

МОДЕЛИРОВАНИЕ АДРОННЫХ И ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КАСКАДОВ В ЭЛЕМЕНТАХ СВЕРХПРОВОДЯЩИХ УСКОРИТЕЛЕЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ УСТАНОВОК ПРИ ЭНЕРГИЯХ ДО 20 ТэВ

Н. В. Мохов

Институт физики высоких энергий, Серпухов

Описаны методы моделирования процессов взаимодействия релятивистских частиц с веществом и построения трехмерных траекторий в геометрически сложных системах при наличии внешних магнитных полей. В зависимости от способа моделирования актов множественного рождения выделено три класса каскадных расчетов: эксклюзивный, квазиэксклюзивный и инклюзивный. Рассмотрены алгоритмы расчета электрон-фотонных ливней, ядерно-электромагнитных каскадов, образования и распространения мюонов в веществе. Выполнен анализ качества и возможностей существующих программ, применимых для расчетов каскадов в тераэлектрон-вольтовой области энергий. Приведены подходы и конкретные примеры решения ряда проблем на больших ускорителях с использованием описанных методов.

The methods for simulation of the high energy particles interactions with matter and construction of three-dimensional trajectories in geometric-complex systems in the presence of external magnetic fields are described. Three types of the shower calculations—exclusive, quasiexclusive and inclusive—are defined depending on the way of the multiparticle processes simulation. The calculational schemes are considered for electromagnetic showers, hadronic cascades and muons penetration through the matter. The quality and possibilities of the computer programs designed for the multi-TeV energy region are analysed. The approaches and solving examples of a number of problems at the big accelerators are given.

ВВЕДЕНИЕ

Создание ускорителей нового поколения и соизмеримых по масштабу экспериментальных установок немислимо без математического моделирования адронных и электромагнитных каскадов, возникающих при взаимодействиях с элементами этих систем частиц высоких энергий. Особое место такое моделирование занимает на стадии планирования современных экспериментов и в проектах сверхпроводя-

щих протонных ускорителей УНК (3 ТэВ), LHC (10 ТэВ) и SSC (20 ТэВ).

С ростом энергии и интенсивности пучков частиц, сложности и размеров установок, с расширением возможностей ЭВМ и вычислительных программ число приложений методов расчета ядерно-электромагнитных каскадов возрастает лавинообразно. Длины кольцевых туннелей новых ускорителей составляют десятки километров, и погрешность в определении размеров радиационной защиты, достигающих в определенных случаях нескольких километров грунта, может стоить очень дорого в экологическом и экономическом аспектах. Сама принципиальная возможность реализации высокоинтенсивных ускорительных комплексов на сверхпроводящих магнитах в значительной степени обеспечивается расчетом радиационного разогрева этих магнитов и созданием на основе комплексных расчетов систем защиты элементов магнитной структуры от воздействия излучения. Взаимодействие с веществом элементов ускорителя и экспериментальной базы пучков частиц с суммарной энергией, достигающей сотни мегаджоулей, может приводить к резкому сокращению сроков службы этих элементов, а без принятия специальных мер — к их разрушению. Моделирование физического эксперимента — одно из наиболее бурно развивающихся приложений. Особенно ярко это видно на примере калориметра — основного прибора физики высоких энергий. Независимо от характера решаемой задачи, типа калориметра и принципа его работы функционирование этого прибора существенным образом опирается на использование основных свойств развития каскадов.

Эти и многие другие вопросы, рассмотренные в настоящей работе, решаются путем математического моделирования адронных и электромагнитных каскадов в той или иной установке. Цель моделирования — определение самой возможности реализации данного решения, оценка ожидаемого результата, оптимизация отдельных элементов установки, радиационных и фоновых условий, поиск новых решений и т. д. Аппарат моделирования — метод Монте-Карло, который позволяет корректно учесть все физические процессы взаимодействия частиц с веществом, рассчитывать трехмерные каскады в системах почти произвольной геометрической сложности при наличии внешних магнитных и электрических полей, наиболее прямым способом оценивать флуктуации в каскадах. Немаловажным для практики фактором является простота и наглядность алгоритма решения задачи методом Монте-Карло, недостаток метода — его относительно медленная сходимость.

Данная статья рассматривается нами как дополнение к недавно вышедшим работам [1, 2]. Целью является более детальное рассмотрение конкретных алгоритмов моделирования, анализ качества и возможностей существующих программ, применимых для полномасштабных расчетов каскадов в тераэлектрон-вольтной области энергий, рассмотрение новых результатов. Основное внимание уделе-

но расчетам каскадов, инициированных адронами с энергией от 0,1 до 20 ТэВ. Область меньших энергий рассмотрена в [3, 4] (см. также [1] и цитируемую там литературу), а детали моделирования электрон-фотонных ливней — в [1, 5—8].

Два ключевых момента определяют область применимости, возможности и качество любой программы моделирования каскадов и в конечном счете круг пользователей и их отношение к ней:

используемая в программе физическая модель, и в первую очередь (для адронных каскадов) метод описания процессов множественного образования адронов;

геометрический модуль — алгоритмы построения траекторий частиц и подпрограммы ввода — вывода геометрической информации.

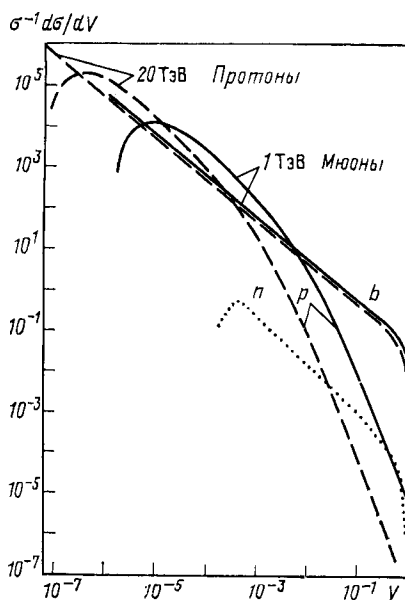
В настоящей работе оба эти момента и ставились во главу угла при анализе существующих программ.

1. ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЧАСТИЦ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ С ВЕЩЕСТВОМ

Картина развития ядерно-электромагнитных каскадов, инициируемых в среде высокоэнергетическими адронами, детально рассмотрена в [1]. Возникновение адронных и электрон-фотонных каскадов при прохождении ультрарелятивистских частиц через вещество обусловлено множественным характером электромагнитных и сильных адрон-ядерных взаимодействий при высоких энергиях. В силу последовательного размножения лавина взаимодействий быстро нарастает, проходит максимум и затем затухает в результате диссипации энергии между участниками каскада и потерь энергии заряженными частицами на ионизацию и возбуждение атомов. Масштабом длины в адронном ливне является пробег до неупругого ядерного взаимодействия $\lambda_{in} = A/N_A \sigma_{in}$, а в электрон-фотонном — радиационная длина $X_0 = t_r$, приближенно определяемая из выражения $t_r^{-1} = 4\alpha r_0^2 Z(Z+1) \ln(183Z^{-1/3}) \rho N_A/A$. Здесь A , Z и ρ — атомная масса, номер и плотность вещества; N_A — число Авогадро; σ_{in} — сечение неупругого взаимодействия адрона с ядром; α и r_0 — постоянная тонкой структуры и классический радиус электрона.

Электромагнитные взаимодействия целиком определяют развитие электрон-фотонных ливней,хождение мюонов через вещество и играют важную роль в развитии адронных каскадов. Двигаясь в среде, заряженная частица теряет энергию на ионизацию и возбуждение атомов, тормозное излучение и прямое образование e^+e^- -пар в поле ядра и атомных электронов. В результате многократного кулоновского рассеяния такая частица заметно изменяет направление своего движения. Основными процессами взаимодействия фотонов с веществом являются релеевское рассеяние, фотоэффект, комптон-эффект, рождение e^+e^- -пар. Методы моделирования всех перечисленных выше процессов подробно описаны, например, в [1, 5—7, 9—11].

Рис. 1. Универсальные дифференциальные распределения по потерям энергии для протонов и мюонов в процессах тормозного излучения (*b*), прямого образования e^+e^- -пар (*p*) и глубоководного упругого рассеяния мюонов (*n*)



При энергии $E \lesssim 100$ ГэВ для частиц тяжелее электрона основными электромагнитными процессами являются ионизация и возбуждение атомов и многократное кулоновское рассеяние (МКР). При больших энергиях значительно возрастает роль других процессов [1, 9]. На рис. 1 приведены рассчитанные в [10] функции распределения по потерям энергии $V = (E_0 - E)/(E_0 - m)$ в различных процессах для высокоэнергетических протонов и мюонов. Для мюонов с энергией выше нескольких сотен гигаэлектрон-вольт, особенно в тяжелых средах, угловые отклонения за счет испускания тормозных фотонов начинают доминировать над МКР [11], а потери энергии определяются процессами тормозного излучения и прямого образования e^+e^- -пар.

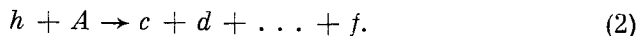
Для частиц тяжелее мюона это происходит при более высоких энергиях и не очень сильно влияет на развитие всего адронного каскада. Однако в ряде задач (энерговыведение вблизи оси пучка и рассеяние частиц на тонких структурах) описание тормозного излучения и прямого образования e^+e^- -пар как дискретных процессов становится необходимым для протонных пучков уже при энергии около 1 ТэВ. Этот факт, обнаруженный в [12, 13], проявился в расчетах азимутальных распределений потерь пучка и разработке мер защиты сверхпроводящих магнитов от облучения при энергии 3 ТэВ на УНК [14] и 1 ТэВ на Тэватроне [15]. Рисунок 2, где приведена существенная для расчетов потерь пучка часть импульсного спектра протонов, выходящих из вольфрамового электростатического септума, наглядно иллюстрирует важность корректного моделирования процесса прямого образования e^+e^- -пар протонами и флуктуаций ионизационных потерь.

Детальные сведения о процессах множественного образования адронов на нуклонах и ядрах при энергии $E_0 > 10$ ГэВ можно найти в монографиях [1, 16—18] и обзорах [19, 20]. Все адрон-ядерные (hA) взаимодействия разделяются на две группы:

упругое взаимодействие, без образования новых частиц

$$h + A \rightarrow h + A \quad (1)$$

и неупругое, с рождением хотя бы одной частицы, не присутствовавшей в начальном состоянии,



Каждая из групп, в свою очередь, подразделяется на две части — когерентную и некогерентную (рис. 3). Сечение каждой из реакций

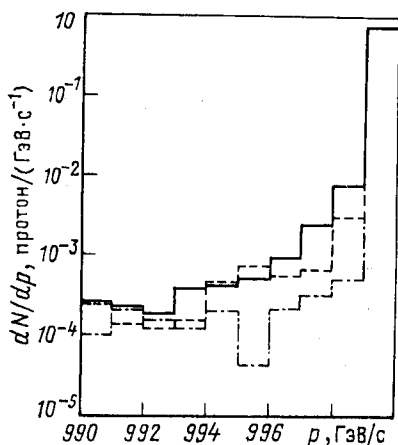


Рис. 2. Рассчитанное по MARS10 импульсное распределение протонов, выходящих из вольфрамовых проволок электростатического deflectора Тэватрона, с которым взаимодействует часть протонного пучка с импульсом $p_0 = 1$ ТэВ/с:

сплошная линия — полное моделирование всех процессов; штриховая — без учета флуктуаций в процессе рождения e^+e^- -пар; штрихпунктир — без учета флуктуаций Ландау и в процессе образования e^+e^- -пар

(1), (2) определяется как сумма сечений в подгруппах: $\sigma_{\text{scat}} = \sigma_{\text{el}} + \sigma_{\text{inel}}$ и $\sigma_{\text{prod}} = \sigma_{\text{coh}} + \sigma_{\text{abs}} = \sigma_{\text{in}}$.

Отметим, что процесс некогерентного упругого (квазиупругого) рассеяния, строго говоря, следовало бы относить к неупругим про-

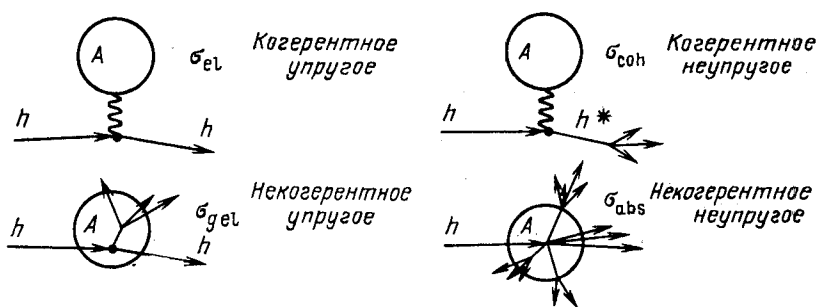


Рис. 3. Различные типы адрон-ядерных взаимодействий

цессам [3]. Существенным для развития адронных каскадов является наличие в четвертом из процессов на рис. 3 энергетически выделенной частицы-лидера.

В тераэлектрон-вольтовой области энергий множественности вторичных частиц в реакции (2) весьма велики даже в hN -столкновениях (рис. 4). Для ядер средняя множественность быстрых ($\beta > 0,7$)

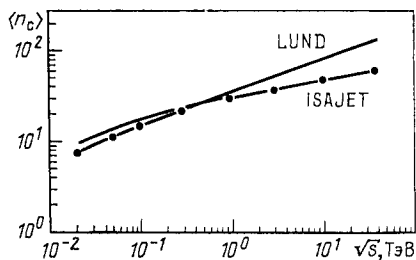


Рис. 4. Средняя множественность заряженных частиц в pp -столкновениях, рассчитанная по программам LUND [21] и ISAJET [22], как функция энергии взаимодействия:

● — взятая из [18] аппроксимация экспериментальных данных $\langle n_c \rangle = 0,88 + 0,44 \ln s + 0,118 \ln^2 s$, где s — в ГэВ²

частиц $\langle N_s \rangle_A \simeq \langle n_c \rangle_{hN} (0,4 + 0,6A \sigma_{in}^{hN} / \sigma_{abs}^{hA})$. Все это приводит к тому, что каскад становится исключительно разветвленным уже на малых толщинах вещества со всеми вытекающими отсюда проблемами вычислительного характера.

2. ОПИСАНИЕ АДРОН-ЯДЕРНЫХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Как уже отмечалось во введении, центральным моментом во всех программах моделирования адронных каскадов является способ описания процессов множественного рождения адронов в hA -взаимодействиях. Именно этот момент в основном определяет энергетический диапазон программы, круг доступных ей физических задач, соответствие получаемых результатов действительности и значительно влияет на быстродействие программы и ее распространенность среди пользователей.

В подавляющем числе приложений, рассматриваемых в настоящей работе, значимый диапазон кинетических энергий адронов в каскаде простирается от единиц мегаэлектрон-вольт до первичной энергии $E_0 \leq 20$ ТэВ. Единой теоретической модели для полной области изменения кинетических переменных во всем указанном диапазоне энергий не существует. Поэтому в большинстве случаев используются комбинации тех или иных теоретических построений с феноменологическими описаниями.

Кратко рассмотрим существующие алгоритмы моделирования множественного рождения адронов, созданные в рамках программ расчета адронных каскадов или независимо. Поскольку нас интересуют модели, дающие необходимую для сквозного расчета каскадов информацию во всем интервале $10^{-2} < E_0 < 10^4$ ГэВ по возможности с одинаковой достоверностью, мы оставляем в стороне ряд алгоритмов: хорошо зарекомендовавшую себя при энергиях $E_0 \leq 30$ ГэВ модель внутроядерных каскадов [3, 4], составляющую основу известных программ SHIELD [24] и HETS [25]; не обладающие требуемой общностью построения, используемые в физике космических

лучей (см., например, [26]) и в приложениях к калориметрам [27, 28] и др.

Наиболее популярными программами генерации адронных взаимодействий являются в настоящее время LUND [21] и ISAJET [22]. Программа ISAJET использует квантовую хромодинамику, дополненную фрагментационной моделью, которая рассматривает все партоны в событии независимыми. В этой модели в явном виде не выполняются законы сохранения энергии, импульса и аромата. Программа LUND основана на струнной модели с глюонами, возникающими как возмущения в струнах, связывающих партоны в высокоэнергетическом событии. При этом обеспечивается выполнение законов сохранения. Обе программы имеют ряд свободных параметров и не очень хорошо описывают область малых поперечных импульсов [23]. Однако они позволяют моделировать все основные черты взаимодействия в тераэлектрон-вольтной области энергий, хорошо согласуются с экспериментальными данными и результаты расчета по обеим программам во многом совпадают (см. рис. 4). Представляется перспективным применение этих программ для генерации событий на проектируемых коллайдерах и их использование в качестве основы для программ моделирования адрон-ядерных взаимодействий.

Созданы надежные отечественные программы моделирования множественного рождения частиц в высокоэнергетических адрон-нуклонных и адрон-ядерных соударениях:

основанный на аддитивной кварковой модели метод [29], в котором согласно кварк-адронной дуальности взаимодействие составляющих кварков с ядрами сводится к определенной последовательности взаимодействий адронов с нуклонами ядра; монте-карловская процедура сопоставляет каждому такому взаимодействию с нужным весом эксклюзивное конечное состояние, описываемое также статистическим моделированием;

программа [30], основанная на монте-карловской выборке характеристик частиц из полученных авторами феноменологических двумерных инклюзивных распределений в неупругих адрон-нуклонных столкновениях;

метод [31], в котором в рамках дуальной партонной модели рассчитываются внутриядерные каскады с кварк-глюонными струнами.

Эти программы хорошо воспроизводят характеристики процессов множественного образования адронов в диапазоне первичных частиц $5 \text{ ГэВ} \leq E_0 \leq 5 \text{ ТэВ}$.

Ориентированный на расчет адронных каскадов пакет программ, входящий в комплекс MARS [1, 2, 12, 32, 33], основан на статистическом моделировании инклюзивных характеристик адрон-ядерных взаимодействий на базе феноменологического построения, описывающего всю область кинематических переменных в диапазоне первичных энергий $10 \text{ МэВ} \leq E_0 \leq 30 \text{ ТэВ}$. При $E_0 > 5 \text{ ГэВ}$ выборка осуществляется из системы феноменологических формул для водо-

родной мишени (см. [1]). Переход к ядру основан на предсказаниях аддитивной кварковой модели [20, 34] при $x_F > 0$ и на феноменологической модели [35] при $x_F \leq 0$, где $x_F = 2p_{||}^*/\sqrt{s}$ — фейнмановская переменная. Отдельно моделируется образование медленных нуклонов [36], испарение ядра и рождение дифракционных частиц. При $E_0 \leq 5$ ГэВ моделирование основано на аппроксимациях [37].

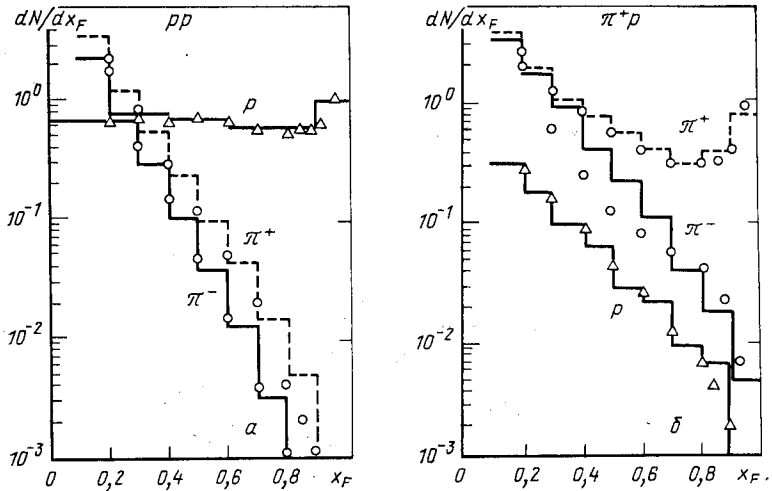


Рис. 5. Распределения адронов по $x_F = 2p_{||}^*/\sqrt{s}$ в pp - и π^+p -взаимодействиях при энергии 100 ГэВ, рассчитанные по MARS10. Точки — эксперимент [38]

На рис. 5 и 6 приведены в сравнении с экспериментом [38—42] рассчитанные по программе MARS10 инклюзивные спектры адронов на водородной и ядерной мишенях. Хорошо согласуются с экспериментальными данными и средние характеристики, полученные по MARS10 и приведенные в табл. 1 и 2 для $E_0 = 100$ ГэВ.

Таблица 1. Средняя множественность ливневых частиц $\langle N_s \rangle$ в π -A-взаимодействиях при $E_0 = 100$ ГэВ

Источник	p	C	Cu	Pb
Эксперимент [43]	$6,5 \pm 0,4$	$8,4 \pm 0,7$	$10,6 \pm 0,9$	$12,6 \pm 1,1$
MARS10	7,1	8,9	11,2	14,0
NETC [44]	1,88	10,4	14,7	20,1

Одночастичные инклюзивные распределения используются для моделирования адрон-ядерных взаимодействий также в программах FLUKA [45], KASPRO [46] и CASIM [47], однако с отличающимися

Таблица 2. Средние парциальные коэффициенты неупругости (K_j) при $E_0 = 100$ ГэВ. Экспериментальные данные заимствованы из [20]

Взаимодействие	p	π^+	π^-	π^0	Источник
π^+p	0,03	0,41	0,22	0,31	MARS10 Эксперимент
	0,04	0,45	0,21	0,29	
π^+C	0,04	0,39	0,24	0,31	MARS10 Эксперимент
	—	0,37	0,24	0,31	

алгоритмами генерации и в более узких диапазонах кинематических переменных, чем в комплексе MARS. В программе CASIM инклюзивные спектры быстрых частиц описываются в рамках термодинамической модели Хагедорна — Ранфта [48], розыгрыш характеристик медленных частиц осуществляется из формул [36].

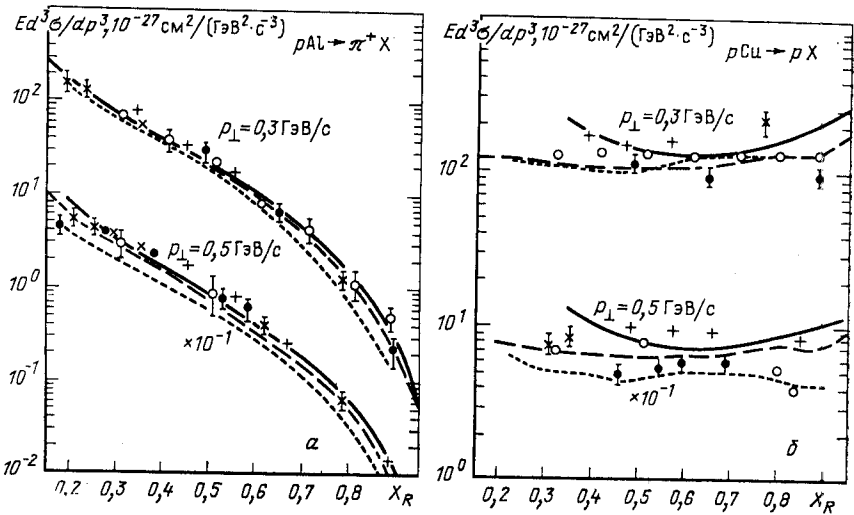


Рис. 6. Инвариантные сечения реакций $p Al \rightarrow \pi^+ X$ и $p Cu \rightarrow p X$ при двух значениях поперечного импульса, $x_R = E^*/E_{max}^*$:

расчет: — — — $p_0 = 19,2$ ГэВ/с, MARS10; — — — — $p_0 = 100$ ГэВ/с, MARS10; — — — — $p_0 = 100$ ГэВ/с, [30] и ядерный алгоритм из MARS10; эксперимент: + — $p_0 = 19,2$ ГэВ/с [40]; × — $p_0 = 24$ ГэВ/с [41]; ● — $p_0 = 69$ ГэВ/с, данные [42], умноженные на два; ○ — $p_0 = 100$ ГэВ/с [39]

Надежными схемами эксклюзивной генерации адрон-ядерных соударений являются метод, реализованный в программе FLUKA 82 [49], и простой, но эффективный метод программы GHEISHA [50]. В методе [49] рождение частиц в диапазоне $50 \text{ МэВ} < E_0 < 5 \text{ ГэВ}$ описывается через квазидвухчастичные процессы с последовательными распадами образующихся резонансов. В интервале первичных

энергий $5 \text{ ГэВ} < E_0 < 10 \text{ ТэВ}$ метод основан на схеме дуальной топологической унитаризации, рассматривающей рождение частиц при

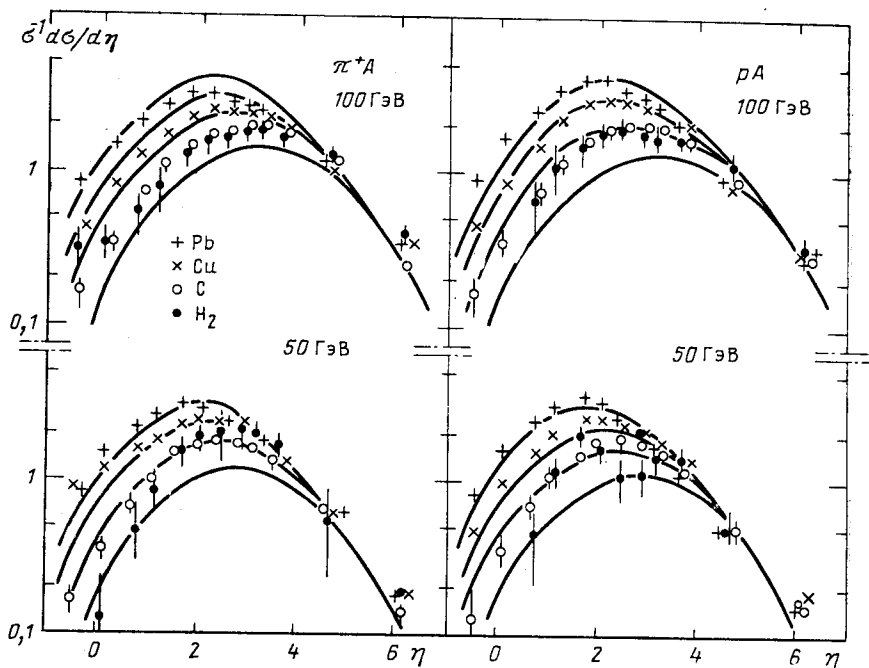


Рис. 7. Рассчитанные по GHEISHA [50] распределения по псевдобыстроте ливневых частиц ($\beta > 0,85$) в π^+A - и pA -соударениях при энергии 50 и 100 ГэВ. Точки — экспериментальные данные [39]

взаимодействию адронов с ядрами как фрагментацию кварк-антикварк, кварк-дикварк и дикварк-антидикварк пар. В модели обеспечивается строгое выполнение законов сохранения энергии, импульса и всех аддитивных кварковых чисел. Однако рождение низкоэнергетических каскадных нуклонов описывается феноменологически.

В методе [50], ориентированном на расчет адронных каскадов в калориметрах при энергиях $E_0 < 0,5 \text{ ТэВ}$, адрон-ядерное соударение строится по быстрому алгоритму [50—54], дающему результа-

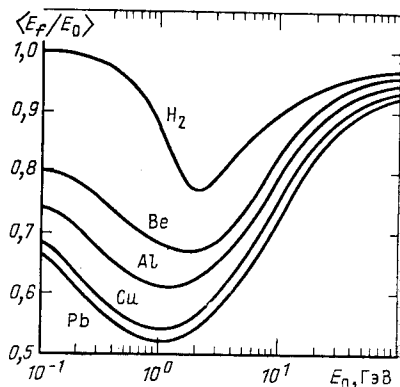


Рис. 8. Суммарная кинетическая энергия частиц, рожденных в πA -взаимодействиях с энергией E_0

ты, неплохо согласующиеся с экспериментальными данными (рис. 7). На рис. 8 приведен полученный по этой схеме и интересный в дальнейшем приложении результат: средняя суммарная кинетическая энергия вторичных частиц в зависимости от энергии π -мезона, взаимодействующего с различными ядрами.

3. ГЕОМЕТРИЯ И МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ ЧАСТИЦ

Опыт показывает, что широкого пользователя в программах расчета каскадов интересуют не детали физической модели, особенно если получаемый результат «физически разумен», а в первую очередь возможности геометрического модуля. Геометрический модуль состоит обычно из следующих основных подпрограмм [55, 56]: 1) задание геометрии — ввод и подготовка исходных данных; 2) розыгрыш начальных координат частиц по заданному распределению источников; 3) построение траекторий частиц с моделированием квазинепрерывных процессов и действия внешних электромагнитных полей; 4) вычисление объемов зон (при необходимости), вывод геометрической информации.

Качество этих подпрограмм — возможность описания геометрически сложных систем максимально просто и автоматически и быстрое действие блока построения траекторий — является определяющим в практике моделирования каскадов в элементах ускорителей и экспериментальных установок.

По подходу к описанию геометрии задачи современные программы расчета высокоэнергетических адронных и электромагнитных каскадов можно разбить на две группы:

программы с набором «стандартных геометрий» MARS4 [33], FLUKA 82 [49], GEANT3 [57], в которых из заданного списка различных геометрических фигур (поверхностей) можно относительно просто составлять всю исследуемую систему;

программы с ограниченным набором стандартных геометрий MARS9, MARS10 [1, 2, 12, 56], GHEISHA [50] или с одной-единственной геометрией типа «сплошной цилиндр» CASIM [47], EGS3 [5], SIMEX1 [7], в которых задание произвольных геометрий осуществляется пользователем в специальных USER-подпрограммах.

Программы первой группы не требуют особого знакомства с их структурой и программистской квалификации пользователя, обладают в некоторых случаях хорошо автоматизированным вводом-выводом, что снижает вероятность ошибок, однако громоздки, а создание такой программы (коллекции элементарных объемов, организация комбинаторной геометрии и интерфейсов для различного рода обменов) является весьма серьезной задачей.

При работе в «стандартном» режиме программы второй группы аналогичны первым, однако обычно существенно используют априорную информацию о рассчитываемой геометрии. Это делает их в некоторых случаях более быстроедействующими. Так, выполненные

в [57] расчеты электрон-фотонных ливней в цилиндрических поглотителях показали, что высокоуниверсальный геометрический модуль программы GEANT3 приблизительно в 2 раза медленнее, чем простой модуль программы EGS3 в рассматриваемом случае. Геометрия систем произвольной сложности задается в USER-подпрограммах, и здесь многое зависит от квалификации пользователя: подпрограмма может быть написана для конкретной задачи значительно более эффективней, чем любая программа первой группы и наоборот. Кроме того, USER-подпрограммы являются источником возможных ошибок и необходимо, как, впрочем, и в любом случае, тестирование заданной геометрии.

Быстродействие и возможности геометрического модуля в значительной степени определяются способом построения трехмерных траекторий частиц. В большинстве программ расчета каскадов используется шаговый метод, в котором легко и естественно моделируются квазинепрерывные физические процессы в сильно неоднородных средах. Одно из главных достоинств метода заключается в том, что не обязательно вычислять координаты точек пересечения траектории с поверхностями, а достаточно лишь определить принадлежность отрезка траектории той или иной зоне, что значительно проще и быстрее.

Рассмотрим эффективный алгоритм моделирования траекторий в геометрическом модуле REGION из комплекса программ MARS10. Любая граница в стандартном шаговом методе локализуется с точностью до шага l . Использование везде больших значений l приводит к искажению картины процесса переноса тем более значительному, чем более неоднородна среда. Использование малых значений, как это делается во многих программах, ведет к весьма значительному возрастанию времени счета. Поэтому был разработан следующей итерационный алгоритм [56], первоначальный вариант которого описан в работах [1, 13].

Предполагается, что исследуемая система разбита на физические зоны с кусочно-постоянными свойствами и присвоенным номером материала i . Каждая из физических зон может быть разбита на почти произвольное число геометрических зон с номером N . Подпрограмма REGION строит участок траектории частицы (пробег) между двумя столкновениями — любыми рассматриваемыми дискретно событиями. Процессы с малыми передачами энергии (часть электромагнитных потерь) группируются и рассматриваются непрерывно. Моделирование начинается с определения начальных i и N и розыгрыша пробега R (для заряженных частиц — см. алгоритм [1, 33]). Из точки \mathbf{r} начала участка траектории в направлении движения частицы Ω делается шаг длиной

$$l = R/L, \quad (3)$$

где $L = \max \{1, \lambda/t\}$ для нейтральных частиц, а для заряженных частиц дополнительно учитываются условия минимума погрешности

метода ломаной спирали и погрешности разностной схемы при расчетах в магнитном поле, условия малости потерь энергии и применимости алгоритма расчета МКР; здесь λ — средний пробег, t — размер характерной зоны в направлении преимущественного распространения частиц.

Если точка $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + l\Omega$ находится в той же зоне N , то после моделирования действия магнитного поля \mathbf{B} и МКР $\Omega \rightarrow \Omega'$ происходит возврат из подпрограммы.

Если произошло пересечение какой-либо из поверхностей, ограничивающих зону N , т. е. $N' \neq N$, то для локализации точки пересечения участка траектории с этой поверхностью с наперед заданной погрешностью ϵ реализуется следующий алгоритм:

- 1) определяются $n = 1$, $l_0 = l$, $\mathbf{r}_0 = \mathbf{r}$;
- 2) из точки \mathbf{r}_{n-1} делается шаг $l_n = l_{n-1}/2$;
- 3) вычисляется $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_{n-1} + l_n\Omega$ и проверяется, принадлежит ли эта точка зоне N ;
- 4) если принадлежит, то n увеличивается на единицу, повторяется п. 2 и т. д.; иначе переопределяется $\mathbf{r}_n = \mathbf{r}_{n-1}$, n увеличивается на единицу и процесс продолжается с п. 2;

5) процедура повторяется m раз до тех пор, пока $l_m = l \cdot 2^{-m}$: не станет меньше заданной $\epsilon > 0$, а точка \mathbf{r}_n первый раз выйдет из зоны N в соседнюю с ней;

6) определяется номер этой зоны N' и ее номер материала k , моделируется новый Ω' .

При этом расстояние точки \mathbf{r}_m от границы зоны не превышает ϵ , а длина участка траектории в зоне N , суммируемая в процессе итераций, равна $s = l \sum_{n=1}^m 2^{-n} \delta_{NN'}(n)$, $\delta_{NN'} = \begin{cases} 1, & N = N' \\ 0, & N \neq N' \end{cases}$. Полное число итераций невелико $M \simeq \ln(l/\epsilon)/\ln 2$.

В зоне N вычисляются непрерывные потери энергии на отрезке s и делаются вклады в рассчитываемые функционалы. Вычисляется остаточный пробег

$$R' = \alpha (R - s),$$

где

$$\alpha = \begin{cases} 1, & i = k \\ \Sigma_i (E') / \Sigma_k (E'), & i \neq k, \end{cases}$$

$\Sigma_i (E')$ — макроскопическое сечение взаимодействия частицы в i -й зоне; E' — энергия частицы при входе в зону k . Для построения участка траектории длиной R' вся описанная выше процедура повторяется сначала, при необходимости изменив шаг (3).

В описанном итерационном методе погрешность в определении большинства функционалов Φ связана с ϵ соотношением $\Delta\Phi/\Phi \sim \epsilon/l$, где l — средний суммарный путь частицы в данной зоне. Задаваясь погрешностью $\Delta\Phi/\Phi$, отсюда легко оценить значение ϵ .

Действие магнитного поля \mathbf{B} на шаге s вычисляется по известным соотношениям [1, 56]. Моделирование многократного кулоновского рассеяния на том же шаге осуществляется либо в диффузионном гауссовском приближении с одновременным розыгрышем поперечных смещений [56, 57], либо без моделирования поперечных смещений с использованием распределения Мольера, как это делается в [5], или, что предпочтительнее, алгоритма [58], основанного на теории Мольера, модифицированной с учетом отличия электрического поля атомного ядра от поля точечного заряда.

4. ЭЛЕКТРОН-ФОТОННЫЕ ЛИВНИ

Электрон-фотонный ливень (ЭФЛ) — процесс, детально изученный на сегодня теоретически и экспериментально. Значительный интерес представляет в настоящее время применение разработанных методов, а конкретнее программ расчета ЭФЛ, в практике экспериментальной физики высоких энергий (электромагнитные калориметры), в решении ряда прикладных задач на ускорителях, в программах совместных расчетов ЭФЛ и адронных каскадов. Кратко рассмотрим состояние дел в этом вопросе. Закономерности развития ЭФЛ, алгоритмы моделирования электромагнитных процессов взаимодействия можно найти, например, в работах [1, 5—8, 59—62].

Создано много программ моделирования ЭФЛ методом Монте-Карло. Эти программы в их сегодняшнем состоянии мало отличаются в физическом плане: моделируются процессы тормозного излучения, рождения e^+e^- -пар, ионизационные потери энергии, многократное кулоновское рассеяние, e^+e^- -рассеяние на электронах, аннигиляция позитронов в два фотона, комптон-эффект, фотоэффект на K -оболочке. Различия заключаются обычно в способах описания процессов переноса низкоэнергетических электронов, МКР, флуктуаций потерь энергии и учета или неучета эффекта Ландау — Померанчука — Мигдала (ЛПМ). Электроны прослеживаются обычно до энергии около 1 МэВ, фотоны — до 100 кэВ. Максимальная энергия чаще всего $E_0 \sim 100$ ГэВ, а после учета эффекта ЛПМ ограничивается лишь возможностями ЭВМ.

Перечислим основные программы, эксплуатируемые в настоящее время у нас и за рубежом:

EGS3 [5], EGS4 [63, 64] — программы, ставшие в силу универсальности, удобства пользования, доступности и прекрасной документации международным стандартом;

GEANT3 [57] — программа, обладающая самым мощным геометрическим модулем среди всех программ расчета ЭФЛ. Физический модуль идентичен EGS3 с рядом упрощений;

AEGIS [65] — ориентированная на совместный расчет ядерно-электромагнитных каскадов программа, работающая в инклюзивном режиме (см. след. раздел). Модифицированная версия входит в комплекс MARS10;

программы сибирской школы [6, 61] — детальнейшее описание процессов взаимодействия, особенно при низких энергиях, синтез с численными решениями, позволяющий в однородных средах расчет при очень высоких энергиях;

SIMEX1 [7], RAINMC [60], ELSS1 [62] — надежный расчет ЭФЛ даже на ЭВМ с малой памятью в аналоговом, а первые две в настоящее время и в инклюзивном режимах.

Результаты расчетов по всем из перечисленных программ находятся в хорошем согласии с экспериментом, и качество лучших из них удовлетворяет самым взыскательным требованиям широкого круга пользователей.

5. ИНКЛЮЗИВНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯДЕРНО-ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ КАСКАДОВ И РОЖДЕНИЯ МЮОНОВ

Описание всей совокупности эксклюзивных реакций (2), необходимой для моделирования адронных каскадов тераэлектрон-вольтной энергии, — задача исключительной сложности. С ростом энергии многочастичные каналы становятся все более значительными, а парциальные сечения каждого индивидуального канала уменьшаются до очень малых значений. Существенный прогресс в анализе множественных процессов был достигнут после осознания того факта, что значительную часть информации о многочастичной реакции (2) можно получить, изучая распределения лишь одной из вторичных частиц [66—69]:

$$h + A \rightarrow c + X, \quad (4)$$

где X — произвольная система недектируемых частиц, образующихся вместе с частицей c . Инклюзивная реакция (4) характеризуется одночастичным дифференциальным сечением

$$E_c d^3\sigma/dp_c^3 = f(p_c; s), \quad (5)$$

где p_c — импульс частицы c , а s — квадрат полной энергии сталкивающихся частиц.

Идеология [66—68] вызвала к жизни создание инклюзивных схем расчета адронных и электромагнитных каскадов. Движущими мотивами явились следующие:

1) в подавляющем числе приложений рассматриваются эффекты, вызываемые действием больших ансамблей первичных частиц, поэтому для описания каскада достаточно первого момента функции распределения, получаемого с помощью (5), без моделирования всех реакций (2);

2) при высокой первичной энергии и низкой энергии обрезания дерево траекторий эксклюзивного ядерно-электромагнитного каскада становится разветвленным настолько, что расчет ряда функционалов в протяженных системах становится недоступным для большинства ЭВМ;

3) описание всей области изменения кинематических переменных в широком диапазоне первичных энергий гораздо более обеспечено экспериментальными данными по инклюзивным спектрам, чем по эксклюзивным распределениям.

Алгоритмы инклюзивного моделирования каскадов основаны на методе статистических весов, что позволяет использовать приемы существенной выборки для задач, не поддающихся прямому расчету, например исследование маловероятных каналов реакций [4]. Время счета одной истории растет с энергией лишь логарифмически в отличие от эксклюзивных программ, где этот рост линеен. Это позволяет решить широкий круг прикладных задач (см. ниже) и продвинуться в область сколь угодно больших энергий [70].

Платой за перечисленное является невозможность прямого использования существующих инклюзивных программ для решения проблемы флуктуаций одиночных каскадов в тонких детекторах и калориметрах, хотя в [71] рассмотрен подход к решению этой задачи, основанный на использовании уравнения типа Колмогорова — Чепмена, и показано, что можно произвести несмещенную оценку второго момента функции распределения с помощью случайного процесса, ветвящегося менее интенсивно, чем реальный.

Наиболее наглядна и проста в реализации инклюзивная схема при расчете ЭФЛ. Первой программой такого рода была AEGIS [65]. На рис. 9 показан переход от аналогового моделирования к расчету неветвящегося процесса. Там же приведены статистические веса частиц каждого поколения в самом простейшем случае, когда функция выборки $S(j, E_j)$ энергии E_j совпадает с нормированным на единицу дифференциальным сечением процесса в каждой вершине $P(E_j)$ и тип частицы j разыгрывается. Тогда

$$S(j, E_j) = \frac{1}{2} P(E_j). \quad (6)$$

Статистический вес частицы

$$w = P(E_j)/S(j, E_j) = \sigma^{-1} \frac{d\sigma}{dE_j} / S(j, E_j) \quad (7)$$

в этом случае равен $w = 2$, что удваивает вес моделируемой ветви после каждого взаимодействия.

Очевидно, что при большом числе испытаний обе схемы рис. 9 дадут одинаковый результат. Метод существенной выборки мгновенно подсказывает модификацию, существенно повышающую эффективность расчета, — введение линейного по энергии смещения, что выравнивает вероятности рождения высокоэнергетических и низкоэнергетических частиц:

$$S(j, E_j) = P(E_j) E_j/E_0. \quad (8)$$

Статистический вес в этом случае $w = E_0/E_j$ обеспечивает сохранение энергии в каждой вершине: $wE_j = E_0$.

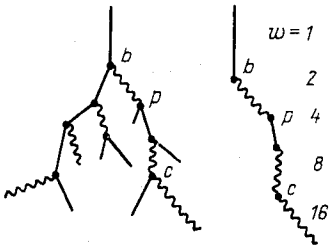


Рис. 9. Эксклюзивная и инклюзивная схемы ЭФЛ:

сплошная линия — e^+ или e^- ; волнистая — фотон;
 b — тормозное излучение; p — рождение e^+e^- -пар;
 c — комптон-эффект

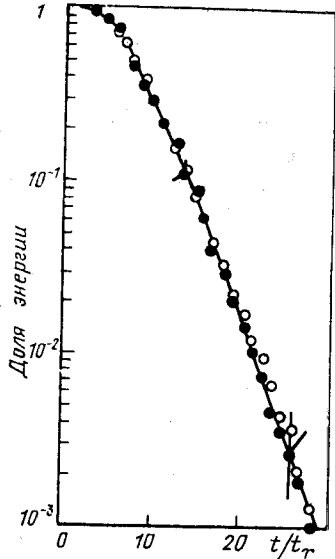


Рис. 10. Доля энергии ЭФЛ, инициированного электроном с $E_0 = 10$ ГэВ, выходящая из калориметра, как функция его толщины [63]:

кривая — эксклюзивный расчет по EGS3 (8,62 с/история); ● — инклюзивный расчет по EGS4 (0,031 с/история); ○ — расчет по EGS4 в инклюзивном режиме на толщинах $t \leq 11 X_0$ и в эксклюзивном на больших толщинах (0,045 с/история)

Приведенная схема очень компактна и в настоящее время включена в большинство программ расчета ЭФЛ и в программы расчета ядерно-электромагнитных каскадов CASIM и MARS. Пример расчета каскада, инициированного электроном с энергией 10 ГэВ в дрейфовом калориметре с трубками из свинцового стекла [63], приведен на рис. 10 для эксклюзивной и инклюзивной моды EGS4. Обращает на себя внимание радикальное сокращение времени счета при переходе в инклюзивный режим.

Более корректный критерий при сравнении различных схем расчета — трудоемкость $t_0 D \xi$, где t_0 — среднее время расчета одной реализации, $D \xi$ — дисперсия оценки функционала ξ . На рис. 11 из работы [72] приведены результаты таких исследований для ЭФЛ, инициированных фотонами с энергией выше 10 ГэВ в воздухе. Энергия обрезания для e^+ , e^- и γ $E_{th} = 4$ МэВ. Изучено три схемы расчета ливня: 1) прямое моделирование (на рисунке приведены результаты экстраполяции в область высоких энергий); 2) схема авторов [72], основанная на синтезе результатов численных расчетов в однородной среде с прямым моделированием; 3) инклюзивная схема. Видно, что при высоких энергиях инклюзивная схема более чем на порядок эффективней эксклюзивной при расчете пространственного распределения частиц. Однако при расчете полного пробега заряженных частиц прямое моделирование оказывается оптимальнее.

Возможность использовать метод статистических весов при моделировании высокоэнергетических адрон-ядерных взаимодействий отмечена в работе [73]. Первые сообщения о работающих инклюзивных программах расчета адронных каскадов в веществе появились прак-

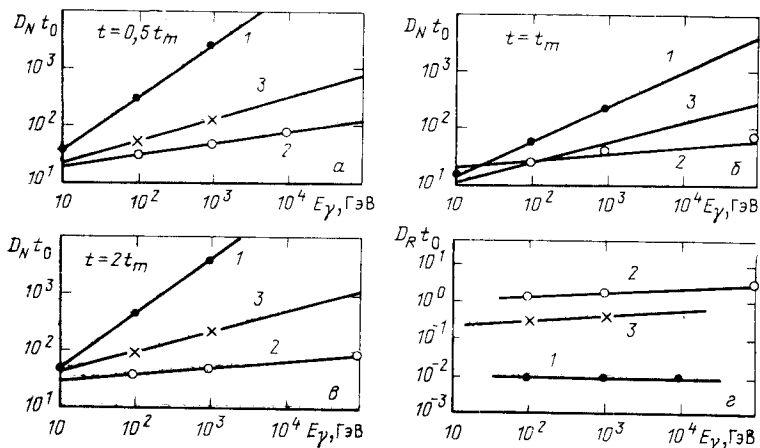


Рис. 11. Трудоемкости расчета среднего числа заряженных частиц ЭФЛ на глубине t (а — г) и полного пробега заряженных частиц (г) в зависимости от энергии первичного фотона (t_m — глубина максимума каскада)

тически одновременно в конце 1974 г. — начале 1975 г. Работы [32, 74, 75] положили начало отечественному комплексу программ MARS, а работа [47] — основной зарубежной инклюзивной программе CASIM. Некоторое время спустя появилась еще одна программа

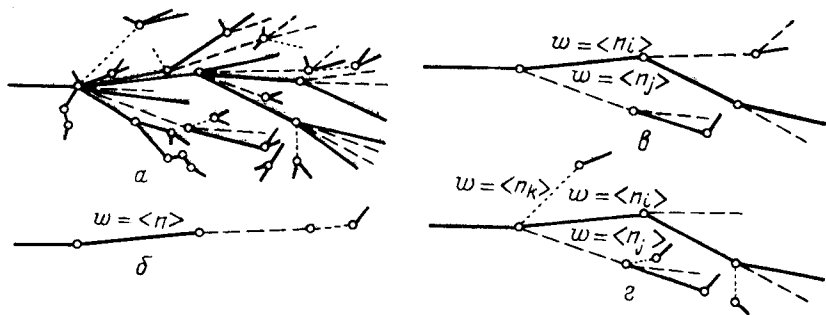


Рис. 12. Эксклюзивная и три возможных инклюзивных схемы дерева траекторий адронного каскада

инклюзивного моделирования адронных каскадов KASPRO [46] из семейства FLUKA.

На рис. 12, а изображено дерево траекторий адронного каскада в среде, полный эксклюзивный расчет которого осуществляется пря-

мым моделированием. Использование метода статистических весов при описании каждого hA -взаимодействия позволяет перейти к процессам, ветвящимся менее интенсивно, чем изначальный (рис. 12, *в*, *г*), или, как и в случае модифицированного расчета ЭФЛ, неветвящимся вовсе (рис. 12, *б*). Статистические веса, указанные у каждой траектории, выходящей из первой вершины, соответствуют самой простейшей ситуации, когда функция выборки совпадает с одночастичным сечением (5). В этом случае веса равны парциальным средним множественностям частиц сорта l в hA -соударении с энергией E_0

$$w = \langle n_l \rangle = \sigma_{in}^{-1}(E_0) \int f(\mathbf{p}_l; E_0) d^3p_l / E_l, \quad (9)$$

а для неветвящегося процесса — полной множественности $w = \sum_l \langle n_l \rangle = \langle n \rangle$. Несмещенность такой оценки первого момента функции распределения строго доказывается [71].

В общем случае функция выборки $S(l, \mathbf{p}_l; E_0)$ не обязательно совпадает с реальным инклюзивным распределением. В зависимости от задачи ее можно выбирать так, чтобы увеличить вес определенных областей фазового пространства: большие p_{\perp} , задняя полусфера, энергии, близкие E_0 , углы аксептанса установки, маловероятные каналы реакций и т. д. Соответствующие статистические веса вычисляются аналогично (7), (9) как отношение

$$w = \hat{f}(\mathbf{p}_l; E_0) / S(l, \mathbf{p}_l; E_0), \quad (10)$$

где \hat{f} — нормированное на единицу истинное распределение.

На неветвящейся схеме, когда в каждом hA -взаимодействии моделируется рождение только одного адрона, основаны программы CASIM [47] и KASPRO [46]. Эти программы обладают многими общими чертами и позволяют проводить надежный расчет ядерно-электромагнитных каскадов в достаточно сложных системах в диапазоне энергий от 50 МэВ до 1 ТэВ. В широко используемой в Фермилаб CASIM программе максимальная энергия недавно была увеличена до 30 ТэВ. Обе программы в настоящее время дают возможность выполнять расчет ЭФЛ в процессе развития адронного каскада: CASIM соединена с программой AEGIS [65], а KASPRO — с EGS3 [5, 76].

В программах комплекса MARS от версии к версии расширялись возможности физического и геометрического модулей. С помощью ранних версий удалось детально исследовать основные закономерности развития высокоэнергетических ядерно-электромагнитных каскадов и решить ряд важных прикладных задач: MARS2 [32, 74], MARS3 [75], MARS4 [33], MARS5 [77], MARS6 [78], MARS7 [79, 80]. В программе MARSHI [81] осуществлен синтез инклюзивного метода при высоких энергиях и эксклюзивного (модель внутриядерного каскада) при промежуточных энергиях. Создание программы MARSU

позволило промоделировать глубоководный эксперимент DUMAND при энергиях до 10^7 ГэВ [70]. Включение квазипрямого моделирования ЭФЛ с использованием модифицированного алгоритма AEGIS осуществлено в программе MARS8 [80].

Современные версии комплекса MARS — программы MARS9 [1, 12, 13], MARS10 [2] и MARS11 [82]. Особенности физической модели и геометрического модуля двух последних программ описаны в разд. 2, 3 настоящей статьи, а некоторые аспекты — в [56, 58]. Эта система программ позволяет рассчитывать ядерно-электромагнитные каскады в существенно произвольной геометрии при наличии любых больших и малых неоднородностей, внешних электрических и магнитных полей. Энергии первичных частиц $10 \text{ МэВ} \leq E_0 \leq 30 \text{ ТэВ}$. Заряженные адроны и мюоны прослеживаются до энергии 1—10 МэВ, нейтроны — до того же порога, а в MARS11 до 0,025 эВ; электроны — до 1 МэВ и фотоны до 0,1 МэВ. Моделируются как дискретные события процессы рождения адронами и мюонами прямых e^+e^- -пар, тормозного излучения и δ -электронов. В пакете MARTUR [13], предназначенном для расчетов каскадов в сложных магнитных структурах ускорителей, реализован синтез с известной программой TURTLE [83]. Одновременно используются различные типы основных оценок функционалов: оценка по столкновениям, оценка по пробегу, метод математических ожиданий. В MARS11 кроме перечисленных оценок используется весь арсенал средств уменьшения дисперсии: «расщепление» и «рулетка», синтез с аналитическими решениями, экспоненциальное преобразование и др. Решение задачи переноса нейтронов в диапазоне энергий $0,025 \text{ эВ} < E < 10 \text{ МэВ}$ осуществляется в зависимости от проблемы методом Монте-Карло или методом дискретных ординат.

Дерево траекторий строится по схеме рис. 12, г: при высоких энергиях в каждом акте hA -взаимодействия инклюзивным образом моделируется рождение одного быстрого нуклона (дифракционного или из области $x_F < 0,8$), одного заряженного π -мезона и одного медленного каскадного нуклона с соответствующими статистическими весами. Тип адрона (p или n , π^+ или π^-) разыгрывается. Характеристики образованного заряженного π -мезона используются для описания рождения π^0 -мезона в этой же вершине. K^\pm -мезоны в задачах, где они специально не изучаются или не рассматривается образование мюонов, включаются в π -мезонный компонент. Простейшим способом моделируется ядерное испарение. Исследования показали, что такая схема является наилучшим компромиссом между эксклюзивной схемой (рис. 12, а) и неветвящимся процессом (рис. 12, б), давая скорейшую сходимость при расчете самых различных функционалов.

Процесс образования мюонов в каскаде моделируется по схеме [11, 84—86]: в каждом неупругом hA -соударении генерируется всегда шесть адронов (p , n , π^\pm , K^\pm) с соответствующими статистическими весами. В той же вершине моделируется рождение прямых

мюонов от распада короткоживущих мезонов ρ , ω , ϕ , D , J/ψ . На пролёте до ядерного взаимодействия или на распадных промежутках осуществляются принудительным образом распады $\pi^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu(\bar{\nu})$ и $K^\pm \rightarrow \mu^\pm + \nu(\bar{\nu})$, а с оставшимся статистическим весом π - и K -мезоны участвуют в дальнейшем развитии каскада. При рассмотрении прохождения через вещество рожденных мюонов осуществляется прямое моделирование процессов тормозного излучения и глубоко-неупругих ядерных взаимодействий мюона, остальные процессы моделируются комбинированным способом [1, 11, 87].

Примеры использования описанных методов приведены ниже.

6. ПРЯМОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Несмотря на привлекательность инклюзивного метода расчета каскадов, имеются задачи, практически недоступные в настоящее время этому методу. Главная из них — расчет энергетического разрешения калориметров. Вследствие того что при моделировании инклюзивным способом утрачиваются корреляции между частицами

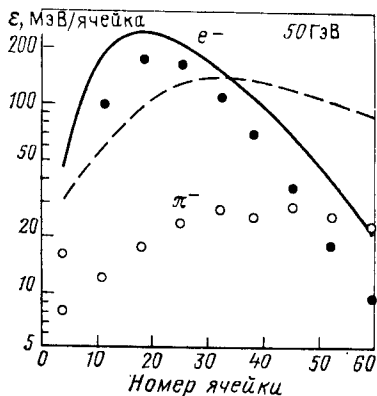


Рис. 13. Среднее энергосодержание (точки) и соответствующие среднеквадратичные отклонения (кривые) для электромагнитного и адронного каскадов в свинцово-жидко-аргоновом калориметре при энергии 50 ГэВ [88]

в вершине и в ряде случаев законы сохранения выполняются лишь в среднем по многим историям, решение проблемы флуктуаций показаний детекторов для индивидуальных каскадов остается за пределами возможностей существующих инклюзивных программ. И здесь реальной альтернативы прямому эксклюзивному моделированию пока нет.

Статистическая природа процессов множественного рождения и взаимодействий частиц с веществом на пути между дискретными событиями приводит к тому, что флуктуации в развитии каскадов, особенно адронных, могут быть весьма значительными. Результаты статистического моделирования электромагнитных и адронных ливней в калориметре, состоящем из ячеек (2 мм свинца + 1 мм жидкого аргона) полной толщиной 27 радиационных длин, приведены на

рис. 13 [88]. Среднеквадратичные отклонения энерговыделения в жидком аргоне каждой ячейки составляют для ЭФЛ приблизительно 50 %, а для адронного каскада 400 %. Различные источники флуктуаций в реальных калориметрах проанализированы в [89].

Программы прямого моделирования ЭФЛ рассмотрены в разд. 4. Эксклюзивное моделирование адронных каскадов с одновременным расчетом ЭФЛ, инициируемых главным образом распадами $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, значительно более сложная задача. Основными программами, осуществляющими эксклюзивное моделирование ядерно-электромагнитных каскадов в объеме, необходимом для одного из главных приложений — адронной калориметрии, являются следующие:

CALOR [90] — основанная на модели внутриядерных каскадов [3, 4] программа, являющаяся синтезом трех программ CALOR = HETS + MORSE + EGS3. В этом комплексе наилучшим образом моделируются все ядерные эффекты, особенно важные, например, в проблеме урановой компенсации [91]. Рекомендованная авторами максимальная энергия адронов для этой программы $E_0 = 30$ ГэВ [90, 91], хотя были попытки ее использования и при больших энергиях;

FLUKA 82 [49] — программа, физическая модель и геометрический модуль которой кратко описаны в разд. 2, 3, неплохо согласующаяся с экспериментальными данными [2, 92, 93], ориентированная на расчет адронных каскадов в диапазоне энергий $50 \text{ МэВ} < E < 10 \text{ ТэВ}$. После некоторых усовершенствований в модели множественного рождения, стыковки с программами расчета ЭФЛ и переноса низкоэнергетических нейтронов эта программа в принципе может стать, отвлекаясь от вычислительных проблем, мощным инструментом исследования;

GHEISHA [50] — программа, также уже рассмотренная в предыдущих разделах, специально созданная для калориметрических задач. Позволяет надежный эксклюзивный расчет ядерно-электромагнитных каскадов при энергиях $E_0 \leq 0,5 \text{ ТэВ}$.

Время счета по перечисленным программам уже при энергиях десятки гигаэлектрон-вольт весьма значительно и линейно увеличивается с ростом энергии.

Распространены также программы, реализующие квазиэксклюзивный подход [1], основанный на построении полного hA -события с использованием одночастичных дифференциальных сечений и обеспечения закона сохранения энергии-импульса с помощью тех или иных ухищрений. Это программы FLUKA [45], TATINA [27], программа [28] и программы, использующиеся в физике космических лучей [26]. Квазиэксклюзивный подход вполне оправдан на первом этапе решения проблемы флуктуаций в рассматриваемой установке, позволяя получить основные зависимости. Однако расчет тонких деталей изучаемого физического процесса (корреляции и др.) с помощью программ этой группы не представляется возможным.

7. РАСЧЕТЫ КАСКАДОВ ПРИ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЯХ

Сквозной расчет каскадов, инициированных в протяженных системах частицами сверхвысоких энергий, — сложная задача, требующая весьма значительных вычислительных мощностей. Из всех рассмотренных выше программ полномасштабного моделирования адронно-электромагнитных ливней на отечественных ЭВМ используются лишь программы комплекса MARS.

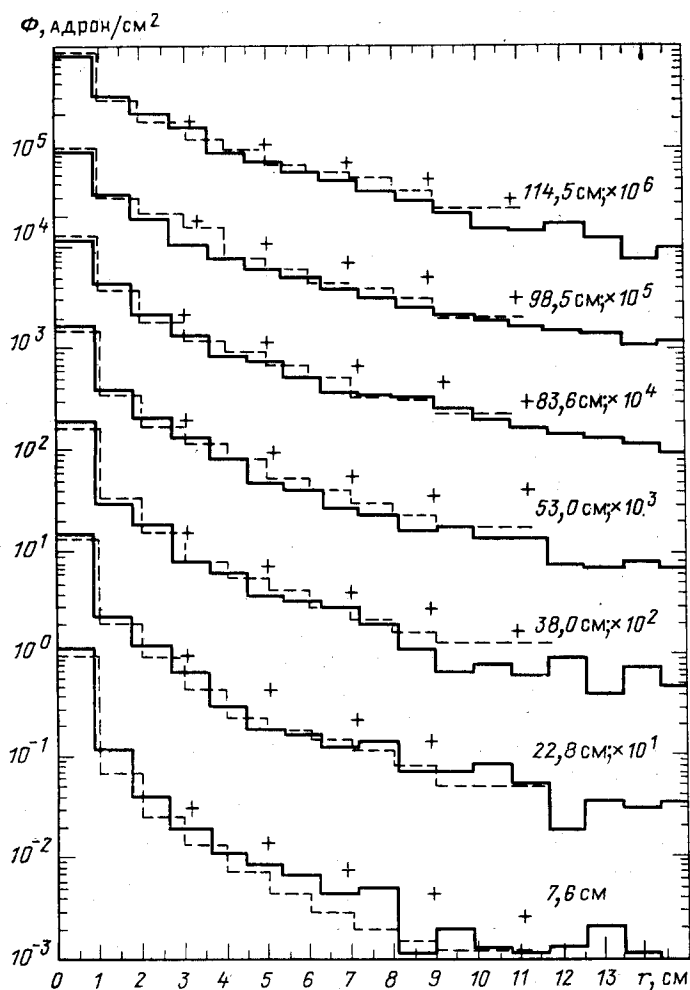


Рис. 14. Поток адронов на различных толщинах алюминиевого цилиндра, облучаемого протонами с энергией 200 ГэВ, как функция радиуса: расчет: сплошная гистограмма — FLUKA82; штриховая — MARS10; эксперимент (+) — из [92]

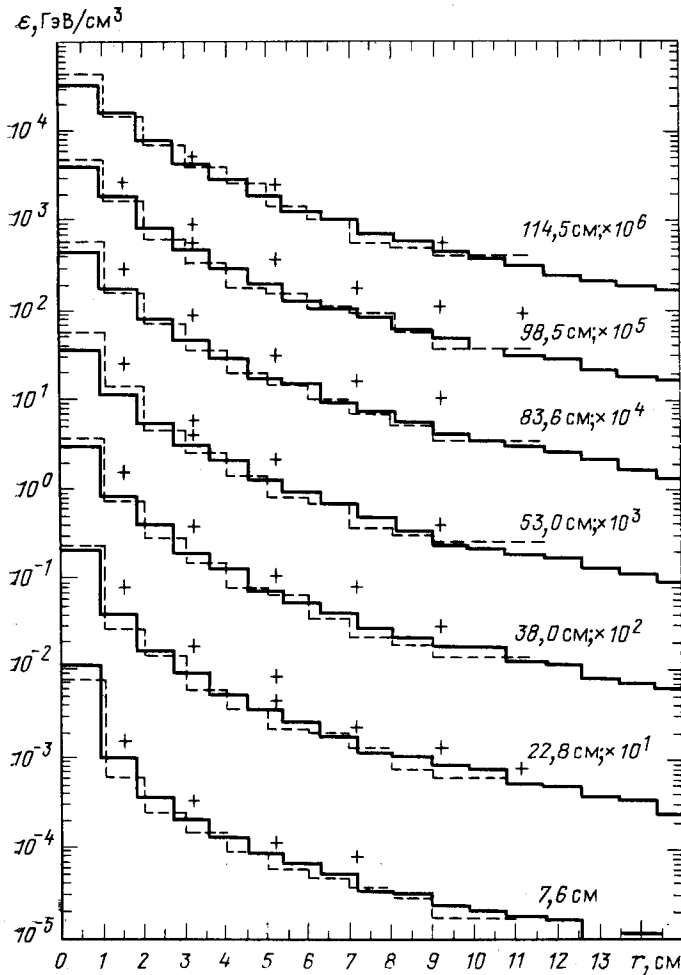


Рис. 15. То же, что и на рис. 14, для плотности энерговыделения

Для того чтобы оценить предсказательную силу существующих программ расчета ядерно-электромагнитных каскадов в тераэлектронвольтовой области энергий, приведем некоторые результаты, полученные по последним версиям комплексов MARS, CASIM и FLUKA 82. Результаты расчетов, выполненных как описано выше по сильно различающимся схемам, сравниваются между собой и с имеющимися экспериментальными данными при энергиях $E_0 \geq 0,2$ ТэВ. Для сравнения выбраны следующие функционалы: пространственные распределения потоков адронов $\Phi(\mathbf{r})$, плотности звезд $S(\mathbf{r})$ (неупругих ядерных взаимодействий при $p > 0,3$ ГэВ/с) и плотности энерго-

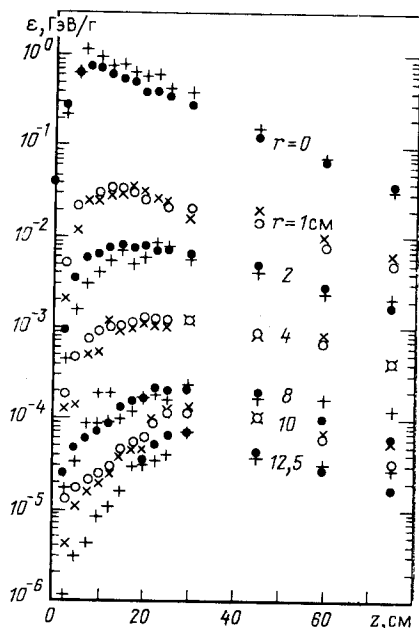
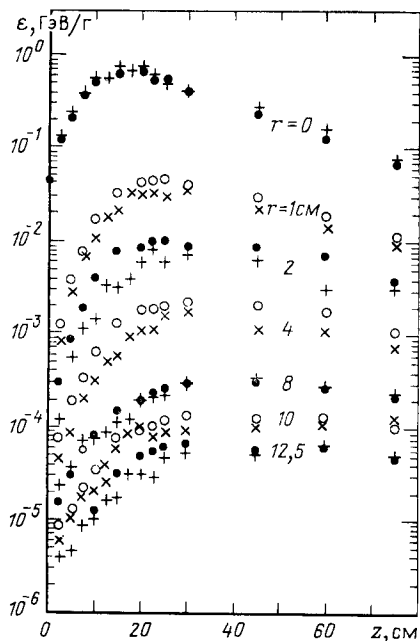


Рис. 16. Пространственное распределение плотности энерговыведения в рентгено-эмульсионной камере с пластинами из железа, облучаемой протонами с энергией 300 ГэВ:

+, × — расчет по MARS10; ●, ○ — экспериментальные данные [94]

Рис. 17. То же, что и на рис. 16, с пластинами из свинца

выделения ε (г). Первые две величины определяют выходы с мишеней, фоны на экспериментальных установках, масштабы радиационной защиты, уровни наведенной радиоактивности. Величина ε (г) определяет структуру ливневых детекторов, разогрев и радиационные повреждения мишеней, поглотителей, выводных элементов ускорителей и сверхпроводящих магнитов. В цитированных в предыдущих пунктах работах, посвященных конкретным программам, представлено много сравнений расчетных и экспериментальных данных. Ниже приводятся результаты, полученные в самое последнее время. Часть данных взята из [2]. Характерные статистические погрешности расчетных результатов около 10 %.

На рис. 14 и 15 результаты расчетов по программам MARS10 и FLUKA 82 потоков адронов с энергией $E > 35$ МэВ и плотности энерговыведения сравниваются с экспериментальными данными [92] для алюминиевого цилиндра длиной 134 см и диаметром 23 см, облучаемого нитевидным пучком протонов с энергией 200 ГэВ. В расчете по FLUKA 82 диаметр мишени составлял 30 см. Поток адронов

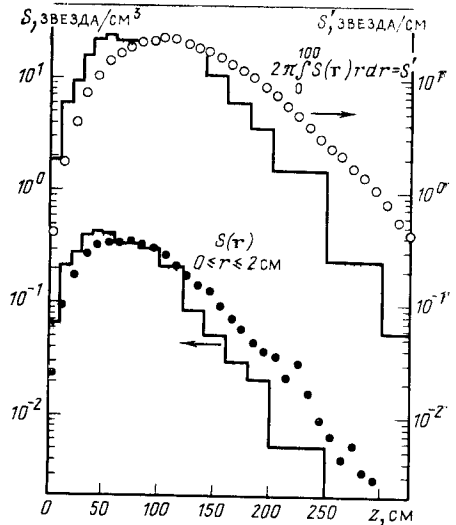
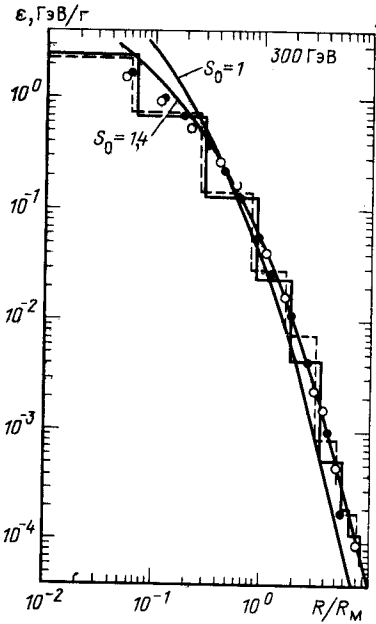


Рис. 18. Радиальное распределение энерговыделения в рентгено-эмульсионной камере на глубине $z = 17,5$ см для свинца (сплошная гистограмма и \bullet) и $z = 25$ см для железа (штриховая гистограмма и \circ): гистограммы — расчет по MARS10; точки — эксперимент [94]; сплошные линии — структурные функции каскадной теории ЭФЛ для двух возрастов s_0 -ливня

Рис. 19. Продольное распределение плотности звезд в стальном поглотителе, гистограмма — MARS10; точки — CASIM

определялся по γ -активности изотопа ^{18}F , образующегося в алюминиевых пластинах, которыми была прослоена мишень. Энерговыделение измерялось с помощью радиофотолуминесцентных дозиметров, расположенных на тех же алюминиевых пластинах. В обоих случаях пространственное распределение каскада неплохо передается обеими программами. Расчетные данные, хорошо согласуясь между собой, лежат несколько ниже экспериментальных точек, при этом оставаясь, как отмечено в [92], в пределах погрешностей эксперимента.

Результаты исследований продольного и поперечного развития адронных каскадов, инициированных протонами с энергией 300 ГэВ в рентгено-эмульсионной камере, представлены на рис. 16—18. Камера [94], являющая собой модель калориметра, состояла из стопок рентгеновских пленок пяти различных чувствительностей, прослоенных пластинами из железа (рис. 16) и свинца (рис. 17). Экспериментальные данные, представленные в работе [94] в относительных единицах, отнормированы в одной-единственной точке $z = r = 0$

на результаты расчета по MARS10 пространственного распределения плотности энерговыделения в рентгеновских пленках. В расчете скрупулезно воспроизведены все условия эксперимента: детали конструкции камеры, расположение стопок пленок толщиной 2,2 мм в пятимиллиметровых воздушных промежутках, профиль первичного пучка ($\sigma = 0,76$ мм) и др. Как видно из рисунков, во всем интервале толщин и радиусов расчет и эксперимент находятся в хорошем согласии.

При высоких энергиях энерговыделение в ядерно-электромагнитном каскаде определяется ЭФЛ от распадов $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$, и поэтому радиальное распределение $\varepsilon(r)$ в максимуме адронного каскада при $E_0 \approx 300$ ГэВ должно совпадать, особенно для тяжелых веществ, с соответствующим распределением электромагнитного ливня [1, 12, 70, 80]. На рис. 18 такие распределения, рассчитанные по MARS10 для той же камеры, сравниваются с экспериментальными данными

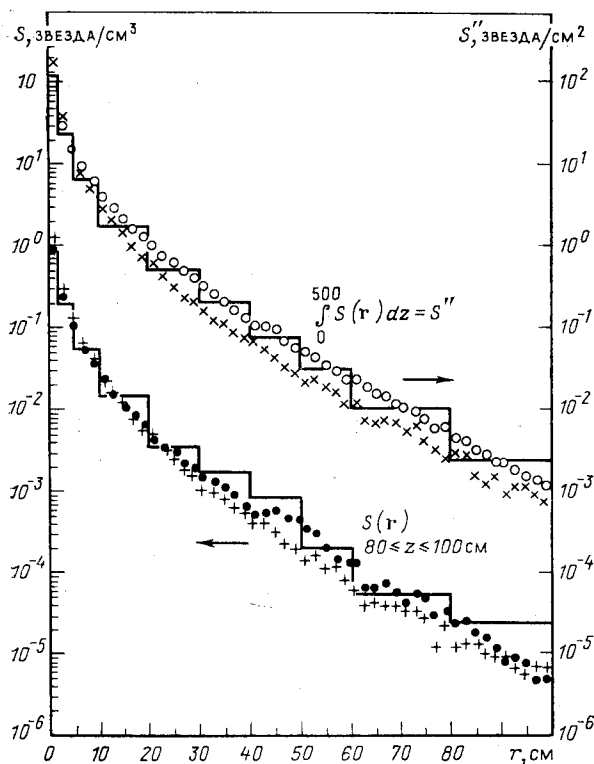


Рис. 20. Радиальное распределение плотности звезд в стальном поглотителе, проинтегрированное по толщине (правая шкала) и в максимуме каскада (левая шкала) при $E_0 = 10$ ТэВ:

гистограмма — MARS10; ○, ● — CASIM; ×, + — FLUKA82

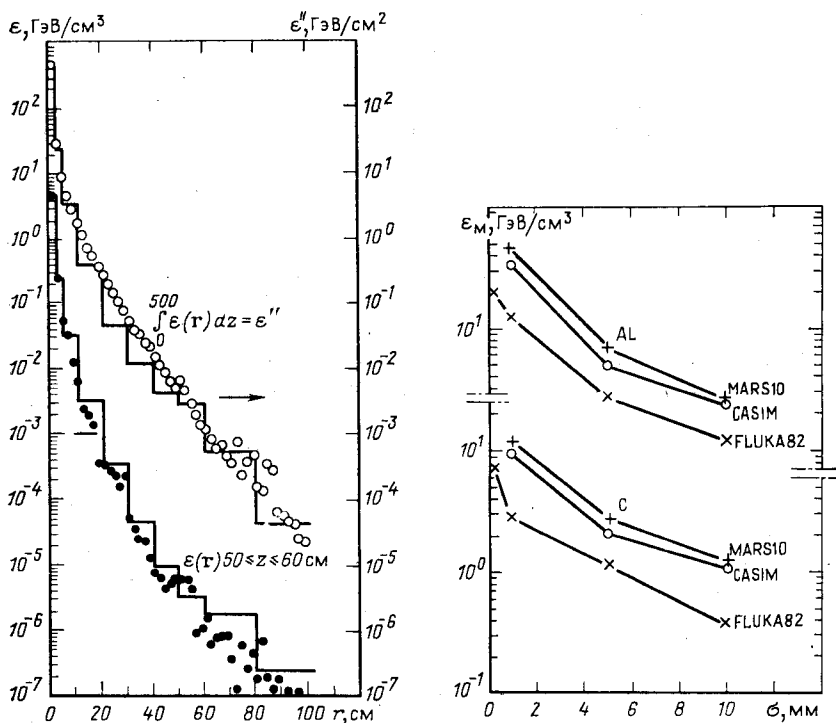


Рис. 21. То же, что и на рис. 20, для плотности энерговыведения

Рис. 22. Результаты расчетов максимальной плотности энерговыведения в алюминиевом и графитовом поглотителях, облучаемых пучком протонов с $E_0 = 10$ ТэВ как функция стандартного отклонения плотности пучка

[94] и результатами расчета по каскадной теории в приближении B для двух возрастов ливня $s_0 = 1$ и $1,4$. Расстояние от оси каскадов измеряется здесь в мольеровских единицах, равных $R_M = 1,82$ см для железа и $R_M = 1,65$ см для свинца. Как и ожидалось при $s_0 = 1,4$, все результаты находятся в хорошем согласии друг с другом.

Как показано в [2], результаты расчетов пространственного распределения плотности энерговыведения и плотности звезд, полученные по программам MARS10, CASIM и FLUKA82 в толстых медных мишенях, облучаемых протонами с энергией 400 и 450 ГэВ, хорошо согласуются с экспериментальными данными [95, 96]. Полное число звезд в мишени [96], вычисленное по указанным программам, составляет 483, 510 и 443 соответственно.

Продольный профиль адронного каскада является довольно чувствительным к способу описания рождения быстрых нуклонов в hA -соударении. Внимательное рассмотрение этого момента в программах CASIM и MARS10, специально проведенные тестовые расче-

ты, а также сравнение рис. 19 с рис. 14—18 приводят к выводу, что модифицированная модель Хагедорна — Ранфта в тераэлектрон-вольтной области энергий, по-видимому, завышает выход нуклонов из ядра в области фрагментации. Однако, как отмечено в [2], это практически не влияет на поперечное развитие каскада и радиальные распределения $\Phi(r)$ и $S(r)$, вычисленные по MARS10 и CASIM, совпадают и в максимуме каскада и будучи проинтегрированными по всему блоку (рис. 20). Хорошо согласуются между собой и поперечные профили $\epsilon(r)$ (рис. 24).

Важной во многих приложениях является величина $\epsilon_M = \max \epsilon(r)$. Ее значения для каскадов, инициированных протонами с энергией 10 ТэВ, падающими на поглотители из графита и алюминия, представлены на рис. 22 как функция размеров пучка (гауссиан со стандартным отклонением σ). Данные, полученные в [97] по FLUKA82, в 2—3 раза меньше результатов расчета ϵ_M по MARS10 и CASIM, которые дают очень близкие значения. Причины этого детально проанализированы в [2]. Главная из них, по-видимому, — это полуэмпирическая модель ЭФЛ, использованная в версии [49, 97] программы FLUKA82.

Итак, несмотря на значительные различия в моделях множественного рождения адронов и алгоритмах построения траекторий, результаты, получаемые по программам MARS10, CASIM и FLUKA82, в целом хорошо согласуются между собой и с имеющимися экспериментальными данными в широком диапазоне энергий. Это дает определенную уверенность при решении прикладных задач в тераэлектрон-вольтной области энергий с помощью той или иной из рассмотренных программ.

8. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАСКАДОВ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ

Круг задач, решаемых математическим моделированием адронных и электромагнитных каскадов, в настоящее время весьма широк. В [1] и других цитируемых выше работах можно найти много различных примеров. Из предыдущего изложения также ясно, сколь велики возможности использования существующих программ в различных приложениях. Поэтому дадим лишь краткий обзор основных областей применения методов и программ расчета высокоэнергетических ядерно-электромагнитных каскадов.

Моделирование физического эксперимента. Расчеты каскадов — основа стадии планирования и оптимизации современных экспериментов в области физики высоких энергий. Программы расчета были, например, эффективно использованы для оптимизации выхода антипротонов из мишеней с использованием магнитного поля [46], моделирования образования характеристического излучения адронных атомов при остановках в мишени π^- , K^- -мезонов и Σ^- -гиперонов [77], оптимизации установки «Гамма-1» для гамма-астрономии высо-

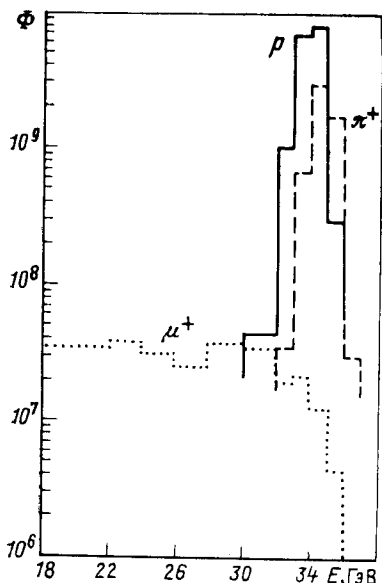


Рис. 23. Рассчитанные по MARS10 — MARSMU энергетические спектры частиц в центре ($r \leq 10$ см) станции мечения канала меченых нейтрино ИФВЭ при падении на мишень 10^{13} протонов с энергией 70 ГэВ

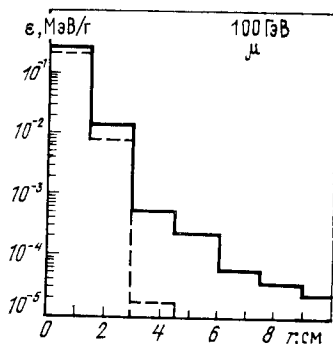


Рис. 24. Энерговыведение от всех заряженных частиц (сплошная гистограмма) и только от мюонов (штриховая) на выходе из адронного калориметра для экспериментов на встречных пучках УНК как функция расстояния от оси первоначального движения мюона

ких энергий [61] и др. Программы моделирования каскадов интенсивно используются при разработке экспериментальных установок и каналов частиц на действующих и проектируемых ускорителях ИФВЭ, ФНАЛ, ЦЕРН: оптимизация канала меченых нейтрино ИФВЭ (рис. 23) [98], оптимизация структуры нейтринного и адронного каналов УНК [99, 100], оптимизация каналов Тэватрона [101], разработка установок для экспериментов на УНК. На рис. 24 показано радиальное распределение заряженных частиц на входе в мюонный спектрометр 4π-универсального калориметрического детектора в экспериментах на встречных пучках. Как показали расчеты по MARS10, ЭФЛ, интенсивно возникающие при прохождении через калориметр мюонов с энергией $E > 50 \div 100$ ГэВ, делают такое распределение весьма широким, что значительно затрудняет идентификацию мюонов.

Калориметр — основной элемент большинства современных экспериментальных установок на больших ускорителях. Применяется для определения энергии частиц или струи, измерения углов, координат и типа частиц. Математическое моделирование адронных и электромагнитных каскадов повсеместно используется для оптимизации структуры калориметра с целью улучшения его характеристик, и в первую очередь пространственного и энергетического разрешения (см., например, [1, 89, 91, 102—104]). Результаты расчета по програм-

ме GHEISHA [50] энергетического разрешения калориметров двух типов приведены на рис. 25 вместе с экспериментальными данными [105, 106].

Новые способы детектирования частиц. Использование основных закономерностей развития адронных и электромагнитных каскадов и последующее их моделирование могут приводить к новым идеям в детектировании частиц высоких энергий. Много примеров тому

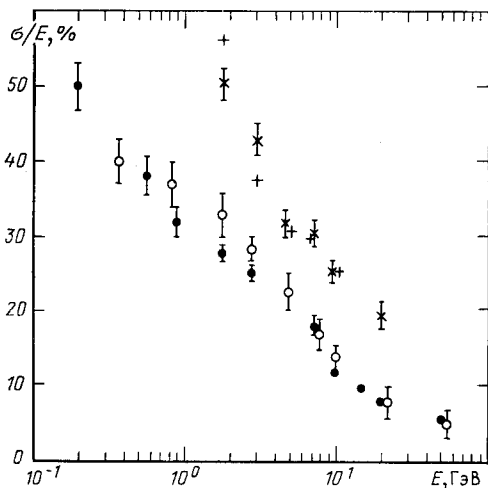


Рис. 25. Энергетическое разрешение двух калориметров:

●, ○ — [0,3 см U + 0,5 см Cu + 0,25 см CH]; +, × — [0,15 см Fe + жидкий аргон]; ○, × — расчет GHEISHA [50]; ●, + — экспериментальные данные [105, 106]. Результаты для второго калориметра умножены на 1,5

можно найти в калориметрии, один из которых — урановая компенсация [91, 106]. Другой пример — метод регистрации частиц по акустическому излучению, возникающему в результате развития иницируемого ими ядерно-электромагнитного каскада в плотной среде [70]. Этот метод был предложен в [107] для детектирования нейтрино сверхвысоких энергий в эксперименте ДЮМАНД с использованием в качестве активного вещества детектора огромной массы океанской воды.

Радиационный разогрев сверхпроводящих магнитов — одна из наиболее ярких проблем, решаемых на базе математического моделирования ядерно-электромагнитных каскадов в элементах структуры ускорителей нового поколения [1, 12, 78, 108—110]. Из-за низкого уровня допустимого энерговыделения в обмотках [111] достижение проектных параметров пучков на создаваемых ускорительных комплексах возможно лишь при применении специальных мер защиты, снижающих облучение сверхпроводящих систем [13—15, 78, 112, 113]. На прецизионном моделировании каскадов в системах ускорителя основано решение всех трех составляющих этой проблемы:

определение допустимых энерговыделений в обмотках, отталкиваясь от рассчитанных распределений $\epsilon(r)$ (рис. 26), и предельно допустимых потерь протонов ΔI в магнитной структуре (рис. 27);

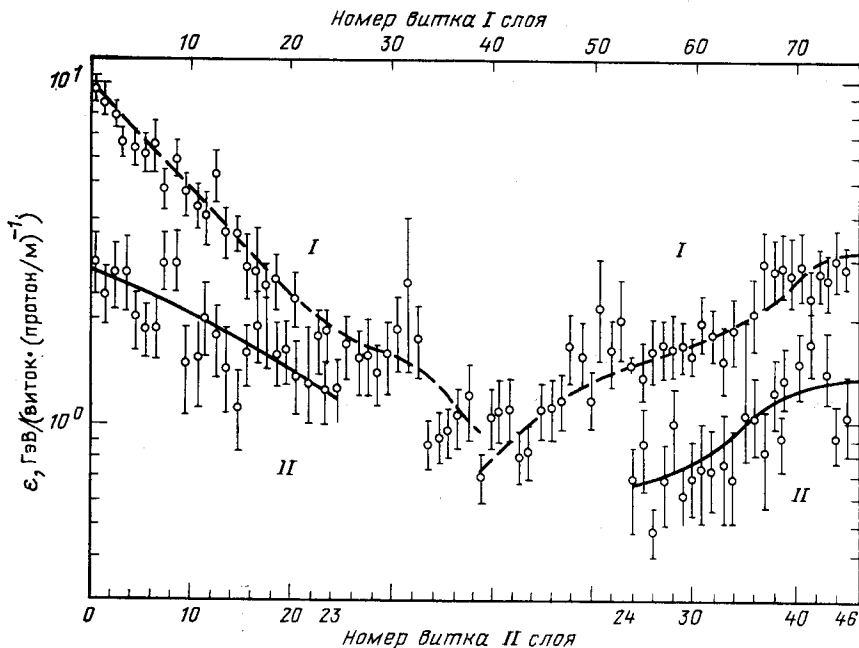


Рис. 26. Рассчитанное по MARS10 распределение плотности энерговыделения в витках первого и второго слоев сверхпроводящих обмоток дипольных магнитов УНГ при $E_0 = 400$ ГэВ

получение пространственно-временных распределений потерь пучка и возникающих при этом радиационных полей в элементах ускорителя (рис. 28);

нахождение адекватных рассматриваемой конкретной ситуации мер-защиты, совокупность которых обеспечивает снижение радиационного энерговыделения в обмотках произвольного элемента до значения, меньше допустимого (рис. 28 — штриховая линия).

Так с использованием результатов расчетов ядерно-электромагнитных каскадов (рис. 29) удалось найти решение, позволившее в 5 раз поднять эффективность быстрого резонансного вывода пучка протонов с энергией 800 ГэВ из сверхпроводящего кольца Тэватрона [15].

Радиационный разогрев элементов систем ускорителей и экспериментальных установок происходит при взаимодействии с ними пучков высокоэнергетических частиц. Поскольку проектные интенсивности пучков исключительно высоки (до $6 \cdot 10^{14}$ частиц в импульсе),

то при этом может возникать целый ряд макроскопических эффектов [12]: повышение температуры, осложняющее работу электрических и охлаждающих систем, плавление, образование ударных волн, вызывающее деформацию или разрушение, уменьшение плотности вещества на оси мишеней непосредственно в процессе вывода, приводящее к уменьшению выхода частиц, и т. д. Первопричина всех этих эффектов — энерговыделение в веществе при развитии ядерно-электромагнитных каскадов — исследована в ряде работ [1, 2, 12,

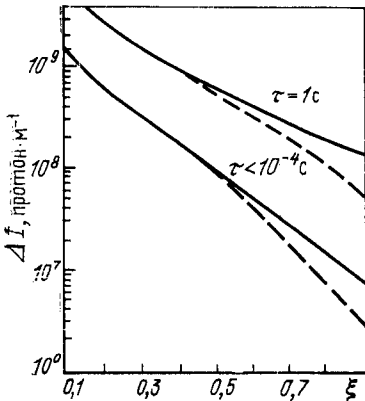


Рис. 27. Предельно допустимая плотность потерь протонов на сверхпроводящих магнитах второй ступени в цикле УНК ($\xi = I/I_{max}$) для двух длительностей импульсов потерь:

штриховая линия — для области с максимальным магнитным полем; сплошная — для medianной плоскости, где $B = 0,875 B_{max}$

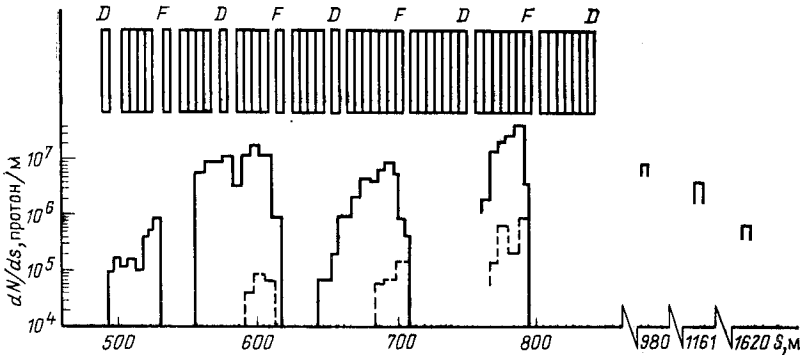


Рис. 28. Распределение потерь частиц в кольцевом сверхпроводящем электромагните УНК вблизи выводного прямолинейного промежутка при быстром резонансном выводе с эффективностью 99 % пучка протонов с $E_0 = 3$ ТэВ: сплошная гистограмма — локальное искажение орбиты с двумя подвижными коллиматорами; штриховая — дополнительно включен третий подвижный коллиматор (F и D — фокусирующие и дефокусирующие линзы соответственно)

79, 80, 95, 108, 114]. На рис. 30, 31 приведены рассчитанные по MARS10 продольные распределения плотности энерговыделения на оси мишеней длиной $1,5\lambda_{1n}$ из различных материалов, на которые падает пучок протонов с энергией 3 и 20 ТэВ. Пучок — гауссиан

с $\sigma = 0,05$ и $0,2$ см. Результаты расчетов $\varepsilon(r)$ позволяют оптимизировать мишени и поглотители [80]. Так в течение ряда лет успешно эксплуатируется система аварийного вывода пучков из Тэватрона с энергией до 800 ГэВ [115], разработанная на основе расчетов каскадов по программам MARS8 [80] и CASIM [47]. Похожая система

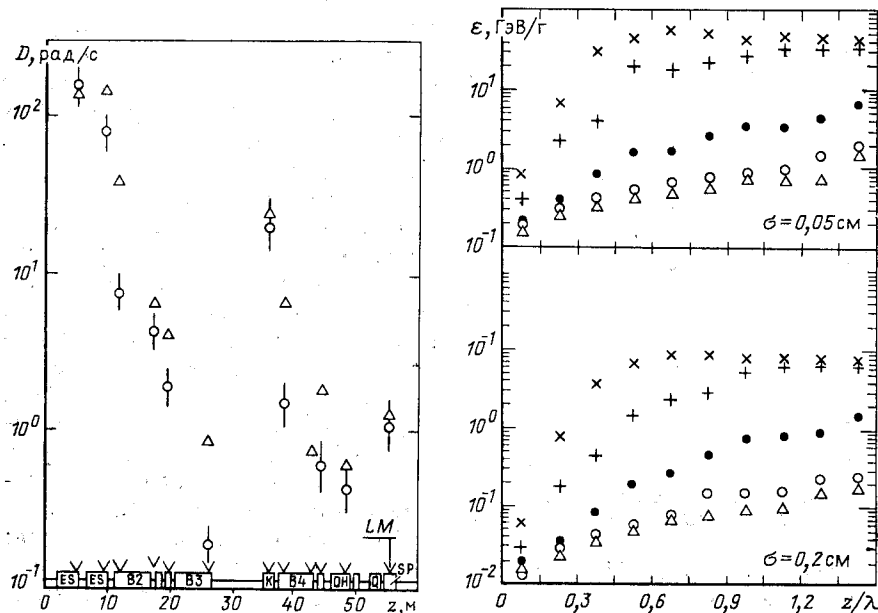


Рис. 29. Показания ионизационных камер, расположенных на магнитных элементах прямолинейного промежутка Тэватрона, при быстром резонансном выводе пучка протонов с энергией 800 ГэВ:

○ — расчет по MARS10; △ — экспериментальные данные

Рис. 30. Продольное распределение плотности энерговыделения на оси различных мишеней, облучаемых пучком протонов с энергией $E_0 = 3$ ТэВ и двух поперечных размеров:

△ — Be; ● — C; + — Al; × — Cu; × — W

разработана для УНК [116]. Расчеты $\varepsilon(r)$ [12] позволили предложить комбинированные теньевые защиты магнитных и электростатических септумов систем вывода пучков из УНК, в десятки раз снизивших разогрев перегородок септумов.

Мюоны возникают при развитии каскадов в распадах долгоживущих и короткоживущих мезонов и во взаимодействиях нейтрино с ядрами среды. Мюоны, как наиболее проникающий компонент излучения, определяют основной объем технологической и радиационной защиты на нейтринных каналах и вокруг кольцевых туннелей, структуру каналов частиц и экспериментальных залов, струк-

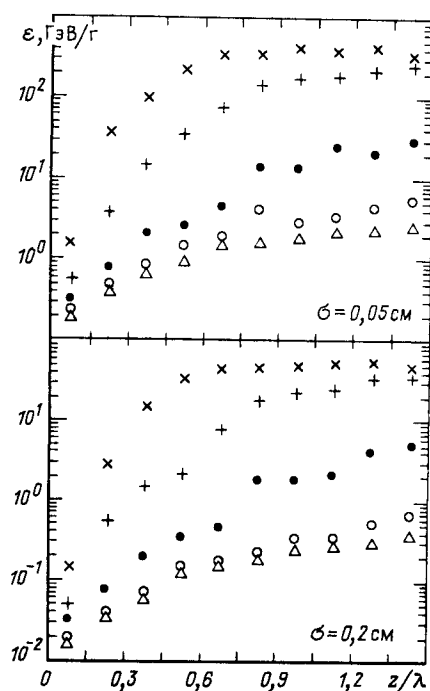


Рис. 31. То же, что и на рис. 30, для $E_0 = 20$ ТэВ

туру и объем значительной части calorиметрических 4л-детекторов для встречных пучков и фоновые условия на большинстве других детекторов. Результаты моделирования распределений мюонов в экспериментальных установках уже были приведены на рис. 23, 24. Эти данные получены путем инклюзивного моделирования образования и переноса мюонов с помощью пакета программ MARS10 — MARSMU. Кроме того, прикладные задачи о мюонах на протонных ускорителях решаются с использованием монте-карловских программ MUTRAN [11], RING [86], модифицированной CASIM [117] и в некоторых случаях с использованием аналитических методов [118, 119].

Некоторые примеры расчета:

рассчитанный по MARSMU спектр энергетических потерь мюонов со средней энергией 120 ГэВ ($\sigma \sim 5$ ГэВ) после сборки (930 см железа и 185 г/см² воздуха, пластика и др.) в сравнении с расчетными и экспериментальными данными [120] (рис. 32);

рассчитанная на MARSMU вероятность выживания мюонов с энергией 3 и 20 ТэВ в грунте ($\rho = 2,1$ г/см³) (рис. 33) — основа расчета поглотителей в экспериментах *beam-dump* и в системе аварийного вывода на УНК и SSC.

Радиационная защита — это традиционное приложение методов расчета прохождения излучения через вещество. Круг решаемых задач здесь исключительно широк [121—123]. На существующих ускорителях требуемые толщины защит значительны [122] и решение задачи переноса излучения обычными методами не представляется возможным. Требуемая кратность ослабления потоков частиц составляет $10^5 - 10^{10}$, конфигурация защиты сложная, поэтому в данных задачах весьма эффективно использование различных синтетических методов и модификаций метода Монте-Карло, например синтез программы MARS11 с программой численного решения уравнения переноса методом дискретных ординат PO3-6 [82]. Ускорители нового Тэвного поколения УНК и SSC проектируются в глубоких подземных туннелях, что решает вопрос о глобальной радиационной защите [124—126]. Классические вопросы защиты, решаемые с помощью

каскадных расчетов, локализуются при этом в экспериментальных залах и прямолинейных промежутках кольца. Одна из главных проблем — проблема наведенной радиоактивности оборудования и грунтовых вод.

Другие приложения. Перечислим некоторые другие области, в которых успешно применяется математическое моделирование ядерно-электромагнитных каскадов [1, 4, 127]: радиационная защита космических кораблей, космофизические исследования, образование

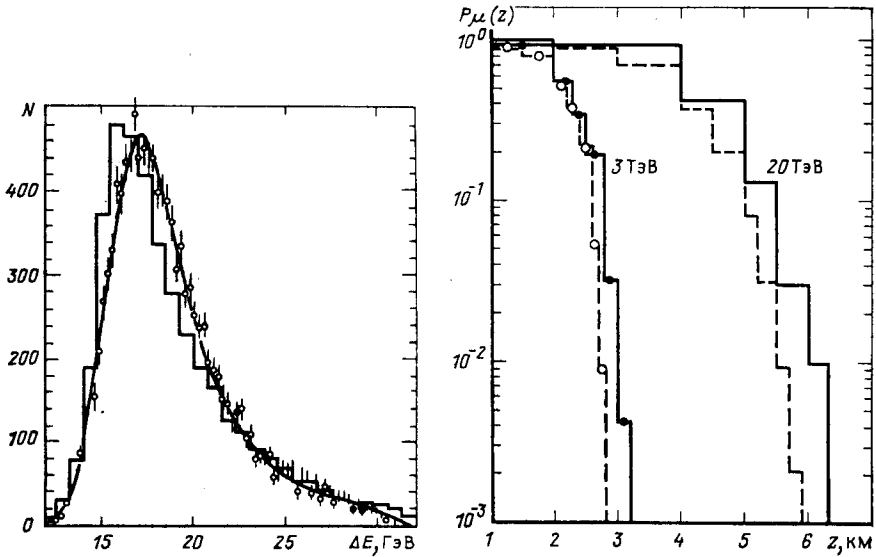


Рис. 32. Распределение по потерям энергии для мюонов с $E_0 \sim 120$ ГэВ, прошедших стальную сборку: гистограмма — расчет MARSMU; кривая и точки — соответственно расчет и эксперимент из [120]

Рис. 33. Продольное распределение интегрального потока мюонов двух энергий в грунте: сплошная гистограмма — полное моделирование всех процессов; штриховая — расчет без учета флуктуаций в процессе образования e^+e^- -пар

радионуклидов в веществе метеоритов и планет, электроядерный метод на реакторах-размножителях, изучение изменения свойств среды под действием мощных пучков элементарных частиц и ядер, дозиметрия и функции чувствительности детекторов, радиобиология, лучевая терапия и др.

Даже простое перечисление показывает, сколь широк спектр задач, которые эффективно решаются с помощью существующих и постоянно совершенствуемых программ моделирования адронных и электромагнитных каскадов.

В заключение выражаю искреннюю признательность С. П. Денисову и В. Д. Тонееву за полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Калиновский А. Н., Мохов Н. В., Никитин Ю. П. Прохождение частиц высоких энергий через вещество. М.: Энергоатомиздат, 1985.
2. Mokhov N. V., Cossairt J. D. //Nucl. Instrum. and Methods. 1986. Vol. A244. P. 349—355.
3. Барашенков В. С., Тонеев В. Д. Взаимодействие высокоэнергетических частиц и атомных ядер с ядрами. М.: Атомиздат, 1972.
4. Armstrong T. W. Computer Techniques in Radiation Transport and Dosimetry/Ed. by W. R. Nelson, T. M. Jenkins. N. Y.: Plenum Press, 1980. P. 311—322, 373—385.
5. Ford R. L., Nelson W. R. Report SLAC-210, Stanford, 1978.
6. Кольчужкин А. М., Учайкин В. В. Введение в теорию прохождения частиц через вещество. М.: Атомиздат, 1978.
7. Штерн Б. Е. Препринты ИЯИ П-0081, П-0082. М., 1978.
8. Лютов Ю. Г. //Новые приборы, устройства, методики. М.: Изд-во МГУ, 1982. Разд. 1. С. 7—14.
9. Бугаев Э. В., Котов Ю. Д., Розенталь И. Л. Космические мюоны и нейтрино. М.: Атомиздат, 1970.
10. Van Ginneken A. Preprint Fermilab-Pub-86/33, 1986.
11. Mokhov N. V., Semenova G. I., Uzunian A. V. //Nucl. Instrum. and Methods. 1981. Vol. 180. P. 469—482.
12. Мохов Н. В. Препринт ИФВЭ 82-168. Серпухов, 1982.
13. Байшев И. С., Маслов М. А., Мохов Н. В. //Тр. VIII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, ОИЯИ, 1983. Т. 2. С. 167—170.
14. Байшев И. С., Балбеков В. И., Дрождин А. И. и др. //Там же. Т. 1. С. 262—267.
15. Drozhdin A. I., Harrison M., Mokhov N. V. Report FN-418, Fermilab, 1985.
16. Никитин Ю. П., Розенталь И. Л. Теория множественных процессов. М.: Атомиздат, 1976.
17. Никитин Ю. П., Розенталь И. Л., Ядерная физика высоких энергий. М.: Атомиздат, 1980.
18. Мурзин В. С., Сарычева Л. И. Физика адронных процессов. М.: Энергоатомиздат, 1986.
19. Николаев Н. Н. //УФН. 1981. Т. 134. С. 369—430.
20. Шабельский Ю. М. //ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 1070—1115.
21. Bengtsson H. U. //Computer Phys. Comm. 1984. Vol. 31. P. 323—329; Anderson V., Gustafson G., Ingelman G., Sjostrand T. //Phys. Rep. 1983. Vol. 97. P. 33—145.
22. Paige F. E., Protopescu S. D. Report BNL-370066, Brookhaven, 1985.
23. Buchanan C., Cox V., Lach J. e.a. Fermilab-Conf—86/15, 1986.
24. Барашенков В. С., Соболевский Н. М., Тонеев В. Д. //Атомная энергия. 1972. Т. 32. С. 217—221.
25. Armstrong T. W., Chandler K. C. //Nucl. Sci. Engng. 1972. Vol. 49. P. 110—119.
26. Демьянов А. Н., Мурзин В. С., Сарычева Л. И. Ядерно-каскадный процесс в плотном веществе. М.: Наука, 1977.
27. Baronchelli A. //Nucl. Instrum. and Methods. 1974. Vol. 118. P. 445—451.
28. Grant A. //Nucl. Instrum. and Methods. 1975. Vol. 131. P. 167—172.
29. Левченко Б. Б., Николаев Н. Н. //ЯФ. 1982. Т. 36. С. 453—464; 1983. Т. 37. С. 1016—1028.
30. Барашенков В. С. Славин Н. В. //ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 997—1031.

31. Амалин Н. С., Барашенков В. С. Препринт ОИЯИ P2-83-770. Дубна, 1983.
32. Мохов Н. В. // Тр. IV Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Москва, 1974. М.: Наука, 1975. Т.2. С. 222—225.
33. Байшев И. С., Кучинин С. Л., Мохов Н. В. Препринт ИФВЭ 78-2, Серпухов, 1977.
34. Nyiri J., Anisovich V. V., Shabelsky Yu. M., Kobrinsky M. M. Preprint KFKI-1982—32, Budapest, 1982.
35. Stenlund E., Otterlund I. Preprint CERN—EP/82—42, 1982.
36. Ranft J., Routti J. T. // Particle Accelerators. 1972. Vol. 4. P. 101—110.
37. Сычев Б. С., Серов А. Я., Манько Б. В. Препринт МРТИ № 799. М., 1979.
38. Brenner A., Carey D. C., Elias J. E. e.a. // Phys. Rev. 1982. Vol. D26. P. 1497—1553.
39. Barton D. S., Brandenburg C. W., Busza W. e.a. // Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 2580—2599.
40. Allaby J. V., Binon F., Diddens A. e.a. Report CERN 70-12, 1970.
41. Eichten T., Haidt D., Pattison J. B. M.e.a. // Nucl. Phys. 1972. Vol. B44. P. 333—343.
42. Божко Н. И., Борисов А. А., Вовенко А. С. и др. Препринт ИФВЭ 79-78. Серпухов, 1979.
43. Busza W., Elias J. E., Jacobs D. F. e.a. // Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 34. P. 836—839.
44. Bertini H. W., Culkowski A. H., Hermann O. W. e.a. Report ORNL/TM-5710, 1977.
45. Ranft J., Routti J. T. // Comput Phys. Commun. 1974. Vol. 7. P. 327—339.
46. Chirikov B. V., Tayurski V. A., Möhring H. J., Ranft J. // Nucl. Instrum. and Methods. 1977. Vol. 114. P. 129—139.
47. Van Ginneken A. Report FN-272, Fermilab, 1975.
48. Grote H., Hagedorn R., Ranft J. Atlas of Particle Production Spectra, CERN, 1970.
49. Aarnio P. A., Ranft J., Stevenson G. R. Report TIS—RP/106-Rev., CERN, 1984.
50. Fesefeldt H. Report PITIA 85/02, Aachen, 1985.
51. Froyland J., Skontorp O. // Nucl. Phys. 1974. Vol. B68. P. 93—110.
52. Von Holt K., Idschok U., Blobel V. e.a. // Nucl. Phys. 1976. Vol. B103. P. 221—233.
53. Ochs W., Stodolsky L. // Phys. Lett. 1977. Vol. 69B. P. 225—228.
54. Ochs W., Shimada T. // Z. Phys. 1980. Vol. C4. P. 141—145.
55. Франк-Каменецкий А. Д. Моделирование траекторий нейтронов при расчете реакторов методом Монте-Карло. М.: Атомиздат, 1978.
56. Маслов М. А., Мохов Н. В. Препринт ИФВЭ 85-8. Серпухов, 1985.
57. Brun R., Caillat M., Maire M.e.a. Report CERN DD/85/1, 1985; DD/EE/84-1, 1984.
58. Байшев И. С., Мохов Н. В., Стриганов С. И. // ЯФ. 1985. Т. 42. С. 1175—1183.
59. Messel H., Crawford D. F. Electron — Photon Shower Distribution Functions. N.Y.: Pergamon Press, 1970.
60. Байшев И. С., Мохов Н. В. Препринт ИФВЭ 79-124. Серпухов, 1979.
61. Акимов В. В., Блохивцев И. Д., Воробьев К. В. и др. Препринт ИКИ Пр-684. М., 1981.
62. Амагуни Ц. А. Препринт ЕФИ-735 (50)-84, Ереван, 1984.
63. Hirayama H., Nelson W. R., Del Guerra A. e.a. Report SLAC-PUB-3038, 1983.
64. Nelson W. R., Hirayama H., Royers D. W. O. Report SLAC-265, Stanford, 1985.
65. Van Ginneken A. Report FN-309, Fermilab, 1978.
66. Logunov A. A., Mestvirishvili M. A., Nguen Van Hieu // Phys. Lett. 1967. Vol. 25B. P. 611—614.

67. Feynman R. P. // Phys. Rev. Lett. 1969. Vol. 23. P. 1415—1417.
68. Venecke J., Chou T. T., Yang C. N., Yen E. // Phys. Rev. 1969. Vol. 188. P. 2159—2169.
69. Мурадян Р. Автомодельность в инклюзивных реакциях. ОИЯИ Р2-6762. Дубна, 1972.
70. Askariyan O. A., Dolgoshein B. A., Kalinovsky A. N., Mokhov N. V. // Nucl. Instrum. and Methods. 1979. Vol. 164. P. 267—279.
71. Учайкин В. В. // Журн. вычисл. матем. и матем. физики. 1976. Т. 16. С. 758—766.
72. Пляшешников А. В., Воробьев К. В. Препринт ИФВЭ 83-12. Алма-Ата, 1983.
73. Van Ginneken A. Report FN-250, Fermilab, 1972.
74. Мохов Н. В., Фролов В. В. // Атомная энергия. 1975. Т. 38. С. 226—228.
75. Кучинин С. Л., Мохов Н. В., Расцветалов Я. Н. Препринт ИФВЭ 75-74. Серпухов, 1975.
76. Ranft J., Nelson N. R. CERN Report HS-RP/031/PP, 1979.
77. Денисов Д. С., Желамков А. В., Желязников В. М. и др. Препринт ЛИЯФ № 459. Л., 1979.
78. Maslov M. A., Mokhov N. V. // Particle Accelerators. 1980. Vol. 11. P. 91—102.
79. Mokhov N. V., Van Ginneken A. Report TM-977, Fermilab, 1980.
80. Mokhov N. V. Report FN-328, Fermilab, 1980.
81. Крючков В. П., Лебедев В. Н., Мохов Н. В. Препринт ИФВЭ 76-132. Серпухов, 1976.
82. Ажгирей И. Л., Курочкин И. А., Мохов Н. В. Тезисы докладов IV Всесоюзной научной конференции по защите от ионизирующих излучений ядерно-технических установок. Томск, 1985. С. 8.
83. Brown K. L., Iselin Ch. Report CERN 74-2, Geneva, 1974.
84. Мохов Н. В. Препринт ИФВЭ 76-64, Серпухов, 1976.
85. Бритвич Г. И., Мохов Н. В., Узунян А. В. Препринт ИФВЭ 76-66, Серпухов, 1976.
86. Maslov M. A., Mokhov N. V., Uzunian A. V. // Nucl. Instrum. and Methods. 1983. Vol. 217. P. 419—424.
87. Мохов Н. В., Стриганов С. И., Узунян А. В. Препринт ИФВЭ 80-56. Серпухов, 1980.
88. Jensen T., Amburgey J. D., Gabriel T. A. // Nucl. Instrum. and Methods. 1977. Vol. 143. P. 429—434.
89. Amaldi U. // Physica Scripta. 1981. Vol. 23. P. 409-424.
90. Gabriel T. A., Amburgey J. D., Bishop B. L. Report ORNL/TM— 5619, Oak Ridge, 1877.
91. Workshop on Compensated Calorimetry. Report CALT-68-1305, Pasadena, 1985.
92. Stevenson G. R., Aarnio P. A., Fasso A. e.a. Report TIS-RP/158/PP CERN, 1985; Nucl. Instrum. and Methods. 1986. Vol. A245. P. 323—327.
93. Ranft J., Aarnio P. A., Stevenson G. R. Report TIS-RP/156/CF, CERN, 1985.
94. Muraki Y., Kasahara K., Yuda T. e.a. // Nucl. Instrum. and Methods. 1985. Vol. A236. P. 47—54.
95. Sievers P. Report TM-SPS/ABT/77-1, CERN, 1977.
96. Stevenson G. R. Report TIS-RP/IR/84-12, CERN, 1977.
97. Fasson A., Goebel K., Höfert M. e.a. Report TIS-RP/IR/84-20, CERN, 1984.
98. Байшев И. С., Бугорский А. П., Денисов С. П. и др. // Тр. IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1985. Т. 2. С. 303—308.
99. Аммосов В. В., Бугорский А. П., Денисов С. П. и др. // Тр. Совещания «Физические исследования на ускорительно-накопительном комплексе ИФВЭ», Серпухов, 1982. С. 26—32.

100. Аммосов В. В., Васильев В. В., Гаркуша В. И., и др.//Сб. аннотаций докладов XIII Международной конференции по ускорителям частиц высоких энергий, Новосибирск, 1986. С. 195.
101. Direct Neutral Lepton Facility, Fermilab, 1985.
102. Прокошкин Ю. Д. Препринт ИФВЭ 79-148. Серпухов, 1979.
103. Fabjan C. W., Ludlam T. Report EP/82-37, CERN, 1982.
104. Байшев И. С., Мохов Н. В., Семенов В. К. Препринт ИФВЭ 85-36, Серпухов, 1985.
105. Botner O., Dagan S., Fabjan C. W. e.a.//IEEE Trans. Nucl. Sci. 1981. Vol. NS-28. P. 510—513.
106. Fabjan C. W., Struczinski W., Willis W. J. e.a.//Nucl. Instrum. and Methods. 1977. Vol. 141. P. 61—80.
107. Аскарьян Г. А., Долгошеин Б. А.//Письма в ЖЭТФ. 1977. Т. 25. С. 232—233.
108. Мохов Н. В.//Журн. техн. физ., 1979. Т. 49. С. 1254—1258.
109. Dixon R., Mokhov N. V., Van Ginneken A. Report FN-327, Fermilab, 1980.
110. Зайцев Л. Н.//ЭЧАЯ. 1980. Т. 11. Вып. 3. С.525—570.
111. Маслов М. А., Мохов Н. В. Препринт ИФВЭ 81-128. Серпухов, 1981; III ICFA Workshop, Protvino, 1981. P. 3—16.
112. Дрождин А. И., Маслов М. А., Мохов Н. В. и др.//Тр. IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1985. Т. 2. С. 368—372.
113. Дрождин А. И., Маслов М. А., Мохов Н. В. и др.//Сб. аннотаций X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. С. 137.
114. Байшев И. С., Кучинин С. Л. //Тр. VII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1981. Т. 2. С. 172—179.
115. Kidd J., Mokhov N. V., Murphy T. e.a.//Proc. Particle Accel. Conf. IEEE. 1981. Vol. 2. P. 2774—2777.
116. Байшев И. С., Васильев В. А., Гуров Г. Г. и др.//Тр. VIII Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1983. Т. 1. 268—271.
117. Nelson W. R., Jenkins T. M., Stevenson G. R. e.a. Report SLAC-PUB-3043, CERN TIS-RP/100/PP, 1983.
118. Alsmiller R. G., Alsmiller F. S., Barish J. e.a. Report CERN-71-16, 1971. Vol. 2. P. 601—640.
119. Stevenson G. R. Report CERN HS-RP/IR/81-28, 1981.
120. Kopp R., Argento A., Benvenuti e.a. Report CERN-EP/85-08, 1985.
121. Лебедев В. Н., Мохов Н. В., Сычев Б. С.//Вопросы дозиметрии и защиты от излучений/ Под ред. В. К. Сахарова. М.: Атомиздат, 1979. Вып. 18. С. 152—159.
122. Cossairt J. D., Mokhov N. V., Murphy C. T.//Nucl. Instrum. and Methods. 1982. Vol. 197. P. 465—472.
123. Лебедев В. Н., Мохов Н. В.//Тезисы докладов IV Всесоюзной научной конференции по защите от ионизирующих излучений ядерно-технических установок. Томск, 1985. С. 5.
124. Workshop on SSC Environmental Radiation, SSC-R-1016, Berkeley, 1985.
125. Jones L. W. Report UM HE 86-2, SSC-54, Michigan, 1986.
126. Ажгирей И. Л., Байшев И. С., Курочкин И. А. и др.//Сб. аннотаций X Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1986. С. 154.
127. Барашенков В. С.//ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. Вып. 5. С. 871—921.