

Релятивистская ядерная гидродинамика и фазовый переход в состояние деконфайнмента

Х. В. Барц, Б. Кэмпфер

Центральный институт ядерных исследований, Россендорф

Б. Лукач

Центральный институт физических исследований, Будапешт

В рамках гидродинамического подхода исследуется возможность образования ядерной материи в фазе кварк-глюонной плазмы при релятивистских столкновениях тяжелых ионов. Основные результаты получены в одножидкостной модели образования барионно-обогащенной плазмы и относятся к ядерным столкновениям в области энергии до 10 ГэВ/нуклон. При более высоких энергиях двухжидкостная модель предсказывает образование плазмы в фрагментационной области, но при этом плотность барионов значительно меньше. Во всех исследованиях, включая скейлинговую гидродинамику для барионно-обедненной области средних быстрот, учтен запаздывающий фазовый переход в состояние деконфайнмента. Представлены общеквариантная формулировка релятивистской гидродинамики, которая является полезным численным методом, а также некоторые расширения методов стандартной теории (выбор сопутствующих координат, учет стоковых членов и двухжидкостное взаимодействие).

The possible formation of the quark-gluon plasma phase of nuclear matter in the course of relativistic heavy-ion collisions is investigated within the hydrodynamical approach. We mainly report the one-fluid model of the baryon-rich plasma formation which applies in nuclear collisions in the energy range up to 10 GeV/nucleon. At higher energies the two-fluid model predicts the plasma formation in the fragmentation region, but the baryon density is considerably smaller. In all studies, including the scaling hydrodynamics of the baryon-poor midrapidity region, we allow for a delayed deconfinement transition. We present the basic formulation of relativistic hydrodynamics as a useful numerical method and some extensions of the standard theory (comoving coordinates, drain terms and the two-fluid interaction).

ВВЕДЕНИЕ

Релятивистские соударения тяжелых ионов (РСТИ) происходят постоянно, когда содержащая тяжелые ионы компонента космических лучей сталкивается с ядрами, находящимися в атмосфере. Главное преимущество естественного источника — высокая энергия тяжелых ионов — оказывается пока недоступной для современных ускорителей. Действительная история РСТИ началась с систематических экспериментальных исследований, предпринятых на ускорителях в Дубне (3—4 ГэВ/нуклон) и Беркли ($\leq 2,1$ ГэВ/нуклон) в середине

70-х годов, хотя определенное количество данных было накоплено и до этого.

Важным толчком к развитию экспериментов по РСТИ явилось предсказание новых (так называемых «экзотических») состояний ядерной материи, например таких, как пионный конденсат и изомеры плотности. Эти состояния были предсказаны экстраполяцией некоторых модельных представлений в область больших значений ядерной плотности. В соударениях при низких и средних энергиях наблюдаются лишь незначительное изменение плотности и малые энергии возбуждения, в то время как РСТИ могут привести к существенным возбуждениям и сжатиям ядерного вещества. Есть надежда, что при некоторых достаточно больших значениях сжатия могут быть образованы новые формы ядерной материи. Однако необходимо заметить, что на сегодняшний взгляд условия, создаваемые в РСТИ, не являются подходящими для возникновения пионного конденсата и изомеров плотности, что и объясняет неудачу экспериментального поиска экзотических сигналов. Хотя изначальные стимулы (или, по крайней мере, часть их) и не нашли своего подтверждения на опыте, зато возникли новые цели научного поиска, вызвавшие интерес среди как теоретиков, так и экспериментаторов.

Основная проблема при этом заключается в описании механизма реакции. Не вызывает сомнения факт, что с увеличением энергии бомбардирующего ядра необходимо переходить от режима среднего поля, определяющего протекание процессов при низких энергиях, к высокоэнергетическому режиму парных соударений нуклонов. Средний свободный пробег адронов в высоковозбужденной ядерной материи, составляющий величину порядка нескольких фемтометров, мал по сравнению с пространственным размером тяжелого ядра (10—15 фм). В общем случае лишь несколько соударений частиц оказывается достаточным для того, чтобы произвольное распределение приблизить к локальному равновесию. Если нуклоны достаточно быстро приходят в состояние локального равновесия, то РСТИ можно описывать с помощью методов гидродинамики. В противном случае необходимо применять кинетическое, или неравновесное, описание. На сегодняшний день оценка только среднего свободного пробега в РСТИ не дает еще возможности выяснить, какой из вышеупомянутых двух режимов реализуется в природе. (Это, в частности, связано с наличием максимума для рассеяния вперед в сечении взаимодействия адронов при релятивистских энергиях, что препятствует термализации.) Это обстоятельство с учетом того, что оба метода часто одинаково хорошо описывают имеющиеся экспериментальные данные, приводит иногда к противопоставлению гидродинамики и каскада. Мы не ставим целью обсудить суть этого противопоставления, но тем не менее хотели бы напомнить связь кинетики с гидродинамикой.

Именно возможная «близость» РСТИ к коллективному или гидродинамическому режиму взаимодействия является наиболее привле-

кательной чертой этих процессов. Гидродинамический метод позволяет описать возбуждение ядерной материи при помощи уравнения состояния, которое может быть оценено в рамках ряда микроскопических моделей. Поскольку исследование свойств уравнения состояния ядерной материи составляет одну из главных целей экспериментов по РСТИ, то гидродинамический подход может оказаться подходящим способом изучения динамики сталкивающихся ядер. Один из наиболее интересных вопросов связан с тем, что при высоких температурах и плотностях квантовая хромодинамика (КХД) предсказывает существование новой формы ядерной материи — кварк-глюонной плазмы. В плазме кварки и глюоны больше не удерживаются в отдельных нуклонах. Они могут высвободиться, проходить большие расстояния, определяя таким образом область деконфайнмента.

Впервые идея изменения основных свойств адронной материи была высказана в работе [1] [при этом не на основе КХД, а из рассмотрения материи, построенной из объектов, классифицируемых по $SU(3)$ -схеме Гелл-Манна], в [2] для холодной материи в кварковых звездах и в [3—9], где рассматривалась горячая материя, возникающая в результате РСТИ. Последние два подхода основаны на поиске области пересечения уравнений состояния, экстраполированных из двух фаз: уравнения состояния адронной фазы — в область высоких плотностей и температур и уравнения состояния плазменной фазы — в область низких температур и плотностей. Наличие точки пересечения уравнений состояния для этих двух фаз рассматривается как указание на фазовый переход в состоянии деконфайнмента. Единственным способом изучать фазовый переход деконфайнмента непосредственно методами КХД являются численные расчеты термодинамических свойств кварков и глюонов на пространственно-временной решетке. Результаты расчетов на решетке, применяемые далее в качестве входных данных для уравнения состояния, необходимо аппроксимировать. Чтобы выбрать подходящую аппроксимацию, можно воспользоваться некоторыми соотношениями, полученными в упомянутой выше модели двух фаз, или моделями, аппроксимирующими простыми выражениями закономерности КХД-расчетов. Такие модели могут оказаться полезными при обсуждении переменных, не рассматриваемых пока в решеточных расчетах из-за громоздкости вычислений, например, поверхностного натяжения, играющего центральную роль при оценке динамических переходов в состояние деконфайнмента.

В том случае, если характер взаимодействия в РСТИ довольно близок к гидродинамическому режиму, предсказывается, что для энергий налетающих ядер $E \sim 10$ ГэВ/нуклон формируется короткоживущая плазма. Гидродинамическое описание возбуждения плазмы в таких РСТИ и является главным предметом настоящего обзора. Мы не рассматриваем эксперименты по РСТИ, проведенные до настоящего времени (см. [10]). Свою цель мы видим в том, чтобы обсудить

будущие эксперименты на ускорителях, планируемых или строящихся сейчас, и показать, какие сигналы могут быть использованы для обнаружения кварк-глюонной плазмы.

Необходимо отметить, что наилучшие возможности для образования кварковой плазмы, как ожидается, могут быть достигнуты в ультрарелятивистских соударениях тяжелых ионов с энергией $E \geq 100$ ГэВ/нуклон. Мы обсудим кратко, как методы гидродинамики могут быть применены к описанию РСТИ и при таких высоких энергиях. Интересно, что многие основные идеи в этой области восходят к гидродинамической модели адрон-адронных соударений Ландау [11].

В обзоре мы представим основные понятия релятивистской гидродинамики, включая некоторые ее модификации, как, например, мультикомпонентная гидродинамика и схема стокового члена, покажем возможность включения механизма локальной релаксации для динамического описания перехода деконфайнмента. Свойства материи входят в гидродинамику через уравнение состояния и транспортные коэффициенты. Мы кратко обсудим уравнение состояния и вычисление транспортных коэффициентов, хотя их вывод остается за рамками нашего рассмотрения. Центральным предметом обсуждения является применение указанных методов для предсказания условий достижения состояния деконфайнмента. Общее представление о фазовом переходе деконфайнмента можно получить из обзорных работ [7, 12–14].

Особое внимание уделено барионно-насыщенной плазме (т. е. $E \sim 10$ ГэВ/нуклон) и области фрагментации в соударениях с $E \sim 100$ ГэВ/нуклон.

Обзор организован следующим образом.

В первом разделе мы приводим последовательную схему релятивистской гидродинамики и связь гидродинамики с кинетикой. Во втором разделе мы вводим локальное описание материи с помощью уравнения состояния и транспортных коэффициентов. Третий раздел посвящен усредненной по объему модели для описания динамических фазовых переходов. Формализм ударной волны применяется в четвертом разделе для выяснения возможных состояний плазмы в зависимости от энергии налетающих ядер ($E \sim 10$ ГэВ/нуклон). Роль запаздывания появления фазы деконфайнмента в динамических процессах изучается в пятом разделе. Главный упор здесь делается на то обстоятельство, что состояние плазмы оказывается сильно зависящим от времени. Возбуждение барионно-насыщенной плазмы в области фрагментации ультрарелятивистских соударений тяжелых ионов описывается в шестом разделе в рамках двухжидкостной модели, включающей эффекты ядерной прозрачности. Этот раздел завершается описанием основных положений гидродинамики Бьёркена для продольно расширяющейся барионно-обедненной плазмы в центральной области быстрого, при этом особое внимание авторы уделяют динамике перехода деконфайнмента. В заключении приведен перечень

возможных сигналов плазмы. Сведения о гидродинамике в сопутствующей системе координат, включении зарядово-симметричного случая и схеме учета стокового члена для непрерывного излучения частиц можно найти в приложениях.

1. ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ГИДРОДИНАМИКИ

Общие уравнения движения. Вследствие законов сохранения или локального баланса по числу частиц, их импульсу и энергии оказывается, что все виды материи удовлетворяют определенным уравнениям, описывающим ее движение. Наиболее известное из них — это уравнение Эйлера для динамики жидкостей [15]. Сначала мы рассмотрим уравнения, управляющие движением горячей сжатой сильно взаимодействующей ядерной материи, возникновение которой ожидается в соударениях тяжелых ионов. Отмечая, что в этом случае мы имеем дело с релятивистским движением материи в экзотическом состоянии, постараемся сделать возможно меньше предположений относительно конкретной формы интересующего нас уравнения. Поэтому начнем с наиболее фундаментальных свойств, постепенно дополняя их упрощающими предположениями таким образом, чтобы на любом этапе была ясна их целесообразность.

В высокоэнергетических соударениях тяжелых ионов ожидается довольно сложная картина потоков. Поэтому различные элементы объема материи, характеризующиеся определенной энергией или содержанием частиц, будут иметь существенно отличающиеся ускорения, и, если мы хотим проследить за развитием такой совокупности элементов материи, необходимо ввести локальные неинерциальные системы отсчета. Это означает, что для корректного кинематического описания необходимо использовать риманову геометрию [16]. Четырехмерный интервал между двумя точками в пространстве Римана задается как

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j, \quad (1)$$

где латинские индексы пробегает целочисленные значения 0, 1, 2 и 3, а g_{ij} — так называемый метрический тензор с сигнатурой $(-, +, +, +)$. Расстояние должно оставаться инвариантным при переходе из одной координатной системы в другую, или, другими словами, при любом невырожденном непрерывном преобразовании координат типа

$$x^{i'} = x^i (x^k). \quad (2)$$

Инвариантность ds^2 дает закон преобразования метрического тензора g_{ij} (здесь согласно правилу Эйнштейна [16] по всем индексам, появляющимся одновременно внизу и вверх, проводится суммирование). В отсутствие гравитации пространство-время является плоским многообразием, т. е. существуют координатные системы, для которых метрический тензор имеет вид $g_{ij} = \text{diag}(-1, +1, +1, +1)$. Условие интегрируемости для существования преобразования (2) запи-

сывается как

$$R_{ijkl} = 0, \quad (3)$$

где R_{ijkl} — тензор Римана [16].

Материя в пространстве-времени может быть охарактеризована различными тензорами. Однако один из них, тензор энергии-импульса T^{ij} , играет особую роль, поскольку:

i) уравнения баланса для этого тензора

$$T^{ij}{}_{;j} = 0 \quad (4)$$

могут быть получены из уравнений общей теории относительности Эйнштейна [16, 17];

ii) в плоском пространстве (но для произвольной системы координат) уравнение (4) позволяет нам построить четыре сохраняющиеся величины, которые являются объемными интегралами от T^{ij} и могут быть отождествлены с энергией и импульсом [18];

iii) уравнение (4) может быть выведено также из релятивистского уравнения Больцмана (см. ниже).

Таким образом, уравнение (4) рассматривается как фундаментальное уравнение баланса.

Следующая задача состоит в том, чтобы построить симметричный тензор энергии-импульса T^{ij} для конкретного типа материи. В принципе, T^{ij} может быть измерен при наблюдении гравитационных эффектов материи, но возникающие практические трудности исключают эту возможность. Зная структуру тензора T^{ij} и порождаемые им сохраняющиеся величины, можно найти и его соответствующую форму.

Тензор энергии-импульса для разряженного газа. Рассмотрим самую простую систему — разреженный газ из (почти) точечных частиц. Конечно, необходимо предположить существование некоторого *взаимодействия между частицами*, в противном случае газ не эволюционировал бы к равновесному состоянию, что проявилось бы в форме потоковой картины или локального распределения. Поэтому допустим, что взаимодействие имеет место, но лишь на очень коротких расстояниях. Тогда жизнь любой частицы можно разделить на два периода: ее свободный пробег между остальными частицами и движение в поле, порождаемом присутствием соседних частиц. Отношение времени свободного движения к времени соударений можно оценить, сравнивая радиус взаимодействия со средним свободным пробегом:

$$\tau_{\text{Int}}/\tau_{\text{free}} \sim n\sigma r_{\text{Int}}, \quad (5)$$

где n — плотность числа частиц; σ — сечение взаимодействия, а r_{Int} характеризует радиус взаимодействия. Так, если $n\sigma r_{\text{Int}} \ll 1$, то функция распределения частиц определяется главным образом одночастичным импульсным распределением, тогда как относительный вес двух-(или более)частичных конфигураций будет, как ожидается, пропорционален отношению времен взаимодействия. В последую-

щем мы будем полностью пренебрегать корреляциями, описывая одночастичное распределение релятивистским уравнением Больцмана [19]

$$\left(p^r \frac{\partial}{\partial x^r} - \Gamma_{rs}^t p^r p^s \frac{\partial}{\partial p^t} \right) f(p_i, x^k) = I(f), \quad (6)$$

где Γ_{ab}^c — символ Кристоффеля, образованный метрическим тензором g_{ik} [16], который не исчезает даже в отсутствие гравитации в недекартовом базисе; f — функция одночастичного распределения; $I(f)$ — интеграл столкновения, описывающий внезапные изменения переданного импульса во время взаимодействия на малых расстояниях. Разумеется, определение правильной формы $I(f)$ представляет собой сложную задачу. В дальнейшем нам понадобится не конкретный вид $I(f)$, а свойство, вытекающее из условия сохранения 4-импульса,

$$\int I(f) p^i dP = 0, \quad (7)$$

где dP обозначает элементарный объем 4-импульса. Если частицы находятся на массовой поверхности, то [19, 20]

$$dP = d^3p/p^0. \quad (8)$$

Для вычислительных целей удобно выразить $I(f)$ в приближении времени релаксации:

$$I(f) \simeq - \frac{1}{\tau_{\text{col}}} (u^r p_r) (f - f_0), \quad (9)$$

где τ_{col} — среднее время между двумя последовательными столкновениями частицы; u^i — скорость потока (иногда определяемая через среднее значение импульса, см. ниже) и f_0 — корень уравнения $I(f) = 0$, определяющий равновесное распределение.

Теперь мы попробуем отождествить T со вторыми моментами импульса:

$$T^{ik} = \langle p^i p^k \rangle \equiv \int f p^i p^k dP. \quad (10)$$

Действительно, это единственно возможный тензор с двумя индексами, который можно построить из величин, характеризующих точечные частицы. Тогда должно выполняться уравнение (4), что является прямым следствием соотношений (6), (7). Таким образом, уравнение (10) дает тензор энергии-импульса с требуемыми свойствами. Поскольку наша система является достаточно разреженной, газ может рассматриваться как облако почти свободных частиц, чье поведение которого управляется уравнением Больцмана, и любая величина может быть выражена через одночастичную функцию $f(p_i, x^k)$, например, образуя соответствующие моменты (детали см. в [19, 20]). Однако при попытке применить этот метод к реальным системам возникают две серьезные проблемы:

- i) одночастичная функция распределения f несет бесконечное число степеней свободы (более, чем тензор T^{ij});
- ii) для не слишком сильно разреженных систем необходимо учесть корреляции.

Первая проблема отсутствует в пределе термодинамического равновесия (или равновесия в импульсном пространстве). Заметим, что характерное время импульсного равновесия (т. е. при стремлении к f_0) приближенно равно τ_{col} по крайней мере тогда, когда другие процессы, как, например, расширение системы, не мешают равновесию. Если τ_{col} много меньше любой другой временной характеристики макроскопического поведения материи (например, изменения картины потоков), то разумно предположить, что

$$f = f_0, \tag{11}$$

где f_0 определяется гросс-структурой интеграла столкновения. Конкретный вид $I(f)$ зависит как от дифференциального сечения столкновений, так и от заселения конечного состояния [20], а f_0 определяется лишь последним фактором и в соответствии с квантовой статистикой задается как

$$f_0(p_i, x^h) = \frac{d}{(2\pi\hbar c)^3} [\exp(\alpha + \beta u^r p_r) + k]^{-1}. \tag{12}$$

Здесь α и β не зависят от p^i , хотя могут содержать зависимость от координат, d — фактор, учитывающий вырождение по спину, изоспину и т. д., и, наконец,

$$k = \begin{cases} +1 & \text{для ферми-статистики;} \\ 0 & \text{для больцмана-статистики;} \\ -1 & \text{для бозе-статистики.} \end{cases} \tag{13}$$

Таким образом, из соотношения (12) следует, что одночастичная функция распределения имеет пять неопределенных параметров, а именно α , β и три независимые компоненты u^i (из-за фактора β 4-вектор u^i всегда можно нормировать на времениподобный единичный вектор). Эти пять параметров можно определить с помощью пяти уравнений на моменты функции f . Действительно, уравнения (4), (10) дают четыре уравнения эволюции. Пятое уравнение можно получить, если постулировать существование уравнения баланса для тока частиц n , определяемого для частиц с массой как

$$n^r{}_{;r} = v, \tag{14}$$

где

$$n^i = \frac{1}{m} \int f p^i dP, \tag{15}$$

m — масса покоя. [Для безмассовых частиц необходимо другое определение тока (15).] В уравнении (14) v характеризует источник. Если сечение взаимодействия в интеграле столкновения $I(f)$ не содержит

процессов рождения, уничтожения, слияния или распада частиц, то ν равно нулю [20]. Теперь уравнения для дивергенции T^{ij} и n^i (с известным источником) полностью определяют пять свободных параметров функции f , при этом плотность числа частиц n дается как

$$n = \sqrt{n^i n_i}, \quad (16)$$

тогда как величина

$$u^i = n^i/n \quad (17)$$

является четырехмерной скоростью элемента материи. Величины α и β интерпретируются как комбинации из обычных термодинамических параметров μ/T и T , что видно непосредственно из уравнения (12).

Конечно, есть несколько серьезных аргументов в пользу уравнения (12). Во-первых, f_0 должно удовлетворять уравнению Лиувилля, или, другими словами, уравнению (6) с исчезающе малой правой частью, в противном случае система не может оставаться в состоянии f_0 . Необходимым условием для этого является инерциальность движения элементов жидкости [20]. Таким образом, для более сложной картины потоков будут наблюдаться отклонения от формы равновесного импульсного распределения, связанные, например, с транспортными процессами (вязкостью, теплопроводностью, диффузией и т. д.) [21] или с детермализацией, обусловленной глобальным ускоренным движением всей системы [22]. Во-вторых, даже если f_0 является решением уравнения Лиувилля, система с начальным распределением, далеким от термодинамического равновесия, может и не достигнуть равновесного состояния, если время жизни системы невелико по сравнению с τ_{col} . Мы увидим ниже, что неравновесные черты, обусловленные транспортными процессами, могут быть легко включены (по крайней мере, в некотором приближении) в подход, основанный формально только на f_0 ; в других случаях можно вводить специальные «псевдотермодинамические» параметры [23].

Тензор энергии-импульса для однородных жидкостей. Вопрос о том, как включить двух- (или более) частичные корреляции, довольно сложен. В принципе, можно заменить уравнение Больцмана бесконечным набором уравнений эволюции для многочастичных функций распределения [24]. Другой способ — ограничить набор эволюционных уравнений до

$$T^{ij};_j = 0; \quad (18)$$

$$n^i;_i = 0, \quad (19)$$

но учесть корреляции в структуре тензора энергии-импульса. Другими словами, можно предположить существование температурного равновесия в том случае, когда локальное состояние полностью описывается пятью параметрами, и не вычислять тензор T^{ij} (10) через одночастичные распределения. В настоящей работе мы следуем этим путем.

Если многочастичная функция распределения $f(p_1, \dots, p_N)$ не может быть выражена через одночастичные равновесные распределения f_0 , то нельзя непосредственно вычислить T^{ij} . Тем не менее даже в этом случае тензор T^{ij} обладает определенной структурой, и он может быть разложен по любому времениподобному векторному полю u^i как

$$T^{ik} = eu^i u^k + q^i u^k + q^k u^i + P^{ik}, \quad (20)$$

$$q_i u^i = 0, \quad P_{ij} u^j = 0.$$

Для наблюдателя, движущегося со скоростью u^i , в его собственном трехмерном пространстве величина e имеет смысл плотности энергии, q^i — поток энергии и P_{ij} — тензор напряжения материи. Теперь, если состояние материи достаточно когерентно, то в материи существуют векторные поля, по которым можно провести разложения. Есть два очевидных кандидата: или скорость потока энергии, определяемая как [15, 25]

$$T^{ir}{}_{(e)} u_r = t_{(e)} u^i, \quad (21)$$

или скорость частиц

$$n^i = n_{(p)} u^i. \quad (22)$$

Выбирая одну из них, переходим в сопутствующую систему координат, движущуюся вместе с собственной системой материи, где материя находится в состоянии покоя и может быть использована обычная трехмерная термодинамика, т. е. величины e , q^i и P_{ik} могут быть построены обычным путем из величин n , T и u^i . Пренебрегая теперь транспортными процессами (они обсуждаются в следующем разделе) и предполагая, что напряжения изотропны, получаем

$$T^{ik} = eu^i u^k + P(g^{ik} + u^i u^k); \quad (23)$$

$$n^i = nu^i, \quad (24)$$

где P — некоторое динамическое давление. Теперь уравнения (18), (19) принимают вид

$$(e + P) a^i = -P_{,r} g^{ir} - \dot{P} u^i; \quad (25)$$

$$\dot{e} + (e + P) u^r{}_{;r} = 0; \quad (26)$$

$$\dot{n} + nu^r{}_{;r} = 0, \quad (27)$$

где ускорение

$$a^i = u^i{}_{;r} u^r; \quad (28)$$

точкой обозначена сопутствующая производная по времени

$$\dot{P} = P_{,r} u^r \quad (29)$$

и запятой — частная производная. Это и есть релятивистские уравнения Эйлера, выражающие баланс по числу частиц и энергии. Мето-

ды их решения описаны в приложении А. Остается еще задать связь между e , P и n , после чего уравнения (25) — (27), управляющие процессом эволюции, будут полностью определены.

Для разреженных газов в состоянии равновесия соотношения (10) — (12) прямо дают необходимую связь в форме уравнения состояния, например для бoльцмановского газа в нерелятивистском пределе

$$P = \frac{2}{3} (e - mn) = nT. \quad (30)$$

Для взаимодействия короткодействующего, но конечного радиуса поправки к P обычно считаются с помощью вириального разложения [26]. Например, сильное отталкивание на малых расстояниях со слабым притяжением на больших расстояниях приводит к вандерваальсовской поправке типа

$$P = nT (1 - nV)^{-1} - bn^2, \quad (31)$$

где b и V — постоянные параметры взаимодействия. Если взаимодействие сильное и $n\sigma r_{\text{int}}$ порядка единицы, то для таких случаев нет последовательного метода вывода гидродинамической формы из кинетической. Тем не менее даже тогда уравнения (18), (19) должны быть справедливы, и тензор T^{ij} обладает структурой, задаваемой соотношением (20), так что уравнения (25) — (27) также остаются в силе.

2. ЛОКАЛЬНОЕ ОПИСАНИЕ МАТЕРИИ

Уравнение состояния. *Термодинамические соотношения.* Соотношения (23), (24) приводят к уравнениям эволюции материи, хотя эта система не является замкнутой. Необходимо задать соотношение между величинами P , n и e , характеризующими материю. Мы уже видели, что такую связь можно получить для идеального газа, однако в более общем случае нельзя заранее угадать форму этого соотношения. Вместо того чтобы каждый раз заново обсуждать частные примеры, мы обсудим этот вопрос, исходя из общих термодинамических закономерностей.

Все три рассматриваемые величины определены в сопутствующей системе координат. Допустим теперь, что локальное состояние материи можно описывать методами термодинамики [20, 27]. Тогда существует поток плотности энтропии s^i . В самом общем случае в тензор T^{ij} входят два независимых векторных поля u^i и q^i , так что s^i можно разложить по ним:

$$s^i = su^i + \beta q^i, \quad (32)$$

где s — плотность энтропии, а фактор β предполагается равным $1/T$ в соответствии с хорошо известной формулой $dQ = Tds$. Пренебрежем всеми процессами необратимости. Для идеальной жидкости $q^i = 0$

и P_{ij} содержит только скаляр P , как это следует из (23), (24). Предположим теперь, что плотность энтропии s зависит от конечного набора экстенсивных параметров, как в обычной термодинамике, и, в частности, что она определяется только плотностями n и e , как для простых однокомпонентных систем. Вычисляя скорость образования энтропии с помощью (23), (24), получаем

$$\dot{s} + su^r{}_{;r} = s_{,n}\dot{n} + s_{,e}\dot{e} + su^r{}_{;r} = [s - s_{,n}n - (e + P) s_{,e}] u^r{}_{;r}. \quad (33)$$

В силу второго начала термодинамики левая сторона (33) является положительно полуопределенной величиной, а правая — нет, несмотря на обстоятельство,

$$P = -e + (s_{,e})^{-1} (s - s_{,n}n) = P(n, e), \quad (34)$$

что представляет собой первое начало термодинамики. Производные определены как

$$s_{,n} = -\mu/T; \quad s_{,e} = 1/T, \quad (35)$$

где μ — химический потенциал; T — температура [27]; P — термодинамическое давление. Выбирая конкретный вид функции $s(n, e)$ из каких-либо физических соображений, можно из (34) получить необходимое соотношение между P , n и e .

Микроскопические методы вывода уравнения состояния. Уравнение состояния характеризует рассматриваемую среду. В принципе его можно вывести из взаимодействия между частицами с помощью методов квантовой статистики. На практике только очень простые «модели материи» типа идеального газа оказываются возможным решить в явном виде. Ниже мы приводим перечень основных методов нахождения уравнения состояния.

I. Метод Бете — Бракнера — Голдстоуна. Он основан на частичном суммировании двухчастичных амплитуд столкновений и вводит эффективное взаимодействие в среде. Новейшие результаты можно найти в [28].

II. Метод Хартри — Фока. Он основан на гамильтониане, содержащем эффективные силы, и вводит самосогласованное среднее поле. Для сил нулевого радиуса действия уравнение состояния сильно упрощается. В качестве примера часто рассматривается взаимодействие Скирма. Уравнение состояния при конечных температурах выводится, например, в [29].

III. Вариационные методы. Полная энергия системы минимизируется варьированием трехчастичной функции с анзацем Джастрова. Разработаны различные варианты этого метода, как, например, кластерные разложения. Парциальное суммирование приводит к методу гиперсетчатой цепи [30].

Все эти методы в своей основе являются нерелятивистскими, методы I и III учитывают корреляции частиц. Иногда уравнение состояния нарушает принцип причинности, т. е. скорость сигнала может оказаться сверхсветовой.

IV. Теоретико-полевые методы. Начав с лагранжиана взаимодействующих полей, можно вывести уравнения движения из компонент тензора энергии-импульса [31] или с помощью статистического интеграла состояний, применив метод интегрирования по траекториям [32]. В большинстве случаев оказывается возможным ограничиться приближением среднего поля. Другой способ состоит в нахождении термодинамических величин в дискретизированном пространстве-времени (решетке) с помощью прямых вычислительных методов. Этот подход особенно популярен в КХД [12, 33].

В нашем обзоре мы не будем уделять много внимания индивидуальным свойствам различных видов материи. Прежде всего нас интересуют динамические изменения, которые происходят с материей во времени РСТИ. С этой точки зрения вполне достаточно воспользоваться феноменологическими уравнениями состояния, которые отражают наблюдаемые на эксперименте свойства материи и которые следуют из оценок, сделанных в рамках микроскопических теорий. Ниже в качестве иллюстрации приводим один из возможных видов такого уравнения состояния.

Конфайнмент и деконфайнмент материи. Гидродинамические вычисления требуют много машинного времени, и поэтому более удобно использовать простые параметризованные уравнения состояния, нежели микроскопически обоснованные. В этом разделе приводим параметризацию, используемую в настоящей работе.

I. Ядерная материя. Удельная энергия W обычно разбивается на две части, первая часть относится к холодному сжатию, а вторая — тепловая:

$$W(n, s) = W_c(n) + W_{th}(n, \hat{s}) + m_n. \quad (36)$$

Здесь W является функцией барионной плотности n и удельной энтропии \hat{s} . Температуру $T = (\partial W / \partial \hat{s})_n$ и давление $P = n^2 (\partial W / \partial n)_s$ можно получить в явном виде из (36). Первый член в соотношении (36) описывает энергию сжатия холодной материи, которая имеет минимум при плотности насыщения симметричной ядерной материи ($n_0 \simeq \simeq 0,16$ фм⁻³), и часто аппроксимируется квадратичной функцией. Так как мы интересуемся реакциями при высоких энергиях, где температуры выше энергии Ферми, то мы воспользуемся высокотемпературным разложением для тепловой части в (36). Теперь уравнение состояния можно записать как

$$W = \frac{K}{18} (n/n_0 - 1)^2 + \frac{3}{2} T + \frac{\pi^2}{10} T^4/n + m_n; \quad (37)$$

$$\hat{s} = 2,5 - \lg \left\{ \frac{n}{4} \left(\frac{2\pi}{m_n T} \right)^{2/3} \right\} + \frac{4\pi^2}{30} T^3/n, \quad (38)$$

где K — коэффициент ядерной сжимаемости, выделяемый из РСТИ и монополярных мод в тяжелых ядрах ($K \simeq 200 \div 300$ МэВ) [34]. Второй член учитывает тепловые возбуждения нуклонов, а третий

член относится к тепловым возбуждениям пионов. Для простоты пренебрегается как массой покоя пионов, так и их взаимодействием в среде. Не учитывается также возбуждение δ -изобар (они заметно нарушили бы параметризацию). Поскольку мы рассматриваем релятивистскую среду, мы учитываем массу покоя нуклона, $m_n = 938$ МэВ. Уравнение для энтропии (38) получено в этом же приближении.

Другой способ параметризации, предложенный в [35], основан на более аккуратном разбиении W на потенциальный и кинетический члены и соответствующем учете пионов и δ -изобар. Этот метод тоже позволяет описать современные данные о реакциях с тяжелыми ионами, однако он нарушает принцип причинности в той области плотности, которая интересна для нас. Напротив, наша параметризация свободна от этого недостатка.

II. Кварк-глюонная плазма. В нулевом порядке теории возмущения термодинамический потенциал для плазмы имеет вид [3, 5—7]

$$-\Omega(\mu_q, T) = P = \frac{37}{90} \pi^2 T^4 + \mu_q^2 T^2 + \mu_q^4 / 2\pi^2 - B. \quad (39)$$

Появление константы мешка B является следствием непертурбативных эффектов и отражает различие между вакуумом КХД и пертурбативным вакуумом. Мы предпочитаем использовать значение $B = (235 \text{ МэВ})^4$, которое получено из спектроскопии адронов [36]. Уравнение (39) включает в себя два кварковых аромата со степенью вырождения $d_q = 12$ (по спину, заряду и цвету) и глюоны со степенью вырождения $d_g = 16$ (по спиральности и цвету). Зная термодинамический потенциал, легко найти плотность энергии

$$e = \Omega - s \frac{\partial \Omega}{\partial T} - n \frac{\partial \Omega}{\partial \mu_q} = 3P + 4B \quad (40)$$

и барионную плотность

$$n = - \frac{1}{3} \frac{\partial \Omega}{\partial \mu_q} = \frac{2}{3} \mu_q (T^2 + \mu_q^2 / \pi^2). \quad (41)$$

Здесь μ_q обозначает кварковый химический потенциал; $\mu_q = \mu/3$, где μ — барионный химический потенциал. Члены высших порядков обсуждаются и вычисляются в [5, 37].

Транспортные коэффициенты. *Общее введение.* Перейдем к более общему случаю, когда эффекты необратимости хотя и не исчезающе малы, но довольно ослаблены. Предположим, что все необратимости связаны с процессами переноса: равновесное состояние будет относиться к изотропному пространственному распределению, а любая неізотропность может привести к возмущению равновесия, что и является необратимым процессом. Для умеренных неоднородностей справедлив принцип локального равновесия [27, 38], т. е. в нашем случае локальное состояние полностью определено плотностью мате-

рии n и плотностью энергии e . Запишем

$$\left. \begin{aligned} q^i &= q^i_{(\text{tr})}; \\ P^{ih} &= P(g^{ih} + u^i u^h) + P^{ih}_{(\text{tr})}, \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

где индексом tr обозначены транспортные члены. Используя теперь уравнения сохранения $T^i_j u_i = 0$ и $(nu^i)_{;i} = 0$, можно записать положительно полуопределенную функцию образования энтропии $s^i_{;i}$ как

$$s^r_{;r} = (\beta - s_{,e}) q^r_{(\text{tr})} + q^r_{(\text{tr})} (\beta_{,r} + s_{,e} u_r; i s^i) - s_{,e} P^{rs}_{(\text{tr})} u_r; s \geq 0. \quad (43)$$

Ожидаемая форма транспортных уравнений такова, что величины $q^i_{(\text{tr})}$ и $P^{ih}_{(\text{tr})}$ выражаются через локальные плотности и их градиенты. Так как член $q^j_{;j}$ в уравнении (43) не может обладать определенным знаком, выражение в скобках должно быть равно нулю:

$$\beta = s_{,e} = 1/T. \quad (44)$$

Мы приходим к неравенству

$$q^r_{(\text{tr})} (T_{,r} + T a_r) + T P^{rs}_{(\text{tr})} u_r; s \leq 0. \quad (45)$$

Чтобы продвинуться дальше, наложим на систему три упрощающих условия:

I. Температура T положительна.

II. Материя «проста» в том смысле, что неравенство (45) сепарабельно в двух отдельных полуопределенных членах, описывающих различные независимые необратимости [20].

III. Транспортные члены содержат производные минимально необходимых порядка и степени.

Условия I и II — это обычные условия, приводящие к вязким и теплопроводящим жидкостям, условие III необходимо с практической точки зрения, так как даже классический случай плохо изучен вне рамок линейной (ньютоновской) вязкости. Из-за условия II оба члена в сумме (45) должны быть отрицательно полуопределенными, и, ограничиваясь членами, линейными по первым производным, можно получить общие формулы

$$\left. \begin{aligned} q^i_{(\text{tr})} &= -\kappa (g^{ir} + u^i u^r) (T_{,r} + T a_r); \\ P^{ih}_{(\text{tr})} &= -\eta (u_r; s + u_s; r) (g^{ir} + u^i u^r) (g^{hs} + u^h u^s) - \\ &\quad - \eta' (g^{ih} + u^i u^h) u^r_{;r}. \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

Здесь коэффициенты κ , η и η' неотрицательны и в силу принципа локального равновесия зависят только от экстенсивных плотностей n и e .

Физическое значение этих коэффициентов легко видеть из соотношений (46), где ясно прослеживается связь с классической тепло-

проводностью и вязкостью. (Заметим, однако, член ускорения q^i не является ни лоренцевым членом, ни гравитационным эффектом, указывающим, что общая теория относительности здесь действительно нужна.) Тогда мы можем интерпретировать κ , η и η' как транспортные коэффициенты теплопроводности, сдвиговой и объемной вязкости. [Иногда вместо η' вводится другой коэффициент объемной вязкости: $\xi = \eta' - (2/3)\eta$, включающий сдвиговую вязкость таким образом, чтобы обеспечить сохранение объема]. Релятивистски теплопроводность выражается через градиент от μ/T , тогда как в нерелятивистском приближении она содержит только температурный градиент.

Уравнения $T_{;j}^{ij}u_i = 0$ и $T^{ij}(g_{ik} + u_iu_k) = 0$ вместе с (46) есть релятивистское уравнение теплопроводности и уравнение Навье — Стокса. При переходе к сопутствующей системе координат можно убедиться в том, что уравнение теплопроводности является уравнением параболического типа. Таким образом, мы сталкиваемся с тем фактом, что релятивистская теория допускает распространение сверхсветовых сигналов. Некоторые авторы утверждают, что хорошо подобранные граничные условия позволяют избежать таких сигналов [39]. Другие авторы [40] включают в уравнения (46) дополнительные градиенты и вводят соответствующие транспортные коэффициенты. В результате действительно получаются гиперболические уравнения типа тех, которые были выведены микроскопически с применением метода моментов Града [21] из уравнения Больцмана.

Микроскопические оценки транспортных коэффициентов. Структура диссипативных членов в уравнениях (46) основана на уравнении Больцмана. Разлагая неравновесное распределение около равновесного значения f_0 , можно выразить отклонение от равновесия через f_0 , проведя линеаризацию по градиентам (используя подход Чепмена — Энскога или метод моментов Града [21]). При этом мы приходим к структуре уравнений (46), а феноменологические транспортные коэффициенты оказывается возможным рассчитать микроскопически. Вычисления для идеального фермиевского газа содержат сильную зависимость от плотности [41]

$$\eta = \frac{\sqrt{m_n \pi} (T + T_0)}{8\sigma_{\text{tot}}}, \quad (47)$$

где σ_{tot} — полное сечение нуклон-нуклонного взаимодействия и

$$T_0 = 9 (3\pi^2 n^2/2)^{2/3}/16m_n$$

— эффективная температура холодного нуклонного газа. Более совершенные расчеты, проделанные в [42] для ядерной материи, приводят к значениям, которые существенно превышают простую оценку [47]. Объемная вязкость исчезает как в нерелятивистском, так и в ультрарелятивистском случае. Например, соотношение $\xi = \eta' - (2/3)\eta = 0$ справедливо для ядерной материи и для плазмы. Толь-

ко в промежуточной области, где масса покоя сравнима с импульсом частиц, $\zeta \neq 0$. Сдвиговая вязкость плазмы может быть оценена при помощи выражения [43]

$$\eta = aT^3, \quad a \sim 1, \dots, 3. \quad (48)$$

В случае зарядовой симметрии ($\mu = 0$) теплопроводность в среде отсутствует.

3. ДИНАМИЧЕСКИЕ ФАЗОВЫЕ ПЕРЕХОДЫ

Модель усредненного по объему фазового перехода. Во всех динамических процессах наблюдается определенное отклонение от состояния равновесия, которое и приводит к процессу релаксации [38]. Поэтому для описания таких динамических процессов, фазовых переходов или химических реакций необходимо применять методы неравновесной термодинамики. Рассмотрим образование новой фазы. Это частный пример возникновения новой компоненты в среде.

Предположим, что выполняется условие

$$\left. \begin{aligned} T^{ij} &= xT^{ij}_{(1)} + (1-x)T^{ij}_{(2)}; \\ n^i &= xn^i_{(1)} + (1-x)n^i_{(2)}, \end{aligned} \right\} \quad (49)$$

где x означает долю объема, занимаемого фазой 1. В последующем мы отождествим $T^{ij}_{(1,2)}$ с тензором энергии-импульса, который несет все объемные свойства фаз 1 и 2, и, таким образом, пренебрежем поверхностными вкладами. Далее будем предполагать, что обе фазы принадлежат общему среднему полю скоростей. В этом случае тензор энергии-импульса и барионный ток имеют форму уравнений (20), (24)—(26), но термодинамические величины теперь усреднены по объему в соответствии с

$$e = xe_1 + (1-x)e_2; \quad P = xP_1 + (1-x)P_2 \dots \quad (50)$$

Обычные термодинамические тождества остаются в силе только для отдельных компонент, но не для усредненных. Целесообразно ввести удельный вес фазы 1 как

$$\hat{x} = xn_1/n. \quad (51)$$

Из уравнения движения (4) можно вывести выражения для изменения энтропии

$$\begin{aligned} \dot{\hat{s}} &= \frac{2}{T_1+T_2} \left\{ (\mu_2 - \mu_1) \dot{\hat{x}} + (P_1 - P_2) \dot{\hat{x}}/n - \frac{1}{2} (T_1 - T_2) \dot{\Delta} \right\}, \\ \Delta &\equiv \hat{x}\hat{s}_1 - (1-\hat{x})\hat{s}_2. \end{aligned} \quad (52)$$

Второе начало термодинамики $\dot{\hat{s}} \geq 0$ предопределяет направление процессов. В частности, существуют три типа релаксационных про-

цессов, порождаемых разностями химических потенциалов, давления и температуры в двух фазах. Во время релаксационного процесса $\dot{s} = 0$

$$\mu_1 = \mu_2; P_1 = P_2; T_1 = T_2. \quad (53)$$

Эти условия известны как условия Гиббса для равновесия двух фаз. В медленных динамических процессах часто используется приближение равновесного перехода. Обычно механическое (давление) и тепловое (температура) равновесия достигаются быстрее химического равновесия [44]. Поэтому условия $\mu_1 \neq \mu_2, P_1 = P_2, T_1 = T_2$ являются достаточно хорошим приближением для практических целей. В среде, где ток не сохраняется ($\mu = 0$), аналог уравнения (52) записывается как

$$(su^i)_{;i} = \frac{2}{T_1 + T_2} \left\{ (P_1 - P_2) \dot{x} + \frac{1}{2} (T_2 - T_1) (\delta u^i)_{;i} \right\}, \quad (54)$$

$$\delta \equiv xs_1 - (1 - x)s_2.$$

Поскольку сюда не входят удельные величины, существуют только два релаксационных процесса.

Будем называть величины \hat{x} , x и Δ эволюционными переменными, обозначая их ниже как ψ_α . Чтобы замкнуть систему эволюционных уравнений (23), (24), необходимы еще релаксационные уравнения для ψ_α . Это могут быть или динамические уравнения, или дополнительные ограничения на эволюционные переменные ψ_α . Ниже приведем три примера.

Динамика фазовых переходов. *Заданные граничные условия.* Если термодинамические переменные удовлетворяют дополнительным граничным условиям, то оказывается возможным определить эволюцию во времени переменных ψ_α интегрированием уравнений движения. Простым примером является случай $T = \text{const}$ и $\mu_1 = \mu_2, P_1(\mu, T) \neq P_2(\mu, T)$. Частным случаем является равновесный переход $T = T_c$, где T_c — критическая температура.

Линеаризованные законы релаксации. В духе линейных феноменологических предположений для термодинамических соотношений сила — ток [38] можно постулировать следующее релаксационное уравнение для эволюционных переменных [46]:

$$\dot{\psi}_\alpha = - \frac{\psi_\alpha - \psi_{\text{eq}, \alpha}}{\tau_\alpha}, \quad (55)$$

где τ_α — время релаксации. Отклонение от равновесия $\psi_\alpha - \psi_{\text{eq}, \alpha}$ приводит к изменению эволюционных переменных. Приближение к равновесию происходит по экспоненциальному закону по времени τ_α . Время релаксации τ_α должно быть определено микроскопически, т. е. вычислением вероятностей перехода, скоростей нуклеации, скоростей роста и т. д.

Модель капли. Если выйти за рамки релаксационного приближения, то появляется необходимость введения большого числа входных параметров. В качестве примера рассмотрим модель капли в рамках классической теории нуклеации. Она основана на двух понятиях — нуклеации и роста капли. Пусть w есть вероятность появления в единицу пространства-времени сферической капли с критическим размером R_c и скоростью роста v . Тогда

$$x(t) = \exp \{-h(t)\}, \quad (56)$$

а объем фракции определяется как

$$h(t) = \frac{4\pi}{3} \int_{t_c}^t w(\bar{t}) \left[R_c(\bar{t}) + \int_{t_c}^{\bar{t}} v(\theta) d\theta \right]^3 d\bar{t}.$$

Уравнение (56) не может быть выведено строго, однако оно много раз оказывалось хорошим приближением [46]. Удобно преобразовать уравнение (56) в дифференциальное уравнение четвертого порядка и решить его совместно с другими динамическими уравнениями.

Классические выражения для поверхностного натяжения капли α , ее критического радиуса R_c и скорость нуклеации w имеют следующий вид [47]:

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= \alpha_0 T_c^3; \\ R_c &= 2\alpha / |P_1 - P_2|; \\ w &= w_0 T_c^4 \exp \{-16\pi\alpha^3 / 3T (P_1 - P_2)^2\}. \end{aligned} \right\} \quad (57)$$

Точное определение медленно меняющихся функций α_0 и w_0 , которые, как ожидается, есть величины порядка единицы, является предметом обсуждений [46]. Детали можно найти, например, в литературе о раздувающейся Вселенной [48].

Фазовые переходы — явления коллективной природы. Поэтому нельзя заранее утверждать, что характерная шкала времени модельной теории будет совпадать со временем релаксации τ_α . Следует подчеркнуть, что релаксационное время определяется динамикой. Чтобы продемонстрировать это, рассмотрим расширяющуюся и охлаждающуюся систему. Динамическая шкала задается как $t_{\text{dyn}} \sim T/\dot{T}$, n/\dot{n} . . . , в то время как шкала времени нуклеации

$$t_{\text{nuc}} \sim \{v^3 w\}^{-1/4}. \quad (58)$$

[Это выражение следует из уравнения (56) после подстановки $R_c = 0$ и $T = \text{const.}$] Нуклеация становится важной для времен $t_{\text{dyn}} \sim t_{\text{nuc}}$ именно в том случае, когда повторный нагрев, связанный с выделением скрытого тепла, компенсирует первичное охлаждение. Таким образом, из условия $t_{\text{dyn}} = t_{\text{nuc}}$ можно найти достигнутое пере-

охлаждение и соответствующий порядок релаксационного времени. При этом оказалось, что критическим ингредиентом является поверхностное натяжение, которое в случае деконфайнмента оценивается как $\alpha \sim (80 \text{ МэВ})^3$ [49].

4. ИДЕАЛЬНЫЕ УДАРНЫЕ ВОЛНЫ

В сжимаемых жидкостях возмущение распространяется со скоростью звука $v_s^2 = (\partial P / \partial \rho)_s$. Ударные волны формируются в том случае, когда специальными граничными условиями допускается появление сверхзвуковых скоростей в среде. Фронт ударной волны разделяет жидкость на две области, находящиеся в различных состояниях. В пределе исчезающих диссипативных эффектов, т. е. для идеальной жидкости, ширина фронта стремится к нулю. При прохождении фронта ударной волны через жидкость изменение состояния определяется законами сохранения числа частиц, энергии и импульса. Соотношение, связывающее состояние перед ударным фронтом и за ним, известно как адиабата Ранкина — Гюгио (РГ). Оно обобщает обычную пуассоновскую адиабату для скачкообразных изменений, приводящих к генерации энтропии.

Формированию ударных волн в столкновениях тяжелых ионов посвящен ряд теоретических исследований [4—7, 50—55]. Соотношение Ранкина — Гюгио позволяет получить достаточно полное представление о проблемах гидродинамики, не прибегая к решению гидродинамических уравнений. В последнее время такие исследования проводились в связи с космологическим фазовым переходом [50], ростом пузырьков в переохлажденной плазме с исчезающе малой барионной плотностью [51], адронизацией расширяющейся плазмы с конечной [56] или нулевой [57] барионной плотностью, образованием плазмы с большой плотностью барионов [3, 55]. Методы рассмотрения ядерных явлений находят применение в технической физике для описания изменения материалов под действием ударной волны [58].

Вывод уравнения ударной адиабаты. Рассмотрим плоский фронт ударной волны, распространяющейся в жидкости со скоростью $w^i = (\gamma, \gamma w)$. Области по обе стороны фронта представляют собой начальное (0) и конечное (1) состояния. Эти состояния описываются двумя термодинамическими переменными (n и T) и двумя скоростями (u_0 и u_1) впереди ударного фронта и за ним соответственно. Удобно ввести вектор Λ^i , нормальный к направлению распространения фронта ударной волны и обладающий свойством

$$\Lambda^i \bar{w}_i = 0;$$

$$\Lambda^2 = \Lambda^i \Lambda_i = \begin{cases} +1 & \text{пространственноподобный вектор;} \\ -1 & \text{временноподобный вектор.} \end{cases} \quad (59)$$

Обычно скорость ударной волны w_i является времениподобным вектором, и тогда $\Lambda^i = (\bar{w}, \bar{w}/\bar{w})/\sqrt{1 - \bar{w}^2}$ обязан быть пространственно-подобным вектором. Однако в общем случае \bar{w}^i вполне может оказаться и пространственноподобным, если рассматривать переход, протекающий во всем объеме жидкости. С помощью нормального вектора Λ_i можно определить поток частиц, пересекающих фронт ударной волны, как

$$j_0 = n_0 u_0^i \Lambda_i; \quad j_1 = n_1 u_1^i \Lambda_i. \quad (60)$$

Интегрируя уравнения движения (18), (19) по направлению, перпендикулярному фронту, находим

$$[f] = [n u^i \Lambda_i] = 0; \quad (61)$$

$$[R^i] = [T^{ij} \Lambda_j] = 0, \quad (62)$$

где символом [] обозначен «скачок» $Q_1 - Q_0$ величин на фронте ударной волны. На этом этапе вводится обобщенный удельный объем $x = (e + P)/n^2$, играющий ту же самую роль, что и удельный объем m_n/n в нерелятивистском случае. Далее векторное уравнение (62) расщепляется на две части с помощью проекционных операторов Λ^i и $\mathcal{F}^{ij} = g^{ij} - \Lambda^i \Lambda^j / \Lambda^2$, являющихся непрерывными при пересечении ударного фронта. Из уравнения (60) и $[R^i \Lambda_i] = 0$ находим

$$j^2 = -\Lambda^2 \frac{[P]}{[x]}, \quad (63)$$

в то время как из $[R^i \mathcal{F}_{ik} R^j \mathcal{F}_{jk}] = 0$ получаем

$$j^2 = \Lambda^2 [(e + P)x]/[x^2]. \quad (64)$$

Приравнивая два последних выражения, можно исключить все кинематические переменные и прийти к адиабате Ранкина — Гюгонио — Тауба (РГТ-адиабате) [60]

$$P_2 - P_1 = (x_1 n_1^2 - x_0 n_0^2)/(x_0 + x_1). \quad (65)$$

Уравнение (65) является релятивистским обобщением соотношения Ранкина — Гюгонио. Его форма одна и та же как для нормальных ($\Lambda^2 = 1$), так и для времениподобных ($\Lambda^2 = -1$) ударных волн. Скорости жидкости впереди и после фронта в системе, в которой фронт ударной волны покоится, могут быть вычислены из соотношений (60), (63) и (65) с помощью соответственно векторов $\Lambda^i = (0, 1)$ и $\Lambda^i = (1, 0)$ как

$$v_0^2 = \left[\Lambda^2 \frac{(P_1 - P_0)(e_1 + P_0)}{(e_1 - e_0)(e_0 + P_1)} \right] \Lambda^2. \quad (66)$$

Выражение для v_1 можно легко получить из (66), поменяв местами индексы 0 и 1.

Для $\Lambda^2 = -1$ скорость по отношению к времениподобному фронту не имеет смысла, поэтому можно выбрать $v_0 = 0$ и, таким обра-

вом, получить

$$v_1 = 0; [n] = 0; [e] = 0. \tag{67}$$

Поскольку оба состояния разделены во времени, случай $\Lambda^2 = -1$ означает мгновенный переход во всем объеме. Из уравнения (63) следует, что такой переход невозможен, если рэлеевская линия, связывающая состояния 0 и 1, имеет положительный наклон.

В общем случае, когда состояние материи изменяет свою фазовую структуру, необходимо различать два типа волн [15, 51, 59] — детонационные волны $v_1 < v_0$ и дефлаграционные волны $v_1 > v_0$. Рассматривая эти процессы в собственной системе жидкости в начальном

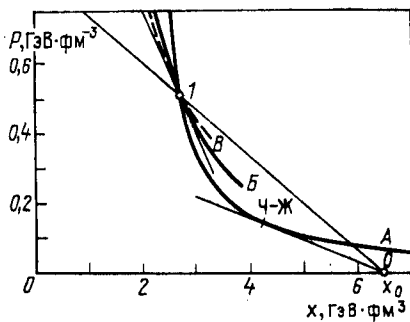


Рис. 1. Ударная адиабата *A* для полного фазового перехода из начального состояния 0 с точкой Чепмена — Жуге (Ч — Ж); кривые *B* и *B* — это ударная и пуассоновская адиабаты, проходящие через конечную точку 1

состоянии, можно видеть, что детонационный фронт продвигается внутрь, в то время как дефлаграционный фронт направлен наружу по отношению к начальному состоянию.

Свойства адиабаты Ранкина — Гюгоньо — Тауба. На рис. 1 представлена РГТ-адиабата $p(x)$ для перехода из начального состояния 0 в множество состояний 1. Поскольку в этом случае фаза состояния 1 отличается от начальной фазы, точка 0 не лежит на кривой. Наклон рэлеевской линии между точками 0 и 1 определяет поток частиц в соответствии с уравнением (63). Изменение этого потока связано с изменением удельной энтропии:

$$\frac{dj_1^2}{\hat{d}s_1} = \frac{2x_1 n_1 T_1}{(x_1 - x_0)^2} > 0. \tag{68}$$

Это соотношение получается после дифференцирования уравнения (65) и введения удельной энтропии согласно первому началу термодинамики; $de = nT\hat{d}s + \{(e + P)/n\} dn$. Через точку 1 на рис. 1 проведена адиабата фазы 1. Обе кривые имеют точку касания третьего порядка, но они не параллельны РГТ-адиабате. Скорость, связываемая с наклоном адиабаты Пуассона, зависит от скорости звука как $(u_{1s} n_1)$, в то время как наклон прямой линии 0-1 оказывается меньше, откуда следует, что $u_1 < u_{1s}$.

На РГТ-адиабате может существовать особая точка, где касательная проходит через начальную точку O . Такая точка известна под названием точка Чепмена — Жуге (Ч — Ж). В этой точке изменение dj , $-a$ в силу (68), а следовательно, и \hat{ds} — обращаются в нуль. Тогда скорость жидкости за фронтом ударной волны равна скорости звука:

$$v_1^2 = \frac{u_1^2}{1 + u_1^2} = \frac{-(\partial P / \partial x)_s}{n_1^2 - (\partial P / \partial x)_s} = \left(\frac{\partial P}{\partial e} \right)_s. \quad (69)$$

В точке Ч — Ж ток и энтропия достигают экстремума. Используя уравнения (63) и (69), можно рассчитать изменение скорости материи за ударной волной по сравнению с изменением скорости звука в этой жидкости:

$$\frac{d}{dP} \left(\frac{u_1^2}{u_{1s}^2} \right)_{Ч-Ж} = \frac{d}{dP} \left(-j^2 \frac{dx}{dP} \right)_{Ч-Ж} = -j \left(\frac{d^2 x}{dP^2} \right)_{Ч-Ж}. \quad (70)$$

Таким образом, выше точки Ч — Ж скорость становится больше скорости звука для выпуклой ударной адиабаты, $d^2 P / dx^2 > 0$, и меньше скорости звука для вогнутой адиабаты, $d^2 P / dx^2 < 0$. Существование такой точки зависит от термодинамических свойств материи. В нерелятивистском случае такая точка появляется только на вогнутой адиабате и только для термодинамически аномальной среды с $d^2 (1/n) / dP^2 < 0$.

Неустойчивость. Необходимым условием существования ударной волны является возрастание энтропии при прохождении ударного фронта]

$$[su^i \Lambda_i] \geq 0. \quad (71)$$

Однако это условие не является достаточным, и поэтому необходимо рассмотреть дополнительно некоторые динамические аспекты. Детальный анализ условий устойчивости для нерелятивистского случая можно найти в [62]. Другое необходимое условие стабильности фронта ударной волны, предохраняющее фронт от сглаживания или расщепления, состоит в том, что возмущения термодинамических величин в конечном состоянии должны распространяться быстрее, чем сам фронт. В начальном состоянии возмущения должны концентрироваться в ударном фронте. Поскольку слабые возмущения распространяются в среде со скоростью звука, динамические условия устойчивости принимают вид

$$u_0 > u_{0s}; \quad u_1 < u_{1s}. \quad (72)$$

Рассматривая рис. 1, можно убедиться в том, что ветвь выше (ниже) точки Чепмена — Жуге для выпуклой (вогнутой) адиабаты оказывается устойчивой. В простом случае без фазового перехода условие

(72) означает, что для нормальной среды ($d^2P/dx^2 > 0$) в процессе сжатия появляется устойчивый фронт ударной волны, в то время как для процесса разрежения фронт ударной волны отсутствует.

В качестве иллюстрации этих условий [61] рассмотрим РГТ-адиабату (65) для перехода из нормальной ядерной материи с $x_0 = W_0/n_0^2 \approx 6,3 \text{ ГэВ} \cdot \text{фм}^3$ и давлением $p_0 = 0$ в не взаимодействующую кварк-глюонную плазму с уравнением состояния (41). Тогда адиабаты для разных значений константы мешка B определяются как

$$P_1 = \frac{x_0 W_0 - 4Bx_1}{3x_1 - x_0}. \tag{73}$$

Эти адиабаты, показанные на рис. 2, представляют собой гиперболы, центрированные около $(x_1 p) = (x_0/3, -4B/3)$. Для $B^{1/4} = (W_0/4)^{1/4} \approx$

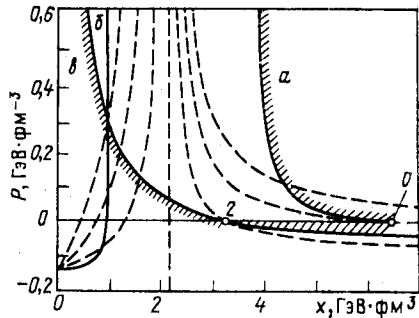


Рис. 2. Области (заштрихованы) появления устойчивой ударной волны, определяемые условиями на динамику (кривая a), энтропию (кривая b) и давление $P < 0$ (кривая c). Кривая d отвечает условию $dn/dj = 0$

$\approx 130 \text{ МэВ}$ РГТ-адиабата проходит через начальную точку. Для меньших значений B адиабата обладает точкой Чепмена — Жуге, выше которой скорость материи за фронтом ударной волны меньше скорости звука, в результате чего ударная волна устойчива. Для $B^{1/4} = (3W_0/4)^{1/4} \approx 171 \text{ МэВ}$ РГТ-адиабаты обладают свойством $dP/dx > 0$ — свойством, незнакомым для нерелятивистских задач. Эти кривые имеют и другую особенность, а именно в области левее кривой b на рис. 2 $dn/dj < 0$. Это поведение, однако, не приводит к уменьшению энтропии, как это имеет место в нерелятивистском случае [15], где неравенство $dn/dj > 0$ эквивалентно условию возрастания энтропии. На рис. 2 кривой a отвечает условию динамической устойчивости [см. уравнение (72)], в соответствии с которым все адиабаты с положительным наклоном и адиабаты, расположенные выше точки Чепмена — Жуге, относятся к устойчивым ударным волнам. Условие на энтропию (71) эквивалентно требованию $T > 0$ и представлено на рисунке кривой b . РГТ-адиабата для фазового перехода первого рода более сложна и рассматривается в разд. 5.

Ширина ударного фронта. До сих пор пренебрегалось конечной толщиной фронта ударной волны. С микроскопической точки зрения фронт должен иметь ширину не менее среднего свободного пробега

частицы, что и обеспечивает образование нового состояния при соударении частиц. При гидродинамической картине такой механизм рождения симулируется диссипативными членами. Эти члены приводят также к увеличению энтропии в ударной волне конечной толщины. Для простоты обсудим эффект вязкости в одномерном случае, когда сдвиговая вязкость играет ту же самую роль, что и объемная вязкость, и рассмотрим их совместно, введя эффективную вязкость:

$$T^{ij} = (e + P) u^i u^j + (P + \eta_{\text{ef}} u^k_{,k}) g^{ij}, \quad (74)$$

$$\eta_{\text{ef}} = 2\eta' + \eta.$$

Второе уравнение выполняется точно только в нерелятивистском случае. Из тензора энергии-импульса (74) по аналогии с уравнениями (25) — (27) и согласно первому началу термодинамики $\dot{e} = nT\dot{s} + (e + P)\dot{n}/n$ получаем следующее выражение для изменения энтропии:

$$\dot{s} = \frac{\eta_{\text{ef}}}{nT} \left(\frac{\dot{n}}{n} \right)^2. \quad (75)$$

Применим (75) к случаю фронта ударной волны шириной Δl . Так как РТГ-соотношение определяет изменение энтропии, исходя из законов сохранения, можно оценить Δl , необходимую для нахождения диссипативных сил. Аппроксимируя $\dot{s} \sim \hat{\Delta s}/\Delta l \bar{W}$, для ширины фронта ударной волны получаем величину, пропорциональную коэффициенту вязкости:

$$\Delta l = \eta_{\text{ef}} \frac{(n_1 - n_0)^2 \bar{W}}{\left(\frac{n_1 + n_0}{2} \right)^3 \left(\frac{T_1 + T_0}{2} \right) (\hat{s}_1 - \hat{s}_0)}. \quad (76)$$

Оценку силы вязкости можно получить из уравнений (47), (48). Используя значение $\eta_{\text{ef}} \simeq 100 \text{ МэВ}/\text{фм}^2$, получим $\Delta l \sim 1 \text{ фм}$ для перехода в сильно сжатую кварковую материю при бомбардирующей энергии 7 ГэВ/нуклон. Это значение ширины фронта заметно меньше размеров ядра. Для меньших энергий ширина несколько возрастает.

Другой причиной появления конечной ширины ударного фронта является конечность времени τ фазового перехода. Ожидается, что вклад составляет порядка $\Delta l \sim (v_0 + v_1) \tau/2$. Этот эффект существен для медленных фазовых переходов с $\tau > 1 \text{ фм}/\text{с}$.

Профиль фронта ударной волны. Более глубокое представление о поведении термодинамических величин на фронте ударной волны можно получить, решив гидродинамические уравнения в системе, движущейся вместе с ударным фронтом. В этом стационарном случае уравнения (18), (19) упрощаются:

$$(nu^x) = (nu^x)_0; \quad T^{0x} = (T^{0x})_0; \quad T^{xx} = (T^{xx})_0. \quad (77)$$

Асимптотические величины в правой части (77) необходимо вычислять с помощью уравнения (65). Используя тензор энергии-импульса (74), можно найти два связанных уравнения для скорости и химического потенциала [42]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{du}{dx} &= \frac{P(1+u^2) - eu^2 - (T^{xx})_0(1+2u^2) + 2(T^{0x})_0 \sqrt{1+u^2} u}{\eta_{ef}(1+u^2)} ; \\ \frac{d(\mu/T)}{dx} &= \frac{(e+P)n[-eu + (T^{0x})_0 \sqrt{1+u^2} - (T^{xx})_0 u]}{T^2 \kappa u^2} . \end{aligned} \right\} \quad (78)$$

В случае исчезающе малых значений коэффициентов вязкости η_{ef} или теплопроводности κ числитель соответственно первого или второго уравнения тоже должен стремиться к нулю. Уравнение (78) необходимо решать для начальных условий, соответствующих небольшому возмущению, направленному в сторону конечного состояния, определенного РГТ-соотношением.

5. ОБРАЗОВАНИЕ ПЛАЗМЫ. ОДНОМЕРНОЕ РАССМОТРЕНИЕ

Фазовая диаграмма и тормозная способность ядерной материи. Обсудим теперь возбуждение и распад кварк-глюонной плазмы в релятивистских соударениях тяжелых ионов. Природа фазового перехода деконфайнмента еще далека от полного понимания. Это связано со сложностью проблемы описания материи, состоящей из сильно-взаимодействующих частиц. Наиболее надежные результаты основываются на КХД-расчетах на решетке. В рамках чисто калибровочных $SU(3)$ -теорий показано существование фазового перехода первого рода, характеризуемого температурой перехода около 200 МэВ и скрытой теплотой $1-2 \text{ ГэВ/фм}^3$ [86]. При включении в рассмотрение легких кварков фазовый переход может стать переходом второго рода или даже вообще отсутствовать, что, однако, сопровождается драматическими изменениями плотности энергии [86]. Для плазмы с конечной барионной плотностью оценки Ильгенфритца и Крипфганца [72] указывают на возможность фазового перехода первого рода. Наряду с этими решеточными результатами для описания фазового перехода часто используются и феноменологические подходы [49, 63].

Имея в виду эту сложную ситуацию, построим фазовую диаграмму, исходя из уравнений состояния для ядерной материи (37), (38) и кварк-глюонной плазмы (39). Используя критерии Гиббса (53), получим фазовую диаграмму, представленную на рис. 3. Параметры уравнений (37) — (39) фиксируются выбором значений $K = 0,3 m_n$, $n_0 = 0,16 \text{ фм}^{-3}$ и $B^{1/4} = 235 \text{ МэВ}$. Штриховкой на рис. 3 указана пограничная область, в которой обе фазы существуют одновременно. Эта область довольно широка в интервале плотности между $5n_0$ и $12n_0$ для нулевой температуры и ограничена сверху значением температуры около 170 МэВ.

Все наши последующие исследования основаны на этой фазовой диаграмме. Отличительным моментом является то, что существенное различие между степенями свободы в состояниях конфайнмента и деконфайнмента приводит к большой разности энтропии этих двух состояний и к большой, порядка $4B \simeq 1,5 \text{ ГэВ} \cdot \text{фм}^{-3}$, скрытой теплоте. Эта энергия необходима для «расплавления» адронов в плазму кварков и глюонов. Такая общая картина находится в согласии

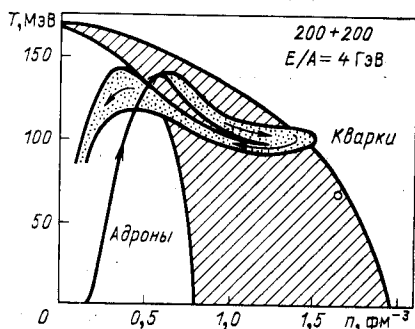


Рис. 3. Фазовая диаграмма материи. Заштрихованная полоса указывает область сосуществования нормальной ядерной материи и кварк-глюонной плазмы. Точечная площадь отвечает различным траекториям в фазовой плоскости при столкновении тяжелых ионов с энергией $E/A = 4 \text{ ГэВ}$, рассчитанном в одномерной модели. Крестик — предсказания модели ударной волны

с решеточными расчетами. В этом разделе исследуем процессы формирования кварк-глюонной плазмы в связи со следующими вопросами.

Какое количество энергии необходимо для достижения состояния плазмы? Как быстро должен происходить фазовый переход? Каковы следствия конечного времени фазового перехода?

Рассмотрение проводится в одномерной модели в пренебрежении поперечным расширением системы, поэтому оценка энергии, необходимой для достижения состояния плазмы, возможно, несколько завышена. Сравнение с двух- и трехмерными расчетами [64] показывает, что это завышение для температуры и плотности составляет примерно 20%. Другим источником погрешности является эффект прозрачности, которым полностью пренебрегают в одножидкостной гидродинамике. В нашей модели предполагается мгновенное торможение и локальная термализация. Если при взаимодействии ядра останавливаются, это приближение может быть оправдано. Выполненные ранее оценки [65] предсказывают для верхней границы полной остановки энергию порядка 10 ГэВ/нуклон в лабораторной системе. Последняя информация о степени торможения падающих протонов в ядерной материи [66] содержит оптимистическое предсказание, что такие тяжелые ядра, как ядро урана, могут остановиться при центральном соударении при энергиях вплоть до 30 ГэВ/нуклон [67]. В разд. 6 рассмотрим этот аспект в рамках двухжидкостной модели. При этом ограничимся реакциями с начальными энергиями до $E/A = 7 \div 10 \text{ ГэВ}$, отдавая себе отчет в том, что эти результаты будут лишь

ориентировочными при обсуждении процессов, происходящих в релятивистских соударениях тяжелых ионов.

Модель ударной волны. Представление о проблемах, возникающих при изучении динамики фазового перехода, можно получить уже на уровне РГТ-соотношений. На последующем этапе уточним рассмотрение, исследуя численное решение уравнений гидродинамики. Для достижения состояния плазмы необходимо проникнуть в область сосуществования фаз (см. рис. 1). В этой области материя является смесью ядерной и кварк-глюонной материй. Подходящей переменной для описания доли материи в двух фазах является эволюционная переменная x , введенная выше уравнениями (49), (51). В случае термодинамического равновесия эволюционная переменная является однозначной функцией плотности и температуры

$$\hat{x}_{\text{eq}} = \frac{n_0(T)(n - n_1(T))}{n(n_0(T) - n_1(T))}, \quad (79)$$

в то время как в области чистых фаз \hat{x} принимает значения 1 и 0. Величины $n_0(T)$ и $n_1(T)$ из уравнения (79) определяют нижнюю и верхнюю границы барионной плотности в области сосуществования фаз, рассчитанную по критериям Гиббса (53). На рис. 4 представлена РГТ-адиабата [61]. Кривая состоит из трех частей, первая из которых (ОА) соответствует ядерной материи, вторая (АВ) описывает смесь фаз и последний отрезок — плазменное состояние. Вставка на рис. 4 показывает, что в смешенной фазе температура уменьшается из-за превращения тепловой энергии в скрытую теплоту плазмы.

В смешенной фазе точка Чепмена — Жуге появляется на вогнутой адиабате, и точки, расположенные между $Ч — Ж$ и $В$, не могут быть достигнуты, так как ударная волна неустойчива. Возможность существования неустойчивой ударной волны, обусловленной фазовым переходом первого рода, отмечалась уже ранее Бете [68]. На рис. 5 эта часть диаграммы представлена в большем масштабе. Рассмотрим теперь, возможно ли расщепление ударной волны, когда первая волна приводит к точке $Ч — Ж$, а вторая волна — к конечному состоянию. Такие исследования проводились также в [56, 62, 63]. Рассчитаем ударную адиабату, выходящую из точки $Ч — Ж$ (пунктирная линия на рис. 5). Оказывается, что начальная скорость v_0 во второй ударной волне всегда меньше скорости звука. Поэтому условие (72) нарушено, и вторая ударная волна неустойчива. Выше точки $Ч — Ж$, где начальная скорость достигает скорости звука, устойчивой оказывается только одиночная ударная волна, тогда как вторая волна распространяется быстрее первой. Таким образом, в интервале энергии $E/A \simeq (3,1 \div 4,3)$ ГэВ, которому соответствуют точки отрезка ($Ч — Ж$, $В$), ожидается неустойчивая двойная ударная волна. Расстояние между фронтами растет как разность скоростей, умноженная на время.

Возникает ли такая неустойчивая ударная волна в небольших системах, какими являются ядра, можно узнать из динамического

расчета, и ответ зависит от амплитуды диссипативных сил и конкретных начальных условий [69]. В этой связи следует напомнить, что та часть РГТ-адиабаты, которая устойчива в области смеси фаз, приводит к уширению фронта ударной волны, поскольку обычно фазовый переход происходит более медленно по сравнению с простым сжатием.

Увеличение как константы мешка B , так и, главным образом, параметра сжимаемости K приводит к сдвигу положения точки

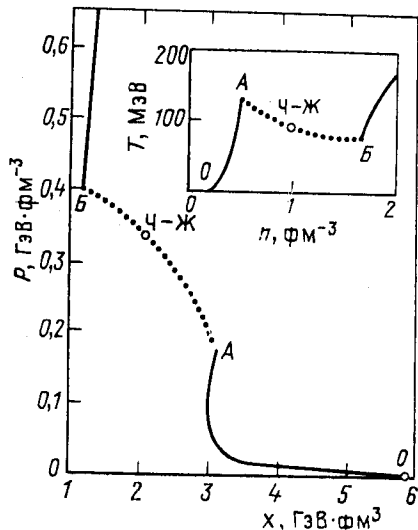


Рис. 4. РГТ-адиабата для двухфазовой модели с точкой Чепмена — Жуге находящейся в области сосуществования. На вставке для той же системы показана зависимость температуры от плотности

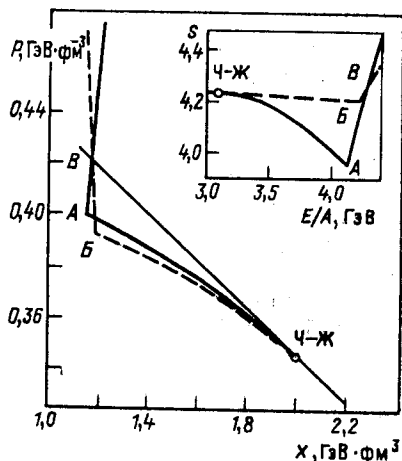


Рис. 5. РГТ-адиабата (сплошная линия), начинающаяся с холодной ядерной материи, и адиабата, исходящая из точки Чепмена — Жуге (пунктир). Касательная к адиабате в точке Ч — Ж (тонкая линия) определяет максимальную ($T - Ж$) и минимальную (B) энергии, ниже и выше которых ударные волны устойчивы. На вставке показана энтропия для обоих механизмов как функция бомбардирующей энергии

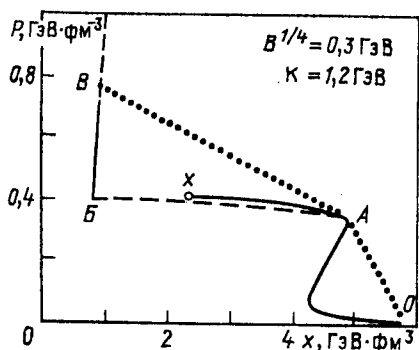


Рис. 6. Ударная адиабата, начинающаяся с холодной ядерной материи и оканчивающаяся в точке x согласно условию $T \geq 0$, для нескольких нереалистических значений параметров, указанных на рисунке. При $E/A = 8,5$ ГэВ появляется устойчивая двойная ударная волна OAB

$\check{C} - \check{Ж}$ в направлении области ядерной материи. Если точка $\check{C} - \check{Ж}$ достигает границы A , за которой появляется смешивание фаз, то может возникнуть двойная ударная волна, как видно из рис. 6.

Рис. 7. Профили плотности для столкновения двух слоев, имитирующих взаимодействие ядер урана, как функция расстояния от центра столкновения для разных времен $t_{ст}$. Величина α определяет относительное содержание ядерной материи в области за фронтом ударной волны

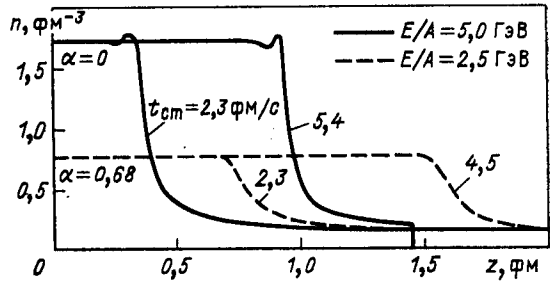


Рис. 8. То же самое, что и на рис. 7, но для столкновений в области образования неустойчивой ударной волны (см. рис. 7 для пояснения обозначений)

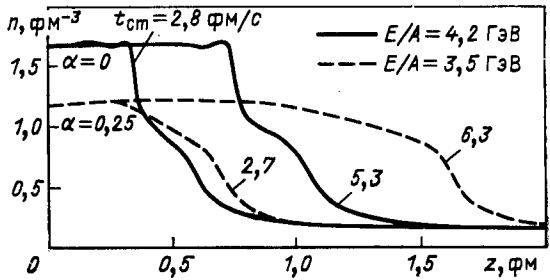
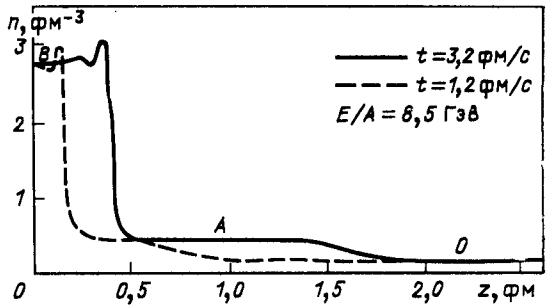


Рис. 9. Профили плотности для устойчивой двойной ударной волны, представленной на рис. 6



Две ударные адиабаты представлены на рисунке линиями OA и AB . Необходимым условием устойчивости второй ударной волны является то, чтобы наклон адиабаты выше точки $\check{C} - \check{Ж}$ был меньше наклона рэлеевской линии $\check{C} - \check{Ж} - B$ и чтобы оба они были меньше наклона линии $O - \check{C} - \check{Ж}$.

Эти представления об ударных волнах были проверены численным решением гидродинамических уравнений (18), (19) с учетом

эффектов вязкости, определяемых уравнением (47). Результаты для начальных энергий столкновения $E/A = 2,5$ и 5 ГэВ представлены на рис. 7. Эти энергии расположены ниже и выше области неустойчивости, показанной на рис. 5, и приводят к появлению довольно резких ударных фронтов. Для энергий $E/A = 3,5$ и $4,2$ ГэВ резкость фронтов теряется, а их ширины возрастают с увеличением времени реакции (рис. 8). Несмотря на это, результирующее конечное состояние находится в хорошем согласии с предсказанием модели ударной волны. Подтверждение в численных расчетах находит также и явление двойной ударной волны, предсказанное выше на рис. 6 (рис. 9).

Детальное поведение плотности и температуры в устойчивом фронте ударной волны можно лучше всего исследовать решением уравнения (78) для стационарных профилей. На рис. 10 показаны профили

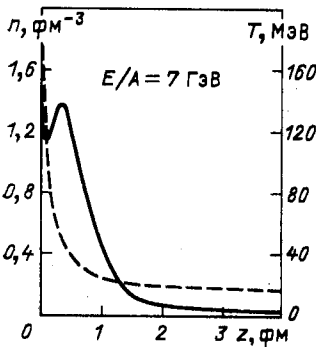


Рис. 10. Профили плотности и температуры (пунктир) на фронте ударной волны. Значения сдвиговой вязкости η_D рассчитаны согласно Данилевичу [42]

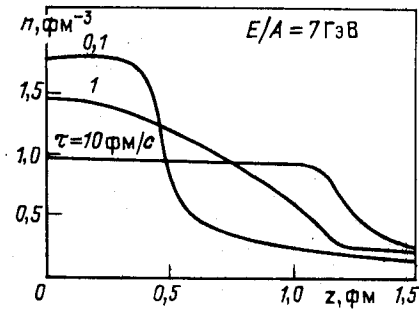


Рис. 11. Профили плотности, рассчитанные для разных релаксационных времен τ . Для $\tau < 0,1$ фм/с центральная плотность меньше значения, предсказываемого теорией ударных волн

плотности ударных волн для начальной энергии $E/A = 7$ ГэВ. Немонотонное поведение температуры является следствием выделения скрытой теплоты плавления при фазовом переходе первого рода, происходящего именно на фронте ударной волны.

Подводя итоги этим исследованиям, можно сказать, что простая картина устойчивой ударной волны вполне приемлема для реакций с релятивистскими тяжелыми ионами, если фазовый переход происходит достаточно быстро. Это возможно потому, что устойчивость ударной волны сохраняется в широком интервале начальных энергий. Неустойчивости могут возникнуть на определенных отрезках РГТ-адиабаты в переходной области от состояния смеси фаз в плазменное состояние. Ширина фронта ударной волны, получаемая с учетом вязкости согласно (47), мала по сравнению с размерами системы. Даже для больших значений коэффициентов вязкости, полученных

в недавних оценках [43], средняя ширина фронта ударной волны остается порядка 1 фм. В соответствии с уравнением (76) ширина фронта уменьшается с ростом начальной энергии. Однако эффект кварковых и глюонных степеней свободы может привести к заметному увеличению вязкости [43].

Запаздывающий фазовый переход. До сих пор мы предполагали, что фазовый переход происходит достаточно быстро и всегда достигается состояние термодинамического равновесия. Теперь рассмотрим случай, когда время перехода становится сравнимым со временем всего процесса столкновения. В термодинамическое ($T_1 = T_2$) и механическое ($P_1 = P_2$) равновесие дают вклад все адрон-адронные столкновения, тогда как химическое равновесие ($\mu_1 = \mu_2$) осуществляется за счет адронных реакций, которым могут мешать эффекты потенциального барьера [13]. Поэтому в уравнениях (53) опустим условие $\mu_1 = \mu_2$ и будем описывать состояние материи тремя переменными: n , T и \hat{x} .

Для решения задачи необходимо еще дополнительное уравнение на характеризующую состав материи переменную \hat{x} , в качестве которого в соответствии с (55) выбирается линеаризованное релаксационное уравнение

$$\dot{\hat{x}} = -(\hat{x} - \hat{x}_{\text{eq}})/\tau, \quad (80)$$

где \hat{x}_{eq} определено соотношением (79). Время релаксации τ обычно принимается равным характерному масштабу КХД, $\hbar/B^{1/4} \sim 1$ фм/с. Пока существует немного попыток дать более реалистические оценки релаксационного времени, которое оказывается в пределах от $\tau = 0,1$ [70] до 1 фм/с [13]. Возможно, что обратный переход из плазменного состояния в состояние адронной материи может оказаться заторможенным, поскольку необходимо образовать цветовой синглет из кварков, случайно распределенных по квантовому числу цвета. Поэтому будем использовать различные значения τ на стадии сжатия ($\dot{\hat{x}} < 0$) и расширения ($\dot{\hat{x}} > 0$).

В случае замедленного фазового перехода применимость модели ударной волны не является очевидной, поскольку ожидаемая ширина фронта ударной волны $\Delta l \sim \tau \sim 1$ фм. По этой причине уравнения (18), (19) решаются численно. Одномерные релятивистские расчеты выполнены методом, который впервые применен в области ядерной физики. Этот метод основан на использовании синхронной сопутствующей криволинейной системы координат и применялся до сих пор только в астрофизических задачах [71]. Мы модифицировали его для случая плосковолновой геометрии. Столкновение тяжелых ионов моделируется соударением плоских слоев толщиной 11 фм, что соответствует соударению двух ядер урана.

Влияние конечного времени перехода τ на ширину фронта ударной волны для начальной энергии $E/A = 7$ ГэВ показано на рис. 11.

Оценка, приведенная в разд. 4, находится в хорошем согласии с этим численным результатом. Ниже мы покажем, что релаксационное время порядка 1 фм/с уже приводит к заметному размыванию фронта ударной волны и значительному уменьшению конечной плотности по сравнению с быстрым переходом. Еще большие времена релаксации полностью размывают картину ударной волны и приводят к умеренному сжатию материи, при котором уже невозможно достичь

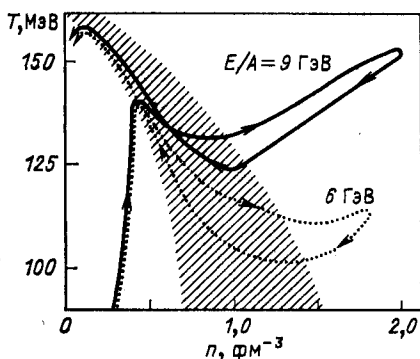


Рис. 12. Типичные траектории на фазовой n — T -плоскости для столкновений тяжелых ионов при двух значениях энергии столкновения. Штриховкой указана область сосуществования фаз

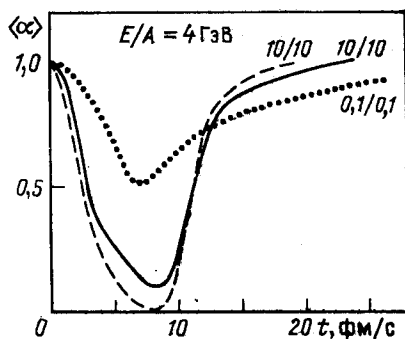


Рис. 13. Эволюция во времени состава ядерной материи для различных значений $g = 1/\tau$ — скорости преобразования на стадии сжатия/расширения материи

полного фазового перехода. Эффект очень медленного фазового перехода может быть также описан путем увеличения эффективной вязкости [43].

Для центральных элементов жидкости на рис. 12 показаны типичные траектории в плоскости температура — плотность. В адронной фазе температура сначала быстро растет, но затем, как только будет достигнута граница фазовой области, начинает падать из-за затрат на скрытую теплоту. В кварк-глюонной материи температура вновь растет вплоть до достижения точки поворота. Для энергии ниже $E/A = 4$ ГэВ точка поворота находится в области сосуществования фаз, и ее положение весьма чувствительно к изменению энергии и времени релаксации. Это можно видеть на рис. 13, где условия устойчивости не выполняются и все элементы жидкости описывают разные траектории.

Замечательным свойством этих расчетов при энергии ниже 10 ГэВ/нуклон является то, что температура никогда не превышает значения 160 МэВ, хотя наша модель переоценивает температуру. Такое же значение верхней границы температуры было найдено и другими авторами [3, 55, 72, 73]. Для энергий $E/A \geq 4$ ГэВ устойчивая ударная волна появляется при условии $\tau < 1$ фм/с. В противном случае наблюдается более слабая ударная волна, которая сжи-

материю в состоянии смеси и за которой следует область, где материя медленно превращается в плазму. В качестве иллюстрации на рис. 13 показана эволюция величины \hat{x} , которая довольно чувствительна ко времени релаксации τ . На стадии расширения кварковая материя охлаждается до тех пор, пока не будет пересечена фазовая граница, после чего начинается процесс адронизации и высвобождения скрытой теплоты. Независимо от начальной энергии материя достигает очень низкой плотности и высокой температуры (около 155 МэВ), которая несколько ниже критической точки фазового перехода.

В результате оказывается, что с ростом начальной энергии образование плазмы происходит довольно гладко. Даже при энергии $E/A \simeq 2$ ГэВ некоторый процент материи испытывает превращения. Эта доля возрастает с увеличением энергии бомбардирующих ядер, однако она чувствительна и ко времени перехода. Это обстоятельство затрудняет наблюдение определенного порогового поведения при возникновении фазового перехода, так как появление плазмы — процесс постепенный.

Прирост энтропии. Во время столкновения тяжелые ионы, которые были первоначально холодными, нагреваются, и кинетическая энергия их относительного движения перераспределяется случайным образом между многими степенями свободы. В микроскопическом подходе процесс можно моделировать с помощью релятивистского уравнения Больцмана. В [74] это уравнение решается для пространственно равномерного распределения частиц. Был отмечен быстрый рост энтропии, который достигал насыщения за время 3—5 фм/с при энергии $E/A \simeq 2$ ГэВ. Значение энтропии оказалось очень близким к значению, найденному из решения РГТ-уравнения. Более детальные расчеты, выполненные в рамках модели внутриядерных каскадов [75, 76], также приводят к значениям энтропии, которые близки к предсказываемым РГТ-теорией. Аналогичные результаты получены в гидродинамических расчетах [77].

Нахождение значений энтропии из эксперимента основано, главным образом, на анализе относительных выходов легких фрагментов. Сименс и Капуста [78] впервые связали энтропию с измеряемым отношением дейтронов к протонам. Большие значения энтропии, полученные этим способом, долгое время представляли собой загадку для физиков. Теперь стало ясно, что на рождение легких фрагментов влияет много различных механизмов: конечный размер кластеров [79] и источника [80], подавление из-за принципа Паули (ядерный эффект Мотта) [81] и распад нестабильных легких фрагментов [77], появление фазового перехода типа жидкость — газ [82].

В гидродинамике без учета вязкости энтропия не может расти, пока имеем дело с непрерывными решениями. Единственную возможность дает механизм ударных волн, рассмотренный в разд. 4. Тогда изменение энтропии можно оценить через соотношение РГТ.

В численных расчетах, основанных на использовании конечной сетки, интегральная форма гидродинамических уравнений применяется в неявном виде и тоже приводит к возрастанию энтропии. В гидродинамике с вязкостью рост энтропии обеспечивается действием вязкостных членов. Из результатов наших вычислений следует, что возрастание энтропии в ударной волне не зависит от значения вязкости, пока ширина фронта ударной волны невелика. Этот факт был использован в (76) при выводе выражения для ширины ударной волны. Такое рассмотрение не может быть применено на стадии расширения системы, когда ударная волна неустойчива. Здесь увеличе-

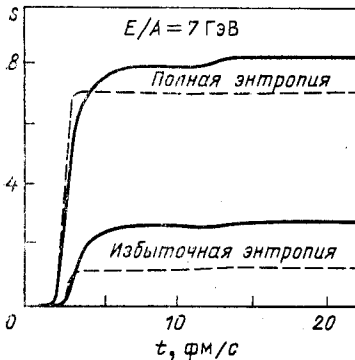


Рис. 14. Энтропия на барион как функция времени столкновения в системе центра масс для релаксационного времени $\tau = 0,1$ фм/с (штриховая линия) и 1 фм/с (сплошная линия). Нижняя часть показывает избыточную энтропию, рассчитанную в соответствии с уравнением (81),

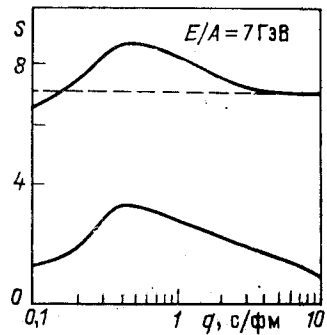


Рис. 15. Образованная энтропия как функция времени релаксации $\tau = 1/q$. (Верхняя кривая — полная энтропия, нижняя кривая — избыточная энтропия. Пунктир — величина энтропии для мгновенного фазового перехода.)

ние энтропии возникает за счет влияния вязкости. Выполненные ранее оценки показали, что на этой стадии может появиться дополнительный прирост энтропии на 10—20% [85].

Источником дополнительной энтропии является запаздывающий фазовый переход. Если процесс столкновения медленный, то выполняются условия Гиббса и фазовый переход обратим. Однако при быстром изменении условия Гиббса нарушаются и энтропия растет согласно уравнению (52). В модели, использованной в предыдущем подразделе, количество дополнительной энтропии может быть рассчитано как

$$\dot{s}_2 = -\frac{1}{T} (\mu_1 - \mu_2) \dot{x}. \quad (81)$$

В общем случае оба механизма (75) и (81) действуют одновременно, но неаддитивно, так как появляются перекрестные члены из-за

влияния неравновесного характера скоростного поля. Несмотря на это, (81) позволяет оценить избыток энтропии, связанный с конечным временем превращения, который мы сравниваем с полной энтропией.

Используем ту же самую модель, что и в предыдущем разделе. На рис. 14 показана временная эволюция полной и избыточной энтропии \hat{s}_2 для типичной начальной энергии $E/A = 7$ ГэВ и для времен релаксации $\tau = 1$ и $0,1$ фм/с. При этих энергиях появляется устойчивый фронт ударной волны. Большая часть энтропии возникает на стадии сжатия в момент прохождения ударной волны по жидкости. После этого дополнительная энтропия может быть образована только при фазовом переходе. На стадии расширения энтропия увеличивается лишь примерно на 7%. Близкое значение было найдено для расширяющихся кварковых пузырей с нулевым барионным зарядом [58]. На рис. 15 показано поведение энтропии как функции времени релаксации. Максимумы как полной, так и дополнительной энтропии находятся около значения $\tau = 0,5$ фм/с. Стоит отметить, что разность между значениями полной и дополнительной энтропии зависит от времени перехода, что указывает на влияние фазового перехода на динамику процесса. Для небольших τ энтропия близка к значению, полученному из модели ударной волны. Для всех значений энергии E/A между 5 и 10 ГэВ максимальное увеличение энтропии составляет $\sim 1,5$. Избыток энтропии при распаде системы может служить возможным сигналом фазового перехода в короткоживущее состояние кварк-глюонной плазмы.

6. УЛЬТРАРЕЛЯТИВИСТСКИЕ СТОЛКНОВЕНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ

В соответствии с представлением Ландау о росте продольных расстояний (см. [89]) после соударения с нуклоном мишени высокоэнергетическому нуклону необходимо некоторое время и расстояние для того, чтобы материализоваться. Из-за эффекта релятивистского увеличения времени формирования это расстояние увеличивается с ростом энергии. В пространственном (быстротном) интервале между мишенью и налетающей частицей появляются вторичные продукты, в основном пионы. Полный барионный заряд остается в области быстрой ядра-мишени и налетающего ядра, в то время как в центральной области быстрой мезонная плотность примерно однородна, а барионная плотность почти равна нулю. Эта картина индивидуальных нуклон-нуклонных соударений была применена к описанию ультрарелятивистских столкновений тяжелых ионов в [91]. Важным моментом этого подхода является предположение о проникаемости («прозрачности») ядра и материализации частиц с нулевым полным барионным зарядом между удаляющимися высоковозбужденными ядрами.

Центральная область быстрой. *Гидродинамика Бьёркена.* В [52, 90, 92] было оценено, что плотность частиц достаточно велика для обоснования применимости гидродинамики. Рассмотрим продольное расширение системы (эффекты поперечного расширения обсуждаются

в [52, 53, 58, 70]). Уравнения движения (4) рассматриваются в системе координат с линейным элементом (координаты светового конуса)

$$ds^2 = -d\tau^2 + \tau^2 d\eta^2 + dy^2 + dz^2, \quad (82)$$

где координаты Минковского получаются обратным преобразованием:

$$t = \tau \operatorname{ch} \eta; \quad x = \tau \operatorname{sh} \eta. \quad (83)$$

Предполагается, что начальная скорость $u^i = \gamma (1, v, 0, 0)$ определена соотношением $v = x/t$. Этот факт выражает инвариантность начального распределения по отношению к лоренцеву преобразованию в x -направлении [90], что отражает предполагаемую инвариантность по быстроте в центральной области. Тогда в переменных светового конуса скорость $u^i = (1, 0, 0, 0)$. Непосредственно из уравнения (26) следует, что [90]

$$\frac{de}{d\tau} + (e + P)/\tau = 0. \quad (84)$$

Это уравнение и определяет продольное расширение системы. Учет диссипативных эффектов выполнен в [43] *.

Равновесный конфайнмент. Для релятивистского газа глюонов и безмассовых кварков с уравнением состояния $P = -B + (37\pi^2/90) T^4$ решение уравнения (84) записывается как

$$T = T_0 (\tau_0/\tau)^{1/3}, \quad \tau s = \text{const}. \quad (85)$$

Предполагая, что плазма преобразуется в чисто пионное состояние [$P = (\pi^2/30) T^4$], равновесный переход при $T = T_c$ происходит за время

$$\tau_f - \tau_0 = \frac{34}{3} \tau_0 (T_0/T_c)^3, \quad (86)$$

где T_0 — начальная температура; τ_0 — момент времени, при котором начинается динамическое расширение. Уравнения (85) и (86) означают, что плазма проводит большую часть времени в смешанной фазе, тогда как стадия чистой плазмы сравнительно коротка. Поскольку в равновесной смеси скорость звука равна нулю, поперечное разрежение не может проникать вовнутрь системы и возмущать продольное движение. Поэтому большинство признаков плазменного состояния относится к переходной стадии.

Замедленный переход в состояние конфайнмента. Время перехода к конфайнменту в случае неравновесного фазового перехода возрастает. Рассмотрим сначала простую модель перехода при $T = \text{const}$.

* Оригинальная работа Бьёркена [90] относится к нулевой барионной плотности в центральной области быстрой, т. е. $n = 0$. Недавние исследования [67] показали, однако, что барионный заряд разлетается по всей области быстрой. В этом случае барионная плотность определяется уравнением непрерывности (27) как $n = \text{const}$.

Уравнение (84) приводит к

$$\tau_f = \tau_i \left(\frac{e_1 - B}{e_2} \right)^\varepsilon; \quad \varepsilon = \frac{4(e_1 - e_2 - B)}{3(e_1 - e_2)}, \quad (87)$$

где τ_i (τ_f) — момент начала (окончания) перехода. Увеличение энтропии в сопутствующем элементе объема

$$\xi \equiv \frac{s_f}{s_i} \Big|_{c.v} = \frac{s_2 \tau_f}{s_1 \tau_i} = \frac{e_2}{e_1 - B} \left(\frac{e_1 - B}{e_2} \right)^\varepsilon. \quad (88)$$

Из этих уравнений можно видеть, что 20%-ное переохлаждение системы приводит к увеличению энтропии в 2,5 раза и удлинению времени перехода с $\tau_f \sim 12\tau_i$ до $\tau_f \sim 30\tau_i$.

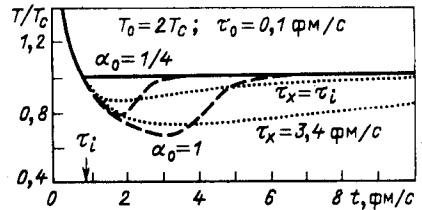
Чтобы прояснить возможные эффекты переохлаждения, воспользуемся релаксационным законом (55) с

$$\left. \begin{aligned} x_{\text{eq}} &= \frac{e - e_2(T_c)}{e_1(T_c) - e_2(T_c)} && \text{для } e \geq e_2; \\ x_{\text{eq}} &= 0 && \text{для } e < e_2. \end{aligned} \right\} \quad (89)$$

Развитие температуры во времени показано на рис. 16 для двух значений времени релаксации.

Чтобы сравнить результаты, полученные в приближении времени релаксации, с классической картиной нуклеации (57), необходимо

Рис. 16. Эволюция температуры в продольно расширяющейся центральной области быстрой при $x = 0$ (и $\tau = t$): сплошная линия — равновесный переход; точечные линии — приближение времени релаксации (указаны значения релаксационного времени τ_x); пунктирные линии — классическая теория нуклеации (указаны значения параметра поверхностного натяжения α_0)



задать закон скорости роста фазы $v(T)$. Выбираем форму, известную из материаловедения и воспроизводящую предельные случаи $v(T_c) = 0$ и $v(0) = 1$:

$$v(T) = 1 - \exp \{k(T - T_c)/T_c\}, \quad k = 6. \quad (90)$$

Результаты сравнения представлены также на рис. 16. Видно, что при классическом рассмотрении повторный нагрев намного сильнее, чем в случае приближения релаксационного времени. Только в случае очень малой скорости роста обе модели приводят к близким результатам. Эти примеры показывают, что приближение времени релаксации, рассматриваемое как одна из простейших реалистических моделей неравновесного перехода, является в данном случае хорошим инструментом для описания обсуждаемых явлений. (Это приближение, однако, неприменимо к космологическим переходам.) По-

верхностное натяжение, оцениваемое в [49] как $\alpha \sim (80 \text{ МэВ})^3$, приводит к сравнительно небольшому переохлаждению (порядка 5—10%), сопровождаемому пренебрежимо малым увеличением энтропии. Недавние исследования [52, 53, 58] указывают на важность эффекта расширения системы в поперечном направлении. Общая схема численного решения гидродинамических уравнений встречает серьезные трудности [10], когда используется сложное уравнение состояния. Поэтому упомянутые выше методы не учитывают в уравнении состояния возможность фазового перехода деконфайнмента. Подход, описанный в приложении Б, позволяет применить изложенный в приложении А метод лагранжевых координат к описанию зарядово-симметричной центральной области быстрот.

Образование барионно-насыщенной плазмы. Так как в ультрарелятивистских столкновениях ядра проходят сквозь друг друга, они могут сжаться и разогреться. Предварительные оценки энергии, накапливаемой в ядре [85], дают надежду, что ядро может испытать фазовый переход. Этот процесс нельзя описать в рамках одножидкостной модели, так как обе фазы могут различаться во время всего столкновения.

Ниже будем использовать двухжидкостную модель. Если разность быстрот ядра-мишени и налетающего ядра $\eta - \bar{\eta}$ настолько велика, что частицы не успевают остановиться, то барионный заряд любой из двух жидкостей сохраняется:

$$(nu^i)_{,i} = (\bar{n}\bar{u}^i)_{,i} = 0. \quad (91)$$

Здесь величины с чертой относятся к жидкости налетающего ядра. Частицы мишени и ядра-снаряда могут обмениваться только энергией и импульсом. Поэтому уравнение (4) можно обобщить:

$$T^{ik}_{,k} = F^i; \quad \bar{T}^{ik}_{,k} = \bar{F}^i. \quad (92)$$

Сила F^i возникает за счет связи между двумя жидкостями и должна вычисляться с помощью релятивистского уравнения Больцмана. Приближенно можно получить [95, 96]

$$F^i = -\bar{F}^i = D\bar{n}\bar{n}(u^i - \bar{u}^i). \quad (93)$$

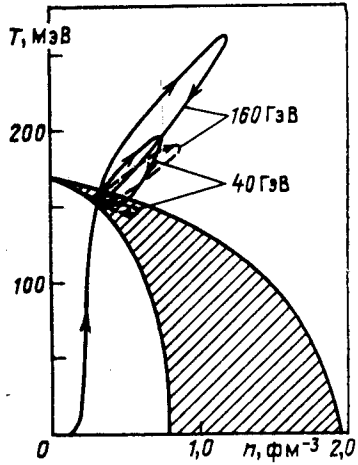
Из-за асимметрии по отношению к перестановке скоростей u^i и \bar{u}^i полные энергия и импульс двух жидкостей сохраняются. Коэффициент D в уравнении (93) можно выразить через элементарные сечения взаимодействия частицы с частицей и переданный продольный импульс [95, 96]:

$$D = (\sigma_{el} \langle p_{\parallel} \rangle_{el} + \sigma_{inel} \langle p_{\parallel} \rangle_{inel}). \quad (94)$$

С одной стороны используя упругую часть, приведенную в работе [96], и оценивая вклады неупругого взаимодействия как $\langle p_{\parallel} \rangle_{inel} = m_t \langle n_{\pi} \rangle / \eta$, где $\langle n_{\pi} \rangle$ — число рожденных пионов с поперечной массой $m_t = 0,4 \text{ ГэВ}$, получим коэффициент D как плавно растущую

Рис. 17. Траектории состояния материи в центре тяжелой мишени, пересекаемой ультрарелятивистским ядром при двух энергиях столкновения:

сплошные линии — $\tau = 1$ фм/с, штриховые линии — $\tau = 0,1$ фм/с; область сосуществования фаз заштрихована



функцию энергии, достигающую значения $D = 2,5$ ГэВ·фм² в ультрарелятивистском пределе. С другой стороны, анализ данных о тормозной способности протонов с энергией 100 ГэВ приводит к значению $D = 1,2$ ГэВ·фм².

Уравнение (94) не учитывает энергию, накапливаемую в безбарионной плазме, возникающей между удаляющимися ядрами при энергии столкновения $E/A > 50$ ГэВ. Для феноменологического учета таких процессов можно ввести дополнительный член

$$\tilde{P}^i = \tilde{D} (u^i - w^i), \tag{95}$$

где w^i — средняя скорость двух жидкостей, определяемая средней быстротой $\eta_w = (\eta + \bar{\eta})/2$. В общем случае \tilde{D} не является локальной функцией.

На рис. 17 показаны результаты расчета с $D = 1,2$ ГэВ·фм², полученные в геометрии «слой на слой», введенной в разд. 5, для энергий E/A , равных 40 и 160 ГэВ. В предположении быстрого процесса превращения ($\tau = 0,1$ фм/с) материя достигает максимального сжатия, превышающего соответственно в 4 и 6 раз нормальную плотность в ядрах, причем почти вся материя преобразуется в кварковую. Значения полученных плотностей существенно меньше предсказанных при одножидкостных расчетах (см. для сравнения рис. 12). Для большего релаксационного времени ($\tau = 1$ фм/с) материя оказывается сжатой намного сильнее, однако в момент наивысшего сжатия только небольшая часть материи (около 25%) подвергается фазовому переходу. Во время стадии расширения и охлаждения, следующей за стадией сжатия, перегретая материя непрерывно изменяется и при сравнительно низких плотностях (порядка $2,5n_0$) достигается состояние, близкое к состоянию чистой кварковой материи. При дальнейшем развитии наступает стадия адронизации, подобная описанной для одножидкостной модели. Наши гидродинамические оценки приводят к несколько большей плотности энергии, чем оценки, основанные на рассмотрении рождения и поглощения вторичных частиц [85]. Во время существования плазменного состояния нейтральные по цвету частицы, такие, как фотоны или лептоны, могут, рассеиваясь, вылетать из объема реакции. В приложении В описан метод, пригод-

ный для оценки потока частиц, истекающих из системы. Эта схема была уже применена в связи с проблемой испускания пионов в РСТИ при не слишком высоких энергиях.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе мы предложили рассматривать столкновение тяжелых ионов при релятивистских энергиях методами гидродинамики. Было продемонстрировано, что эти методы в комбинации с термодинамикой весьма подходят для описания коллективных эффектов типа фазовых переходов. Особое внимание в рамках этого подхода было уделено фазовому переходу деконфайнмента, приводящего к образованию кварк-глюонной плазмы.

Релятивистская гидродинамика является вполне установленной теорией, формализм которой основан на сохранении локальной энергии, импульса и барионного заряда. Общие основы гидродинамики и связь с кинетической теорией были обсуждены прежде, чем применить ее к РСТИ. Следует, однако, помнить, что распространение методов гидродинамики на РСТИ является идеализацией физической ситуации: из-за малости ядерной системы ожидаются существенные флуктуации в индивидуальных столкновениях; возможны отклонения от локального равновесия, обусловленные кинетическими эффектами; неучтенные эффекты анизотропии, конечного размера системы и поверхностные эффекты могут конкурировать с влиянием объемных свойств материи.

Мы показали большую гибкость гидродинамических методов. С помощью уравнения состояния могут быть рассмотрены совершенно различные среды, транспортные коэффициенты учитывают отклонение от равновесия, мультикомпонентный формализм позволяет понять прохождение одного ядра через другое, а стоковые члены описывают потоки частиц, уходящих из объема реакции.

Нами представлена здесь новая схема решения гидродинамических уравнений для случая симметричного столкновения, которая весьма удобна при компьютерных расчетах даже с включением сложного уравнения состояния.

Основной нашей задачей является рассмотрение перехода к деконфайнменту в центральных РСТИ при энергиях в лабораторной системе координат порядка 10 ГэВ/нуклон в рамках однокомпонентной одномерной гидродинамики. Очевидно, что это и есть простейший подход. Поскольку его легко реализовать, он может рассматриваться как подходящий сценарий для сравнения со всеми другими, более изощренными подходами. Среди первоочередных задач следует отметить необходимость включения боковых потоков, прозрачности и тормозной способности ядер, а также рассмотрения асимметричных столкновений и полной трехмерной гидродинамики. Что касается этих важных эффектов, то предсказанные пороговые энергии для возбуждения кварк-глюонных степеней свободы в ядерной материи

должны рассматриваться как нижняя граница, которая к тому же недостаточно определена из-за незнания детального поведения уравнения состояния (особенно мешковой константы и коэффициента ядерной сжимаемости). Но даже с учетом этих недостатков наши результаты указывают на необходимость включить в рассмотрение динамику фазового перехода деконфайнмента. Все вычисления, использующие только статические свойства одной фазы, могут в лучшем случае только предсказать, что пересечение фазовой пограничной линии действительно имеет место при определенных условиях, но они не позволяют предсказать, что произойдет с материей и какова динамическая обратная связь.

В динамическом подходе мы исследовали запаздывающий переход деконфайнмента и идеализацию фронта ударной волны. Некоторые общие результаты относятся ко времени жизни плазмы, температуре, плотности и энтропии, степени однородности и картине потоков. Предсказание выхода адронов из плазмы [59, 98] лежит вне области применения гидродинамики. Наш перечень сигналов появления плазмы включает изменение коллективного потока, усиление флуктуаций, коррелированных с увеличением энтропии из-за эффектов роста пузырьков и (для частных уравнений состояния) появления двойной ударной волны.

Для полноты изложения приводим ниже сигналы, по которым плазму можно отличить от обычного ядерного фейрбола:

а) энтропия: из-за большого числа возбужденных степеней свободы энтропия в плазме существенно выше [57], неравновесный фазовый переход еще более увеличивает энтропию [91];

б) коллективный поток: фазовый переход заметно влияет на поток [61, 97];

в) спектры фотонов и лептонных пар: скорость образования и форма спектров в плазме отличаются от соответствующих величин для ядерного фейрбола [100];

г) выходы адронов: особый интерес представляют странные частицы и странные античастицы, а также антиядра, которые с большей вероятностью образуются в плазме [59, 98];

д) флуктуации: кинетика «пузырьков» в ходе адронизации может привести к характерным флуктуациям по быстрой частоте;

е) p_T -распределение: распределение по среднему поперечному импульсу как функция плотности числа частиц должно становиться более пологим или выходить на плато, что свидетельствует о фазовом переходе [99];

ж) пионные корреляции [102];

з) возбуждение ядер-остатков [101].

Представляется, что в настоящее время только комбинация различных измерений позволит идентифицировать плазму, поскольку каждый из вышеупомянутых сигналов имеет конкурента из фоновых событий и обычного ядерного фейрбола. Полученные результаты вселяют надежду на возможность образования кварк-глюонной плазмы.

мы в ходе РСТИ. Эти надежды основываются на использовании методов гидродинамики, которые оказались весьма полезным инструментом в описании довольно сложных столкновений тяжелых ядер уже при энергиях ускорителей в Дубне и Беркли.

Многие результаты, представленные в этом обзоре, получены в сотрудничестве с Л. П. Чернаи. Авторы глубоко признательны ему за советы во время совместной работы. Авторы благодарны также В. Д. Тонееву за полезные замечания, сделанные при подготовке этой работы.

П Р И Л О Ж Е Н И Е А

ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ В СОПУТСТВУЮЩЕЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

В разд. 1 и 2 мы представили фундаментальные уравнения гидродинамики. При применении соответствующего формализма римановой геометрии эти уравнения приводятся к общековариантной форме и, следовательно, справедливы в произвольной системе координат. Однако для нахождения решения этих уравнений необходимо выбрать конкретную систему. Есть два очевидных кандидата.

1. Система центра масс столкновения (из которой можно перейти в лабораторную систему с помощью преобразования Лоренца). Это есть инерциальная система координат, поэтому метрический тензор g_{ik} является тензором пространства-времени Минковского, а все ковариантные производные становятся частными производными. (В случае необходимости возможно введение цилиндрических или полярных координат.)

2. Сопутствующая система координат. Здесь поле скоростей становится тривиальным, но метрический тензор нетривиален, поскольку поток не является инерциальным.

В принципе, эти две координатные системы открывают одинаковые возможности, тем не менее с практической точки зрения существуют некоторые различия. Сопутствующая система является более подходящей, поскольку в этой системе изменения характеризующих жидкость величин минимальны.

Выберем сопутствующую (или лагранжеву) систему координат и ограничимся плоскосимметричными и сферическими конфигурациями, которые являются стандартным приближением для высокоэнергетических столкновений тяжелых ионов. Детали формализма будут опубликованы в другой работе [84], здесь же отметим наиболее важные моменты для элемента жидкости, необратимость эволюции которой учтена лишь через объемную вязкость.

Рассмотрим единственное непрерывное и регулярное векторное поле с верхними индексами u^i . Тогда всегда существует такое регулярное преобразование координат типа (2), с помощью которого можно получить новые координаты:

$$u^i = \delta_0^i. \quad (A.1)$$

Остальные свободные преобразования

$$x^{0'} = x^0 + f(x^\alpha); \quad x^{\alpha'} = x^\alpha; \quad \alpha = 1, 2, 3. \quad (A.2)$$

Начнем с линейного элемента и поля скоростей:

$$\left. \begin{aligned} ds^2 &= -e^{2\varphi} dT^2 + e^{2\lambda} dY^2 + g_{RS} dx^R dx^S, \\ \varphi &= \varphi(T, Y), \quad \lambda = \lambda(T, Y); \\ g_{IK} &= g_{IK}(T, Y, x^I), \quad I = 2, 3; \\ u^i &= (u^T(T, Y), u^Y(T, Y), 0, 0). \end{aligned} \right\} \quad (A.3)$$

Это случай плоскосимметричного потока, где Y измеряется в направлении пучка, $\varphi = \lambda = 0$, $g_{22} = g_{33} = 1$, $g_{23} = 0$. Аналогично для сферической задачи, где Y есть радиальная координата, $\varphi = \lambda = 0$, $g_{22} = Y^2$, $g_{33} = Y^2 \sin^2 \theta$, $g_{23} = 0$. Тогда движение частиц можно описать параметрическим образом как

$$T = T(t, r); Y = Y(t, r); x^A = x_0^A = \text{const}, \quad (\text{A.4})$$

где r и x^A обозначают отдельные частицы или массовые элементы, тогда как t характеризует эволюцию системы. Используя t , r и x_0^A в качестве новых координат, получим [84]

$$\left. \begin{aligned} ds^2 &= -e^{-2\Phi} dt^2 + e^{2\Lambda} dr^2 + g_{RS} dx^R dx^S; \\ \Lambda &= \Lambda(t, r), \Phi = \Phi(t, r); \\ u^i &= (e^{-\Phi}, 0, 0, 0). \end{aligned} \right\} \quad (\text{A.5})$$

Эта форма сохраняется при следующих преобразованиях:

$$\tilde{t} = \tilde{t}(t); \tilde{r} = \tilde{r}(r); \tilde{x}^A = \tilde{x}^A(x^B). \quad (\text{A.6})$$

Таким образом, поле скоростей становится тривиальным, поскольку неизвестные функции входят в геометрию. Угловые члены в ds^2 принимают вид

$$g_{RS} dx^R dx^S = \tilde{Y}^2(t, r) (d\theta^2 + \Sigma^2(\theta) d\varphi^2). \quad (\text{A.7})$$

Для сферической симметрии $\Sigma(\theta) = \sin \theta$, тогда как для плоскосимметричного случая $\Sigma(\theta) = \theta$ и $\tilde{Y} = 1$. В этой системе координат гидродинамические уравнения (25) — (27) можно переписать в виде

$$\dot{W} - P\dot{n}/n^2 = 0; \quad \Phi' = P'/(e + P); \quad n = N_0 B e^{-\Lambda} \tilde{Y}^{-2}. \quad (\text{A.8})$$

Здесь точкой обозначены производные по времени, запятой — производные по r ; N_0 — константа интегрирования; $B = 1/4\pi$ для сферической симметрии и $1/F$ для плоской симметрии (F — поверхность модельного ядра); наконец, W — удельная энергия в единицах энергии покоя нуклона. Если существует объемная вязкость, то P необходимо заменить \tilde{P} :

$$\tilde{P} = P - \zeta u^i{}_{;i}, \quad (\text{A.9})$$

где ζ — коэффициент объемной вязкости. Есть еще и другие уравнения, выражающие тот факт, что метрика (A.5) плоская [т. е. эквивалентны уравнению (1)]. Используя эти уравнения совместно с (A.8) для новых величин u и Γ , определенных в сферическом случае как

$$u = e^{-\Phi} \dot{\tilde{Y}}; \quad \Gamma = e^{-\Lambda} \tilde{Y}, \quad (\text{A.10})$$

можно получить следующие соотношения:

$$e^{-\Phi} \dot{u} = -4\pi \Gamma \tilde{Y}^2 \tilde{P}' / \tilde{w}; \quad \Gamma = \sqrt{1 + u^2}. \quad (\text{A.11})$$

Здесь \tilde{w} — безразмерная энтальпия:

$$\tilde{w} = (e + \tilde{P}) / m_{\pi n} \quad (\text{A.12})$$

$$u \Phi' e^{\Phi} = \dot{\Gamma} e^{\Lambda}. \quad (\text{A.13})$$

Плотность частиц легко найти из (А.8), переписав его в виде

$$n = \frac{1}{4\pi} \frac{\Gamma N_0}{\tilde{Y}_2 \tilde{Y}'} \quad (\text{А.14})$$

Для плоскосимметричного случая можно воспользоваться уравнением (А.4) для координаты Y вместо \tilde{Y} и снова получить подстановкой $4\pi \tilde{Y}^2 \rightarrow F$ первое из уравнений (А.11) вместе с соотношением

$$u' e^\Phi = e^\Lambda \dot{\Lambda} \Gamma \quad (\text{А.15})$$

и, таким образом, опять уравнения (А.13), (А.14).

Настоящие уравнения решаются с помощью разностной схемы, подробно описанной в [71, 84]. Важно отметить, что эволюционные уравнения в лагранжевых координатах допускают соответствующее взвешивание всех величин. Тогда структура уравнений имеет вид $\{A(t + \Delta t)\} = \{B(t)\}$ с $\{A\} = (u, Y)$, и величина $\{B(t)\}$ может быть вычислена непосредственно из $\{A(t)\}$ с помощью остальных алгебраических уравнений. Другие схемы, применяемые для решения гидродинамических уравнений, основаны на использовании смешанных эйлеровых и лагранжевых координат (см. [93, 94]), в случае сложных уравнений состояния они требуют много машинного времени.

П Р И Л О Ж Е Н И Е Б ЗАРЯДОВО-СИММЕТРИЧНЫЙ СЛУЧАЙ

Формализм, представленный в приложении А, использует плотности частиц в явном виде, поэтому он не может быть непосредственно применен в тех случаях, когда термодинамическое описание не содержит частичных степеней свободы (т. е. когда нет сохранения частиц, за исключением, может быть, зарядово-симметричной смеси частиц с античастицами). Одним из таких очень важных случаев является центральная область быстрот в высокоэнергетических ядродерных столкновениях [85].

Поскольку возможность гидродинамического описания этой области весьма привлекательна [90], необходимо расширить формализм таким образом, чтобы он включал в себя и эту ситуацию. Это нетрудно сделать в отсутствие необратимостей, когда энтропия является величиной сохраняющейся

$$(su^i)_{;i} = 0. \quad (\text{Б.1})$$

Теперь вместо частной системы с термодинамическим потенциалом

$$s = s(e) \quad (\text{Б.2})$$

(где s — плотность энтропии) можем определить новую систему как

$$\tilde{e} = e; \quad n = C s; \quad \tilde{s} = \tilde{s}(\tilde{n}, \tilde{e}) = s(e) \chi(n/s). \quad (\text{Б.3})$$

Если C — безразмерная постоянная, то динамическое поведение этой новой системы остается тем же самым, что и у предшествующей ($\tilde{P} = P$) [87]. Здесь χ — произвольная (положительная) функция, действительное значение которой принимается постоянным в силу второго уравнения (Б.3).

Таким образом, вводится «ложная» частица, которая сохраняется согласно (Б.1). В общем случае это ложное число не равняется числу реальных частиц, за исключением частиц пренебрежимо малой массы [87].

П Р И Л О Ж Е Н И Е В

С Т О К О В Ы Е Ч Л Е Н Ы

На некоторых стадиях расширения системы может происходить прямое испускание частиц. В этом случае, строго говоря, в материи отсутствует единственное поле скоростей, так что гидродинамический формализм не совсем обоснован. Несмотря на это, иногда такая объемная эмиссия может быть моделирована с помощью несохраняющихся членов. Рассмотрим сначала однокомпонентную систему, разделив ее на две подсистемы: частицы, остающиеся в заданном (расширяющемся) объеме, и частицы, покидающие систему. Поскольку ни ток частиц, ни тензор энергии-импульса первой подсистемы не сохраняются, можно записать

$$(nu^i)_{;i} = -qn, \quad (B.1)$$

где q — скорость потери частиц, которая в простейшей модели есть величина постоянная.

Далее, для T^{ij} существует также векторный член потери. Предполагая, что каждая испускаемая частица уносит с собой некоторые средние значения импульса и энергии, можно получить

$$T^{ij}_{;j} = -qT^{ij}u_j \quad (B.2)$$

(подробности приведены в [84]). После этого, переписав гидродинамические уравнения (23), (24), можно получить измененные уравнения баланса частиц и энергии:

$$\dot{n} + n^r{}_{;r} = -qn; \quad \dot{\epsilon} + (\epsilon + P) u^r{}_{;r} = -qe. \quad (B.3)$$

Уравнение для ускорения при этом не изменяется (здесь точкой обозначается $u^r \nabla_r$). После этого можно опять ввести объемную вязкость и повторить выкладки приложения А.

Из-за отсутствия единственности значения скоростного поля лагранжевы координаты неудобны для описания потери барионов. Для небарионных потерь такой проблемы нет. Для дальнейших обсуждений см. [88].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Iwanenko D., Kurtgelaidze D. E. // Nuovo cimento Lett. 1969. Vol. 2. P. 13—16; Itoh N. // Prog. Theor. et Phys. 1970. Vol. 44. P. 291—292.
2. Collins J. C., Perry M. J. // Phys. Rev. Lett. 1975. V. 34. P. 1353—1356; Chapline G., Nauenberg M. // Phys. Rev. 1977. Vol. D16. P. 450—456; Baym G., Chin S. A. // Phys. Lett. 1976. Vol. 62B. P. 241—243; Keister B. D., Kisslinger L. S. // Phys. Lett. 1976. Vol. 64B. P. 117—120; Freedman B. A., McLerran L. // Phys. Rev. 1977. Vol. D16. P. 1130—1146; 1147—1169; Phys. Rev. 1978. Vol. D17. P. 1109—1122.
3. Chin A. S. // Phys. Lett. 1978. Vol. 78B. P. 552—555.
4. Chapline G., Kerman A. Lawrence Livermore Laboratory Report UCL-80737, 1978.
5. Kapusta J. // Nucl. Phys. 1979. Vol. 148. P. 461—498.
6. Kalashnikov D. K., Klimov V. V. // Phys. Lett. 1979. Vol. 88B. P. 328—330.
7. Shuryak E. V. // Phys. Rep. 1980. Vol. 61. P. 71—158.
8. Stöcker H., Graebner G., Maruhn J. A., Greiner W. // Z. Phys. 1980. Vol. A295. P. 401—402.
9. Stöcker H., Graebner C., Maruhn J. A., Greiner W. // Phys. Lett. 1980. Vol. 95B. P. 192—197.
10. Stöcker H., Greiner W. // Phys. Repts. 1986. Vol. 137. P. 277—392; Strotman D., Clare R. B. // Phys. Repts. 1986. Vol. 141. P. 177—280.

11. Беленький С. З., Ландау Л. Д. // УФН. 1955. Т. 56. С. 309—348; Nuovo cimento Suppl. 1956. Vol. 3. P. 15—31; Ландау Л. Д. // Изв. АН СССР. 1953. Т. 17. С. 51—64.
12. Quark Matter '84. Lecture Notes in Physics, Vol. 221/Ed. K. Kajantie. Springer Verlag, Berlin. 1985; Cleymans J., Gavai R. V., Suhonen E. // Phys. Repts. 1986. Vol. 130. P. 217—292.
13. Müller B. The Physics of the Quark-Gluon Plasma. Lecture Notes in Physics, Vol. 225. Springer, Berlin, Heidelberg. 1985.
14. Jacob M., Tran Than Van J. (Eds.) // Phys. Rep. 1982. Vol. 88. P. 321—413.
15. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1953.
16. Misner C. W., Thorn K. S., Wheeler J. A. Gravitation. San Francisco. J. Wiley and Sons, 1982. (имеется перевод: Мизнер Ч., Торн К., Уилер Дж. М.: Мир. 1977. Т. 1—3).
17. Csernai L. P., Lukacs B. // Acta Phys. Pol. 1984. Vol. B15. P. 149—155.
18. Taub A. H. Relativity Theory and Astrophysics. Vol. 1/Ed. J. Ehlers // Amer. Math. Soc. Providence, R. I., 1967.
19. Черников Н. А. // ДАН СССР. 1957. Т. 112. С. 1030—1032; 1957. Т. 114. С. 530—532; Acta Phys. Pol. 1963. Vol. 23. P. 629—635; Phys. Lett. 1963. Vol. 5. P. 115—117.
20. Ehlers J. // Proc. Intern. School «Enrico Fermi». 1971. Vol. 47. P. 1—152; Ehlers J. // Relativity, Astrophysics and Cosmology/Ed. W. Israel, D. Reidel. Publ. Co., Dordrech-Boston. 1973. P. 1—152.
21. Grad H. // Handbuch der Physik XII. Theorie der Gase/Ed. S. Flügge. Springer. 1967.
22. Likács B., Martinás K., Pacher T. // Astron. Nachr. 1986. Vol. 307. P. 171—177.
23. Lukács B., Martinás K. KFKI-Budapest, report, KFKI-1984—25, ps. 24.
24. Ахизер А. И., Палетминский С. В. Методы статистической физики. М.: Наука, 1977.
25. Hall G. S., Arab J. // Sci. and Engng. 1984. Vol. 9. P. 87—93.
26. Reed T. M., Gubbins K. E. Applied Statistical Mechanics. Thermodynamic and Transport Properties of Fluids, McGraw-Hill, Inc. 1972.
27. Landsberg P. T. Thermodynamics. N. Y.: Interscience Publ. 1961; Callen H. B. Thermodynamics. N. Y.: J. Wiley. 1960.
28. Day B. D. // Rev. Mod. Phys. 1978. Vol. 50. P. 495—521.
29. Barranco M. G., Buchler J. R. // Phys. Rev. 1980. Vol. C22. P. 1729—1737; 1981. Vol. C24. P. 1191—1202; Röpke G., Münchow L., Schulz H. // Nucl. Phys. 1982. Vol. A379. P. 536—552; Phys. Lett. 1982. Vol. 110B. P. 21—24.
30. Friedman B., Pandharipande V. R. // Nucl. Phys. 1981. Vol. A361. P. 502—520; Friedman B., Pandharipande V. R., Usmani Q. N. // Nucl. Phys. 1981. Vol. A372. P. 483—495.
31. Walecka J. D. // Ann. Phys. 1974. Vol. 83. P. 491—529; Phys. Lett. 1975. Vol. 59B. P. 109—112; Boguta J., Bodmer A. R. // Nucl. Phys. 1971. Vol. A292. P. 413—429.
32. Reinhard H., Schulz H. // Nucl. Phys. 1985. Vol. A432. P. 630—645.
33. Celik T., Engels J., Satz H. // Phys. Lett. 1983. Vol. 129B. P. 323—327; Fucio F., Solomon S. // Phys. Lett. 1984. Vol. 149B. P. 387—390; Polonyi J. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 644—647.
34. Harris J. W., Bock R. K., Brockmann R. e. a. // Phys. Lett. 1985. Vol. 153B. P. 377—381; Stock R., Bock R., Brockmann R. e. a. // Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49B. P. 1236—1239.
35. Sano M., Gyulassy M., Wakai M., Kitazoe Y. // Phys. Lett. 1985. Vol. 156B. P. 27—32.
36. Hasenfratz P., Horgan R. R., Kuti J., Richard J. M. // Phys. Lett. 1980. Vol. 94B. P. 401—404.
37. Kälman C. G. // Phys. Lett. 1984. Vol. 134B. P. 363—367.
38. De Groot S. R., Mazur P. Non-equilibrium Thermodynamics. Amsterdam: North-Holland Publ. Co. 1962.

39. Neugebauer G. *Relativistische Thermodynamik*. Berlin: Akademie-Verlag 1980.
40. Hiscock W. A., Lindblom L. // *Ann Phys. N. Y.* 1983. Vol. 151. P. 466—496; Israel W., Stewart J. M. // *Ann. Phys. N. Y.* 1979. Vol. 118. P. 341—372.
41. Buchwald G., Csernai L., Maruhn J. A. e. a. // *Phys. Rev.* 1981. Vol. C24. P. 135—143.
42. Danielewics P. // *Phys. Lett.* 1984. Vol. 146B. P. 168—175.
43. Danielewics P., Gyulassy M. // *Phys. Rev.* 1985. Vol. D31. P. 53—62; Hosa-ya A., Kajantie K. // *Nucl. Phys.* 1985. Vol. B250. P. 666—688.
44. Montvay I., Zimanyi J. // *Nucl. Phys.* 1979. Vol. A316. P. 490—508.
45. Csernai L. P., Lukács B. // *Phys. Lett.* 1983. Vol. 132B. P. 295—298.
46. *Nucleation Phenomena*, Elsevier/Ed. A. C. Zettelmoyer. Amsterdam, 1977.
47. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. *Статистическая физика*. М.: Наука, 1964.
48. Linde A. D. // *Nucl. Phys.* 1983. Vol. B216. P. 421—445; Coleman S. // *Phys. Rev.* 1977. Vol. D15. P. 2929—2936.
49. Reinhardt H., Dang B. V. // *Phys. Lett.* 1986. Vol. 173. P. 473—479; Fahri E., Jaffe R. L. // *Phys. Rev.* 1984. Vol. D30. P. 2379—2390.
50. Steinhart P. // *Phys. Rev.* 1982. Vol. D25. P. 2074—2085.
51. Gyulassy M., Kajantie K., Kurki-Suonio H., McLerran L. // *Nucl. Phys.* 1984. Vol. B237. P. 477—501.
52. Baym G., Friman B. L., Bloizot G. P. e. a. // *Nucl. Phys.* 1983. Vol. A407. P. 541—570.
53. Glendenning N. K., Matsui T. // *Phys. Lett.* 1984. Vol. 141B. P. 419—423.
54. Csernai Z. P. // *Phys. Rev.* 1984. Vol. D29. P. 1945—1953.
55. Kämpfe B. // *J. Phys.* 1983. Vol. G9. P. 1487—1496.
56. Stöcker H. // *Nucl. Phys.* 1984. Vol. A418. P. 587c—601c.
57. Friman B. L., Baym G., Blaizot J. P. // *Phys. Lett.* 1983. Vol. 132B. P. 291—294.
58. Duvall G. E., Graham R. A. // *Rev. Mod. Phys.* 1977. Vol. 49. P. 523—580.
59. Kämpfer B., Barz H. W., Münchow L., Lukács B. // *Acta Phys. Pol.* 1986. Vol. B17. P. 685—707.
60. Taub A. // *Phys. Rev.* 1948. Vol. 74. P. 328—334.
61. Barz H. W., Csernai L. P., Kämpfer B., Lukács B. // *Phys. Rev.* 1985. Vol. D32. P. 115—122.
62. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. *Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений*. М.: Наука, 1966.
63. Galitskij V. M., Mishustin I. N. // *Phys. Lett.* 1978. Vol. 72B. P. 285—288.
64. Graebner C. Thesis, University Frankfurt/Main. 1985. P. 112.
65. Gyulassy M. // *Nucl. Phys.* 1983. Vol. A400. P. 31c—41c; Gyulassy M. // *Proc. Intern. Conf. on High Energy Nucl. Physics, Balatonfüred, Hungary, Juni 1983.* P. 489—494.
66. Barton D. S., Brandenburg G. W., Busza W. e. a. // *Phys. Rev.* 1983. Vol. D27. P. 2580—2599; Busza W., Goldhaber A. S. // *Phys. Lett.* 1984. Vol. 139B. P. 235—238; Hwa R. C. // *Phys. Rev. Lett.* 1984. Vol. 52. P. 492—495; Csernai L. P., Kapusta J. // *Phys. Rev.* 1984. Vol. D29. P. 2664—2665; Csernai L. P., Kapusta J. // *Phys. Rev.* 1985. Vol. D31. P. 2795—2799; Hüfner K., Klar A. // *Phys. Lett.* 1984. Vol. 145B. P. 167—170.
67. Daté S., Gyulassy M., Sumiyoshi H. // *Phys. Rev.* 1985. Vol. D32. P. 619—636.
68. Bethe H. Theory of Shock waves for an Arbitrary Equation of State, Office of Scientific Research and Development report. No 545. 1942., ps. 25.
69. Chapline G. F. // *Proc. of 7-th High Energy Heavy Ion Study. GSI Darmstadt, Oct. 1984.* GSI-85-10, 1985. P. 45—66.
70. Hwa R. C. // *Phys. Rev.* 1985. Vol. D32. P. 637—644.
71. Van Riper K. A. // *Astrophys. J.* 1979. Vol. 232. P. 558—572.
72. Reinhardt H., Dang B. V., Schulz H. // *Phys. Lett.* 1986. Vol. 159B. P. 161—166; Kuti J., Lukács B., Polonyi J., Szachanyi K. // *Phys. Lett.* 1980. Vol. 95B. P. 75—79; Gorenstein M. I., Lipskikh S. I., Zinovjev G. M. // *Z. Phys.* 1984. Vol. C22. P. 189—196; Ilgenfritz E. M., Kripfganz J. // *Z. Phys.* 1985. Vol. C29. P. 77—82;

- Blaschke D., Reinholz F., Röpke G., Kremp D.//Phys. Lett. 1985. Vol. 151B. P. 439—443; Kämpfer R., Schulz H., Horowitz C. J.//Ann Phys. 1984. Vol. 41. P. 291—297; Hagedorn R., Rafelski//J. Phys. Lett. 1980. Vol. 97B. P. 136—142.
73. Biro T. S., Zimányi J.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A395. P. 525—538.
74. Randrup J.//Nucl. Phys. 1979. Vol. A314. P. 429—453.
75. Bertsch G., Cugnon J.//Phys. Rev. 1981. Vol. C24. P. 2514—2520.
76. Gudima K. K., Toneev V. D., Röpke G., Schulz H.//Phys. Rev. 1985. Vol. C32. P. 1605—1611.
77. Stöcker H.//J. Phys. 1984. Vol. G10. P. L111—L117.
78. Siemens P. J., Kapusta J. I.//Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 43. P. 1486—1489.
79. Biro T., Barz H. W., Lukács B., Zimányi J. KFKI Budapest, report KFKI-90. 1984, ps. 18.
80. Sato H., Tazaki K.//Phys. Lett. 1981. Vol. 98B. P. 153—157.
81. Röpke G., Schmidt M., Münchow L., Schulz H.//Nucl. Phys. 1983. Vol. A399. P. 587—602.
82. Csernai L. P.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 639—642.
83. Csernai L. P., Barz H. W.//Z. Phys. 1980. Vol. A296. P. 173—180.
84. Kämpfer B., Lukács B.//Acta Phys. Hung. 1986. Vol. 61. P. 151—163.
85. Ashetty R., Kohler P., McLerran L.//Phys. Rev. 1983. Vol. D22. P. 2793—2804.
86. Kogut J. B., Matsuoka Y., Stone M. e. a.//Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 51. P. 869—872; Kogut J. B., Sinclair D. K. Preprint University of Illinois ILL-(TH)-8-46, ps. 43.
87. Lukács B., Martinás K.//Acta Phys. Slov. 1986. Vol. 36. P. 86—96.
88. Barz H. W., Csernai L. P., Greiner W.//Phys. Rev. 1982. Vol. C26. P. 740—743.
89. Николаев Н. Н.//ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 162—219.
90. Bjorken J. D.//Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 140—151.
91. Barz H. W., Kämpfer B., Lukács B., Csernai L. P.//Phys. Rev. 1985. Vol. C31. P. 268—270.
92. Baum G.//Phys. Lett. 1984. Vol. 138B. P. 18—22; Kajantie K., Matsui T.//Phys. Lett. 1985. Vol. 164B. P. 373—378.
93. Harlow F., Amsden A. A., Nix J. R.//J. Compt. Phys. 1976. Vol. 20. P. 119—129.
94. Рошаль А. С., Русских В. Н.//ЯФ. 1981. Т. 33. С. 1520—1528.
95. Amsden A., Goldhaber A., Harlow F., Nix J.//Phys. Rev. 1977. Vol. C17. P. 2080—2096.
96. Ivanov Y., Mishustin I., Satarov L.//Nucl. Phys. 1985. Vol. A433. P. 713—742.
97. Kämpfer B., Barz H. W., Csernai L. P. UMTNP-115, 1984, ps. 17.
98. Koch P., Müller B., Rafelski J.//Phys. Rep. 1986. Vol. 142. P. 169—262; Heinz U., Subramanian P. R., Greiner W.//Z. Phys. 1984. Vol. A318. P. 247—248.
99. Van Hove L.//Phys. Lett. 1982. Vol. 118B. P. 138—140; Friman B., Kajantie K., Ruuskanen P. V. HU-TFT-85-21, ps. 37.
100. Domokos G., Goldman J. I.//Phys. Rev. 1981. Vol. D23. P. 203—213; Kajantie K., Miettinen H. I.//Z. Phys. 1981. Vol. C9. P. 341—346; Chin S. A.//Phys. Lett. 1982. Vol. 119B. P. 51—56.
101. Raha S., Weiner R. M., Wheeler J. W.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 138—140.
102. Lopez J. A., Parikh J. C., Siemens P. J.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 1216—1218; Kapusta J. I.//Phys. Lett. 1984. Vol. 134B. P. 233—236.
103. Kämpfer B., Barz H. W., Lukács B. KFKI-report-85-77, ps. 19.
104. Barz H. W., Kämpfer B., Csernai L. P., Lukács B.//Phys. Lett. 1984. Vol. 143B. P. 334—337.