

Радужное рассеяние в ядерных столкновениях

*Ю. А. Бережной, А. В. Кузниченко,
Г. М. Онищенко*

Харьковский государственный университет им. А. М. Горького, Харьков

В. В. Шилипенко

Харьковский физико-технический институт АН УССР, Харьков

Кратко изложена эволюция взглядов на явление радуги, возникающее в результате преломления и отражения света в каплях воды. Рассмотрено радужное рассеяние частиц в квантовой механике на основе квазиклассического приближения, обсуждаются ядерная и кулоновская «радуги». Рассматривается радужное рассеяние ядрами легких ионов при энергиях $E \gtrsim 25 \div 30$ МэВ/нуклон. Приведены результаты теоретического анализа экспериментальных данных по радужному рассеянию. Обсуждается поведение ядерной части фазы рассеяния, извлекаемой из эксперимента. Рассматривается проявление радужного рассеяния в квазиупругих ядерных процессах.

The paper contains the brief relation on the evolution of notions of the rainbow phenomenon arising from the refraction and reflection of light in water drops. The rainbow scattering of particles in the quantum mechanics is considered on the basis of the quasi-classical approximation. The rainbow scattering in the light ion — nucleus collisions occurring at energies $E \gtrsim 25 \div 30$ MeV/nucleon is examined. The results of analysis of experimental data on rainbow scattering are reported. The behaviour of the nuclear scattering phase determined from the experimental data analysis is discussed. The rainbow scattering effect in the quasi-elastic nuclear processes is considered.

1. ЯВЛЕНИЕ РАДУГИ В ОПТИКЕ

Радуга — одно из самых красивых оптических явлений в атмосфере. Это явление было известно с древнейших времен, однако объяснение его физической природы удалось сделать только тогда, когда были установлены законы преломления и отражения световых лучей на границе двух сред. Но знания законов геометрической оптики оказалось недостаточно для полного описания радуги. Исследование оптической радуги потребовало усилий разных ученых на протяжении нескольких столетий и связано с именами Роджера Бэкона, Мавролика, Декарта, Ньютона, Френеля, Эйри и др. [1, 2]. Современная теория оптической радуги требует знания явлений волновой оптики (интерференция, дифракция) и корпускулярных свойств света (поляризация, импульс фотона). Само название радуги произошло от старославянского слова «радъ», означающего веселый.

В настоящее время точное математическое описание радуги основано на решении задачи о рассеянии электромагнитных волн про-

водящими сферами (теория Ми). Такая задача представляет собой решение уравнений Максвелла с соответствующими граничными условиями [3, 4]. Сущность явления радужного рассеяния можно понять, рассматривая ход лучей в капле воды (рис. 1). Из рисунка видно, что выходящие из капли лучи сгущаются вблизи предельного угла θ_{\max} , что и приводит к увеличению интенсивности света в этой области углов.

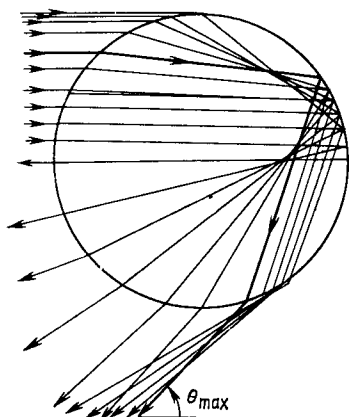


Рис. 1. Ход лучей света в капле воды (θ_{\max} — угол радуги)

Радужное рассеяние различных частиц, аналогичное оптической радуге, наблюдается также в атомных и ядерных столкновениях [5]. Такая аналогия между рассеянием света и частиц заключается в том, что при радужном рассеянии имеется предельный угол, вблизи которого сгущаются классические траектории (лучи), что приводит к возрастанию интенсивности рассеянных частиц вблизи угла радуги.

В настоящее время накоплен большой экспериментальный материал по упругому рассеянию различных частиц атомными ядрами в области энергий, где проявляется радужное рассеяние.

В настоящее время накоплен большой экспериментальный материал по упругому рассеянию различных частиц атомными ядрами в области энергий, где проявляется радужное рассеяние.

При этом радужное рассеяние существенно влияет на поведение дифференциальных сечений в различных областях углов рассеяния в зависимости от природы явления (ядерная или кулоновская радуга). Эффект ядерной радуги проявляется в сечениях упругого рассеяния легких ядер ядрами в виде затухания дифракционных осцилляций в области средних углов. Однако не всякое затухание осцилляций в сечениях связано с радужным рассеянием, как это может происходить, например, при рассеянии достаточно тяжелых ионов средними и тяжелыми ядрами. Эффект кулоновской радуги приводит к изменению поведения сечения в области кулоновского угла.

Затухание осцилляций наблюдается также в экспериментах по неупругому ядерному рассеянию частиц с возбуждением низколежащих состояний ядер. Такой эффект представляет собой проявление радужного рассеяния в неупругих процессах. Можно полагать, что радужное рассеяние характерно также для различных квазиупругих ядерных реакций. Примером такого процесса является зарядово-обменная ядерная реакция с возбуждением в конечном ядре изобар-аналога основного состояния ядра мишени.

Сейчас имеются два альтернативных подхода для теоретического описания радужного рассеяния. Один из них основан на оптической модели, другой связан с описанием взаимодействия с помощью матрицы рассеяния. Ниже анализ радужного рассеяния в ядерных процессах проводится на основе формализма матрицы рассеяния.

2. РАДУЖНОЕ РАССЕЯНИЕ В КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ

Волновая природа квантовомеханических объектов и возможность квазиклассического описания процессов рассеяния в области достаточно больших энергий позволяет заметить ряд аналогий между атомным или ядерным рассеянием и оптикой. К числу таких процессов относятся дифракция Фраунгофера и Френеля, gloria (ореольное рассеяние) и радужное рассеяние. Подробное описание всех деталей этих процессов изложено, например, в [4, 6]. Рассмотрим основные черты квантовомеханического радужного рассеяния, используя квазиклассическое приближение.

Остановимся вначале на особенностях рассеяния частиц в классической механике. Классическое сечение рассеяния определяется выражением

$$d\sigma_{\text{кл}}(\theta) = \frac{b}{\sin \theta} \left| \frac{db}{d\theta} \right| d\Omega,$$

где θ — угол рассеяния; b — прицельный параметр.

Определим классическую функцию отклонения [4]:

$$\Theta(b) = \pi - 2b \int_{r_{\min}}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \left[1 - \frac{U(r)}{E} - \frac{b^2}{r^2} \right]^{-1/2}, \quad (1)$$

где r_{\min} — расстояние наибольшего сближения, определяемое из равенства нулю выражения в квадратных скобках в (1); E — энергия; $U(r)$ — рассеивающий потенциал.

Функция $\Theta(b)$ определяет угол отклонения частиц, движущихся по траекториям с прицельным параметром b . Из (1) видно, что функция отклонения $\Theta(b)$ принимает значения в интервале $-\infty < \Theta(b) \leq \pi$. При этом в случае монотонного потенциала притяжения функция $\Theta(b)$ всегда отрицательна, а при монотонном потенциале отталкивания — положительна.

Для данного угла рассеяния θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) в сечение могут давать вклад траектории, которые отклоняются под углами $+\theta$ и $-\theta$, а также те, которые появляются под углами $\pm\theta$ после поворота вокруг рассеивающего центра несколько раз, т. е.

$$\Theta(b) = \pm\theta - 2\pi m, \quad m = 0, 1, 2 \dots \quad (2)$$

Отрицательные значения m не встречаются, так как отклонение на угол, превышающий π , динамически невозможно.

Учитывая, что $db/d\theta = 1/\Theta'(b)$, представим классическое сечение рассеяния в форме

$$d\sigma_{\text{кл}}(\theta) = \frac{b}{\sin \theta} \frac{1}{|\Theta'(b)|} d\Omega. \quad (3)$$

Во многих случаях (например, для монотонного регулярного притягивающего потенциала) обращение функции отклонения $\Theta(b)$ ока-

зывается неоднозначным, т. е. каждому углу рассеяния θ соответствуют два или более прицельных параметра b , и функция отклонения может иметь экстремумы. Если такой экстремум имеет место для прицельного параметра b_r , то $\Theta'(b_r) = 0$, а у классического сечения рассеяния возникает сингулярность при соответствующем угле $\theta_r = |\Theta(b_r)|$.

Если $\theta_r \neq 0$ и $\theta_r \neq \pi$, то рассеяние вблизи угла θ_r называется радужным рассеянием, а угол θ_r носит название угла радуги. Классическое сечение рассеяния при $\theta \rightarrow \theta_r \rightarrow 0$ согласно (3) обращается в бесконечность, так как при этом плотность выходящих траекторий становится бесконечно большой. Для углов рассеяния, превышающих максимальный угол радуги, классические траектории отсутствуют, а классическое сечение обращается в нуль. Сильное притяжение, способное привести к радужному рассеянию, может иметь место в ядерных столкновениях. Возможность радужного рассеяния для микрочастиц впервые предсказали Кеннет Форд и Джон Уилер [5].

При квантовомеханическом рассмотрении сечение не обращается в бесконечность под углом $\theta = \theta_r$ и не равно нулю в классически недоступной области $\theta > \theta_r$. Рассмотрим подробнее процесс рассеяния на углы, близкие к θ_r , в рамках квазиклассического приближения.

Амплитуду рассеяния представим в виде разложения по парциальным волнам

$$f(\theta) = \frac{1}{2ik} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [S_l - 1] P_l(\cos \theta), \quad (4)$$

где k — волновой вектор; S_l — элемент матрицы рассеяния в представлении углового момента; $P_l(\cos \theta)$ — полином Лежандра.

Выделим в S_l модуль η_l и фазу δ_l :

$$S_l = \eta_l e^{2i\delta_l}.$$

Для действительного потенциала $\eta_l = 1$ для всех l . Если есть поглощение (комплексный потенциал), то $\eta_l < 1$ для определенного интервала значений l .

Если энергия сталкивающихся частиц достаточно велика, то в (4) можно перейти от суммирования к интегрированию. Такой переход обычно осуществляется с помощью различных формул суммирования (например, формулы Остроградского, Пуассона и др.). Воспользовавшись формулой суммирования Пуассона, а также заменив полиномы Лежандра в (4) их асимптотикой при больших l

$$P_l(\cos \theta) \approx \frac{1}{\sqrt{\pi(2l+1)\sin \theta}} \left\{ \exp \left[i \left(l + \frac{1}{2} \right) \theta - i \frac{\pi}{4} \right] + \exp \left[-i \left(l + \frac{1}{2} \right) \theta + i \frac{\pi}{4} \right] \right\},$$

$$\frac{1}{l} \ll \theta \ll \pi - \frac{1}{l},$$

для амплитуды рассеяния получим выражение [6,7]:

$$f(\theta) = \frac{1}{ik \sqrt{2\pi \sin \theta}} \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \int_0^{\infty} dL L^{1/2} \eta(L) [e^{iA_m^+(L, \theta)} + e^{-iA_m^-(L, \theta)}], \quad (5)$$

где введены обозначения

$$A_m^{\pm}(L, \theta) = \frac{\pi}{4} - L\theta \pm 2\pi mL \pm \delta(L), \quad L = l + \frac{1}{2}.$$

В (5) мы опустили слагаемые, соответствующие единице в квадратных скобках в формуле (4), так как она дает вклад только при рассеянии на нулевой угол.

Пусть процесс рассеяния происходит при квазиклассических условиях, и в него вовлечено большое число парциальных волн. Рассмотрим случай слабого поглощения и предположим, что $\eta(L)$ является медленно меняющейся функцией. Тогда в интегралы в (5) дают вклады только окрестности точек стационарной фазы L_s , которые определяются соотношениями

$$\frac{dA_m^{\pm}(L, \theta)}{dL} \equiv -\theta \pm 2\pi m \pm 2 \frac{d\delta(L)}{dL} = 0. \quad (6)$$

Переходу от квантовой механики к классической соответствует замена

$$l(l+1) \approx \left(l + \frac{1}{2}\right)^2 \rightarrow (kb)^2. \quad (7)$$

Учитывая, что в приближении ВКБ квазиклассическая фаза $\delta_{\text{кл}}(L)$ определяется выражением

$$\delta_{\text{кл}}(L) = \frac{\pi L}{2} - k \int_{r_{\text{min}}}^{\infty} dr r \left[\frac{d}{dr} \sqrt{1 - \frac{U(r)}{E} - \frac{L^2}{k^2 r^2}} \right],$$

получаем

$$2 \frac{d\delta_{\text{кл}}(L)}{dL} = \pi - \frac{2L}{k} \int_{r_{\text{min}}}^{\infty} \frac{dr}{r^2} \left[1 - \frac{U(r)}{E} - \frac{L^2}{k^2 r^2} \right]^{-1/2}. \quad (8)$$

Заменяя согласно (7) $L = l + 1/2$ на kb , видим, что правая часть равенства (8) совпадает с классической функцией отклонения (1). Поэтому функцию отклонения можно связать с фазой

$$\Theta(L) = 2d\delta(L)/dL. \quad (9)$$

Выражение (9) является определением квантовой функции отклонения. При этом уравнение для нахождения стационарных точек (6) принимает такой же вид, как и классическое уравнение (2). Таким образом, стационарные точки, определяемые согласно (6), соответ-

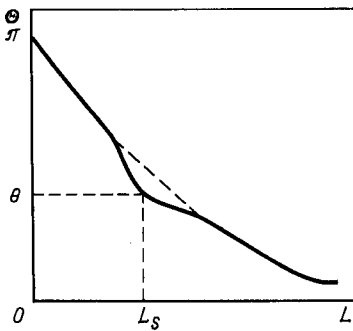


Рис. 2. Функция отклонения при наличии кулоновского отталкивания и слабого притяжения (L_s — стационарная точка, соответствующая углу рассеяния θ)

ствуют движению по классическим траекториям, приводящим к рассеянию частицы на угол θ . Слагаемые в (5) с m , отличными от нуля, в квазиклассическом смысле отвечают ситуации, когда частица совершает несколько оборотов вокруг рассеивающего центра [6]. В

некоторых случаях эти слагаемые могут давать заметный вклад в сечение рассеяния. Такая ситуация может иметь место, если функция отклонения $\Theta(L)$ по абсолютному значению превышает π и соответствующий вклад не подавлен наличием сильного поглощения. Эти слагаемые могут также дать заметные поправки при наличии сильного поглощения с резкой границей [7]. Однако для реальных процессов взаимодействия легких и тяжелых ионов с атомными ядрами в области промежуточных энергий при изучении поведения дифференциальных сечений, как правило, достаточно в (5) ограничиться слагаемым с $m = 0$. Соответствующие оценки показывают, что при этом отброшенные члены малы по сравнению с оставляемым основным членом [7—9]. Поэтому в дальнейшем для амплитуды рассеяния будем использовать выражение

$$f(\theta) = \frac{1}{ik\sqrt{2\pi\sin\theta}} \int_0^{\infty} \eta(L) [e^{iA_0^+(L, \theta)} + e^{-iA_0^-(L, \theta)}] L^{1/2} dL. \quad (10)$$

Амплитуда (10) состоит из двух частей. Часть, содержащая $A_0^+(L, \theta)$, называется «ближней» (*nearside*) амплитудой, а часть, содержащая $A_0^-(L, \theta)$, называется «дальней» (*farside*) амплитудой в соответствии с их квазиклассическим смыслом (рассеяние от ближнего и дальнего краев рассеивателя). Разбиение на ближнюю и дальнюю амплитуды часто оказывается полезным для качественного анализа поведения дифференциального сечения [10, 11].

Рассмотрим случай, когда рассеиваются заряженные частицы, между которыми кроме кулоновского взаимодействия имеется слабое притяжение. Функция отклонения $\Theta(L)$ при этом монотонна, положительна, плавно убывает от значения π при $L = 0$ до нуля при $L = \infty$. Типичное поведение функции $\Theta(L)$ приведено на рис. 2. В этой ситуации в (10) дает вклад одна точка стационарной фазы L_s , содержащаяся в ближней амплитуде и определяемая из соотношения $\Theta(L_s) = \theta$.

Разложим $A_0^+(L, \theta)$ в ряд вблизи стационарной точки с точностью до членов второго порядка:

$$A_0^+(L, \theta) = \frac{\pi}{4} - L_s \theta + 2\delta(L_s) + \frac{1}{2} \Theta'(L_s)(L - L_s)^2. \quad (11)$$

Пренебрежем в (10) вкладом дальней амплитуды [член с $A_0^-(L, \theta)$] и подставим в (10) разложение (11). Распространив интегрирование в (10) на нижнем пределе до $-\infty$, получим для амплитуды и дифференциального сечения рассеяния следующие выражения:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_s}{\sin \theta}} \frac{\eta(L_s)}{\sqrt{|\Theta'(L_s)|}} e^{i[2\delta(L_s) - L_s \theta]};$$

$$d\sigma(\theta) = \frac{L_s}{k^2 \sin \theta} \frac{1}{|\Theta'(L_s)|} \eta^2(L_s) d\Omega.$$

Заменяя L_s на kb и учитывая, что $\Theta'(L_s) = \Theta'(b)/k$, получаем

$$d\sigma(\theta) = \frac{b}{\sin \theta} \frac{P(b)}{|\Theta'(b)|} d\Omega. \quad (12)$$

Сечение (12) отличается от классического сечения (3) только фактором подавления $P(b)$, равным

$$P(b) = \eta^2(kb) \leq 1.$$

Теперь предположим, что на малых расстояниях между заряженными частицами имеется достаточно сильное притяжение. Наличие

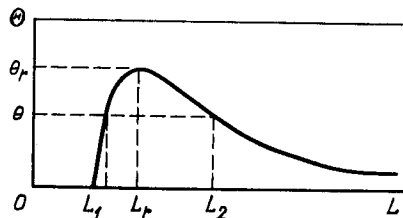


Рис. 3. Функция отклонения при наличии кулоновского отталкивания и сильного притяжения [L_1 и L_2 — стационарные точки, соответствующие углу рассеяния θ ; L_r — точка радуги (кулоновская радуга); θ_r — угол радуги]

сильного притяжения приводит к значительному отличию поведения функции отклонения $\Theta(L)$ от чисто кулоновского: при небольших прицельных параметрах в ней образуется глубокий провал в область отрицательных значений. В этом случае функция отклонения $\Theta(L)$ немонотонна, и имеется несколько стационарных точек в подынтегральном выражении в (10). Рассмотрим в качестве примера функцию отклонения $\Theta(L)$, изображенную на рис. 3. Приведенная на рисунке функция отклонения имеет две стационарные точки L_1 и L_2 для $\theta < \theta_r$. При $\theta = \theta_r$ обе стационарные точки сливаются в одну: $L_1 = L_2 = L_r$ (этот случай будет рассмотрен отдельно). На рис. 3 для простоты не приведена отрицательная часть $\Theta(L)$ при малых прицельных параметрах. В этой области в зависимости от энергии налетающих частиц может также существовать точка радуги или же точка закручивания L_{orb} [$\Theta(L) \rightarrow -\infty$ при $L \rightarrow L_{orb}$].

Рассмотрим сначала область углов $\theta < \theta_r$, не очень близких к углу радуги. Амплитуда рассеяния и сечение в этом случае равны:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_1}{\sin \theta}} \frac{\eta(L_1)}{\sqrt{\Theta'(L_1)}} e^{i[2\delta(L_1) - L_1\theta]} + \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_2}{\sin \theta}} \frac{\eta(L_2)}{\sqrt{\Theta'(L_2)}} e^{i[2\delta(L_2) - L_2\theta]}; \quad (13)$$

$$\sigma(\theta) = \frac{1}{k^2 \sin^2 \theta} \left\{ \frac{L_1}{|\Theta'(L_1)|} \eta^2(L_1) + \frac{L_2}{|\Theta'(L_2)|} \eta^2(L_2) - 2 \sqrt{\frac{L_1 L_2}{|\Theta'(L_1) \Theta'(L_2)|}} \eta(L_1) \eta(L_2) \sin [2\delta(L_1) - 2\delta(L_2) + (L_2 - L_1)\theta] \right\}, \quad (14)$$

где $\sigma(\theta) = d\sigma(\theta)/d\Omega$.

Последнее выражение отличается от классического сечения для функции отклонения, приведенной на рис. 3, наличием интерференционного члена, который исчезает только при усреднении по достаточно большой области углов, содержащей много осцилляций.

Когда угол рассеяния $\theta \rightarrow \theta_r$, приближение, использованное при выводе выражения (13), становится несправедливым, так как $\Theta'(L_r) = 0$. Отметим, что при этом сечение в (14) подобно классическому стремится к бесконечности. В случае совпадения двух стационарных точек $L_1 = L_2 = L_r$ возникает стационарная точка более высокого порядка. Поэтому функцию $A_0^+(L, \theta)$ вблизи точки L_r необходимо раскладывать в ряд с точностью до членов третьего порядка. Учитывая, что $\Theta(L_r) = \theta_r$, получаем

$$A_0^+(L, \theta) \approx \frac{\pi}{4} - L_r\theta + 2\delta(L_r) + (L - L_r)(\theta_r - \theta) + \frac{1}{6}(L - L_r)^3 \Theta''(L_r).$$

Амплитуда рассеяния теперь будет равна

$$f(\theta) \approx \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_r}{2\pi \sin \theta}} \exp \left\{ i \left[2\delta(L_r) - L_r\theta - \frac{\pi}{4} \right] \right\} \times \int_{-\infty}^{\infty} dL \eta(L) \exp \left\{ i \left[(\theta_r - \theta)(L - L_r) + \frac{1}{6} \Theta''(L_r)(L - L_r)^3 \right] \right\}.$$

Как и ранее, считаем, что $\eta(L)$ — медленно меняющаяся функция. Поэтому

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2\pi L_r}{\sin \theta}} \left[\frac{2}{\Theta''(L_r)} \right]^{\frac{1}{3}} \eta(L_r) \exp \left\{ i \left[2\delta(L_r) - L_r\theta - \frac{\pi}{4} \right] \right\} \times \times \text{Ai} \left[\frac{\theta_r - \theta}{\left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{1/3}} \right], \quad (15)$$

где функция Эйри $Ai(u)$ определяется равенством

$$Ai(u) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx \exp \left[i \left(xu + \frac{1}{3} x^3 \right) \right].$$

Сечение рассеяния на углы, близкие к θ_r , определяется выражением

$$\sigma(\theta) = \frac{2\pi L_r \eta^2(L_r)}{k^2 \sin \theta} \left[\frac{2}{\Theta''(L_r)} \right]^{\frac{2}{3}} \left[Ai \left[\frac{\theta_r - \theta}{\left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{1/3}} \right] \right]^2. \quad (16)$$

Сечение (16) имеет такой же вид, как и соответствующее выражение в оптике [4], и называется приближением Эйри к радужному рассеянию. При $u \rightarrow \pm \infty$ функция Эйри $Ai(u)$ имеет асимптотику

$$Ai(u) \approx \begin{cases} (-\pi^2 u)^{-1/4} \cos \left[\frac{2}{3} (-u)^{3/2} - \frac{\pi}{4} \right], & u \rightarrow -\infty; \\ \frac{1}{2} (\pi^2 u)^{-1/4} \exp \left(-\frac{2}{3} u^{3/2} \right), & u \rightarrow \infty. \end{cases} \quad (17)$$

Сечение (16) ограничено при $\theta = \theta_r$, так как функция $Ai(0)$ конечна, хотя и имеет максимум в области отрицательных аргументов вблизи нуля. Сечение (16) плавно убывает при $\theta > \theta_r$ (затемненная область), а при $\theta < \theta_r$ (освещенная область) осциллирует, что соответствует основной и дополнительным дугам радуги в оптике.

В области углов $\theta > \theta_r$ вдали от θ_r сечение вновь определяется изолированной стационарной точкой первого порядка, но уже комплексной [12], что приводит к экспоненциальному убыванию сечения.

До сих пор не делалось никаких предположений о поглощении рассеиваемых волн, т. е. рассматривался случай слабого поглощения. Однако в квантовомеханических задачах часто приходится иметь дело с сильным поглощением (особенно при столкновениях адронов с атомными ядрами). Поэтому важно выяснить, как влияет наличие сильного поглощения на характер рассеяния.

Будем считать, что при рассеянии все парциальные волны с $L < L_0$ полностью поглощаются, а волны с $L > L_0$ полностью проходят через рассеиватель (модель резкой границы поглощения). Поэтому имеем

$$\eta(L) = \begin{cases} 0, & L < L_0; \\ 1, & L > L_0. \end{cases} \quad (18)$$

В действительности обычно функция $\eta(L)$ в области граничного момента L_0 плавно меняется от нуля до единицы. Однако $\eta(L)$ в форме (18) можно использовать для изучения качественного поведения сечения.

В связи с сильным поглощением волн с $L < L_0$ все особенности рассеяния связаны с поведением функции отклонения $\Theta(L)$ в области $L > L_0$. В частности, в случае сильного притяжения, приводящего

к появлению точки радуги, важна та часть функции отклонения, которая изображена на рис. 3. Поведение $\Theta(L)$ при малых моментах может быть существенно лишь при наличии хотя бы небольшой прозрачности для волн с малыми L . Показанная на рис. 3 радужная точка носит название кулоновской радуги. Явление кулоновской радуги как исторически первый пример радужного рассеяния в ядерных столкновениях было рассмотрено применительно к рассеянию атомными ядрами α -частиц относительно небольших энергий [5, 13]. Наличие кулоновской радуги заметно сказывается на сечении, когда велико кулоновское взаимодействие между сталкивающимися частицами, что имеет место при рассеянии тяжелых ионов атомными ядрами. Ниже рассматривается именно такой случай.

Сначала остановимся на случае слабого притяжения (см. рис. 2). Используя снова метод стационарной фазы, получим для амплитуды рассеяния выражение

$$f(\theta) = -\frac{i}{k} \sqrt{\frac{L_s}{2\pi \sin \theta}} \exp \left\{ i \left[2\delta(L_s) - L_s \theta + \frac{\pi}{4} \right] \right\} \times \\ \times \int_{L_0}^{\infty} dL \exp \left[\frac{i}{2} \Theta'(L_s) (L - L_s)^2 \right].$$

Определяя дополнительную функцию ошибок соотношением

$$\operatorname{erfc}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_t^{\infty} e^{-x^2} dx,$$

находим [6]:

$$f(\theta) = \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{L_s}{\sin \theta}} \frac{e^{i[2\delta(L_s) - L_s \theta]}}{\sqrt{\Theta'(L_s)}} \times \\ \times \operatorname{erfc} \left[e^{-i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{1}{2} \Theta'(L_s) (L_0 - L_s)} \right]. \quad (19)$$

В (19) не учитывается френгоферовская часть амплитуды, связанная с вкладом в $f(\theta)$ от предельной точки L_0 . Эта добавка может приводить в рассматриваемом случае к появлению френгоферовских осцилляций в области больших углов рассеяния.

Дифференциальное сечение теперь равно

$$\sigma(\theta) = \frac{L_s}{k^2 \sin \theta} \frac{1}{|\Theta'(L_s)|} \times \\ \times \left| \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{1}{2} |\Theta'(L_s)| (L_0 - L_s)} \right] \right|^2. \quad (20)$$

Нетрудно заметить, что сечение (20) снова отличается от классического сечения (3) только фактором подавления

$$P = \left| \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{1}{2} |\Theta'(L_s)| (L_0 - L_s)} \right] \right|^2.$$

Однако в отличие от слабого поглощения теперь фактор подавления приводит к осцилляциям в освещенной области $\theta < \theta_0$. Угол θ_0 соответствует граничному моменту L_0 и определяется из соотношения $\theta_0 = \Theta(L_0)$. В затемненной области $\theta > \theta_0$ фактор P приводит к быстрому убыванию сечения (20).

Наконец, рассмотрим рассеяние заряженных частиц при наличии сильного притяжения и сильного поглощения с функцией отклонения, показанной на рис. 3. Исследование этого случая особенно важно для понимания взаимодействия тяжелых ионов с атомными ядрами. В области углов $\theta < \theta_r$ имеются две стационарные точки L_1 и L_2 , дающие в амплитуду вклады, аналогичные (19). Если величина $L_1 - L_0$ достаточно велика, обе стационарные точки дают сравнимые вклады в сечение. Если же $L_0 \gtrsim L_1$, то L_1 лежит в затемненной области и вклад от нее в сечение мал вследствие наличия сильного поглощения. Поэтому будем пренебрегать вкладом от точки L_1 . Стационарная точка L_2 находится в той области, где функция отклонения $\Theta(L)$ близка к кулоновской. Благодаря этому можно положить $\Theta(L_2) \approx \Theta_C(L_2)$, где кулоновская функция отклонения $\Theta_C(L)$ выражается через кулоновскую фазу $\sigma(L)$:

$$\Theta_C(L) = 2 \frac{d\sigma(L)}{dL}, \quad 2\sigma(L) = i \ln \frac{\Gamma\left(L + \frac{1}{2} - in\right)}{\Gamma\left(L + \frac{1}{2} + in\right)},$$

а параметр Зоммерфельда $n = Z_1 Z_2 e^2 m / \hbar k$, $Z_1 e$ и $Z_2 e$ — заряды сталкивающихся частиц, m — их приведенная масса. Если кулоновское взаимодействие достаточно сильное ($n \gg 1$), то, используя асимптотику гамма-функций, получим

$$2\sigma(L) \approx 2\sigma(1/2) + n \ln \left(1 + \frac{L^2}{n^2} \right) + 2L \operatorname{arctg} \frac{n}{L} + O\left(\frac{1}{n}\right).$$

Отсюда

$$\Theta_C(L) = 2 \operatorname{arctg} (n/L).$$

Так как L_2 находится в области, где функция отклонения $\Theta(L)$ близка к кулоновской, то можно считать $L_2 = n \operatorname{ctg}(\theta/2)$.

Определим критический угол на касательной траектории для кулоновского рассеяния:

$$\theta_C = \Theta_C(L_0) = 2 \operatorname{arctg} (n/L_0).$$

Тогда, учитывая, что $\Theta'(L_2) = -(2/n) \sin^2(\theta/2)$, получаем для амплитуды рассеяния выражение [6]:

$$f(\theta) = f_c(\theta) \frac{1}{2} \operatorname{erfc} \left[e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{L_0}{2 \sin \theta_c}} 2 \sin \frac{1}{2} (\theta - \theta_c) \right], \quad (21)$$

где амплитуда Резерфордского рассеяния равна

$$f_c(\theta) = -\frac{n}{2k \sin^2 \frac{\theta}{2}} \exp \left\{ 2i \left[\sigma \left(\frac{1}{2} \right) - n \ln \sin \frac{\theta}{2} \right] \right\}.$$

Дифференциальное сечение рассеяния определяется квадратом модуля амплитуды (21). Этот результат представляет собой приближение Френелевской дифракции для рассеяния тяжелых ионов ядрами [14]. Действительно, отношение сечения к Резерфордскому совпадает с отношением интенсивностей рассеянного края полуплоскости и падающего света в оптике, если источник света находится на конечном расстоянии от края рассеивающей полуплоскости [дополнительную функцию ошибок $\operatorname{erfc}(t)$ можно выразить через интегралы Френеля]. Хотя при ядерном рассеянии источник частиц находится на бесконечном расстоянии от мишени, сильное кулоновское поле действует на частицу подобно рассеивающей линзе, если знак заряда частицы совпадает со знаком заряда ядра, или собирающей, если знак заряда частицы противоположен знаку заряда ядра. Действие кулоновского поля в этом случае приводит к тому, что налетающая частица рассеивается ядром так, словно она вылетает из виртуального точечного источника, находящегося на конечном расстоянии от рассеивающего центра. Поэтому условия Фраунгоферовской дифракции в случае сильного кулоновского взаимодействия заменяются условиями Френелевской дифракции [15]. Следует отметить, что амплитуда (21) является грубым приближением, описывающим только качественный характер рассеяния. Для теоретического анализа экспериментальных данных следует использовать точные формулы [14, 15].

Амплитуда (21) получена в предположении, что L_2 не очень близко к L_r ($L_2 > L_r$) и соответственно θ не очень близко к θ_r ($\theta < \theta_r$). Если θ приближается к θ_r , то необходимо снова использовать разложение $A_0^+(L, \theta)$ до членов третьего порядка, так как $\Theta'(L_r) = 0$. В этом случае при наличии сильного поглощения получаем

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{L_r}{2\pi \sin \theta}} \exp \left\{ i \left[2\delta(L_r) - L_r \theta - \frac{\pi}{4} \right] \right\} \times \\ \times \int_{L_0}^{\infty} dL \exp \left\{ i \left[(\theta_r - \theta) (L - L_r) + \frac{1}{6} \Theta''(L_r) (L - L_r)^3 \right] \right\}.$$

Определим неполную функцию Эйри $Ai(u, t)$ с помощью соотношения

$$Ai(u, t) = \frac{1}{2\pi} \int_t^{\infty} dx \exp \left[i \left(xu + \frac{1}{3} x^3 \right) \right]. \quad (22)$$

Тогда амплитуда рассеяния и сечение принимает вид [6]:

$$f(\theta) = \frac{1}{k} \sqrt{\frac{2\pi L_r}{\sin \theta}} \exp \left\{ i \left[2\delta(L_r) - L_r \theta - \frac{\pi}{4} \right] \right\} \left[\frac{2}{\Theta''(L_r)} \right]^{1/3} \times \\ \times Ai \left\{ \frac{\theta_r - \theta}{\left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{1/3}}, \left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{1/3} (L_0 - L_r) \right\}, \\ \sigma(\theta) = \frac{2\pi L_r}{k^2 \sin \theta} \left[\frac{2}{\Theta''(L_r)} \right]^{\frac{2}{3}} \left| Ai \left\{ \frac{\theta_r - \theta}{\left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{1/3}}, \left[\frac{1}{2} \Theta''(L_r) \right]^{1/3} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times (L_0 - L_r) \right\} \right|^2. \quad (23)$$

Для того чтобы выяснить поведение сечения (23), необходимо остановиться на свойствах неполной функции Эйри $Ai(u, t)$. Для $t \rightarrow \pm \infty$ получаем $Ai(u, -\infty) = Ai(u)$, $Ai(u, \infty) = 0$. Асимптотику функции $Ai(u, t)$ для $|u| \rightarrow \infty$ можно получить, оценивая интеграл в (22) методом стационарной фазы [6].

На освещенной стороне радуги ($u < 0$) имеются стационарные точки $x = \pm \sqrt{-u}$, и при $u \rightarrow -\infty$ получаем:

$$Ai(u, t) \approx \frac{1}{4} e^{i\frac{\pi}{4}} (-\pi^2 u)^{-\frac{1}{4}} \left\{ e^{-i\frac{2}{3}(-u)^{3/2}} \times \right. \\ \times \operatorname{erfc} \left[e^{-i\frac{\pi}{4}} (-u)^{\frac{1}{4}} \left[t - (-u)^{\frac{1}{2}} \right] \right] - i e^{i\frac{2}{3}(-u)^{3/2}} \operatorname{erfc} \left[e^{i\frac{\pi}{4}} (-u)^{\frac{1}{4}} \times \right. \\ \left. \left. \times \left[t + (-u)^{\frac{1}{2}} \right] \right] \right\}, \quad u \rightarrow -\infty.$$

На темной стороне радуги ($u > 0$) имеются стационарные точки $x = \pm i\sqrt{u}$, и при $u \rightarrow \infty$ находим:

$$Ai(u, t) \approx \frac{1}{4} (\pi^2 u)^{-\frac{1}{4}} e^{-\frac{2}{3}u^{3/2}} \operatorname{erfc}(u^{\frac{1}{4}} t), \quad u \rightarrow \infty.$$

Учитывая сказанное, видим, что кулоновская радуга при наличии сильного поглощения имеет следующие особенности. На освещенной стороне $\theta < \theta_r$ есть две «ветви», соответствующие двум стационарным точкам в (22) и приводящие так же, как в (17), к радужным осцилляциям, которые, однако, быстро затухают, так как ветвь,

близкая к L_0 , убывает быстрее, чем другая. На темной стороне $\theta > \theta_r$ экспоненциальное убывание радужного сечения становится еще более быстрым вследствие поглощения, поскольку

$$\operatorname{erfc}(w) \approx (\pi w^2)^{-\frac{1}{2}} e^{-w^2}, \quad w \rightarrow \infty.$$

Таким образом, существование точки кулоновской радуги может существенно сказываться на поведении сечения рассеяния тяжелых ионов в области его быстрого убывания вблизи θ_c . Этот вывод находит подтверждение при изучении экспериментально измеренных дифференциальных сечений рассеяния тяжелых ионов [16].

3. УПРУГОЕ РАССЕЯНИЕ ЛЕГКИХ ИОНОВ АТОМНЫМИ ЯДРАМИ В ОБЛАСТИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ ЭНЕРГИЙ

Рассмотрим теперь упругое рассеяние легких ионов атомными ядрами при энергиях $E \gtrsim 100$ МэВ. При рассеянии легких ионов кулоновское взаимодействие относительно невелико, а действительная часть ядерного потенциала оказывается довольно глубокой (см., например, [17—19]). Поэтому функция отклонения для рассеяния легких ионов в области промежуточных энергий всегда отвечает случаю сильного притяжения. Функция отклонения $\Theta(L)$ принимает небольшие положительные значения при больших прицельных параметрах для траекторий, не проходящих через область сильного притяжения, а при прицельных параметрах, меньших критического—соответствующего касательной к поверхности ядра траектории, $\Theta(L)$ становится отрицательной, как и должно быть в случае притяжения. При достаточно больших энергиях функция отклонения имеет два экстремума: невысокий положительный максимум вблизи L_0 (кулоновская радуга) и довольно глубокий отрицательный минимум при $L_r < L_0$, соответствующий прохождению через внутреннюю область ядра (ядерная радуга). Кулоновская радуга не оказывает существенного влияния на поведение дифференциальных сечений упругого рассеяния легких ионов. Ядерная же радуга благодаря некоторой прозрачности ядра при малых L , которая характерна для рассеяния легких ионов, оказывает сильное влияние на форму дифференциальных сечений. Этот факт имеет важное значение, так как анализ таких сечений позволяет получить ценную информацию о характере ядерного преломления рассеиваемых волн во внутренней области ядра.

Поскольку в случае взаимодействия легких ионов с ядрами при энергиях в десятки и сотни мегаэлектрон-вольт параметр Зоммерфельда невелик, для легких ионов имеет место фраунгоферовский режим рассеяния. Поэтому для угловых распределений сечений упругого рассеяния легких ионов при энергиях $E \gtrsim 10$ МэВ/нуклон характерны четко выраженные дифракционные осцилляции, имеющие почти постоянный период, определяемый граничным моментом области сильного поглощения L_0 , причем огибающая максимумов

этих осцилляций убывает с увеличением угла рассеяния по экспоненциальному закону [20]. Однако ряд экспериментальных исследований упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ [21, 22] и ${}^4\text{He}$ [23—26] при более высоких энергиях ($E \geq 25 \div 30$ МэВ/нуклон) показал, что в этом случае дифференциальные сечения, измеренные в достаточно широком интервале углов, имеют существенные отклонения от фраунгоферовского поведения. В области небольших углов рассеяния по-прежнему наблюдаются четко выраженные дифракционные осцилляции. Однако с ростом угла рассеяния сначала имеют место постепенное заполнение минимумов и нарушение экспоненциального закона убывания, так что в сечении образуется довольно широкий максимум с наложенными на него затухающими осцилляциями, а затем, начиная с некоторого угла, происходит быстрое и плавное убывание сечения. Такое поведение сечений не является в целом дифракционным. Изучение имеющихся экспериментальных данных по упругому рассеянию ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ различными ядрами обнаруживает следующие закономерности. При заданной энергии эффект лучше выражен на более легких ядрах. С ростом массового числа ядер мишени область с описанным выше поведением сечения смещается в сторону больших углов рассеяния, причем при рассеянии на достаточно тяжелых ядрах эффект вообще не выражен, а наблюдается лишь частичное заполнение минимумов. При рассеянии на одних и тех же ядрах мишени эффект не наблюдается при небольших энергиях, затем при более высоких энергиях его можно обнаружить в области больших углов рассеяния, и характерная область углов с ростом энергии смещается в сторону малых углов рассеяния.

Описанное выше поведение дифференциальных сечений упругого рассеяния представляет собой проявление радужного рассеяния в присутствии сильного поглощения. Дальнейшие экспериментальные исследования показали, что затухание фраунгоферовских осцилляций наблюдается при достаточно высоких энергиях в дифференциальных сечениях рассеяния и других ионов ядрами, например, дейтронов [27], ${}^6\text{Li}$ [19, 28, 29] и даже более тяжелых [30—33]. Следует отметить, что такое затухание осцилляций не всегда связано с радужным рассеянием [11]. Этот вопрос будет подробнее обсуждаться ниже.

Во многих работах дифференциальные сечения упругого рассеяния легких ионов ядрами, имеющие описанный выше характер, анализировались с помощью оптической модели. Результаты таких расчетов показывают, что рассматриваемый эффект возникает вследствие сильного преломления рассеиваемых волн довольно глубокой действительной (преломляющей) частью оптического потенциала. Такое поведение сечений иногда называют «рефрактивным» [17]. Дифференциальные сечения, обнаруживающие черты рефрактивного поведения, оказываются чувствительными к выбору действительной части оптического потенциала, причем наибольшая чувствительность имеет место в области больших углов, где отсутствуют дифрак-

ционные осцилляции. Поэтому анализ подобных сечений позволяет получить важную информацию об оптических потенциалах и в ряде случаев устранить дискретную неоднозначность в определении глубины преломляющей части потенциала [25, 26]. Высокая чувствительность сечений к выбору потенциала позволила обсуждать различные уточнения формы его преломляющей части. Так, в [34] рассматривался оптический потенциал с действительной частью в форме квадрата вудс-саксоновской функции, а также в виде суммы вудс-саксоновского потенциала и второй производной от него. Оба вида потенциала улучшали согласие между рассчитанными и измеренными сечениями. В [35] действительная часть оптического потенциала выбиралась в форме суммы вудс-саксоновской части и добавки в виде ряда Фурье — Бесселя, коэффициенты в котором определялись из подгонки рассчитанного сечения к экспериментальным данным.

Дифференциальные сечения упругого рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ атомными ядрами в рассматриваемой области энергий анализировались также на основе определенных параметризаций матрицы рассеяния, учитывающих присутствие сильного ядерного поглощения и наличие преломления рассеиваемых волн [23, 36]. В [23] изучалось упругое рассеяние α -частиц с энергией 104 МэВ различными ядрами. Дифференциальные сечения рассеяния α -частиц на тяжелых ядрах, для которых рефрактивное поведение не наблюдалось, были описаны в [23] с помощью двух различных параметризаций матрицы рассеяния, обычно используемых в дифракционной модели. Однако сечения рассеяния α -частиц на легких ядрах, где рефрактивное поведение имело место, в [23] не удалось описать на основе простых параметризаций матрицы рассеяния.

В [36] был проведен теоретический анализ обнаруживающих рефрактивное поведение дифференциальных сечений упругого рассеяния α -частиц с энергией 141,7 МэВ на ядрах ${}^{40}\text{Ca}$ и ${}^{90}\text{Zr}$. Дифференциальные сечения в [36] удалось описать с помощью матрицы рассеяния в форме

$$S(L) = \eta(L) \exp \{2i [\delta(L) + \sigma(L)]\},$$

где модуль $\eta(L)$ выбирался в виде

$$\eta(L) = \varepsilon + (1 - \varepsilon) \exp \left[- \exp \left(\frac{L_0 - L}{\Delta_0} \right) \right],$$

$\delta(L)$ и $\sigma(L)$ — ядерная и кулоновская фазы; L_0 , Δ_0 и ε — соответственно граничный момент сильного поглощения, параметр диффузности ядерной поверхности в пространстве моментов и параметр прозрачности ядра в области малых L . Для действительной ядерной фазы рассеяния $\delta(L)$ использовалась довольно сложная параметризация, подсказанная результатами расчетов по оптической модели. При анализе экспериментальных данных в [36] оказался существен-

ным учет небольшой прозрачности ϵ для парциальных волн с малыми моментами.

Таким образом, при изучении процессов рассеяния легких ионов атомными ядрами при энергиях $E \gtrsim 25 \div 30$ МэВ/нуклон на основе моделирования матрицы рассеяния простые ее параметризации, обычно используемые в дифракционной модели, оказываются неприменимыми. Для того чтобы изучить эффект затухания фраунгоферовских осцилляций, связанный с наличием сильного ядерного преломления, нужно правильно выбрать ответственную за преломление действительную часть ядерной фазы рассеяния. В приведенных ниже расчетах последняя определяется в виде разложения по некоторому полному набору функций, что позволяет выяснить из анализа экспериментально измеренных дифференциальных сечений упругого рассеяния поведение ядерной фазы и соответствующей ей квантовой функции отклонения.

Будем исходить из разложения амплитуды рассеяния по полиномам Лежандра и запишем ее в виде

$$f(\theta) = \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) [1 - \eta_l \exp[2i(\delta_l + \sigma_l)]] P_l(\cos \theta). \quad (24)$$

Для модуля матрицы рассеяния η_l в дальнейшем будет выбрана определенная параметризация, соответствующая наличию сильного поглощения, а действительная ядерная фаза δ_l будет определена в форме разложения в ряд по полному набору функций.

При численных расчетах удобно в (24) выделить амплитуду кулоновского рассеяния $f_c(\theta)$:

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{i}{2k} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) e^{2i\sigma_l} [1 - \eta_l e^{2i\delta_l}] P_l(\cos \theta). \quad (25)$$

Если в (25) перейти от суммирования к интегрированию и заменить полиномы Лежандра их асимптотическим выражением через функцию Бесселя

$$P_l(\cos \theta) \approx \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} J_0(L\theta), \quad L = l + \frac{1}{2} \gg 1, \quad (26)$$

$$0 \leq \theta < 2(\sqrt{2} - 1)\pi,$$

то получим амплитуду рассеяния в виде

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{i}{k} \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} \int_0^{\infty} e^{2i\sigma(L)} [1 - \eta(L) e^{2i\delta(L)}] J_0(L\theta) L dL.$$

Это выражение использовалось для изучения эффекта ядерной радуги в сечениях рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ в [37, 38].

Квантовую функцию отклонения $\Theta(L)$, являющуюся важной характеристикой процесса рассеяния при квазиклассическом рас-

смотрении, в изучаемом случае можно представить в виде

$$\Theta(L) = \Theta_N(L) + \Theta_C(L), \quad (27)$$

где ядерная $\Theta_N(L)$ и кулоновская $\Theta_C(L)$ части функции отклонения выражаются через ядерную $\delta(L)$ и кулоновскую $\sigma(L)$ фазы рассеяния согласно формулам

$$\Theta_N(L) = 2d\delta(L)/dL, \quad (28)$$

$$\Theta_C(L) = 2d\sigma(L)/dL \approx 2 \operatorname{arctg}(n/L). \quad (29)$$

Характерные черты дифференциальных сечений упругого рассеяния легких ионов с энергиями $E \geq 100$ МэВ при достаточно больших углах рассеяния определяются особенностями поведения функции отклонения при небольших прицельных параметрах. Поэтому оказывается необходимым достаточно точное определение $\Theta(L)$ не только для $L \geq L_0$, но и для траекторий, проникающих внутрь ядра ($L < L_0$).

Для модуля матрицы рассеяния $\eta(L)$ при наличии сильного поглощения рассеиваемых волн можно использовать следующую параметризацию

$$\eta(L) = 1 - (1 - \varepsilon) g(L, L_0, \Delta_0), \quad (30)$$

$$g(L, L_0, \Delta_0) = \left[1 + \exp\left(\frac{L - L_0}{\Delta_0}\right) \right]^{-1}.$$

Учет конечной величины прозрачности ядра ε для парциальных волн с малыми моментами важен для описания и объяснения поведения дифференциальных сечений, обнаруживающих проявление ядерной радуги.

Исходным выражением для действительной части ядерной фазы $\delta(L)$ может служить параметризация

$$\delta(L) = \delta_0 g(L, L_1, \Delta_1), \quad (31)$$

которая успешно применялась в ряде работ [39—41] при изучении различных случаев рассеяния легких и тяжелых ионов атомными ядрами. Однако фаза (31) не позволяет описать сечения, в которых проявляется эффект ядерной радуги. Поэтому определим действительную часть ядерной фазы рассеяния в виде разложения [37]:

$$2\delta(L) = \sum_{m=0}^{\infty} a_m \Delta_1^m \frac{d^m}{dL^m} g(L, L_1, \Delta_1). \quad (32)$$

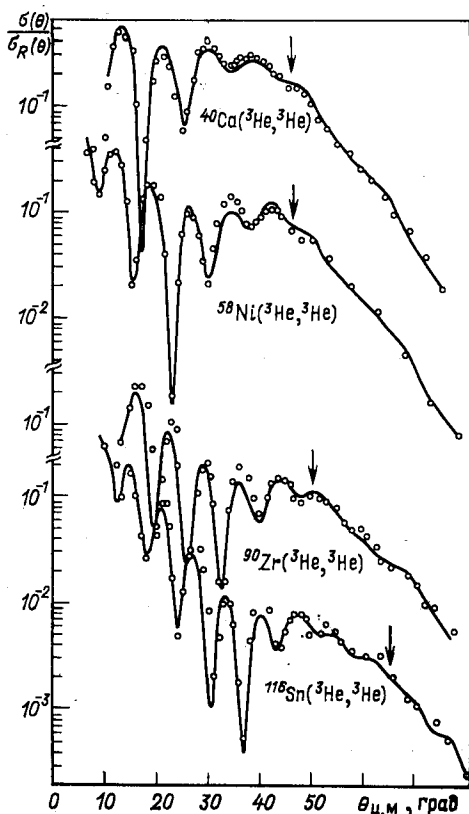
Такое разложение правомерно, так как функция $g(L, L_1, \Delta_1)$ и все производные вместе с единицей, как показано в работе [42], образуют полную систему функций, по которой можно разложить произвольную функцию в интервале изменения L от нуля до бесконечности. Коэффициенты разложения a_m в (32) можно определить из анализа экспериментально измеренных дифференциальных сечений

Рис. 4. Отношения дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ с энергией 109,2 МэВ атомными ядрами к резерфордскому. Экспериментальные данные из [22]

упругого рассеяния. Такое определение ядерной фазы рассеяния аналогично фазовому анализу. Значения параметров L_1 и Δ_1 при расчетах должны быть выбраны таким образом, чтобы ряд в (32) быстро сходился и можно было бы ограничиться несколькими первыми членами. В [43] разложение типа (32) использовалось для безмодельного определения плотности заряда в ядрах из анализа дифференциальных сечений упругого рассеяния электронов ядрами.

На основе выражений (25), (30), (32) был проведен анализ дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$, а также более тяжелых ионов ${}^6\text{Li}$ различными ядрами. Результаты расчетов

вместе с экспериментальными точками показаны на рис. 4—14. Используя полученные при расчетах значения параметров приведены в таблице. Как видно из рисунков, рассчитанные дифференциальные сечения согласуются с экспериментальными данными, правильно описывая как дифракционные осцилляции под малыми углами, так и рефрактивное поведение сечений при больших углах рассеяния. Для достижения такого согласия между рассчитанными и измеренными сечениями в разложении ядерной фазы (32) оставлялось 6—8 слагаемых (см. таблицу). Проведенные расчеты подтверждают, что затухание дифракционных осцилляций в сечениях упругого рассеяния легких ионов атомными ядрами обусловлено наличием сильного ядерного преломления. На рис. 15 приведены в качестве примера модуль матрицы рассеяния $\eta(L)$, ядерная часть фазы рассеяния $2\delta(L)$ и квантовая функция отклонения $\Theta(L)$, вычисленная согласно (27)—(29) для рассеяния α -частиц с энергией 141,7 МэВ ядрами ${}^{40}\text{Ca}$. Из рис. 15 видно, что ядерная фаза $2\delta(L)$ достигает больших значений при малых аргументах и плавно убывает с ростом L . Квантовая



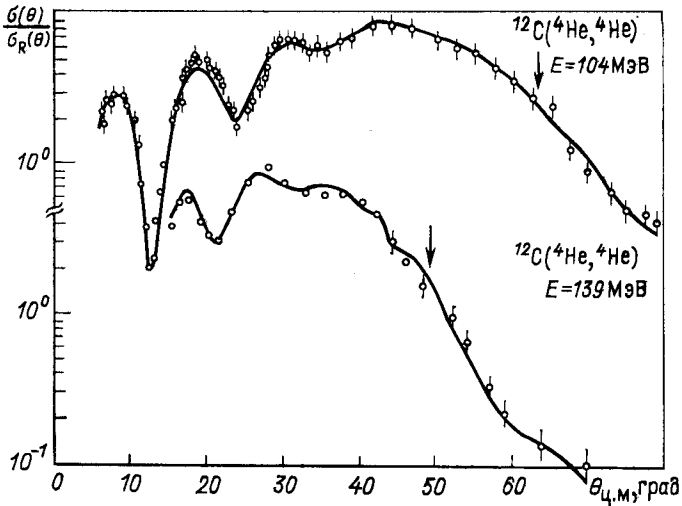


Рис. 5. Отношения дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ ядрами ${}^{12}\text{C}$ к резерфордскому. Экспериментальные данные из [23, 58]

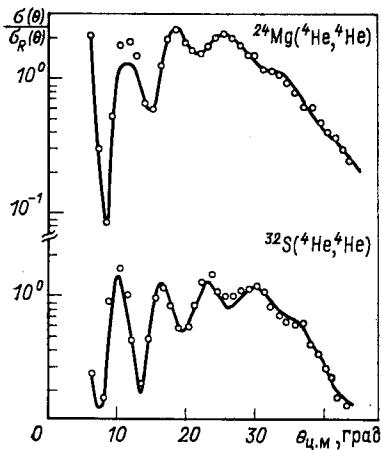


Рис. 6. Отношения дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ с энергией 166 МэВ ядрами ${}^{24}\text{Mg}$ и ${}^{32}\text{S}$ к резерфордскому. Экспериментальные данные из [24]

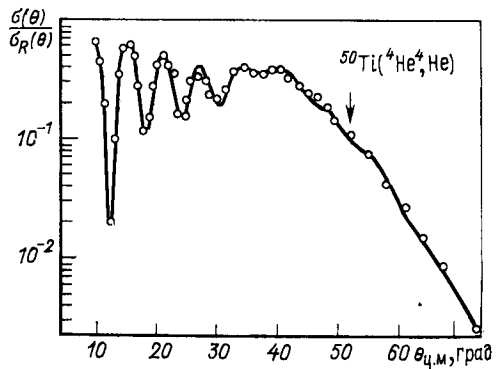


Рис. 7. Отношение дифференциального сечения упругого рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ с энергией 140 МэВ ядрами ${}^{50}\text{Ti}$ к резерфордскому. Экспериментальные данные из [47]

функция отклонения $\Theta(L)$ имеет минимум при значении момента $L_r = 14,5$, лежащем внутри области сильного поглощения. Этот минимум отвечает наличию ядерной радуги, а соответствующий угол радуги равен $\theta_r = 44^\circ$. Ядерная часть фазы рассеяния и квантовая функция отклонения в остальных изученных случаях ведут себя

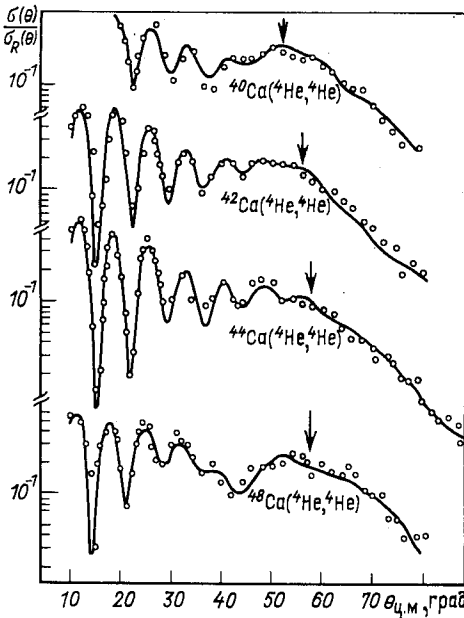


Рис. 8. Отношения дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ с энергией 104 МэВ ядрами изотопов кальция к резерфордскому. Экспериментальные данные из [59]

подобно поведению величин, приведенных на рис. 15. Значения углов радуги приведены в таблице и указаны стрелками на рисунках. Из рисунков видно, что углы радуги лежат именно в той области, где дифференциальное сечение начинает быстро убывать.

Для качественного понимания поведения изучаемых дифференциальных сечений представляется интересным выделить в них вклад ядерной радуги. Параметризация модуля матрицы рассеяния

$\eta(L)$ в виде (30) позволяет разбить амплитуду на две части:

$$f(\theta) = \epsilon f_1(\theta) + (1 - \epsilon) f_2(\theta), \quad (33)$$

где амплитуда $f_1(\theta)$ соответствует матрице рассеяния с модулем

$\eta_1(L) = 1$, а $f_2(\theta)$ — матрице рассеяния, модуль которой $\eta_2(L)$ определяется формулой (30) с прозрачностью $\epsilon = 0$. Амплитуда $f_1(\theta)$ связана только с наличием преломления рассеиваемых волн и описывается формулами, аналогичными формулам (13) и (15). Поэтому $f_1(\theta)$ является амплитудой радужного рассея-

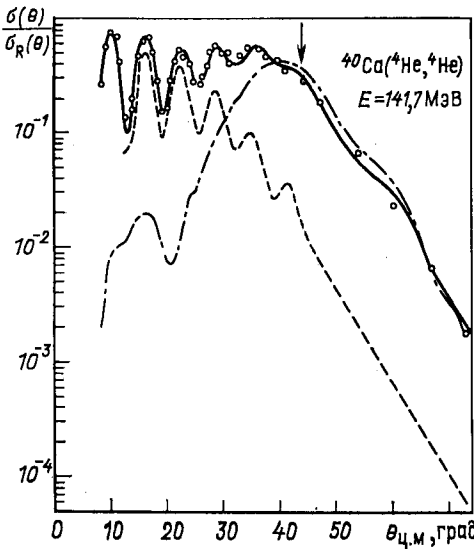


Рис. 9. Отношение дифференциального сечения упругого рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ ядрами ${}^{40}\text{Ca}$ к резерфордскому:

штрихпунктирная и пунктирная линии — отношения $\sigma_1(\theta)/\sigma_R(\theta)$ (вклад ядерной радуги) и $\sigma_2(\theta)/\sigma_R(\theta)$ соответственно (см. текст). Экспериментальные данные из [17]

ния. Разбиение амплитуды (33) на две части имеет смысл, если точка ядерной радуги лежит в области моментов, где функция $\eta_2(L)$ практически равна нулю. Тогда наличие ядерной радуги не сказывается на поведении амплитуды $f_2(\theta)$, которое определяется сильным поглощением, дальнедействующим кулоновским взаимодействием и ядерным преломлением на границе ядра. Исследование поведения амплитуд типа $f_2(\theta)$ показывает, что оно является дифракционным [7, 11, 36].

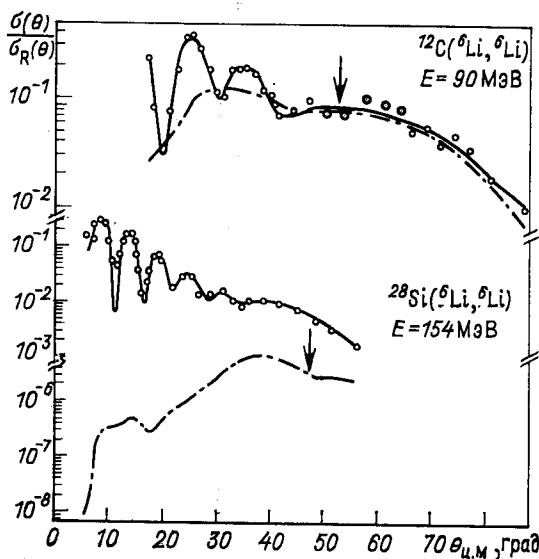


Рис. 10. Отношения дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^6\text{Li}$ ядрами ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{28}\text{Si}$ к резерфордскому: штриховыми линиями показан вклад ядерной радуги $\sigma_1(\theta)/\sigma_R(\theta)$ (см. текст). Экспериментальные данные из [19, 29]

При этом ближняя $f_{2N}(\theta)$ и дальняя $f_{2F}(\theta)$ компоненты амплитуды $f_2(\theta)$ при достаточно больших углах $\theta > \theta_0 = \Theta(L_0)$ имеют френгоферовский характер:

$$f_{2F, N}(\theta) \sim (\sin \theta)^{-\frac{1}{2}} \exp(\pm iL_0\theta) \exp[-a_{F, N}(\theta \pm \theta_0)].$$

Если пренебречь ядерным преломлением на границе ядра, то параметры $a_{F, N}$ оказываются равными и определяются размытием поверхности ядра $a_F = a_N = \pi\Delta_0$. В этом случае ближняя и дальняя амплитуды убывают с ростом угла одинаково, а их интерференция дает френгоферовские осцилляции сечения с периодом π/L_0 . Существование сильного ядерного преломления на границе ядра приводит к тому, что a_F оказывается меньше, чем a_N . Поэтому в области больших углов рассеяния амплитуда $f_{2F}(\theta)$ может стать значительно

больше, чем $f_{2N}(\theta)$, что приводит к затуханию фраунгоферовских осцилляций, не связанному с ядерной радугой [11].

Рис. 9 иллюстрирует описанное выше разбиение амплитуды на два вклада для упругого рассеяния α -частиц с энергией 141,7 МэВ ядрами ^{40}Ca . На рис. 9 приведены сечения $\sigma_1(\theta) = e^2 |f_1(\theta)|^2$, $\sigma_2(\theta) = (1 - e)^2 |f_1(\theta)|^2$ и $\sigma(\theta) = |f(\theta)|^2$. Сечение $\sigma_1(\theta)$ носит чисто радужный характер и имеет резкий максимум вблизи угла радуги θ_r . Из рис. 9 видно, что радужное сечение $\sigma_1(\theta)$ полностью определяет

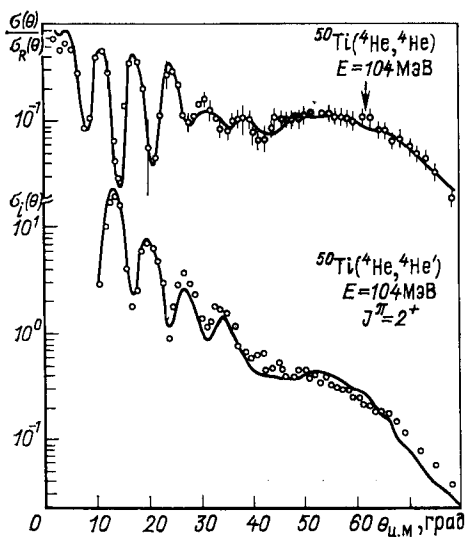


Рис. 11. Отношение дифференциального сечения упругого рассеяния к резерфордскому и дифференциальное сечение (мб/ср) неупругого рассеяния ядер ^4He ядрами ^{50}Ti . При неупругом рассеянии возбуждается уровень ядер титана 2^+ ($E_2 = 1,56$ МэВ). Экспериментальные данные из [48]

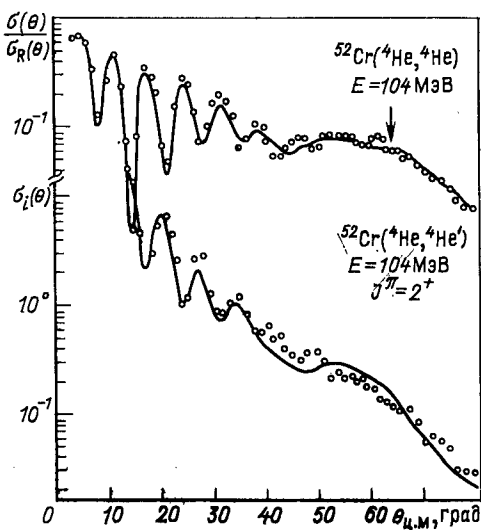


Рис. 12. Отношение дифференциального сечения упругого рассеяния к резерфордскому и дифференциальное сечение (мб/ср) неупругого рассеяния ядер ^4He ядрами ^{52}Cr . При неупругом рассеянии возбуждается уровень ядер хрома 2^+ ($E_2 = 1,43$ МэВ). Экспериментальные данные из [48]

поведение дифференциального сечения в области, где наблюдаются широкий максимум и последующее быстрое убывание сечения. При небольших углах рассеяния доминирует дифракционный вклад $\sigma_2(\theta)$. Для $\sigma_2(\theta)$ характерно постоянное экспоненциальное убывание с ростом угла рассеяния. В области больших углов в $\sigma_2(\theta)$ наблюдается затухание фраунгоферовских осцилляций, которое, как было отмечено выше, вызвано ядерным преломлением на границе ядра. Вклад ядерной радуги в сечение существенно зависит от параметра прозрачности ϵ . При рассеянии тяжелых ионов прозрачность для волн с малыми моментами, как правило, пренебрежимо мала, и затухание осцилляций имеет такой же вид, как в $\sigma_2(\theta)$. В этом случае

затухание дифракционных осцилляций не является эффектом ядерной радуги, хотя и вызвано ядерным преломлением [11]. В этом отношении интересен анализ дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^6\text{Li}$ (см. рис. 10). При рассеянии на ядрах ${}^{12}\text{C}$ параметр прозрачности оказался достаточно большим ($\epsilon = 0,083$), и показанный на рис. 10 вклад ядерной радуги $\sigma_1(\theta)$ преобладает в области больших углов рассеяния. В случае рассеяния на ядрах ${}^{28}\text{Si}$ прозрачность мала ($\epsilon = 0,00046$), так что вклад ядерной радуги

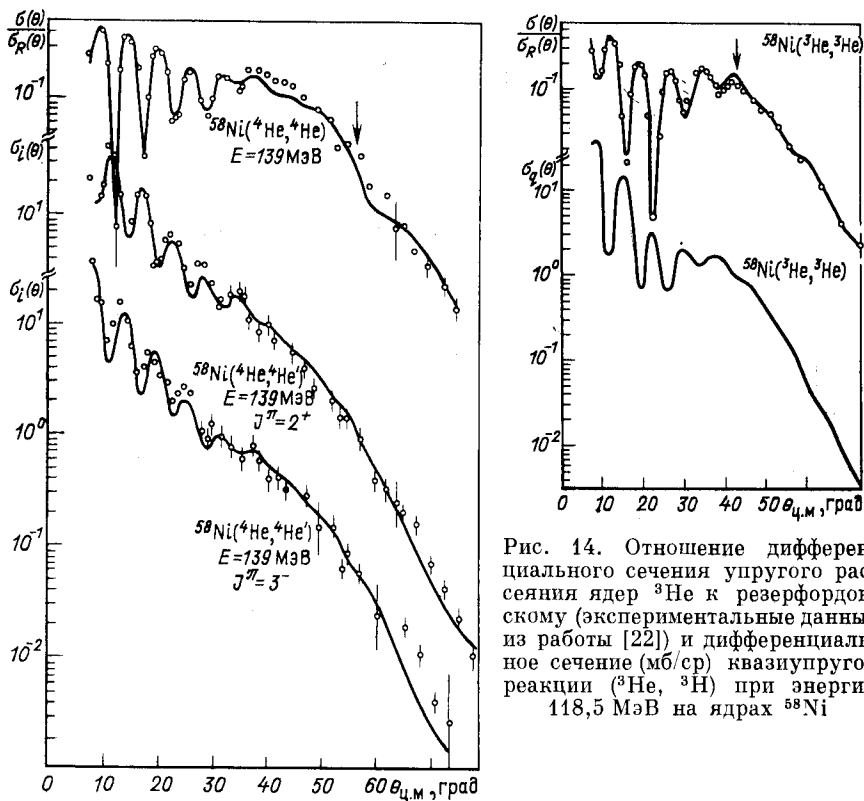


Рис. 14. Отношение дифференциального сечения упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ к резерфордскому (экспериментальные данные из работы [22]) и дифференциальное сечение (мб/ср) квазиупругой реакции $({}^3\text{He}, {}^3\text{H})$ при энергии 118,5 МэВ на ядрах ${}^{58}\text{Ni}$

Рис. 13. Отношение дифференциального сечения упругого рассеяния к резерфордскому и дифференциальные сечения (мбн/ср) неупругого рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ ядрами ${}^{58}\text{Ni}$. При неупругом рассеянии возбуждаются уровни ядер никеля 2^+ ($E_2 = 1,45$ МэВ) и 3^- ($E_3 = 4,47$ МэВ). Экспериментальные данные из [26]

пренебрежим при всех углах рассеяния. В [19] отмечалось, что для рассеяния ядер ${}^6\text{Li}$ характерно более сильное, чем для легких ионов, поглощение, и поэтому ядро ${}^6\text{Li}$ занимает промежуточную позицию между легкими и тяжелыми ионами. Следует, однако, отметить, что для окончательного вывода о проявлении или отсутствии эффекта

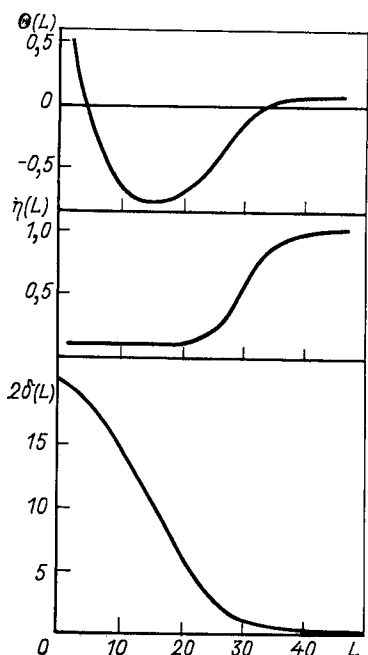


Рис. 15. Ядерная фаза $\delta(L)$, функция отклонения $\Theta(L)$ и модуль матрицы рассеяния $\eta(L)$ как функции орбитального момента $L = l + 1/2$ для рассеяния ядер ${}^4\text{He}$ с энергией 141,7 МэВ ядрами ${}^{40}\text{Ca}$

ядерной радуги в случае рассеяния ядер ${}^6\text{Li}$ на ядрах ${}^{28}\text{Si}$ при энергии 154 МэВ дифференциальное сечение, возможно, нужно измерить в более широком интервале углов [44].

Заметим, что последние исследования упругого рассеяния более тяжелых ионов атомными ядрами показали, что в большинстве случаев прозрачность очень мала: $\epsilon < 10^{-4}$ — 10^{-5} , так что эффект ядерной радуги подавлен [41, 45]. Однако в некоторых случаях (например, при рассеянии ядер ${}^9\text{Be}$ с энергией 158 МэВ на легких ядрах ${}^{12}\text{C}$ и ${}^{16}\text{O}$ [30, 45]) прозрачность оказывается несколько больше: $\epsilon \geq 0,001$. Такие значения ϵ малы по сравнению со значениями,

характерными для рассеяния легких ионов, но все же они позволяют наблюдать в дифференциальных сечениях слабое проявление ядерной радуги. В этих сечениях хотя и не наблюдается хорошо выраженный радужный максимум, появляющийся при рассеянии легких ионов, тем не менее можно обнаружить некоторый намек на формирование такого максимума. Подобное поведение сечения получило название «призрака» радуги (rainbow ghost) [41, 45]. При рассеянии ядер ${}^9\text{Be}$ с энергией 158 МэВ на ядрах ${}^{26}\text{Mg}$ и более тяжелых ядрах не наблюдался даже призрак радуги [45].

Таким образом, для проявления эффекта ядерной радуги необходимо наличие некоторой прозрачности ядра (несколько процентов) в области малых моментов и существование у функции отклонения $\Theta(L)$ минимума, по абсолютному значению меньшего π . При рассеянии на одних и тех же ядрах мишени с уменьшением энергии минимум функции отклонения становится глубже и угол радуги растет, что подтверждается анализом экспериментальных данных (см. таблицу). При энергиях, меньших некоторой критической, вместо радуги возникает закручивание в точке $L = L_{\text{orb}}$, так что $\Theta(L_{\text{orb}}) = -\infty$ [4, 5]. При таких энергиях в дифференциальном сечении не будет наблюдаться радужное рассеяние, а поведение функции отклонения можно пояснить с помощью квазиклассического выражения (8). При не очень больших L эффективный потенциал $U_{\text{ef}}(r) = U(r) + \hbar^2 L^2 / 2mr^2$ имеет на границе ядра барьер, образованный кулонов-

ским и центробежным потенциалами. При больших же L эффективный потенциал является монотонно убывающей функцией r . Если энергия не очень велика, то при некотором моменте $L = L_{\text{orb}}$ энергия E равна барьеру, и интеграл в (8) расходится. Критическая энергия E_{cr} , ниже которой имеется закручивание и нет точки радуги, определяется максимальной высотой барьера в U_{ef} при его исчезновении и равна [25]:

$$E_{\text{cr}} = \left[U(r) + \frac{r}{2} \frac{d}{dr} U(r) \right]_{\text{max}}.$$

Оценки энергии E_{cr} показывают, что при увеличении массового числа ядра мишени E_{cr} возрастает. Радужное рассеяние наблюдается при $E > E_{\text{cr}}$, т. е. для тяжелых ядер мишени оно имеет место при более высоких энергиях, чем для легких.

4. ПРОЯВЛЕНИЕ ЭФФЕКТОВ РАДУЖНОГО РАССЕЯНИЯ В КВАЗИУПРУГИХ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЯХ

В рассматриваемой области энергий можно также ожидать проявления эффекта радужного рассеяния в дифференциальных сечениях различных квазиупругих ядерных процессов, протекающих при условиях, близких к условиям упругого рассеяния.

Действительно, эксперименты по неупругому рассеянию ядер ${}^3\text{He}$ [46] и ${}^4\text{He}$ [26, 47, 48] при энергиях $E \gtrsim 25 \div 30$ МэВ/нуклон, а также ядер ${}^6\text{Li}$ при энергии $E = 90$ МэВ [19] с возбуждением низколежащих коллективных состояний ядер мишени показывают, что в дифференциальных сечениях неупругого рассеяния также наблюдается эффект затухания дифракционных осцилляций, подобный описанному выше для сечений упругого рассеяния. Затухание осцилляций в сечениях неупругого рассеяния наступает в той же области углов, что и в сечениях упругого рассеяния.

В [26] неупругое рассеяние α -частиц с энергией 139 МэВ с возбуждением низколежащих состояний ядер изучалось на основе метода искаженных волн. Используя в этих расчетах оптический потенциал извлекался из анализа сечений упругого рассеяния α -частиц с такой же энергией. В [26] был удовлетворительно описан эффект затухания осцилляций в сечениях как упругого, так и неупругого рассеяния α -частиц.

Изложенный в разд. 3 подход можно обобщить для описания на основе адиабатического приближения дифференциальных сечений неупругого рассеяния с возбуждением низколежащих колебательных состояний ядер.

Будем исходить из выражения (25) для амплитуды упругого рассеяния. Заменяем полиномы Лежандра их асимптотическим выражением через функцию Бесселя согласно формуле (26). Используя для

функций Бесселя интегральное представление

$$J_m(L\theta) = \frac{(-i)^m}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp(iL\theta \cos \varphi + im\varphi) d\varphi,$$

представим амплитуду рассеяния в виде

$$f(\theta) = f_c(\theta) + \frac{i}{2\pi k} \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} \sum_{l=0}^{\infty} \int_0^{2\pi} \exp(2i\sigma(L) + i\mathbf{bq}) \times \\ \times [1 - \eta(L) e^{2i\delta(L)}] L d\varphi, \quad (34)$$

где \mathbf{b} ($b = L/k$) и \mathbf{q} ($q = k\theta$) — двумерные векторы, лежащие в плоскости, перпендикулярной направлению падающего пучка, φ — угол между ними.

Рассмотрим теперь малые коллективные колебания поверхности ядра. Будем считать, что форма ядра определяется выражением

$$R(\vartheta, \varphi) = R \left[1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu}(\vartheta, \varphi) \right],$$

где R — радиус ядра; ось z совпадает с направлением падающего пучка. Проекция ядра на плоскость, перпендикулярную пучку, есть

$$R(\varphi) = R \left[1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \left(\frac{\pi}{2}, \varphi \right) \right]. \quad (35)$$

Величины $\alpha_{\lambda\mu}$ связаны с операторами рождения $b_{\lambda\mu}^+$ и уничтожения $b_{\lambda\mu}$ поверхностных фононов соотношением

$$\alpha_{\lambda\mu} = \frac{\beta_\lambda}{\sqrt{2\lambda+1}} [b_{\lambda\mu} + (-1)^\mu b_{\lambda, -\mu}^+],$$

где β_λ — параметры динамической деформации ядра. Граничный момент L_0 связан с радиусом ядра R (радиусом сильного поглощения) соотношением $L_0 \approx kR$. Подобное соотношение имеет место и для параметра L_1 , если под R подразумевать радиус преломляющей области ядра. Поэтому для описания неупругого рассеяния с возбуждением поверхностных колебаний в ядрах можно заменить параметры L_0 и L_1 в соответствии с (35):

$$L_{0,1}(\varphi) = L_{0,1} \left[1 + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} Y_{\lambda\mu} \left(\frac{\pi}{2}, \varphi \right) \right].$$

Такая замена аналогична процедуре, примененной в [53] для описания сечений неупругого рассеяния частиц ядрами. Разлагая подынтегральное выражение в (34) в ряд по малым величинам $\alpha_{\lambda\mu}$ с точностью до линейных членов, получаем

$$f(\theta) = f_e(\theta) + \sum_{\lambda\mu} \alpha_{\lambda\mu} f_{\lambda\mu}(\theta),$$

где амплитуда упругого рассеяния $f_e(\theta)$ определяется выражением (25), а амплитуда неупругого рассеяния $f_{\lambda\mu}(\theta)$ равна

$$f_{\lambda\mu}(\theta) = \frac{i^{\mu+1}}{k} L_0 Y_{\lambda\mu} \left(\frac{\pi}{2}, 0 \right) \sqrt{\frac{\theta}{\sin \theta}} \times \\ \times \sum_{l=0}^{\infty} L J_{\mu}(L\theta) \exp \{ 2i [\sigma(L) + \delta(L)] \} \times \\ \times \left[\frac{d\eta(L)}{dL} + 2i \frac{L_1}{L_0} \eta(L) \frac{d\delta(L)}{dL} \right]. \quad (36)$$

В (36) не учитывается возможность кулоновского возбуждения ядер мишени, так как вклад такого процесса в сечение мал в рассматриваемой области энергий [49, 50].

Заметим, что выражение (36) можно также получить на основе развитого в [51] формализма, который позволяет связать амплитуду неупругого рассеяния с амплитудой упругого рассеяния, рассматривая оптический потенциал, деформированный малыми поверхностными колебаниями.

Дифференциальное сечение неупругого рассеяния с возбуждением низколежащих однофононных колебательных состояний со спином I в четно-четных ядрах связано с амплитудой (36) соотношением

$$\sigma_I(\theta) = \frac{|\beta_I|^2}{2I+1} \sum_{M=-I}^I |f_{IM}(\theta)|^2.$$

Для проведения расчетов дифференциальных сечений неупругого рассеяния α -частиц с энергией 104 МэВ ядрами ^{50}Ti и ^{52}Cr и 139 МэВ ядрами ^{58}Ni можно воспользоваться результатами анализа сечений упругого рассеяния α -частиц при тех же энергиях и на тех же ядрах (см. таблицу). Сечения неупругого рассеяния α -частиц ядрами ^{58}Ni на основе описанного выше подхода анализировались в [52]. Рассмотрим рассеяние α -частиц с возбуждением уровней 2^+ ядер ^{50}Ti ($E_2 = 1,56$ МэВ) и ^{52}Cr ($E_2 = 1,43$ МэВ) и уровней 2^+ ($E_2 = 1,45$ МэВ) и 3^- ($E_3 = 4,47$ МэВ) ядер ^{58}Ni . Результаты расчетов дифференциальных сечений упругого и неупругого рассеяния вместе с экспериментальными данными из [26, 48] приведены на рис. 11—13. Параметры динамической деформации имели значения: для ^{50}Ti — $|\beta_2| = 0,125$, для ^{52}Cr — $|\beta_2| = 0,111$, для ^{58}Ni — $|\beta_2| = 0,123$, $|\beta_3| = 0,085$. Функции $\eta(L)$, $\delta(L)$ и $\Theta(L)$ для всех трех ядер ведут себя подобно величинам, приведенным на рис. 15, и указывают на наличие ядерной радуги. Как видно из рис. 11—13, рассчитанные дифференциальные сечения неупругого рассеяния α -частиц согласуются с экспериментальными данными. Значение χ^2 для сечений неупругого рассеяния равно 2,3 для рассеяния на ядрах ^{50}Ti , 2,0 — на ядрах ^{52}Cr , 2,1 и 3,9 — на ядрах ^{58}Ni с возбуждением уровней 2^+ и 3^- соответственно. В области дифракционных осцилляций выполняется

дифракционное правило фаз [53]: сечение неупругого рассеяния с возбуждением однофононных состояний ядер осциллирует в противофазе с сечением упругого рассеяния, если спин конечного состояния четно-четных ядер четен, и в фазе, если нечетен. В области углов $\theta > \theta_r$ рассчитанные дифференциальные сечения неупругого рассеяния правильно воспроизводят наблюдаемое затухание дифракционных осцилляций.

Таким образом, правильный выбор ядерной фазы $\delta(L)$ позволяет описать с одним набором параметров сечения упругого и неупругого рассеяния легких ионов ядрами при энергиях $E \geq 25 \div 30$ МэВ/нуклон, для которых характерен эффект радужного рассеяния.

Проявление ядерной радуги в сечениях неупругого ядерного рассеяния с возбуждением низколежащих коллективных состояний ядер мишени в рассматриваемой области энергий дает основание ожидать, что в других квазиупругих процессах также может иметь место ядерная радуга. К числу таких квазиупругих процессов относится, в частности, зарядовообменная ядерная реакция (^3He , ^3H), сопровождающаяся возбуждением изобар-аналога основного состояния ядра мишени.

Будем исходить из выражения для амплитуды упругого рассеяния (25), где модуль матрицы рассеяния $\eta(L)$ и ядерная фаза $\delta(L)$ по-прежнему имеют вид (30) и (32). Чтобы ввести изоспиновую часть в выражение для амплитуды рассеяния, используем процедуру, подобную примененной в [54, 55], и заменим параметры L_0 и L_1 величинами

$$L_{0,1}(t, T) = L_{0,1} + \epsilon_t t T,$$

где t и T — операторы изотопического спина налетающей частицы и ядра мишени соответственно, а ϵ_t — константа, характеризующая изоспиновую часть взаимодействия. Разлагая амплитуду рассеяния с точностью до членов первого порядка по малой величине ϵ_t , получаем

$$f(\theta) = f_0(\theta) + f_t(\theta) t T,$$

где амплитуда $f_0(\theta)$ определяется выражением (25), а для амплитуды $f_t(\theta)$ получаем:

$$f_t(\theta) = \frac{i\epsilon_t}{k} \sum_{l=0}^{\infty} L \exp\{i[\sigma(L) + \sigma'(L) + 2\delta(L)]\} \times \\ \times \left[\frac{d\eta(L)}{dL} + 2i\eta(L) \frac{d\delta(L)}{dL} \right] P_l(\cos \theta). \quad (37)$$

В формуле (37) учтено различие между кулоновскими фазами $\sigma(L)$ и $\sigma'(L)$ во входном и выходном каналах. Дифференциальное сечение зарядовообменной реакции (^3He , ^3H) с образованием изобар-аналога основного состояния ядра мишени связано с амплитудой (37) выра-

жением

$$\sigma_q(\theta) = \frac{1}{4} (T + M)(T - M + 1) |f_t(\theta)|^2,$$

где T и M — изоспин и проекция изоспина ядра мишени.

Дифференциальное сечение квазиупругой зарядовообменной реакции (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$) на ядре ${}^{58}\text{Ni}$ при энергии 118,5 МэВ можно рассчитать, воспользовавшись результатами анализа сечения упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ при той же энергии на тех же ядрах (см. таблицу). Для параметра ε_t , не влияющего на форму сечения, взято значение $\varepsilon_t = 0,1$. Результаты расчетов дифференциальных сечений упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ и реакции (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$) приведены на рис. 14. Из рисунка видно, что сечение зарядовообменной реакции (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$) ведет себя подобно сечению упругого рассеяния ядер ${}^3\text{He}$ [38, 56]. При небольших углах рассеяния в рассчитанном сечении зарядовообменной реакции также наблюдаются дифракционные осцилляции, удовлетворяющие правилу фаз [57]: сечение квазиупругой зарядовообменной реакции осциллирует в противофазе с сечением упругого рассеяния. В области углов $\theta \geq \theta_c$ наблюдаются затухание осцилляций и последующее быстрое убывание сечения реакции (${}^3\text{He}$, ${}^3\text{H}$), носящее радужный характер.

Таким образом, проведенный анализ показывает, что эффект радужного рассеяния характерен не только для упругого рассеяния легких ионов атомными ядрами, но также и для различных квазиупругих процессов в той же области энергий сталкивающихся частиц.

5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование процессов ядерного рассеяния в области промежуточных энергий показывает, что во многих случаях в угловых распределениях сечений имеет место эффект, аналогичный радужному рассеянию света в оптике. Так, теоретический анализ экспериментально измеренных дифференциальных сечений упругого рассеяния легких ионов ${}^3\text{He}$ и ${}^4\text{He}$ атомными ядрами при энергиях $E \geq 100$ МэВ подтверждает, что наблюдаемое в этом случае затухание фраунгоферовских осцилляций с последующим быстрым плавным убыванием сечения представляет собой картину радужного рассеяния, связанную с наличием минимума у соответствующей квантовой функции отклонения внутри области сильного поглощения $L < L_0$ (ядерная радуга). Возможность проявления ядерной радуги в сечениях упругого рассеяния обусловлена тем, что при рассеянии легких ионов поглощение является относительно небольшим, так что существует некоторая прозрачность ядра (несколько процентов) для парциальных волн с малыми моментами. Благодаря этому анализ таких сечений позволяет выяснить характер ядерного преломления во внутренней области ядра, уточнить поведение оптических потенциа-

лов на малых расстояниях и определить действительную часть ядерной фазы рассеяния для небольших значений орбитального момента.

Дальнейшие исследования показали, что радужное рассеяние наблюдается также в неупругом рассеянии легких ионов с возбуждением низколежащих коллективных состояний ядер. Поведение дифференциального сечения такого квазиупругого процесса можно описать, используя характеристики, извлеченные из анализа сечения упругого рассеяния. Это позволяет сделать заключение, что радужное рассеяние должно наблюдаться и в других квазиупругих ядерных процессах. К таким процессам относится, в частности, зарядово-обменная реакция (^3He , ^3H), сопровождающаяся возбуждением изобар-аналогового состояния ядра мишени. Расчеты показывают, что сечение такой реакции при энергиях $E \geq 100$ МэВ действительно представляет собой картину радужного рассеяния. Окончательное подтверждение этого предсказания можно сделать после проведения соответствующих экспериментов.

При рассеянии тяжелых ионов атомными ядрами поглощение имеет, как правило, гораздо большую величину, чем в случае легких ионов, и прозрачность ядра для парциальных волн с малыми моментами оказывается пренебрежимо малой. Это делает невозможным проявление эффекта ядерной радуги при взаимодействии тяжелых ионов с ядрами. Затухание фраунгоферовских осцилляций в области больших углов рассеяния, наблюдаемое иногда в сечениях тяжелых ионов, по-видимому, в большинстве случаев связано со специфическим эффектом ядерного преломления на границе ядра. В таких сечениях отсутствует характерный широкий радужный максимум. Анализ подобных сечений может дать ценную информацию о ядерном преломлении в граничной области ядра. Другим эффектом, связанным с ядерным преломлением на границе ядра, является кулоновская радуга. Кулоновская радуга существенно влияет на поведение дифференциальных сечений упругого рассеяния тяжелых ионов в области углов $\theta \sim \theta_c$, где наблюдается быстрое убывание сечения.

Явление радужного рассеяния в ядерных столкновениях оказывается намного богаче и разнообразнее с физической точки зрения, чем радуга в оптике. Для более глубокого понимания всей совокупности явлений, связанных с проявлением радужного рассеяния, необходимы дальнейшие систематические экспериментальные исследования упругих и неупругих ядерных процессов и их теоретическая интерпретация.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Льюиси М. История физики: Пер. с итальянского. М.: Мир, 1970.
2. Nussenzweig H. M. // *Scient. Amer.* 1977. Vol. 236. N 4. P. 116—127. (рус. пер.: Нуссенцвейг Х. // УФН. 1978. Т. 125. Вып. 3. С. 527—547).
3. Ван де Хюльст Г. Рассеяние света малыми частицами: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1961.
4. Ньютон Р. Теория рассеяния волн и частиц: Пер. с англ. М.: Мир, 1969.

5. Ford K. W., Wheeler J. A.//Ann. Phys. 1959. Vol. 7. P. 259—286.
6. Frahn W. E. Wave mechanics of heavy ion collisions//Heavy-ion, high spin states and nuclear structure. Intern. Atomic Energy Agency. Vienna, 1975. Vol. 1. P. 157—253.
7. Rowley N., Marty C.//Nucl. Phys. 1976. Vol. A266. P. 494—520.
8. Frahn W. E., Venter R. H.//Ann. Phys. 1963. Vol. 24. P. 243—288.
9. Бережной Ю. А., Хоменко Г. А.//Укр. физ. журн. 1979. Т. 24. С. 1024—1032.
10. Fuller R. C.//Phys. Rev. 1975. Vol. C12. P. 1561—1574.
11. McVoy K. W., Satchler G. R.//Nucl. Phys. 1984. Vol. A417. P. 157—173.
12. Knoll J., Schaeffer R.//Ann. Phys. 1976. Vol. 97. P. 307—366.
13. Eisberg R. M., Porter C. E.//Rev. Mod. Phys. 1961. Vol. 33. P. 190—230.
14. Frahn W. E.//Nucl. Phys. 1966. Vol. 75. P. 577—591.
15. Frahn W. E.//Ann. Phys. 1972. Vol. 72, P. 524—547.
16. Alamanos N., Auger F., Barrette J. e.a.//Phys. Lett. 1984. Vol. 137B. P. 37—40.
17. Goldberg D. A., Smith S. M., Burdzik G. F.//Phys. Rev. 1974. Vol. C10. P. 1362—1371.
18. Hyakutake M., Kumabe I., Fukada M. e.a.//Nucl. Phys. 1980. Vol. A333. P. 1—13.
19. Глухов Ю. А., Демьянова А. С., Дроздов С. И. и др.//ЯФ. 1981. Т.34. С. 312—320.
20. Инопин Е. В., Бережной Ю. А.//Укр. физ. журн. 1962. Т. 7. С. 343—348.
21. Willis N., Brissaud I., Le Bornec Y.e.a.//Nucl. Phys. 1973. Vol. A204. P. 454—464.
22. Hyakutake M., Matoba M., Kumabe I.e.a.//Nucl. Phys. 1978. Vol. A311. P. 161—172.
23. Hauser G., Löhken R., Rebel H.e.a.//Nucl. Phys. 1969. Vol. A128. P. 81—109.
24. Brissaud I., Le Bornec Y., Tatischeff V.e.a.//Nucl. Phys. 1972. Vol. A191. P. 145—165.
25. Goldberg D. A., Smith S. M.//Phys. Rev. Lett. 1972. Vol. 29. P. 500—503.
26. Goldberg D. A., Smith S. M., Pugh H.G.e.a.//Phys. Rev. 1973. Vol. C7. P. 1938—1950.
27. Stephenson E. J., Foster C. C., Schwandt P., Goldberg D. A.//Nucl. Phys. 1981. Vol. A359. P. 316—330.
28. De Vries R. M., Goldberg D. A., Watson J.W.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 39. P. 450—453.
29. Schwandt P., Kailas S., Jacobs W.W.e.a.//Phys. Rev. 1980. Vol. C21. P. 1656—1659.
30. Satchler G. R., Fulmer C. B., Auble R. L. e.a.//Phys. Lett. 1983. Vol. 128B. P. 147—152.
31. Brandan M. E.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 1132—1135.
32. Bohlen H. E., Clover M. R., Ingold G.e.a.//Z. Phys. 1982. Vol. A308. P. 121—131.
33. Buenerd M., Martin P., Bertholet R.e.a.//Phys. Rev. 1982. Vol. C26. P. 1299—1301.
34. Goldberg D. A.//Phys. Lett. 1975. Vol. 55B. P. 59—62.
35. Friedman E., Batty C. J.//Phys. Rev. 1978. Vol. C17. P. 34—42.
36. Kauffmann S. K.//Z. Phys. 1977. Vol. A282. P. 163—171.
37. Бережной Ю. А., Пилипенко В. В.//Укр. физ. журн. 1982. Т. 27. С. 177—180.
38. Бережной Ю. А., Пилипенко В. В. Проблемы ядерной физики и космических лучей. Харьков: Изд-во ХГУ, 1983. Вып. 19. С. 3—14.
39. McIntyre J. A., Wang K. H., Becker L. C.//Phys. Rev. 1959. Vol. 117. P. 1337—1338.
40. Alster J.//Phys. Rev. 1966. Vol. 141. P. 1138—1145.
41. Frahn W. E., Rehm K. E.//Phys. Repts. 1978. Vol. 37C. P. 2—51.

42. Тищенко Б. И., Иношин Е. В. // ЯФ. 1968. Т. 7. С. 1029—1036.
43. Лукьянов В. К., Петков И. Ж., Полю Ю. С. // ЯФ. 1969. Т. 9. С. 349—356.
44. Демьянова А. С. Препринт ИАЭ-4139/2. М., 1985.
45. Fulmer C. B., Satchler G. R., Erb K. A. e.a. // Nucl. Phys. 1984. Vol. A427. P. 545—567.
46. Marchese C. J., Clarke N. M., Griffiths R. J. // Nucl. Phys. 1973. Vol. A202. P. 421—432.
47. Roberson P. L., Goldberg D. A., Wall N. S. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. P. 54—57.
48. Pesi R., Gils H. J., Rebel H. e.a. // Z. Phys. A. 1983. Vol. 313. P. 111—122.
49. Bassichis W. H., Dar A. // Ann. Phys. 1966. Vol. 36. P. 130—141.
50. Varma S., Dar A. // Ann. Phys. 1966. Vol. 39. P. 435—452.
51. Austern N., Blair J. S. // Ann. Phys. 1965. Vol. 33. P. 15—69.
52. Бережной Ю. А., Пилипенко В. В. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 43. С. 2240—2243.
53. Blair J. S. // Phys. Rev. 1959. Vol. 115. P. 928—938.
54. Abul-Magd A. Y. // Nucl. Phys. 1967. Vol. A93. P. 321—326.
55. Frahn W. E. // Nucl. Phys. 1968. Vol. A107. P. 129—138.
56. Бережной Ю. А., Пилипенко В. В. // ДАН УССР. Сер. А. 1984. № 5. С. 52—54.
57. Blair J. S. Proc. Conf. on Direct Interactions and Nuclear Reaction Mechanisms, Padua, September 3—8, 1962/Ed. E. Clemental and G. Villi. N.Y., Lond.: Gordon and Breach, 1963. P. 669—685. (рус. пер. Блэр Дж. Прямые процессы в ядерных реакциях. М.: Мир, 1965. С. 208—223).
58. Smith S. M., Tibell G., Cowley A. A. e.a. // Nucl. Phys. 1973. Vol. A207. P. 273—288.
59. Gils H. J., Friedman E., Rebel H. e.a. // Phys. Rev. 1980. Vol. C21. P. 1239—1251.