

СОСТОЯНИЕ ПРОБЛЕМЫ, СВЯЗАННОЙ С ПИОН-НУКЛОННЫМ σ -ЧЛЕНОМ

В. П. Ефросинин, Д. А. Заикин

Институт ядерных исследований АН СССР, Москва

Рассматривается современная ситуация, связанная с установлением механизма нарушения киральной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии и оценкой пион-нуклонного σ -члена, являющегося параметром этого нарушения. Дан обзор основных методов определения пион-нуклонного σ -члена. Исследуются возможные причины существенного разброса в имеющихся оценках $\sigma_{\pi N}$ с выявлением основных неопределенностей в различных методиках. В результате проведенного анализа установлен доверительный интервал для $\sigma_{\pi N}$ от 30 до 50 МэВ, согласующийся с $(3,3^*) \oplus (3^*, 3)$ -механизмом нарушения киральной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии в соответствии с моделью Гелл-Мана—Оакса—Реннера и КХД.

The present situation is discussed which is connected with the determination of the chiral $SU(3) \otimes SU(3)$ symmetry breaking mechanism and the calculation of the pion-nucleon σ term which is the parameter of this breaking. Main methods of calculations of the pion-nucleon σ term are reviewed. Possible causes of essential scattered available results for $\sigma_{\pi N}$ are investigated with revealing of main uncertainties in various methods. The acceptable interval for $\sigma_{\pi N}$ within the range 30 ÷ 50 MeV is determined as a result of fulfilled analysis, this interval is in accordance with $(3,3^*) \oplus (3^*, 3)$ mechanism of $SU(3) \otimes SU(3)$ chiral-symmetry breaking of the Gell-Mann—Oakes—Renner model and QCD.

ВВЕДЕНИЕ

Киральная группа $SU(3) \otimes SU(3)$ как группа приближенной симметрии для адронов. Удовлетворительно согласующееся с экспериментом предсказание Вайнбергом [1] соотношений для s -волновых длин рассеяния: $a_1 - a_3 = 0,3 m_\pi^{-1}$ и $a_1 + a_3 = 0$, выведенных им с использованием коммутационных соотношений для токов [2] и гипотезы частичного сохранения аксиального тока (PCAC) [3], явилось отправной точкой для моделей πN -взаимодействия в рамках алгебры токов. Идея приближенной $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрии дает простейший способ понимания малости пионных масс. Возникающая в свете этой симметрии картина сильных взаимодействий соответствует гамильтониану, состоящему из двух членов:

$$H = H_0 + \epsilon H_1, \quad (1)$$

где H_0 — скаляр относительно группы $SU(2) \otimes SU(2)$; а член ϵH_1 таков, что при $\epsilon \rightarrow 0$ масса пиона $m_\pi \rightarrow 0$. В этих рамках $SU(2) \otimes SU(2)$ — алгебру, порождаемую векторными Q_α и аксиально-векторными \bar{Q}_α ($\alpha = 1, 2, 3$) зарядами, можно рассматривать как

алгебру группы приближенной симметрии; это позволяет говорить о поправках, пропорциональных

$$\bar{D}_\alpha = i\varepsilon [H_1, \bar{Q}_\alpha], \quad (2)$$

где $\bar{D}_\alpha = \partial^\mu A_\mu^\alpha(x)$ — дивергенция аксиально-векторного тока. Характерный размер нарушения $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрии составляет 10—15%. Эта оценка определяется той точностью, с какой на эксперименте выполняется соотношение Гольдбергера — Треймана [3].

В то же время примером успешного применения принципа нарушенной симметрии для описания элементарных частиц является группа $SU(3)$ -симметрии [2, 4, 5]. Точная $SU(3)$ -симметрия означала бы, что мультиплеты частиц вырождены по массе (например, октет барионов или октеты векторных и псевдоскалярных мезонов). На самом деле $SU(3)$ -симметрия должна быть нарушена в той степени, которая необходима для получения экспериментально наблюдаемого спектра масс. Примером внушительных достижений $SU(3)$ -симметрии являются различные массовые формулы и классификационные схемы, а также теория слабых распадов Кабиббо [6]. Последняя является следствием того, что, как видно из эксперимента, слабые и электромагнитные токи адронов генерируют алгебру $SU(3) \otimes SU(3)$ [7, 8].

Таким образом, естественно предположить, что группа $SU(3) \otimes SU(3)$ будет для адронов группой приближенной симметрии.

Токи и заряды в полевой теории обычно вводятся стандартным способом. Для теории поля с плотностью лагранжиана $L(\varphi, \partial\varphi/\partial x_\mu)$ уравнения Эйлера — Лагранжа (уравнения движения) имеют вид:

$$\partial_\mu \pi^\mu = \delta L / \delta \varphi,$$

где $\pi^\mu = \delta L / \delta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \right)$ — канонический 4-импульс.

Рассмотрим бесконечно малое преобразование полей:

$$\varphi(x) \rightarrow \varphi(x) + \delta\varphi(x).$$

Это преобразование будет преобразованием симметрии, если без явного использования уравнений движения вариация лагранжиана будет полной производной некоторой функции

$$\delta L = \frac{\delta L}{\delta \varphi} \delta \varphi + \frac{\delta L}{\delta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \right)} \delta \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_\mu} \right) = \frac{\delta L}{\delta \varphi} \delta \varphi + \pi_\mu \partial^\mu \delta \varphi = \partial_\mu \Lambda^\mu$$

(мы рассматриваем преобразования, для которых операции δ и $\partial/\partial x$ перестановочные). Такая вариация лагранжиана не меняет действия $I = \int d^4x L(x)$, в этом случае можно ввести сохраняющуюся величину:

Используя явно уравнение движения, имеем

$$\delta L = \partial_\mu \pi^\mu \delta \varphi + \pi_\mu \partial^\mu \delta \varphi = \partial_\mu (\pi^\mu \delta \varphi),$$

или

$$0 = \partial_\mu (\pi^\mu \delta \varphi - \Lambda^\mu),$$

т.е.

$$J_\alpha^\mu = \pi^\mu \delta\varphi / \delta\varepsilon^\alpha - \delta\Lambda^\mu / \delta\varepsilon^\alpha \quad (3)$$

— сохраняющаяся величина. Если система обладает внутренней симметрией, то $\Lambda^\mu = 0$.

Для лагранжиана свободных кварковых полей

$$L = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi$$

преобразования киральной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии $\psi \rightarrow e^{-ie\alpha\lambda_\alpha/2}\psi$, $\delta\varphi/\delta\varepsilon^\alpha = -i\lambda_\alpha/2\psi$ и $\psi \rightarrow e^{-ie\alpha\gamma_5\lambda_\alpha/2}\psi$, $\delta\varphi/\delta\varepsilon^\alpha = -i\gamma_5\lambda_\alpha/2\psi$, где λ_α — обычные матрицы алгебры $SU(3)$ [9].

Этим преобразованиям соответствует восемь векторных $V_\mu^\alpha = \bar{\psi}\gamma_\mu\lambda_\alpha\psi$ и восемь аксиально-векторных $A_\mu^\alpha = \bar{\psi}\gamma_\mu\gamma_5\lambda_\alpha\psi$ токов (с учетом того, что канонический 4-импульс $\pi_\mu = i\psi\gamma_\mu$).

Используя канонические антикоммутиационные соотношения для кварковых полей

$$\left. \begin{aligned} &\{\psi_i(\mathbf{x}, t), \psi_j(\mathbf{x}, t)\} = \\ &= \{\psi_i^\dagger(\mathbf{x}, t), \psi_j^\dagger(\mathbf{x}, t)\} = 0; \\ &\{\psi_i^\dagger(\mathbf{x}, t), \psi_j^\dagger(\mathbf{y}, t)\} = \delta_{ij}\delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

и коммутационные соотношения для матриц λ_α

$$[\lambda_\alpha, \lambda_\beta] = 2if_{\alpha\beta\gamma}\lambda_\gamma \quad (5)$$

можно убедиться, что заряды

$$\left. \begin{aligned} Q^\alpha(t) &= \int d^3x V_0^\alpha(\mathbf{x}, t); \\ \bar{Q}^\alpha(t) &= \int d^3x A_0^\alpha(\mathbf{x}, t) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

являются генераторами соответствующих преобразований, т.е.

$$\exp(i\varepsilon_\alpha Q^\alpha)\psi \exp(-i\varepsilon_\alpha Q^\alpha) = \exp(-i\varepsilon^\alpha\lambda_\alpha/2)\psi;$$

$$\exp(i\varepsilon_\alpha \bar{Q}^\alpha)\psi \exp(-i\varepsilon_\alpha \bar{Q}^\alpha) = \exp(-i\varepsilon^\alpha\gamma_5\lambda_\alpha/2)\psi$$

и порождают алгебру $SU(3) \otimes SU(3)$

$$\left. \begin{aligned} [Q^\alpha(t), Q^\beta(t)] &= if_{\alpha\beta\gamma}Q^\gamma(t); \\ [Q^\alpha(t), \bar{Q}^\beta(t)] &= if_{\alpha\beta\gamma}\bar{Q}^\gamma(t); \\ [\bar{Q}^\alpha(t), \bar{Q}^\beta(t)] &= if_{\alpha\beta\gamma}Q^\gamma(t). \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Эта алгебра изоморфна произведению двух взаимно коммутирующих $SU(3)$ -алгебр $SU(3)_L \otimes SU(3)_R$:

$$\left. \begin{aligned} [Q_L^\alpha, Q_L^\beta] &= if_{\alpha\beta\gamma}Q_L^\gamma; \\ [Q_R^\alpha, Q_R^\beta] &= if_{\alpha\beta\gamma}Q_R^\gamma; \\ [Q_L^\alpha, Q_R^\beta] &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

генераторы которых

$$\left. \begin{aligned} Q_L^\alpha(t) &= 1/2 \{Q^\alpha(t) - \bar{Q}^\alpha(t)\}, \\ Q_R^\alpha(t) &= 1/2 \{Q^\alpha(t) + \bar{Q}^\alpha(t)\}, \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

а базисные векторы являются соответственно левыми и правыми кварками

$$q_R^L = 1/2 (1 \mp \gamma_5) q.$$

При этом q_R является инвариантом при $SU(3)_L$ -преобразовании и наоборот. Таким образом, массовый член лагранжиана свободных кварковых полей (и лагранжиана КХД) преобразуется по $(3^*, 3) \oplus \oplus (3, 3^*)$ -представлению группы $SU(3) \otimes SU(3)$:

$$\bar{q}Mq = \bar{q}_L M q_R + \bar{q}_R M q_L. \quad (10)$$

Точная $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрия предсказывает существование $SU(3)$ -мультиплетов, вырожденных по массе частиц (барионов, векторных мезонов и т. д.), и восемь безмассовых псевдоскалярных мезонов (голдстоуновских бозонов) π , K и η . Эти мезоны должны удовлетворять низкоэнергетическим теоремам [7], с помощью которых можно, в частности, получить некоторые выводы о характере мезон-барионных взаимодействий. $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрия также ведет к предсказаниям, таким как обобщенные соотношения Гольдбергера — Треймана [10, 11] (соотношения между массами барионов, мезон-барионными константами связи, аксиально-векторными константами и константами мезонного распада), правило сумм Адлера — Вайсбергера (перенормировка аксиально-векторной константы сильными взаимодействиями) и соотношение Каллана — Треймана (которое связывает определенную комбинацию формфакторов для $K \rightarrow \pi + l + \bar{\nu}_l$ ($l = e, \mu$) с константами K_{l_2} -распада).

В реальном мире киральная симметрия является приближенной, так что существуют $SU(3)$ -мультиплеты частиц с расщеплением по массе, и восемь мезонов малой массы π , K и η удовлетворяют приближенным условиям PCAC, так что указанные выше низкоэнергетические теоремы справедливы как приближенные. Наиболее чувствительны к механизму нарушения симметрии поправки к низкоэнергетическим теоремам. Эти низкоэнергетические теоремы, которые связывают нарушающую киральную симметрию часть гамильтониана с амплитудами рассеяния мягких мезонов (т. е. мезонов нулевой массы), становятся точными в пределе, когда массы мезонов стремятся к 0 и аксиально-векторные токи сохраняются.

Гипотеза PCAC. Как указывалось, физические следствия частичного сохранения аксиально-векторных токов A_μ^α ($\alpha = 1, 2, 3$) связаны с малостью пионной массы. Вследствие лоренц-инвариантности матричный элемент аксиально-векторного тока между однопионным и вакуумным состояниями имеет вид:

$$\langle 0 | A_\mu^\alpha(x) | \pi^\beta \rangle = i \delta_{\alpha\beta} f_\pi q_\mu e^{-iqx}, \quad (11)$$

где f_π — константа пионного распада ($\pi \rightarrow \mu + \bar{\nu}_{\mu\pi}$, $\pi \rightarrow e + \bar{\nu}_e$). Если взять дивергенцию от обеих частей равенства (11), то для пионов на массовой поверхности имеем

$$\langle 0 | \bar{D}^\alpha(0) | \pi^\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta} f_\pi m_\pi^2. \quad (12)$$

Соотношение (12) эквивалентно теоретико-полевой версии PCAC [3]:

$$\varphi_\alpha(x) = \frac{1}{f_\pi m_\pi^2} \frac{\partial A_\alpha^\mu(x)}{\partial x^\mu}, \quad (13)$$

где $\varphi_\alpha(x)$ — оператор псевдоскалярного поля с квантовыми числами пиона такой, что

$$\langle 0 | \varphi_\alpha(0) | \pi_\beta \rangle = \delta_{\alpha\beta}.$$

Можно ожидать, что погрешность, возникающая из-за одновременно-го использования гипотезы PCAC и формул, справедливых в пределе мягких пионов, не велика (около 10%).

Неинвариантность вакуума и теорема Голдстоуна. В пределе точной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии все шестнадцать векторных и аксиально-векторных токов сохраняются, т. е.

$$[Q^\alpha, H] = 0 \quad \text{и} \quad [\bar{Q}^\alpha, H] = 0.$$

Тогда, если заряды \bar{Q}^α не оставляют вакуум инвариантным, т. е. $\bar{Q}^\alpha |0\rangle \neq 0$, в то время как $Q^\alpha |0\rangle = 0$, согласно теореме Голдстоуна [12, 13] существует октет безмассовых псевдоскалярных мезонов. В этом случае основное состояние неинвариантно относительно группы непрерывных преобразований с генераторами \bar{Q}^α и возникает спонтанное нарушение симметрии. Безмассовые и бесспиновые состояния адронов порождаются операторами, осуществляющими преобразование одного вакуума в другой из вырожденного набора. В случае приближенного сохранения аксиально-векторного тока (13) возникает экспериментально наблюдаемый октет псевдоскалярных мезонов малой массы.

Низкоэнергетическая теорема для изосимметричной амплитуды πN -рассеяния и пион-нуклонный σ -член. Весьма существенная информация о характере нарушения киральной симметрии может быть получена с использованием низкоэнергетических теорем для мезон-барийонного рассеяния. В этой связи важное значение имеет пион-нуклонный σ -член, который естественным образом появляется в амплитуде πN -взаимодействия в пределе мягких пионов. Рассмотрим процесс рассеяния

$$\pi^\alpha(q) + N(p) \rightarrow \pi^\beta + N'(p'), \quad (14)$$

где в скобках указаны 4-импульсы частиц, α и β — изотопические индексы пионов. Кинематические инварианты процесса определяются

$$s = (p + q)^2, \quad t = (q - q')^2, \quad (15)$$

что эквивалентно

$$\left. \begin{aligned} v &= (p + p')(q + q')/(4m_N) = (s - u)/(4m_N) = \omega_L + t/(4m_N); \\ v_B &= -qq'/(2m_N) = (t - q^2 - q'^2)/(4m_N), \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

где m_N — масса нуклона; ω_L — полная лабораторная энергия входящего пиона; $u = (p - q')^2$.

Амплитуда процесса (14) имеет вид

$$T^{\beta\alpha}(v, t, q^2, q'^2) = \langle \pi^{\beta} N'_{\text{out}} | j_{\pi}^{\alpha}(0) | N_{\text{in}} \rangle, \quad (17)$$

где j_{π}^{α} — пионный источник:

$$(m_{\pi}^2 - q^2) \varphi^{\alpha}(x) = j_{\pi}^{\alpha}(x), \quad (18)$$

и амплитуда $T^{\beta\alpha}$ связана с S -матрицей процесса выражением

$$S^{\beta\alpha} = \delta_{\beta\alpha} + i(2\pi)^4 \delta^4(p + q - p' - q') T^{\beta\alpha}. \quad (19)$$

Подставляя (18) в (17) и используя соотношение PCAC (13), получаем для амплитуды рассеяния

$$T^{\beta\alpha} = (m_{\pi}^2 - q^2) \langle \pi^{\beta} N'_{\text{out}} | \varphi^{\alpha}(0) | N_{\text{in}} \rangle = \frac{m_{\pi}^2 - q^2}{f_{\pi} m_{\pi}^2} \left\langle \pi^{\beta} N'_{\text{out}} \left| \frac{\partial A_{\alpha}^{\mu}(0)}{\partial x^{\mu}} \right| N_{\text{in}} \right\rangle,$$

или в пределе $q^2 \rightarrow 0$

$$T^{\beta\alpha} = \frac{1}{f_{\pi}} \left\langle \pi^{\beta} N'_{\text{out}} \left| \frac{\partial A_{\alpha}^{\mu}(0)}{\partial x^{\mu}} \right| N_{\text{in}} \right\rangle. \quad (20)$$

Далее мы редуцируем выходное состояние $\pi^{\beta}(q')_{\text{out}}$ [14], вводя вместо него соответствующий полевой оператор рождения:

$$\begin{aligned} T^{\beta\alpha} &= \frac{1}{f_{\pi}} \left\langle N'_{\text{out}} | a_{\text{out}}^{\beta\dagger}(q') \frac{\partial A_{\alpha}^{\mu}(0)}{\partial x^{\mu}} \right| N_{\text{in}} \rangle = \\ &= \frac{1}{f_{\pi}} \left\langle N'_{\text{out}} | a_{\text{out}}^{\beta}(q') \frac{\partial A_{\alpha}^{\mu}(0)}{\partial x^{\mu}} - \frac{\partial A_{\alpha}^{\mu}(0)}{\partial x^{\mu}} a_{\text{in}}^{\beta}(q') \right| N_{\text{in}} \rangle + \\ &\quad + \frac{1}{f_{\pi}} \left\langle N'_{\text{out}} \left| \frac{\partial A_{\alpha}^{\mu}(0)}{\partial x^{\mu}} \right| N_{\text{in}}, -q' \right\rangle. \end{aligned} \quad (21)$$

Последний член в правой части (21) вносит вклад в рассеяние пиона только на нулевой угол, поэтому мы его опускаем ($|N_{\text{in}}, -q'\rangle$ есть начальное состояние, из которого нужно удалить пион с импульсом, равным конечному импульсу q').

Если использовать выражение для пионного поля

$$\varphi_{\text{out}}^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) = \int \frac{d^3q}{V(2\pi)^3 2E_q} (a_{\text{in}}^{\dagger}(\mathbf{q}) e^{iqx} + a_{\text{out}}(\mathbf{q}) e^{-iqx}), \quad (22)$$

то можно получить

$$a_{\text{out}}^{\text{in}}(\mathbf{q}) = i \int \frac{e^{iqx}}{V(2\pi)^3 2E_q} \overleftrightarrow{\partial^0} \varphi_{\text{out}}^{\text{in}}(\mathbf{x}, t) d^3x. \quad (23)$$

Подставляя (23) в (21) и вводя интерполирующее поле $\varphi(x, t)$

$$\varphi(x, t) \rightarrow \varphi_{\text{in}}(x, t), \quad t \rightarrow -\infty;$$

$$\varphi(x, t) \rightarrow \varphi_{\text{out}}(x, t), \quad t \rightarrow \infty,$$

имеем

$$\begin{aligned} T^{\beta\alpha} &= \frac{i}{f_\pi} \int d^4x \partial^0 \left[e^{iq'x} \overleftrightarrow{\partial^0} \langle N' | T \left(\varphi^\beta(x) \frac{\partial A_\alpha^\mu(0)}{\partial x^\mu} \right) | N \rangle = \right. \\ &= \frac{i}{f_\pi} \int d^4x e^{iq'x} (\square + m_\pi^2) \langle N' | T \left(\varphi^\beta(x) \frac{\partial A_\alpha^\mu(0)}{\partial x^\mu} \right) | N \rangle, \end{aligned}$$

или с учетом (13) для $\varphi^\beta(x)$ получаем в пределе $q'^2 \rightarrow 0$

$$T^{\beta\alpha} = \frac{i}{f_\pi^2} \int d^4x e^{iq'x} \langle N' | T \left(\frac{\partial A_\beta^\nu(x)}{\partial x^\nu} \frac{\partial A_\alpha^\mu(0)}{\partial x^\mu} \right) | N \rangle. \quad (24)$$

Выражение (24) может быть преобразовано с использованием обобщенных тождеств Уорда — Такахаши [15], что в пределе мягких пионов ($q \rightarrow 0$, $q' \rightarrow 0$) приводит к выражению

$$\begin{aligned} T^{\beta\alpha} (v=0, t=0, q^2=0, q'^2=0) &= \\ &= -\frac{i}{f_\pi^2} \int d^4x \delta(x^0) e^{iq'x} \langle N' | \left[A_\beta^0(x), \frac{\partial A_\alpha^\mu(0)}{\partial x^\mu} \right] | N \rangle + \\ &+ i f_\pi^{-1} \int d^4x e^{iq'x} \langle N' | \{ q'_\nu q_\mu T(A_\beta^\nu(x) A_\alpha^\mu(0)) \} | N \rangle. \end{aligned} \quad (25)$$

Во второй член правой части (25) дает отличный от нуля вклад нуклонный полюс с особенностями при $q_\nu \rightarrow 0$, $q_\mu \rightarrow 0$. Пользуясь упрощенным выражением для нуклонной вершины

$$\langle N' | A_\nu^\beta | N \rangle = g_A / 2\bar{u}' \gamma_\nu \gamma_5 \tau^\beta u, \quad (26)$$

легко получить, что этот вклад нуклонного полюса равен $g_{\pi N}^2 / m_N \delta_{\alpha\beta} \bar{u}'_N u_N$, где $g_{\pi N}$ — пион-нуклонная константа связи: $g_{\pi N}^2 / (4\pi) \approx 14,3$ [16] и u_N — дираковский спинор ($\bar{u}'_N u_N = 2m_N$).

Пион-нуклонный σ -член определяется как

$$\bar{u}'_N u_N \sigma_{\pi N} \delta_{\alpha\beta} = i \int d^4x e^{iq'x} \delta(x^0) \langle N' | [A_\alpha^0(x), \partial_\mu A_\beta^\mu(0)] | N \rangle. \quad (27)$$

Формула (27) может быть переписана с использованием выражения для производной аксиально-векторного заряда

$$\dot{\bar{Q}}_\beta(t) = \int d^3x \partial^\mu A_\mu^\beta(\mathbf{x}, t) = i [H, \bar{Q}_\beta(t)], \quad (28)$$

где H — гамильтониан системы. Из (28) следует, что плотность гамильтониана $\mathcal{H}_2(x)$, нарушающего $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрию, связана с дивергенцией аксиально-векторного тока соотношением

$$\partial^\mu A_\mu^\beta(0) = i [\mathcal{H}_2(0), \bar{Q}_\beta(0)]. \quad (29)$$

Отсюда имеем [1]

$$\bar{u}_N u_N \sigma_{\pi N} \delta_{\alpha\beta} = \langle N | [\bar{Q}_\alpha(0), [\bar{Q}_\beta(0), \mathcal{H}_2(0)]] | N \rangle. \quad (30)$$

Обозначая $T^+ \bar{u}_N u_N = (T^{\alpha\beta} + T^{\beta\alpha})/2$, имеем

$$T^+(0, 0, 0, 0) = -\frac{1}{f_\pi^2} \sigma_{\pi N} + \frac{g_{\pi N}^2}{m_N}. \quad (31)$$

Формула (31) является основным соотношением, связывающим пион-нуклонный σ -член с изосимметричной амплитудой πN -рассеяния в точке Вайнберга ($\nu = 0, t = 0, q^2 = q'^2 = 0$).

Таким образом, пион-нуклонный σ -член ($\sigma_{\pi N}$) (30) является мерой нарушения $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрии и надежное определение его величины чрезвычайно важно с этой точки зрения, так как киральная симметрия приводит к ряду указанных выше важных следствий для физики сильных взаимодействий.

Механизмы нарушения киральной симметрии и КХД. Интерес к величине $\sigma_{\pi N}$ обусловлен также и тем, что она может служить средством для установления механизма нарушения киральной симметрии. В соответствии с соотношениями для дивергенций аксиально-векторных \bar{D}_α и векторных D_α токов

$$\bar{D}_\alpha(x) = i[\mathcal{H}'(x), \bar{Q}_\alpha], \quad D_\alpha(x) = i[\mathcal{H}'(x), Q_\alpha],$$

где $\mathcal{H}'(x)$ — часть плотности гамильтониана, нарушающая $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрию. Эти дивергенции принадлежат к тому же представлению группы $SU(3) \otimes SU(3)$, что и \mathcal{H}' . Поскольку имеются экспериментальные основания считать, что среди дивергенций и токов нет «экзотических» операторов, несущих изоспин $I = 2$ и гиперзаряд $Y = 2$, можно заключить, что операторы D_α и \bar{D}_α , а также \mathcal{H}' преобразуются по представлениям $(3, 3^*) \oplus (3^*, 3)$ или $(1, 8) \oplus (8, 1)$ киральной группы $SU(3) \otimes SU(3)$ (модель Гелл-Мана — Оакса — Реннера [9]). При этом было показано [5], что эффект возможной примеси $(1, 8) \oplus (8, 1)$ невелик. Следует отметить, что часть гамильтониана, преобразующаяся как $(1, 8) \oplus (8, 1)$, вклада в пион-нуклонный σ -член не дает.

Актуальность надежного установления механизма нарушения $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии возрастает в связи с необходимостью проверки стандартной КХД. Плотность лагранжиана КХД имеет вид [17]

$$\mathcal{L} = i\bar{q}_\alpha^A \hat{D}_{\alpha\beta} q_\beta^A - 1/4 F_{\mu\nu}^a F^{\mu\nu a} - \bar{q}_\alpha^A M^A q_\alpha^A, \quad (32)$$

где

$$\hat{D}_{\alpha\beta} q_\beta^A = (\delta_{\alpha\beta} \partial_\mu - ig \lambda_{\alpha\beta}^a A_\mu^a / 2) \gamma^\mu q_\beta^A;$$

q_α^A — операторы кварковых полей; α — цветовой индекс, пробегающий три значения; A — индекс аромата; g — константа сильного

взаимодействия; A_μ^a — векторное калибровочное поле ($a = 1, 2, \dots, 8$); λ^a — матрицы цветовой группы $SU_c(3)$; $F_{\mu\nu}^a$ — тензор глюонного поля:

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c;$$

f^{abc} — структурные константы группы $SU_c(3)$. Эта плотность лагранжиана \mathcal{L} калибровочно инвариантна при $SU_c(3)$ и может быть представлена в виде

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_0 + \mathcal{L}'$$

где \mathcal{L}_0 также инвариантна при киральных $SU(3) \otimes SU(3)$ преобразованиях, а $\mathcal{L}' = -\bar{q}Mq$ — тензорный оператор, преобразующийся по представлению $(3^*, 3) \oplus (3, 3^*)$ (10) в согласии с моделью Гелл-Мана — Оакса — Реннера [9]. Таким образом, величина пион-нуклонного σ -члена может рассматриваться как серьезная проверка стандартной КХД, равно как и хорошо известной схемы Гелл-Мана — Оакса — Реннера.

Вследствие важности этого параметра было предпринято много попыток оценки $\sigma_{\pi N}$ (см., например, [15]). К сожалению, имеющиеся

в литературе данные по значению пион-нуклонного σ -члена отличаются большим разбросом (25—80 МэВ) (рис. 1). При этом имеется противоречие результатов оценки $\sigma_{\pi N}$ в двух основных методиках, использующих экспериментальные данные: с одной стороны, в методах, использующих правила сумм типа Фубини — Фурлана [18] и экстраполяцию

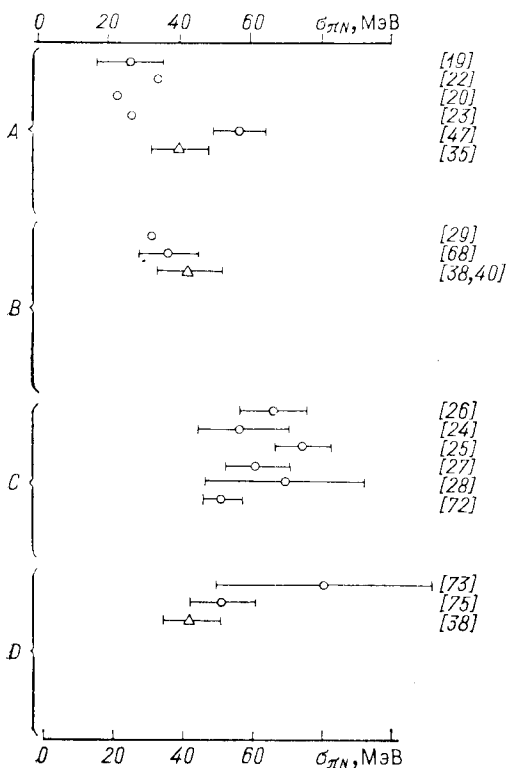


Рис. 1. Результаты оценок пион-нуклонного σ -члена различными методами:

A — методы, использующие экспериментальные длины рассеяния пионов и правила сумм; B — расчеты $\sigma_{\pi N}$ с использованием кварковых моделей и алгебры токов; C — расчеты, использующие дисперсионные соотношения и экстраполяцию πN -амплитуды в точку Ченга — Дашена; D — методы, использующие разложение πN -амплитуды по переменным t, ν, q_1^2, q_2^2 , и данные по πN -рассеянию вблизи физического порога

изосимметричной пион-нуклонной или пион-ядерной амплитуды в точку Вайнберга ($\nu = 0$, $t = 0$, $q_1^2 = 0$, $q_2^2 = 0$) [19—23], $\sigma_{\pi N} = 25 \div 35$ МэВ и, с другой — в методах, использующих дисперсионные соотношения и экстраполяцию изосимметричной πN -амплитуды в точку Ченга — Дашена ($\nu = 0$, $t = 2m_\pi^2$, $q_1^2 = m_\pi^2$, $q_2^2 = m_\pi^2$) [24—28], $\sigma_{\pi N} = 60—70$ МэВ. Наряду с этим имеет место противоречие между последними результатами и результатом стандартного расчета Ченга [29] в рамках кварк-глюонной модели ($\sigma_{\pi N} = 32$ МэВ). Такая ситуация сама является проблемой. К тому же имеющийся разброс в оценках $\sigma_{\pi N}$ не позволяет сделать вывод о предпочтительности $(3, 3^*) \oplus (3^*, 3)$ -механизма нарушения киральной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии, следующего из модели Гелл-Мана — Оакса — Реннера и КХД. В данном обзоре с учетом работ [30—45], касающихся этой проблемы, предпринята попытка выяснить причину существенного разброса в оценках $\sigma_{\pi N}$ в разных методиках с целью определить доверительный интервал для $\sigma_{\pi N}$, который позволил бы сделать вывод о механизме нарушения киральной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии.

1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПИОН-НУКЛОННОГО σ -ЧЛЕНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПРАВИЛ СУММ ТИПА ФУБИНИ-ФУРЛАНА

Связь физических пион-нуклонных и пион-ядерных амплитуд с амплитудами для мягких пионов. Как указывалось выше, пион-нуклонный σ -член связан с изосимметричной амплитудой πN -рассеяния в мягком пределе (25), (27), (31). Для его оценки часто используется методика, близкая к экстраполяционной технике Фубини — Фурлана [18], связывающей амплитуду пион-нуклонного или пион-ядерного рассеяния в мягкоэнергетическом пределе с соответствующей амплитудой на пороге (группа результатов A на рис. 1). При этом для вывода соответствующих правил сумм, где появляются амплитуды наполовину вне массовой поверхности (т. е. амплитуды, в которых одно из состояний, входное или выходное, находится вне массовой поверхности), используются дисперсионные соотношения вне массовой поверхности или редукционная техника [14].

Используя характерную линейную зависимость реальной части пион-ядерной длины рассеяния $a_{\pi^- A}$ от A для ядер с $2 \leq A \leq 24$ [46], Гензини [19, 47] в рамках алгебры токов и PCAC выводит линейную формулу для длин пион-ядерного рассеяния, которая следует из правила сумм:

$$(1 + m_\pi/M) \operatorname{Re} a(\pi^- A) = \frac{m_\pi}{2\pi f_\pi^2} \left[T^3 - \frac{\Sigma(\pi A)}{2m_\pi} - (C^+(\pi^- A) + m_\pi C^-(\pi^- A)) / (4m_\pi^3 M) + \frac{1}{16\pi M} \left(\frac{m_\pi}{M} \right)^2 P \int_{-\infty}^{\infty} d\xi \frac{F_{\pi^- A}(\xi)}{\xi^2 (\xi - m_\pi/M)} \right], \quad (33)$$

где $F_{\pi^{-}A}(\zeta)$ — мнимая часть пион-ядерной амплитуды рассеяния вперед вне массовой поверхности

$$[F_{\pi^{-}A}(\zeta) = F_{\pi^{-}A}(s = M^2(1 + \zeta)^2, q^2 = m_{\pi}^2), \zeta > 0,$$

$$F_{\pi^{-}A}(\zeta) = F_{\pi^{-}A}(u = M^2(1 + \zeta)^2, q^2 = m_{\pi}^2), \zeta < 0];$$

$\Sigma(\pi A) = A\sigma_{\pi N}$, M — масса ядра, $C^+(\pi^{-}A)$ и $C^-(\pi^{-}A)$ — одновременные коммутаторы, равные 0 в моделях, где \bar{D} пропорциональна каноническому пионному полю:

$$\int d^3x \langle A | [\bar{D}_{\pi^+}(\mathbf{x}, 0), \bar{D}_{\pi^-}(0)] | A \rangle = C^+(\pi^{-}A);$$

$$\int d^3x \langle A | [\bar{D}_{\pi^+}(\mathbf{x}, 0), \dot{\bar{D}}_{\pi^-}(0)] | A \rangle = -iC^-(\pi^{-}A).$$

Существенным моментом в этом подходе является оценка интеграла от мнимой части пион-ядерной амплитуды в (33), который представляется в виде существующего одночастичного вклада двойного пионного полюса с использованием РСАС и некоторого континуума состояний пион-ядра. Аппроксимация этого интеграла в [19 и 47] различна, соответственно заметно отличаются результаты для $\sigma_{\pi N}$:

$$\sigma_{\pi N} = (26 \pm 8) \text{ МэВ [19]} \tag{34}$$

и

$$\sigma_{\pi N} = (57 \pm 6) \text{ МэВ [47]}. \tag{35}$$

Такой разброс результатов для $\sigma_{\pi N}$ (34) и (35) скорее свидетельствует о неопределенности в оценке дисперсионного интеграла в (33).

В подобной [19, 47] методике с предположением, что мнимая часть амплитуды пион-ядерного рассеяния с пионом вне массовой поверхности может быть аппроксимирована мнимой частью физической амплитуды вблизи порога, Хаким [20] получил значения для

$$\sigma_{\pi N} = (22 \pm 1) \text{ МэВ}. \tag{36}$$

Баннержи и Каммарата [23] в подходе, аналогичном методу Чу и Лоу [46], но без статической аппроксимации, получили правила сумм для физической πN -амплитуды рассеяния и для амплитуды с одним пионом вне массовой поверхности:

$$F_{\beta\alpha}(k) = F_{\beta\alpha}(0) + i \int d^4x e^{ikx} \langle P_f | T(j_{\beta}(x) j_{\alpha}(0)) | P_i \rangle - \\ - i \int d^4x \langle P_f | T(j_{\beta}(x) j_{\alpha}(0)) | P_i \rangle, \tag{37}$$

где

$$F_{\beta\alpha}(0) = \lim_{h_0 \rightarrow 0} [\lim_{k \rightarrow 0} F_{\beta\alpha}(k)]_{\#}$$

т. е. $F_{\beta\alpha}(0)$ представляет собой предел, в котором один пион мягкий, а другой имеет импульс $k' = P_f - P_i$. $F_{\beta\alpha}(0)$ включает в себя часть, пропорциональную пион-нуклонному σ -члену, и нуклонный полюс

в мягкоионном пределе. В интегралах (37) учитывались промежуточные состояния $|N\rangle$, $|\pi N\rangle$ и Z -диаграммы, возникающие от промежуточных состояний $|\bar{N}NN\rangle$. Приближенное решение системы интегральных уравнений (37) с разложением амплитуды на парциальные волны в с. ц. м. дает оценку для пион-нуклонного σ -члена

$$\sigma_{\pi N} \simeq 26 \text{ МэВ} [23]. \quad (38)$$

Эрикссон и Ро [22] использовали для оценки $\sigma_{\pi N}$ отличное от [19, 20, 47] правило сумм, связывающее изосимметричную амплитуду рассеяния пионов на ядре в мягкоэнергетическом пределе $T^+(0)$ с такой же амплитудой на физическом пороге $T^+(m_\pi)$. Это правило сумм выводится с помощью редукционной техники. Рассмотрим упругое рассеяние пиона на ядре В:

$$\pi^\alpha + B \rightarrow \pi^\beta + B. \quad (39)$$

В пренебрежении двойным зарядовым обменом имеем амплитуды T^- и T^+ :

$$(Z - N) T^- = 1/2 (T_{\pi^-} - T_{\pi^+}), \quad T^+ = 1/2 (T_{\pi^-} + T_{\pi^+}), \quad (40)$$

где T^- и T^+ — соответственно зарядово-обменная и зарядово-симметричная амплитуды; Z и N — протонное и нейтронное числа и T_{π^\pm} — амплитуды рассеяния для π^\pm на ядре. S — матрица процесса (39) может быть записана как

$$S^{\beta\alpha} = i(2\pi)^4 \delta^4(k + p_f - q - p_i) T^{\beta\alpha}, \quad (41)$$

где q , p_i и k , p_f — 4-импульсы соответственно начальных и конечных пиона и ядра и

$$T^{\beta\alpha} = 1/2 [\tau_{\beta, \tau_\alpha}]_+ T^+ + 1/2 [\tau_{\beta, \tau_\alpha}]_- T^-, \quad (42)$$

τ_α — изоспиновые матрицы.

В редукционном формализме Лемана, Шиманчика, Циммермана [14] имеем по аналогии с (20) и (24):

$$T^{\beta\alpha} = i(m_\pi^2 - k^2)(m_\pi^2 - q^2) \int d^4x e^{ikx} \theta(x_0) \langle f | [\Phi^\beta(x) \Phi^\alpha(0)] | i \rangle. \quad (43)$$

Используя для пионного поля соотношение, следующее из РСАС (13), и интегрируя по частям, находим при нулевых импульсах пионов $q = k = 0$, $q_0 = k_0$:

$$T^{\beta\alpha}(q_0) = i \frac{(m_\pi^2 - q_0^2)^2}{f_\pi^2 m_\pi^4} \int d^4x e^{iq_0 x_0} \langle f | \{ q_0^2 \theta(x_0) [A_0^\beta(x), A_0^\alpha(0)] - \delta(x_0) [A_0^\beta(x), \dot{A}_0^\alpha(0)] - i q_0 \delta(x_0) [A_0^\beta(x), A_0^\alpha(0)] \} | i \rangle. \quad (44)$$

Замечая далее, что

$$(m_\pi^2 - q_0^2) e^{iq_0 x_0} = (m_\pi^2 + \partial_0^2) e^{iq_0 x_0},$$

и вторично интегрируя по частям в (44), имеем

$$T^{\beta\alpha}(q_0) = i \frac{m_\pi^2 - q_0^2}{f_\pi^2 m_\pi^4} \left\{ q_0^2 \int d^4x \times \right. \\ \times e^{-iq_0 x_0 \theta(-x_0)} \langle f | [A_0^\beta(0), (m_\pi^2 + \partial_{x_0}^2) A_0^\alpha(x)] | i \rangle - \\ \left. - \langle f | (m_\pi^2 \bar{Q}^\beta(0), \dot{A}_0^\alpha(0)) + i q_0 m_\pi^2 [\bar{Q}^\beta(0), A_0^\alpha(0)] | i \rangle \right\}. \quad (45)$$

Интегрирование в (45) может быть выполнено с помощью подстановки полного набора промежуточных состояний $\sum_n |n\rangle \langle n|$ в коммутатор с использованием соотношения типа

$$\int d^3x \langle n | (m_\pi^2 + \partial_0^2) A_0^\alpha(x) | m \rangle = \frac{f_\pi m_\pi^2}{i(E_n - E_m)} \int d^3x \langle n | (\square_x + m_\pi^2) \Phi(x) | m \rangle.$$

Тогда симметричная комбинация πN -амплитуд может быть записана как

$$\frac{T^{\beta\alpha}(q_0) + T^{\alpha\beta}(q_0)}{2q_0^2(m_\pi^2 - q_0^2)} = - \frac{i}{f_\pi^2 m_\pi^2 q_0^2} \langle f | [\bar{Q}^\beta(0), \dot{A}_0^\alpha(0)] | i \rangle - \\ - \left\{ \sum_n (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_i) \frac{\langle f | j_\pi^\beta(0) | n \rangle \langle n | \Phi^\alpha(0) | i \rangle}{[q^2 - (E_n - E_i)^2] (E_n - E_i)} - \text{c.t.} \right\}, \quad (46)$$

где E_n и \mathbf{P}_n — энергия и импульс промежуточной системы, а с.т. соответствует перекрестному члену с $j_\pi^\beta(0) \rightleftharpoons \Phi^\alpha(0)$ и $E_n - E_i \rightleftharpoons E_f - E_n$. Второй член в правой части (46) имеет полюс при $q_0 = m_\pi$. Вычитание этого полюса может быть проведено с помощью модельно-зависимого коммутатора $C'^{\beta\alpha}$:

$$C'^{\beta\alpha} = \int d^3x \langle f | [\dot{\Phi}^\beta(0), \Phi^\alpha(\mathbf{x}, 0)] | i \rangle.$$

Вычитая из правой части (46) величину

$$\frac{i}{m_\pi^2} C'^{\beta\alpha} = \sum_n \frac{E_n - E_i}{m_\pi^2} (2\pi)^3 \delta^3(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_i) \frac{\langle f | j_\pi^\beta(0) | n \rangle \langle n | \Phi^\alpha(0) | i \rangle}{m_\pi^2 - (E_n - E_i)^2} - \text{c.t.}$$

и одновременно добавляя ее во второй член 46, получаем

$$\frac{T^{\beta\alpha}(q_0) + T^{\alpha\beta}(q_0)}{2q_0^2(m_\pi^2 - q_0^2)} = - \frac{i}{m_\pi^2} C'^{\beta\alpha} - \frac{i}{f_\pi^2 m_\pi^2 q_0^2} \langle f | [\bar{Q}^\beta(0), \dot{A}_0^\alpha(0)] | i \rangle - \\ - \left\{ \frac{1}{m_\pi^2} \sum_n (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_i) \frac{\langle f | j_\pi^\beta(0) | n \rangle \langle n | \Phi^\alpha(0) | i \rangle}{(E_n - E_i) [m_\pi^2 - (E_n - E_i)^2]} - \text{c.t.} \right\} + \text{D.C.}, \quad (47)$$

где $\langle f | j_{\pi}^{\beta}(0) | n \rangle_c$ — связанная часть пион-нуклонной амплитуды [18], а D.C. — полусвязанная часть члена

$$- \sum_n (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_i) \left[\frac{1}{[q_0^2 - (E_n - E_i)^2] (E_n - E_i)} - \frac{E_n - E_i}{m_{\pi}^2 [m_{\pi}^2 - (E_n - E_i)^2]} \right] \langle f | j_{\pi}^{\beta}(0) | n \rangle \langle n | \Phi^{\alpha}(0) | i \rangle - \text{c.t.}$$

Из (47) видно, что все члены правой части, кроме D.C., не имеют полюса при $q_0 = m_{\pi}$, следовательно,

$$\text{D.C.} = \frac{1}{m_{\pi}^2} \frac{T^{\beta\alpha}(m_{\pi}) + T^{\alpha\beta}(m_{\pi})}{2(m_{\pi}^2 - q_0^2)}. \quad (48)$$

Подставляя (48) в (47), получаем правило сумм для $T^+(m_{\pi})$ на пороге (при $q_0 \rightarrow m_{\pi}$):

$$1/2 [\tau_{\beta}, \tau_{\alpha}]_+ T^+(m_{\pi}) = -i m_{\pi}^2 C'^{\beta\alpha} - \frac{i}{f_{\pi}^2} \langle f | [\bar{Q}^{\beta}, \dot{A}_0^{\alpha}(0)] | i \rangle - \left\{ m_{\pi}^2 \sum_n (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_i) \frac{\langle f | j_{\pi}^{\beta}(0) | n \rangle_c \langle n | j_{\pi}^{\alpha}(0) | i \rangle_c}{(E_n - E_i) [m_{\pi}^2 - (E_n - E_i)^2]} - \text{c.t.} \right\}. \quad (49)$$

Итак,

$$T^+(m_{\pi}) = T^+(0) + \frac{i}{2m_{\pi}^2 f_{\pi}^2} \int d^3x \langle B | [\bar{D}^+(0), \dot{\bar{D}}^-(\mathbf{x}, 0)] | B \rangle - \left\{ m_{\pi}^2 \sum_n (2\pi)^3 \delta(\mathbf{P}_n - \mathbf{P}_B) \frac{\langle B | j_{\pi}^-(0) | n \rangle \langle n | j_{\pi}^+(0) | B \rangle}{(E_n - E_B) [m_{\pi}^2 - (E_n - E_B)^2]} - \text{c.t.} \right\}, \quad (50)$$

где

$$T^+(0) = -i/(2f_{\pi}^2) \langle B | [\bar{Q}^+(0), \dot{A}_0^-(0)] | B \rangle \quad (51)$$

или

$$T^+(0) = -\frac{1}{2f_{\pi}^2} \langle B | [\bar{Q}^+(0), [\bar{Q}^-(0), \mathcal{H}'(0)]] | B \rangle. \quad (51a)$$

В [22] при суммировании по промежуточным состояниям $|n\rangle$ учитывались состояния без пиона с возбужденным ядром B' и с одним пионом и ядром в основном и возбужденном состояниях. В [34, 35] не было необходимости к введению такого ограничения на промежуточные состояния (см. ниже). Коммутатор в (50) в модели, где дивергенция \bar{D} пропорциональна каноническому пионному полю [см. (13)], равен нулю.

Правила сумм типа Фубини — Фурлана и потенциальная модель пион-ядерного рассеяния. Если в сумме (50) выделить явно когерентное перерассеяние, т. е. $|n\rangle = |B\pi\rangle$, то формулу (50) можно

переписать в виде [22]

$$T^+(m_\pi) = T_B^+ + \frac{m_\pi^2}{(2\pi)^3 2m_B} \int \frac{d^3q}{q^2 \omega_q^2} [2|T_{0q}^-|^2 + |T_{0q}^+|^2]. \quad (52)$$

В интеграле справа явно выделено когерентное перерассеяние, q и ω_q — импульс и энергия пиона в промежуточном состоянии, T_B^+ включает в себя мягкопионную часть амплитуды, а также вклады в амплитуду других, кроме когерентного, промежуточных состояний n , в том числе некогерентного перерассеяния $|n\rangle = |B'\pi\rangle$ и поглощения пиона $|n\rangle = |B'\rangle$, T_{0q}^+ , T_{0q}^- — зарядово-симметричная и зарядово-обменная части выражения

$$T_{0q}^{\alpha\beta} = \langle B(0) | j_\pi^\alpha(0) | B(-q) \pi^\beta(\mathbf{q}) \rangle. \quad (53)$$

Заметим, что в амплитуде (53) состояние $|B(-q) \pi^\beta(\mathbf{q})\rangle$ является состоянием вне энергетической поверхности.

Определяя амплитуду рассеяния

$$f = 1/(2ik) \sum_l (2l+1) (e^{2i\delta_l} - 1) P_l(\cos \theta)$$

обычным образом, имеем для s -рассеяния пионов с нулевым импульсом

$$(1 + m_\pi/m_B) f_{00} = -4\pi^2 m_\pi \langle \chi_0 | V_{\text{opt}} | \psi_0^+ \rangle, \quad (54)$$

где индексы в f_{00} обозначают начальный и конечный импульсы пионов; χ_0 — плоская волна; ψ_0^+ — волновая функция уходящего пиона с нулевым импульсом; V_{opt} — потенциал пион-ядерного взаимодействия, причем

$$H_0 \chi_0 = E_0 \chi_0, \quad (E_0 - H_0 + i\varepsilon) \psi_0^+ = V_{\text{opt}} \psi_0^+$$

и $H = H_0 + V_{\text{opt}}$ — полный гамильтониан. Подставляя в (54) ψ_0^+ из соответствующего уравнения Липпмана — Швингера

$$\psi_0^+ = \chi_0 + \frac{1}{E_0 - H + i\varepsilon} V_{\text{opt}} \chi_0,$$

получаем

$$(1 + m_\pi/m_B) f_{00} = -4\pi m_\pi \langle \chi_0 | V_{\text{opt}} | \chi_0 \rangle - 4\pi^2 m_\pi \left\langle \chi_0 | V_{\text{opt}} \frac{1}{E_0 - H + i\varepsilon} V_{\text{opt}} | \chi_0 \right\rangle. \quad (55)$$

Введение полного набора уходящих состояний во второй член правой части (55)

$$\sum_q |\psi_q^+\rangle \langle \psi_q| = 1$$

позволяет преобразовать его к виду

$$a = a_B + \frac{1}{2\pi^2} (1 + m_\pi/m_B) \int \frac{d^3q}{q^2} |f_{0q}|^2, \quad (56)$$

где $a \equiv f_{00}$;

$$(1 + m_\pi/m_B) a_B = \langle \chi_0 | -4\pi^2 m_\pi V_{\text{opt}} | \chi_0 \rangle \quad (57)$$

и

$$(1 + m_\pi/m_B) f_{0q} = \langle \chi_0 | -4\pi^2 m_\pi V_{\text{opt}} | \psi_q^+ \rangle.$$

Аналогия (56) с выражением (52) и соответствующим выражением для зарядово-обменной амплитуды T^- [22]

$$T^-(m_\pi) = T_B^- + \frac{m_\pi^3}{(2\pi)^3 2m_B} \int \frac{d^3q}{q^2 \omega_q^3} \operatorname{Re} [T_{0q}^- (T_{q0}^- + 2T_{q0}^+)] \quad (58)$$

становится явной после перехода от релятивистски инвариантных амплитуд T^\pm к нерелятивистским амплитудам f^\pm :

$$T^\pm = 8\pi (m_B + m_\pi) f^\pm.$$

В этом случае получаем

$$\left. \begin{aligned} a^+ &= a_B^+ + \frac{1}{2\pi^2} (1 + m_\pi/m_B) \int \frac{d^3q}{q^2} [2|f_{0q}^-|^2 + |f_{0q}^+|^2]; \\ a^- &= a_B^- + \frac{1}{2\pi^2} (1 + m_\pi/m_B) \int \frac{d^3q}{q^2} f_{0q}^- [f_{0q}^- + 2f_{q0}^+]. \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

При переходе в (59) от a^\pm к длинам рассеяния с определенным изоспином канала, например в случае изоспина мишени 1/2,

$$(Z - N) f^- = (Z - N) (f_1 - f_3)/3 \text{ и } f^+ = (f_1 + 2f_3)/3$$

уравнения (59) можно записать

$$a_T = (a_B)_T + \frac{1}{2\pi^2} (1 + m_\pi/m_B) \int \frac{d^3q}{q^2} |(f_{0q})_T|^2. \quad (60)$$

Таким образом, T_B^\pm соответствуют борновским амплитудам потенциальной модели пион-ядерного рассеяния, которые известны из анализа данных об уровнях π -мезоатомов. Это позволяет уменьшить неопределенности, возникающие при расчете интегралов, включающих нефизические пион-ядерные амплитуды T_{0q}^\pm , и делает рассматриваемый метод [22] предпочтительным по сравнению с использованием правил сумм типа Фубини — Фурлана в [19—21, 23, 47]. Авторы [22], предполагая, что вклад поглощения в (50) невелик, и оценивая вклад некогерентного перерассеяния $|n\rangle = |B'\pi\rangle$ в модели ферми-газа, получили значение

$$\sigma_{\pi N} \approx 34 \text{ МэВ}. \quad (61)$$

Однако использованная здесь оценка вклада некогерентных процессов является слишком грубой. Поэтому трудно говорить о неопределенности результата (61).

Рассеяние медленных пионов на легких ядрах и пион-нуклонный σ -член. Правило сумм (52) может быть записано для изосимметричных длин рассеяния a^+ в виде [30—35]

$$a^+(m_\pi) = a_B^+ + a_{\text{ког}}^+; \quad (62)$$

$$a_B^+ = a^+(0) + a_{\text{неког}}^+, \quad (63)$$

где $a^+(0)$ — мягкопионная длина рассеяния; $a_{\text{ког}}$ — вклад когерентного перерассеяния; $a_{\text{неког}}$ описывает вклады прочих, кроме $|n\rangle = |B\pi\rangle$, промежуточных состояний.

Проверка правил сумм (62) на самосогласование была проделана в [30—32] для ядер с $A \leq 4$, где было показано, что (62) удовлетворительно выполняется для этих ядер; при этом для расчета нефизических амплитуд (53) использовался одинаковый формфактор для этой группы ядер.

Для определения $\sigma_{\pi N}$ по длинам рассеяния на легких ядрах ($4 \leq A \leq 24$) в [33—35] было использовано то обстоятельство, что экспериментальные данные по s -рассеянию пионов на ряде этих ядер [49] свидетельствуют о том, что в s -амплитуде $f_0 = (\eta_0 e^{2i\delta_0} - 1)/(2i)$ параметр поглощения η_0 близок к нулю. Поскольку для $\eta_0 = 0$ сечения неупругого и упругого рассеяний равны, то можно считать, что

$$a_{\text{неог}}^+ \approx a_{\text{ог}}^+ \quad (64)$$

в рассматриваемом диапазоне ядер. Тогда из (62)—(64) следует

$$a^+(0) = 2a_B^+ - a^+(m_\pi). \quad (65)$$

Уравнение (65) дает возможность вычислить $a^+(0)$ для рассматриваемых ядер [без связанного с существенными неопределенностями вычисления интегралов с нефизическими амплитудами в (50)], поскольку борновские длины рассеяния известны из анализа сдвига уровней π -мезоатомов в потенциальной модели. При этом удобно использовать ядра с изоспином $I = 0$, так как для них эксперимент дает непосредственно значения изосимметричных длин рассеяния $a^+(m_\pi)$.

Для расчета пион-нуклонного σ -члена таким методом существенной является зависимость $a^+(0)$ от A , для чего желательно исследование такой зависимости величин $\text{Re } a^+(m_\pi) = \text{Re } a(\pi^-A)$ и a_B^+ [33—35].

Значения $a(\pi^-A)$ обычно вычислялись при обработке экспериментальных данных по π -мезоатомам с помощью модифицированного метода Дезера [50, 51]. Наряду с этим недавно Гензини предложил новый метод [52] извлечения $a(\pi^-A)$ из тех же экспериментальных данных, основанный на решении статического уравнения Клейна — Гордона для связанного состояния пион-ядро в простом приближении. Полученные в обоих методах $\text{Re } a^+(m_\pi)$ обнаруживают хорошо выраженную линейную зависимость от A [33—35]:

$$\text{Re } a^+(m_\pi) \propto A - 1. \quad (66)$$

Такая зависимость (66) представляется довольно естественной, поскольку оптический пион-ядерный потенциал в приближении «замороженного» ядра может быть представлен в виде [53] $V_{\text{opt}} = (A - 1)\langle \tau \rangle$, где $\langle \tau \rangle$ — среднее значение оператора рассеяния пиона на нуклоне в ядерной среде. В то же время борновская амплитуда пион-ядерного рассеяния также должна иметь зависимость от A типа (66) такую, как показано в [54]: s -волновая часть эффективного

пион-ядерного потенциала имеет вид

$$V_s(r) = (A-1) \frac{2\pi}{m_\pi} b_0 \rho(r), \quad (67)$$

где $\rho(r)$ — плотность нуклонов, нормированная на единицу. Отметим, что зависимость $a^+(m_\pi)$ от A должна включать еще и малый квадратичный член [55]. Действительно, экспериментальные значения $\text{Re } a^+(m_\pi)$ [52] вполне удовлетворительно описываются представленной на рис. 2 кривой [35]

$$\text{Re } a^+(m_\pi) = [-0,0320(A-1) + 0,0002A^2] m_\pi^{-1}. \quad (68)$$

В рассматриваемом диапазоне ядер квадратичный член играет несущественную роль и при вычислении $\sigma_{\pi N}$ может быть отброшен. Таким образом, имея в виду соотношения (65)—(67), можно считать, что $a^+(0)$ также пропорциональна $A-1$, что существенно для определения $\sigma_{\pi N}$ как однонуклонного вклада в $a(0)$. Следовательно, с учетом перенормировки мягкопионной части πN -амплитуды в ядерной среде имеем [33—35]

$$\sigma_{\pi N} = -\frac{4\pi f_\pi^2 a^+(0)}{A-1} c(\rho), \quad (69)$$

где $c(\rho)$ — коэффициент, учитывающий такую перенормировку и, вообще говоря, зависящий от ядерной плотности.

Для оценки $c(\rho)$ воспользуемся тем обстоятельством, что в линейной σ -модели [56] коммутатор в (51) эквивалентен дивергенции аксиально-векторного тока $\partial^\mu A_\mu^\alpha(0) = \bar{D}^\alpha(0)$. В пределе $q^2 \rightarrow 0$ матричный элемент

$$\langle N | \bar{D}^+(0) | N \rangle = 2m_N g_A \bar{u} i \gamma^5 \tau^+ u, \quad (70)$$

где $|N\rangle$ — состояние свободного нуклона; m_N — масса нуклона; g_A — аксиально-векторная константа β -распада нейтрона. В ядерной среде соотношение (70) перенормируется так, что произведение $m_N g_A$ переходит в $\tilde{m}_N \tilde{g}_A$, где \tilde{m}_N и \tilde{g}_A — соответственно эффективная масса нуклона и перенормированная аксиально-векторная константа в ядерной среде. Таким образом, $c(\rho)$ определяется перенормировкой произведения $m_N g_A$, т. е. [35]

$$c(\rho) = \frac{m_N g_A}{\tilde{m}_N \tilde{g}_A}. \quad (71)$$

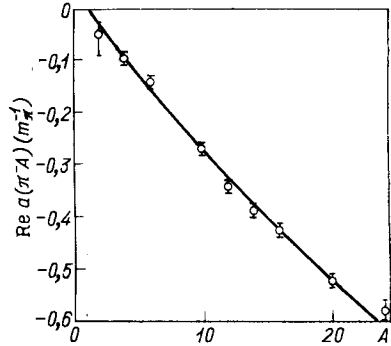


Рис. 2. Длины рассеяния пионов на легких ядрах с изоспином $I=0$. Экспериментальные значения взяты из [52]. Сплошная кривая соответствует формуле (68)

В теории конечных ферми-систем [57] для эффективной массы нуклона в ядре даются оценки $\tilde{m}_N = (0,8 \div 0,9) m_N$. Для \tilde{g}_A в этой теории получается выражение (см. также [58]) $\tilde{g}_A = (1 - 2 \zeta_s) g_A$, где параметр $\zeta_s = 0,05 \div 0,1$. Для наших оценок в рассматриваемом диапазоне ядер ($A \leq 24$) естественно использовать $\tilde{m}_N = 0,9 m_N$ и $\zeta_s = 0,05$.

Таким образом, используя соотношения (65), (68), (69), (71), можно вычислить пион-нуклонный σ -член. При этом значения борновских длин рассеяния a_B для рассматриваемых ядер были определены через параметр b_0 потенциала пион-ядерного взаимодействия [59], успешно описывающего большую совокупность экспериментальных данных по π -мезоатомам и пион-ядерному рассеянию. Отметим, что в этих расчетах параметр b_0 был пересчитан в форме (67).

Такая процедура расчета a_B сводится к замене V_{opt} в формуле (57) феноменологическим потенциалом типа Кисслинджера — Эриксонов использованным в [59]. Разумеется, при этом в расчет вносится известная неопределенность. Однако можно надеяться, что эта неопределенность не существенна, поскольку феноменологический оптический потенциал, хотя и не выводится строго в теории многократного рассеяния, но тем не менее хорошо описывает большую совокупность экспериментальных данных.

В результате для пион-нуклонного σ -члена получается [35]

$$\sigma_{\pi N} = (40 \pm 7) \text{ МэВ}. \quad (72)$$

Приведенная в (72) неопределенность результата является следствием процедуры подгонки экспериментальных данных к формуле (68), а также неопределенности оценки c (ρ) по формуле (71).

В данном расчете $\sigma_{\pi N}$ весьма существенным является параметр b_0 (67) эффективного пион-ядерного потенциала. Этот параметр определяется из анализа сдвигов уровней π -мезоатомов. При этом оказывается, что в процедуре определения параметров этого потенциала трудно однозначно выделить в оптическом потенциале вклады, пропорциональные $b_0 \rho$ и $\text{Re } B_0 \rho^2$ [59, 60]. Поэтому на практике приходится фиксировать значение $\text{Re } B_0$ из дополнительных соображений. Теоретические оценки в разных подходах дают для отношения $\text{Re } B_0 / \text{Im } B_0$ достаточно широкий интервал значений: $\pm 0 \div 2$ [61]. В [59] в соответствии с теоретическим расчетом [62] для $\text{Re } B_0$ принято малое положительное значение ($\sim 0,002 m_\pi^4$), что приводит к значению $b_0 = 0,033 m_\pi^{-1}$, которое использовалось для получения (72). Такой выбор $\text{Re } B_0$ подтверждается также расчетом [63]. В противоположность этому в [50, 64] отношение $\text{Re } B_0 / \text{Im } B_0$ принято равным -1 , в результате чего значение b_0 получается равным $-0,017 m_\pi^{-1}$. Использование этого значения b_0 в наших расчетах привело бы к слишком малому значению пион-нуклонного σ -члена (меньше 15 МэВ), противоречащему существующим оценкам этой величины. Это обстоятельство следует рассматривать как аргумент в пользу варианта

параметров пион-ядерного оптического потенциала в [59] по сравнению с [50, 64], равным образом как и указание на правильность порядка величины $\text{Re } B_0$, полученной в [63].

Отметим, что вид зависимости (68) является весьма важным для расчета $\sigma_{\pi N}$ в подходе [33—35]. Поэтому уточнение экспериментальных данных по сдвигам $1s$ -уровней π -мезоатомов было бы весьма желательным. В то же время желательным является также дальнейшее усовершенствование процедуры извлечения длин пион-ядерного рассеяния из этих данных. Интересная попытка такого усовершенствования, как указывалось выше, была предпринята Гензини [52].

2. МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПИОН-НУКЛОННОГО σ -ЧЛЕНА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДИСПЕРСИОННЫХ СООТНОШЕНИЙ

Использование экстраполяции изосимметричной πN -амплитуды в точку Ченга—Дашена (метод Ченга—Дашена). Выражение (31) соотносит значение пион-нуклонного σ -члена с амплитудой вне массовой поверхности. Ченг и Дашен [65] предложили способ связать $\sigma_{\pi N}$ с πN -амплитудой на массовой поверхности ($q_1^2 = q_2^2 = m_\pi^2$), что давало бы возможность использовать дисперсионные соотношения для экстраполяции этого параметра. В этом методе обычно используют амплитуду

$$F^+(v, t, q_1^2, q_2^2) = T^+(v, t, q_1^2, q_2^2) - \frac{q_{\pi N}^2}{m} \frac{v_B^2}{v_B^2 - v^2} = A^+ + vB^+ - \frac{g_{\pi N}^2}{m_N} \frac{v_B^2}{v_B^2 - v^2}. \quad (73)$$

Амплитуда F^+ равна обычной изосимметричной амплитуде πN -рассеяния $T^+ = A^+ + vB^+$ с изоспином $I = 0$ в t -канале, из которой вычтен нуклонный полюсный член для получения гладкой функции вблизи точки Вайнберга, где A^+ и B^+ — обычные инвариантные амплитуды [66]. В соответствии с (31)

$$F^+(0, 0, 0, 0) = -\frac{1}{f_\pi^2} \sigma_{\pi N}. \quad (74)$$

Ченг и Дашен [65] предполагали справедливость разложения амплитуды $F^+(0, 2m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2)$ по q_1^2 и q_2^2 :

$$F^+(0, 2m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) = F^+(0, 0, 0, 0) + m_\pi^2 \frac{\partial}{\partial q_1^2} F^+(0, 0, 0, 0) + m_\pi^2 \frac{\partial}{\partial q_2^2} F^+(0, 0, 0, 0) + 0(m_\pi^4). \quad (75)$$

Условие самосогласования Адлера [67] дает

$$F^+(0, m_\pi^2, m_\pi^2, 0) = F^+(0, m_\pi^2, 0, m_\pi^2) = 0. \quad (76)$$

Тогда использование разложений

$$F^+(0, m_\pi^2, m_\pi^2, 0) = F^+(0, 0, 0, 0) + m_\pi^2 \frac{\partial}{\partial q_1^2} F^+(0, 0, 0, 0) + O(m_\pi^4); \quad (77)$$

$$F^+(0, m_\pi^2, 0, m_\pi^2) = F^+(0, 0, 0, 0) + m_\pi^2 \frac{\partial}{\partial q_2^2} F^+(0, 0, 0, 0) + O(m_\pi^4)$$

ведет к соотношениям:

$$\left. \begin{aligned} F^+(0, 0, 0, 0) &= -m_\pi^2 \frac{\partial}{\partial q_1^2} F^+(0, 0, 0, 0) + O(m_\pi^4); \\ F^+(0, 0, 0, 0) &= -m_\pi^2 \frac{\partial}{\partial q_2^2} F^+(0, 0, 0, 0) + O(m_\pi^4). \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

Подстановка (78) в (75) приводит к

$$F^+(0, 2m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) = -F^+(0, 0, 0, 0) + O(m_\pi^4), \quad (79)$$

или в соответствии с (74)

$$F^+(0, 2m_\pi^2, m_\pi^2, m_\pi^2) = \frac{1}{f_\pi^2} \sigma_{\pi N} + O(m_\pi^4). \quad (80)$$

Отметим, что для получения (80) существенным было предположение об отсутствии сингулярностей по t , q_1^2 , q_2^2 у амплитуды πN -рассеяния при $\nu = 0$. Существенным также является вопрос о необходимых поправках в соотношении (80). Этот вопрос исследовался в [68—70], однако остается до настоящего времени актуальным. По-видимому, он тесно связан с возможной неаналитичностью πN -амплитуды по t при $\nu = 0$ [36, 38, 69].

Группа результатов C на рис. 1 включает в себя методы определения $\sigma_{\pi N}$ экстраполяцией амплитуды πN -рассеяния в точку Ченга — Дашена ($\nu = 0$, $t = 2m_\pi^2$, $q_1^2 = q_2^2 = m_\pi^2$) [24—28, 71]. Эти методы включают в себя четыре основных элемента:

- 1) данные по константе пион-нуклонного взаимодействия;
- 2) данные фазового анализа;
- 3) использование дисперсионных соотношений для определения амплитуды для пространственноподобных t и $\nu = 0$. При этом в такой методике часто имеют дело с амплитудой

$$\begin{aligned} \tilde{C}^+(\nu, t) &= A^+(\nu, t) + \frac{\nu}{1+t/(4m_N^2)} B^+(\nu, t) - \\ &- \frac{g_{\pi N}^2}{m_N(1-t/(4m_N^2))} \frac{\nu_B^2}{\nu_B^2 - \nu^2}; \end{aligned} \quad (81)$$

- 4) экстраполяция по t в точку Ченга — Дашена $\tilde{C}^+(0, t)$, $F^+(0, t, m_\pi^2, m_\pi^2)$ или разложения $\tilde{C}^+(0, t)$

$$F^+(0, t, m_\pi^2, m_\pi^2) \approx C_1^+ + C_2^+(t/m_\pi^2) + C_3^+(t/m_\pi^2)^2. \quad (82)$$

Пион-нуклонный σ -член рассчитывается из $\tilde{C}^+(0, 2m_\pi^2)$ с использованием соотношения [28]

$$\sigma_{\pi N}/f_\pi^2 = \tilde{C}^+(0, 2m_\pi^2) + g_{\pi N}^2 m_\pi^3 / (2m_N^3) + 0(m_\pi^4) \quad (83)$$

либо из (80).

В работах Нильсена и Оадеса [26] и Хёлера и др. [27] для выполнения экстраполяции по t амплитуда $\tilde{C}^+(\nu, t)$ разлагалась в ряд по ν^2 и t относительно $\nu = 0, t = 0$:

$$\tilde{C}^+(\nu, t) = \sum_{m, n=0}^{M, N} x_{mn} (\nu^2)^m t^n. \quad (84)$$

Значения коэффициентов x_{mn} , вычисленные в этих работах, находятся во взаимном согласии. Для определения этих коэффициентов использовались дисперсионные соотношения с вычитанием для $\tilde{C}^+(\nu, t)$ для первой производной от $\tilde{C}^+(\nu, t)$ по t , а также для производных от амплитуды по ν^2 . Нильсен и Оадес [26] применили контурные дисперсионные соотношения при фиксированном t вида:

$$\operatorname{Re} \tilde{C}^+(\nu, t) = \frac{2}{\pi} P \int_{m_\pi + \frac{t}{4m_N}}^{\nu_1(t)} d\nu' \frac{\nu' \operatorname{Im} C^+(\nu', t)}{\nu'^2 - \nu^2} + C_c^+(\nu, t), \quad (85)$$

где $\nu_1(t)$ соответствует наибольшей энергии, при которой имеются данные фазового анализа; $C_c^+(\nu, t)$ есть вклад от конечного контура. В результате они получили

$$\sigma_{\pi N} = (66 \pm 9) \text{ МэВ}. \quad (86)$$

Систематический анализ был проделан Хёлером и др. [27] с использованием всех имеющихся данных по πN - и $\pi\pi$ -рассеянию, в результате

$$\sigma_{\pi N} = (61 \pm 8) \text{ МэВ}. \quad (87)$$

В работе Чао и др. [24] для оценки $\sigma_{\pi N}$ использовалась экстраполяция $\tilde{C}^+(\nu, t)$ вдоль гиперболических кривых в νt -плоскости ниже физического порога. Нижние ветви этих кривых располагаются в физической области для энергий выше упругого порога. Было найдено

$$\sigma_{\pi N} = (57 \pm 12) \text{ МэВ}. \quad (88)$$

Приведенная погрешность оценивается по разбросу значений $\sigma_{\pi N}$, найденных при различных способах экстраполяции. Моир и др. [25] определили $\sigma_{\pi N}$ с помощью так называемых внутренних дисперсионных соотношений. Используемые дисперсионные соотношения не требуют знания константы πN -взаимодействия и не чувствительны к вкладу высших парциальных волн. В этом методе пион-нуклонный σ -член получается с помощью экстраполяции в точку Ченга — Да-

шена только по одной переменной, в результате

$$\sigma_{\pi N} = (74 \pm 7) \text{ МэВ.} \quad (89)$$

Лайнбейн [28] выполнил экстраполяцию πN -амплитуды в точку Ченга — Дашена, используя ее разложение по полиномам третьего порядка

$$\tilde{C}^+(0, t) = \sum_{i=0}^3 c_i q^i, \quad (90)$$

где $q(t) = (m_\pi^2 - t/4)^{1/2}$.

Для уменьшения погрешностей экстраполяции используется ограничение, следующее из условия унитарности в t -канале:

$$c_1/c_0 = -a_0^2 = (-0,28 \pm 0,05) m_\pi^{-1},$$

где a_0^0 — длина $\pi\pi$ -рассеяния при $I = J = 0$. Наилучшая подгонка для $\sigma_{\pi N}$ дает

$$\sigma_{\pi N} = (69 \pm 22) \text{ МэВ [28].} \quad (91)$$

Таким образом, в работах этого направления наиболее вероятные значения пион-нуклонного σ -члена располагаются в интервале 60—70 МэВ [24—28]. На этом основании, обсуждая результаты этой группы работ, Джаффе [72] приводит в качестве их суммарного результата для $\sigma_{\pi N}$

$$\sigma_{\pi N} = (65 \pm 5) \text{ МэВ.} \quad (92)$$

Пожалуй, наиболее тщательным является недавний расчет Коха [71], в котором с использованием гиперболических дисперсионных соотношений в плоскости (v^2, t) получено

$$\sigma_{\pi N} = (64 \pm 8) \text{ МэВ.} \quad (93)$$

Отметим, что при получении результатов (92) и (93) не учитывались какие-нибудь поправки в соотношениях (80) и (83), т. е. предполагалось, что амплитуда F^+ в точке Ченга — Дашена практически не отличается от амплитуды в точке Вайнберга, взятой с противоположным знаком.

Использование разложения изосимметричной πN -амплитуды в ряд вблизи физического порога (метод Альтарелли-Кабиббо — Майани). Группа результатов D на рис. 1 относится к методам, использующим разложение амплитуды по переменным t , v , q_1^2 , q_2^2 и данные по πN -рассеянию вблизи порога [36—38, 73—75]. В методе Альтарелли — Кабиббо — Майани [73] амплитуда представляется в виде разложения

$$F^+(v, t, q_1^2, q_2^2) = A + Bt + \\ + C(q_1^2 + q_2^2) + Dv^2 + R(v, t, q_1^2, q_2^2), \quad (94)$$

где R — нелинейная функция по t , v^2 , q_1^2 и q_2^2 и $R(0, 0, 0, 0) = 0$. Для определения неизвестных коэффициентов A , B , C и D исполь-

зуется условие самосогласования Адлера

$$F^+(0, m_\pi^2, m_\pi^2, 0) = 0; \quad (95)$$

связь пион-нуклонного σ -члена с амплитудой F^+ в точке Вайнберга (74)

$$F^+(0, 0, 0, 0) = -\sigma_{\pi N}/f_\pi^2; \quad (96)$$

известные из эксперимента пороговые значения величин

$$F^+(m_\pi, 0, m_\pi^2, m_\pi^2) \text{ и } d/dt F^+(m_\pi, t, m_\pi^2, m_\pi^2)|_{t=0};$$

и, наконец, дисперсионное соотношение для $F^+(v, t, m_\pi^2, m_\pi^2)$ в направлении вперед ($t = 0$) с вычитанием в точке $v = 0$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} F(v_1, t, m_\pi^2, m_\pi^2) &= \\ &= \operatorname{Re} F(0, t, m_\pi^2, m_\pi^2) + \frac{2v_1^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{v^2} \sigma^+(k, t), \end{aligned} \quad (97)$$

где $v_1 = m_\pi + t/(4m_N)$; k — импульс первичного пиона в лабораторной системе; $\sigma^+(v, t) \equiv k^{-1} \operatorname{Im} T^+(v, t)$. Соотношение (97) вытекает из предложенных Чу, Гольдбергером, Лоу и Намбу [76] дисперсионных соотношений для инвариантных амплитуд $A^\pm(v, t)$ и $B^\pm(v, t)$ ($T^\pm = A^\pm + vB^\pm$):

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} A^\pm(v, t) &= \\ &= \frac{1}{\pi} P \int_{m_\pi + t/(4m_N)}^\infty dv' \operatorname{Im} A^\pm(v', t) \left(\frac{1}{v' - v} \pm \frac{1}{v' + v} \right); \end{aligned} \quad (98)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{Re} B^\pm(v, t) &= \frac{g_{\pi N}^2}{2m_N} \left(\frac{1}{v_B - v} \mp \frac{1}{v_B + v} \right) + \\ &+ \frac{1}{\pi} P \int_{m_\pi + t/(4m_N)}^\infty dv' \operatorname{Im} B^\pm(v', t) \left(\frac{1}{v' - v} \mp \frac{1}{v' + v} \right). \end{aligned} \quad (99)$$

Дисперсионные соотношения для $A^\pm(v, t)$, $B^\pm(v, t)$ и их производных в направлении вперед $\partial/\partial t \operatorname{Re} A^\pm(v, t)|_{t=0}$, $\partial/\partial t \operatorname{Re} B^\pm(v, t)|_{t=0}$ наиболее полно были обоснованы Гамильтоном и Вулхоком [77] (при $v \neq 0$). Ими было доказано, что для $A^-(v, t)$, $B^+(v, t)$, $B^-(v, t)$ существуют дисперсионные соотношения без вычитания, а для $A^+(v, t)$ требуется одно вычитание.

Для оценки $R(v, t, q_1^2, q_2^2)$ в методе [73] применяется резонансная модель с основным вкладом изобары $\Delta(1232)$. Однако, как показано в [37], вклад только одной изобары при расчете дисперсионных интегралов в (97)—(99) не является достаточным для описания экспериментальных значений амплитуд πN -рассеяния на пороге, равно как и s - и p -волновых длин (объемов) рассеяния. Так как вклад от нелинейных членов $R(v, t, q_1^2, q_2^2)$ в $\sigma_{\pi N}$ в расчете [73] был ве-

лик (около 50%), в резонансной модели Альтарелли — Кабиббо — Майани возникает большая неопределенность (около 50%), которая практически не позволяет полагаться на рассчитанное значение $\sigma_{\pi N}$:

$$\sigma_{\pi N} = (80 \pm 30) \text{ МэВ} [73]. \quad (100)$$

Влияние неаналитичности изосимметричной πN -амплитуды по t при $\nu=0$ на дисперсионные оценки $\sigma_{\pi N}$. Олссон и Осиповский [74] попытались обойти трудность метода Альтарелли — Кабиббо — Майани таким образом, что с самого начала ими вместо разложения (94) рассматривалось разложение F^+ при $\nu = 0$:

$$F^+(0, t, q_1^2, q_2^2) \equiv F^+(t, q_1^2, q_2^2) = -\sigma_{\pi N}/f_\pi^2 + B(q_1^2 + q_2^2) + Ct + R(t, q_1^2, q_2^2). \quad (101)$$

По оценкам [74] вклад изобары в $R(t, q_1^2, q_2^2)$ невелик, однако при этом делалось предположение, что функциональная зависимость резонансного вклада изобары от t не меняется при переходе от физических значений ν к $\nu = 0$. Однако это предположение не соответствует результатам рассмотрения [78], где показано, что зависимость от t вклада изобары при $\nu = 0$, по-видимому, существенно отличается от обычной параметризации при физических значениях ν .

Применение к (101) условия самосогласования Адлера дает:

$$Cm_\pi^2 = \sigma_{\pi N}/f_\pi^2 - Bm_\pi^2 - R(m_\pi^2, m_\pi^2, 0).$$

Отсюда разложение (101) на массовой поверхности пионов принимает вид:

$$F^+(t, m_\pi^2, m_\pi^2) \approx -\sigma_{\pi N}/f_\pi^2 + 2Bm_\pi^2 + \left(\frac{\sigma_{\pi N}}{m_\pi^2 f_\pi^2} - B \right) t + [R(t, m_\pi^2, m_\pi^2) - R(m_\pi^2, m_\pi^2, 0) t/m_\pi^2]. \quad (102)$$

Для нахождения неизвестных членов разложения в (102) использовались дисперсионное соотношение (97) и его производная по t при $t = 0$. В результате получилась система двух уравнений с двумя неизвестными $\sigma_{\pi N}$ и B :

$$F^+(0, m_\pi^2, m_\pi^2) = T^+(m_\pi, 0) + \frac{g_{\pi N}^2}{m_N} \frac{\nu_B^2 (m_\pi - \nu_B)}{(m_\pi - \nu_B)^2 (m_\pi + \nu_B)} - I_0; \quad (103)$$

$$d/dt F^+(t, m_\pi^2, m_\pi^2)_{t=0} = d/dt T^+_{t=0} \Big|_{\nu=m_\pi} - \frac{g_{\pi N}^2}{m_N m_\pi} \frac{\nu_B^2 (m_\pi - \nu_B)}{(m_\pi - \nu_B)^2 (m_\pi + \nu_B)^2} - I_1 / (2m_N m_\pi) - I_2, \quad (104)$$

где

$$I_0 = \frac{2m_\pi^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{\omega^2} \sigma^+(k); \quad (105)$$

$$I_1 = \frac{2m_\pi^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{k^2 dk}{\omega^4} \sigma^+(k); \quad (106)$$

$$I_2 = \frac{2m_\pi^2}{\pi} \int_0^\infty \frac{dk}{\omega^2} \left. \frac{d\sigma^+(k, t)}{dt} \right|_{t=0}; \quad (107)$$

$$1/(4\pi) T^+(m_\pi, 0) = (1 + m_\pi/m_N) a_0^{\dagger 1/2}; \quad (108)$$

$$1/(4\pi) d/dt T^+ |_{(m_\pi=0)} = 1/(8m_N^2) a_0^{\dagger 1/2} + \\ + 1/2 a_1^{\dagger 1/2} + (1 + 3m_\pi/(2m_N)) a_1^{\dagger 3/2}, \quad (109)$$

$$\omega = (m_\pi^2 + k^2)^{1/2}.$$

Используя для I_0 и I_1 значения, полученные Г. Хёлером и др. [79] из экспериментальных данных по сечениям πN -рассеяния,

$$\left. \begin{aligned} I_0 &= (1,46 \pm 0,02) m_\pi^{-1}; \\ I_1 &= (1,12 \pm 0,04) m_\pi^{-1} \end{aligned} \right\} \quad (110)$$

и вычислив интеграл I_2 , считая ведущим вклад изобары,

$$I_2 = (0,28 \pm 0,04) m_\pi^{-3}, \quad (111)$$

Олссон и Осиповский получили [74]

$$\sigma_{\pi N} = (70 \pm 6) \text{ МэВ}. \quad (112)$$

Когда же Олссон [75] применил дисперсионное соотношение для $T(\omega, 0)$ с вычитанием на пороге и использованием параметризации s -волны вблизи порога [77]

$$\sqrt{s} / (m_N + m_\pi) \text{Re } f_0^{\dagger 1/2} = a_0^{\dagger 1/2} + k^2 C^+(k),$$

что позволило заменить комбинацию $1/2 (a_1^{\dagger 1/2} + 2a_1^{\dagger 3/2})$, вносящую основной вклад в (109), выражением, зависящим от $C^+(k)$, получилось значение для пион-нуклонного σ -члена [75]

$$\sigma_{\pi N} = (51 \pm 9) \text{ МэВ}. \quad (113)$$

Это значение было найдено из выражения

$$\begin{aligned} \sigma_{\pi N}/f_\pi^2 &= 4\pi [(1 + m_\pi/(2m_N))^2 a_0^{\dagger 1/2} + \\ &+ 3m_\pi^3/m_N a_1^{\dagger 3/2} - (1 + m_\pi/m_N)^2 m_\pi^2 C^+] + \\ &+ 2/\pi m_\pi^4 (1 + m_\pi/m_N) \int_0^\infty \frac{dk}{\omega^2 k^2} (\sigma^+(k) - \sigma^+(0)) - \\ &- m_\pi (1 + m_\pi/m_N) \sigma^+(0) + m_\pi^4 J_R - 2m_\pi^2 I_2 + 0(R(t, m_\pi^2, m_\pi^2)), \quad (114) \end{aligned}$$

где

$$I_R = \frac{2m_\pi}{\pi m_N} \int_0^\infty \frac{dk}{\omega^4} \sigma^+(k).$$

Для оценки $\sigma_{\pi N}$ по формуле (114) автор [75] использовал $C^+ = (0,032 \pm 0,008) m_\pi^{-3}$, рассчитанное в [77], значения длин πN -рассеяния из не зависящего от энергии фазового анализа [80] и параметризацию сдвигов фаз из этого фазового анализа к зависящему от энергии виду при малых энергиях [81].

Разброс в результатах расчета $\sigma_{\pi N}$ (112), (113) заставляет усомниться, если не в процедуре, то в приводимой авторами [74, 75] неопределенности оценок $\sigma_{\pi N}$. При этом существенно то обстоятельство [36—38], что в [74, 75] считалось допустимым дифференцирование $F^+(0, t, m_\pi^2, m_\pi^2)$ по t . Следует отметить, что для дифференцирования этой функции (или для интерполяции по переменной t от $t = 0$ к $t = 2m_\pi^2$) требуется обоснование аналитичности $F^+(0, t, m_\pi^2, m_\pi^2)$ по переменной t . В то же время Пагельс и Парди [69] показали, что функция $\Sigma(t) = \sigma_{\pi N}(t)/(f_\pi m_\pi^2)$, возникающая в разложении $A^+(v, t)$,

$$A^+(v, t) = m_\pi^2/f_\pi \Sigma(t) + g_{\pi N}^2/m_N [1 + (m_\pi/m_N)^4 a + (2v_B/m_N) b + (v/m_N)^2 c], \quad (115)$$

является неаналитичной по t в том смысле, что

$$\begin{aligned} \Sigma(2m_\pi^2) - \Sigma(0) &= \\ &= 3/(8\pi) (g_A/(2f_\pi))^2 m_\pi/f_\pi + 0(m_\pi^2 \ln m_\pi^2), \end{aligned} \quad (116)$$

т. е. разность пропорциональна \sqrt{t} . Тот факт, что разность пропорциональна m_π , а не m_π^2 , подчеркивает особый характер точки $t = 2m_\pi^2$. Роль такой неаналитичности возрастает по мере возрастания вклада $\Sigma(t)$ в (115) и в амплитуду $T^+(v, t)$, что происходит при $v \rightarrow 0$ и $v_B \rightarrow 0$ ($t \rightarrow 2m_\pi^2$). На физическом пороге относительная роль членов с коэффициентами a, b, c и $\Sigma(t)$ будет сравнима, в то время как в точке Ченга — Дашена будет преобладать вклад $m_\pi^2/f_\pi \Sigma(t)$. Таким образом, из (116) видно, что вследствие неаналитичности $\sigma_{\pi N}(t)$ в окрестности точки Ченга — Дашена $\sigma(2m_\pi^2)$ будет отличаться от $\sigma_{\pi N}(0) = \sigma_{\pi N}$. Значение этой поправки, рассчитанное в киральной теории возмущений по оценке [69], равно — 14 МэВ. Если просто вычесть эту поправку из результатов (92), как это сделано в [72], то вместо (92) получается

$$\sigma_{\pi N} \equiv \sigma_{\pi N}(0) = (51 \pm 5) \text{ МэВ}. \quad (117)$$

Отметим, что уточнение используемой здесь поправки представляет заметный интерес.

Определение пион-нуклонного σ -члена из данных фазового анализа πN -рассеяния вблизи физического порога. Для уменьшения влияния неаналитичности амплитуды $F^+(0, t, m_\pi^2, m_\pi^2)$ по t при

оценке пион-нуклонного σ -члена [36—38] использовалось разложение амплитуды $F^+(v, t, q_1^2, q_2^2)$ вблизи физического порога ($v = m_\pi, t = 0$), а коэффициенты этого разложения определялись из результатов зависящего от энергии фазового анализа [82]. Поскольку изосимметричная амплитуда F^+ должна быть четной функцией v , ее расположение может быть записано в виде

$$F^+(v, t, q_1^2, q_2^2) = -\sigma_{\pi N}/f_\pi^2 + \\ + Bt + C(q_1^2 + q_2^2) + Dv^2 + R_1 t^2 + R_2 tv^2 + R_3 v^4. \quad (118)$$

Учитывая (73) и представляя амплитуду T^+ с помощью данных фазового анализа [82], получаем возможность определения коэффициентов разложения (118).

Строго говоря, для использования разложения (118) требуется доказательство его сходимости. При отсутствии такого доказательства ограничение в разложении амплитуды F^+ членами, приведенными в (118), оправдывается малостью последующих членов. Именно коэффициент C в предыдущих анализах [73—75] составлял приблизительно $0,3m_\pi^{-3}$, поэтому не включались в разложение члены с более высокими степенями (q_1^2, q_2^2). Как было показано в [23], коэффициент R_1 мал, следовательно, нет необходимости учитывать члены более высоких степеней по t . Непосредственный расчет [37] показал, что коэффициенты членов с tv^4 и v^6 по модулю малы ($\ll 0,1 m_\pi^{-7}$). Поэтому, учитывая, что в фазовом анализе [82] разложение амплитуды $T^+(\omega, 0)$ известно с хорошей точностью лишь до членов $\sim q^4$ (q — импульс в системе центра масс), в [36—38] ограничились приведенными в (118) членами разложения F^+ .

Необходимое число уравнений для определения коэффициентов разложения (118) было получено с использованием условия самосогласования Адлера, а также приравниванием членов с одинаковыми степенями q^2 в правой и левой частях уравнения (73) при $t = 0$ и соответственно однократно и двукратно проинтегрированного по t уравнения (73) при $t = 0$. В результате получилось

$$F^+(v, t, q_1^2, q_2^2) = -0,69 + 1,05t - \\ - 0,37(q_1^2 + q_2^2) + 1,06v^2 + 0,02t^2 + 0,48tv^2 + 0,48v^4 \quad (119)$$

(здесь используется система единиц, в которой $m_\pi = 1$). Отсюда для пион-нуклонного σ -члена получается [38]

$$\sigma_{\pi N} = (42 \pm 8) \text{ МэВ}, \quad (120)$$

где приведенная погрешность включает в себя неточность за счет отброшенных членов в (118) и неопределенности результатов фазового анализа [82]. Пользуясь коэффициентами разложения (119), нетрудно независимо оценить значение дисперсионного интеграла I_0 (105):

$$I_0 = D + R_3 \approx 1,5 m_\pi^{-1},$$

что близко к результату (110) непосредственного расчета этого интеграла Хёлером и др. [79]. В [37] также показано, что продифференцированное по t (при $t = 0$) дисперсионное соотношение (97) противоречит исходному, если для вычисления возникающих дисперсионных интегралов использовать экспериментальные данные для $\sigma^+(k)$ и $d\sigma^+(k, t)/dt|_{t=0}$. Это дает возможность понять причину разброса результатов оценок $\sigma_{\pi N}$ (112), (113).

Аналогичная процедура вычисления коэффициентов разложения F^+ с использованием параметризации [81] результатов не зависящего от энергии фазового анализа [80] приводит для $\sigma_{\pi N}$ к результату, близкому к (120):

$$\sigma_{\pi N} \approx 40 \text{ МэВ} [38].$$

Однако следует иметь в виду, что параметризация [81] несколько хуже воспроизводит зависимость πN -амплитуды от энергии вблизи физического порога, чем результаты зависящего от энергии фазового анализа [82]. Поэтому следует отдать предпочтение результату (120), полученному с использованием [82]. Это следует, в частности, из того, что значение интеграла I_0 , полученного с помощью [81] ($I_0 \approx 1,2 m_\pi^{-1}$), хуже согласуется с результатом [79].

Отметим, что для дальнейшего уточнения результата (120) необходимо повысить точность определения коэффициентов разложения чисто ядерных фаз по q^2 в зависящем от энергии фазовом анализе πN -рассеяния при малых энергиях.

3. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПИОН-НУКЛОННОГО σ -ЧЛЕНА

Расчет $\sigma_{\pi N}$, проделанный Ченгом в кварк-глюонной модели. Как отмечалось во введении, кинетическая часть плотности лагранжиана КХД (32) инвариантна при $SU(3) \otimes SU(3)$ -преобразованиях, а массовый член $\bar{q}Mq$ [см. (10)] преобразуется по $(3^*, 3) \oplus (3, 3^*)$ -представлению киральной группы в согласии с моделью Гелл-Мана — Оакса — Реннера [9]. Обозначая массовую матрицу «голых» (токовых) кварков

$$M = \begin{pmatrix} m_u & 0 & 0 \\ 0 & m_d & 0 \\ 0 & 0 & m_s \end{pmatrix} = c_0 \lambda^0 + c_3 \lambda^3 + c_8 \lambda^8,$$

где

$$\lambda^0 = (2/3)^{1/2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

и приравнивая соответствующие члены, находим:

$$\begin{aligned} c_0 &= 1/\sqrt{6} (m_u + m_d + m_s); \\ c_3 &= 1/2 (m_u - m_d); \\ c_8 &= 1/(2\sqrt{3}) (m_u + m_d - 2m_s). \end{aligned} \quad (124)$$

Тогда в пренебрежении разностью масс нестранных кварков нарушающий $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрию массовый член $\mathcal{H}' = \bar{q} M q$ можно записать как

$$\mathcal{H}' = c_0 u^0 + c_8 u^8, \quad (122)$$

где

$$u^\alpha(x) = \bar{q}(x) \lambda^\alpha q(x), \quad \alpha = 0, 1, \dots, 8.$$

Легко убедиться, что в пион-нуклонной σ -член (30) вносит вклад только часть \mathcal{H}_2 плотности \mathcal{H}' , нарушающая $SU(2) \otimes SU(2)$,

$$\mathcal{H}_2 = 1/3 (\sqrt{2} c_0 + c_8) (\sqrt{2} u_0 + u_8), \quad (123)$$

другая часть

$$\mathcal{H}_1 = 1/3 (c_0 - \sqrt{2} c_8) (u_0 - \sqrt{2} u_8) \quad (124)$$

нарушает $SU(3)$ -симметрию, но сохраняет $SU(2) \otimes SU(2)$ -симметрию. Подставляя (123) в (30) и учитывая соотношения:

$$\left. \begin{aligned} [\bar{Q}^\alpha, u^\beta] &= i d_{\alpha\beta\gamma} v^\gamma; \\ [\bar{Q}^\alpha, v^\beta] &= -i d_{\alpha\beta\gamma} u^\gamma, \end{aligned} \right\} \quad (125)$$

где $v^\alpha(x) = i \bar{q}(x) \lambda^{\alpha\beta\gamma} q(x)$ ($\alpha = 0, 1, \dots, 8$), а $d_{\alpha\beta\gamma}$ — структурные константы антикоммутиационных соотношений $SU(3)$

$$\{\lambda^\alpha, \lambda^\beta\} = 2 d_{\alpha\beta\gamma} \lambda^\gamma,$$

получаем

$$\sigma_{\pi N} = \frac{\hat{m}}{2m_N} \langle N | \bar{u}u + \bar{d}d | N \rangle, \quad (126)$$

где $\hat{m} = 1/2 (m_u + m_d)$, а нуклонные состояния с импульсом $p | N_p \rangle$ нормированы ковариантно

$$\langle N_p | N_{p'} \rangle = (2\pi)^3 2p_0 \delta(p - p'). \quad (127)$$

В других обозначениях

$$\sigma_{\pi N} = \frac{1}{2m_N} \frac{1}{3} (\sqrt{2} c_0 + c_8) \langle N | \sqrt{2} u_0 + u_8 | N \rangle, \quad (128)$$

откуда видно, что вклад в массу нуклона $\Delta M_N (\mathcal{H}_2)$ части плотности гамильтониана, нарушающей $SU(2) \otimes SU(2)$ (123) равен пион-нуклонному σ -члену, вклад же в массу нуклона за счет \mathcal{H}_1 имеет вид

$$\Delta M_N (\mathcal{H}_1) = \frac{m_s}{2m_N} \langle N | \bar{s}s | N \rangle. \quad (129)$$

Для оценки пион-нуклонного σ -члена из (128) необходимо знать только отношение

$$\alpha = \frac{\langle N | u_0 | N \rangle}{\langle N | u_8 | N \rangle}. \quad (130)$$

Действительно, отношение c_8/c_0 можно рассчитать в рамках алгебры токов и PCAC. В [9] для него дается оценка

$$c_8/c_0 = -1,25, \quad (131)$$

а матричные элементы $\langle B_i | c_8 u^8 | B_i \rangle = \Delta M_i$ фиксированы известным из эксперимента расщеплением масс барионного октета.

Как известно, $SU(3)$ -симметрия приводит к соотношению

$$c_8 \langle B_f | u_j | B_i \rangle = if_{fji} F + d_{fji} D,$$

где

$$F = 1/\sqrt{3} (m_N - m_\Xi), \quad D = \sqrt{3}/2 (m_\Sigma - m_\Lambda).$$

С учетом ковариантной нормировки состояний (127) получаем

$$\langle N | c_8 u^8 | N \rangle = -m_\Xi^2 + m_\Lambda^2. \quad (132)$$

Последовательность такой оценки матричного элемента (132) с учетом ковариантной нормировки (127) [в отличие от встречающихся в литературе других подходов в оценке матричного элемента (132)] подтверждается в рамках киральной теории возмущений [70], где в первом порядке по массам кварков для квадратов масс барионного октета получается

$$\left. \begin{aligned} m_N^2 &= A + \hat{m} (B^u + B^d) + m_s B^s + 0 (m^{3/2}); \\ m_\Sigma^2 &= A + \hat{m} (B^u + B^s) + m_s B^d + 0 (m^{3/2}); \\ m_\Xi^2 &= A + \hat{m} (B^d + B^s) + m_s B^u + 0 (m^{3/2}), \end{aligned} \right\} \quad (133)$$

где $B^u = \langle p | \bar{u} u | p \rangle$, $B^d = \langle p | \bar{d} d | p \rangle$ и $B^s = \langle p | \bar{s} s | p \rangle$. Формула для квадрата масс синглета барионного октета (Λ) выводится из (133) в предположении справедливости формулы Гелл-Мана — Окубо для квадратов масс барионного октета

$$(3m_\Lambda^2 + m_\Sigma^2)/4 = (m_N^2 + m_\Xi^2)/2, \quad (134)$$

выполняющейся с погрешностью до 1,5%. Именно

$$\begin{aligned} m_\Lambda^2 &= A + \frac{1}{3} \hat{m} (B^u + 4B^d + B^s) + \\ &+ \frac{1}{3} m_s (2B^u - B^d - 2B^s) + 0 (m^{3/2}). \end{aligned} \quad (135)$$

Тогда из (133) и (135) имеем

$$\begin{aligned} m_\Lambda^2 - m_\Xi^2 &= -\frac{1}{\sqrt{3}} (m_s - \hat{m}) \frac{1}{\sqrt{3}} \times \\ &\times (B^u + B^d - 2B^s) = \langle N | c_8 u^8 | N \rangle. \end{aligned} \quad (136)$$

Итак, выражение для пион-нуклонного σ -члена является функцией коэффицента α :

$$\sigma_{\pi N} = \frac{1}{3} \frac{\sqrt{2} + c_8/c_0}{c_8/c_0} (\sqrt{2} \alpha + 1) \frac{(-m_\Xi^2 + m_\Lambda^2)}{2m_N}. \quad (137)$$

В [30] предполагалось, что из $\langle \pi | c_0 u^0 + c_8 u^8 | \pi \rangle \approx m_\pi^2$ [9] следует малость полного сдвига масс вследствие $\mathcal{SU}(3)$ для любой кварковой

системы, не включающей в себя странные кварки, т. е.

$$\langle N | c_0 u^0 + c_8 u^8 | N \rangle \sim m_\pi^2 \text{ и}$$

$$\langle N | c_0 u^0 | N \rangle \approx -\langle N | c_8 u^8 | N \rangle.$$

Отсюда получалось значение $\alpha = 1,25$. В работе Ченга [29] в предположении точного выполнения правила кварковых линий Окубо — Цвейга — Иизуки (ОЦИ) [83] было получено, что

$$\Delta M_N (\mathcal{H}_1) = \frac{m_s}{2m_N} \langle N | \bar{s}s | N \rangle = 0,$$

тогда с учетом (123)

$$\langle N | u_0 | N \rangle = \sqrt{2} \langle N | u_8 | N \rangle,$$

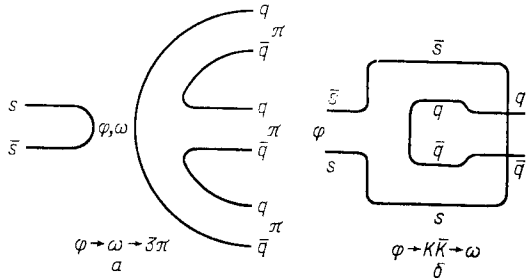
т. е. $\alpha = \sqrt{2}$. С этим значением α и значением c_8/c_0 (131) из формулы (137) получается

$$\sigma_{\pi N} = 32 \text{ МэВ} [29]. \quad (138)$$

Пион-нуклонный σ -член и правило Окубо — Цвейга — Иизуки. Правило ОЦИ есть важное свойство динамики сильных взаимодействий

Рис. 3. Основные диаграммы нарушения правила ОЦИ:

a — аннигиляционная диаграмма распада $\varphi \rightarrow 3\pi$; *b* — диаграмма с «перекрученными» кварковыми линиями. Переход $\varphi \rightarrow K\bar{K} \rightarrow \omega$



и заключается в том, что процессы с соответствующими диаграммами Фейнмана, в которых два конца одной и той же кварковой линии принадлежат одной частице, запрещены. Экспериментальная проверка правила показала, что оно хорошо выполняется для векторных мезонов (ω , φ , J/ψ , ψ'), хуже для тензорных мезонов (f , f') и очень плохо для псевдоскалярных мезонов (η , η'). Известны два простых источника нарушения правила ОЦИ: процессы кварк-антикварковой аннигиляции (рис. 3, *a*) и «перекрученные» диаграммы с физическими промежуточными адронными состояниями (рис. 3, *b*).

Вводя феноменологический параметр нарушения правила ОЦИ

$$\beta = \frac{\langle N | \bar{s}s | N \rangle}{\langle N | (\bar{u}u + \bar{d}d) / \sqrt{2} | N \rangle}, \quad (139)$$

получаем

$$\alpha = (\beta + \sqrt{2}) / (1 - \beta\sqrt{2}) \quad (140)$$

и для значения пион-нуклонного σ -члена [39]

$$\sigma_{\pi N} = \frac{\sqrt{2} + c_8/c_0}{c_8/c_0} \frac{1}{1 - \beta \sqrt{2}} \frac{M_\Lambda^2 - M_\Xi^2}{2m_N}. \quad (141)$$

Из экспериментов по образованию ω - и ϕ -мезонов [84, 85] можно заключить, что $|\beta| \lesssim 0,1$, если считать, что вклад диаграмм рис. 3 будет преобладать над эффектами $\omega - \phi$ -смешивания. Если же, следуя этим работам, предположить, что нарушение правила ОЦИ для физических состояний ω и ϕ происходит только вследствие смешивания состояний $|\bar{u}u + \bar{d}d\rangle/\sqrt{2}$ и $|ss\rangle$, то β близко к нулю. Оценка β в партонной модели [40] (см. ниже) дает для этого параметра интервал

$$\beta = 0,09 \pm 0,13. \quad (142)$$

В [43—45] в рамках алгебры токов и РСАС с учетом нарушения $SU(3)$ -симметрии вакуума получен интервал для отношения c_8/c_0

$$-1,26 < c_8/c_0 < -1,22. \quad (143)$$

С учетом (142), (143) из формулы для $\sigma_{\pi N}$ (141) можно получить [38, 40]

$$\sigma_{\pi N} = (42 \pm 8) \text{ МэВ}, \quad (144)$$

где доверительные границы отражают изменение параметров β (142) и c_8/c_0 (143).

Нарушение правила ОЦИ вызывает положительный сдвиг (около 70 МэВ) массы нуклона от кирально-инвариантной массы октета барионов (около 830 МэВ) вследствие нарушения $SU(3)$ -симметрии дополнительно к сдвигу, равному пион-нуклонному σ -члену, который возникает вследствие ненулевой массы π -мезона.

Домингезом и Лангакером [68] была сделана оценка отношения матричных элементов

$$y = \frac{\langle N | \bar{s}s | N \rangle}{\langle N | (\bar{u}u + \bar{d}d)/2 | N \rangle} = \sqrt{2} \beta$$

в предположении, что эти матричные элементы удовлетворяют безвычитательным дисперсионным соотношениям, которые можно насыщать парами голдстоуновских бозонов. При этом $y \simeq 0,36$ и

$$\sigma_{\pi N} = (36 \pm 8) \text{ МэВ} [68], \quad (145)$$

что близко к (144).

Оценка параметра нарушения правила ОЦИ в партонной модели. Значение параметра β (139) может быть рассчитано [40] в партонной модели с использованием функций распределения валентных кварков, кварк-антикварковых пар и глюонов в адронах, известных из экспериментов по глубоконеупругому лептон-нуклонному рассеянию. Партонная модель основана на предположении, что сечение глубоконеупругих процессов равно сумме сечений на квазисвобод-

ных кварках-партонах. В рамках этой модели структурные функции электро- и нейтринорождения выражаются через соответствующие функции распределения $f_\alpha(x)$, которые представляют собой вероятность того, что партонны типа α имеют продольную составляющую импульса, равную xp (p — импульс нуклона):

$$0 \leq f_\alpha(x) \leq 1, \quad \int_0^1 dx f_\alpha(x) = 1.$$

Поскольку нуклоны могут испускать виртуальные мезоны, то кварк-антикварковое море присутствует в нуклонах даже при самых малых Q^2 (изначальное кварковое море). В [86] с целью определения моря странных кварков в нуклоне проведен анализ образования димюонных пар противоположного знака в глубоконеупругом рассеянии нейтрино и антинейтрино. Результаты этого анализа не противоречат предположению об $SU(3)$ -симметрии $q\bar{q}$ -моря. С другой стороны, из нейтринных экспериментов [87] получено для вторых моментов [88] распределений кварков и антикварков моря $4\xi_2 = 0,06$, $\xi'_2 = 0,5\xi_2$ (ξ относится к u, d , а ξ' — к s). При этом значение фактора нарушения $SU(3)$ -симметрии 0,5 выбрано в [87] достаточно произвольно.

Следовательно, можно предположить об $SU(3)$ -симметрии $q\bar{q}$ -моря в нуклоне, как это делалось в [88, 89]. Кроме того, естественно считать, что $c\bar{c}$ -пары в волновой функции налетающего нуклона не являются «внутренними», а возникают в процессе КХД-эволюции при достаточно больших $Q^2 \sim m_c^2$. Функции распределения валентных кварков и кварк-антикварковых пар моря меняются вследствие нарушения скейлинга при изменении Q^2 ; по смыслу определения параметра β (139) для его оценки естественно использовать эти функции распределения при сравнительно небольших Q^2 , соответствующих началу асимптотической области. При этом для определения начального распределения кваркового моря в нуклоне нужно выбрать $Q^2 < Q_0^2 = m_c^2$. В то же время для исследования кварк-глюонной структуры нуклона необходимо выполнение условия $Q^2 \gg m_p^2$. Отметим, что предпринимаемые в настоящее время многочисленные попытки решения эволюционных уравнений КХД [89—91] малоинформативны в области $Q^2 \ll m_p^2$ в том смысле, что они как раз не отражают начального кварк-глюонного распределения, а в лучшем случае свидетельствуют о возможностях «пробной» виртуальной частицы с данными Q^2 . Вследствие этого для нашей оценки параметра разумно использовать функции распределения партонов при $Q^2 \approx \approx 2 \text{ ГэВ}^2$ в точке, часто принимаемой за эталонную, в начале асимптотической области [89, 90, 92].

Следуя [47, 72], можно считать, что матричные элементы в (139) пропорциональны вкладам кварков соответствующего аромата в про-

дольный импульс нуклона

$$\beta = 1/3 \int_0^1 xq^v(x) dx \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\int_0^1 xq^v(x) dx + \frac{2}{3} \int_0^1 xq^p(x) dx \right] \right\}^{-1}, \quad (146)$$

где $xq^v(x)$ — распределение валентных кварков по продольному импульсу, а $xq^p(x)$ — соответствующее распределение кварков и антикварков $q\bar{q}$ -пар. Выражение (146) было бы точным, если бы распределения по продольному импульсу валентных кварков и кварков-антикварков моря были одинаковыми. Действительно, кварковое распределение в нуклоне по доле продольного импульса x определяется [88] как

$$\langle N | \bar{\psi}_q \psi_q | N \rangle = q(x) + \tilde{q}(x),$$

где $q(x) dx$ — ожидаемое число кварков типа q , имеющих долю продольного импульса нуклона от x до $x + dx$. В данном случае соотношение (146) может рассматриваться как оценка по порядку величины.

Для оценки параметра β (146) в [40] использовались функции распределения валентных кварков (q^v), кварков и антикварков моря (q^p) и глюонов (g) в нуклоне из [92] для $Q^2 \simeq 2$ ГэВ²:

$$\left. \begin{aligned} xq^v(x) &= 3 \cdot 1,73x^{0,65}(1-x)^3; & xq^p(x) &= 0,87(1-x)^9; \\ xg(x) &= 0,493(1+\eta)(1-x)^\eta, & \eta &= 3 \div 9. \end{aligned} \right\} \quad (147)$$

Глюонное распределение плохо известно, однако оно сравнительно слабо воздействует на кварковые распределения. С использованием (147) и (146) имеем [40]

$$\beta \approx 0,09. \quad (148)$$

Следует отметить, что вторые моменты распределения нестранного моря (147) согласуются с результатами нейтринных экспериментов [87], а также с результатами [90] решения эволюционных уравнений КХД. Уверенность в том, что оценка (148) является правильной по порядку величины, возникает при использовании функции распределения партонов при различных Q^2 , когда эти распределения меняются. В самом деле, расчет β с функциями распределения кварков и глюонов при $Q^2 = 4$ ГэВ² [88] дает значение $\beta \simeq 0,12$. Использование функций распределения [86] при $Q^2 = 5$ ГэВ² дает значение $\beta \simeq 0,10$.

Фактически представление β в виде (146) означает отсутствие нарушения правила ОЦИ. В случае нарушения этого правила в матричный элемент $\langle N | \bar{q}q | N \rangle$ дают вклад глюоны. Тогда параметр β можно выразить формулой

$$\beta = \Delta_{\text{ОЦИ}} \sqrt{2} \left[3 \left(1 + \frac{2}{3} \Delta_{\text{ОЦИ}} \right) \right]^{-1}, \quad (149)$$

где

$$\Delta_{\text{ОЦИ}} = (C + G)/V; \quad (150)$$

V , C , G — соответственно вклады в матричный элемент $\langle N | \bar{u}u + \bar{d}d + \bar{s}s | N \rangle$ валентных кварков, кварков и антикварков моря и глюонов. Учет вклада глюонов G в (150) при 10%-ном нарушении правила ОЦИ [84, 85] дает для β (149) значение [40]

$$\beta \simeq 0,13. \quad (151)$$

Такие значения параметра β (148), (151) соответствуют использованному для получения результата $\sigma_{\pi N}$ (144) интервалу β (142).

Трудности, связанные с оценкой $\sigma_{\pi N}$ в модели мешка. Модели мешка ведут свое начало от работ П. Н. Боголюбова [93] и являются разновидностью кварковых моделей, основанных на соответствующих уравнениях для связанных состояний [94].

В [95] в рамках модели мешка MIT [96, 97] получен широкий интервал значений $\sigma_{\pi N}$ в зависимости от массы нестранныго кварка. При этом другие характеристики адронов, рассчитываемые в этой модели, мало чувствительны к выбору m . Экспериментальное значение аксиально-векторной константы g_A β -распада нейтрона ($g_A = 1,255 \pm 0,006$ [98]) в этой модели описывается плохо. В [39] для вычисления $\sigma_{\pi N}$ в модели MIT допустимый интервал для массы нестранныго кварка выбирался исходя из требования одновременного описания экспериментальных значений массы, зарядового радиуса и магнитного момента протона. При этом было показано, что в рамках модели MIT невозможно удовлетворительно описать g_A одновременно с указанными параметрами. В [72] был проведен учет киральных вкладов в пион-нуклонный σ -член в «гибридной» модели. Однако здесь расчет $\sigma_{\pi N}$ не был увязан с одновременным описанием параметров легких адронов, включая g_A и массу пиона.

Наряду с этим следует отметить, что на фоне общего успеха модели мешка MIT [96, 97] в описании масс и других параметров легких адронов с помощью небольшого числа констант наибольшим исключением является пион. Не удалось добиться удовлетворительного описания совокупности легких адронов вместе с пионом и в кирально-инвариантных разновидностях модели мешка [99, 100]. Не удалось также описать и аксиально-векторную константу g_A как в модели мешка MIT [96, 97], так и в двухфазных кирально-инвариантных моделях мешка [101, 102]. К тому же есть указание, что в моделях, где допускается существование пионного поля как вне мешка, так и внутри него [100, 103], вклад пионного поля в аксиально-векторную константу g_A равен нулю [104] для достаточно широкого класса функций, описывающих это поле.

Для надежной оценки пион-нуклонного σ -члена следует использовать разновидность модели мешка, удовлетворительно описывающую совокупность экспериментальных данных по легким адронам, включая пион, а также аксиально-векторную константу β -распада

нейтрона. В [41] делается попытка сформулировать именно такой вариант модели мешка.

Для описания пион-нуклонного σ -члена в модели мешка весьма критичным является выбор массы нестранныго кварка $m_u = m_d = m$ или отношения m_s/m . В [41] это отношение было принято равным отношению масс соответствующих токовых кварков по аналогии с КХД. В [41] было сделано предположение, что неудача с описанием пиона в моделях мешка вызвана некорректным подходом в учете спин-спинового расщепления, которое в случае π, ρ особенно велико. Полезным для решения этой задачи оказывается аналогия с нерелятивистской потенциальной моделью составляющих кварков для легких адронов. В [43] было показано, что массы легких адронов хорошо описываются формулой

$$m_A = \sum \tilde{m}_i + V_0 + T + V_s, \quad (152)$$

где \tilde{m}_i — масса составляющего кварка; V_0 — скалярное взаимодействие; T — кинетическая энергия, а V_s — хромагнитное взаимодействие, ответственное за спин-спиновое расщепление:

для мезонов

$$V_s = \beta_M \frac{S_1 \cdot S_2}{m_1 \tilde{m}_2}, \quad (153)$$

для барионов

$$V_s = \beta_B \left(\frac{S_1 \cdot S_2}{\tilde{m}_1 \tilde{m}_2} + \frac{S_2 \cdot S_3}{\tilde{m}_2 \tilde{m}_3} + \frac{S_1 \cdot S_3}{\tilde{m}_1 \tilde{m}_3} \right).$$

Представление для массы адрона в модели MIT [96, 97] также включает соответствующее хромагнитное взаимодействие E_M :

$$E_M = \sum_{i>j} \lambda \sigma_i \sigma_j \alpha_{ij}^s \frac{M_{ij}(m_i R, m_j R)}{R}, \quad (154)$$

где α^s — эффективная константа кварк-глюонного взаимодействия; $\lambda = 1$ для барионов и $\lambda = 2$ для мезонов; σ_i — спиновые матрицы Паули; $M_{ij}(m_i R, m_j R)$ — функция масс взаимодействующих кварков и радиуса мешка, суммирование проводится по всем кваркам адрона. Именно

$$m_A = \sum_i \frac{n_i \omega_i}{R} + \frac{4}{3} \pi R^3 B + E_M - \frac{Z_0}{R}, \quad (155)$$

где n_i — число кварков (антикварков) адрона соответствующего аромата; ω_i/R — собственная энергия данного кварка в сферическом мешке радиуса R ; Z_0 — безразмерная константа вакуумного вклада. По аналогии с (152) в [41] предполагалось, что E_M (в отсутствие киральных вкладов) полностью ответственно за спин-спиновое расщепление. Эта аналогия требует равенства радиусов мешка у соответствующих пар адронов: $N\Delta$, π, ρ , KK^* и т. д. Важным является результат, что в таком подходе определенные из экспериментальных

значений спин-спинового расщепления константы α_{ij}^s зависят практически только от странности пары взаимодействующих кварков, т. е. это расщепление описывается с помощью трех констант.

Введение киральной инвариантности проводится в [41] через представление аксиально-векторного тока в виде

$$A^\mu = \bar{q}\gamma^\mu\gamma^5\tau/2q\theta_v - f_\pi\partial^\mu\Phi\bar{\theta}_v, \quad (156)$$

где θ_v ($\bar{\theta}_v$) равно 1 внутри (вне) мешка и 0 вне (внутри) мешка. Предположение приближенной киральной инвариантности ведет к разрыву потока аксиального тока через поверхность мешка, т. е. к введению параметра η — нарушения непрерывности аксиально-векторного тока в граничное условие на поверхности мешка:

$$f_\pi \frac{\partial\Phi}{\partial r} = -\frac{i}{2} \eta \bar{q}\gamma^5\tau q. \quad (157)$$

Это параметр η перенормирует пионное поле Φ и киральный вклад в энергию адрона

$$\Delta E = +\frac{1}{2} \sum_{a,b} \int d\Omega R^2 \Phi_a \frac{\partial\Phi_b}{\partial r} \Big|_{r=R}. \quad (158)$$

Введение трех параметров η в таком подходе (η_B — для барионов, η_π — для π и ρ , η_K — для K и K^*) дает возможность описать спектр масс легких адронов, включая пион, и экспериментальные значения аксиально-векторной константы g_A β -распада нейтрона, а также зарядовых радиусов адронов и магнитных моментов барионов. Оценка пион-нуклонного σ -члена с учетом киральных вкладов дает значение [41]

$$\sigma_{\pi N} \approx 30 \text{ МэВ}. \quad (159)$$

Разумеется, этот результат носит оценочный характер из-за существенных неопределенностей как в оценках массы нестранного кварка в модели мешка, так и вклада пионного поля в $\sigma_{\pi N}$. Однако представляется, что учет этих неопределенностей не может привести к заметному увеличению значения $\sigma_{\pi N}$, рассчитанного в рамках модели мешка.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Доверительный интервал для значений пион-нуклонного σ -члена. Суммируя результаты обсуждения расчетов пион-нуклонного σ -члена, мы приходим к выводу, что интервал значений для $\sigma_{\pi N} = 34 \div 50$ МэВ (144), рассчитанный в кварковой модели [38, 40] в предположении $(3,3^*) \oplus (3^*,3)$ -механизма нарушения $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии, с учетом нарушения правила ОЦИ и неопределенностей в массах токовых кварков [43—45], совпадает с интервалом для $\sigma_{\pi N}$ (120), вычисленным в [38] с помощью разложения изосимметричной πN -амплитуды вблизи физического порога и данных зависящего от энергии фазового анализа. Эти интервалы для $\sigma_{\pi N}$

(144) и (120) также согласуются с интервалом для $\sigma_{\pi N} = 33 \div 47$ МэВ (72), вычисленным в [35] с использованием правил сумм для изосимметричной пион-ядерной амплитуды и данных по рассеянию медленных пионов на легких ядрах, а также с учетом перенормировки мягкопионной части πN -амплитуды в ядерной среде.

Таким образом, в качестве приемлемого интервала для $\sigma_{\pi N}$ можно принять

$$\sigma_{\pi N} = 30 \div 50 \text{ МэВ.} \quad (160)$$

Подчеркнем, что интервал (160) представляет собой согласованный результат для $\sigma_{\pi N}$, полученный существенно разными методами. Этот результат не противоречит оценкам, полученным ранее методами типа Фубини — Фурлана [19—23] ($\sigma_{\pi N} \approx 30 \div 35$ МэВ), и результатам теоретических расчетов ($\sigma_{\pi N} \approx 32$ МэВ [29], $\sigma_{\pi N} = 36 \pm \pm 8$ МэВ [68], $\sigma_{\pi N} \simeq 35$ МэВ [70]).

Следует, однако, отметить, что методы оценки $\sigma_{\pi N}$, использующие экстраполяцию πN -амплитуды в точку Ченга — Дашена ($v = 0$, $t = 2 m_{\pi}^2$), дают существенно большие значения для $\sigma_{\pi N}$ ($60 \div \div 70$ МэВ [24—28]).

Таким образом, имеется известное противоречие между результатами работ, использующих экстраполяцию изосимметричной πN -амплитуды в точку Ченга — Дашена, и результатами альтернативных методов оценок $\sigma_{\pi N}$. В этой связи следует подчеркнуть, что значение $\sigma(2m_{\pi}^2)$, вычисленное в точке Ченга — Дашена, вообще говоря, отличается от значения $\sigma(0)$, принимаемого за определение пион-нуклонного σ -члена. В то же время, возможно, имеет место неаналитичность изосимметричной πN -амплитуды вблизи точки Ченга — Дашена [37, 39]. С целью уменьшить влияние этой возможной неаналитичности в [38] при получении результата (120) использовалось разложение изосимметричной πN -амплитуды вблизи физического порога. Что же касается методов, использующих экстраполяцию в точку Ченга — Дашена, то для вычисления $\sigma_{\pi N}$ представляется оправданным учитывать различие между $\sigma(2m_{\pi}^2)$ и $\sigma(0)$. К сожалению, это различие трудно оценить корректно [70]. Однако если принять для него значение — 14 МэВ, вычисленное в [69], то для этой группы работ получится, что $\sigma_{\pi N} = (51 \pm 5)$ МэВ [147]. Такое исправление в значительной мере снимает противоречие результатов этих работ с доверительным интервалом для пион-нуклонного σ -члена (160). Подчеркнем, что интервал для $\sigma_{\pi N}$ (160) согласуется с $(3,3^*) \oplus (3^*, 3)$ -механизмом нарушения киральной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии в согласии с моделью Гелл-Мана — Оакса — Реннера [9] и КХД. Отметим, что дальнейшему сужению доверительного интервала для $\sigma_{\pi N}$ (160) способствовало бы уточнение экспериментальных данных по сдвигам $1s$ -уровневой π -мезоатомов легких ядер и усовершенствование процедуры извлечения длин пион-ядерного рассеяния из этих данных. Для дальнейшего уточнения результата (160) необходимо также повысить точность определения коэффициентов разложения чисто ядер-

ных фаз по q^2 в зависящем от энергии фазовом анализе πN -рассеяния при малых энергиях.

Пион-нуклонный σ -член и параметры кварковой модели. Поведение πN -амплитуды вне области физических значений ν , t и пион-нуклонный σ -член. Пион-нуклонный σ -член является параметром нарушения киральной $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрии и дает существенную информацию для определения структуры этого нарушения. Явный вид лагранжиана КХД задает определенные ограничения на возможные в общем случае механизмы этого нарушения. Именно массовый член «голых» кварков лагранжиана КХД, нарушая $SU(3) \otimes SU(3)$ -симметрию, является $(\bar{3}, 3^*) \oplus (3^*, 3)$ -представлением киральной группы. С таким механизмом нарушения киральной симметрии в различных теоретических оценках пион-нуклонный σ -член является функцией отношения масс токовых кварков m_s/\hat{m} , а также параметра нарушения правила ОЦИ β . Чтобы совместить, например, результаты этих теоретических оценок с оценками $\sigma_{\pi N}$ в методах, использующих экстраполяцию πN -амплитуды в точку Ченга — Дашена ($\sigma_{\pi N} = 60 \div 70$ МэВ) [24—28], необходимо предположить отношение $m_s/\hat{m} \simeq 12$, что противоречит оценкам m_s/\hat{m} как в рамках алгебры токов, так и в КХД. Другой возможностью совместить эти результаты явилось бы предположение, что параметр нарушения правила ОЦИ $\beta \simeq 0,37$, что противоречит экспериментальным данным [84, 85]. Таким образом, уточнение значения $\sigma_{\pi N}$ привело бы к уменьшению неопределенностей в параметрах m_s/\hat{m} , β , а также массы нестранного кварка в модели мешка.

Отметим также связь пион-нуклонного σ -члена с предположениями о поведении пион-нуклонной и пион-ядерной амплитуд при уходе с массовой поверхности в методах [19—23] с использованием правил сумм типа Фубини — Фурлана, а также с поведением πN -амплитуды вне области физических значений ν и t в методах [24—28], использующих экстраполяцию πN -амплитуды в точку Ченга — Дашена. Уточнение значения $\sigma_{\pi N}$ дало бы возможность получить сведения об этих свойствах πN -амплитуд, а также позволило бы сделать вывод об оправданности использованных процедур экстраполяции $\sigma_{\pi N}$. В частности, это связано с необходимостью обоснования метода дисперсионных соотношений для πN -амплитуд как при физических значениях ν , так и при $\nu = 0$.

Авторы признательны М. К. Волкову, Б. Л. Иоффе, Е. Х. Ахмедову, Ю. В. Гапонову, В. Б. Беляеву и Р. А. Эрамяну за интересные обсуждения и полезные замечания.

Авторы выражают благодарность П. Н. Боголюбову и Д. И. Дьяконову за полезные обсуждения, а также В. Вайзе, Е. Вернеру, Р. Брокманну, Р. Тегену за интересные обсуждения и Г. Хелеру за стимулирующие замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weinberg S.— Phys. Rev. Lett., 1966, v. 17, p. 616.
2. Gell-Mann M.— Phys. Rev., 1962, v. 125, p. 1067.
3. Goldberger M. L., Treiman S. B.— Phys. Rev., 1958, v. 110, p. 1178.
4. Ne'eman Y.— Nucl. Phys., 1961, v. 26, p. 222.
5. Gell-Mann M., Ne'eman Y. The Eightfold Way. N. Y.; Benjamin, 1964.
6. Cabibbo N.— Phys. Rev. Lett., 1963, v. 10, p. 531.
7. Адлер С., Дашен Р. Алгебры токов и их применение в физике частиц: М.: Мир, 1970.
8. Де Альфаро В., Фубини С., Фурлан Г., Росети К. Токи в физике адронов: Пер. с англ. М.: Мир, 1976.
9. Gell-Mann M., Oakes R. J., Renner B.— Phys. Rev., 1968, v. 175, p. 2195.
10. Nieh H. T.— Phys. Rev. Lett., 1968, v. 20, p. 1254.
11. Dashen R., Weinstein M.— Phys. Rev., 1969, v. 188, p. 2330.
12. Goldstone J.— Nuovo cimento, 1961, v. 19, p. 154.
13. Goldstone J., Salam A., Weinberg S.— Phys. Rev., 1962, v. 127, p. 965.
14. Lehmann H., Symanzik K., Zimmermann W.— Nuovo cimento, 1957, v. 6, p. 319.
15. Reya E.— Rev. Mod. Phys., 1974, v. 46, p. 545.
16. Nagels M. M. e.a.— Nucl. Phys., 1979, v. B147, p. 189.
17. Marciano W., Pagels H.— Phys. Repts., 1978, v. 36, p. 137.
18. Fubini S., Furlan G.— Ann. Phys. (N. Y.), 1968, v. 48, p. 322.
19. Gensini P.— Nuovo cimento, 1971, v. A6, p. 98.
20. Hakim S. J.— Nucl. Phys., 1972, v. B36, p. 436.
21. Huang W. T., Levinson C. A., Banerjee M. K.— Phys. Rev., 1972, v. C5, p. 651.
22. Ericson M., Rho M.— Phys. Lett., 1971, v. B36, p. 93; Phys. Repts., 1972, v. 5, p. 57.
23. Banerjee M. K., Cammarata J. B.— Phys. Rev., 1978, v. D18, p. 4078.
24. Chao Y. A., Cutkosky R. E., Kelly R. L., Alcock J. W.— Phys. Lett., 1975, v. B57, p. 150.
25. Moir D. C., Jacob R. J., Hite G. E.— Nucl. Phys., 1976, v. B103, p. 477.
26. Nielsen H., Oades G. C.— Nucl. Phys., 1974, v. B72, p. 310.
27. Höhler G., Koch R., Pietarinen E.— Karlsruhe preprint, TRP 77-11, 1978.
28. Langbein W.— Nuovo cimento, 1979, v. A51, p. 219.
29. Cheng T. P.— Phys. Rev., 1976, v. D13, p. 2161.
30. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 75.
31. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— В кн.: Тр. II Всесоюзного семинара «Программа экспериментальных исследований на Мезонной фабрике ИЯИ АН СССР». Звенигород, 1981. М.: ИЯИ АН СССР, 1982, с. 135.
32. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— Краткие сообщ. по физике, 1983, № 3, с. 32.
33. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— В кн.: Тр. III Всесоюзного семинара «Программа экспериментальных исследований на Мезонной фабрике ИЯИ АН СССР». Звенигород, 1983.
34. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1984, т. 39, с. 1135.
35. Efrosinin V. P., Zaikin D. A.— Z. Phys., 1984, v. A318, p. 357.
36. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— В кн.: Труды симпозиума «Нуклон-нуклонные и пион-нуклонные взаимодействия при промежуточных энергиях». Гатчина, 1982. Л.: ЛИЯФ АН СССР, 1982, с. 272.
37. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1983, т. 37, с. 672.
38. Efrosinin V. P., Zaikin D. A.— Phys. Lett., 1984, v. B136, p. 214.
39. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1982, т. 35, с. 1546.
40. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1983, т. 38, с. 1069.
41. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1984, т. 39, с. 115.
42. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1981, т. 34, с. 1044.
43. Ефросинин В. П., Зайкин Д. А.— ЯФ, 1983, т. 37, с. 1532.

44. Ефросинин В. П., Заикин Д. А.— ЯФ, 1984, т. 40, с. 250.
 45. Efrosinin V. P., Zaikin D. A.— Z. Phys. Ser. C, 1984.
 46. Hufner J.— Phys. Repts., 1975, v. 21, p. 3.
 47. Gensini P. M.— Nuovo cimento, 1980, v. A60, p. 221.
 48. Chew G. F., Low F. E.— Phys. Rev., 1956, v. 101, p. 1570.
 49. Binon F. e.a.— Nucl. Phys., 1978, v. A298, p. 499; Shcherbakov Yu. A. e.a.— Nuovo cimento, 1976, v. A31, p. 249.
 50. Tauscher L., Schneider W.— Z. Phys., 1974, v. 271, p. 409.
 51. Mason C. R. e.a.— TRIUMF rep., TRI-PP-77-17, 1979; Poth H. Compilation of Mesic Data.— Physik Daten, 1979, v. 14, p. 1.
 52. Gensini P.— Lett. Nuovo cimento, 1983, v. 38, p. 469.
 53. Kerman A. K. e.a.— Ann. Phys. (N. Y.), 1959, v. 8, p. 551.
 54. Thomas A. W., Landau R. H.— TRIUMF rep., TRI-PP-79—23, 1979.
 55. Беляев В. Б., Соловцова О. П.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 699.
 56. Gell-Mann M., Levy M.— Nuovo cimento, 1958, v. 16, p. 705.
 57. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем. М.: Наука, 1983.
 58. Гапонов Ю. В.— ЯФ, 1965, т. 2, с. 1002; Троицкий М. А., Ходель В. А.— ЯФ, 1965, т. 1, с. 205; Саперштейн Э. Е. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1977, т. 41, с. 2063.
 59. Stricker K. e.a.— Phys. Rev., 1980, v. C22, p. 2043.
 60. Seki R. e.a.— Phys. Lett., 1980, v. B97, p. 200.
 61. Beder D. S.— Nucl. Phys., 1969, v. B14, p. 588; Nishimoto K. e.a.— Progr. Theoret. Phys., 1971, v. 46, p. 135; Afnan I., Thomas A.— Phys. Rev., 1974, v. C10, p. 109; Rockmore R. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1976, v. 37, p. 1720.
 62. Chai J., Riska D. O.— Nucl. Phys., 1979, v. A329, p. 429.
 63. Rockmore R. M.— Phys. Rev., 1981, v. C24, p. 2193.
 64. Friedman E.— In: Proc. 2nd Intern. Top. Conf. on Meson-Nucl. Phys.— Texas, 1979 — p. 404; Phys. Lett., 1981, v. B104, p. 357.
 65. Cheng T. P., Dashen R.— Phys. Rev. Lett., 1971, v. 26, p. 594.
 66. Moorhouse R. G.— Ann. Rev. Nucl. Sci., 1969, v. 19, p. 301.
 67. Adler S.— Phys. Rev., 1965, v. B139, p. 1638.
 68. Dominguez C. A., Langacker Paul.— Phys. Rev., 1981, v. D24, p. 1905.
 69. Pagels H., Pardee W. J.— Phys. Rev., 1971, v. D4, p. 3335.
 70. Gasser J., Leutwyler H.— Phys. Repts., 1982, v. 87, p. 77.
 71. Koch R. A.— Z. Phys., 1982, v. C15, p. 161.
 72. Jaffe R. L.— Phys. Rev., 1980, v. D21, p. 3215.
 73. Altarelli G., Cabibbo N., Maiani L.— Nucl. Phys., 1971, v. B34, p. 621.
 74. Olsson M. G., Oस्पowski E. T.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1980, v. 6, p. 423.
 75. Olsson M. G.— J. Phys. G: Nucl. Phys., 1980, v. 6, p. 431.
 76. Chew G. F., Goldberger M. L., Low F. E., Nambu Y.— Phys. Rev., 1957, v. 106, p. 1337.
 77. Hamilton J., Woolcock W. S.— Rev. Mod. Phys., 1963, v. 35, p. 737.
 78. Höhler G., Strauss R.— Z. Phys., 1970, v. 232, p. 205.
 79. Höhler G., Jacob H. P., Strauss R.— Phys. Lett., 1971, v. B35, p. 445; Nucl. Phys., 1972, v. B39, p. 237.
 80. Carter J. R., Bugg D. V., Carter A. A.— Nucl. Phys., 1973, v. B58, p. 378.
 81. Berends F. A., Donnachie A.— Nucl. Phys., 1975, v. B84, p. 342.
 82. Rowe G., Salomon M., Landau H.— Phys. Rev., 1978, v. C18, p. 584.
 83. Zweig G.— CERN Report, №8419/TH412; Okubo S.— Phys. Lett., 1963, v. 5, p. 165; Iizuka I., Okada K., Shito O.— Prog. Theoret. Phys., 1966, v. 35, p. 1061.
 84. Woodworth P. L. e.a.— Phys. Lett., 1976, v. B65, p. 89.
 85. Arafune J., Fukugita M., Oyanagi Y.— Phys. Lett., 1977, v. B70, p. 221.
 86. Edwards B. J., Gottschalk T. D.— Nucl. Phys., 1981, v. B186, p. 309.
 87. Holder M. e.a.— Phys. Lett., 1977, v. B69, p. 377; De Groot J. G. H. e.a. Zs. Phys., 1979, v. C1, p. 143; Phys. Lett., 1979, v. B82, p. 456.
 88. Reya E.— Phys. Repts., 1981, v. 69, p. 195.
 89. Hwa R. C., Zahir M. S.— Phys. Rev., 1981, v. D23, p. 2539.

90. Wada S.— Phys. Rev., 1981, v. D24, p. 1915.
91. Златев И. С. и др.— В кн.: Тр. 4-го Международного семинара по проблемам физики высоких энергий и квантовой теории поля. Протвино, ИФВЭ, июль 1981, т. 1, с. 59.
92. Buras A. J., Gaemers A. J. F.— Nucl. Phys., 1978, v. B132, p. 249.
93. Bogoliubov P. N.— Ann. Inst. Henri Poincaré, 1967; v. 8, p. 163; Боголюбов Р. Н.— ЭЧАЯ, 1972, т. 3, с. 144; Боголюбов П. Н., Дорохов А. Е.— ЯФ, 1982, т. 36, с. 957.
94. Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхелидзе А. Н.— Препринт ОИЯИ, Д-1968, Дубна, 1965; Lipkin H. J., Tavkhelidze A. N.— Preprint ICTP, IC/65/54, Trieste, 1965.
95. Donoghue J. F., Golowich E., Holstein B. R.— Phys. Rev., 1975, v. D12, p. 2875.
96. Chodos A., Jaffe R. L., Johnson K., Thorn C. B.— Phys. Rev., 1974, v. D10, p. 2599.
97. De Grand T., Jaffe R. L., Johnson K., Kiskis J.— Phys. Rev., 1975, v. D12, p. 2060.
98. Particle Data Group.— Review of particle properties. Phys. Lett., 1982, v. B111, p. 1.
99. Barnhill M. V., Cheng W. K., Halprin L.— Phys. Rev., 1979, v. D20, p. 727.
100. De Tar C. E.— Phys. Rev., 1981, v. D24, p. 752, 762.
101. Barnhill M. V., Halprin A.— Phys. Rev., 1980, v. D21, p. 1916.
102. Мусаханов М. М.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1621.
103. Miller G. A., Thomas A. W., Theberge S.— Phys. Lett., 1980, v. B91, p. 192; Theberge S., Thomas A. W., Miller G. A.— Phys. Rev., 1980, v. D22, p. 2838.
104. Tegen R., Schedl M., Weise W. Preprint Regensburg, 1982.