

ЖЕСТКИЕ АДРОННЫЕ ПРОЦЕССЫ В КХД

В. Н. Байер, А. Г. Грозин

Институт ядерной физики СО АН СССР, Новосибирск

Обзор посвящен жестким адронным процессам в КХД, т. е. таким процессам, в жесткой стадии которых (на малых расстояниях) формируются или уничтожаются целые адроны. Рассмотрены свойства и классификация волновых функций адронов и их эволюция, процессы с участием мезонов и барионов, рождение многоадронных систем и процесс рождения изолированного мезона и струй.

The review is devoted to hard hadron processes, i.e. the processes at the hard stage of which the entire hadrons are produced or annihilate. We have considered properties and classification of the hadron wave functions and their evolution, the exclusive reactions with mesons and barions, production of the multihadron systems and creation of the isolated meson and jets.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время квантовая хромодинамика (КХД) является единственным серьезным претендентом на роль теории сильных взаимодействий (см., например, обзоры [1—5]). Основное свойство КХД — асимптотическая свобода: на малых расстояниях взаимодействие становится слабым, поскольку константа связи α_s^* зависит от масштаба импульсов Q (или расстояний $1/Q$) как

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\beta \ln Q^2/\Lambda^2}$$

(в интервале, не содержащем порогов рождения кварков новых ароматов; здесь $\beta = \frac{11}{3}N - \frac{2}{3}n_f$, n_f — число активных ароматов),

* Основные обозначения:

Используется система единиц $\hbar = c = 1$; g — константа сильного взаимодействия, $\alpha_s = g^2/4\pi$; $N = 3$ — число цветов, $C_F = (N^2 - 1)/2N$, n_f — число ароматов; e — модуль заряда электрона, $\alpha = e^2/4\pi \simeq 1/137$; Q_q — заряд кварка q в единицах e .

Обозначения 4-импульсов: p_+ — для рассматриваемого адрона; p_- — для второго характерного импульса жесткого процесса; q — для передачи импульса; $Q = \sqrt{|q^2|}$ — характерная величина передачи импульса в жестком процессе, s — квадрат полной энергии процесса (в ц-системе); μ — характерный импульс удержания; $f_M^p(x)$ — волновая функция мезона M , в которой партон p несет долю импульса x (в системе бесконечного импульса), $x' = 1 - x$, $f_M^p =$

$$= \int_0^1 f_M^p(x) dx.$$

и можно использовать теорию возмущений. На больших расстояниях, напротив, взаимодействие становится сильным, и в этой области не существует надежных теоретических методов. Общепринято, что взаимодействие на больших расстояниях приводит к удержанию цвета, т. е. к тому, что цветные объекты (кварки и глюоны) могут существовать только внутри бесцветных адронов, но не отдельно. Эффекты удержания имеют характерный импульс $\mu \sim 300$ МэВ и соответственно характерный размер $R_c \sim 1/\mu$.

Таким образом, в настоящее время основной областью применения КХД к адронной физике являются жесткие процессы. Их можно разделить на два класса по составу частиц, участвующих в собственно жесткой стадии. В первом классе в ней участвуют партоны (кварки, антикварки, глюоны), а также, возможно, лептоны и фотоны. Такие процессы естественно назвать *жесткими партонными процессами*. В другом классе среди участников жесткой стадии есть целые адроны. Такие процессы мы будем называть *жесткими адронными процессами*. Им и посвящен этот обзор. Более детально см. в [6—9].

Наиболее простым примером жестких партонных процессов являются процессы типа e^+e^- -аннигиляции в адроны при большой энергии $Q \gg \mu$, в которых нет адронов в начальном состоянии. Тогда жесткая стадия происходит на расстояниях порядка $1/Q$ (и поэтому сечение ведет себя как $1/Q^2$). В ней образуются энергичные партоны, разлетающиеся и превращающиеся в адронные струи. Если среди начальных частиц есть адроны, большая полная энергия недостаточна для того, чтобы процесс был жестким. В большинстве случаев, взаимодействие происходит на характерных адронных расстояниях порядка $1/\mu$ и имеет большое сечение: $\sigma \sim 1/\mu^2$. Однако иногда налетающая частица (лептон или партон) пролетает на малом расстоянии порядка $1/Q$ от одного из партонов и передает ему большой импульс порядка Q . Сечение такого жесткого процесса мало: $\sigma \sim 1/Q^2$.

Жесткие адронные процессы происходят гораздо реже партонных. Если из области малых расстояний вылетает бесцветная пара примерно коллинеарных партонов, они могут с некоторой амплитудой вероятности образовать мезон. Аналогично мезон в начальном состоянии с некоторой амплитудой вероятности может представлять собой бесцветную пару примерно коллинеарных партонов, которые могут оба участвовать в жесткой стадии процесса. Формирование или уничтожение каждого мезона на малых расстояниях дает в сечении малый множитель порядка μ^2/Q^2 , а бариона — порядка μ^4/Q^4 . В партонной модели степенное поведение амплитуд жестких адронных процессов описывается правилами кваркового счета [10, 11], аналогичными скейлингу в жестких партонных процессах.

Чтобы быть уверенным, что адрон в конечном (начальном) состоянии сформировался (уничтожился) на малых расстояниях, нужно потребовать, чтобы он был хорошо отдален в фазовом пространстве от

других адронов в конечном и начальном состояниях. Действительно, если адрон в конечном состоянии образовался на больших расстояниях в составе струи, то вокруг него должны быть другие адроны с характерными относительными импульсами порядка μ . Другая возможность — этот адрон получился из какого-то начального адрона, которому был передан малый импульс, тогда в начальном состоянии имеется такой адрон, импульс которого относительно рассматриваемого конечного адрона порядка μ . Аналогично если не все партонь начального адрона поглотились на малых расстояниях, то в направлении этого адрона в конечном состоянии должна лететь струя. Если же вообще этому адрону был передан малый импульс, все равно в конечном состоянии будет адрон или группа адронов, относительный импульс которых с начальным адроном порядка μ .

Исследование жестких адронных процессов в КХД началось сравнительно недавно. В 1977 г. в работе [12] на примере формфакторов мезонов и барионов была установлена зависимость степенного поведения эксклюзивных амплитуд от спиральностей адронов. В этом же году появились пионерские работы [13—15], посвященные рассмотрению пионного формфактора в КХД. В 1978—1980 гг. выходят работы [16—23], посвященные развитию подходов, намеченных в первых работах. В [24] обсуждалось правило отбора по спиральности, а в [25] — вопросы вычислимости ряда жестких адронных процессов в теории возмущений КХД. В 1979—1980 гг. появилась серия работ [26—31], в которых был развит простой и наглядный подход к эксклюзивным процессам. В работах [32—36] рассмотрение мезонных формфакторов произведено на аксиоматическом уровне строгости (см. также [37]). В последние годы исследования активно продолжались.

В результате сложилась следующая картина. В главном порядке по μ^2/Q^2 матричные элементы жестких адронных процессов представляются в виде свертки жесткой партонной амплитуды с некоторыми функциями, характеризующими свойства адронов в жестких адронных процессах и именуемыми волновыми функциями адронов. Жесткая партонная амплитуда вычислима в теории возмущений в виде ряда по $\alpha_s(Q^2)/\pi$. Волновые функции определяются физикой больших расстояний и невычислимы в рамках теории возмущений КХД; можно предсказать лишь их эволюцию с изменением Q^2 [ядро уравнения эволюции также является рядом по $\alpha_s(Q^2)/\pi$].

Чрезвычайно важным является анализ области применимости обсуждаемого подхода. Необходимо выполнение двух условий: 1) ряд по α_s/π должен достаточно быстро сходиться; 2) степенные поправки (следующие члены разложения по μ^2/Q^2) должны быть малы.

Учет степенных поправок существенно усложняет картину. В частности, появляются новые компоненты волновых функций, и среди них многочастичные (например, кварк-антикварк-глюонные в случае мезонов). Исследование этого круга вопросов только начинается.

1. ВОЛНОВЫЕ ФУНКЦИИ МЕЗОНОВ

Определение и спиновые структуры. Рассмотрим жесткий процесс с характерной передачей импульса $Q \gg \mu$ с участием мезона M . Пусть p_+ — 4-импульс этого мезона. Ограничимся старшим членом в разложении по μ^2/Q^2 : в силу этого можно отбросить все массовые члены, в частности $p_+^2 = 0$. Введем второй характерный 4-импульс жесткого процесса p_- , такой, что $p_-^2 = 0$, $2p_+p_- = Q^2$. Импульс произвольного партона в мезоне может быть разложен по этим векторам: $k = \alpha p_+ + \alpha p_- + k_\perp$, где $p_+k_\perp = p_-k_\perp = 0$. Удобно использовать аксиальную калибровку $p_-A = 0$ (A_μ — 4-потенциал глюонного поля). В ней в главном порядке по μ^2/Q^2 вклад дают состояния

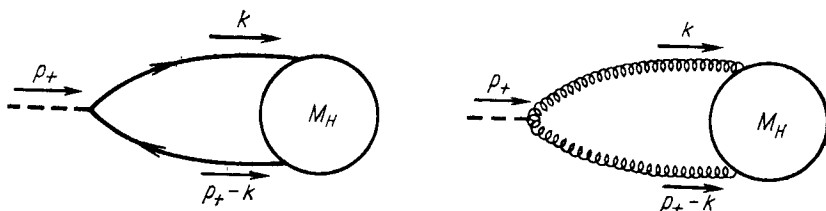


Рис. 1. Амплитуда процесса с участием мезона

с минимальным числом партонных в мезоне, поскольку при изменении импульса лишних партонных от p_+ к p_- возникают лишние жесткие пропагаторы. Именно, существенны кварк-антикварковое состояние и двухглюонное состояние, если оно возможно по квантовым числам.

Амплитуду процесса можно записать как (рис. 1)

$$M = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \text{Sp} [\psi(k) M_H(k)], \quad (1)$$

где $\psi(k)$ — бете-солыитеровская волновая функция мезона; M_H — жесткая партонная амплитуда; Sp — след по спиновым и цветовым индексам. Амплитуда M_H существенно меняется при изменении импульсов на величину порядка Q , поэтому при $k_\perp^2 \ll Q^2$ и $\alpha \ll 1$ можно положить $M_H = M_H(k_\perp = 0, \alpha = 0)$. В силу этого амплитуда процесса (1) определяется интегралом

$$\int_0^Q d^2k_\perp \int_0^1 d\alpha \psi(k), \quad (1a)$$

если только он отличен от 0. А он отличен от 0 тогда, когда орбитальная спиральность $\lambda_{\text{орб}}$ (проекция орбитального момента партонных в мезоне на направление его движения) равна 0. Если же она отлична от 0, $\psi(k) \sim e^{i\lambda_{\text{орб}}\varphi}$, то под интеграл (1a) необходимо вставить $|\lambda_{\text{орб}}|$ раз вектор k_\perp , чтобы получить ненулевой результат.

Для этого M_H надо разложить по k_{\perp} до степени $|\lambda_{\text{орб}}|$, что даст в M малость $(k_{\perp}/Q)^{|\lambda_{\text{орб}}|}$. Поскольку характерные k_{\perp} , входящие в $\psi(k)$, порядка μ , подавление по орбитальной спиральности дает $(\mu/Q)^{|\lambda_{\text{орб}}|}$ в амплитуде.

Мы будем заниматься процессами, неподдавленными по кварковому счету. Для них получается, таким образом, простая качественная картина: мезон заменяется парой партонов, которые можно считать безмассовыми, находящимися на массовой поверхности и коллинеарными. Мезон описывается волновой функцией $f_M^p(x)$, качественно имеющей смысл амплитуды вероятности найти в мезоне M ровно два

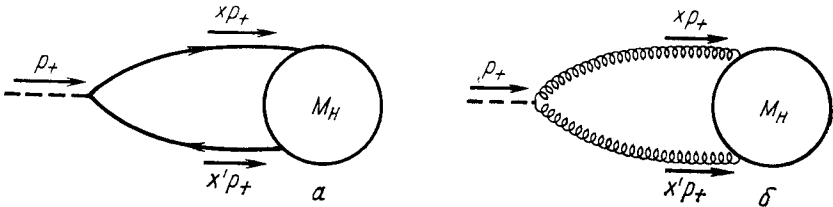


Рис. 2. Амплитуда процесса с участием мезона: свертка партонной амплитуды и волновой функции

партона: партон p с долей импульса x и другой партон с долей импульса $x' \equiv 1 - x$, имеющих поперечные импульсы вплоть до Q (1а). В КХД в качестве партона p может выступать кварк q (антикварк \bar{q}) или глюон g . Амплитуда процесса M с участием мезона получается сверткой партонной амплитуды M_H с волновой функцией (рис. 2)

$$M = \int_0^1 f(x) dx \frac{1}{4N} \text{Sp} [\Gamma M_H(x)]. \quad (2)$$

Партонная амплитуда $M_H(x)$ в низшем порядке по α_s вычисляется как борновская амплитуда процесса, в котором мезон заменен парой партонов с импульсами xp_+ и $x'p_+$.

Спиновые структуры Γ волновых функций всех мезонных состояний, которые могут рождаться в главном порядке по кварковому счету, приведены в табл. 1 [38, 39].

В случае кварковой диаграммы рис. 2, а существуют четыре варианта сложения спинов кварка и антикварка: $0^- (\lambda = 0) (P)$, $1^- (\lambda = 0) (S)$, $1^- (\lambda = \pm 1) (V)$. Все спиновые структуры должны обращаться в 0 при умножении на \hat{p}_+ с любой стороны в силу уравнения Дирака. Это условие вместе с требованиями правильной четности и спиральности однозначно их фиксирует. С учетом того, что к суммарному спину можно еще прибавить любой орбитальный момент $l^P [P = (-1)^l]$ с нулевой орбитальной спиральностью,

Таблица 1. Спиновые структуры волновых функций

X	X_{\pm}	λ	S	P	Γ_g	Γ_q
S	S_+	0	0, 2, 4 ...	+	$\delta_{\perp}^{\mu\nu}$	\hat{p}
	S_-		1, 3, 5 ...	-		
P	P_+	0	0, 2, 4 ...	-	$i\epsilon_{\perp}^{\mu\nu}$	$\gamma^5 \hat{p}$
	P_-		1, 3, 5 ...	+	-	
V	V_+	± 1	1, 2, 3 ...	+	-	$\hat{p} e_{\pm}$
	V_-			-		
T	T_+	± 2	2, 3, 4 ...	+	$\sqrt{2} e_{\pm}^{\mu} e_{\pm}^{\nu}$	-

Примечание: X -тип волновой функции мезона, не являющегося абсолютно нейтральным; X_{\pm} -тип волновой функции абсолютно нейтрального мезона; λ -спиральность; S -спин; P -четность; Γ_g -спиновая структура глюонной волновой функции (только для абсолютно нейтральных мезонов); Γ_q -спиновая структура кварковой волновой функции.

волновая функция типа P может присутствовать в мезонах $0^-, 1^+, 2^- \dots$ с $\lambda = 0$. Если мезон состоит из одинаковых кварка и антикварка, он имеет определенную C -четность: $C = (-1)^{l+s} = (-1)^j = -P$. При сложении полного спина $1^- (\lambda = 0)$ с орбитальным моментом следует иметь в виду, что коэффициент Клебша — Гордана $\langle l, 0; 1, 0 | l, 0 \rangle = 0$, поэтому полный момент может быть равен только $j = l \pm 1$. При данном $j \neq 0$ смешиваются состояния с $l = j \pm 1$. Поэтому волновая функция типа S может присутствовать в мезонах $0^+, 1^-, 2^+ \dots$ с $\lambda = 0$. Если мезон состоит из одинаковых кварка и антикварка, $C = (-1)^{l+s} = (-1)^j = P$. В случае полного спина $1^- (\lambda = \pm 1)$ этого запрета нет, и возможны состояния как с $l = j \pm 1$, так и с $l = j$. Поэтому волновая функция типа V может присутствовать в мезонах $1^{\pm}, 2^{\pm}, 3^{\pm} \dots$ с $\lambda = \pm 1$. Векторы e_{\pm} в табл. 1 означают спиральные орты в плоскости, ортогональной к p_+ , p_- ($p_{\pm} e_{\pm} = 0$), и представляют собой векторы поляризации мезонов с $\lambda = \pm 1$. То, что эта спиновая структура действительно описывает кварк и антикварк с одинаковой спиральностью, осо-

бенно наглядно видно из равенства $\gamma^{\hat{5}}\hat{p}_+\hat{e}_{\pm} = \pm\hat{p}_+\hat{e}_{\pm}$. Если мезон состоит из одинаковых кварка и антикварка, то при $l = j \pm 1$ ($j^P = 1^-, 2^+, 3^- \dots$) $C = (-1)^j$, а при $l = j$ ($j^P = 1^+, 2^-, 3^+ \dots$) $C = (-1)^{j+1}$, так что в обоих случаях оказывается $C = P$.

В случае глюонной диаграммы рис. 2, б также существуют четыре варианта сложения спинов двух глюонов. Все спиновые структуры должны быть ортогональны к импульсу глюонов p_+ и вектору p_- , фиксирующему калибровку. Это условие вместе с требованиями правильной четности и спиральности однозначно фиксирует четыре независимые спиновые структуры, приведенные в табл. 1. В ней использованы обозначения:

$$\begin{aligned} \delta_{\perp}^{\mu\nu} &= q^{\mu}q^{\nu} - l^{\mu}l^{\nu} - g^{\mu\nu} = e_{+}^{\mu}e_{-}^{\nu} + e_{-}^{\mu}e_{+}^{\nu}, \\ i\epsilon^{\mu\nu} &= i\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}q_{\alpha}l_{\beta} = e_{+}^{\mu}e_{-}^{\nu} - e_{-}^{\mu}e_{+}^{\nu}, \\ q &= (p_{+} + p_{-})/Q, \quad l = (p_{+} - p_{-})/Q. \end{aligned}$$

Перечисление возможных состояний глюонных пар проделаем, повторяя рассуждения из § 9 известной монографии [40] о системе двух фотонов с учетом дополнительного условия нулевой орбитальной спиральности (табл. 2). Антисимметричная структура P ($\lambda_{\text{спин}} = 0$) по трансформационным свойствам эквивалентна скаляру, построенному из четных сферических гармоник, и поэтому волновая

Таблица 2. Классификация двухглюонных состояний

j	$P=-1, \lambda=0$	$P=+1, \lambda=0$	$P=+1, \lambda=\pm 2$
0	1	$1+1-1=1$	0
1	0	$0+0-0=0$	0
$2k$	1	$1+3-2=2$	$1+3-2=2$
$2k+1$	0	$0+0-0=0$	$0+2-1=1$

функция типа P может присутствовать в мезонах $0^-, 2^-, 4^- \dots$ с $\lambda = 0$. Числа состояний для симметричных спиновых структур можно получить, сложив число состояний для суммы следа спиновой структуры (спин 0) с четным орбитальным моментом и для суммы бесследовой ее части (спин 2) с четным орбитальным моментом и вычтя число лишних продольных состояний $n_i b_{\bar{n}} + n_{\bar{n}} b_i$, эквивалентных сумме вектора b (спин 1) с нечетным орбитальным моментом. В случае

структуры S с $\lambda_{\text{спин}} = 0$ следует иметь в виду, что $\langle l, 0; 2, 0 | l \pm \pm 1, 0 \rangle = 0$, поэтому исчезают состояния с $j = 1, 2$ $k + 1$ и $l = = j \pm 1$; при нечетном j исчезают также и лишние состояния с $S = = 1, l = j$ в силу того же обращения в 0 коэффициента Клебша — Гордана, как для кварковых волновых функций (см. выше). Поэтому волновая функция типа S может присутствовать в мезонах $0^+, 2^+, 4^+ \dots$ с $\lambda = 0$. Для спиновой структуры T ($\lambda_{\text{спин}} = \pm 2$) этих запретов нет, и столбец таблицы выглядит точно так, как в упомянутой монографии (только по очевидным причинам нет состояния с $j = 0$). Поэтому волновая функция типа T может присутствовать в мезонах $2^+, 3^+, 4^+ \dots$ с $\lambda = \pm 2$. Разумеется, все мезоны, имеющие глюонную компоненту волновой функции, абсолютно нейтральны и $C = = +1$.

Волновые функции абсолютно нейтральных мезонов удовлетворяют соотношениям симметрии [39]

$$f^q(x') = \bar{P} f^q(x), \quad f^g(x') = P f^g(x). \quad (3)$$

Это связано с тем, что при перестановке импульсов ($x \leftrightarrow x'$) волновая функция умножается на орбитальную четность, произведение внутренних четностей кварка и антикварка равно -1 , а двух глюонов $+1$, так что в первом случае орбитальная четность равна $-P$, а во втором P .

Почему, хотя жесткий процесс происходит на малых расстояниях порядка $1/Q$, много меньших размера мезона порядка $1/\mu$, этим расстоянием нельзя полностью пренебречь и почему амплитуда зависит от функции $f(x)$, а не от числа типа $\psi(0)$? Дело в том, что ультрарелятивистский мезон с массой m сжат лоренцевым сокращением в продольном направлении до размера $\frac{1}{\mu} \frac{m}{Q} \sim 1/Q$. Поэтому поперечными размерами жесткой области действительно можно пренебречь, а в продольном направлении жесткий процесс чувствует нетривиальную структуру мезона. По соотношению неопределенностей продольный размер мезона порядка $1/Q$ соответствует разбросу импульсов порядка Q , т. е. ширине волновой функции порядка 1. Аналогичные рассуждения показывают, что волновые функции мезонов с одним тяжелым кварком с массой m_q сосредоточены вблизи края и имеют ширину порядка μ/m_q . Волновые функции мезонов из тяжелого кварка и антикварка сосредоточены при $x \simeq \simeq m_q/(m_q + m_{\bar{q}})$ и имеют ширину порядка v (v — характерная скорость кварков в кваркони); они могут быть вычислены для любого состояния кваркония [7].

Волновые функции мезонов с легкими кварками, как уже говорилось, определяются физикой больших расстояний. Некоторые общие ограничения для них, следующие из эксперимента, обсуждались в [41—44]. В работах [45—48] для получения информации о них использовался метод правил сумм КХД. В [45] для π -мезона пред-

ложена волновая функция

$$f_{\pi}(x) = 120f_{\pi}x(1-x)(x-1/2)^2 \quad (4)$$

в точке нормировки $(0,5 \text{ ГэВ})^2$, где нормировочная константа $f_{\pi} \simeq 133 \text{ МэВ}$ входит в лептонную ширину π -мезона.

Спиральность легких кварков сохраняется в жестких процессах, вызванных сильными, электромагнитными и слабыми взаимодействиями, вдоль каждой кварковой линии. Переворот спиральности кварка связан с его массой, поперечный импульс кварка в адроне может привести к несовпадению настоящей спиральности кварка с проекцией его спина на направление движения адрона, что приводит к сходным эффектам. Поэтому переворот спиральности кварка дает в амплитуде малый множитель порядка μ/Q . Из сохранения спиновых спиральностей кварков и равенства нулю орбитальных спиральностей адронов следует закон сохранения суммы спиральностей адронов в процессах, подавленных по кварковому счету, если только в этих адронах не дают вклада двухглюонные состояния с ненулевой спиральностью (типа T_+). Это правило отбора обсуждалось в работах [49, 50], авторы которых не заметили, однако, исключения мезонов типа T_+ . Процессы, в которых сумма спиральностей адронов меняется либо участвуют адроны со спиральностью больше $3/2$ (что требует ненулевой орбитальной спиральности), подавлены по кварковому счету. К таким процессам относится все, что было сказано о степенных поправках. В частности, в них необходимо учитывать состояния с неминимальным числом партонов. Например, можно передать единицу спиральности глюону, при этом исчезает подавление μ/Q по орбитальной спиральности, но возникает такое же подавление по числу партонов. Конкретную степень μ/Q в амплитуде легко найти в каждом случае, распределив спиральности на орбитальные и спиновые (по кваркам) так, чтобы получить наименьшее подавление. Например, оказывается, что электромагнитный формфактор ведет себя как $(1/Q)^{|\Delta\lambda|+2n-3}$, где $\Delta\lambda$ — изменение спиральности, n — число кварков (2 для мезонов и 3 для барионов) [12, 22].

Из этого правила следует, что (если не участвуют мезоны типа T_+) угловое распределение в e^+e^- -аннигиляции и распадах векторного кваркония на фотон и мезон является чисто поперечным и спиральность мезона равна 0; для двух мезонов угловое распределение чисто продольное и спиральности обоих мезонов равны 0; для двух барионов угловое распределение чисто поперечное и спиральности равны $+1/2$ и $-1/2$. Рождение псевдоскалярного и векторного мезонов (ρ , KK^* . . .) происходит в P -волне, $l = 1$ складывается с $S_{\rho} = 1$ в $S_{\gamma} = 1$ [$M \propto (\mathbf{e}_{\rho} \times \mathbf{p}) \cdot \mathbf{e}_{\gamma}$], и нулевая спиральность векторного мезона запрещена, поэтому процесс подавлен как μ^2/Q^2 и имеет поперечное угловое распределение.

Рассмотрим еще правило отбора О. Бора [51], которое является общим в предположении сохранения четности, но особенно полезным

часто оказывается при анализе жестких адронных процессов [52]. Пусть в процессе участвуют не более четырех частиц в начальном и конечном состояниях. Тогда существует вектор n , ортогональный ко всем импульсам. Назовем его поперечным, а все векторы из ортогонального ему трехмерного пространства, в частности все импульсы,— продольными. Определим оператор поперечной четности P_{\perp} как инверсию поперечного направления. Его достоинство состоит в том, что он не меняет продольных векторов, поэтому одновременно с определенными (продольными) импульсами частицы могут иметь определенную поперечную четность. Операцию поперечной инверсии можно рассматривать как полную инверсию, за которой следует поворот на π вокруг поперечного направления, поэтому $P_{\perp} = Pe^{i\pi S_{\perp}}$.

Для бозонов, тензор поляризации которых лежит в продольном пространстве, поперечная четность совпадает с натуральностью $\sigma = = P (-1)^S$ [45]. В общем случае ее надо еще умножить на поперечную четность тензора поляризации: если в каждом члене разложения тензора поляризации по трем продольным и одному поперечному орту последний встречается четное число раз, поляризация является поперечно-четной, а если нечетное — поперечно-нечетной. Правило отбора по поперечной четности особенно эффективно при совместном использовании с правилом отбора по спиральности.

Эволюция волновых функций. Объект, передающий партону большой импульс (γ , W^{\pm} , Z^0 ...), играет роль партонметра, который зондирует структуру адрона с разрешением порядка $1/Q$ [4]. Волновые функции, так же как и функции распределения и фрагментации партонов, зависят от партонметрического разрешения. Поэтому для определения волновой функции необходимо указать величину Q , которая называется точкой нормировки. Если для процесса в передаче импульса Q выбрать точку нормировки тоже Q , то амплитуда процесса будет представляться борновскими диаграммами рис. 2. Если же точка нормировки $Q_0 \ll Q$, то возникнут логарифмические поправки. Инфракрасные логарифмы отсутствуют, так как инфракрасные глюоны с $k \rightarrow 0$ плохо взаимодействуют с бесцветными мезонами. Другими словами, так как нет изменений направления движения цвета, отсутствует мягкое излучение $\sim d\omega/\omega$, и дважды логарифмические члены, имеющиеся в отдельных диаграммах, должны сократиться по бесцветности мезона. Коллинеарные логарифмы приводят к однологарифмическим поправкам вида $(\alpha_s \ln Q^2/Q_0^2)^n$. В главном логарифмическом приближении их можно учесть при помощи уравнений эволюции для волновых функций (аналогично случаю функций распределения и фрагментации партонов).

Смешивание кварковой и глюонной волновых (функций возможно для синглетных по аромату частей волновых функций мезонов 0^{-} , 2^{-} . . . (P_{+}) и 0^{+} , 2^{+} . . . (S_{+}). Для общности мы будем проводить все рассуждения при наличии смешивания, и индексы a , b , c . . . будут принимать значения q , g . Если же смешивания нет, достаточно считать, что все индексы имеют значение q (для несинглетных по аромату

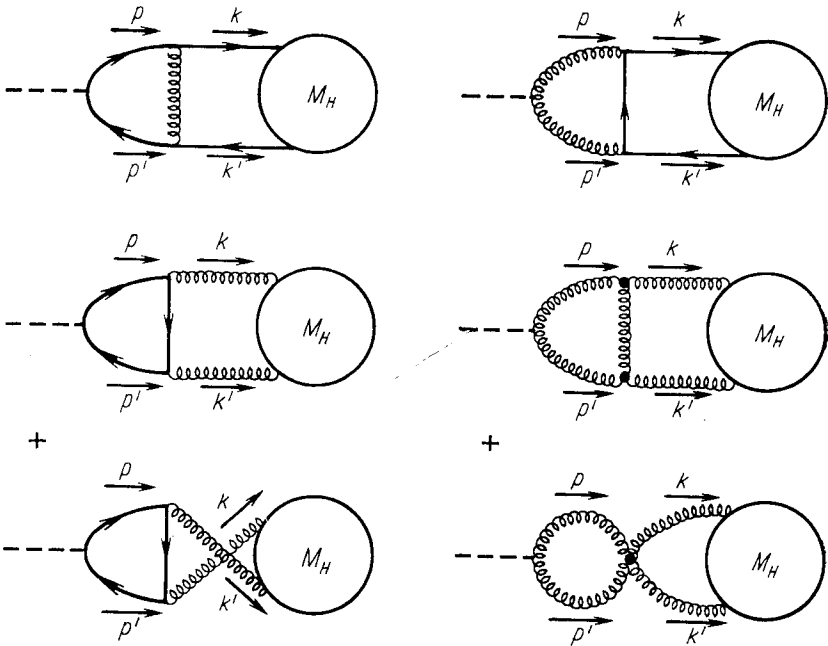


Рис. 3. Однопетлевые диаграммы, описывающие эволюцию волновой функции ту частей волновых функций S , P , а также для типов S_- , P_- , V или g (для типа T_+).

В дальнейшем удобно ввести вместо функций $f^a(x, Q^2)$ функции

$$F^a(x, \xi) = \frac{1}{xx'} f^a(x, Q^2).$$

Ниже мы будем использовать верхние и нижние индексы, связь между которыми осуществляется «метрическим тензором» H_{ab} :

$$H_{qq} = xx', \quad H_{gg} = \frac{C_F}{n_f} (xx')^2, \quad H_{gq} = H_{qg} = 0.$$

Если $\Delta\xi \ll 1$ $\left[\Delta\xi = \frac{1}{\beta} \ln \frac{\alpha_s(Q_0^2)}{\alpha_s(Q^2)} \right]$, то существенны только однопетлевые поправки (рис. 3). На рисунке использованы обозначения

$$p = yp_+, \quad p' = y'p_+, \\ k = xp_+ + \alpha p_- + k_\perp, \quad k' = x'p_+ - \alpha p_- - k_\perp.$$

Их учет дает

$$F^a(x, \xi + \Delta\xi) = z_a^2 F^a(x, \xi) + \Delta\xi \int_0^1 dy \tilde{V}_b^a(x, y) F^b(y, \xi).$$

Фактор z_a появился при учете собственно энергетических и вершинных поправок к борновской диаграмме (см. рис. 2). Он имеет смысл амплитуды вероятности того, что партон a не распадается при изменении разрешения на $\Delta\xi$:

$$z_q = 1 - \frac{\Delta\xi}{2} \int_0^1 \tilde{P}_q^g(z) dz,$$

$$z_g = 1 - \frac{\Delta\xi}{2} \int_0^1 \left[\frac{1}{2} \tilde{P}_g^g(z) + \sum_a \tilde{P}_g^a(z) \right] dz,$$

где \tilde{P}_a^b — вероятности распада партона a на партон b , т. е. нерегуляризованные ядра Альтарелли — Паризи [3—4].

Как z_a , так и интеграл по y содержат логарифмические инфракрасные расходимости, так как диагональные ядра \tilde{V}_a содержат особенность $\propto 1/(x-y)$, соответствующую обмену мягким глюоном. В действительности эти расходимости (или дважды логарифмы, которые возникли бы при более аккуратном учете пределов) сокращаются.

Уравнение эволюции можно поэтому окончательно записать в виде

$$\left(\delta_b^a \frac{\partial}{\partial \xi} + C_b^a \right) F^b(x, \xi) = \int_0^1 dy V_b^a(x, y) F^b(y, \xi), \quad (5)$$

где $C_q^a = C_F$; $C_g^g = \frac{N+2n_f}{3}$; $C_q^g = C_g^q = 0$; Δ означает $\Delta F(y) = F(y) - F(x)$, или в символическом виде

$$\left(\delta_b^a \frac{\partial}{\partial \xi} + C_b^a \right) F^b = V_b^a F^b. \quad (6)$$

Ядра V_b^a уравнений эволюции различны для разных мезонов и приведены в табл. 3. Они удовлетворяют свойству симметрии

$$V_{ab}(x, y) = V_{ba}(y, x). \quad (7)$$

Кроме того, диагональные ядра V_q^q и V_g^g симметричны, а недиагональные V_q^g и V_g^q — антисимметричны относительно замены $x \leftrightarrow x'$, $y \leftrightarrow y'$. Благодаря этому свойству симметрия волновых функций абсолютно нейтральных мезонов (3) сохраняется при эволюции.

Общее решение уравнения эволюции может быть записано в виде разложения по собственным функциям:

$$F^a(x, \xi) = \sum a_n(\xi_0) E_n^a(x) e^{-\gamma_n(\xi - \xi_0)},$$

где E_n^a — ортонормированный базис собственных функций оператора $C - V$, а γ_n — соответствующие собственные значения. В случае ме-

Таблица 3. Ядра V_a^b и аномальные размерности $(\gamma_a^b)_n^k$ уравнений эволюции

Тип волновой функции	V_a^b	γ_n^n	$\gamma_{n'}^k, k < n$
V	$V_q^q = 2C_F \left[\frac{y}{x} \frac{\Delta}{x-y} \vartheta + \frac{y'}{x'} \frac{\Delta}{x'-y'} \vartheta' \right]$	$C_F [1 + 4\Sigma]$	$4C_F \left[\frac{1}{n-k} - \frac{1}{n+1} \right]$
T синглет n-четное	$V_g^g = 2N \left[\frac{y}{x} \left(-\frac{1}{x} + \frac{\Delta}{x-y} \right) \vartheta + \frac{y'}{x'} \left(-\frac{1}{x'} + \frac{\Delta}{x'-y'} \right) \vartheta' \right]$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2n_f}{3N} - \frac{8}{n(n+1)} + 4\Sigma \right]$	$4N \left[\frac{k}{n(n+1)} - \frac{1}{n-k} + \frac{1}{n} \right]$
P, S	$V_q^q = 2C_F \left[\frac{y}{x} \left(1 + \frac{\Delta}{x-y} \right) \vartheta + \frac{y'}{x'} \left(1 + \frac{\Delta}{x'-y'} \right) \vartheta' \right]$	$C_F \left[1 - \frac{2}{(n+1)(n+2)} + 4\Sigma \right]$	$2C_F \left[\frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{2}{n-k} - \frac{2}{n+1} \right]$
P ₊ синглет n-четное	$V_g^g = 2N \left[\frac{y}{x} \left(\frac{2y-1}{x} + \frac{\Delta}{x-y} \right) \vartheta + \frac{y'}{x'} \left(\frac{2y'-1}{x'} + \frac{\Delta}{x'-y'} \right) \vartheta' \right]$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2n_f}{3N} - \frac{8}{(n+1)(n+2)} + 4\Sigma \right]$	$4N \left[-\frac{k}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{n-k} - \frac{1}{n} \right]$
	$V_g^q = 2C_F \left[\frac{y^2}{x} \vartheta - \frac{y'^2}{x'} \vartheta' \right]$	$-2C_F \frac{n+3}{(n+1)(n+2)}$	$4C_F \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$
	$V_q^g = -2n_f \left[\frac{y}{x^2} \vartheta - \frac{y'}{x'^2} \vartheta' \right]$	$-2n_f \frac{n}{(n+1)(n+2)}$	$-2n_f \frac{k}{(n+1)(n+2)}$

Тип волновой функции	V_a^b	γ_n^n	$\gamma_n^k, k < n$
S_+ синглет n — нечетное	$V_g^g = 2N \left[\frac{y}{x} \times \left(\frac{2x'^2 + 2y'^2 - x'y' - x' - y'}{xx'} + \frac{\Delta}{x-y} \right) \vartheta + \frac{y'}{x'} \left(\frac{2x^2 + 2y^2 - xy - x - y}{xx'} + \frac{\Delta}{x' - y'} \right) \vartheta' \right]$	$N \left[\frac{1}{3} + \frac{2n_f}{3N} - \frac{4}{n(n+1)} - \frac{4}{(n+2)(n+3)} + 4\Sigma \right]$	$2N \left[\frac{k-2}{n} - \frac{k-1}{n+1} + \frac{k}{n+2} - \frac{k+1}{n+3} \right]^*$
	$V_g^a = -2C_F \left[\frac{y}{x} (y-2x) \vartheta - \frac{y'}{x'} (y' - 2x') \vartheta' \right]$	$-2C_F \frac{n^2 + 3n + 4}{n(n+1)(n+2)}$	$-4C_F \frac{1}{n(n+1)(n+2)}$
	$V_q^g = 2n_f \left[\frac{y}{x^2} \frac{x' - 2y'}{x'} \vartheta - \frac{y'}{x'^2} \frac{x - 2y}{x} \vartheta' \right]$	$-2n_f \frac{n^2 + 3n + 4}{(n+1)(n+2)(n+3)}$	$-2n_f \left[\frac{2}{(n+1)(n+3)} + \frac{k}{(n+2)(n+3)} \right]$

Обозначения: $\vartheta \equiv \vartheta(x-y)$; $\vartheta' \equiv \vartheta(x'-y') = \vartheta(y-x)$; $\Sigma \equiv \sum_{j=2}^{n+1} \frac{1}{j}$.

* Кроме $\gamma_n^1 = 2N \left[-\frac{1}{n} + \frac{2}{n+1} + \frac{1}{n+2} - \frac{2}{n+3} \right]$.

зон со спиральностью 0 существует единственная собственная функция, имеющая $\gamma_0 = 0$, а именно

$$F_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Все остальные собственные функции имеют $\gamma_n > 0$ и, следовательно, вымирают при $\xi \gg 1$. Наличие такой функции связано с сохра-

нением при эволюции интеграла

$$f^q = \int_0^1 f^q(x) dx = \text{const.} \quad (8)$$

Таким образом, при $\xi \gg 1$ асимптотическая волновая функция полностью определена:

$$f^q(x) = 6f^q x(1-x).$$

Для нахождения остальных собственных значений и собственных функций перейдем к переменным $X = 2x - 1$, $Y = 2y - 1$ и запишем интегральный оператор $(C - V)_b^a$ в базе

$${}_q e_n = \begin{pmatrix} X^n \\ 0 \end{pmatrix}, \quad {}_g e_n = 2 \begin{pmatrix} 0 \\ X^{n-1} \end{pmatrix}$$

в виде матрицы

$$(C - V) {}_a e_n = \Sigma (\gamma_a^b)_n {}_b e_k.$$

При этом оказывается, что матрицы γ_a^b являются треугольными, т. е. матричные элементы отличны от 0 только при $k \leq n$.

Замечательно, что диагональные элементы матрицы совпадают с моментами ядер Альтарелли — Паризи, описывающих эволюцию функций распределения партонов. Операторы $C - V$, соответствующие волновым функциям типа S , связаны с регуляризованными ядрами уравнения Альтарелли — Паризи для суммы распределений партонов с положительной и отрицательной спиральностью, а соответствующие волновым функциям типа P — для их разности [39]:

$$(C - V) {}_a e_n = \sum_b \left[\int_0^1 P_a^b(z) z^n dz \right] {}_b e_n + \dots, \quad (9)$$

где многоточие означает члены ${}_b e_k$ с $k < n$.

Матрицы γ приведены в табл. 3. Собственные функции можно прямым, но длинным путем найти при помощи их диагонализации, однако удобнее исходить из общих свойств симметрии. Поскольку операторы $(C - V)_q^q$ и $(C - V)_g^g$ не повышают степень X , их собственные функции являются полиномами. Из свойства симметрии (7) следует, что собственные функции оператора $(C - V)_q^q$ ортогональны с весом $H_{qq} = xx'$. Поэтому они представляют собой полиномы Гегенбауэра $C_n^{3/2}(X)$. Аналогично собственные функции оператора $(C - V)_g^g$ ортогональны с весом $H_{gg} = \frac{C_F}{n_f} (xx')^2$ и поэтому представляют собой полиномы Гегенбауэра $C_{n-1}^{5/2}(X)$. При отсутствии смешивания эти функции являются и собственными функциями всего уравнения эволюции.

Для рассмотрения смешивания перейдем к ортонормированному базису

$$\left. \begin{aligned} qE_n &= 2 \sqrt{\frac{2n+3}{(n+1)(n+2)}} \begin{pmatrix} C_n^{3/2}(X) \\ 0 \end{pmatrix}, \\ qE_n &= 12 \sqrt{\frac{n_f}{C_F} \frac{2n+3}{n(n+1)(n+2)(n+3)}} \begin{pmatrix} 0 \\ C_{n-1}^{5/2}(X) \end{pmatrix}. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Матрицы $(C - V)_q^g$ и $(C - V)_g^q$ и в новом базисе являются треугольными. Наряду с этим из свойств симметрии (7) следует, что они симметричны друг другу. Следовательно, они являются диагональными. Иными словами, операторы $(C - V)_b^a$ переводят векторы базиса (10) с данным n друг в друга. В результате можно искать собственные векторы для каждого n отдельно. Для этого необходимо диагонализировать матрицу $(\gamma_n)_b^a$:

$$\begin{aligned} (\gamma_n)_q^q &= (\gamma_q^n, \quad (\gamma_n)_g^g = (\gamma_g^n, \\ (\gamma_n)_g^q &= \sqrt{\frac{n_f}{C_F} \frac{n}{n+3}} (\gamma_q^n) = (\gamma_n)_q^g = \sqrt{\frac{C_F}{n_f} \frac{n+3}{n}} (\gamma_g^n). \end{aligned}$$

Заканчивая обсуждение эволюции волновых функций, отметим, что ее гораздо труднее обнаружить, чем эволюцию функций распределения партонов, так как вследствие степенного падения сечений жестких адронных процессов наблюдению доступен относительно небольшой интервал Q^2 . Если волновая функция в низкой точке нормировки существенно отлична от асимптотической [как, например, (4)], то переход к асимптотическому режиму происходит только при огромных Q^2 , соответствующих изменению ξ на несколько единиц.

Эволюция волновых функций для несинглетных мезонов типа P в рамках операторного подхода рассмотрена в [16—22]. В работах [26—31] эти результаты представлены в терминах уравнения эволюции для волновых функций (аналогичного уравнению Альтарелли — Паризи), а также изучена эволюция для несинглетных мезонов типа S и V . Уравнения эволюции для синглетных мезонов типа S получены в [39, 53, 54]. Синглетные мезоны типа P рассмотрены в рамках операторного подхода в [55], а уравнения эволюции для волновых функций одновременно и независимо получены в [38, 56—58]. Наконец, в [39] рассмотрены синглетные мезоны типа T . В работах [59, 60] прослежена связь решения уравнений эволюции с комформной группой. Недавно вычислена радиационная поправка к ядру уравнения эволюции для несинглетных мезонов типов S и P [61, 62].

2. ПРОЦЕССЫ С МЕЗОНАМИ

Процессы с одним мезоном. Сечение процесса, в жесткой стадии которого участвует n мезонов, ведет себя как $\sigma \sim \frac{1}{Q^2} \left(\frac{\mu^2}{Q^2}\right)^n$. Поэтому при больших Q , где только и применим подход, развиваемый в теории

возмущений КХД, наибольшие сечения имеют процессы с одним мезоном. Они наиболее удобны для изучения и по другим причинам. Волновые функции легких мезонов, вероятно, являются широкими, и амплитуда (2) определяется областью относительно малых x . Минимальная виртуальность пропагатора в процессе с одним мезоном $\sim Q^2x$, а с двумя — порядка Q^2x^2 , поэтому область применимости для одномезонных процессов начинается при меньших Q^2 . Кроме того, из них мы получаем информацию о волновой функции одного мезона в наиболее чистом виде.

Особое место среди одномезонных процессов занимают слабые распады заряженных мезонов на $l\bar{\nu}_l$ (через виртуальный W) и электромагнитные распады нейтральных мезонов на l^+l^- (через виртуальный фотон) (рис. 4). Кварк и антикварк в одной точке переходят в виртуальный W -бозон или фотон. Поэтому ясно, что эти распады должны измерять кварк-антикварковую (двухчастичную!) волновую функцию в нуле или в импульсном представлении интеграл от волновой функции f_M^q (8).

Формулы для этих процессов хорошо известны и собраны, например, в [7]. Значения f_M для разных мезонов, полученные из табличных экспериментальных чисел [63], приведены в табл. 4.

Простейший нетривиальный одномезонный процесс — это $\gamma^* \rightarrow \gamma M$ (рис. 5, а). Рождение мезона происходит через кварковую волновую функцию, и его спиральность должна быть равна 0. Матричный элемент для мезонов типов P и S имеет общий вид

$$M_P = \frac{1}{2} e^2 i \epsilon_{\perp}^{\mu\nu} F_{\gamma M}(Q^2),$$

$$M_S = \frac{1}{2} e^2 \delta_{\perp}^{\mu\nu} F_{\gamma M}(Q^2),$$

где $F_{\gamma M}(Q^2)$ называется формфактором фотон-мезон. Для мезонов типов P_- и S_- он равен 0 в силу сохранения C -четности, а для мезо-

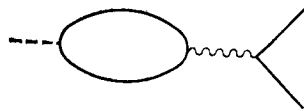


Рис. 4. Диаграмма распада мезона на лептоны

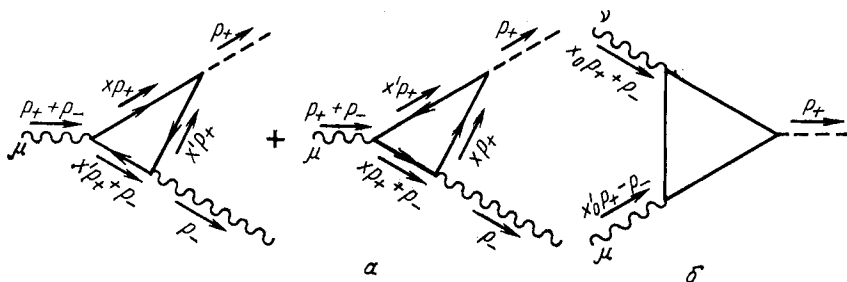


Рис. 5. Диаграммы формфактора фотон-мезон (а) и перехода двух виртуальных фотонов в мезон (б)

Т а б л и ц а 4. Нормировка волновых функций (экспериментальные данные)

f_M	f_π	f_K	f_ρ	f_ω	f_ψ	f_{K^*}
МэВ	132 ± 1	161 ± 8	213 ± 11	213 ± 11	232 ± 5	250 ± 50
f_M	f_ψ	$f_{\psi'}$	f_Γ	$f_{\Gamma'}$	$f_{\Gamma''}$	
МэВ	379 ± 16	276 ± 14	662 ± 37	487 ± 24	421 ± 32	

П р и м е ч а н и е. Для π -, K -, ρ -, K^* -мезонов $f_M = f_{M^+}^u$; для ω -мезона $f_\omega = \sqrt{2} f_\omega^u$; для ψ (ψ , Γ)-мезонов $f_M = f_M^s(c, b)$.

нов типов P_+ и S_+ вычисление диаграмм рис. 5, а дает при $Q \gg \mu$

$$F_{\gamma M}(Q^2) = \frac{2}{Q^2} \sum_q Q_q^2 I_M^q, \quad (11)$$

где Q_q — заряд кварка, а интеграл I_M^p для любого партона p определен как

$$I_M^p = \int_0^1 \frac{f_M^p(x) dx}{1-x}. \quad (12)$$

Так как в нем подчеркнут вклад конфигураций, в которых партон p несет большую часть импульса мезона M , отношение I_M^p/f_M^p чувствует форму волновой функции: чем она шире или чем сильнее перекошена в сторону лидирования p , тем больше это отношение. Если M^0 — член изотриплета, то по изотопической симметрии

$$F_{\gamma M^0}(Q^2) = \sqrt{2} (Q_u^2 - Q_d^2) \frac{I_{M^+}^u}{Q^2}.$$

При $Q^2 > 0$ формфактор может быть измерен в процессе $e^+e^- \rightarrow \gamma M$:

$$R_{\gamma M} = \frac{\pi\alpha}{2} Q^2 |F_{\gamma M}(Q^2)|^2.$$

Здесь и ниже мы выражаем сечение через R :

$$R(f) \equiv \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow f)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)}. \quad (13)$$

При $Q^2 < 0$ его можно измерять в двухфотонном процессе с одним сильно виртуальным фотоном. Сечение рассеяния $e\gamma \rightarrow eM$ с большой

передачей импульса равно $\frac{d\sigma}{dt}(e\gamma \rightarrow eM) = \pi^2 \alpha^3 |F(t)|^2 \frac{s_{e\gamma}^2 + u^2}{s_{e\gamma}^2 t}$, где $s_{e\gamma}$, u , t — стандартные кинематические инварианты. В приближении эквивалентных фотонов через него можно выразить сечения $e^+e^- \rightarrow e^+e^-M^0$ (см. [7]):

$$x_0 \frac{d\sigma}{dx_0}(e^-e^+ \rightarrow e^-e^+M^0) = 2\pi\alpha^4 |F(sx_0)|^2 \times \\ \times [(2+x_0)^2 l_0 l - 2(1-x_0)(3+x_0)l + \frac{1}{2}(2+x_0)^2 l_0^2],$$

$$\text{где } x_0 = \frac{|t|}{s_{e^-e^+}}; \quad l = \ln \frac{\sqrt{|t|}}{m_e}; \quad l_0 = \ln \left(\frac{1}{x_0} \right).$$

В более общем случае, когда виртуальности обоих фотонов велики (рис. 5,6), матричный элемент для мезонов типа P равен

$$M = e^2 \frac{i\epsilon_{\perp}^{\mu\nu}}{2} \sum_q Q_q^2 \int_0^1 \left(\frac{1}{x'-x_0} + \frac{1}{x-x_0} \right) f_M^q(x) dx, \quad (14a)$$

а типа S

$$M = e \frac{\delta_{\perp}^{\mu\nu}}{2} \sum_q Q_q^2 \int_0^1 \left(\frac{1}{x'-x_0} - \frac{1}{x-x_0} \right) f_M^q(x) dx. \quad (14б)$$

Кинематическая переменная $x_0 = Q_1^2/(Q_1^2 - Q_2^2)$, в физической области двухфотонного процесса $x_0 > 1$ или $x_0 < 0$, при x_0 , равном 0 или 1, воспроизводятся результаты для реального фотона (11). При близких Q_1^2 и Q_2^2 $x_0 \rightarrow \infty$, и матричный элемент для мезона типа P становится равен

$$M = e^2 i\epsilon_{\perp}^{\mu\nu} \frac{1}{x_0} \sum_q Q_q^2 f_M^q.$$

Вычислена радиационная поправка к жесткой амплитуде этого процесса [64, 65]. В частном случае равных виртуальностей фотонов обсуждалась первая степенная поправка [66, 67]. Для этого же случая данный процесс изучался в рамках другого подхода, основанного на правилах сумм [68].

Следующий по сложности процесс $\gamma\gamma \rightarrow \gamma M$, на первый взгляд разрешенный, на самом деле подавлен по кварковому счету [69]. Дело в том, что спиральность мезона должна быть равна 0 и, если пренебречь его массой, невозможно калибровочно-инвариантным образом связать его с тремя фотонами.

В распадах тяжелого векторного кваркония $\psi_q \rightarrow \gamma M$ мезон M образуется из глюонной пары (рис. 6), поэтому он должен иметь существенную синглетную по аромату компоненту и положительную C -четность. При достаточно большой массе кваркония m можно пренебречь степенными поправками $\sim \mu^2/m^2$. Тогда рождающийся

мезон может принадлежать к типу S_+ , P_+ или T_+ . Рождение мезонов типа V_+ подавлено вследствие сохранения спиральности кварков. В борновском приближении (рис. 6, а) могут рождаться только мезоны типа S_+ (S^* , f . . .), рождение мезонов типа P_+ , T_+ возможно в однопетлевом приближении (рис. 6, б, в) [39]. Интеграл по петле

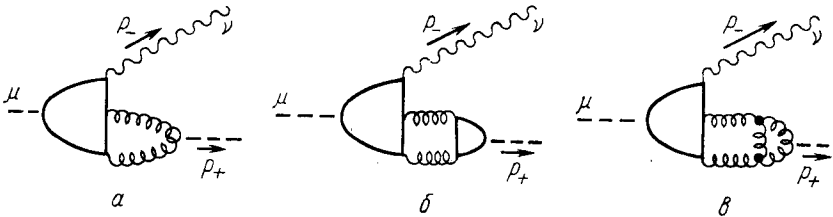


Рис. 6. Диаграммы распадов кваркония на фотон и мезон

в этих диаграммах определяется областью, где все виртуальности порядка m , и не содержит логарифма. В этом случае размерная оценка дает [38]

$$B \sim \frac{\alpha}{\alpha_s} \alpha_s^2 \frac{(f_M^q, f_M^g)^2}{m^2}.$$

Для мезонов типа S_+ матричный элемент M и относительная вероятность распада B равны [39] [величина ψ_0 определена ниже в формуле (17)]:

$$M = 4C_F Q_q e g^2 \psi_0 f_M^g \delta_{\perp}^{\mu\nu}, \quad B = \frac{\alpha}{\alpha_s} Q_q^2 \frac{48\pi^2}{\pi^2 - 9} \frac{C_F}{N^2 - 4} \left(\frac{f_M^g}{m} \right), \quad (15)$$

$$B_\gamma = \frac{\Gamma(\psi_q \rightarrow \gamma M)}{\Gamma(\psi_q \rightarrow \gamma X)} = \frac{4\pi^2}{\pi^2 - 9} \frac{C_F}{N} \left(\frac{f_M^g}{m} \right)^2.$$

Экспериментально наблюдался относящийся к этому типу распад $\psi \rightarrow \gamma f$ [70]. Если бы в нем доминировал асимптотический механизм, то, подставляя экспериментальные данные [63] в (15), мы получили бы значение $f_M^g \simeq (78 \pm 10)$ МэВ, которое близко к характерным f_M из табл. 4. Однако измерение поляризации родившихся f -мезонов дало [70] для отношения спиральных амплитуд A_λ следующие значения: $A_1/A_0 = 0,88 \pm 0,13$; $A_2/A_0 = 0,04 \pm 0,19$. Поскольку асимптотический механизм дает только f -мезоны с $\lambda = 0$, то эксперимент свидетельствует о важности в распадах ψ других, неасимптотических механизмов.

Рассчитан также главный асимптотический механизм для распада на мезон типа P [7] (позднее он рассматривался в [71]). В этом случае, однако, его вклад подавлен как α_s^2 (рис. 6, б, в), а вклад степенной поправки, связанный с оператором $G\tilde{G}$ твиста 4 [71], усилен как $1/\alpha_s^2$, так что их отношение порядка $(m_M/m\alpha_s)^4$ не мало даже для Υ .

Формфактор мезон-мезон. О многих процессах с двумя мезонами имеются экспериментальные данные, правда, относящиеся к области небольших Q^2 . Простейший двухмезонный процесс — это $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$. Из правила отбора по спиральности и сохранения момента следует, что спиральности мезонов должны быть равны 0. Тогда их сохра-

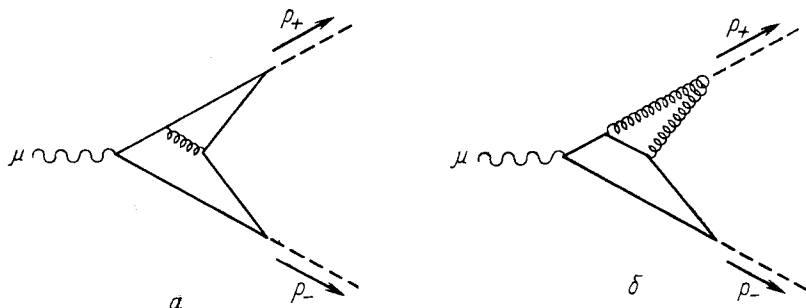


Рис. 7. Диаграммы формфактора мезон-мезон

нения поперечной четности следует, что возможны комбинации типов волновых функций SS и PP . Матричный элемент имеет общий вид

$$M = e (p_+ - p_-)^\mu F_{M_1 M_2}(Q^2),$$

где $F_{M_1 M_2}(Q^2)$ называется формфактором мезон-мезон. Сечение $e^+e^- \rightarrow M_1 M_2$ выражается через него следующим образом [см. (13)]:

$$R = \frac{1}{4} |F_{M_1 M_2}(Q^2)|^2.$$

Если мезоны не являются абсолютно нейтральными, процесс описывается кварковыми диаграммами рис. 7, *a*. Их вычисление дает [13—37]

$$F_{M_1 M_2}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{2\pi\alpha_s}{Q^2} [Q_{q_1} I_{M_1}^{q_1} I_{M_2}^{\bar{q}_1} + Q_{q_2} I_{M_1}^{\bar{q}_2} I_{M_2}^{q_2}]. \quad (16)$$

Если мезоны M_1 и M_2 являются членами одного изотриплета (например, $\pi^+\pi^-$, $\rho^+\rho^-$), то по изотопической симметрии

$$F_{M^+M^-}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{2\pi\alpha_s}{Q^2} Q_{M^+} (I_{M^+}^u)^2,$$

где Q_M — заряд мезона. В этом случае имеется простая связь с формфактором фотон-мезон

$$F_{M^+M^-}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{Q_{M^+}}{(Q_u^2 - Q_d^2)^2} \pi\alpha_s |F_{\gamma M^0}(Q^2)|^2.$$

В случае электрически нейтральных мезонов, являющихся частицей и античастицей (например, K^0 , \bar{K}^0):

$$F_{M^0, \bar{M}^0}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{2\pi\alpha_s}{Q^2} Q_q [(I_M^q)^2 - (I_{\bar{M}}^q)^2],$$

так что в этом случае формфактор является мерой асимметрии волновой функции. Когда один из кварков (например, q_1) является тяжелым ($c, b \dots$), интеграл $I_M^{q_1} \sim \frac{m_{q_1}}{\mu} f_M$ усилен из-за формы волновой функции (см. разд. 1). Однако для очень тяжелых кварков это усиление ограничивается дважды логарифмическим формфактором кварка [73].

Если мезоны являются абсолютно нейтральными, то по правилу отбора по C -четности возможны только комбинации волновых функций P_+P_- и S_+S_- . При этом могут давать вклад глюонные диаграммы рис. 7, б. Фактически в случае P_+P_- их вклад равен 0, поэтому [39]

$$F_{M_1 M_2}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{4\pi\alpha_s}{Q^2} \sum_q Q_q I_{M_1}^q I_{M_2}^{\bar{q}}.$$

В случае S_+S_- [39]

$$F_{M_1 M_2}(Q^2) = \frac{C_F}{N} \frac{4\pi\alpha_s}{Q^2} \sum_q Q_q (I_{M_1}^q + I_{M_1}^{\bar{q}}) I_{M_2}^{\bar{q}}.$$

Вычислена радиационная поправка к жесткой амплитуде $\gamma^* \rightarrow MM$ [74, 75]. Если точку нормировки α_s и волновой функции положить равной Q^2 , то для широких волновых функций эта поправка будет велика вплоть до очень больших Q^2 . Ее, а также предположительно высшие поправки можно уменьшить при разумном выборе этих точек нормировки порядка характерных виртуальностей в диаграмме [74]. В работах [76, 77] обсуждается усиленный вклад твиста 3 в степенную поправку к пионному формфактору в предположении, что отвечающие за нее волновые функции имеют асимптотическую форму. Связанный с ней масштаб масс велик: $\simeq \frac{m_\pi^2}{(m_u + m_d)}$ (важность степенных поправок к пионному формфактору ранее подчеркивалась в работах [19, 22, 78–80]). Подробный анализ вклада волновых функций твиста 3 в степенную поправку к пионному формфактору, а также в подавленный как $1/Q$ лр-формфактор (который определяется этими волновыми функциями), проведен в [81]. В последнее время развивается новый подход к вычислению пионного формфактора, основанный на правилах сумм и применимый в промежуточной области не очень больших Q^2 [82–84] (о формфакторе лр см. [85]).

Таким образом, вопрос о возможности сравнения формул, полученных в теории возмущений КХД, с экспериментальными данными

о пионном формфакторе остается открытым. Данные с наибольшим Q^2 происходят из распадов $\psi, \psi' \rightarrow \pi^+\pi^-$, которые не могут быть обусловлены сильным взаимодействием вследствие сохранения C -четности, и происходят через виртуальный фотон. Поэтому

$$B_e(\psi \rightarrow \pi^+\pi^-) = \frac{\Gamma(\psi \rightarrow \pi^+\pi^-)}{\Gamma(\psi \rightarrow e^+e^-)} = \frac{1}{4} |F_\pi(m_\psi^2)|^2.$$

Экспериментально $B_e(\psi \rightarrow \pi^+\pi^-) = (1,5 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}$ [63], для ψ' погрешность очень велика. Если считать, что степенная поправка невелика при $Q^2 = m_\psi^2$, то отсюда можно заключить, что волновая функция π -мезона должна быть широкой, так как узкая или асимптотическая волновая функция привела бы к много меньшему результату. Волновая функция π -мезона (4) приводит к правильному по порядку величины результату $B_e(\psi \rightarrow \pi^+\pi^-) = 0,5 \cdot 10^{-3}$. Авторы работы [45] приводят число $B_e^3(\psi \rightarrow \pi^+\pi^-) = 0,76 \cdot 10^{-3}$, что связано с несколько другим выбором точки нормировки α_s .

Распады кваркония на два мезона. Начнем рассмотрение с двух-мезонных распадов C -четных состояний кваркония $\eta_q (^1S_0), \chi_{q0} (^3P_0), \chi_{q1} (^3P_1), \chi_{q2} (^3P_2)$, которые происходят через два глюона (рис. 8). Матричный элемент $M = L_{\mu\nu}R^{\mu\nu}$, где $L_{\mu\nu}$ — блок перехода кваркония в два виртуальных глюона [6, 39], а $R^{\mu\nu}$ строится по правой части диаграммы. Пара мезонов должна быть синглетной по аромату, в частности, их изоспины должны складываться в 0.

В распадах $\eta_q, \chi_{q0}, \chi_{q1}$ и χ_{q2} ($m = 0$) (где m — проекция момента на ось распада), в которых не образуются мезоны типа T , оба легких мезона должны иметь нулевую спиральность (в частности, для

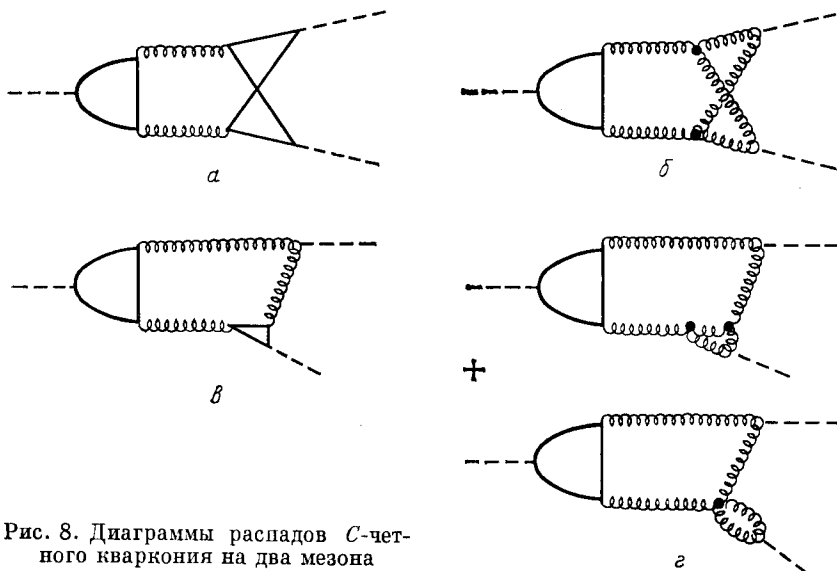


Рис. 8. Диаграммы распадов C -четного кваркония на два мезона

$\chi_{q1} m = 0$.) Тогда сохранение поперечной четности приводит к тому, что в распадах η_q , χ_{q1} рождаются пары мезонов типа SP , а в распадах χ_{q0} , $\chi_{q2} (m = 0)$ — типа SS или PP . В распадах на нестранные мезоны сохранение C -четности с учетом типов волновых функций приводит к тому, что для η_q , χ_{q1} четности продуктов распада противоположны (например, ρB , πA_2 , ηf , $\eta' f'$), а для χ_{q0} , $\chi_{q2} (m = 0)$ — одинаковы (например, $\pi\pi$, $\rho\rho$ и т. д.). В случае странных мезонов последнее правило может нарушаться из-за $SU(3)$ -несимметричных частей волновых функций (например, η_q , $\chi_{q1} \rightarrow K\bar{K}^*$). В отличие от процесса $\gamma^* \rightarrow M_1 M_2$ здесь оба мезона могут рождаться через глюонную волновую функцию, и поэтому разрешен распад на пару типа TT (например, пара f или f' со спиральностями ± 2). В распадах $\chi_{q2} (m = \pm 2)$ сохранение спиральности допускает рождение пары мезонов типа VV со спиральностями $+1$ и -1 . В случае нестранных мезонов их четности должны быть одинаковы (например, $\rho\rho$, $\omega\omega$, $\phi\phi$); для странных мезонов это не обязательно. Возможно также рождение пар мезонов типов ST или PT [например, $\chi_{q2} \rightarrow \eta f$ ($\lambda = \pm 2$)]. Распады χ_{q2} с $m = 0$ и $m = 2$ в случае выстроенного χ_{q2} отличаются по угловому распределению (см. [39]).

Особый интерес представляют процессы, идущие только через глюонную волновую функцию (с участием мезонов типа T). Наиболее удобными являются распады $\chi_{q2} (m = \pm 2)$ на мезоны типов ST , PT , которые происходят через глюонную волновую функцию мезона типа T и могут быть выделены по угловому распределению родившихся мезонов.

Матричный элемент (M) и относительная вероятность распадов (B) мезонов η_q , χ_q представляются в виде

$$M = \frac{C_F}{N} \frac{g^4}{m} a, \quad B = \pi^2 \frac{C_F}{N^3} \frac{\alpha_s^2}{m^4} b, \quad (17)$$

где m — масса кваркония, а b содержат интеграл от волновых функций родившихся мезонов

$$K = \int_0^1 dx_+ \int_0^1 dx_- \frac{f_{M_1}(x_+) f_{M_2}(x_-) c}{x_+ x'_+ x_- x'_- [1 + (1 - 2x_+)(1 - 2x_-)]}.$$

Величины a , b , c приведены в табл. 5, где $\psi_0^2 = \frac{1}{N} \frac{|\Psi(0)|^2}{m^3}$, $\psi_1^2 = \frac{1}{N} \frac{|\nabla \Psi(0)|^2}{m^5}$, здесь $\Psi(r)$ — волновые функции кваркония; n_f — число кварков более легких, чем q ; $L \simeq \ln(m_q/\Delta)$; Δ — виртуальность кварков в кварконии (две последние величины входят в полную ширину χ_{q1} в логарифмическом приближении).

Имеются экспериментальные данные о распадах χ_0 , $\chi_2 \rightarrow \pi\pi$, $K\bar{K}$ [63]: $B(\chi_0 \rightarrow \pi\pi) = (0,9 \pm 0,2)\%$, $B(\chi_2 \rightarrow \pi\pi) = (0,20 \pm 0,11)\%$, $B(\chi_0 \rightarrow K^+K^-) = (0,8 \pm 0,2)\%$, $B(\chi_2 \rightarrow K^+K^-) = (0,16 \pm 0,12)\%$. Как и в случае фактора, вопрос о возмож-

Таблица 5. Характеристики распадов η_q, χ_q

Состояние кваркония	m	Типы волновых функций продуктов распада	a	b	c
η_q	0	SP	$\psi_0 K$	$2K^2$	$1 - x_+ - x_-$
χ_{q1}	0	SP	$2\sqrt{2} \psi_1 K$	$\frac{3\pi}{n_f \alpha_s L} K^2$	$x_+ - x_-$
χ_{q0}	0	SS, PP	$\frac{4}{\sqrt{3}} \psi_1 K$	$\frac{8}{9} K^2$	$1 + \frac{(1 - x_+ - x_-)^2}{1 + (1 - 2x_+)(1 - 2x_-)}$
χ_{q2}	0	SS, PP	$4\sqrt{\frac{2}{3}} \psi_1 K$	$\frac{4}{3} K^2$	$\frac{1}{2} - \frac{(1 - x_+ - x_-)^2}{1 + (1 - 2x_+)(1 - 2x_-)}$
χ_{q2}	± 2	VV	$4\psi_1 K$	$2K^2$	1

ности сравнения этих данных с приведенными формулами является неясным из-за возможно большой степенной поправки. Если степенная поправка не играет решающей роли, то эти числа требуют широкой волновой функцией легких мезонов. Так, волновая функция π -мезона (4) приводит к $B(\chi_0 \rightarrow \pi\pi) = 0,5\%$, $B(\chi_2 \rightarrow \pi\pi) = 0,1\%$, что неплохо согласуется с приведенными выше экспериментальными данными. Авторы работы [45] приводят числа $B(\chi_0 \rightarrow \pi\pi) = 1,1\%$, $B(\chi_2 \rightarrow \pi\pi) = 0,24\%$, различие связано с несколько другим выбором точек нормировки и свойственной потенциальной модели неоднозначностью между m_χ и $2m_c$.

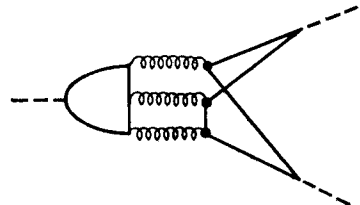


Рис. 9. Диаграмма распада C -четного кваркония на два мезона

Рассмотрение эксклюзивных распадов кваркония было начато в [22]; приведенный там результат для распадов η_q , однако, является ошибочным. Распады χ_0 рассмотрены в работе [86] (см. также [34]). Полный набор результатов для распадов C -четных состояний кваркония на два несинглетных мезона получен в [39]. Распады χ_0 и χ_2 рассмотрены также в работе [45], где произведено сравнение с экспериментом предсказаний, полученных с использованием предложенной в этой же работе волновой функции π -мезона. Аналогичное сопоставление для ряда других распадов проводится в [46—48].

Перейдем к рассмотрению двухмезонных распадов векторного кваркония $\psi_q \rightarrow M_1 M_2$. Они описываются однопетлевыми диаграммами рис. 9. Существенным является и другой механизм — через виртуальный фотон, особенно в тех случаях, когда сильный механизм

подавлен [например, по $SU(3)$]; если есть запрет по изотопической симметрии, электромагнитный механизм становится главным, как в случае $\psi_q \rightarrow \text{пл.}$

В распадах, в которых не образуются мезоны типа T , сохранение спиральности приводит к тому, что оба легких мезона должны иметь нулевую спиральность. Тогда из сохранения поперечной четности следует, что разрешено рождение пар типов SS и PP . Для нестранных мезонов сохранение C -четности (с учетом типа волновых функций) приводит к тому, что четности рождающихся мезонов должны быть противоположны [например, $\pi B(1235)$, ρA_2 , ωf , f' ; поскольку ϕ и f' есть преимущественно ss , распады на $\omega f'$ и $f \phi$ подавлены по аромату]. В случае странных мезонов наряду с распадами, разрешенными по $SU(3)$, например $\psi \rightarrow K^*(892) \bar{K}^*(1430)$, возможны распады, не удовлетворяющие этому правилу за счет $SU(3)$ -нарушающих компонент волновых функций (например, $\psi \rightarrow K\bar{K}$; в этом случае экспериментальное отличие мод $\psi \rightarrow K^+K^-$ и $\psi \rightarrow K^0\bar{K}^0$ указывает на существенную роль электромагнитного механизма). Кроме того, возможно рождение пары типа TT . Угловое распределение во всех случаях является продольным.

Довольно сложный в техническом отношении расчет распада ψ_q на два несинглетных мезона типа SS или PP был недавно проделан в работе [87]. Результат полезен, в частности, для анализа распада $\psi \rightarrow K\bar{K}$.

Все приведенные выше в качестве примеров разрешенные распады $\psi \rightarrow M_1 M_2$ действительно наблюдаются на эксперименте [63]. Однако наряду с ними наблюдаются распады на псевдоскалярный и векторный мезоны [ρ], $KK^*(892)$, $\eta\phi$], которые должны быть подавлены по сохранению спиральности. Они обусловлены волновыми функциями твиста 3, см. [81].

Недавно рассмотрен также распад $\psi \rightarrow \gamma M_1 M_2$ [88].

Реакция $\gamma\gamma \rightarrow MM$. Эти реакции [89, 90] могут наблюдаться в двухфотонных процессах на встречных электроно-позитронных пучках, а также, в перспективе, на встречных фотонных пучках. Процессы этого типа отличаются от рассмотренных ранее тем, что в них есть свободный кинематический параметр — угол рассеяния (далее вместо самого угла рассеяния θ в с. ц. м. мы будем использовать обозначение $z = \sin^2\theta/2$; $z' = 1 - z$; полную энергию обозначим Q). Угловое распределение в них зависит от формы волновых функций, и их экспериментальное исследование могло бы дать о ней детальную информацию. Мы ограничимся здесь рассмотрением рождения мезонов через кварковые волновые функции [по кварковому составу $M_1(q_1\bar{q}_2)$, $M_2(q_2\bar{q}_1)$]. Тогда все диаграммы процесса могут быть получены заменами (фотонов, мезонов, изменение направления кварковой линии) из 4 типов диаграмм (рис. 10). На диаграммах рис. 10, ν , ζ (содержащих $Qq_1 Qq_2$) знаменатель глюонного пропагатора равен $-Q^2c$ или $-Q^2c'$, где $c = zx + x_- + z'x' + x_-'$,

$c' = c (z \rightarrow z')$. Он и приводит к существенной зависимости углового распределения от формы волновых функций. Для применимости рассмотрения в теории возмущений требуется, чтобы виртуальности всех пропагаторов были велики. Поэтому, если интеграл по x_+ , x_- определяется областью $x_+, x_- \sim x_0$, должны выполняться условия

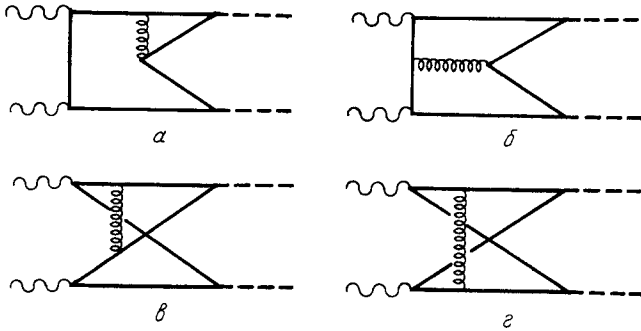


Рис. 10. Диаграммы реакции $\gamma\gamma \rightarrow MM$

$Q^2 x_0^2 \gg \mu^2$, $Q^2 x_0 z \gg \mu^2$, $Q^2 x_0 z' \gg \mu^2$ (что исключает рассеяние вперед и назад). Если x_0 мало (см. разд. 1), то нужны весьма большие Q^2 , где сечение очень мало.

Приведем результаты вычисления спиральных амплитуд

$$M_{\lambda_1 \lambda_2} = 4\pi^2 \frac{C_F}{N} \frac{\alpha \alpha_s}{Q^2} \int dx_+ \int dx_- A_{\lambda_1 \lambda_2}(x_+ x_-) f_{M_1}^{q_1}(x_+) f_{M_2}^{q_2}(x_-)$$

для кварковых мезонов разных типов. Если оба мезона относятся к типу S или к типу P , то [90] $A_{--} = A_{++}$; $A_{+-} = A_{-+}$;

$$A_{++} = \frac{(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2}{zz'} \left(\frac{1}{x_+ x_-} + \frac{1}{x'_+ x'_-} \right); A_{+-} = -\frac{1}{x_+ x'_+ x_- x'_-} \left[(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2 \times \right. \\ \times \frac{(1 - x'_+ x'_- - x_+ x_-)}{zz'} + 2(Q_{q_1}^2 - Q_{q_2}^2)(x_+ - x_-) + \\ \left. + Q_{q_1} Q_{q_2} \frac{(x'_+ x'_- + x_+ x_-)(x_+ x'_+ + x_- x'_-)}{cc'} \right]. \quad (18a)$$

Случай, когда один из мезонов типа S , а другой типа P (например, $\gamma\gamma \rightarrow \rho\pi$), ранее не рассматривался, для него

$$A_{++} = \frac{(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2}{zz'} \left(\frac{1}{x_+ x_-} - \frac{1}{x'_+ x'_-} \right); \\ A_{+-} = -\frac{(2z-1)(x_+ - x_-)}{x_+ x'_+ x_- x'_-} \left[\frac{(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2}{zz'} + Q_{q_1} Q_{q_2} \frac{(x'_+ x'_- - x_+ x_-)^2}{cc'} \right]. \quad (18b)$$

По сохранению адронной спиральности возможно рождение двух мезонов типа V с противоположными спиральностями. Вообще

говоря, имеется три спиральных амплитуды: $A(++) \rightarrow (+-)$, $A(+ - \rightarrow + -)$ и $A(- + \rightarrow + -) = A(+ - \rightarrow + -, z \leftrightarrow z')$. Первая из них оказывается равной 0, а для второй [90]

$$A(+ - \rightarrow + -) = \frac{4z'}{x_+ x'_+ x_- x'_-} \left[(Q_{q_1} - Q_{q_2})^2 - z(2z - 1) Q_{q_1} Q_{q_2} \frac{(x'_+ x'_- - x_+ x_-)^2}{cc'} \right]. \quad (18B)$$

Примеры угловых распределений при разных предположениях о форме волновых функций приведены в [90].

При $s \gg t \gg \mu^2$ главным становится другой механизм реакции $\gamma\gamma \rightarrow MM$ — однопетлевая диаграмма с обменом двумя глюонами в t -канале, так как он дает вклад, не падающий с s при $t = \text{const}$ (рис. 11). Он рассмотрен в [91].

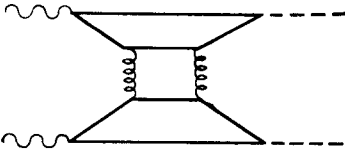


Рис. 11. Диаграмма реакции $\gamma\gamma \rightarrow MM$ с двухглюонным обменом

При помощи этого механизма могут рождаться только пары абсолютно нейтральных мезонов типа S_- с нулевой спиральностью, например $\rho^0 \rho^0$. В отличие от предыдущего механизма ароматы входящих в эти мезоны кварков могут быть разными, так что разрешено, например, рождение $\rho^0 \phi$. Полученная в [91a] формула для сечения ошибочна; ошибка исправлена в работе [916], в которой применяется относительно простой метод расчета. В ней рассмотрен также ряд родственных процессов, таких, как $\gamma\gamma \rightarrow MX$ при $s \gg t \gg \mu^2$ (здесь X — кластер, см. разд. 4).

Оценки сечений для обоих механизмов содержатся в [91]. Оказывается, что самым большим является сечение $\gamma\gamma \rightarrow \rho^0 \rho^0$ за счет двухглюонного обмена. Однако даже этот процесс трудно наблюдать на встречных электрон-позитронных пучках (см. [916]).

Пинчевые сингулярности. Во всех процессах, которые мы до сих пор рассматривали, знаменатели пропагаторов не обращались в 0 или обращались на границах области интегрирования по переменным x . В более сложных случаях они могут обращаться в 0 и внутри области интегрирования. Такой пропагатор разделяет диаграмму процесса на две несвязанные части (блоки A и B на рис. 12). Каждый из этих блоков должен быть как минимум процессом рассеяния $2 \rightarrow 2$ частиц на массовой поверхности, т. е. в начальном и конечном состояниях должно быть не менее чем по три точечные частицы. Ограни-

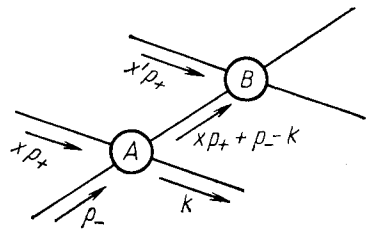


Рис. 12. Процесс, состоящий из двух жестких подпроцессов

чиваясь обычными процессами рассеяния, мы заключаем, что в начальном состоянии должны быть две физических частицы, по крайней мере одна из которых — адрон. Две точечные составляющие этого адрона должны входить в разные жесткие блоки диаграммы (A и B). В изображенном на рисунке простейшем случае знаменатель обращается в 0 при $x = x_0 \equiv z_-(1 - z_+)$, где $z_{\pm} = 2p_{\pm}k/Q^2$, $Q^2 = = q^2$, $q = p_+ + p_-$. Величина $x_0 \leq 1$, так как $z_+ + z_- = z = = 2qk/Q^2$ — доля энергии частицы k , $z \leq 1$. Физически при $x \approx x_0$ мы имеем вместо единого жесткого процесса два жестких процесса A и B , разделенных большим расстоянием: сначала налетающая частица рассеялась на одном из партонов адрона, почти реальный партон улетел на большое расстояние и там столкнулся с другим партоном начального адрона. В более сложных процессах может возникать и больше двух отдельных жестких подпроцессов.

Мягкая область в интеграле по переменным x , где виртуальности выделенных пропагаторов порядка μ^2 , может давать вклад, убывающий как меньшая степень Q^2 по сравнению с правилами кваркового счета (т. е. вкладом жесткой области, где виртуальности порядка Q^2). Так, для мезон-мезонного рассеяния мягкий механизм дает $d\sigma/dt \propto \propto 1/s^5$ вместо $1/s^6$, а для барион-барионного $1/s^8$ вместо $1/s^{10}$ [92] (см. также [34]). Однако так как каждый из жестких подпроцессов рассеяния включает цветные объекты, то при больших Q^2 с вероятностью $\sim \alpha_s \ln^2 Q^2/\mu^2$ будут излучаться глюоны. В эксклюзивном процессе мы отбираем события без излучения реальных глюонов. Поэтому возникает подавление сечения фактором вида $\exp[-\text{const } \alpha_s \times \times \ln^2 Q^2/\mu^2]$, который называют судаковским (дважды логарифмическим) формфактором. В результате вклад пинчевых сингулярностей уменьшается [93]. Из этого следует [34], что главный вклад дает промежуточная область, где виртуальности выделенных пропагаторов растут как $(Q^2)^{\frac{2c}{2c+1}}$ ($c = \frac{8C_F}{\beta}$, $\beta = \frac{11}{3}N - \frac{2}{3}n_f$) и степенное поведение оказывается промежуточным между правилами кваркового счета и чисто мягким механизмом, хотя численно оно ближе к правилам кваркового счета.

3. ПРОЦЕССЫ С БАРИОНАМИ

Волновые функции барионов. Как уже обсуждалось в разд. 1, в физических калибровках главный степенной вклад в амплитуду формирования или уничтожения адрона на малых расстояниях дают состояния с минимальным числом партонов в адроне. Для бариона это трехкварковое состояние. Трехкварковая волновая функция бариона имеет размерность квадрата массы, поэтому каждый барион дает в сечение малый множитель порядка μ^4/Q^4 . В неподавленных процессах с барионами сохраняется сумма спиральностей адронов (см. разд. 1).

Барийонный формфактор, волновые функции барионов и их эволюция рассматривались в [27, 31, 94, 95]. Жесткая амплитуда была независимо вычислена в [96]. В рамках операторного подхода эволюция барийонных волновых функций рассматривалась в [97]. В работе [60] показано, что конформная группа, хотя и не позволяет полностью определить собственные функции уравнения эволюции (как для мезонов), но приводит к значительному уменьшению размерности подлежащих диагонализации матриц. В [98] использован метод правил сумм для получения информации о волновой функции нуклона, и проведено сравнение с экспериментальными данными о нуклонных формфакторах.

Имеется два типа волновых функций барионов: со спиральностью $\lambda = \pm 3/2$ (тип Δ) и с $\lambda = \pm 1/2$ (тип N). В первом случае спиральности всех кварков параллельны спиральности бариона, а во втором у одного из кварков спиральность антипараллельна. Поскольку этим кварком может быть любой из трех, барион типа N описывается тремя волновыми функциями. Запись спиновых структур волновых функций барионов в терминах γ -матриц требует несимметричного рассмотрения трех кварков, поэтому мы предпочтем прямое использование спиральных состояний кварков:

$$|B\rangle = \frac{\varepsilon^{a_1 a_2 a_3}}{\sqrt{N!}} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3} \int [dx] f_B^{q_1 \lambda_1 q_2 \lambda_2 q_3 \lambda_3}(x_1, x_2, x_3) \frac{1}{\sqrt{x_1 x_2 x_3}} \bar{q}^{\lambda_1 a_1}(x_1 p) \times \\ \times \bar{q}_2^{\lambda_2 a_2}(x_2 p) \bar{q}_3^{\lambda_3 a_3}(x_3 p) |0\rangle, \quad (19)$$

где $q = [ua + vb^+]$, $[dx] \equiv \delta(1 - x_1 - x_2 - x_3) dx_1 dx_2 dx_3$, а кварковые спиноры $u^{\lambda a}(xp)$ нормированы условием

$$\sum_{\lambda} \bar{u}^{\lambda a}(xp) \gamma^{\mu} u^{\lambda b}(xp) = 2xp^{\mu} \delta^{ab}.$$

Поскольку цветовая структура антисимметрична, оставшаяся волновая функция $f_B^{q_1 \lambda_1 q_2 \lambda_2, q_3 \lambda_3}(x_1, x_2, x_3)$ симметрична относительно одновременной перестановки ароматов ($q_1 \leftrightarrow q_2$), спинов ($\lambda_1 \leftrightarrow \lambda_2$) и импульсов ($x_1 \leftrightarrow x_2$) любых двух кварков. Поэтому для барионов, содержащих два одинаковых кварка, волновая функция типа Δ симметрична по соответствующей паре аргументов:

$$f_B^{q \uparrow q \uparrow q \uparrow}(x_1, x_2, x_3) = f_B^{q \uparrow q \uparrow q \uparrow}(x_2, x_1, x_3).$$

Из трех волновых функций типа N в этом случае две связаны друг с другом;

$$f_B^{q \downarrow q \uparrow q \uparrow}(x_1, x_2, x_3) = f_B^{q \uparrow q \downarrow q \uparrow}(x_2, x_1, x_3),$$

а третья симметрична по паре аргументов:

$$f_B^{q \uparrow q \uparrow q \downarrow}(x_1, x_2, x_3) = f_B^{q \uparrow q \uparrow q \downarrow}(x_2, x_1, x_3).$$

Если все три кварка в барионе одинаковы, волновая функция типа Δ полностью симметрична; из трех волновых функций типа N независимой является только одна, и она симметрична по паре аргументов, соответствующих кваркам одинаковой спиральности.

Перейдем к рассмотрению следствий изотопической симметрии и остановимся на том случае, когда все три кварка в барионе принадлежат к дублету (u, d) . Такие барионы могут образовывать изоквартет или изодублет. Для волновой функции типа Δ барионов из изоквартета мы имеем

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \left(\begin{array}{c} u \uparrow u \uparrow u \uparrow \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(u \uparrow u \uparrow d \uparrow + u \uparrow d \uparrow u \uparrow + d \uparrow u \uparrow u \uparrow) \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(u \uparrow d \uparrow d \uparrow + d \uparrow u \uparrow d \uparrow + d \uparrow d \uparrow u \uparrow) \\ d \uparrow d \uparrow d \uparrow \end{array} \right) f_{I=3/2}^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3), \quad (20)$$

где изоспиновая волновая функция $f_{I=3/2}^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3)$ симметрична по всем аргументам. В случае изодублета существуют две схемы сложения изоспинов и соответственно две изоспиновые волновые функции. Их выбор неоднозначен; для определенности введем функции $f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}$ и $f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}$, в которых изоспины первых двух кварков сложились в 1 и 0 соответственно. Тогда

$$f_B(x_1, x_2, x_3) = \left(\begin{array}{c} \frac{(u \uparrow d \uparrow + d \uparrow u \uparrow) u \uparrow}{\sqrt{6}} - \sqrt{\frac{2}{3}} u \uparrow u \uparrow d \uparrow \\ \frac{(u \uparrow d \uparrow + d \uparrow u \uparrow) d \uparrow}{\sqrt{6}} - \sqrt{\frac{2}{3}} d \uparrow d \uparrow u \uparrow \\ \frac{(u \uparrow d \uparrow - d \uparrow u \uparrow) u \uparrow}{\sqrt{2}} \\ \frac{(u \uparrow d \uparrow - d \uparrow u \uparrow) d \uparrow}{\sqrt{2}} \end{array} \right) f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) + \left(\begin{array}{c} \\ \\ \frac{(u \uparrow d \uparrow - d \uparrow u \uparrow) u \uparrow}{\sqrt{2}} \\ \frac{(u \uparrow d \uparrow - d \uparrow u \uparrow) d \uparrow}{\sqrt{2}} \end{array} \right) f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3), \quad (21)$$

где

$$f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) = f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_2, x_1, x_3), \quad f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3) = -f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_2, x_1, x_3),$$

$$\left(\frac{f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{6}} + \frac{f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{2}} \right) (x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{f_S^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{6}} + \frac{f_A^{\uparrow\uparrow\uparrow}}{\sqrt{2}} \right) (x_3, x_2, x_1).$$

Все три волновые функции типа N связаны друг с другом перестановками аргументов. Для изоквартета их форма аналогична (20), и функция $f_{I=3/2}^{\uparrow\uparrow\uparrow}(x_1, x_2, x_3)$ симметрична по первой паре аргументов. Для изодублета форма волновых функций аналогична (21), и также остается симметрия лишь по первой паре аргументов.

Следствия $SU(3)$ -симметрии для волновых функций барионов приведены, например, в [8]. Если предположить, что в основном состоянии барионов доминирует полная S -волна [или предположить справедливость $SU(6)$ -симметрии], то волновые функции барионов будут симметричны по всем переменным (в частности, $f_A = 0$).

Волновые функции барионов медленно зависят от Q^2 , как и в случае мезонов (см. разд. 1). Вводя функцию

$$F^q(x_i, \xi) = \frac{1}{x_1 x_2 x_3} f(x_i, Q^2),$$

уравнение эволюции для барионов можно записать в виде [ср. (5)]

$$\left(\frac{\partial}{\partial \xi} + \frac{3}{2} C_F \right) F^q(x_i, \xi) = \int [dy] V_q^q(x_i, y_i) F^q(y_i, \xi). \quad (22)$$

Ядро $V_q^q(x_i, y_i)$ представляет собой сумму по парам кварков i, j ($i \neq j$), между которыми произошел обмен глюоном (третий кварк $k \neq i, j$ является наблюдателем). Для каждой такой пары ядро имеет тот же вид, что и для мезонов, с точностью до изменения цветового множителя $C_F \rightarrow C_B = \frac{N+1}{2N}$ и суммарного импульса пары $1 \rightarrow x_i + x_j$:

$$V_q^q(x_i, y_i) = 2C_B \sum_{i \neq j} \vartheta(y_i - x_i) \delta(y_k - x_k) \frac{y_j}{x_j} \left(\frac{\delta_{\lambda_i, -\lambda_j}}{x_i + x_j} + \frac{\Delta}{y_i - x_i} \right). \quad (23)$$

Оно обладает свойством симметрии $V_{qq}(x_i, y_i) = V_{qq}(y_i, x_i)$, где $V_{qq} = H_{qq} V_q^q$, $H_{qq} = x_1 x_2 x_3$.

Для нахождения собственных значений и собственных функций запишем интегральный оператор $\left(\frac{3}{2} C_F - V\right)$ в базисе $e_{nm} = x_1^n x_2^m$ (где спиральности первого и второго кварков параллельны спиральности бариона) в виде матрицы

$$\left(\frac{3}{2} C_F - V \right) e_{nm} = \sum_{ik} \gamma_{nm}^{ik} e_{ik}.$$

Для нее имеем

$$\left. \begin{aligned} \gamma_{nm}^{nm} &= \frac{3}{2} C_F + 2C_B \left[-\delta \left(\frac{1}{(n+1)(n+2)} + \frac{1}{(m+1)(m+2)} \right) + 3(\Sigma(n) + \Sigma(m)) \right]; \\ \gamma_{nm}^{n+i, m-i} &= 2C_B \sum_{j=0}^i \binom{m}{j} \binom{m-j}{m-i} \times \\ &\times (-1)^j \Sigma(n+j), \quad i = 1, 2, \dots, m; \\ \gamma_{nm}^{n-i, m+j} &= -2C_B \frac{n-i+1+\delta}{i(n+2)} \binom{i}{j} (-1)^j, \quad i = 1, 2, \dots, n, \\ &\quad j = 0, 1, \dots, i; \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

где $\Sigma(n) = \sum_{k=2}^{n+1} (1/k)$, $\delta = 0$ для типа Δ и $\delta = 1$ для типа N . Поскольку $\gamma_{nm}^{ik} = 0$ при $i + k > n + m$, собственные функции являются полиномами степени $n + m$. Кроме того, из симметрии ядра следует, что они ортогональны с весом $H_{qq} = x_1 x_2 x_3$ и потому представляют собой полиномы Аппеля $P_{nm}(x_1 x_2)$. Однако при данном $N = n + m$ их есть $N + 1$ штука, поэтому для нахождения собственных значений и собственных функций необходимо диагонализировать $(N + 1) \times (N + 1)$ матрицу γ_{nm}^{ik} с $i + k = n + m = N$ на подпространстве полиномов $P_{nm}(x_1 x_2)$. Первая собственная функция, убывающая медленнее остальных при $\xi \gg 1$, имеет вид $f_0(x_1, x_2, x_3) = x_1 x_2 x_3$, и $\gamma_0 = \frac{3}{2} C_F$ для типа Δ , $\gamma_0 = \frac{3}{2} C_F - 2C_B$ для типа N . Еще несколько собственных значений и функций приведены, например, в [31, 94].

Барионный формфактор. Из сохранения адронной спиральности следует, что при больших Q^2 доминируют формфакторы барионов со спиральностью $\pm 1/2$ (тип N) без ее переворота:

$$\langle B_2 | J_\mu | B_1 \rangle = \sum_{+-} G^\pm(Q^2) \bar{B}_2 \gamma_\mu \frac{1 \pm \gamma^5}{2} B_1,$$

где J_μ — электромагнитный или слабый ток. В электромагнитном случае $G^+ = G^-$ есть магнитный формфактор. Формфактор может быть записан в виде

$$G^\pm(Q^2) = \left(\frac{8\pi C_B \alpha_s}{Q^2} \right)^2 \int \left[\sum_i Q_{q_i}^\pm A_i(x, y) + (y \leftrightarrow x) \right] \times \\ \times f_{B_1}^{q_1^\uparrow q_2^\uparrow q_3^\downarrow}(x) f_{B_2}^{q_1^\uparrow q_2^\uparrow q_3^\downarrow}(y) [dx] [dy], \quad (25)$$

где $Q_{q_i}^\pm$ — соответствующий электрослабый заряд i -го кварка со спиральностью $\pm 1/2$. Диаграммы, определяющие барионный формфактор, изображены на рис. 13. Их вычисление дает

$$\left. \begin{aligned} A_1 &= A_2(1 \leftrightarrow 2) = \frac{1}{x_3(1-x_1)^2 y_3(1-y_1)^2} + \\ &+ (2 \leftrightarrow 3) = \frac{1}{x_2 x_3(1-x_2) y_2 y_3(1-y_1)}, \\ A_3 &= \frac{1}{x_1 x_2(1-x_1) y_1 y_2(1-y_3)} \end{aligned} \right\} \quad (26)$$

(выписанные члены соответствуют диаграммам рис. 13, *в*, *б*, *а*). Знаки в формулах (26) совпадают с полученными в [94, 96] и противоположны знакам в [27, 31]. Разные вклады имеют разные знаки, поэтому знак барионного формфактора зависит от формы волновых функций.

В работе [95] рассмотрены электромагнитные и слабые формфакторы барионов из октета и декуплета в предположении симметрии

волновых функций ($f_A = 0$, f_S полностью симметрична). В этом случае

$$G^\pm(Q^2) = Q_{\uparrow\uparrow}^\pm F_{\uparrow\uparrow}(Q^2) + Q_{\uparrow\downarrow}^\pm F_{\uparrow\downarrow}(Q^2),$$

где $Q_{\uparrow\uparrow}^\pm$ ($Q_{\uparrow\downarrow}^\pm$) — суммарный заряд кварков, спиральность которых параллельна (антипараллельна) спиральности бариона, а

$$G_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}(Q^2) = \left(\frac{8\pi C_B \alpha_s}{Q^2} \right)^2 \int [A_{\uparrow\uparrow(\uparrow\downarrow)}(x, y) + (x \leftrightarrow y)] f_{S(B_1)}(x) f_{S(B_2)}(y) [dx] [dy],$$

где $A_{\uparrow\uparrow} = \frac{A_1 + A_2}{2}$, $A_{\uparrow\downarrow} = A_3$. Для нуклонов $G_{\downarrow\downarrow}$ и $G_{\downarrow\uparrow}$ могут быть выражены через магнитные формфакторы протона и нейтрона, и они определяют все формфакторы (включая слабые). В предположении $SU(3)$ -симметрии они определяют и все электрослабые формфакторы барионов из октета.

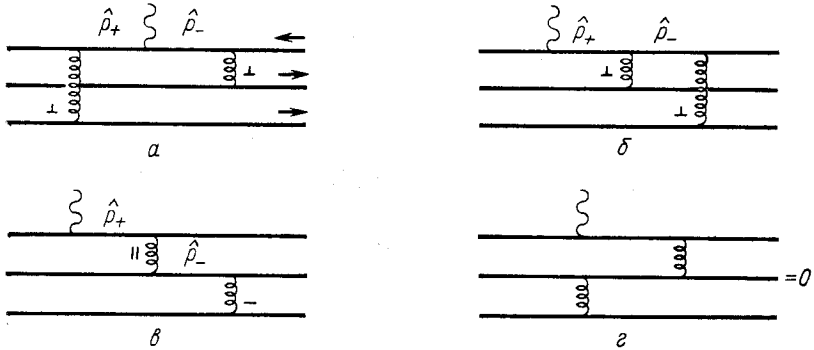


Рис. 13. Диаграммы барионного формфактора

В работах [32, 33] (см. также [34]) была обнаружена двухпетлевая диаграмма в барионном формфакторе, дающая аномальный логарифмический вклад, который нарушает факторизацию. Все такие двухпетлевые диаграммы просуммированы в [99]. Они содержат пропагаторы двух кварков с малыми импульсами в брейтовской системе, поэтому виртуальности глюонов, осуществляющих передачу импульса от этих кварков к третьему (с которым взаимодействует фотон), малы по сравнению с Q^2 . Отсюда следует, что размер области взаимодействия много больше $1/Q$, что приводит к несокращению дважды логарифмических поправок за счет глюонов с длинами волн от $1/Q$ до размера области взаимодействия [100]. Поэтому вклад этой области подавлен судаковским формфактором, что свидетельствует о применимости обычного рассмотрения к барионному формфактору [100]. К тому же оказывается, что численно аномальный логарифмический вклад является малым.

Имеется обширный экспериментальный материал по измерению магнитного формфактора протона (p) [до $-Q^2 \sim 30$ (ГэВ) 2] и нейтрона (n) [до $-Q^2 \sim 10$ (ГэВ) 2] [102]. Из эксперимента следует, что $G_p > 0$, $G_n < 0$; $Q^4 G_p \sim \text{const}$, $Q^4 G_n \sim \text{const}$; $G_n/G_p \approx -0,5$. Если принять, что волновая функция нуклона узкая (каждый кварк несет $1/3$ импульса нуклона), то из (25) и (26) следует $G_p < 0$, $G_n > 0$; асимптотическая волновая функция $f \propto x_1 x_2 x_3$ дает $G_p = 0$, $G_n > 0$, что, очевидно, противоречит опыту [94, 96]. Волновая функция, предложенная на основании правил сумм [98], дает $G_p > 0$, $G_n < 0$ и правильный порядок величин. Вопрос о степенных поправках пока остается открытым.

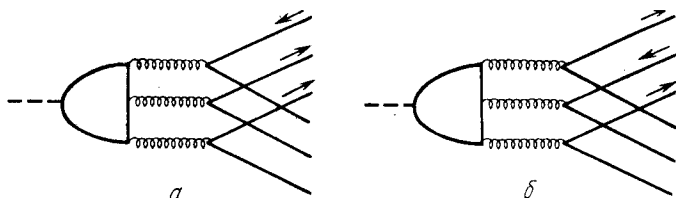


Рис. 14. Диаграммы распада кваркония на барион и антибарион

Рассмотрен также распад векторного кваркония $\psi_q \rightarrow B\bar{B}$ [50, 101] (рис. 14). По сохранению спиральности барионы имеют спиральность $+1/2$ и $-1/2$, и угловое распределение является продольным (как и для $\gamma^* \rightarrow B\bar{B}$). Матричный элемент M (для $\psi_q^\dagger \rightarrow B^\dagger \bar{B}^\dagger$, когда угол между поляризацией ψ и импульсом B $\theta = 0$) и относительная вероятность распада B равны:

$$M = -\frac{(N+1)(N+2)}{N^2} \frac{4}{m^3} (4\pi\alpha_s)^3 \psi_0 A, \quad B = \frac{2^{13} \cdot 3\pi^5}{\pi^2 - 9} \frac{1}{N^3} \frac{(N+1)(N+2)}{(N-1)(N-2)} \frac{\alpha_s^3 A^2}{m^2}, \quad (27)$$

$$A = \int \frac{(x_1 y_2 + x_2 y_1)}{[x_1(1-y_1) + y_1(1-x_1)][x_2(1-y_2) + y_2(1-x_2)]} \times \frac{f_B^{q_1^\dagger q_2^\dagger q_3^\dagger}(x) f_{\bar{B}}^{\bar{q}_1^\dagger \bar{q}_2^\dagger \bar{q}_3^\dagger}(y)}{x_1 x_2 x_3 y_1 y_2 y_3} [dx] [dy].$$

Недавно был рассмотрен также процесс $\gamma\gamma \rightarrow B\bar{B}$ [103].

4. РОЖДЕНИЕ МНОГОАДРОННЫХ СИСТЕМ

Рождение адронных кластеров. Если в жесткой стадии процесса с характерной передачей импульса Q рождается адронная подсистема с массой $m \ll Q$, в физических калибровках главный степенной вклад дает механизм ее рождения из минимального числа партонов, и амплитуда процесса определяется волновой функцией этой подсистемы.

Это минимальное число партонов может быть равно 1, в таком случае процесс представляет собой фрагментацию партона в адронную систему (см. разд. 5). Здесь мы рассмотрим рождение многоадронных систем с такими квантовыми числами, которые могут быть у кварк-антикварковой или глюонной пары. Рождение такой системы описывается аналогично рождению мезона, только вместо волновой функции f_M дискретного уровня-мезона надо подставить волновую функцию непрерывного спектра f_s , описывающую эту систему. Вообще говоря, волновые функции многоадронных систем не известны.

Конкретные результаты удается получить, если инвариантная масса рассматриваемой системы $m \gg \mu$, и мы суммируем сечение по

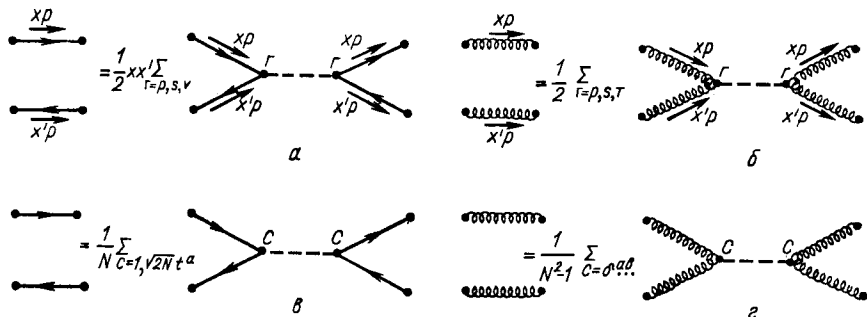


Рис. 15. Спиновые и цветовые соотношения полноты

всем многоадронным системам с данной инвариантной массой [104]. Такую многоадронную систему мы будем называть кластером (и обозначать C). Кластер, как и отдельный мезон, должен быть достаточно хорошо изолирован в фазовом пространстве, тогда он определенно происходит из бесцветной пары партонов. При этом во всех оценках сечений место f_M^2 займет Δm^2 . При достаточно больших m^2 кластер расщепляется на две струи.

Если известен полный набор сечений образования мезонов со всеми спиновыми структурами волновых функций, то соответствующее сечение образования кластера может быть легко получено из них с помощью соотношений полноты. Действительно, в жесткой амплитуде партоны, образующие кластер, можно по-прежнему считать коллинеарными, так как $m^2 \ll Q^2$. Поэтому при переходе от диаграммы рождения мезона к диаграмме рождению кластера импульсы не меняются, так что задача сводится к учету изменений, связанных со спином, цветом и фазовым объемом.

Суммирование по спинам партонов в кластере удобно проводить с помощью спиновых соотношений полноты. Для кварков и глюонов они изображены соответственно на рис. 15, а и б. Партоны в кластере примерно коллинеарны и несут доли импульса кластера, равные x и $x' = 1 - x$. Цветовые соотношения полноты для кварков глюонов изображены на рис. 15, в, г.

Интеграл по фазовому объему кластера удобно записывать при помощи общего тождества для фазовых объемов

$$d\Phi_{A \rightarrow BCD} = \frac{dm_{BC}}{2\pi} d\Phi_{A \rightarrow (BC)D} d\Phi_{(BC) \rightarrow BC},$$

где A, B, C, D — любые совокупности частиц; (BC) — объединение совокупностей B и C , рассматриваемое как одна частица массы m_{BC} .

Сечение рождения адронной системы s выражается через ее волновые функции:

$$\begin{aligned} d\sigma(s + X) &= \frac{1}{4J} \Sigma \int dx_1 dx_2 \text{Sp} \left[M_H^{p_1 p'_1}(x_1) \frac{\Gamma}{4N} \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\overline{M_H^{p_2 p'_2}(x_2) \frac{\Gamma}{4N}} \right] f_s^{p_1 p'_1}(x_1) f_s^{* p_2 p'_2}(x_2) d\Phi_{sX}, \end{aligned} \quad (28)$$

где $M_H^{pp'}$ — жесткая амплитуда, суммирование ведется по сортам партонов и спиновым структурам, а J — инвариантный поток начальных частиц. В силу предположения партон-адронной дуальности сумма сечений рождения любых адронных систем с заданной инвариантной массой равна сечению рождения партонов. Используя все выведенные тождества, мы легко можем написать сечение рождения бесцветной $q\bar{q}$ -пары:

$$\begin{aligned} d\sigma(C^{q\bar{q}} + X) &= \frac{1}{4J} \text{Sp} [M_H^{q\bar{q}'} \rho(x'p) \overline{M_H^{q\bar{q}'}} \rho(xp)]_s d\Phi_{q\bar{q}'X} = \\ &= \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{16N}{4J} \sum_{\Gamma} \int dx \frac{1}{2} xx' \text{Sp} \left[M_H^{q\bar{q}'}(x) \frac{\Gamma}{4N} \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\overline{M_H^{q\bar{q}'}(x) \frac{\Gamma}{4N}} \right] d\Phi_{Cx}, \end{aligned} \quad (29)$$

где $\rho(xp)$, $\rho(x'p)$ — матрицы плотности, индекс s означает, что берется бесцветное состояние пары партонов. Аналогично сечение рождения бесцветной gg -пары

$$\begin{aligned} d\sigma(C^{gg} + X) &= \frac{1}{4J} \frac{1}{2} \text{Sp} [(M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \rho(x'p) \overline{(M_H^{gg} + M_H^{gg'})} \rho(xp)]_s d\Phi_{ggX} = \\ &= \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{8N}{C_F} \sum_{\Gamma} \int dx \frac{1}{2} \frac{1}{4J} \frac{1}{2} \text{Sp} \left[(M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \frac{\Gamma}{4N} \right] \times \\ &\times \text{Sp} \left[\overline{(M_H^{gg} + M_H^{gg'}) \frac{\Gamma}{4N}} \right] d\Phi_{Cx}, \end{aligned} \quad (30)$$

где $M_H^{gg'}$ есть матричный элемент M_H^{gg} с переставленными глюонами. Сравнивая (28) с (29), (30), мы видим, что свойство партон-адронной

дуальности записывается в виде соотношений полноты для кварковых и глюонных волновых функций (рис. 16) [104]:

$$\sum_s f_s^{q_1 \bar{q}'_1}(x_1) f_s^{*q_2 \bar{q}'_2}(x_2) = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} 16N \int dx \times$$

$$\times \frac{1}{2} xx' \delta(x-x_1) \delta(x-x_2) \delta^{q_1 q_2} \delta^{\bar{q}'_1 \bar{q}'_2}; \quad (31)$$

$$\sum_s f_s^{gg}(x_1) f_s^{*gg}(x_2) = \frac{dm^2}{(4\pi)^2} \frac{8N}{C_F} \int dx \frac{1}{2} \times$$

$$\times \frac{1}{2} [\delta(x-x_1) + P\delta(x-x'_1)] [\delta(x-x_2) + P\delta(x-x'_2)]. \quad (32)$$

Эти соотношения выполняются для каждой спиновой структуры отдельно. Они играют роль матрицы плотности кластера. Сумма по s

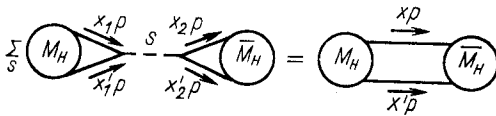
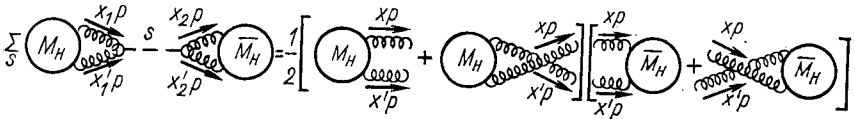


Рис. 16. Соотношения полноты для волновых функций многоадронных систем



берется при $m^2 \leq m_s^2 \leq m^2 + dm^2$. В глюонном случае $P = \pm 1$ есть четность рассматриваемой структуры Γ при перестановке тензорных индексов: $P_S = P_T = 1, P_P = -1$.

Рассматриваемый подход неприменим при $x \ll \mu^2/Q^2$ или $x' \ll \mu^2/Q^2$. Задача состоит в том, чтобы найти экспериментально осуществимый способ отбора событий, который бы ограничил область интегрирования по x . Соответственно положим $a/(1+a) \leq x \leq 1/(1+a)$, где $0 < a < 1$. Одно из возможных решений состоит в том, чтобы потребовать, чтобы все частицы кластера летели в конус с углом $\pi - \theta$. Это требование приводит к обрезанию при $a = z' \text{tg}^2 \theta / 2$, где $z' = m^2/Q^2$. Другое решение [105], которое представляется более трудоемким, требует нахождения поперечного импульса k_\perp струй, из которых состоит кластер, и отбора событий с $k_\perp > k_0$. Это эквивалентно требованию $\alpha > \alpha_0$, где $k_0 = \frac{m}{2} \sin \alpha_0$,

и приводит к $a = \text{tg}^2 \frac{\alpha_0}{2}$. В любом случае, чтобы эффекты удержания не влияли существенно на обрезание, должно быть $a \gg \mu^2/Q^2$. Заметим, что ширина кластера по шкале быстрот $\Delta y \approx \ln \frac{1}{a}$ ограничена,

и он отделен большой щелью от мягких частиц, имеющих $y_0 \sim \sim \ln \frac{Q^2}{\mu^2}$. Способы обрезания изображены на рис. 17 (событие 1 принимается, 2 — отбрасывается).

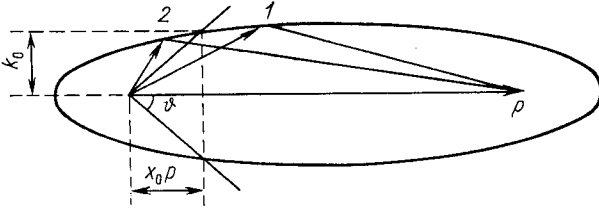


Рис. 17. Критерии отбора событий с кластером

В качестве простейшего примера рассмотрим распад векторного кваркония $\psi_q \rightarrow \gamma M$. Его вероятность дается формулой (15). Применяя к ней соотношение полноты (31), получаем

$$\frac{d}{dz'} B_\gamma(\psi_q \rightarrow \gamma C) = \frac{2}{\pi^2 - 9} \frac{1-a}{1+a}.$$

Процесс $e^+e^- \rightarrow \gamma^* \rightarrow \gamma M$ описывается формулой (16). Применяя к ней соотношение полноты (31), получаем

$$\frac{dR(\gamma C)}{dz'} = \frac{\alpha}{\pi} N \sum_q Q_q^4 \left(\ln \frac{1}{a} - \frac{1-a}{1+a} \right).$$

Результаты для более общего случая $\gamma^* \gamma^* \rightarrow C$, в том числе с учетом эволюции, приведены в [104].

Процессы типа $\gamma^* \rightarrow MC$ можно получить из формфакторов $\gamma^* \rightarrow \rightarrow M_1 M_2$ (см. разд. 2). Для мезона типа S или P , не являющегося абсолютно нейтральным,

$$\frac{dR(MC)}{dz'} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \left[(I^2 + \bar{I}^2) \ln \frac{1}{a} - (I - \bar{I})^2 \frac{1-a}{1+a} \right], \quad (33)$$

где $I = Q_q I_M^q$, $\bar{I} \equiv Q_q^- I_M^q$. Другие случаи рассмотрены в [104].

Процесс $\gamma^* \rightarrow CC$ может быть получен применением соотношений полноты к обеим волновым функциям в формфакторе. Сечение рождения кластеров с любыми зарядами равно [104]

$$\begin{aligned} \frac{d^2 R}{dz'_1 dz'_2} = & C_F^2 \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left[n_f \left(\sum_q Q_q^2 \right) \left(\ln \frac{1}{a} - \frac{1-a}{1+a} \right)^2 - \left(\sum_q Q_q \right)^2 \left(\frac{1-a}{1+a} \right)^2 \right] + \\ & + C_F \frac{\alpha_s^2}{\pi^2} \left(\sum_q Q_q^2 \right) \frac{1-a}{1+a} \ln \frac{1}{a}. \end{aligned} \quad (34)$$

Этот процесс ранее рассматривался в [105], где, однако, была допущена ошибка в учете тождественности.

Волновые функции эксклюзивных систем. Волновая функция многоадронной системы с массой m , такой, что $Q \gg m \gg \mu$, может быть вычислена через волновые функции входящих в нее адронов в том случае, когда все эти адроны достаточно хорошо изолированы друг от друга [106]. При этом на «совсем малых» расстояниях порядка $1/Q$ рождается пара партонов, затем на «умеренно малых» расстояниях порядка $1/m$ формируется адронная система. Если, например, она содержит n мезонов, в сечение войдет множитель порядка $\frac{\Delta m^2}{Q^2} \left(\frac{f_M}{m^2}\right)^n$.

В качестве простейшего примера рассмотрим систему фотон-мезон. Пусть импульс мезона будет k_1 , фотона — k_2 , $k_1^2 = 0$, $k_2^2 = 0$, $k = k_1 + k_2$, $k^2 = m^2$. В жесткой части диаграммы можно приближенно полагать $k^2 \approx 0$, $k_1 \approx yk$, $k_2 = y'k$, $y' = 1 - y$, где y — доля импульса пары, несомая мезоном. Она связана с его углом вылета α в с.ц.м. пары соотношением $y = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$. Пусть p — второй характерный импульс жесткого процесса, такой, что $p^2 = 0$, $q = p + k$, $q^2 = Q^2$. Рассмотрение ведется в аксиальной калибровке $pA = 0$.

Процесс изображается диаграммами рис. 18, а. Индекс $\parallel (\perp)$ у фотона и мезона типа V будет означать поперечно-четную (поперечно-нечетную) поляризацию, т. е. поляризацию в плоскости k_1 , k_2 (перпендикулярно ей). Вычисление диаграмм дает для пары из γ_{\parallel} и мезона типа $S, P, V_{\parallel}, V_{\perp}$ волновую функцию типа $S, P, V_{\parallel}, V_{\perp}$ соответственно, равную

$$f_{M_V, y}^{q_1 \bar{q}_2}(x) = \frac{e}{m} \sqrt{yy'} \left[Q_{q_1} \left(\frac{2}{y'} + \frac{1}{y-x'} \right) \vartheta(y-x') f_M^{q_1 \bar{q}_2} \left(1 - \frac{x'}{y} \right) + Q_{q_2} (2/y' + 1/(y-x)) \vartheta(y-x) f_M^{q_1 \bar{q}_2} (x/y) \right], \quad (35)$$

и для пары из γ_{\perp} и мезона типа $S, P, V_{\parallel}, V_{\perp}$ волновую функцию типа $P, S, V_{\perp}, V_{\parallel}$ соответственно, равную

$$f_{M_V, y}^{q_1 \bar{q}_2} = \frac{e}{m} \sqrt{yy'} \left[Q_{q_1} \frac{\vartheta(y-x')}{y-x'} f_M^{q_1 \bar{q}_2} \left(1 - \frac{x'}{y} \right) \mp Q_{q_2} \frac{\vartheta(y-x)}{y-x} f_M^{q_1 \bar{q}_2} \left(\frac{x}{y} \right) \right], \quad (36)$$

где верхний знак относится к мезонам типов S, P , а нижний — типа V . Подставляя эти волновые функции в формулы для процессов рождения мезонов, можно получить формулы для процессов рождения мезонов, сопровождаемого излучением фотона.

Аналогичным образом можно вычислить волновую функцию мезонной пары [106]. Ограничимся здесь парами несинглетных мезонов типов SS или PP , другие случаи рассмотрены в [9]. Чтобы пара могла рождаться рассматриваемым образом, валентный анти-

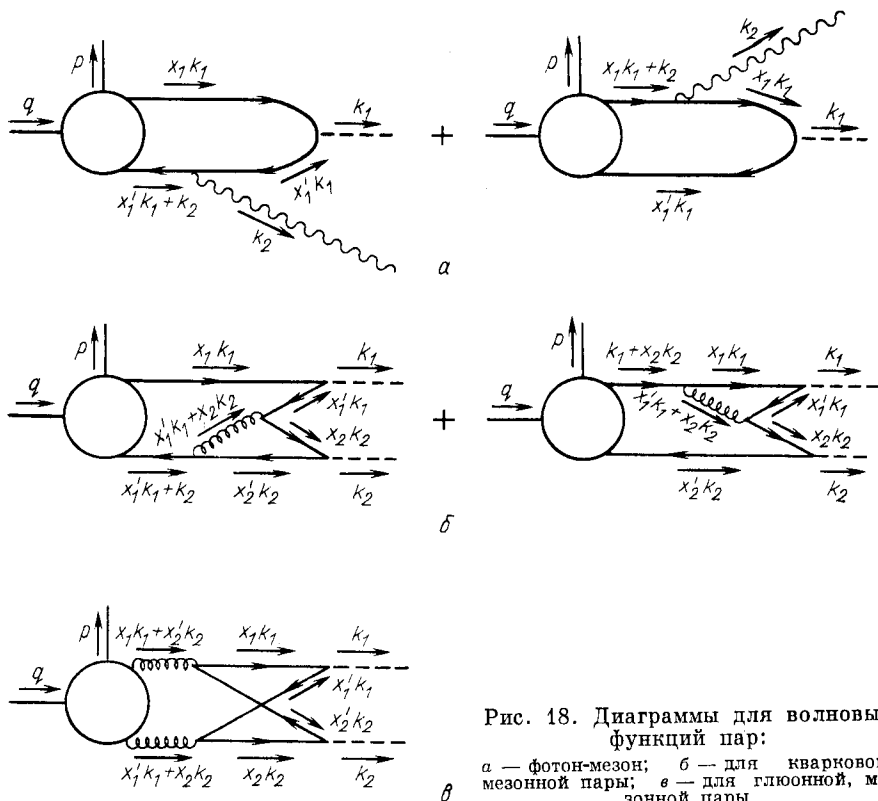


Рис. 18. Диаграммы для волновых функций пар:

a — фотон-мезон; б — для кварковой, мезонной пары; в — для глюонной, мезонной пары

кварк одного из мезонов должен быть того же сорта, что и кварк другого. Тогда пара имеет кварковую волновую функцию типа S , равную (рис. 18, б)

$$f_{M_1 M_2, y}^{q_1 \bar{q}_2}(x) = 2 \frac{C_F}{N} \frac{\pi \alpha_s}{m^2} \int \left[\frac{y}{x_1' x_2} \left(1 + \frac{y'}{y x_1' + y' x_2} \right) \delta(x - y x_1) - \frac{y'}{x_1' x_2} \left(1 + \frac{y}{y x_1' + y' x_2} \right) \delta(x' - y' x_2') \right] f_{M_1}^{q_1 \bar{q}_2}(x_1) f_{M_2}^{q_2 \bar{q}_2}(x_2) dx_1 dx_2. \quad (37)$$

Если и вторая кварк-антикварковая пара однооро сорта, у пары есть также глюонная волновая функция типа S , равная (рис. 18, в) [98]

$$f_{M_1 M_2, y}^{gg}(x) = \frac{1}{4N} \frac{\pi \alpha_s}{m^2} \int \left[\frac{1}{x_1 x_1' x_2 x_2'} - \frac{y y'}{x x'} \left(\frac{1}{x_1 x_2} + \frac{1}{x_1' x_2'} \right) \right] \times \delta(x - y x_1 - y' x_2') f_{M_1}^{q_1 \bar{q}_2}(x_1) dx_1 f_{M_2}^{q_2 \bar{q}_2}(x_2) dx_2. \quad (38)$$

Волновые функции (37), (38) относятся к паре с определенным углом вылета α (или долей импульса y). Чтобы получить волновые функции

пары с определенным орбитальным моментом l , эти формулы надо проинтегрировать с фактором $\sqrt{\frac{\pi}{4}} (2l + 1) P_l(2y - 1) dy$.

Теперь для нахождения сечений рождения мезонных пар в различных процессах достаточно в известных формулах для сечений рождения мезонов заменить их волновые функции волновыми функциями мезонных пар. Например, амплитуда процесса $e^+e^- \rightarrow \gamma M_1 M_2$ при большой энергии, если мезоны летят примерно в одну сторону, может быть получена из формфактора фотон-мезон с использованием волновой функции мезонной пары; если же фотон и один из мезонов летят примерно в одну сторону, она может быть получена из формфактора мезон-мезон с использованием волновой функции пары фотон-мезон.

В работе [106] была предпринята попытка получить оценку волновых функций мезонных резонансов в предположении, что области доминантности резонанса и применимости асимптотических волновых функций мезонных пар перекрываются. К сожалению, это предположение вряд ли выполняется. Поэтому, с одной стороны, следует получить преасимптотические поправки, а с другой — учесть высшие состояния в дисперсионном представлении.

5. РОЖДЕНИЕ ИЗОЛИРОВАННОГО МЕЗОНА И СТРУЙ

Критерий изолированности. Как уже говорилось в разд. 2, процессы с одним мезоном лучше всего подходят для исследования при больших Q^2 . Однако в процессах типа $1 \rightarrow 2$ нет свободных кинематических переменных, и все, что можно получить из эксперимента, — это одно число, являющееся некоторым интегралом от волновой функции мезона. Значительно более информативными являются процессы типа $1 \rightarrow 3$, которые позволяют определить из эксперимента функцию от параметра — энергии мезона. Знание же интеграла от волновой функции, зависящего от параметра, позволяет, в принципе, полностью восстановить волновую функцию мезона, решив соответствующее интегральное уравнение.

Поэтому особенно интересным представляется процесс рождения изолированного мезона и двух струй, предложенный в [107] (см. также [52]). А именно, предлагается отбирать события (в e^+e^- -аннигиляции, распадах кваркония и т. д.), в которых угол между направлением движения мезона и струй превышает ϑ .

Рассматривается распад покоящейся частицы с импульсом q , $q^2 = Q^2$ (например, виртуального фотона) на три безмассовые частицы: мезон с импульсом p и два партона с импульсами k_{\pm} . Энергию мезона $\frac{1}{Q} q p$, отнесенную к максимально возможной $Q/2$, обозначим

$z: q p = Q^2 \frac{z}{2}$, переменная z может меняться от 0 до 1. Инвариантная масса системы двух партонов $(k_+ + k_-)^2 = 2k_+ k_- = Q^2 (1 - z)$.

Определим вторую независимую переменную ω как $p \cdot k_{\pm} = Q^2 \frac{z}{4} (1 \pm \omega)$. Она может меняться от -1 до $+1$, $\omega = -1$ соответствует конфигурации $p \parallel k_+$, а $\omega = +1 - p \parallel k_-$. Углы ϑ_{\pm} между направлением движения мезона и партонов равны

$$\cos \vartheta_{\pm} = \frac{q \cdot pq \cdot k_{\pm} - Q^2 p \cdot k_{\pm}}{q \cdot pq \cdot k_{\pm}}$$

Мы хотим отбирать события, в которых конус с углом ϑ вокруг направления движения мезона является пустым, поэтому должны потребовать, чтобы $\vartheta_+ > \vartheta$, $\vartheta_- > \vartheta$. Это ограничивает область изменения ω отрезком $-\omega_0, \omega_0$, где удобно представить ω_0 в форме $\omega_0 = (1 - a)/(1 + a)$, причем

$$a = (1 - z) \operatorname{tg}^2 \frac{\vartheta}{2}.$$

Процесс кинематически возможен только при $a \leq 1$.

Мы намерены, таким образом, оставить событие рис. 19, а и забраковать событие рис. 19, б. Критерий отбора событий удобно сформу-

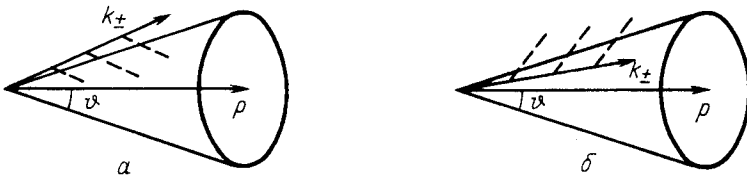


Рис. 19. Варианты расположения струй:
а — вне конуса; б — внутри конуса

лировать в терминах потока энергии в конус. Струи выглядят нормальным образом в системе своего центра масс, поэтому наиболее естественно использовать поток энергии в этой системе. На уровне партонов поток энергии всех частиц, кроме выбранного мезона, в конус равен 0 (рис. 19, а) либо $\frac{Q}{2} \sqrt{1 - z}$ (рис. 19, б). В действительности при переходе партонов в адронные струи будет происходить утечка энергии в конус (рис. 19, а) и из конуса (рис. 19, б) (на рис. 19 это изображено в виде пунктирных линий). Чтобы избежать систематического перебора или недобора событий, сформулируем критерий отбора событий следующим образом.

Считается, что событие содержит изолированный мезон с долей энергии z в конусе с углом ϑ , если:

- 1) имеется мезон с долей энергии z ;
- 2) поток энергии других частиц (включая фотоны от распадов π^0 и т. д.) в конусе с углом ϑ вокруг направления движения мезона

(имеющих доли энергии z_i и углы с этим направлением ϑ_i) не превышает половины потока энергии струи:

$$\sum_{\vartheta_i < \vartheta} z_i \left(1 - z \sin^2 \frac{\vartheta_i}{2} \right) \leq \frac{1-z}{2}. \quad (39)$$

С учетом эффективности регистрации частиц детектором правую часть уравнения (39) следовало бы умножить на среднюю долю потока энергии, регистрируемую в данных условиях.

Рассмотрим теперь, при каких значениях параметров z , ϑ (или z , a) действительно применим анализ процесса в рамках теории возмущений в КХД. Во-первых, чтобы переход пары партонов с инвариантной массой $Q^2(1-z)$ в адроны не менял сечения процесса, мы должны потребовать, чтобы $1-z \gg \mu^2/Q^2$. Поэтому, если положить

$$1-z \geq Q_1^2/Q^2, \quad (40)$$

то ситуация будет во всяком случае не хуже, чем при вычислении полного сечения при энергии Q_i . Погрешности, вносимые процессом образования адронов в отбор событий, составляют $\left(\frac{2\mu}{Q \sqrt{1-z}} \right)^2 \ll \ll \left(\frac{2\mu}{Q_i} \right)^2$. Чтобы найти второе условие применимости, рассмотрим возможные топологии диаграмм рождения изолированного мезона

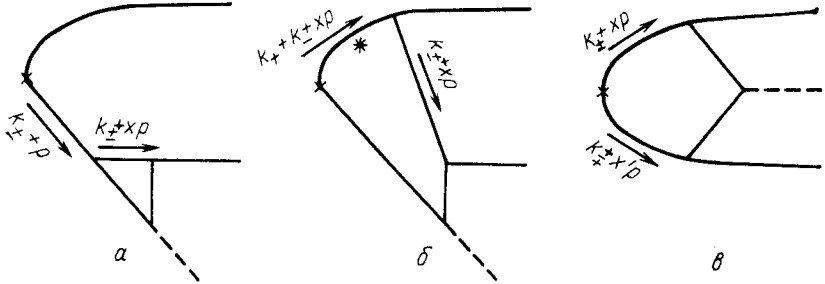


Рис. 20. Топологии диаграмм рождения изолированного мезона

и двух струй (рис. 20). На этом рисунке любые партонны изображены сплошными линиями, а крестиком обозначен источник пары партоннов. Виртуальность пропагатора, помеченного звездочкой на рис. 20, б, равная $Q^2(1-z+zx)$, велика в силу условия (40). Виртуальности других пропагаторов равны или $Q^2 \frac{z}{2}(1 \pm \omega)$, или этому выражению, умноженному на x или x' . Значит, мы должны потребовать, чтобы $\frac{z}{2}(1-\omega_0) \equiv \frac{za}{1+a} \gg \mu^2/Q^2$. Поэтому, если положить

$$\frac{za}{1+a} \geq \frac{Q_e^2}{Q^2}, \quad (41)$$

то ситуация будет во всяком случае не хуже, чем при вычислении формфактора фотон-мезон при передаче импульса Q_e (и лучше, чем при вычислении формфактора мезон-мезон, где могут присутствовать два множителя x или x'). Поскольку $a \leq 1$, во всяком случае должно быть $z \geq 2Q_e^2/Q^2$. Значит, процесс вообще возможен только при $Q^2 \geq Q_0^2 \equiv Q_i^2 + 2Q_e^2$.

Таким образом, если мы зафиксируем границы области применимости Q_i и Q_e , или $z_i \equiv Q_i^2/Q^2$ и $z_e \equiv 2Q_e^2/Q^2$, и захотим при этом набрать наибольшее число полезных событий, мы должны будем менять ϑ при изменении z так, чтобы неравенство (41) превратилось в равенство. Поэтому при оптимальном способе обработки событий необходимо искать мезоны, такие, что 1) их доля энергии z лежит в интервале от z_e до $1 - z_i$ и 2) они удовлетворяют условию изолированности при

$$a = z_e/(2z - z_e).$$

В соответствии с этим уравнением ϑ убывает от $2\text{arctg} \frac{1}{\sqrt{1-2Q_e^2/Q^2}}$ при $z = z_e$ до минимального значения $2\text{arctg} \frac{2Q_e}{Q} \frac{1}{(1-Q_e^2/Q^2)}$ при $z = \frac{1}{2}(1 + Q_e^2/Q^2)$ и опять возрастает до $2\text{arctg} \frac{Q_e}{Q_i} \frac{1}{\sqrt{1-(Q_e^2+Q_i^2)/Q^2}}$ при $z = 1 - z_i$.

Изолированный мезон вблизи струи. Когда угол между направлением движения мезона и одной из струй относительно мал ($\mu/Q \ll \ll \vartheta \ll 1$), результаты являются универсальными — не зависят от конкретного процесса и относятся к структуре произвольной струи. В аксиальной калибровке интерференция излучения от разных струй отсутствует. При $z \gg \mu^2/Q^2$ и $1 - z \gg \mu^2/Q^2$ масса системы партон-мезон $m \sim Q\vartheta$ велика (а с ней и характерная виртуальность в диаграммах рис. 21, ее следует использовать в качестве точки нормировки волновой функции и α_s). Процесс определяется однопартонной волновой функцией системы партон-мезон (ср. разд. 4). По размерности функция фрагментации партона в изолированный мезон $w \sim \sim \alpha_s^2 f_M^2/Q^2\vartheta^2$.

Вычисление диаграммы рис. 21, a дает функцию фрагментации кварка [107]

$$w_q^M(z, \vartheta) = \frac{C_F^2}{N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2\vartheta^2} \frac{(F_M^q)^2}{z},$$

где для несинглетных мезонов типов S, P

$$F_M^q(z) = \int_0^1 \frac{(1+z-zx)f_M^q(x)dx}{(1-x)(1-zx)} \quad (42)$$

[заметим, что $F_M^q(0) = I_M^q$], а для мезонов типа V

$$F_M^q(z) = z \int_0^1 \frac{f_M^q(x) dx}{(1-x)(1-zx)}. \quad (43)$$

Таким образом, из эксперимента можно найти функцию $F(z)$ и, решив интегральное уравнение (42) или (43), восстановить волновую

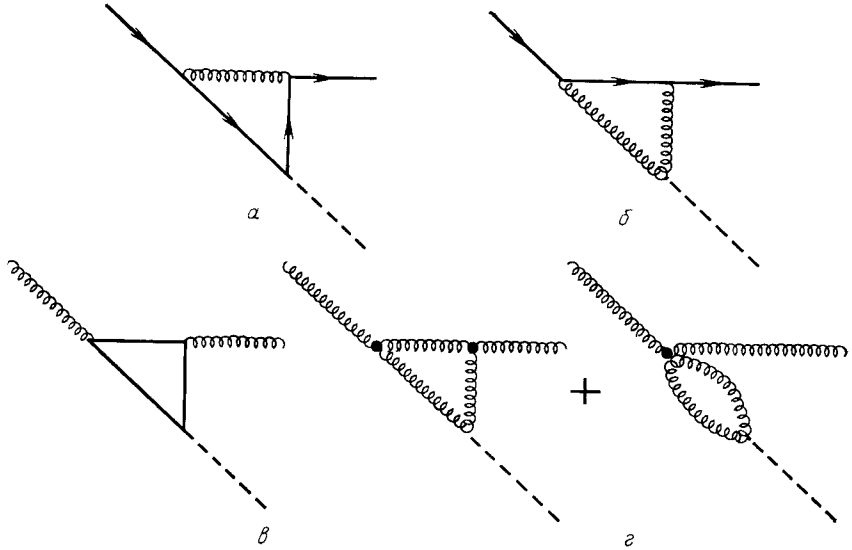


Рис. 21. Диаграммы фрагментации партон в изолированный мезон

функцию (это сводится к известной проблеме Хаусдорфа). Для функции фрагментации глюона в изолированный мезон типа S_+ или P_+ через кварковую волновую функцию, вычислив диаграмму рис. 21, в, можно получить [107]

$$w_g^M(z, \vartheta) = \frac{1}{N^2} \frac{\alpha_s^2}{Q^2 \vartheta^2} \left(\sum_q I_M^q \right)^2 \left(\frac{z}{1-z} + \frac{1-z}{z} \right).$$

Другие случаи рассмотрены в [9, 52].

Когда система партон-мезон не имеет однопартонной волновой функции по квантовым числам или такое однопартонное состояние не рождается в жесткой стадии (например, мезон вблизи глюонной струи в e^+e^- -аннигиляции), существенной становится двухпартонная волновая функция. Сечение ведет себя как $d\sigma \sim \frac{f_M^2}{Q^2} \frac{d\vartheta^2}{\vartheta^2}$, $\sigma \sim \frac{f_M^2}{Q^2} \ln \frac{1}{\vartheta^2}$, и его можно получить из результатов разд. 4 (заменяв фотон глюоном).

Аналогичный предельный случай для электророждения изолированного бариона ($eq \rightarrow eBq\bar{q}$) рассмотрен в [108]. Этот процесс, в принципе, позволяет получить детальную информацию о волновых функциях барионов.

В другом предельном случае, $\mu^2/Q^2 \ll 1 - z \ll 1$, $a \sim 1$, две струи сливаются в кластер. Рождение мезона и кластера в любом процессе легко рассчитывается исходя из рождения двух мезонов, как это описано в разд. 4. Для e^+e^- -аннигиляции результаты приведены в этом разделе и в работе [104].

Заметим, что, применяя соотношения полноты для волновых функций к результатам следующего раздела, можно получить сече-

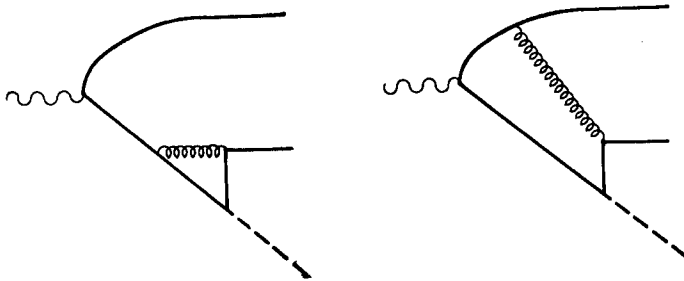


Рис. 22. Диаграммы рождения изолированного мезона в e^+e^- -аннигиляции.

ния e^+e^- -аннигиляции в изолированный кластер и две струи. Эти сечения не содержат волновых функций и однозначно вычисляются в теории возмущений КХД. При $z \rightarrow 1$ они переходят в сечения e^+e^- -аннигиляции в два кластера (см. разд. 4 и [104]).

e^+e^- -Аннигиляция в изолированный мезон и две струи. Вычисление сечений этого процесса для всех возможных квантовых чисел мезона подробно описано в [52]. Приведем лишь результаты для несинглетных мезонов типов S и P (рис. 22)

$$\frac{dR_{\parallel}}{dz} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1}{z} \left[(I^2 + \bar{I}^2) \ln \frac{1}{a} - (I - \bar{I})^2 \frac{1-a}{1+a} \right];$$

$$\frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{4N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} \left[(F^2 + \bar{F}^2) \frac{1-a^2}{2a} - (F^2 + \bar{F}^2 - F\bar{I} - \bar{F}I) \ln \frac{1}{a} + \frac{(F - \bar{I})^2 + (\bar{F} - I)^2}{2} \left(\frac{1-a}{1+a} \right) \right]$$

и для мезонов типа V (сумма по спиральностям ± 1)

$$\frac{dR_{\parallel}}{dz} = 0, \quad \frac{dR_{\perp}}{dz} = \frac{C_F^2}{2N} \frac{\alpha_s^2}{Q^2} \frac{1-z}{z} (F^2 + \bar{F}^2) \frac{1-a^2}{2a}.$$

Здесь $I = Q_q I_M^q$, $\bar{I} = Q_q \bar{I}_M^q$, $F = Q_q F_M^q$, $\bar{F} = Q_q \bar{F}_M^q$. Если электрон и позитрон полностью поперечно-поляризованы, то виртуальный фотон поляризован по биссектрисе между их векторами поляризации и $\frac{dR}{d \cos \alpha} = \frac{3}{2} (R_{\parallel} \cos^2 \alpha + R_{\perp} \sin^2 \alpha)$, где α — угол между направлением движения мезона и вектором поляризации фотона; для неполяризованных пучков $\frac{dR}{d \cos \beta} = \frac{3}{2} (R_{\perp} \cos^2 \beta + \frac{R_{\parallel} + R_{\perp}}{2} \sin^2 \beta)$, где β — угол между направлением движения мезона и осью e^+e^- -пучков (см., например, [6]). Заметим, что для мезона типа P (в предположении, что его волновая функция асимптотическая) сечение вычислялось также в работе [109]; оно, однако, не согласуется с простыми предельными случаями, описанными в предыдущем разделе.

Для π^{\pm} -мезонов выведенные формулы приобретают вид

$$\begin{aligned} \frac{dR_{\parallel}}{dz} &= \frac{20}{243} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^2}{Q_e^2} \frac{z_e}{z} \tilde{I}^2 \left[\ln \frac{1}{a} - \frac{1}{5} \frac{1-a}{1+a} \right], \\ \frac{dR_{\perp}}{dz} &= \frac{10}{243} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^2}{Q_e^2} \frac{z_e}{z} (1-z) \left[\tilde{F}^2 \frac{1-a^2}{2a} - \tilde{F} \left(\tilde{F} - \frac{4}{5} \tilde{I} \right) \ln \frac{1}{a} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left(\tilde{F}^2 + \tilde{I}^2 - \frac{8}{5} \tilde{F} \tilde{I} \right) \frac{1-a}{1+a} \right], \end{aligned}$$

где $F_{\pi^+}^u = f_{\pi} \tilde{F}$, $I_{\pi^+}^u = f_{\pi} \tilde{I}$, $f_{\pi^+}^u(x) = f_{\pi} \tilde{f}(x)$. При заданных Q_e , Q_i вклад в R рассматриваемых событий растет от 0 при $Q^2 = Q_0^2$ и выходит на константу, равную

$$\frac{dR_{\infty}}{dz} = \frac{20}{243} \frac{\alpha_s^2 f_{\pi}^2}{Q_e^2} (1-z) \tilde{F}^2(z). \quad (44)$$

Ряд количественных результатов приведен на рис. 23, 24. Качественная тенденция очевидна уже из определения (42) — чем шире волновая функция, тем больше сечение и жестче спектр изолированных мезонов. Поэтому даже грубое измерение сечения, для которого достаточно иметь несколько событий, может дать очень ценную информацию о волновой функции π -мезона.

Сечение рассматриваемого процесса зависит от выбора Q_i , Q_e , который должен производиться из условия малости поправок (степенных, радиационных). Как уже говорилось в разд. 2, для процессов с одним мезоном область применимости начинается при меньших Q^2 , чем для процессов с двумя мезонами, так как минимальная виртуальность пропагатора в одномезонных процессах порядка $Q^2 x_0$, а в двухмезонных — порядка $Q^2 x_0^2$, где для волновой функции π -мезона (4) $x_0 \sim 0,15$ [45]. Поэтому выберем $Q_i = Q_e = 2$ ГэВ [минимальная виртуальность при этом будет порядка $(800 \text{ МэВ})^2$, т. е. больше, чем $(500 \text{ МэВ})^2$ в эксклюзивных распадах чармония]. Тогда вклад в R

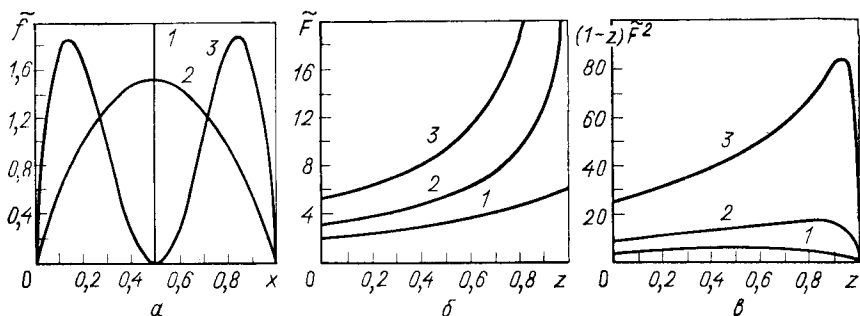


Рис. 23. Зависимость сечения рождения изолированных мезонов от формы волновой функции:

а — функции $\tilde{f}(x)$: 1 — $\tilde{f}(x) = \delta(x-1/2)$ (узкая волновая функция); 2 — $\tilde{f}(x) = 6x(1-x)$ (асимптотическая волновая функция); 3 — $\tilde{f}(x) = 120x(1-x)(x-1/2)^2$ [волновая функция (4)]; б — соответствующие функции $\tilde{F}(z)$; в — спектры изолированных мезонов при $Q \gg Q_0$ в соответствии с формулой (4.4)

изолированных π -мезонов возрастает от 0 при $Q = 3,5$ ГэВ до $R_\infty = 1,75 \cdot 10^{-3}$ при больших энергиях. Это значение получено для волновой функции (4). Начиная с $Q \simeq 7$ ГэВ, $R(Q)$ слабо зависит от энергии. Поэтому оптимальная область энергий для проведения эксперимента определяется из требования иметь наибольшее число адронных событий при энергии $Q \geq 7$ ГэВ.

Полученное сечение не очень мало, оно позволяет получить большое число событий при существующих и планируемых значениях светимости. Серьезной проблемой, однако, является фон. Важным его источником являются малочастичные распады тяжелых частиц (D -, B -мезоны и др.). События с такими частицами необходимо по возможности исключать. Вопрос о фоне требует дальнейшего исследования применительно к условиям конкретного эксперимента.

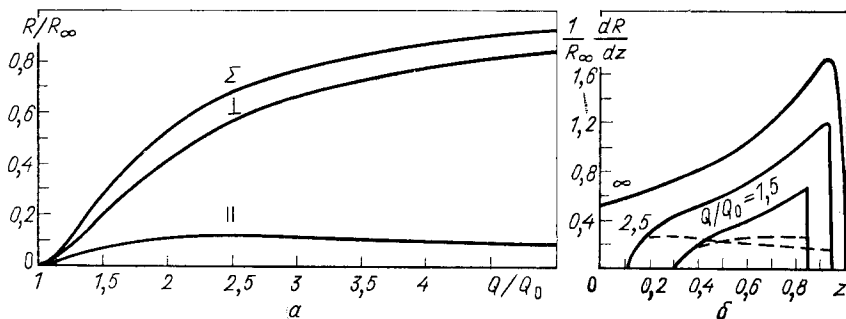


Рис. 24. Зависимости полных сечений $R(Q)/R_\infty$, $2R_\perp(Q)/R_\infty$ и $R_\parallel(Q)/R_\infty$ от Q/Q_0 , вычисленные для реалистической волновой функции π -мезона (4), в предположении $Q_i = Q_e$ (а) и соответствующие спектры при трех значениях Q/Q_0 (б)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Этот обзор посвящен жестким адронным процессам, в которых адроны рождаются или уничтожаются на малых расстояниях. В их число входят, в частности, эксклюзивные адронные процессы с большими передачами импульса. Исследование их важно как с точки зрения проверки КХД, так и для исследования структуры адронов.

Сложность изучения жестких адронных процессов обусловлена малостью их сечений, которые значительно меньше, чем для жестких партонных процессов. Так, для процесса с участием n мезонов на малых расстояниях $\sigma \sim \frac{1}{Q^2} \left(\frac{f^2}{Q^2}\right)^n$, где $f \sim \mu$ — масштаб волновых функций мезонов. Поэтому при больших Q^2 , где только и применим подход, основанный на использовании теории возмущений КХД, наибольшие сечения имеют процессы с одним мезоном. Они являются удобными для изучения и по другим причинам. Сейчас имеется много свидетельств, что волновые функции легких мезонов могут быть широкими. Это означает, что амплитуда процесса определяется областью относительно малых x . Минимальная виртуальность пропагаторов в n -мезонном процессе порядка $Q^2 x^n$. Значит, область применимости теоретического рассмотрения для одномезонных процессов начинается при меньших Q^2 .

Поэтому большой интерес представляют процессы $e^+e^- \rightarrow \gamma\pi^0$, η , η' (см. разд. 2). В случае π -мезона для волновой функции (4) характерные $x \sim 0,15$. В области энергий несколько ниже массы ψ -мезона $Q \simeq 3$ ГэВ характерная виртуальность кваркового пропагатора порядка 1,2 ГэВ, что позволяет надеяться на применимость теоретических формул. Сечение для этой волновой функции при $Q \sim 3$ ГэВ

$$R(\gamma\pi^0) \sim \frac{25\pi}{9} \alpha \left(\frac{f\pi}{Q}\right)^2 \sim 10^{-4}$$

не слишком мало. Основной источник фона — трехфотонная аннигиляция, сечение которой в рассматриваемой области (фотоны вылетают под большим углом порядка $\pi/2$ к оси пучков, один фотон с энергией, близкой к максимальной, летит в одну сторону, а два других с энергиями одного порядка — в другую) можно оценить как

$$R(\gamma\gamma\gamma) \sim \frac{\alpha}{\pi} \frac{\Delta m^2}{Q^2}, \quad \frac{R(\gamma\gamma\gamma)}{R(\gamma\pi^0)} \sim \frac{\Delta m^2}{(5f\pi)^2},$$

где Δm^2 — точность измерения квадрата инвариантной массы двух фотонов при $m^2 \simeq m_{\pi^0}^2$. Для этой величины имеем

$$\frac{\Delta m^2}{m^2} \sim 2 \left(\frac{\Delta\omega}{\omega} + \frac{\Delta\vartheta}{\vartheta} \right),$$

где $\omega \sim 0,5 \div 1$ ГэВ — энергия фотонов; $\vartheta \sim \frac{m\pi}{Q} \sim 3^\circ$ — угол между направлениями их движения, а $\Delta\omega$, $\Delta\vartheta$ — погрешность их измерения. Представляется возможным добиться, чтобы $\Delta m^2/m^2 \leq 1$,

тогда сечение фонового процесса оказывается более чем на порядок меньше эффекта. В этом эксперименте ($e^+e^- \rightarrow \gamma\pi^0$) может быть непосредственно измерена величина I_π (см. разд. 2), что дало бы важную информацию о волновой функции π -мезона.

Значение I можно определить также из сечения двухфотонного рождения мезона с одним сильно виртуальным фотоном (см. разд. 2). При той же величине передачи импульса $t \simeq - (3 \text{ ГэВ})^2$ и полной энергии $\sqrt{s} \sim 10 \text{ ГэВ}$ сечение $e^+e^- \rightarrow e^+e^-\pi^0$ с регистрацией электрона, вылетающего под большим углом, есть $dR/dl_0 \sim 5 \cdot 10^{-4}$, где $l_0 = = \ln \frac{s}{|t|}$. Фоновым процессом является двойной комптон-эффект эквивалентного фотона на электроне. Отношение сечения фонового процесса к сечению основного процесса параметрически такое же, как и выше.

Для распадов $\psi \rightarrow \gamma M$ (см. разд. 2), где имеется обширная экспериментальная информация, ситуация с областью применимости существенно более сложная. Для скалярных и тензорных мезонов асимптотический (пертурбативный) механизм определяется их глюонными волновыми функциями. Если они существенно меньше кварковых, то вклад могут давать также неасимптотические механизмы. Измерение поляризации f -мезона в распаде $\psi \rightarrow \gamma f$, видимо, свидетельствует именно об этом. Можно рассчитывать, что наблюдение распада $\Upsilon \rightarrow \gamma f$ позволило бы однозначно установить величину глюонной волновой функции f -мезона, поскольку для этого распада асимптотические формулы должны быть вполне надежными. Однако если предположить, что асимптотический механизм дает правильный порядок величины для вероятности распада $\Upsilon \rightarrow \gamma f$, то для распада $\Upsilon \rightarrow \gamma f$ относительная вероятность будет примерно в 4 $(m_\Upsilon/m_\psi)^2 \approx \approx 40$ раз меньше и составит $B(\Upsilon \rightarrow \gamma f) \sim 5 \cdot 10^{-5}$. Для псевдоскалярных мезонов (η, η') асимптотический механизм подавлен в α_s^2 раз, а вклад оператора $\tilde{G}\tilde{G}$ твиста 4 усилен в $1/\alpha_s^2$ раз, поэтому степенная поправка порядка $(m_M/m\alpha_s)^4$ не мала даже для Υ -мезона (см. разд. 2).

Область применимости расчетов для двухмезонных процессов должна начинаться при больших Q^2 (см. разд. 2). Если потребовать, чтобы характерная виртуальность пропагаторов была $\gtrsim 1 \text{ ГэВ}$, то для волновой функции π -мезона (4) это приводит к $Q \gtrsim 7 \text{ ГэВ}$. При $Q \sim 10 \text{ ГэВ}$ $R(\pi^+\pi^-) \sim 3 \cdot 10^{-6}$, так что изучение процессов типа $e^+e^- \rightarrow \pi^+\pi^-, K\bar{K}, \rho^+\rho^- \dots$ в этой области весьма затруднено. Вероятности двухмезонных распадов семейства Υ также очень малы.

Для двухмезонных распадов семейства ψ имеется обширная экспериментальная информация. Однако для этих распадов, так же как и для формфакторов в области $Q \lesssim m_\psi$, могут играть существенную роль вклады неасимптотических механизмов, если они содержат большой масштаб масс (ср. с разд. 2). Эта проблема еще ждет своего анализа. Если же окажется, что эти механизмы не играют существенной роли, то имеющиеся экспериментальные данные позволяют исключить узкие волновые функции легких мезонов. Однако даже

в этом случае количественное сравнение асимптотических формул для широких волновых функций с экспериментом является сомнительным, так как характерная виртуальность пропагаторов в этих процессах оказывается около 500 МэВ (см. разд. 2).

Очень интересной представляется постановка эксперимента по рождению изолированных мезонов в e^+e^- -аннигиляции (см. разд. 5). По фоновым условиям его лучше проводить в области энергий несколько ниже Υ -семейства (где нет B -мезона). Если выбрать границы обрезания $Q_e = Q_i = 2$ ГэВ (для волновой функции π -мезона (4) это соответствует характерной виртуальности больше или порядка 800 МэВ), то ожидается вполне приемлемое сечение $R \sim 10^{-3}$. Необходимо, однако, устранить фон от распадов D -мезонов. Даже небольшого числа событий достаточно для получения качественных сведений о волновой функции π -мезона; увеличение же числа событий позволило бы детально ее исследовать.

В заключение авторы выражают свою глубокую благодарность А. Р. Житницкому, А. В. Радюшкину, В. Л. Черняку за многочисленные обсуждения и М. И. Высоцкому, А. В. Ефремову, А. И. Мильштейну, М. В. Терентьеву, В. С. Фадину за обсуждения, во многом способствовавшие написанию этого обзора.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Buras A. J.— *Physica Scripta*, 1981, v. 23, p. 863.
2. Buras A. J.— In: *Proc. of the 10th Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies*, Bonn, 1981, p. 636.
3. Altarelli G.— *Phys. Repts*, 1982, v. 81, p. 1.
4. Dokshitzer Yu. L., Dyakonov D. I., Troyan S. I.— *Phys. Repts*, 1980, v. 58, p. 269.
5. Reya E.— *Phys. Repts*, 1981, v. 69, p. 197.
6. Байер В. Н., Грозин А. Г. Препринт ИЯФ 82-82, Новосибирск, 1982.
7. Байер В. Н., Грозин А. Г. Препринт ИЯФ 82-92, Новосибирск, 1982.
8. Байер В. Н., Грозин А. Г. Препринт ИЯФ 84-156, Новосибирск, 1984.
9. Байер В. Н., Грозин А. Г. Препринт ИЯФ 84-52, Новосибирск, 1984.
10. Brodsky S. J., Farrar G. R.— *Phys. Rev. Lett.*, 1973, v. 31, p. 1153.
11. Matveev V. A., Muradyan R. M., Tavkhelidze A. V.— *Lett. Nuovo cimento*, 1973, v. 7, p. 719.
12. Черняк В. Л., Житницкий А. Р.— Письма в ЖЭТФ, 1977, т. 25, с. 544.
13. Черняк В. Л., Житницкий А. Р., Сербо В. Г.— Письма в ЖЭТФ, 1977, т. 26, с. 760.
14. Радюшкин А. В. Препринт ОИЯИ P2-10717, Дубна, 1977.
15. Jackson D. R. Ph. D. Thesis, Caltech, 1977.
16. Ефремов А. В., Радюшкин А. В.— В кн.: Труды Международного семинара: проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля. Серпухов, 1978, т. 2, с. 185.
17. Ефремов А. В., Радюшкин А. В.— В кн.: Труды 2 Международного семинара: проблемы физики высоких энергий и квантовой теории поля. Серпухов, 1980, с. 546.
18. Ефремов А. В., Радюшкин А. В.— ТМФ, 1980, т. 42, с. 147.
19. Efremov A. V., Radyushkin A. V.— *Phys. Lett. B*, 1980, v. 94, p. 245.
20. Черняк В. Л., Житницкий А. Р.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 1053.
21. Черняк В. Л., Сербо В. Г., Житницкий А. Р.— ЯФ, 1980, т. 31, с. 1069.
22. Черняк В. Л.— В кн.: Материалы 15 зимней школы ЛИЯФ. Л., 1980, с. 65.

23. Farrar G. R., Jackson D. R.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 246.
24. Vainshtein A. I., Zakharov V. I.— Phys. Lett. B, 1978, v. 72, p. 368.
25. Parisi G.— Phys. Lett. B, 1979, v. 84, p. 225.
26. Lepage G. P., Brodsky S. J.— Phys. Lett. B, 1979, v. 87, p. 359.
27. Lepage G. P., Brodsky S. J.— Phys. Rev. Lett., 1979, v. 43, p. 545; Erratum, p. 1625.
28. Brodsky S. J.— In: Proc. of Summer Institute on Quantum Chromodynamics/Ed. by Frazer W., Henyey F. N. Y., 1979, p. 1.
29. Brodsky S. J.— In: Proc. of Summer Institute on Particle physics/Ed. by Mosher A. Stanford, 1980, p. 133.
30. Brodsky S. J., Frishman Y., Lepage G. P., Sachrajda C.— Phys. Lett. B, 1980, v. 91, p. 239.
31. Lepage G. P., Brodsky S. J.— Phys. Rev. D, 1980, v. 22, p. 2157.
32. Duncan A., Mueller A. H.— Phys. Lett. B, 1980, v. 90, p. 159.
33. Duncan A., Mueller A. H.— Phys. Rev. D, 1980, v. 21, p. 1636.
34. Mueller A. H.— Phys. Repts, 1981, v. 73, p. 237.
35. Duncan A.— Physica Scripta, 1981, v. 23, p. 961.
36. Mueller A. H.— In: Proc. of the 10th Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies, Bonn, 1981, p. 689.
37. Tesima K.— Nucl. Phys. B, 1981, v. 155, p. 522.
38. Baier V. N., Grozin A. G.— Nucl. Phys. B, 1981, v. 192, p. 476.
39. Байер В. Н., Грозин А. Г.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 1021.
40. Берестецкий В. Б., Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1980.
41. Brodsky S. J., Huang T., Lepage G. P. Preprint SLAG-PUB-2540, 1980.
42. Huang T.— In: Proc. of the 20th Intern. Conf. on High Energy Physics/Ed. by Durand L., Pondrom L. G. N. Y., 1981, p. 1000.
43. Brodsky S. J., Lepage G. P.— Physica Scripta, 1981, v. 23, p. 945.
44. Brodsky S. J.— In: Proc. of Summer Institute on Particle Physics/Ed. by Mosher A. Stanford, 1982, p. 87.
45. Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R.— Nucl. Phys. B, 1982, v. 201, p. 492.
46. Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R., Zhitnitsky I. R.— Nucl. Phys. B, 1982, v. 204, p. 477.
47. Житницкий А. Р., Житницкий И. Р., Черняк В. Л.— ЯФ, 1983, т. 38, с. 1074.
48. Житницкий А. Р., Житницкий И. Р., Черняк В. Л.— ЯФ, 1983, т. 38, с. 1277.
49. Brodsky S. J., Lepage G. P.— In: Proc. of the Intern. Symposium on High Energy Physics with Polarized Beams and Polarized Targets/Ed. by Joseph C., Soffer J. Basel, 1981, p. 169.
50. Brodsky S. J., Lepage G. P.— Phys. Rev. D, 1981, v. 24, p. 2848.
51. Bohr A.— Nucl. Phys., 1959, v. 10, p. 486.
52. Грозин А. Г.— ЯФ, 1983, т. 37, с. 424.
53. Chase M. K.— Nucl. Phys. B, 1980, v. 167, p. 125.
54. Chase M. K.— Nucl. Phys. B, 1980, v. 174, p. 109.
55. Shifman M. A., Vysotsky M. I.— Nucl. Phys. B, 1981, v. 186, p. 475.
56. Терентьев М. В.— Письма в ЖЭТФ, 1981, т. 33, с. 71.
57. Терентьев М. В.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1692.
58. Ohnrdorf Th.— Nucl. Phys. B, 1981, v. 186, p. 153.
59. Макеенко Ю. М.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 842.
60. Ohnrdorf Th.— Nucl. Phys. B, 1982, v. 198, p. 26.
61. Sarmadi M. H. Phys. Lett. B, 1984, v. 143, p. 471.
62. Dittes F.-M., Radyushkin A. V.— Phys. Lett. B, 1984, v. 134, p. 359;
- Михайлов С. В., Радюшкин А. В.— Препринт ОИЯИ P2-83-721, Дубна, 1984;
- Brodsky S. J., Damgaard P., Frishman Y., Lepage G. P. Preprint SLAC-PUB-3295, 1984.
63. Particle Data group.— Phys. Lett. B, 1982, v. 111.
64. Del Aguila F., Chase M. K.— Nucl. Phys. B, 1981, v. 193, p. 517.
65. Braaten E.— Phys. Rev. D, 1983, v. 28, p. 524.

66. Voloshin M. B. Preprint ИТЕР-8. М., 1982.
67. Novikov V. A., Shifman M. A., Vainshtein A. I., Voloshin M. B., Zakharov V. I.— Nucl. Phys. B, 1984, v. 237, p. 525.
68. Нестеренко В. А., Радюшкин А. В.— ЯФ, 1983, т. 38, с. 476.
69. Грозин А. Г. Отчет о рабочем совещании по программе экспериментов на ВЛЭПП/Грозин А. Г., Фадин В. С. Новосибирск, 1981, с. 23.
70. Edwards С.е.а.— Phys. Rev. D, 1982, v. 25, p. 3065.
71. Kühn J. H.— Phys. Lett. B, 1983, v. 127, p. 257.
72. Novikov V. A., Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I.— Nucl. Phys. B, 1980, v. 165, p. 55.
73. Jones H. F.— Phys. Lett. B, 1982, v. 117, p. 238.
74. Диттес Ф.-М., Радюшкин А. В.— ЯФ, 1981, т. 34, с. 529.
75. Field R. D., Gupta R., Otto S., Chang L.— Nucl. Phys. B, 1981, v. 186, p. 429.
76. Geshkenbein B. V., Terentyev M. V.— Phys. Lett. B, 1982, v. 117, p. 243; Preprint ИТЕР-45, М., 1982.
77. Гешкенбейн Б. В., Терентьев М. В.— ЯФ, 1984, т. 39, с. 873.
78. Efremov A. V., Radyushkin A. V. Preprint JINR E2-80-521, Dubna, 1980.
79. Радюшкин А. В. Преприят ОИЯИ P2-80-687, Дубна, 1980.
80. Ефремов А. В., Радюшкин А. В.— В кн.: Труды 6 Международного совещания «Проблемы квантовой теории поля», Дубна, 1981, с. 37.
81. Chernyak V. L., Zhitnitsky A. R. Preprint IYaf 83-107, Novosibirsk, 1983.
82. Ioffe B. L., Smilga A. V.— Phys. Lett. B, 1982, v. 114, p. 353; Nucl. Phys. B, 1983, v. 216, p. 373.
83. Нестеренко В. А., Радюшкин А. В.— Письма в ЖЭТФ, 1982, т. 35, с. 395.
84. Nesterenko V. A., Radyushkin A. V.— Phys. Lett. B, 1982, v. 115, p. 410.
85. Eletsky V. L., Kogan Ya. I.— Z. Phys. C, 1983, v. 20, p. 367.
86. Duncan A., Mueller A. H.— Phys. Lett. B, 1980, v. 93, p. 119.
87. Chao S. C.— Nucl. Phys. B, 1982, v. 195, p. 381.
88. Jones H. F., Wyndham J.— Nucl. Phys. B, 1982, v. 195, p. 222.
89. Brodsky S. J., Lepage G. P. Preprint SLAC-PUB-2587, 1980.
90. Brodsky S. J., Lepage G. P.— Phys. Rev. D, 1981, v. 24, p. 1808.
- 91a. Chernyak V. L., Zhitnitsky I. R.— Nucl. Phys. B, 1983, v. 222, p. 382.
- 91b. Ginzburg I. F., Panfil S. L., Serbo V. G.— In: Proc. 15th Spring Symposium on High Energy Physics, Georngental, 1984; Preprint IMTF 139, Novosibirsk, 1984.
92. Landshoff P. V.— Phys. Rev. D, 1974, v. 10, p. 1024.
93. Landshoff P. V., Pritchard D. J.— Z. Phys. C, 1980, v. 6, p. 69.
94. Авдеев В. А., Коренблит С. Э., Черняк В. Л.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 481.
95. Brodsky S. J., Lepage G. P., Zaidi S. A. A.— Phys. Rev. D, 1981, v. 23, p. 1152.
96. Aznauryan I. G., Esaybegyan S. V., Ter-Isaakyan N. L.— Phys. Lett. B, 1980, v. 90, p. 151.
97. Peskin M. E.— Phys. Lett. B, 1979, v. 88, p. 128.
98. Zhitnitsky I. R. Preprint IYaf 82-155, Novosibirsk, 1982.
99. Мильштейн А. И., Фадин В. С.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1391.
100. Мильштейн А. И., Фадин В. С.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 1603.
101. Brodsky S. J., Lepage G. P.— In: Proc. of the Conf. on Perturbative Quantum Chromodynamics, Tallahassee. N. Y., 1981, p. 214.
102. Chertok B. T.— In: Proc. of the 16th Rencontre de Moriond/Ed. by Tran Thanh Van J., France, 1981, p. 453.
103. Damgaard P. H.— Nucl. Phys. B, 1983 v. 211, p. 435.
104. Байер В. Н., Грозин А. Г.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 1537.
105. Randa J.— Phys. Rev. D, 1980, v. 21, p. 1795.
106. Грозин А. Г.— ЯФ, 1983, т. 38, с. 484.
107. Baier V. N., Grozin A. G.— Phys. Lett. B, 1980, v. 96, p. 181.
108. Fontannaz M., Jones H. F. Preprint ICTP/82-83/19, London, 1983.
109. Gupta S.— Phys. Rev. D, 1981, v. 24, p. 1169.