

# МОНОПОЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ И Е0-ПЕРЕХОДЫ В ЧЕТНО-ЧЕТНЫХ АТОМНЫХ ЯДРАХ

*Н. А. Воинова-Елисеева, И. А. Митропольский*

Ленинградский институт ядерной физики им. Б. П. Константина АН СССР, Ленинград

В обзоре на основе последней компиляции экспериментальных данных анализируются существующие теоретические представления о структуре и свойствах ядерных монопольных состояний и  $E0$ -переходов. В легких, магических, сферических, деформированных и переходных четно-четных ядрах выделены основные моды, формирующие как низколежащие  $0^+$ -состояния, так и гигантские монопольные резонансы. Приводятся типичные результаты расчетов, полученные в коллективных и микроскопических моделях, а также основанные на систематике качественные соображения о природе этих состояний. Для характеристики интенсивности  $E0$ -переходов используются «одночастичная» оценка и энергетически-взвешенные правила сумм. Особое внимание уделено аномалиям, проявляющимся в распадных свойствах монопольных состояний, и их физической интерпретации. Подробно излагаются результаты самосогласованного подхода к парным корреляциям в ядрах. Обсуждается возможность экспериментального исследования монопольных состояний, возбуждающихся при распаде связанного мюона.

In the survey the existent theoretical notions of the structure and the properties of nuclear monopole states and  $E0$ -transitions are analysed taking the latest compilation of experimental data as a basis. In the light, closed-shell, spherical, deformed and transitional even-even nuclei the main modes of nuclear motion forming both the lowlying  $0^+$ -states and giant monopole resonances are selected. The typical results of calculations obtained within collective and microscopic models as well as qualitative considerations concerning the nature of these states based on systematics are given. For the description of the  $E0$ -transition intensity the single particle estimate and the energy-weighted sum rule are used. The special attention is paid to the anomalies shown in decay properties of the monopole states and their physical treatment. The results of self-consistent approach to the pairing correlations in nuclei are expounded in detail. The possibility of an experimental investigation of nuclear monopole states which are excited in the bound muon decay in a mesoatom is discussed.

## ВВЕДЕНИЕ

Изучению монопольных состояний (спин и четность  $I^\pi = 0^+$ ) и  $E0$ -переходов в атомных ядрах посвящено множество экспериментальных и теоретических работ. Существует ряд обзоров, в которых рассматриваются те или иные аспекты этой проблемы [1—7]. Особый интерес к ядерным монопольным возбуждениям обусловлен тем, что структура  $0^+$ -состояний различается большой сложностью и много-

образием форм эффективного ядерного взаимодействия, участвующего в их формировании. Действительно, во многих четно-четных ядрах обнаружено по несколько  $0^+$ -уровней (иногда до пяти) ниже энергетической щели ( $E \leq 2$  МэВ). Это говорит о том, что эти уровни имеют различную природу и слабо взаимодействуют между собой. В противном случае остаточное взаимодействие привело бы к растягиванию между ними.

На разнообразную природу монопольных уровней в ядрах может указывать простое перечисление экспериментальных методов их возбуждения. При этом в данном ядре близкие по энергии  $0^+$ -уровни, как правило, не возбуждаются в одной и той же реакции, что также свидетельствует о существенных различиях в их структуре. Наибольшую информацию о монопольных состояниях доставляют радиоактивный распад, реакция ( $p, p'$ ), двойное кулоновское возбуждение и реакции с легкими ионами, а также реакции ( $p, t$ ), ( ${}^3\text{He}, n$ ) и обратные к ним, реакции ( ${}^6\text{Li}, d$ ), ( $\alpha, 2n$ ), ( $p, 2n$ ), ( $n, \gamma$ ) и др. Первые три способа возбуждения ядра служат для изучения электромагнитного распада низколежащих  $0^+$ -состояний. В реакциях неупругого рассеяния электронов, адронов и  $\alpha$ -частиц возбуждаются гигантские монопольные резонансы. Реакции передачи пары частиц полезны при исследовании парной компоненты волновой функции. Остальные дают более или менее случайные сведения о монопольных состояниях ядра.

Цель настоящего обзора создать, по-возможности, единое представление об идеях и методах, лежащих в основе различных модельных подходов к проблеме монопольных возбуждений в атомных ядрах. Исторически ядерные модели развивались, следуя двум предельным концепциям: модели независимых частиц, имеющие дело с одночастичным движением, и континуальные модели, абсолютизирующие коллективные формы движения. В соответствии с этим множество ядерных моделей можно разбить на две группы — микроскопические и коллективные или макроскопические. Обычно теоретические обзоры опираются на классификацию существующих ядерных моделей с иллюстрацией экспериментальными данными их достижений и трудностей. Недостатком такого подхода является неизбежная фрагментарность изложения, отражающая объективное состояние теории. В такой ситуации естественнее, на наш взгляд, излагать тот же по существу материал, отправляясь от наблюдаемых свойств ядер, привлекая для их описания те или иные модели.

Множество ядер по своим свойствам можно разделить на большие группы: легкие, магические и ядра с заполненными оболочками, сферические, деформированные и переходные. Внутри каждой группы свойства монопольных возбуждений качественно подобны, что позволяет выделить типичные особенности и с помощью конкретных моделей описать их. При переходе от одной группы ядер к другой или от одних свойств к другим (например, по энергии возбуждения) меняются и модельные представления. Такое взаимообусловленное

разнообразие моделей и свойств атомных ядер положено в основу предлагаемого обзора.

Исходя из сказанного материал обзора представлен следующим образом. В первом разделе обсуждаются общие свойства электрических монопольных переходов. Затем следует описание характеристик монопольных состояний и переходов в легких ядрах. Следующий раздел посвящен свойствам низколежащих  $0^+$ -состояний в магнитических ядрах и ядрах с заполненными оболочками. В отдельном разделе обсуждаются свойства гигантских монопольных резонансов, наблюдавшихся в этих ядрах. Далее рассматриваются свойства коллективных монопольных возбуждений в сферических и деформированных ядрах в рамках вибрационной модели. Взаимодействию элементарных мод, приводящему к ангармонизму в спектрах переходных ядер, посвящен следующий раздел обзора. Далее обсуждаются основные результаты микроскопического описания структуры низколежащих  $0^+$ -состояний в сверхтекучей модели ядра с самосогласованным спариванием. Обсуждение возможностей нового метода монопольного возбуждения ядра при распаде связанного мюона в мезоатоме проводится в последнем разделе обзора. В заключение вынесены основные выводы, относящиеся к теоретическому описанию  $0^+$ -состояний и  $E0$ -переходов в четно-четных атомных ядрах.

Основное внимание в обзоре уделяется описанию монопольных возбуждений в ядерных моделях без детального описания самих этих моделей и результатов их применения к другим типам возбуждений. Подробности, если это не оговорено особо, можно найти в известных монографиях по ядерной физике [8—10]. Все экспериментальные данные по  $0^+$ -состояниям и  $E0$ -переходам в четно-четных ядрах, используемые в тексте, в таблицах и на рисунках, взяты из компиляции [11], в которой собрана имеющаяся на середину 1985 г. информация. Таблицы оцененных экспериментальных данных приведены в приложении.

### ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ МОНОПОЛЬНЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Для понимания природы и анализа различных мод ядерных монопольных возбуждений чрезвычайно важны электромагнитные переходы. Среди них особое место занимают монопольные переходы электрического типа. С ними связаны такие интересные и довольно слабо изученные аспекты ядерной структуры, как изменения в средсеквадратичных зарядовых радиусах, изотопические и изомерные индивидуальности ядерной материи, радиальные осцилляции плотности, дыхательная мода и др.

Основной причиной, вызывающей  $E0$ -переходы, является кулоновское взаимодействие нуклонов ядра с электронами атомной оболочки или дираковского фона. При этом остальные как электромагнитные, так и другие взаимодействия обычно не играют роли [1].

Однофотонные  $E0$ -переходы строго запрещены законом сохранения углового момента. Вероятность  $E0$ -перехода

$$w(E0) = w_e(E0) + w_\pi(E0) + w_{\gamma\gamma}(E0) \quad (1)$$

складывается из вероятностей  $w_{e,\pi}$  электронной и парной конверсии и вероятности  $w_{\gamma\gamma}$  двухфотонного перехода. Последний относится к процессам высшего порядка и обычно  $w_{\gamma\gamma} \ll w_{e,\pi}$ . Так, например, для смешанного двухфотонного ( $2E1 + 2M1$ )-перехода из первого возбужденного  $0^+$ -состояния в основное в ядрах  $^{40}\text{Ca}$  и  $^{90}\text{Zr}$  отношение  $w_{\gamma\gamma}/w(E0)$  составляет  $4,5(10)\cdot 10^{-4}$  и  $1,8(2)\cdot 10^{-4}$  соответственно [12].

Парная конверсия — пороговый процесс и включается только при энергиях перехода больше двух электронных масс. Вероятности электронной и парной конверсии [13]

$$w_{e,\pi}(E0) = \rho^2(E0) \Omega_{e,\pi} \quad (2)$$

пропорциональны квадрату безразмерного матричного элемента

$$\rho(E0; i \rightarrow f) = \langle f | M(E0) | i \rangle / eR_0^2, \quad (3)$$

несущего информацию о ядерной структуре. Здесь  $R_0 = r_0 A^{1/3}$  — зарядовый радиус ядра;  $\Omega_{e,\pi}$  — электронные факторы, зависящие от заряда ядра  $Z$  и энергии перехода  $E$  и вычисляемые независимо от структуры ядра [1, 6, 14]. Оператор монопольного перехода

$$M(E0) = e \sum_{p=1}^Z r_p^{2+} \quad (4)$$

действует только на протоны, хотя иногда учитываются и нейтроны с эффективными зарядами.

Наряду с энергией матричный элемент  $\rho(E0)$  — основная характеристика ядерного монопольного перехода, извлекаемая из эксперимента. Монопольные переходы сопровождаются, как правило, более интенсивными квадрупольными. В тех случаях, когда время жизни исследуемого уровня определить не удается, измеряют величину  $E0/E2$ -смешивания [15]:

$$X(E0/E2) = \frac{e^2 R_0^4 \rho^2(E0; i \rightarrow f)}{B(E2; i \rightarrow f')} \quad (5)$$

Состояния  $i$  и  $f$  должны иметь одинаковые спины и четность. Для переходов между монопольными состояниями рассматривают  $E2$ -переходы с данного  $0^+$ -уровня на  $2^+$ -уровень, ближайший к конечному состоянию. Зачастую значением именно этого параметра ограничивается экспериментальная информация о переходе. С другой стороны, так как отношение  $X(E0/E2)$  не зависит от электронных факторов и энергий перехода, оно полезно при сравнении с ядерными моделями.

Простейшая качественная оценка для матричного элемента,  $\rho(E0) = 1$  [13], соответствует переходу с полностью перекрывающимися волновыми функциями начального и конечного состояний. Она не содержит зависимости от массового числа  $A$  и сильно преувеличивает наблюдаемые значения даже в легких ядрах. В одночастичной модели  $E0$ -переходы внутри одной оболочки запрещены. Низкоэнергетические  $E0$ -переходы возникают только за счет корреляций [8]. Если  $0^+$ -состояния имеют двухпротонные конфигурации:

$$\left. \begin{aligned} |0_i^+\rangle &= a|j_1^2(0^+)\rangle + b|j_2^2(0^+)\rangle; \\ |0_f^+\rangle &= -b|j_1^2(0^+)\rangle + a|j_2^2(0^+)\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

то матричный элемент  $E0$ -перехода между ними пропорционален изменению зарядового среднеквадратичного радиуса;

$$\rho(E0; 0_i^+ - 0_f^+) = 2ab(\langle r^2 \rangle_f - \langle r^2 \rangle_i)/R_0^2. \quad (7)$$

Отметим, что связь  $\rho(E0)$  с изменением зарядового радиуса сохраняется и для более сложных конфигураций. В осцилляторном приближении  $\langle r^2 \rangle_N = (N + 3/2) \hbar/m\omega_0$  и для (7) при  $\Delta N = 1$  можно получить простую оценку, если положить  $a = b = 1/\sqrt{2}$  (максимальное смешивание состояний):

$$\rho_0(E0) = 0,70 A^{-1/3}. \quad (8)$$

Иногда эту оценку называют «одночастичной». Вместе с одночастичной вероятностью  $E2$ -перехода,  $B_0(E2) = 5,94 \cdot 10^{-2} A^{4/3} e^2 \cdot \text{fm}^4$ , она приводит к оценке параметра смешивания

$$X_0 = 17A^{-2/3}. \quad (9)$$

Эти оценки могут быть использованы как масштаб при анализе экспериментальных данных.

При определении степени коллективности ядерных состояний и проверке согласованности теоретических результатов оказываются полезными энергетически-взвешенные правила сумм [8, 16]:

$$m_k = \sum_n E_n^k |\langle n | M | 0 \rangle|^2, \quad (10)$$

где  $M$  — оператор перехода из основного состояния  $|0\rangle$  в возбужденные  $|n\rangle$  с энергиями  $E_n$ , отсчитанными от энергии основного состояния. В правой части (10) можно перейти к среднему значению по основному состоянию. В частности, для  $k = 1$

$$m_1 = \frac{1}{2} \langle 0 | [M, [H, M]] | 0 \rangle, \quad (11)$$

где  $H$  — гамильтониан ядра. Это дает для независящего от скорости оператора монопольного перехода (4) выражение

$$m_1(E0) = 2 \frac{\hbar^2}{m} e^2 Z \langle r^2 \rangle, \quad (12)$$

где  $Z$  — заряд, а  $\langle r^2 \rangle$  — среднеквадратичный радиус ядра. Связь с глобальными характеристиками ядра и довольно общие предположения о характере гамильтониана позволяют назвать правило сумм (12) модельнонезависимым.

В табл. 1 на основе имеющихся экспериментальных данных про-

Таблица 1. Вклады нижайших  $0^+$ -состояний ядра  $^{16}\text{O}$   
в монопольное правило сумм

$E(0_n^+)$ , МэВ	$\rho_n(E0)$	$s_1^{(n)}$ , МэВ $^2 \cdot \text{фм}^5$	$s_1^{(n)}/m_1(E0)$
6,05	0,41	220	0,031
12,1	0,48	602	0,086
14,0	0,41	509	0,073
Сумма		1331	0,190

анализированы вклады  $s_1^{(n)} = e^2 R_0^4 E_n \rho_n^2(E0)$  нижайших монопольных состояний ядра  $^{16}\text{O}$  в правило сумм (10). Выражение (12) дает  $m_1(E0) = 7020 \text{ МэВ}^2 \cdot \text{фм}^5$  для экспериментального значения  $\langle r^2 \rangle^{1/2} = 2,71 \text{ фм}$ . Видно, что даже довольно коллективизированные, сог-

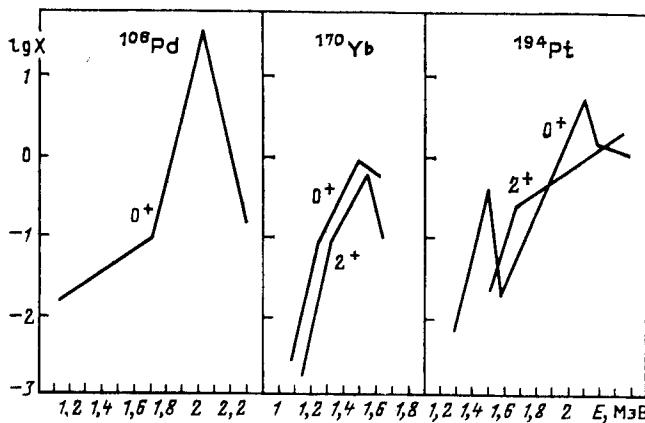


Рис. 1. Зависимость отношения  $X(E0/E2)$  для  $0^+$ - и  $2^+$ -уровней от энергии возбуждения

ласно одночастичной оценке (8),  $\rho_0(E0) = 0,28$ , низколежащие  $0^+$ -состояния дают небольшой вклад в правило сумм. Основную его часть вбирают в себя гигантские монопольные резонансы.

Изучение монопольных переходов в атомных ядрах позволяет судить о тонких деталях их структуры. Особенно важно в данном

контексте исследование зависимости приведенной вероятности Е0-переходов от энергии возбуждения уровней. С ростом энергии качественно меняется структура монопольных состояний, что может приводить к значительным изменениям в распадных характеристиках. Так, например, для 0+-уровней в районе двухквазичастичного порога, как это показано на рис. 1, отмечается рост  $X(0^+) = B(E0; 0_n^+ - 0_1^+)/B(E2; 0_n^+ - 2_1^+)$  на два порядка и более по сравнению со значением, характерным для первого возбужденного 0+-состояния [17]. Такая аномалия может служить качественным тестом при выборе конкретных моделей. В том, что она имеет структурную природу, убеждает проявление подобной аномалии и в других монопольных переходах. В частности, аналогичный максимум наблюдается в деформированных ядрах для отношения  $X(2^+) = B(E0; 2_n^+ - 2_1^+)/B(E2; 2_n^+ - 2_1^+)$  (рис. 1), где 2<sub>n</sub><sup>+</sup> — состояния из вращательных полос, построенных на возбужденном 0<sub>n</sub><sup>+</sup>- и основном 0<sub>1</sub><sup>+</sup>-состояниях, имеющие, как правило, подобную структуру.

### МОНОПОЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В ЛЕГКИХ ЯДРАХ

В легких ядрах ( $A < 40$ ) с заполняющимися  $p$ - и  $sd$ -оболочками отсутствуют эффекты насыщения ядерных сил, характерные для более тяжелых ядер. Этим определяется специфика теоретических представлений, используемых при описании их структуры. В первую очередь здесь следует отметить методы, основанные на прямом решении уравнения Шредингера:

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \sum_{i=1}^A \Delta_i + \sum_{i < j}^A V_{ij} - E \right\} \Psi(1, 2, \dots, A) = 0 \quad (13)$$

• эффективным двухчастичным взаимодействием  $V_{ij}$ .

Наибольшее количество результатов по описанию структуры легких ядер получено на основе многочастичной модели оболочек. В ней волновую функцию и энергетический спектр ядра определяют диагонализацией гамильтониана на полном наборе антисимметризованных одночастичных функций. При этом автоматически учитываются корреляции в движении нуклонов, связанные с принципом Паули. Так как реально набор базисных функций никогда не бывает полным, для этого подхода специфической является проблема оптимального выбора представления, допускающего достаточно быструю сходимость и одновременно простое вычисление матричных элементов двухчастичного взаимодействия.

Ограничение сравнительно простыми конфигурациями и модельными потенциалами позволяет, по крайней мере качественно, описать в многочастичной модели оболочек структуру и положение нижайших ядерных уровней [18—20]. При этом возбужденные 0+-состояния всегда имеют более сложную частично-дырочную конфи-

гурацию, чем основное и соседние состояния с ненулевыми спинами. Типичным примером может служить интерпретация нижайших состояний ядра  $^{20}\text{O}$  [21], приведенная в табл. 2.

Таблица 2. Структура и энергия нижайших возбужденных состояний ядра  $^{20}\text{O}$  [21]

$I_n^{\pi}$	Основная конфигурация	$E_{\text{теор.}}, \text{МэВ}$	$E_{\text{эксп.}}, \text{МэВ}$
$0_1^+$	$(sd)^4$	0	0
$2_1^+$	$(sd)^4$	1,869	1,674
$4_1^+$	$(sd)^4$	3,620	3,570
$0_2^+$	$(sd)^6 (p)^{-2}$	4,400	4,456

Влияние трехчастичных сил на положение и структуру низколежащих уровней в ядрах  $sd$ -оболочки невелико [22]. Их включение приводит только к некоторому выталкиванию уровней, что можно понять как следствие учета принципа Паули для валентных нуклонов. В оболочечной модели о количественном влиянии трехчастичных сил на свойства низколежащих ядерных состояний говорить трудно из-за эффективного характера двухчастичного взаимодействия, параметры которого независимо определены из подгонки к экспериментальным данным и уже содержат вклады от трехчастичного.

Волновые функции модели оболочек (независимые частицы) учитывают только кинематические корреляции в движении нуклонов, которые связаны с принципом Паули и симметрией состояния. Принципиальной трудностью, проявляющейся в области легких ядер, является отделение движения центра масс [23]. От этого недостатка свободен метод  $K$ -гармоник [24, 25]. Учет коллективной степени свободы, связанной с относительным движением нуклонов, позволяет в этом методе описывать динамические корреляции, не имеющие аналога в оболочечной модели. Это дало возможность объяснить структуру основных состояний легких ядер, воспроизвести существенное различие свойств основных и возбужденных  $0^+$ -состояний. В табл. 3 приведены результаты расчетов энергий, среднеквадратичных радиусов и квадрупольных моментов  $0^+$ -уровней в ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ . В частности, описывается переход от сферической или даже сплюснутой ( $Q < 0$ ) формы ядра в основном состоянии к вытянутой в возбужденном [24]. Рассчитанные изменения среднеквадратичных радиусов можно связать с матричным элементом монопольного перехода (7), которые хорошо согласуются с наблюдаемыми значениями  $\rho$  ( $E0$ ). Для монопольных возбуждений по коллективной координате метод  $K$ -гармоник дает значительно более точные волновые функции в ядрах  $p$ -оболочки, чем модель оболочек. Основной вклад в волновую функцию возбужденных  $0^+$ -состояний этих ядер происходит от  $4p$   $4h$ -конфигураций.

Таблица 3. Свойства основных и первых возбужденных  $0^+$ -состояний в ядрах  $^{12}\text{C}$  и  $^{16}\text{O}$ . Разброс теоретических значений связан с выбором различных двухчастичных потенциалов

Параметр	$^{12}\text{C}$		$^{16}\text{O}$		
	$0_1^+$	$0_2^+$	$0_1^+$	$0_2^+$	
$E(0^+)$ , МэВ	Теория Эксперимент	0 0	7,3—7,6 7,65	0 0	5,7—7,0 6,05
$\langle r^2 \rangle^{1/2}$ , фм	Теория Эксперимент	2,6—2,7 2,42	3,4—3,5 —	2,7—2,8 2,71	3,2—3,3 —
$Q$ , фм $^2$	Теория Эксперимент	—(22—24) —25,4	105—110 —	0 0	79—81 70,5
$\rho(E0)$	Теория Эксперимент	— —	0,61—0,73 0,72 (2)	— —	0,33—0,39 0,41 (1)

На рис. 2 приведена систематика экспериментальных значений матричного элемента  $\rho(E0)$  в легких ядрах вместе с одночастичной оценкой (8). Кроме переходов, хорошо согласующихся с простой

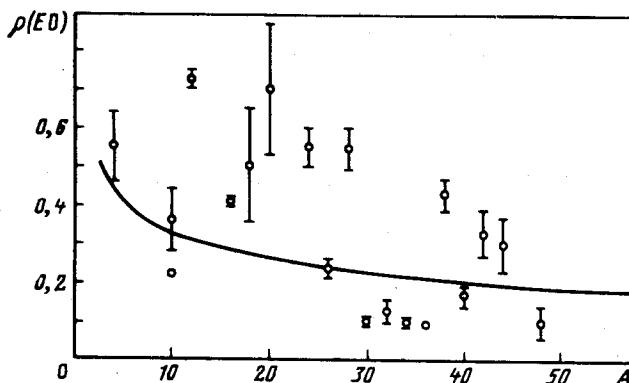


Рис. 2. Матричные элементы  $\rho(E0)$  в легких ядрах

частично-дырочной картиной  $0^+$ -возбуждений, для которых  $\rho(E0) \approx \approx \rho_0(E0)$ , в легких ядрах существуют значительно ускоренные,  $\rho(E0) > \rho_0(E0)$ , переходы.

Феноменологически  $4p4h$ -конфигурации в легких ядрах могут быть введены в рамках  $\alpha$ -кластерной модели. Она соединяет в себе черты одночастичной и коллективной, базируясь на представлении о том, что нуклоны в результате короткодействующих корреляций объединяются в кластеры, относительное движение которых определяет состояние ядра. Эту модель можно рассматривать как расширение оболочечной. Выбор нескольких  $\alpha$ -кластерных состояний может

давать лучшее приближение к правильным волновым функциям ядра, чем большое число многочастично-дырочных конфигураций в оболочечных расчетах [26]. Если ядерное возбуждение связано с переходом кластера на более высокий уровень, то для его характеристики можно пользоваться одночастичной оценкой с учетом кратности кластерного заряда.

В  $\alpha$ -кластерных ядрах ( $^{12}\text{C}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{20}\text{Ne}$ ,  $^{24}\text{Mg}$ ,  $^{28}\text{Si}$ ) первое  $0^+$ -состояние соответствует возбуждению  $\alpha$ -частицы относительно остова, поэтому матричный элемент  $\rho(E0)$  должен примерно вдвое превышать оценку (8), как это видно из рис. 2. С ростом энергии возбуждения возможны как переходы кластера на более высокие уровни, так и возбуждения остова. Так, состояния ядра  $^{16}\text{O}$  можно рассматривать как возбуждения в системе  $\alpha + ^{12}\text{C}$  [27] (табл. 4). Уровень

Таблица 4. Кластерная структура  $0^+$ -уровней ядра  $^{16}\text{O}$

$E(0^+)$ , МэВ	Структура	$\rho(E0)/\rho_0(E0)$	
		Теория	Эксперимент
0	$\alpha + ^{12}\text{C}: 3s$	—	—
6,05	$\alpha + ^{12}\text{C}: 4s$	2	1,5 (2)
11,26	$\alpha + ^{12}\text{C}: 5s$	0	—
12,05	$\alpha + ^{12}\text{C}^*: 4s$	2	1,7 (2)

11,26 МэВ соответствует двухквантовому возбуждению  $\alpha$ -кластера,  $E0$ -переход с которого в основное состояние запрещен. Уровень 12,05 МэВ отвечает  $0^+$ -возбуждению остова ( $E_0 + (^{12}\text{C}) = 7,66$  МэВ,  $\rho(E0) = 0,72$ ) и одноквантовому возбуждению кластера, поэтому он должен иметь большое значение  $\rho(E0)$ . Как видно из табл. 4, такая интерпретация подтверждается экспериментальными данными по монопольным переходам.

Кластерная структура легких ядер подтверждается микроскопическими расчетами по методу Хартри — Фока с эффективным взаимодействием, зависящим от плотности [28]. Такие расчеты с учетом деформации и проектированием на состояния с определенным спином показали, что  $4p4h$ -конфигурации оказываются энергетически более выгодными по сравнению с  $2p2h$ , если они имеют  $\alpha$ -частичную природу. При этом минимумы полной энергии ядер  $^{16}\text{O}$  и  $^{40}\text{Ca}$  для основных состояний отвечают сферически-симметричной равновесной форме ядра, а для возбужденных  $0_2^+$  и  $0_3^+$ -состояний — деформированной [29].

Экспериментально детали кластерной структуры изучаются в реакциях передачи  $\alpha$ -частицы, например ( $^6\text{Li}, d$ ). В последние годы здесь достигнут большой прогресс как в экспериментальном исследовании состояний натуральной четности в ядрах  $sd$ - и  $pf$ -оболочек

Рис. 3. Энергии  $0_2^+$ - и  $2_2^+$ -состояний в изотопах Ne и Mg [32]: сплошными линиями соединены теоретические; пунктиром — экспериментальные точки

[30], так и в их теоретическом описании на основе метода резонирующих групп [31].

В последнее время в области легких ядер нашла применение модель взаимодействующих бозонов [32], феноменологически учитывающая ангармонизм в спектре элементарных мод. В ядрах  $sd$ -оболочки ( $16 < A < 40$ ) можно ограничиться двухбозонными конфигурациями:  $s^2$  ( $L = 0$ ),  $sd$  ( $L = 2$ ) и  $d^2$  ( $L = 0, 2, 4$ ), с помощью которых формируются основное

$$|0_1^+\rangle = \sqrt{1 - \delta_0^2} |s^2(0)\rangle + \delta_0 |d^2(0)\rangle \quad (14')$$

и первое возбужденное

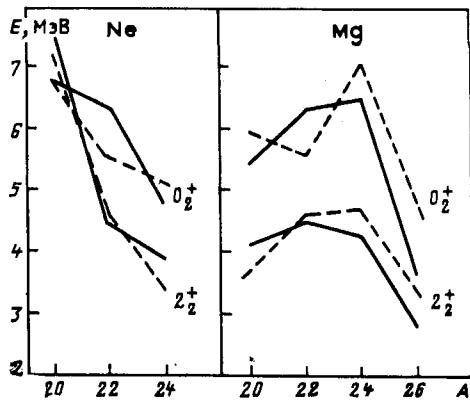
$$|2_1^+\rangle = \sqrt{1 - \delta_2^2} |sd(2)\rangle + \delta_2 |d^2(2)\rangle \quad (14'')$$

состояния. Более высокие возбуждения даются ортогональными к (14) комбинациями. Амплитуды смешивания  $\delta_{0,2}$  определяются по экспериментальным энергиям и квадрупольному моменту  $2_2^+$ -уровня. В результате эта модель воспроизводит нижнюю часть спектра в изотопах Ne и Mg, в частности наблюдаемое изменение порядка следования уровней  $0_2^+$  и  $2_2^+$  при переходе от ядра  $^{20}\text{Ne}$  к  $^{22}\text{Ne}$ , как это показано на рис. 3.

### НИЗКОЛЕЖАЩИЕ $0^+$ -СОСТОЯНИЯ МАГИЧЕСКИХ ЯДЕР

По своим свойствам магнические ядра и ядра с заполненными оболочками занимают особое место в ядерной физике. В основном состоянии они имеют «идеальную» сферическую форму. Спектры возбуждений магнических ядер характеризуются меньшей плотностью уровней и большей энергией первого возбужденного состояния, которое, как правило, имеет спин и четность  $3^-$  или  $0^+$ , а не  $2^+$ , как обычно [33, 34] (рис. 4). В области больших энергий возбуждения этих ядер надежно разрешаются гигантские мультипольные резонансы, в частности монопольный.

Свойства нечетных околовмагнических ядер хорошо описываются одночастичной моделью. Естественно поэтому привлечь ее для анализа низколежащих возбуждений в ядрах с заполненными оболочками или близких к ним в рамках частично-дырочного формализма. Невозмущенная оболочечная оценка энергии нижайшего возбуж-



денного  $0^+$ -состояния в магических ядрах значительно превышает экспериментальные значения. Адекватное описание требует учета многочастичных корреляций. Большинство расчетов проведено в приближении случайных фаз с использованием эффективного взаимодействия. Конкретные варианты различаются выбором вида взаимодействия или способом определения его параметров, одночастичной моделью и конфигурационным пространством [35]. Здесь следует отметить самосогласованные расчеты, которые проводятся на

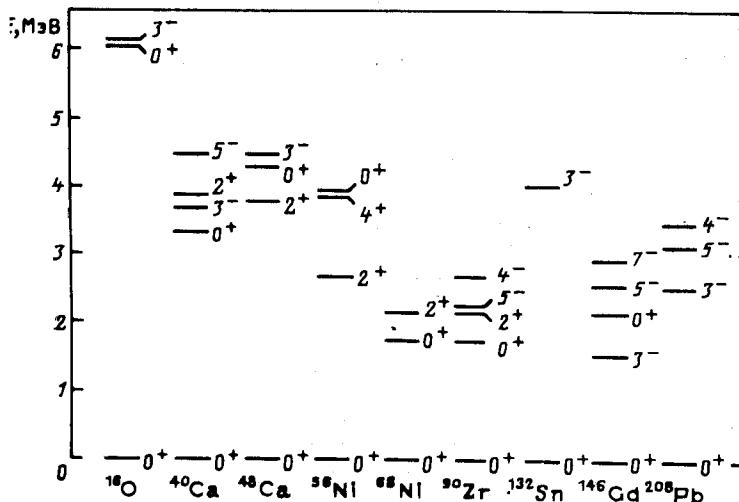


Рис. 4. Нижайшие уровни магических ядер [33, 34]

основе метода Хартри — Фока [28] или в рамках теории конечных ферми-систем [36].

Описание в рамках частично-дырочного формализма низколежащих состояний положительной четности в ядрах с заполненными оболочками связано с несколькими трудностями. Во-первых, необходимо хорошо знать ядерный одночастичный спектр в широкой области энергий. Во-вторых, так как энергия возбуждения составляет примерно два межоболочных расстояния, становятся существенными  $2p2h$ -конфигурации и более сложные, роль которых возрастает в легких ядрах. Так, в ядре  $^{16}\text{O}$  учет их понижает расчетную энергию первого  $0^+$ -состояния с 13 до 9 МэВ [37], а удовлетворительное согласие с опытом достигается только на  $4p4h$ -конфигурациях.

Монопольные свойства тяжелых ядер, такие, как изотопические и изомерные сдвиги,  $E0$ -переходы между  $0^+$ -состояниями и энергии этих состояний, в наибольшей степени чувствительны к плотностной зависимости эффективного частично-дырочного взаимодействия. Поэтому естественно выбирать его параметры с учетом этих данных.

Такие расчеты в приближении случайных фаз привели к прекрасному согласию теории с экспериментом для низколежащих состояний с  $I^\pi \neq 0^+$  в ядре  $^{208}\text{Pb}$  [38]. Однако для энергии первого возбужденного  $0^+$ -состояния такие расчеты дают сильно завышенное значение, наименьшее из которых  $E_{\text{теор}}(0^+_2) = 10,48$  МэВ, в то время как  $E_{\text{эксп}}(0^+_2) = 4,88$  МэВ. Разумными вариациями параметров взаимодействия ликвидировать это расхождение не удается. Это свидетельствует о том, что низколежащие  $0^+$ -состояния в магических ядрах не являются когерентными частично-дырочными суперпозициями вибрационного типа, в отличие от состояний  $2^+$ ,  $3^-$  и др.

Другой подход основан на предположении о возникновении статической деформации в возбужденных состояниях, т. е. на идеи о сосуществовании различных равновесных форм ядерной поверхности [39]. В контексте монопольных возбуждений решающим аргументом служит то, что первые возбужденные  $0^+$ -состояния в магических ядрах  $^{16}\text{O}$ ,  $^{40}\text{Ca}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ , сферических в основном состоянии, являются основаниями ротационных полос, т. е. деформированы.

Статическая ядерная деформация возникает как результат остаточного нейtron-протонного взаимодействия между валентными нуклонами. В ядре с заполненной оболочкой возбуждение  $2p2h$ -конфигураций увеличивает число валентных нуклонов и ведет к образованию деформированных состояний. Это так называемые «внедренные» аналоговые состояния, наиболее ярко проявляющиеся в переходных ядрах с одной заполненной оболочкой. Выигрыш в энергии за счет квадрупольных корреляций и, следовательно, опускание  $0^+$ -уровня пропорциональны числу нуклонов (дырок) другого сорта, находящихся вне замкнутых оболочек. Это иллюстрируется на рис. 5 систематикой энергий внедренных  $0^+$ -состояний, свойства которых не объясняются вибрационной моделью, в изотопах Pb [40]. Качественно картина внедренных состояний подтверждается микроскопическими расчетами [29, 41], которые дают дополнительный минимум потенциальной энергии, отвечающий деформированному  $0^+$ -состоянию, для  $2p2h$ -конфигураций и более сложных.

Протонные  $2p2h$ -конфигурации должны характеризоваться матричным элементом  $E0$ -перехода порядка  $\rho_0(E0)$ . В тяжелых магических ядрах ( $N > Z$ ) плотность нейтронных  $2p2h$ -конфигураций выше. В сочетании с вариациями энергетической щели в одночастичных спектрах это может приводить к тому, что в волновую функцию возбужденных  $0^+$ -состояний больший вклад дает нейтронная  $2p2h$ -кон-

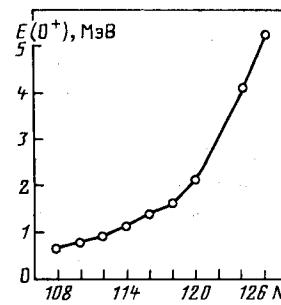


Рис. 5. Энергии внедренных  $0^+$ -уровней в ядрах  $^{160-208}\text{Pb}$  в зависимости от числа нейтронов [40]

фигурация. Этим объясняется уменьшение по сравнению с оценкой (8) наблюдаемых значений  $\rho(E; 0_2^+ - 0_1^+)$  в магических ядрах с ростом нейтронного избытка, как показано в табл. 5.

Таблица 5. Энергия  $0^+$ -уровней и матричные элементы  $E0$ -переходов в магических ядрах

Ядро	$E(0_2^+)$ , МэВ	$\rho(E; 0_2^+ - 0_1^+)$	$\rho_0(E0)$
$^{40}\text{Ca}$	3,353	0,17 (3)	0,20
$^{48}\text{Ca}$	4,272	0,10 (2)	0,19
$^{90}\text{Zr}$	1,752	0,058 (2)	0,16
$^{146}\text{Gd}$	2,162	0,10 (1)	0,13

Поляризационные эффекты, возникающие при добавлении частиц сверх заполненных оболочек, уменьшают жесткость ядра по отношению к монопольным осцилляциям плотности. Кроме понижения  $0_2^+$ -уровня это приводит к большим изменениям в зарядовых среднеквадратичных радиусах ядра при возбуждении, что отражается в увеличении матричных элементов  $\rho(E; 0_2^+ - 0_1^+)$  по сравнению с магическим ядром. В табл. 6 сказанное иллюстрируется наблю-

Таблица 6. Энергия  $0^+$ -уровней и матричные элементы  $E0$ -переходов в изотопах Ca [ $\rho_0(E0) \approx 0,20$ ]

Изотоп	$E(0_2^+)$ , МэВ	$\rho(E0; 0_2^+ - 0_1^+)$
$^{40}\text{Ca}$	3,353	0,17 (3)
$^{42}\text{Ca}$	1,837	0,33 (5)
$^{44}\text{Ca}$	1,884	0,30 (2)
$^{46}\text{Ca}$	2,423	—
$^{48}\text{Ca}$	4,272	0,10 (2)

даемыми характеристиками  $0_2^+$ -состояний в изотопах Ca, где заполняется нейтронная  $f_{7/2}$ -оболочка. В таких случаях говорят о нейтронных эффективных зарядах, учитывающих поляризацию остова.

### ГИГАНТСКИЙ МОНОПОЛЬНЫЙ РЕЗОНАНС

Экспериментальное и теоретическое исследование гигантских резонансов является бурно развивающейся областью ядерной физики. Существует большое число обзоров (см., например, [42]), отражающих состояние дел в этой области. Здесь рассматриваются только специфические вопросы, связанные с монопольными резонансами. И зоскалярный монопольный резонанс соответствует так называе-

мой дыхательной моде, когда протоны и нейтроны движутся в фазе. Изовекторные монопольные резонансы — поляризационным возбуждениям, при которых протоны смещаются относительно нейтронов без изменения полной плотности. В первой моде ограничивающая сила обусловлена ядерной сжимаемостью, во второй — энергией симметрии. Энергия изовекторных колебаний всегда больше изоскалярных, так как разделение протонных и нейtronных плотностей требует дополнительной работы.

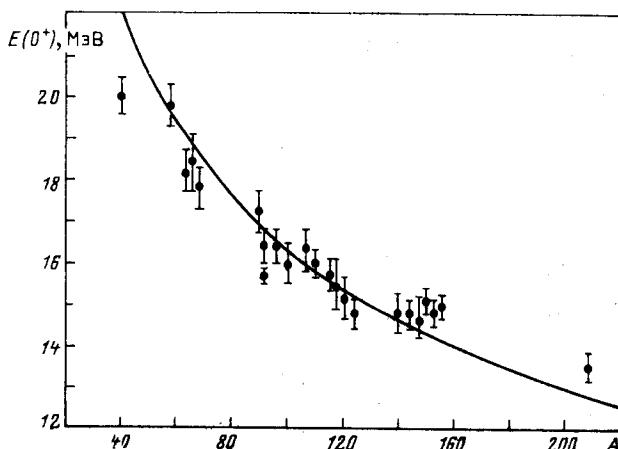


Рис. 6. Энергии изоскалярных монопольных резонансов в четно-четных ядрах

Систематика экспериментальных энергий изоскалярного монопольного резонанса в четно-четных ядрах приведена на рис. 6. С хорошей точностью эти энергии описываются универсальным законом

$$E(0^+) = (77 \pm 3) A^{-1/3} \text{ МэВ.} \quad (15)$$

При определении численного коэффициента использовались все известные центроидные положения Е0-резонансов независимо от способа их возбуждения. Выборочная систематика энергии резонансов, возбуждаемых, например, в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц, дает близкое значение 75 МэВ с несколько большей погрешностью [43]. Универсальный закон (15) означает, что энергии монопольных резонансов характеризуются в основном глобальными характеристиками ядра и слабо зависят от деталей его структуры. Это делает возможным описание дыхательной моды как в макроскопических моделях, так и в рамках микроскопического подхода.

Как известно, модель жидкой капли представляет собой предельный случай, когда вся силовая функция концентрируется на одном уровне. В этой модели [8, 44] (в пренебрежении поверхности

ными эффектами) энергия монопольного резонанса связана с коэффициентом сжимаемости ядерной материи  $K_\infty$  (модуль сжатия):

$$E(0^+) = \frac{\pi}{3} \frac{\hbar}{r_0} \sqrt{\frac{K_\infty}{m}} A^{-1/3}, \quad (16)$$

где  $m$  — масса нуклона;  $r_0 = 1,2$  фм — радиальный параметр. С учетом параметризации (15) это приводит к значению модуля сжатия

$$K_\infty = (190 \pm 20) \text{ МэВ}. \quad (17)$$

Погрешность этого значения имеет статистический характер и связана только с разбросом экспериментальных данных. Значение модуля сжатия (17) хорошо согласуется со значением  $K_\infty \approx 200$  МэВ, определенным по изотопическим сдвигам рентгеновских линий [45].

По условиям симметрии в гигантский монопольный резонанс могут давать вклад переходы частиц через две оболочки. Энергия таких некоррелированных  $1p1h$ -конфигураций составляет примерно  $2\hbar\omega_0 \approx 82 A^{-1/3}$  МэВ, что лишь немногого превосходит наблюдаемые значения (15). Микроскопическое описание  $E0$ -резонанса проводилось в моделях, основанных на приближениях Томаса — Ферми, принудительного движения, метода Хартри — Фока с зависимостью от времени,  $K$ -гармоник, метода генераторной координаты и, наконец, в приближении случайных фаз (см., например, [46]). В гармоническом пределе всех этих подходов справедлива формула (16), поэтому для описания энергии монопольного резонанса достаточно вычислить коэффициент  $K_\infty$ .

В самосогласованных микроскопических расчетах на основе метода Хартри — Фока гигантские резонансы описываются в приближении случайных фаз когерентными суперпозициями частично-дырочных конфигураций. Принципиальную роль здесь играют условия согласования между средним полем и эффективным взаимодействием [47]. Нарушение этой связи приводит к резкому увеличению расчетной энергии или даже к разрушению резонанса. Расчеты с реалистическими межнуклонными потенциалами для  $K_\infty$  дают от 100 до 200 МэВ, вычисления с эффективными зависящими от плотности силами — более 190 МэВ [44, 48].

Вклад гигантского монопольного резонанса в энергетически-взвешенное правило сумм (12) определяется отношением

$$s_1 = \int_{\Delta E} E \sigma(E) dE / \int_0^\infty E \sigma(E) dE, \quad (18)$$

где  $\sigma(E)$  — определяемое из опыта резонансное сечение, а  $\Delta E$  — область локализации резонанса. На рис. 7 приведены экспериментальные значения [43, 49] отношения (18) и результаты теоретиче-

ских расчетов [50]. Видно, что основной вклад резонанса в правило сумм хорошо воспроизводится теорией. С помощью энергетически-взвешенных правил сумм (10) можно также вычислять средние энергии возбуждения

$$\bar{E}(0^+) = \{m_1(E0)/m_{-1}(E0)\}^{1/2}, \quad (19)$$

которые хорошо согласуются с экспериментальными данными [46].

Экспериментально наблюдаемые ширины  $E0$ -резонансов [43, 49] приведены на рис. 8. Они значительно больше рассчитанных в приближении случайных фаз, учитываящем только  $1p1h$ -конфигурации.

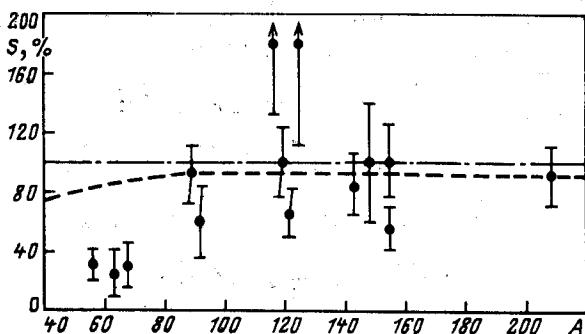


Рис. 7. Вклад монопольных резонансов в энергетически-взвешенное правило сумм:

пунктир — результат микроскопического расчета [50]

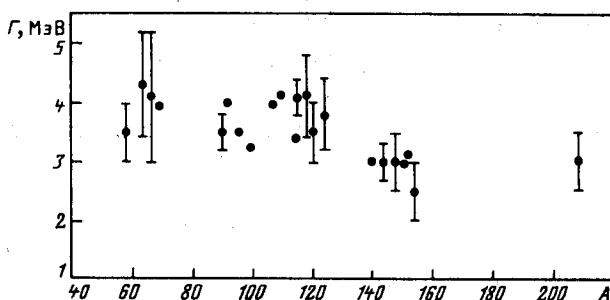


Рис. 8. Ширины гигантских монопольных резонансов

Это означает, что прямой одноклонный распад не является основным механизмом, обеспечивающим ширину резонанса. Для описания ширины и тонкой структуры резонансов необходим учет более сложных конфигураций:  $2p\ 2h$  и связанных с низколежащими фононами [51—53]. Такое усложнение структуры приводит в основном

к расширению области локализации резонанса, сохраняя практически неизмененным положение его максимума. Это оправдывает часто применяемый метод уширения резонансов, основанный на усреднении рассчитанных в приближении случайных фаз спектров по некоторому энергетическому интервалу.

### ВИБРАЦИОННЫЕ 0<sup>+</sup>-СОСТОЯНИЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

Форма ядер из области  $40 \leq A \leq 140$  или  $190 \leq A \leq 220$ , имеющих несколько частиц или дырок сверх заполненных оболочек, в основном состоянии является сферически-симметричной. Их колективные возбуждения соответствуют колебаниям поверхности ядра относительно равновесной формы без изменения объема. Динамическими переменными являются в этом случае параметры деформации  $\alpha_{\lambda\mu}$ , характеризующие форму поверхности [8]:

$$R(\vartheta, \varphi) = R_0 \left\{ 1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi) \right\}. \quad (20)$$

Монопольное слагаемое ( $\lambda = 0$ ) обеспечивает сохранение объема:

$$\alpha_{00} = -\frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\lambda\mu} |\alpha_{\lambda\mu}|^2, \quad (21)$$

а дипольное ( $\lambda = 1$ ) соответствует смещению ядра как целого и должно быть опущено.

Элементарные возбуждения поверхностных колебаний в гармоническом приближении можно рассматривать как невзаимодействующие квазичастицы — фононы. Каждый фонон имеет спин  $\lambda$  и четность  $(-1)^\lambda$ . Энергия возбуждения

$$E = \sum_{\lambda} n_{\lambda} \hbar \omega_{\lambda} \quad (22)$$

определяется числом фононов  $n_{\lambda}$  каждого типа. Частоты

$$\omega_{\lambda} = \sqrt{C_{\lambda}/B_{\lambda}} \quad (23)$$

выражаются через массовые коэффициенты  $B_{\lambda}$  и коэффициенты жесткости  $C_{\lambda}$ , которые рассматриваются как параметры модели.

В гидродинамическом пределе эти коэффициенты

$$B_{\lambda}^{(гд)} = 3mAR_0^2/4\pi\lambda, \quad (24')$$

$$C_{\lambda}^{(гд)} = (\lambda - 1)(\lambda + 2)R_0^2\sigma - \frac{\lambda - 1}{2\lambda + 1} \frac{3}{2\pi} \frac{e^2 Z^2}{R_0} \quad (24'')$$

определяются только мультипольностью  $\lambda$  и коэффициентом поверхностного натяжения  $\sigma$ , который может быть взят из массовой формулы Вайцзеккера,  $4\pi\sigma R_0^2 \approx 20 A^{2/3}$  МэВ. Независимо эти коэффициенты можно определить по экспериментальным значениям энер-

гии однофононного уровня ( $n_\lambda = 1$ ) и приведенной вероятности  $E^\lambda$ -перехода в основное состояние:

$$B(E\lambda; n_\lambda = 1 \rightarrow n_\lambda = 0) = \left( \frac{3}{4\pi} e Z R_0^\lambda \right)^2 \hbar/2 \sqrt{B_\lambda C_\lambda}. \quad (25)$$

Такие расчеты для квадрупольных возбуждений показали, что значения параметров  $B_2$ ,  $C_2$  сильно отличаются от гидродинамических [54].

В большинстве сферических ядер совокупность экспериментальных данных подтверждает вибрационную природу низколежащих возбуждений. Первые возбужденные  $2^+$ -состояния соответствуют

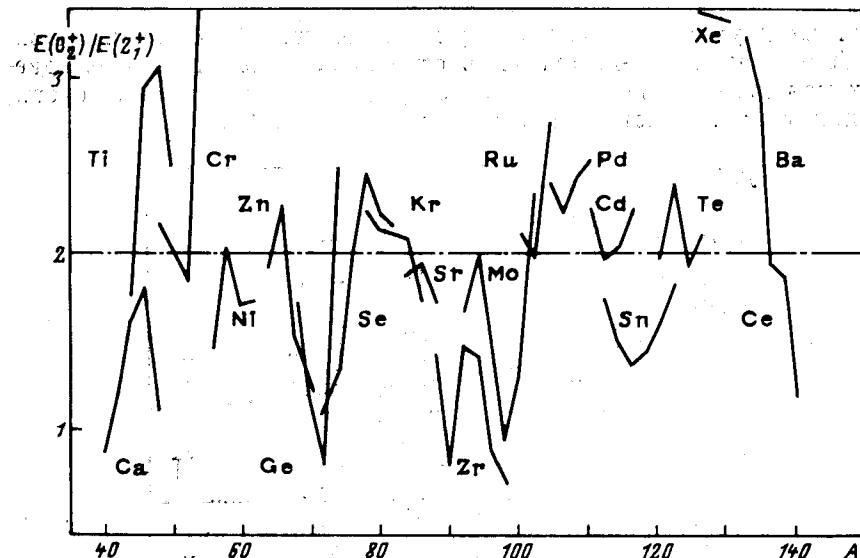


Рис. 9. Отношение энергий первых возбужденных  $0^+$ - и  $2^+$ -состояний в сферических ядрах

квадрупольным колебаниям поверхности. Нижайшие  $0^+$ -состояния в этой модели возникают как двухфононные возбуждения квадрупольного типа. Обычно октупольные колебания имеют значительно большую энергию, и соответствующие  $0^+$ -уровни не наблюдаются. Исключение составляет ядро  $^{208}\text{Pb}$ , в котором  $0^+$ -состояние с энергией 4,905 МэВ имеет двухфононную октупольную природу [55].

На рис. 9 приведены отношения энергий первых возбужденных  $0^+$ - и  $2^+$ -состояний сферических ядер. Отклонение этих отношений от вибрационного предела может быть вызвано несколькими причинами.

нами. Небольшие отклонения объясняются ангармоническими эффектами, связанными с неадиабатичностью внутреннего движения. В магических ядрах, где  $E(0_2^+) \approx E(2_1^+)$ , первые  $0^+$ -уровни не являются вибрационными. Наконец, рост отношения  $E(0_2^+)/E(2_1^+)$  за счет знаменателя свидетельствует об изменении равновесной формы ядра и возникновении статической деформации. Первое  $2^+$ -состояние в этих ядрах связано с вращением, а не с колебаниями поверхности.

Оператор (4) в терминах коллективных переменных

$$M(E0) = \frac{3}{4\pi} eZ R_0^2 \sum_{\mu} |\alpha_{2\mu}|^2 \quad (26)$$

является двухквантовым, поэтому двухфононное  $0^+$ -состояние должно быть связано  $E0$ -переходом с основным. Систематика наблюдаемых монопольных переходов из возбужденных  $0^+$ -состояний сферических ядер в основное представлена на рис. 10.

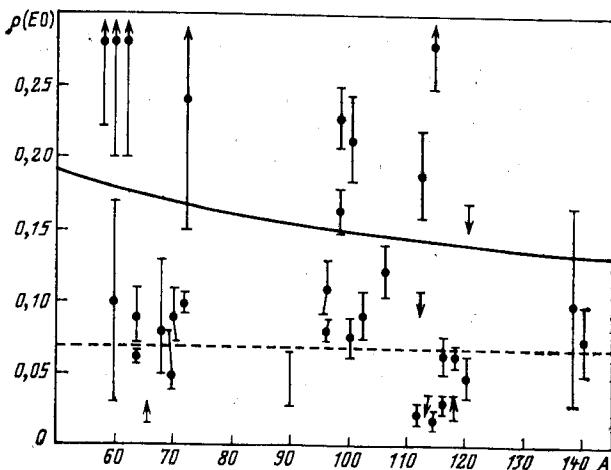


Рис. 10. Матричные элементы  $E0$ -переходов в сферических ядрах:  
сплошная линия — одночастичная оценка; пунктир — гидродинамическая

Матричный элемент  $E0$ -перехода в вибрационной модели

$$\rho(E0; 0_2^+ - 0_1^+) = \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{3}{4\pi} \frac{Z\hbar}{B_2 \omega_2} = \sqrt{\frac{2}{5}} \frac{3}{4\pi} Z\beta^2 \quad (27)$$

определяется параметром динамической деформации

$$\beta^2 = \left\langle \sum_{\mu} |\alpha_{2\mu}|^2 \right\rangle = \frac{5}{2} \hbar / \sqrt{B_2 C_2} . \quad (28)$$

Величина последнего может быть определена по вероятности  $E2$ -перехода из однофононного  $2^+$ -состояния в основное. Результаты таких расчетов сведены в табл. 7. В этой таблице приведены значения

Таблица 7. Характеристики двухфононных  $0^+$ -состояний сферических ядер

Ядро	$E(0_{\frac{1}{2}}^+) - E(2_{\frac{1}{2}}^+)$	$\beta^2$	$X_{\text{эксп}}$	$\rho(E0)$	$\rho_{\text{эксп}}(E0)$
$^{40}\text{Ca}^*$	1,34	0,014	—	0,042	$<0,06$
$^{42}\text{Ca}$	1,21	0,059	0,043 (4)	0,178	0,33 (5)
$^{44}\text{Ca}$	1,63	0,048	—	0,145	0,30 (2)
$^{60}\text{Ni}$	1,72	0,045	0,027 (4)	0,188	0,03—0,17
$^{68}\text{Zn}$	2,28	0,051	0,047 (8)	0,232	$>0,014$
$^{68}\text{Zn}$	1,54	0,042	0,033 (2)	0,192	0,083 (40)
$^{98}\text{Mo}$	1,47	0,031	0,008 (2)	0,194	0,11 (2)
$^{100}\text{Ru}$	2,09	0,054	0,011 (1)	0,358	0,078
$^{108}\text{Pd}$	2,22	0,050	0,016 (3)	0,349	0,12 (2)
$^{112}\text{Cd}$	1,98	0,035	0,026 (4)	0,252	0,19 (3)
$^{114}\text{Cd}$	2,02	0,038	0,025 (1)	0,272	0,18 (1)
$^{112}\text{Sn}$	1,74	0,017	0,046 (8)	0,128	$\leq 0,11$
$^{114}\text{Sn}$	1,50	0,014	0,042 (8)	0,106	0,16 (5)
$^{116}\text{Sn}$	1,36	0,013	0,023 (7)	0,096	0,066 (11)
$^{118}\text{Sn}$	1,43	0,013	0,009 (1)	0,101	0,072 (10)
$^{120}\text{Sn}$	1,60	0,013	0,007 (2)	0,095	0,051 (7)
$^{122}\text{Sn}$	1,83	0,014	0,046 (5)	0,106	—
$^{208}\text{Pb}$	1,46	0,001	—	0,017	0,031 (4)

\* В ядре  $^{40}\text{Ca}$  рассматривается второе возбужденное  $0^+$ -состояние с энергией 5,213 МэВ.

параметра деформации, вычисленные в рамках вибрационной модели с данными из таблиц [54, 56]. Эти значения непосредственно можно сравнить с экспериментальным значением отношения

$$X(E0/E2) = \frac{B(E0; 0_{\frac{1}{2}}^+ - 0_{\frac{1}{2}}^+)}{B(E2; 0_{\frac{1}{2}}^+ - 2_{\frac{1}{2}}^+)} = \beta^2, \quad (29)$$

учитывающим особенности одноквантового  $E2$ -перехода. Такой анализ распадных свойств низколежащих  $0^+$ -состояний сферических ядер свидетельствует о том, что их двухфононная природа соответствует экспериментальным данным. Интересно, что гидродинамическая оценка (24) для матричного элемента  $E0$ -перехода дает значение, практически не зависящее от  $A$ ,  $\rho_{\text{гд}}(E0) \approx 0,07$ , для всех сферических ядер. Это значение по порядку согласуется с экспериментальными значениями (см. рис. 10).

Монопольный момент чувствителен к изменениям радиального распределения плотности. При выводе формулы (26) использовалось однородное распределение заряда в ядре. Учет диффузной границы приводит к появлению дополнительного множителя в выражении для

оператора  $E0$ -перехода:

$$\frac{3}{4\pi} eZR_0^2 \rightarrow \frac{3}{4\pi} eZR_0^2 \left[ 1 + \frac{\pi^2}{3} (2a_0/R_0)^2 \right], \quad (30)$$

где  $a_0$  — коэффициент диффузности [8]. Это увеличивает значения  $\rho(E0)$  примерно на 30% при  $A = 40$  и на 10% при  $A = 200$ . Как видно из табл. 7, эта поправка улучшает описание  $E0$ -переходов в окромагических ядрах, где поляризационные эффекты невелики и должно хорошо работать гармоническое приближение вибрационной модели.

Микроскопически однофононные квадрупольные состояния сферических ядер описываются с помощью модели «спаривание плюс квадрупольные силы» [10, 57]. Определенный из условий согласования параметр квадрупольного взаимодействия, МэВ,

$$\kappa = 240 (m\omega_0/\hbar)^2 A^{-5/8}, \quad (31)$$

где  $\hbar\omega_0 = 41 A^{-1/3}$  МэВ, замечательно совпадает со значениями, рассчитанными из подгонки в приближении случайных фаз энергий первых  $2^+$ -уровней практически для всех сферических ядер.

Кроме квадрупольных двухфононных  $0^+$ -состояний в сферических ядрах могут существовать однофононные, генерируемые различными типами остаточных взаимодействий, в первую очередь парными [58, 59] и спин-орбитальными [60] силами. Энергия нижайшего  $0^+$ -уровня парновибрационной ветви лежит в районе двухквазичастичного порога. Он характеризуется слабыми  $E0$ - и  $E2$ -переходами в основное и первое возбужденное состояния. Специфическим тестом для этой ветви ядерных возбуждений являются реакции двухчастичных передач [61]. Введение спин-орбитальных сил приводит к появлению подщельного  $0^+$ -уровня с большой степенью коллективизации, сильно интерферирующего с парными вибрациями [62]. Монопольный характер спин-орбитальных сил проявляется в увеличении вероятности  $E0$ -перехода из этого состояния в основное.

К сожалению, экспериментально та или иная ветвь ядерных возбуждений редко обнаруживается в чистом виде. Как правило, взаимодействие с другими возбуждениями заменяет ее свойства, что резко усиливается с ростом энергии возбуждения. Одной из причин усложнения структуры состояний является взаимодействие квазичастич с фононами [63]. Оно разрушает картину гармонических ядерных колебаний, смешивая состояния с разным числом фононов, и приводит к смешиванию вибрационных и двухквазичастичных возбуждений [64].

### ВИБРАЦИОННЫЕ $0^+$ -СОСТОЯНИЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР

По мере удаления от замкнутых оболочек остаточное взаимодействие ведет к большим поляризационным эффектам, в результате которых ядро приобретает статическую деформацию. Хорошо извест-

ны три области деформированных ядер: область легких ядер  $sd$ -оболочки,  $20 \leq A \leq 30$ , область редкоземельных ядер,  $150 \leq A \leq 190$ , и трансурановая область,  $A \geq 220$ .

Основой различных моделей, рассматривающих свойства низколежащих возбуждений деформированных ядер, является вращательно-вibrационный гамильтониан [8, 65]:

$$H = \sum_{k=1}^3 \frac{I_k^2}{2J_k(\beta, \gamma)} - \frac{\hbar^2}{2B} \left\{ \frac{1}{\beta^4} \frac{\partial}{\partial \beta} \beta^4 \frac{\partial}{\partial \beta} + \right. \\ \left. + \frac{1}{\beta^2 \sin 3\gamma} \frac{\partial}{\partial \gamma} \sin 3\gamma \frac{\partial}{\partial \gamma} \right\} + V(\beta, \gamma). \quad (32)$$

Первое слагаемое в нем — энергия вращения с моментами инерции, зависящими от параметров формы  $\beta$  и  $\gamma$ , определяющих общую деформацию и отклонение формы ядра от аксиально-симметричной. Второе слагаемое — кинетическая энергия колебаний поверхности ядра, характеризуемая массовым коэффициентом  $B$ . Потенциальная энергия  $V(\beta, \gamma)$  в общем случае может быть функцией двух инвариантов относительно трехмерных вращений  $\beta^2$  и  $\beta^3 \cos 3\gamma$  [66]. Конкретные модели различаются выбором этой функциональной зависимости. Часто такой выбор диктуется соображениями простоты и удобства. Физический смысл введения новых координат заключается в возможности независимого рассмотрения вращения деформированного ядра как целого и колебаний, связанных с изменением его формы.

Для малых квадрупольных гармонических колебаний относительно аксиально-симметричной равновесной формы, характеризуемой параметром деформации  $\beta_0$ , потенциальная энергия

$$V(\beta, \gamma) \approx \frac{1}{2} C_\beta (\beta - \beta_0)^2 + \frac{1}{2} C_\gamma \beta_0^2 \gamma^2. \quad (33)$$

В этом случае возможны колебания поверхности ядра двух типов:  $\beta$ -колебания, деформирующие эллипсоид вдоль оси симметрии и сохраняющие аксиальную симметрию, и  $\gamma$ -колебания, соответствующие колебаниям в перпендикулярной плоскости, при которых аксиальная симметрия нарушается. Этим колебаниям соответствуют состояния с  $K^\pi$ , равными  $0^+$  и  $2^+$ , являющиеся основаниями  $\beta$ - и  $\gamma$ -вращательных полос в деформированных ядрах.

В адиабатическом приближении, когда отсутствует связь между вращением и колебаниями, энергии низколежащих возбужденных состояний деформированных ядер [9]

$$E = \frac{\hbar^2}{2J} \{ I(I+1) - K^2 \} + n_\beta \hbar \omega_\beta + \left( 2n_\gamma + \frac{K}{2} \right) \hbar \omega_\gamma \quad (34)$$

определяются только спином  $I$ , его проекцией  $K$  и числом колебательных квантов  $n_{\beta, \gamma}$  каждого типа. Эффективный момент инерции  $J$  и частоты  $\omega_{\beta, \gamma} = \sqrt{C_{\beta, \gamma}/B}$  представляют собой параметры модели.

Принципиально они могут быть вычислены микроскопическими [67], но обычно определяются по экспериментальным значениям энергий и вероятностей  $E2$ -переходов [9]. Для жестких ядер, у которых амплитуды колебаний малы, т. е.  $|\beta - \beta_0| \ll \beta_0$  и  $\gamma \ll 1$ , оператор (26),

$$M(E0) = \frac{3}{4\pi} eZR_0^2\beta^2 \approx 2 \frac{3}{4\pi} eZR_0^2\beta_0(\beta - \beta_0), \quad (35)$$

дает для матричного элемента  $E0$ -перехода из состояний  $\beta$ -полосы в основную выражение

$$\rho(E0; I, n_\beta = 1 \rightarrow I, n_\beta = 0) = \frac{3\sqrt{2}}{4\pi} Z\beta_0 \sqrt{\hbar/B\omega_\beta}, \quad (36)$$

которое не зависит от спина. Как видно из табл. 8, экспериментальные значения  $\rho(E0)$  действительно слабо зависят от спина состояний,

Таблица 8. Матричные элементы  $E0$ -переходов между состояниями  $\beta$ - и основной вращательной полосы

$I$	$^{158}\text{Sm}$	$^{154}\text{Gd}$	$^{156}\text{Gd}$	$^{174}\text{Hf}$
0	0,23 (3)	0,30 (1)	0,20 (3)	0,220 (25)
2	0,25 (2)	0,29 (2)	0,23 (5)	0,23 (2)
4	0,24 (5)	0,19 (6)	0,22 (3)	0,20 (3)
6	—	0,25 (2)	—	0,22 (3)
8	0,21 (6)	$\geq 0,20$	—	—
10	0,28 (10)	—	—	—

т. е. условие адиабатичности для  $E0$ -переходов в этих ядрах хорошо выполняется. Однако значения входящих в (36) параметров, рассчитанные по энергиям  $0^+$ -уровней и вероятностям  $E2$ -переходов (квадрупольным моментам), приводят к завышенным значениям матричного элемента  $\rho(E0)$ .

Параметр смешивания  $E0$ - и  $E2$ -переходов из  $\beta$ -полосы в основную в адиабатическом пределе имеет простую спиновую зависимость ( $I \geq 2$ ):

$$X_I(E0/E2) = \frac{B(E0; I \rightarrow I)}{B(E2; I \rightarrow I)} = X_0(E0/E2) \frac{(2I-1)(2I+3)}{I(I+1)}, \quad (37)$$

где

$$X_0(E0/E2) = \frac{B(E0; 0^+_2 - 0^+_1)}{B(E2; 0^+_2 - 2^+_1)} = 4\beta_0^2 \quad (38)$$

зависит только от параметра равновесной деформации. Как показано в табл. 9, отношения  $X_I/X_0$ , вычисленные по экспериментальным данным, согласуются в пределах погрешности с теоретическими значениями. Параметр  $X_0(E0/E2)$  может быть независимо опреде-

Таблица 9. Спиновая зависимость отношения  $X_I/X_0 (E0/E2)$   
для переходов из  $\beta$ -полосы в основную

I	Адиабатический предел	$^{152}\text{Sm}$	$^{152}\text{Gd}$	$^{154}\text{Gd}$	$^{156}\text{Gd}$	$^{158}\text{Dy}$	$^{164}\text{Er}$
2	3,50	3,9 (9)	5,0 (18)	4,8 (13)	1,9—5,2	>2,5	2,1 (7)
4	3,85	6,0 (30)	4,9 (10)	5,0 (22)	2,0—6,9	>3,3	7,2 (45)
6	3,93	—	—	3,8 (17)	>2	>2,7	—
8	3,96	—	—	5,3 (28)	—	>3,5	—
10	3,97	—	—	3,0 (23)	—	—	—

лен по квадрупольным моментам ядер [68]. Результаты такого расчета значительно превосходят экспериментальные значения (рис. 11). Такое расхождение может быть связано с неадиабатичностью колективного движения в ядре и с тем, что первое возбужденное  $0^+$ -

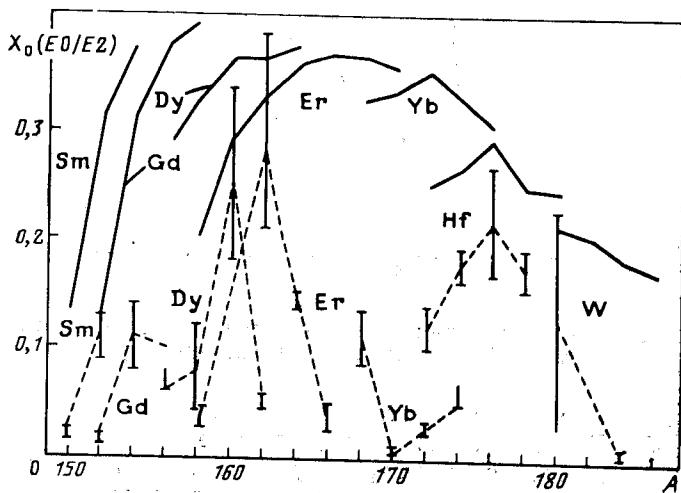


Рис. 11. Отношение  $X_0 (E0/E2)$  для первых возбужденных  $0^+$ -состояний деформированных ядер:  
сплошные линии соединяют теоретические значения; пунктир — экспериментальные точки

состояние имеет более сложную, чем простые  $\beta$ -вибрации, природу. Учет связи вращательных и вибрационных мод, например, уменьшает теоретическое значение  $X_0 (E0/E2)$  примерно вдвое [69]. Этот же эффект приводит к различию моментов инерции, относящихся к вращательным полосам, построенным на основном и  $\beta$ -вибрационном состояниях деформированных ядер. На рис. 12 приведены отношения моментов инерции  $J_\beta/J_0$ , вычисленных по энергиям возбуж-

дения соответствующих  $2^+$ -состояний [70]. Эффект блокировки уменьшает парные корреляции в возбужденных состояниях и, следовательно, ведет к увеличению момента инерции [10]. Уменьшение момента инерции  $J_\beta$  может быть связано с уменьшением параметра деформации в возбужденном состоянии. Действительно, в ядрах, где  $J_\beta/J_0 < 1$ , вычисленный с помощью (38) по наблюдаемым значениям  $X_0$  ( $E0/E2$ ) параметр деформации в  $\beta$ -вibrационном  $0^+$ -состоянии меньше равновесного.

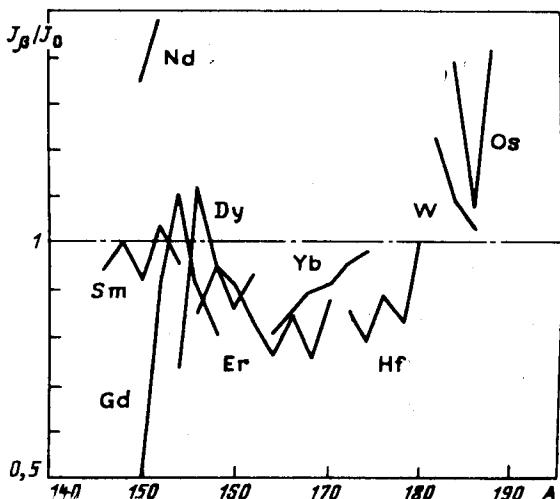


Рис. 12. Отношение эффективных моментов инерции для  $\beta$ - и основной вращательной полосы деформированных ядер

Теория неаксиальных в основном состоянии ядер подробно изложена в [65]. В этом подходе возбужденные состояния с  $K^\pi = 2^+$  образуют аномальную вращательную полосу и ассоциируются не с  $\gamma$ -колебаниями, а с вращением неаксиального ядра вокруг большой оси эллипсоида. Энергия первого  $0^+$ -уровня из полосы  $\gamma$ -колебаний с  $K^\pi = 0^+$ , определяемая параметром жесткости  $C_\gamma$ , может быть оценена из простого соотношения:

$$E(0_\gamma^+) = 2E(2_a^+) - E(2_i^+), \quad (39)$$

где  $E(2_a^+)$  — энергия первого  $2^+$ -уровня аномальной полосы. В настоящее время  $0^+$ -состояния можно идентифицировать в нескольких деформированных ядрах, как это сделано в табл. 10. Эти состояния хорошо локализуются по энергии, т. е. расстояние между предсказанным  $0_\gamma^+$ -уровнем и ближайшим  $0^+$ -состоянием в спектре ядра гораздо меньше энергетических интервалов между монопольными со-

Таблица 10. Энергии  $2^+$ -уровней основной и аномальной вращательных полос,  $0_\gamma^+$ -состояний и ближайших к ним  $0^+$ -уровней в спектре деформированных ядер, МэВ

Ядро	$E(2_1^+)$	$E(2_a^+)$	$E(0_\gamma^+)$	$E_{\text{эксп}}(0^+)$
$^{146}\text{Sm}$	0,747	1,648	2,549	$0_1^+$ : 2,611
$^{148}\text{Sm}$	0,550	1,454	2,358	$0_5^+$ : 2,358
$^{158}\text{Dy}$	0,099	0,946	1,793	$0_5^+$ : 1,665
$^{160}\text{Dy}$	0,087	0,966	1,845	$0_1^+$ : 1,953
$^{182}\text{Dy}$	0,081	0,888	1,695	$0_4^+$ : 1,670
$^{158}\text{Er}$	0,192	0,820	1,448	$0_3^+$ : 1,387
$^{164}\text{Er}$	0,091	0,860	1,629	$0_4^+$ : 1,702
$^{166}\text{Er}$	0,081	0,786	1,491	$0_2^+$ : 1,460
$^{188}\text{Yb}$	0,088	0,984	1,880	$0_5^+$ : 1,904
$^{182}\text{W}$	0,400	1,221	2,342	$0_4^+$ : 2,284
$^{184}\text{W}$	0,111	0,903	1,695	$0_6^+$ : 1,615
$^{186}\text{Os}$	0,137	0,768	1,399	$0_5^+$ : 1,456
$^{188}\text{Os}$	0,155	0,633	1,111	$0_2^+$ : 1,086
$^{190}\text{Pt}$	0,296	0,598	0,900	$0_2^+$ : 0,922

тояниями. Отметим, что в ядрах  $^{186}\text{Er}$ ,  $^{188}\text{Os}$  и  $^{190}\text{Pt}$   $0_\gamma^+$ -состояние является первым возбужденным  $0^+$ -состоянием.

В модели неаксиального ротатора для  $E0$ -перехода между состояниями  $\beta$ -вибрационной и основной вращательной полосы справедливо выражение, эквивалентное (36). Отношение  $X$  ( $E0/E2$ ) несколько увеличивается по сравнению с (38), а именно:

$$X_\beta = 4\beta_0^2(1 + 1/s), \quad (40)$$

где  $s = E(2_a^+)/E(2_1^+)$ . Матричный элемент  $E0$ -перехода с уровнем  $\gamma$ -вибрационной полосы на основную

$$\rho(E0; I, n_\gamma = 1 \rightarrow I, n_\gamma = 0) \approx 0,65Z\beta_0^3/(2s - 1) \quad (41)$$

значительно меньше (36), что согласуется с имеющимися экспериментальными данными. Отношение

$$X_\gamma = \frac{B(E0; 0_\gamma^+ - 0_1^+)}{B(E2; 0_\gamma^+ - 2_1^+)} \approx 36\beta_0^2(1 - q^2/s^2)^{-2}, \quad (42)$$

где  $q = E(0_\beta^+)/E(2_1^+)$ , для  $0_\gamma^+$ -состояния может принимать весьма большие значения в ядрах, у которых сравнимы энергии  $0_\beta^+$ - и  $2_a^+$ -состояний. На рис. 13 приведено отношение величин (42) и (40), которое не зависит от деформации  $\beta_0$ , как функция параметра  $E(0_\beta^+)/E(2_a^+)$ . Точки, соответствующие экспериментальным значениям входящих сюда величин, удивительно хорошо ложатся на теоретическую кривую. Это является сильным аргументом в пользу однофононной природы  $\gamma$ -вибрационных  $0^+$ -состояний деформированных ядер.

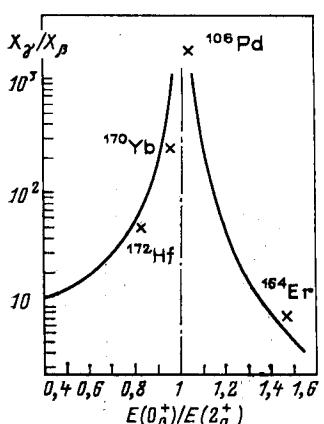


Рис. 13. Отношение  $X_\gamma/X_\beta$  как функция параметра  $E(0_\beta^+)/E(2_\alpha^+)$ . Крестиками отмечены экспериментальные точки

Оба варианта вращательно-вибрационной модели имеют одинаковое число параметров, которые определяются по одним и тем же экспериментальным данным. Основное различие возникает при рассмотрении  $E0$ -переходов из состояний аномальной полосы ( $K^\pi = 2^+$ ) в основную. В адиабатическом приближении они запрещены по  $K$  и идут только за счет смешивания полос. Поэтому наблюдаемые значения величин  $\rho(E0)$  и  $X(E0/E2)$  для переходов с аномального  $2_\alpha^+$ -уровня на  $2^+$ -уровень основной вращательной полосы в жестких ядрах меньше аналогичных значений для  $2^+$ -состояний из  $\beta$ -полосы на порядок и более [71]. Для аксиального в основном состоянии ядра

$$\rho(E0; 2_\alpha^+ - 2_1^+) \approx 1,35Z\beta_0^2/\sqrt{2s-1} [q^2 - (s-1)^2], \quad (43)$$

для неаксиального, но достаточно жесткого по отношению к  $\gamma$ -колебаниям ядра

$$\rho(E0; 2_\alpha^+ - 2_1^+) \approx 5,16Z\beta_0^3\Gamma^4 \sin 3\gamma_0/\sqrt{9-8\sin^2 3\gamma_0}, \quad (44)$$

где  $\Gamma^{-2} \approx 2s - 1$  ( $\Gamma < 0,3$ ), а  $\gamma_0$  — параметр равновесной неаксиальности [65]. Сравнение результатов различных расчетов  $\rho(E0)$  и  $X(E0/E2)$  для этих переходов проводилось в [4]. На рис. 14 приведена часть этих результатов вместе с имеющимися экспериментальными данными.

По сравнению со сферическими наблюдение двухфононных состояний в деформированных ядрах затруднено, так как они попадают в область энергий, где кроме большого числа вращательных уровней находится много двухквазичастичных и однофононных состояний. В квазичастично-фононной модели ядра [73] делается вывод об отсутствии двухфононных состояний в деформированных ядрах, который подтверждается анализом экспериментальных данных [74]. В частности, для  $0^+$ -уровней с энергиями 1,217; 1,422 и 1,834 МэВ примесь двухфононных компонент составляет меньше 5 %. Это согласуется с экспериментальными данными по  $(p, t)$ - и  $(t, p)$ -реакциям. В спектрах тяжелых ядер Ra, Th и U отсутствуют двухфононные  $0^+$ -состояния октупольного типа с энергией в районе удвоенной энергии состояния с  $I^\pi K = 1^-0$ .

Микроскопическому исследованию однофононных  $0^+$ -состояний деформированных ядер посвящено большое число работ (см., например, [3]). В модели «спаривание плюс квадрупольные силы»

[10] удается достичь только качественного описания, что свидетельствует о более сложной природе первых возбужденных  $0^+$ -состояний по сравнению с  $2^+$ . Численные расчеты в модели с сепарабельным взаимодействием, согласованным с потенциалом среднего поля [75], показали, что для достижения согласия теории с опытом недостаточно учитывать только частично-дырочное взаимодействие, необходим самосогласованный учет спаривания.

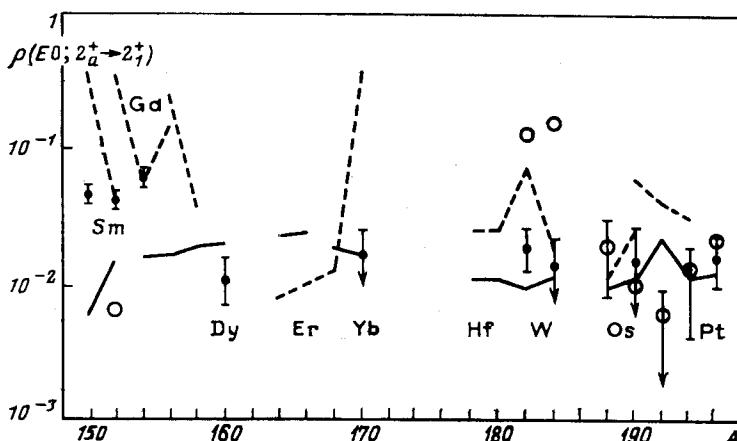


Рис. 14. Матричные элементы  $E0$ -переходов из  $2^+$ -состояний аномальной вращательной полосы в основную:

сплошные линии соединяют результаты расчета в модели неаксиального ротатора [65];  
пунктир — вращательно-вibrационной модели [71]; кружки — результаты микроскопического расчета [72].

Для описания наблюдаемых на эксперименте нескольких  $0^+$ -уровней ниже двухквазичастичного порога в теорию вводились дополнительные типы взаимодействия: монопольное [76], гексадекапольное [77], спин-квадрупольное [78], спин-орбитальное [79] в канале частица-дырка и мультипольное спаривание в канале частица-частица [80]. По-видимому, наилучшие результаты получены в [81], где использовалось зависящее от плотности эффективное частично-дырочное взаимодействие и б-образное взаимодействие в канале частица-частица.

### МОНОПОЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ ПЕРЕХОДНЫХ ЯДЕР

К переходным обычно относят ядра, спектры которых занимают промежуточное положение между вибрационными и вращательными. При рассмотрении свойств этих ядер особенно важны эффекты цулевых колебаний среднего поля, неываемые в коллективном гамильтониане (32). На рис. 15 показан переход от вибрационного к ротационному типу ядерного спектра в зависимости от глубины

минимумов потенциальной энергии  $V(\beta, \gamma)$ , отвечающих вытянутой и сплюснутой форме, и положения уровня нулевых колебаний [82]. Видно, что отклонение от вибрационного типа связано с мягкостью потенциала по параметру неаксиальности.

В промежуточной ситуации ангармонического  $\gamma$ -мягкого вибратора первое возбужденное  $0^+$ -состояние является по своей природе

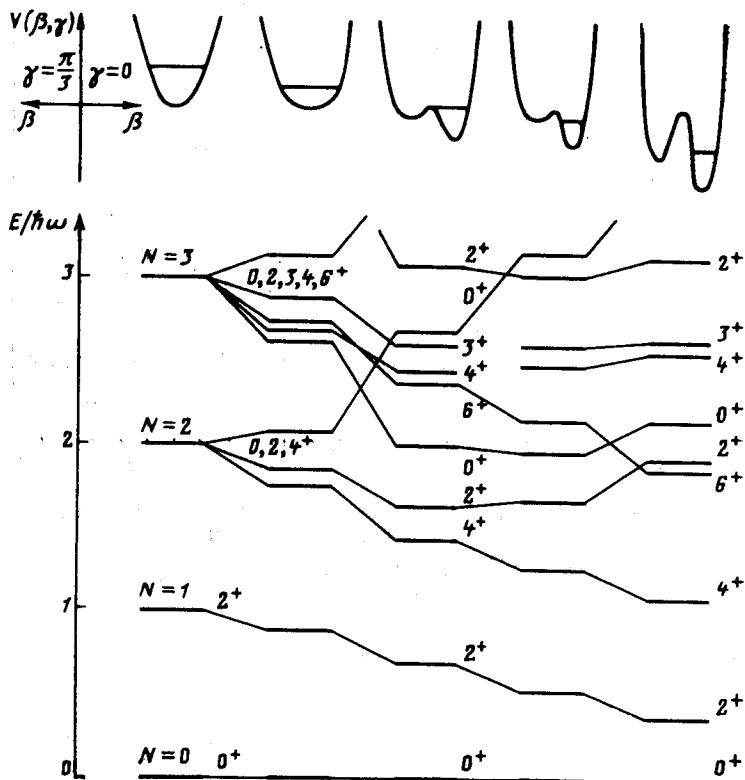


Рис. 15. Ядерные спектры вибрационного,  $\gamma$ -неустойчивого и вращательного типов [82]:  
вверху изображен вид потенциальной энергии  $V(\beta, \gamma)$  для вытянутой ( $\gamma = 0$ ) и сплюснутой ( $\gamma = \pi/3$ ) формы ядра и уровни нулевых колебаний

трехфононным. Примером этого может служить  $0^+$ -уровень с энергией 1,760 МэВ в ядре  $^{134}\text{Ba}$ . Для него экспериментально измеренное отношение одноквантового  $E2$ -перехода на  $2_2^+$ -состояние к двухквантому  $B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_2^+)/B(E2; 0_1^+ \rightarrow 2_1^+) = 28$  [83]. Большое наблюдаемое значение отношения  $X(E0/E2) \approx 2,9$  подтверждает эту интерпретацию. Для следующих  $0^+$ -уровней в этом ядре  $X(E0/E2) \leq 10^{-2}$ .

В четно-четных ядрах с  $N \approx 40$  или  $Z \approx 40$  экспериментальные данные указывают на резкое понижение энергии возбуждения  $0_2^+$ -уровня (см. рис. 9). В ядрах  $^{72}\text{Ge}$ ,  $^{90}\text{Zr}$ ,  $^{98}\text{Mo}$  он является первым возбужденным состоянием, подобно магическим ядрам  $^{68}\text{Ni}$  и  $^{90}\text{Zr}$ . Для объяснения этой аномалии на микроскопическом уровне использовались оболочечные расчеты [84], но наиболее плодотворной оказалась модель со смешиванием двухфононного (четырехквазичастичного)  $0^+$ -состояния парными вибрациями. В широком круге ядер,

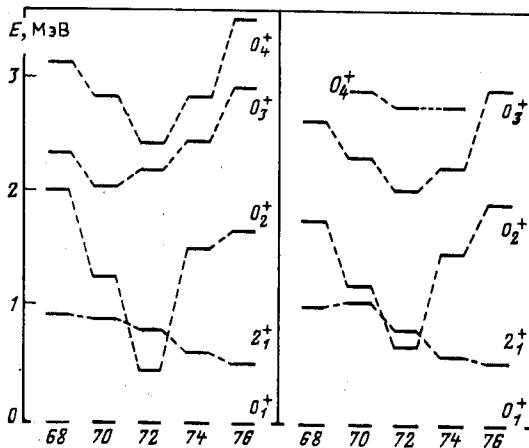


Рис. 16. Энергии первых  $2^+$ -уровней и  $0^+$ -уровней в изотопах Ge [86]: слева — результаты расчета; справа — экспериментальные данные

от  $^{66}\text{Zn}$  до  $^{122}\text{Sn}$ , получено хорошее согласие с экспериментом для энергий монопольных состояний и величин  $B(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  и  $\rho(E0; 0_2^+ \rightarrow 0_1^+)$  [85]. На рис. 16 результаты расчетов энергий  $E(2_1^+)$  и  $E(0_n^+)$  для изотопов Ge сравниваются с экспериментальными данными [86]. Примесь монопольного фонона парных вибраций в волновой функции необходима для воспроизведения наблюдаемых вероятностей электромагнитных переходов и амплитуд двухчастичных передач. Рассчитанная форма поверхности этих ядер является переходной от вытянутой к сплюснутой, что согласуется с представлениями коллективной модели.

Феноменологически особенности спектров переходных ядер, обнаруживающих как вибрационные, так и вращательные свойства, описываются моделью с «внедренными» аналоговыми состояниями, отвечающими разной равновесной деформации. В ядрах, имеющих мало валентных нуклонов одного типа (вблизи магических чисел 40 или 50), их число может возрастать за счет переходов через оболочку. Энергетически это компенсируется остаточным взаимодействием. Такие  $2p2h$ -возбуждения, в простейшем случае, дают возможность

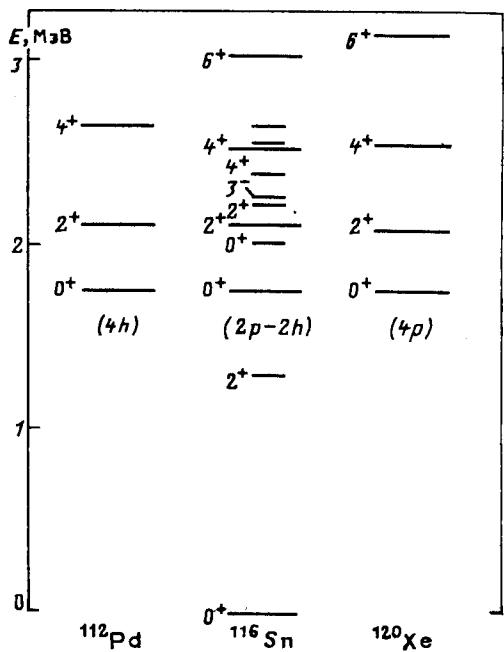


Рис. 17. Основные вращательные полосы в  $^{112}\text{Pd}$  и  $^{120}\text{Xe}$  и внедренные аналоговые состояния в  $^{116}\text{Sn}$  [90]:

энергии основных состояний деформированных ядер приведены к энергии первого возбужденного  $0^+$ -состояния в  $^{116}\text{Sn}$ : вибрационные уровни обозначены более короткими линиями

говорить о сосуществовании форм в ядрах  $fpg$ -оболочки [87]. При этом, подобно тому как это имеет место в магических ядрах, основное состояние обычно имеет почти сферическую форму, а первое возбужденное  $0_2^+$ -деформировано и является основанием вращательной полосы. В ядрах  $^{74}, ^{76}\text{Kr}$  ситуация обратная: деформировано основное состояние [88].

Идея сосуществования форм получила сильную экспериментальную поддержку в четных изотопах олова. В них первые  $0^+$ -состояния сильно возбуждаются в реакциях ( $^3\text{He}, n$ ), что позволяет их интерпретировать как протонную  $2p2h$ -конфигурацию. Эти состояния являются основаниями вращательных полос, возбуждающихся в ( $\alpha$ ,  $2n$ )-реакциях. Детальное спектроскопическое исследование этих изотопов обнаруживает сложную смесь протонных  $2p2h$ -конфигураций с квадрупольными вибрациями сферического кора [89].

Если идея «внедренных» состояний правильна, то в данном ядре должен наблюдаться класс  $2p2h$ -возбуждений, которые содержат те же самые корреляции, как в основной полосе соседних ядер, имеющих четыре частицы или дырки сверх заполненной оболочки. Так, например, в ядре  $^{116}\text{Sn}$  с 16 валентными нейtronами должны наблюдаться протонные  $2p2h$ -возбуждения, имеющие структуру (энергии, вероятности переходов и т. п.), подобную основным полосам в  $^{112}\text{Pd}$  и  $^{120}\text{Xe}$ . На рис. 17 приведены спектры этих ядер. Хорошо видно, что после выделения «внедренных» аналоговых состояний остаются уровни только вибрационного типа. Это, по-видимому, и объясняет использованную терминологию. Подобная систематика имеет место для ядер  $^{110}\text{Ru}$ ,  $^{114}\text{Cd}$ ,  $^{118}\text{Te}$  и  $^{122}\text{Ba}$  [90].

Анализ сечений реакций ( $^6\text{Li}, d$ ) и ( $d, ^6\text{Li}$ ), идущих в основное и первое возбужденное  $0^+$ -состояние изотопов Ge, показал, что в волновой функции внедренного  $0^+$ -состояния ядра  $^{72}\text{Ge}$  имеется

большая компонента, соответствующая  $\alpha$ -частичному возбуждению [91]. Короткодействующие корреляции притяжения в этом состоянии дают дополнительный выигрыш в энергии и объясняют понижение соответствующего уровня. Амплитуда примеси  $\alpha$ -частичной компоненты, независимо определенная по сечениям реакций  $\alpha$ - и  $2n$ -передач, хорошо согласуется с наблюдаемым значением матричного элемента  $E0$ -перехода в основное состояние.

В последнее время для описания свойств переходных ядер большое распространение получила модель взаимодействующих бозонов (см., например, [92, 93]). В этой модели уровни положительной четности рассматриваются как возбуждения в газе взаимодействующих бозонов. Феноменологически можно ограничиться лишь монопольным ( $s$ ) и квадрупольными ( $d$ ) коллективными бозонами, в соответствии с симметрией нижайших возбужденных состояний и с учетом определяющей роли квадрупольных поверхностных и монопольных парных вибраций.

Нормированное бозонное состояние для  $2N$  валентных нуклонов (в простейшей версии модели различия между нейтронами и протонами не делается):

$$|N; \beta, \gamma\rangle = [N! (1 + \beta^2)^N]^{-1/2} (B^+)^N |0\rangle, \quad (45')$$

где

$$B^+ = s^+ + \beta \left\{ \cos \gamma d_0^+ + \frac{1}{\sqrt{2}} \sin \gamma (d_2^+ - d_{-2}^+) \right\}, \quad (45'')$$

эквивалентно внутреннему состоянию вращательно-вибрационной модели [94]. Преимущество связано с удачной параметризацией, позволяющей выделить  $\gamma$ -нестабильный предел.

Наиболее общий вид гамильтонiana с парными бозонными взаимодействиями

$$H = \epsilon_s s^+ s + \epsilon_d d^+ \tilde{d} + u_0 s^+ s s + u_2 s^+ d^+ \tilde{d}s + v_0 (d^+ d^+ s s + s^+ s^+ \tilde{d} \tilde{d}) + \\ + v_2 \{ [d^+ d^+]_2 \tilde{d}s + s^+ d^+ [\tilde{d} \tilde{d}]_2 \} + \sum_L C_L [d^+ d^+]_L [\tilde{d} \tilde{d}]_L, \quad (46)$$

где  $\tilde{d}_\mu = (-1)^\mu d_{-\mu}$ , а  $\epsilon_s$ ,  $\epsilon = \epsilon_d - \epsilon_s$ ,  $u_{0,2}$ ,  $v_{0,2}$  и  $C_{0,2,4}$  — параметры модели, приводят к простой энергетической поверхности

$$E_N(\beta, \gamma) = \langle N; \beta, \gamma | H | N; \beta, \gamma \rangle = N \epsilon_s + \frac{N \beta^2}{1 + \beta^2} \epsilon + \\ + \frac{N(N-1)}{(1 + \beta^2)^2} \left\{ u_0 + (u_2 + 2v_0) \beta^2 - 2 \sqrt{\frac{2}{7}} v_2 \beta^3 \cos 3\gamma + \right. \\ \left. + \left( \frac{1}{5} C_0 + \frac{2}{7} C_2 + \frac{18}{35} C_4 \right) \beta^4 \right\}, \quad (47)$$

минимумы которой определяют равновесные значения параметров формы ядра. В частности,  $\gamma_0 = 0$ , если  $v_2 > 0$ , и  $\gamma_0 = \pi/3$ , если  $v_2 < 0$ . При  $v_2 = 0$  энергия (47) вообще не зависит от  $\gamma$ . Следова-

тельно, в модели, где не делается различия между нейтронами и протонами и ограничиваются парными взаимодействиями бозонов, ядро может быть либо аксиально-симметричным (вытянутым или сплюснутым), либо  $\gamma$ -нестабильным. Трехосные равновесные формы возникают только при учете взаимодействия между тремя и более бозонами.

Гамильтониан (46) имеет три предельные симметрии, допускающие аналитические решения:

вращательную ( $SU_3$ )

$$H_3 = \kappa_3 Q_3 Q_3, \quad (48')$$

при  $u_0 = 0$  и  $\kappa_3 = \frac{1}{5} \varepsilon_s = \frac{4}{11} \varepsilon_d = \frac{1}{2} u_2 = v_0 = -\frac{1}{\sqrt{7}} v_2 =$

$= \frac{4}{7} C_0 = -\frac{8}{3} C_2 = 2C_4$  (физически интересен случай  $\kappa_3 < 0$ );

вибрационную ( $SU_5$ )

$$H_5 = \varepsilon_d d^+ \tilde{d} + \kappa_5 d^+ d^+ \tilde{d} \tilde{d}, \quad (48'')$$

если отличны от нуля только  $\varepsilon_d$  и  $C_0 = 5\kappa_5$ ;

$\gamma$ -нестабильную ( $O_6$ )

$$H_6 = \kappa_6 Q_6 Q_6 \quad (48''')$$

при отличных от нуля коэффициентах  $\kappa_6 = \frac{1}{5} \varepsilon_s = \varepsilon_d = \frac{1}{2} u_2 = v_0$  ( $\kappa_6 < 0$ ). Тип ядра в переходной области между этими симметриями определяется отношением характерных параметров в гамильтониане (46). Магическим ядрам, например, соответствует область между  $SU_5$ - и  $O_6$ -пределами. Близость к  $\gamma$ -нестабильному пределу позволила легко объяснить наблюдаемое преимущество распада всех возбужденных  $0^+$ -состояний на  $2_{1}^{+}$ -уровень в изотопах Os относительно смешанного распада на  $2_{1}^{+}$ - и  $2_{2}^{+}$ -уровни в изотопах Pt [92].

Операторы электромагнитных переходов в модели взаимодействующих бозонов строятся по общему правилу для одночастичных тензорных операторов. В частности:

$$M(E0) = \frac{1}{\sqrt{5}} \beta_0 d^+ \tilde{d} + \gamma_0 s^+ s. \quad (49)$$

В табл. 11 результаты расчетов [95] матричных элементов  $\rho(E0)$  сравниваются с экспериментальными данными для ядра  $^{114}\text{Cd}$ .

В предельных случаях модели (48) существуют аналитические выражения для амплитуд двухчастичных передач между основными состояниями ядер [92]:

$$S_0(N \rightarrow N+1) = \begin{cases} \alpha^2 \frac{(N+1)(2N+3)}{3(2N+1)} \left\{ \Omega - N - \frac{4N(N-1)}{3(2N-1)} \right\}, & SU_3, \\ \alpha^2 (N+1) \left( \frac{\Omega}{2} - N \right), & SU_5, \\ \alpha^2 \frac{(N+1)(N+4)}{2(N+2)} \left\{ \Omega - N - \frac{N(N-1)}{2(N+1)} \right\}, & O_6, \end{cases} \quad (50)$$

Таблица 11. Е0-переходы в  $^{114}\text{Cd}$  в модели взаимодействующих бозонов [95]

$I_i^\pi - I_f^\pi$	$\rho_{\text{теор}}(E0)$	$\rho_{\text{эксп}}(E0)$
$0_2^+ - 0_1^+$	0,277	0,164
$0_3^+ - 0_1^+$	0,068	0,039
$0_3^+ - 0_2^+$	0,033	0,020
$2_2^+ - 2_1^+$	0,045	<0,09
$2_3^+ - 2_1^+$	0,16	0,25
$2_3^+ - 2_2^+$	0,05	0,18

где  $\alpha^2$  — нормировочный множитель, отражающий когерентность фермионных пар;  $\Omega$  — максимальное число нуклонов в оболочке. Первые два выражения (50) хорошо описывают наблюдаемые сечения  $(t, p)$ -реакций на изотопах Sm, а третье — на изотопах Os и

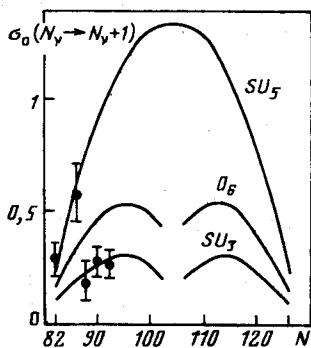


Рис. 18. Зависимость относительного сечения  $(t, p)$ -реакции, идущей в основное состояние изотопов Sm, от числа нейтронов [92]

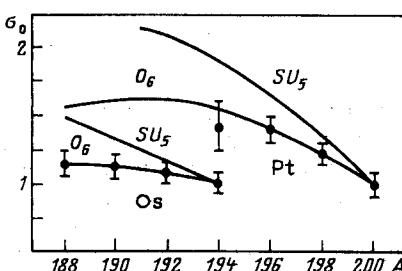


Рис. 19. Относительные сечения  $(t, p)$ -реакции, идущей в основное состояние изотопов Os и Pt [92]

Pt, как это показано на рис. 18, 19. Кроме зависимости от числа бозонов  $N$  выражения (50) дают, что в пределе больших  $N$  амплитуды  $S_0$  для  $SU_5$ - и  $SU_3$ -симметрий существенно различаются. Приведенные на рис. 18 экспериментальные данные иллюстрируют переход от одной симметрии к другой с ростом числа нейтронов. Данные по  $(t, p)$ -реакциям, идущим в основное состояние изотопов Os и Pt (рис. 19), однозначно согласуются с  $O_6$ -пределом. Это подтверждает вывод о  $\gamma$ -нестабильности этих ядер, полученный из анализа их спектров.

Микроскопически построение эффективного бозонного гамильтониана можно провести методом бозонных разложений фермионных

операторов [93, 96]. Модели взаимодействующих бозонов соответствует обрывание возникающего ряда, коэффициенты которого рассматриваются как подгоночные параметры. Буквальная трактовка означает пренебрежение в этой модели взаимодействием в канале частица-дырка, для чего не видно физических оснований [97].

В модели взаимодействующих бозонов возбужденные  $0_2^+$ - и  $2_1^+$ -состояния деформированных ядер имеют структуру, подобную однофононным  $\beta$ - и  $\gamma$ -состояниям. Волновые функции следующих  $0^+$ -состояний не содержат двухквазичастичных или однофононных компонент. С позиций микроскопического подхода эта модель учитывает только ту малую часть двухквазичастичных состояний, которая входит в  $\beta$ - и  $\gamma$ -вibrационные фононы. Однако экспериментальные данные по квазичастичной структуре фононов из ядерных реакций свидетельствуют о больших двухквазичастичных или однофононных компонентах в волновых функциях этих состояний. Более точное описание  $0^+$ -возбуждений можно получить в микроскопической квазичастично-фононной модели ядра [98], согласно которой в волновые функции второго, третьего возбужденных состояний и суммарный вклад однофононных компонент может достигать 80% и более.

### ПАРНЫЕ КОРРЕЛЯЦИИ И МОНОПОЛЬНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ ЯДЕР

Парные корреляции сверхпроводящего типа играют универсальную роль в структуре ядра. Последовательное применение спаривающего взаимодействия к описанию ядерных свойств составляет содержание сверхтекучей модели [10]. Основное состояние четно-четного ядра с развитым спариванием определяется как вакуум квазичастиц,  $\alpha_k |0\rangle = 0$ , соответствующих обобщенному каноническому преобразованию:

$$\alpha_k = \sum_{\lambda} (u_{k\lambda} a_{\lambda} + v_{k\lambda} a_{\lambda}^{\dagger}). \quad (51)$$

Коэффициенты  $u_{k\lambda}$ ,  $v_{k\lambda}$  и квазичастичные энергии  $E_k$  являются решениями системы уравнений Хартри — Фока — Боголюбова:

$$\left. \begin{aligned} E_k u_{k\lambda} &= \sum_{\lambda'} \{(h_{\lambda\lambda'} - \mu \delta_{\lambda\lambda'}) u_{k\lambda'} + \Delta_{\lambda\lambda'} v_{k\lambda'}\}; \\ -E_k v_{k\lambda} &= \sum_{\lambda'} \{(h_{\lambda\lambda'} - \mu \delta_{\lambda\lambda'}) v_{k\lambda'} + \Delta_{\lambda\lambda'} u_{k\lambda'}\}, \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

где  $\mu$  — химический потенциал, определяющий число частиц данного сорта;  $h$  — одиночастичный гамильтониан, определяющий представление, т. е.  $h_{\lambda\lambda'} = e_{\lambda} \delta_{\lambda\lambda'}$ . Поле спаривания

$$\Delta_{\lambda\lambda'} = -\frac{1}{2} \sum_{vv'} \Gamma_{\lambda\lambda', vv'}^{\xi} \sum_h u_{hv} v_{hv'}, \quad (53)$$

где  $\Gamma^{\xi}$  — эффективное взаимодействие в канале частица-частица.

Подавляющее большинство расчетов выполнено в приближении «константного» спаривания:

$$\Gamma_{\lambda\lambda',vv'}^{\xi} = -G\delta_{\lambda'\bar{\lambda}}\delta_{v'\bar{v}}, \quad (54)$$

которое привлекает своей простотой. Система уравнений (52) в этом приближении переходит в уравнение парных корреляций с постоянным полем спаривания  $\Delta$ , а условие (53) — в уравнение для определения этой постоянной. Как отмечалось уже в одной из пионерских работ [99], использование взаимодействия (54) допустимо только при описании основного состояния ядра и фермиевской (квазичастичной) ветви возбуждений, для бозонной ветви оно незаконно. Это связано с нарушением ядерных симметрий в приближении константного спаривания, в частности калибровочной (градиентной) симметрии [59, 100], обеспечивающей сохранение числа частиц.

В сферических ядрах для правильного микроскопического описания свойств колебательных  $2^+$ - и  $3^-$ -состояний необходим учет частично-частичных сил наравне с частично-дырочными [101], но взаимодействие (54) не дает динамического вклада в состояния с нулевым спином. Его учет в задаче о ядерном дипольном резонансе приводит к заметным нефизическим эффектам в сечениях фотопоглощения [102]. Приближение (54) отвечает нулевому угловому моменту пары (монопольное спаривание), в деформированных ядрах это слишком сильное условие — необходимым является равенство нулю только проекции момента пары на ось симметрии.

Простейшие способы конструирования эффективных двухчастичных взаимодействий с учетом условий симметрии описаны в [103, 104]. Так, например, соответствующее условие позволяет дополнить спаривающее взаимодействие (54) сепарабельными членами, которые, не изменяя одночастичной картины, восстанавливают его калибровочную инвариантность. При этом в спектре возбуждений ядра появляется новая ветвь коллективного движения —  $T$ -нечетные флуктуации спаривания [59, 80]. Эти дополнительные члены во взаимодействии имеют смысл мультипольного спаривания, которое независимо вводилось в теорию феноменологически для объяснения особенностей в сечениях реакций двухчастичных передач с возбуждением нижайших коллективных состояний как сферических [105], так и деформированных ядер [106, 107]. Одновременно введение мультипольного спаривания улучшает описание энергетики и вероятностей переходов для нижайших возбужденных состояний сферических ядер [108].

Простейшим взаимодействием, отвечающим требованиям трансляционной и ротационной инвариантности, является

$$\Gamma^{\xi} = -g\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \quad (55)$$

с одной универсальной константой  $g$  [109] вместо двух констант  $G_{n,p}$  для нейтронов и протонов в модели с константным спарива-

нием. Локальность взаимодействия (55) автоматически обеспечивает калибровочную инвариантность теории при учете всех его матричных элементов, входящих в условие согласования (53). Это приводит к недиагональности поля спаривания на одночастичном базисе, которая отражает его мультипольную природу. Силовые константы для всех мультипольностей в (55) одинаковы, что совпадает с результатами феноменологического анализа [105]. При этом каждое квазичастичное состояние фрагментировано по одночастичным, что согласуется с наблюдаемыми спектроскопическими факторами реакций однонуклонных передач [110]. Недиагональность и сильная зависимость поля спаривания от состояния в этом подходе устраняют нефизическое сгущение одноквазичастичных состояний вблизи основного состояния нечетного ядра, характерное для традиционного подхода [8]. В табл. 12 приведены диагональные компоненты  $\Delta_{\lambda\bar{\lambda}}$

Таблица 12. Зависимость поля спаривания от состояния [110]

Состояние	$\Delta_{\lambda\bar{\lambda}}, \text{МэВ}$	$\Delta_k, \text{МэВ}$
1/2 [521]	0,932	1,019
7/2 [633]	0,951	1,019
5/2 [512]	0,987	0,926
5/2 [523]	0,928	1,190
7/2 [514]	0,983	1,158
1/2 [651]	1,015	0,858
5/2 [642]	1,017	1,110

поля спаривания и эффективные параметры  $\Delta_k$ , определенные из соотношения  $E_k^2 = (e_k - \mu)^2 + \Delta_k^2$  по рассчитанным значениям  $E_k$  и  $\mu$  в ядре  $^{168}\text{Er}$ . Более сильная зависимость величин  $\Delta_k$  от состояния, связанная с вкладом в  $E_k$  недиагональных компонент  $\Delta_{\lambda\lambda'}$ , качественно согласуется с результатами феноменологического анализа одноквазичастичных энергий [111]. Аналогичные результаты получаются в модели с проектированием по числу частиц [112].

Как уже отмечалось [75], в деформированных ядрах самосогласованные по каналу частица-дырка расчеты показали необходимость выхода за рамки приближения константного спаривания. Самоогласованное рассмотрение спаривания (учет принципов инвариантности) позволило хорошо описать энергетику нижайших  $0^+$ -возбуждений в деформированных ядрах редкоземельной области с одним универсальным параметром квадрупольных сил [113]:

$$\chi(0^+) = 61 A^{-7/3} \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^{-4}, \quad (56)$$

близким к значению, полученному из условия согласования квадрупольного взаимодействия с потенциалом среднего поля, входящего в гамильтониан  $h$ . Интерференция парной ветви с квадруполь-

ными вибрациями приводит к большой примеси парной компоненты в волновых функциях нижайших  $0^+$ -состояний, что согласуется с результатами других расчетов [81, 107] и данными экспериментов по возбуждению этих состояний в реакциях двухчастичных передач. При этом достаточно хорошо описываются вероятности  $E0$ - и  $E2$ -переходов без введения эффективных зарядов [113], как показано в табл. 13.

Таблица 13. Свойства низколежащих монопольных состояний деформированных ядер [113]

Ядро	$E(0^+)$ , МэВ		$B(E2)$ , $e^2 \cdot \text{фм}^4$		$\rho(E0; 0^+ - 0_1^+)$		$X(E0/E2)$	
	Теория	Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория	Эксперимент	Теория	Эксперимент
$^{158}\text{Dy}$	0,958	0,990	224	>77	0,16	>0,08	0,20	0,08 (3)
	1,708	1,665	9	—	0,13	—	3,04	—
	2,013	—	1	—	0,01	—	0,06	—
	1,246	1,246	352	>13	0,20	>0,02	0,22	0,14 (2)
$^{164}\text{Er}$	1,246	1,246	352	>13	0,20	>0,02	0,22	0,14 (2)
	1,664	1,702	2	—	0,12	—	12,2	0,39 (6)
	1,960	1,766	215	—	0,19	—	0,33	0,64 (11)
	1,991	1,842	21	—	0,05	—	0,20	2,34 (70)
$^{168}\text{Yb}$	2,117	2,173	22	—	0,02	—	0,05	0,88 (18)
	0,936	1,156	1016	>1	0,47	>0,01	0,42	0,11 (2)
	1,188	1,197	387	<1	0,28	>0,04	0,39	0,51
	1,718	1,543	2	<1	0,10	>0,01	8,07	>3,1
$^{178}\text{Hf}$	1,877	1,904	17	—	0,05	—	0,27	—
	0,993	1,199	617	<20	0,21	—	0,15	0,18 (2)
	1,571	1,434	213	270	0,16	—	0,25	0,11 (1)
	1,718	1,772	6	—	0,06	—	1,12	0,57 (16)
	1,850	1,817	12	—	0,03	—	0,13	—

Согласно оценкам [114], наиболее коллективизированное  $0^+$ -состояние ветви когерентных флуктуаций спаривания должно лежать в районе двухквазичастичного порога ( $E \approx 2\Delta$ ) и характеризоваться аномально малой вероятностью  $E2$ -перехода, следовательно, должно иметь большое значение  $X(E0/E2)$ . Расчеты в модели с самосогласованным спариванием [115] подтвердили, что « $X$ -аномалия», обсуждавшаяся во введении, в деформированных ядрах с развитым спариванием связана именно с этой ветвью ядерных возбуждений. Как видно из рис. 20, расчеты в модели с константным спариванием не дают  $0^+$ -состояний с большими  $X(E0/E2)$ .

В приближении искаженных волн для прямого одноступенчатого механизма реакции когерентные свойства сечений двухнуклонных передач определяются спектроскопическими факторами [61, 116]:

$$\hat{S}_n(A) = |\langle n, A | \hat{T} | 0, A \mp 2 \rangle|^2, \quad (57)$$

где  $\hat{T}^\pm$  — операторы срыва или подхвата двух частиц. Для реакций, идущих в основное состояние конечного ядра, справедливо свойство симметрии

$$\bar{S}_0(A) = \hat{S}_0^+(A+2), \quad (58)$$

которое хорошо выполняется на экспериментальных сечениях. Обычно при расчетах пренебрегают различием в свойствах основных

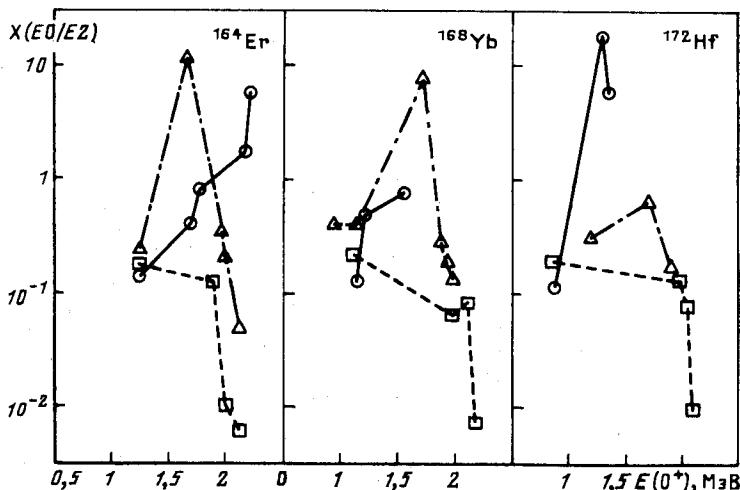


Рис. 20. Отношение  $X(E0/E2)$  как функция энергии возбуждения  $0^+$ - уровня [115]:

○ — экспериментальные значения;  $\Delta$  — расчет в модели с самосогласованным спариванием;  $\square$  — то же в модели с константным спариванием

состояний соседних ядер. В приближении константного спаривания (54) это приводит к хорошо известному результату:

$$\bar{S}_0^{(0)} = \hat{S}_0^{(0)} = \{2\Delta/G\}^2, \quad (59)$$

где  $\Delta$  — соответствующая величина поля спаривания, которая согласуется с (58), только если величины  $\hat{S}_0^{(0)}$  не зависят от  $A$ , что, вообще говоря, противоречит экспериментальным данным. Различие величин  $\hat{S}_0$  связано с неоднородностью одночастичного спектра около Ферми-поверхности и особенно заметно на краях области деформации.

В модели с самосогласованным спариванием две ветви когерентных флуктуаций спаривания,  $T$ -четная и  $T$ -нечетная, приводят к асимметрии спектроскопических факторов реакций, идущих с возбуждением монопольных состояний ядер [110]. Аналогичные

Рис. 21. Факторы запрета  $\alpha$ -распада на первое возбужденное  $0^+$ -состояние [120]:  
 ○ — экспериментальные значения;  $\Delta$  — расчет в модели с подвижным базисом;  $\square$  — результаты традиционных расчетов

результаты получены в модели спаривание плюс квадрупольные силы с проектированием по числу частиц [117] и в модели с «подвижным базисом» [118], учитывающей изменение поля спаривания при возбуждении. Включение дополнительных  $T$ -нечетных компонент частично-дырочного взаимодействия (спин-квадрупольного [79], например) с подгоночными параметрами может привести эти результаты в количественное согласие с экспериментом, хотя основную роль в формировании ядерных  $0^+$ -состояний должен играть канал частица-частица.

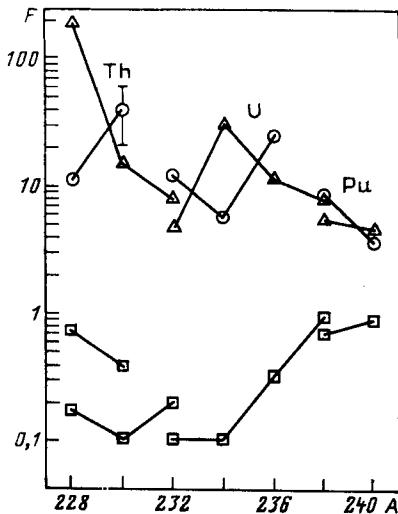
Расчеты в приближении константного спаривания (54) сталкиваются с серьезными трудностями при описании факторов запрета  $\alpha$ -распада на низколежащие  $0^+$ -состояния. Известно, что наблюдаемая скорость  $\alpha$ -распада на первое возбужденное  $0^+$ -состояние в тяжелых деформированных ядрах меньше скорости  $\alpha$ -распада на основное состояние [119]. Теоретические скорости  $\alpha$ -распада на  $\beta$ -вibrационное состояние, рассчитанные в традиционном подходе, оказываются, наоборот, больше. Здесь важную роль играет условие сохранения среднего числа частиц в динамически деформируемой системе [120]. Это условие удовлетворяется учетом остаточного взаимодействия в канале частица-частица, которое соответствует изменению химического потенциала  $\mu$  при возбуждении. Фактор запрета  $\alpha$ -распада на возбужденное  $0^+$ -состояние

$$F = \left\{ \frac{\delta\Delta_n}{\Delta_n} + \frac{\delta\Delta_p}{\Delta_p} \right\}^{-2}, \quad (60)$$

где  $\delta\Delta_p, n$  — изменения парного поля при возбуждении, вычисляемые в приближении случайных фаз. На рис. 21 результаты расчетов сравниваются с имеющимися экспериментальными данными.

### ВОЗБУЖДЕНИЕ ЯДРА ПРИ РАСПАДЕ СВЯЗАННОГО МЮОНА

Как показано в [121], низколежащие монопольные состояния ядра могут возбуждаться при распаде мюона, находящегося на  $K$ -орбите мезоатома. Расчет вероятности такого процесса существенно зависит от модельных представлений о структуре нижайших



ядерных  $0^+$ -состояний. Поэтому экспериментальное исследование этого процесса, имеющее самостоятельную ценность, представляет интерес и для теории.

Большая энергия электрона, образовавшегося при  $\mu$ -распаде, позволяет считать, что он мгновенно покидает пределы атома, и пренебречь взаимодействием в конечном состоянии. Нормированная на один акт распада вероятность возбуждения ядра в приближении «встряски»

$$w_n = |\langle 0_n^+ | V | 0_1^+ \rangle|^2 / E^2 (0_n^+) \quad (61)$$

определяется свойствами монопольных состояний. Оператор

$$V = -e^2 \sum_p \left\{ \frac{1}{r_p} \int_0^{r_p} r^2 \Phi_K^2(r) dr + \int_{r_p}^{\infty} r \Phi_K^2(r) dr \right\} \quad (62)$$

действует только на протоны, где  $\Phi_K(r)$  — радиальная часть волновой функции мюона на  $K$ -орбите мезоатома. Он описывает кулоновское взаимодействие мюона с протонами ядра с учетом эффекта проникновения. При распаде мюона это взаимодействие «мгновенно» выключается, что и ведет к возбуждению ядра.

Матричные элементы оператора  $V$ , входящие в вероятность (61), подобны соответствующим величинам  $\rho(E0)$  [115]. Это может быть использовано для безмодельной оценки сверху вероятностей (61) по экспериментальным значениям  $\rho_n(E0)$  и  $E(0_n^+)$ :

$$w_n \lesssim w_n^{(0)} = \{e^2 R_0^2 \Phi_K^2(0) \rho_n(E0)\}^2 / 36 E^2(0_n^+). \quad (63)$$

В табл. 14 эта оценка приводится для первых возбужденных  $0^+$ -состояний различных ядер. При микроскопическом расчете вероятно-

Таблица 14. Оценка вероятности возбуждения нижайших  $0^+$ -состояний при распаде связанного мюона

Ядро	$E(0^+)$ , МэВ	$\rho(E0)$	$w^{(0)} \cdot 10^6$
$^{42}\text{Ca}$	1,837	0,33	<1
$^{72}\text{Ge}$	0,690	0,10	5
$^{72}\text{Se}$	0,937	0,30	32
$^{88}\text{Sr}$	0,216	0,23	652
$^{114}\text{Cd}$	1,134	0,16	28
$^{152}\text{Sm}$	0,685	0,23	397
$^{154}\text{Gd}$	0,681	0,30	782
$^{174}\text{Hf}$	0,828	0,22	390
$^{240}\text{Pu}$	0,862	>0,13	>262

стей (61) необходимо заботиться об ортогональности волновых функций монопольных состояний, так как при возбуждении работает только пространственное изменение потенциала (62) внутри ядра.

Такой расчет [122] дал близкий к оценке (63) результат для  $0_2^+$ -состояний и позволил проследить влияние структуры более высоких монопольных состояний на вероятности возбуждения. Малость вероятности возбуждения ядра при распаде связанного мюона согласуется с тем фактом, что при экспериментальном изучении  $2s2p$ -перехода в мезоатоме  $^{68}\text{Zn}$  не было обнаружено динамического  $E0$ -возбуждения ядра [123].

В настоящее время ведется экспериментальный поиск возбуждения ядра при распаде связанного мюона. Опытная установка предполагает регистрацию  $\gamma$ -квантов ядерного перехода из возбужденного  $0^+$ -состояния в совпадении с быстрыми электронами от  $\mu$ -распада. К ней предъявляются чрезвычайно жесткие требования по временному разрешению, она должна отделять мгновенное рентгеновское излучение, сопровождающее атомные переходы мюона, от задержанных на время его жизни ядерных  $\gamma$ -квантов. При выборе ядра-мишени, кроме оценки (63), следует руководствоваться возможностью конверсионной разрядки возбужденного  $0^+$ -уровня. В табл. 15 рассмотрены отношения вероятностей конверсионной

Таблица 15. Вероятности конверсионной и радиационной разрядки ядерных  $0_2^+$ -уровней

Ядро	$E(0_2^+)$ , МэВ	$E(2_1^+)$ , МэВ	$X(E0/E2)$	$w_e(E2)/w_\gamma(E2)$	$w_e(E0)/w_\gamma(E2)$
$^{152}\text{Sm}$	0,685	0,122	0,11	0,01	0,02
$^{232}\text{U}$	0,695	0,048	0,17	0,02	0,96

разрядки  $0_2^+$ -уровней  $w_e(E0; 0_2^+ \rightarrow 0_2^+)$  и  $w_e(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  к вероятности радиационного перехода  $w_\gamma(E2; 0_2^+ \rightarrow 2_1^+)$  в двух ядрах, сильно отличающихся зарядом  $Z$ . Элементарные выкладки с использованием таблиц коэффициентов конверсии показывают, что если  $0_2^+$ -уровень в  $^{152}\text{Sm}$  будет разряжаться преимущественно  $\gamma$ -квантами, то  $0_2^+$ -уровень в  $^{232}\text{U}$  с такой же примерно энергией будет почти полностью конвертироваться. В результате этих расчетов следует признать оптимальным выбор в качестве мишени ядер Sm или Gd.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Несомненно, что получение хорошего количественного согласия теоретического описания с экспериментальными данными является важным как для теории, так и в плане постановки новых экспериментов. Современные модели могут объяснить ядерные свойства в довольно широких пределах, указать области, в которых требуется

значительное продвижение в качественном понимании, а также задачи, предназначенные для подробных расчетов. Это целиком относится к проблеме ядерных монопольных возбуждений.

К настоящему времени установлено, что в формировании возбужденных  $0^+$ -состояний четно-четных атомных ядер могут принимать участие следующие основные моды ядерного движения. В первую очередь, это частично-дырочные возбуждения, характерные для легких ядер, или двухквазичастичные — для ядер с развитым спариванием. Для этой моды свойственны слабые  $E0$ -переходы, отражающие малую поляризацию ядра и радиальное перераспределение заряда при возбуждении. Остаточное взаимодействие может приводить к коллективизации состояний этого типа, когда в волновую функцию дают вклад большое число соответствующих компонент. Здесь следует отметить гигантские монопольные резонансы и ветви парных колебаний. Когерентность этих состояний проявляется соответственно в больших амплитудах  $E0$ -перехода и передаче пары частиц в основное состояние. Существующая теория способна дать вполне адекватное количественное описание этих состояний.

Более сложные  $2p2h$ -возбуждения характерны для легких ядер с  $N \neq Z$  и ядер с заполненными оболочками. Такие возбуждения в протонной системе приводят к  $0^+$ -состояниям, связанным с основными  $E0$ -переходами с амплитудой порядка  $\rho_0(E0)$ . Поляризация сферических ядер средней атомной массы при  $2p2h$ -возбуждениях может быть весьма значительной, вплоть до изменения равновесной формы. В этом случае в спектре наблюдается ветвь «внедренных» состояний, по свойствам аналогичных основной вращательной полосе соседних деформированных ядер. В этом направлении представляется перспективным проведение систематических самосогласованных расчетов, которые позволят выяснить детали «возникновения» ядерной деформации.

Монопольные возбуждения могут быть связаны с возникновением или изменением относительного движения  $\alpha$ -кластеров в ядрах. Эта мода является следствием короткодействующих корреляций в сложных частично-дырочных конфигурациях ( $4p\ 4h$ , например) и характеризуется в легких ядрах сильными  $E0$ -переходами. Здесь теория в рамках специфических моделей способна дать количественное описание.

На макроскопическом уровне монопольные состояния описываются вибрационной моделью. Однофононные  $0^+$ -состояния наблюдаются в деформированных ядрах (когерентные двухквазичастичные конфигурации), двухфононные квадрупольного и октупольного типов — в сферических и, наконец, трехфононные — в переходных. Неадиабатичность поверхностных колебаний приводит к значительному ангармонизму в ядерных спектрах, без учета которого невозможно получить количественного описания. Первым шагом в этом направлении является феноменологическая модель взаимодействующих бозонов. Чрезвычайно интересным было бы микроско-

ническое вычисление параметров этой модели на основе самосогласованного подхода.

Экспериментальное исследование монопольных возбуждений встречает ряд специфических трудностей, вызванных сравнительно слабым возбуждением  $0^+$ -уровней, малыми значениями отношения  $E0/E2$ -разветвления, другими неучтенными каналами реакций. Основными источниками больших неопределенностей в экспериментальной информации о  $E0$ -переходах являются недостаточное энергетическое разрешение спектрометров и использование неполных или неправильных схем распада, а также оценок величин  $B$  ( $E2$ ) или других матричных элементов (вместо измерения) при вычислении значений  $\rho$  ( $E0$ ) и  $X$  ( $E0/E2$ ). Можно надеяться, что развитие экспериментальных методов даст качественно новую информацию о монопольных возбуждениях ядер и стимулирует дальнейшие теоретические исследования в этом направлении.

В заключение нам приятно поблагодарить И. А. Кондурова за постоянное внимание и поддержку. Мы благодарны Н. И. Пятову за интерес к этой работе и полезные обсуждения, а также участникам семинаров, где она докладывалась, за доброжелательную критику, которую мы старались учсть.

#### ПРИЛОЖЕНИЕ. ОЦЕНЕННЫЕ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ

Наиболее полная компиляция экспериментальных данных по  $0^+$ -состояниям и  $E0$ -переходам в четно-четных атомных ядрах с указанием источника хранится на магнитных лентах Центра данных ЛИЯФ и постоянно пополняется [11]. Здесь приводятся основанные на этой информации таблицы оцененных данных, включающие энергию уровней, матричные элементы  $E0$ -переходов и отношения  $X$  ( $E0/E2$ ), по состоянию на середину 1985 г. В табл. П1 приведены энергии  $0^+$ -уровней и характеристики  $E0$ -переходов в основное состояние. Ядра, для которых экспериментально определены только энергии  $0^+$ -уровней, а информация о монопольных переходах отсутствует, в табл. П1, как правило, не включались. Опущены также некоторые  $0^+$ -уровни, распадные характеристики которых не определены. Данные о  $E0$ -переходах между возбужденными  $0^+$ -состояниями или состояниями с ненулевыми спинами приведены в табл. П2.

Оценка экспериментальной информации проводилась по общепринятому рецепту. Одиночные экспериментальные данные перенесены без изменения. Независимые экспериментальные значения  $x_i$  какой-либо величины с перекрывающимися погрешностями усреднялись между собой:  $\bar{x} = \sum_{i=1}^N x_i/N$ . Новая погрешность определялась статистически:  $\Delta x = \left\{ \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2/N \right\}^{1/2}$ . В таблицах оцененные значения отмечены звездочкой. Неперекрывающиеся экс-

Таблица П1. Наблюдаемые энергии  $0^+$ -уровней и характеристики  $E0$ -переходов в основное состояние четно-четных ядер

Ядро	$E(0^+)$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^4\text{He}$	20,26	0,55 (9)	—
$^{10}\text{Be}$	6,18	0,22	—
$^{12}\text{C}$	7,655	0,72 (2)*	—
$^{10}\text{O}$	14,00	0,36 (8)	—
$^{14}\text{O}$	5,930	—	—
$^{16}\text{O}$	6,052 11,260 12,050 14,035 3,632	0,41 (1)* — 0,48 (3)* 0,41 (3) 0,38 0,61 (7)	— — — — — —
$^{18}\text{O}$	5,33	$\leq 0,45$	—
$^{24}\text{Mg}$	6,432 8,85 9,30 10,40 10,716 3,586 4,965	0,55 (4)* — — — 0,32 (6) 0,24 (2) —	— — — — — — —
$^{28}\text{Si}$	4,975 6,690	0,55 (4)* 0,15 (8)	— —
$^{30}\text{Si}$	3,788	0,10 (1)*	—
$^{32}\text{S}$	3,778	0,69 (7) 0,13 (2)*	— —
$^{34}\text{S}$	3,915	0,10 (1)*	—
$^{36}\text{S}$	3,338	0,09	—
$^{38}\text{Ar}$	3,377	0,43 (4)	—
$^{40}\text{Ca}$	3,353 5,212	0,17 (3)* $<0,06$	— —
$^{42}\text{Ca}$	1,837	0,33 (5)*	0,043 (4)
$^{44}\text{Ca}$	1,884	0,30 (2)*	—
$^{46}\text{Ca}$	2,423	—	—
$^{48}\text{Ca}$	4,272 5,459	0,10 (2)* —	—
$^{54}\text{Fe}$	2,561 4,292	$\leq 0,48$ 0,28 (5)	0,49 (8) 0,65 (18)
$^{58}\text{Ni}$	3,952	—	—
$^{58}\text{Ni}$	2,942 3,531	0,0025 (3) 0,28 (6)	0,84 (18) 0,47 (8)
$^{60}\text{Ni}$	2,285 3,318 3,588	0,03—0,17 0,28 (8) $>0,019$	0,027 (4) 0,49 (8) 2,9 (5)
$^{62}\text{Ni}$	2,048	0,28 (8)	0,028 (5)
$^{64}\text{Zn}$	1,910 2,609	0,062 (4) 0,089 (16)	2,30 (25) 0,03 (1)
$^{66}\text{Zn}$	2,373 3,106	$>0,014$ —	0,047 (8) 5,0 (12)
$^{68}\text{Zn}$	1,656	0,083 (40)	0,033 (6)
$^{70}\text{Zn}$	1,069	0,051 (15)	0,0029 (6)
$^{70}\text{Ge}$	1,215 2,307	0,09 (1) —	0,0042 (3) 0,23 (6)

## Продолжение табл. П1

Идро	$E(0^+)$ , МэВ	$\rho(E0)$	$\chi(E0/E2)$
$^{72}\text{Ge}$	0,690 1,709	0,100 (6)* —	—
$^{72}\text{Se}$	0,937	0,304 (3) 0,176 (60)	—
$^{74}\text{Se}$	0,854	0,16 (2)	0,13 (2)
$^{88}\text{Sr}$	0,216	0,23 (2)	0,035
$^{88}\text{Zr}$	1,521	—	0,0051 (10)
$^{90}\text{Zr}$	1,752	0,058 (2)* 0,0183 (4)	—
$^{92}\text{Zr}$	4,125 1,375	— 0,09 (1)	— 0,020 (2)
$^{94}\text{Zr}$	1,300	0,11 (1)	0,043 (4)
$^{96}\text{Zr}$	1,594	0,086 (2)	—
$^{98}\text{Mo}$	1,148	0,11 (2)	0,008 (2)
$^{98}\text{Mo}$	0,736	0,165 (15)	—
$^{100}\text{Mo}$	0,694	0,215 (28)	0,018 (1)
$^{100}\text{Ru}$	1,130 1,741	0,078 —	0,011 (1) 0,6 (3)
$^{102}\text{Ru}$	0,944	0,092	0,013 (2)
$^{102}\text{Pd}$	1,592	0,07—0,10	>400
$^{104}\text{Pd}$	1,334	0,07 (2)	0,012 (4)
$^{106}\text{Pd}$	1,134 1,56 1,706 2,001 2,278 2,624 2,877 3,082 3,162 3,221 3,320	0,12 (2)* — — — — — — — — —	0,016 (3)* — 0,09 (3) 45 (8)* 0,17 (4) 0,120 (25) 0,07 (2) 1,6 (5) 0,9 (7) 0,05 (1) 0,15 (7)
$^{112}\text{Cd}$	1,224	0,19 (3)	0,026 (1)*
$^{114}\text{Cd}$	1,432 1,134 1,305	0,022 (3) 0,16 (1)* 0,46 (6)* 0,036	1,0 (2) 0,025 (1)* 18 (2)*
$^{112}\text{Sn}$	1,860 2,438 2,554	— — —	0,012 (4) 0,56 (5) 0,58 (9)
$^{114}\text{Sn}$	2,191	$\leq 0,11$	0,046 (8)
$^{116}\text{Sn}$	1,953 2,156 1,757	0,16 (5) $<0,037$ 0,066 (11)	0,042 (8) $<0,01$ 0,023 (7) 0,0086 (18)
$^{118}\text{Sn}$	2,027 1,758 2,057 2,497	0,030 (3) 0,072 (10)* 0,020—0,064 —	0,066 (11) 0,0089 (8)* 0,11 (1)* $<0,035$
$^{120}\text{Sn}$	1,875 2,160	0,051 (7) $<0,17$	0,0070 (18) 0,22 (5)
$^{122}\text{Sn}$	2,089	—	—

## Продолжение табл. П1

Ядро	$E(0^+)$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^{124}\text{Te}$	2,191	—	0,046 (5)
	1,156	—	0,183
	1,657	—	0,067 0,012
$^{128}\text{Te}$	1,883	—	$>3,5$
	2,390	—	$\geqslant 0,6$
$^{130}\text{Xe}$	1,396	—	0,259
	1,794	—	6 (3)
$^{134}\text{Ba}$	2,016	—	100 (50)
	1,761	—	2,93 (38)
	2,337	—	$>0,015$
$^{136}\text{Ba}$	2,379	—	0,0010 (2)
	1,580	—	0,11 (2)
$^{138}\text{Ce}$	1,474	0,05 0,15	0,063 (9)
$^{140}\text{Ce}$	1,902	0,12 (2)	0,051 (8)
	3,017	—	0,17
$^{142}\text{Nd}$	2,217	0,13 (2)	—
$^{144}\text{Sm}$	1,67	$>0,05$	—
$^{148}\text{Sm}$	1,426	—	0,016 (8)
	0,740	0,15 (2)*	0,015 (3)*
$^{150}\text{Sm}$	0,829	—	0,22 (2)
	1,256	—	$\geqslant 0,11$
	0,685	0,23 (3)*	0,11 (2) 0,067 (4)*
$^{154}\text{Sm}$	1,083	$<0,015$	0,035 (17)
	1,096	—	—
$^{146}\text{Gd}$	2,162	0,10 (1)	$>0,02$
	3,016	—	—
$^{150}\text{Gd}$	1,207	—	—
	0,615	0,25 (15)	0,0060 (2)* 0,012 (2)* 0,047 (5) 0,09 (2)* 0,011 (3)
$^{154}\text{Gd}$	1,048	—	0,09 (2)*
	0,681	0,30 (1)*	0,09 (2)*
$^{156}\text{Gd}$	1,182	—	—
	1,049	0,41 (5)* 0,20 (3)*	0,1
$^{158}\text{Gd}$	1,168	0,061 (19)	$<0,018$
	1,715	—	1,5 (3)
	1,851	—	0,17 (5)
$^{158}\text{Dy}$	1,196	—	—
	0,674	—	$>0,06$
$^{158}\text{Dy}$	0,990	$>0,077$	0,08 (3)
	1,280	—	0,27 (8)
$^{160}\text{Dy}$	1,953	—	0,65
	1,127	—	—
	1,400	$<0,04$	0,048 (4)
$^{158}\text{Er}$	0,806	—	0,036 (7)
$^{160}\text{Er}$	0,894	—	—
$^{162}\text{Er}$	1,087	—	0,30 (9)

## Продолжение табл. П1

Ядро	$E(0^+)$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^{164}\text{Er}$	1,420	>0,02	0,081 (74)
	1,246		0,14 (2)*
	1,417		0,26 (7)
	1,702		0,14 (5)
	1,766		0,39 (6)
	1,842		0,069 (23)
	2,173		0,64 (11)*
	2,185		2,34 (70)
	1,460		0,88 (18)
	1,215		1,76 (25)
$^{166}\text{Er}$	1,156	>0,0084 0,035—0,081	4,5 (15)
	1,197		5,56 (184)
$^{168}\text{Er}$	1,340	>0,0063	0,037 (9)
	1,543		—
$^{168}\text{Yb}$	1,069	<0,007 0,14 (3)	0,11 (2)*
	1,229		0,51
	1,480	>1,1	—
	1,566		—
	1,043	0,048 (7) <0,16	0,76
	1,405		>3,1
	1,794		0,003 (1)*
	1,895		0,088 (7)
	1,149		0,129 (16)
	1,305		0,96 (3)*
$^{170}\text{Yb}$	1,487	—	0,93 (14)
	1,884		0,57 (6)*
	0,872	<0,175	0,028 (4)
	1,296		2,81 (31)
	1,336		0,34 (4)
	0,828	0,220 (25)	0,10 (3)
	1,150		—
	1,293		<0,051
	1,199		<0,175
	1,237		0,121 (18)*
$^{172}\text{Hf}$	1,434	—	19 (4)*
	1,444		6,0 (7)*
	1,772	0,22 (5)* 8,3 (10)*	0,18 (1)*
	0,908		0,28 (3)
	1,287		—
	1,434		0,11 (1)*
	1,444		0,066 (7)
	1,772		>0,15
	0,908	0,03 (1)*	0,54 (3)*
	1,435		0,57 (16)
$^{180}\text{W}$	0,908		0,061
	1,435		0,2
$^{182}\text{W}$	—	—	—
	—		—

Продолжение табл. П1

Ядро	$E(0^+)$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^{184}\text{W}$	1,004	0,0019 (4)	0,006 (3)
	1,285	—	—
$^{186}\text{W}$	0,882	—	—
$^{188}\text{Os}$	1,086	$\leq 0,022$	$< 0,0035$
	1,478	—	0,0072
	1,704	—	1,70
	1,765	—	4 (1)
	1,825	—	0,19 (3)*
			0,15
			0,7 (2)
$^{190}\text{Os}$	0,911	—	—
$^{184}\text{Pt}$	0,493	—	0,008 (3)
$^{186}\text{Pt}$	0,472	—	0,0065 (20)
$^{188}\text{Pt}$	0,799	—	0,0090 (15)
$^{190}\text{Pt}$	0,922	—	0,0062 (12)
$^{192}\text{Pt}$	1,195	—	0,022 (3)
$^{194}\text{Pt}$	1,267	—	0,0074 (7)*
	1,479	—	0,44 (6)
	1,547	—	0,020 (4)
	1,890	—	—
	2,086	—	5,6 (3)
	2,164	—	1,5 (3)
$^{196}\text{Pt}$	2,357	—	$> 1,2$
	1,135	—	$< 0,005$
	1,403	—	0,092
	1,823	—	$< 0,03$
	1,918	—	0,060
$^{206}\text{Pb}$	1,166	0,031 (4)*	$> 1,6$
$^{208}\text{Pb}$	4,882	—	—
$^{208}\text{Po}$	1,272	0,030—0,037	$> 0,7$
$^{212}\text{Po}$	1,801	0,037 (3)*	—
$^{214}\text{Po}$	1,415	0,036 (1)	—
$^{228}\text{Th}$	0,831	—	0,83
$^{230}\text{Th}$	0,636	—	0,22 (10)
$^{232}\text{Th}$	0,730	—	0,12 (1)
$^{232}\text{U}$	0,695	—	0,17 (4)
$^{234}\text{U}$	0,810	—	0,50 (8)
$^{236}\text{U}$	0,919	—	—
$^{238}\text{U}$	0,994	—	0,20 (6)
	2,558	0,00003	0,32 (11)
$^{238}\text{Pu}$	0,942	—	0,24
	1,229	—	0,63 (20)
$^{240}\text{Pu}$	0,862	0,43—0,30	0,13
$^{244}\text{Cm}$	0,985	—	0,05 (4)
$^{250}\text{Cf}$	1,154	—	1,5 (2)
	1,267	—	0,27 (3)
			2,5 (3)

\* Оцененные значения.

Таблица П2. Характеристики Е0-переходов между возбужденными состояниями четно-четных ядер

Ядро	$I^\pi$	$E_1$ , МэВ	$\Delta E$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^{112}\text{Cd}$	$0^+$	1,432	0,209	0,09	—
$^{114}\text{Cd}$	$2^+$	1,209	0,651	$<0,09$	$<0,01$
	$0^+$	1,305	0,171	0,020 (1)*	—
	$2^+$	1,364	0,806	0,24 (2)*	$>30$
			0,154	0,18 (1)*	0,032 (6)
	$4^+$	1,732	0,449	0,057	0,12 (2)
	$2^+$	1,842	1,284	—	$<0,2$
			0,633	0,12	0,71 (8)
			0,478	—	$<0,014$
	$4^+$	1,932	0,648	—	0,057 (22)
			0,200	—	$<0,001$
	$2^+$	2,048	0,838	—	$<0,09$
			0,206	—	$<0,6$
	$4^+$	2,152	0,869	—	$<0,11$
			0,420	—	$<0,01$
			0,220	—	$<0,01$
	$3^+$	2,204	0,340	—	0,052 (10)
	$2^+$	2,219	1,661	—	$<0,3$
			0,855	—	$<0,07$
$^{114}\text{Sn}$	$0^+$	2,156	0,203	$<0,36$	0,9 (3)
$^{116}\text{Sn}$	$0^+$	2,027	0,271	0,32 (4)	7,4 (12)
$^{118}\text{Sn}$	$0^+$	2,057	0,299	0,10—0,37	3,4 (15)
$^{120}\text{Sn}$	$0^+$	2,160	0,285	$<1,14$	8,0 (30)
$^{124}\text{Te}$	$2^+$	1,325	0,723	—	0,059
	$0^+$	1,883	0,226	—	5
	$4^+$	1,957	0,709	—	1,04
	$2^+$	2,039	1,437	—	0,21
			0,714	—	0,094
	$2^+$	2,092	1,490	—	5,16
	$2^+$	2,183	1,581	—	2,11
	$2^+$	2,323	1,721	—	7,10
$^{144}\text{Nd}$	$2^+$	1,561	0,864	—	0,25
$^{146}\text{Sm}$	$2^+$	2,103	1,356	—	0,13 (5)
	$2^+$	2,156	1,409	—	0,27 (14)
	$6^+$	2,223	0,411	—	0,025 (10)
	$4^+$	2,532	1,151	—	0,076 (22)
$^{148}\text{Sm}$	$4^+$	1,733	0,553	—	0,014 (7)
	$4^+$	1,895	0,715	—	$>0,085$
	$4^+$	2,327	1,147	—	0,071 (66)
$^{150}\text{Sm}$	$2^+$	1,046	0,712	0,22 (7)	0,05
	$2^+$	1,194	0,860	0,047	—
$^{152}\text{Sm}$	$2^+$	0,810	0,688	0,25 (2)*	0,43 (3)*
	$4^+$	1,023	0,657	0,24 (5)*	0,66 (21)
	$0^+$	1,083	0,398	$<0,09$	—
	$2^+$	1,086	0,964	0,029 (4)	—
	$4^+$	1,372	1,006	0,09 (4)	—
	$8^+$	1,666	0,541	0,205 (60)	—
	$10^+$	2,103	0,495	0,28 (10)	—
$^{150}\text{Gd}$	$2^+$	1,519	0,880	0,105 (18)	0,062 (8)
	$4^+$	1,700	0,412	—	0,010 (10)

## Продолжение табл. П2

Ядро	$I^\pi$	$E_1$ , МэВ	$\Delta E$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^{152}\text{Gd}$	$2^+$	0,931	0,586	—	0,061 (11)
	$4^+$	1,282	0,527	—	0,234 (23)
	$2^+$	1,318	0,973	—	0,088 (11)
			0,387	—	0,31 (8)
$^{154}\text{Gd}$	$2^+$	1,862	0,544	—	0,93 (18)
	$2^+$	0,816	0,693	0,29 (2)*	0,43 (2)*
	$2^+$	0,996	0,873	0,062 (9)	—
	$4^+$	1,048	0,676	0,19 (6)*	0,45 (10)*
	$4^+$	1,265	0,893	0,07 (3)	—
	$6^+$	1,368	0,650	0,25 (2)*	0,34 (8)
	$8^+$	1,756	0,612	$\geq 0,20$	0,48 (15)
	$10^+$	2,194	0,557	—	0,27 (15)
$^{156}\text{Gd}$	$2^+$	1,130	1,040	0,44 (12) 0,23 (5)*	0,49 (5) 0,52 (9)*
	$2^+$	1,258	1,168	$< 0,04$	—
	$4^+$	1,298	1,010	0,22 (3)	0,20 (4) 0,69 (16)
	$4^+$	1,462	1,174	$< 0,12$	—
	$6^+$	1,540	0,956	—	0,48 (8)
	$2^+$	1,828	0,674	—	1,2
	$8^+$	1,848	0,883	—	0,05—0,08
	$3^+$	1,916	0,668	—	1,0
$^{158}\text{Gd}$	$10^+$	2,220	0,804	—	0,06 (3)
	$2^+$	1,260	1,180	0,027 (14)	—
	$2^+$	1,517	1,438	0,16 (6)	—
	$4^+$	1,667	1,406	$< 0,18$	—
$^{158}\text{Dy}$	$2^+$	0,829	0,691	—	0,45 (2)*
	$2^+$	0,891	0,753	—	0,032 (15)
	$4^+$	1,088	0,684	—	0,20 (1)*
	$4^+$	1,161	0,757	—	0,045 (12)
	$6^+$	1,437	0,666	—	0,16 (4)
	$6^+$	1,525	0,754	—	0,085 (26)
	$8^+$	1,859	0,643	—	0,209 (35)
	$8^+$	1,957	0,741	—	0,045 (43)
	$10^+$	2,316	0,591	—	0,181 (41)
	$2^+$	1,085	0,896	—	$> 0,05$
	$4^+$	1,280	0,963	—	0,07 (3)
	$2^+$	0,966	0,879	0,007 (4)	0,0008 (50)
$^{160}\text{Dy}$	$2^+$	0,966	0,879	0,007 (4)	0,0008 (50)
	$2^+$	0,762	0,689	—	0,000023 (5)
	$4^+$	0,916	0,674	—	0,000011 (1)
	$6^+$	1,154	0,653	—	0,000005 (1)
$^{164}\text{Er}$	$2^+$	1,315	1,223	—	0,29 (5)*
	$4^+$	1,470	1,170	—	1,01 (48)
	$2^+$	1,484	1,392	—	0,87 (25)
	$0^+$	1,702	0,456	—	$> 0,09$
	$0^+$	1,766	0,520	—	$> 0,05$
	$2^+$	1,788	1,696	—	0,30 (3) 0,64 (19)
			0,473	—	0,11 (3)
	$2^+$	1,833	1,741	—	0,89 (34)
	$2^+$	1,914	1,819	—	0,65 (21)
	$2^+$	1,955	1,863	—	0,13 (6)

Продолжение табл. П2

Ядро	$I^\pi$	$E_1$ , МэВ	$\Delta E$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^{170}\text{Yb}$	$0^+$	2,173	0,927	—	$0,49(16)$
			0,407	—	$\geq 2,9$
	$2^+$	2,278	2,187	—	$\geq 0,017$
			0,963	—	$0,052(10)$
			0,795	—	$13,9(59)$
					$0,70(31)$
					$0,47(22)$
	$2^+$	1,139	1,054	$\leq 0,022$	—
	$2^+$	1,146	1,061	$\leq 0,01$	$\leq 0,0017$
	$2^+$	1,306	1,221	$0,14(5)$	$0,100(12)$
$^{172}\text{Yb}$	$2^+$	1,534	1,449	—	$0,64(8)$
	$2^+$	1,634	1,549	—	$0,101(13)$
	$2^+$	1,118	1,040	$0,038(6)$	$0,075(20)$
	$4^+$	1,287	1,026	$0,021(16)$	$0,021(4)*$
	$2^+$	1,466	1,388	$0,022(18)$	$0,(07(10)$
	$2^+$	1,477	1,399	—	$0,015(3)$
	$4^+$	1,658	1,397	$0,049(20)$	$0,029(20)$
	$2^+$	1,849	1,771	—	$0,12(3)$
	$2^+$	1,956	1,878	—	$0,03(3)$
	$2^+$	0,900	0,809	$0,23(2)$	—
$^{174}\text{Hf}$	$4^+$	1,062	0,765	$0,20(3)$	—
	$6^+$	1,308	0,699	$0,22(3)$	—
	$2^+$	1,226	1,138	—	$0,9(3)$
	$2^+$	1,379	1,291	—	$0,14(6)$
$^{178}\text{Hf}$	$4^+$	1,390	1,100	—	$1,0$
	$6^+$	1,629	1,032	—	$0,16$
	$8^+$	1,933	0,935	—	$0,10(3)$
	$10^+$	2,295	0,814	—	$0,10(2)$
	$2^+$	1,277	1,183	—	$0,09(4)$
	$4^+$	1,450	1,144	—	$0,04(2)$
	$2^+$	1,496	1,402	—	$1,56(15)$
	$2^+$	1,562	1,468	—	$0,34(5)$
	$6^+$	1,731	1,099	—	$0,23(2)$
	$2^+$	1,818	1,724	—	$0,16(2)$
$^{182}\text{W}$	$4^+$	1,956	1,650	—	$0,53(4)$
	$2^+$	1,222	1,121	$0,019(11)$	$0,37(4)$
	$2^+$	1,258	1,157	$0,049(6)$	$0,0046(11)$
	$4^+$	1,442	1,113	—	$0,090(24)*$
$^{184}\text{W}$	$2^+$	0,904	0,793	$\leq 0,021$	$0,011(5)$
	$2^+$	1,121	1,010	$0,044(12)$	$\leq 0,0017$
	$2^+$	0,633	0,478	$0,022(10)$	$0,095(19)$
$^{188}\text{Os}$	$2^+$	0,557	0,371	$< 0,030*$	—
$^{190}\text{Os}$	$2^+$	0,841	0,679	—	$0,0004(17)$
$^{184}\text{Pt}$	$2^+$	0,799	0,607	—	$\geq 0,13$
$^{188}\text{Pt}$	$2^+$	0,606	0,340	—	$0,014(2)$
$^{190}\text{Pt}$	$2^+$	1,115	0,849	—	$\leq 0,0011$
$^{190}\text{Pt}$	$2^+$	0,598	0,302	—	$\geq 0,50*$
					$\leq 0,0001$

Продолжение табл. П2

Ядро	$I^\pi$	$E_1$ , МэВ	$\Delta E$ , МэВ	$\rho(E0)$	$X(E0/E2)$
$^{192}\text{Pt}$	$2^+$	1,204	0,908	—	0,071 (28)
	$2^+$	0,612	0,296	0,016 (1)* 0,004 (5)	0,000013 (10)
$^{194}\text{Pt}$	$2^+$	1,439	1,123	—	$\geq 0,25$
	$2^+$	1,576	1,260	—	0,025 (5)
	$2^+$	0,622	0,293	0,0109 (66)	—
	$2^+$	1,512	1,183	—	0,022 (9)
			0,890	—	0,022 (15)
	$2^+$	1,623	1,294	—	0,24 (9)
$^{196}\text{Pt}$			1,001	—	0,024 (12)
	$2^+$	2,312	1,983	—	2,1 (7)
$^{186}\text{Hg}$	$2^+$	0,621	0,216	—	0,027 (4)
	$2^+$	0,881	0,468	—	0,016 (3)
$^{188}\text{Hg}$	$2^+$	1,088	0,676	0,21—0,42	$> 0,87$
$^{228}\text{Th}$	$2^+$	1,154	0,185	0,11 (2)	—
$^{232}\text{Th}$	$2^+$	0,774	0,725	0,37 (6)	—
$^{238}\text{U}$	$2^+$	1,037	0,991	0,097 0,43 (6)	—

\* Оцененные значения.

perimentальные данные перенесены в таблицы без изменений, при этом соблюдается хронологический порядок, т. е. более позднее значение приводится последним. Энергии уровней и переходов, как правило, определены с погрешностью не выше 1 кэВ, поэтому в таблицах они фигурируют без ошибки. В противном случае удержаны достоверные значащие цифры.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Борисоглебский Л. А. //УФН. 1963. Т. 81. С. 271—334.
2. Dzelepov B.S., Shestopalova S.A. //Nuclear Structure. Vienna: IAEA, 1968. Р. 39—57.
3. Пятов Н. И. Препринт ОИЯИ Р4-5422. Дубна, 1970; Пятов Н. И. Проблемы современной ядерной физики. М.: Наука, 1972. С. 141—157.
4. Aldushchenkov A.V., Voinova N.A. //Nucl. Data Tables. 1972. Vol. A11. Р. 299—325.
5. Войнова Н. А. Препринт ЛИЯФ-230. Л., 1976; Voinova N.A. //Publication INDC(CCP)-93/N. Vienna: IAEA, 1976.
6. Kantele J. Preprint RR-18/81. Jyvaskyla, 1981.
7. Lange J., Kumar K., Hamilton J.H. //Rev. Mod. Phys. 1982. Vol. 54. Р. 119—194.
8. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра. Т. 2: Пер. с англ. М.: Мир, 1977.
9. Айзенберг И., Грайнер В. Модели ядер: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1975.

10. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука. 1971.
11. Воинова-Елисеева Н. А., Митропольский И. А. Препринты ЛИЯФ-1104, 1105. Л., 1985.
12. Schirmer J., Habs D., Kroth R. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 1897—1900.
13. Church E. L., Weneser J.//Phys. Rev. 1956. Vol. 103. P. 1035—1044.
14. Бегжанов Р. Б., Беленъкий В. М.//Структура ядра. Ташкент: Фан, 1969. С. 256—293; Hager R. S., Seltzer E.C.//Nucl. Data Tables. 1969. Vol. A6. P. 1—127.
15. Rasmussen J. O.//Nucl. Phys. 1960. Vol. 19. P. 85—93.
16. Bohigas O., Lane A.M., Martorell J.//Phys. Repts. 1979. Vol. 51. P. 267—316.
17. Беляев Б. Н., Василенко С. С., Каражанова Г. И., Паутов А. И.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1978. Т. 42. С. 1928—1936.
18. Vinh-Mau N., Brown G.E.//Phys. Lett. 1962. Vol. 1. P. 36—38.
19. Wildenthal B.H., McGrory J.B., Halbert E.C., Graber H.D.//Phys. Rev. 1971. Vol. C4. P. 1708—1758.
20. McGrory J.B., Wildenthal B.H.//Phys. Rev. 1973. Vol. C7. P. 974—993.
21. LaFrance S., Fortune H.T., Mordechai S., Middleton R.//J. Phys. 1979. Vol. G5. P. L59—L62.
22. Rath P.K., Müther H., Polls A. e.a. Nucl. Phys. 1984. Vol. A427. P. 511—525.
23. Gloeckner D.H., Lawson R.D.//Phys. Lett. 1974. Vol. 53B. P. 313—318.
24. Базь А. И., Гринь Ю. Т., Демин В. Ф., Жуков М. В.//ЭЧАЯ. 1972. Т. 3. С. 275—317.
25. Смирнов Ю. Ф., Шитикова К. В.//ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. С. 847—910.
26. Бринк Д. М.//Структура сложных ядер. М.: Атомиздат, 1966. С. 111—134.
27. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1980.
28. Барц Б. И., Болотин Ю. Л., Инопин Е. В., Гончар В. Ю. Метод Хартри — Фока в теории ядра. Киев: Наукова думка, 1982.
29. Гончар В. Ю., Инопин Е. В., Митрошин В. Е., Тарасов В. Н. Препринт ЛИЯФ-1068. Л., 1985.
30. Fulbright H.W.//Ann. Rev. Nucl. Part. Sci. 1979. Vol. 29. P. 161—187.
31. Subbotin V.B., Semjonov V.M., Gridnev K.A., Heftet E.F.//Phys. Rev. 1983. Vol. C28. P. 1618—1629.
32. Halse P., Elliot J.P., Evans J.A.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A417. P. 301—330.
33. Lederer G.M., Shirley V.S. Tables of Isotopes. N.Y.: Wiley, 1978.
34. Bernas M., Dessagne Ph., Langevin M. e.a.//Phys. Lett. 1982. Vol. 113B. P. 279—282.
35. Speth J., Werner E., Wild W.//Phys. Repts. 1977. Vol. 33. P. 127—208.
36. Саперштейн Э. Е., Фаянс С. А., Ходель В. А.//ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. С. 221—285; Khodel V.A., Saperstein E.E.//Phys. Repts. 1982. Vol. 92. P. 183—337.
37. Speth J., Wambach J.//Nucl. Phys. 1980. Vol. A347. P. 389—403.
38. Speth J., Zamick L., Ring P.//Nucl. Phys. 1974. Vol. A232. P. 1—12; Ring P., Speth J.//Nucl. Phys. 1974. Vol. A235. P. 315—351.
39. Heyde K., Van Isacker P., Waroquier M. e.a.//Phys. Repts. 1983. Vol. 102. P. 291—393.
40. Van Duppen P., Coenen E., Deneffe K. e.a.//Phys. Lett. 1985. Vol. 154B. P. 354—357.
41. Van Duppen P., Coenen E., Deneffe K. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 1974—1977.
42. Speth J., Van der Woude A.//Rep. Prog. Phys. 1981. Vol. 44. P. 719—786; Bertrand F.E.//Nucl. Phys. 1981. Vol. A354. P. 129—156.
43. Youngblood D.H., Bogucki P., Bronson J.D. e.a.//Phys. Rev. 1981. Vol. C23. P. 1997—2007.

44. Blaizot J.P., Gogny D., Grammaticos B.//*Nucl. Phys.* 1976. Vol. A265. P. 315—336.
45. Мезенцев А. Ф., Смирнов Ю. П., Сумбаев О. И. и др.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1966. Т. 30. С. 1167—1172.
46. Goeke K., Castel B.//*Phys. Rev.* 1979. Vol. C19. P. 204—206.
47. Blaizot J.P., Gogny D.//*Nucl. Phys.* 1977. Vol. A284. P. 429—460.
48. Bartel J., Quentin P., Brack M. e.a.//*Nucl. Phys.* 1982. Vol. A386. P. 79 —100.
49. Treiner J., Krivine H., Bohigas O., Martorell J.//*Nucl. Phys.* 1977. Vol. A371. P. 253—287.
50. Жалов М. Б., Слив Л. А. Препринт ЛИЯФ-710. Л., 1981.
51. Broglia R.A., Bortignon P.E.//*Phys. Lett.* 1981. Vol. 101B. P. 135—138; Bortignon P.F., Broglia R.A.//*Phys. Lett.* 1981. Vol. 102B. P. 303—306.
52. Dehesa J.S., Krewald S., Speth J., Faessler A.//*Phys. Rev.* 1977. Vol. C15. P. 1858—1865.
53. Soloviev V.C.//*Nukleonika*. 1978. Vol. 23. P. 1149—1178.
54. Wong C.Y.//*Nucl. Data*. 1968. Vol. A4. P. 271—280.
55. Mariscotti M.A.J., Bes D.R., Reich S.L. e.a.//*Nucl. Phys.* 1983. Vol. A407. P. 98—126.
56. Берлович Э. Е., Василенко С. С., Новиков Ю. Н. Времена жизни возбужденных состояний атомных ядер. Л.: Наука, 1972.
57. Bes D., Sorensen R.//*Adv. Nucl. Phys.* 1969. Vol. 2. P. 129—222.
58. Bes D., Broglia R.A.//*Nucl. Phys.* 1966. Vol. 80. P. 289—313.
59. Беляев С. Т.//*ЯФ*. 1966. Т. 4. С. 936—952.
60. Belyaev S.T., Rumiantsev B.A.//*Phys. Lett.* 1969. Vol. 30B. P. 444—445.
61. Broglia R.A., Hansen O., Riedel C.//*Adv. Nucl. Phys.* 1973. Vol. 6. P. 287—457.
62. Телицын В. Б., Стоянов Ч., Вдовин А. И.//*ЯФ*. 1976. Т. 24. С. 31—39.
63. Соловьев В. Г.//*ЭЧАЯ*. 1978. Т. 9. С. 580—622.
64. Дамбасурен Д., Вдовин А. И., Стоянов Ч. Препринт ОИЯИ Р4-8778. Дубна, 1975.
65. Давыдов А. С. Возбужденные состояния атомных ядер. М.: Атомиздат, 1967.
66. Kumar K., Baranger M.//*Nucl. Phys.* 1967. Vol. A92. P. 608—652.
67. Kumar K., Baranger M.//*Nucl. Phys.* 1968. Vol. A110. P. 529—554.
68. Löchner K.E.G., Vetter M., Höning V.//*Nucl. Data Tables*. 1970. Vol. A7. P. 495—564.
69. Современные модели четно-четных ядер/Р. Е. Бегжанов, В. М. Беленький, С. Р. Абдурахманов, В. К. Ушаров. Ташкент: Узбекистан, 1973.
70. Sakai M.//*Atom. Data and Nucl. Data Tables*. 1984. Vol. 31. P. 399—432.
71. Hara K.//*Nucl. Phys.* 1963. Vol. 46. P. 385—400.
72. Kumar K., Baranger M.//*Nucl. Phys.* 1968. Vol. A122. P. 273—324.
73. Soloviev V.G., Shirikova N.Yu.//*Z. Phys.* 1981. Vol. A301. P. 263—269.
- Мелиев Ф. и др. Ядерная спектроскопия и структура атомных ядер.//Тезисы докладов 35 Совещания. Л.: Наука, 1985. С. 164.
74. Peker L.K., Hamilton J.H. Future Directions in Studies of Nuclei far from Stability. Amsterdam: North Holland, 1980. P. 323—337.
75. Пальчик В. В., Пятов Н. И.//*ЯФ*. 1980. Т. 32. С. 924—931; 1981. Т. 33. С. 637—644.
76. Birbrair B.L., Voinova N.A., Smirnova N.S.//*Nucl. Phys.* 1975. Vol. A251. P. 169—180.
77. Silvestre-Brac B., Piepenbring R.//*Z. Phys.* 1975. Vol. A272. P. 89—98.
78. Железнова К. М., Пятов Н. И., Черней М. И.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1967. Т. 31. С. 550—567. Абдулвагабова С. К., Иванова С. П., Пятов Н. И. ЯФ. 1972. Т. 16. С. 1209—1217; Абдулвагабова С. К.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1973. Т. 37. С. 1007—1015.
79. Абдулвагабова С. К., Телицын В. Б., Шульц Г.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1975. Т. 39. С. 1701—1708.

80. Румянцев Б. В., Телицын В. Б. //ЯФ. 1972. Т. 15. С. 690—698.
81. Zawischa D., Speth J., Pal D.//Nucl. Phys. 1978. Vol. A311. P. 445—476.
82. Gneuss G., Mosel U., Greiner W.//Phys. Lett. 1970. Vol. 31B. P. 269—272; Gneuss G., Greiner W.//Nucl. Phys. 1971. Vol. A171. P. 449—479.
83. Meyer R.A., Griffioen R.D., Gruber Lefler J., Walters W.B.//Phys. Rev. 1976. Vol. C14. P. 2024—2026.
84. DeVries H.F., Brussaard P.J.//Z. Phys. 1978. Vol. A286. P. 1—10.
85. Takada K., Tazaki S. Nucl. Phys. 1983. Vol. A395. P. 165—181.
86. Weeks K.J., Tamura T., Udagawa T., Hahne F.J.W.//Phys. Rev. 1981. Vol. C24. P. 703—711.
87. Hamilton J.B., Ramayya A.V., Pinkston W.T. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 32. P. 239—243.
88. Piercy R.B., Hamilton J.H., Soundranayagam R. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 47. P. 1514—1517.
89. Wenes G., Van Isacker P., Waroquier M. e.a.//Phys. Rev. 1981. Vol. C23. P. 2291—2304.
90. Heyde K., Van Isacker P., Moreau J., Waroquier M. Preprint LVK-84-01. Gent, 1984.
91. Carchidi M., Fortune H.T.//Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 853—857; Fortune H.T., Carchidi M.//J. Phys. 1985. Vol. G11. P. L193—L195.
92. Casten R.F.//Nucl. Phys. 1980. Vol. A347. P. 173—204.
93. Джолос Р. В., Лемберг И. Х., Михайлов В. М.//ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 280—348.
94. Ginocchio J. N., Kirson M. W.//Nucl. Phys. 1980. Vol. A350. P. 31—60; Klein A., Li C. T., Vallieres M.//Phys. Scripta. 1982. Vol. 25. P. 452—458.
95. Heyde K., Van Isacker P., Waroquier M. e.a.//Phys. Rev. 1982. Vol. C25. P. 3160—3177.
96. Джолос Р. В., Рыбарска В.//ЭЧАЯ. 1972. Т. 3. С. 739—769; Джолос Р. В., Янесен Д.//ЭЧАЯ. 1977. Т. 8. С. 330—373.
97. Воров О. К., Зелевинский В. Г. ЯФ. 1983. Т. 37. С. 1392—1404.
98. Соловьев В. Г.//Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 398—401.
99. Боголюбов Н. Н., Толмачев В. В., Ширков Д. В. Новый метод в теории сверхпроводимости. М.: Изд-во АН СССР, 1958.
100. Belyaev S.T.//Phys. Lett. 1969. Vol. 28B. P. 365—367.
101. Birbrair B. L., Erokhina K. I., Lemberg I. Kh.//Nucl. Phys. 1970. Vol. A145. P. 129—142.
102. Пятов Н. И., Габраков С. И., Саламов Д. И.//ЯФ. 1977. Т. 26. С. 267—273.
103. Михайлов В. М.//ЯФ. 1974. Т. 20. С. 21—32.
104. Пятов Н. И.//Материалы 10 Зимней школы ЛИЯФ. Ч. 1. Л., 1975. С. 232—250.
105. Bes D.R., Broglia R.A.//Phys. Rev. 1971. Vol. C3. P. 2349—2371; Broglia R.A., Bes D.R., Nilsson B.S.//Phys. Lett. 1974. Vol. 50B. P. 213—216.
106. Casten R.F., Flynn E.R., Garrett I.D. e.a.//Phys. Lett. 1972. Vol. 40B. P. 333—337; Bes D.R., Broglia R.A., Nilsson B.//Phys. Lett. 1972. Vol. 40B. P. 338—344.
107. Ragnarsson I., Broglia R. A.//Nucl. Phys. 1976. Vol. A263. P. 315—348.
108. Вдовин А. И., Дамбасурен Д., Соловьев В. Г., Стоянов Ч.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1976. Т. 40. С. 2183—2188; Дамбасурен Д.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1977. Т. 41. С. 1281—1286.
109. Митропольский И. А.//ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1466—1477.
110. Митропольский И. А. Препринт ЛИЯФ-920. Л., 1984.
111. Nielsen B. S., Bunker M. E.//Nucl. Phys. 1975. Vol. A245. P. 376—396.
112. Кузьменко Н. К., Михайлов В. М.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1980. Т. 44. С. 942—948.
113. Бирбраир Б. Л., Митропольский И. А.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. Т. 45. С. 23—31.
114. Belyaev S. T.//Nuclear Structure. Vienna: IAEA, 1968. P. 155—168.

115. Митропольский И. А. Препринт ЛИЯФ-680. Л., 1981; Mitropolsky I. A. // J. Phys. 1981. Vol. G7, P. 921—926.
116. Пятов Н. И.//Материалы 8 Зимней школы ЛИЯФ. Ч. 2, Л., 1973. С. 282—326.
117. Кузьменко Н. К., Михайлов В. М.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1979. Т. 43. С. 2082—2090; Кузьменко Н. К., Михайлов В. М//Тезисы докладов 30-го Совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1980. С. 179.
118. Абросимов В. И.//ЯФ. 1980. Т. 31. С. 348—358.
119. Думитреску О.//ЭЧАЯ. 1979. Т. 10. С. 377—428.
120. Абросимов В. И.//ЯФ. 1980. Т. 32. С. 961—967.
121. Баткин И. С.//ЯФ. 1976. Т. 24. С. 454—455; 1978. Т. 28. С. 1449—1453.
122. Митропольский И. А.//ЯФ. 1981. Т. 33. С. 1153—1154.
123. Abela R., Kunold W., Simons L.M., Schneider M.//Phys. Lett. 1980. Vol. 94B. P. 331—334.