

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НУКЛОНОВ НИЗКИХ ЭНЕРГИЙ С ЯДРАМИ В ПОЛУМИКРОСКОПИЧЕСКОМ ПОДХОДЕ

О. М. Князьков

Научно-исследовательский институт физики ЛГУ, Ленинград

Излагается полумикроскопический подход к описанию взаимодействия нуклонов низких энергий с ядрами. Оптические потенциалы и формфакторы неупругих переходов получены в замкнутой форме на основе эффективных нуклон-нуклонных сил, зависящих от плотности распределения вещества в ядре, и учета принципа Паули в формализме матрицы плотности. Проанализировано влияние обменных эффектов на свойства нуклон-ядерного взаимодействия. Сформулирован полумикроскопический метод связанных каналов и на его основе проведен анализ экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию протонов на ядрах. В изоспиновом формализме исследована связь между параметрами деформации нуклонного потенциала и параметрами изоскалярной и изовекторной деформации ядра. Установлен вклад обменных эффектов в энергетическую зависимость изобар-спинового потенциала.

The semimicroscopic approach to the description of nucleon-nucleus interaction at low energies is presented. The optical potentials and formfactors of the in elastic transitions were obtained in a closed form on the basis of the density-dependent effective nucleon-nucleon force and with the account of the Pauli principle in the density matrix formalism. The influence of the exchange effects on the properties of nucleon-nucleus interaction is analysed. The semimicroscopic coupled-channel method (SCCM) is formulated, and on the basis of the SCCM the analysis of elastic and inelastic proton scattering by nuclei is performed. The connection between the parameters of the nucleon potential deformation and those of the isoscalar and isovector deformation of the nucleus is investigated in the isospin formalism. The contribution of the exchange effects to the energetic dependence of the isobaric spin potential was determined.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование взаимодействия нуклонов низких энергий с ядрами является актуальной проблемой ядерной физики низких энергий. Важным источником информации о механизмах ядерных реакций и свойствах ядерной структуры продолжает оставаться изучение рассеяния протонов и нейтронов низких энергий на ядрах. В последнее время в ряде работ (см., например, [1—3]) получены экспериментальные данные с так называемым «высоким разрешением»: угловые распределения неупругорассеянных протонов измерены в широком угловом диапазоне для нескольких десятков уровней возбуждения ядер-мишеней при энергии протонов около 25 МэВ. Эти экспериментальные данные являются предметом анализа в рамках стандартной версии метода связанных каналов (МСК). Такому методу анализа,

как уже ранее отмечалось в литературе, присущ ряд недостатков. К ним относятся: наличие большого числа свободных параметров [параметры оптического потенциала (ОП), параметры деформации и др.], неучет эффектов антисимметризации, отсутствие связи с полумикроскопическими ядерными моделями.

В то же время интенсивно развиваются полумикроскопические подходы в теории ядра для описания свойств ядерной структуры: самосогласованная теория конечных ферми-систем [4], квазичастично-фононная модель [5], ядерная полевая теория [6], микроскопические варианты модели взаимодействующих бозонов и фермионов [7] и др. Эти модели, как правило, применяются для анализа неупругих ядерных переходов, связанных с электромагнитными взаимодействиями. Представляет интерес использование полумикроскопических ядерных моделей для описания неупругого рассеяния нуклонов на ядрах. Такие возможности в рамках стандартной версии МСК отсутствуют.

В теории ядерных реакций широкое развитие получили полумикроскопические методы (метод резонирующих групп [8], метод функционала плотности энергии [9], фолдинг-модель [10—13] и др.), в которых, с одной стороны, устранены недостатки, присущие макроскопическому анализу экспериментальных данных по рассеянию, с другой, — возможно применение полумикроскопических ядерных моделей для анализа механизмов ядерных реакций. Наибольшей простотой и универсальностью среди этих подходов обладает фолдинг-модель. Она в равной степени применима к сферическим и деформированным ядрам, к простым и составным частицам — «снарядам», к описанию упругого и неупругого рассеяния. Обобщение фолдинг-модели и учет многочастичных и обменных нуклон-нуклонных корреляций позволяют явно ввести в рассмотрение эффекты, связанные с плотностной зависимостью эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия и действием принципа Паули. Роль принципа Паули особенно существенна при описании взаимодействия частиц низких энергий с ядрами [14—16]. Помимо изучения роли принципа Паули, исследование взаимодействия нуклонов низких энергий с ядрами представляет большой интерес в связи с тем, что при низких энергиях более существенна связь каналов и, как следствие этого, с большей вероятностью (по сравнению с высокими энергиями) возбуждаются состояния ядра-мишени сложной структуры. В [17, 18] на основе фолдинг-модели и формализма матрицы плотности развит полумикроскопический подход (ПМП), в котором оптические потенциалы и формфакторы неупругих переходов построены в замкнутой форме с учетом многочастичных и обменных нуклон-нуклонных корреляций для случая сильной связи каналов.

Изучение неупругого рассеяния нуклонов низких энергий на ядрах является важным источником информации о параметрах деформации распределения вещества в ядре и переходных плотностях. Экспериментальные исследования с протонами высоких энергий, а

также с π -мезонами и другими частицами привели к представлениям от том, что деформации нейтронного и протонного распределений в ядрах могут иметь значительные различия [19—21]. Эти различия в свою очередь приводят к различиям в параметрах изоскалярной и изовекторной деформации ОП. С этой точки зрения представляет интерес анализ изоспиновой структуры неупругих переходов в ядрах, проявляющейся при неупругом рассеянии нуклонов низких энергий на ядрах, в рамках ПМП, поскольку в этом подходе формфакторы неупругих переходов непосредственно связаны с протонными и нейтронными переходными плотностями. В формализм ПМП естественным образом включается описание на единой основе неупругого рассеяния нуклонов на ядрах и реакций квазиупругого и квазинеупругого рассеяния, в последнем случае амплитуда процесса в основном определяется параметром изовекторной деформации ОП, который в ПМП непосредственно связан с параметрами деформации протонного и нейтронного распределений.

При описании периферийных процессов во взаимодействии тяжелых ионов широко используются ОП, построенные в модели двойной свертки на основе эффективного МЗУ-взаимодействия [22]. Это взаимодействие, однако, не содержит плотностной зависимости, а принцип Паули в нем учитывается эффективно введением псевдопотенциала нулевого радиуса действия. В результате использование МЗУ-взаимодействия для описания рассеяния легких частиц (нуклонов и α -частиц) на ядрах оказывается безуспешным. В связи с этим актуальной является задача построения на основе единого эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия в рамках единой схемы учета нуклон-нуклонных корреляций потенциалов взаимодействия с ядрами как простых, так и составных частиц.

1. ПОТЕНЦИАЛЫ И ФОРМФАКТОРЫ НЕУПРУГИХ ПЕРЕХОДОВ

В фолдинг-модели потенциал взаимодействия между двумя сталкивающимися частицами A и B определяется следующим образом:

$$U_{AB}(\mathbf{R}) = \int \int \rho(\mathbf{r}_A) \rho(\mathbf{r}_B) V(|\mathbf{r}_A + \mathbf{R} - \mathbf{r}_B|) d\mathbf{r}_A d\mathbf{r}_B. \quad (1)$$

Здесь $\rho(\mathbf{r}_A)$ и $\rho(\mathbf{r}_B)$ — плотности распределения нуклонов в ядрах; V — потенциал эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия. Если структура налетающей частицы не учитывается, то потенциал двойной свертки (1) заменяется потенциалом однократной свертки:

$$U(\mathbf{r}) = \int \rho(\mathbf{r}') V(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) d\mathbf{r}'. \quad (2)$$

Разлагая $\rho(\mathbf{r}')$ и $V(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ в ряд по мультиполям, будем иметь:

$$U(\mathbf{r}) = \sum_{\lambda} U_{\lambda 0}(r) Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi); \quad (3)$$

$$U_{\lambda 0}(r) = \int v_{\lambda}(r, r') \rho_{\lambda 0}(r') (r')^2 dr'. \quad (4)$$

В коллективной модели $\rho_{\lambda_0}(r')$ и $U_{\lambda_0}(r)$ — соответственно переходные плотности и формфакторы неупругих переходов с передачей ядру-мишени момента λ , $\frac{1}{\sqrt{4\pi}} U_{00}(r)$ — центральная часть ОП.

В оптической модели (ОМ) и макроскопических методах анализа неупругого рассеяния (МИВ и МСК) $U_{\lambda_0}(r)$ параметризуются и включают в себя параметры ОП и параметры деформации потенциала $\beta_{\lambda_0}^p$. Параметрам ОП присуща дискретная и непрерывная неоднозначность. В случае нуклонов или высоких энергий эта неоднозначность может быть устранена, в случае же составных частиц и низких энергий от неоднозначностей параметров ОП в рамках ОМ не избавиться.

В фолдинг-модели потенциалы и формфакторы неупругих переходов определяются согласно (4) заданием центральной и переходных плотностей, которые могут быть определены либо из независимого по отношению к взаимодействию нуклонов низких энергий с ядрами эксперимента (рассеяние электронов, рассеяние π -мезонов, взаимодействия протонов высоких энергий с ядрами, электромагнитные переходы и т. д.), либо из расчетов в рамках ядерной модели. Эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие может быть построено на основе пустотного взаимодействия с учетом ядерной среды [23] или взято из расчетов свойств ядерной структуры. Таким образом, потенциалы и формфакторы неупругих переходов фолдинг-модели не содержат свободных параметров и лишены неоднозначностей, присущих макроскопическим подходам. Кроме того, они непосредственно связаны со свойствами ядерной структуры: распределением вещества в ядре и переходными плотностями, а также эффективным нуклон-нуклонным взаимодействием.

Потенциал в форме (2) представляет так называемый прямой член во взаимодействии нуклона с ядром-мишенью. Для учета принципа Паули введем матрицу плотности $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$, тогда потенциал *, включающей прямой и обменный члены, может быть записан в следующем виде [11]:

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \int V_D(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|) \rho(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1 + V_E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}'). \quad (5)$$

Здесь $V_D(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ и $V_E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|)$ — вклады соответственно прямой и обменной частей эффективных нуклон-нуклонных сил в нуклон-ядерное взаимодействие. Как известно, потенциалы ОМ содержат также спин-орбитальный, кулоновский и мнимый члены. Что касается кулоновского члена, то он всегда рассчитывается с помощью процедуры свертки (обычно распределение заряда задается в

* Отметим, что в литературе этот потенциал также называют фолдинг-потенциалом, хотя, строго говоря, согласно математическому определению [24] второй член в (5) не является интегралом свертки. В дальнейшем фолдинг-потенциалом будем называть только первый член в (5).

виде равномерно заряженного шара, но может быть учтена и диффузность в распределении заряда [25]). Спин-орбитальный член в ОП может быть построен на основе двухчастичных спин-орбитальных сил (см., например, [26]). Сложнее ситуация с мнимой частью ОП: согласно [27, 28] потенциал поглощения имеет динамическую природу и для его полного расчета необходимо знать весь спектр состояний ядра-мишени и составной системы. Реально же возможен расчет вклада отдельных состояний в мнимую часть ОП, при этом наиболее существенны состояния коллективной природы. Вклад этих состояний в потенциал поглощения впервые рассчитывался в [29—31]. В настоящее время развиваются два подхода к расчету мнимой части ОП. Первый из них основан на явном учете структуры состояний ядра-мишени [32, 33]. Сравнение потенциалов поглощения, вычисленных для ядер ^{40}Ca и ^{208}Pb в [34, 35], с феноменологическими ОП показывает, что теоретические расчеты воспроизводят около 50% силы потенциала поглощения. Альтернативный подход базируется на результатах теории ядерной материи, полученных в приближении локальной плотности [36—38]. В этом подходе мнимая часть ОП оказывается завышенной по сравнению с феноменологической. Таким образом, в обоих подходах необходима перенормировка глубины потенциала поглощения. Однако занижение или завышение мнимой части ОП может быть связано не только со значением силовой константы потенциала поглощения, но и с его «геометрическими» параметрами. Поэтому хотя расчет мнимой части ОП и представляет самостоятельную интересную задачу в теории ядра, для анализа механизмов рассеяния в рамках полумикроскопического подхода целесообразнее использовать параметры потенциала поглощения, извлеченные из описания упругого рассеяния в оптической модели.

Выражение (5) записано в первом порядке по эффективному нуклон-нуклонному взаимодействию. К нему существуют поправки второго порядка (мнимая часть их обсуждалась выше), вещественная часть которых связана с так называемыми эффектами поляризации остова, т. е. эффектами перестройки движения нуклонов в ядре-мишени под действием налетающей частицы. Значение этих поляризационных членов существенно определяется двумя факторами: структурой налетающей частицы и степенью сближения сталкивающихся ядер. Для составных частиц и значительного перекрытия плотностей ядер эффекты второго порядка могут существенно влиять на значение и форму потенциала во внутренней и предповерхностной областях. Однако из-за сильного поглощения сечения рассеяния мало чувствительны к поведению потенциала во внутренней области ядра. В случае нуклонов вклад членов второго порядка по эффективному взаимодействию в реальную часть нуклонного потенциала вычисляется для ядер ^{40}Ca и ^{208}Pb в [39, 40]. Было показано, что вблизи энергии Ферми этот вклад локализован на поверхности ядра, а при удалении от энергии Ферми он дает поправку к внутренней части потенциала, не превышающую 10%. Таким образом, при описании

процессов рассеяния ядрами нуклонов с энергией, превышающей 15—20 МэВ, членами второго порядка можно пренебречь. Другой подход к этой проблеме состоит в том, что поскольку в (5) входит эффективное взаимодействие, то поляризационные члены могут быть учтены перенормировкой параметров этого взаимодействия.

Вследствие учета принципа Паули полумикроскопический потенциал является нелокальным, что в свою очередь приводит к тому, что уравнение Шредингера для описания упругого рассеяния становится интегродифференциальным, а система МСК превращается в систему интегродифференциальных уравнений и необходим большой объем машинного времени для решения такой системы. Характерное значение нелокальности непосредственно связано с радиусом действия эффективных нуклон-нуклонных сил, которые являются короткодействующими. В силу этого можно перейти от нелокального потенциала к локальному, но зависящему от энергии в соответствии с процедурой, изложенной в [41]. Итак, вместо (5) имеем:

$$U(\mathbf{r}) = \int V_D(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \rho(\mathbf{r}') d\mathbf{r}' + \\ + \int V_E(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') j_0(k(\mathbf{r})s) ds; \quad (6)$$

$$s = \mathbf{r}' - \mathbf{r};$$

$$k^2(\mathbf{r}) = \frac{2m}{\hbar^2} [E - U(\mathbf{r}) - V_C(\mathbf{r})]. \quad (7)$$

Здесь $j_0(k(\mathbf{r})s)$ — сферическая функция Бесселя, появляющаяся в процедуре локализации; $V_C(\mathbf{r})$ — кулоновский потенциал.

Локальное приближение для деформированных ядер. Разложим все величины в правой и левой частях (6) в ряд по мультиполям. В результате получим [42]:

$$U_{L0}(r) = \int_0^\infty \rho_{L0}(r') v_{L0}^D(r, r') (r')^2 dr' + U_{L0}^E(r); \quad (8)$$

$$U_{L0}^E(r) = \sum_{\lambda\lambda'} S_{L\lambda\lambda'} \int_0^\infty v_E(s) \rho_{\lambda 00}(r, s) J_{\lambda'}(k(r)s) s^2 ds; \quad (9)$$

$$S_{L\lambda\lambda'} = \left[\frac{(2\lambda+1)(2\lambda'+1)}{2L+1} \right]^{1/2} C^2(\lambda 0 \lambda' 0 | L 0); \quad (10)$$

$$\rho_{\lambda 00}(r, s) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \int \rho(\mathbf{r}, \mathbf{r} + \mathbf{s}) Y_{\lambda 0}(\omega_{\mathbf{r}}) d\omega_{\mathbf{r}} d\omega_{\mathbf{s}}; \quad (11)$$

$$J_{\lambda'}(k(r)s) = \int j_0(k(\mathbf{r})s) Y_{\lambda' 0}(\omega) d\omega. \quad (12)$$

В формулах (8)—(12) определены все величины, за исключением $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$. Матрица плотности может быть рассчитана для сферических или деформированных ядер на основе одночастичной формулы (см.,

например, [42]):

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \sum_i \varphi_i^*(\mathbf{r}) \varphi_i(\mathbf{r}').$$

Однако вместо этой точной, но довольно громоздкой процедуры, как правило, для $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ используют замкнутое выражение. Простейшим из них является слейтеровское приближение:

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \rho(\mathbf{R}) \frac{3}{sk_F} j_1(sk_F); \quad (13)$$

$$k_F(\mathbf{R}) = \left[\frac{3}{2} \pi^2 \rho(\mathbf{R}) \right]^{1/3}; \quad (14)$$

$$\mathbf{R} = \frac{1}{2} (\mathbf{r} + \mathbf{r}'). \quad (15)$$

Такое же простое по структуре, но более реалистическое выражение для $\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ было предложено в [43]:

$$\rho(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \rho(\mathbf{R}) \frac{3}{s\hat{k}} j_1(s\hat{k}); \quad (16)$$

$$\hat{k}(\mathbf{R}) = \left| \frac{5}{3\rho(\mathbf{R})} [\tau(\mathbf{R}) - \frac{1}{4} \nabla^2 \rho(\mathbf{R})] \right|^{1/2}. \quad (17)$$

Здесь $\tau(\mathbf{R})$ — плотность кинетической энергии движения нуклонов в ядре.

Формулы (8)—(12) совместно с (13), (14) или (16), (17) составляют формализм, используя который, можно на основе информации об эффективных нуклон-нуклонных силах, центральной и переходных плотностях построить полумикроскопические ОП и формфакторы неупругих переходов для деформированных ядер. Применение этого формализма непосредственно к анализу экспериментальных данных по рассеянию сталкивается со следующими трудностями. Заметим, что в случае деформированных ядер параметры статической деформации распределения вещества в ядре β_λ^0 входят [см. формулу (7)] в подынтегральное выражение обменного члена, эти же параметры входят в левую часть соотношения (6). Таким образом, для нахождения потенциалов и формфакторов неупругих переходов необходимо применять громоздкую итерационную процедуру, что затрудняет извлечение параметров β_λ^0 из анализа экспериментальных данных по рассеянию. Вторая трудность связана с описанием рассеяния на ядрах с вибрационными состояниями. В этом случае параметры β_λ^0 имеют смысл параметров динамической деформации и при переходе к фононному представлению величина $k(\mathbf{r})$ становится зависящей от операторов рождения и уничтожения фононов. Интегрирование в (6) становится невозможным и, таким образом, непосредственно формализм неприменим к описанию возбуждения вибрационных состояний.

В [17, 18] был развит формализм полумикроскопического подхода (ПМП), который позволяет преодолеть обе отмеченные выше трудности. Чтобы получить замкнутые выражения для величин $U_{L0}(r)$, используем теорему умножения для функций Бесселя [44]. В случае сферической функции $j_0(\mu z)$ имеем:

$$j_0(\mu z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} j_n(z) \left(\frac{1-\mu^2}{2} z \right)^n. \quad (18)$$

Определим μ и z соотношениями:

$$\mu = [1 - k_1^2(r) / k_0^2(r)]^{1/2}; \quad (19)$$

$$k_0^2(r) = \frac{2m}{\hbar^2} [E - U_0^D(r) - V_C(r)]; \quad (20)$$

$$U_0^D(r) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} U_{00}^D(r);$$

$$\left. \begin{aligned} k_1^2(r) &= \frac{2m}{\hbar^2} \left[U_0^E(r) + \sum_{L'}' U_{L'0}^E(r) Y_{L'0}(\omega) + \right. \\ &+ \left. \sum_{L'}' \beta_{L'}^0 \tilde{U}_{L'0}^D(r) Y_{L'0}(\omega) \right]; \\ z(r) &= k_0(r) s. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Для выделения в явном виде зависимости от β_L^0 введены также величины:

$$\tilde{U}_{L0}^D(r) = U_{L0}^D(r) / \beta_L^0;$$

$$\tilde{\rho}_{L0} = \rho_{L0}(r) / \beta_L^0.$$

Используя (19) и (21), получаем для n -го члена в разложении (18):

$$\frac{1}{n!} j_n(k_0(r) s) \left(\frac{k_1^2(r)}{k_0^2(r)} \frac{k_0(r) s}{2} \right)^n. \quad (22)$$

Нетрудно видеть, что разложение (22) быстро сходится, поскольку множитель при $j_n(k_0(r) s)$ в (22) существенно меньше единицы для всех r и, кроме того, $j_n(x)$ быстро убывает с ростом n . Оставляя в (18) первые три слагаемых и подставляя в формулу (9), с учетом (12) получаем систему уравнений для $U_{L0}^E(r)$:

$$\begin{aligned} U_{L0}^E(r) &= \beta_L^0 I_{L0}(r) + \beta_L^0 I_{L1}(r) \kappa(r) \sqrt{4\pi} U_0^E(r) + \\ &+ \beta_L^0 I_{L2}(r) \kappa^2(r) \sqrt{4\pi} [U_0^E(r)]^2 + \sum_{\lambda} \sum_{\lambda'}' \beta_{\lambda}^0 S_{L\lambda\lambda'} \times \\ &\times \kappa(r) [U_{\lambda'0}^E(r) + \beta_{\lambda'}^0 \tilde{U}_{\lambda'0}^D(r)] I_{\lambda 1}(r) + \frac{1}{\sqrt{4\pi}} (1 - \delta_{L0}) I_{02}(r) \kappa^2(r) \times \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times \sum_{\lambda\lambda'} S_{L\lambda\lambda'} [2U_{\lambda 0}^E(r) \beta_{\lambda'}^0 \tilde{U}_{\lambda' 0}^D(r) + \\ & + U_{\lambda 0}^E(r) U_{\lambda' 0}^E(r) + \beta_{\lambda}^0 \beta_{\lambda'}^0 \tilde{U}_{\lambda 0}^D(r) \tilde{U}_{\lambda' 0}^D(r)]; \quad (23) \\ & \kappa(r) = m / (k_0(r) \hbar^2). \end{aligned}$$

Здесь $I_{\lambda 0}(r)$ при $\lambda \neq 0$ определяется формулой

$$I_{\lambda 0}(r) = \sqrt{4\pi} \int_0^{\infty} v_E(s) \tilde{\rho}_{\lambda 0 0}(r, s) j_0(k_0(r) s) s^2 ds$$

во всех остальных случаях $I_{\lambda n}(r)$ определяются соотношениями:

$$I_{\lambda n}(r) = \frac{1}{n!} \int_0^{\infty} v_E(s) \tilde{\rho}_{\lambda 0 0}(r, s) j_n(k_0(r) s) s^{n+2} ds. \quad (24)$$

Уравнения (23) в качестве малых параметров содержат параметры деформации ядра β_L^0 , а также величины $\kappa^n(r) I_{Ln}(r)$, которые меньше единицы при всех r . Таким образом, решения уравнений (23) можно искать в виде рядов по величинам β_L^0 и $\kappa^n(r) I_{Ln}(r)$, причем количество членов этих рядов должно быть согласовано со способом получения системы (23). В результате, решая систему (23) с точностью до членов второго порядка по β_L^0 и $\kappa(r)$, получаем:

$$\begin{aligned} U_0(r) = & U_0^D(r) + I_{00}(r) [1 + \kappa(r) I_{01}(r)] + \\ & + \frac{1}{4\pi} \sum_{\lambda}' (\beta_{\lambda}^0)^2 I_{\lambda 1}(r) \kappa(r) [\tilde{U}_{\lambda 0}^D(r) + I_{\lambda 0}(r)] + \delta_0(\kappa^2); \quad (25) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{L0}(r) = & \beta_L^0 [\tilde{U}_{L0}^D(r) + I_{L0}(r)] + \beta_L^0 I_{L1}(r) \kappa(r) \sqrt{4\pi} I_{00}(r) + \\ & + \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\lambda} \sum_{\lambda'}' \beta_{\lambda}^0 \beta_{\lambda'}^0 S_{L\lambda\lambda'} I_{\lambda 1}(r) \kappa(r) [\tilde{U}_{\lambda' 0}^D(r) + I_{\lambda' 0}(r)] + \delta_L(\kappa^2). \quad (26) \end{aligned}$$

В этих формулах для упрощения записи не выписаны явно члены, квадратичные по $\kappa(r)$. Кроме того, к решениям уравнений (23) добавлены соответствующие прямые члены.

Формулы (25) и (26) дают замкнутые выражения с учетом обменных эффектов для сферически-симметричной части потенциала $U_0(r)$, который можно считать основным вкладом в вещественную часть ОП, и факторов неупругих переходов $U_{L0}(r)$ с передачей момента L . В отличие от формулы (9) выражения (25) и (26) могут быть непосредственно использованы в МСК для анализа экспериментальных данных и извлечения из этого анализа параметров β_L^0 . Кроме того, после перехода к фоновому представлению выражение (26) становится пригодным для описания неупругого рассеяния с возбуждением вибрационных состояний.

2. ЭФФЕКТИВНЫЕ НУКЛОН-НУКЛОННЫЕ СИЛЫ И ПРИНЦИП ПАУЛИ

Ядра представляют собой фермионные системы, поэтому при описании ядерных реакций существенным является учет тождественности нуклонов. Принцип Паули оказывает значительное влияние на свойства взаимодействия частиц низких энергий, особенно составных, с ядрами. Так, следствием проявления принципа Паули является наличие на малых расстояниях коэа в ион-ионном потенциале [8, 45]. В случае нуклонов обменные эффекты существенным образом определяют энергетическую зависимость нуклонного ОП, а также другие свойства ОП и формфакторов неупругих переходов.

Для учета принципа Паули при описании неупругого рассеяния нуклонов на ядрах широкое распространение получил микроскопический метод искаженных волн (микроМИВ) [46]. В этом подходе в качестве взаимодействия, вызывающего неупругие переходы, используется эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие, волновые функции начального и конечного состояний ядра-мишени строятся с учетом антисимметризации, в то же время «искаженные» волновые функции рассеянных нуклонов находятся в рамках феноменологической оптической модели. Таким образом, в микроМИВ учет принципа Паули не является согласованным для упругого и неупругого каналов. В последнее время микроМИВ получил дальнейшее развитие. В ряде работ [47—50] в качестве эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия используется взаимодействие, построенное на основе реалистических нуклон-нуклонных потенциалов. Тем самым достигается единство в описании взаимодействия свободных нуклонов и взаимодействия нуклонов с ядрами. Отметим, что в микроМИВ не учитывается связь каналов, и применяется он в основном при средних энергиях нуклонов. Обобщение фолдинг-модели на случай учета обменных нуклон-нуклонных корреляций [42] позволяет единым образом рассматривать принцип Паули при описании упругого и неупругого рассеяния нуклонов на ядрах, а формализм ПМП, изложенный в предыдущем разделе, дает возможность осуществить это описание и при низких энергиях, где существенны эффекты связи каналов. Следует отметить, однако, что в микроМИВ антисимметризация учитывается точно, в то время как в ПМП при наличии связи каналов — в локальном приближении формализма матрицы плотности. Таким образом, эти два подхода к описанию неупругого рассеяния нуклонов на ядрах можно считать дополняющими друг друга. Отметим также, что существует большое число работ (см., например, [34, 37, 51—56]), в которых строится микроскопический ОП с учетом эффектов антисимметризации, но в этих работах рассматривается описание только упругого рассеяния нуклонов на ядрах.

Эффекты, связанные с проявлением принципа Паули в ядерных реакциях, существенно определяются свойствами эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия. В общем случае оно содержит центральную, тензорную и спин-орбитальную компоненты. Для цен-

тральной компоненты можно записать следующее выражение:

$$v(r) = f(r) \{a_0 + a_\tau (\tau_1 \tau_2) + a_\sigma (\sigma_1 \sigma_2) + a_{\sigma\tau} (\tau_1 \tau_2) (\sigma_1 \sigma_2)\}. \quad (27)$$

Для четно-четных ядер после применения формулы (2) ненулевой вклад из (27) в ОП дадут первые два члена, причем второй член приводит к появлению изобар-спинового потенциала, свойства которого будут подробно рассматриваться ниже. Запишем выражение (27) в альтернативной форме:

$$v(r) = V_0 f(r) \left\{ W + B \frac{1 + \sigma_1 \sigma_2}{2} - H \frac{1 + \tau_1 \tau_2}{2} - M \frac{1 + \sigma_1 \sigma_2}{2} \frac{1 + \tau_1 \tau_2}{2} \right\}. \quad (28)$$

Действуя оператором антисимметризации на правую часть (28), получаем следующие выражения для силовых констант прямой и обменной частей эффективного взаимодействия, входящих в формулу (5):

$$V_D = \frac{V_0}{4} (4W + 2B - 2H - M);$$

$$V_E = \frac{V_0}{4} (4M + 2H - 2B - W).$$

Учет принципа Паули в явном виде [второе слагаемое в формуле (5)] связан с громоздкими вычислениями, которые можно провести до конца лишь в некотором приближении (например, в локальном приближении формализма матрицы плотности). Альтернативой является эффективный учет принципа Паули перенормировкой эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия. Такая программа реализуется с использованием так называемого *МЗУ*-взаимодействия. В этом случае $V_E = 0$, а $V_D(r)$ имеет следующую радиальную зависимость [22]:

$$V_D(r) = 7999 \frac{e^{-4r}}{4r} - 2134 \frac{e^{-2,5r}}{2,5r} - 276 (1 - 0,005E/A) \delta(r).$$

Последний член носит название потенциала нулевого радиуса действия и эффективно учитывает однонуклонный обмен [23]. Энергетическая зависимость псевдопотенциала отражает энергетическую зависимость обменного члена в полумикроскопическом ОП [см. формулы (6) и (7)]. Простая структура *МЗУ*-взаимодействия позволяет развить аналитический вариант фолдинг-модели [57—60], при этом используется для центральной и переходных плотностей представление в виде гауссоид. Аналитическая фолдинг-модель применялась в [58] для анализа связи между ядерного потенциала и формой распределения вещества в ядре, а в [59] и [60] — для исследования радиальной зависимости нуклонных, α -частичных и ион-ионных потенциалов. В [61] и [62] развивались также альтернативные варианты аналитической фолдинг-модели.

Форму ОП или распределения вещества в ядре можно характеризовать через зависимость соответствующего радиуса половинного

спада от углов:

$$R = R_0^{v, \rho} \left[1 + \sum_{\lambda} \beta_{\lambda}^{v, \rho} Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi) \right].$$

Здесь индексы v и ρ относятся к потенциалу и распределению вещества соответственно. Для конкретности принята аксиально-симметричная форма распределения. Параметры деформации $\beta_{\lambda}^{v, \rho}$ могут быть определены на основе интегральной формулы [58]:

$$\beta_{\lambda}^g = \frac{4\pi}{2\lambda+1} \frac{\int g(r) r^{\lambda} Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi) dr}{\int g(r) r^{\lambda} dr}; \quad g = (\rho, v). \quad (29)$$

Сэчлером сформулирована теорема [63], из которой, в частности, следует [64]:

$$q_{\lambda}^v/J = q_{\lambda}^{\rho}/A; \quad q_{\lambda}^g = \int g_{\lambda}(r) r^{\lambda+2} dr; \quad J = \int U(r) dr. \quad (30)$$

Применяя эту теорему и используя (29), получаем [58]:

$$\beta_{\lambda}^v \langle r^{\lambda} \rangle_v = \beta_{\lambda}^{\rho} \langle r^{\lambda} \rangle_{\rho}; \quad (31)$$

$$\langle r^{\lambda} \rangle_g = \int g(r) r^{\lambda} dr / J_g \quad (J_v = J, J_{\rho} = A). \quad (32)$$

Из формулы (31) следует, что из-за конечного радиуса действия эффективных нуклон-нуклонных сил параметры деформации β_{λ}^v и β_{λ}^{ρ} различаются. Это различие тем больше, чем больше λ . Учет принципа Паули через псевдопотенциал нулевого радиуса действия, как показано в [58], приводит к сглаживанию этих различий. В аналитической фолдинг-модели получена простая аналитическая зависимость параметров β_{λ}^v от энергии [58]:

$$\beta_{\lambda}^v(E) = \beta_{\lambda}^v(0) \{1 - \eta_{\lambda} E\}_x \quad (33)$$

коэффициент η_{λ} зависит от параметров эффективного взаимодействия и параметров распределения вещества в ядре. Расчет с МЗУ-взаимодействием для легких ядер дает значение η_{λ} не более $0,001 \text{ МэВ}^{-1}$ как для нуклонов, так и для α -частиц [58]. Таким образом, в интервале $\Delta E = 100 \text{ МэВ}$ изменение параметров деформации потенциала составляет всего несколько процентов. Аналогичный вывод получен и в других теоретических работах [42, 65], в то время как анализ экспериментальных данных по рассеянию протонов низких энергий приводит к сильной энергетической зависимости параметров β_{λ}^v (см., например, [66]), что связано с неадекватностью описания механизмов рассеяния при низких энергиях.

Во введении отмечалось, что применение МЗУ-взаимодействия к описанию рассеяния нуклонов оказалось не столь успешным, как в случае взаимодействия тяжелых ионов. Это связано с тем, что нуклоны более чувствительны к деталям ОП, определяемым не в послед-

нюю очередь обменными нуклон-нуклонными корреляциями, а эти корреляции при использовании MZY -взаимодействия в явном виде не рассматриваются.

Энергетическая зависимость оптического потенциала. Остановимся на том, к каким следствиям приводит явный учет обменных эффектов в формализме матрицы плотности ПМП. Рассмотрим энергетическую зависимость полумикроскопического ОП, обусловленную действием принципа Паули. Суммируя в (25) вклады основных составляемых, содержащих κ^2 , для центральной части ОП, не зависящей от β_λ^0 , будем иметь [67]:

$$U_0(r) = U_0^D(r) + I_{00}(r) \frac{1 + \kappa^2(r) I_{02}(r) I_{00}(r)}{1 - \kappa(r) I_{01}(r)}. \quad (34)$$

Дробь в этом выражении дает поправку к $I_{00}(r)$, не превышающую 15% при всех r . Поэтому для изучения энергетической зависимости нуклонного ОП основным вкладом в него можно считать $I_{00}(r)$. Снова используем теорему умножения для сферических функций Бесселя [см. формулу (18)]. Определим теперь входящие в эту формулу величины μ' и z' соотношениями:

$$\mu' = [1 + E / |U_0^D(r)|]^{1/2}; \quad z' = \xi(r) s; \quad \xi(r) = \left(\frac{2m}{\hbar^2} |U_0^D(r)| \right)^{1/2}.$$

Применяя формулу (18), получаем:

$$j_0(k_0(r) s) = j_0(\xi(r) s) - \frac{E}{|U_0^D(r)|} \frac{\xi s}{2} j_1(\xi(r) s) + \\ + \frac{1}{2} \left(\frac{E}{|U_0^D(r)|} \right)^2 \left(\frac{\xi s}{2} \right)^2 j_2(\xi(r) s) + \dots \quad (35)$$

После подстановки (35) в выражение (24) для $I_{00}(r)$ получим разложение обменной части потенциала по степеням энергии [17, 67]:

$$U_0^E(E, r) = U_0^E(0, r) - \gamma(r) E + \delta(r) E^2 + \dots, \quad (36)$$

где

$$\gamma(r) = \left(\frac{m}{2\hbar^2 |U_0^D(r)|} \right)^{1/2} I_{01}^\xi(r); \quad \delta(r) = \frac{m}{4\hbar^2 |U_0^D(r)|} I_{02}^\xi(r).$$

Здесь $I_{0n}^\xi(r)$ отличаются от ранее определенных заменой $k_0(r) \rightarrow \xi(r)$. В оптической модели эмпирически установлена зависимость нуклонного ОП от энергии. С ростом энергии глубина ОП уменьшается, т. е. потенциал становится более мелким.

Для различных наборов ОП имеются различные значения $\gamma(0)$ [68]. Существенно, что в ОМ величины $\gamma(r)$ и $\delta(r)$ имеют такую же радиальную зависимость, как и $U_0^E(E, r)$, и обычно используется линейное приближение. В [69] анализу в рамках феноменологической ОМ подверглись экспериментальные данные по упругому рассеянию нуклонов в широком диапазоне изменения энергий и массового

числа. Для $\gamma(0)$ в линейном приближении получено значение, равное 0,24.

Одна из причин возникновения энергетической зависимости нуклонного ОП в ПМП — это учет принципа Паули. С ростом энергии ослабевает действие принципа Паули, уменьшаются обменные интегралы $I_{0n}(r)$ и вместе с этим уменьшается значение γ в формуле (36). Потенциал становится более мелким. Для количественной оценки роли обменных эффектов в формировании энергетической зависимости ОП необходимо фиксировать параметры эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия. Используем в качестве эффективных сил силы Вильдермута — Шмида [70]. С этими силами успешно описывалось NN - и $\alpha\alpha$ -рассеяние при низких энергиях, а также проводились расчеты кластерных свойств легких ядер. Параметры

Таблица 1. Значения параметров эффективных нуклон-нуклонных сил

| V_0 , МэВ | a , фм | W | B | M | H |
|-------------|----------|--------|--------|--------|--------|
| -72,98 | 1,47 | 0,3742 | 0,1158 | 0,4408 | 0,0692 |

эффективного взаимодействия приведены в табл. 1. Расчет, проведенный в ПМП для ядра-мишени ^{26}Mg , дает значение $\gamma(0) = 0,15$. Это значение можно принять как среднее для большой группы ядер, поскольку значения обменных интегралов слабо зависят от массового числа. Сравнение с эмпирическим значением показывает, что учет принципа Паули объясняет 60% энергетической зависимости ОП. Энергетическая зависимость ОП связана также со вкладом в него членов второго порядка по эффективному взаимодействию [39, 40, 71—73]. Как отмечалось ранее, этот вклад локализован в поверхностной области ядра и максимален вблизи энергии Ферми. В [71, 72] изучалась относительная роль обоих факторов (принципа Паули и членов второго порядка), приводящих к энергетической зависимости ОП. Численными расчетами для ядер ^{40}Ca и ^{208}Pb было показано, что учет принципа Паули приводит к уменьшению глубины потенциала (это согласуется с выводами ПМП), а вклад членов второго порядка ведет к увеличению глубины потенциала, т. е. дает противоположный эффект в энергетической зависимости нуклонного потенциала. Однако при удалении от энергии Ферми вклад членов второго порядка убывает и в энергетической зависимости ОП доминирует роль принципа Паули. Следует отметить также, что на энергетическую зависимость ОП влияют эффекты локализации членов второго порядка. Кроме того, эффективное нуклон-нуклонное взаимодействие также может зависеть от энергии [38].

В феноменологической ОМ не установлено регулярной зависимости геометрических параметров ОП от энергии. Формализм ПМП дает возможность, по крайней мере, в линейном приближении полу-

чить простую аналитическую зависимость «геометрии» потенциала от энергии. Используя слейтеровское приближение для матрицы плотности $\rho(r, r')$ и свойство короткодействия эффективных нуклон-нуклонных сил, можно приближенно записать:

$$I_{01}(r) \simeq \frac{12\pi\rho_0(r)}{k_F(r)} V_E \int_0^\infty f(s) j_1(k_F(r)s) j_1(\xi(r)s) s^2 ds.$$

Интеграл по s вычисляется аналитически [44]. В результате получаем:

$$I_{01}(r) \simeq 12\pi^{3/2} a^3 V_E \frac{\rho_0(r)}{k_F(r)} \exp \left[-\frac{k_F^2(r) + \xi^2(r)}{4} a^2 \right] \times \\ \times \left\{ -\frac{\text{Sh } \sigma(r)}{\sigma^2(r)} + \frac{\text{Ch } \sigma(r)}{\sigma(r)} \right\}; \quad (37) \\ \sigma(r) = \frac{k_F(r) \xi(r)}{2} a^2.$$

Как показывают расчеты, произведение экспоненты на выражение в фигурных скобках в формуле (37) слабо зависит от r . Пренебрегая этой зависимостью, окончательно будем иметь:

$$\gamma(r) \simeq J_0^E C \frac{\rho_0^{2/3}(r)}{(|U_0^D(r)|)^{1/2}}. \quad (38)$$

Здесь J_0^E — вклад в мощность двухчастичных эффективных сил обменной части этих сил. Из формулы (38) следует, что наиболее сильная зависимость ОП от энергии приходится на внутреннюю и поверхностную области, к «хвосту» потенциала энергетическая зависимость становится слабее на 50%. Поскольку согласно (38) $\gamma(r)$ примерно пропорционально $\rho_0^{1/6}(r)$, то изменения геометрии потенциала с ростом энергии происходят плавно.

Аналогично может быть рассмотрена зависимость от энергии формфакторов неупругих переходов $U_{l_0}(r)$. Используя формулы (25) и (29), для нуклонов низких энергий снова получим линейную зависимость от энергии параметров β_λ^y [см. формулу (33)]. Расчет с силами Вильдермута — Шмида дает для коэффициентов η_2 и η_4 значения 0,0016 и 0,0061 соответственно. Значение 0,0016 для η_2 близко к оценке, полученной в приближении псевдопотенциала нулевого радиуса действия, а большее значение η_λ для $\lambda = 4$ связано со значительным вкладом обменных эффектов, зависящих от энергии, в формфактор неупругого перехода с передачей ядру-мишени момента $\lambda = 4$ (подробнее этот вопрос обсуждается ниже). Отметим, что в отличие от приближения псевдопотенциала в ПМД энергетическая зависимость ОП и формфакторов неупругих переходов получена в явном виде без дополнительной параметризации эффективного взаимодействия. Кроме того, усиление энергетической зависимости β_λ^y не может быть описано в приближении псевдопотенциала.

Эффект смешивания мультиполей. Наряду с энергетической зависимостью ОП другим следствием проявления принципа Паули во взаимодействии нуклонов с деформированными ядрами является так называемый эффект смешивания мультиполей [17]. Описание этого эффекта содержится в общем выражении (9), и состоит он в том, что L -компонента потенциала определяется не только L -компонентой плотности, но и λ -компонентами, отличными от L . Формулы (25) и (26) ПМП удобны для анализа этого эффекта. Поскольку он определяется членами, квадратичными по β_λ^0 , то для его проявления необходимо, чтобы выполнялось соотношение

$$(\beta_\lambda^0)^2 \geq \beta_L^0.$$

Это условие выполняется, как правило, для $\lambda < L$.

Рассмотрим подробнее четвертое слагаемое в формуле (26):

$$U_{L0}(\beta_\lambda^0; r) = \sum_{\lambda\lambda'}' \beta_\lambda^0 \beta_{\lambda'}^0 S_{L\lambda\lambda'} \times \\ \times I_{\lambda\lambda'}(r) \kappa(r) [\tilde{U}_{\lambda'0}^D(r) + I_{\lambda'0}(r)]. \quad (39)$$

Полагая в (39) $L = 4$, $\lambda = \lambda' = 2$ и используя для $S_{L\lambda\lambda'}$ формулу (10), будем иметь

$$U_{40}(\beta_2^0; r) = \frac{6}{7} (\beta_2^0)^2 \kappa(r) I_{21}(r) [\tilde{U}_{20}^D(r) + I_{20}(r)].$$

Прямой член $U_{40}^D(r)$ пропорционален β_2^0 , поэтому при условии $(\beta_2^0)^2 \gg \beta_2^0$ обменная часть формфактора неупругого перехода может давать значительный вклад в полный формфактор и, таким образом, приводить к увеличению сечения неупругого рассеяния с передачей момента $L = 4$ ядру-мишени. Например, для ядра ^{26}Mg значения β_2^0 и β_4^0 , полученные в [74], равны соответственно 0,44 и $-0,024$, поэтому следует ожидать значительного вклада обменных эффектов в формфактор неупругого перехода с $L = 4$. Результаты расчета, проведенного с силами Вильдермута — Шмида, а также с силами Волкова V1 [75] в [17], приведены на рис. 1. Для перехода с $L = 2$ прямой член преобладает над обменным как для сил Вильдермута — Шмида, так и для сил Волкова, в то время как для $L = 4$ в обоих случаях проявляется эффект смешивания мультиполей: обменный член преобладает над прямым из-за примешивания в формфакторе членов с $L = 2$.

Учет этого эффекта может приводить к увеличению сечения рассеяния с передачей $L = 4$ (в экспериментальных данных по рассеянию нейтронов низких энергий на тяжелых деформированных ядрах имеются указания на существование усиления таких переходов [76]). Заметим, что даже при $\beta_4^0 \simeq 0$ амплитуда перехода с передачей момента $L = 4$, рассчитанная в МИВ, отлична от нуля. В случае же описания неупругого рассеяния в рамках МСК учет эффекта смешивания

вания мультиполей приводит к дополнительной связи каналов, которая в отличие от стандартной версии МСК осуществляется без переходов в состоянии сплошного спектра. Отметим также, что в приближении псевдопотенциала эффект смешивания мультиполей отсутствует, а усиление неупругих переходов может быть описано лишь введением дополнительной параметризации эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия. Псевдопотенциал нулевого радиуса действия должен теперь зависеть (через константу d) от переданного момента L . Эта зависимость может

быть установлена не только эмпирически, но и расчетами в рамках ПМП. Приравнивая моменты ОП q_λ^0 , вычисленные в ПМП, к моментам, вычисленным в приближении псевдопотенциала, можно определить $d(\lambda)$.

Как отмечалось в предыдущем разделе, замкнутые выражения для формфакторов неупругих переходов, построенные в ПМП, позволяют применить этот подход к описанию взаимодействия нуклонов с низкими энергиями с вибрационными возбуждениями ядер. Рассмотрим, как влияет учет принципа Паули на свойства этого взаимодействия.

Нуклон-фононное взаимодействие. Для описания свойств низколежащих состояний нечетных ядер широкое распространение получила модель частица — вибратор (см., например, [77]), в которой рассматривается взаимодействие нуклонов с колебаниями остова. За последние три десятилетия эта модель претерпела эволюцию от простейших вариантов модели возбужденного остова до современных

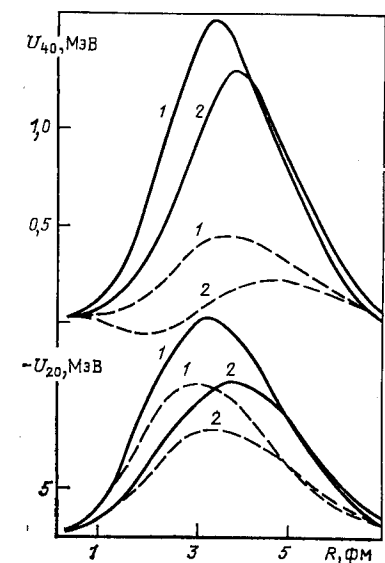


Рис. 1. Формфакторы неупругих переходов с $L=2$ и $L=4$ (сплошные кривые) и вклад в них прямых членов (штриховые):

1 — расчет с силами Вильдермута
— Шмида, 2 — с силами Волкова V_1

ных полумикроскопических моделей, таких как квазичастично-фононная модель и модель взаимодействующих бозонов и фермионов. Актуальной является проблема учета принципа Паули при описании взаимодействия частиц (квазичастиц) с фононами. В ряде исследований показана существенная роль принципа Паули в формировании свойств низколежащих состояний ядер. В частности, в [78] на основе изучения роли принципа Паули в структуре деформированных ядер был сделан вывод об отсутствии коллективных двухфононных состояний в деформированных ядрах. Существенное влияние обменного члена на порядок уровней и расщепление мультиплетов отмечается в модели взаимодействующих бозонов и фермионов.

В макроскопическом подходе [79] к статическому потенциалу за счет взаимодействия частицы с вибрационным полем мультипольности λ возникает добавка, имеющая следующий вид:

$$\delta V = -\chi_\lambda(r) \sum_\mu Y_{\lambda\mu}^*(\theta, \varphi) \alpha_{\lambda\mu}, \quad (40)$$

где $\chi_\lambda(r)$ определяется производной статического потенциала:

$$\chi_\lambda(r) = R_0 \partial V(r) / \partial r.$$

Выражение (40) содержит динамические переменные $\alpha_{\lambda\mu}$ только в первой степени, но в него могут быть включены и члены второго порядка по $\alpha_{\lambda\mu}$. Для перехода в формуле (40) к фононному представлению обычно делается следующая замена:

$$\alpha_{\lambda\mu} \rightarrow \frac{\beta_\lambda}{2\lambda+1} [\hat{b}_{\lambda\mu} + (-)^{\mu} \hat{b}_{\lambda, -\mu}]. \quad (41)$$

Здесь β_λ имеет смысл параметра динамической деформации.

Отметим трудности, связанные с учетом принципа Паули во взаимодействии налетающих частиц с фононами. Использование формулы (40) совместно с (41) не дает возможности это сделать, поскольку выражение (40) не содержит координат нуклонов остова, и, следовательно, не осуществима процедура антисимметризации. Один из способов решения проблемы состоит в переходе от фононных операторов к квазичастичным операторам и дальнейшем учете принципа Паули. Такая программа реализуется в квазичастично-фононной модели, однако данный способ решения проблемы неприемлем непосредственно в задачах со сплошным спектром.

В ПМП следующим образом учитывается принцип Паули во взаимодействии частиц с фононами [80]. Плотность распределения вещества в ядре может быть представлена в виде:

$$\rho(\mathbf{r}) = \rho_0(\mathbf{r}) + \delta\rho(\mathbf{r}), \quad (42)$$

$$\delta\rho(\mathbf{r}) = \sum_\lambda' \sum_\mu \rho_{\lambda\mu}(r) \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi).$$

Здесь добавка $\delta\rho(\mathbf{r})$ содержит осцилляции плотности ядерного вещества относительно равновесного положения. Используя формулы (3) и (26), в которых вместо β_λ входят параметры $\alpha_{\lambda\mu}$, и проводя замену (41), получаем для взаимодействия нуклонов с фононами следующее выражение:

$$V(\mathbf{r}; \hat{b}_{\lambda\mu}^\dagger, \hat{b}_{\lambda\mu}) = \sum_\lambda' \sum_\mu f_\lambda(r) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) \beta_\lambda^\rho \hat{\lambda}^{-1} [\hat{b}_{\lambda\mu} + (-)^{\mu} \hat{b}_{\lambda, -\mu}^\dagger] +$$

$$+ \sum_{\lambda\mu}' \sum_{\lambda_1\lambda_2\mu_1\mu_2} F_{\lambda_1\lambda_2}(r) Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) S(\lambda_1\lambda_2\lambda; \mu_1\mu_2) \beta_{\lambda_1}^\rho \hat{\lambda}_1^{-1} [\hat{b}_{\lambda_1\mu_1} +$$

$$+ (-)^{\mu_1} \hat{b}_{\lambda_1, -\mu_1}^\dagger] \beta_{\lambda_2}^\rho \hat{\lambda}_2^{-1} [\hat{b}_{\lambda_2\mu_2} + (-)^{\mu_2} \hat{b}_{\lambda_2, -\mu_2}^\dagger]; \quad (43)$$

$$S(\lambda_1 \lambda_2 \lambda; \mu_1 \mu_2) = \frac{\hat{\lambda}_1 \hat{\lambda}_2}{\hat{\lambda} \sqrt{4\pi}} (\lambda_1 \lambda_2 00 | \lambda 0) (\lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2 | \lambda \mu); \quad (44)$$

$$\hat{\lambda} \equiv (2\lambda + 1)^{1/2}. \quad (45)$$

Формфакторы неупругих переходов первого и второго порядка $f_\lambda(r)$ и $F_{\lambda_1 \lambda_2}(r)$ определяются выражениями:

$$f_\lambda(r) = [\tilde{U}_{\lambda 0}^D(r) + I_{\lambda 0}(r)] [1 + I_{01}(r) \kappa(r)] + I_{\lambda 1}(r) \kappa(r) I_{00}(r); \quad (46)$$

$$F_{\lambda_1 \lambda_2}(r) = I_{\lambda_1 1}(r) \kappa(r) [(1 - \delta_{\lambda_2 0}) \tilde{U}_{\lambda_2 0}^D(r) + I_{\lambda_2 0}(r)]. \quad (47)$$

В отличие от макроскопического подхода члены второго и более высокого порядка по фоновым операторам появляются в ПМП только из-за учета принципа Паули. По этой же причине взаимодействие частиц с фононами во всех порядках зависит от энергии нуклона [через величину $k_0(r)$]. Наконец, в отличие от макроскопического подхода формфакторы неупругих переходов явно зависят от передаваемого момента. Анализ радиальной зависимости формфакторов второго порядка обнаруживает и здесь различия: в макроскопическом подходе $F(r) \sim \frac{\partial^2 \rho(r)}{\partial r^2}$, в то время как в ПМП $F_{\lambda_1 \lambda_2}(r) \sim \left(\frac{\partial \rho}{\partial r}\right)^2$. Это обстоятельство может приводить к различиям в значении и форме угловых распределений частиц, неупругорассеянных на ядрах с возбуждением вибрационных состояний.

Формулы (43) — (47) дают в замкнутом виде решение задачи об учете принципа Паули в модели частица — вибратор в полумикроскопическом подходе. Из изложенного выше следует, что в результате этого учета происходит перенормировка взаимодействия частицы с фононами, а это перенормированное эффективное взаимодействие в равной степени может быть применено как при решении задач дискретного спектра (расчет энергетических спектров четных ядер), так и при решении задач сплошного спектра (описание неупругого рассеяния нуклонов на ядрах). Исходной предпосылкой для вывода формул (43) — (47) послужили гидродинамические представления о плотности распределения нуклонов в ядре [см. формулу (42)]. Однако сфера приложения формул (43) — (47) может быть расширена, если иметь в виду, что фоновые состояния могут быть описаны на языке различных полумикроскопических ядерных моделей. В этом случае в предположении, что форма взаимодействия (43) — (47) сохраняется, переход от гидродинамического описания ядра-мишени к полумикроскопическому состоит в замене гидродинамических переходных плотностей $\rho_{\lambda 0}(r)$, входящих в формфакторы (46) и (47), полумикроскопическими, вычисленными в рамках ядерных моделей. Таким образом, достигается единство в учете принципа Паули при описании свойств ядерной структуры и ядерных реакций и появляется возможность извлечения информации о ядерной модели из

анализа экспериментальных данных по неупругому рассеянию нуклонов низких энергий на ядрах.

Поскольку учет принципа Паули существенным образом определяет свойства ОП и формфакторов неупругих переходов, следует также ожидать и значительного влияния его на сечения упругого и неупругого рассеяния. Известно, что упругому рассеянию α -частиц низких энергий на легких ядрах присуще аномально большое

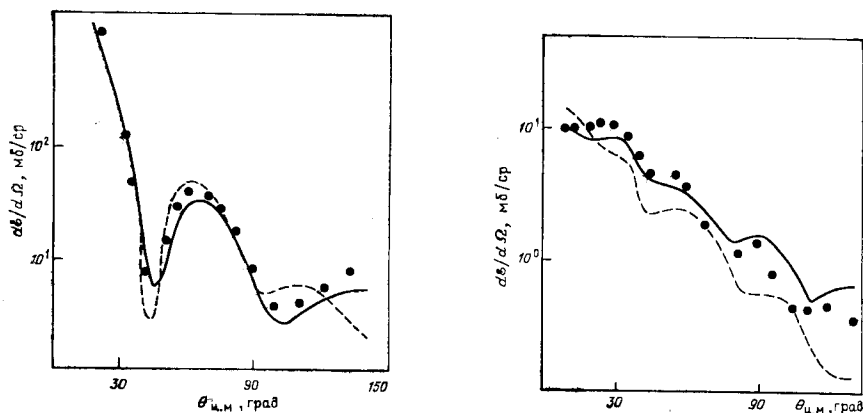


Рис. 2. Угловые распределения протонов с энергией 17,5 МэВ, упруго рассеянных на ^{26}Mg :

сплошная кривая — расчет с учетом обменных эффектов; штриховая — без обменных эффектов; точки — экспериментальные данные из [82]

Рис. 3. Угловые распределения протонов с энергией 27,1 МэВ, неупруго рассеянных на ядре ^{58}Ni , с возбуждением состояния $|2_1^+$ ($E_x = 1,45$ МэВ, $\beta_2 = 0,18$). Обозначения такие же, как и на рис. 2.

сечение рассеяния на большие углы (см., например, [81]). Этот эффект получил название аномального обратного рассеяния (АОР). Много выдвигалось гипотез о причинах АОР; одной из них является гипотеза о том, что АОР связано с проявлением принципа Паули во взаимодействии α -частиц с легкими кластерными ядрами. В случае нуклонов таких аномалий не наблюдается, но и здесь учет принципа Паули приводит к подъему сечений рассеяния на больших углах. Сказанное иллюстрируется рис. 2 и 3, где приведены вычисленные в ПМП сечения упругого рассеяния протонов с энергией 17,5 МэВ на ядре ^{26}Mg [18] и сечения неупругого рассеяния протонов с энергией 27,1 МэВ на ядре ^{58}Ni [83].

Плотностная зависимость эффективных сил. Наряду с обменными нуклон-нуклонными корреляциями существенную роль в формировании свойств ядерной структуры и нуклон-ядерного взаимодействия играют также многочастичные нуклон-нуклонные корреляции, моделируемые обычно плотностной зависимостью эффективных нуклон-нуклонных сил. Зависимость эффективного взаимодействия от

плотности распределения вещества в ядре может быть найдена в приближении локальной плотности теории ядерной материи [38]. Другой подход к решению этой проблемы состоит в том, что плотностная зависимость эффективного взаимодействия параметризуется, а соответствующие параметры находятся из расчета свойств ядерной структуры или характеристик нуклон-ядерного рассеяния. Обычно предполагается факторизованная форма эффективных нуклон-нуклонных сил:

$$V_{\text{эф}}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|; \rho) = V_{\text{эф}}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|; 0) F(\rho).$$

Фактор $F(\rho)$ учитывает свойство насыщения эффективных сил, т. е. тот факт, что с увеличением плотности распределения вещества в ядре сила взаимодействия уменьшается и наоборот. Наиболее часто используемая форма для $F(\rho)$ следующая:

$$F(\rho) = C(1 - \alpha\rho^n). \quad (48)$$

Здесь C, α — параметры; в линейном приближении [84] по плотности $n = 1$. Кроме того, используется значение $n = 2/3$ (см., например, [85]), а также вместо (48) экспоненциальная форма плотностной зависимости взаимодействия [86].

В [87] было показано, что зависимость эффективных сил от плотности распределения вещества в ядре обусловлена в основном короткодействующей частью нуклон-нуклонного взаимодействия. В соответствии с этим, а также с использованием линейной зависимости в $F(\rho)$ плотностной член в эффективном взаимодействии может быть записан в следующем виде:

$$V_{\rho}(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = d\rho \left(\frac{\mathbf{r} + \mathbf{r}'}{2i} \right) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (49)$$

Подставляя (49) в формулу (2), будем иметь для вклада плотностного члена в эффективном взаимодействии в ОП:

$$\delta U_{\rho 0}(r) = d\rho_0^2(r) + \frac{1}{4\pi} \sum_{\lambda} (\beta_{\lambda}^{\rho})^2 \tilde{\rho}_{\lambda 0}^2(r). \quad (50)$$

В [18, 88—90] изучалось влияние плотностной зависимости эффективного взаимодействия на угловые распределения упругорассеянных протонов. Было установлено, что это влияние более существенно для средних и тяжелых ядер, чем для легких ядер. С увеличением значения d сечения упругого рассеяния на большие углы, как правило, уменьшаются. При включении связи каналов угловые распределения становятся менее чувствительными к параметру плотностной зависимости d .

С целью установления зависимости d от массового числа в [88] были проанализированы измеренные в [91] угловые распределения протонов с энергией 30,3 МэВ, упругорассеянных ядрами ^{20}Ne , ^{40}Ca , ^{58}Ni , ^{120}Sn и ^{208}Pb . Анализ проводился в рамках ОМ с потенциалами, рассчитанными в ПМП с учетом принципа Паули и плотно-

стной зависимости эффективного взаимодействия. В качестве спин-орбитального члена и потенциала поглощения были использованы соответствующие выражения из ОМ с параметрами (они в процессе вычислений были фиксированы), взятыми из [92]. Из анализа упругого рассеяния электронов на этих ядрах были извлечены параметры распределения заряда в ядрах. Далее предполагалось, что распределение нейтронов в ядре совпадает с распределением протонов. Для параметров V_D и V_E были взяты значения, одинаковые для всех ядер и соответствующие параметрам сил Вильдермута — Шмида (см. табл. 1). Таким образом, единственным свободным параметром в расчетах был параметр d . Он определялся для каждого ядра из наилучшего описания (использовался критерий минимума χ^2) экспериментального углового распределения. Результаты приведены в табл. 2 и на рис. 4. Из данных табл. 2 (вторая строка) следует, что

Таблица 2. Значения параметров плотностной зависимости эффективных нуклон-нуклонных сил, определенны из анализа упругого рассеяния протонов на ядрах в рамках ПМП

| Ядро | ^{20}Ne | ^{40}Ca | ^{58}Ni | ^{120}Sn | ^{208}Pb |
|--|------------------|------------------|------------------|-------------------|-------------------|
| d , МэВ·фм ⁶ | 860 | 600 | 650 | 740 | 650 |
| $\chi_{\text{ПМП}}^2/\chi_{\text{ОМ}}^2$ | 2,0 | 0,67 | 0,80 | 1,2 | 1,8 |

для всех ядер получено описание экспериментальных данных в целом не хуже, чем в макроскопической ОМ. На рис. 4 результаты представлены для двух ядер, однако аналогичные результаты получены и для других ядер.

Параметр плотностной зависимости эффективного взаимодействия, как следует из табл. 2 (первая строка), меняется всего на 20% по сравнению со средним значением по всем ядрам. При этом надо иметь в виду, что, например, для ^{20}Ne угловые распределения мало чувствительны к значениям d . Как показали расчеты, при $d = 700$ МэВ·фм⁶ описание углового распределения протонов, рассеянных на ^{20}Ne , тоже является достаточно хорошим. Анализ угловых распределений протонов с энергией 25,7 МэВ, упруго рассеянных изотопами Мо и Рд, проведенный в [89, 90], привел к тем же значениям параметра d . Таким образом, можно сделать вывод о том, что для единого значения параметра плотностной зависимости эффективного взаимодействия (с небольшим разбросом) получено хорошее описание упругого рассеяния протонов на ядрах в широкой области изменения массового числа. Следует заметить, что учет ряда факторов, таких как связь каналов, различие в распределении протонов и нейтронов, более точный учет обменных эффектов, может привести к некоторой перенормировке оптимального значения d .

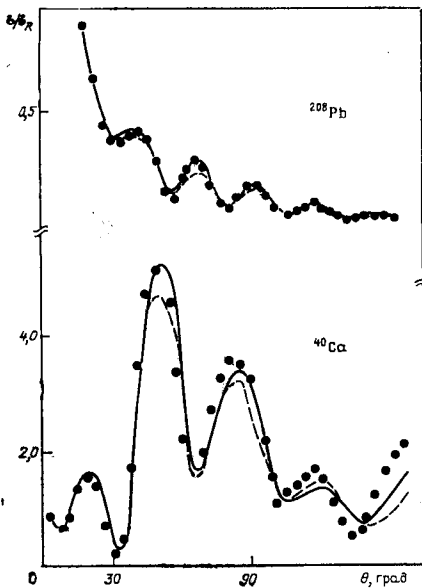
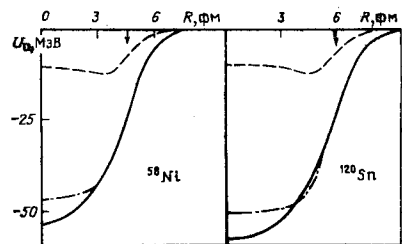


Рис. 4. Угловые распределения протонов с энергией 30,3 МэВ, упруго рассеянных на ядрах ^{40}Ca и ^{208}Pb : сплошные кривые — расчет в полумикроскопическом подходе; штриховые — расчет в оптической модели; точки — экспериментальные данные

Рис. 5. Протонные оптические потенциалы для ядер ^{58}Ni и ^{120}Sn : сплошные кривые — расчет в полумикроскопическом подходе; штрихпунктирные — потенциалы оптической модели; штриховые — вклад обменных членов



Представляет интерес сравнение полумикроскопических ОП с потенциалами ОМ. На рис. 5 изображены потенциалы, вычисленные в ПМП при энергии протонов $E_p = 30,0$ МэВ для ядер ^{58}Ni и ^{120}Sn совместно с потенциалами ОМ. Можно видеть, что потенциалы совпадают, начиная с некоторого r , меньшего, чем радиус половинного спада (на рис. 5 обозначен стрелкой). Обменные эффекты дают значительный вклад в значение потенциалов, особенно в поверхностной области ядра. Учет принципа Паули приводит, в частности, к тому, что радиальная зависимость потенциала становится отличной от радиальной зависимости потенциала Саксона — Вудса.

3. УЧЕТ СВЯЗИ КАНАЛОВ

При взаимодействии нуклонов низких энергий с ядрами значительный вклад в сечение процессов дают многоступенчатые переходы, обусловленные сильной связью открытых неупругих каналов. Имеются указания на то, что и при промежуточных энергиях протонов ($E_p \approx 800$ МэВ) связь каналов существенна для описания неупругого рассеяния протонов на ядрах [93]. Среди неупругих каналов наибольший вклад в многоступенчатые переходы дают процессы с возбуждением коллективных состояний ядра-мишени. В этом случае связь каналов может быть учтена в рамках хорошо известного формализма метода связанных каналов (МСК) [94] (впервые связь коллективных состояний деформированного ядра-мишени учитывалась в адиабатическом приближении в [95]).

В полумикроскопическом описании трудность учета связи каналов состоит в том, что из-за принципа Паули система дифференциальных уравнений переходит в систему интегродифференциальных уравнений. Однако в локальном приближении формализма матрицы плотности, по крайней мере, для коллективной модели возможно сведение этой системы к системе дифференциальных уравнений, в которой перенормированы ОП и формфакторы неупругих переходов. Формализм ПМП, изложенный в предыдущем разделе, позволяет записать систему МСК в замкнутой форме и применить ее к описанию упругого и неупругого рассеяния нуклонов с использованием как ротационной, так и вибрационной модели ядра.

Следуя стандартной версии МСК [94], запишем гамильтониан системы: налетающий нуклон плюс ядро-мишень в следующем виде:

$$H = T + H_t + V_{\text{diag}} + V_{\text{coup}}. \quad (51)$$

Здесь T -оператор кинетической энергии нуклона; H_t — гамильтониан ядра-мишени; V_{diag} — диагональная часть оператора взаимодействия нуклона с ядром-мишенью, не вызывающая неупругих переходов; V_{coup} — часть оператора взаимодействия, обуславливающая связь каналов.

Представим полную волновую функцию всей системы в следующем виде:

$$\Psi_{JM} = \frac{1}{r} \sum_{I_n l_n j_n} R_{JI_n l_n j_n}(r) \sum_{m_j M_n} (j_n m_j I_n M_n | JM) \Omega_{l_n j_n m_j} \Phi_{I_n M_n}, \quad (52)$$

где $\Phi_{I_n M_n}$ — функции коллективных состояний ядра-мишени, а $\Omega_{l_n j_n m_j}$ — шаровой спинор:

$$\Omega_{l_n j_n m_j} = \sum_{m_l m_s} (l_n m_l s m_s | j_n m_j) i^l Y_{l_n m_l} \chi_{s m_s}.$$

Подставив разложение (52) в уравнение Шредингера с гамильтонианом (51) и исключив функции $\Phi_{I_n M_n}$, получим систему уравнений [94]:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l_n(l_n+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V_{\text{diag}} + k_n^2 \right\} R_{JI_n l_n j_n}(r) = \\ & = \frac{2m}{\hbar^2} \sum_{I_n' l_n' j_n'} \langle (\Omega_{l_n j_n} \otimes \Phi_{I_n M_n})_{JM} | V_{\text{coup}} | (\Omega_{l_n' j_n'} \otimes \Phi_{I_n' M_n'})_{JM} \rangle \times \\ & \quad \times R_{JI_n' l_n' j_n'}(r); \quad (53) \\ & k_n = \left[\frac{2m}{\hbar^2} (E - E_n) \right]^{1/2}. \end{aligned}$$

В стандартной версии МСК обычно рассматриваются два варианта коллективной модели: ротационный и вибрационный. Для ротацион-

ного варианта:

$$V_{\text{coupl}} = \sum_{\lambda} v_{\lambda}(r) Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi); \quad (54)$$

$$v_{\lambda}(r) = \int \frac{V_0 Y_{\lambda 0}(\omega) d\omega}{1 + \exp\left\{(r - R_0 [1 + \sum_{\lambda'} \beta_{\lambda'}^2 Y_{\lambda' 0}^2(\omega)]) / a\right\}}. \quad (55)$$

В случае вибрационного варианта интегральная формула (55) не применима, и после разложения (54) в ряд Тейлора с учетом первых двух членов разложения имеем:

$$V_{\text{coupl}} = \sum_{\lambda}' \sum_{\mu} f_{\lambda}(r) \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi) + \\ + \sum_{\lambda}' \sum_{\mu} \sum_{\lambda_1 \lambda_2 \mu_1 \mu_2} F_{\lambda_1 \lambda_2}(r) S(\lambda_1 \lambda_2 \lambda; \mu_1 \mu_2) \alpha_{\lambda_1 \mu_1} \alpha_{\lambda_2 \mu_2} Y_{\lambda\mu}(\theta, \varphi), \quad (56)$$

где

$$f_{\lambda}(r) = \frac{V_0 R_0}{a} \frac{e}{(1+e)^2}; \quad (57)$$

$$F_{\lambda_1 \lambda_2}(r) = -\frac{V_0 R_0^2}{2a^2} \frac{e(1-e)}{(1+e)^3}; \quad (58)$$

$$e \equiv \exp \frac{r - R}{a}. \quad (59)$$

Сравнивая формулы (54) и (3), можно видеть, что взаимодействие нуклона с деформированными ядрами имеет одинаковую структуру в макроскопическом и полумикроскопическом подходах. Принципиальное отличие состоит в том, что формфакторы макроскопического подхода определяются свойствами феноменологического ОП и параметрами деформации потенциала β_{λ}^{ν} , в то время как формфакторы ПМП определяются параметрами эффективного взаимодействия и переходных плотностей. В качестве V_{diag} в ПМП можно рассматривать вещественную ОП, для которой согласно формулам (25), (34), (50) будем иметь:

$$U_{\rho 0}(r) = U_0^D(r) + d\rho_0^2(r) + I_{00}(r) \times \\ \times \frac{1 + \kappa^2(r) I_{02}(r) I_{00}(r)}{1 - \kappa(r) I_{01}(r)} + \frac{1}{4\pi} \sum_{\lambda}' (\beta_{\lambda}^{\rho})^2 \times \\ \times \tilde{\rho}_{\lambda 0}^2(r) + \frac{1}{4\pi} \sum_{\lambda}' (\beta_{\lambda}^{\rho})^2 I_{\lambda 1}(r) \kappa(r) \times \\ \times [\tilde{U}_{\lambda 0}^D(r) + 2d\rho_0(r) \tilde{\rho}_{\lambda 0}(r) + I_{\lambda 0}(r)]. \quad (60)$$

Импульс $k_{\rho 0}(r)$, входящий в (60), из-за плотностной зависимости эффективного взаимодействия в отличие от формулы (20) теперь опре-

деляется соотношением:

$$k_{\rho_0}^2(r) = \frac{2m}{\hbar^2} \left[E - U_0^D(r) - d\rho_0^2(r) - \right. \\ \left. - \frac{1}{4\pi} \sum_{\lambda}' (\beta_{\lambda}^{\rho})^2 \tilde{\rho}_{\lambda 0}^2(r) - V_C(r) \right]. \quad (61)$$

Для $v_{\lambda}(r)$ в ПМП согласно формулам (26) и (49) получаем:

$$U_{\rho L_0}(r) = \beta_L^{\rho} [1 + I_{01}(r) \kappa(r)] [\tilde{U}_{L_0}^D(r) + 2d\rho_0(r) \tilde{\rho}_{L_0}(r) + I_{L_0}(r)] + \\ + \beta_L^{\rho} I_{L_1}(r) \kappa(r) I_{00}(r) + \frac{1}{\sqrt{4\pi}} d \sum_{\lambda}' \sum_{\lambda'}' \beta_{\lambda}^{\rho} \beta_{\lambda'}^{\rho} S_{L\lambda\lambda'} \tilde{\rho}_{\lambda 0}(r) \tilde{\rho}_{\lambda' 0}(r) + \\ + \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\lambda}' \sum_{\lambda'}' S_{L\lambda\lambda'} I_{\lambda 1}(r) \kappa(r) \times \\ \times [\tilde{U}_{\lambda' 0}^D(r) + 2d\rho_0(r) \tilde{\rho}_{\lambda' 0}(r) + I_{\lambda' 0}(r)]. \quad (62)$$

Аналогичная ситуация имеет место и для вибрационного варианта. Согласно формулам (43) и (56) структура взаимодействия одинакова в обоих подходах, но формфакторы в ПМП в отличие от формулы (58) определяются так же, как и в ротационном варианте, параметрами эффективного взаимодействия и переходных плотностей. Согласно (46), (47) и (49) для $f_{\lambda}(r)$ и $F_{\lambda_1\lambda_2}(r)$ имеем:

$$f_{\rho\lambda}(r) = [1 + I_{01}(r) \kappa(r)] [\tilde{U}_{L_0}^D(r) + 2d\rho_0(r) \tilde{\rho}_{L_0}(r) + I_{L_0}(r)] + \\ + I_{L_1}(r) \kappa(r) I_{00}(r); \quad (63)$$

$$F_{\rho\lambda_1\lambda_2}(r) = d\tilde{\rho}_{\lambda_1 0}(r) \tilde{\rho}_{\lambda_2 0}(r) + I_{\lambda_1 1}(r) \kappa(r) [\tilde{U}_{\lambda_2 0}^D(r) + 2d\rho_0(r) \tilde{\rho}_{\lambda_2 0}(r) + \\ + I_{\lambda_2 0}(r)]. \quad (64)$$

Соотношения (54), (56), (60)–(64) совместно с системой (53) и составляют формальную основу полумикроскопического метода связанных каналов (ПМСК).

Обсудим, какими преимуществами обладает ПМСК в сравнении с микроскопическим МСК при анализе экспериментальных данных по рассеянию нуклонов на ядрах. Вещественная часть ОП и формфакторы неупругих коллективных переходов в ПМСК определяются параметрами эффективного нуклон-нуклонного взаимодействия, зависящего от плотности распределения вещества в ядре, центральной и переходных плотностей, и, таким образом, не содержат свободных параметров. При наличии сильной связи каналов произведен учет в локальном приближении формализма матрицы плотности принципа Паули одновременно для упругого и неупругих каналов. Наконец, через переходные плотности в формализм ПМСК входит информация о свойствах ядерной структуры. Эта информация может быть извлечена из экспериментов, независимых по отношению к рассеянию ну-

клонов низких энергий на ядрах (например, из рассеяния электронов или протонов высоких энергий). С другой стороны, переходные плотности могут быть рассчитаны в рамках полумикроскопической ядерной модели. В этом случае, применяя ПМСК к анализу экспериментальных сечений, можно делать выводы о том, насколько адекватно ядерная модель описывает переходные плотности.

С целью численной реализации ПМСК в [83] была проведена модификация программы ECIS. Эта модификация состояла в том, что феноменологические формфакторы и вещественная часть ОП (57)—(59) были заменены полумикроскопическими величинами согласно формулам (60), (61), (63) и (64). Кроме того, формфакторы $F_{\lambda_1 \lambda_2}(r)$ были внесены под знак суммы. Следует заметить, что в стандартной версии ECIS имеется так называемая фолдинг-процедура. Однако ее осуществление дает возможность учесть только члены типа $U_0^D(r)$ и $U_{L0}^D(r)$. При этом все эффекты, связанные с обменными и многочастичными нуклон-нуклонными корреляциями, оказываются неучтенными, а они существенным образом определяют сечение как упругих, так и неупругих процессов.

Отметим, что система уравнений (53) содержит только связь открытых каналов, поэтому ее решение дает возможность описать вклад прямых механизмов в сечение рассеяния. Связь открытых каналов с закрытыми, неучтенная в (53), приводит к образованию связанных состояний составной системы. При низких энергиях ($E_N < 10$ МэВ) нуклонов вклад таких процессов в сечение рассеяния значителен, а с ростом энергии он падает. Поэтому применение ПМСК для анализа экспериментальных сечений предпочтительней при энергиях нуклонов, превышающих 15—20 МэВ.

В [83] модифицированная версия программы ECIS была использована для описания неупругого рассеяния протонов с энергией 27,1 МэВ на ядре-мишени ^{58}Ni . Вычисленные сечения вместе с экспериментальными угловыми распределениями, полученными в [1], приведены на рис. 3 и 6. Из приведенных результатов следует, что в ПМП удается в целом успешно описать сечения неупругого рассеяния протонов с возбуждением нижних уровней ядра ^{58}Ni . Что касается природы состояний ядра-мишени, то анализ, проведенный в рамках гармонического и ангармонического приближения вибрационной модели, показал, что в состояниях $|2_1^+ \rangle$ ($E_x = 1,45$ МэВ), $|2_2^+ \rangle$ ($E_x = 3,04$ МэВ) и $|4_1^+ \rangle$ ($E_x = 2,46$ МэВ) доминирует однофононная компонента. Этот вывод также подтверждается исследованиями, проведенными ранее [1,20]. Состояние $|2_2^+ \rangle$ ($E_x = 2,77$ МэВ) не описывается в рамках вибрационной модели как в гармоническом, так и в ангармоническом приближении.

Взаимодействие протонов с энергией 25,6 МэВ с изотопами $^{94,96,100}\text{Mo}$ анализировалось в рамках ПМСК в [96, 97]. Экспериментальные угловые распределения упруго- и неупругорассеянных протонов были получены на изохронном циклотроне Гамбургского университета [2]. На рис. 7 изображены сечения возбуждения состояний

$|2_1^+\rangle$ ($E_x = 778$ кэВ), $|4_1^+\rangle$ ($E_x = 1628$ кэВ) и $|3_1^-\rangle$ ($E_x = 2235$ кэВ) ^{96}Mo , вычисленные в ПМП, вместе с экспериментальными угловыми распределениями. Для всех трех состояний было предположено, что основной вклад в них дают однофононные компоненты. Можно видеть, что и в этом случае получено в целом хорошее описание экспериментальных результатов. Учет связи каналов несколько улучшает описание сечений возбуждения состояний

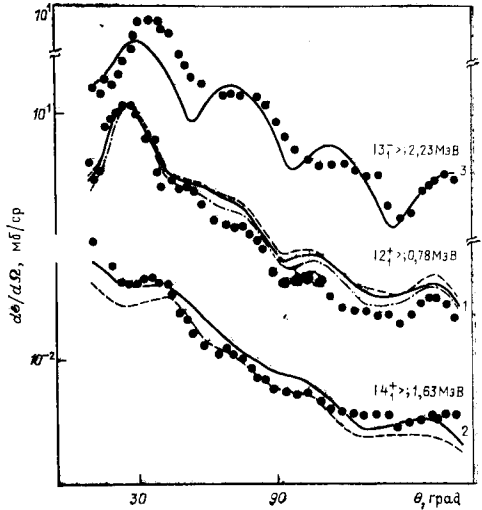
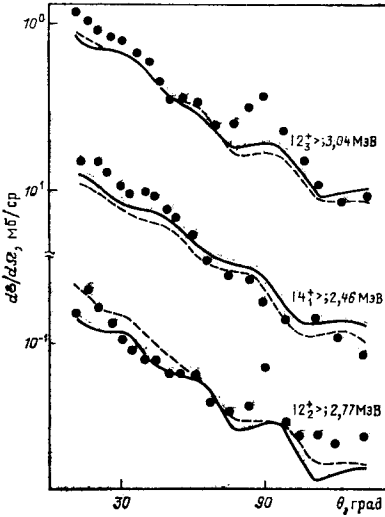


Рис. 6. Угловые распределения протонов с энергией 27,1 МэВ, неупруго рассеянных на ядре ^{96}Ni , с возбуждением состояний $|2_2^+\rangle$ ($E_x = 2,77$ МэВ, $\beta_2 = 0,022$), $|2_1^+\rangle$ ($E_x = 3,04$ МэВ, $\beta_2 = 0,051$) и $|4_1^+\rangle$ ($E_x = 2,46$ МэВ, $\beta_4 = 0,096$); сплошные кривые — расчет в гармоническом приближении полумикроскопического метода связанных каналов; штриховые — ангармоническое приближение

Рис. 7. Угловые распределения протонов с энергией 25,6 МэВ, неупруго рассеянных на ядре ^{96}Mo :

1 — $|2_1^+\rangle$ ($E_x = 778$ кэВ, $\beta_2 = 0,16$); сплошная кривая — расчет в ПМСК с учетом связи каналов $|0_1^+\rangle \rightarrow |2_1^+\rangle$; штриховая — $|0_1^+\rangle \rightarrow |2_1^+\rangle \rightarrow |3_1^-\rangle$; штрихпунктирная — $|0_1^+\rangle \rightarrow |2_1^+\rangle \rightarrow |4_1^+\rangle$; 2 — $|4_1^+\rangle$ ($E_x = 1628$ кэВ, $\beta_4 = 0,058$), сплошная — $|0_1^+\rangle \rightarrow |4_1^+\rangle$; штриховая — $|0_1^+\rangle \rightarrow |2_1^+\rangle \rightarrow |4_1^+\rangle$; 3 — $|3_1^-\rangle$ ($E_x = 2235$ кэВ, $\beta_3 = 0,167$); сплошная — $|0_1^+\rangle \rightarrow |2_1^+\rangle \rightarrow |3_1^-\rangle$

$|2_1^+\rangle$ и $|4_1^+\rangle$. В случае состояния $|3_1^-\rangle$ необходимо также рассмотрение связи с высоколежащими состояниями. Аналогичные результаты в [97] получены при описании взаимодействия протонов с изотопами $^{94,100}\text{Mo}$.

Численные расчеты, представленные в этом и предыдущем разделах, показывают, что в полумикроскопическом подходе возможно описание с одним и тем же эффективным взаимодействием, зависящим от плотности распределения вещества в ядре, процессов упру-

того и неупругого рассеяния протонов на ядрах при наличии сильной связи каналов. Отметим, что в расчетах, проведенных в [83, 96, 97], использовались переходные плотности модели Тасси. Представляет интерес выход за рамки этой модели и использование переходных плотностей, построенных в полумикроскопических ядерных моделях. При этом будет существенным учет различий в протонных и нейтронных переходных плотностях, поскольку эти различия определяют изоспиновую структуру неупругих переходов.

4. ИЗОСПИНОВАЯ СТРУКТУРА НЕУПРУГИХ ПЕРЕХОДОВ

Анализ взаимодействия частиц с ядрами в рамках коллективной модели позволяет извлекать информацию из экспериментальных данных по рассеянию о статической и динамической деформации ядер. Значения параметров деформации при этом оказываются зависящими от сорта частиц, взаимодействующих с ядром-мишенью [19, 98]. Сказанное иллюстрируется результатами, представленными в табл. 3 и взятыми из [99]. Можно видеть, что различия в значениях параметров деформации, извлеченных из анализа рассеяния разного сорта частиц на одном и том же ядре-мишени, превышают экспериментальные погрешности в определении этих значений. Таким образом, существуют некие закономерности в соотношениях между различными параметрами деформации. Эти закономерности обусловлены различием в распределении протонов и нейтронов в ядрах, а также в соответствующих переходных плотностях. Кроме того, частицы-«снаряды» с разной силой взаимодействуют с протонами и нуклонами ядра-мишени, что приводит к различной чувствительности взаимодействия разного сорта частиц с ядром к распределению протонов и нейтронов в ядре.

Для протонов и нейтронов низких энергий в силу зарядовой инвариантности и принципа Паули имеет место следующее соотношение:

Таблица 3. Значения параметров деформации, определенные из анализа различных процессов для ядра ^{232}Th

| Процесс | E , МэВ | β_2 | β_4 |
|-------------------------|-----------|-------------------|-------------------|
| Кулоновское возбуждение | 16—17 | $0,238 \pm 0,006$ | $0,130 \pm 0,02$ |
| (e, e') | 45—100 | $0,238 \pm 0,002$ | $0,101 \pm 0,003$ |
| (n, n') | 0,7—3,4 | $0,190 \pm 0,010$ | $0,071 \pm 0,012$ |
| (p, p') | 20,26 | $0,215 \pm 0,005$ | $0,060 \pm 0,005$ |
| (p, p') | 23 | $0,23 \pm 0,01$ | $0,050 \pm 0,015$ |
| (p, p') | 35 | $0,210 \pm 0,003$ | $0,069 \pm 0,003$ |
| (α, α') | 50 | $0,152 \pm 0,009$ | $0,041 \pm 0,008$ |

$V_{nn} = V_{pp} = (1/3) V_{np} = (1/3) V_{pn}$. Следовательно, протоны низких энергий более чувствительны к распределению нейтронов в ядре, и наоборот. Как отмечалось в [21], это обстоятельство делает предпочтительным использование нуклонов низких энергий по сравнению с нуклонами высоких энергий для исследования различий в протонной и нейтронной переходных плотностях. Однако неоднородности ОП и наличие связи каналов при низких энергиях существенно затрудняют проведение такого исследования.

В [98] было проведено в рамках модели эффективного заряда изучение связи между параметрами деформации потенциала $\beta_{pp'}$ и $\beta_{nn'}$ и структурой ядра-мишени. Рассматривались ядра с вибрациями n -типа (с замкнутой протонной оболочкой) и p -типа (с замкнутой нейтронной оболочкой). Были получены следующие соотношения:

$$\frac{\beta_{pp'}}{\beta_p} = \frac{1 \pm 0,106 - 0,306\xi}{1 \mp 0,212 + 0,612\xi}; \quad (65)$$

$$\frac{\beta_{nn'}}{\beta_p} = \frac{1 \mp 0,106 + 0,306\xi}{1 \mp 0,212 + 0,612\xi}; \quad (66)$$

$$\xi = (N - Z)/A.$$

В формулах (65) и (66) знак «+» соответствует ядрам с вибрациями n -типа, а знак «-» — ядрам с вибрациями p -типа. Согласно соотношениям (65) и (66) для ядер с заполненной протонной оболочкой $\beta_{pp'}/\beta_{nn'} > 1$ и, наоборот, для ядер с заполненной нейтронной оболочкой $\beta_{pp'}/\beta_{nn'} < 1$. Этот вывод хорошо согласуется с данными, представленными в табл. 4 (они взяты из [100]). Сравнивая третью

Таблица 4. Значения параметров деформации, определенные из анализа неупругого рассеяния нуклонов на ядрах и вычисленные в модели эффективного заряда, $\lambda = 2$

| Ядро | ^{90}Zr | ^{92}Mo | ^{118}Sn | ^{120}Sn | ^{122}Sn | ^{124}Sn |
|--|------------------|------------------|-------------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| $\beta_{pp'}$ | 0,070(5) | 0,080(6) | 0,134(10) | 0,119(10) | 0,112(7) | 0,108(7) |
| $\beta_{nn'}$ | 0,085(8) | 0,099(5) | 0,109(7) | 0,106(5) | 0,100(6) | 0,092(6) |
| $\beta_{nn'}/\beta_{pp'}$ (эксперимент) | 1,2 | 1,3 | 0,81 | 0,90 | 0,90 | 0,85 |
| $\beta_{nn'}/\beta_{pp'}$ (модель) | 1,33 | 1,31 | 0,888 | 0,896 | 0,903 | 0,911 |

и четвертую строки этой таблицы, можно видеть не только качественное, но и количественное согласие предсказаний модели эффективного заряда с данными, извлеченными из анализа сечений неупругого рассеяния нуклонов на ядрах. В [101] модель эффективного заряда была обобщена на ядра с незаполненными оболочками. В ряде случаев модель правильно воспроизводит соотношения между пара-

метрами деформации, полученными из анализа данных по рассеянию. Однако для единства описания связей между параметрами деформации потенциала и вещества и механизмов рассеяния необходимо иметь аналог соотношений (65), (66), в которые входили бы параметры эффективного взаимодействия, используемого для описания механизмов рассеяния. Такие соотношения легко могут быть получены в формализме фолдинг-модели с использованием теоремы Сэчлера. В результате будем иметь [102]:

$$\beta_{aa', \lambda} = \frac{V_{ap}Z\beta_{p\lambda} + V_{an}N\beta_{n\lambda}}{V_{ap}Z + V_{an}N}. \quad (67)$$

Здесь $\beta_{aa'}$ — параметр деформации потенциала взаимодействия частицы a с ядром; V_{ap} и V_{an} — сила эффективного взаимодействия a с протоном и нейтроном соответственно; λ — переданный момент. В формуле (67) предполагается, что $\langle r^\lambda \rangle_n = \langle r^\lambda \rangle_p = \langle r^\lambda \rangle_{aa'}$, т. е. геометрические параметры соответствующих распределений одинаковы. Чтобы выйти за рамки этого ограничения, определим величины $\delta_{f\lambda}$:

$$\delta_{f\lambda} \equiv \beta_{f\lambda} \langle r^\lambda \rangle_f. \quad (68)$$

Ранее (см. разд. 2) было показано, что в силу справедливости теоремы Сэчлера величины $\delta_{f\lambda}$ являются инвариантами, т. е. не зависят от формы радиальной зависимости эффективного взаимодействия и радиальной зависимости плотности распределения вещества в ядре. Таким образом, это соотношение в отличие от общепринятого $(\beta_\lambda R)_v = (\beta_\lambda R)_p$ [19] является модельно-независимым. Используя (68) и теорему Сэчлера, вместо (67) получаем:

$$\delta_{aa', \lambda} = \frac{V_{ap}Z\delta_{p\lambda} + V_{an}N\delta_{n\lambda}}{V_{ap}Z + V_{an}N}. \quad (69)$$

Учет различий в геометрических параметрах свелся к замене:

$$\beta_{f\lambda} \rightarrow \delta_{f\lambda}. \quad (70)$$

Это правило является универсальным. В дальнейшем будем использовать соотношения между параметрами β , имея в виду, что всегда можно перейти к соотношениям типа (69) с учетом замены (70).

Нетрудно видеть, что при $\beta_{p\lambda} = \beta_{n\lambda} = \beta_{0\lambda}$ в формуле (67) $\beta_{aa', \lambda}$ не зависит от сорта частиц и определяется параметром деформации вещества $\beta_{0\lambda}$. Таким образом, все различия в $\beta_{aa', \lambda}$ обусловлены различием в $\beta_{p\lambda}$ и $\beta_{n\lambda}$. Проводя совместный анализ при одной и той же энергии (как было показано выше, параметры деформации потенциала зависят от энергии) данных по рассеянию частиц различных сортов (например, протонов и нейтронов, или протонов и электронов) на ядрах, можно из двух соотношений (67) определить параметры $\beta_{n\lambda}$ и $\beta_{p\lambda}$. Имеется значительно большее количество данных по электромагнитному взаимодействию (неупругое рассеяние электронов, вероятности электромагнитных переходов и т. п.), чем по взаимо-

действию нейтронов с ядрами, поэтому, имея в виду комбинированный анализ данных по рассеянию протонов на ядрах и экспериментов с электромагнитным взаимодействием, полезно получить соотношение, связывающее $\beta_{n\lambda}/\beta_{p\lambda}$ с $\beta_{pp',\lambda}/\beta_{em,\lambda}$. Обращая соотношение (67) в случае $a \equiv p$, будем иметь [103]:

$$\frac{\beta_{n\lambda}}{\beta_{p\lambda}} = 1 + \frac{4}{3} \left(1 - \frac{1}{2} \xi \right) \left(\frac{\beta_{pp',\lambda}}{\beta_{em,\lambda}} - 1 \right). \quad (71)$$

Формула (71) позволяет определять на основе экспериментальных данных по рассеянию протонов низких энергий на ядрах и по вероятностям электромагнитных переходов различия в протонной и нейтронной деформациях. Таким образом, рассеяние протонов низких энергий на ядрах является дополнительным по отношению к рассеянию протонов высоких энергий и π -мезонов источником информации об изоспиновой структуре переходных плотностей. К настоящему времени уже накоплено значительное количество данных о различиях в протонной и нейтронной деформации, исследованных теоретически и экспериментально. Они нашли отражение в недавно вышедшем обзоре [21], поэтому подробно останавливаться на этом не будем.

Отметим, что, как следует из формулы (71), при $\beta_{pp',\lambda}/\beta_{em,\lambda} > 1$ $\beta_{n\lambda}/\beta_{p\lambda} > 1$, т. е. ядро-мишень является ядром с вибрациями n -типа, и, наоборот, при $\beta_{pp',\lambda}/\beta_{em,\lambda} < 1$ $\beta_{n\lambda}/\beta_{p\lambda} < 1$, т. е. ядро-мишень является ядром с вибрациями p -типа. Эти выводы согласуются с предсказаниями модели эффективного заряда [98].

Изоскалярная и изовекторная деформации. Различия в протонной и нейтронной переходных плотностях удобно описывать в изоспиновом формализме. Отличительной особенностью этого формализма является единство в рассмотрении как неупругого рассеяния частиц на ядрах, так и зарядово-обменных реакций. Определим изоскалярные $\rho_{0\lambda}(r)$ и изовекторные $\rho_{1\lambda}(r)$ компоненты переходных плотностей:

$$\rho_{0\lambda}(r) = \rho_{p\lambda}(r) + \rho_{n\lambda}(r); \quad \rho_{1\lambda}(r) = \rho_{p\lambda}(r) - \rho_{n\lambda}(r).$$

Соответственно формулам (29), (30) и (32) имеем следующие выражения для параметров изоскалярной $\beta_{0\lambda}^0$ и изовекторной $\beta_{1\lambda}^0$ деформации вещества:

$$\beta_{0\lambda}^0 = \frac{4\pi}{2\lambda+1} \frac{q_{0\lambda}}{\langle r^\lambda \rangle_0 A}; \quad \beta_{1\lambda}^0 = \frac{4\pi}{2\lambda+1} \frac{q_{1\lambda}}{\langle r^\lambda \rangle_1 (Z - N)}.$$

Параметры изоскалярной и изовекторной деформации потенциала связаны с $\beta_{0\lambda}^0$ и $\beta_{1\lambda}^0$ соотношением (31)

$$\beta_{i\lambda}^v \langle r^\lambda \rangle_{iv} = \beta_{i\lambda}^0 \langle r^\lambda \rangle_{i0} \quad (i=0, 1).$$

В фолдинг-модели легко получить связь между параметрами $\beta_{0\lambda}^0$, $\beta_{1\lambda}^0$ и $\beta_{n\lambda}$, $\beta_{p\lambda}$ [104]:

$$\frac{\beta_{n\lambda}}{\beta_{p\lambda}} = \frac{Z}{N} \frac{1 + (\beta_{1\lambda}^0/\beta_{0\lambda}^0) \xi}{1 - (\beta_{1\lambda}^0/\beta_{0\lambda}^0) \xi}. \quad (72)$$

Если предположить, что параметр изовекторной деформации вещества $\beta_{1\lambda}^0 = 0$, то из формулы (72) следует, что $q_{p\lambda} = q_{n\lambda}$. Этот результат соответствует стандартной коллективной модели, не учитывающей различий в протонной и нейтронной переходных плотностях.

Представляет интерес нахождение связи между параметрами изоскалярной и изовекторной деформации потенциала и параметрами деформации потенциала, извлекаемыми из анализа данных по рассеянию нуклонов низких энергий на ядрах. Используя формулы (67), (72), будем иметь [103]:

$$\frac{\beta_{1\lambda}^0}{\beta_{0\lambda}^0} = \frac{1 - \left(1 - \frac{3}{2} \xi\right) \beta_{nn', \lambda} / \beta_{pp', \lambda}}{1 + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{3}{2} \xi\right) \beta_{nn', \lambda} / \beta_{pp', \lambda}} \frac{1}{\xi}. \quad (73)$$

Отношения $\beta_{nn', \lambda} / \beta_{pp', \lambda}$ определяются из анализа экспериментальных данных по рассеянию с определенными погрешностями, однако эти погрешности, как следует из данных табл. 3, меньше действительных различий в $\beta_{nn', \lambda}$ и $\beta_{pp', \lambda}$, обусловленных различием в протонных и нейтронных переходных плотностях. Таким образом, формула (73) дает возможность изучать изоспиновую структуру потенциала взаимодействия на основе анализа экспериментальных данных по неупругому рассеянию.

Другими экспериментальными данными, из которых может быть непосредственно определен параметр изовекторной деформации потенциала $\beta_{1\lambda}^0$, являются сечения квазиупругого рассеяния. Лейном была предложена [105] зарядово-инвариантная форма потенциала взаимодействия нуклонов с ядрами:

$$U(r) = U_0(r) + U_1(r) \frac{tT}{A}. \quad (74)$$

Здесь $U_0(r)$ — изоскалярная часть потенциала, а второе слагаемое представляет собой изовекторную часть потенциала. В изоспиновом представлении диагональная часть изовекторного потенциала дает вклад в нуклонный ОП, вызывающий упругое рассеяние, а недиагональная часть — взаимодействие, приводящее к «перевороту» изотопического спина t налетающего нуклона, т. е. к реакции квазиупругого рассеяния (p, n). Таким образом, потенциал Лейна (74) позволяет на единой основе без введения дополнительных параметров описывать упругое рассеяние протонов и нейтронов на ядрах, а также реакцию квазиупругого рассеяния (p, n).

В [106] модель Лейна была обобщена на случай взаимодействия нуклонов с деформированными ядрами. Для взаимодействия, вызы-

вающего реакцию квазиупругого рассеяния, теперь имеем согласно [106]:

$$U_{pn,\lambda}(r, \theta, \varphi) = \beta_{1\lambda}^v \frac{d}{dr} [U_{pn,0}(r)] Y_{\lambda,0}(\theta, \varphi); \quad (75)$$

$$U_{pn,0}(r) = 2(N - Z)^{1/2} A^{-1} V_1 f(r). \quad (76)$$

Здесь V_1 — силовая константа изобар-спинового потенциала; $f(r)$ — его радиальная зависимость; $2(N - Z)^{1/2} A^{-1}$ — недиагональная часть оператора $(tT)/A$. В случае $\lambda = 2$ и взаимодействия протонов с четно-четным ядром взаимодействие (75) приводит к возбуждению в ядре-остатке состояния $|2^+\rangle$, изобар-аналогового по отношению к состоянию $|2^+\rangle$ в ядре-мишени. Вероятность возбуждения этого состояния согласно формуле (75) непосредственно определяется изовекторной деформацией потенциала (по своему происхождению она также может быть названа деформацией изобар-спинового потенциала). В ряде работ были проведены исследования реакции квазиупругого рассеяния с возбуждением изобар-аналоговых состояний и извлечены параметры изовекторной деформации потенциала $\beta_{1\lambda}^v$ в рамках модели Лейна. В одной из недавних работ [107] изучались угловые распределения нейтронов в реакции (p, n) на ядрах $^{54,56}\text{Fe}$ и $^{58,60,62,64}\text{Ni}$ при энергии протонов $E_p = 35$ МэВ. Для всех ядер в рамках модели Лейна и МИВ из анализа сечений возбуждения состояний, изобар-аналоговых по отношению к состояниям $|2^+\rangle$

Таблица 5. Значения параметров изоскалярной и изовекторной деформации потенциала и силовые параметры изобар-спинового потенциала

| Реакция | β_{02} | β_{12} | V_1 , МэВ |
|---------------------------------------|--------------|--------------|-------------|
| $^{54}\text{Fe}(p, n) ^{54}\text{Co}$ | 0,18 | 0,74 | -16,55 |
| $^{56}\text{Fe}(p, n) ^{56}\text{Co}$ | 0,23 | 0,69 | -18,0 |
| $^{58}\text{Ni}(p, n) ^{58}\text{Cu}$ | 0,187 | 0,94 | -16,76 |
| $^{60}\text{Ni}(p, n) ^{60}\text{Cu}$ | 0,211 | 0,92 | -16,86 |
| $^{62}\text{Ni}(p, n) ^{62}\text{Cu}$ | 0,193 | 0,67 | -18,96 |
| $^{64}\text{Ni}(p, n) ^{64}\text{Cu}$ | 0,192 | 0,64 | -19,11 |

ядер-мишеней, извлечены параметры изовекторной деформации потенциала. Они представлены в табл. 5 вместе со значениями параметра V_1 и параметров изоскалярной деформации β_{02}^v (в качестве них приведены значения $\beta_{em,2}$ из [108], различия между β_{02}^v и $\beta_{em,2}$ несущественны по сравнению с различиями между β_{12}^v и β_{02}^v). Можно видеть, что отношения $\beta_{12}^v/\beta_{02}^v$ находятся в интервале 3—5.

Авторы работы [107] провели анализ отношения $\beta_{12}^v/\beta_{02}^v$ для данных ядер на основе соотношений теории эффективного заряда [98] и пришли к выводу о том, что отношение $\beta_{12}^v/\beta_{02}^v$, извлекаемое из анализа реакции квазиупругого рассеяния, согласуется с этой теорией. С другой стороны, отношение $\beta_{12}^v/\beta_{02}^v$ может быть определено,

как отмечалось выше, из данных по неупругому рассеянию протонов и нейтронов на ядрах. Привлекая соответствующие данные для изотопов Ni из [109] и используя формулу (73), получаем для $\beta_{12}^v/\beta_{02}^v$ значения в интервале 1,5—2,0. Таким образом, значения параметров изовекторной деформации, извлеченные из данных по рассеянию, оказываются в 2—2,5 раза меньше соответствующих значений, полученных из анализа реакции квазиупругого рассеяния.

В ряде работ обсуждаются возможные причины такого расхождения и в качестве одной из основных указывается существенный вклад многоступенчатых процессов в реакцию квазиупругого рассеяния [110, 111]. Их учет в МИВ и приводит к завышенным значениям параметра β_{12}^v . Учет многоступенчатых процессов в МСК приводит к значениям β_{12}^v , близким к значениям β_{12}^v , извлекаемым из данных по рассеянию [110]. В связи с этим более подходящим источником информации о параметре β_{12}^v могла бы быть реакция (${}^3\text{He}, t$), для которой, как отмечалось в работе [111], менее существенны многоступенчатые процессы. Однако в случае этой реакции возникает проблема построения ОП для составных частиц.

Во введении отмечалось, что анализу экспериментальных данных по рассеянию нуклонов на ядрах в рамках стандартных коллективных моделей присущ ряд недостатков. Все сказанное относится и к использованию потенциала Лейна в рамках коллективной модели описания зарядово-обменных реакций. Переход к изоспиновому формализму полумикроскопического подхода, изложенного в предыдущих разделах, позволяет на основе одного и того же эффективного взаимодействия с учетом обменных и многочастичных корреляций, а также сильной связи каналов единым образом описывать рассеяние протонов и нейтронов на ядрах, а также зарядово-обменные реакции.

Обменные эффекты и изобар-спиновый потенциал. Учтывая в явном виде изовекторные компоненты эффективных нуклон-нуклонных сил, будем иметь для нелокального нуклонного ОП вместо формулы (5) следующее выражение:

$$U(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \left[\int V_{D0}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|) \rho_0(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1 - \right. \\ \left. - \tau_{0z} \int V_{D1}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}_1|) \rho_1(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1 \right] + V_{E0}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \times \\ \times \rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \tau_{0z} V_{E1}(|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|) \rho_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}').$$

Здесь $V_{D0}(s)$, $V_{E0}(s)$, $V_{D1}(s)$, $V_{E1}(s)$ — вклады соответственно изоскалярных и изовекторных компонент эффективного взаимодействия в прямую и обменную части потенциала, в случае протонов $\tau_{0z} = -1$, а в случае нейтронов $\tau_{0z} = 1$; $\rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ и $\rho_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ — соответствующие компоненты матрицы плотности:

$$\rho_0(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \rho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') + \rho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}'); \quad \rho_1(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \rho_p(\mathbf{r}, \mathbf{r}') - \rho_n(\mathbf{r}, \mathbf{r}').$$

Используя локальное приближение, для основных членов в реальной части ОП получаем:

$$U_0(r) = U_0^D(r) + I_{00,0}(r) - \tau_{0z} [U_1^D(r) + I_{00,1}(r)]. \quad (77)$$

В формуле (77) величины $I_{00,0}(r)$ и $I_{00,1}(r)$ определяются выражениями (24), в которые подставлены соответственно изоскалярная и изовекторная плотности, а силовые константы связаны с параметрами эффективных сил следующими соотношениями:

$$V_{D0} = a_0; \quad V_{D1} = a_\tau; \quad V_{E0} = a'_0; \quad V_{E1} = a'_\tau$$

(здесь a'_i отличаются от a_i учетом антисимметризации). Для придания выражению (77) формы, используемой в ОМ, предположим равенство геометрических параметров протонного и нейтронного распределений. В результате имеем:

$$U_0(r) = U_0^D(r) \left\{ 1 + \tau_{0z} \frac{a_\tau}{a_0} \frac{N-Z}{A} \right\} + I_{00,0}(z) \left\{ 1 + \tau_{0z} \frac{a'_\tau}{a'_0} \frac{N-Z}{A} \right\}. \quad (78)$$

В случае эффективных сил Вильдермута — Шмида согласно данным табл. 1 a_i, a'_j принимают следующие значения: $a_0 = -20,97$ МэВ; $a_\tau = 10,57$ МэВ; $a'_0 = -23,64$ МэВ; $a'_\tau = 11,05$ МэВ. Подставляя эти значения в формулу (78) и раскрывая величину τ_{0z} , получаем:

$$U_0(r) = U_0^D(r) \left\{ 1 \mp 0,50 \frac{N-Z}{A} \right\} + I_{00,0}(r) \left\{ 1 \mp 0,47 \frac{N-Z}{A} \right\}. \quad (79)$$

Знак « \mp » соответствует нейтронам, а знак « $+$ » — протонам. Можно видеть, что силы Вильдермута — Шмида дают значение изобар-спинового потенциала, близкое к значению, установленному в анализе экспериментальных данных. Относительный вклад обменных эффектов, связанных с учетом принципа Паули, в изовекторную часть ОП примерно такой же, как и прямых членов. Это связано с тем, что $a_\tau/a_0 \simeq a'_\tau/a'_0$.

Исследуем энергетическую зависимость изобар-спинового потенциала. В данном подходе, как отмечалось выше, она обусловлена действием принципа Паули, в результате чего нуклонный ОП является нелокальным и вследствие локализации возникает его зависимость от энергии. Согласно формуле (77) для изовекторной части ОП будем иметь:

$$U_1(r) = U_1^D(r) + I_{00,1}(r).$$

Используя для функции Бесселя, входящей в $I_{00,1}(r)$, теорему умножения, можно $I_{00,1}(r)$ аналогично тому, как это было сделано в разд. 2, разложить в ряд по степеням энергии. В линейном приближении для изовекторной части ОП получим:

$$U_1(E, r) = U_1(0, r) - \frac{N-Z}{A} \gamma_1(r) E; \quad (80)$$

$$\gamma_1(r) = \frac{1}{2} \frac{\xi(r)}{|U_0^D(r)|} \frac{a'_\tau}{a'_0} I_{01}^\xi(r). \quad (81)$$

Здесь $\xi(r) = [(2m/\hbar^2) |U_0^D(r)|]^{1/2}$. Как и в случае изоскалярной части ОП [см. формулу (36)], формулы (80) и (81) дают возможность получить зависимость от энергии как глубины изобар-спинового потенциала, так и его геометрических параметров. Энергетическая зависимость изобар-спинового потенциала менее надежно установлена на основе анализа эмпирического материала, чем зависимость от энергии изоскалярной части ОП. Результаты, полученные в [112] на основе анализа (p, n) -реакции, привели к выводу о том, что эта зависимость — нелинейная. В то же время в обзоре [113] на основе анализа данных по упругому рассеянию протонов и нейтронов на ядрах сделан вывод о линейной зависимости изобар-спинового потенциала от энергии. Расчет по формуле (81) дает значение $\gamma_1(0) = 0,08$. Сравнивая это значение со значением $\gamma_1 = 0,16$, приведенным в [113], заключаем, что учет принципа Паули обуславливает 50% энергетической зависимости изобар-спинового потенциала.

Из формулы (79) и анализа расчета величин $I_{00,0}(r)$ для различных ядер следует, что вклад обменной части изовекторного потенциала в ОП составляет около 3% последнего даже для тяжелых ядер с большим нейтронным избытком. Поэтому при анализе в ПМП экспериментальных данных по рассеянию протонов и нейтронов на ядрах можно ограничиться учетом только прямой части изобар-спинового потенциала; эффективно вклад обменных корреляций в изобар-спиновый потенциал будет учитываться перенормировкой параметра d — параметра плотностной зависимости эффективного взаимодействия. В то же время влияние обменных корреляций на изовекторную часть потенциала существенно при описании в ПМП зарядово-обменных реакций. В этом случае вместо выражений феноменологической модели Лейна [см. формулы (75), (76)] будем иметь для взаимодействий, вызывающих реакции квазиупругого и квазинеупругого рассеяния соответственно:

$$U_{pn,0}(r) = 2(N - Z)^{1/2} A^{-1} [U_1^D(r) + I_{00,1}(r)]; \quad (82)$$

$$U_{pn,\lambda}(r) = 2(N - Z)^{1/2} A^{-1} \beta_{1\lambda}^2 [U_{1\lambda}^D(r) + I_{\lambda 0,1}(r)] Y_{\lambda 0}(\theta, \varphi). \quad (83)$$

Вклад $I_{00,1}(r)$ во взаимодействие $U_{pn,0}(r)$ составляет до 30%, кроме того, как показано было выше, вследствие учета принципа Паули $U_{pn,0}(r)$ и $U_{pn,\lambda}(r)$ зависят от энергии налетающего нуклона. Формулы (82) и (83) совместно с формализмом ПМП, изложенным в предыдущих разделах, позволяют в рамках единого подхода описывать упругое и неупругое рассеяние протонов и нейтронов на ядрах с учетом сильной связи неупругих каналов, а также реакции квазиупругого и квазинеупругого рассеяния. Связь каналов по зарядово-обменному взаимодействию является более слабой, чем связь неупругих каналов, и ее можно учесть по теории возмущений.

К настоящему времени отсутствует последовательное микроскопическое описание процессов рассеяния и зарядово-обменных реак-

ций при наличии сильной связи неупругих каналов. В [114] была предпринята попытка описать (p, n) -реакцию квазиупругого рассеяния на большой группе ядер при энергии протонов в интервале 22,8—45 МэВ с использованием взаимодействия, аналогичного взаимодействию в форме (82). При этом, однако, параметр a_+ являлся свободным и менялся от ядра к ядру. Кроме того, вещественная часть ОП не рассчитывалась с эффективными силами, а бралась из оптической модели, таким образом, согласование на микроскопическом уровне в описании рассеяния и (p, n) -реакции не проведено. В [115] фолдинг-модель с учетом обменных корреляций применяется для совместного анализа неупругого рассеяния протонов и нейтронов с энергией $E = 11 \div 26$ МэВ на изотопах $^{54,56}\text{Fe}$ с целью извлечения информации о различиях в переходных протонных и нейтронных плотностях. Расчет проводился в МИВ, однако для этих ядер при низких энергиях существен учет связи каналов. Ее неучет, как отмечалось ранее, может привести к получению искаженной информации о соотношении между параметрами $\beta_{n\lambda}$ и $\beta_{p\lambda}$. В силу сказанного выше представляет интерес реализация полумикроскопического подхода к описанию взаимодействия нуклонов низких энергий с ядрами, изложенного в настоящем обзоре, в совместном анализе экспериментальных данных по упругому и неупругому рассеянию нейтронов и протонов на ядрах и по реакциям квазиупругого и квазинеупругого рассеяния. Это также важно с точки зрения проверки в описании ядерных реакций ядерно-модельных представлений об изоспиновой структуре переходных плотностей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем основные выводы и результаты, изложенные в обзоре. В полумикроскопическом подходе к описанию взаимодействия нуклонов низких энергий с ядрами оптические потенциалы и формфакторы неупругих переходов строятся на основе информации об эффективных нуклон-нуклонных силах, центральной и переходных плотностях с учетом принципа Паули в локальном приближении формализма матрицы плотности. В отличие от стандартных версий оптической модели и метода связанных каналов такое описание не содержит свободных параметров, с другой стороны, дает возможность использовать информацию о свойствах ядерной структуры при анализе экспериментальных данных по рассеянию.

Анализ роли принципа Паули во взаимодействии нуклонов низких энергий с ядрами приводит к следующим выводам. Оптические потенциалы и формфакторы неупругих переходов зависят от энергии налетающей частицы и обменные корреляции обуславливают более 60% этой зависимости. В случае взаимодействия нуклонов с деформированными ядрами появляется так называемый эффект смешивания мультиполей — происходит усиление переходов, связанных с передачей ядру-мишени моментов $\lambda \geq 4$. Вследствие учета принципа

Паули перенормируется нуклон-фононное взаимодействие: появляются члены, нелинейные по фононным операторам; во всех порядках взаимодействие становится зависящим от энергии. Проведенные расчеты показали, что учет обменных эффектов приводит к росту сечений упругого и неупругого рассеяния нуклонов на ядрах в задней полусфере.

При низких энергиях существенным является учет связи каналов. В полумикроскопическом подходе существует такая возможность для ядер как со статической, так и с динамической деформацией. Вычисления, проведенные для четно-четных ядер, продемонстрировали хорошее описание с одним и тем же эффективным взаимодействием, зависящим от плотности распределения вещества в ядре как упругого, так и неупругого рассеяния протонов низких энергий на ядрах. В этой связи представляет интерес обобщение формализма полумикроскопического подхода и применение его к анализу рассеяния нуклонов на нечетных ядрах.

Переход к изоспиновому представлению позволяет установить ряд простых соотношений между параметрами деформации, характеризующими различия в протонных и нейтронных переходных плотностях. Введение параметров изоскалярной и изовекторной деформации ядра приводит к единому описанию различных процессов взаимодействия нуклонов с ядрами. С одной стороны, эти параметры определяют изоспиновую структуру неупругих переходов, с другой — они непосредственно связаны с сечением зарядово-обменных реакций квазиупругого рассеяния. В связи с этим представляет интерес применение полумикроскопического подхода к описанию рассеяния протонов и нейтронов, а также зарядово-обменной реакции (p, n) на одном и том же ядре. С экспериментальной точки зрения важно исследование также зарядово-обменных реакций с составными частицами [например, (${}^3\text{He}, t$)], поскольку в этом случае менее существенны многоступенчатые процессы и возможно получение более достоверной информации о параметрах изовекторной деформации.

Нуклонные оптические потенциалы и формфакторы неупругих переходов, построенные в полумикроскопическом подходе с учетом обменных и многочастичных нуклон-нуклонных корреляций, могут быть использованы в качестве исходных при нахождении методом свертки соответствующих величин для составных частиц и их дальнейшего применения в анализе взаимодействия составных частиц с ядрами в периферийной области. На этом пути может быть достигнуто единство в описании взаимодействия нуклонов и составных частиц с ядрами.

В заключение автор считает приятным долгом выразить благодарность Б. Л. Бирбрайру, Ф. А. Гарееву, С. Г. Кадменскому, В. Г. Соловьеву и В. А. Ходелю за полезные обсуждения вопросов, рассмотренных в обзоре.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Blok M. P. e.a.— Nucl. Phys., 1982, v. A386, p. 61—78.
2. Fretwurst E. e.a.— In: Some Frontiers in Nuclear Physics/Ed. by E. F. Hefter. ISBN 3-923471-00-9, Hannover, 1982, p. 1—13.
3. Wienkl H., Blok H. P., Blok J.— Nucl. Phys., 1983, v. A405, p. 237—251.
4. Khodel V. A., Saperstein E. E.— Phys. Rep., 1982, v. 92, p. 183—337.
5. Соловьев В. Г.— ЭЧАЯ, 1978, т. 9, с. 580—622.
6. Bes D. R. Suppl. Progr. Theoret. Phys., 1983, v. 74, p. 1.
7. Iachello F. Interacting Bose-Fermi systems in nuclei/Ed. F. Iachello. N.Y., Plenum, 1981.
8. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра; Пер. с англ., М.: Мир, 1980.
9. Lombard R. J.— Ann. Phys., 1973, v. 77, p. 380—413.
10. Greenless G. W., Pyle G. J., Tang Y. C.— Phys. Rev., 1968, v. 174, p. 1115—1136.
11. Sinha B. C.— Phys. Lett., 1975, v. 20C, p. 1—57.
12. Lect. Notes in Phys., 1979, p. 89; Microscopic Optical Potentials/ Ed. H.V. von Geramb. Hamburg, 1978.
13. Князьков О. М.— В кн.: Сильные и слабые утверждения в ядерной спектроскопии и теории ядра. М.: Наука, 1981, с. 116—129.
14. Wildermuth K., Kanellopoulos E. J.— Rep. Progr. Phys., 1979, v. 42, p. 1719—1775.
15. Кукулин В. И., Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф.— ЭЧАЯ, 1979, т. 10, с. 1236—1293.
16. Knyazkov O. M.— In: Some Frontiers in Nuclear Physics/ Ed. by E. F. Hefter. ISBN 3-923471-00-9, Hannover, 1982, p. 81—89.
17. Князьков О. М., Некрасов А. А.— ЯФ, 1983, т. 38, с. 36—43.
18. Иванова С. П., Князьков О. М., Хрисанфов Ю. В. Препринт ОИЯИ Р4-82-396, Дубна, 1982; ЯФ, 1983, т. 37, с. 1428—1439.
19. Bernstein A. M., Brown V. R., Madsen V. A.— Phys. Lett., 1981, v. 103B, p. 255—258.
20. Алхазов Г. Д. Препринт ЛИЯФ 753, Л., 1982.
21. Алхазов Г. Д.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1984, т. 48, с. 1858—1868.
22. Satchler G. R., Love W. G. — Phys. Lett., 1979, v. 55C, p. 183—254.
23. Bertsch G. e.a.— Nucl. Phys., 1977, v. A284, p. 399—419.
24. Шварц Л. Математические методы для физиков; Пер. с англ. М.: Мир, 1965.
25. Jain A. K., Shastry C. S.— Phys. Rev., 1979, v. C19, p. 848—855.
26. Moffa R. J.— Phys. Rev., 1977, v. C16, p. 1431—1436.
27. Feshbach H.— Ann. Phys., 1958, v. 5, p. 357—390.
28. Feshbach H.— Ibid., 1962, v. 19, p. 287—313.
29. Князьков О. М.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1974, т. 38, с. 105—107.
30. Knyazkov O. M., Sorokin A. I.— Ann. Phys., (Lpz), 1974, v. 31, p. 227—238.
31. Rao C. L., Reeves M., Satchler G. R.— Nucl. Phys., 1973, v. A207, p. 182—208.
32. Vinh-Mau N.— In: Theory of nuclear structure. Vienna: IAEA, 1970, p. 931—939.
33. Vinh-Mau N., Bouyssy A.— Nucl. Phys., 1976, v. A257, p. 189—220.
34. Bouyssy A., Ngo H., Vinh-Mau N.— Nucl. Phys., 1981, v. A371, p. 173—209.
35. Dermawan H. e.a.— Phys. Rev., 1984, v. C29, p. 1075—1077.
36. Hüfner J., Mahaux C.— Ann. Phys., 1972, v. 73, p. 525—577.
37. Brieva F., Rook J. R.— Nucl. Phys., 1978, v. A307, p. 493—514.
38. Jeukenne J. P., Lejeune A., Mahaux C.— Phys. Rep., 1976, v. 25C, p. 83—174.

39. Mahaux C., Ngo H.— Nucl. Phys., 1982, v. A378, p. 205—236.
40. Mahaux C., Ngo H.— Ibid., 1984, v. A431, p. 486—510.
41. Perey F. G., Saxon D. S.— Phys. Lett., 1964, v. 10B, p. 107—109.
42. Georgiev B. Z., Mackintosh R. S.— Nucl. Phys., 1978, v. A307, p. 377—401.
43. Campi X., Bouyssy A.— Phys. Lett., 1978, v. 73B, p. 263—266.
44. Градштейн Н. С., Рыжик Н. М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Физматгиз, 1963.
45. Брагин В. Н., Жуков М. В. Препринт ИАЭ 3671/2, М., 1982; ЭЧАЯ, 1984, т. 15, с. 725—761.
46. Atkinson J., Madsen V. A.— Phys. Rev., 1970, v. C1, p. 1377—1400.
47. Anantaraman N. e.a.— Nucl. Phys., 1983, v. A398, p. 269—278.
48. Bauhoff W. e.a.— Nucl. Phys., 1983, v. A410, p. 180—207.
49. Amos K. e.a.— Nucl. Phys., 1984, v. A413, p. 255—289.
50. Rikus L., Nakano H., von Geramb H. V.— Nucl. Phys., 1984, v. A414, p. 413—455.
51. Lejeune A., Hodgson P. E.— Nucl. Phys., 1978, v. A295, p. 301—308.
52. Ngo H.— Nucl. Phys., 1982, v. A390, p. 198—206.
53. Rikus L., von Geramb H. V.— Nucl. Phys., 1984, v. A420, p. 496—524.
54. Yamamoto Y., Nagata S.— Progr. Theoret. Phys., 1982, v. 68, p. 1644—1657.
55. Yamaguchi N. e.a.— Progr. Theoret. Phys., 1983, v. 70, p. 459—477.
56. Mellema S. e.a.— Phys. Rev., 1983, v. C28, p. 2267—2277.
57. Князьков О. М.— Вестник ЛГУ. Сер. физ.-хим., 1980, т. 10, с. 34—39.
58. Князьков О. М.— ЯФ, 1981, т. 33, с. 1176—1182.
59. Knyazkov O. M., Hefter E. F.— Z. Phys., 1981, Bd A301, S. 277—282.
60. Burov V. V., Knyazkov O. M., Shirokova A. A., Shitikova K. V.— Z. Phys., 1983, Bd A313, S. 319—324.
61. Goto Y., Horiuchi H.— Progr. Theoret. Phys., 1979, v. 62, p. 662—680.
62. Kamimura M.— Nucl. Phys., 1981, v. A351, p. 456—480.
63. Satchler G. R.— J. Math. Phys., 1972, v. 13, p. 1118—1119.
64. Mackintosh R. S.— Nucl. Phys., 1976, v. A266, p. 379—389.
65. Brieve F. A., Georgiev B. Z.— Nucl. Phys., 1978, v. A308, p. 27—50.
66. Антропов А. Е. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1976, т. 40, с. 2205—2209.
67. Князьков О. М. Тезисы докладов 33-го Совещ. по ядерн. спектр. и структ. атомн. ядра. Л.: Наука, 1983, с. 320.
68. Барретт Р., Джексон Д. Размеры и структура ядра. Киев, Наукова думка, 1981.
69. Bauer M. e.a.— J. Phys., 1982, v. G8, p. 525—534.
70. Schmid E. W., Wildermuth K.— Nucl. Phys., 1961, v. 26, p. 463—468.
71. Van Giai N., van Thieu P.— Phys. Lett., 1983, v. 126B, p. 421—424.
72. Ma Z. Y., Wambach J.— Nucl. Phys., 1983, v. A402, p. 275—300.
73. Sommerman H. M., Ratcliff K. F., Kuo T. T. S.— Nucl. Phys., 1983, v. A406, p. 109—133.
74. Hamilton J. K., Mackintosh R. S.— J. Phys., 1978, v. G4, p. 547—555.
75. Volkov A. B.— Nucl. Phys., 1965, v. 74, p. 33—58.
76. Ситько С. П., Андреев Е. В., Басенко В. К.— ЯФ, 1977, т. 25, с. 1119—1122.
77. Kerman A. K.— Phys. Rev., 1953, v. B92, p. 1176—1183.
78. Soloviev V. G., Shirikova N. Yu.— Z. Phys., 1981, Bd A301, S. 263—269.
79. Бор О., Могтельсон Б. Структура атомного ядра. II.: Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
80. Князьков О. М.— Изв. АН СССР, Сер. физ., 1985, т. 49, с. 928.
81. Гриднев К. А., Оглобин А. А. ЭЧАЯ, 1975, т. 6, с. 393—434.
82. Crawley G. M., Garvey G. T.— Phys. Rev., 1967, v. 160, p. 981—996.
83. Князьков О. М., Кухтина И. Н. Препринт ОИЯИ Р4-84-520, Дубна, 1984.

84. Lande A., Malinari A., Brown G. E.— Nucl. Phys., 1968, v. A115, p. 241—252.
85. Myers W. D.— Nucl. Phys., 1973, v. A204, p. 465—484.
86. Love W. G.— Phys. Lett., 1977, v. 72B, p. 4—6.
87. Bethe H. A.— Phys. Rev., 1968, v. 167, p. 879—907.
88. Князьков О. М., Максимачев Ю. В., Хрисанфов Ю. В. Изв. АН СССР. Сер. физ., 1985, т. 49, 1020.
89. Князьков О. М. и др.— Изв. АН СССР. Сер. физ., 1984, т. 49, с. 145—148.
90. Князьков О. М. и др. Тезисы докладов 35-го Совещ. по ядерн. спектр. и структ. атомн. ядра. Л.: Наука, 1985, с. 284.
91. Ridley R. W., Turner J. F.— Nucl. Phys., 1964, v. 58, p. 497—508.
92. Greenless G. W., Pyle G. J.— Phys. Rev., 1966, v. 149, p. 836—843.
93. Blanpied G. S. e.a.— Phys. Rev., 1982, v. C25, p. 422—437.
94. Tamura T.— Rev. Mod. Phys., 1965, v. 37, p. 679—708.
95. Дроздов С. И.— ЖЭТФ, 1955, т. 28, с. 734—736, 736—738.
96. Фретвурт Э. и др. Тезисы докладов 34-го Совещ. по ядерн. спектр. и структ. атомн. ядра. Л.: Наука, 1984, с. 300.
97. Князьков О. М. и др. Тезисы докладов 35-го Совещ. по ядерн. спектр. и структ. атомн. ядра. Л.: Наука, 1985, с. 283.
98. Madsen V. A., Brown V. R., Anderson J. D.— Phys. Rev., 1975, v. C12, p. 1205—1211.
99. Hansen L. F. e.a.— Phys. Rev., 1982, v. C25, p. 189—202.
100. Bainum D. E. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1977, v. 39, p. 443—446.
101. Madsen V. A., Brown V. R.— Phys. Rev. Lett., 1984, v. 52, p. 176—179.
102. Alons R. W. F. e.a.— Nucl. Phys., 1980, v. A367, p. 41—76.
103. Князьков О. М. Тезисы докладов 35-го Совещ. по ядерн. спектр. и структ. атомн. ядра. Л.: Наука, 1985, с. 427.
104. Finlay R. W. e.a.— Phys. Lett., 1979, v. 84B, p. 169—172.
105. Lane A. M.— Nucl. Phys., 1962, v. 35, p. 676—685.
106. Satchler G. R., Drisko R. M., Bassel R. H.— Phys. Rev., 1964, v. B136, p. 637—647.
107. Maeda K. e.a.— Nucl. Phys., 1983, v. A403, p. 1—12.
108. Stelson P. H., Grodzins L.— Nucl. Data, 1965, v. 1A, p. 21—102.
109. Terrien Y.— Nucl. Phys., 1973, v. A215, p. 29—44.
110. Madsen V. A. e.a.— Phys. Rev. Lett., 1972, v. 28, p. 629—632.
111. Madsen V. A., Brown V. R.— In: The (p, n) reaction and the nucleon-nucleon force/ Ed. by C. D. Goodman e.a. N.Y., Plenum, 1980, p. 433—450.
112. Poppe C. H.— Ibid., p. 461—468.
113. Rapaport J. e.a.— Phys. Rep., 1982, v. 87C, p. 25—75.
114. Schery S. D.— In: The (p, n) reaction and the nucleon-nucleon force/ Ed. by C. D. Goodman e.a. N.Y., Plenum, 1980, p. 409—432.
115. Mellema S. e.a.— Phys. Rev., 1984, v. 29, p. 2385—2388.