

## Определение характеристик состояний ядер при изучении функции угловой корреляции конечных частиц и $\gamma$ -квантов

*Н. С. Зеленская, И. Б. Теплов*

Научно-исследовательский институт ядерной физики МГУ, Москва

Предполагается и теоретически обосновывается метод определения спиновых характеристик состояний ядер, основанный на экспериментальном измерении функции угловой корреляции вылетающих частиц и  $\gamma$ -квантов, испускаемых конечным ядром в возбужденном состоянии со спином  $J_f$  при переходе в основное состояние, в различных плоскостях регистрации  $\gamma$ -квантов относительно плоскости реакции. Показано, что этот метод дает уникальную возможность восстановления спиновой матрицы плотности в переходах с  $J_f = L$  ( $L$  — мультипольность  $\gamma$ -перехода). Найдено минимальное число плоскостей, в которых необходимо измерить функцию угловой корреляции, чтобы полностью определить матрицу плотности. Выведены формулы, связывающие компоненты спин-тензоров матрицы плотности с поляризационными характеристиками четно-четных ядер. Полученные с помощью этого метода экспериментальные значения компонентов спин-тензоров матрицы плотности, заселенностей под-состояний и ориентаций тензорных операторов сравниваются с теоретическими спиновыми характеристиками, рассчитанными в рамках метода искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия.

A method is proposed and theoretically substantiated for finding the nuclear state spin parameters from measuring the angular correlation function of emitted particles and of gamma-quanta emitted by an excited-state final nuclei with spin  $J_f$  in its ground state in different planes of gamma-quantum detections with respect to reaction plane. The method has been shown to offer a unique opportunity of restoring the spin density matrix in the transitions with  $J_f = L$  ( $L$  is gamma-transition multipolarity). The minimum number of the planes in which the angular correlation function has to be measured to restore the density matrix has been found. The formulas relating the density matrix spin-tensor components to the polarization characteristics of even-even nuclei are derived. The experimental density matrix spin-tensor components, substate populations, and tensor operator orientations obtained by the proposed method are compared with the spin characteristics calculated in terms of the distorted-wave method with finite interaction range.

### ВВЕДЕНИЕ

Изучение структуры ядер с помощью ядерных реакций позволило получить значительную информацию о свойствах состояний различных ядер. В последние годы, в связи с существенным улучшением экспериментальных методов измерения, в частности с увеличением интенсивности пучков поляризованных частиц, большое внимание

уделяется изучению магнитных подсостояний, поскольку знание характеристик таких подсостояний позволяет получить новую информацию о свойствах ядер на качественно более высоком уровне.

Обычно предполагают, что заселенность невозмущенных подсостояний описывается распределением Больцмана:

$$P(M) \sim \exp \left[ -\frac{\mu H}{kT} \frac{M}{J} \right],$$

где  $\mu$  — магнитный момент ядра;  $H$  — условное внешнее поле;  $T$  — абсолютная температура. За исключением случая очень сильных полей (таких, как в ферромагнетиках) и очень низких температур магнитная энергия  $\mu H M/J$  пренебрежимо мала по сравнению с энергией  $kT$  теплового движения. В результате экспоненциальный множитель в  $P(M)$  близок к единице, а заселенность подсостояний с разными  $M$  близка к равномерной. В случае ядерной реакции, когда угловое распределение продуктов реакции носит анизотропный характер, заселенность подсостояний конечного ядра отличается от однородной, т. е. конечное ядро оказывается частично или полностью выстроенным или поляризованным. Распад такого состояния конечного ядра также будет происходить анизотропно, и угловые зависимости сечений вылета продуктов реакции, а также их поляризационные характеристики будут определяться степенью заселенности подсостояний конечного ядра.

Традиционный метод изучения заселенностей — исследование поляризации продуктов реакции. Вопросы, связанные с изучением поляризационных явлений в ядерной физике, детально изложены в [1]. Не меньший объем информации о свойствах магнитных подсостояний может быть в принципе получен при изучении функции угловой корреляции конечных частиц (т. е. вероятности излучения одной из частиц в направлении  $\mathbf{n}_1$ , в то время как другая вылетает в направлении  $\mathbf{n}_2$ ), даже если конечное ядро, образованное в реакции, не фиксируется. Сама ядерная реакция при изучении таких процессов играет двойную роль. С одной стороны, она может являться поляризатором конечных частиц или ядер, так что, исследуя магнитные подсостояния, мы изучаем эту поляризацию. С другой — реакция может быть анализатором или детектором поляризации падающих частиц, если она дает угловую корреляцию, зависящую от этой поляризации.

При экспериментальном изучении угловых корреляций можно регистрировать совпадения в определенном угловом интервале либо каскадных  $\gamma$ -квантов, испускаемых конечным ядром при переходе в основное состояние ( $\gamma$  —  $\gamma$ -корреляции), либо конечных частиц — продуктов реакции (корреляции частица — частица), либо конечных частиц и  $\gamma$ -кванта (корреляции частица —  $\gamma$ -квант). Теоретический аппарат анализа всех типов угловых корреляций практически одинаков, за исключением небольших модификаций тензора эффективности регистрации продуктов реакции. Этот теоретический аппарат для

анализа угловых корреляций и поляризации в ядерных реакциях изложен в обзоре Гольдфарба [2].

Наиболее подробно изучены  $\gamma$  —  $\gamma$ -корреляции, экспериментальное исследование которых позволило определить большое число характеристик возбужденных состояний ядер (спины, четности, вероятности электромагнитных переходов и т. д.). Теория  $\gamma$  —  $\gamma$ -корреляций в каскадных процессах представлена в обзорных работах Биденхарна и Розе [3] и Фрауэнфельдера [4]. В ряде работ [5, 6] исследуется искажение  $\gamma$  —  $\gamma$ -корреляций внутриядерными возмущающими полями. Такие искажения позволяют получить дополнительные сведения об электрических моментах возбужденных состояний ядер.

Изучение угловых корреляций между продуктами ядерных реакций, в принципе, дает существенно больший объем информации о свойствах возбужденных состояний ядер по сравнению с тем, который извлекается при изучении  $\gamma$  —  $\gamma$ -корреляций. Это обстоятельство связано с тем, что в ядерных реакциях даже при умеренных энергиях неприменимо длинноволновое приближение, т. е. матричный элемент перехода, в отличие от случая  $\gamma$  —  $\gamma$ -корреляций, чувствителен и к структуре состояния конечного ядра, и к механизму реакции.

Экспериментально корреляции типа частица — частица детально изучены в работах А. А. Оглобина с сотр. [7]. Эти исследования позволили с достоверностью обнаружить наличие кластерных состояний в ядрах при достаточно больших энергиях возбуждения.

Значительное количество и теоретических, и экспериментальных работ посвящено исследованию угловых корреляций между частицами — продуктами реакции и  $\gamma$ -квантами, испускаемыми конечным ядром при переходе из возбужденного в основное состояние. Экспериментальные исследования таких корреляций в основном развиваются по ряду направлений: корреляционные эксперименты с протонами, нейтронами и дейтронами относительно низких энергий (до 10 МэВ) [8—15], с протонами, образованными в реакциях срыва ( $d, p$ ) [16, 17], и экспериментальное изучение функции угловой корреляции и заселенностей магнитных подсостояний в реакциях с участием неполяризованных частиц относительно больших (десятки мегаэлектрон-вольт) энергий [18—32]. Теоретический анализ подобных экспериментов, в частности анализ заселенностей подсостояний, представляет большой интерес, поскольку такие величины априори должны быть более чувствительны к механизму реакции и структуре состояния ядра, чем дифференциальное сечение.

В большинстве теоретических работ, посвященных анализу частица —  $\gamma$ -квант корреляционных экспериментов, матричный элемент реакции рассчитывается в модели составного ядра. Имеется прекрасный обзор Шелдона [33], в котором в рамках этой модели формулируется ряд общих теорем о заселенностях подсостояний для неупругого рассеяния неполяризованных частиц со спином  $1/2$  (на-

пример, в реакциях спин-флипа) и бесспиновых частиц на четно-четных ядрах с возбуждением уровня  $2^+$ . В работе [12] в этой модели рассчитаны параметры функции угловой корреляции в реакции  $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha'\gamma)^{12}\text{C}$ . В недавних теоретических работах [34], выполненных в ЛИЯФ, в модели составного ядра рассчитаны заселенности подсосостояний уровня  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в неупругом рассеянии поляризованных нейтронов на ядрах углерода.

Значительная часть корреляционных экспериментов [18—32] типа частица —  $\gamma$ -квант относится к достаточно высокой энергии падающих частиц, так что для их интерпретации необходимо использовать модели прямых ядерных взаимодействий при расчете матричного элемента реакции. К сожалению, обзорные работы по анализу угловых корреляций — продуктов прямых ядерных реакций — отсутствуют. В ряде работ теоретический анализ корреляционных экспериментов в прямых реакциях проводится в рамках метода связанных каналов. В работе [26] с помощью этого метода анализируются параметры функции угловой  $\alpha$  —  $\gamma$ -корреляции в реакции  $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha'\gamma)^{12}\text{C}$  с  $E_\alpha = 42$  МэВ. В работе [35] группы физиков из Ленинградского университета метод связанных каналов используется для расчета заселенностей подсосостояний уровня  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , экспериментально найденных в работах [34, 35]. В [36] этот метод применен для расчета функции угловой  $p$  —  $\gamma$ -корреляции в неупругом рассеянии протонов с  $E_p = 13$  МэВ на  $^{112}\text{Ga}$ . Большое число работ посвящено теоретическому анализу угловых корреляций в прямых реакциях в рамках стандартного метода искаженных волн (МИВ) с нулевым радиусом взаимодействия. Угловые  $p$  —  $\gamma$ -корреляции в реакциях срыва  $d, p$  в рамках МИВ обсуждаются в [37]. В [38] метод искаженных волн с нулевым радиусом взаимодействия использован для анализа  $p$  —  $\gamma$ -корреляций в реакции  $^{12}\text{C}(p, p'\gamma)^{12}\text{C}$ , в [39] подобный анализ для более высокой энергии протонов проведен в импульсном приближении. В работах [40, 41] параметры функции угловой корреляции рассмотрены для реакций  $(\alpha, y'\gamma)$  в плосковолновом приближении для механизмов кластерного срыва, замещения и срыва тяжелой частицы и показано, что такие механизмы не могут объяснить особенности поведения параметров функции угловой корреляции, например, угла ее симметрии в зависимости от угла вылета конечных частиц  $y$ . В [29, 42] для объяснения этих особенностей предложено использовать механизмы реакции, учитывающие запаздывание во взаимодействии, в частности, наиболее простые из них, иллюстрируемые четырехугольной диаграммой.

Однако ни в одной из перечисленных работ, посвященных изучению функции угловой корреляции, не исследуется вопрос о том, какое число параметров полностью определяет спиновые характеристики возбужденного состояния ядра и могут ли эти параметры, в принципе, быть найдены при изучении функции угловой корреляции конечная частица —  $\gamma$ -квант. Настоящий обзор, основанный на работах [43—50], выполненных в последние годы в НИИЯФ МГУ, посвя-

щен рассмотрению функции угловой корреляции именно с этой точки зрения. Конкретно в обзоре рассматриваются следующие вопросы.

1. Определение матрицы плотности возбужденного состояния конечного ядра, образованного в ядерной реакции  $A(x, y)B^*$ , нахождение числа независимых параметров, характеризующих матрицу плотности, для конкретных типов реакций.

2. Определение функции угловой корреляции, ее параметризация, связь параметров матрицы плотности и функции угловой корреляции.

3. Восстановление матрицы плотности данного состояния ядра при измерении функции угловой корреляции в различных плоскостях регистрации  $\gamma$ -квантов относительно плоскости реакции.

4. Определение поляризационных характеристик возбужденных состояний ядер и ориентаций различных тензорных операторов.

5. Теоретические расчеты матрицы плотности и поляризационных характеристик возбужденных состояний ядер в прямых реакциях методом искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия.

#### 1. СПИНОВАЯ МАТРИЦА ПЛОТНОСТИ И ЕЕ ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ СИСТЕМ

Понятие матрицы плотности было впервые введено в теоретической физике [51] для описания статистических концепций в квантовой механике, поскольку метод матрицы плотности позволяет рассматривать все квантовомеханические состояния, как полностью, так и неполностью определенные. Общая теория матрицы плотности и ее применения изучалась многими авторами. Мы здесь не будем рассматривать все аспекты концепции матрицы плотности, отсылая интересующихся к монографии Блума [52], содержащей детальный анализ формализма матрицы плотности. Более того, мы здесь ограничимся рассмотрением матрицы плотности специфических систем, опуская общие квантовомеханические определения матрицы плотности.

Сформулируем здесь лишь те из этих определений, которые будут важны для нас в дальнейшем [52—54].

1. Матрица плотности  $\rho(M, M')$  — это положительно определенная эрмитова матрица:

$$\rho(M, M')^* = \rho(M', M), \quad (1)$$

удовлетворяющая условию нормировки

$$\text{Sp } \rho(M, M') = \text{const}. \quad (2)$$

2. Среднее значение любой физической величины  $\mathbf{T}$  в состоянии, описываемом матрицей плотности  $\rho(M, M')$ , дается формулой

$$T_{\text{cp}} = \text{Sp } (\rho \mathbf{T}) / \text{Sp } \rho. \quad (3)$$

3. Положительная определенность оператора  $\rho(M, M')$  означает, что все собственные значения  $\rho(M, M)$  матрицы плотности неотрицательны, при этом

$$\sum_M \rho(M, M) = \text{Sp } \rho. \quad (4)$$

Будем рассматривать процессы следующего типа:

$$x + A \rightarrow y + B^* \rightarrow y + B + \gamma \quad (5)$$

и изучать функцию угловой корреляции  $W(\Omega_y, \Omega_\gamma)$  конечных частиц  $y$  и  $\gamma$ -квантов, испускаемых конечным ядром  $B^*$  при переходе из состояния со спином  $J_f$  в основное состояние со спином  $J_0$ . Если даже начальная система не обладала никакой ориентацией (поляризация всех начальных частиц равна нулю), после испускания частицы  $y$  ядро  $B^*$  оказывается ориентированным относительно направления  $\Omega_y$  вылета конечных частиц. В результате угловое распределение  $\gamma$ -квантов, а вместе с ним и  $W(\Omega_y, \Omega_\gamma)$ , оказывается анизотропным по отношению к  $\Omega_y$ .

При исследовании функции угловой корреляции мы регистрируем совпадения только конечных частиц и  $\gamma$ -квантов. Другими словами, лишь некоторые из большого числа степеней свободы, характеризующих систему в целом, представляют для нас интерес. В общем случае [52] невозможно построить волновую функцию, зависящую от переменных только тех частиц, которые регистрируются экспериментально (и не зависящую от переменных остальных частиц). Для описания подобных систем необходимо использовать аппарат матрицы плотности.

Согласно общей теории [52—54], спиновая матрица плотности  $\rho_{J_f}(M_f, M'_f)$  состояния ядра  $B^*$  со спином  $J_f$  определяется следующим соотношением:

$$\rho_{J_f}(M_f, M'_f) = \sum_{\substack{M_x, M'_x, M_A, M'_A \\ M_y, M'_y}} \rho_{J_x}(M_x, M'_x) \times \\ \times \rho_{J_A}(M_A, M'_A) \mathbf{T}_{ij, M_x M_A M_y M_f}^{J_x J_A J_y J_f}(\Omega_y) \mathbf{T}_{ij, M'_x M'_A M'_y M'_f}^{* J_x J_A J_y J_f}(\Omega_y), \quad (6)$$

где  $\rho_{J_x}(M_x, M'_x)$  ( $\rho_{J_A}(M_A, M'_A)$ ) — спиновая матрица плотности падающих частиц (начального ядра), а величины  $\mathbf{T}_{ij, M_x M_A M_y M_f}^{J_x J_A J_y J_f}(\Omega_y)$  представляют собой матричный элемент перехода в реакции  $A(x, y)B^*$ . Иногда матричный элемент перехода в состояние  $|J_f M_f\rangle$  будет обозначаться просто  $\mathbf{T}_{M_f}(\Omega_y)$ , а индексы  $J_x, J_A, J_y, J_f, M_x, M_A, M_y$  будут опускаться.

Если спиновые матрицы плотности падающих частиц и начального ядра удовлетворяют условию нормировки:

$$\text{Sp } \rho_{J_f}(M_x, M'_x) = 1; \text{ Sp } \rho_{J_A}(M_A, M'_A) = 1, \quad (7)$$

то матрица плотности (6) нормирована на дифференциальное сечение реакции

$$\text{Sp } \rho_{J_f} (M_f, M_f') = d\sigma/d\Omega. \tag{8}$$

Спиновые матрицы плотности начальных частиц определяются состоянием их поляризации. В случае неполяризованных падающих частиц и мишеней

$$\rho_{J_x} (M_x, M_x') = \frac{\delta_{M_x M_x'}}{2J_x + 1}; \quad \rho_{J_A} (M_A, M_A') = \frac{\delta_{M_A M_A'}}{2J_A + 1}. \tag{9}$$

В случае, если начальная система обладает поляризационными свойствами, соответствующая матрица плотности выражается через тензоры поляризации системы. В частности, если спин частицы (или начального ядра) равен 1/2, то

$$\rho = 1/2 (\hat{I} + P\hat{\sigma}), \tag{10}$$

где  $\hat{\sigma}$  — спиновые матрицы Паули, а величина  $P$  характеризует степень поляризации частиц, при этом согласно условию нормировки (7):

$$0 \leq P \leq 1, \tag{11}$$

причем при  $P = 1$  состояние полностью поляризовано, а при  $P = 0$  поляризация отсутствует.

Рассмотрим, какое число независимых параметров характеризует матрицу плотности (6) ядра в состоянии со спином  $J_f$ . Очевидно, что  $\rho_{J_f} (M_f, M_f'; \Omega_y)$  представляют собой квадратную матрицу размерности  $(2J_f + 1)$  с общим числом комплексных элементов  $(2J_f + 1)^2$ . Из определения (3) вытекает, что диагональные элементы матрицы плотности вещественны, а действительные и мнимые части недиагональных элементов связаны соотношениями симметрии:

$$\text{Re } \rho_{J_f} (M_f, M_f') = \text{Re } \rho_{J_f} (M_f', M_f); \tag{11a}$$

$$\text{Im } \rho_{J_f} (M_f, M_f') = -\text{Im } \rho_{J_f} (M_f', M_f). \tag{11b}$$

В результате число вещественных параметров, характеризующих матрицу плотности в состоянии со спином  $J_f$  в самом общем случае, определяется выражением  $(2J_f + 1)^2$ \*. Однако в реальных физических системах, обладающих той или иной степенью симметрии, не все эти параметры являются независимыми.

Для выяснения вопроса о связи независимых параметров матрицы плотности со свойствами симметрии системы удобно рассматривать не саму матрицу плотности, а ее спин-тензоры  $\rho_{k\lambda} (\Omega_y)$  — коэффи-

\* Поскольку любая матрица плотности удовлетворяет условию нормировки (2), число истинно независимых ее параметров равно:  $(2J_f + 1)^2 - 1 = 4J_f(J_f + 1)$ . В дальнейшем мы везде будем приводить число параметров матрицы плотности с включением условия нормировки, подразумевая при этом, что число ее независимых параметров на единицу меньше.

циенты разложения матрицы плотности  $\rho_{J_f}(M_f, M'_f; \Omega_y)$  по полному набору неприводимых тензорных операторов  $\hat{\mathbf{T}}_{k\kappa}(J_f)$  ранга  $k$  ( $0 \leq k \leq 2J_f$ ):

$$\rho_{J_f}(M_f, M'_f; \Omega_y) = \sum_{k=0}^{2J_f} \sum_{\kappa=-k}^k \rho_{k\kappa}(\Omega_y) \langle M_f | \hat{\mathbf{T}}_{k\kappa}(J_f) | M'_f \rangle. \quad (12)$$

Согласно общим определениям (см., например, [1, 52, 54]), матричный элемент неприводимого тензорного оператора  $\hat{\mathbf{T}}_{k\kappa}(J_f)$  в состоянии со спином  $J_f$  дается выражением

$$\langle M_f | \hat{\mathbf{T}}_{k\kappa}(J_f) | M'_f \rangle = \frac{1}{\sqrt{2J_f+1}} (-1)^{J_f-M_f} \langle J_f M_f J_f - M'_f | k\kappa \rangle. \quad (13)$$

Подставляя определение (13) в (12), получаем

$$\rho_{J_f}(M_f, M'_f; \Omega_y) = \frac{1}{\sqrt{2J_f+1}} \sum_{k\kappa} (-1)^{J_f-M_f} \langle J_f M_f J_f - M'_f | k\kappa \rangle \rho_{k\kappa}(\Omega_y). \quad (14)$$

Домножим равенство (14) на  $(-1)^{J_f-M_f} \langle J_f M_f J_f - M'_f | k\kappa \rangle$  и просуммируем по  $M_f, M'_f$ . В результате для спин-тензоров получим определение

$$\rho_{k\kappa}(\Omega_y) = \sqrt{2J_f+1} \sum_{M_f M'_f} (-1)^{J_f-M_f} \langle J_f M_f J_f - M'_f | k\kappa \rangle \rho_{J_f}(M_f, M'_f; \Omega_y), \quad (15)$$

$$\text{Sp } \rho_{J_f}(M_f, M'_f) = \rho_{00}(\Omega_y). \quad (15a)$$

Спин-тензоры нечетного ранга ( $k = 1, 2, 3 \dots$ ) принято называть тензорами поляризации, а четного ранга ( $k = 0, 2, 4 \dots$ ) — тензорами выстроенности.

Из эрмитовости матрицы плотности (1) вытекает следующее соотношение:

$$\rho_{k\kappa}^*(\Omega_y) = (-1)^\kappa \rho_{k-\kappa}(\Omega_y), \quad (16)$$

которое означает, что в самом общем случае (т. е. в случае ядерных реакций с участием поляризованных частиц и с регистрацией поляризации конечных частиц) компоненты  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  с  $\kappa = 0$  вещественны, а действительные и мнимые части  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  с  $\kappa \neq 0$  связаны соотношениями [ср. с (11)]:

$$\text{Re } \rho_{k\kappa}(\Omega_y) = (-1)^\kappa \text{Re } \rho_{k-\kappa}(\Omega_y); \quad (17a)$$

$$\text{Im } \rho_{k\kappa}(\Omega_y) = -(-1)^\kappa \text{Im } \rho_{k-\kappa}(\Omega_y). \quad (17b)$$

В результате для каждого  $k$  число вещественных параметров, определяющих спин-тензоры  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$ , равно  $(2k+1)$ . Полное число параметров, которое характеризует спин-тензоры  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  со всеми



возможными  $k$ , очевидно, задается суммой:

$$N_{\rho} = \sum_{k=0, 1, 2}^{2J_f} (2k+1) = (2J_f+1)^2. \quad (18)$$

Если система взаимодействующих частиц не находится во внешнем поле, в системе имеет место инвариантность по отношению к обращению времени (в реакции участвуют неполяризованные частицы и неполяризованные мишени). В этом случае число параметров, характеризующих матрицу плотности, или ее спин-тензоров можно определить из следующих соображений [36]. Если ось квантования  $z$  направлена вдоль пучка падающих частиц, матричный элемент реакции с неполяризованными начальными частицами удовлетворяет условию

$$\begin{aligned} \mathbf{T}_{if, -M_x}^{J_x J_A J_y J_f}{}_{-M_A - M_y - M_f}(\vartheta_y) &= (-1)^{J_A - J_f + J_x - J_y} \times \\ &\times (-1)^{M_A - M_f + M_x - M_y} \mathbf{T}_{if, M_x}^{J_x J_A J_y J_f}{}_{M_A, M_y, M_f}(\vartheta_y). \end{aligned} \quad (19)$$

Соотношение (19) приводит, очевидно, к следующему ограничению на  $\rho_{k\kappa}(\vartheta_y)$ :

$$\rho_{k\kappa}(\vartheta_y) = (-1)^k \rho_{k\kappa}^*(\vartheta_y) \quad (20)$$

(угол  $\vartheta_y$  отсчитывается в плоскости реакции от оси  $z$ ).

Условие (20) означает, что в реакциях с участием неполяризованных частиц, когда ось квантования  $z$  совпадает с направлением импульса падающих частиц, спин-тензоры матрицы плотности с четным  $k$  — вещественны, а с нечетными — чисто мнимы. В результате для каждого  $k$  число параметров спин-тензора равно  $(k+1)$ , а полное число

$$N_{\rho} = \sum_{k=1, 2, 3 \dots}^{2J_f} (k+1) = (2J_f+1)(J_f+1). \quad (21)$$

Если ось квантования  $z$  для таких реакций перпендикулярна плоскости реакции, то изменение проекции спина ядра  $M_f - M_f = \kappa$  должно иметь четность, равную  $k$  (теорема Бора [55]). Число комплексных компонент  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  с такими проекциями для каждого  $k$  равно  $(k+1)$ . Учитывая связь (11), а также тот факт, что компонента  $\rho_{k0}(\Omega_y)$  всегда вещественна, нетрудно получить, что число вещественных параметров, определяющих  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$ , с заданным  $k$  вновь равно  $(k+1)$ , т. е. не зависит от выбора оси квантования. Отсюда полное число вещественных параметров матрицы плотности вновь задается выражением (21).

Если в реакциях с неполяризованными начальными частицами не регистрируется поляризация конечных частиц, система обладает плоскостью симметрии и спин-тензоры  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  должны быть инвариантны относительно отражения в этой плоскости. Такое требование

приводит к условию [54]:

$$\rho_{k\kappa}(\Omega_y) = (-1)^k \rho_{k\kappa}(\Omega_y), \quad (22)$$

т. е. в таких системах только  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  с четными  $k$  отличны от нуля. Отметим, что в системах координат с осью  $z$  вдоль падающего пучка для реакций с неполяризованными частицами и без регистрации поляризации конечных частиц  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  с четными  $k$  вещественны и их проекции  $\kappa$  принимают любые значения от  $-k$  до  $k$ . В системах координат с осью  $z$ , перпендикулярной плоскости реакции, для таких реакций  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  с четными  $k$  комплексны, а проекции  $\kappa$  могут принимать только четные значения. В результате полное число параметров, характеризующих матрицу плотности или ее спин-тензоры, для таких реакций определяется следующим образом:

$$\text{Целые } J_f: N_\rho = \sum_{k=0, 2, 4, \dots}^{2J_f} (k+1) = (J_f + 1)^2. \quad (23)$$

$$\text{Полуцелые } J_f: N_\rho = \sum_{k=0, 2, 4, \dots}^{2J_f-1} (k+1) = (J_f + 1/2)^2. \quad (24)$$

В табл. 1 приведено число вещественных параметров  $N_\rho$ , определяющих матрицу плотности ядра (или ее спин-тензоры) в состоянии со спином  $J_f$  в зависимости от способов образования и регистрации этого состояния. Видно, что  $N_\rho$  резко возрастает с увеличением спина  $J_f$ .

Таблица 1. Число вещественных параметров  $N_\rho$  матрицы плотности состояния ядра со спином  $J_f$  в зависимости от  $J_f$  и от способов образования этого состояния [50]

$J_f$	1/2	1	3/2	2	5/2	3	7/2
Реакции с участием поляризованных частиц с регистрацией поляризации	4	9	16	25	36	49	64
Реакции с неполяризованными частицами с регистрацией поляризации	3	5	10	15	21	28	36
Реакции с неполяризованными частицами без регистрации поляризации	1	4	4	9	9	16	16

Это означает, что для состояний ядер с большими спинами измерение только одной величины — дифференциального сечения — дает небольшую часть информации о свойствах этого состояния, которую можно в принципе получить, и необходимы дополнительные эксперименты для полного восстановления матрицы плотности, а тем самым спиновых характеристик ядра. Важно отметить, что экспериментальное измерение заселенностей магнитных подсостояний также

не дает возможности получить весь набор информации о матрице плотности возбужденного состояния. Действительно, такие измерения [с учетом соотношений симметрии (11), (17)] позволяют найти диагональные элементы матрицы плотности (общим числом  $J_f + 1$ ), связанные дополнительно условием нормировки (8). Как следует из табл. 1, только для спина  $s = 1/2$  такой поляризационный эксперимент позволяет полностью определить матрицу плотности. Для спинов  $s \geq 1$  необходимо искать другие экспериментальные методы с целью нахождения недиагональных элементов матрицы плотности или соответствующих спин-тензоров. Ниже будет показано, что измерение функции угловой корреляции частица —  $\gamma$ -квант в ряде важных частных случаев дает уникальную возможность найти все параметры матрицы плотности возбужденного состояния конечного ядра, а тем самым определить различные его спиновые характеристики, в том числе и заселенности магнитных подсостояний.

## 2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ФУНКЦИИ УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ КОНЕЧНЫХ ЧАСТИЦ И $\gamma$ -КВАНТОВ. ТЕНЗОР ЭФФЕКТИВНОСТИ РЕГИСТРАЦИИ $\gamma$ -КВАНТОВ

Для определения функции угловой корреляции  $W(\Omega_y, \Omega_\gamma)$  нам необходимо найти вероятность того, что конечная система  $B(J_f) \rightarrow B(J_0) + \gamma$  будет зарегистрирована идеальным прибором, характеризующимся матрицей эффективности  $\epsilon$ . Согласно общим определениям (2):

$$W(\Omega_y, \Omega_\gamma) = \text{Sp}(\rho_{J_f} \epsilon). \quad (25)$$

Определение идеального детектора содержит в себе следующие требования:

1. Чувствительность детектора к одной из характеристик регистрируемых частиц (энергии, импульсу, спину и т. д.) не зависит от его чувствительности к другой характеристике.
2. Эффективность детектора не зависит от энергии частиц.
3. Детектор регистрирует частицы, движущиеся в строго определенном направлении\*.

Введем тензоры спиновой эффективности детектора\*\*:

$$\epsilon_{k\kappa}^{J_f}(\Omega_\gamma, \Omega_0) = \frac{1}{\sqrt{2J_f+1}} \sum_{M_f M_f'} (-1)^{J_f - M_f'} \langle J_f M_f J_f - M_f' | k\kappa \rangle \epsilon_{J_f}(M_f, M_f'). \quad (26)$$

\* Конечно, для реальных детекторов это условие не выполняется, особенно для гамма-детекторов, обладающих достаточно плохим угловым разрешением. Тем не менее в дальнейшем мы будем иметь в виду идеальные детекторы, вводя поправки на конечное разрешение детектора лишь там, где это необходимо.

\*\* Условия нормировки (15) и (26) различаются между собой в силу того, что в (15) мы суммируем по спиновым состояниям ядра  $B$ , поскольку в данном случае оно является конечным ядром [аналогично определяется нормировка в (30)]. В (26) ядро  $B$  является начальной, распадающейся системой, и нам необходимо провести усреднение по его спиновым состояниям.

Тогда, очевидно, соотношение (25) может быть переписано в виде [2, 36, 52, 54]:

$$W(\Omega_y, \Omega_\gamma) = \sum_{k\kappa} \rho_{k\kappa}(\Omega_y) \varepsilon_{k\kappa}^{J_f}(\Omega_\gamma, \Omega_0). \quad (27)$$

Выражения (25) и (27) можно интерпретировать как вероятность того, что система с матрицей плотности  $\rho_{J_f}(M_f, M_f; \Omega_y)$  будет обнаружена детектором, регистрирующим конечные частицы независимо от их энергий и спинов в направлении  $\Omega_y, \Omega_0, \Omega_\gamma$ . Другими словами, (25) и (27) дают наиболее общее определение функции угловой корреляции конечных частиц.

Получим выражения для тензоров эффективности  $\varepsilon_{k\kappa}^{J_f}(\Omega_\gamma, \Omega_0)$ . В силу свойства 1 идеальных детекторов матрица эффективности  $\varepsilon_{J_f}(M_f, M_f)$  должна факторизоваться на части, связанные с матрицами  $\varepsilon_{k_0 k'_0}^{J_0 J'_0}(\Omega_0)$  эффективности регистрации конечного ядра и  $\varepsilon_{k_\gamma k'_\gamma}^{L L'}(\Omega_\gamma; \lambda p, p')$  эффективности регистрации  $\gamma$ -квантов. При этом  $J_0(M_0)$  — спин (его проекция) конечного ядра в основном состоянии;  $L$  — мультипольность излучения  $\gamma$ -кванта,  $\lambda$  — его спиральность, а квантовое число  $p$  различает электрические и магнитные переходы:

$$\left. \begin{aligned} p &= 0 \text{ для } E\lambda\text{-переходов;} \\ p &= 1 \text{ для } M\lambda\text{-переходов.} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Такую факторизацию можно провести, если перейти от представления  $|J_0, L(\lambda p, p')\rangle: J_f M_f\rangle$ , в котором определены тензоры  $\varepsilon_{k\kappa}^{J_f}(\Omega_\gamma, \Omega_0)$ , к представлению  $|J_0 M_0\rangle, |L \lambda p, p'\rangle$ , в котором заданы  $\varepsilon_{k_0 k'_0}^{J_0 J'_0}(\Omega_0)$  и  $\varepsilon_{k_\gamma k'_\gamma}^{L L'}(\Omega_\gamma, \lambda p, p')$ .

Другими словами, нам необходимо от схемы связи моментов

$$(J_0 + L = J_f) + (J'_0 + L' = J_f) = \mathbf{k}$$

перейти к другой схеме связи:

$$(J_0 + J'_0 = \mathbf{k}_0) + (L + L' = \mathbf{k}_\gamma) = \mathbf{k}.$$

Такой переход осуществляется с помощью нормированных  $9j$ -символов. В результате для тензоров эффективности получаем [2, 54]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{k\kappa}^{J_f}(\Omega_\gamma, \Omega_0) &= \sum_{k_0 k'_0 k_\gamma k'_\gamma} \langle k_0 k'_0 k_\gamma k'_\gamma | k\kappa \rangle \times \\ &\times \begin{pmatrix} J_0 & J'_0 & k_0 \\ L & L' & k_\gamma \\ J_f & J_f & k \end{pmatrix} \varepsilon_{k_0 k'_0}^{J_0 J'_0}(\Omega_0) \varepsilon_{k_\gamma k'_\gamma}^{L L'}(\Omega_\gamma, \lambda p, p'). \end{aligned} \quad (29)$$

Поскольку конечное ядро нами не наблюдается, тензор эффективности  $\varepsilon_{k_0 k'_0}^{J_0 J'_0}(\Omega_0)$  может быть представлен в виде

$$\varepsilon_{k_0 k'_0}^{J_0 J'_0}(\Omega_0) = \sqrt{2J_0 + 1} \delta_{k_0 0} \delta_{k'_0 0} \delta_{J_0 J'_0}. \quad (30)$$

Благодаря (30), выражение (29) упрощается и принимает вид

$$\epsilon_{k\lambda}^{J_j}(\Omega_\gamma) = \sum_{LL'} \epsilon_{k\lambda}^{LL'}(\Omega_\gamma, \lambda p, p') w(J_f k J_0 L : J_f L') \sqrt{2J_f + 1}. \quad (31)$$

Найдем выражения для тензора эффективности регистрации  $\gamma$ -квантов  $\epsilon_{k\lambda}^{LL'}(\Omega_\gamma, \lambda p, p')$  через характеристики  $L, \lambda, p$  излучения фотонов. Прежде всего учтем, что собственными векторами  $\gamma$ -кванта являются состояния  $|L\lambda p\rangle$  с определенной проекцией  $\lambda$  на ось  $\mathbf{p}_\gamma$ . Ориентация этой оси в системе координат детектора задана углом  $\Omega_\gamma$ . Поэтому

$$\epsilon_{k\lambda}^{LL'}(\Omega_\gamma, \lambda p, p') = \sum_{\nu} D_{\nu\nu}^k(\Omega_\gamma) C_{k\nu}(pL, p'L'), \quad (32)$$

причем величины  $C_{k\nu}(pL, p'L')$  являются радиационными параметрами тензора эффективности регистрации фотонов в собственной системе излучателя. Радиационные параметры фотона могут быть выражены [56] через коэффициенты

$$\langle L\lambda p | 0\lambda \rangle = \lambda^p \sqrt{\frac{2L+1}{8\pi}} \quad (33)$$

разложения плоской волны фотона  $|0\lambda\rangle$  по мультиполям  $L$  со спиральностью  $\lambda$ . Соответствующее выражение имеет вид [56]:

$$C_{k\nu}(pL, p'L') = \sum_{\lambda\lambda'=\pm 1} (-1)^{L'-\lambda'} \langle \lambda' | \rho_\gamma | \lambda \rangle \times \\ \times \langle L\lambda p | 0\lambda \rangle \langle 0\lambda' | p'\lambda' L' \rangle \langle L\lambda L' - \lambda' | k\nu \rangle. \quad (34)$$

В (34) матрица  $\langle \lambda' | \rho_\gamma | \lambda \rangle$  является матрицей плотности фотона в представлении спиральности. Обычно эту матрицу выражают через параметры Стокса [52]:

$$\langle \lambda' | \rho_\gamma | \lambda \rangle = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 + \eta_2 & -\eta_3 + i\eta_1 \\ -\eta_3 - i\eta_1 & 1 - \eta_2 \end{pmatrix}. \quad (35)$$

Физический смысл параметров Стокса определяется следующим образом [52]:

1. Параметр  $\eta_3$  определяет степень линейной поляризации пучка  $\gamma$ -квантов относительно осей  $x$  и  $y$ :

$$\eta_3 = \frac{I(0^\circ) - I(90^\circ)}{I}. \quad (36)$$

2. Параметр  $\eta_1$  задает степень линейной поляризации относительно двух взаимно перпендикулярных осей, ориентированных под углом  $45^\circ$  к оси  $x$ :

$$\eta_1 = \frac{I(45^\circ) - I(135^\circ)}{I}. \quad (37)$$

3. Параметр  $\eta_2$  характеризует степень циркулярной поляризации  $\gamma$ -квантов:

$$\eta_2 = \frac{I(+)-I(-)}{I}. \tag{38}$$

Из определений (35) — (38) следует, что если пучок  $\gamma$ -квантов не имеет линейной поляризации и равномерно поляризован по кругу (право-левая асимметрия отсутствует), все три параметра Стокса обращаются в нуль, а матрица плотности фотонов — в единичную матрицу.

Вычислим конкретно радиационные параметры (34). Поскольку спиральности  $\lambda, \lambda' = \pm 1$ , для  $C_{k\nu}(pL, p'L')$  возможно два случая: 1)  $\lambda = \lambda' = \pm 1, \nu = 0$ ; 2)  $\lambda = 1, \lambda' = -1$  (или наоборот),  $\nu = \pm 2$ .

Объединяя выражения (33) — (35), для радиационных параметров фотона нетрудно получить [54]:

1.  $\nu = 0$ .

$$C_{k0}(pL, p'L') = \frac{\sqrt{(2L+1)(2L'+1)}}{8\pi} (-1)^{L'-1} \times \\ \times \langle L1L' - 1 | k0 \rangle \{1 + (-1)^f + \eta_2 [1 - (-1)^f]\}, \tag{39}$$

где  $f = L + L' + p + p' + k$ .

2.  $\nu = \pm 2$ .

$$C_{k2}(pL, p'L') = \frac{\sqrt{(2L+1)(2L'+1)}}{8\pi} (-1)^{L'+p'} \times \\ \times \langle L1L'1 | k2 \rangle \{(\eta_3 - i\eta_1) + (\eta_3 + i\eta_1) (-1)^{L+L'+p+p'-k}\}. \tag{40}$$

Подставляя выражения (39), (40) в определения (31), (32), для  $\epsilon_{k\kappa}^{Jf}(\Omega_\nu)$  получаем

$$\epsilon_{k\kappa}^{Jf}(\Omega_\nu) = \frac{\sqrt{(2J_f+1)}}{2\sqrt{4\pi(2k+1)}} \sum_{LL'pp'} \sqrt{(2L+1)(2L'+1)} \times \\ \times g_L(p) g_{L'}(p') w(J_f k J_0 L : J_f L') \times \\ \times [(-1)^{L'+1} \langle L1L' - 1 | k0 \rangle \{1 + (-1)^f + \eta_2 [1 - (-1)^f]\} \mathbf{Y}_{k\kappa}^*(\Omega_\nu) + \\ + (-1)^{L'+p'} \langle L1L'1 | k2 \rangle \sqrt{\frac{2k+1}{4\pi}} \mathbf{D}_{\kappa 2}^k(\Omega_\nu) \times \\ \times \{(\eta_3 - i\eta_1) + (\eta_3 + i\eta_1) (-1)^f\}], \tag{41}$$

где величины  $g_L(p)$  определяются коэффициентами смешивания электромагнитных переходов [36], при этом  $\sum_L g_L^2(p) = 1$ .

Из анализа выражения (41) вытекает, что если мы регистрируем и линейную, и циркулярную поляризацию  $\gamma$ -квантов, тензор  $\epsilon_{k\kappa}^{Jf}(\Omega_\nu)$

является эрмитовым, а число его параметров задается суммой:

$$N_{\rho} = \sum_{k=0, 1, 2}^{k_{\rho}} (2k + 1) = (k_{\rho} + 1)^2, \quad (42)$$

где  $k_{\rho} = \max(2J_f, 2L)$ .

Если мы регистрируем только циркулярную поляризацию  $\gamma$ -квантов ( $\eta_1 = \eta_3 = 0$ ), то тензор  $\varepsilon_{k\lambda}^{Jf}(\Omega_{\gamma})$ , как это следует из (41), является вещественным и определяется числом параметров:

$$N_{\rho} = \sum_{k=0, 1, 2}^{k_{\rho}} (k + 1) = \frac{1}{2} (k_{\rho} + 1)(k_{\rho} + 2). \quad (43)$$

Наконец, если поляризация  $\gamma$ -квантов вообще не регистрируется (все  $\eta_i = 0$ ), то тензор  $\varepsilon_{k\lambda}^{Jf}(\Omega_{\gamma})$  в соответствии с (41) отличен от нуля только для четных значений  $k$  и определяется следующим числом параметров:

$$N_{\rho} = \sum_{k=0, 2, 4}^{k_{\rho}} (k + 1) = \frac{1}{4} (k_{\rho} + 2)^2. \quad (44)$$

Сравнивая выражения (18), (21), (23), (24) для  $N_{\rho}$  с соответствующими выражениями (42) — (44) для  $N_{\rho}$ , нетрудно понять, что при условии

$$k_{\rho} = k_{\rho}; \quad J_f = L = L' \quad (45)$$

спин-тензор  $\varepsilon_{k\lambda}^{Jf}(\Omega_{\gamma})$  характеризуется тем же числом параметров, что и матрица плотности  $\rho_{J_f}(M_f, M_f')$ . Это означает, что измерение  $W(\Omega_{\gamma}, \Omega_{\gamma})$  в реакциях, в которых условие (45) выполняется, позволяет найти все вещественные параметры матрицы плотности ядра в заданном возбужденном состоянии  $J_f$ .

### 3. ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ ФОРМЫ ФУНКЦИИ УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ КОНЕЧНЫХ ЧАСТИЦ И $\gamma$ -КВАНТОВ

В предыдущем разделе мы получили выражения для тензора эффективности регистрации  $\gamma$ -квантов в самом общем случае. Объединяя выражения (27) и (41), нетрудно получить функцию угловой корреляции конечных частиц и  $\gamma$ -квантов. При этом аналитическая зависимость  $W(\Omega_{\gamma}, \Omega_{\gamma})$  от любого из двух углов, определяющих направление вылета  $\gamma$ -кванта, задается явным образом. Это, в свою очередь, означает, что форму функции угловой корреляции (т.е. ее зависимость от одного из углов вылета  $\gamma$ -кванта при другом фиксированном) легко параметризовать. При этом минимальное число точек, в которых необходимо измерять функцию угловой корреляции, будет определяться числом параметров ее формы. В результате время измерения функции угловой корреляции, необходимое для набора требуемой статистики, может быть минимизировано, а тем самым уменьшена трудоемкость корреляционных экспериментов.

До сих пор поляризация  $\gamma$ -квантов в экспериментах по изучению функции угловой корреляции не измерялась, т.е. экспериментальные значения  $W(\Omega_y, \Omega_\gamma)$  связывают между собой  $\rho_{k\kappa}(\Omega_y)$  и  $\epsilon_{k\kappa}(\Omega_y)$  с четными  $k$ , причем каждый из спин-тензоров зависит от  $(J_f + 1)^2$  параметров. В результате из таких экспериментов мы можем получить только ориентационные (но не поляризационные) характеристики ядра  $B^*$  в состоянии  $J_f$ . Тем не менее и такие эксперименты существенно повышают уровень наших знаний о свойствах возбужденных состояний ядер: например, для  $J_f = 2$  в корреляционном эксперименте мы, в принципе, можем получить 9, а для  $J_f = 3$  — 16 параметров, характеризующих данное состояние ядра  $B^*$ . В дальнейшем мы будем рассматривать  $W(\Omega_y, \Omega_\gamma)$  только для реакций без регистрации поляризации  $\gamma$ -квантов.

В целом ряде работ [22, 28, 36, 37, 40, 57—60] рассматривается функция угловой корреляции для важного частного случая: рассеяния бесспиновых частиц или частиц со спином  $1/2$  на четно-четных ядрах с возбуждением уровня  $2^+$ , а также для реакций с образованием четно-четного ядра в таком же состоянии. Снятие возбуждения этого состояния происходит при испускании  $\gamma$ -кванта мультипольности  $E2$ . Для таких реакций матрица плотности, очевидно, характеризуется девятью вещественными параметрами. Однако если  $\gamma$ -квант регистрируется только в одной плоскости относительно плоскости реакции (с заданным азимутальным или полярным углом), мы в принципе не можем найти все эти параметры матрицы плотности, независимо от числа точек измерения, поскольку форма функции угловой корреляции в каждой плоскости зависит лишь от  $(2L + 1)$  параметров, где  $L$  — мультипольность  $\gamma$ -излучения. Поэтому необходимо в общем виде решить задачу о связи параметров формы функции угловой корреляции с параметрами матрицы плотности независимо от модельных представлений о механизме реакции.

Используя выражения (27), (41) и ограничиваясь рассмотрением реакций с неполяризованными частицами при выполнении условия (45), для функции угловой корреляции частица —  $\gamma$ -квант можно получить:

$$W(\Omega_y, \Omega_\gamma) = \sum_{k\kappa} \frac{1 + (-1)^k}{2 \sqrt{4\pi(2k+1)}} \sqrt{2L+1} (-1)^{L+1} \times \\ \times \langle L1L-1 | k0 \rangle u(LkJ_0L : LL) Y_{k\kappa}^*(\Omega_\gamma) \rho_{k\kappa}(\Omega_y). \quad (46)$$

Введем величины:

$$A_{k\kappa}(\Omega_y) = (-1)^{L+1} \sqrt{2L+1} \langle L1L-1 | k0 \rangle \rho_{k\kappa}(\Omega_y). \quad (47)$$

Для  $\kappa = 0$ , например, связь (47) принимает вид:

$$A_{00}(\Omega_y) = \rho_{00}(\Omega_y); \quad A_{20}(\Omega_y) = -\sqrt{\frac{5}{14}} \rho_{20}(\Omega_y); \\ A_{40}(\Omega_y) = -\sqrt{\frac{8}{7}} \rho_{40}(\Omega_y). \quad (48)$$



Сравнивая (7), (15) и (48), получаем

$$A_{00}(\Omega_y) = d\sigma/d\Omega. \quad (49)$$

Учтем, что условие (45) выполняется, как правило, в переходах, когда спин конечного ядра  $J_0 = 0$ . Тогда выражение для функции угловой корреляции принимает вид

$$W(\Omega_y, \Omega_\gamma) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{k\kappa} \frac{1+(-1)^k}{2\sqrt{2k+1}} A_{k\kappa}(\Omega_y) Y_{k\kappa}^*(\Omega_\gamma). \quad (50)$$

Именно такие переходы в реакциях с неполяризованными частицами мы будем рассматривать ниже.

Для дальнейшего преобразования выражения (50) необходимо выбрать определенную систему координат. В качестве базисной

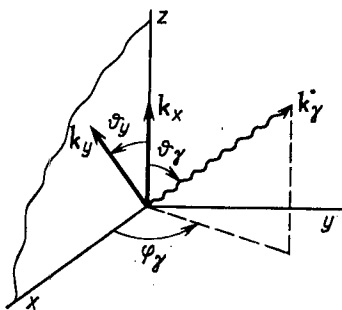


Рис. 1. Координатная система с осью  $z$ , направленной вдоль пучка падающих частиц

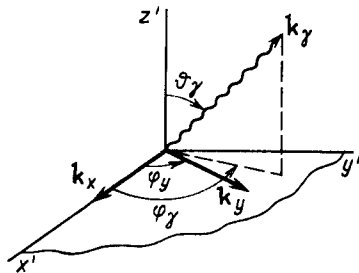


Рис. 2. Координатная система с осью  $z'$ , перпендикулярной плоскости реакции

системы (рис. 1) мы будем использовать систему координат с осью  $z$ , направленной вдоль импульса падающих частиц, а плоскостью реакции — совпадающей с плоскостью  $(x, z)$ . В этой системе координат полярный угол  $\theta_\gamma$  определяет угловое распределение продуктов реакции — частиц  $y$ , в то время как функция угловой корреляции для данной плоскости гамма-детектора (ее направление задается азимутальным углом  $\phi_\gamma$ ) зависит от полярного угла  $\theta_\gamma$ . Такая координатная система оказывается весьма удобной при сравнении обычных и двойных дифференциальных сечений, а также при получении явной зависимости функции угловой корреляции от угла  $\theta_\gamma$ .

В некоторых работах [22, 36, 37, 59, 60] используется другая координатная система, в которой ось  $z'$  перпендикулярна плоскости реакции [плоскости  $(x', y')$ ] (рис. 2). В этом случае полярный угол  $\theta'_\gamma$  определяет ориентацию  $\gamma$ -излучения относительно плоскости реакции, угловое распределение продуктов реакции задается азимутальным углом  $\phi'_\gamma$ , а угловая зависимость функции угловой корреляции

при заданном  $\vartheta'_\gamma$  определяется углом  $\varphi'_\gamma$ . Такой выбор системы координат удобен для непосредственного определения поляризационных характеристик возбужденного ядра, поскольку в этом случае ось  $z'$  совпадает с направлением спина ядра.

Связь между двумя системами координат дается выражениями:

$$\cos \vartheta_\gamma = \sin \vartheta'_\gamma \cos \varphi'_\gamma; \quad \cos \vartheta'_\gamma = \sin \vartheta_\gamma \sin \varphi_\gamma. \quad (51)$$

В частности, в плоскости реакции (эта плоскость в координатной системе рис. 1 определяется условием  $\varphi_\gamma = 0$ , а в координатной системе рис. 2 условием  $\vartheta'_\gamma = \pi/2$ ) угол  $\vartheta_\gamma$  заменяется углом  $\varphi'_\gamma$ .

Запишем конкретные выражения для функции (50) в различных системах координат. Как показано в предыдущих разделах, в координатной системе рис. 1 величины  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  вещественны, а сумма (50) вычисляется по четным значениям  $k$  и произвольным  $\kappa$  (как четным, так и нечетным). В результате получаем

$$W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0, 2, \dots; \kappa} A_{k\kappa}(\vartheta_y) \times \\ \times \sqrt{\frac{2}{2k+1}} \bar{P}_k^\kappa(\cos \vartheta_\gamma) \cos \kappa \varphi_\gamma. \quad (50a)$$

В штрихованной координатной системе сумма в (50) вновь производится по четным  $k$ , однако  $A_{k\kappa}(\varphi'_y)$  с  $\kappa \neq 0$  являются комплексными, так что функция угловой корреляции в штрихованных переменных принимает вид

$$W(\varphi'_y, \vartheta'_\gamma, \varphi'_\gamma) = \frac{1}{4\pi} \sum_{k=0, 2, \dots; \kappa=0, 2, \dots} \sqrt{\frac{2}{2k+1}} \times \\ \times |A'_{k\kappa}(\varphi'_y)| \bar{P}_k^\kappa(\cos \vartheta'_\gamma) \cos \{\kappa \varphi'_\gamma - \alpha_{k\kappa}(\varphi'_y)\}, \quad (50b)$$

при этом

$$A'_{k\kappa}(\varphi'_y) = |A'_{k\kappa}(\varphi'_y)| e^{i\alpha_{k\kappa}(\varphi'_y)}, \quad (52)$$

где  $\alpha_{k\kappa}(\varphi'_y)$  является вещественной фазой.

Получим параметризованную форму функции угловой корреляции в системе координат (рис. 1). Используя явный вид присоединенных полиномов Лежандра, функцию (50a) для перехода  $2^+ - 0^+$  можно представить в виде

$$W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma) = a - c_4 \cos 4\vartheta_\gamma - s_4 \sin 4\vartheta_\gamma - \\ - c_2 \cos 2\vartheta_\gamma - s_2 \sin 2\vartheta_\gamma = A + B \sin^2 2(\vartheta_\gamma - \Theta_0) + C \sin^2(\vartheta_\gamma - \Theta_{00}), \quad (53)$$

где вещественные параметры  $a, c_4, s_4, c_2, s_2$  ( $A, B, C, \Theta_0, \Theta_{00}$ ) выражаются через параметры спин-тензоров матрицы плотности  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$

и угол  $\varphi_\gamma$  следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
 a &= A + \frac{1}{2} B + \frac{1}{2} C = \frac{1}{64\pi} \left\{ \left( 16A_{00} + 4A_{20} + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{9}{4} A_{40} \right) + (4\sqrt{6} A_{22} + 3\sqrt{5/2} A_{42}) \times \right. \\
 &\quad \left. \times \cos 2\varphi_\gamma + 3/2 \sqrt{\frac{35}{2}} A_{44} \cos 4\varphi_\gamma \right\}; \\
 c_4 &= \frac{1}{2} B \cos 4\Theta_0 = \frac{1}{64\pi} \left\{ -\frac{35}{4} A_{40} + \right. \\
 &\quad \left. + 7\sqrt{\frac{5}{2}} A_{42} \cos 2\varphi_\gamma - \frac{1}{4} \sqrt{70} A_{44} \cos 4\varphi_\gamma \right\}; \\
 s_4 &= \frac{1}{2} B \sin 4\Theta_0 = \frac{1}{64\pi} \left\{ 7\sqrt{5} A_{41} \cos \varphi_\gamma - \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{35} A_{43} \cos 3\varphi_\gamma \right\}; \\
 c_2 &= \frac{1}{2} C \cos 2\Theta_{00} = \frac{1}{64\pi} \left\{ - (12A_{20} + \right. \\
 &\quad \left. + 5A_{40}) + (4\sqrt{6} A_{22} - 2\sqrt{10} A_{42}) \cos 2\varphi_\gamma + \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{70} A_{44} \cos 4\varphi_\gamma \right\}; \\
 s_2 &= \frac{1}{2} C \sin 2\Theta_{00} = \frac{1}{64\pi} \left\{ (8\sqrt{6} A_{21} + \right. \\
 &\quad \left. + 2\sqrt{5} A_{41}) \cos \varphi_\gamma + 2\sqrt{35} A_{43} \cos 3\varphi_\gamma \right\}.
 \end{aligned} \right\} \quad (54)$$

Ясно, что параметризация (53) может быть обращена так, чтобы форма функции угловой корреляции определялась углом  $\varphi_\gamma$ . При этом параметры функции угловой корреляции (их число, естественно, не изменится при такой инверсии) будут зависеть от  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  и угла  $\vartheta_\gamma$ .

Таким образом, мы получили, что в случае произвольной реакции с образованием четно-четного ядра в  $2^+$ -состоянии с последующим излучением  $\gamma$ -кванта мультипольности  $E2$ , форма функции угловой корреляции конечных частиц и  $\gamma$ -квантов в произвольной плоскости может быть выражена через пять линейных комбинаций параметров спин-тензоров матрицы плотности, при этом зависимость параметров формы функции угловой корреляции от азимутального угла вылета  $\gamma$ -кванта дается аналитически.

Кроме уравнений (54), на параметры  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  накладываются дополнительные связи, связанные с непрерывностью  $W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$  в полюсах. Эти связи имеют форму:

$$\left. \begin{aligned}
 W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma = 0 = \pi, \varphi_\gamma) &= a - c_2 - c_4 = \frac{1}{4\pi} (A_{00} + A_{20} + A_{40}); \\
 -\frac{1}{\cos \varphi_\gamma} \frac{\partial}{\partial \vartheta_\gamma} W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma) \Big|_{\vartheta_\gamma = 0 = \pi} &= \\
 = \frac{4s_4 + 2s_2}{\cos \varphi_\gamma} = \frac{1}{4\pi} (\sqrt{6} A_{21} + 2\sqrt{5} A_{41}).
 \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Соотношения (53) — (55) дают полное решение сформулированной выше задачи о параметризации формы функции угловой корреляции для  $2^+ \rightarrow 0^+$ -переходов и о связи соответствующих параметров с параметрами спин-тензоров матрицы плотности. Обобщение полученных результатов на случай других чистых  $E\lambda$ -переходов в соответствии с (50а) принципиальных трудностей не представляет. Однако поскольку число независимых параметров  $A_{k\lambda}(\vartheta_y)$  (см. табл. 1) резко возрастает с увеличением мультипольности перехода, соответствующие выражения достаточно громоздки, и мы их здесь приводить не будем.

Для полноты приведем аналогичную параметризацию формы  $W(\varphi'_y, \vartheta'_y, \Phi'_y)$  в штрихованной системе координат. Используя (50б) для перехода  $2^+ \rightarrow 0^+$ , можно получить:

$$\begin{aligned}
 W(\varphi'_y, \vartheta'_y, \Phi'_y) &= a' - c'_4 \cos 4\varphi'_y - s'_4 \sin 4\varphi'_y - \\
 - c'_2 \cos 2\varphi'_y - s'_2 \sin 2\varphi'_y &= A' + B' \sin^2 2(\varphi'_y - \Phi_0) + C' \sin^2(\varphi'_y - \Phi_{00}).
 \end{aligned}
 \tag{56}$$

Параметры формы  $a', c'_4, s'_4, c'_2, s'_2$  выражаются через девять величин, а именно шесть вещественных амплитуд  $A'_{00}(\varphi'_y), A'_{20}(\varphi'_y), A'_{40}(\varphi'_y), |A'_{22}(\varphi'_y)|, |A'_{42}(\varphi'_y)|, |A'_{44}(\varphi'_y)|$  и три вещественные фазы  $\alpha_{k\lambda}(\varphi'_y)$  следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
 a' &= A' + \frac{1}{2} B' + \frac{1}{2} C' = \frac{1}{32\pi} \left\{ 8A'_{00} + 2A'_{20} + \frac{9}{8} A'_{40} + \right. \\
 &\quad \left. + \left( 6A'_{20} + \frac{5}{2} A'_{40} \right) \cos 2\vartheta'_y + \frac{35}{8} A'_{40} \cos 4\vartheta'_y \right\}; \\
 c'_4 &= \frac{1}{2} B' \cos 4\Phi_0 = \frac{1}{32\pi} \sqrt{70} |A'_{44}| \cos \alpha_{44} \sin^4 \vartheta'_y; \\
 s'_4 &= \frac{1}{2} B' \sin 4\Phi_0 = \frac{1}{32\pi} \sqrt{70} |A'_{44}| \sin \alpha_{44} \sin^4 \vartheta'_y; \\
 c'_2 &= \frac{1}{2} C' \cos 2\Phi_{00} = \frac{1}{32\pi} \left\{ 2\sqrt{6} |A'_{22}| \cos \alpha_{22} + \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{3}{2} |A'_{42}| \cos \alpha_{42} + (\sqrt{10} |A'_{42}| \cos \alpha_{42} - \right. \\
 &\quad \left. - 2\sqrt{6} |A'_{22}| \cos \alpha_{22}) \cos 2\vartheta'_y - \frac{7}{2} \sqrt{5/2} |A'_{42}| \times \right. \\
 &\quad \left. \times \cos \alpha_{42} \cos 4\vartheta'_y \right\}; \\
 s'_2 &= \frac{1}{2} C' \sin 2\Phi_{00} = \frac{1}{32\pi} \left\{ 2\sqrt{6} |A'_{22}| \sin \alpha_{22} + \right. \\
 &\quad \left. + \sqrt{5/2} 3/2 |A'_{42}| \sin \alpha_{42} + (\sqrt{10} |A'_{42}| \sin \alpha_{42} - \right. \\
 &\quad \left. - 2\sqrt{6} |A'_{22}| \sin \alpha_{22}) \cos 2\vartheta'_y - \right. \\
 &\quad \left. - \frac{7}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} |A'_{42}| \sin \alpha_{42} \cos 4\vartheta'_y \right\};
 \end{aligned} \right\}
 \tag{57}$$

откуда непосредственно следует, что угол симметрии  $\Phi_0$  независимо от плоскости регистрации  $\gamma$ -квантов связан с фазой  $\alpha_{44}$  соотношением

$$\Phi_0 = \frac{1}{4} \alpha_{44}. \quad (58)$$

При учете непрерывности  $W(\varphi'_y, \vartheta'_y, \varphi'_y)$  на полюсах для параметров формы функции угловой корреляции в штрихованной системе координат получаем дополнительные уравнения связи:

$$\left. \begin{aligned} W(\varphi'_y, \vartheta'_y, \varphi'_y = 0 = 2\pi) &= a' - c'_4 - c'_2; \\ \frac{1}{\cos \varphi'_y} \frac{\partial}{\partial \varphi'_y} W(\varphi'_y, \vartheta'_y, \varphi'_y) \Big|_{\varphi'_y=0=2\pi} &= \frac{4s'_4 + 2s'_2}{\cos \varphi'_y}. \end{aligned} \right\} \quad (59)$$

#### 4. ВОЗМОЖНЫЕ УПРОЩЕНИЯ ОБЩЕЙ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ ФОРМЫ ФУНКЦИИ УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ

Теперь рассмотрим различные упрощения параметризации формы  $W(\Omega_y, \Omega'_y)$ , связанные с введением дополнительных условий на матричный элемент реакции  $T_{M_f}(\Omega_y)$ , зависящих от конкретного механизма той или иной реакции.

Рассмотрим наиболее часто встречающийся на практике случай, когда матричный элемент реакции удовлетворяет условию

$$T_{M_f}^*(\Omega_y) = (-1)^{M_f} T_{-M_f}(\Omega_y), \quad (60)$$

т. е. является эрмитовым. Согласно (19) это условие всегда выполняется в реакциях с бесспиновыми частицами на четно-четных ядрах, в рассеянии частиц спина  $1/2$  (без спин-флипа) на этих же ядрах, если не принимаются во внимание механизмы, учитывающие запаздывание во взаимодействии [42]. Из определений (6), (15) следует, что если условие (60) выполняется, то матрица плотности или ее спин-тензоры определяются комбинацией амплитуд  $T_{M_f} T_{M'_f}^*$ . Для перехода  $2^+ - 0^+$  таких комбинаций, очевидно, будет шесть:

$$\begin{aligned} T_0^2, T_1^2, T_2^2, T_{40} &= \sqrt{6} (T_1 T_0^* + T_0 T_1^*); \\ T_{20} &= \sqrt{6} (T_2 T_0^* + T_0 T_2^*); \quad T_{42} = (T_1 T_2^* + T_2 T_1^*). \end{aligned}$$

Для состояния ядра с произвольным спином  $J_f$  при выполнении (60) спин-тензоры этого состояния определяются  $2(J_f + 1)$  вещественными параметрами, т. е. на величины  $A_{k\kappa}(\Omega_y)$  накладывается дополнительно  $J_f^2 - 1$  условий. Нетрудно показать, что и в этом случае форма функции угловой корреляции задается выражением (53), однако параметры формы выражаются через комбинации

$T_{Mf} \cdot T_{Mf}^*$  следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} a &= A + \frac{1}{2} B + \frac{1}{2} C = \frac{5}{64\pi} \left\{ (3T_0^2 + 8T_1^2 + 5T_2^2) - \right. \\ &\quad \left. - 2T_{20} \cos 2\varphi_\gamma - 3T_2^2 \cos 4\varphi_\gamma \right\}; \\ c_4 &= \frac{1}{2} B \cos 4\Theta_0 = \frac{5}{64\pi} \left\{ (3T_0^2 - 4T_1^2 + T_2^2) - \right. \\ &\quad \left. - (4T_1^2 + T_{20}) \cos 2\varphi_\gamma + T_2^2 \cos 4\varphi_\gamma \right\}; \\ s_4 &= \frac{1}{2} B \sin 4\Theta_0 = \frac{5}{64\pi} \left\{ (-2T_{10} + 2T_{12}) \times \right. \\ &\quad \left. \times \cos \varphi_\gamma + 2T_{12} \cos 3\varphi_\gamma \right\}; \\ c_2 &= \frac{1}{2} C \cos 2\Theta_{00} = \frac{5}{64\pi} \left\{ (-4T_1^2 + 4T_2^2) + \right. \\ &\quad \left. + 4T_1^2 \cos 2\varphi_\gamma - 4T_2^2 \cos 4\varphi_\gamma \right\}; \\ s_2 &= \frac{1}{2} C \sin 2\Theta_{00} = \frac{5}{64\pi} \left\{ 4T_{12} \cos \varphi_\gamma - \right. \\ &\quad \left. - 4T_{12} \cos 3\varphi_\gamma \right\}. \end{aligned} \right\} \quad (61)$$

Если соотношение (60) выполняется, дифференциальное сечение имеет вид

$$d\sigma/d\Omega = T_0^2 + 2T_1^2 + 2T_2^2, \quad (62)$$

а условия непрерывности  $W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$  в полюсах могут быть записаны так:

$$a - c_4 - c_2 = \frac{5}{4\pi} T_1^2; \quad \frac{4s_4 + 2s_2}{\cos \varphi_\gamma} = \frac{5}{4\pi} \left( T_{12} - \frac{1}{2} T_{10} \right).$$

Формулы (61) с точностью до нормирующих множителей совпадают с выражением для функции угловой корреляции, полученным в работе [58] для неупругого рассеяния протонов на четно-четном ядре в приближении  $L-S$ -связи [условие (60) для такой реакции, очевидно, выполняется]. В плоскости реакции ( $\varphi_\gamma = 0$ ) параметры формы  $c_2$  и  $s_2$  в соответствии с (61) обращаются в нуль, и форма функции угловой корреляции описывается трехпараметрическим выражением, обычно используемым для анализа экспериментальных данных в огромном большинстве работ:

$$W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma = 0) = A(\vartheta_y) + B(\vartheta_y) \sin^2 2(\vartheta_\gamma - \Theta_0(\vartheta_y)). \quad (63)$$

В этом случае формулы для  $A(\vartheta_y)$ ,  $B(\vartheta_y)$  и  $\Theta_0(\vartheta_y)$  также упрощаются:

$$\left. \begin{aligned} A + \frac{1}{2} B &= \frac{5}{64\pi} (3T_0^2 + 8T_1^2 + 2T_2^2 - T_{20}); \\ \frac{1}{2} B \cos 4\Theta_0 &= \frac{5}{64\pi} (3T_0^2 - 8T_1^2 + 2T_2^2 - T_{20}); \\ \frac{1}{2} B \sin 4\Theta_0 &= \frac{5}{64\pi} (-2T_{10} + 4T_{12}). \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Аналогичные выражения с точностью до нормирующего множителя можно найти в [57]. Подчеркнем еще раз, что параметризация (63) справедлива только в плоскости реакции для процессов, матричный элемент которых удовлетворяет условию (60).

Для  $2^+ \rightarrow 0^+$ -переходов при выполнении условия (60) на параметры  $A_{k\lambda}$  накладываются три дополнительные связи. Эти связи могут, например, быть написаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} A_{00} + A_{20} + A_{40} - \sqrt{6} A_{22} - \sqrt{\frac{5}{2}} A_{42} &= 0; \\ -4A_{00} + 8A_{20} + A_{40} - \sqrt{70} A_{44} &= 0; \\ 4\sqrt{6} A_{21} + \sqrt{5} A_{41} + \sqrt{35} A_{43} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (65)$$

Эти уравнения эквивалентны обращению в нуль  $W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma = \varphi_\gamma = \pi/2)$ , т.е. если условие (60) выполняется, изотропная часть функции угловой корреляции в перпендикулярной плоскости обращается в нуль. Для полноты представим также выражения, связывающие  $A_{k\lambda}$  с комбинациями  $T_{M_f} T_{M_f}^*$ :

$$\left. \begin{aligned} T_0^2 &= -\frac{1}{4} A_{40} + \frac{4}{5} A_{20} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7}{10}} A_{44}; \\ T_1^2 &= \frac{1}{5} \sqrt{6} A_{22} - \frac{1}{\sqrt{10}} A_{42} = \frac{1}{5} (A_{00} + A_{20} + A_{40}); \\ T_2^2 &= -\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{10}} A_{44}; \\ T_{10} &= -\frac{1}{2} \frac{7}{\sqrt{5}} A_{41} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{7}{5}} A_{43} = \\ &= \frac{2}{5} \sqrt{6} A_{21} - 3 \sqrt{\frac{1}{5}} A_{41}; \\ T_{20} &= -\frac{3}{\sqrt{10}} A_{42} - \frac{4}{5} \sqrt{6} A_{22}; \\ T_{21} &= -\frac{\sqrt{7}}{2\sqrt{6}} A_{43}. \end{aligned} \right\} \quad (65a)$$

Из (65a) непосредственно следует, что для реакций, матричный элемент которых удовлетворяет условию (60), величина  $A_{44}(\vartheta_y)$  всегда отрицательна.

В штрихованной системе координат соотношение (14) является математической формулировкой теоремы О. Бора [55], в соответствии с которой если в четно-четном ядре возбуждается состояние естественной четности, то отличны от нуля только те заселенности, для которых  $J_f - M_f$  четно. Другими словами, если условие (60) выполняется, матричный элемент  $T_{\pm 1}^2(\varphi'_y)$  обращается в нуль. В результате функция угловой корреляции в штрихованной системе координат будет выражаться через шесть следующих параметров:  $|T'_0|$ ,  $|T'_2|$ ,  $|T'_{-2}|$  и три фазы  $\delta_0, \delta_2, \delta_{-2}$ . Форма функции угловой корреляции

в любой плоскости регистрации  $\gamma$ -квантов будет вновь определяться выражением (56), а параметры формы будут иметь вид:

$$\left. \begin{aligned}
 a' &= \frac{5}{64\pi} \left\{ 3 |T'_0|^2 + \frac{5}{2} |T'_2|^2 + \frac{5}{2} |T'_{-2}|^2 - \right. \\
 &- 2 (|T'_2|^2 + |T'_{-2}|^2) \cos 2\theta'_\gamma - \frac{1}{2} (|T'_0|^2 + |T'_2|^2 + \\
 &\quad \left. + |T'_{-2}|^2) \cos 4\theta'_\gamma \right\}; \\
 c'_4 &= \frac{5}{8\pi} |T'_2|^2 |T'_{-2}|^2 \cos(\delta_2 - \delta_{-2}) \sin^4 \theta'_\gamma; \\
 s'_4 &= \frac{5}{8\pi} |T'_2|^2 |T'_{-2}|^2 \sin(\delta_2 - \delta_{-2}) \sin^4 \theta'_\gamma; \\
 c'_2 &= \frac{5\sqrt{6}}{64\pi} |T'_0| \{ |T'_2| \cos(\delta_2 - \delta_0) + \\
 &\quad + |T'_{-2}| \cos(\delta_0 - \delta_{-2}) \} (1 - \cos 4\theta'_\gamma); \\
 s'_2 &= \frac{5\sqrt{6}}{64\pi} |T'_0| \{ |T'_2| \sin(\delta_2 - \delta_0) + \\
 &\quad + |T'_{-2}| \sin(\delta_0 - \delta_{-2}) \} (1 - \cos 4\theta'_\gamma).
 \end{aligned} \right\} \quad (66)$$

Если ввести дополнительные параметры  $a_0 = |T'_0| / |T'_{-2}|$ ;  $a_2 = |T'_2| / |T'_{-2}|$ , параметризация (66) с точностью до постоянного множителя будет совпадать с параметризацией, представленной в работе [22] при введении дополнительного условия  $\delta_{-2} = 0$  [которое, по-видимому, аналогично условиям нормировки (49), (62)].

Для полноты мы приведем также уравнения связей на величины  $A'_{ik}$ , справедливые при выполнении условия (60):

$$\left. \begin{aligned}
 A'_{00} + A'_{20} + A'_{40} &= 0; \\
 |A'_{42}| &= \frac{2}{5} \sqrt{3} |A'_{22}|; \quad \alpha_{42} = \alpha_{22};
 \end{aligned} \right\} \quad (67)$$

и выражения для модулей и фаз  $A'_{ik}$  через  $|T'_0|$ ,  $|T'_2|$ ,  $|T'_{-2}|$ ,  $\delta_0$ ,  $\delta_2$ ,  $\delta_{-2}$ :

$$\left. \begin{aligned}
 A'_{00} &= |T'_0|^2 + |T'_2|^2 + |T'_{-2}|^2; \\
 A'_{20} &= \frac{5}{7} \{ |T'_0|^2 - |T'_2|^2 - |T'_{-2}|^2 \}; \\
 A'_{40} &= -\frac{2}{7} \{ 6 |T'_0|^2 + |T'_2|^2 + |T'_{-2}|^2 \}; \\
 |A'_{22}| \cos \alpha_{22} &= -\frac{5}{7} |T'_0| \{ |T'_2| \cos(\delta_2 - \delta_0) + \\
 &\quad + |T'_{-2}| \cos(\delta_0 - \delta_{-2}) \}; \\
 |A'_{42}| \sin \alpha_{42} &= -\frac{5}{7} |T'_0| \{ |T'_2| \sin(\delta_2 - \delta_0) + \\
 &\quad + |T'_{-2}| \sin(\delta_0 - \delta_{-2}) \},
 \end{aligned} \right\} \quad (67a)$$



из которых немедленно следует, что при выполнении условия (60)  $A'_{40}$  всегда отрицательно, а дифференциальное сечение, как и следовало ожидать, определяется суммой квадратов модулей матричных элементов. В плоскости реакции в штрихованной системе координат при выполнении условия (60) параметры  $c'_2$  и  $s'_2$  обращаются в нуль, и форма  $W$  вновь становится трехпараметрической. Значения этих параметров имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} a' &= \frac{5}{64\pi} \left( \frac{5}{2} |T'_0|^2 + 4 |T'_2|^2 + 4 |T'_{-2}|^2 \right); \\ c'_4 &= \frac{5}{8\pi} |T'_2| |T'_{-2}| \cos(\delta_2 - \delta_{-2}); \\ s'_4 &= \frac{5}{8\pi} |T'_2| |T'_{-2}| \sin(\delta_2 - \delta_{-2}); \quad \Phi_0 = \frac{1}{4} (\delta_2 - \delta_{-2}). \end{aligned} \right\} \quad (676)$$

Параметризация формы функции угловой корреляции осуществляется наиболее просто, если система имеет ось симметрии, т.е. матричный элемент реакции может быть представлен в виде

$$T_{M_f}(\vartheta_y) = \sum_l a_l(q) Y_{lM_f}(\mathbf{q}), \quad (68)$$

где  $q$  — переданный импульс. Ясно, что это условие удовлетворяется в любых прямых ядерных реакциях при использовании плоско-волнового приближения. В этом случае функция угловой корреляции имеет вид

$$W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma) = \sum_k A_k(q) P_k(\cos\{\mathbf{p}_\gamma \cdot \mathbf{q}\}), \quad (69)$$

т.е. определяется тремя независимыми параметрами  $A_0$ ,  $A_2$ ,  $A_4$ . Угол симметрии функции угловой корреляции однозначно определяется углами  $\vartheta_\gamma$ ,  $\varphi_\gamma$  и направлением импульса ядра-отдачи. Если в реакции правилами отбора разрешено несколько значений переданных моментов  $l$ , то форма  $W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$  даже при выполнении (68) не сводится к трехпараметрической форме (63). Если же переданный момент  $l$  имеет единственное значение, форма  $W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$  описывается выражением (63). Для неупругого рассеяния бесспиновых частиц на четно-четных ядрах при выполнении (68) форма  $W(\vartheta_y, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$  становится двухпараметрической, поскольку в (63) обращается в нуль изотропная часть.

## 5. ВОССТАНОВЛЕНИЕ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ ДАННОГО СОСТОЯНИЯ ЯДРА ПРИ ИЗМЕРЕНИИ ФУНКЦИИ УГЛОВОЙ КОРРЕЛЯЦИИ В РАЗЛИЧНЫХ ПЛОСКОСТЯХ РЕГИСТРАЦИИ $\gamma$ -КВАНТА

В работах [43, 44] нами был предложен метод нахождения всех вещественных параметров матрицы плотности возбужденных состояний ядер измерением функции угловой корреляции конечных частиц — продуктов реакции и  $\gamma$ -квантов, испускаемых возбужденным ядром

при переходе в основное состояние, в различных плоскостях регистрации  $\gamma$ -квантов относительно плоскости реакции.

Очевидно, такой метод позволяет для переходов с  $J_f = L$  фактически в одном эксперименте, без изменения его методики, получить все компоненты матрицы плотности, а тем самым восстановить спиновые характеристики возбужденных состояний ядер, в частности, такие, прямое экспериментальное определение которых затруднено.

Нетрудно в общем виде найти минимальное число плоскостей, в которых необходимо измерить  $W(\Omega_y, \Omega_\gamma)$  для нахождения всех параметров  $A_{k\kappa}(\Omega_y)$ . Для определенности проведем все дальнейшее рассмотрение в системе координат, ось  $z$  которой проходит вдоль пучка падающих частиц (см. рис. 1). Как показано в предыдущем разделе [см. уравнение (53)], в каждой плоскости регистрации  $\gamma$ -кванта измерение  $W(\theta_y, \theta_\gamma, \varphi_\gamma)$  позволяет найти только  $(2J_f + 1)$  связей, накладываемых на параметры  $A_{k\kappa}(\theta_y)$ . При измерении в  $n$  плоскостях условия непрерывности в полюсах накладывают дополнительно еще  $(2n - 2)$ -связей. В результате минимальное число плоскостей, в которых необходимо измерить  $W(\theta_y, \theta_\gamma, \varphi_\gamma)$  для получения всех параметров матрицы плотности, дается выражением [50]:

1. При регистрации линейной и циркулярной поляризации  $\gamma$ -квантов (число параметров матрицы плотности соответствует верхней строке табл. 1)

$$n_{\min} \geq \frac{(2J_f + 1)^2 - 2}{2J_f - 1}. \quad (70)$$

2. При регистрации только циркулярной поляризации  $\gamma$ -квантов (число параметров матрицы плотности соответствует средней строке табл. 1):

$$n_{\min} \geq \frac{(J_f + 1)(2J_f + 1) - 2}{2J_f - 1}. \quad (71)$$

3. При отсутствии регистрации поляризации (число параметров матрицы плотности соответствует нижней строке табл. 1):

$$n_{\min} \geq \frac{(J_f + 1)^2 - 2}{2J_f - 1}. \quad (72)$$

В частности, для переходов  $2^+ \rightarrow 0^+$  для восстановления всех вещественных параметров матрицы плотности необходимо провести измерения в восьми, для восстановления 15 параметров действительных спин-тензоров с любыми  $k$  — в пяти, а для 9 параметров действительных спин-тензоров с четными  $k$  — в трех плоскостях регистрации  $\gamma$ -квантов.

До сих пор поляризация  $\gamma$ -квантов в экспериментах, связанных с изучением функции угловой корреляции, не измерялась, т.е. из экспериментальных значений  $W(\theta_y, \theta_\gamma, \varphi_\gamma)$  можно восстановить  $A_{k\kappa}$  с четными  $k$ , получить только ориентационные, но не поляризационные характеристики ядра  $B^*$  в состоянии  $J_f$ . Тем не менее и такие эксперименты существенно повышают уровень наших зна-

ний о свойствах возбужденных состояний ядер, например для  $J_f = 2$  можно получить в эксперименте 9, а для  $J_f = 3$  — 16 параметров, характеризующих данное состояние ядра.

При проведении конкретного эксперимента следует принять во внимание, что различные плоскости регистрации  $\gamma$ -кванта не эквивалентны с точки зрения восстановления различных  $A_{k\kappa}(\vartheta_\gamma)$ . Эта неэквивалентность есть следствие того факта, что функция угловой корреляции при некоторых углах  $\varphi_\gamma$  оказывается не зависящей от определенных  $A_{k\kappa}(\vartheta_\gamma)$  [см. (54)]. Например, зависимость от  $A_{44}(\vartheta_\gamma)$  исчезает в случае  $2^+ \rightarrow 0^+$ -перехода в первом квадранте  $0 \leq \varphi_\gamma \leq \leq \pi/2$  в плоскостях с  $\varphi_\gamma = 22,5^\circ$  и  $\varphi_\gamma = 67,5^\circ$ . Зависимость от  $A_{43}$  исчезает в плоскости с  $\varphi_\gamma = 30^\circ$ ; зависимость от  $A_{k\kappa}$  с  $\kappa = 2$  — в плоскости с  $\varphi_\gamma = 45^\circ$ , зависимость  $A_{k\kappa}$  с нечетными  $\kappa$  — в плоскости с  $\varphi_\gamma = 90^\circ$ . Для упрощенных вариантов параметризации [например, если условие (60) выполняется] зависимость  $W(\vartheta_\gamma, \varphi_\gamma, \varphi_\gamma)$  от некоторых комбинаций  $T_{M_f} \cdot T_{M_f}^*$  исчезает в соответствии с (61) в плоскостях с  $\varphi_\gamma = 45^\circ$  и  $\varphi_\gamma = 90^\circ$ .

Таблица 2. Сводка параметров формы функции угловой корреляции [43]

$\varphi_\gamma$ , град	Произвольные механизмы реакции		Механизмы реакции, амплитуда которых удовлетворяет условию (60)	
	Число параметров формы функции угловой корреляции	Число компонентов $A_{k\kappa}$ , от которых зависят эти параметры	Число параметров формы функции угловой корреляции	Число комбинаций $T_{M_f} \cdot T_{M_f}^*$ , от которых зависят эти параметры
0	5	9	3	6
22,5	5	8	5	6
30	5	8	5	6
45	5	7	5	5
90	3	6	2	4
Остальные плоскости	5	9	5	6

В табл. 2 приведена сводка числа параметров формы функции угловой корреляции и числа параметров  $A_{k\kappa}(\vartheta_\gamma)$  (или комбинаций  $T_{M_f} \cdot T_{M_f}^*$ ), от которых зависят эти параметры формы. Как видно из таблицы, наименьшую возможность для экспериментального определения параметров формы функции угловой корреляции представляет плоскость с  $\varphi_\gamma = 90^\circ$ . Действительно, из выражений (54) нетрудно убедиться, что в этой плоскости параметры  $\Theta_0$  и  $\Theta_{00}$  обращаются в нуль, так что независимо от механизма реакции функция угловой корреляции при  $\varphi_\gamma = 90^\circ$  имеет максимум (или минимум) в зависимости от соотношения знаков между  $A$  и  $B$ . При выполнении

условия (60) функция угловой корреляции в минимуме в плоскости с  $\varphi_\gamma = 90^\circ$  строго обращается в нуль, поскольку в этом случае  $A = 0$ . Если при этом минимум функции угловой корреляции находится при  $\theta_\gamma = 90^\circ$  (а именно эта ситуация, по-видимому, имеет место для неупругого рассеяния бесспиновых частиц [30]), то экспериментальное определение параметров формы функции угловой корреляции сильно усложняется, поскольку максимумы функции угловой корреляции в этом случае приходится на труднодоступные для измерения области углов ( $\theta_\gamma \leq 30^\circ$ ,  $\theta_\gamma \geq 150^\circ$ ).

Сравнительно малую информацию о параметрах формы функции угловой корреляции при выполнении условия (60) дает и плоскость реакции. Параметр  $C$  в данном случае обращается в нуль, а  $\Theta_{00}$  становится неопределенным. Как показано в работе [29], в случае неупругого рассеяния бесспиновых частиц функция угловой корреляции близка к трехпараметрической (63) даже для механизмов, учитывающих запаздывание во взаимодействии частиц, амплитуда которых не удовлетворяет, вообще говоря, условию (60). Поэтому изучение функции угловой корреляции бесспиновых частиц в плоскости реакции практически позволяет найти только три параметра ее формы (а не пять).

Восстановление  $A_{k\kappa}$  или комбинаций  $T_{M_j} \cdot T_{M_j}^*$  из экспериментальных данных связано с необходимостью вводить поправки на конечное разрешение гамма-детектора в корреляционных экспериментах (см. определение идеальных детекторов на с. 1293). Углы  $\theta_\gamma$  и  $\varphi_\gamma$ , входящие в (50а), на самом деле не известны. В эксперименте мы можем только измерить углы  $\theta_{\gamma 0}$  и  $\varphi_{\gamma 0}$ , которые характеризуют направление оси гамма-детектора. Для того чтобы получить экспериментальную функцию угловой корреляции  $W(\theta_\gamma, \theta_{\gamma 0}, \varphi_{\gamma 0})$ , выражение (50а) должно быть проинтегрировано по всему угловому интервалу гамма-детектора, с весовым множителем, который задает зависимость эффективности детектора от направления плоскости, в которой  $\gamma$ -квант поглощается детектором. Обозначая эту эффективность  $E(\Theta, \Phi)$  (углы  $\Theta$  и  $\Phi$  определяют направление излучения  $\gamma$ -кванта по отношению к оси детектора), в переходах с  $J_f = L$  для экспериментально наблюдаемой функции угловой корреляции в случае цилиндрических симметричных детекторов нетрудно получить [36]:

$$W(\theta_\gamma, \theta_{\gamma 0}, \varphi_{\gamma 0}) = \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{k\kappa} \frac{1 + (-1)^k}{2\sqrt{2k+1}} Q_k A_{k\kappa}(\theta_\gamma) Y_{k\kappa}^*(\Omega_{\gamma 0}), \quad (73)$$

где

$$Q_k = \frac{\int P_k(\cos \Theta) E(\Theta, \Phi) \sin \Theta d\Theta d\Phi}{\int E(\Theta, \Phi) \sin \Theta d\Theta d\Phi}. \quad (74)$$

Сравнение выражений (50) и (74) показывает, что включение поправок на конечное разрешение гамма-детекторов, имеющих цилиндрическую симметрию, не изменяет форму угловой корреляции

(50), за исключением того факта, что величины  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  заменены поправочными  $\hat{A}_{k\kappa}(\vartheta_y) = Q_k A_{k\kappa}(\vartheta_y)$ . Поправочные коэффициенты  $Q_k$  не зависят от  $\kappa$  [61], кроме того,  $Q_0 = 1$ , т.е.  $\hat{A}_{00}(\vartheta_y) = A_{00}(\vartheta_y)$ . Этот результат физически понятен, поскольку конечные размеры гамма-детектора не должны влиять на дифференциальное сечение реакции. В то же самое время, поскольку  $A_{00}(\vartheta_y)$  определяет дифференциальное сечение [см. (49)] реакции, измерение  $d\sigma/d\Omega$  дает возможность правильно осуществить нормировку экспериментальных данных по сечениям и угловым корреляциям.

Благодаря тому, что поправки на конечное угловое разрешение гамма-детектора не влияют на форму функции угловой корреляции (50), все соотношения (54) для связи параметров формы функции угловой корреляции с величинами  $\hat{A}_{k\kappa}(\vartheta_y)$  остаются в силе. Более того, по тем же причинам остаются в силе и соотношения (70) — (72), определяющие минимальное число плоскостей, в которых необходимо провести измерения функции угловой корреляции, чтобы найти все независимые параметры матрицы плотности. Однако для упрощенных вариантов параметризации формы угловой корреляции ситуация может быть другой. Так, если условие (60) выполняется, то для  $2^+ - 0^+$ -перехода мы можем извлечь все шесть линейно независимых комбинаций  $T_{M_f} \cdot T_{M_f}^*$  при измерении функции угловой корреляции в двух плоскостях регистрации  $\gamma$ -кванта относительно плоскости реакции. В действительности, однако, такая процедура может быть осуществлена, только если поправками на конечное разрешение гамма-детектора пренебрегается. Если же такие поправки должны быть учтены, то для  $2^+ - 0^+$ -перехода необходимо провести измерения в трех плоскостях регистрации  $\gamma$ -кванта, получить корректные, исправленные на конечное разрешение гамма-детектора, значения параметров  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$ , а затем, используя соотношения (65а), связывающие комбинации  $T_{M_f} \cdot T_{M_f}^*$  с  $A_{k\kappa}$  с различными  $k$ , получить истинные величины  $* T_{M_f} \cdot T_{M_f}^*$ .

Подобная экспериментальная программа восстановления вещественных параметров  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  с четными  $k$  матрицы плотности возбужденного состояния ядра со спином  $J_f$  впервые осуществлена в НИИЯФ МГУ [45—49]. В различных экспериментах здесь найдены

\* В большинстве экспериментальных работ  $W(\Omega_y, \Omega_y)$  измеряется в одной плоскости. Тогда поправки на конечное разрешение гамма-детектора не могут быть правильно введены для всех параметров этой функции. Как непосредственно следует из выражений (54), поправочные коэффициенты (74) можно ввести только в параметры формы  $s_4$  и  $c_4$ , так как они зависят от  $A_{k\kappa}(\Omega_y)$  с единственным значением  $k = 4$ . Провести аналогичную процедуру для других параметров формы функции угловой корреляции при измерении в одной плоскости (включая плоскость с  $\varphi_y = 0$ ) в принципе невозможно, так как относительный вклад поправочных коэффициентов в  $A_{k\kappa}$  с различными  $k$  априори не известен. Поэтому включение поправок на конечное разрешение гамма-детектора, сделанное в [22], нам кажется не вполне корректным, хотя на практике эта ошибка, по-видимому, не столь существенна, поскольку сами поправочные коэффициенты невелики (см. ниже).

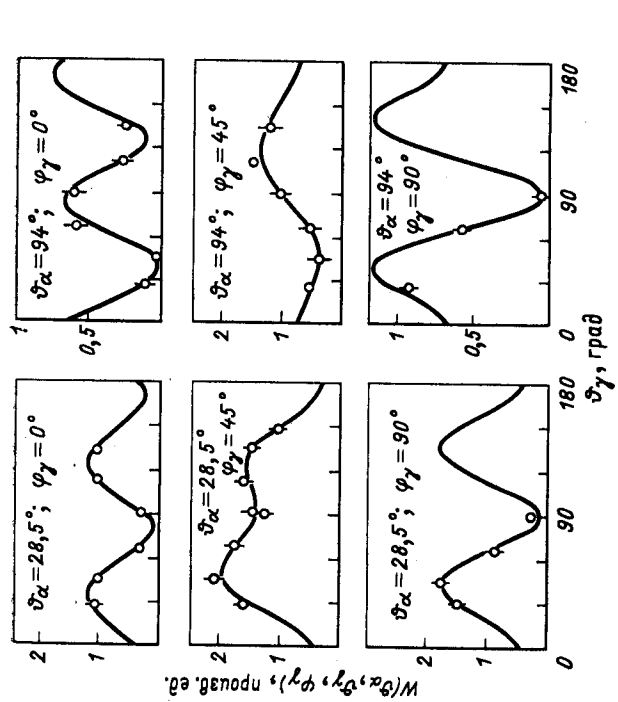
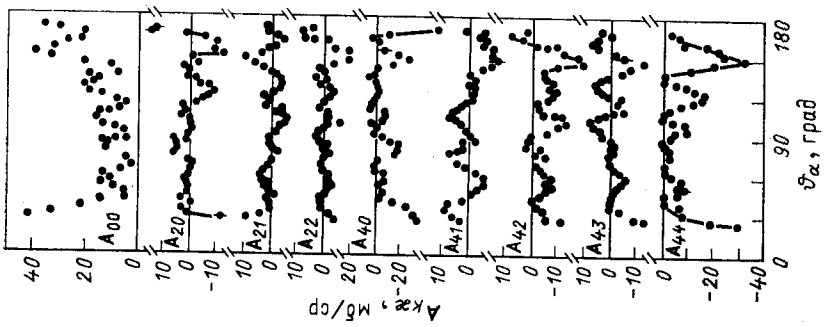


Рис. 3. Экспериментальные функции угловой корреляции  $W(\vartheta_{\alpha}, \vartheta_{\gamma}, \varphi_{\gamma})$  [45] в зависимости от  $\vartheta_{\gamma}$  для различных  $\vartheta_{\alpha}$  и  $\varphi_{\gamma}$ ,  $E_{\alpha} = 25$  МэВ

Рис. 4. Угловые зависимости экспериментальных значений  $\rightarrow A_{\beta\alpha}(\vartheta_{\alpha})$  состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц с  $E_{\alpha} = 25$  МэВ [45]

$A_{kx}(\vartheta_\gamma)$  с  $k = 0, 2, 4$  состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакции  $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')^{12}\text{C}(2^+)$  при  $E_\alpha = 25$  МэВ [45, 46] и 30 МэВ [48, 49]; в реакциях  $^{13}\text{C}({}^3\text{He}, \alpha)^{12}\text{C}(2^+)$  при  $E_{{}^3\text{He}} = 22,5$  МэВ [47, 48], а также в некоторых других реакциях.

Наиболее полные экспериментальные данные получены для неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на  $^{12}\text{C}$ . Здесь необходимо подчеркнуть

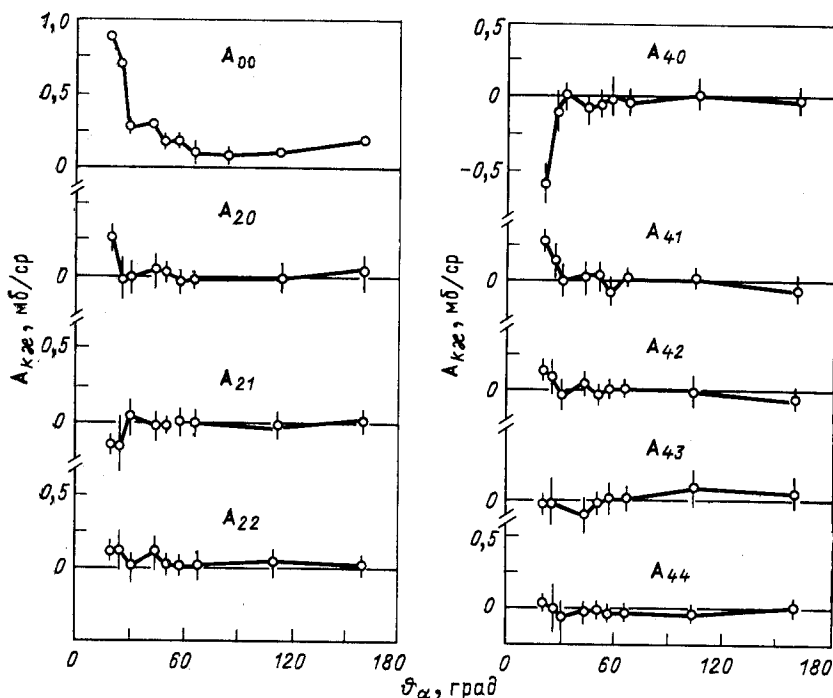


Рис. 5. То же, что и на рис. 4, для состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакции  $^{13}\text{C}({}^3\text{He}, \alpha')^{12}\text{C}(2^+)$  при  $E_{{}^3\text{He}} = 22,5$  МэВ [47, 48]

следующее важное обстоятельство. В рассеянии бесспиновых частиц на бесспиновых ядрах не существует выделенных физических направлений, поэтому поляризация конечных частиц (так же, как и другие тензоры нечетного ранга) отсутствует. Аналогичным образом для неупругого рассеяния бесспиновых частиц обращается в нуль поляризация  $\gamma$ -квантов (как линейная, так и циркулярная), так что в экспериментах [45, 46, 48, 49] получена вся возможная информация о матрице плотности состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , полученного в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц.

Для восстановления всех величин  $A_{kx}(\vartheta_\alpha)$  уровня  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$  измерения  $W(\vartheta_\alpha, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$  проводились в трех плоскостях:  $\varphi_\gamma = 0$ ,  $\varphi_\gamma = 45^\circ$  и  $\varphi_\gamma = 90^\circ$ , в интервале углов  $\vartheta_\gamma$  от  $27$  до  $149^\circ$  и для 43 зна-

ческий угол  $\vartheta_\alpha$  для  $E_\alpha = 25$  МэВ [45]. Оказалось, что экспериментальные функции угловой корреляции для разных  $\varphi_\gamma$  имеют существенно разный вид (рис. 3). Значения параметров  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$  находились из решения системы уравнений (53), (54) методом наименьших квадратов с учетом поправок на конечное разрешение гамма-детектора.

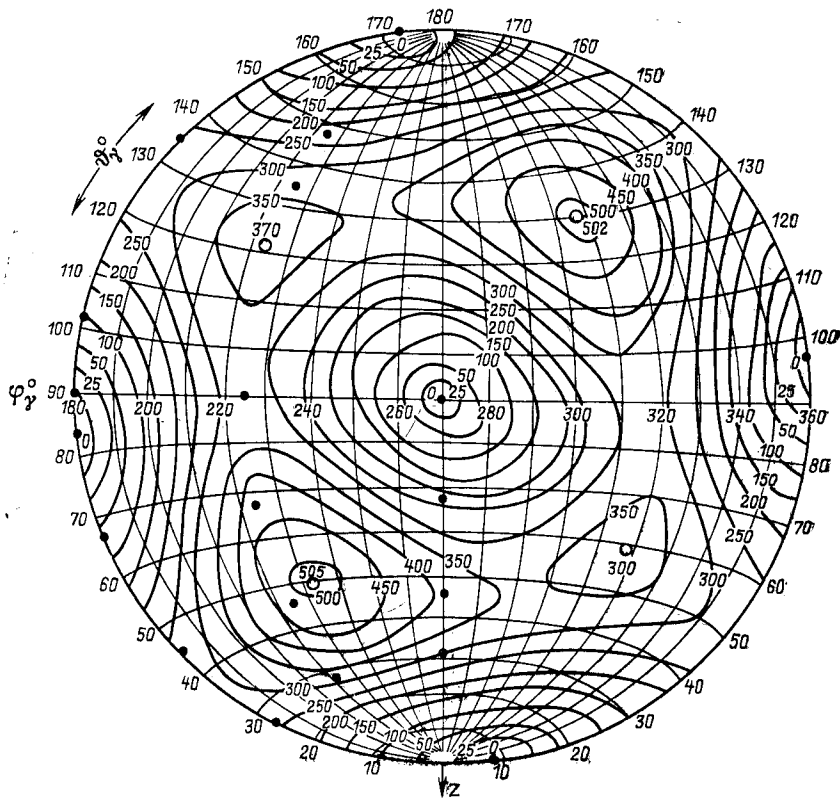


Рис. 6. Азимутальная проекция функции угловой  $\alpha - \gamma$ -корреляции в реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha'\gamma) ^{12}\text{C}$ , рассчитанная по формуле (50а) [47], с  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$ , приведенная на рис. 5 для  $\vartheta_\alpha = 20^\circ$ . Большие точки указывают углы  $\varphi_\gamma$  и  $\vartheta_\gamma$ , в которых измерена  $W(\vartheta_\alpha, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$ . Цифрами у соответствующих кривых показаны функции угловой корреляции

Оказалось, что введение поправочных коэффициентов мало влияет на параметры  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$  [45], а тем самым и на форму функции угловой корреляции.

Параметры  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$ , полученные из экспериментальных значений  $W(\vartheta_\alpha, \vartheta_\gamma, \varphi_\gamma)$ , приведены на рис. 4. Зависимость  $A_{00}$  от  $\vartheta_\alpha$ , как и должно быть, с точностью до экспериментальных погрешностей совпадает с угловым распределением дифференциального сечения неуп-



ругого рассеяния. Из рисунка видно, что угловые зависимости всех  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$ , а не только  $A_{00}$ , имеют осциллирующую форму. Однако характер зависимости различных  $A_{hk}$  не повторяет зависимости дифференциального сечения, в большинстве случаев меняется не только значение  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$ , но и знак. Важно также, что все  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$  сравнимы между собой.

На рис. 5 представлены аналогичные зависимости величин  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$  уровня  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha') ^{12}\text{C} (2^+)$ . Прежде всего обращает на себя внимание существенное различие спин-тензоров одного и того же состояния конечного ядра, образованного разными способами. Действительно, параметры  $A_{hk}(\vartheta_\alpha)$  кардинально различаются и по характеру угловой зависимости от  $\vartheta_\alpha$ , и по соотношению значений компонент с различными  $h$ . Другими словами, спин-тензоры определенного состояния ядра обнаруживают сильную зависимость от способа образования этого состояния, и можно надеяться, что найденные на эксперименте спин-тензоры могут дать новые сведения о механизме той или иной реакции. Более подробно эти вопросы мы рассмотрим в следующем разделе.

В заключение этого раздела укажем, что полученные  $A_{hk}(\vartheta_\gamma)$ , в свою очередь, позволяют рассчитать саму функцию угловой корреляции, используя соотношения (53), (54) для любых  $\vartheta_\gamma$  и  $\varphi_\gamma$ . На рис. 6 в качестве примера показана восстановленная подобным образом функция угловой корреляции в реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha' \gamma) ^{12}\text{C}$  при  $\vartheta_\alpha = 20^\circ$ . Значения функции угловой корреляции приведены в виде линий на полусфере  $180 \leq \varphi_\gamma \leq 360^\circ$ . Направление пучка падающих ионов гелия совпадает с осью  $z$  (см. рисунок), а плоскость реакции — с плоскостью  $\varphi_\gamma = 180^\circ$ .

## 6. ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СПИН-ТЕНЗОРОВ МАТРИЦЫ ПЛОТНОСТИ В РАМКАХ МЕТОДА ИСКАЖЕННЫХ ВОЛН С КОНЕЧНЫМ РАДИУСОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Ранее было показано, что корреляционные эксперименты частица —  $\gamma$ -квант, даже без регистрации поляризации  $\gamma$ -квантов (или конечных частиц), позволяют получить значительный объем информации о свойствах возбужденных состояний ядер по сравнению с измерением дифференциальных сечений. В частности, в переходах  $2^+ \rightarrow 0^+$  мы получаем восемь независимых дополнительных величин, характеризующих данное состояние ядра. В ряде случаев даже качественный анализ этих характеристик позволяет сделать определенные заключения о механизме протекания реакции. Приведем, по крайней мере, три качественных примера, иллюстрирующих значительную чувствительность спин-тензоров  $A_{hk}(\vartheta_\gamma)$  к механизму реакции.

1. Если выполняется условие (60), т. е. матричный элемент реакции эрмитов, то спин-тензоры описываются шестью параметрами,

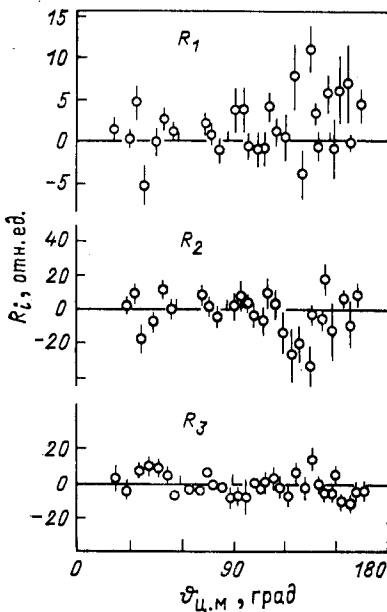


Рис. 7. Инварианты  $R_i$  для неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на  $^{12}\text{C}$  при  $E_\alpha = 30$  МэВ [49]

инварианты  $R_i$  (65) обращаются в нуль, а из соотношений (65а) следует, что  $A_{44}$  всегда отрицательно. Как видно из рис. 4 и 7, в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц  $A_{44} < 0$ , а отклонения инвариантов  $R_i$  от нуля превышают статистические погрешности лишь в некоторых угловых областях (как правило, в минимумах дифференциального сечения). Для сравнения в табл. 3 приведены инварианты  $R_i$  в реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha') ^{12}\text{C}^*$ , для которой условие (60) не выполняется независимо от механизма. Отметим также, что в этой реакции  $A_{44}$  может быть положительным (см. рис. 5).

2. Если мы имеем реакцию однонуклонной передачи на ядрах  $1p$ -оболочки, то максимальный ранг спин-тензора состояния  $2^+$  конечного ядра, очевидно, не может быть больше 2 (он не должен превышать удвоенного значения переданного момента). Поэтому, если

Таблица 3. Значения  $d\sigma/d\Omega$  и инварианты  $R_i$ , мб/ср, в реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha') ^{12}\text{C} (2^+)$  для различных  $\theta_\alpha$  лаб при  $E_{^3\text{He}} = 22,5$  МэВ [47]

$d\sigma/d\Omega, R_i$	20°	43°	57°	160°
$d\sigma/d\Omega$	0,90(2)	0,30(1)	0,20(1)	0,18(1)
$R_1$	0,62(9)	0,06(5)	0,09(5)	0,08(3)
$R_2$	-1,60(3)	-0,96(6)	-0,84(5)	-0,44(4)
$R_3$	-4,0(1)	-6,0(5)	-2,0(3)	0,34(8)

для таких реакций  $A_{4k} \neq 0$ , механизм их не может быть сведен к обычному срыву или подхвату  $1p$ -нуклона. В табл. 4 приведены  $A_{kx}$ , полученные из экспериментальных данных по функциям угловой корреляции для реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha\gamma) ^{12}\text{C}$ . Из таблицы видно, что во всей угловой области компоненты  $A_{4k}$  заметно отличны от нуля. Сравнительно большие значения  $A_{kx}$  с  $k = 4$  при  $\theta_\alpha = 160^\circ$  могут быть связаны с вкладом обменных процессов (на важность подобного вклада при анализе функции угловой корреляции впервые указано в [62]). Значительные отличия  $A_{kx}$  от нуля с  $k = 4$  при  $\theta_\alpha = 20, 43$  и  $57^\circ$

Таблица 4. Значения спин-тензоров  $A_{k\lambda}(\vartheta_\alpha)$ , мб/ср, в реакции  $^{13}\text{C}(\alpha\text{He}, \alpha')^{12}\text{C}(2^+)$  при  $E_{\alpha\text{He}} = 22,5$  МэВ [47] для различных  $\vartheta_\alpha$  лаб

Спин-тензор	20°	43°	57°	160°
$A_{00}$	0,90(2)	0,30(1)	0,200(8)	0,180(7)
$A_{20}$	0,27(4)	0,006(20)	-0,01(2)	0,04(1)
$A_{21}$	-0,13(3)	-0,02(2)	0,007(12)	0,01(1)
$A_{22}$	0,11(2)	0,11(1)	0,05(1)	0,02(1)
$A_{40}$	-0,54(5)	0,08(3)	0,00(2)	0,02(2)
$A_{41}$	0,28(4)	0,03(2)	-0,06(1)	0,05(1)
$A_{42}$	0,15(3)	0,06(1)	0,02(1)	-0,05(1)
$A_{43}$	-0,07(4)	-0,01(2)	0,02(1)	0,06(1)
$A_{44}$	-0,04(3)	-0,035(16)	-0,03(1)	0,00(1)
$\chi^2$	18,5	10	11	10

показывают, что и в передней полусфере механизм этой реакции не исчерпывается механизмом подхвата  $1p$ -нуклона.

3. Наконец, угол симметрии формы функции угловой корреляции для простых одноступенчатых механизмов должен монотонно зависеть от кинематических переменных (углов  $\vartheta_y$ , энергий  $E_x$ ,  $E_y$ ). Если экспериментально найденные параметры  $\Theta_0$  и  $\Theta_{00}$  обнаруживают немонотонную зависимость от  $\vartheta_y$ ,  $E_x$ ,  $E_y$  [29], механизм реакций должен быть достаточно сложен [42].

Более детальная информация о механизме реакции и структуре ядерных состояний может быть получена из сопоставления извлеченных из эксперимента  $A_{k\lambda}(\vartheta_y)$  с теоретическими значениями, полученными в рамках определенных теоретических подходов. Мы здесь проанализируем спин-тензоры матрицы плотности [параметры  $A_{k\lambda}(\vartheta_y)$ ] в рамках метода искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия (МИВОКОР), который детально разработан в НИИЯФ [63, 64] на базе основополагающих работ Сэчлера с сотр. [65].

Согласно [63, 64], матричный элемент реакции  $A(x, y)B$  в МИВОКОР рассматривается в приближении задачи трех тел, т. е. способ протекания реакции фиксируется заданным образом:

$x + A \rightarrow (y + c) + A \rightarrow y + (c + A) \rightarrow y + B$  для прямых (75а)

и

$x + A \rightarrow x + (y + C) \rightarrow y + (x + C) \rightarrow y + B$  для обменных (75б)

процессов. Поскольку прямые и обменные процессы в задаче трех тел отвечают разным кластерным разбиениям, интерференция между ними не возникает, а полное сечение реакции определяется суммой сечений прямых и обменных процессов.

Согласно [63, 64], матричный элемент реакции  $A(x, y)B$  в МИВОКОР для прямых процессов имеет вид

$$T_{if} = \sum_{\substack{J_1 M_1 J_2 M_2 l m_l \\ J_c E_c^* \Lambda_1 \Lambda_2}} \langle J_A M_A J_1 M_1 | J_f M_f \rangle \times \\ \times \langle J_y M_y J_2 M_2 | J_x M_x \rangle (-1)^{l+M_2+\Lambda_1+\Lambda_2} \langle J_2 - \\ - M_2 J_1 M_1 | l m_l \rangle \sqrt{(2J_1+1)(2J_2+1)} \Theta_{J_1 J_2 J_c}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l} \beta_{\Lambda_1 \Lambda_2 l m_l}^{J_c E_c^*}(\vartheta_y), \quad (76)$$

где  $\Theta_{J_1 J_2 J_c}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l}$  — структурные множители;  $\beta_{\Lambda_1 \Lambda_2 l m_l}^{J_c E_c^*}(\vartheta_y)$  — кинематические факторы, определяющие механизм реакции. Матричный элемент (76) в МИВОКОР может вычисляться и для обменных процессов. В этом случае в (76) производится замена индексов  $A \rightleftharpoons x$  и замена углов  $\vartheta_y$  на  $\pi - \vartheta_y$ .

Подставляя выражение (76) в определения (6), (15), для спин-тензоров состояния со спином  $J_f$ , образованного в реакции  $A(x, y)B(J_f)$  в МИВИКОР, получаем

$$\rho_{kx}(\vartheta_y) = \frac{(2J_f+1)}{(2J_A+1)} \frac{\mu_{xA} \mu_{yB}}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_y}{k_x} \times \\ \times \sum_{J_1 J_1' J_2} \sqrt{(2J_1+1)(2J_1'+1)} w(J_1 J_1' J_2' J_f : J_A k) \times \\ \times \sum_{\substack{l' m_l' m_l' J_c \\ \Lambda_1 \Lambda_1' \Lambda_2 \Lambda_2' J_c'}} (-1)^{J_2+J_A+J_f+m_l'} \langle l m_l' l' - m_l' | kx \rangle \times \\ \times \sqrt{(2l+1)(2l'+1)} W(l J_1 l' J_2' : J_2 k) \times \\ \times \Theta_{J_1 J_2 J_c}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l} \Theta_{J_1' J_2' J_c}^{\Lambda_1' \Lambda_2' l'} \beta_{\Lambda_1 \Lambda_2 l m_l}^{J_c E_c^*}(\vartheta_y) \beta_{\Lambda_1' \Lambda_2' l' m_l'}^{J_c E_c^*}(\vartheta_y). \quad (77)$$

Формулы для вычисления структурных множителей  $\Theta_{J_1 J_2 J_c}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l}$  приведены в [66]. Для реакций с участием легких частиц, не имеющих собственных возбужденных состояний ( $x, y \leq {}^4\text{He}$ ) и при пренебрежении зависимостью волновых функций связанных состояний от энергии возбуждения  $E_c^*$  промежуточной системы, в выражениях для  $\Theta_{J_1 J_2 J_c}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l}$  в явном виде [66] вычисляются суммы по  $J_c$ , и сами формулы существенно упрощаются, полные моменты  $J_x$  и  $J_y$  заменяются спинами  $s_x$  и  $s_y$ .

Для таких реакций можно вместо промежуточных моментов  $J_1, J_2$  в матричном элементе (76) ввести другие промежуточные моменты: полный переданный спин  $s$  и спин канала  $j$ :

$$s = s_x + s_y, \quad j = J_f + l = J_A + s.$$

Тогда структурные множители  $\Theta_{J_1 J_2 J_c}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l}$ , определенные формулой (10) из [66], для реакций с частицами, не тяжелее  ${}^4\text{He}$ , принимают вид:

1. Прямые процессы

$$\Theta_{J_1 J_2}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l} = \delta_{\Lambda_1 0} \delta_{\Lambda_1 l} \delta_{J_2 s_c} \sum_j (-1)^{J_f + s_c + J_1 + j} \times \\ \times \sqrt{2l + 1} u(J_A J_f s_c l : J_1 j) \Theta_{l s = s_c j}^{B \rightarrow A + c}, \quad (78)$$

где

$$\Theta_{l s j}^{B \rightarrow A + c} = \sum_{L_A S_A L_f S_f} (-1)^{L_f + L_A + l} \Theta_{l s L_A L_f S_A S_f}^{B \rightarrow L + c} \times \\ \times u(l L_A J_f S_f : L_j j) u(L_A S_A j s_c : J_A S_f). \quad (78a)$$

2. Обменные процессы

$$\Theta_{J_1 J_2}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l} = \frac{1}{\sqrt{2J_A + 1}} (-1)^{J_1 - J_2} \sum_{s j} \Theta_{s j}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l} \times \\ \times u(L J_f J_2 s_x : j J_1) u(s_x s_y j J_A : s J_2), \quad (79)$$

где

$$\Theta_{s j}^{\Lambda_1 \Lambda_2 l} = \sum_{L_A S_A L_f S_f L_C S_C} \Theta_{\Lambda_1 L_f S_f L_C S_C}^{B \rightarrow C + x} \Theta_{\Lambda_2 L_A S_A L_C S_C}^{A \rightarrow C + y} \times \\ \times \sqrt{\frac{(2L_A + 1)(2S_A + 1)}{(2L_C + 1)(2S_C + 1)}} (-1)^{L_C - L_f + S_A - S_C + \Lambda_1 + \Lambda_2} u(L_f \Lambda_1 L_A \Lambda_2 : L_C l) \times \\ \times u(S_f S_x S_A S_y : S_C s) u(l L_A J_f S_f : L_j j) u(L_A S_A j s : J_A S_f). \quad (79a)$$

В выражениях (78a) и (79a) величины  $\Theta_{l L_A L_f S_A S_f}^{B \rightarrow A + c}$ ,  $\Theta_{\Lambda_1 L_f S_f L_C S_C}^{B \rightarrow C + x}$ ,  $\Theta_{\Lambda_2 L_A S_A L_C S_C}^{A \rightarrow C + y}$  представляют собой амплитуды приведенных ширин в  $L - C$ -связи [67].

При использовании моментов  $s$  и  $j$  спин-тензоры матрицы плотности для прямых процессов в МИВОКОР записываются следующим образом:

$$\rho_{k\kappa}(\vartheta_y) = \frac{(2J_f + 1)^{3/2}}{(2J_A + 1)} \frac{\mu_{xA} \mu_{yB}}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_y}{k_x} \sum_{s j l l' m_l m_l'} (-1)^{l + l' + m_l' + j - k} \times \\ \times w(L J_f l' J_f : j k) \sqrt{(2l + 1)(2l' + 1)} \langle l - m_l l' m_l' | k \kappa \rangle \frac{1}{(2s + 1)} \times \\ \times \Theta_{l s j}^{B \rightarrow A + c} \Theta_{l' s j}^{B \rightarrow A + c} \beta_{l m_l}(\vartheta_y) \beta_{l' m_l'}^*(\vartheta_y). \quad (80)$$

Для обменных процессов аналогичные спин-тензоры  $\rho_{k\kappa}(\vartheta_y)$  имеют вид

$$\rho_{k\kappa}(\vartheta_y) = \frac{(2J_f + 1)^{3/2}}{(2J_A + 1)(2s_x + 1)} \frac{\mu_{xA} \mu_{yB}}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_y}{k_x} \times \\ \times \sum_{s j l l' m_l m_l'} (-1)^{l + l' + m_l + j - k} w(L J_f l' J_f : j k) \sqrt{(2l + 1)(2l' + 1)} \times \\ \times \langle l - m_l l' m_l' | k \kappa \rangle \sum_{\Lambda_1 \Lambda_2 \Lambda_1' \Lambda_2'} \Theta_{s j}^{\Lambda_1 \Lambda_1 l} \Theta_{s j}^{\Lambda_2 \Lambda_2 l'} \beta_{\Lambda_1 \Lambda_2 l m_l}(\vartheta_y) \beta_{\Lambda_1' \Lambda_2' l' m_l'}^*(\vartheta). \quad (81)$$

Выражения (80) и (81) наглядно показывают преимущество выбора промежуточных моментов  $s$  и  $j$ : по ним проводятся только некогерентные суммирования.

Кинематические множители  $\beta_{\Delta, \Delta', i, m_i}(\Phi_y)$  в (76), (77), (80), (81) включают в себя двойные интегралы по искаженным волнам начального и конечного каналов от произведений волновых функций связанных состояний и потенциалов взаимодействия (их конкретные выражения см. в [63, 64]). В МИВОКОР, как и в других теоретических методах, учитывающих конечный радиус взаимодействия, волновые функции связанных состояний находятся численными расчетами по заданной энергии связи и числу узлов [68]. Как показывают результаты расчетов, выполненных в более строгих теоретических подходах (модель нескольких тел [69], метод резонирующих групп [70]), эти волновые функции хорошо описывают структуру основных состояний легких ядер, хотя вопрос об описании волновых функций возбужденных состояний в какой-то мере остается открытым.

Для практической реализации изложенного выше теоретического формализма расчета матрицы плотности ядра создана программа, являющаяся модификацией программы ОЛУМП-2 [71], предназначенной для расчета дифференциальных сечений реакций. В новой версии программы ОЛУМП-3 [72] использованы основные блоки программы ОЛУМП-2, однако, поскольку при вычислении спин-тензоров матрицы плотности необходимо суммирование по орбитальным моментам  $l, l'$  и спином  $s, j$ , в ОЛУМП-3 частично изменена структура основной программы и подключена внешняя память ЭВМ. Программа ОЛУМП-3 написана на языке ФОРТРАН — ДУБНА и адаптирована на ЭВМ БЭСМ-6. Требуемая оперативная память при работе программы — 128 кбайт, внешняя память — магнитные барабаны.

Конкретные результаты будут приведены ниже для двух реакций:  $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')^{12}\text{C}^*$  и  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$ . Выбор именно этих реакций был обусловлен следующими соображениями. Для реакции  $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')^{12}\text{C}^*$ , как показано в предыдущем разделе, экспериментально определены все спин-тензоры четного ранга матрицы плотности состояния  $2^+$  [45, 46], так что можно надеяться, что сравнение теоретических спин-тензоров с экспериментальными позволит определить склад обменных процессов в неупругое рассеяние  $\alpha$ -частиц. Реакция  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$  уже изучалась в рамках МИВОКОР [73] и было показано, что прямые и обменные процессы в совокупности позволяют описать ее экспериментальное сечение, т. е. диагональные элементы матрицы плотности ядра  $^{12}\text{C}$ . Далее расчет показал, что сечение этой реакции существенно меняется при учете некогерентного вклада различных переданных моментов  $l$ , а также спинов канала  $j$ . Интересно проследить, насколько чувствительны к вкладу разных  $l$  и  $j$  и недиагональные элементы матрицы плотности.

$^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')^{12}\text{C}^*$ . Заранее очевидно, что обменные процессы (а именно они определяют сечение неупругого рассеяния в МИВОКОР) не могут полностью объяснить угловое распределение неупругорас-

сеянных  $\alpha$ -частиц, особенно на передних углах, где сечение определяется в основном связью каналов, обусловленных возбуждением вращательной полосы ядра  $^{12}\text{C}$  [26]. В [26] в методе связанных каналов рассчитывалось дифференциальное сечение неупругого рассеяния [параметр  $A_{00}(\vartheta_\alpha)$ ] в передней полусфере вылета  $\alpha$ -частиц, и параметры трехпараметрической (63) формы функции угловой корреляции в плоскости реакции. Результаты показали, что при одном и том же наборе параметров расчета не удается одновременно описать и сечение, и функцию угловой корреляции, т. е. метод связанных каналов даже в передней полусфере не определяет полностью механизм неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на  $^{12}\text{C}$ . В то же время можно ожидать, что на больших углах вылета  $\alpha$ -частиц, где вклад обменных процессов должен быть достаточно велик, эти процессы будут определять поведение как дифференциального сечения, так и других спин-тензоров матрицы плотности.

В работах [74, 75] мы рассчитали величины  $A_{k\lambda}(\vartheta_\alpha)$  для уровня  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц. Основными параметрами, которые определяют теоретические значения спин-тензоров в МИВОКОР, являются параметры оптических потенциалов, а также потенциалов связанных состояний в виртуальных вершинах распада  $^{12}\text{C} \rightarrow ^8\text{Be} + \alpha$ . Подгонка этих параметров проводилась так, чтобы в первую очередь описать дифференциальное сечение неупругого рассеяния, т. е. величину  $A_{00}$ .

В случае упругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на  $^{12}\text{C}$  известен ряд потенциалов, и феноменологических [76], и теоретических [77], которые позволяют согласовать сечение с экспериментом в широкой угловой области. Нами для входного упругого канала использован потенциал, действительная часть которого совпадает с теоретическим, вычисленным в задаче четырех тел [77], а мнимая — с феноменологическим потенциалом [76] (конкретные значения параметров этого потенциала приведены в табл. 5). Для выходного канала (чисто неупругого рассеяния) подобная информация полностью отсутствует. По-

Таблица 5. Параметры оптических потенциалов для упругого ( $E_\alpha = 30$  МэВ) и неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на  $^{12}\text{C}$  и потенциалов связанного состояния [74]

Входной и выходной каналы	$V_0$	$r_{0V}$	$a_V$	$W_0$	$r_{0W}$	$a_W$	$\alpha + ^8\text{Be}$	
							$r_{0c}$	$a_c$
$\alpha + ^{12}\text{C} (0^+)$	161,0	0,85	0,77	15,0	1,5	0,60	1,37	0,7
$\alpha + ^{12}\text{C} (2^+)$	I. 149,0	1,20	0,69	4,8	1,75	0,76	1,25	0,50
	II. 149,0	1,20	0,69	4,8	1,75	0,76	1,00	0,65
	III. 140,0	1,24	0,69	4,8	1,75	0,76	1,60	0,70

этому при выборе потенциалов взаимодействия мы руководствовались лишь качественными физическими соображениями:

1. Поскольку ядро  $^{12}\text{C}$  в состоянии  $2^+$  является сильно деформированным, глубина действительной части потенциала выбиралась меньшей, а радиус — большим по сравнению с потенциалом в упругом канале.

2. Для того чтобы в соответствии с экспериментом обеспечить подъем сечения в области больших углов, глубина мнимой части потенциала была уменьшена.

В табл. 5 приведены значения параметров оптических потенциалов и потенциалов связанных состояний, которые вполне удовлет-

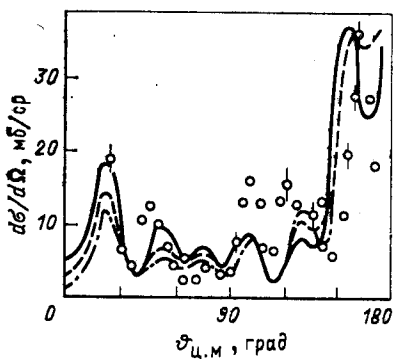


Рис. 8. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на  $^{12}\text{C}$  ( $E_\alpha = 30$  МэВ). Экспериментальные данные из [49]. Расчет выполнен в МИВОКОР [75] с параметрами потенциалов из табл. 5:

сплошная кривая — потенциал I, пунктирная — потенциал II, штрихпунктирная — потенциал III,

ворительно описывают экспериментальное поведение  $A_{00}$  в зависимости от  $\varphi_\alpha$  во всем интервале углов (рис. 8). При этом для всех потенциалов табл. 5 зависимость  $A_{00}$  от  $\varphi_\alpha$  практически не меняется, меняется лишь нормирующий множитель.

| Зависимость  $A_{k\kappa}(\varphi_\alpha)$  с  $k \neq 0$  от параметров потенциалов в области больших углов проявляется в основном в изменении величины экстремумов, но не в изменении их положений (рис. 9). Наибольшую чувствительность к изменению параметров потенциала проявляют компоненты  $A_{k\kappa}$  с  $k = 4$ . На рис. 10 представлено отношение  $A_{4\kappa}$  к  $A_{00}$  в зависимости от  $\varphi_\alpha$  для потенциалов I и III. Из рис. 10 видно, что  $A_{4\kappa}$ , особенно  $A_{40}$  и  $A_{41}$ , более чувствительны к изменению параметров потенциалов, чем  $A_{00}$  в области средних углов. В области задних углов, в которой вклад обменных механизмов в характеристики процесса должен быть определяющим, для разных потенциалов совпадают не только положения экстремумов, но и их величины, т. е. в этой области чувствительность всех  $A_{k\kappa}$ , включая  $A_{00}$ , к выбору параметров расчета одинакова.

Для сравнения теоретических расчетов с экспериментом на рис. 9 приведены также экспериментальные зависимости  $A_{k\kappa}$  от  $\varphi_\alpha$ . Видно, что для всех  $A_{k\kappa}$  удовлетворительного согласия с экспериментом не удается получить даже в области задних углов, хуже всего описы-



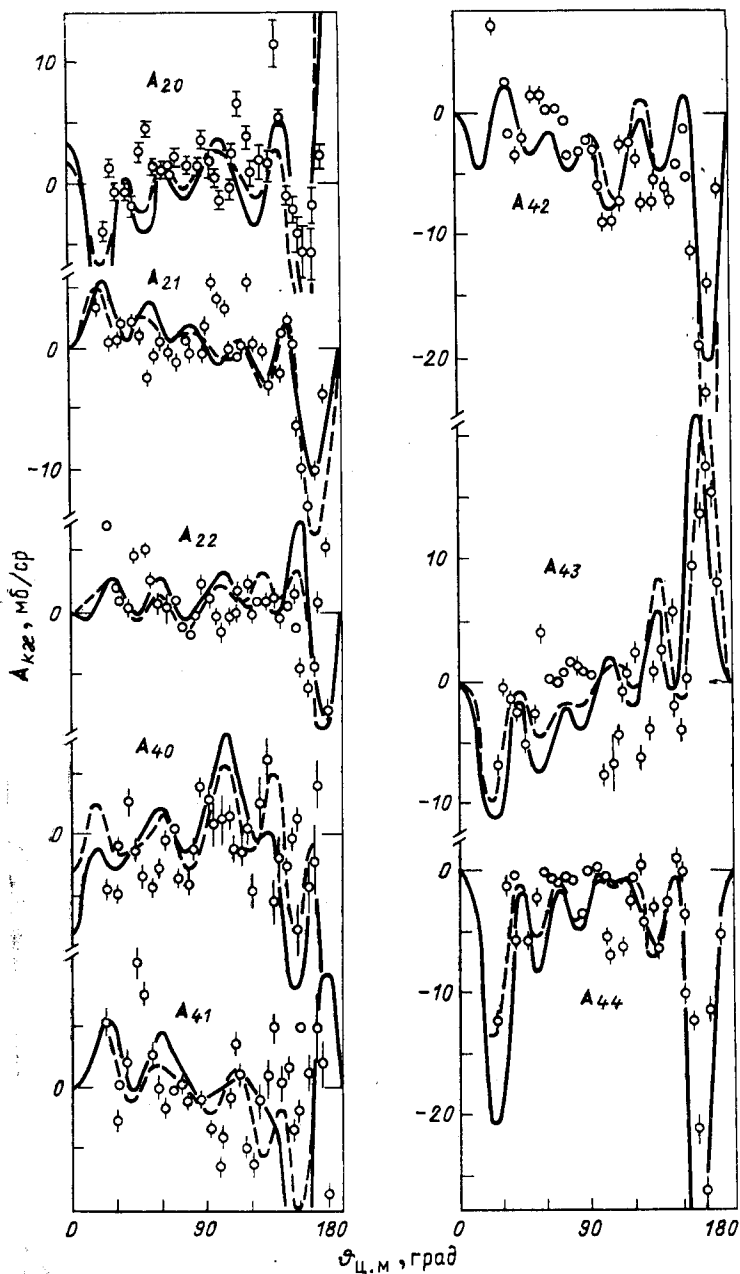


Рис. 9. Зависимость теоретических  $A_{Rk}$  для состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$  от  $\theta_\alpha$  [75]: сплошная кривая — потенциал I табл. 5, пунктирная — потенциал II. Экспериментальные данные из [49]

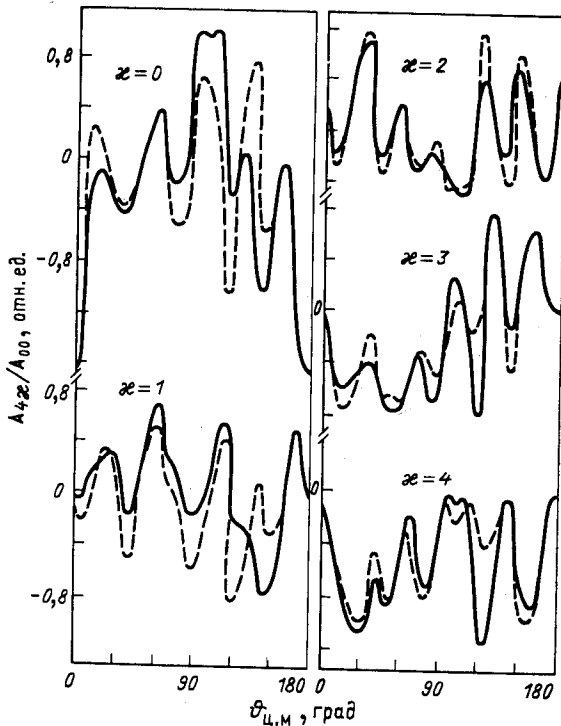


Рис. 10. Чувствительность  $A_{4z}/A_{00}$  к выбору параметров потенциалов [75]: [сплошная кривая — потенциал I; пунктирная — потенциал II]

ваются компоненты  $A_{22}$ ,  $A_{40}$  и  $A_{41}$ . Поскольку в этой области чувствительность к изменению параметров потенциалов наименьшая, а набор потенциалов табл. 5 можно считать реалистическим, хорошо описывающим сечение процесса, то, по-видимому, расхождение теории с экспериментом носит принципиальный характер, и преодолеть его только варьированием параметров потенциала не удастся.

$^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$ . В [73] определен оптимальный набор параметров оптических потенциалов во входном и выходном каналах реакции и потенциалов связанных состояний, который позволяет получить наилучшее согласие с экспериментом. Мы в своих расчетах [74] использовали именно эти параметры оптических потенциалов и потенциалов связанных состояний.

Как следует из общих формул (80) и (81), спин-тензоры в МИВО-КОР определяются когерентными суммами по переданным моментам  $l$  и их проекциям, по моментам  $\Lambda_1$  и  $\Lambda_2$  в вершинах виртуального развала ядер  $A$  и  $B$ . Кроме того, в выражение для спин-тензоров входят некогерентные суммы по переданному спину  $s$  и спину канала  $j$ . Для реакции  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$  эти суммы содержат следующие слагаемые:

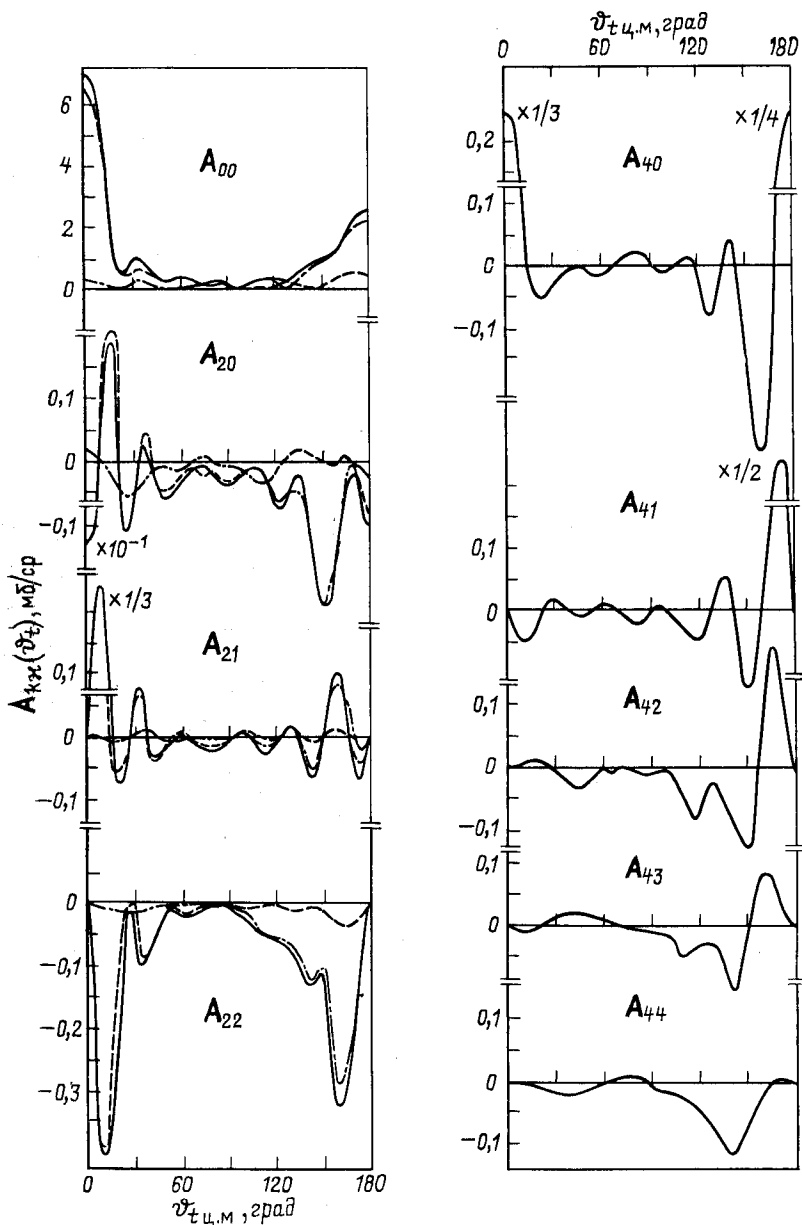


Рис. 11. Величины  $A_{Rk}(\vartheta_t)$  уровня  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$  из реакции  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$  при  $E_\alpha = 25,1$  МэВ [74]:  
 сплошные кривые — суммарные  $A_{Rk}(\vartheta_t)$ ; штриховые —  $A_{Rk}(\vartheta_t)$  для прямых; штрихпунктирные — для обменных процессов

1. Прямые процессы  $\Lambda_1 = l = 1$ ,  $\Lambda_2 = 0$ ,  $s = 1/2$ ,  $j = 1/2$ .
2. Обменные процессы  $\Lambda_1 = 4$ ,  $\Lambda_2 = 3$  [78],  $l = 1 \div 4$ ,  $s = 1/2$ ,  $j = 1; 2$ .

Численные оценки показали, что вклад механизмов, иллюстрируемых треугольными диаграммами (тяжелого замещения — для прямых, обычного замещения — для обменных процессов), в спин-тензоры  $A_{kx}(\vartheta_t)$  подавлен на несколько порядков по сравнению с вкладом

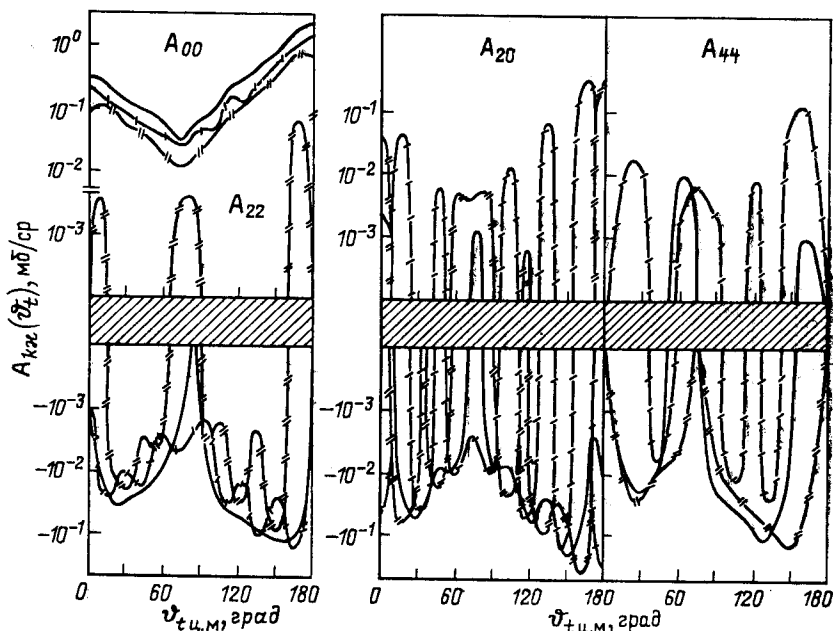
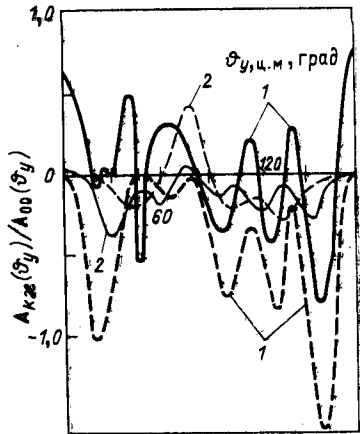


Рис. 12. Некоторые  $A_{kx}(\vartheta_t)$  (сплошные кривые) состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$  из реакции  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$  [74]. Кривыми с одним и двумя штрихами показан вклад компонентов с  $j$ , равным 1 и 2 соответственно

полюсных механизмов. Поэтому все дальнейшие расчеты приведены только для полюсных механизмов (срыв — для прямых и тяжелый срыв — для обменных процессов).

На рис. 11 изображены величины  $A_{kx}(\vartheta_t)$  как функции угла  $\vartheta_t$ , вычисленные по программе OLYMP-3 [72] для прямых и обменных процессов. Как видно из рисунка,  $A_{2x}(\vartheta_t)$  для прямых процессов сосредоточены в основном в передней, а для обменных — в задней полусфере. Исключение составляет лишь величина  $A_{21}(\vartheta_t)$ , для которой вклад механизма срыва на углах, равных  $175^\circ$ , в 2 раза превышает вклад механизма тяжелого срыва. Вклад прямых процессов в величины  $A_{4x}(\vartheta_t)$  строго равен нулю. Тем не менее  $A_{4x}(\vartheta_t)$  не являются малыми даже в передней полусфере, особенно

Рис. 13. Отношение  $A_{20}/A_{00}$  (штриховые кривые) и  $A_{44}/A_{00}$  (сплошные кривые) состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакциях  $^{12}\text{C}(\alpha, \alpha')^{12}\text{C}^*$  (жирные кривые 1) и  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$  (тонкие кривые 2)



это относится к  $A_{40}(\phi_t)$ , которая под малыми углами сравнима с  $A_{00}(\phi_t)$ .

Значение и характер поведения  $A_{kx}(\phi_t)$  для обменных процессов существенно зависят от сумм по переданным моментам  $l$  и спинам  $j$ . Интересно отметить, что компоненты с разными  $l$  дают разный вклад в  $A_{00}$  и  $A_{kx}$  ( $k \neq 0$ ): в  $A_{00}$  основной вклад вносят компоненты с  $l = 1; 3$ , а в  $A_{kx}$  ( $k \neq 0$ ) — с  $l = 2; 3$ . Наиболее существенно меняются  $A_{kx}(\phi_t)$  при учете некогерентного суммирования по спину  $j$ . Как видно из рис. 12, вклад компоненты со спином  $j = 2$  значительно превышает вклад компоненты со спином  $j = 1$ . Учет суммирования по  $j$  приводит к существенному изменению характера зависимости  $A_{kx}$  от  $\phi_t$  как для  $A_{2x}(\phi_y)$ , так и для  $A_{4x}(\phi_t)$ .

В заключение этого раздела сопоставим между собой параметры  $A_{kx}(\phi_y)$  одного и того же состояния ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного различными способами. Как видно из рис. 9 и 11, характер поведения  $A_{kx}(\phi_y)$  в зависимости от углов вылета конечных частиц принципиально различен. Для исключения общей зависимости от угла, связанной с зависимостью дифференциального сечения, мы сравнили между собой относительные значения  $A_{20}/A_{00}$  и  $A_{44}/A_{00}$  для обменных процессов в реакциях  $(\alpha, \alpha')$  и  $(\alpha, t')$  (рис. 13). Оказалось, что отношения величин  $A_{kx}/A_{00}$ , соответствующие разным способам образования состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , сильно различаются между собой и в их поведении в зависимости от  $\phi_y$  трудно обнаружить систематические корреляции. Это обстоятельство, по-видимому, показывает [аналогичная ситуация, как отмечалось в предыдущем разделе, имеет место и в случае реакции  $^{13}\text{C}(\alpha, \alpha')^{12}\text{C}^*$ ], что спин-тензоры матрицы плотности в МИВОКОР чувствительны в основном к типу реакции, а не к структуре заданного состояния ядра. Мы уже отмечали выше, что в МИВОКОР структура функций связанных состояний выделяется только энергией связи и числом узлов. Более детальные характеристики структуры, такие, например, как деформация ядра, в МИВОКОР не учитываются. Именно этим, по-видимому, объясняется малая чувствительность теоретических спин-тензоров к структуре волновых функций ядра  $^{12}\text{C}$ .

## 7. СПИНОВЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ВОЗБУЖДЕННЫХ СОСТОЯНИЙ ЯДЕР И ИХ ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Найденные экспериментально модельно-независимые компоненты спин-тензоров  $\rho_{k\kappa}(\vartheta_y)$  [или, эквивалентно, параметров  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$ ] могут быть использованы для определения других спиновых характеристик конечного ядра без дополнительных экспериментальных измерений. Прежде всего, с помощью найденных  $\rho_{k\kappa}(\vartheta_y)$  могут быть получены диагональные элементы самой матрицы плотности — заселенности подсостояний данного уровня конечного ядра, что эквивалентно определению ориентации спина этого уровня. Очевидно, что для расчета заселенностей подсостояний уровня необходимо использовать систему координат, ось  $z$  которой перпендикулярна плоскости реакции и совпадает с направлением спина ядра (см. рис. 2). Поскольку параметры  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  найдены в системе координат, ось  $z$  которой совпадает с пучком падающих частиц (см. рис. 1), искомые заселенности подсостояния с проекцией  $m$  определяются следующим образом:

$$p_m^{J_f} = \frac{\rho_{J_f}(m, m)}{\text{Sp } \rho_{J_f}^{J_f}(m, m)} = \frac{1}{A_{00}} \sum_{M_f M_f'} \mathbf{D}_{m M_f'}^{*J_f} \times \\ \times \left(0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right) \rho_{J_f}(M_f, M_f') \mathbf{D}_{m M_f'}^{J_f} \left(0, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right), \quad (82)$$

где  $\rho_{J_f}(M_f, M_f')$  определена выражением (6). Если мы не регистрируем поляризацию конечных частиц,  $\rho_{J_f}(M_f, M_f')$  симметрична не только относительно главной, но и побочной диагонали. В этом случае для переходов с  $J_f = L = 2^+$  нетрудно из (82) получить следующие выражения для заселенностей\*:

$$\left. \begin{aligned} p_0^{(2+)} &= \frac{1}{5} \left\{ 1 - \frac{A_{20}}{A_{00}} - \frac{9}{16} \frac{A_{40}}{A_{00}} - \sqrt{6} \frac{A_{22}}{A_{00}} - \frac{3}{4} \times \right. \\ &\quad \left. \times \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{A_{42}}{A_{00}} - \frac{3\sqrt{70}}{16} \frac{A_{44}}{A_{00}} \right\}; \\ p_{\pm 1}^{(2+)} &= \frac{1}{5} \left\{ 1 - \frac{1}{2} \frac{A_{20}}{A_{00}} + \frac{3}{8} \frac{A_{40}}{A_{00}} - \frac{1}{2} \sqrt{6} \times \right. \\ &\quad \left. \times \frac{A_{22}}{A_{00}} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{A_{42}}{A_{00}} + \frac{\sqrt{70}}{8} \frac{A_{44}}{A_{00}} \right\}; \\ p_{\pm 2}^{(2+)} &= \frac{1}{5} \left\{ 1 + \frac{A_{20}}{A_{00}} - \frac{3}{32} \frac{A_{40}}{A_{00}} + \sqrt{6} \frac{A_{22}}{A_{00}} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{8} \sqrt{\frac{5}{2}} \frac{A_{42}}{A_{00}} - \frac{\sqrt{70}}{32} \frac{A_{44}}{A_{00}} \right\} \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

\* К сожалению, в [44] формулы для заселенностей  $p_0^{(2+)}$  и  $p_{\pm 2}^{(2+)}$  приведены с погрешностями. В результате определенные в [45—47, 49] экспериментальные значения заселенностей этих подсостояний должны быть исправлены.

[легко видеть, что условие нормировки  $\sum_m^{(J_f)} p_m^{(J_f)} = 1$  выполняется автоматически]. Так как  $p_m^{J_f} \geq 0$ , выражения (83) накладывают дополнительные ограничения на  $A_{kk}$  с четными  $k$ .

Если условие (60) выполняется, то в этом случае упрощенной параметризации заселенности подсостояний выражаются следующими соотношениями (см. сноску на с. 1328):

$$\left. \begin{aligned} p_0^{(2^+)} &= \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \frac{T_1^2 - 2T_2^2 - \frac{1}{2} T_{20}}{T_0^2 + 2T_1^2 + 2T_2^2}; \\ p_{\pm 2}^{(2^+)} &= \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \frac{T_1^2 - 2T_2^2 - \frac{1}{2} T_{20}}{T_0^2 + 2T_1^2 + 2T_2^2}. \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

Для заселенностей подсостояний можно сформулировать некоторые общие положения. Во-первых, в реакциях с бесспиновыми частицами на четно-четных ядрах [условие (60) выполняется] заселенность подсостояния с  $m = \pm 1$  строго равна нулю. Во-вторых, из (80) нетрудно убедиться, что в реакциях однонуклонной передачи на ядрах 1р-оболочки для любого механизма процесса в случае  $2^+ \rightarrow 0^+$ -перехода величины  $p_{\pm m}^{(2^+)}$  не зависят от угла  $\varphi_y$  и определяются выражениями:

$$p_0^{(2^+)} = \frac{1}{5} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\sum_j (-1)^j \Theta_j^2}{\sum_j \Theta_j^2} \right); \quad (85a)$$

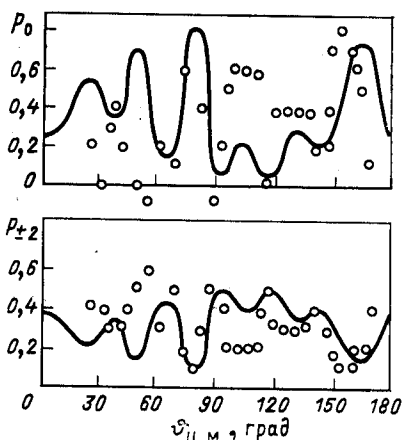
$$p_{\pm 1}^{(2^+)} = \frac{1}{5} \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{\sum_j (-1)^j \Theta_j^2}{\sum_j \Theta_j^2} \right); \quad (85b)$$

$$p_{\pm 2}^{(2^+)} = \frac{1}{5} \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{\sum_j (-1)^2 \Theta_j^2}{\sum_j \Theta_j^2} \right), \quad (85b)$$

где структурный множитель  $\Theta_j^2$  зависит только от спина канала  $j$ . Для ядер 1р-оболочки значения  $J_A$  могут быть равными 3/2 и 1/2, т. е. спин канала  $j$  имеет только два значения:  $j$  равным 1 и 2. Если правилами отбора разрешено одно значение  $j$ , заселенности  $p_{\pm m}^{(2^+)}$  не зависят от структуры волновой функции конечного ядра. В табл. 6 приведены значения  $p_{\pm m}^{(2^+)}$ , вычисленные по формуле (85) для разных реакций однонуклонной передачи с  $l = 1$  и  $s = 1/2$ . В реакции подхвата  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha')^{12}\text{C} (2^+)$  спин канала  $j$  имеет одно значение, равное единице, и для этой реакции  $p_{\pm m}^{(2^+)}$  имеют следующие значения: 0,10; 0,15, 0,30 — независимо от структуры волновой функции состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ .

Таблица 6. Значения  $P_{\pm m}^{(2+)}$  в реакциях однонуклонной передачи с  $s=1/2$ ,  $l=1$  на ядрах 1р-оболочки

Реакция	$^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}(2^+)$	$^{13}\text{C}(^3\text{He}, \alpha')^{12}\text{C}(2^+)$	$^{11}\text{B}(^3\text{He}, d')^{12}\text{C}(2^+)$
$P_0$	0,2424	0,1000	0,2424
$P_{\pm 1}$	0,2212	0,1500	0,2212
$P_{\pm 2}$	0,1576	0,3000	0,1576

Рис. 14. Заселенности магнитных подуровней состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , рассчитанные в МИВОКОР [75] для неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц: сплошная кривая — потенциал I из табл. 5. Экспериментальные данные из [49]

На рис. 14 приведены заселенности подсостояний уровня  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц с энергией  $E_\alpha = 30$  МэВ. Экспериментальные данные по  $A_{k\lambda}$  взяты из [49], по формулам (83) из этих данных получены экспериментальные значения для заселенностей. Теоретические кривые получены для обменных процессов в МИВОКОР для потенциала I из табл. 5. Как видно из рисунка, при изменении параметров потенциалов поведение заселенностей меняется слабо, причем основные изменения происходят в области средних углов  $\varphi_\alpha \simeq 90^\circ \div 120^\circ$ . Видно, что кривые заселенностей для подуровней с  $m=0$  и  $m=\pm 2$  носят ярко выраженный осциллирующий характер, поэтому трудно говорить о преимущественном заселении какого-либо подуровня, хотя амплитуды осцилляций для подуровня с  $m=0$  больше.

Сравнение с экспериментом показывает, что теоретические кривые хорошо согласуются с экспериментальными точками: положение



всех экстремумов практически совпадает. В области углов  $90-120^\circ$  расчет несколько завышает значение заселенности подуровня с  $m = 0$ , для подуровней с  $m = \pm 2$  расхождение с экспериментом меньше.

В [35] заселенность  $p_0$  состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , определенная в экспериментах [31, 32], анализировалась методом связанных каналов в системе координат, ось  $z$  которой направлена вдоль импульса

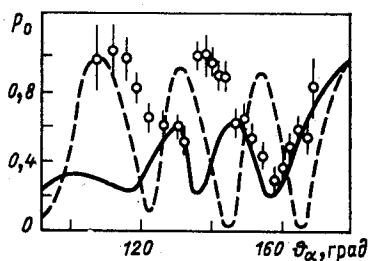


Рис. 15. Угловое распределение заселенности  $p_0$  подуровня с  $\alpha = 0$  состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$  в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц. Экспериментальные данные из [31, 32]:

сплошная кривая — расчет в МИВОКОР (совпадает со сплошной кривой рис. 14 с точностью до поворота системы координат и изменения энергии), пунктирная кривая — расчет методом связанных каналов [35]

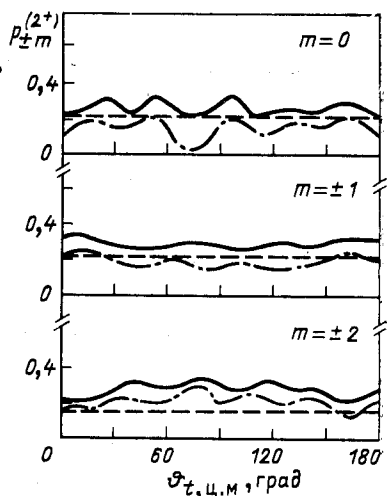


Рис. 16. Угловые зависимости заселенностей подуровней состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакции  $^{11}\text{C}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$ , рассчитанные в МИВОКОР [50]: сплошные кривые — суммарные заселенности; пунктирные — заселенности для прямых; штихпунктирные — для обменных процессов

ядра отдачи (рассматривалось неупругое рассеяние  $\alpha$ -частиц). При этом, как показано в [35], метод связанных каналов одновременно не может описать и дифференциальное сечение, и заселенности магнитных подсостояний уровня  $2^+$ . На рис. 15 представлены теоретические значения  $p_0$  [35], причем параметры расчета подобраны так, чтобы наилучшим образом согласовать  $p_0$  с экспериментом. На этом же рисунке приведены теоретические значения  $p_0$ , рассчитанные в МИВОКОР (аналогичные значениям  $p_0$  на рис. 14 с точностью до изменения энергии и системы координат). Видно, что МИВОКОР лучше описывает экспериментальные данные на больших углах, а метод связанных каналов — на малых и средних углах. Подчеркнем еще раз, что МИВОКОР одновременно описывает и  $d\sigma/d\Omega$  (см. рис. 8), и  $p_0$ , а в методе связанных каналов этого достигнуть не удается [35].

На рис. 16 представлены заселенности  $p_{\pm m}$ , рассчитанные в МИВОКОР для того же уровня ядра  $^{12}\text{C}$ , но образованного в реакции  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}(2^+)$ . Важно подчеркнуть, что характер поведения

величин  $p_{\pm m}$  принципиально отличается от поведения  $p_{\pm m}$  того же состояния, образованного в неупругом рассеянии. Далее, значение  $p_{\pm 1}$  для этой реакции определяется для прямых процессов только структурными множителями. Его величина равна 0,22 и не зависит от  $\phi_i$ . Для обменных процессов, когда правилами отбора разрешено несколько значений  $l$ , величина  $p_{\pm m}$  уже не постоянна, но тем не менее ее зависимость от угла  $\phi_i$  не носит ярко выраженного характера. Отметим также, что полученное теоретически значение  $p_{\pm 1} = 0,15$  для реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha)^{12}\text{C}^*$  полностью подтверждается экспериментально [47].

Рассмотрим, какие еще спиновые характеристики возбужденных состояний ядер могут быть получены с помощью независимых параметров матрицы плотности этих состояний. Очевидно, что знание неприводимых спин-тензоров матрицы плотности, вообще говоря, дает возможность определить ориентацию тензорных операторов различного ранга (вплоть до ранга  $k$ ), характеризующих данное состояние ядра. Действительно, согласно общим положениям квантовой механики, среднее значение сферической компоненты любого тензорного оператора определяется следующим образом:

$$\langle J_f | \mathbf{T}_{k\kappa}(\phi_y) | J_f \rangle = \frac{1}{\text{Sp } \rho} \text{Sp}(\rho \mathbf{T}_{k\kappa}). \quad (86)$$

Распишем (86) более детально и учтем, что согласно условию нормировки (15а)  $\text{Sp } \rho = \rho_{00}$ . В результате получим

$$\begin{aligned} & \rho_{00}(\phi_y) \langle J_f M_f | \mathbf{T}_{k\kappa}(\phi_y) | J_f M_f \rangle = \\ & = \sum_{M_f'} \langle J_f M_f | \rho_{J_f}(M_f, M_f') | J_f M_f' \rangle \langle J_f M_f' | \mathbf{T}_{k\kappa}(\phi_y) | J_f M_f \rangle. \end{aligned} \quad (87)$$

Используя теорему Вигнера — Экарта [79], выражение (87) можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} & \rho_{00}(\phi_y) \langle J_f M_f | \mathbf{T}_{k\kappa}(\phi_y) | J_f M_f \rangle = \frac{1}{\sqrt{2k+1}} \langle J_f || \mathbf{T}_k || J_f \rangle \times \\ & \times \sum_{M_f'} (-1)^{J_f - M_f'} \langle J_f M_f J_f - M_f' | k\kappa \rangle \langle J_f M_f | \rho_{J_f}(M_f, M_f') | J_f M_f' \rangle = \\ & = \frac{1}{\sqrt{(2k+1)(2J_f+1)}} \langle J_f || \mathbf{T}_k(\phi_y) || J_f \rangle \rho_{k\kappa}(\phi_y), \end{aligned} \quad (88)$$

или в более наглядной форме:

$$t_{k\kappa}^{(J_f)}(\phi_y) \equiv \frac{\langle J_f M_f | \mathbf{T}_{k\kappa}(\phi_y) | J_f M_f \rangle}{\langle J_f || \mathbf{T}_k(\phi_y) || J_f \rangle} = \frac{1}{\sqrt{(2k+1)(2J_f+1)}} \frac{\rho_{k\kappa}(\phi_y)}{\rho_{00}(\phi_y)}. \quad (89)$$

Соотношение (89) связывает отношение компоненты тензорного оператора произвольного ранга к его приведенному матричному элементу (в котором содержится вся информация о структуре данного

состояния ядра и отражаются его динамические характеристики) с геометрическими свойствами этого состояния, т. е. отношением  $\rho_{k\kappa}(\vartheta_y)/\rho_{00}(\vartheta_y)$ . Величина  $t_{k\kappa}^{(J_f)}(\vartheta_y)$  характеризует ориентацию соответствующего мультипольного момента относительно оси симметрии ядра.

Покажем, как конкретно, используя параметры  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  с четными  $k$ , найденные экспериментально, вычислить ориентации тензорных операторов ранга  $k$ , равного 2 и 4. Прежде всего надо отметить, что соотношение (89) справедливо в системе координат, ось  $z$  которой совпадает с осью симметрии ядра (импульсом ядра отдачи). В то же время в [45—49] выбрана такая система координат, ось  $z$  которой совпадает с направлением падающего пучка. Поэтому при использовании экспериментальных параметров  $A_{k\kappa}(\vartheta_y)$  необходимо перевести их в другую систему координат, с осью  $z$ , направленной вдоль оси ядра. Этот переход осуществляется следующим образом:

$$\tilde{A}_{k\kappa}(\vartheta_y) = \sum_{\kappa'} D_{\kappa\kappa'}^{*k}(0, \vartheta_q, 0) A_{k\kappa'}(\vartheta_y), \quad (90)$$

где угол  $\vartheta_q$  дается выражением:

$$\cos \vartheta_q = \frac{k_x - k_y \cos \vartheta_y}{\sqrt{k_x^2 + k_y^2 - 2k_x k_y \cos \vartheta_y}}.$$

Осуществляя преобразование (90), для тензора ориентации квадрупольного момента можно получить:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{t}_{20}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} [(3 \cos^2 \vartheta_q - 1) A_{20} + \\ &+ \sqrt{6} \sin 2\vartheta_q A_{21} + \sqrt{6} \sin^2 \vartheta_q A_{22}]; \\ \tilde{t}_{21}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} \left[ -\frac{\sqrt{6}}{2} \sin 2\vartheta_q A_{20} + \right. \\ &+ 2 \cos 2\vartheta_q A_{21} + \sin 2\vartheta_q A_{22} \left. \right]; \\ \tilde{t}_{22}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{5\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} \left[ \frac{\sqrt{6}}{2} \sin^2 \vartheta_q A_{20} - \right. \\ &- \sin 2\vartheta_q A_{21} + (1 + \cos^2 \vartheta_q) A_{22} \left. \right]. \end{aligned} \right\} \quad (91)$$

Аналогичным образом определяются компоненты тензора ориентации гексадекупольного момента:

$$\left. \begin{aligned} \tilde{t}_{40}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{48\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} [(35 \cos^4 \vartheta_q - 30 \cos^2 \vartheta_q + 3) A_{40} + \\ &+ 2\sqrt{5} \sin 2\vartheta_q (7 \cos^2 \vartheta_q - 3) A_{41} + 2\sqrt{10} \sin^2 \vartheta_q (7 \cos^2 \vartheta_q - 1) A_{42} + \\ &+ 2\sqrt{35} \sin 2\vartheta_q \sin^2 \vartheta_q A_{43} + \sqrt{70} \sin^4 \vartheta_q A_{44}]; \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{t}_{41}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{48\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} [-\sqrt{5} \sin 2\vartheta_q (7 \cos^2 \vartheta_q - 3) A_{40} + \\
 &\quad + 2(28 \cos^4 \vartheta_q - 27 \cos^2 \vartheta_q + 3) A_{41} + 2\sqrt{2} \sin 2\vartheta_q \times \\
 &\quad \times (7 \cos^2 \vartheta_q - 4) A_{42} + 2\sqrt{7} \sin^2 \vartheta_q (4 \cos^2 \vartheta_q - 1) A_{43} + \\
 &\quad + \sqrt{14} \sin 2\vartheta_q \sin^2 \vartheta_q A_{44}]; \\
 \tilde{t}_{42}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{48\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} [\sqrt{10} \sin^2 \vartheta_q (7 \cos^2 \vartheta_q - 1) A_{40} + \\
 &\quad + 2\sqrt{2} \sin 2\vartheta_q (4 - 7 \cos^2 \vartheta_q) A_{41} + 4(7 \cos^4 \vartheta_q - 6 \cos^2 \vartheta_q + 1) \times \\
 &\quad \times A_{42} + 2\sqrt{14} \sin 2\vartheta_q \cos^2 \vartheta_q A_{43} + 2\sqrt{7} \sin^2 \vartheta_q (1 + \cos^2 \vartheta_q) A_{44}]; \\
 \tilde{t}_{43}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{48\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} [-\sqrt{35} \sin 2\vartheta_q \sin^2 \vartheta_q A_{40} + \\
 &\quad + 2\sqrt{7} \sin^2 \vartheta_q (4 \cos^2 \vartheta_q - 1) A_{41} - 2\sqrt{14} \sin 2\vartheta_q \cos^2 \vartheta_q A_{42} + \\
 &\quad + 2(4 \cos^4 \vartheta_q + 3 \cos^2 \vartheta_q - 3) A_{43} + \sqrt{2} \sin 2\vartheta_q (3 + \cos^2 \vartheta_q) A_{44}]; \\
 \tilde{t}_{44}^{(2+)}(\vartheta_y) &= -\frac{\sqrt{7}}{48\sqrt{10}} \frac{1}{A_{00}} \left[ \frac{\sqrt{35}}{\sqrt{2}} \sin^4 \vartheta_q A_{40} - \right. \\
 &\quad - \sqrt{14} \sin 2\vartheta_q \sin^2 \vartheta_q A_{41} + 2\sqrt{7} \sin^2 \vartheta_q (1 + \cos^2 \vartheta_q) A_{42} - \\
 &\quad \left. - \sqrt{2} \sin 2\vartheta_q (3 + \cos^2 \vartheta_q) A_{43} + (\cos^4 \vartheta_q + 6 \cos^2 \vartheta_q + 1) A_{44} \right].
 \end{aligned} \tag{92}$$

На рис. 17 показаны величины сферических компонент единичных тензоров ориентации квадрупольного  $\tilde{t}_{2\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  и гексадекупольного  $\tilde{t}_{4\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  моментов состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в неупругом рассеянии  $\alpha$ -частиц. Результаты расчетов для других потенциалов мы не приводим, поскольку в данном масштабе они практически не различимы. Из рисунка видно, что  $\tilde{t}_{2\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  и  $\tilde{t}_{4\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  осциллируют относительно оси симметрии ядра, при этом характер осцилляций повторяет осцилляции дифференциального сечения. Частота осцилляций практически не зависит от ранга оператора и постоянна во всей области углов для всех компонент тензора квадрупольной ориентации, что хорошо согласуется с экспериментом. Это обстоятельство, по видимому, свидетельствует, что осциллирующее поведение тензора ориентации обусловлено единым механизмом образования состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$  — механизмом тяжелого срыва. По абсолютному значению  $\tilde{t}_{20}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  почти в 2 раза больше компонент  $\tilde{t}_{21}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  и  $\tilde{t}_{22}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$ . Это означает, что квадрупольный момент ядра  $\text{C}^{12}$  в состоянии  $2^+$  ориентирован в основном в плоскости, перпендикулярной оси симметрии ядра. То же самое поведение характерно и для тензора ориентации гексадекупольного момента: с увеличением проекции абсо-

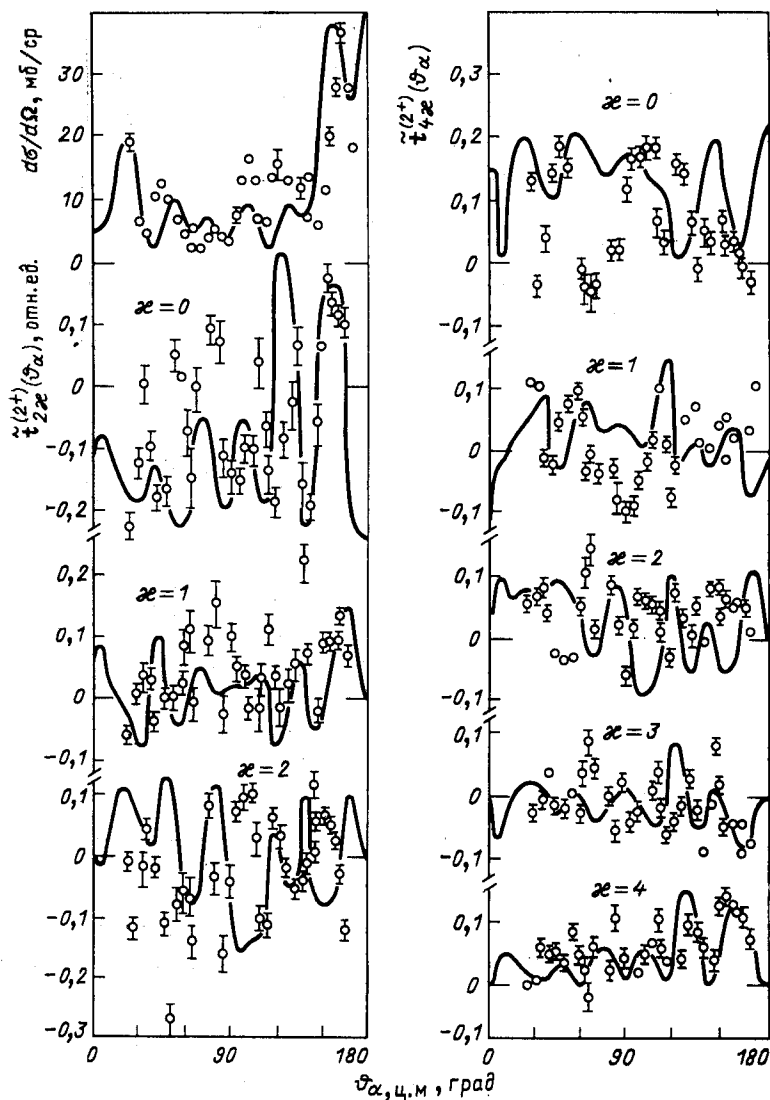


Рис. 17. Угловое распределение тензоров ориентации квадрупольного  $\tilde{t}_{2\alpha}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  и гексадекупольного  $\tilde{t}_{4\alpha}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  моментов состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , рассчитанное в МИВОКОР [75] для потенциала I из табл. 5. Экспериментальные данные из [48]

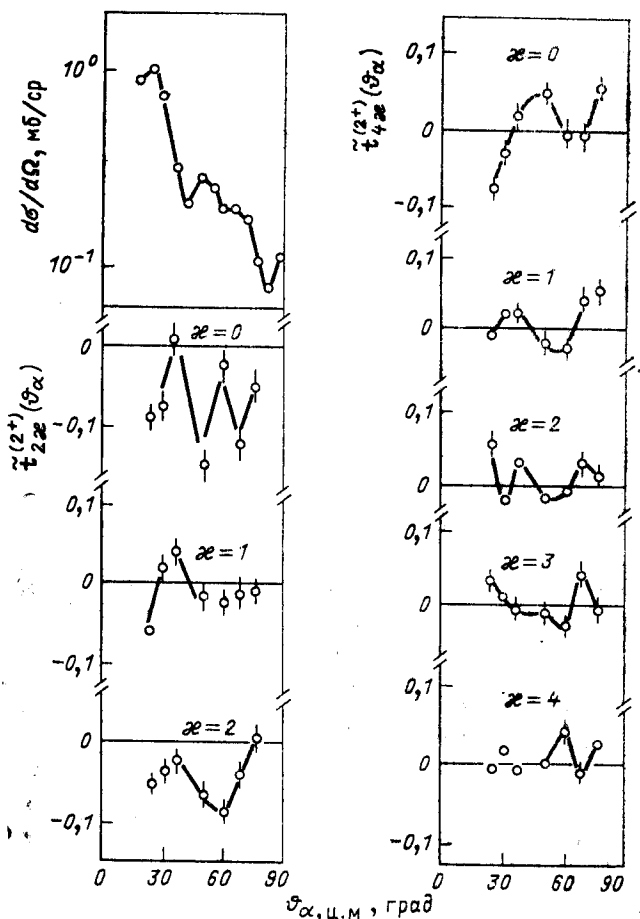


Рис. 18. Экспериментальные угловые зависимости [48] тензоров ориентации квадрупольного  $\tilde{t}_{2\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  и гексадекупольного  $\tilde{t}_{4\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  моментов состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакции  $^{13}\text{C} (^3\text{He}, \alpha') ^{12}\text{C} (2^+)$  при  $E_{\text{зНв}} = 22,5 \text{ МэВ}$

лютное значение компонент  $\tilde{t}_{4\kappa}^{(2+)}$  уменьшается, для  $\tilde{t}_{43}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  и  $\tilde{t}_{44}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  наблюдается также уменьшение абсолютных значений в области малых углов, что связано с уменьшением абсолютных значений спин-тензоров  $A_{4\kappa}(\vartheta_\alpha)$  в этой области. В отличие от компонента тензора ориентации квадрупольного момента, осцилляции тензора ориентации гексадекупольного момента с четными и нечетными проекциями происходят почти в противофазе.

Подобное поведение  $\tilde{t}_{2\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  и  $\tilde{t}_{4\kappa}^{(2+)}(\vartheta_\alpha)$  свидетельствует о сложной форме ядра  $^{12}\text{C}$  в состоянии  $2^+$ , не сводящейся к эллипсоиду вра-

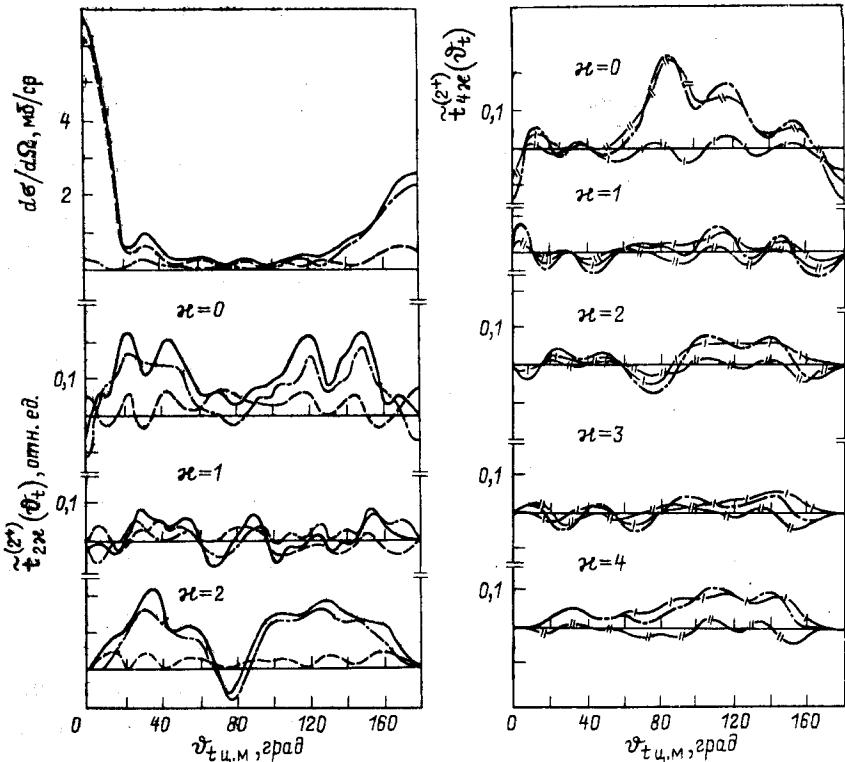


Рис. 19. Угловые зависимости, вычисленные в МИВОКОР [50], дифференциального сечения реакции  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}(2^+)$ , тензоров ориентации  $\tilde{t}_{2k}^{(2+)}(\theta_t)$  квадрупольного момента (сплошные кривые — суммарные значения; пунктирные кривые — вклад прямых; штрихпунктирные — вклад обменных процессов), а также тензоров ориентации  $\tilde{t}_{4k}^{(2+)}(\theta_t)$  гексадекупольного момента (кривые с одним и двумя штрихами соответствуют вкладу компонент со спином канала  $j$ , равным 1 и 2)

щения. Компоненты тензора  $\tilde{t}_{2k}^{(2+)}(\theta_\alpha)$  лучше согласуются с экспериментом [48], чем  $\tilde{t}_{4k}^{(2+)}(\theta_\alpha)$ . Это обстоятельство не является удивительным, поскольку компоненты  $A_{4k}(\theta_\alpha)$ , дающие вклад в  $\tilde{t}_{4k}^{(2+)}$ , сами плохо согласуются с экспериментом (см. рис. 9).

На рис. 18 представлены экспериментальные значения [48] тензоров ориентации для того же состояния ядра  $^{12}\text{C}$ , полученного в реакции  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, \alpha')^{12}\text{C}(2^+)$ . Для тензора ориентации  $\tilde{t}_{4k}^{(2+)}(\theta_\alpha)$  гексадекупольного момента под малыми  $\theta_\alpha$  наибольшей оказывается компонента с  $k = 0$ , т. е. этот момент перпендикулярен оси симметрии ядра и его прецессия незначительна. При увеличении  $\theta_\alpha$

преобладание компоненты с  $\kappa = 0$  становится не столь значительным, и прецессия гексадекупольного момента увеличивается. Для тензора ориентации квадрупольного момента  $\tilde{t}_{2\kappa}(\vartheta_\alpha)$  компоненты с  $\kappa = 0$  и  $\kappa = 2$  в области средних углов  $\vartheta_\alpha$  сравнимы, что обеспечивает значительную прецессию тензора ориентации квадрупольного момента, когда ядро  $^{12}\text{C}(2^+)$  образуется в реакции  $^{13}\text{C}(^3\text{He}, \alpha')^{12}\text{C}(2^+)$ .

На рис. 19 показаны теоретические значения тензоров ориентации квадрупольного и гексадекупольного моментов ядра  $^{12}\text{C}$  в состоянии  $2^+$ , образованного в реакции  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$ . Сравнение рис. 17—19 показывает, что степень прецессии квадрупольного и гексадекупольного моментов существенно зависит от способа образования уровня  $2^+$  этого ядра: если в неупругом рассеянии прецессия гексадекупольного момента выражена сильнее, чем квадрупольного, то для реакций  $(^3\text{He}, \alpha')$  и  $(\alpha, t')$  это заключение неправомерно. В реакции  $^{11}\text{B}(\alpha, t')^{12}\text{C}^*$  характер их осцилляции в зависимости от угла  $\vartheta_t$  в общем повторяет характер осцилляций  $d\sigma/d\Omega$ . Интересно при этом отметить, что, хотя  $d\sigma/d\Omega$  определяется на малых углах прямыми процессами, а на больших углах — обменными процессами, ориентация квадрупольного момента во всей области углов  $\vartheta_t$  связана с обменными процессами. Что касается ориентации гексадекупольного момента (вклад в нее дают только обменные процессы), то здесь важно подчеркнуть следующее обстоятельство. Тензор ориентации  $\tilde{t}_{4\kappa}^{(2^+)}(\vartheta_t)$  в этой реакции с разными  $\kappa$  по-разному чувствителен к вкладу различных спинов канала  $j$ : если  $\tilde{t}_{40}^{(2^+)}(\vartheta_t)$  определяется спином  $j = 2$ , то  $\tilde{t}_{4\kappa}^{(2^+)}(\vartheta_t)$  с  $\kappa = 2, 4$  в области углов  $\vartheta_t \simeq 100\text{--}140^\circ$  спином  $j = 1$ . Другими словами, измеряя ориентацию гексадекупольного момента  $^{12}\text{C}^*$ , можно определить структурные характеристики этого состояния ядра  $^{12}\text{C}$  с заданным спином канала.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы показали, что измерение функции угловой корреляции конечных частиц — продуктов реакции и  $\gamma$ -квантов, испускаемых конечным возбужденным ядром при переходе в основное состояние, в различных плоскостях регистрации  $\gamma$ -квантов относительно плоскости реакции, в принципе, позволяет восстановить все вещественные параметры, определяющие матрицу плотности ядра. Предлагаемый метод восстановления матрицы плотности привлекает, прежде всего, своей относительной простотой, поскольку позволяет из результатов, полученных в одном эксперименте, без изменения его методики, находить все параметры матрицы плотности.

Метод был теоретически обоснован и разработан в НИИЯФ МГУ и там же был впервые реализован экспериментально. В случае неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц на  $^{12}\text{C}$  полностью восстановлена спиновая матрица плотности состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , т. е. определены



девять вещественных компонент ее спин-тензоров четного ранга. Экспериментально получены также спин-тензоры четного ранга матрицы плотности этого же состояния ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакциях с участием легких частиц со спинами. Для таких реакций найденные величины не позволяют, однако, восстановить все отличные от нуля компоненты матрицы плотности, поскольку в реакциях с участием частиц с ненулевыми спинами, в принципе, могут быть отличны от нуля спин-тензоры матрицы плотности нечетного ранга. Подчеркнем, что экспериментальные данные по спин-тензорам четного ранга состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , полученные из ядерных реакций, пока еще малочисленны, обладают невысокой статистической точностью, по ним трудно установить характер зависимости компонент спин-тензоров от угла вылета конечных частиц.

Теоретический анализ спин-тензоров четного ранга матрицы плотности состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в неупругом рассеянии, проведенный в рамках метода искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия для механизма тяжелого срыва, показал, что метод в целом позволяет описать экспериментально полученные спин-тензоры матрицы плотности. Результаты расчетов обнаружили значительную чувствительность спин-тензоров ненулевого ранга (во всяком случае, превышающую чувствительность дифференциального сечения) к выбору деталей расчета, особенно в области средних углов вылета конечных частиц. Тем не менее даже в области больших углов, где теоретические спин-тензоры практически нечувствительны к деталям расчета, МИВОКОР в ряде случаев не объясняет экспериментальные значения спин-тензоров. Чтобы улучшить согласие теории с экспериментом, необходимо, по-видимому, более детально учитывать структуру ядра, в частности в рамках МИВОКОР ввести сильную связь каналов в неупругом рассеянии, связанную с деформацией ядра  $^{12}\text{C}$ .

Расчеты спин-тензоров матрицы плотности состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ , образованного в реакциях с частицами с ненулевым спином, обнаруживают даже в рамках МИВОКОР чувствительность компонент спин-тензоров не только к механизму реакции, но и к структуре волновой функции и начального, и конечного ядер. В частности, угловые зависимости спин-тензоров, особенно для механизма тяжелого срыва, существенно меняются при учете когерентного суммирования вкладов с различными переданными моментами, а также некогерентного суммирования вкладов с различными спинами канала.

Полученные компоненты спин-тензоров матрицы плотности представляют уникальную возможность и экспериментального, и теоретического определения различных спиновых характеристик возбужденных состояний ядер: заселенностей магнитных подуровней, ориентаций тензорных операторов и т. д. Для неупругого рассеяния  $\alpha$ -частиц определены все эти характеристики для состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ .

Спиновые характеристики этого состояния, образованного в реак-

циях с участием частиц со спином, когда компоненты спин-тензоров нечетного ранга также могут быть отличными от нуля, определены неполностью. Для восстановления спин-тензоров нечетного ранга необходимо либо измерять циркулярную поляризацию  $\gamma$ -квантов, либо поляризационные тензоры состояния  $2^+$  ядра  $^{12}\text{C}$ . Ясно, что подобные эксперименты связаны с серьезными методическими проблемами. Однако их реализация поможет существенно продвинуться в понимании такой сложной и тонкой характеристики, как наведенная поляризация четно-четных ядер. Поэтому осуществление таких экспериментов является крайне желательным.

Теоретические оценки и поляризационных тензоров, и поляризации  $\gamma$ -квантов (во всяком случае, в рамках МИВОКОР) принципиальных сложностей не представляют (для проведения подобных расчетов необходимо включить в МИВОКОР спин-орбитальное взаимодействие) и, по-видимому, будут проведены в ближайшее время.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Немец О. Ф., Ясногородский А. М. Поляризационные явления в ядерной физике. Киев: Наукова думка, 1980.
2. Гольдфарб Л. Угловая корреляция и поляризация // Ядерные реакции. Т. 1. / Под ред. П. М. Эндта и М. Демера: Пер. с англ. М.: Изд-во иностр. лит., 1962. С. 154—107.
3. Bidenharn L. C., Rose M. E. // Rev. Mod. Phys. 1953. Vol. 25. N 3. P. 729—777.
4. Frauenfelder H. Beta and Gamma Spectroscopy / Ed. K. Siegbahn. Amsterdam: North Holland Publishing Company. 1955. P. 521—584.
5. Abragam A., Pound P. V. // Phys. Rev. 1953. Vol. 92. P. 943—986.
6. Coester R. M. // Phys. Rev. 1954. Vol. 93. P. 1304—1308; Steffen R. M. // Advances Phys. (Phylos. Mag.) 1955. Vol. 4. N 15. P. 1—29.
7. Artemov K. P., Goldberg V. S., Rudakov K. P. e. a. // Phys. Lett. B. 1971. Vol. 37. P. 61—63; Artemov K. P., Головков М. С., Гольдберг В. З. и др. // ЯФ. 1986. Т. 44. С. 579—586.
8. Schmidt F. H., Brown R. E., Gerhart J. B., Kelasinski W. A. // Nucl. Phys. 1964. Vol. 52. P. 353—380.
9. Braley R. C., Nagarajan M. A., Cilpatric M. W., Finlay R. W. // Phys. Lett. B. 1968. Vol. 26. P. 248—249.
10. Kolasinski W. A., Ernmaa J., Smidt F.-H. e. a. // Phys. Rev. 1969. Vol. 180. P. 1006—1025.
11. McDaniel D. K., McDonald M. W., Steuer M. F. e. a. // Phys. Rev. C. 1972. Vol. 6. P. 1181—1191.
12. Keller L. C., Kerr R. G. // Nucl. Phys. A. 1972. Vol. 194. P. 1—11.
13. Voshiki H. // Phys. Rev. 1960. Vol. 117. P. 773—780.
14. McDaniel D. K., Hendrei D. L., Bossel R. N., Satchler G. R. // Phys. Lett. 1962. Vol. 1. P. 295—297.
15. Adams H. S., Hintz M. N. // Nucl. Phys. 1964. Vol. 59. P. 601—604.
16. Kuehner J. A., Almqvist E., Bromley D. A. // Nucl. Phys. 1960. Vol. 19. P. 614—623.
17. Martin J. P., Quisenberry K. S., Low C. A. // Phys. Rev. 1960. Vol. 120. P. 492—499.
18. Tesmer J. R., Schmidt F. H. // Phys. Rev. C. 1972. Vol. 5. P. 864—873.
19. Mazarakis M. G., Stephens P. M. // Phys. Rev. C. 1973. Vol. 7. P. 1280—1287.
20. King H. T., Hass M., Glaussner C. e. a. // Nucl. Phys. A. 1979. Vol. 232. P. 159—172.

21. Assoua G. E., Ahlfeld C. E., Lassale R. A. e. a. // Nucl. Phys. A. 1972. Vol. 182. P. 193—212.
22. Cramer J. G., Eidson W. W. // Nucl. Phys. 1964. Vol. 55. P. 593—612.
23. Eidson W. W., Cramer J. P., Blatchley D. E., Bent R. D. // Nucl. Phys. 1964. Vol. 55. P. 613—642.
24. Klein S. S., Meijer A., Poppema O. J. // Nucl. Phys. A. 1968. Vol. 121. P. 422—432.
25. Burdzik G. F., Heyman G. // Nucl. Phys. A. 1972. Vol. 185. P. 509—522.
26. Baron N., Leonard R. F., Stewart W. M. // Phys. Rev. C. 1971. Vol. 4. P. 1159—1180.
27. Эль-Камхави А. А., Гуревич Г. С., Орлова Н. В. и др. // ЯФ. 1972. Т. 15. С. 429—434.
26. Альвеш М. С., Гуревич Г. С., Зеленская Н. С. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1976. Т. 40. С. 186—192.
29. Альвеш М. С., Гуревич Г. С., Зеленская Н. С. и др. // ЯФ. 1978. Т. 27. С. 1431—1437.
30. Бурьмов Е. М., Гуревич Г. С., Спаский А. В. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1981. Т. 45. С. 746—751.
31. Колалис Р. П., Садковский В. С., Феофилов Г. А., Денисов А. Е. // Изв. АН Каз.ССР. 1979. № 4. С. 42—48.
32. Феофилов Г. А., Соловьев С. М., Денисов А. Е. и др. // Тезисы докладов XXIX совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1979. С. 338.
33. Sheldon E. // Nucleonica. 1981. Vol. 26. P. 471—549.
34. Гарусов Е. А., Лифшиц Е. П., Петров Ю. В. // Атомная энергия. 1986. № 11; Лифшиц Е. П. Препринт ЛИЯФ № 1205. Л., 1986.
35. Кухтина И. Н., Феофилов Г. А., Денисов А. Е. и др. // Ядерная спектроскопия и структура атомного ядра. Тезисы докладов XXXVI Совещания. Л.: Наука, 1986. С. 326.
36. Rubicki F., Tamura T., Satchler G. R. // Nucl. Phys. A. 1970. Vol. 146. P. 659—676.
37. Satchler G. R., Tobocman T. // Phys. Rev. 1960. Vol. 118. P. 1566—1574.
38. Levinson C. A., Banerjee M. K. // Ann. Phys. 1958. Vol. 3. P. 67—90.
39. Clegg A. V., Satchler G. R. // Nucl. Phys. 1961. Vol. 27. P. 431—447.
40. Зеленская Н. С., Эль-Камхави А. А., Шалабаев Д. А. // ЯФ. 1973. Т. 17. С. 32—41.
41. Дмитриева Т. А., Зеленская Н. С., Эль-Камхави А. А., Теплов И. Б. // ЯФ. 1973. Т. 18. С. 1223—1228.
42. Зеленская Н. С. // ЯФ. 1977. Т. 25. С. 514—519.
43. Зеленская Н. С., Теплов И. Б. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1980. Т. 44. С. 960—967.
44. Zelenskaja N. S., Teplov I. V. // Nucl. Phys. A. 1983. Vol. 406. P. 306—324.
45. Теплов И. Б., Гуревич Г. С., Лебедев В. М. и др. // Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 39. С. 31—33.
46. Гуревич Г. С., Лебедев В. М., Орлова Н. В. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 119—122.
47. Васильева О. И., Гуревич Г. С., Лебедев В. М. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 1959—1964.
48. Зеленская Н. С., Лебедев В. М., Спаский А. В., Теплов И. Б. // Вестн. Моск. ун-та. Физика, астрономия. 1986. Т. 27. С. 38—43.
49. Гуревич Г. С., Лебедев В. М., Орлова Н. В. и др. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1986. Т. 50. С. 95—99.
50. Зеленская Н. С., Теплов И. Б. // Изв. АН СССР. Сер. физ. 1987. Т. 51. С. 49—57.
51. Landau L. D. // Z. Phys. 1927. Bd 45. S. 430—438.
52. Блум К. Теория матрицы плотности и ее приложения: Пер. с англ. М.: Мир. 1983.
53. Blatt M., Biedenharn L. S. // Rev. Mod. Phys. 1953. Vol. 25. P. 258—269.

54. Теоретический практикум по ядерной физике/Под ред. В. В. Балашова. М.: Энергоатомиздат, 1984.
55. Bohr A. //Nucl. Phys. 1959. Vol. 10. P. 486—493.
56. Ахизер А. И., Берестецкий В. Б. Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1981.
57. Blair J. S. //Phys. Rev. 1959. Vol. 11. P. 928—938; Blair J. S., Willets L. //Phys. Rev. 1961. Vol. 121. P. 1493—1499.
58. Banerjee M. K., Levinson C. A. //Ann. of Phys. 1957. Vol. 2. P. 499—524.
59. Sheldon E. //Rev. Mod. Phys. 1963. Vol. 35. P. 795—814.
60. Hahn F. C. W. //Nucl. Phys. A. 1967. Vol. 104. P. 545—563.
61. Rose M. E. //Phys. Rev. 1953. Vol. 91. P. 610—615.
62. Edwards S., Assouas G. E. //Nucl. Phys. A. 1968. Vol. 107. P. 170—176.
63. Зеленская Н. С., Теплов И. Б. //ЭЧАЯ. 1980. Т. 11. С. 342—409.
64. Зеленская Н. С., Теплов И. Б. Обменные процессы в ядерных реакциях. М.: Изд-во МГУ, 1985.
65. Austern N., Drisko R. M., Halbert E. C., Satchler G. R. //Phys. Rev. B. 1964. Vol. 133. P. 3—16.
66. Зеленская Н. С., Теплов И. Б. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1977. Т. 41. С. 1711—1717.
67. Балашов В. В., Неудачин В. Г., Смирнов Ю. Ф., Юдин Н. П. //ЖЭТФ. 1959. Т. 37. С. 1385—1389; Бояркина А. Н. Структура ядер 1p-оболочки. М.: Изд-во МГУ, 1973.
68. Austern N. //Phys. Rev. B. 1964. Vol. 136. P. 1743—1748.
69. Кукулин В. И., Краснопольский В. М., Миселжи М., Ворончев В. Т. //ЯФ. 1981. Т. 34. С. 21—32.
70. Вильдермут К., Тан Я. Единая теория ядра: Пер. с англ. М., Мир, 1980.
71. Беляева Т. Л., Заикин П. Н., Зеленская Н. С. и др. Программа OLYMP для расчета сечений реакций со сложными частицами методом искаженных волн с конечным радиусом взаимодействия. М.: Изд-во МГУ, 1981.
72. Теплов И. Б., Зеленская Н. С., Овчинникова А. А., Балашова О. Ю. Госфонд алгоритмов и программ, 1985, № 50850000733.
73. Беляева Т. Л. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 383—388.
74. Зеленская Н. С., Овчинникова А. А., Теплов И. Б. //ЯФ. 1985. Т. 42. С. 165—174.
75. Балашова О. Ю., Зеленская Н. С., Овчинникова А. А., Теплов И. Б. //Тезисы XXXVII Всесоюзного совещания по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра. Л.: Наука, 1987. С. 326.
76. Perrey C. M., Perrey F. G. //Atomic Data and Nucl. Data Tabl. 1976. V. 17. P. 2—217.
77. Гурбанович И. С., Зеленская Н. С. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1983. Т. 47. С. 978—986.
78. Беляева Т. Л., Зеленская Н. С., Теплов И. Б. //Изв. АН СССР. Сер. физ. 1982. Т. 46. С. 2450—2456.