Чтобы не усложнять выкладки, предполагаем сначала, что система описывается гамильтонианом с двухчастичным взаимодействием, достаточно слабым, чтобы короткодействующие корреляции были несущественными и приближение Хартри — Фока описывало полное среднее поле. Для применения к реалистическим ядерным системам эти силы должны заменяться эффективными, зависящими от плотности потенциалами, в известной степени включающими многочастичные аспекты. Вариационный принцип, о котором идет речь, при этом будет давать дополнительные члены, связанные с вариацией самих потенциалов по плотности.

Пробную многочастичную волновую функцию выбираем в виде детерминанта Слэтера, составленного из ортонормированных одночастичных волновых функций $\phi_i(x_i, t)$, где обозначение x_i включает кроме пространственных также спиновые и изоспиновые переменные

$$\Phi(x_1, \dots, x_A, t) = \mathcal{A} \prod_{i=1}^A \phi_i(x_i, t).$$

Здесь \mathcal{A} — оператор антисимметризации. С помощью таких волновых функций составляем выражение для «действия»

$$\begin{aligned} S[\{\phi_i^*\}, \{\phi_i\}] &= \int_{t_1}^{t_2} dt \langle \Phi(t) | i\hbar \frac{\partial}{\partial t} - H | \Phi(t) \rangle = \\ &= \int_{t_1}^{t_2} dt \mathcal{L}[\{\phi_i^*\}, \{\phi_i\}] = \int_{t_1}^{t_2} dt \left\{ \sum_{i=1}^A \int dx \phi_i^*(x, t) i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \phi_i(x, t) - \right. \\ &\quad \left. - \mathcal{H}[\{\phi_i^*\}, \{\phi_i\}] \right\} \end{aligned}$$

с «лагранжианом» \mathcal{L} и энергетическим функционалом

$$\begin{aligned} \mathcal{H}[\{\phi_i^*\}, \{\phi_i\}] &= \sum_{i=1}^A \int dx \phi_i^*(x, t) \left(\frac{-\hbar^2}{2m} \right) \nabla^2 \phi_i(x, t) + \\ &+ \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^A \int dx_1 dx_2 \phi_i^*(x_1, t) \phi_j^*(x_2, t) v(x_1 - x_2) \times \\ &\quad \times [\phi_i(x_1, t) \phi_j(x_2, t) - \phi_i(x_2, t) \phi_j(x_1, t)] \end{aligned}$$

для локального, инвариантного относительно преобразования Галилея взаимодействия. Требование $\delta S = 0$ и независимая вариация

относительно ϕ_i^* и ϕ_i дают уравнения ЗВХФ в виде

$$\begin{aligned}
 i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \phi_i(x, t) &= \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \phi_i^*(x, t)} = \frac{-\hbar^2}{2m} \nabla^2 \phi_i(x, t) + \\
 &+ \sum_{j=1}^A \int dx' v(x-x') |\phi_j(x', t)|^2 \phi_i(x, t) - \\
 &- \sum_{j=1}^A \int dx' v(x-x') \phi_j^*(x', t) \phi_i(x', t) \phi_j(x, t) \quad (1)
 \end{aligned}$$

и аналогичные уравнения для ϕ_i^* .

Переходя к вещественной и мнимой частям функций ϕ_i эти уравнения можно привести к виду классических уравнений Гамильтона [31] с гамильтонианом \mathcal{H} , т. е. уравнения ЗВХФ представляются как классическая теория A взаимодействующих одночастичных полей. Отмечаем, что число степеней свободы детерминанта Φ на самом деле меньше, чем это дано различным выбором функций ϕ_i , так как любое унитарное преобразование в пространстве этих функций дает тот же детерминант (с точностью до общего фазового множителя). Следовательно, имеет место калибровочная инвариантность теории относительно этих преобразований. Уравнения (1) описывают временную эволюцию одночастичных волновых функций ϕ_i в нелокальном (за счет обменного члена) среднем поле. В такой формулировке требуется задать эти функции в начальный момент времени $t = 0$.

Как и в стационарном приближении Хартри — Фока, уравнение линейной квантовой механики при этом заменяется системой из A нелинейных уравнений, т. е. из-за требования, что многочастичная волновая функция в любой момент времени есть детерминант Слэтера, нарушается принцип суперпозиции: сумма двух решений ЗВХФ в общем случае не будет решением уравнения (1) (не будет даже детерминантом). Отсюда неизбежно возникают некоторые квази-классические черты решений ЗВХФ, хотя, конечно, нельзя сказать, что теория полностью классическая — в конце концов уравнения (1), похожие на одночастичные уравнения Шредингера, и функции ϕ_i несут информацию об оболочечной структуре. Очевидно, уже в начальный момент, независимо от выбора $\Phi(t = 0)$, этот детерминант не есть решение точного стационарного уравнения Шредингера. Следовательно, он должен рассматриваться как волновой пакет, построенный из истинных стационарных решений, временная эволюция которого в ЗВХФ описывается уравнением (1).

Вариационный принцип, использованный выше, равносильно требованию, что отклонения $\Phi(t)$ от точной волновой функции $\psi(t)$ в любой момент времени минимальны [32].

Рассмотрим несколько подробнее вопрос о близости истинной волновой функции $\psi(t)$ к детерминанту $\Phi(t)$. Предварительно замечаем, что одночастич-

ная матрица плотности для детерминанта $\Phi(t)$

$$\begin{aligned} \rho(x, x', t) &= A \int dx_2 \dots dx_A \Phi^*(x', x_2, \dots, x_A, t) \Phi(x, x_2, \dots, x_A, t) = \\ &= \sum_{i=1}^A \phi_i^*(x', t) \phi_i(x, t) \end{aligned} \quad (2)$$

обладает свойством

$$\int dx'' \rho(x, x'', t) \rho(x'', x', t) = \rho(x, x', t),$$

т. е. независимо от представления

$$\rho^2(t) = \rho(t). \quad (3)$$

Далее очевидно, что

$$\text{Tr} \rho(t) = A. \quad (4)$$

Легко показать и обратное: если выполняются условия (3) и (4), то волновая функция является детерминантом Слэтера из ортонормированных одночастичных функций. Поэтому естественно определить величину

$$\mathcal{Z}(t) = \frac{1}{A} \text{Tr} [\rho(t) - \rho^2(t)]$$

как некоторую меру отклонения волновой функции от детерминанта. В работе [33] показано, что для точного решения уравнения Шредингера, которое в $t = 0$ совпадает с детерминантом ЗВХФ, \mathcal{Z} растет согласно закону

$$\mathcal{Z}(t) = 4 \left(\frac{t}{\tau} \right)^2 + O(t^3).$$

При этом характерное время τ не может, конечно, точно быть рассчитано. Однако авторы дали оценку τ , предполагая, что $\tau = \hbar/\Delta E$, где ΔE есть неопределенность энергии на нуклон:

$$\Delta E = \sqrt{\frac{1}{A} (\langle \Phi_0 | H^2 | \Phi_0 \rangle - \langle \Phi_0 | H | \Phi_0 \rangle^2)},$$

подсчитанная с использованием стационарного решения в приближении Хартри—Фока $|\Phi_0\rangle$. Стандартные взаимодействия оболочечной модели дают $\tau \approx 10^{-21}$ с, т. е. время, сравнимое с временами взаимодействия в реакциях с тяжелыми ионами. Отсюда снова вытекает, что интеграл перекрытия, даже если он при $t = 0$ был бы близок к единице, со временем может быстро уменьшаться, т. е. ЗВХФ не является хорошим приближением для волновой функции. Это, конечно, не означает, что $\Phi(t)$ не может использоваться для расчета средних величин одночастичных операторов. В свете приведенной оценки маловероятно, что из решений ЗВХФ можно извлечь большую долю информации об истинных стационарных состояниях, как это обсуждалось выше.

Альтернативные формулировки ЗВХФ. С учетом уравнения (2) основные уравнения ЗВХФ можно более компактно записать в виде

$$i\hbar \dot{\phi}_i = (T + U) \phi_i = \hbar \phi_i, \quad (5)$$

где нелокальный самосогласованный гамильтониан h определяется через

$$T(x, x') = \frac{-\hbar^2}{2m} \delta(x - x') \nabla^2;$$

$$U(x, x', t) = \delta(x - x') \int dx'' v(x - x'') \rho(x'', t) - \\ - v(x - x') \rho(x, x', t)$$

и

$$h\phi_i(x, t) = \int dx' h(x, x', t) \phi_i(x', t).$$

Продифференцировав соотношение (2) по времени с учетом уравнения (5) и очевидной эрмитовости ρ и h , легко получить уравнение движения одночастичной матрицы плотности

$$i\hbar \dot{\rho}(x, x', t) = \\ = \int dx'' \{h(x, x'', t) \rho(x'', x', t) - \rho(x, x'', t) h(x'', x', t)\} \quad (6)$$

или

$$i\hbar \dot{\rho} = [h(\rho), \rho].$$

Это и есть независимая от представления форма уравнений ЗВХФ, существование которой следует уже из упомянутой выше калибровочной инвариантности. Уравнение (6) само по себе не требует выполнения соотношения (3), т. е. описывает задачу на начальные значения для любой одночастичной матрицы плотности, не обязательно соответствующей детерминантной волновой функции. Тем не менее уравнение (6) вместе с условиями (3), (4) эквивалентно уравнению (1) или (5).

Аналогичное уравнение для одночастичной функции Грина

$$G_1(x, t; x', t') = -i \langle T\Psi(x, t) \Psi^+(x', t') \rangle,$$

($\Psi(x, t)$ — оператор нуклонного поля, а T — оператор хронологического упорядочения), которая связана с одночастичной матрицей плотности соотношением

$$\rho(x, x', t) = -iG_1(x, t; x', t^+) \quad (7)$$

с $t^+ = t + \varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow +0$, есть [15]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} G_1(x, t; x', t') = \delta(x - x') \delta(t - t') + \\ + \int dx'' h(x, x'', t) G_1(x'', t; x', t'). \quad (8)$$

При этом $h(x, x'', t)$ выражается через G_1 как

$$h(x, x'', t) = T(x, x'') - \\ - i\delta(x - x'') \int dx''' v(x - x''') G_1(x''', t; x'', t^+) + \\ + iv(x - x'') G_1(x, t; x'', t^+),$$

что совпадает согласно соотношению (7) с $h(x, x'', t)$ в уравнении (6).

Другая альтернативная формулировка уравнений ЗВХФ получается при переходе к смешанному координатно-импульсному представлению одночастичной матрицы плотности

$$f(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{s} e^{i\mathbf{p}\mathbf{s}} \rho\left(\mathbf{r} + \frac{1}{2}\mathbf{s}, \mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{s}\right),$$

которое называется функцией Вигнера [34]. Отмечаем, что функция $f(\mathbf{r}, \mathbf{p})$ имеет много общего с классической функцией распределения. Так, плотность, плотность потока и плотность кинетической энергии выражаются через нее точно так же, как и соответствующие величины в классическом случае

$$\begin{pmatrix} \rho(\mathbf{r}) \\ \mathbf{j}(\mathbf{r}) \\ \tau(\mathbf{r}) \end{pmatrix} = \int d\mathbf{p} \begin{pmatrix} 1 \\ \mathbf{p} \\ \frac{p^2}{2m} \end{pmatrix} f(\mathbf{r}, \mathbf{p}).$$

Однако имеются и существенные различия. В частности, f может принимать отрицательные значения. Вводя преобразование Вигнера нелокального среднего поля U как

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{p}) = \int d\mathbf{s} e^{i\mathbf{p}\mathbf{s}} U\left(\mathbf{r} + \frac{1}{2}\mathbf{s}, \mathbf{r} - \frac{1}{2}\mathbf{s}\right)$$

и совершая преобразование Вигнера уравнения (6), получаем [16]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla_{\mathbf{r}} f + \frac{2}{\hbar} \sin \left[\frac{\hbar}{2} (\nabla_{\mathbf{r}}^{(1)} \nabla_{\mathbf{p}}^{(2)} - \nabla_{\mathbf{p}}^{(1)} \nabla_{\mathbf{r}}^{(2)}) \right] f^{(1)} U^{(2)} = 0. \quad (9)$$

Здесь индексы (1) и (2) отмечают, на какие функции действуют производные $\nabla_{\mathbf{r}}$ и $\nabla_{\mathbf{p}}$. Отмечаем, что пренебрежение нелокальной (обменной) частью самосогласованного поля [так что $U(\mathbf{r}, \mathbf{p}) \equiv U(\mathbf{r})$] и приближение синуса разложением по степеням \hbar , в котором оставлен только ведущий член, приводит к классическому уравнению Власова [16, 24]

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\mathbf{p}}{m} \nabla_{\mathbf{r}} f - (\nabla_{\mathbf{r}} U) (\nabla_{\mathbf{p}} f) = 0. \quad (10)$$

Заметим, что уравнение (10) выступает как предел при $\hbar \rightarrow 0$ от уравнения (9). Уравнение (10), однако, нарушает условие (3), даже если оно выполняется при $t = 0$ и $\hbar \rightarrow 0$ [16].

Частные случаи ЗВХФ. Для дальнейшего необходимо отметить некоторые частные случаи ЗВХФ.

В случае стационарных состояний

$$\phi_i(\mathbf{x}, t) = \phi_i^0(\mathbf{x}) e^{-\frac{i}{\hbar} \epsilon_i t}$$

уравнение (1) сводится к стационарному уравнению Хартри — Фока

$$\hbar \phi_i^0(\mathbf{x}) = \epsilon_i \phi_i^0(\mathbf{x}). \quad (11)$$

Соответствующая не зависящая от представления форма сразу следует из уравнения (6) с

$$\rho_0(x, x') = \sum_{i=1}^A \phi_i^{*0}(x') \phi_i^0(x)$$

в виде

$$[h(\rho_0), \rho_0] = 0. \quad (12)$$

Интересно отметить связь стационарного уравнения (11) с уравнениями ЗВХФ. Если последние решить для чисто мнимых времен $t = -it$ с любыми начальными условиями [достаточно близкими к решению (11)], то при $\tau \rightarrow \infty$ получаем решение стационарного уравнения (11) (ср. [35]).

Любое решение стационарных уравнений с помощью преобразования Галилея превращается в решение уравнений ЗВХФ, равномерно движущееся со скоростью v . Это легко показать, учитывая, что такое преобразование осуществляется как (ср. [19])

$$\left. \begin{aligned} \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) &= e^{\frac{i}{\hbar} m\mathbf{v}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} e^{-v t(\nabla_{\mathbf{r}'} + \nabla_{\mathbf{r}})} \rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \\ &= e^{\frac{i}{\hbar} m\mathbf{v}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} \rho_0(\mathbf{r}-\mathbf{v}t, \mathbf{r}'-\mathbf{v}t); \\ U(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t) &= e^{\frac{i}{\hbar} m\mathbf{v}(\mathbf{r}-\mathbf{r}')} U_0(\mathbf{r}-\mathbf{v}t, \mathbf{r}'-\mathbf{v}t) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

(здесь и в дальнейшем указываем только пространственные переменные) или для одночастичных функций

$$\phi_i(\mathbf{r}, t) = e^{-\frac{i}{\hbar} (\epsilon_i + \frac{m}{2} v^2) t} e^{\frac{i}{\hbar} m\mathbf{v}\mathbf{r}} \phi_i^0(\mathbf{r}-\mathbf{v}t).$$

Это свойство в практических применениях к реакциям с тяжелыми ионами обычно используется для задания начальных условий. С этой целью строится детерминант Слэтера порядка $A_1 + A_2$ (в конкретных применениях и меньше, если учитываются определенные симметрии, об этом ниже) из волновых функций основного состояния ядер с A_1 и A_2 нуклонами. Обозначив $\phi_i^{(s)}(\mathbf{r})$ одночастичные волновые функции (11) в системе покоя ядра ($s = 1, 2$), для компонент начального детерминанта получаем

$$\phi_i(\mathbf{r}, t=0) = e^{\frac{i}{\hbar} m\mathbf{v}_s\mathbf{r}} \phi_i^{(s)}(\mathbf{r}-\mathbf{r}_s), \quad (14)$$

где \mathbf{r}_s — положение центра массы ядра s , а \mathbf{v}_s — его скорость при $t = 0$. Таким образом, при $t = 0$ квазиклассическим образом заданы как положение \mathbf{r}_s , так и импульсы $m\mathbf{A}\mathbf{v}_s$. Поэтому для заданной относительной скорости $\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2$ фрагментов можно в отдельности проследить «траектории» ядер для любого прицельного параметра, варьируя начальное относительное расположение $\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2$. Пока оба ядра находятся достаточно далеко друг от друга и функции ϕ_i обоих ядер взаимно не перекрываются, каждое ядро будет свободно двигаться

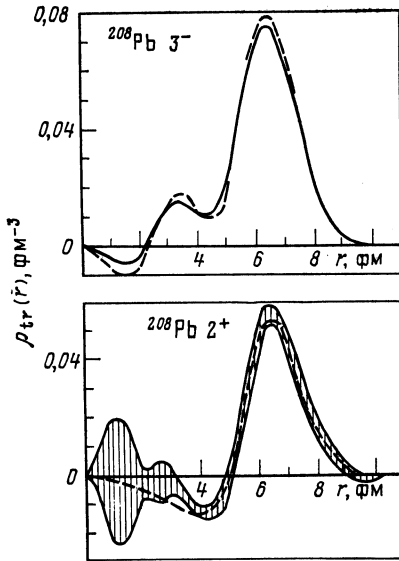


Рис. 2. Переходные плотности для первых 2^+ - и 3^- -состояний в ^{208}Pb [38]: ——— расчет по ПСФ; ————— эксперимент (заштрихованная область на нижнем рисунке)

в его основном состоянии согласно соотношению (13) и полная матрица плотности $\rho_{1+2}(r, r', t)$ будет просто суммой матриц плотности обоих ядер 1 (2), составленных из функций с $i = 1, \dots, A_1$ ($A_1 + 1, \dots, A_1 + A_2$). Увидим, что в процессе взаимодействия оба фрагмента будут содержать компоненты всех $A_1 + A_2$ функций ϕ_i .

Другим важным частным случаем ЗВХФ является приближение случайных фаз (ПСФ), которое описывает нормальные моды движения малой амплитуды вокруг основного состояния. В частности, ПСФ может выводиться из вариационного принципа [31], рассмотренного выше, варьируя действие относительно комплексных параметров $c_{ph}(t)$ общей детерминантной волновой функции, представляющейся в силу теоремы Таулеса в виде [36]

$$\Phi(t) = \exp \left\{ \sum_{ph} c_{ph}(t) a_p^+ a_h \right\} \Phi_0, \quad (15)$$

где a_p^+ , a_h — операторы рождения и уничтожения нуклонов; Φ_0 — волновая функция основного состояния в приближении Хартри — Фока, а p и h обозначают соответственно незаполненные и заполненные состояния в Φ_0 .

Реалистические расчеты с эффективными силами, зависящими от плотности (типа Скирма и др.), успешно описывают низколежащие вибрационные состояния (см., например, [37]). Так как ПСФ определяет линейный отклик системы на произвольно слабое внешнее возмущение, (например электромагнитное поле электрона при неупругом его рассеянии на ядре, которое хорошо известно и введение которого не добавляет какие-либо неточности), оно является отличным пробным камнем применения приближения среднего поля к динамике ядерных процессов. К примеру на рис. 2 показаны расчеты переходных плотностей к первым 2^+ - и 3^- -состояниям в ^{208}Pb в сравнении с экспериментальными данными [38].

Последним очень важным случаем ЗВХФ является его адиабатический предел (АЗВХФ), в котором описывается движение с малыми скоростями [39—43]. В частности, он был исследован, чтобы дать микроскопическое обоснование феноменологической коллективной ядерной модели [44] и вывести выражения не только для потенциальной энергии, но и для массовых параметров, соответствующих каждой коллективной переменной [39]. АЗВХФ есть элегантный метод для вывода классических коллективных гамильтонианов. Совершив квантование [43, 45] полученного гамильтониана, можно определить энергии и волновые функции коллективных состояний. Есть попытки прямого вывода квантового гамильтониана [46]. В принципе АЗВХФ может служить хорошим исходным пунктом и при критическом анализе феноменологических моделей для описания реакции столкновения тяжелых ионов, хотя в этом направлении успехи еще скромные [47].

Свойства уравнений ЗВХФ. Из уравнений ЗВХФ сразу следуют некоторые законы сохранения.

Хотя при выводе уравнений ЗВХФ предполагалось, что волновая функция $\Phi(t)$ есть детерминант Слэтера в любой момент времени, т. е. что выполняется условие (3), их запись в не зависящей от представления форме (6), вообще говоря, не требует этого. Тем не менее, если условие (3) выполняется в начальный момент времени, это свойство будет сохраняться. Это сразу следует из того, что согласно уравнению (6) имеет место

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} (\rho^2 - \rho) = i\hbar (\rho\dot{\rho} + \dot{\rho}\rho - \dot{\rho}) = [h, (\rho^2 - \rho)].$$

Легко доказать далее, что матрица, составленная из интегралов перекрытия одночастичных функций ϕ_i , сохраняется, так как

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle \phi_i | \phi_j \rangle = \langle \phi_i | \dot{h}^+ - h | \phi_j \rangle = 0.$$

В частности, если при $t = 0$ выбрать ортонормированные функции ϕ_i , то они остаются такими при любых t . Кроме того, отсюда очевидным образом следует сохранение нормы функции $\Phi(t)$, а также сохранение среднего значения оператора числа частиц $N = \sum_i a_i^\dagger a_i$.

Закон сохранения энергии следует из рассмотрения очевидного соотношения для временной зависимости среднего значения $\langle F \rangle = \langle \Phi(t) | F | \Phi(t) \rangle$ любого оператора F , не зависящего от времени [16],

$$\begin{aligned} i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle F \rangle &= \sum_{i=1}^A \int dx \left\{ \frac{\delta \langle F \rangle}{\delta \phi_i(x)} i\hbar \frac{\partial \phi_i(x)}{\partial t} + \frac{\delta \langle F \rangle}{\delta \phi_i^*(x)} i\hbar \frac{\partial \phi_i^*(x)}{\partial t} \right\} = \\ &= \sum_{i=1}^A \int dx \left\{ \frac{\delta \langle F \rangle}{\delta \phi_i(x)} \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \phi_i^*(x)} - \frac{\delta \langle F \rangle}{\delta \phi_i^*(x)} \frac{\delta \mathcal{H}}{\delta \phi_i(x)} \right\}. \end{aligned} \quad (16)$$

Для $\langle F \rangle = \langle H \rangle = \mathcal{H}$ следует $\dot{\mathcal{H}} = 0$.

Если F представляет собой одночастичный оператор $F = \sum_{lm} f_{lm} a_l^\dagger a_m$, то соотношение (16) принимает вид [18, 19]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \langle F \rangle = \langle [F, H] \rangle. \quad (17)$$

Это значит, что из симметрий точного гамильтониана следуют законы сохранения для средних значений операторов, осуществляющих соответственные преобразования и коммутирующих с H . В частности, сохранены средние значения операторов полного импульса $\mathbf{P} = \sum_i \mathbf{p}_i$ и полного углового момента $\mathbf{J} = \sum_i (\mathbf{r}_i \times \mathbf{p}_i + \mathbf{s}_i)$, где \mathbf{s}_i — оператор спина i -й частицы, если только двухчастичное взаимодействие инвариантно относительно преобразования Галилея.

Вследствие локализованности волнового пакета $\Phi(t)$ нарушается трансляционная инвариантность. С другой стороны, сохранение полного импульса говорит о существовании равномерно движущихся стационарных решений типа (13). Следовательно, применяя только преобразование симметрии (преобразование Галилея) на одно решение, нарушающее ее [например, на стационарное решение (11)], получаем бесконечное множество различных решений уравнений ЗВХФ. Аналогичное свойство имеется относительно других преобразований группы Галилея (например, вращения).

Есть, однако, и так называемые самосогласованные симметрии. Если выбрать начальное условие с определенной симметрией, например аксиальной, которая присуща и точному гамильтониану, то $\Phi(t)$ будет сохранять эту симметрию и впредь [14]. Введение такого рода симметрий через начальные условия очень помогает уменьшить число степеней свободы в расчетах по ЗВХФ. Насколько эта редукция сказывается на результатах, обсудим ниже. Наиболее реалистичский расчет, конечно, требует нарушения всех возможных симметрий.

Решения уравнений ЗВХФ в общем случае не могут быть четными по отношению к обращению времени. Например, из соотношения (13) видно, что преобразование Галилея нарушает симметрию относительно обращения времени, так как оно включает как четное по времени преобразование координат (смещение на $-vt$), так и нечетное преобразование импульсов. Следовательно [19],

$$\rho_T(t) = T\rho(t)T^+ \neq \rho(t),$$

где T — оператор обращения времени. Наоборот, $\rho_T = \rho$ требовало бы $\dot{\rho} = 0$. С другой стороны, уравнения ЗВХФ микроскопически обратимы в том смысле, что $\rho_T(-t)$ тоже есть решение. Следует отметить, что микроскопическая обратимость не исключает «одночастичную диссипацию» за счет (обратимого) перевода определенной части начальной кинетической энергии относительного движения во внутреннюю энергию возбуждения фрагментов.

При рассмотрении частных решений уравнений ЗВХФ типа (13) бросается в глаза, что такие волновые пакеты движутся без всякой дисперсии, т. е. сохраняют свою форму. Более того, для некоторых сильно идеализированных задач уравнения ЗВХФ допускают точные аналитические солитоноподобные решения [49—54], показывающие такое же поведение. Дело в том, что, грубо говоря, квантовомеханическая дисперсия, приводящая к расплыванию любого волнового пакета в линейной квантовой механике, в случае уравнений ЗВХФ как бы компенсируется нелинейностью уравнений, которая, в свою очередь, является следствием ограничения на детерминантные функции $\Phi(t)$.

Эффективные двухчастичные взаимодействия. В этом разделе мы пока предполагали, что двухчастичное взаимодействие достаточно слабое и не имеет

сингулярностей. Для реальных ядерных систем такое приближение конечно не годится. Наличие сильно отталкивающей части реалистического нуклон-нуклонного потенциала и связанные с этим расходящиеся интегралы, определяющие среднее поле, с одной стороны, и важность эффектов более высокого порядка истинной A -частичной проблемы — с другой, требуют либо более совершенной теории (об этом пойдет речь в разд. 3), не связанной с приближением среднего поля, либо использования эффективных сил. С оговоркой, сделанной в начале этого раздела, такими силами заменяют двухчастичный потенциал $v(x-x')$ в определении энергетического функционала \mathcal{E} и затем делают приближение Хартри — Фока, т. е. варьируют действие S и требуют, чтобы эта вариация была равна нулю, чтобы получить уравнения движения, аналогичные (4). При этом все сказанное выше остается в силе и меняется только конкретный вид самосопряженного гамильтониана \hat{h} .

Большинство расчетов по ЗВХФ для описания реакций с тяжелыми ионами проведено на основе феноменологических сил Скирма [55]. При этом во избежание существенных численных усложнений, как правило, пренебрегают спин-орбитальным взаимодействием. За счет простой структуры сил Скирма нелокальность среднего поля (обменного члена) сводится к дифференциальному оператору второго порядка. Обычно пренебрегают кулоновским обменным членом. В редких случаях он учитывается в локальном приближении Слэтера. Градиентные члены сил Скирма происходят из разложения в ряд Тейлора свертки плотности с двухчастичным потенциалом конечного радиуса действия (ср. [56]). Более высокие степени ∇ в этом разложении опущены. Поэтому как из физических, так и из чисто технических причин часто заменяют эти градиентные члены членами, построенными с потенциалом Юкавы (модифицированные силы Скирма). Явные выражения для эффективных сил Скирма, а также для самосопряженных одночастичных гамильтонианов \hat{h} можно найти, например, в [46—48, 57].

Четыре комбинации из пяти параметров сил Скирма фиксируются с помощью объемной, поверхностной, кулоновской энергий и энергии симметрии. Последняя линейная комбинация параметров задается соотношением m^*/m (m^* — эффективная масса нуклона). Микроскопические расчеты ядерной материи показывают, что $m^*/m \approx 0,7$. Использование этого значения в стационарных расчетах по методу Хартри — Фока воспроизводит плотности, энергии связи и деформации по всей периодической системе [58]. В некоторых упрощенных расчетах совсем пренебрегают нелокальностью гамильтониана \hat{h} ($m^* = m$). Опыт показывает, что хотя такие упрощения сильно влияют на детали эволюции волновых функций ϕ_i , они почти не меняют общие черты решений (средние значения одночастичных операторов, траектории).

Одномерные расчеты по ЗВХФ. Проведенные Бонше и др. в [14] первые расчеты по ЗВХФ для столкновения плоских слоев конечной толщины (порядка ядерной) и бесконечных в поперечных направлениях в силу их простой одномерной геометрии, наглядно иллюстрируют наиболее важные качественные стороны метода. Уже в таком упрощенном рассмотрении явно выступают принципиальные проблемы интерпретации решений ЗВХФ, связанные с квазиклассическими чертами метода, о которых частично уже шла речь. Ниже увидим, что реалистические трехмерные расчеты по ЗВХФ показывают относительно слабую связь продольных степеней свободы с поперечными (включение перерасеяния частиц за счет двухчастичных столкновений несколько изменяет эту ситуацию). Поэтому неудивительно, что уже в данном одномерном рассмотрении проявляются все существенные свойства гораздо более сложных расчетов.

Остановимся подробнее на результатах работы [14]. Согласно выбранной геометрии для систем, симметричных по спину и изоспину, пространственные одночастичные волновые функции имеют вид:

$$\phi_{n, \mathbf{k}_\perp}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\Omega}} e^{i\mathbf{k}_\perp \mathbf{r}_\perp} \phi_{n, \mathbf{k}_\perp}(z), \quad (18)$$

где $\mathbf{r}_\perp \equiv (x, y)$; $\mathbf{k}_\perp \equiv (k_x, k_y)$, и Ω есть нормировочная площадь в плоскости xy . Если выбрать упрощенное эффективное взаимодействие

$$v(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = t_0 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') + \frac{t_3}{6} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \rho(\mathbf{r}) + \frac{v_0 e^{-\mu|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}}{\mu|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \left(\frac{16}{15} + \frac{4}{15} P_x \right), \quad (19)$$

где комбинация $(4 + P_x)$ специально выбрана так, чтобы устранить обменную часть среднего поля $U(\mathbf{r})$ (т. е. $m^* = m$), то оно записывается как

$$U(\mathbf{r}) \equiv U(z) = \frac{3}{4} t_0 \rho(z) + \frac{3}{16} t_3 \rho^2(z) + \frac{2\pi}{\mu^3} v_0 \int_{-\infty}^{\infty} dz' \rho(z') e^{-\mu|z - z'|}. \quad (20)$$

При этом в уравнениях Хартри — Фока разделяются переменные. Эффективное взаимодействие (19) есть частный случай модифицированных сил Скирма и дает энергию связи в ядерной материи в 15,77 МэВ на частицу при плотности насыщения $\rho_0 = 0,145 \text{ фм}^{-3}$ ($k_F = 1,29 \text{ фм}^{-1}$).

Одночастичная плотность записывается как

$$\begin{aligned} \rho(\mathbf{r}) \equiv \rho(z) &= 4 \sum_{n=1}^N \sum_{(\hbar k_\perp)^2 \leq 2m(\varepsilon_F - \varepsilon_n)} |\phi_{n, \mathbf{k}_\perp}(\mathbf{r})|^2 = \\ &= \sum_{n=1}^N \frac{2m}{\pi \hbar^2} (\varepsilon_F - \varepsilon_n) |\phi_n(z)|^2 = \sum_{n=1}^N a_n |\phi_n(z)|^2. \end{aligned} \quad (21)$$

Отсюда видно, что поперечные волновые функции определяют лишь относительные веса продольных функций ϕ_n . Основному состоянию соответствует заполнение всех состояний $\tilde{\phi}_{n, \mathbf{k}_\perp}$ с энергиями $E_{n, \mathbf{k}_\perp} = \varepsilon_n + \frac{\hbar^2}{2m} k_\perp^2 \leq \varepsilon_F$. Для заданного числа нуклонов \mathcal{A} в единичной площади плоскости xy из уравнения (21) следует

$$\mathcal{A} = \sum_{n=1}^N a_n = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z) dz = \sum_{n=1}^N \frac{2m}{\pi \hbar^2} (\varepsilon_F - \varepsilon_n) \approx \rho_0 L, \quad (22)$$

где N — число заполненных связанных состояний ϕ_n , а L — толщина слоя между точками с $\rho = \frac{1}{2} \rho_0$. Задание $L = 10 \text{ фм}$ (или $\mathcal{A} = 1,5 \text{ фм}^{-2}$) дает $N = 4$. Эти четыре функции координаты z являются единственными степенями свободы, так как поперечные степени свободы заморожены.

Уже рассеяние слоя описанного вида на внешнем потенциале $V(z)$, который добавляется к самосогласованному потенциалу $U(z, t)$, представляет собой интересную задачу для первого рассмотрения в ЗВХФ. На рис. 3 и 4 изображен профиль плотности в различные моменты времени для внешнего потенциала гауссового типа $V(z) = V_0 \exp(-z^2/2a^2)$ с $a = 2$ фм при начальной скорости, соответствующей энергии на нуклон $E/A = 10$ МэВ.

В случае $V_0 = 10$ МэВ для отдельного нуклона такой же энергии можно было ожидать проникаемость в 50% [14]. Следовательно, тот факт, что слой проходит барьер, почти полностью говорит о том,

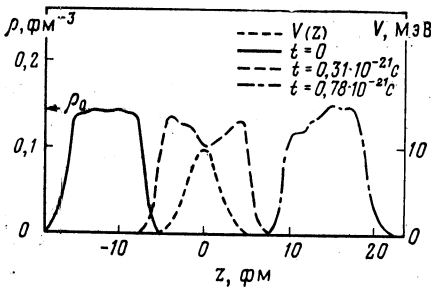


Рис. 3. Профили плотности $\rho(z, t)$ при рассеянии слоя на внешнем потенциале $V_0 \exp(-z^2/2a^2)$ [14] ($E/A = 10$ МэВ, $A_1 = 1,4$ фм $^{-2}$, $V_0 = 10$ МэВ, $a = 2$ фм)

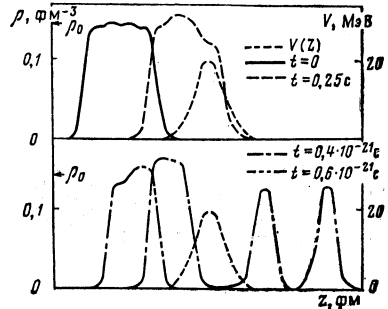


Рис. 4. Профили плотности $\rho(z, t)$, как на рис. 3, но с $V_0 = 20$ МэВ время — в единицах 10^{-21} с

что здесь коллективность движения (самосогласованный потенциал) играет важную роль. При движении через барьер притягивающее среднее поле существенно уменьшает эффективный одночастичный барьер. Нужно, однако, отметить, что это происходит за счет возбуждения слоя, т. е. в результате перестройки среднего поля («приспособления к препятствию»).

Для $V_0 = 20$ МэВ ситуация аналогичная. Если для отдельного нуклона ожидается проникаемость в 1,26%, то «коллективная проникаемость» составляет 29%. Подобный эффект был предсказан уже в [59] на основе гораздо более простой модели.

Процесс столкновения слоя с потенциалом, изображенным на рис. 4, выдвигает фундаментальный вопрос об интерпретации, а именно: проникает ли рассмотренный слой в барьер целиком с вероятностью 29%, делится ли он на два слоя масс (71 и 29%) или же мы имеем дело со сложной суперпозицией амплитуд различных конечных состояний (каналов), включающих, например, прохождение 1, 2, 3... нуклонов? Последний вариант, хотя и наиболее естественный с точки зрения теории рассеяния, не проходит, поскольку, как уже отмечалось, можно ожидать удовлетворительного описания лишь средних

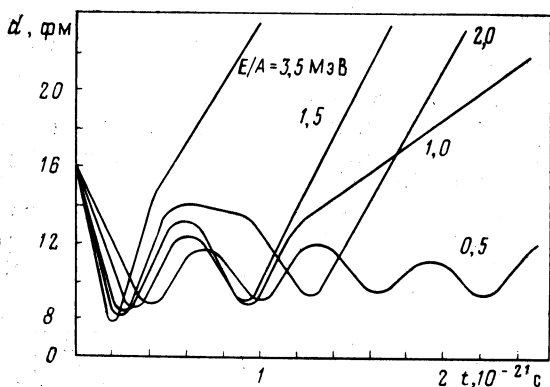
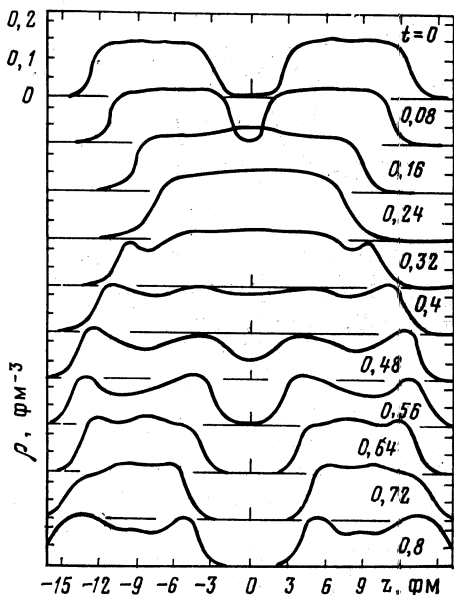


Рис. 5. Среднее расстояние $\bar{d}(t)$ слоев с $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = 1,4$ фм^{-2} при различных энергиях E/A [14]

Рис. 6. Профили плотности $\rho(z, t)$ при столкновении двух слоев [14]: $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = 1,4$ фм^{-2} , $E/A = 3,5$ МэВ. Время — в единицах 10^{-21} с



значений одночастичных операторов, а не S -матрицы. С этой точки зрения разумно довольствоваться (неполной) интерпретацией процесса как разделением первоначального слоя на два фрагмента с данным числом частиц в единичной площади, средней скоростью и т. п.

Рассмотрим столкновение двух слоев с $\mathcal{A}_1 = \mathcal{A}_2 = 1,5$ фм^{-2} при различных энергиях на нуклон E/A в системе центра масс. Удобно определить макроскопическую переменную

$$d(t) = \frac{2}{(\mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2)} \int_{-\infty}^{\infty} \rho(z, t) |z| dz \quad (23)$$

как среднее расстояние двух фрагментов. На рис. 5 изображены «траектории», т. е. величина $d(t)$ для различных значений E/A в зависимости от времени t , а на рис. 6 для энергии $E/A = 3,5$ МэВ показаны профили плотности в различные моменты времени t (в единицах 10^{-21} с). В случае $E/A = 3,5$ МэВ слои приближаются, образуют составную систему при $t \approx 0,24$ с, а затем снова удаляются друг от друга с уменьшенной скоростью, что говорит о возбуждении фрагментов. Наоборот, при $E/A = 0,5$ МэВ составная система не делится, т. е. имеет место «слияние». Осцилляции в $d(t)$, а также в профилях плотности при больших t , вероятно, частично сглаживаются при учете большего числа степеней свободы, хотя их существование наблюдается в той или иной мере во всех расчетах по ЗВХФ. Учет перерассеяния частиц за счет остаточного взаимодействия может привести к их затуханию (см. ниже). Имеются и траектории промежуточного типа, где система разваливается только после нескольких осцилляций (резонансы).

Исследования столкновений одномерных слоев при более высоких энергиях, а также с $A_1 \neq A_2$ качественно показали далее такие эффекты, как уплотнение, фрагментация на число слоев, большее чем два, а также испускание частиц. Учитывая простоту данной модели, можно ожидать, что в реалистических расчетах по ЗВХФ можно и количественно описать важные характеристики столкновений тяжелых ионов.

Физическая картина ЗВХФ наиболее наглядно проявляется при рассмотрении эволюции отдельных одночастичных состояний $\phi_n(z, t)$ в данной простой модели. После решения самосогласованных уравнений функции ϕ_n можно интерпретировать как решения одночастичного уравнения Шредингера в зависящем от времени потенциале $U(z, t)$. На рис. 7 изображены вклады отдельных состояний в плотность $\rho(z, t)$ (показана на рис. 6) в различные моменты времени. Условно показаны только состояния, первоначально сконцентрированные в левом слое. Из рис. 7 видно, что третье состояние быстро доходит до правого конца потенциала U и при $t = 0,32 \cdot 10^{-21}$ с отражается, передавая импульс среднему полю, так что слои действительно начинают разделяться (ср. рис. 6). Функция ϕ_4 , которая наиболее быстро достигает правого конца, не может выполнять эту роль из-за небольшого веса a_4 в уравнении (22). В конце наибольшая часть одночастичных волновых пакетов из левого слоя находится справа. Значит, при такой энергии слои более или менее проникают друг в друга. В случае слияния все волновые пакеты многократно отражаются от концов потенциала, «диссипируя» при этом всю коллективную энергию относительного движения.

В таком рассмотрении нельзя, однако, отождествить отдельные одночастичные волновые пакеты с частицами-нуклонами. В ЗВХФ полная волновая функция $\Phi(t)$ описывает $A_1 + A_2$ тождественных частиц и всегда полностью антисимметрична относительно перестановки координат любых двух нуклонов, в том числе и из различных

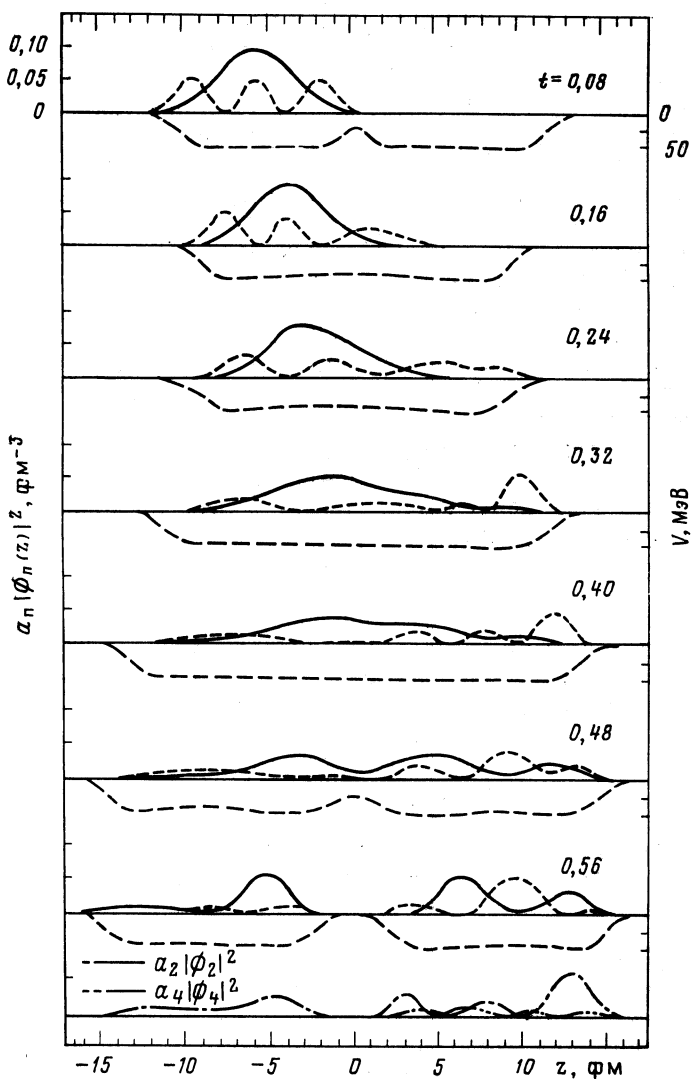


Рис. 7. Вклады отдельных одночастичных компонент с соответствующим весом a_n [см. уравнение (21)] в плотность $\rho(z, t)$ для случая, показанного на рис. 6 [14]: — — — — — среднее поле $U(z, t)$. Показано первое (—) и третье (---) состояния от левого слоя. Аналогичные вклады в ρ и U от состояний: первоначально сконцентрированных в правом слое, не изображены. На нижнем рисунке показаны вклады второго и четвертого состояний в конечный момент времени

фрагментов. Тот факт, что в начале составляется детерминант из $A_1 + A_2$ функций так, что он фактически (пространственно) разделяется на два детерминанта из A_1 и A_2 функций, есть лишь одна из бесконечно многих (и физически эквивалентных) реализаций выбора одночастичного базиса. Совершив унитарное преобразование в пространстве этих функций, можно получить начальное состояние, в котором присутствуют компоненты всех $A_1 + A_2$ состояний в обоих фрагментах. Однако при этом свойство, что оба фрагмента в отдельности описываются детерминантной функцией, не нарушается. С другой стороны, после разделения фрагментов, как правило, это свойство теряется, так как произошли истинные физические изменения состояний обоих ядер.

Например, если в случае, изображенном на рис. 7, оставить только компоненты ϕ_n при $z > 0$, то волновая функция правого слоя может быть представлена как суперпозиция из детерминантных функций из 8, 7, . . . , 1 одночастичных функций. Поскольку все одночастичные функции и при больших t порождаются средним полем $U(z, t)$, в определение которого пока входят все функции, то такие конечные «каналы» продолжают взаимодействовать и при $t \rightarrow \infty$. Эти так называемые «духовые корреляции каналов» [60] существенно препятствуют созданию теории рассеяния на основе ЗВХФ как задачи на начальные значения. Преодоление этих трудностей требует квантования теории (см. следующий пункт). Если, однако, оставаться на уровне анализа средних значений малочастичных операторов, в определение которых входит полная детерминантная функция $\Phi(t)$, нет таких фундаментальных проблем интерпретации.

Следует, однако, добавить, что, несмотря на большие успехи реалистических расчетов по ЗВХФ применительно к реакциям с тяжелыми ионами, тут есть и исключения. Например, теоретическое предсказание значения среднего числа переданных нуклонов для таких тяжелых асимметрических систем, как $^{84}\text{Kr} + ^{209}\text{Bi}$, иногда примерно в 5 раз меньше [61, 62] экспериментального. В работе [63] показано, что за это отклонение частично (примерно фактор 2) отвечают духовые корреляции каналов. На дисперсию этой величины они, однако, почти не влияют. Тем не менее в данном примере дисперсия примерно в 5—6 раз меньше ее экспериментального значения.

Уменьшенные по сравнению с экспериментом дисперсии большинства изменяемых величин — общее свойство ЗВХФ. К примеру рассмотрим дисперсию числа частиц в конечных фрагментах, расположенных при $z < 0$ и $z > 0$ соответственно.

Можно показать [64, 18], что в рамках ЗВХФ дисперсия числа частиц в каждом из полупространств удовлетворяет неравенству

$$\langle (N \cong - \langle N \cong \rangle)^2 \rangle^{\frac{1}{2}} = [\text{Tr}(\rho \cong - \rho \cong \rho \cong)]^{\frac{1}{2}} \leq \frac{1}{2} \sqrt{A}, \quad (24)$$

где A — массовое число системы. Если отдельные фрагменты описываются детерминантной волновой функцией (до столкновения), то дисперсия равна нулю. Для конечных же фрагментов она ограничена сверху значением, существенно меньшим экспериментального.

Полуклассическое квантование ЗВХФ, квантовые поправки и корреляции. Как было показано различными авторами [65—67], уравнения ЗВХФ получают из точного бозонного представления пар фермионных операторов заменой бозонных операторов s -числами. Полное «реквантование» обратным путем восстанавливает точное уравнение Шредингера. При этом ЗВХФ можно рассматривать как полную классическую теорию A взаимодействующих одночастичных полей (см. выше), в которой эти поля и их сопряженные импульсы представляют собой вещественные и мнимые части одночастичных волновых функций (вместо координат и импульсов частиц). Хотя в этом смысле ЗВХФ как задача на начальные значения есть некий «классический предел», в волновых пакетах, эволюционирующих согласно уравнениям ЗВХФ, содержится определенная квантовомеханическая информация. Вопрос состоит лишь в том, в какой мере она содержится, и как ее извлечь. В этом смысле нужно квантование теории, причем по возможности таким способом, чтобы строилась систематическая иерархия квантовых поправок, дающая в нижайшем порядке некую проквантованную теорию среднего поля (по форме, вероятно, близкую к ЗВХФ), а при учете всех поправок — полное многочастичное уравнение Шредингера. Неполный учет этих поправок принято называть «полуклассическим квантованием». В частности, исследуя движения с большой амплитудой, естественно ожидать, что нелинейная динамика «классического предела» может служить хорошим первым приближением, и достаточно ограничиться первым членом в искомой последовательности квантовых поправок.

Трудности при попытке не ограничиваться рассмотрением средних значений одночастичных операторов, связанные как с духовными корреляциями каналов, так и с тем фактом, что при $t = 0$ фактически задается волновой пакет в пространстве истинных стационарных состояний, говорят о том, что нужно отказаться от формулировки теории как задачи на начальные значения. Хотя в случае столкновений тяжелых ионов более или менее интуитивно ясно, как можно составить волновой пакет вначале, такой возможности нет при рассмотрении связанных состояний многочастичных систем. Более того, для спонтанного деления деформированное основное состояние в приближении Хартри — Фока очевидно не годится вообще.

Последнее связано с тем, что в силу нелинейности уравнений ЗВХФ на многомерной энергетической поверхности в пространстве детерминантных многочастичных волновых функций может существовать несколько минимумов [19]. Находясь в состоянии с энергией, соответствующей одному из минимумов (или хотя бы ниже седла), из-за сохранения энергии система может только оставаться в данном состоянии (или двигаться по «траектории» постоянной энергии, переходя из одного состояния, описываемого детерминантом, в другое детерминантное состояние, не переходя седло и попадая в другую долину с состояниями такой же энергии). Значит, эффекты туннелирования через барьер такого типа и, в частности, спонтанное деление не описываются вообще в «классическом пределе».

Оказывается [18, 68—74], что формулировка квантовой механики через интегралы по траекториям (функциональные интегралы), данная Фейнманом [75], является очень удобным исходным пунктом при решении поставленной задачи. Классический предел здесь понимается как приближение стационарной фазы в точном представлении матричных элементов оператора эволюции через функциональные интегралы, где оставлена только траектория с наименьшим действием (которое входит в экспоненту). Для любого матричного элемента эволюционного оператора приближение стационарной фазы при этом определяет среднее поле, удовлетворяющее уравнению типа уравнения (6). Частный вид решений, т. е. граничные условия, тоже полностью определяется приближением стационарной фазы. Учитывая следующие члены разложения действия вокруг «седловой точки», получают систематическую иерархию квантовых поправок, хотя бы в принципе. При этом получаются другие уравнения движения и другие граничные значения. Поскольку последовательное изложение формализма требует обширного математического аппарата, упомянем здесь только основные работы. Более детально эти вопросы обсуждаются в обзорах [18, 70].

Квантование ЗВХФ для описания связанных состояний многочастичной

системы, которое было нерешенной проблемой со времени формулировки приближения ЗВХФ Дираком в 1930 г. [12], проведено лишь совсем недавно в [68, 71, 72]. Несколько иным методом это было сделано и в [76].

В приближении стационарной фазы получены уравнения, определяющие осцилляции с любым периодом T , а также условие квантования, выделяющее квантовые собственные состояния. Они могут рассматриваться как четырехмерное обобщение трехмерных уравнений (11). Подчеркиваем, что в силу этого, даже в приближении стационарной фазы, т. е. без учета квантовых поправок, возникают серьезные практические проблемы при решении данных уравнений. Первый выполненный пока расчет проведен в приближении Хартри только в одном пространственном измерении для систем из 4, 8, 16 частиц [77].

В приближении стационарной фазы в [69, 73, 76] исследованы процессы распада многочастичной системы, в том числе спонтанное деление. Соответствующие уравнения получаются переходом к мнимым временам $t = -it$. Как известно, при таком переходе классические запрещенные области становятся разрешенными и наоборот.

Учитывая квантовые поправки в наинизшем порядке, в [69] получено выражение для конечного времени жизни спонтанно делящихся ядер.

Что касается описания столкновения тяжелых ионов, то в данном подходе намечаются первые успехи [78—81]. Выше мы видели, что одна из основных трудностей здесь состоит в определении асимптотических каналов реакции. Ключ к решению проблемы, видимо, лежит в одновременной трактовке как начальных и конечных состояний, так и динамики процесса.

Практическое применение теории рассеяния в таком духе, однако, гораздо сложнее, чем применение ЗВХФ как задачи на начальные значения. До настоящего времени не ясно, насколько в приближении стационарной фазы воспроизводятся элементы S -матрицы и какую роль играют квантовые поправки. Вероятно, что учет квантовых поправок снова дает лишь право на интерпретацию средних значений. Другое замечание касается ожидаемой быстрой сходимости иерархии квантовых поправок в случае движения с большой амплитудой [18]. Развитые на основе интегралов по траекториям методы, строго говоря, применимы лишь для достаточно слабых двухчастичных взаимодействий, для которых хартри-фокское среднее поле является хорошим исходным пунктом. Для реалистических сил возможно поправки более существенны, чем предполагалось. Как и в стандартном ЗВХФ, так и в приближении стационарной фазы, корреляции можно в некоторой мере эффективно учитывать, прибегая к использованию эффективных сил. Однако на это в рамках данного подхода (пока) нет оснований. С другой стороны, в силу общности метода можно надеяться, что его усовершенствование дает новые приближенные методы учета корреляций и тем самым более удовлетворительное определение эффективных взаимодействий. Возможные пути приспособления метода функциональных интегралов к реалистическим нуклон-нуклонным силам схематично обсуждаются в гл. V работы [18].

Чтобы выяснить, с какой точностью применимо приближение стационарной фазы и оправдано использование эффективных сил, желательно иметь для сравнения точное решение многочастичной задачи с реалистическими силами. Для некоторых модельных систем (одномерные, простые взаимодействия) уже проведены соответствующие расчеты [83, 84]. Они основаны на том, что подход функциональных интегралов (интегрирование по многим траекториям) удобно реализовать численными методами типа Монте-Карло в дискретной пространственно-временной решетке.

Есть и другая точка зрения на подходы, обобщающие ЗВХФ. При относительно низких энергиях и для относительно легких систем, где квантовомеханическая формулировка вышеописанного типа необходима, динамика корреляционных функций не существенна и может в хорошем приближении учитываться через эффективные силы (зафиксированные по данным об основном состоянии). Имея в виду тот факт, что даже в приближении стационарной фазы реалистические расчеты связаны с огромными чисто практическими трудностями, выходит, что такой подход на деле означает отказ от реалистического описания динамики многочастичных корреляций в реакциях с тяжелыми ионами. При более высоких

энергиях, однако, они могут играть существенную роль. В этом смысле целесообразно вернуться к исходной картине ЗВХФ как задаче на начальные значения, отбрасывая все попытки восстановить полную волновую функцию или же определить S -матричные элементы. Обобщение в смысле квантовой статистики сильно неравновесных систем теперь ищется, например, в виде обрывания при $n > 1$ цепочки уравнений для n -частичных матриц плотности ρ_n . Желательно, чтобы при пренебрежении двухчастичными корреляциями, т. е. в наимизшем порядке обрывания, получалось ЗВХФ. Попыткам обобщения ЗВХФ в таком направлении посвящен разд. 3 настоящего обзора.

В заключение подчеркнем, что любой учет корреляций равносильен допущению квантовых флуктуаций вокруг «классической» траектории наименьшего действия, описываемой ЗВХФ, и поэтому эквивалентен учету квантовых поправок. Постановка задачи на начальные значения лишь мешает извлечь соответствующую информацию в смысле квантовомеханической теории рассеяния.

2. ПРИМЕНЕНИЕ ЗВХФ К ОПИСАНИЮ РЕАКЦИЙ С ТЯЖЕЛЫМИ ИОНАМИ

Мнообразие качественных результатов первых одномерных расчетов по ЗВХФ [14] стимулировало активность по проведению расчетов в двух- и трехпространственных измерениях, на основе которых можно было бы провести количественное сравнение с экспериментальными данными. Число выполненных до сегодняшнего дня расчетов уже насчитывается сотнями. В данном разделе на основе результатов некоторых из них делается попытка дать представление о применении ЗВХФ к описанию реакций с тяжелыми ионами. Более полный обзор количественных результатов можно найти в работе [17].

Симметрии и ограничения. В идеальном случае можно было бы численно решить полную систему уравнений ЗВХФ, не делая никаких дальнейших упрощений. Однако, чтобы несколько уменьшить громоздкость расчетов, используют различного типа приближения, более или менее существенно ограничивающие число степеней свободы. Сравнения с отдельными трехмерными расчетами без ограничений, а также отдельных приближений между собой и с экспериментом привели к определенному представлению о том, в каких случаях определенное приближение работает хорошо и в каких оно сильно искажает результаты.

Первый способ упрощений состоит во введении через начальные условия определенных симметрий, сохраняющихся во времени (самоогласованные симметрии, см. выше). Такими симметриями могут быть, например, симметрия относительно отражения, инверсии, спиновая симметрия (предполагается фактически всегда), аксиальная симметрия (в случае лобового соударения) и т. п. В частности, даже в трехмерных расчетах почти всегда предполагается симметрия относительно отражения от плоскости реакции. Показано, что эта симметрия в полном расчете в течение столкновения нарушается только на несколько процентов (в случае $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ [85]). Следует, однако, иметь в виду, что симметрические начальные условия представляют собой весьма частный класс всех возможных начальных условий.

Другой способ уменьшения числа степеней свободы состоит в упрощающих предположениях о структуре волновых функций. Например,

можно ввести предположение, что нейтроны и протоны зеркальных ядер описываются одними и теми же волновыми функциями, причем каждой частице приписывается половинный эффективный заряд. Так как кулоновское взаимодействие гораздо слабее ядерного, такое приближение часто дает хорошие результаты. Однако там, где полная диссипация энергии представляет собой количественный интерес, замораживание изоспиновых степеней свободы может привести к существенным расхождениям. В частности, это относится к сечениям слияния в низкоэнергетической области [86].

Гораздо более существенные упрощения получаются, если эффективно перейти к двумерным задачам. Такой переход осуществляется, например, в предположении аксиальной симметрии проблемы относительно оси, связывающей центры масс обоих ядер. Тогда самый общий вид для волновых функций в цилиндрических координатах r , z , φ записывается как [87, 88]

$$\phi_{\lambda}(\mathbf{r}) = \tilde{\phi}_{\lambda}(r, z) e^{-i\eta L_{\nu}} e^{i\chi_{\lambda}(r, z, \varphi)} e^{im_{\lambda}\varphi} \quad (25)$$

с вещественными фазовыми функциями χ_{λ} . Здесь η — угол вращения оси симметрии, а m_{λ} — проекция орбитального углового момента на ось симметрии. Существенное упрощение, однако, получаем, только полагая

$$\chi_{\lambda}(r, z, \varphi) \equiv \chi(r, z, \varphi) \equiv g(r, z) \cos \varphi. \quad (26)$$

Используя уравнения (25), (26) в качестве пробных функций, можно получить обычные уравнения ЗВХФ для функций $\tilde{\phi}_{\lambda}(r, z)$ и одно дополнительное неоднородное уравнение в частных производных для функции $g(r, z)$, связанное с остальными уравнениями. Энергетический функционал при этом имеет структуру

$$\mathcal{H} = \mathcal{H}_0 + \frac{L^2}{2\mathcal{J}(\rho, \chi)}, \quad (27)$$

где \mathcal{H}_0 соответствует движению во внутренней системе координат и не зависит от χ , а второй член есть энергия вращения и L — полный, сохраняющийся угловой момент. Момент инерции \mathcal{J} однозначно определяется плотностью ρ и функцией χ .

Используется еще другой, но уже не полностью самосогласованный вариант приближения аксиальной симметрии [89]. Исходя из частного вида уравнения (25) с $\chi_{\lambda} \equiv 0$ и уравнений (27) с заданным моментом инерции $\mathcal{J}[\rho]$, путем вариации выводятся соответствующие уравнения ЗВХФ для $\tilde{\phi}_{\lambda}(r, z)$. На больших расстояниях выбирают $\mathcal{J} = \mu R^2$ (μ — приведенная масса), а когда минимальная плотность на оси симметрии между ядрами превышает половину равновесной плотности, берут твердотельное значение \mathcal{J} . Подчеркиваем, что это значение в первом варианте [уравнения (26), (27)] принципиально не может достигаться, так как соответствующее поле скоростей частично безвихревое.

Сравнение с трехмерными расчетами для систем $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ и $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ показало [88], что при энергиях порядка 1 МэВ/нуклон и вне области слияния приближение аксиальной симметрии хорошо выполняется. При малых L первый вариант приближения аксиальной симметрии лучше второго, а при средних L — наоборот. Следовательно, момент инерции в трехмерном расчете при малых L в основном соответствует безвихревому движению, а при более высоких L приближается к своему твердотельному значению. В области слияния в любом случае имеются отклонения, связанные с учетом неаксиальных деформаций как дополнительного механизма диссипации. Подобное имеет место при повышении энергии. Приближение аксиальной симметрии лежит в основе большинства расчетов по столкновению сравнительно тяжелых систем.

Для легких систем существует иной вариант двухмерного расчета, в котором устранены недостатки предположения аксиальности. На основании опыта трехмерных расчетов, где наблюдается, что в основном динамика процесса происходит в плоскости реакции xy , ограничиваются факторизованными одночастичными волновыми функциями как [90, 91]

$$\phi_{\lambda}(\mathbf{r}, t) = \tilde{\phi}_{\lambda}(x, y, t) \chi_{\lambda}(z), \quad (28)$$

причем функции $\chi_{\lambda}(z)$ не зависят от времени. Они выбираются как волновые функции гармонического осциллятора, который фиксируется при $t = 0$ из требования минимума энергии основного состояния с пробной функцией типа (28). Такое довольно хорошо обоснованное приближение в отличие от приближения аксиальной симметрии допускает неаксиальные деформации. Для легких, симметричных по массам систем оно очень хорошо воспроизводит трехмерные результаты в большом диапазоне энергий и при любых L , даже в области слияния. В качестве примера на рис. 8 показано сравнение двумерных и трехмерных расчетов траекторий при различных L для системы $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$, $E_{\text{с.п.м}} = 139$ МэВ [91]. Подобных сравнений пока мало для асимметричных по массам систем. Сравнение такого типа для $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$ тоже показало хорошее совпадение [92]. Имеется, однако, некоторое расхождение [93] с аксиально-симметричным расчетом для лобовых соударений $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$ [94] (при $L = 0$ этот расчет, в принципе, эквивалентен трехмерному). В частности, если двумерный расчет при $E_{\text{лаб}} = 204$ МэВ дает глубоко неупругое столкновение, то в полном варианте выходит слияние.

Для ядер с незамкнутыми оболочками хорошо известно, что основное состояние в приближении Хартри — Фока определено неоднозначно в том смысле, что имеется много вырожденных решений, соответствующих различным заполнениям валентных состояний, т. е. различным ориентациям деформированного внутреннего состояния. Во избежание необходимости проведения расчетов по ЗВХФ для всех возможных относительных ориентаций мишени и снаряда обще-

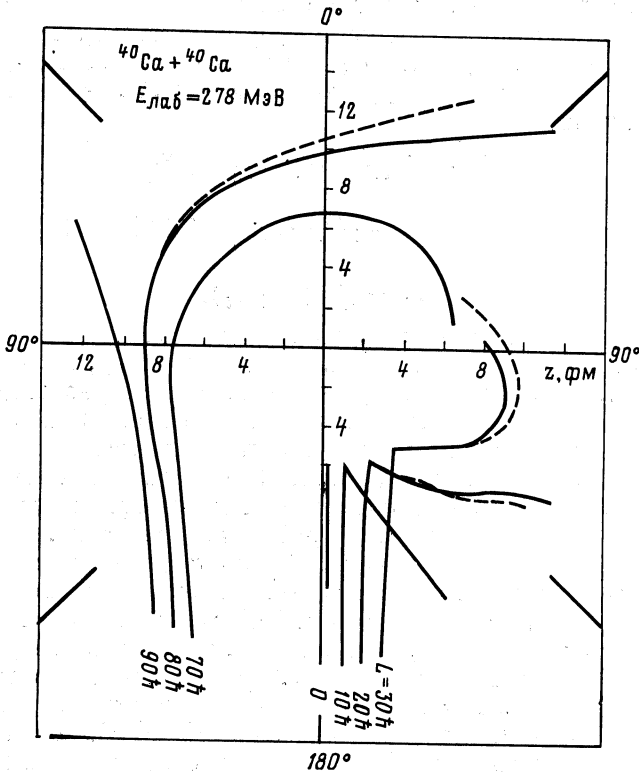


Рис. 8. Сравнение траекторий, полученных в трехмерных и двумерных расчетах [91] для системы $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ при $E_{\text{с.ц.м}} = 139$ МэВ: показаны векторы расстояния центров фрагментов в плоскости реакции. Там, где показан только двумерный результат (—), он совпадает с трехмерным (---)

принято использовать усредненное (сферическое) начальное состояние каждого из ядер, приписывая всем валентным нуклонным состояниям общее, постоянное по времени нецелое число заполнения. В этом приближении равномерного заполнения валентных состояний одночастичный оператор плотности берется в виде $\rho = \sum_i n_i |\phi_i\rangle\langle\phi_i|$

с $n_i = 1$ для заполненных оболочек, а

$$n_i = \frac{m}{2(2l+1)} \quad (29)$$

для оболочки с орбитальным моментом l , содержащей m частиц.

Альтернативный к уравнению (29) подход состоит в приближенном учете сил спаривания [95], распределяющих нуклоны по валентным состояниям. Применяя вариационный принцип к волновой функции Бардина — Купера — Шриффера (БКШ) и предполагая постоян-

ство параметра щели Δ , получаем замкнутую систему уравнений для одночастичных волновых функций ϕ_i и амплитуд u_i, v_i в преобразовании Боголюбова. Функции ϕ_i при этом (с точностью до фазового множителя) описываются уравнениями ЗВХФ, а уравнения для u_i, v_i имеют вид

$$i\hbar \frac{d}{dt} |v_i|^2 = \Delta [u_i v_i - u_i v_i^*]; \quad (30)$$

$$i\hbar \frac{d}{dt} (u_i v_i) = 2u_i v_i (\epsilon_i - \lambda) + \Delta (2|v_i|^2 - 1) \quad (31)$$

с

$$\epsilon_i = \langle \phi_i | \hat{h} | \phi_i \rangle.$$

Множитель Лагранжа λ определяется из требования постоянства числа частиц. Числа заполнения, определяющие ρ , получаются как $n_i = |v_i|^2$. Таким образом проведено несколько расчетов, включая зависящие от времени числа заполнения БКШ [96—99]. Однако в общем случае качественные и большинство количественных результатов ЗВХФ не зависят от того, каким образом заполняются валентные состояния. Исключения составляют сильно деформированные легкие ядра или процесс деления [96]. В работе [99] показано, что так называемое L -окно в сечениях слияния (об этом пойдет речь ниже) несколько сдвигается при учете спаривательных корреляций. Если по ЗВХФ для системы $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ при $L = 0$ и $E/A \gtrsim 1$ МэВ происходит глубоководное столкновение, а не слияние, то спаривание сдвигает эту критическую энергию примерно до 1,7 МэВ/нуклон. Отмечаем, что до настоящего времени нет точного расчета по зависящему от времени методу Хартри — Фока — Боголюбова (ЗВХФБ). В большинстве практических применений ЗВХФ пользуются приближением (29).

Численные методы решения уравнений ЗВХФ почти без исключения базируются на дискретизации либо в координатном [100], либо в импульсном пространстве [101] либо используют быстрое преобразование Фурье [102]. Методы разложения по полному набору функций, как правило, не годятся, так как порядок обрывания такого разложения, вообще говоря, высок [103].

Область слияния. Поскольку как из-за практических, так и принципиальных причин [33] невозможно решить численно уравнения ЗВХФ для времен порядка жизни образовавшихся составных ядер ($\gg 10^{-20}$ с), пользуются определением слияния [89, 104] как событием, в котором среднеквадратичный радиус совершил несколько полных осцилляций без разделения фрагментов. Считается, что тогда система перестает помнить входной канал, и сечения слияния, полученные по ЗВХФ, могут сравниваться с суммой экспериментальных сечений образования ядер-остатков после испарения частиц и слияния с последующим делением. Сечение слияния определяют как [104]

$$\sigma_{fus} = \frac{\pi}{k^2} \sum_L (2L + 1), \quad (32)$$

где суммирование производится по всем L , приводящим к слиянию в указанном выше смысле, и k есть волновой вектор начального относительного движения ядер. Если через $L_>$ и $L_<$ обозначить верхний и нижний пределы угловых моментов, приводящих к слиянию, это выражение можно переписать как

$$\sigma_{fus} = \frac{\pi \hbar^2}{2\mu E_{с. ц. м}} [(L_> + 1)^2 - (L_< + 1)^2], \quad (33)$$

где μ — приведенная масса.

Поскольку почти все реалистические расчеты по слиянию проведены в предположении вырождения по спину и с использованием

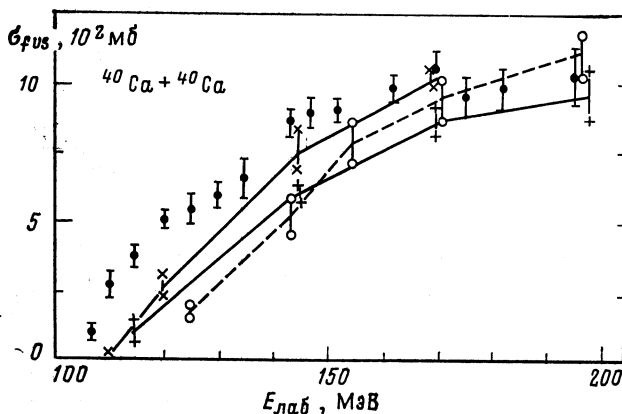


Рис. 9. Сечения слияния для системы $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$:

● — эксперимент [105]; + — аксиальная симметрия, сила Скирма II ($m^* = 0,58m$); × — аксиальная симметрия, $m^* = m$ (оба расчета с учетом изоспиновых степеней свободы [86]); ○ — трехмерный расчет с $m^* = m$ и вырождением по изоспину [104]

приближения (29), нет пока количественного представления о влиянии как спиновых степеней свободы, так и начальных деформаций. Так как и кулоновская поляризация и начальные деформации увеличивают поверхность ядра, можно ожидать, что оба эффекта идут в сторону увеличения сечения слияния. Трехмерные расчеты, которые выполнялись для локального взаимодействия ($m^* = m$), привели к заниженным сечениям слияния в области энергии несколько выше барьера. Такой результат был получен, например, в [104] для системы $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ (рис. 9). Предполагая аксиальную симметрию, но не замораживая изоспиновые степени свободы, в работе [86] для этой же системы получено гораздо более хорошее согласие с экспериментом (рис. 9).

Влияние нелокальности среднего поля (m^*/m) на сечения слияния еще не очень хорошо понято. Если в приближении аксиальной симметрии для $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ наиболее хорошее совпадение дает $m = m^*$, то для системы $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$ в двумерном расчете с использованием приближения (28) более хорошее совпадение дает сила Скирма II

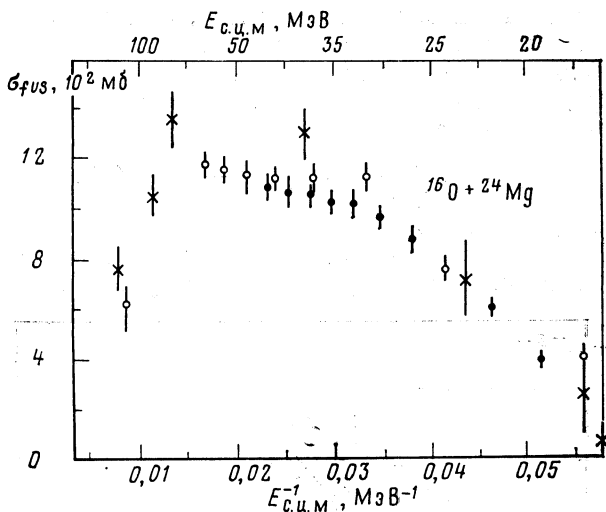


Рис. 10. Сечения слияния для системы $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$:

● — эксперимент [106]; расчеты двумерные, использовалось приближение (28), причем
 × — сила Скирма III ($m^* = 0,76m$) [107]; ○ — сила Скирма II ($m^* = 0,58m$) [108]

($m^* = 0,58m$) вместо силы Скирма III ($m^* = 0,76m$) (рис. 10). Нет еще единой точки зрения, какое эффективное взаимодействие дает наиболее хорошее совпадение с сечениями слияния по всей области масс. Возможно, что ответ на такой вопрос удастся дать лишь в рамках полных трехмерных расчетов с учетом всех степеней свободы, включая спиновые.

Большинство расчетов по ЗВХФ выполнено для систем с $A_1 + A_2 < 100$. Несмотря на различные приближения и различные формы эффективных взаимодействий, можно установить некоторые общие свойства результатов. Вблизи барьера взаимодействия все парциальные волны (траектории) вплоть до некоторого значения углового момента $L_>$ приводят к слиянию. Значение $L_>$ возрастает с нарастанием энергии, достигая некоторого максимального значения $L_{\text{макс}}$, которое может иметь составное ядро. Значения $L_{\text{макс}}$, полученные в ЗВХФ (ср. [171]), близки к соответствующим значениям, полученным в рамках капельной модели [109]. Например, для систем $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, $^{16}\text{O} + ^{27}\text{Al}$, $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$, $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$ они составляют 31 (32), 45 (43), 62 (57) и ≥ 77 (86) единиц \hbar соответственно в ЗВХФ (капельной модели). При некоторой энергии появляется нижний предел $L_<$ для слияния, т. е. все парциальные волны $L < L_<$ дают глубоко-неупругое событие. Значение $L_<$ тоже возрастает с энергией и при высоких энергиях приближается к значению $L_> = L_{\text{макс}}$. Отсюда в рамках ЗВХФ следует уменьшение сечения слияния при больших энергиях. Такое явление существования зависящего от энергии

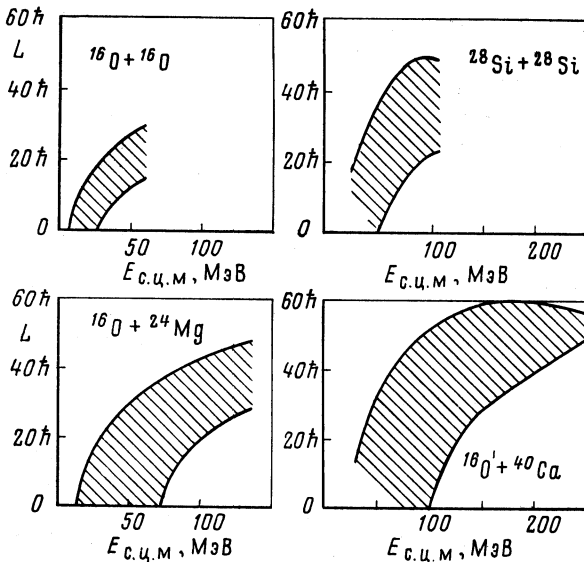


Рис. 11. Области слияния в плоскости $L - E_{с.ц.м.}$ для систем $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ [104], $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$ [107], $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ [92], $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$ [92]

нижнего по L предела для слияния обнаружено также при макроскопическом рассмотрении столкновения двух водяных капель [110] и в модели для столкновений ядер, базирующейся на возбуждении затухающих поверхностных мод [111]. Однако большинство макроскопических моделей, в которых диссипация учитывается введением феноменологических сил трения, не дает подобное L -окно. Но показано, что независимая параметризация радиального и тангенциального трения в принципе может привести к такому явлению [112, 113]. Качественно это явление в рамках ЗВХФ объясняют большой прозрачностью ядер как следствие предполагаемой большой длины свободного пробега [89, 16].

Исходя из представления о краевом столкновении одночастичных волновых пакетов, можно оценить энергию E_0 , при которой открывается L -окно [114]:

$$E_0 = \frac{z_1 z_2 e^2}{R} + \frac{A_2 (A_1 + A_2)}{A_1} \epsilon_F \left\{ \left(1 + \frac{B}{\epsilon_F} \right)^{\frac{1}{2}} - 1 \right\}^2, \quad (34)$$

где предполагалось, что $A_2 \geq A_1$ (1 — снаряд, 2 — мишень). Первый член в уравнении (34) есть кулоновский барьер в точке соприкосновения, а B — энергия связи нуклона. Хотя эта оценка собственно дает лишь порог для испускания (прохождения) наиболее энергетических нуклонов, она удивительно хорошо совпадает с расчетными значениями E_0 в ЗВХФ при $\epsilon_F = 40$ МэВ, $B = 8$ МэВ. Для иллю-

страции появления L -окна, предсказанного в ЗВХФ, на рис. 11 показаны области слияния в плоскости $L - E_{с.ц.м}$ для систем $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$, $^{16}\text{O} + ^{24}\text{Mg}$, $^{28}\text{Si} + ^{28}\text{Si}$ и $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$.

Есть различные попытки экспериментального наблюдения L -окна [115—119], которые, однако, не подтвердили предсказания ЗВХФ. Например, в [119] для системы $^{32}\text{S} + ^{27}\text{Al}$, для которой ЗВХФ дает значение E_0 в системе центра масс около 54 МэВ, даже при энергии $E_{с.ц.м} = 80,1$ МэВ нет однозначных указаний на глубоконеупругое событие при малых L . В этой связи, однако, следует отметить, что, во-первых, все эксперименты такого рода выполнялись при энергиях только несколько выше предсказанного значения E_0 , где сечение глубоконеупругих событий при малых L заведомо мало (если не нуль). Во-вторых, величина E_0 чувствительна как к выбору эффективных сил, так и к практическим упрощениям трехмерных расчетов [86]. В-третьих, мы уже отметили, что учет спаривательных корреляций может заметно увеличить предсказание для E_0 . Вероятно (см. ниже), учет двухчастичных столкновений тоже повлияет на этот порог, так как они уменьшают прозрачность ядер. Из всего этого следует, что пока вопрос о существовании L -окна не окончательно решен. Эксперимент, который дал бы однозначный ответ на вопрос о существовании L -окна, явился бы пробным камнем для всех предположений, содержащихся как в практических применениях ЗВХФ, так и в самом методе.

В области масс $100 \leq A_1 + A_2 \leq 200$, где при рассмотренных энергиях в несколько МэВ/нуклон над барьером процессы образования составного ядра, глубоконеупругих столкновений и деления конкурируют в равной мере, пока очень мало расчетов по ЗВХФ. В качестве примера приведем результаты расчета в приближении (28) для системы $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$, $E_{\text{лаб}} = 204$ МэВ [93]: экспериментальное сечение глубоконеупругих событий составляет 1354 мб, а расчетное значение 1492 ± 286 мб; сечения слияния соответственно 1350 мб и (1375 ± 73) мб. При данной энергии появляется L -окно между $L_{<} = 30\hbar$ и $L_{>} = 77\hbar$.

В столкновениях тяжелых ионов с $A_1 + A_2 > 200$ кулоновские силы существенно влияют на динамику. Если для легких систем доминирует слияние, то здесь сечение слияния составляет меньше примерно 10% полного сечения реакции. Доминирующим процессом является глубоконеупругое рассеяние. Расчеты по ЗВХФ в данной области масс отчасти мотивируются изучением возможности образования сверхтяжелых элементов.

Рассмотрим к примеру результаты расчетов для центральных соударений $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$, $^{84}\text{Kr} + ^{209}\text{Bi}$ [121] и $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ [62], полученные для энергий вплоть до 9 МэВ/нуклон над кулоновским барьером. Если в данной области энергий слияние системы $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ не происходит, то в других реакциях оно имеет место. На рис. 12 показана зависимость времени взаимодействия от энергии для системы $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$. Имеется окно слияния ширины порядка

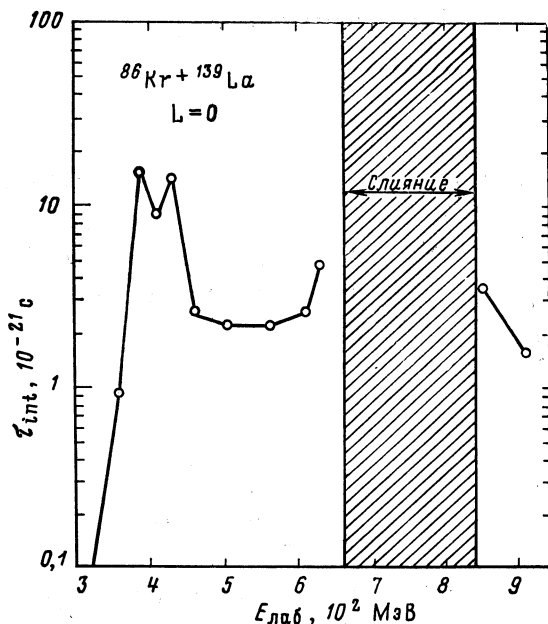


Рис. 12. Время взаимодействия как функция энергии для системы $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$ [121]

200 МэВ при более высоких энергиях. В отличие от легких систем область вблизи барьера не приводит к слиянию. Тем не менее при $E_{\text{лаб}} \approx 400$ МэВ времена взаимодействия очень большие. Для этой области энергий на рис. 13 приведена зависимость среднеквадратичного радиуса системы от времени. Видно, что только через несколько осцилляций система снова разделяется. Такое поведение не обнаружено для системы $^{84}\text{Kr} + ^{209}\text{Bi}$. Исследование динамики формы системы $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$ [121] показало, что во время этих осцилляций существует сильно выраженная шейка, как если бы образовалась ядерная квазимолекула. Расчеты показывают далее, что при высоких энергиях система, подобная налетающему иону, проходит через ядро-мишень (прозрачность), в то время как ниже этой области она отражается от него вследствие сильного кулоновского отталкивания. Выше области слияния для $L = 0$ открывается L -окно слияния подобно тому, как это имеет место для легких систем. Для системы $^{84}\text{Kr} + ^{209}\text{Bi}$ тоже обнаружено слияние в области энергии $E_{\text{лаб}}$ от 850 до 1100 МэВ ($L = 0$). Составное ядро при этом $^{293}119^*$. Другое сверхтяжелое ядро ($^{286}112^*$) «образовалось» в трехмерных расчетах работы [122] для реакции $^{238}\text{U} + ^{48}\text{Ca}$. Это наиболее тяжелые системы, для которых в рамках ЗВХФ получено слияние. Оценка сечения слияния для системы $^{84}\text{Kr} + ^{209}\text{Bi}$ при $E_{\text{лаб}} = 875$ МэВ в при-

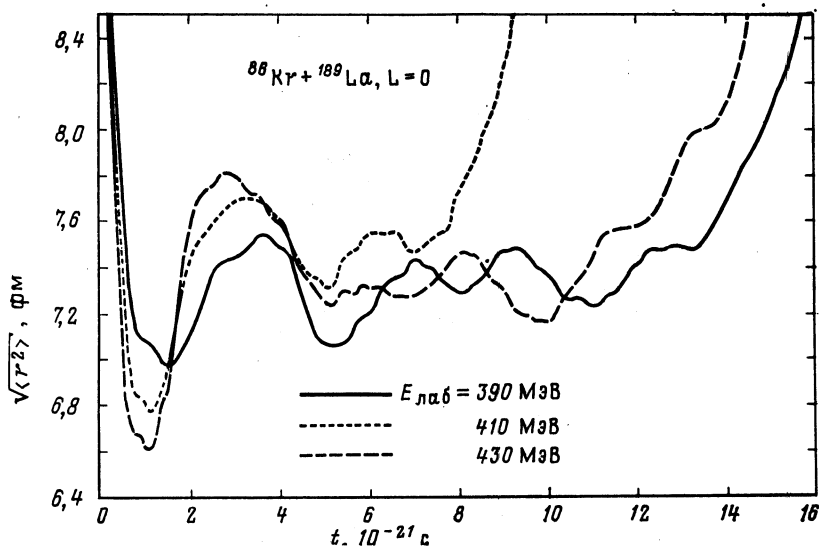


Рис. 13. Среднеквадратичный радиус системы $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$ как функция времени [121]

ближении аксиальной симметрии дана в [123]. При этой энергии все парциальные волны от $L=0$ до $L_{\text{макс}} \approx (75 \div 90) \hbar$ дают вклад, так что значение сечения образования $^{293}119^*$ находится между 99 и 143 мб.

В работе [122] приведены результаты трехмерных расчетов для нецентральных столкновений очень тяжелых ядер. Использовалась локальная сила Скимра ($m^* = m$) и предполагалось вырождение по изоспину с эффективным зарядом для всех нуклонов (что для таких систем не очень хорошее приближение). Кроме событий слияния, в частности, для $^{238}\text{U} + ^{48}\text{Ca}$, где составная система за время $t > 10^{-20}$ с стремится к почти сферической форме со среднеквадратичным радиусом, близким к значению для ядра $^{286}112$, полученному по методу Хартри — Фока, наблюдались и другие качественно различные процессы. Соответствующие примеры показаны на рис. 14, 15. Типичное глубоконеупругое событие показано для $^{208}\text{Pb} + ^{48}\text{Ca}$, $E/A = 5,9$ МэВ, $L = 137\hbar$. Время взаимодействия порядка 10^{-21} с. Как и в других примерах, видны неаксиальные моды деформации. Второй класс событий, представленный системой $^{208}\text{Pb} + ^{64}\text{Ni}$ при $E/A = 6,5$ МэВ и $L = 175\hbar$, характеризуется захватом ионов, явно выраженный шейкой, полной релаксацией асимметрии масс и разделением симметричных фрагментов через время взаимодействия порядка $4 \cdot 10^{-21}$ с. Третий класс событий состоит в образовании «ядерных квазимолекул» с временами жизни больше 10^{-20} с. И здесь всегда налицо (менее сильно выраженная) шейка, потенциал имеет

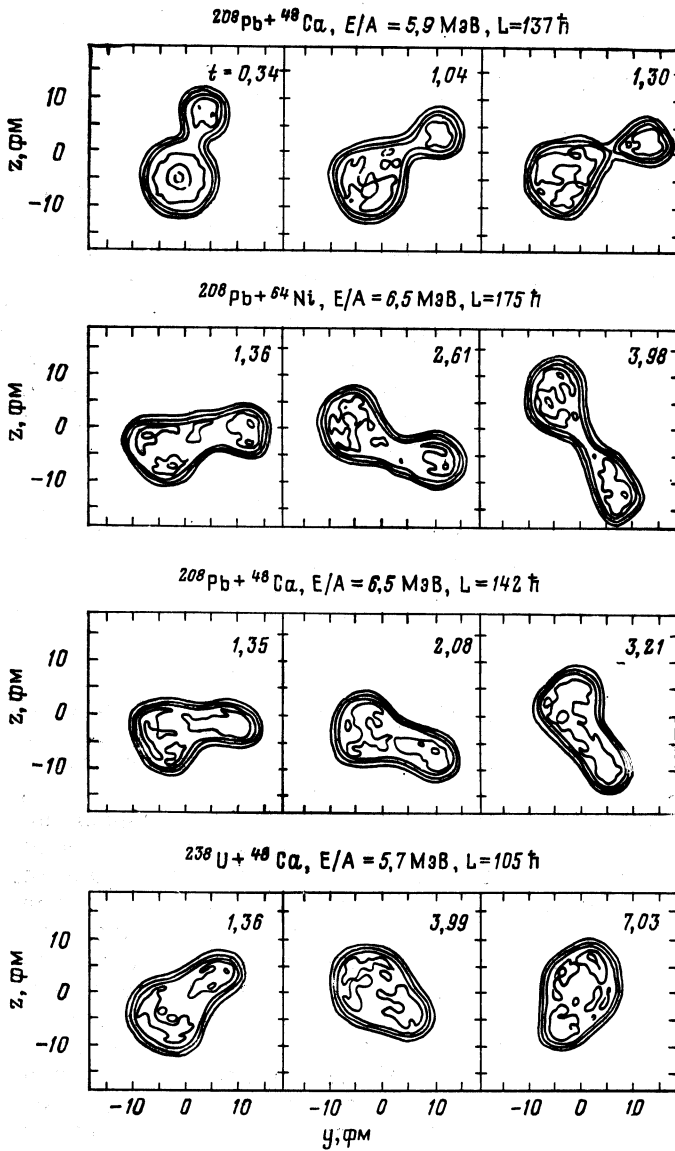


Рис. 14. Контуры равной плотности в плоскости реакции для различных тяжелых систем в различные моменты времени [122]: времена указаны в единицах 10^{-21} с. Наружный контур плотности соответствует $\rho = 0,02 \text{ фм}^{-3}$. Указаны далее энергия/нуклон и начальный угловой момент относительного движения

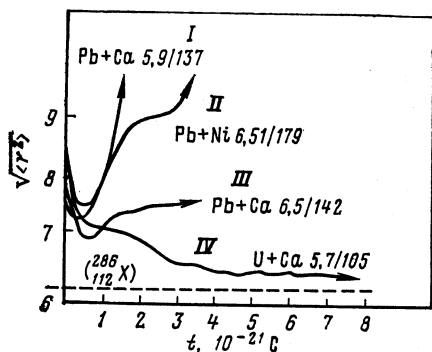


Рис. 15. Среднеквадратичные радиусы как функции от времени для примеров, представленных на рис. 14 [122]:

I — для глубоконеупругого процесса; II — захват и симметричная фрагментация; III — молекулярный захват; IV — слияние

явно двухцентровый характер во всех стадиях процесса. Молекула вращается долгое время, почти не меняя своей формы. Пример показан для системы

$^{208}\text{Pb} + ^{48}\text{Ca}$, $E/A = 6,5$ МэВ, $L = 142\hbar$. Есть экспериментальные указания на существование такого рода молекулярных резонансов (см. ссылки в [122]). Сумма сечений обоих видов захвата и слияния сравнивалась с компонентой симметричной фрагментации, отделенной из экспериментальных сечений. Найдено качественное совпадение.

Глубоконеупругие реакции. Главные характеристики глубоконеупругих столкновений проявляются в зависимости угла отклонения, потери кинетической энергии или углового момента относительного движения фрагментов от начального углового момента, а также в дважды дифференциальных сечениях $d^2\sigma/dE_{\text{с.ц.м}} d\Omega_{\text{с.ц.м}}$ (графики Вилчинского).

Рассмотрим сначала рассчитанную зависимость угла отклонения от начального углового момента L для уже упомянутых систем $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$ [100], $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ [124], $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$ [120], $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$ [125], $^{84}\text{Kr} + ^{209}\text{Bi}$ [126] и $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ [62] для энергий на нуклон выше кулоновского барьера (в системе центра масс) 1,28; 1,07; 1,19; 0,7; 0,41; 0,35 МэВ соответственно. Результаты собраны на рис. 16. При больших L углы отклонения близки к кулоновским значениям. С уменьшением L в легких системах ядерное притяжение все больше и больше преобладает над кулоновским отталкиванием, сдвигая углы отклонения в сторону отрицательных значений. При еще меньших L система сливается, а когда энергия выше некоторого порога E_0 , открывается окно $L < L_<$, где ядра проходят друг через друга, теряя при этом наибольшую часть кинетической энергии (кинетическая энергия системы порядка или даже чуть меньше кулоновского барьера во входном канале). В данном случае для легких систем $E_{\text{с.ц.м}} > E_0$ (ср. рис. 11). При увеличении A_1 и A_2 относительная роль кулоновских сил возрастает, так что уже для системы $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$ нет рассеяния на отрицательные углы, а для системы $^{136}\text{Xe} + ^{209}\text{Bi}$ — углы отклонения мало отличаются от кулоновских. Отметим, что здесь для реакций с ^{86}Kr нет слияния, поскольку энергии ниже области слияния (см. рис. 12). Флуктуации в функции $\theta_{\text{с.ц.м}}(L)$ объясняются одночастичными эффектами [126], т. е. существенной

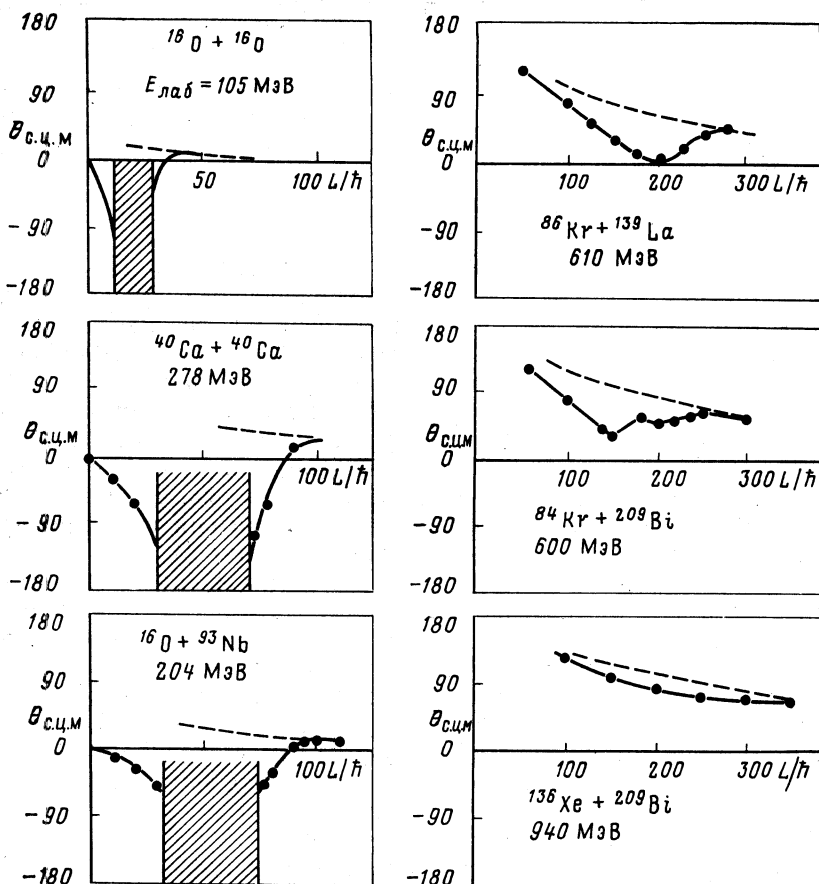


Рис. 16. Угол отклонения как функция начального относительного углового момента L для различных систем [62, 100, 120, 124–126]:

● — расчет, для большей наглядности через точки проведена кривая; — — — чисто кулоновское рассеяние. Заштрихованная область обозначает слияние. Выбор $\theta_{c.c.m.} = 0$ при $L = 0$ сделан для того, чтобы соответствовать прохождению бомбардирующего иона через мишень, как установлено в асимметричных столкновениях

ролью, которую могут играть немногие одночастичные волновые пакеты.

На рис. 17 собраны результаты недавнего трехмерного расчета [127] для реакции $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$, $E_{\text{лаб}}/A = 12,2 \text{ МэВ}$ (8–9 МэВ/нуклон выше кулоновского барьера). Наблюдается довольно широкая область образования долгоживущих квазимолекул (большие отрицательные углы отклонения), но слияния не происходит. В области начальных $L \leq 215\hbar$ почти 80% углового момента L превращается

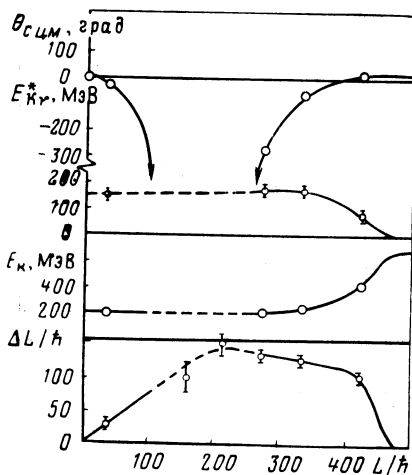


Рис. 17. Реакция $^{86}\text{Kr} + ^{166}\text{Er}$, $E_{\text{лаб}} = 12,2$ МэВ/нуклон [127]:

показаны углы отклонения $\theta_{\text{с.п.м.}}$, $86/(86 + 166)$ -я доля полной потери кинетической энергии $E_{\text{кр}}^*$, полная кинетическая энергия в конечном состоянии $E_{\text{к}}$ и потери относительного орбитального момента ΔL как функции от начального орбитального момента L

во внутренний спин фрагментов. Снарядоподобный фрагмент при этом имеет внутреннюю энергию возбуждения порядка 100 МэВ и спин порядка $40\hbar$ для средних L , что, возможно, приводит к «быстрому делению» этого фрагмента, обнаруженному на эксперименте [128].

Если перенести результаты, изображенные на рис. 17, на соответствующий график Вилчинского, то увидим, что они идут примерно по «хребтам» дважды дифференциального сечения [127].

На графиках Вилчинского ЗВХФ дает для каждого L одну точку в плоскости $E - \theta$. Ожидается, что эти точки лежат на хребтах графика, т. е. воспроизводят наиболее вероятное событие. Поправки к этому полуклассическому подходу в принципе должны описать меньшие сечения по обеим сторонам хребта. На рис. 18—20 показаны результаты расчетов по ЗВХФ для систем $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$, $E_{\text{лаб}} = 204$ МэВ [120], $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$, $E_{\text{лаб}} = 610$ МэВ [125] и $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$, $E_{\text{лаб}} = 940$ МэВ [62]. Соответствующие экспериментальные данные взяты из [129—131] соответственно.

В первом примере (рис. 18) ниже $L \approx 100\hbar$ уменьшается угол отклонения, проходя через нуль (ср. также рис. 17) при $L \approx 88\hbar$. Отрицательные углы на графиках Вилчинского не отличимы от положительных, так что при уменьшении L расчетные точки на графике сдвигаются вправо. Расположение точек довольно близко к хребту сечений, т. е. теория правильно предсказывает нетривиальную зависимость потери энергии от угла отклонения для наиболее вероятных событий.

Для более тяжелой системы $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$ (рис. 19) угол отклонения всегда положителен (ср. также рис. 16). При уменьшении L расчетные точки следуют хребту до кулоновского барьера (~ 220 МэВ во входном канале) налево, а затем угол отклонения снова увеличивается, причем кинетическая энергия продолжает уменьшаться, но довольно медленно. В этой области, очевидно, потери кинетической энергии недооцениваются ЗВХФ примерно на 50 МэВ.

Последний пример графика Вилчинского представлен на рис. 20 для очень тяжелой системы $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$ при той же энергии, что и на рис. 16. В этом случае угол отклонения монотонно увеличивается

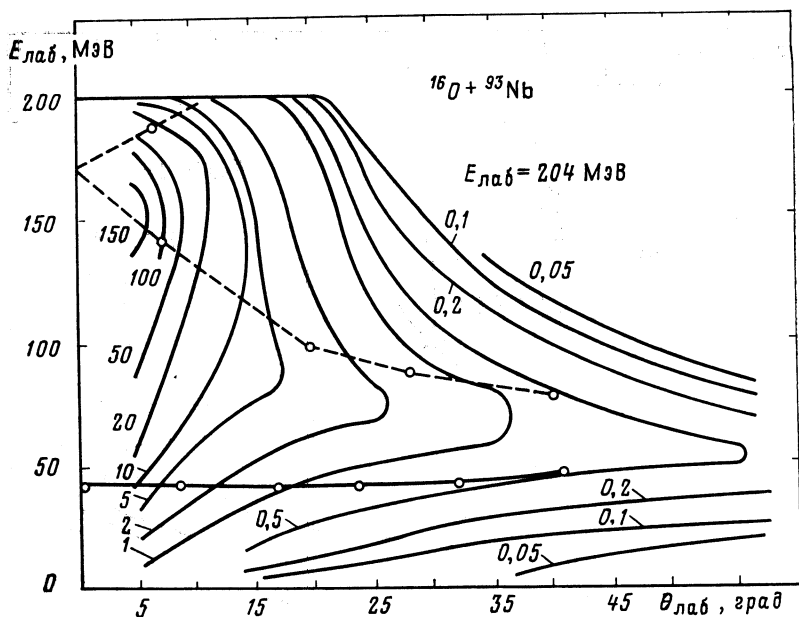


Рис. 18. Сравнение расчетов по ЗВХФ с экспериментальными значениями дважды дифференциального сечения $\left[\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} \right]_{\text{лаб}}$, мб/(ср·МэВ) на графике Вилчинского для системы $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$ (контуры одинаковых сечений — из работы [129], расчетные точки — из работы [120]). Через расчетные точки проведена штриховая линия выше области слияния и сплошная кривая ниже этой области

с уменьшением L и кинетической энергии фрагментов, опять-таки следуя хребту сечений.

Таким образом, основные характеристики распределений снарядоподобных фрагментов систематически воспроизводятся по всей периодической системе. Основной недостаток состоит в некоторой недооценке потерь энергии при малых L . Вероятно, учет двухчастичного механизма диссипации энергии улучшает ситуацию. Нужно, однако, отметить, что данное расхождение меньше, чем кажется, например, на рис. 19. Дело в том, что массовое распределение глубоко неупругих событий для $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$ имеет компоненту с максимумом при $A = 86$, а также симметричную компоненту с максимумом при $(A_1 + A_2)/2$. Результаты ЗВХФ скорее всего следует сравнить лишь с первой из них, так как теория в этом случае дает лишь очень узкое распределение масс возле начальной асимметрии. В общем случае, хотя ЗВХФ неплохо описывает среднее значение масс конечных фрагментов (которое может и сильно отличаться от начальных масс, ср. второй пример на рис. 14), дисперсия числа частиц на порядок меньше экспериментальной.

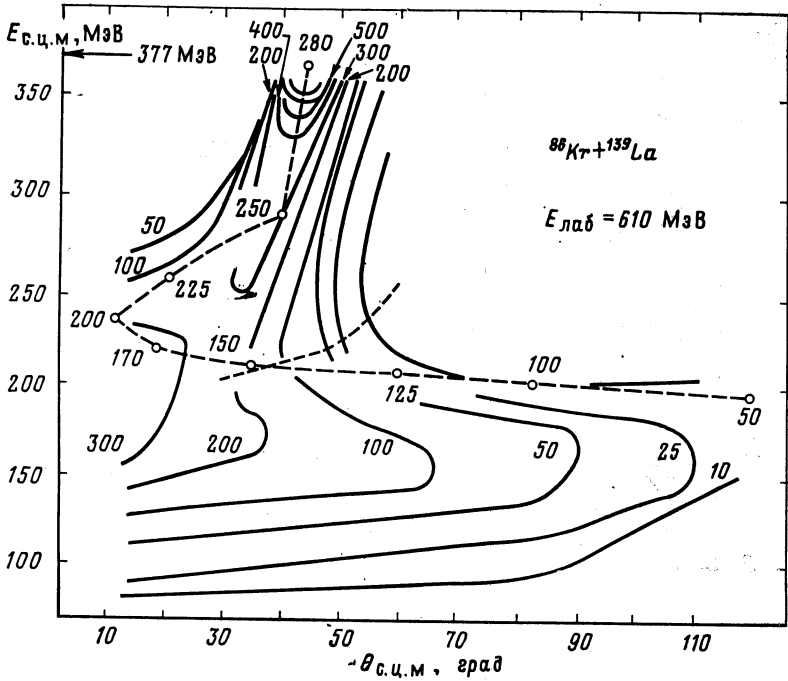


Рис. 19. То же, что и на рис. 18 для системы $^{86}\text{Kr} + ^{139}\text{La}$. Экспериментальные сечения — из работы [150], расчетные — из [125] с указанием L/\hbar

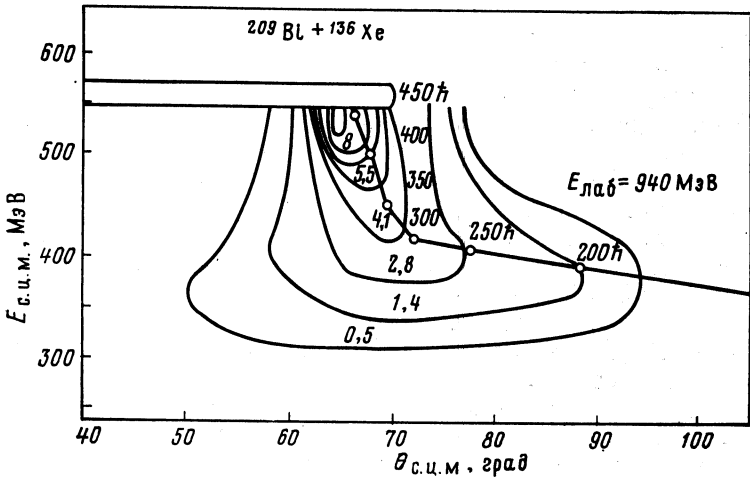


Рис. 20. То же, что и на рис. 18 для системы $^{209}\text{Bi} + ^{136}\text{Xe}$. Экспериментальные сечения — из работы [131], расчетные — из [62] с указанием L

Предравновесное испускание частиц. В теории среднего поля (ЗВХФ) существуют два механизма для испускания частиц [18]. Если рассмотреть ядро-мишень в приближении ферми-газа, критерием возможного испускания частицы импульсом p может служить неравенство

$$\frac{p^2}{2m} > \frac{p_F^2}{2m} + B, \quad (35)$$

где B — энергия отделения частицы. В системе покоя ядра-мишени налетающее ядро в импульсном пространстве представляется ферми-сферой, сдвинутой по отношению к ферми-сфере мишени, и, следовательно, содержит компоненты импульсов, удовлетворяющие неравенство (35). В той мере, в которой поверхность мишени в удаленной от зоны контакта области не очень меняется, эти высокоимпульсные компоненты могут свободно пройти ядро-мишень и покинуть его. С нарастанием энергии доля частиц налетающего ядра, удовлетворяющих (35), возрастает. Второй механизм испускания связан с возникновением высокоимпульсных компонент в обоих ядрах из-за изменения во времени среднего поля, т. е. поверхности ядер, на которой рассеиваются частицы.

Такого рода испускание частиц в принципе уже налицо в простых одномерных расчетах столкновения слоев ядерной материи. На приведенных изображениях плотностей в линейном масштабе испускание частиц не заметно. На логарифмических изображениях [15], однако, видно, что со временем от плотности слоя отделяется плечо (высоты порядка процента от ρ_0), которое чуть спустя уже разделяется и улетает со скоростью, близкой к оценке максимально возможной скорости в модели ферми-газа. В работе [132] такое «мгновенное испускание частиц» исследовалось в модели ферми-газа, но уже с учетом динамики столкновения и в реалистической геометрии.

Прежде чем приступить к реалистическим расчетам испускания частиц в рамках ЗВХФ, отметим, что в принципе существует еще третий механизм для испускания частиц, в том числе очень быстрых. Он заключается в двухчастичных столкновениях на близких расстояниях (порядка радиуса сильно отталкивающей части нуклонного потенциала), для которых принцип Паули фактически не дает никаких ограничений [18, 133]. Полная картина испускания частиц требует объединенного описания как эффектов среднего поля, так и двухчастичных процессов.

Испускание нуклонов в реакции $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$, $E_{\text{лаб}} = 204$ МэВ получалось в расчетах достаточной численной точности в [93] с использованием приближения (28). На рис. 21 показаны контуры плотности $\rho = 0,1\rho_0$ (слева), а также контуры плотности $\rho = 0,1\rho_0$ и $\rho = 0,01\rho_0$ нейтронов (справа) при начальных $L = 0,33\hbar$ [93]. Видно, что, прежде чем налетающий ион успел пройти ядро-мишень, отделяется кусок малой нейтронной плотности с большой скоростью. Испускание происходит примерно $(2-3) \cdot 10^{-22}$ с после первого кон-

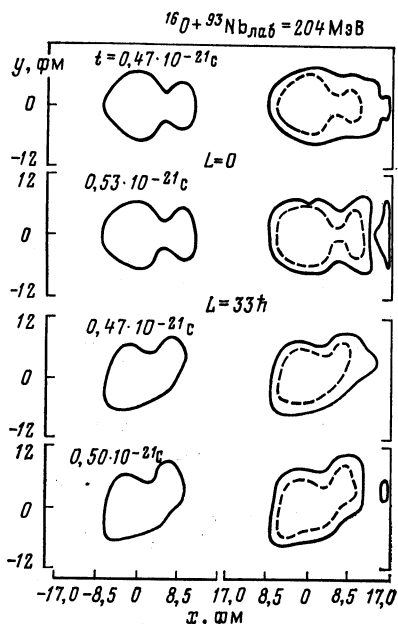


Рис. 21. Контуры плотности в плоскости реакции для системы $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$ [93]:

Слева: контур $\rho = 0,1\rho_0$, справа: контуры нейтронной плотности $\rho = 0,1\rho_0$ (—) и $\rho = 0,01\rho_0$ (---). Времена выбраны до и после испускания

ся слияние при $L \approx 0$, $E_{\text{лаб}} = 204$ МэВ (т. е. порог E_0 сдвинут к более высокой энергии). На рис. 22 показано среднее число испущенных нейтронов и протонов, средний угол испускания и средняя скорость как функции от начального L для двух различных эффективных сил Скирма. Испускание нуклонов опять получается только для малых $L \leq 60\hbar$, которые в данном расчете все лежат в области слияния. Обе силы дают особенно отчетливые различия в средних скоростях, что объясняется их различной зависимостью от импульса. Частицы преимущественно испускаются вперед. На рис. 23 для лобовых ударов показана энергетическая зависимость среднего числа испущенных частиц и их средней скорости. Есть некоторый порог мгновенного испускания при $E_{\text{лаб}} = 130$ МэВ. Число испущенных частиц возрастает с энергией. Результаты данного расчета скорее следует сравнить с экспериментальными значениями, полученными в совпадении со слиянием. Тем не менее характеристики мгновенно испущенных частиц мало отличаются от полученных в [73], т. е. для их появления не очень существенно, произошло ли слияние при малых L или нет. Это совместимо с природой их возникновения, о которой шла речь выше. Мгновенное испускание частиц при гораздо более высоких энергиях (где применимость ЗВХФ сомнительна) исследовано также в [135].

В конце раздела упомянем, что есть еще ряд других интересных процессов, хотя бы качественно и в большинстве случаев и количественно описываемых ЗВХФ. В частности, наблюдалось образование α -частиц из области шейки для систем $^{86}\text{Kr} + ^{138}\text{La}$, $E_{\text{лаб}} = 710$ МэВ,

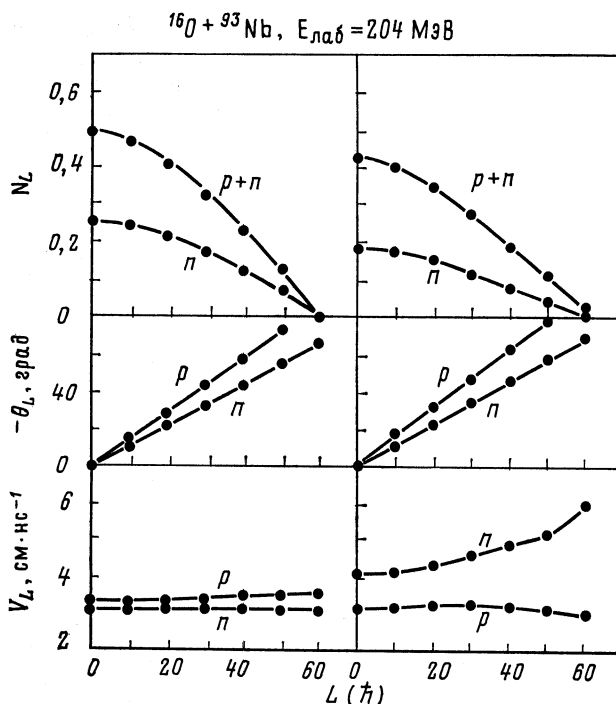


Рис. 22. Характеристика мгновенно испущенных частиц для системы $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$ [94] как функции начального орбитального момента L ; среднее число протонов и нейтронов, средний угол отклонения и средняя скорость для сил Скинра II ($m^* = 0,58m$) — слева; сил Скинра III ($m^* = 0,76m$) — справа

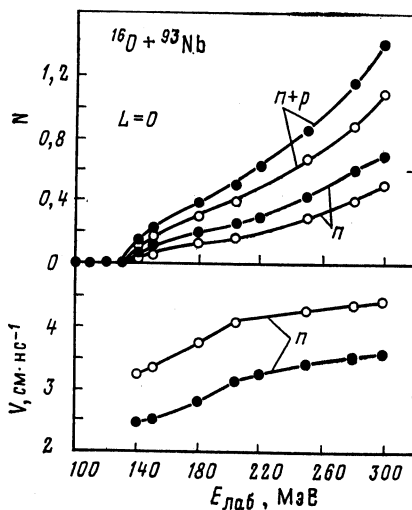


Рис. 23. Зависимость среднего числа мгновенно испущенных частиц и их средней скорости от энергии для системы $^{16}\text{O} + ^{93}\text{Nb}$ при $L = 0$ [94]:

● — сила Скинра II, ○ — сила Скинра III

$L \approx 100\hbar$ [125], $^{136}\text{Xe} + ^{208}\text{Bi}$, $E_{\text{лаб}} = 1130 \text{ МэВ}$, $L \approx 100\hbar$ [62] и в индуцированном (тройном) делении ^{236}U [96]. В [136] обнаружено возбуждение гигантских дипольных резонансов составной системы $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$, $^{16}\text{O} + ^{48}\text{Ca}$. Исследовано затухание монополярных колебаний большой амплитуды за счет испускания частиц [137] для ядер ^{16}O и ^{40}Ca .

3. УЧЕТ КОРРЕЛЯЦИЙ

Выше мы убедились в том, что как улучшение количественного описания экспериментальных данных по реакциям с тяжелыми ионами, так и расширение области применимости ЗВХФ требуют учета наиболее существенных корреляций, не описываемых теорией среднего поля. В частности, ожидается, что такие обобщения метода приводят к существенному увеличению дисперсий величин, описываемых одночастичными операторами, сказываются на положении L -окна слияния (если даже не на его существовании вообще), увеличивают потери кинетической энергии относительного движения и расширяют возможности применения метода на более высокие энергии налетающего ядра, где картина независимого движения нуклонов в среднем поле несостоятельна. Наконец, полное описание испускания быстрых частиц также требует учета двухчастичных корреляций.

В этом разделе в соответствии с идеологией наибольшего числа работ по данной проблематике обсуждаются возможности включения двухчастичных (и в принципе и многочастичных) корреляций как в феноменологическом, так и микроскопическом представлении. Необходимость такого рассмотрения в основном диктуется желанием перейти к энергиям в несколько МэВ/нуклон, где кроме эффектов динамики среднего поля перерасеяние нуклонов за счет остаточного взаимодействия становится конкурирующим процессом. Прежде чем приступить к изложению таких подходов, упомянем некоторые альтернативные пути, вероятно более подходящие для исследования роли корреляций в области низких энергий.

Известно, что волновые функции легких ядер сильно скоррелированы, что приводит к некоторой кластерной структуре этих ядер. Для описания динамики движения с большой амплитудой таких « α -кластерных» ядер в [138, 139] дано обобщение кластерной модели на временной случай. Пробные волновые функции выбираются как антисимметризованное по всем нуклонам произведение внутренних волновых функций кластеров, параметрически зависящих от времени, функций относительного движения кластеров и функции движения центра масс. Применяв вариационный принцип $\delta S = 0$, получают связанные дифференциальные уравнения для функций, описывающих относительное движение кластеров, и параметров, определяющих временную зависимость кластерных волновых функций. С одной стороны, эти уравнения гораздо проще уравнений ЗВХФ, а с другой — уже выбором пробных функций неявно учитывают существование наиболее важных в данном случае многочастичных корреляций. Исследовались столкновения $\alpha + \alpha$, $\alpha + ^{12}\text{C}$ и монополярные колебания ядер ^4He .

В работах [140—142] предполагалось, что наиболее важными корреляциями являются те, которые соответствуют флуктуациям вокруг «классической траектории» ЗВХФ (в пространстве функций), идущим в направлении возможных

коллективных возбуждений. Ограничившись малыми флуктуациями, получили некоторое обобщение приближения случайных фаз на временной случай (ЗВПСФ) [140, 141, а также 14]. Можно показать [140], что это соответствует учету квантовых поправок порядка \hbar^2 к дисперсиям одночастичных величин. Используя зависящий от времени метод генераторных координат, в [142] рассмотрели эволюцию так называемых коллективных корреляций основного состояния. При этом имеются в виду моды, которые в начальный момент столкновения ядер описывают маленький сдвиг по импульсу или положению, статическую или динамическую малую «дыхательную» деформацию как в фазе, так и в противофазе и т. п. В рамках одномерной модели столкновения ионов получено, что эволюция этих корреляций приводит к существенному увеличению дисперсий именно тех величин, которые наиболее тесно связаны с учтенными модами. В частности, дисперсия энергии возбуждения при малых энергиях относительного движения вблизи порога E_0 для слияния увеличивается на порядок, а при больших энергиях — на фактор 2. Дисперсия числа частиц отдельных фрагментов, однако, увеличивается несущественно, поскольку нет соответствующей начальной моды (причем не ясно, как ее следовало бы определить).

Интересно в этой связи отметить работу [143], в которой относительное движение ядер, как и внутренние степени свободы, в равной мере трактуется квантовомеханически. Заменяв самосогласованное исследование обоих сталкивающихся ядер рассмотрением каждого из них как внешнего возмущения для соответствующего другого ядра, удалось показать, что квантовые флуктуации в относительном движении (внешнем потенциале) точно так же, как и двухчастичные столкновения, вступающие в игру как ответ системы на зависящее от времени возмущение, дают вклад в изменение чисел заполнения.

Совершенно другой подход к проблеме приближенного учета корреляций предлагается в [144]. Авторы исходят из того, что многочастичную задачу по практическим причинам всегда нужно решать в некотором подпространстве волновых функций. Если P — оператор проекции на данное подпространство (например, пространство детерминантных функций), то, следовательно, решает уравнение типа

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Phi_P\rangle = PHP |\Phi_P\rangle, \quad (36)$$

причем H — полный гамильтониан, а $|\Phi_P\rangle$ — элемент данного подпространства для $\forall t$. Даже если в начальный момент точная волновая функция ψ является элементом данного подпространства $|\psi(t=0)\rangle = |\Phi_P(t=0)\rangle$, решение уравнения (36), вообще говоря, будет отличаться от проекции $P|\psi(t)\rangle$. Если в ЗВХФ это отличие минимизируется применением вариационного принципа, то в [144] это достигается за счет введения зависящей от времени мнимой матрицы $iW(t)$, описывающей уход вероятности в неучтенные каналы подобно тому, как это делается в стационарной теории рассеяния. Зависящий от времени оптический потенциал должен выбираться так, что для решения уравнения

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\Phi_{\text{opt}}\rangle = [PHP + iW(t)] |\Phi_{\text{opt}}\rangle \quad (37)$$

имело бы место $|\Phi_{\text{opt}}\rangle \approx P|\psi\rangle$. На примере некоторых точно решаемых моделей показано, что с хорошей точностью матрицу $W(t)$ можно параметризовать в виде

$$\langle E_P | iW(t) | E_{P'} \rangle = -i\hbar \delta(E_P - E_{P'}) [\alpha_0(E_P) + \alpha_1(E_P) t], \quad (38)$$

где $|E_P\rangle$ — собственные функции PHP . Для каждого собственного значения E_P гамильтониана PHP , следовательно, достаточно подгонять два параметра. Показано, что для малых времен решение уравнения

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} |\Psi_{\text{appr}}\rangle = PH^2P |\Psi_{\text{appr}}\rangle \quad (39)$$

с начальным условием

$$i\hbar \left(\frac{\partial}{\partial t} |\psi_{\text{appr}}\rangle \right)_{t=0} = PHP |\psi_{\text{appr}}(t=0)\rangle \quad (40)$$

дает очень хорошую аппроксимацию к $\psi(t)$ для малых t . Определение параметров $\alpha_i(E_P)$ сравнением $|\psi_{\text{appr}}(t)\rangle$ с $|\Phi_{\text{орт}}(t)\rangle$ для малых t и использование этих же значений для всех t во всех рассмотренных примерах привели к очень хорошему согласию с результатами, полученными с точной функцией $\psi(t)$.

Феноменологические столкновительные члены. Одновременное рассмотрение как динамики самосогласованного поля, так и роли двухчастичных взаимодействий на микроскопическом уровне в любом случае гораздо сложнее, чем решение уравнений ЗВХФ (см. следующий пункт). Поэтому для выяснения роли столкновений хорошим исходным пунктом является пренебрежение динамики среднего поля и, в частности, рассмотрение релаксационных процессов в пространственно однородных (т. е. бесконечных) системах. В рамках модели ферми-газа проводились исследования таких процессов с различными начальными условиями для чисел заполнения, соответствующих либо распределению нуклонов после первого акта столкновения отдельного нуклона с нуклонами вырожденной ферми-сферы [145], либо двум перекрывающимся ферми-сферам или ферми-сфере с окружающим ее сферическим слоем [146—148], что близко к ситуации в реакциях с тяжелыми ионами. Для частиц, связанных во внешнем постоянном по времени осцилляторном потенциале, аналогичная задача рассмотрена в [146]. В этих работах решалось уравнение Юлинга — Уленбека

$$\frac{\partial n_{\alpha}}{\partial t} = \frac{\pi}{\hbar} \sum_{\beta\gamma\delta} |\langle \alpha\beta | v_{\text{res}} | \gamma\delta - \delta\gamma \rangle|^2 \delta(\epsilon_{\alpha} + \epsilon_{\beta} - \epsilon_{\gamma} - \epsilon_{\delta}) \times \\ \times [\bar{n}_{\alpha}\bar{n}_{\beta}n_{\gamma}n_{\delta} - n_{\alpha}n_{\beta}\bar{n}_{\gamma}\bar{n}_{\delta}] \quad (41)$$

с $\bar{n}_{\alpha} = 1 - n_{\alpha}$ или сходные уравнения для моментов чисел заполнения в энергетических подсистемах [145]. В работе [148] получено уравнение для чисел заполнения $n(\epsilon, t)$

$$\frac{\partial n}{\partial t} = -V \frac{\partial}{\partial \epsilon} (n\bar{n}) + D \frac{\partial^2 n}{\partial \epsilon^2}, \quad (42)$$

которое в отличие от уравнений типа Фоккера — Планка является нелинейным по n . Оно имеет равновесное решение $n_{\infty}(\epsilon) = \{1 + \exp[-(V/D)(\epsilon - \epsilon_F)]\}^{-1}$ и дает время релаксации $\tau = 4D/V^2$. Сравнение решений уравнения (42) с уравнением

$$\partial n / \partial t = (n_{\infty} - n) / \tau, \quad (43)$$

где также время релаксации выбиралось как $\tau = 4D/V^2$, показало, что первая, быстрая стадия релаксационного процесса гораздо сильнее выражена в уравнении (42). Коэффициенты переноса V и D не рассчитаны микроскопически.

Упомянутые исследования показали, что двухчастичные столкновения в ядерных системах приводят к термализации энергии за

характерные времена порядка 10^{-22} — 10^{-21} с в чувствительной зависимости от матричных элементов, входящих в уравнение (41), т. е. от остаточного взаимодействия и от энергии возбуждения E^* . Так как характерные времена взаимодействия тяжелых ионов такого же порядка, естественно для первого рассмотрения включить простые столкновительные члены типа (43), (42) в уравнениях ЗВХФ, чтобы учесть стремление системы к термодинамическому равновесию. При этом следует иметь в виду, что существенная часть взаимодействия уже включена в самом определении среднего поля, и не ясно, как определить остаточное взаимодействие и тем самым τ . Хотя и интуитивно ясно, что время релаксации должно уменьшаться с возрастанием энергии налетающего ядра, его следует рассматривать как параметр, который должен варьироваться в разумном, но достаточно широком интервале. В частности, результаты ЗВХФ без учета столкновений должны получаться при $\tau \rightarrow \infty$.

Одномерные исследования столкновений тяжелых ионов с учетом феноменологических столкновительных членов типа (43) в уравнениях ЗВХФ проведены в [149—153]. При этом использовалось простое локальное эффективное взаимодействие (19). В [149, 150] уравнение ЗВХФ для функции Вигнера $f(x, k, t)$ дополнилось столкновительным членом типа

$$I_{\text{coll}} = \frac{1}{2\tau} [f(x, 2\bar{k} - k, t) - f(x, k, t)], \quad (44)$$

где

$$\bar{k} = \bar{k}(x) = \int k f(x, k, t) dk / \int f(x, k, t) dk$$

есть средний импульс в точке x . Такая форма I_{coll} автоматически сохраняет $\bar{k}(x)$, а также все четные моменты f и, в частности, плотность $\rho(x, t)$. Поэтому локальное среднее поле $U(x, t)$, которое полностью определено плотностью $\rho(x, t)$, не меняется при добавлении столкновительного члена. Сходство уравнения ЗВХФ для функции f с уравнением Больцмана, которое часто дополняется I_{coll} типа уравнения (44) [154], есть единственное «обоснование» данного подхода.

Отметим, что в формуле (44) принцип Паули в явном виде не учтен. Можно, однако, показать [149], что принцип Паули соблюдается в некотором квазиклассическом смысле. Уравнение Власова со столкновительным членом (44) и с начальным условием, для которого имеет место $f(x, k, t = 0) \leq 1/h$, сохраняет это свойство и при $\forall t$. Простые столкновительные члены типа (42), где явно учтен принцип Паули, в связи с ЗВХФ пока не применялись.

Результаты численных расчетов [149, 150] для различных значений τ показали, что влияние столкновительного члена особенно проявляется в конечной стадии, т. е. при разделении фрагментов. Достаточно малые значения τ могут привести к слиянию, когда для

$\tau = \infty$ происходит неупругое рассеяние. При этом временная эволюция плотности до образования составной системы почти не зависит от τ . Рассматривались характерные времена $\tau \sim 10^{-22}$ с.

В работах [151—153] простое выражение типа (43) использовано в уравнении ЗВХФ для одночастичной матрицы плотности (6)

$$i\hbar \frac{d}{dt} \rho + \frac{\hbar^2}{2m} (\nabla_x^2 - \nabla_{x'}^2) \rho - [U(x, t) - U(x', t)] = \frac{-i\hbar}{\tau} (\rho - \rho_0). \quad (45)$$

При этом матрица $\rho_0(t)$ определялась из $\rho(t)$ таким образом, что она соответствует той же плотности частиц ($\rho_0(x, t) = \rho(x, t)$) и плотности энергии, но при этом характеризуется локальным ферми-распределением, характеризующимся локальной температурой $T(x, t)$ и химическим потенциалом $\mu(x, t)$. В предположении изотропности столкновений и тем самым и распределения Ферми учтена также хаотическая (тепловая) энергия в направлении, перпендикулярном оси x , на которой рассмотрен одномерный процесс. При варьировании параметра τ от $2,5 \cdot 10^{-22}$ с до ∞ исследовался эффект двухчастичных столкновений на реакцию тяжелых ионов [151].

Качественные результаты те же, что и в работах [149, 150]. Далее наблюдается существенное сглаживание осцилляций плотности при $\tau = 2,5 \cdot 10^{-22}$ с по сравнению с ЗВХФ ($\tau = \infty$), что говорит о затухании коллективных возбуждений за счет термализации. Несколько условно определяя долю $\Delta E^{(2)}$ потери кинетической энергии относительного движения за счет столкновений при данном значении τ как $\Delta E^{(2)}(\tau) = \Delta E(\tau) - \Delta E(\tau = \infty)$ и предполагая, что $\Delta E^{(1)}(\tau) = \Delta E(\tau = \infty)$, т. е. что «одночастичная» диссипация $\Delta E^{(1)}$ не меняется при конечных τ , получаем, что отношение $\Delta E^{(2)}/\Delta E^{(1)}$ уменьшается с возрастанием энергии налетающего ядра E при зафиксированном τ . При данном значении E оно увеличивается с уменьшением τ .

Если последнее следовало ожидать, первое кажется немножко странным. Частичным объяснением этого является тот факт, что при более высоких E время взаимодействия ионов уменьшается, так что двухчастичные взаимодействия имеют существенный эффект уже после разделения фрагментов, приводя к термализации коллективно возбужденных фрагментов [151]. Более важно вероятно то, что при различных E время релаксации τ различное, не говоря уже о справедливости простого выражения для столкновительного члена в уравнении (45). При этом даже сомнительно использовать оценки $\tau(E)$, полученные в рамках простых моделей, как модель ферми-газа, хотя уже это меняет ситуацию в ожидаемом направлении, поскольку все эти оценки дают $d\tau/dE < 0$. В микроскопическом расчете τ должна учитываться только та часть взаимодействия (остаточное взаимодействие), которая не учтена в определении среднего поля. При малых E , где приближение среднего поля является хорошим исходным пунктом, τ может оказаться еще большим.

Тем не менее в [152, 153] использовались времена релаксации τ , зависящие от локальной температуры T , входящей в определение ρ_0 , т. е. $\tau = \tau [T (\frac{x+x'}{2}, t)]$ уже не одна постоянная, а является функцией координат и времени. Зависимость $\tau(T)$ бралась из модельных оценок времени релаксации в виде $\tau = \alpha T^{-2} + \beta T^{-1} + \gamma$ и исследовались различные наборы параметров α, β, γ , полученных из различных оценок (детали, см. в [152]). На этой основе рассмотрен распад «горячих пятен», т. е. пространственно локализованной области высокой температуры в момент $t = 0$. За время порядка $5 \cdot 10^{-22}$ с в ядре установилось тепловое равновесие при начальной температуре «пятна» в 25 МэВ и размером в несколько фемтометров в слое толщиной 35 фм. До установления теплового равновесия

наблюдалось предравновесное испускание нуклонов из пятна, которые из-за большого среднего пробега в окружающей среде смогли покинуть ядро. Чем больше эффект двухчастичных столкновений (чем меньше τ), тем меньше таких частиц. Несмотря на всю условность рассмотрений, отсюда можно заключить, что учет двухчастичных столкновений понижает долю мгновенно испущенных частиц, о которых шла речь выше.

В этих же работах получен другой качественный результат. Для столкновения двух слоев при $E_{с.д.м}/A = 20$ МэВ рассмотрена временная эволюция давлений p_{\parallel} и p_{\perp} в направлении x столкновения слоев и перпендикулярно ему. Если в такой одномерной модели обе компоненты полностью независимы в ЗВХФ ($\tau = \infty$), то в гидродинамическом пределе ($\tau \rightarrow \infty$) имеет место $p_{\perp} = p_{\parallel}$. Получено, что при некотором наборе параметров α , β , γ , определяющих $\tau(T)$, уже при 20 МэВ ситуация довольно близка к гидродинамической, хотя при других наборах параметров получается промежуточное. Это говорит о том, что в области энергий в десятки МэВ/нуклон ни представление среднего поля, ни гидродинамическое описание не являются хорошими приближениями. В этой области энергии динамика как среднего поля, так и двухчастичных столкновений существенно влияет на процесс столкновения тяжелых ионов.

Близость к гидродинамической ситуации наталкивает на мысль о выводе гидродинамических уравнений для моментов функции Вигнера $f(r, p, t)$ из уравнения (45) по аналогии с выводом таких уравнений из классического уравнения Больцмана. В работе [153] пренебрегалось моментами выше второго. Коэффициент теплопроводности χ связан со временем релаксации τ выражением $\chi = \rho T \tau^2 / 3m$. Коэффициенты вязкости не вводились, чтобы не исключить возможную явную анизотропию давления, что особенно важно при больших τ (см. выше). Уравнение состояния явно не задавалось, поскольку оно неявно содержится в зависимости среднего поля от плотности. Среднее поле определилось самосогласованно, как в ЗВХФ. Проведены одномерные расчеты и сравнение с результатами точного уравнения (45). Такое сравнение показало, что данное обрывание разложения по моментам приводит к несильно большей диссипации, чем точное уравнение, хотя в целом оба подхода дают весьма близкие результаты.

Хотя использование простых феноменологических столкновительных членов дает некоторое качественное представление о роли столкновений, оно связано со многими принципиальными вопросами как обоснованности соответствующих предположений, так и микроскопического происхождения параметра τ . Кроме того, все эти подходы дают лишь уравнения для одночастичной матрицы плотности. Хотя добавление столкновительных членов приводит к $\rho^2(t) \neq \rho(t)$, т. е. к учету некоторых корреляций в волновой функции, нет еще оснований для надежды воспроизвести дисперсии одночастичных величин. Основной выигрыш состоит в учете корреляций в средних значениях одночастичных величин. Тем самым расширяется область применимости ЗВХФ в область энергий в десятки МэВ/нуклон.

Отметим еще, что чисто одномерные расчеты, возможно, не столь показательны для основных качественных сторон процесса, как это имеет место в ЗВХФ, поскольку двухчастичные столкновения могут привести к существенной динамике в направлении, перпендикулярном плоскости реакции. Кроме того, они нарушают все самосогласованные симметрии ЗВХФ, существование которых помогает эффективно уменьшить число степеней свободы. Для количественных расчетов поэтому важно учесть все степени свободы. Таких расчетов, даже с простыми феноменологическими столкновительными членами, пока нет.

Микроскопические подходы. Для более последовательного учета двухчастичных корреляций удобно воспользоваться хорошо разработанными методами неравновесной квантовой статистики. В частности, в [156—158] применялись различные методы обрывания цепочки уравнений для n -частичных функций Грина

$$G_n(1, 2, \dots, n; 1', 2', \dots, n') = (-i)^n \langle T \Psi(1) \Psi(2) \dots \Psi(n) \Psi^+(n') \dots \Psi^+(2') \Psi^+(1') \rangle,$$

где $n = (x_n, t_n)$. Уравнение движения для функции G_n получено в [159] в виде

$$\begin{aligned} & \left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 \right) G_n(1, 2, \dots, n; 1', 2', \dots, n') = \\ & = \hbar \sum_{k=1}^n \delta(1, k') (-1)^{k-1} G_{n-1}(2, \dots, n; 1', \dots, (k-1)', (k+1)', \dots, n') - \\ & - i \int dx_{n+1} v(x_1, x_{n+1}) G_{n+1}(1, 2, \dots, (n+1); 1', 2', \dots, (n+1)')_{t_{n+1}=t_n}. \end{aligned} \quad (46)$$

Итак, в общем виде уравнение для G_n содержит также G_{n-1} и G_{n+1} . Первое уравнение этой иерархии гласит

$$\left(i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 \right) G_1(1, 1') = \hbar \delta(1, 1') - i \int d^2v(1, 2) G_2(1, 2; 1', 2'), \quad (47)$$

где $v(1, 2) = v(x_1, x_2) \delta(t_1 - t_2)$.

Без ограничения общности функцию G_2 можно разбить на антисимметризованное произведение одночастичных функций G_1 и скоррелированную часть G_{2c}

$$\left. \begin{aligned} G_2(1, 2; 1', 2') &= \mathcal{A}[G_1(1, 1') G_1(2, 2')] + G_{2c}(1, 2; 1', 2'); \\ \mathcal{A}[G_1(1, 1') G_1(2, 2')] &= G_1(1, 1') G_1(2, 2') - G_1(1, 2') G_1(2, 1'). \end{aligned} \right\} \quad (48)$$

Наиболее простое обрывание цепочки уравнений (46) получают в приближении $G_{2c} \equiv 0$ (и соответственно $G_{nc} \equiv 0$, так что уравнения для $n > 1$ сводятся к уравнению для G_1). Тогда уравнение (47) переходит в уравнение ЗВХФ в форме (8). Затем находится нетривиальная зависимость G_2 (G_{2c}) от G_1 , чтобы получить замкнутые уравнения для G_1 . Довольно общее выражение для G_2 можно получить, суммируя лестничные диаграммы с n -кратным действием потенциала v . Учет всех порядков по n дает интегральное уравнение для G_2 типа

$$\begin{aligned} G_2(1, 2; 1', 2') &= \mathcal{A}[G_1(1, 1') G_1(2, 2')] + \\ & + \frac{i}{\hbar} \int d^3d^4 G_1(1, 3) G_1(2, 4) v(3, 4) G_2(3, 4; 1', 2') \end{aligned} \quad (49)$$

(ср. [18, 156]). Уравнение (49) ввиду его сложности еще не анализировалось в применении к задаче столкновений тяжелых ионов. Вместо

этого в [156, 157] использовалось первое борновское приближение для G_2 , которое получается из уравнения (49) заменой G_2 под интегралом на $\mathcal{A} [G_1(1, 1') G_1(2, 2')]$. Если ввести функции Грина (корреляционные функции) G_1^{\geq} как

$$\begin{aligned} -iG_1^<(1, 1') &= \langle \Psi^+(1') \Psi(1) \rangle, \\ iG_1^>(1, 1') &= \langle \Psi(1) \Psi^+(1') \rangle, \end{aligned}$$

так что

$$\begin{aligned} G_1(1, 1') &= G_1^>(1, 1') \text{ для } t_1 > t_1'; \\ G_1(1, 1') &= G_1^<(1, 1') \text{ для } t_1 < t_1', \end{aligned}$$

то соответствующее уравнение для $G_1^<$ принимает вид [154, 157]:

$$\begin{aligned} & \left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - U_{\text{HF}}(1) \right] G_1^<(1, 1') = \\ &= \int_{-\infty}^{t_1} d\bar{1} [\Sigma^>(1, \bar{1}) - \Sigma^<(1, \bar{1})] G_1^<(\bar{1}, 1'), - \\ & - \int_{-\infty}^{t_1'} d\bar{1} \Sigma^<(1, \bar{1}) [G_1^>(\bar{1}, 1') - G_1^<(\bar{1}, 1')], \end{aligned} \quad (50)$$

где массовые операторы Σ^{\leq} определены через

$$\Sigma^{\geq}(1, \bar{1}) = \frac{-i^2}{\hbar} \int d2d\bar{2} v(1, 2) v(\bar{1}, \bar{2}) \mathcal{A} [G_1^{\geq}(1, \bar{1}) G_1^{\geq}(2, \bar{2})] G_1^{\leq}(\bar{2}, 2). \quad (51)$$

При этом

$$U_{\text{HF}}(1) G_1^<(1, 1') = -i \int d2v(1, 2) \mathcal{A} [G_1^<(1, 1') G_1^<(2, 2^+)]. \quad (52)$$

Очевидно, что если рассматривать $v(1, 2)$ в определении Σ^{\geq} и U_{HF} как реалистический нуклон-нуклонный потенциал, то данное ограничение первым членом разложения по «возмущению» $v(1, 2)$ явно не годится. Поэтому подобно аргументации в случае ЗВХФ авторы работ [156, 157] (которым мы будем следовать в дальнейшем) отождествляют взаимодействие, определяющее среднее поле, с эффективным взаимодействием, а $v(1, 2)$, квадратично входящее в уравнение (51), с остаточным взаимодействием $v_{\text{res}}(1, 2)$. Поскольку ЗВХФ дает хорошее описание динамики рассмотренных процессов, можно ожидать, что на самом деле эффекты v_{res} представляют собой малые поправки и можно применить первое борновское приближение. На этом уровне, однако, вновь потеряна возможность микроскопического определения динамического эффективного взаимодействия и остаточного взаимодействия исходя из заданного нуклон-нуклонного потенциала.

Из уравнения (50) для функции $G_1^<(1, 1')$ можно вывести уравнения движения для одночастичных базисных состояний ϕ_λ и чисел заполнения n_λ , используя приближенное представление

$$\left. \begin{aligned} iG_1^{\geq}(1, 1') &= \pm \sum_{\lambda} n_{\lambda}^{\geq}(t_1, t_1') \phi_{\lambda}(1) \phi_{\lambda}^*(1'); \\ i\Sigma^{\geq}(1, 1') &= \pm \sum_{\lambda} G_{\lambda}^{\geq}(t_1, t_1') \phi_{\lambda}(1) \phi_{\lambda}^*(1'), \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

т. е. пренебрегая недиагональными элементами матриц $n_{\lambda\lambda'}^{\geq}$, $\sigma_{\lambda\lambda'}^{\geq}$, связанных через соотношение (51) как

$$\begin{aligned} \sigma_{\lambda}^{\geq}(t_1, t_1') &= \frac{1}{2} \sum_{234} n_3^{\geq}(t_1, t_1') n_4^{\geq}(t_1, t_1') n_2^{\leq}(t_1', t_1) \times \\ &\times \langle \lambda 2 | v_{\text{res}} | 34 \rangle_{t_1} \langle 34 - 43 | v_{\text{res}} | \lambda 2 \rangle_{t_1'} \end{aligned}$$

Для дальнейшего упрощения уравнения (50) желательно проинтегрировать по «предистории» системы, осуществляя марковское приближение. С этой целью временные зависимости можно параметризовать как

$$\left. \begin{aligned} n_{\lambda}^{\geq}(t_1, t_1') &= n_{\lambda}^{\geq}(T) e^{-\frac{\Gamma(T)}{2\hbar} |t_1' - t_1|}; \\ \langle \lambda 2 | v_{\text{res}} | 34 \rangle_{t_1} &= e^{-\frac{i}{\hbar} \varepsilon(t_1 - T)} \langle \lambda 2 | v_{\text{res}} | 34 \rangle_T, \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

где $\varepsilon = \varepsilon_3 + \varepsilon_4 - \varepsilon_\lambda - \varepsilon_2$, $\varepsilon_\lambda(t) = \langle \phi_\lambda(t) | h_{\text{HF}}(t) | \phi_\lambda(t) \rangle$, $T = (t_1 + t_1')/2$. При этом учтено, что частица в данном состоянии за счет двухчастичных столкновений имеет конечное время жизни, и предположено, что соответствующий распад описывается экспоненциальным законом. Тогда ширина $\Gamma_\lambda(T)$ будет

$$\Gamma_\lambda(T) = \hbar (P_{\lambda}^{<-} (T) + P_{\lambda}^{>} (T)), \quad (55)$$

где величины $P_\lambda(T)$ определяют приход и уход вероятности в состояние λ

$$\frac{\partial n_{\lambda}^{<}(T)}{\partial T} = -P_{\lambda}^{<-} (T) n_{\lambda}^{<}(T) + P_{\lambda}^{>} (T) (1 - n_{\lambda}^{<}(T)). \quad (56)$$

Если теперь предположить, что время двухчастичного столкновения (корреляционное время) $\tau_{\text{согг}}$ гораздо меньше среднего времени свободного пробега и функции Σ^{\geq} быстро спадают для относительных времен, больших $\tau_{\text{согг}}$, то числа заполнения можно вынести из-под знака интеграла по времени. Считая также, что $\varepsilon_\lambda(T)$ и $\Gamma_\lambda(T)$ за время, меньшее $\tau_{\text{согг}}$, меняются достаточно слабо, можно получить уравнения для базисных функций ϕ_λ и чисел заполнения $n_\lambda^{<}$ [157]

$$\frac{\partial n_{\lambda}^{<}(T)}{\partial T} = \frac{1}{\hbar} \sum_{234} [n_3^{<} n_4^{<} n_{\lambda}^{>} n_2^{>} - n_3^{>} n_4^{>} n_{\lambda}^{<} n_2^{<}] \frac{\Gamma/2}{\varepsilon^2 + (\Gamma/2)^2} |\langle \lambda 2 | v_{\text{res}} | 34 - 43 \rangle_T|^2; \quad (57)$$

$$\left[i\hbar \frac{\partial}{\partial t_1} + \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_1^2 - U_{\text{HF}}(1) - \Delta U_\lambda \right] \phi_\lambda(1) = 0; \quad (58)$$

$$\Delta U_\lambda \phi_\lambda(1) = - \sum_{234} [n_3^> n_4^> n_2^< + n_3^< n_4^< n_2^>] \frac{\varepsilon}{\varepsilon^2 + (\Gamma/2)^2} \times \\ \times (34 - 43 |v_{\text{res}}|\lambda 2\rangle_{t_1} \int dx_2 \phi_2^*(2) v_{\text{res}}(x_1, x_2) \phi_4(2) \phi_3(1),$$

где $\Gamma = \Gamma_\lambda + \Gamma_2 + \Gamma_3 + \Gamma_4$, $n_\lambda^> = 1 - n_\lambda^<$. Уравнение (57), имеющее ожидаемую структуру уравнения (56), вместе с уравнением (55) определяет и ширину $\Gamma(T)$. Однако для практических целей гораздо удобнее использовать усредненное по состояниям и не зависящее от времени значение Γ . Кроме того, в данном подходе не учтено, что к ширине, вызванной остаточным взаимодействием, вообще говоря, прибавляется еще ширина, связанная с временной зависимостью среднего поля [160, 161], которая по порядку величины составляет около 5 МэВ (в случае рассмотренных выше глубокоэластичных реакций). Далее, дополнительная ширина возникает и за счет нетривиальной временной зависимости матричных элементов остаточного взаимодействия, обусловленной эффектом Ландау — Зенера (ср., например, дискуссию в работе [160]). Такой эффект наиболее важен при относительно малых коллективных скоростях. В случае низкоэнергетического деления соответствующая ширина составляет примерно 2 МэВ [160], а для столкновения тяжелых ионов при энергиях $E \gtrsim 10$ МэВ/нуклон она заведомо меньше. Такая ширина в принципе содержится в изложенном подходе, если определить $\Gamma_\lambda(T)$ согласно соотношению (55). Итак, в уравнении (57) ширину Γ нужно рассматривать как величину порядка 10 МэВ. Это в свою очередь означает, что столкновительный член гораздо «оперативнее», чем в предположении, что двухчастичные столкновения происходят на энергетической поверхности [см. (41)].

Интересна также структура уравнений (58). Эффект столкновений двояким образом отличает его от уравнений ЗВХФ. Во-первых, самосогласованный потенциал $U_{\text{HF}}(\rho)$, который, как и в случае ЗВХФ, определяется плотностью $\rho(x_1, t_1) = -iG_1^<(1, 1^+)$, включает все одночастичные функции с зависящим от времени весом $n_\lambda^<(t_1)$, ($\lambda = 1, \dots, \infty$). Во-вторых, к потенциалу U_{HF} добавляется пространственно нелокальная, зависящая от состояния поправка. Эта поправка состоит из двух слагаемых, имеющих тенденцию к противоположным знакам. Автор работы [157] интерпретирует их как аналог к поляризованному и корреляционному членам, возникающим в теории нуклон-ядерных оптических потенциалов. По аналогии предполагается учесть эти эффекты в виде зависящей от энергии эффективной массы. Отметим еще, что член ΔU_λ не возник в первой работе автора [156], что является следствием того, что исходным служило не уравнение (50), а его разность с соответствующим комплексно-сопряженным уравнением [157].

В работе [157] также исследовалась эволюция недиагональных элементов $n_{\lambda\lambda}^<$. Выводилось уравнение, аналогичное уравнению (57). Поскольку вначале всегда можно выбрать базис, в котором матрица $n_{\lambda\lambda}^<$ (t_1, t_1') для $t_1 = t_1'$ диагональна, и недиагональные ее элементы для $t_1 \neq t_1'$ при этом малы и в дальнейшем затухают согласно соотношению (54), предполагается повторная диагонализация $n_{\lambda\lambda}^<$ (t_1, t_1) и продолжение временной итерации основных уравнений в соответствующем новом базисе. Если это делать достаточное число раз, то можно подавить увеличение недиагональных элементов $n_{\lambda\lambda}^<$ при одинаковых временных аргументах — хотя бы в принципе. Недостатком метода можно называть тот факт, что определение «энергий» $\epsilon_\lambda(t)$ зависит от конкретного базиса [эти энергии не являются собственными значениями самосогласованного гамильтониана $h(t)$ в каждый данный момент времени t , а представляют собой его среднее значение в состоянии λ данного базиса]. Далее применимость марковского приближения отнюдь не очевидна, особенно при энергиях в десятки МэВ/нуклон. Так, в [162] было оценено отношение длительности двухчастичного столкновения к среднему времени свободного пробега. Получено, что при энергиях на нуклон ≤ 10 МэВ оно меньше 10%, т. е. марковское приближение является хорошим исходным пунктом. С повышением энергии, однако, это отношение быстро возрастает, превышая 1 при энергиях 80—100 МэВ и выше. Несмотря на условность такой оценки, приближенный учет не марковских процессов представляет собой важный момент дальнейшего усовершенствования теории.

На основе уравнений (57), (58), но без учета ΔU_λ в [163] проведен численный расчет для центрального столкновения $^{16}\text{O} + ^{40}\text{Ca}$ при энергии $E_{\text{с.ц.м}}$ на 20 МэВ выше порога E_0 появления L -окна, предсказуемого ЗВХФ. Матричные элементы остаточного взаимодействия аппроксимировались в виде $\langle \lambda 2 | V_{\text{res}} | 34 - 43 \rangle = C \delta_{m_\lambda + m_2, m_3 + m_4} [\delta_{\Sigma_\lambda \Sigma_3} \delta_{\Sigma_2 \Sigma_4} - \delta_{\Sigma_\lambda \Sigma_4} \delta_{\Sigma_2 \Sigma_3}]$ с общим для всех переходов значением $C = 4$ МэВ. При этом Σ обозначает спиновые и изоспиновые квантовые числа. Далее выбиралось значение $\Gamma = 10$ МэВ. Использовано приближение аксиальной симметрии, которое при $L = 0$ совпадает с полным трехмерным расчетом в случае ЗВХФ. Напомним, что учет столкновений, однако, нарушает самосогласованные симметрии, так что в данной связи такое упрощение является некоторым приближением. Получено, что опять-таки слияния не происходит, даже если увеличить Γ до 20 МэВ и C до 8 МэВ. Нужно, однако, отметить, что в данном случае в силу магичности рассмотренных ядер, а также относительно медленного относительного движения между заполненными и незаполненными состояниями существует щель примерно в 10 МэВ, которая препятствует эффекту столкновений. Не учтено и спин-орбитальное взаимодействие, которое уменьшает эту щель вследствие расщепления уровней. Эта щель также не сильно уменьшается во временной эволюции $\epsilon_\lambda(t)$, так что нет

пересечения «уровней» и столкновительный член оперативен только за счет матричных элементов вне энергетической поверхности. Тем не менее авторы заключают, что существование L -окна слияния не снимается и при учете двухчастичных столкновений хотя бы для столкновения магических ядер. Расчеты для ядер с незамкнутыми оболочками пока нет.

Несколько подробнее обсудив данный цикл работ, мы не утверждаем, что этот подход предпочтительней. На этом примере скорее всего мы попытались иллюстрировать наиболее важные черты проблематики. Есть ряд других работ, в которых получены сходные уравнения и некоторые частные аспекты освещены более детально (и отчасти более корректно). В дальнейшем кратко упомянем эти работы.

В работах [64, 165], используя проекционные методы, из точного уравнения Лиувилля

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_A = [H, \rho_A]$$

для A -частичной матрицы плотности ρ_A получены связанные уравнения для скоррелированной части ρ_A^c и нескоррелированной части $\rho_A^0 = \mathcal{A} [\rho_1(x_1, x'_1, t) \dots \rho_1(x_A, x'_A, t)]$. След по $(A - 1)$ -частицам от уравнения для ρ_A дает уравнение движения для одночастичной матрицы плотности ρ_1 [164]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \rho_1(t) = [h(\rho_1), \rho_1] - iK(t) + I(t, t_0). \quad (59)$$

Первый член описывает эффекты среднего поля, второй представляет собой столкновительный член, а $I(t, t_0)$ описывает эволюцию начальных корреляций (которые не рассмотрены в [156, 157]). В приближении слабой связи, а также при использовании марковского приближения, получены уравнения, подобные (57), (58).

На этой же основе в работе [166] получено уравнение для диссипации кинетической энергии относительного движения. Высказывается предположение о том, что учет двухчастичных столкновений в уравнении для ρ_1 еще не приводит к ожидаемому увеличению дисперсий одночастичных величин, если не учесть флуктуации среднего поля. Более того, в работе [167] на основе точного численного решения многочастичного уравнения Шредингера для некоторого простого одномерного случая (асимметрическое начальное распределение частиц в постоянном потенциальном ящике, но полный учет двухчастичного взаимодействия) показано, что, например, дисперсия числа частиц по сравнению с приближением среднего поля существенно не увеличивается. Следовательно, для объяснения недооценки ЗВХФ дисперсий более полный учет динамики двухчастичной матрицы плотности не столь необходим, как учет флуктуаций среднего поля. Роль этих флуктуаций подчеркивается также в [142, 143], о которых было сказано выше. Во всех остальных подходах к включению корреляций (точно так же, как и в самом ЗВХФ) ими пренебрегают.

Исходным пунктом для рассмотрения статистических эффектов остаточного взаимодействия в [161] является уравнение для A -частичной матрицы плотности ρ_A , которое, по предположению, пишется в виде

$$i\hbar \frac{\partial \rho_A}{\partial t} = [H_{\text{HF}}, \rho_A] + [V_{\text{res}}, \rho_A]. \quad (60)$$

Матричные элементы остаточного взаимодействия V_{res} рассматриваются как случайные величины, имеющие гауссово распределение с нулевым средним значением и вторым моментом

$$\begin{aligned} & \overline{\langle \alpha\beta | V_{\text{res}} | \gamma\delta - \delta\gamma \rangle \langle \gamma'\delta' - \delta'\gamma' | V_{\text{res}} | \alpha'\beta' \rangle} = \\ & = \overline{V^2} (\delta_{\alpha\alpha'} \delta_{\beta\beta'} - \delta_{\alpha\beta'} \delta_{\alpha'\beta}) (\delta_{\gamma\gamma'} \delta_{\delta\delta'} - \delta_{\gamma\delta'} \delta_{\gamma'\delta}), \end{aligned}$$

где черта обозначает среднее по ансамблю. Самосогласованный гамильтониан $H_{\text{HF}} = \sum_{i=1}^A h_i(\bar{\rho}_1)$ определяется как в ЗВХФ, но с усредненной по ансамблю плотностью $\bar{\rho}_1$, т. е. H_{HF} не рассматривается как флуктуирующий оператор. Усреднение уравнения (60) дает (уже необратимое) уравнение для $\bar{\rho}_A$. След по $(A - k)$ -частицам ($k = 1, \dots, A - 1$) дает цепочку уравнений для $\bar{\rho}_k$. Заменяя $\bar{\rho}_2$ антисимметрическим произведением $\bar{\rho}_1$, получаем уравнения типа (57) для чисел заполнения в адиабатическом базисе. Исследовано также уравнение для $\bar{\rho}_2$.

Столкновительный член вышеуказанного типа также исследован в [169]. Обращено при этом особое внимание на то обстоятельство, что гамильтониан $H_{\text{HF}} = \sum_i h_{\text{HF}}(i)$ не является удачным началом для анализа остаточного взаимодействия $V = H - H_{\text{HF}}$, где H — полный гамильтониан проблемы. Дело в том, что, с одной стороны, $\langle H \rangle$ и $\langle H_{\text{HF}} \rangle$ отличаются друг от друга на половину энергии взаимодействия, а с другой стороны, H_{HF} имеет только одно многочастичное решение (детерминант Слэтера) вместо полного набора функций, на основании которых можно анализировать «возмущение» V . Этот недостаток снимается рассмотрением другого «невозмущенного» гамильтониана \tilde{H} . Хотя предложенный \tilde{H} есть двухчастичный оператор, он содержит операторы рождения и уничтожения только в комбинациях таких, как $a_m^+ a_m a^+ a_1$, $a_m^+ a_l a_h^+ a_h$ и $a_m^+ a_l$. Следовательно, действуя на волновую функцию, он может вызывать только возбуждения типа $1p1h$. Удобным выбором одночастичных функций можно достигнуть того, что амплитуды $c_{1p1h}(t)$ равны нулю. Тем самым уравнение Шредингера для \tilde{H} решается подобно уравнению для H_{HF} . При этом $V = H - \tilde{H}$ однозначно определено и может привести только к возбуждениям типа $2p2h$. Таким образом, формально нет двойного учета

некоторой части взаимодействия H в V и \tilde{H} . Если, однако, заменить двухчастичное взаимодействие, определяющее H , эффективным взаимодействием, то уравнение Шредингера для H уже не сводится к уравнениям ЗВХФ, поскольку последние содержат дополнительные члены, возникающие за счет вариации взаимодействия по плотности. «Возмущение» V также будет определяться этим же эффективным взаимодействием, и не ясно, насколько оно на самом деле является возмущением. Это тем более имеет место, если рассматривать не эффективное, а реалистическое нуклон-нуклонное взаимодействие. В первом приближении теории возмущения выводятся уравнения, сходные по форме с уравнениями (57), (58).

Следует отметить, что вывод кинетического уравнения для конечного ядра, учитывающего как столкновительную релаксацию, так и эффекты перестройки самосогласованного потенциала, впервые получен в [170] в связи с исследованием предравновесной эмиссии в реакциях, индуцированных нуклонами.

Интересный подход к обобщению ЗВХФ изложен в [171]. Исследуется механизм возникновения высокочастотных компонент в одночастичных волновых функциях ЗВХФ. При усреднении по достаточно малому интервалу времени эти компоненты исчезают. Результаты необратимые уравнения, содержащие только низкочастотные компоненты, проще уравнений ЗВХФ. С другой стороны, показано что возможным агентом, препятствующим возникновению высокочастотных компонент с самого начала, являются двухчастичные корреляции, пренебрежение которых (как в ЗВХФ) физично только для низкочастотных компонент. В пренебрежении когерентными эффектами действия корреляций, развит метод «итеративного усреднения по времени» вместо «наивного» усреднения по некоторому интервалу, который осуществляет эту связь корреляций с подавлением высокочастотных компонент. В результате получены уравнения для изменения чисел заполнения и одночастичных функций.

Хотя высокочастотные компоненты одночастичных волновых функций ЗВХФ на самом деле следует рассматривать как нефизичные, так как они определяются в конце концов феноменологическим эффективным взаимодействием, ни в коей мере неприспособленным к описанию их динамики (они определяются из основных статических свойств ядер и ядерной материи), мы выше отметили, что они являются одним из источников испускания быстрых частиц. В этой связи целесообразно развить теорию, в которой исходят не из эффективного, а из реалистического нуклон-нуклонного потенциала. На такой основе возникающие за счет кратковременных корреляций высокочастотные компоненты уже приобретают физический смысл. Существуют два подхода к такой постановке вопроса. Наиболее последовательным подходом по этой линии является так называемое зависящее от времени приближение связанных кластеров [172] (см. также [18]). Полная многочастичная волновая функция записывается в виде $\psi(t) = \exp[S(t)] \Phi(t)$, где $\Phi(t)$ — детерминант Слэтера,

а $S(t) = \sum_{n=1}^A S_n(t)$ — сумма n -частично n -дырочных операторов. Зависящее от времени уравнение Шредингера

$$e^{-S(t)} H e^{S(t)} \Phi(t) = i \hbar \varepsilon^{-S(t)} \frac{\partial}{\partial t} e^{S(t)} \Phi(t)$$

проецируется на n -частично n -дырочные состояния, что дает связанную систему уравнений для амплитуд операторов $S_n(t)$ и одночастичных функций. Эта система эквивалентна точному уравнению Шредингера. Обрывание цепочки при некотором n дает приближенное описание проблемы. Для реалистических сил при этом простое обрывание типа $S_n(t) \equiv 0$ для $n > m$ не годится. Получение замкнутой системы уравнений для $S_1(t)$ и $S_2(t)$, основанное на приближении независимых пар, описано в [172]. По сравнению с ЗВХФ, которое формально получают, положив $S_n(t) \equiv 0$ для $n \geq 2$, эти уравнения чрезвычайно сложные. Нет еще реалистического расчета без дополнительных предположений о $S_2(t)$.

Подход промежуточной сложности между ЗВХФ и уравнениями для S_1, S_2 предложен в [133]. Рассматриваются только короткодействующие корреляции в приближении независимых пар и в предположении, что дальнедействующие корреляции, а также эффекты более высокого порядка на коротких относительных расстояниях нуклонов описываются некоторым средним полем. Параметры эффективного взаимодействия, определяющие среднее поле, переопределяются таким образом, чтобы энергетический функционал скоррелированной системы воспроизвел основные характеристики ядер. Тем самым вопрос о динамическом определении эффективного взаимодействия конечно не решен. Волновая функция пишется в виде произведения детерминанта Слэтера и зависящего от времени ястровского корреляционного фактора, который переходит в единичный оператор на больших расстояниях r нуклонов. Методом вариации получены основные уравнения для корреляционных функций $f_l(r, t)$ (l — орбитальный момент относительного движения двух нуклонов) и одночастичных функций $\phi_\nu(r, t)$. Существенно используется факт, что в малых пространственных интервалах, где f_l меняется существенно от 0 до 1, среднее поле и функции ϕ_ν меняются достаточно слабо.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Можно сказать, что ЗВХФ является мощным и последовательным методом для описания широкого круга явлений движения с большой амплитудой. В частности, его применение к описанию глубоконеупругих реакций с тяжелыми ионами при нескольких МэВ/нуклон над кулоновским барьером дает хорошее количественное совпадение с экспериментальными данными, если иметь в виду сечения деления и глубоконеупругих событий, функции отклонения, зависимость

энергии конечных фрагментов от их направления для наиболее вероятных событий, диссипацию энергии и относительного углового момента и т. п. Вместе с тем есть и ряд расхождений (дисперсии, более эксклюзивные характеристики), особенно при повышении энергии налетающих ядер, а также предсказания, качественно еще не подтвержденные экспериментом как, например, L -окно слияния. Другие результаты, особенно касающиеся эмиссии легких частиц, удовлетворительны лишь в качественном отношении. Хотя интерпретация результатов ЗВХФ в виде средних значений одночастичных операторов не приводит к сложностям, попытка построения S -матричной теории рассеяния требует существенного обобщения метода. Намечаются первые успехи в построении полуклассически проквантованной теории, а также учета квантовых поправок. Сформулированы основы квантовомеханической теории рассеяния тяжелых ионов. При более высоких энергиях на первый план выдвигается учет корреляций, в частности некогерентных эффектов остаточного двухчастичного взаимодействия V_{res} . В ряде работ, использующих весь арсенал методов неравновесной квантовой статистики, получены соответствующие уравнения, чаще всего в марковском приближении и предположении малости эффекта v_{res} . К сожалению, эти уравнения существенно усложняют практические расчеты. Дальнейшие упрощения на основе физически разумных предположений желательны.

Есть ряд нерешенных вопросов. В частности, нет пока динамического определения эффективного взаимодействия. Эта проблема наиболее остро стоит при более высоких энергиях, где должно учитываться остаточное взаимодействие (вероятно, также зависящее от времени). Оно совместно с эффективным взаимодействием должно определяться так, чтобы не было двойного учета части взаимодействия. Практический учет немарковских эффектов и выяснение роли эффектов более высокого порядка теории возмущения тоже требуют немало дальнейших усилий. Хотя есть указания на то, что совместно с двухчастичными столкновениями следует учесть флуктуации среднего поля, чтобы улучшить описание дисперсий одночастичных величин, нет пока удовлетворительного подхода к этой проблеме. Решение ее прежде всего требует квантовомеханического описания относительного движения ядер.

В данной работе мало было сказано о попытках макроскопической редукции ЗВХФ и его обобщений. В этом направлении есть целый ряд работ, преследующих цель построить мост от фундаментальной теории к формулировке новых, обозримых по сложности и пригодных для стандартного использования при интерпретации экспериментальных данных моделей. В свете ЗВХФ анализируются и такие существующие уже почти десятилетия простые подходы, как классические уравнения с трением и т. п. Все это сводится к существенному уменьшению числа степеней свободы, оставляются только наиболее существенные в данной связи.

Автор выражает свою глубокую благодарность И. Н. Михайлову за внимательное чтение рукописи и ценные замечания, а также Л. Мюнхову за полезные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Волков В. В.— ЭЧАЯ, 1975, т. 6, вып. 4, с. 1040; Schröder W., Huizenga J. R.— Ann. Rev. Nucl. Sci., 1977, v. 27, p. 465; Lefort M., Ngo C.— Ann. Phys., 1978, v. 3, p. 5; Volkov V. V.— Phys. Rept., 1978, v. 44, p. 93; Lefort M., Ngo C.— Riv. Nuovo cimento, 1979, v. 2, p. 1; Джолос Р. В., Шмидт Р.— ЭЧАЯ, 1981, т. 12, вып. 2, с. 324; Gobbi A.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 354, p. 337c.
2. Dietrich K.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 354, p. 319c.
3. Gross D. H. E., Kalinowski H.— Phys. Lett. B, 1974, v. 48, p. 302; Deubler H. H., Dietrich K.— Ibid., 1975, v. 56, p. 241; Nucl. Phys. A, 1977, v. 277, p. 493; Bondorf P. e.a.— Phys. Rev. C, 1975, v. 11, p. 1265; Gross O. H. E., Kalinowski H.— Phys. Lett. C, 1978, v. 45, p. 177.
4. Blocki H. e.a.— Ann. Phys., 1978, v. 113, p. 330; Koonin S. E., Hatch R. L., Randrup J.— Nucl. Phys. A, 1977, v. 283, p. 87; Koonin S. E., Randrup J.— Nucl. Phys. A, 1977, v. 289, p. 475; Back F., Dworzecka M., Feldmeier H.— Z. Phys. A, 1978, v. 289, p. 113; Back F. e.a.— Phys. Lett. B, 1978, v. 76, p. 35; Feldmeier H.— Nukleonika, 1980, v. 25, N 2.
5. Broglia R. A. e.a.— Phys. Lett. B, 1978, v. 73, p. 405; Broglia R. A. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 25; Broglia R. A., Dasso C. H., Esbensen H.— Progress in Particle and Nuclear Physics, V. 4. Ed. by D. Wilkinson, Oxford, Pergamon Press, 1980, p. 345.
6. Nörenberg W.— Phys. Lett. B, 1974, v. 52, p. 289; Moretto L. G., Sven-tek J. S.— Ibid., 1975, v. 58, p. 26; Ngo C. e.a.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 267, p. 181; Schmidt R., Toneev V. D., Wolschin G.— Ibid., 1978, v. 311, p. 247.
7. Hofmann H., Siemens P. J.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 257, p. 165; 1977, v. 275, p. 64; Johansen P. J. e.a.— Ibid., 1977, v. 288, p. 152.
8. Nörenberg W.— Z. Phys. A, 1975, v. 274, p. 241; 1976, v. 276, p. 84; Ayik S., Schürmann B., Nörenberg W.— Z. Phys. A, 1976, v. 277, p. 299; Ayik S., Wolschin G., Nörenberg W.— Ibid., 1978, v. 286, p. 274; Ayik S., Nörenberg W.— Ibid., 1978, v. 288, p. 401.
9. Agassi D., Ko C. M., Weidenmüller H. A.— Ann. Phys., 1977, v. 107, p. 140; 1979, v. 117, p. 237, 407; Barrett D. R., Shlomo S., Weidenmüller H. A.— Phys. Rev. C, 1978, v. 17, p. 544.
10. Strutinsky V.— Z. Phys. A, 1978, v. 286, p. 77.
11. Dietrich K., Leclercq-Willain Ch.— Ann. Phys., 1977, v. 109, p. 41.
12. Dirac P. A. M.— Proc. Cambridge Phil. Soc., 1930, v. 26, p. 376.
13. Зырянов П. С., Елеонский В. М.— ЖЭТФ, 1956, т. 30, с. 592; Ferrell R. A.— Phys. Rev. Lett., 1958, v. 1, p. 443; Goldstone J., Gottfried K.— Nuovo cimento, 1959, v. 13, p. 849; Ehrenreich H., Cohen M. H.— Phys. Rev., 1959, v. 115, p. 786.
14. Bonche P., Koonin S. E., Negele J. W.— Phys. Rev. C, 1976, v. 13, p. 1226.
15. Negele J. W.— In: Theoretical Methods in Medium Energy and Heavy-Ion Physics/eds. Mc Voy K., Friedman W. A. N. Y., Plenum Press, 1978, p. 235.
16. Koonin S. E.— Progress in Particle and Nuclear Physics, 1980, v. 4, ed. by D. Wilkinson, p. 283.
17. Davies K. T. R. e.a. Preprint MAP-23, 1982.
18. Negele J. W.— Rev. Mod. Phys., 1982, v. 54, p. 913.
19. Ring P., Schuck P.— The Nuclear Many-Body Problems. N. Y., Springer, 1980.
20. Negele J. W., Vautherin D.— Phys. Rev. C, 1972, v. 5, p. 1472.
21. Vautherin D., Brink D. M.— Ibid., p. 626.
22. Галицкий В. М.— ЖЭТФ, 1958, т. 7, с. 104.
23. Wegmann G.— Phys. Lett. B, 1974, v. 50, p. 327.

24. Bertsch G. F.— Les Houches Summer School XXX, 1978/Eds.: Balian R., Rho M., Ripka G., North Holland, p. 176.
25. Bertsch G. F.— Phys. Rev. C, 1977, v. 15, p. 713.
26. Di Giacomo N. J., Peng J. C., De Vries R. M.— Phys. Lett. B, 1981, v. 101, p. 383.
27. Collins M. T., Griffin J. J.— Nucl. Phys. A, 1980, v. 348, p. 63.
28. Fantoni S., Friman B. L., Pandharipande U. R.— Phys. Lett. B, 1981, v. 104, p. 89.
29. Negele J. W., Yazaki K.— Phys. Rev. Lett., 1981, v. 47, p. 71.
30. Viola V. E. e.a.— Proc. Workshop on Nuclear Dynamics, Granlibakken, 1982, p. 45; Preprint LBL-14138, 1982.
31. Kerman A. K., Koonin S. E.— Ann. Phys., 1976, v. 100, p. 332.
32. Rosenfeld L.— Lectures on the Many-Body Problem in Nuclear Physics, 1958/59, Nordita, Copenhagen.
33. Lichtner P. C., Griffin J. J.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 1521.
34. Wigner E. P.— Phys. Rev., 1930, v. 40, p. 749.
35. Davies K. T. R. e.a.— Nucl. Phys. A, 1980, v. 342, p. 111.
36. Thouless N. P.— Nucl. Phys., 1960, v. 21, p. 225.
37. Bertsch G. F., Tsai S. F.— Phys. Rept, 1975, v. 18, p. 125.
38. Gogny D.— Proc. Conference on Nuclear Physics with Electromagnetic Probes/eds., Arenhörel H., Drechsef D., Berlin, Springer-Verlag, 1979.
39. Baranger M., Veneroni M.— Ann. Phys., 1978, v. 114, p. 123.
40. Brink D. M., Giannoni M. J., Veneroni M.— Nucl. Phys. A, 1976, v. 258, p. 237.
41. Villars F.— Nucl. Phys. A, 1977, v. 285, p. 269.
42. Giannoni M. J.— Ann. Phys., 1981, v. 131, p. 356.
43. Goeke K., Reinhard P. G.— Ibid., 1978, v. 112, p. 328.
44. Бор О., Мотгельсон Б.— Структура атомного ядра. Т. 2: Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
45. Blaizot J.-P., Marshalek E. R.— Nucl. Phys. A, 1978, v. 309, p. 422.
46. Zelevinsky V. G.— Ibid., 1980, v. 337, p. 40.
47. Marumori T. e.a.— Progr. Theor. et Phys., 1981, v. 66, p. 1651.
48. Reinhard P.-G., Maruhn J., Goeke K.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 1740.
49. Nogami Y., Warke C. S.— Phys. Lett. A, 1976, v. 59, p. 251.
50. Nogami Y., Warke C. S.— Phys. Rev. C, 1978, v. 17, p. 1905.
51. Polan L.— Phys. Rev. D, 1976, v. 13, p. 528.
52. Yoon B., Negele J. W.— Phys. Rev. A, 1977, v. 16, p. 1451.
53. Hefter E. F.— Nuovo cimento A, 1980, v. 59, p. 275.
54. Gridnev K. A., Hefter E. F.— Phys. Lett. A, 1980, v. 77, p. 480.
55. Skyrme T. H. R.— Philos. Mag., 1956, v. 1, p. 1043.
56. Hoodbhoy P., Negele J. W.— Ibid., 1977, v. 288, p. 23.
57. Engel Y. M. e.a.— Nucl. Phys. A, 1975, v. 249, p. 215.
58. Quentin P., Flocard H.— Ann. Rev. Nucl. Science, 1978, v. 28, p. 523.
59. Zakhariev B. N., Sokolov S. N.— Annal. der Phys., 1964, Bd. 14, S. 229.
60. Griffin e.a.— Proc Conf. on Time Dependent Hartree-Fock Method/Eds.: Bonche P., Girard B., Quentin Ph. Editions de Physique, 1979.
61. Davies K. T. R., Koonin S. E.— Phys. Rev. C, 1981, v. 23, p. 2042.
62. Dhar A. K. e.a.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 364, p. 105.
63. Baldo M. e.a.— Ibid., 1982, v. 385, p. 217c.
64. Dasso C. H., Dössing T., Pauli H. C.— Z. Physik A, 1979, v. 289, p. 395.
65. Janssen D. e.a.— Nucl. Phys. A, 1971, v. 172, p. 145.
66. Marshalek E. R., Holzwarth G.— Ibid., 1972, v. 191, p. 438.
67. Blaizot J. P., Marshalek E. R.— Ibid., 1978, v. 309, p. 422.
68. Reinhardt H.— Ibid., 1980, v. 346, p. 1.
69. Reinhardt H.— Ibid., 1981, v. 367, p. 269.
70. Reinhardt H.— Fortschr. d. Physik, 1982, v. 30, p. 127.
71. Negele J. W., Levit S., Paltiel Z.— Phys. Rev. C, 1980, v. 21, p. 1603.
72. Levit S.— Ibid., 1980, v. 21, p. 1594.

73. Levit S., Negele J. W., Paltiel Z.— *Ibid.*, 1980, v. 22, p. 1979.
74. Reinhardt H.— *Nucl. Phys. A*, 1982, v. 381, p. 217.
75. Feynmann R. P., Hibbs A. R.— *Path Integrals and Quantum Mechanics*, N.Y., McGraw Hill, 1968.
76. Kan K.-K. e.a.— *Nucl. Phys. A*, 1979, v. 332, p. 109.
77. Serr F. E.— *Contr. to Brasov International Summer School on Nuclear Collective Dynamics*, Poiana Brasov, 1982.
78. Griffin J. J., Lichtner P. C., Dworzecka M.— *Phys. Rev. C*, 1980, v. 21, p. 1351.
79. Reinhardt H. Preprints NBI-81-43, NBI-81-44; *Nucl. Phys. A*, 1982, v. 390, p. 70.
80. Albassid Y., Koonin S. E.— *Phys. Rev. C*, 1981, v. 23, p. 1590.
81. Devi K. R. S., Koonin S. E.— *Phys. Rev. Lett.*, 1981, v. 47, p. 27.
82. *Proc. Internat. Conf. on TDHF and Beyond, Lecture Notes in Physics*, v. 174/Eds.: Goeke K., Reinhard P.-G. Berlin, Springer, 1982.
83. Koonin S. E., Sugiyama G., Friedrich H.— *Contr. to ref. [82]*.
84. Negele J. W.— *Contr. to ref. [82]*.
85. Cusson R. Y., Maruhn J. A., Meldner H. W.— *Phys. Rev. C*, 1978, v. 18, p. 2589.
86. Krieger S. J., Davies K. T. R.— *Phys. Rev. C*, 1978, v. 18, p. 2567.
87. Feldmeier H. T. ORNL Report ORNL/TN-6053, 1977.
88. Davies K. T. R. e.a.— *Phys. Rev. C*, 1978, v. 78, p. 2631.
89. Koonin S. E. e.a.— *Ibid.*, 1977, v. 75, p. 1359.
90. Devi K. R. S., Strayer M. R.— *Phys. Lett. B*, 1978, v. 77, p. 135.
91. Koonin S. E. e.a.— *Ibid.*, p. 13.
92. Bonche P. e.a.— *Phys. Rev. C*, 1979, v. 20, p. 641.
93. Devi K. R. S. e.a.— *Ibid.*, 1981, v. 24, p. 2521.
94. Dhar A. K. e.a.— *Ibid.*, 1982, v. 25, p. 1432.
95. Blocki J., Flocard H.— *Nucl. Phys. A*, 1976, v. 273, p. 45.
96. Negele J. W. e.a.— *Phys. Rev. C*, 1978, v. 17, p. 1098.
97. Cusson R. Y., Maruhn J. A., Stöcker H.— *Z. Phys. A*, 1980, v. 294, p. 257.
98. Cusson R. Y., Meldner H. W.— *Phys. Rev. Lett.*, 1979, v. 42, p. 694.
99. Drozd S., Okolewicz J., Ploszajczak M.— *Contr. to ref. [82]*.
100. Flocard H., Koonin S. E., Weiss M. S.— *Phys. Rev. C*, 1978, v. 17, p. 1682.
101. Cusson R. Y., Smith R. K., Maruhn J. A.— *Phys. Rev. Lett.*, 1976, v. 36, p. 1166.
102. Cusson R. Y., Meldner H. W.— *Ibid.*, 1979, v. 42, p. 694.
103. Negele J. W., Rinker G.— *Phys. Rev. C*, 1977, v. 15, p. 1499.
104. Bonche P., Grammaticos B., Koonin S. E.— *Ibid.*, 1978, v. 17, p. 1700.
105. Doubre H. e.a.— *Orsay Report IPNO-PhN-77-26*, 1977.
106. Tabor S. e.a.— *Phys. Rev. C*, 1978, v. 17, p. 2136.
107. Krieger S., Weiss M. S.— *Ibid.*, 1981, v. 24, p. 928.
108. Devi K. R. S., Dhar A. K., Strayer M. R.— *Ibid.*, 1981, v. 23, p. 2082.
109. Cohen S., Plasil F., Swiatecki W. J.— *Ann. Phys.*, 1974, v. 82, p. 557.
110. Adams J. R., Lindhad N. R., Hendricks C. D.— *J. Appl. Phys.*, 1968, v. 39, p. 5173.
111. Broglia R. A. e.a.— *Phys. Rev. Lett.*, 1978, v. 40, p. 707.
112. Tsang C. F.— *Physica Scripta A*, 1974, v. 10, p. 90.
113. Siwek-Wilczynska K., Wilczynski J.— *Nucl. Phys. A*, 1976, v. 264, p. 115.
114. Wong C. Y.— *In: Time Dependent Hartree-Fock Methods/Eds.: Bonche P., Giraud B., Quentin P., Saclay, Editions de Physique*, 1979.
115. Natowitz J. B. e.a.— *Nukleonika*, 1979, v. 24, p. 443.
116. Lazzarini A. e.a.— *Phys. Rev. C*, 1981, v. 24, p. 309.
117. Kox S., Cole A. J., Ost R.— *Phys. Rev. Lett.*, 1980, v. 44, p. 1204.
118. Szanto de Toledo A. e.a.— *Phys. Rev. Lett.*, 1981, v. 47, p. 1881.

119. Rosner G. e.a.— Nucl. Phys. A, 1982, v. 385, p. 174.
120. Devi K. R. S. e.a.— Phys. Rev. C, 1981, v. 23, p. 1064.
121. Davies K. T. R., Devi K. R. S., Strayer M. R.— Phys. Rev. C, 1981, v. 24, p. 2576.
122. Stöcker H. e.a.— Z. Phys. A, 1982, v. 306, p. 235.
123. Davies K. T. R., Devi K. R. S., Strayer M. R.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 23.
124. Weiss M. S.— Fizika, supp. 3, 1977, v. 9, p. 315.
125. Davies K. T. R., Devi K. R. S., Strayer M. R.— Phys. Rev. C, 1979, v. 20, p. 1372.
126. Davies K. T. R. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 41, p. 632.
127. Cusson R. Y., Maruhn J. A., Stöcker H.— Nucl. Phys. A, 1982, v. 385, p. 76.
128. Olmi A. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1980, v. 44, p. 383.
129. Obenshain F. e.a.— 1981, unpublished (see ref. [120]).
130. Vandenbosch R. e.a.— Phys. Rev. C, 1978, v. 17, p. 1672.
131. Schröder W. U., Huizenga J. R.— Ann. Rev. Nucl. Sci., 1977, v. 27, p. 465; Schröder W. U. e.a.— Phys. Rep., 1978, v. 45, p. 301.
132. Bondorf J. P. e.a.— Nucl. Phys. A, 1980, v. 333, p. 285.
133. Mädler P.— Communication JINR E4-82-693, Dubna, 1982; Nucl. Phys. A, 1983, v. 404, p. 58.
134. Garpman S. I. A., Sperber D., Zielinska-Pfabe M.— Phys. Lett. B, 1980, v. 90, p. 53.
135. Stöcker H. e.a.— Phys. Lett. B, 1981, v. 101, p. 379.
136. Bonche P., Ngo N.— Ibid., 1981, v. 105, p. 17.
137. Stringari S., Vautherin D.— Phys. Lett. B, 1979, v. 88, p. 1.
138. Drodz S., Okolewicz J., Ploszajczak M.— Ibid., 1982, v. 109, p. 145.
139. Caurier E., Grammaticos B., Sami T.— Phys. Lett. B, 1982, v. 109, p. 150.
140. Reinhard P.-G., Goeke K., Cusson R. Y.— Z. Phys. A, 1980, v. 295, p. 45.
141. Yannouleas C., Dworzecka M., Griffin J. J.— Nucl. Phys. A, 1982, v. 379, p. 256.
142. Reinhard P.-G., Goeke K., Cusson R. Y.— Contr. to ref. [82].
143. Pfitzner A.— Contr. to XII International Symposium on Nucl. Phys., Gaussig, 1982.
144. Schultheis H., Schultheis R., Volkov A. B.— Ann. Phys., 1982, v. 141, p. 179.
145. Mädler P., Reif R.— Nucl. Phys. A, 1982, v. 373, p. 27.
146. Toepffer C.— Z. Phys. A, 1982, v. 305, p. 263.
147. Toepffer C., Wong C. Y.— Phys. Rev. C, 1982, v. 25, p. 1018.
148. Wolschin G.— Phys. Rev. Lett., 1982, v. 48, p. 1004.
149. Richert J., Brink D. M., Weidenmüller H. A.— Phys. Lett. B, 1979, v. 87, p. 6.
150. Grange P. e.a.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 356, p. 260.
151. Köhler H. S.— Ibid., 1980, v. 343, p. 315.
152. Köhler H. S.— Ibid., 1982, v. 378, p. 159, p. 181.
153. Köhler H. S.— Phys. Scr., 1982, v. 26, p. 51.
154. Kadanoff L. P., Baym G.— Quantum Statistical Mechanics, N. Y., Benjamin, 1962.
155. Kolomietz V. M., Tang H. H. K.— Phys. Scr., 1981, v. 24, p. 915.
156. Wong C. Y., Tang H. H. K.— Phys. Rev. Lett., 1978, v. 40, p. 1070; Phys. Rev. C20, 1979, v. 20, p. 1419.
157. Wong C. Y.— Contr. to ref. [82].
158. Orland H., Schaeffer R.— Z. Phys. A, 1978, v. 290, p. 191.
159. Martin P. C., Schwinger J.— Phys. Rev., 1959, v. 115, p. 1342.
160. Schütte G., Wilets L.— Phys. Rev. C, 1982, v. 25, p. 673.
161. Grange P., Weidenmüller H. A., Wolschin G.— Ann. Phys., 1981, v. 136, p. 190.

162. Hernandez E. S., Mantzouranis G.— Phys. Rev. C, 1980, v. 22, p. 575.
163. Wong C. Y., Davies K. T. R.— Phys. Lett. B, 1980, v. 96, p. 258.
164. Ayik S.— Z. Phys. A, 1980, v. 298, p. 83.
165. Dorso C. O., Hernandez E. S.— Phys. Rev. C, 1982, v. 26, p. 528.
166. Ayik S.— Nucl. Phys. A, 1981, v. 370, p. 317.
167. Feldmeier H., Buck P.— Contr. to ref. [82].
168. Nemes M. C., de Toledo Piza A. F. R. Preprint IFUSP/P-317, Sao Paulo, 1982.
169. Mantzouranis G., Pauli H. C.— Z. Phys. A, 1977, v. 281, p. 165; Phys. Rev. C, 1980, v. 22, p. 1550.
170. Румянцев Б. А., Хейфец С. А.— Ядерная физика, 1975, т. 21; с. 510.
171. Balian R., Veneroni M.— Ann. Phys., 1981, v. 135, p. 270.
172. Hoodboy P., Negele J. W.— Phys. Rev. C, 1978, v. 18, p. 2380; 1979, v. 19, p. 1971.