

Квантовая хромодинамика на больших расстояниях

Б. А. Арбузов

Институт физики высоких энергий, Серпухов

В рамках традиционной квантовой теории поля рассмотрены свойства квантовой хромодинамики (КХД) на больших расстояниях. Параметры, определяющие инфракрасную область, определены самосогласованным образом с помощью метода ренормализационной группы. Дан обзор последних работ, подтверждающих сингулярную инфракрасную асимптотику глюонного пропагатора $M^2/(k^2)^2$. Получены решения уравнения Швингера — Дайсона для кваркового пропагатора, обладающие нужными свойствами: спонтанным нарушением киральной инвариантности и непертурбативным характером. Инфракрасные асимптотики низших функций Грина использованы для вычисления вакуумных средних глюонных и кварковых полей. Получено хорошее согласие вычисленных вакуумных средних с их феноменологическими значениями. Рассмотрение поведения КХД на больших расстояниях приводит к заключению, что на современном уровне развития теории можно обсуждать две возможности. Первая из них — это известная гипотеза конфайнмента, вторая — получила название неполного заключения и с необходимостью предполагает наблюдаемость открытого цвета. Показано, что вторая возможность не противоречит существующим экспериментам. Экспериментальные данные по аномальным ядерным фрагментам и излучению сверхвысокой энергии от галактического источника Лебедь X-3 рассматриваются как указания на справедливость неполного заключения. Подчеркивается важность поисков состояний с открытым цветом.

Properties of QCD at large distances are considered in the framework of conventional quantum field theory. The parameters defining the infrared region are determined in a selfconsistent way using the renormalization group method. The recent works are reviewed which confirm the singular infrared behaviour of gluon propagator $M^2/(k^2)^2$. Solutions of Schwinger—Dyson equation for quark propagator are obtained and are shown to possess desirable properties: spontaneous breakdown of chiral invariance and nonperturbative character. The infrared asymptotics of lower Green functions are used for calculation of vacuum expectation values of gluon and quark fields. These vacuum expectation values are obtained in good agreement with the corresponding phenomenological values. The consideration of a behaviour of QCD at large distances leads to the conclusion that at contemporary stage of theory development one may consider two possibilities. The first one is the well-known confinement hypothesis and the second one is called incomplete confinement and stipulates for open color to be observable. The second possibility

is shown to have no contradictions with existing experiments. The experimental data on anomalous nuclear fragments and ultra-high energy radiation from the galactic source Cygnus X-3 are considered as indications for the validity of incomplete confinement. The importance of looking for open color states is emphasized.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие физики высоких энергий в последние годы, накопление экспериментальных данных и теоретические соображения привели к формированию убеждения, согласно которому истинной теорией сильного взаимодействия является квантовая хромодинамика (КХД), т. е. квантовая теория поля, описывающая взаимодействие цветных кварков и глюонов, которая определяется исходным калибровочно-инвариантным лагранжианом

$$L = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F_{\mu\nu}^a + \sum_j \bar{\psi}_j (i\hat{\partial} - m_j) \psi_j + g \sum_j \bar{\psi}_j \gamma_\mu t^a \psi_j A_\mu^a, \quad (1)$$

где A_μ^a — вектор-потенциал неабелева калибровочного поля глюонов;

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_\mu A_\nu^a - \partial_\nu A_\mu^a + g f^{abc} A_\mu^b A_\nu^c; \quad (2)$$

f^{abc} — структурные константы группы $SU(3)$; $abc = \overline{1,8}$; $t^a = \lambda^a/2$ — генераторы этой группы в фундаментальном представлении. Имеется в виду, что каждый дираковский спинор ψ_j , отвечающий виду или, как часто говорят, аромату кварка ($u, d, s, c, b \dots$), является вектором фундаментального представления группы $SU(3)$, содержащим три компоненты, отличающиеся друг от друга некоторым квантовым числом, которое принято называть цветом. Это чрезвычайно важное для современной физики квантовое число, которому мы уделим большое внимание в обзоре, было введено в 1965 г. на основании соображений, связанных с составной кварковой моделью адронов в работах [1—4]. Именно понятие цвета позволило сформулировать КХД [5]. Описанию КХД и ее следствий посвящено много обзоров и книг (см., например, [6, 7]). Укрепление убежденности в справедливости КХД связано, во-первых, с успехом составной кварковой модели в описании систематики и, частично, динамики адронов (см., например, [8, 9]). Во-вторых, КХД в совокупности с кварк-партоновой моделью успешно описывает область малых расстояний, которая соответствует, в зависимости от исследуемого процесса, большим передачам импульса или большим поперечным импульсам (см., например, [10]), что связано со свойством асимптотической свободы этой теории [11, 12]. Свойство это означает убывание инвариантного заряда теории с ростом Q^2 , т. е. с убыванием расстояния, которое в однопетлевом приближении описывается известной формулой

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{4\pi}{\left(11 - \frac{2n_f}{3}\right) \ln\left(-\frac{Q^2}{\Lambda^2}\right)}; \quad |Q^2| \gg \Lambda^2, \quad (3)$$

где n_f — число типов кварков, а Λ — константа размерности массы, которая подлежит определению из эксперимента и по современным данным равна $(0,2 \pm 0,4)$ ГэВ. Отметим важную роль, которую играет в теории эта константа. Прежде всего, она появляется в теории вне зависимости от того, есть ли в ней исходные размерные параметры, например массы кварков, или нет. В частности, мы можем рассматривать теорию вообще без кварков, что соответствует учету лишь первого члена в лагранжиане (1). И в этом случае справедливо выражение (3) с $n_f = 0$. Следовательно, в теории с необходимостью возникает новая размерная константа, которая и определяет масштаб всех основных величин. Это явление получило название размерной трансмутации [13].

Таким образом, для малых расстояний справедливо свойство асимптотической свободы, что и определяет применимость теории возмущений для области достаточно больших значений поперечных импульсов. Однако уже в формуле (3) видна невозможность перехода к малым импульсам, т. е. к большим расстояниям. Действительно, для $|Q| = 1,6\Lambda$ бегущая константа (3) оказывается равной единице, и мы никак не можем говорить о применимости теории возмущений. Неприменимость теории возмущений для области малых импульсов, которую по аналогии с электродинамикой называют инфракрасной, связана с нелинейным взаимодействием безмассовых глюонов. Рассмотрение ряда теории возмущений показывает, что с ростом порядка в членах ряда нарастают инфракрасные расходимости, которые нельзя устранить методами, развитыми в квантовой электродинамике. Для последовательного описания инфракрасной области в КХД необходимо дальнейшее развитие теории. Работа здесь ведется, и, в частности, об одном из направлений мы будем подробнее писать ниже. В то же время ввиду трудности теоретического анализа мы можем стараться получить информацию об инфракрасной области из эксперимента.

Важные сведения о свойствах взаимодействия между кварками в достаточно широкой области дает изучение состояний с тяжелыми кварками: J/ψ , Υ и их возбуждений (см. обзоры [14, 15]). Здесь благодаря большим массам кварков c и b оказывается с достаточной точностью применимой потенциальная картина. В результате изучение этих систем дает детальную информацию о форме потенциала взаимодействия кварка с антикварком в интервале расстояний от 10^{-14} до 10^{-13} см. Примерно половина этого интервала приходится на область неприменимости теории возмущений. Выясняется, что, по крайней мере, в этом интервале потенциал является универсальным, т. е. не зависит от аромата кварка, а форма его может быть описана, например, выражением

$$V(r) = -\frac{4\alpha_s(r)}{3r} + a^2 r, \quad (4)$$

где $a = 0,42$ ГэВ, а $\alpha_s(r)$ определяется из (3) с помощью преобразования Фурье. Видно, что при малых r потенциал дается в основном

кулоновским членом, что соответствует справедливости асимптотической свободы, а уже после $r = 0,3 \cdot 10^{-13}$ см основной вклад дает растущий член, никак не связанный с теорией возмущений. Предлагаются и другие параметризации потенциала, но они в рассматриваемом интервале расстояний незначительно отличаются от потенциала (4). Поскольку первый член в (4) определяется из формулы асимптотической свободы (3), продолжение потенциала в сторону малых расстояний, что соответствует применимости теории возмущений, сомнений не вызывает. Вопрос же о том, что происходит с потенциалом на расстояниях больше 10^{-13} см, является куда более сложным, и мы к нему еще вернемся. Этот вопрос оказывается связанным с далекой ИК-областью, где, к сожалению, нет столь же надежного метода, как теория возмущений. Отсутствие последовательной теории в ИК-области делает возможным высказывание различных предположений о характере взаимодействия в КХД на больших расстояниях с надеждой на их проверку на эксперименте, либо, в случае удачи, при создании в будущем адекватной задаче теории.

Прежде всего здесь нужно остановиться на получившей широкое признание гипотезе абсолютного заключения цвета или, как говорят, конфайнмента [5, 16]. Обоснованием ее послужил, в первую очередь, отрицательный результат многочисленных поисков кварков [17]. Гипотеза конфайнмента заключается в том, что хромодинамические взаимодействия на больших расстояниях устроены именно таким образом, что ни в каких экспериментальных условиях не удастся наблюдать свободные кварки, глюоны и другие состояния с открытым цветом. Несмотря на многочисленные усилия доказать такое утверждение в рамках КХД, этого до сих пор не удалось сделать. Дополнительную трудность здесь представляет сама формулировка конфайнмента на языке квантовой теории поля. Сформулированные рядом авторов требования, такие, как критерий Вильсона [18] или критерий отсутствия особенностей у пропагаторов цветных состояний [19], могут помочь в решении проблемы, хотя прямая связь с конфайнментом здесь не вполне ясна. Кроме того, для изучения выполнения этих критериев необходимо создание эффективных методов, не опирающихся на теорию возмущений, что еще не достигнуто. Более наглядно гипотеза конфайнмента формулируется на языке струнной модели (см., например, обзор [20]). Однако абсолютное заключение цвета заложено в формулировку модели, поэтому этот подход ничего не дает для его обоснования. Наконец, для систем, в которых применима потенциальная картина, условие конфайнмента состоит в неограниченном возрастании потенциала с ростом расстояния:

$$V(r) \rightarrow \infty, \quad r \rightarrow \infty. \quad (5)$$

В частности, если потенциал вида (4) применим для самых больших расстояний, то условие (5) очевидным образом выполнено. В даль-

нейшем подробнее обсудим возможности, которые возникают, если условие (5) не удовлетворяется.

В настоящее время большие надежды на решение проблемы поведения КХД на больших расстояниях связаны с численными расчетами на ЭВМ в решеточном подходе [18, 21]. Однако при рассмотрении этого подхода следует иметь в виду, что существующие вычисления не выходят за рамки расстояний $3 \cdot 10^{-13}$ см, что, как будет видно в дальнейшем, недостаточно для надежного суждения о справедливости конфайнмента.

В настоящем обзоре мы приведем ряд теоретических аргументов в пользу возможности, которая не согласуется, а, говоря точнее, противоречит гипотезе конфайнмента. При этом мы еще раз напоминаем, что конфайнмент никоим образом не доказан — ни в теории, ни на эксперименте. Более того, укажем на ряд экспериментальных данных, которые свидетельствуют против конфайнмента и за наблюдение состояний с открытым цветом. Мы не можем утверждать, что теоретический анализ ИК-области КХД, представленный ниже, является завершенным и однозначным. Следует воспринимать его как формулировку теоретической возможности нарушения конфайнмента, вообще говоря, не исключающей возможности осуществления других вариантов, причем важнейшим при рассмотрении будет условие отсутствия противоречий совокупности существующих экспериментальных данных.

Предлагается следующая структура обзора. В разд. 1 опишем основы используемого теоретического подхода, затем в последующих двух разделах, рассчитанных в основном на теоретиков, мы обсудим ИК-асимптотики глюонного и кваркового пропагаторов и кварк-глюонной вершины. В разд. 4 покажем, что результаты первых трех разделов, будучи примененными к проблеме вычисления конденсатных вакуумных средних глюонных и кварковых полей, дают удовлетворительное согласие с феноменологией правил сумм. В разд. 5 дана формулировка возможности неполного заключения цвета, которая в последующих разделах будет применена к обсуждению экспериментальных данных по аномальным ядерным фрагментам и излучению сверхвысокой энергии от галактического источника Лебедь X-3. В заключении обсуждаются состояние и перспективы проблемы поисков открытого цвета.

1. ИНФРАКРАСНАЯ ОБЛАСТЬ КХД

Прежде всего следует определить область больших расстояний в КХД, которую мы часто будем называть инфракрасной (ИК) областью. Мы будем отличать ИК-область от ультрафиолетовой (УФ) области, которая характеризуется применимостью теории возмущений и может быть определена как область справедливости выражения (3) для инвариантного заряда $\alpha_s(k^2)$. Что можно сказать о поведении $\alpha_s(k^2)$ при малых k — за пределами области применимости (3)?

Здесь мы будем исходить из предположения о сингулярной инфракрасной асимптотике инвариантного заряда

$$\alpha_s(k^2) \xrightarrow{k^2 \rightarrow 0} -\frac{g^2 M^2}{4\pi k^2}. \quad (6)$$

В нашем изложении, в том числе и в приведенной формуле, воспользуемся общепринятыми обозначениями [22] для четырехмерных квадратов, для γ -матриц и т. д. В настоящем разделе удобнее перейти к эвклидовым импульсам $Q^2 = -k^2$, квадраты которых будем считать положительными. Асимптотика (6) уже давно обсуждается в литературе, и в ее пользу можно высказать ряд соображений.

1. Рассмотрим глюонный пропагатор $D_{\mu\nu}^{ab}(k)$ в бездуховой калибровке, например в аксиальной, определяемой условием $(\eta A^a) = 0$. Тогда, представляя полный глюонный пропагатор в виде

$$D_{\mu\nu}^{ab} = -i\delta^{ab} \frac{d(k^2)}{k^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu \eta_\nu + k_\nu \eta_\mu}{(k\eta)} + \frac{k_\mu k_\nu \eta^2}{(k\eta)^2} \right), \quad (7)$$

имеем

$$\alpha_s(Q^2) = \frac{g^2 d(Q^2)}{4\pi}.$$

Имеется значительное количество работ [23—28], в которых рассматривается ИК-асимптотика глюонного пропагатора и изучается согласованность асимптотики

$$d(Q^2) \xrightarrow{Q^2 \rightarrow 0} M^2/Q^2 \quad (8)$$

с соответствующим уравнением Швингера — Дайсона. В цитированных работах показано, что такая асимптотика действительно согласуется с уравнением Швингера — Дайсона (подробнее см. следующий раздел), что и дает основание рассматривать асимптотику (6) как вполне возможную.

2. Если подставить выражения (7), (8) в диаграмму взаимодействия кварка с антикварком в приближении обмена одним одетым глюоном, то для потенциала взаимодействия, который при $r \rightarrow \infty$ определяется асимптотикой при $Q^2 \rightarrow 0$, получим

$$V(r) \xrightarrow{r \rightarrow \infty} \frac{g^2 M^2}{6\pi} r, \quad (9)$$

т. е. линейный рост, согласующийся с экспериментальным поведением (4). Этот аргумент служил основным при введении предположения о поведении (6), (8) в работе [29].

3. Линейный рост потенциала, согласующийся с ростом (9), получается и в рамках численных расчетов в решеточном подходе в КХД. В частности, при вычислении коэффициента при r в формуле (3), который обычно называется натяжением струны, демонстрируется

его постоянство до длин $2 \cdot 10^{-13}$ см [30]. Согласованность роста потенциала с асимптотикой (8) в рамках дуальной сверхпроводящей модели КХД отмечается в [31].

4. Как аргумент в пользу асимптотики (6) мы рассматриваем также то, что основанное на ней описание ИК-области позволяет вычислить широкий круг непертурбативных эффектов в КХД. В частности, получается вполне удовлетворительное согласие с значениями конденсатных вакуумных средних, а также описание явления нарушения киральной инвариантности. Эти вопросы мы будем более подробно обсуждать ниже, главным образом в разд. 4.

Итак, основываясь на высказанных аргументах, мы принимаем инфракрасную асимптотику (6) инвариантного заряда. Теперь важно установить, в какой области мы можем пользоваться этой асимптотикой. Область применимости этой асимптотики мы и будем рассматривать как ИК-область КХД. Для определения этой области введем характерный параметр размерности импульса k_0 , такой, что для $Q^2 \ll k_0^2$ инвариантный заряд определяется асимптотикой (6), а для $Q^2 \gg k_0^2$ справедлива теория возмущений. Оказывается, что параметр k_0 можно получить из условия сшивания поведения инвариантного заряда в этих двух областях, которое удобнее всего провести с помощью метода ренормализационной группы [22, 32—34].

Следуя [89], сформулируем следующую итерационную процедуру. Запишем уравнение для инвариантного заряда

$$dh/dt = \beta(h), \quad h = \alpha_s(t)/4\pi, \quad t = \ln(Q^2/\mu^2). \quad (10)$$

В настоящее время известны три члена разложения β -функции Гелл-Мана и Лоу в КХД по теории возмущений [35]

$$\beta(h) = -b_0 h^2 - b_1 h^3 - b_2 h^4 + \dots, \quad (11)$$

где

$$b_0 = 11 - \frac{2}{3} n_f; \quad b_1 = 102 - \frac{38}{3} n_f;$$

$$b_2 = \frac{2857}{2} - \frac{5033}{18} n_f + \frac{32}{54} n_f^2.$$

С другой стороны, мы считаем справедливой асимптотику (6) при $Q^2 \rightarrow 0$, т. е. при $t \rightarrow -\infty$. Эта асимптотика соответствует возрастанию h , а для функции Гелл-Мана и Лоу означает

$$\beta(h) \rightarrow -h, \quad h \rightarrow \infty. \quad (12)$$

В ряде работ уже рассматривалась задача о сшивании асимптотик (11) и (12) [36]. Здесь мы опишем простейшую итерационную процедуру, которая объединяет разложение (11) с условием (12). А именно, положим для $n = 0, 1, 2 \dots$

$$\beta_n(h) = -\frac{\sum_{k=0}^n b_k h^{k+2}}{1 + b_n h^{n+1}}. \quad (13)$$

При $h \rightarrow 0$ $\beta_n(h)$ совпадает с разложением теории возмущений до порядка h^{n+2} включительно, а при $h \rightarrow \infty$ удовлетворяет условию (12). Итерационная процедура заключается в том, что, решая уравнение (10) для $n = 0, 1, 2, \dots$, получаем набор функций $h_n(t)$ и считаем, что искомая функция определяется пределом

$$h(t) = \lim_{n \rightarrow \infty} h_n(t). \quad (14)$$

Для трех последовательных итераций уравнение интегрируется [89], и мы убеждаемся, что в области малых Q^2

$$h_n(Q^2) = \frac{\mu^2}{Q^2} e^{-\frac{c_n Q^2}{\mu^2}}, \quad (15)$$

$$c_0 = -1/b_0, \quad c_1 = b_0/b_1, \dots, \quad c_n = b_{n-1}/b_n.$$

Обращаясь к определению асимптотики инвариантного заряда (6), мы видим, что параметр μ^2 фиксируется, и мы имеем

$$\alpha_n(Q^2) = 4\pi h_n(Q^2) = \frac{g^2 M^2}{4\pi Q^2} e^{-\frac{c_n (4\pi)^2 Q^2}{g^2 M^2}}. \quad (16)$$

Обратим внимание на два важных свойства выражения (16). Во-первых, здесь явно присутствует неаналитичность по заряду g^2 и, следовательно, (16) нельзя получить по теории возмущений. Во-вторых, в (16) для итераций, начиная с $n = 1$, явным образом присутствует обрезание инфракрасного вклада, причем параметр обрезания k_0^2 для n -й итерации имеет вид

$$(k_0^2)_n = \frac{g^2 M^2}{(4\pi)^2 c_n}. \quad (17)$$

Сопоставляя выражения для потенциала (4) и (9), мы заключаем, что экспериментальные данные о форме кварк-антикваркового потенциала фиксируют и значение константы

$$gM/\pi = 0,59 \text{ ГэВ}. \quad (18)$$

При этом следует подчеркнуть, что мы основываемся на предположении о том, что растущую часть потенциала определяет обмен одним одетым глюоном. На протяжении обзора, где не сделаны дополнительные оговорки, будем пользоваться значением (18). Применяя его, в частности, к вычислению параметра обрезания (17), получаем из (15) и (11) $(k_0^2)_1 = 0,20 \text{ ГэВ}^2$, $(k_0^2)_2 = 0,31 \text{ ГэВ}^2$. Эти значения уже дают разумный порядок величины этого параметра. Оценим возможный предел итераций с помощью простой экстраполяции. А именно, предположим, что c_n имеет конечный предел при $n \rightarrow \infty$, а зависимость от n параметризуется следующим образом:

$$c_n = c_\infty + A/(1 + Bn). \quad (19)$$

По трем известным коэффициентам c_0, c_1, c_2 определяем три параметра, входящие в (19), что дает

$$(k_0^2)_\infty = (0,7 \text{ ГэВ})^2. \quad (20)$$

Отметим, что это вычисление проведено для чистой глюодинамики, т. е. в выражениях (11) положено $n_f = 0$. Значение для импульса, разделяющего ИК- и УФ-области, $k_0 = 700 \text{ МэВ}$ согласуется с различными способами феноменологического определения этого параметра. Для дополнительной проверки согласованности описанной итерационной процедуры можно определить значения заряда $\alpha_s(Q^2)$ при больших импульсах. Например, при $n_f = 3$ получаем для $Q^2 = (1,5 \text{ ГэВ})^2$: $(\alpha_s)_0 = 0,76$; $(\alpha_s)_1 = 0,32$; $(\alpha_s)_2 = 0,27$. Экстраполяция по формуле (19) дает $(\alpha_s)_\infty = 0,21$. Такое значение согласуется с извлекаемым из эксперимента [37]. В частности, если подставить полученные числа в формулу асимптотической свободы (3), то получим $\Lambda = 54 \text{ МэВ}$, что также представляется разумным числом. Мы привели эти оценки с целью показать, что предположение о сингулярной асимптотике (6) инвариантного заряда эффективно укладывается в совокупность сведений о хромодинамическом взаимодействии. Важно, что мы без всякого произвола получаем значение импульса разделения (20), который, как будет видно в дальнейшем, играет важную роль в приложениях подхода.

Таким образом, ИК-область КХД определяется как область малых импульсов, ограниченных значением (20). Отметим, что все три размерных параметра: gM/π , k_0 и Λ , которые мы используем, не являются независимыми. При осуществлении явления размерной трансмутации [13] проявляется один из этих параметров, а два остальных через него определяются. Приведенные нами рассуждения показывают, как приближенно вычисляются k_0 и Λ при gM/π , заданном соотношением (18).

При изучении КХД в определенной таким образом ИК-области будем использовать функции Грина глюонных и кварковых полей [6,22]. Эти функции Грина должны удовлетворять бесконечной системе уравнений Швингера — Дайсона и тождествам Уорда — Славнова — Тэйлора [38, 39]. Именно систему этих уравнений и тождеств будем рассматривать для получения сведений о поведении функций Грина в ИК-области. Нужно заметить, что функции Грина являются величинами, зависящими от калибровки. В дальнейшем получим ряд результатов с использованием выделенного класса калибровок. Часто методы, явно содержащие калибровочную зависимость, за это критикуют. Подчеркнем, что при правильном методе вычисления наблюдаемые величины, в любом случае, не будут зависеть от калибровки. Приближения, которые почти всегда приходится делать, могут внести эффективную зависимость от калибровки. Критерием применимости приближения должна служить, по крайней мере, слабая зависимость наблюдаемых величин от ка-

либровки. Мы будем иметь в виду это обстоятельство и еще вернуться к нему в дальнейшем.

Итак, перейдем к рассмотрению системы уравнений Швингера — Дайсона для низших функций Грина КХД.

2. ГЛЮОННЫЙ ПРОПАГАТОР

Квантование неабелевой калибровочной теории, какой и является КХД, имеет свою специфику, которая, прежде всего, выражается в появлении вспомогательных скалярных полей, так называемых духов Фаддеева — Попова [40]. Эти духи всегда присутствуют при наложении калибровочного условия $\partial_\mu A_\mu^a = 0$ и существенно усложняют уравнения на функции Грина и калибровочные тождества. Эти специфические для неабелевой теории трудности не появляются в бездуховых калибровках, например, в известной аксиальной калибровке, определяемой условием $(\eta A) = 0$. Поэтому реализация обсуждаемого подхода началась с рассмотрения уравнения Швингера — Дайсона для глюонного пропагатора в аксиальной калибровке [24—27]. Наиболее последовательно эта задача была рассмотрена в [41].

Следуя обычной рецептуре [6], с помощью введения члена, фиксирующего калибровку $\frac{1}{2\alpha} (\eta A^a)^2$, $\alpha \rightarrow 0$, определяется производящий функционал, из которого получаются уравнения Швингера — Дайсона и калибровочные тождества. Рассмотрим сначала «чистую» глюодинамику, т. е. теорию с $n_f = 0$. Приведем прежде всего уравнение Швингера — Дайсона, связывающее глюонный пропагатор с трехглюонной и четырехглюонной вершинами:

$$\begin{aligned} P_{\mu\nu}^{ab}(p) - P_{(0)\mu\nu}^{ab}(p) &= \frac{1}{2(2\pi)^4} \int dk \Gamma_{(0)\mu\rho\sigma\nu}^{ac\,db} D_{\rho\sigma}^{cd}(k) + \\ &+ \frac{1}{2(2\pi)^4} \int dk \Gamma_{(0)\mu\lambda\rho}^{acd} (p, -k, k-p) D_{\lambda\sigma}^{c'c'}(k) D_{\rho\delta}^{d'd'}(p-k) \times \\ &\times \Gamma_{\sigma\delta\nu}^{c'd'b} (k, p-k, -p) + \frac{1}{6(2\pi)^8} \int dk dq \Gamma_{(0)\mu\lambda\sigma\rho}^{ac\,de} \times \\ &\times D_{\lambda\kappa}^{c'c'}(k) D_{\sigma\delta}^{d'd'}(q) D_{\rho\beta}^{e'e'}(p-k-q) \Gamma_{\kappa\delta\beta\nu}^{c'd'e'b} (k, q, p-k-q, -p), \end{aligned} \quad (21)$$

где свободные величины, помеченные индексом нуль, определены обычным образом [6, 7]; общий вид полного глюонного пропагатора

$$D_{\mu\nu}^{ab}(k) = i\delta^{ab} [F_1(k^2, y_k) \sum_{\mu\nu}(k) + F_2(k^2, y_k) T_{\mu\nu}], \quad (22)$$

где $y_k = (k\eta)^2/(k^2\eta^2)$;

$$\begin{aligned} \sum_{\mu\nu}(k) &= g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu \eta_\nu + k_\nu \eta_\mu}{(k\eta)} + \frac{k_\mu k_\nu \eta^2}{(k\eta)^2}; \\ T_{\mu\nu} &= g_{\mu\nu} - \frac{\eta_\mu \eta_\nu}{\eta^2}. \end{aligned} \quad (23)$$

Полный поляризационный оператор $P_{\mu\nu}^{ab}(p)$ определяется соотношением

$$D_{\mu\rho}^{ac}(p) P_{\rho\nu}^{cb}(p) = \delta^{ab} \left(g_{\mu\nu} - \frac{p_\mu \eta_\nu}{(p\eta)} \right). \quad (24)$$

Выполняются следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \eta_\mu D_{\mu\nu}^{ab}(p) &= \eta_\nu D_{\mu\nu}^{ab}(p) = 0; \\ p_\mu P_{\mu\nu}^{ab}(p) &= p_\nu P_{\mu\nu}^{ab}(p) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (25)$$

Полные трех- и четырехглюонные вершины удовлетворяют калибровочным тождествам, которые в аксиальной калибровке оказываются достаточно простыми. Например, для трехглюонной вершины имеем

$$k_\lambda \Gamma_{\mu\nu\lambda}(p, q, k) = g [P_{\mu\nu}(q) - P_{\mu\nu}(p)], \quad (26)$$

где выделены цветовые индексы: $P_{\mu\nu}^{ab} = \delta^{ab} P_{\mu\nu}$, $\Gamma_{\mu\nu\rho}^{abc} = f^{abc} \Gamma_{\mu\nu\rho}$. Соответственно для четырехглюонной вершины

$$\begin{aligned} s_\sigma [\Pi_{\mu\nu\rho\sigma}(p, q, r, s) - \Pi_{\mu\sigma\nu\rho}(p, s, q, r)] &= \\ = q [\Gamma_{\mu\nu\rho}(p, q, r+s) - \Gamma_{\mu\nu\rho}(p+s, q, r)], \end{aligned} \quad (27)$$

где $\Pi_{\mu\nu\rho\sigma}$ определяются из соотношения

$$\begin{aligned} \Gamma_{\mu\nu\rho\sigma}^{abcd}(p, q, r, s) &= f^{abe} f^{cde} \Pi_{\mu\nu\rho\sigma}(p, q, r, s) + \\ + f^{ace} f^{dbe} \Pi_{\mu\rho\sigma\nu}(p, r, s, q) &+ f^{ade} f^{bce} \Pi_{\mu\sigma\nu\rho}(p, s, q, r). \end{aligned} \quad (28)$$

Рассмотрим теперь вопрос о том, может ли сингулярная инфракрасная асимптотика (8) удовлетворить уравнению (21) и тождествам (26), (27)? При этом мы конкретизируем общее выражение для пропагатора (22) следующим образом для $k^2 \rightarrow 0$:

$$D_{\mu\nu}^{ab}(k) = i\delta^{ab} \frac{M}{(k^2)^2} \left[\sum_{\mu\nu} (k) + (4-n) \varphi(y_k) T_{\mu\nu} \right], \quad (29)$$

где $\varphi(y)$ — некоторая функция калибровочного параметра y_k ; n — размерность пространства-времени в рамках размерной регуляризации. Подчеркнем, что мы будем широко пользоваться размерной регуляризацией для вычисления интегралов, расходящихся либо сингулярных в ИК-области. Для этого мы определяем размерность пространства-времени $n = 4 + 2\varepsilon$, $\varepsilon \rightarrow +0$. Требование отсутствия в нуль коэффициента при второй структуре в пределе $n \rightarrow 4$ следует из, несомненно желательной, калибровочной инвариантности кварк-антикваркового потенциала в приближении одноглюонного обмана.

В аксиальной калибровке оказывается возможным прием, существенно упрощающий уравнение (21). А именно, свернем уравнение с тензором $\eta_\mu \eta_\nu / \eta^2$. При этом последний член в правой части

уравнения (21) обращается в нуль, поскольку в силу структуры свободной четырехглюонной вершины вектор η_μ умножается на один из глюонных пропагаторов и действует соотношение (25). В используемой нами размерной регуляризации первый член правой части при подстановке (29) также обращается в нуль, и в результате мы имеем упрощенное уравнение

$$\{P_{\mu\nu}(p) - P_{(0)\mu\nu}(p)\} \frac{\eta_\mu \eta_\nu}{\eta^2} = i \frac{3g\eta_\nu}{\eta^2 (2\pi)^4} \int dk (2k - p, \eta) D_{\mu\sigma}(k) D_{\mu\sigma}(p-k) \times \\ \times \Gamma_{\sigma\rho\nu}(k, p-k, -p), \quad (30)$$

где мы провели также суммирование по цветовым индексам. В уравнение кроме пропагатора входит только трехглюонная вершина. Выбор ее ограничивается тождеством (26), т. е. должны одновременно удовлетворяться соотношения (24), (26), (29). Оказывается, что учет члена, пропорционального ε в (29), можно провести точно [27], а инфракрасная асимптотика вершины при $n = 4$ фиксируется этими условиями с точностью до одного произвольного параметра. Отсылая за подробностями к соответствующим работам [42, 43], приведем явное выражение для вершины

$$\Gamma_{\lambda\mu\nu}(p, q, k) = \frac{ig}{M^2} \{g_{\lambda\mu} [p_\nu(p^2 - (pq)) - q_\nu(q^2 - (pq))] + g_{\mu\nu} [q_\lambda(q^2 - \\ - (qk)) - k_\lambda(k^2 - (qk))] + g_{\nu\lambda} [k_\mu(k^2 - (pk)) - p_\mu(p^2 - (pk))] + \\ + q_\lambda p_\mu p_\nu - q_\lambda q_\nu p_\mu + q_\lambda k_\mu q_\nu - k_\lambda k_\mu q_\nu + k_\lambda k_\mu p_\nu - k_\lambda p_\mu p_\nu + \\ + \xi [g_{\lambda\mu} (p_\nu(qk) - q_\nu(pk)) + g_{\mu\nu} (q_\lambda(pk) - k_\lambda(pq)) + \\ + g_{\nu\lambda} (k_\mu(pq) - p_\mu(qk)) + k_\lambda p_\mu q_\nu - q_\nu k_\mu p_\nu]\}, \quad (31)$$

где произвольный параметр ξ умножается на поперечную часть вершины, которая не дает вклада в тождество (26). При нахождении ее вида используется дополнительное предположение о том, что по степени входящих в нее импульсов поперечная вершина соответствует асимптотике продольной, определяемой из (26) однозначно. Подставляя в (30) асимптотики (29) и (31), мы приходим к выводу, что при $p^2 \rightarrow 0$ должно удовлетворяться следующее соотношение:

$$p^2(1-y) \left(\frac{p^2}{M^2} + 1 \right) = \frac{3g^2 M^2}{16\pi^2} \Phi(y) (1 + \xi), \quad y = \frac{(p\eta)^2}{\varepsilon p^2 \eta^2}, \quad (32)$$

где $\Phi(y)$ — некоторая комбинация гипергеометрических функций, явно выписанная в работе [27]. Подчеркнем замечательный факт, что, несмотря на совершенно различные выражения для продольной и поперечной вершин в (31), в результате интегрирования получилась одна и та же функция от калибровочного параметра y . Единственной возможностью удовлетворить соотношению (32) при $p^2 \rightarrow 0$ является равенство

$$\xi = -1. \quad (33)$$

Дальнейшее почленное удовлетворение уравнения должно происходить за счет менее сингулярных членов в пропагаторе и вершине. Следующий этап такого разложения проведен в работе [28], где показано, что результат (33), полученный при учете ведущих инфракрасных членов, не меняется. Это дает ответ на часто поднимаемый вопрос о том, не изменит ли результат асимптотического рассмотрения учет, например, УФ-области? По этому же поводу можно сослаться на результаты проводившегося в свое время исследования подобных вопросов в рамках неренормируемых теорий. В частности, в работе [44] на примере уравнения для вершинной функции в неренормируемой теории [45] доказана сходимость итерационной процедуры, аналогичной обсуждаемой здесь. Что касается функции $\Phi(y)$, входящей в (29), то выясняется [27], что при условии достаточной гладкости она может быть произвольной.

Однако необходимо отметить, что использование спроектированного уравнения (30) вместо полного (21) дает только необходимое условие осуществления сингулярной асимптотики (29). Действительно, исключенный искусственным приемом последний член уравнения (21) при ближайшем рассмотрении оказывается более сингулярным в ИК-области, чем оставшийся в уравнении (30). Поэтому для полноты исследования следует рассмотреть этот двухпетлевой член. Попытки изучить его в аксиальной калибровке [41] натолкнулись на большие технические трудности и пока не завершены. Оказывается более простой задачей вычисление соответствующих двухпетлевых интегралов в обычной ковариантной калибровке, однако здесь мы сразу же сталкиваемся с проблемой учета вклада духов как в само уравнение, так и в калибровочные тождества. Здесь мы подходим к важному моменту о возможности существования в ИК-области КХД выделенной ковариантной калибровки. Есть основания полагать, что действительно существует такая выделенная калибровка, в которой вклад духов несуществен для определения ведущих членов инфракрасных асимптотик функций Грина. Эти соображения основаны на рассмотрении уравнения Швингера — Дайсона для духового пропагатора $S(p)$:

$$S^{-1}(p) = S_0^{-1}(p) - \frac{3g^2}{(2\pi)^4} \int dk D_{\mu k}(k) \Lambda_{\mu}^{(j)}(p-k, p; k) \times \\ \times S(p-k) \Lambda_{\nu}(p, p-k; -k), \tag{34}$$

где $\Lambda_{\mu}^{(0)}$ и Λ_{μ} — свободная и полная вершины взаимодействия дух-дух-глюон [7]; $D_{\mu\nu}(k)$ — полный глюонный пропагатор с выделенным цветовым фактором, в качестве которого мы будем подставлять его ИК-асимптотику, имеющую по основным нашим предположениям, вид

$$D_{\mu\nu}(k) = i \frac{M^2}{(k^2)^2} \left(g_{\mu\nu} - d \frac{k_{\mu}k_{\nu}}{k^2} \right). \tag{35}$$

Прямой подстановкой (35) в (34) мы убеждаемся, вычисляя интеграл в рамках размерной регуляризации, что уравнению удовлетворяют свободные духовые пропагатор $S = S_{(0)}$ и вершина $\Lambda_\mu = \Lambda_\mu^{(0)}$, если калибровочный параметр d принимает значение

$$d = 4/(5 - n) = 4 + 8\varepsilon + 16\varepsilon^2 + O(\varepsilon^3). \quad (36)$$

В дальнейшем мы неоднократно убедимся в других преимуществах этой калибровки, а также обсудим смысл конкретизации предельного перехода к физической размерности, который присутствует в (36).

Нужно отметить, что если фиксировать калибровку членом в лагранжиане $(\partial_\mu A_\mu^a)/2\alpha$, то естественной калибровкой в (35) является поперечная $d = 1$. Однако в классе обобщенных калибровок, рассматриваемых в [6], мы можем выбрать следующий член в лагранжиане, фиксирующий калибровку:

$$L_{gf} = \frac{1}{2(d-1)M^2} (\square^{1/2} \partial_\rho A_\rho^a)^2 = \frac{1}{2(d-1)M^2} (\partial_\rho A_\rho^a) \square (\partial_\rho A_\rho^a), \quad (37)$$

где $\square = \partial_\mu \partial_\mu$ — оператор Д'Аламбера. Далее, если по обычным правилам [6] строить духовой оператор, то получим

$$\mathcal{M}^{ab} = \square^{1/2} \partial_\rho D_\rho^{ab},$$

где D_ρ^{ab} — ковариантная производная. Однако так как переход от оператора \mathcal{M} к духовым полям осуществляется в функциональном интеграле с помощью представления определителя $\text{Det } \mathcal{M}$ через интеграл по грассмановым переменным [6, 40] $\bar{c}^a(x)$ и $c^a(x)$, то можно упростить описание духовых функций Грина, вынося из-под интеграла не зависящий от полей множитель $\text{Det } \square^{1/2}$ и относя его к нормировке. Тогда духовый сектор теории будет точно таким же, как и при использовании обычной лоренцевой калибровки. Мы заключаем поэтому, что вполне можно пользоваться калибровкой (36), причем свободные духовые, глюонные и кварковые функции Грина совпадают с обычными. Изменится лишь определение БРСТ-преобразований * [46, 47], которые в нашем случае имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} A_\mu^a(x) &\rightarrow A_\mu^a + \delta A_\mu^a, & \delta A_\mu^a &= D_\mu^{ab} c^b(x) \delta \zeta; \\ c^a(x) &\rightarrow c^a + \delta c^a, & \delta c^a &= -\frac{g}{2} f^{abc} c^b(x) c^c(x) \delta \zeta; \\ \bar{c}^a(x) &\rightarrow \bar{c}^a + \delta \bar{c}^a, \\ \delta \bar{c}^a &= \frac{1}{(d-1)M^2} \square \partial_\rho A_\rho^a \delta \zeta. \end{aligned} \right\} \quad (38)$$

Относительно этих преобразований будет инвариантна сумма фиксирующего калибровку члена (37) и духового лагранжиана в ИК-об-

* Это преобразование принято называть по начальным буквам фамилий авторов [46, 47].

ласти, который в силу справедливости свободного решения уравнения (34) совпадает со свободным

$$L_{gh} = \bar{c}^a(x) \partial_\rho D_\rho^{ab} c^b(x), \quad (39)$$

в калибровке (36). Здесь нужно отметить, что найденное нами свободное решение уравнения (34) является, вообще говоря, лишь частным решением, и мы не можем утверждать, что нет других решений, также удовлетворяющих условиям БРСТ-инвариантности. Однако если найденное решение осуществляется и, следовательно, в ИК-области справедлив эффективный лагранжиан (39), то отсюда следует, что сильно связанные дух-глюонные вершины с числом глюонных концов больше одного в ИК-пределе обращаются в нуль, подчеркнем опять — в калибровке (36). Если так, то вклады духов в тождества Славнова — Тэйлора становятся тривиальными и тождества становятся такими же (26), (27), как в аксиальной калибровке. Мы не можем пока утверждать, что осуществляется именно вариант (39). Однако если предположить несущественность вклада духов в ИК-области при использовании выделенной калибровки, то асимптотика (35) глюонного пропагатора должна удовлетворять условию сокращения ведущих ИК-сингулярностей в уравнении Швингера — Дайсона без учета духов как в самом уравнении, так и в калибровочных тождествах. Проверить это необходимое условие удастся.

Рассмотрим снова уравнение Швингера — Дайсона для глюонного пропагатора, теперь уже в ковариантной калибровке. Член с духовой петлей, который следовало бы добавить к уравнению (21), при условии осуществления свободного решения для духовых функций Грина оказывается несущественным в ИК-области. По только что высказанному предположению, глюонные вершины удовлетворяют калибровочным тождествам (26), (27). Эти условия рассмотрены подробно в [43], где кроме результата (31) для трехглюонной вершины выяснено также, что четырехглюонная вершина не содержит в ИК-асимптотике дополнительного произвола, в ее определение входит та же самая константа ξ , что и в вершину (31). Как показано еще в [27], выражения для этих вершин следуют из эффективного калибровочно-инвариантного лагранжиана

$$L_{\text{эф}} = \frac{1}{4M^2} D_\rho^{ab} F_{\mu\nu}^b D_\rho^{ac} F_{\mu\nu}^c - \frac{\xi g}{6M^2} f^{abc} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c. \quad (40)$$

Подставляя выражения для вершин в уравнение (21), следует учесть, что связанная четырехглюонная вершина раскладывается на слабо и сильно связную части. При подстановке этих вершин и пропагатора (35) в интегралы (21) выясняется, что в ИК-области наибольшую сингулярность $g^4 M^4/p^2$ имеют двухпетлевые члены, которые вычислены для произвольных значений d и ξ в [48]. Условие обращения в нуль наиболее сингулярного ИК-вклада приводит к системе уравнений на эти параметры, включая и условия на способ стрем-

ления параметров к пределу при переходе к физической размерности: $\varepsilon \rightarrow 0$. Эта система имеет два решения — первое дает в точности значение калибровочного параметра (36) и

$$\xi = \frac{1}{2} + \frac{25}{2} \varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad d = 4/(5-n), \quad (41)$$

и второе приводит к следующим значениям:

$$\xi = 7/2 + O(\varepsilon), \quad d = 4 - 4\varepsilon + O(\varepsilon^2). \quad (42)$$

Для нас очень существенно, что осуществляется решение (41), поскольку в этом случае мы получаем самосогласованную картину, когда в одной и той же калибровке (36) духовые функции Грина могут быть тривиальными и уравнению Швингера — Дайсона без учета ненужных в этом случае вкладов духов удовлетворяет исходная сингулярная ИК-асимптотика (35). Обратим внимание, что значение $\xi = 1/2$ в калибровке (36) получилось отличным от значения (33) $\xi = -1$ в аксиальной калибровке. Само по себе это еще не означает калибровочной инвариантности подхода, потому что от эффективного лагранжиана после фиксирования калибровки требуется только БРСТ-инвариантность, что справедливо для суммы лагранжианов (39), (40) и соответствующего члена, фиксирующего калибровку, например (37).

Оказывается, что выделенность калибровки (36) наиболее ярко проявляется в координатном пространстве. Для того чтобы это продемонстрировать, вычислим фурье-образ пропагатора с общей степенной зависимостью от импульса

$$D_{\mu\nu}(k) = ie^{i\pi\gamma} \frac{(M^2)^{\gamma-1}}{(k^2)^\gamma} \left(g_{\mu\nu} - d \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) \quad (43)$$

в n -мерном пространстве. В результате получим

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{\mu\nu}(x) &= \frac{1}{(2\pi)^n} \int d^n k e^{ikx} D_{\mu\nu}(k) = \\ &= -i^{-n} e^{i\pi\gamma} (M^2)^{\gamma-1} \pi^{-n/2} 2^{-1-2\gamma} (x^2)^{\gamma-n/2} \times \\ &\times \frac{\Gamma(n/2-\gamma)}{\Gamma(\gamma+1)} \left[g_{\mu\nu} (2\gamma-d) + d(n-2\gamma) \frac{x_\mu x_\nu}{x^2} \right]. \end{aligned} \quad (44)$$

Посмотрим теперь, в каком случае фурье-образ будет поперечен в координатном пространстве, т. е. пропорционален $g_{\mu\nu} - x_\mu x_\nu/x^2$. Из (44) получаем, что это свойство выполняется, если

$$d = 2\gamma/2\gamma + 1 - n. \quad (45)$$

Рассмотрим теперь случай $\gamma = 1$, соответствующий ИК-асимптотике квантовой электродинамики. Полагая $n = 4$, получаем

$$d(\gamma = 1) = -2. \quad (46)$$

Этот результат совпадает с калибровкой Соловьева — Йенни [49, 50], в которой, как известно, осуществляется простое описание электродинамических функций Грина в ИК-области. В изучаемом нами случае из (45) сразу получаем при $\gamma = 2$:

$$d = 4 / (5 - n),$$

т. е. как раз калибровку (36), в которой получено самосогласованное описание. Здесь мы не переходим сразу к физической размерности пространства, так как из (44) видно, что при $\gamma = 2$ и $n = 4$ имеется сингулярность в Γ -функции. Однако для калибровки (36) предел при $n \rightarrow 4$ существует и равен

$$\tilde{D}_{\mu\nu}(x) = \frac{M^2}{8\tau^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{x_\mu x_\nu}{x^2} \right). \quad (47)$$

Отметим, что фурье-образ пропагатора (43) при $\gamma = 2$ существует для калибровки такой, что $d = 4$ при $n = 4$, например, и для калибровки, полученной во втором решении (42). Однако в этом случае фурье-образ уже не будет поперечен. Таким образом, калибровка, определяемая разложением

$$d = 4 + d_1 \varepsilon + O(\varepsilon^2), \quad (48)$$

в зависимости от способа предельного перехода $n \rightarrow 4$, который фиксируется константой d_1 , приводит, вообще говоря, к разным физическим следствиям. Чтобы понять, почему это происходит, сделаем обратное фурье-преобразование выражения (44) с d , определяемым (48), в котором уже сделан предельный переход $n \rightarrow 4$. В результате получаем выражение в четырехмерном пространстве

$$D_{\mu\nu}(k) = i \frac{M^2}{(k^2)^2} \left(g_{\mu\nu} - 4 \frac{k_\mu k_\nu}{k^2} \right) + \pi^2 M^2 \frac{d_1}{4} g_{\mu\nu} \delta(k). \quad (49)$$

Мы видим, что от способа предельного перехода зависит коэффициент перед δ -функцией, т. е. перед членом, который доопределяет смысл выражения при $k = 0$. Таким образом, различные способы предельного перехода отвечают разным доопределениям глюонного пропагатора в сингулярной точке. Для выбора этого доопределения нужны дополнительные соображения. Мы уже обсуждали преимущества калибровки (36), которая соответствует доопределению с $d_1 = 8$, при рассмотрении самосогласованного описания духового и глюонного пропагаторов.

Аналогичная картина наблюдается и для глюонного пропагатора в аксиальной калибровке, где роль параметра d_1 играет функция φ от калибровочного параметра. Оказывается, если в выражении (29)

$$\varphi(y) = \frac{1}{y} \frac{k^2 \eta^2}{(k\eta)^2}, \quad (50)$$

то фурье-образ пропагатора (29) также является поперечным в координатном пространстве и равен [51]

$$\begin{aligned} \tilde{D}_{\mu\nu}(x) &= \frac{M^2}{4\pi^2} \left[g_{\mu\nu} - \frac{x_\mu x_\nu + x_\nu x_\mu}{(x\eta)} + \right. \\ &+ \left. \frac{x_\mu x_\nu \eta^2}{(x\eta)^2} - \frac{x^2 \eta^2}{(x\eta)^2} \left(g_{\mu\nu} - \frac{\eta_\mu \eta_\nu}{\eta^2} \right) \right] F(y), \\ y &= \frac{(x\eta)^2}{x^2 \eta^2}; \quad F(y) \rightarrow y/2; \quad y \rightarrow 0. \end{aligned} \quad (51)$$

Функции Грина в координатном пространстве (47) и (51), имеющие свойство поперечности, приводят к замечательному следствию. А именно, они обеспечивают существование поля статического цветного заряда. Действительно, для статической плотности цветного заряда $\beta^a \rho(\mathbf{x})$ мы получаем, по определению, временную компоненту вектор-потенциала

$$A_0^a(\mathbf{x}) = \beta^a \int dt dz \tilde{D}_{00}(t, \mathbf{x} - \mathbf{z}) \rho(\mathbf{z}). \quad (52)$$

При подстановке в (52) любого выражения, например, из класса (44) с $\gamma = 2$ мы получаем расходимость интеграла по времени, за исключением случая поперечной функции (47). То же самое показывается и для случая аксиальной калибровки [51]. Таким образом, мы заключаем, что можно определить поле статического цветного заряда только в случае поперечной в координатном пространстве глюонной функции Грина. Здесь может сразу возникнуть возражение, что в случае справедливости конфайнмента нам совсем не нужно определение поля цветного заряда, который ненаблюдаем. Однако мы уже отмечали, что рассматриваем различные возможности, в том числе и не обязательно связанные с конфайнментом.

Таким образом, в этом разделе дан обзор работ по обоснованию сингулярной ИК-асимптотики глюонного пропагатора M^2/k^4 . Как мы убедились, показывается совместность такой асимптотики с уравнением Швингера — Дайсона в аксиальной калибровке и в выделенной ковариантной калибровке (36). Что же можно сказать об остальных калибровках? В ряде работ изучались ИК-асимптотики духового [52] и глюонного пропагаторов в отличной от (36) калибровке. Поскольку в этом случае не удается получить самосогласованное описание ИК-области, то можно лишь предположить, что вследствие существенного вклада духов картина сильно меняется, возможно, в других калибровках асимптотика глюонного пропагатора не будет M^2/k^4 , а, например, (43) с нецелым γ [53, 54]. Наблюдаемые же величины, например инвариантный заряд $\alpha_s(k^2)$, не могут зависеть от калибровки, и поэтому здесь вклад духов должен исправлять положение, приводя его снова в соответствие с асимптотикой (6).

3. КВАРКОВЫЙ ПРОПАГАТОР

Для понимания физического смысла КХД в ИК-области чрезвычайно важно исследование инфракрасного поведения кварковых функций Грина и, в первую очередь, кваркового пропагатора. Что понимается под ИК-областью для кваркового пропагатора? В квантовой электродинамике ответ ясен — это окрестность массовой поверхности $p^2 = m^2$. А существует ли в КХД массовая поверхность для кварка? Обычно на этот вопрос отвечают, что в случае справедливости конфайнмента кварк ненаблюдаем, массовая поверхность не определена, а, вероятнее всего, кварковый пропагатор $G(p)$ вообще не имеет особенностей, являясь целой функцией p^2 [19, 29]. Не принимая на веру ни этого, ни иных утверждений, мы считаем, что следует основательно изучить решения соответствующих уравнений для кварковых функций Грина, с тем чтобы можно было делать обоснованные утверждения об их аналитических свойствах.

Прежде чем переходить к изучению уравнения Швингера — Дайсона для кваркового пропагатора, рассмотрим выражение для кваркового пропагатора, полученное в методе функционального интегрирования в приближении мягких глюонов. Следуя методике, развитой в [55], получаем в этом приближении [51]

$$G(p) = \frac{\hat{p} + m}{i} \int_0^{\infty} d\tau e^{i\tau(p^2 - m^2)} \Phi \left(-2ig^2 \int_0^{\tau} d\tau' \int_0^{\tau'} d\tau'' \tilde{D}_{\mu\nu}^{aa} \times \right. \\ \left. \times [2p(\tau' - \tau'')] p_{\mu} p_{\nu} \right), \quad (53)$$

где $\tilde{D}_{\mu\nu}^{ab}(x)$ — фурье-образ пропагатора, а $\Phi(y)$ — некоторая функция, которая в квантовой электродинамике равна просто экспоненте, а в КХД явный вид ее не найден, но известно, что $\Phi(0) = 1$. Из (53) видно, что если преобразованная по Фурье глюонная функция Грина ортогональна своему аргументу, то в ведущем ИК-приближении $G(p)$ совпадает со свободной

$$G(p) = \frac{1}{\hat{p} - m}, \quad \hat{p} \rightarrow m. \quad (54)$$

Именно это свойство поперечности глюонного пропагатора в координатном пространстве мы обсуждали в конце предыдущего раздела, где было показано, что это свойство выполняется для выражений (47), (51), которые получены соответственно в выделенной ковариантной калибровке (36) и для некоторого доопределения пропагатора в аксиальной калибровке. Отметим, что анализ следующих приближений к представлению (53), проведенный в [56] в духе методов, развитых в [57, 58], показывает, что в случае рассматриваемой сингулярной ИК-асимптотики глюонного пропагатора эти поправки могут быть существенными. Тем не менее, а точнее, тем более инте-

ресно последовательно рассмотреть поведение кварковой функции Грина в этих выделенных калибровках. Проведем это рассмотрение снова с помощью уравнения Швингера — Дайсона

$$1 = (\hat{p} - m_0) G(p) - \frac{4g^2}{3(2\pi)^4} \int dk D_{\mu\nu}(p-k) \times \\ \times \gamma_\nu G(k) \Gamma_\mu(k, p; p-k) G(p), \quad (55)$$

где проведено суммирование по цветовым индексам и m_0 — затривочная масса кварка. В уравнение входит полная кварк-глюонная вершина Γ_μ , вид которой ограничивается калибровочным тождеством [38, 39], в которое, вообще говоря, дают вклад духи. В предыдущем разделе приведены аргументы в пользу того, что вклады духов в ИК-области оказываются несущественными в калибровке (36), что и подтвердилось при рассмотрении уравнения Швингера — Дайсона для глюонного пропагатора. Здесь мы продолжим изучение этой возможности для кварковых функций Грина. Итак, рассмотрим случай отсутствия вклада духов в тождество Славнова — Тэйлора в калибровке (36), которое при этом превращается в известное в электродинамике тождество Уорда — Фрадкина — Такахаша [59, 60]

$$k_\mu \Gamma_\mu(p, q; k) = G^{-1}(q) - G^{-1}(p), \quad k = q - p. \quad (56)$$

В аксиальной калибровке тождество (56) выполняется без всяких предположений. В работе [61] было показано, что система соотношений (55), (56) может иметь в качестве решения квазисвободную ИК-асимптотику кваркового пропагатора (54) вблизи массовой поверхности, если глюонный пропагатор в аксиальной калибровке (29) доопределяется описанным выше способом (50), а в ковариантной калибровке только при выполнении (36). В ряде работ рассматривалось уравнение (55) с сингулярным глюонным пропагатором в других калибровках [29, 62—68]. Получен вывод, что в этом случае полюсная асимптотика невозможна. Эти соображения побуждают к подробному исследованию системы (55), (56) в калибровке (36), что было проделано в [69, 70].

Следуя этим работам, рассмотрим сначала условия, которые накладывает на вершину тождество (56). Очевидно, что оно позволяет восстановить вершинную функцию Γ_μ с точностью до поперечной по импульсу структуры:

$$\Gamma_\mu(p, q; k) = \Gamma_\mu^{(L)}(p, q; k) + \Gamma_\mu^{TR}(p, q; k). \quad (57)$$

Разделение вершинной функции на продольную $\Gamma_\mu^{(L)}$ и поперечную $\Gamma_\mu^{(TR)}$ части является, разумеется, условным. Оно конкретизируется при выборе в качестве продольной части некоторого частного решения соотношения (56). Такое частное решение было в свое время

найденно в работе [71] и его можно записать в следующем виде:

$$\Gamma_{\mu}^{(L)}(p, q; q-p) = \frac{1}{q^2 - p^2} \times \\ \times [(\hat{p}\gamma_{\mu} + \gamma_{\mu}\hat{q})G^{-1}(q) - G^{-1}(p)(\hat{p}\gamma_{\mu} + \gamma_{\mu}\hat{q})]. \quad (58)$$

Далее, прямой подстановкой в петлевой интеграл в уравнении (55) можно убедиться, что поперечная часть вершинной функции допускает функциональный произвол следующего вида [69]:

$$\Gamma_{\mu}^{(F)}(p, q; q-p) = F(p, q)G^{-1}(p)(\hat{p}\gamma_{\mu}\hat{q} - \hat{q}\gamma_{\mu}\hat{p})G^{-1}(q), \quad (59)$$

где $F(p, q)$ — произвольная скалярная симметричная функция двух импульсов. Поскольку этот произвол не оказывает влияния на решение уравнения (55), удобно представить поперечную часть вершины в следующем виде:

$$\Gamma_{\mu}^{(IR)}(p, q; q-p) = \Gamma_{\mu}^{(T)}(p, q; q-p) + \Gamma_{\mu}^{(F)}(p, q; q-p), \quad (60)$$

где вид $\Gamma_{\mu}^{(T)}$ будет фиксироваться условиями удовлетворения уравнения (55). Для $\Gamma_{\mu}^{(T)}$ мы выбираем следующую подстановку:

$$\Gamma_{\mu}^{(T)}(p, q; q-p) = 2[K(p^2)(\hat{p} + m_0) + \\ + L(p^2)]^{-1}(\hat{p}\gamma_{\mu}\hat{q} - \hat{q}\gamma_{\mu}\hat{p})[K(q^2)(\hat{q} + m_0) + L(q^2)]^{-1}, \quad (61)$$

которая, не являясь, разумеется, самым общим выражением для $\Gamma_{\mu}^{(T)}$, дает возможность в явном виде получить ряд точных решений уравнения (55).

Пропагатор кварка удобно представить следующим образом:

$$G(p) = \left(A(p^2) + B(p^2) \frac{\hat{p}}{p^2} \right) [K(p^2)(\hat{p} + m_0) + L(p^2)]. \quad (62)$$

Для вычисления интеграла в уравнении (55) удобно воспользоваться формулой [70]

$$\int dk D_{\mu\nu}(p-k) \gamma_{\mu} [k f_1(k^2) + f_2(k^2)] \gamma_{\nu} = 6\pi^2 M^2 [f_2(p^2) - \hat{p} f_1(p^2)], \quad (63)$$

где $D_{\mu\nu}$ — глюонный пропагатор (35), подчеркнем еще раз, в калибровке (36); f_1 и f_2 — произвольные скалярные функции.

Подставляя выражения (57)–(62) в уравнение (55), получаем, воспользовавшись (63), следующую систему:

$$\left. \begin{aligned} & (p^2 - m_0^2 + \kappa^2) A(p^2) K(p^2) + \\ & + \frac{p^2 + \kappa^2}{p^2} B(p^2) L(p^2) + \frac{m_0 \kappa^2}{p^2} B(p^2) K(p^2) - m_0 A(p^2) L(p^2) + \\ & \quad + \frac{\kappa^2}{p^2} B(p^2) I(p^2 | B) = 1; \\ & A(p^2) L(p^2) + \frac{p^2 - m_0^2}{p^2} B(p^2) K(p^2) - \\ & - \frac{m_0}{p^2} B(p^2) L(p^2) + \frac{\kappa^2}{p^2} A(p^2) I(p^2 | R) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (64)$$

Здесь мы ввели обозначения:

$$I(p^2 | B) = \frac{4}{3i\pi^2} \int d^4k \frac{p^2 k^2 - (pk)^2}{k^2 [(p-k)^2]^{3/2}} B(k^2), \quad \kappa^2 = \frac{g^2 M^2}{2\pi^2}. \quad (65)$$

Для исследования системы нужно провести анализ уравнений, содержащих интегральный оператор (65). Этот анализ удобно проводить с помощью подхода, сформулированного в работе [45]. А именно, переходя в четырехмерное евклидово пространство и вводя обозначения $x = -p^2$, $y = -k^2$, получаем после интегрирования по углам

$$I(x | B) = -\frac{1}{x} \int_0^x y dy B(y) - x \int_x^\infty \frac{dy}{y} B(y). \quad (66)$$

Если I представляет собой некоторую комбинацию из искомых функций [как это осуществляется в системе (64)], то удобно перейти от интегрального уравнения (66) к дифференциальному уравнению с граничными условиями. Снова следуя [45], получаем

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left[x^3 \frac{d}{dx} \left(\frac{I(x)}{x} \right) \right] &= 2xB(x); \\ \lim_{y \rightarrow 0} \left[y^3 \frac{d}{dy} \left(\frac{I(y)}{y} \right) \right] &= 0; \quad \lim_{y \rightarrow \infty} \left[\frac{1}{y} \frac{d}{dy} (yI(y)) \right] = 0. \end{aligned} \quad (67)$$

Эта граничная задача эквивалентна исходному интегральному уравнению.

Точные решения полученной системы найдены в случае выполнения условия пропорциональности

$$B(p^2) = \lambda A(p^2), \quad L(p^2) = \nu K(p^2), \quad (68)$$

где λ и ν — постоянные, причем случай $A = 0$ рассмотрен особо. В [70] получено несколько точных решений системы, из которых мы здесь приведем три:

$$\left. \begin{aligned} 1) \quad G(p) &= \frac{\hat{p} + m_0}{p^2 - m_0^2 + \kappa^2}; \\ \Gamma_\mu(p, q; q-p) &= \gamma_\mu - \kappa^2 (\hat{p} + m_0)^{-1} \gamma_\mu (\hat{q} + m_0)^{-1} + \\ &\quad + \Gamma_\mu^{(F)}(p, q; q-p). \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

$$\left. \begin{aligned} 2) \quad G(p) &= (\hat{p} + m_0)/p^2; \\ \Gamma_\mu(p, q; q-p) &= \gamma_\mu - m_0^2 (\hat{p} + m_0)^{-1} \times \\ &\quad \times \gamma_\mu (\hat{q} + m_0)^{-1} + \frac{3(\kappa^2 - m_0^2)}{4\kappa^2} \frac{\hat{p}}{\sqrt{-p^2}} (\hat{p} + m_0)^{-1} (\hat{p}\gamma_\mu \hat{q} - \\ &\quad - \hat{q}\gamma_\mu \hat{p}) (\hat{q} + m_0)^{-1} \frac{\hat{q}}{\sqrt{-q^2}} + \Gamma_\mu^{(F)}(p, q; q-p). \end{aligned} \right\} \quad (70)$$

$$\left. \begin{aligned}
 3) \quad G(p) &= (\hat{p} + \kappa)/p^2; \\
 \Gamma_\mu(p, q; q-p) &= \gamma_\mu - \kappa^2 (\hat{p} + \kappa^{-1}) \gamma_\mu (\hat{q} + \kappa)^{-1} + \\
 &+ \frac{3(\kappa - m_0)}{4\kappa^3} \frac{\hat{p}}{\sqrt{-p^2}} (\hat{p}\gamma_\mu \hat{q} - \hat{q}\gamma_\mu \hat{p}) \frac{\hat{q}}{\sqrt{-q^2}} + \Gamma_\mu^{(F)}(p, q; q-p),
 \end{aligned} \right\} (71)$$

где $\Gamma_\mu^{(F)}$, содержащая произвольную функцию, определена соотношением (59). То, что эти решения удовлетворяют исходной системе (55), (56), легко проверить прямой подстановкой.

Рассмотрим свойства решений. Как следует из определения κ^2 (65), первое решение (69) аналитично по заряду и может быть получено поэтому по теории возмущений, в то время как остальные два имеют явную сингулярность по заряду и потому являются, как говорят, непертурбативными. Все три решения имеют полюс при некотором значении p^2 , причем в (69) при $m_0 < \kappa$ этот полюс соответствует тахиону и потому физически неприемлем. В отличие от первых двух, третье решение (71) соответствует явлению нарушения киральной инвариантности. А именно, при $m_0 \rightarrow 0$ в пропагаторе и вершине (71) присутствуют члены, неинвариантные относительно кирального преобразования. Это явление, впервые введенное в физику частиц в работах [72—74], очень существенно для понимания сильных взаимодействий в рамках КХД (см., например, обзор [75]). То, что в обсуждаемом подходе получается непертурбативное решение с нарушением киральной инвариантности, показывает, что он, хотя бы качественно, описывает это важное явление. К вопросу о количественном сравнении с экспериментом мы еще вернемся.

Отметим, что представленные решения в силу произвола в выборе поперечной части вершинной функции, по-видимому, не исчерпывают множества всех решений. Для исключения этого произвола следует получить дополнительную информацию о вершине, например рассмотреть уравнение для нее. Эта, существенно более сложная, задача приближенно рассматривалась в работах [76—78], где получен вывод о том, что полюсную ИК-асимптотику кваркового пропагатора и соответствующие выражения для вершины можно согласовать с приближенным уравнением опять в тех же выделенных калибровках. В качестве физического следствия этого рассмотрения получается вывод о наличии у кварков аномальных хромомангнитных моментов, что соответствует присутствию в эффективном ИК-лагранжиане членов вида

$$\Delta L = \mu \bar{\psi} \sigma_{\mu\nu} t^a \psi F_{\mu\nu}^a. \quad (72)$$

Таким образом, результаты, полученные в работах [51, 61, 69, 70], обзор которых мы здесь привели, показывают, что для обсуждаемой ИК-асимптотики глюонного пропагатора в выделенной калибровке с соответствующим доопределением массовая поверхность для кварка существует, а его пропагатор имеет полюс при $p^2 = m^2$.

Другая возможность, которая получается при ином способе доопределения сингулярности глюонного пропагатора при $k = 0$, рассмотрена в [67, 68]. Здесь, а также, например, в работе [63] на основании аргументов, связанных с известным $1/N_c$ -разложением, полная вершина полагается равной свободной. Модифицированное таким образом уравнение (55) становится замкнутым уравнением для пропагатора. В качестве глюонного пропагатора берется выражение (35) с $d = 4$, но с иным способом доопределения, чем использованный выше (36). Для доопределения, соответствующего второму решению условий удовлетворения уравнения Швингера — Дайсона для глюонного пропагатора [см. выражение (42)], решение оказывается наиболее простым и удобным и в киральном пределе $m_0 = 0$ имеет вид [68, 79]

$$G(p) = \frac{1}{\hat{p} - \sqrt{\frac{3\kappa^2}{4} + p^2} \theta\left(\frac{3\kappa^2}{4} + p^2\right)}, \quad (73)$$

где θ -функция определена обычным образом. Решение (73) моделирует ситуацию пропагатора без особенностей. В самом деле, массовый оператор на действительной оси не имеет мнимой части, причем в далекой евклидовой области $-p^2 = Q^2 \geq 3\kappa^2/4$ пропагатор совпадает со свободным. На примере этого решения в «калибровке» (42) возникает естественный параметр, разделяющий ИК- и УФ-области, аналогичный введенному в первом разделе и равный

$$k'_0 = \frac{\sqrt{3}\kappa}{2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{gM}{2\pi}. \quad (74)$$

Завершая обсуждение свойств низших функций Грина кварковых полей, подчеркнем существование двух возможностей. Первая возможность — кварковый пропагатор с полюсом соответствует случаю (36), а вторая — отсутствие особенностей у пропагатора соответствует другим способам доопределения, например, по (42).

4. КОНДЕНСАТНЫЕ ВАКУУМНЫЕ СРЕДНИЕ

Применение операторного разложения Вильсона [80] к КХД с использованием правил сумм при конечной энергии [81] привело к формулировке подхода [82], описывающего низкоэнергетические параметры адронов, в котором важнейшую роль играют вакуумные средние (ВС) глюонных и кварковых полей. В этом подходе значения таких ВС получаются из сравнения правил сумм в КХД с совокупностью экспериментальных данных. Следует рассматривать полученные из феноменологического анализа правил сумм в КХД значения ВС как данные эксперимента, которые требуют сравнения с теорией.

По смыслу подхода [82] значения ВС, определенные по теории возмущений, равны нулю. Следовательно, отличие от нуля зна-

чений VC дается вкладом членов, не связанных с теорией возмущений. Мы уже подчеркивали, что теория возмущений в КХД, будучи справедливой в УФ-области, полностью неприменима в ИК-области. Поэтому естественно ожидать, что VC определяются вкладом именно ИК-области. Этот вывод подтверждается рассмотрением некоторых точно решаемых моделей [83, 84].

Предлагается ряд подходов к вычислению VC . Прежде всего заслуживает внимания подход, использующий численные методы в решеточном варианте КХД [18, 21], который в перспективе может дать ответ с необходимой точностью. Расчеты с использованием существующих ЭВМ приводят к выводу об отличии от нуля VC низших размерностей, но обладают пока ограниченной точностью [85]. В применении к вычислению ряда VC используется приближение разреженного инстантонного газа [82, 86]. Отметим, что пределы применимости и степень точности этого приближения не вполне ясны [87].

Здесь мы дадим обзор результатов работ [69, 79, 88—90] по вычислению VC методом, использующим ИК-асимптотики функций Грина КХД. При использовании этого метода надо сначала дать определение тех VC , которые входят в правила сумм через функции Грина. Начнем с простейшего VC , квадратичного по глюонному полю:

$$V_2 = \lim_{x \rightarrow 0} \langle :g^2 F_{\mu\nu}^a(x) F_{\mu\nu}^a(0): \rangle, \tag{75}$$

часто называемого глюонным конденсатом. Пренебрегая для начала в полях $F_{\mu\nu}^a$, задаваемых соотношением (2), нелинейными членами, вклад которых оценивается в дальнейшем, мы получаем, что это VC следующим образом определяется через глюонный пропагатор (k — эвклидовы, $k^2 \geq 0$):

$$V_2 = \left. \begin{aligned} & \frac{2g^2}{i(2\pi)^4} \lim_{x \rightarrow 0} \int d^4k e^{ikx} (q_{\mu\nu} k^2 - k_\mu k_\nu) \bar{D}_{\mu\nu}^{aa}(k); \\ & \bar{D}_{\mu\nu}^{ab}(k) = [D_{\mu\nu}^{ab}]^{\Pi} - [D_{\mu\nu}^{ab}]^{\text{TB}}, \end{aligned} \right\} \tag{76}$$

где $[D_{\mu\nu}^{ab}]^{\Pi}$ — полная функция Грина глюона, а $[D_{\mu\nu}^{ab}]^{\text{TB}}$ — та же функция, вычисленная по теории возмущений. Это определение следует из смысла метода [82], явно соответствует непертурбативному характеру V_2 и является в настоящее время общепринятым (см. обзор [91]). Из этого определения вытекает, что VC задаются вкладом ИК-области. Вспомним о роли параметра (20) k_0 из разд. I, который разделяет ИК- и УФ-области. При $k^2 \gg k_0^2$ применима теория возмущений, и поэтому $\bar{D}_{\mu\nu}^{ab}$ обращается в нуль. $\bar{D}_{\mu\nu}^{ab}$ при $k^2 \ll k_0^2$ дается ее ИК-асимптотикой, определяемой соотношениями (29) или (35). Поскольку неизвестно поведение функций Грина в промежуточной области, в качестве первого приближения будем считать, что ИК-асимптотика справедлива для малых импульсов вплоть до k_0 , а сразу

после k_0 работает теория возмущений. Тогда из (76) мы имеем

$$\bar{D}_{\mu\nu}^{ab}(k) = D_{\mu\nu}^{ab}(k) \theta(k_0^2 - k^2), \quad (77)$$

где под $D_{\mu\nu}^{ab}(k)$ мы уже имеем в виду ИК-асимптотику, например, (35). Подставляя определенные нами выражения в (76), получаем [88, 89]

$$V_2 = 3g^2 M^2 k_0^2 / \pi^2. \quad (78)$$

Входящие сюда параметры уже определены соотношениями (18) и (20), но мы еще раз приведем их здесь, так как будем интенсивно использовать их в этом разделе:

$$\frac{gM}{\pi} = 0.59 \text{ ГэВ}, \quad k_0 = 0,7 \text{ ГэВ}. \quad (79)$$

Итак, подставляя (79) в (78), получаем $V_2 = 0,51 \text{ ГэВ}^4$, что хорошо согласуется с экспериментальным значением $V_2 = (0,5 \pm 0,1) \text{ ГэВ}^4$.

Результат (78) получен в пренебрежении нелинейными членами в напряженности $F_{\mu\nu}^a$. Анализ этих членов показывает, что возникающие здесь петлевые интегралы оказываются связанными с петлевыми интегралами в уравнении Швингера — Дайсона для глюонного пропагатора, рассмотренного в разд. 2. Как мы убедились, ведущие инфракрасные члены в этих интегралах обращаются в нуль на используемых нами решениях. Поэтому мы заключаем, что ведущие инфракрасные вклады в V_2 от нелинейных членов исчезают, а для оценки следующих по малости вкладов необходимо учесть и поправки к асимптотическим формулам, например, (77). Параметр $g^2 M^2 / (2\pi)^2 k_0^2$, возникающий при учете этих поправок, составляет около 20 %, что и ведет к вкладу в неопределенность метода такого порядка. Другой вклад в неопределенность метода дает степень незнания параметра k_0^2 . Мы использовали оцененное в первом разделе значение (79), однако, разумеется, использованная там экстраполяция вносит свою неопределенность, которую мы оцениваем из разностей между известными последовательными приближениями, что дает точность в определении параметра k_0^2 тоже около 20 %. Считая обсужденные поправки независимыми, мы оцениваем точность вычисления ВС

$$\Delta V/V = 30 \%. \quad (80)$$

Рассмотрим ВС третьей степени по полю $V_3 = \langle g^3 f^{abc} F_{\mu\nu}^a F_{\nu\rho}^b F_{\rho\mu}^c \rangle$. Выделяя непертурбативную часть точно так же, как и в предыдущем случае, и действуя по обычным правилам определения матричных элементов в квантовой теории поля [22], получаем

$$V_3 = -\frac{g^4 f^{abc}}{(2\pi)^8} \int dq_1 dq_2 dq_3 \delta(q_1 + q_2 + q_3) \Pi_{\mu\nu\mu_1}(q_1) \Pi_{\nu\rho\nu_1}(q_2) \Pi_{\rho\mu\rho_1}(q_3) \times \\ \times \bar{D}_{\mu_1\mu_2}^{aa_1}(q_1) \bar{D}_{\nu_1\nu_2}^{bb_1}(q_2) \bar{D}_{\rho_1\rho_2}^{cc_1}(q_3) \Gamma_{\mu_2\nu_2\rho_2}^{a_1 b_1 c_1}(q_1, q_2, q_3), \quad (81)$$

где $\Pi_{\mu\nu\lambda}(q) = q_\mu \delta_{\nu\lambda} - q_\nu \delta_{\mu\lambda}$. Здесь использованы снова непертурбативные части пропагаторов (77) и вершинная функция в ИК-обла-

сти (31). В результате получается следующее выражение [89]:

$$V_3 = \frac{45}{8} \left(\frac{gM}{\pi} \right)^4 k_0^2 \left[\frac{7}{16} - \frac{1}{15\pi^2} F \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}; \frac{7}{2}; \frac{1}{4} \right) - \frac{1}{2\pi} {}_3F_2 \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \middle| \frac{1}{4} \right) \right] = 0,083 \text{ ГэВ}^6, \quad (82)$$

где F — гипергеометрические функции и использованы параметры (79). Отметим, что при получении (82) мы пользовались глюонным пропагатором в ковариантной калибровке, и поэтому согласно (41)

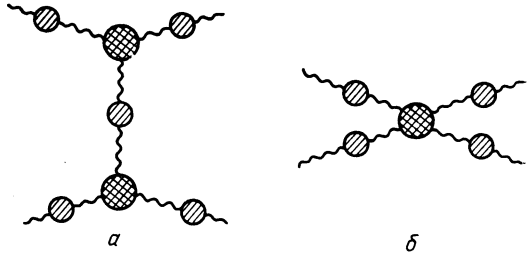


Рис. 1. Нефакторизующиеся вклады в ВС четвертой степени по глюонному полю:
 а — одночастично проводимые;
 б — сильно связанные

положили в (31) $\xi = 1/2$. Полученный результат согласуется с феноменологическими оценками [87] и с численными расчетами в решеточном подходе [85].

Имеются четыре независимых ВС четвертой степени по напряженности глюонного поля:

$$\left. \begin{aligned} V_4^{(1)} &= \langle g^4 (F_{\mu\nu}^a F_{\alpha\beta}^b f^{abc})^2 \rangle; \\ V_4^{(2)} &= \langle g^4 (F_{\mu\alpha}^a F_{\alpha\nu}^b f^{abc})^2 \rangle; \\ V_4^{(3)} &= \left\langle g^4 \left[(F_{\mu\nu}^a F_{\alpha\beta}^b d^{abc})^2 + \frac{2}{3} (F_{\mu\nu}^a F_{\alpha\beta}^a)^2 \right] \right\rangle; \\ V_4^{(4)} &= \left\langle g^4 \left[(F_{\mu\alpha}^a F_{\alpha\nu}^b d^{abc})^2 + \frac{2}{3} (F_{\mu\alpha}^a F_{\alpha\nu}^a)^2 \right] \right\rangle. \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

В ряде работ, начиная с [82], предполагалось правило факторизации для этих ВС. В рассматриваемом подходе это соответствует учету в $V_4^{(i)}$ лишь несвязных диаграмм, содержащих два глюонных пропагатора. Факторизованные значения этих ВС равны

$$\left. \begin{aligned} V_{4\Phi}^{(i)} &= f_i (V_2)^2, \\ f_1 &= 5/16, \quad f_2 = 1/16, \quad f_3 = 65/144, \quad f_4 = 1/18. \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

Однако кроме несвязных диаграмм, дающих значения (84), в ВС (83) дают вклад также диаграммы, изображенные на рис. 1. Снова выделяя пертурбативный вклад и используя вершины, следующие из эффективного лагранжиана (40), получаем после вычисления

интегралов [89]:

$$\left. \begin{aligned} V_4^{(1)} &= \frac{45}{16} \left(\frac{gM}{\pi} \right)^4 k_0^4 + (2,78 + 2,78) \left(\frac{gM}{\pi} \right)^6 k_0^2; \\ V_4^{(2)} &= \frac{9}{16} \left(\frac{gM}{\pi} \right)^4 k_0^4 + (1,88 + 1,39) \left(\frac{gM}{\pi} \right)^6 k_0^2; \\ V_4^{(3)} &= \frac{65}{16} \left(\frac{gM}{\pi} \right)^4 k_0^4 - \frac{1}{3} (2,78 + 2,78) \left(\frac{gM}{\pi} \right)^6 k_0^2; \\ V_4^{(4)} &= \frac{1}{2} \left(\frac{gM}{\pi} \right)^4 k_0^4 + \frac{1}{3} (1,88 + 1,39) \left(\frac{gM}{\pi} \right)^6 k_0^2; \end{aligned} \right\} \quad (85)$$

где первые члены равны факторизованным выражениям (84), а во вторых членах первое число соответствует вкладу диаграммы, изображенной на рис. 1, б, и второе — на рис. 1, а. Подставляя в (85) параметры (79) и представляя результат в виде $V_4^{(i)} = d_i V_{4\Phi}^{(i)}$, получаем с учетом неопределенности (80):

$$\left. \begin{aligned} d_1 &= 2,42 \pm 0,43, & d_2 &= 3,37 \pm 0,71, \\ d_3 &= 0,68 \pm 0,10, & d_4 &= 1,89 \pm 0,27. \end{aligned} \right\} \quad (86)$$

Для коэффициентов d_1, d_2 полуфеноменологическая оценка [87] дает $d_1, d_2 \simeq 2$, что удовлетворительно согласуется с (86), в то время как для остальных двух коэффициентов экспериментальные сведения пока отсутствуют. Интересно предсказание для d_3 , согласно которому этот коррелятор существенно уменьшается по сравнению с факторизованным значением.

Рассмотрим вакуумные средние с участием кварковых полей. Здесь потребуются выражения для кваркового пропагатора и кварк-глюонной вершины. В предыдущем разделе мы привели для них ряд решений. Сравнение результатов для ВС, полученных для разных решений в работах [88, 90], приводит к выводу о том, что лучше согласуется с феноменологией правил сумм решение (71), соответствующее нарушению киральной инвариантности. Этого, разумеется, и следовало ожидать из физических соображений. Мы приведем результаты для ВС именно для функций Грина (71).

Рассмотрим ВС низшей размерности $\langle \bar{\psi} \psi \rangle$:

$$\left. \begin{aligned} a &= - \lim_{x \rightarrow 0} (2\pi)^2 \langle \bar{\psi}(x) \psi(0) \rangle = \frac{12}{(2\pi)^2} \int dq \bar{G}(q), \\ \bar{G}(q) &= G^\Pi(q) - G^{TB}(q). \end{aligned} \right\} \quad (87)$$

Используя в качестве полного пропагатора $G^\Pi(q)$ его выражение (71), надо учитывать, что это выражение верно лишь в ИК-области, при $q^2 < \bar{k}_0^2$, где \bar{k}_0 — снова параметр разделения ИК- и УФ-областей, равный по порядку величины значению (20), но не обязательно в точности совпадающий с ним. В результате получаем

$$\bar{G}(q) = \frac{\hat{q} + \kappa}{q^2} \theta(\bar{k}_0^2 - q^2). \quad (88)$$

Подставляя (88) в (87), имеем

$$a = 3\kappa\bar{k}_0^2. \quad (89)$$

Нормируя на оптимальное значение $a = 0,55 \text{ ГэВ}^3$, получаем

$$\bar{k}_0 = 0,66 \text{ ГэВ}, \quad (90)$$

что превосходным образом согласуется с (20).

Рассмотрим ВС $\langle \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi \rangle$ в слабом постоянном электромагнитном поле, определяющее согласно соотношению

$$\langle \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi \rangle = e_q\chi \langle \bar{\psi}\psi \rangle F_{\mu\nu}$$

магнитную восприимчивость вакуума χ . Оно представляется в виде

$$\langle \bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}\psi \rangle = \frac{3e_q}{(2\pi)^8} \text{Sp} \int dp dq \bar{G}(p) \Gamma_\rho(p, q) \bar{G}(q) A_\rho(p-q) \sigma_{\mu\nu}, \quad (91)$$

где Γ_ρ — вершина взаимодействия фотона с кварком. Поскольку электромагнитная вершина удовлетворяет тому же тождеству (56), что и используемое решение для глюонной вершины, то продольные части этих вершин совпадают. Этого никак нельзя утверждать для поперечной части, связанной с аномальным магнитным моментом. Однако существует модельное приближение, используемое для описания ИК-области КХД, — абелева хромодинамика * [76], в которой соблюдается точное равенство электромагнитной и сильной вершин. Мы оценим параметр χ в рамках этого приближения. Подставляя (71) и (88) в (91) и выполняя интегрирование, мы убеждаемся, что интеграл логарифмически расходится в нуле. Эта расходимость очевидным образом связана с тем, что полюс у кваркового пропагатора находится в нуле, вместо некоторой массы. Регуляризуя интеграл заменой в знаменателе пропагатора и вершины $q^2 \rightarrow q^2 + \lambda^2$, получаем

$$\chi = -\frac{3\kappa}{a} \left[\frac{3\bar{k}_0^2}{2\kappa^2} \left(1 - \frac{\lambda^2(\bar{k}_0^2 + 2\lambda^2)}{2(\bar{k}_0^2 + \lambda^2)^2} \right) + \left(1 - \frac{9\lambda^2}{2\kappa^2} \right) \left(\ln \frac{\bar{k}_0^2 + \lambda^2}{\lambda^2} - \frac{\bar{k}_0^2}{\bar{k}_0^2 + \lambda^2} \right) \right]. \quad (92)$$

Подставляя сюда знакомые нам параметры и выбирая в качестве λ составляющую массу кварка $\lambda = 0,3 \text{ ГэВ}$, получаем

$$\chi = -7,5 \text{ ГэВ}^{-2}, \quad (93)$$

что хорошо согласуется с феноменологическим значением этого параметра [92].

Обратимся далее к ВС $\langle ig\bar{\psi}\sigma_{\mu\nu}t^a F_{\mu\nu}^a\psi \rangle$, которое определяет также важный для метода правил сумм параметр M_0^2 . Действуя в точном

* Абелева хромодинамика — калибровочная теория с группой $U(1)$, в которой асимптотика глюонного пропагатора $D(k) = M^2/k^4$, $k^2 \rightarrow 0$.

соответствии с изложенным методом, получаем

$$\begin{aligned}
 M_0^2 = & \frac{\langle i g \bar{\Psi} \sigma_{uv} t^a F_{\mu\nu}^a \Psi \rangle}{\langle \bar{\Psi} \Psi \rangle} = \frac{6g^2 M^2 \bar{k}_0^2 \kappa}{\pi^2 a} \left\{ \frac{3}{2} - \frac{2}{\pi} {}_3F_2 \left(\frac{1/2, 1/2, 1/2}{3/2, 5/2} \middle| \frac{1}{4} \right) + \right. \\
 & + \frac{4\bar{k}_0^2}{\kappa^2} \int_0^\infty dx \frac{[1 - J_0(x)]}{x} \left(\frac{1}{x^2} \int_0^x y dy J_1(y) \right)^2 + \\
 & + \frac{8\bar{k}_0^2}{\kappa^2} \int_0^\infty dx x^2 \left[\frac{J_1(x)}{x} - \frac{1}{2} \right] \left(\int_0^x \frac{dy}{x^4} y^2 J_2(y) \right) \times \\
 & \left. \times \left(x J_2(x) - 2 \int_0^x dz J_2(z) \right) \right\} = 1,2 \text{ ГэВ}^2, \quad (94)
 \end{aligned}$$

где $J_n(x)$ — функции Бесселя. Значение (94) хорошо согласуется с феноменологией правил сумм [82, 91—93]. Отметим, что весьма существенный вклад, а именно более половины, в ВС (91) и (94) дает поперечная часть кварк-глюонной вершины, описываемая третьим членом в (71). Таким образом, этот вклад является явно непертурбативным. Часть же вершины $\Gamma_\mu^{(F)}$, содержащая произвольную функцию, дает в эти ВС вклад, в точности обращающийся в нуль, и поэтому не вносит никаких неопределенностей.

Метод, использующий ИК-асимптотики функций Грина КХД, применялся для вычисления ВС и в ряде других работ. Заслуживают внимания результаты работы [79], в которой используется приведенное выше решение (73) для кваркового пропагатора в калибровке (42). Подстановка этого решения в выражение (88) для кваркового конденсата с учетом самообрезания решения на импульсе k'_0 (74) дает

$$a = \frac{4}{5} (k'_0)^3 = \frac{3 \sqrt{3}}{20 \sqrt{2}} \left(\frac{gM}{\pi} \right)^3. \quad (95)$$

С помощью решения (73) в [79] получена также связь параметра gM/π с константой распада пиона f_π , из экспериментального значения которой $f_\pi = 93$ МэВ получается

$$gM/\pi = 1,36 \text{ ГэВ}, \quad (96)$$

что более чем вдвое превышает использовавшееся выше значение (18), связанное с наклоном потенциала. Подстановка значения (96) в (95) дает $a = 0,46 \text{ ГэВ}^3$, что удовлетворительно согласуется с экспериментальным числом. Главным достоинством работы [79] является разрешение в рамках использованного подхода известной $U(1)$ -проблемы. Вычисленная на основе того же кваркового пропагатора (73) масса псевдоскалярного $SU(3)$ -синглета оказывается равной $m = k'_0 = 0,83 \text{ ГэВ}$. С учетом смешивания это приводит к хорошему распределению масс в псевдоскалярном нонете. Важно подчеркнуть,

что полученное методом работы [79] решение $U(1)$ -проблемы может осуществляться исключительно для асимптотики глюонного пропагатора M^2/k^4 . Можно сделать вывод, что область явлений, связанная с нарушением киральной инвариантности, эффективно описывается в рамках подхода с ИК-асимптотикой глюонного пропагатора M^2/k^4 в калибровке (42), правда, с иным значением параметра (96). О различии физического смысла теории для случаев различных способов определения калибровки, в частности для способов (41) и (42), мы будем говорить в дальнейшем.

Возвращаясь снова к основному рассматриваемому нами случаю — теории в калибровке, определяемой соотношением (41), и, следовательно, с параметром (18), — мы отметим результат работы [94] по оценке массы легчайшего глюбола. Рассматривается интегральное уравнение Бете — Солпитера для связанного состояния двух глюонов, ядро которого определяется ИК-асимптотикой глюонного пропагатора (35) в калибровке, задаваемой соотношениями (36), (41). В низшем приближении, точность которого оценивается величиной порядка 30 %, получена масса скалярного глюбола

$$M_g = \frac{3}{\sqrt{2}} \frac{gM}{\pi} = 1,25 \text{ ГэВ},$$

что в пределах точности согласуется, например, с массой $G(1590)$ -резонанса, открытого в работе [95], свойства которого близки к предполагаемым свойствам глюбола [96].

Мы можем заключить, что к чисто теоретическим аргументам в пользу возможности сингулярной асимптотики глюонного пропагатора M^2/k^4 , высказанным в разд. 2, добавляются аргументы, основанные на адекватности описания широкого круга явлений: глюонных и кварковых конденсатов, нарушения киральной инвариантности и связанной с ней $U(1)$ -проблемы — именно тех проблем, которые представляют наибольшую трудность для обычного подхода, основанного на теории возмущений. В обсуждаемом подходе описание этого круга явлений получается за счет непертурбативных эффектов. Хотелось бы подчеркнуть, что не следует противопоставлять этот подход другим подходам, например решеточному [18] или инстантонному [97]. О соответствии с вычислениями в решеточном варианте КХД мы уже упоминали. Сравнить с инстантонным подходом сложнее, поскольку единственное работающее приближение разреженного инстантонного газа применимо скорее к средним расстояниям (см., например, [86]), чем к самым большим, определяющим ИК-область. Так или иначе, при правильном их использовании разные подходы дополняют друг друга.

Итак, представив основы теоретического описания ИК-области КХД, перейдем к рассмотрению важнейшего вопроса — какие возможности существуют в проблеме наблюдаемости цветных состояний?

5. ВОЗМОЖНОСТЬ НЕПОЛНОГО ЗАКЛЮЧЕНИЯ ЦВЕТА

Рассматривая свойства функций Грина КХД в ИК-области, мы убедились, что в зависимости от того, как доопределяется сингулярность глюонного пропагатора при $k = 0$, качественно меняется структура теории. Формально это различие в доопределениях выражается в разных способах предельного перехода к $n = 4$, что легко увидеть, сравнивая выражения для калибровочного параметра d (36) и (42). С деталями этого вопроса в разных калибровках можно ознакомиться по работам [51, 79]. В зависимости от обсуждаемого доопределения возможные теории распадаются на два класса.

1. Теории с глюонным пропагатором, не являющимся поперечным в координатном пространстве. Сюда относятся доопределения, отличные от (50), глюонного пропагатора (29) в аксиальной калибровке и, отличные от (36), пропагатора (35) в ковариантной калибровке. Можно иллюстрировать это положение на примере ковариантной калибровки, определяемой соотношением (42). В этом случае глюонное поле статического источника не существует, поскольку расходится интеграл (52), а кварковый пропагатор, по-видимому, не имеет особенностей в комплексной плоскости [29, 62—68, 79], что является, как отмечалось выше, одним из критериев конфайнмента. Это явно видно, например, из выражения (73), полученного в калибровке (42). Таким образом, не претендуя, разумеется, на строгое доказательство, мы заключаем, что этот случай соответствует осуществлению конфайнмента.

2. Теория с глюонным пропагатором, поперечным в координатном пространстве. Сюда относится доопределение (50) глюонного пропагатора (29) в аксиальной калибровке и (36) для пропагатора (35) в ковариантной калибровке. Мы будем иллюстрировать положение на примере ковариантной калибровки, для которой выше привели значительное число результатов, называя ее в дальнейшем просто калибровкой (36). В этом случае мы убедились в том, что глюонное поле цветного заряда существует [см. (52)] и есть решения (69)—(71) для кваркового пропагатора, содержащие обычный полюс. Последнее свойство, вообще говоря, соответствует возможности определения массовой поверхности для кварков, а также их асимптотических состояний. Эта возможность сильно напоминает ситуацию в электродинамике и нет оснований полагать, что здесь осуществляется конфайнмент.

Проблема выбора между двумя сформулированными возможностями была впервые поставлена в работе [51] и далее рассматривалась в ряде последующих работ [98—101]. О первой возможности — конфайнменте — написано очень много, и мы не будем делать здесь дополнительных комментариев. Что касается второй возможности, которую мы будем называть неполным заключением цвета, то прежде всего возникает вопрос, не будет ли она противоречить уже тому, что известно об отрицательных результатах поисков цветных состояний, в первую очередь кварков [17]?

Для того чтобы иметь возможность ответить на этот вопрос, следует рассмотреть, как взаимодействуют между собой цветные частицы, объединенные в бесцветный объект, например, кварк с антикварком, которые составляют некоторый адрон. Здесь сразу может возникнуть соображение, что для используемой ИК-асимптотики глюонного пропагатора потенциал взаимодействия кварка с антикварком линейно растет с расстоянием согласно соотношению (9), а следовательно, мы получаем противоречивую картину: кварк, казалось бы, может существовать в свободном виде, но бесконечный потенциальный барьер будет всегда препятствовать его вылетанию. Однако линейный рост потенциала (9) получен лишь в приближении обмена одним одетым глюоном. Не исключено, что обмен большим количеством глюонов приведет к изменению поведения потенциала.

В частности, было высказано предположение, что линейный рост на достаточно больших расстояниях сменяется убыванием, например, по закону Кулона, и потенциал принимает вид высокой и широкой горы [51, 98]. С целью проверки этого предположения в работе [101] было предпринято изучение вклада многоглюонных обменов в потенциал. При этом, следуя известному квазипотенциальному методу [102], потенциал связывается с ядром уравнения Бете — Солпитера. Тогда вслед за одноглюонным обменом нужно учесть диаграмму с обменом двумя перекрещенными глюонами. Вычисление было проведено для глюонного пропагатора в калибровке (36) и для свободной асимптотики (54) кваркового пропагатора и вершины $\Gamma_\mu = \gamma_\mu$. В результате выясняется, что потенциал, определяемый суммой одно- и двухглюонного обменов, имеет вид

$$V(r) = a^2 r - \frac{a^4 r^3}{8\pi} (\ln a^2 r^2 - C), \tag{97}$$

где $a^2 = g^2 M^2 / 6\pi$; C — некоторая постоянная, независимо от значений которой в потенциале (97) наблюдается смена режима от возрастания к убыванию. Видно также, что при достаточно больших r второй член становится больше первого и, следовательно, для обоснованного суждения о поведении потенциала на самых больших расстояниях необходимо суммировать вклады всевозможных глюонных обменов вплоть до бесконечного числа обмениваемых квантов. Задача эта кажется невыполнимой. Выборочное суммирование некоторого класса диаграмм, проведенное в [101], показывает, что на самых больших расстояниях может осуществляться кулоновское поведение. При этом потенциал принимает вид, представленный на рис. 2.

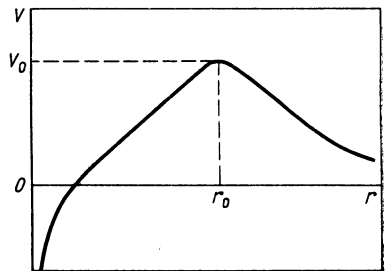


Рис. 2. Вид потенциала взаимодействия кварка с антикварком в обсуждаемой схеме

Для такого потенциала [98] характерны три области с качественно различным поведением. Первая область при малых r — область асимптотической свободы, вторая — область линейного роста (4) и третья — область кулоновского падения при $r > r_0$: $V = G^2/3\pi r$. Считая эффект переходной области в районе r_0 небольшим, получаем следующие связи между входящими в потенциал параметрами:

$$a^2 r_0^2 = G^2/3\pi; \quad V_0 = a^2 r_0 = \frac{G^2}{3\pi r_0}, \quad (98)$$

где V_0 — максимальная высота потенциального барьера. Обсуждаемый вид потенциала никоим образом не противоречит численным расчетам в решеточном варианте КХД. В частности, вычисления силы взаимодействия кварка с антикварком (см., например, [30]) хорошо согласуются с параметризацией (4), т. е. демонстрируют наличие затгнутой области роста потенциала. Однако расстояния, для которых проведены вычисления, ограничены сверху значением $2 \cdot 10^{-13}$ см, поэтому предполагаемая смена режима на расстояниях в несколько раз больших не противоречит этим результатам.

Разумеется, релятивистская квантовая теория, особенно сильного взаимодействия, которому свойственно интенсивное множественное рождение частиц, не может быть вполне адекватно описана на языке потенциала. Речь здесь должна идти, по крайней мере, о квазипотенциале [102], имеющем мнимую часть и энергетическую зависимость. Однако мы проведем качественные рассуждения в рамках потенциальной модели, причем постараемся учесть и множественное рождение.

Таким образом, предполагая, что осуществляется вторая возможность, а потенциал теперь имеет, хотя и большую, но все же конечную высоту V_0 , мы приходим к выводу о принципиальной возможности наблюдения цветных состояний, например, кварков. Однако мы знаем, что, за редкими и, как считается, сомнительными исключениями [103, 104], многочисленные поиски кварков не дали положительного результата [17]. В рассматриваемом подходе это объясняется высоким порогом их рождения, который связан с большой высотой V_0 кварк-антикваркового потенциала. Действительно, представим себе, что, например, в процессе e^+e^- -аннигиляции родилась пара кварк-антикварк в суммарном бесцветном состоянии. Энергетический порог рождения складывается из их масс, высоты потенциального барьера и потерь энергии на множественное рождение частиц, которое на кварк-глюонном уровне мы интерпретируем как интенсивное рождение мягких глюонов при движении кварка и антикварка с ускорением в поле сил их взаимодействия. Потери на излучение оцениваются из классической формулы дипольного излучения с заменой e^2 на G^2 , который определен соотношением (98). В результате получаем оценку для порога рождения пары

$$E_0 = 2m + V_0 + V_0^3/m^2, \quad (99)$$

где m — масса кварка, а последний член описывает потери на излучение. Отсюда видно, что для легких кварков, включая даже чармованный, потери на излучение оказываются очень большими при высоте потенциала, составляющей несколько гигаэлектрон-вольт, и их рождение при существующих энергиях наблюдать нельзя. Соотношение (99) дает действенное ограничение на V_0 только при рассмотрении процесса рождения пары из кварков $b\bar{b}$. Полагая массу этого кварка равной 4,8 ГэВ, мы получаем ограничение на высоту потенциала $V_0 \geq 8$ ГэВ и параметра $r_0 \geq 10^{-12}$ см. Однако, как показано в работе [100], эти параметры не могут сильно превосходить указанные ограничения, полученные из факта отсутствия рождения дробных зарядов в процессе e^+e^- -аннигиляции вплоть до энергий 40 ГэВ. Это связано с тем, что в противном случае возникает противоречие с измерениями адронных сил Ван-дер-Ваальса в экзотических атомах [105]. Таким образом, в дальнейших оценках мы будем использовать следующие значения параметров потенциала взаимодействия кварка с антикварком:

$$r_0 = 10^{-12} \text{ см}, \quad V_0 = 8 \text{ ГэВ}, \quad G^2 = 4,3 \cdot 10^3. \quad (100)$$

Отметим, что при выводе оценки (99) мы пренебрегали цветовыми факторами порядка единицы, поэтому будем считать те же параметры справедливыми и для описания вида потенциала взаимодействия двух цветных октетов в суммарном бесцветном состоянии. Это, в частности, дает и запрет рождения пар глюонов при доступных энергиях.

Таким образом, мы заключаем, что параметры (100) обеспечивают отсутствие противоречий с данными по поиску рождения цветных состояний при высоких энергиях. Возникает следующий вопрос: не исказит ли тот факт, что потенциал на самых больших расстояниях убывает до нуля, структуру связанных состояний кварков, образующих адроны? Мы уже отмечали в начале обзора, что данные по спектроскопии адронов фиксируют вид потенциала до расстояний всего 10^{-13} см, поэтому такая далекая смена режима, соответствующая параметрам (100), не скажется на положении уровней. Но не может ли она сказаться на ширине уровней? В самом деле, здесь возникает дополнительный канал распада адронов на цветные составляющие за счет подбарьерного перехода. Квазиклассическая оценка вероятности такого перехода для рассматриваемого потенциала дает $W = e^{-2I}$, где

$$I = I_1 + I_2, \\ I_1 = \int_{r_1}^{r_0} \sqrt{2ma^2r} \, dr, \quad I_2 = \int_{r_0}^{r_2} \sqrt{\frac{2G^2m}{3\pi r}} \, dr$$

и r_1 — ближняя к нулю точка поворота, которую без потери точности можно положить равной нулю, а $r_2 = G^2/3\pi\Delta E$, где ΔE — превышение массы адрона над суммой масс кварков — дальняя точка поворота. Выполняя интегрирование и подставляя параметры (100)

и a из соотношения (4), получаем, что $I_2 \gg I_1$ и при $\Delta E = m = 0,3$ ГэВ $W = e^{-2300}$. Вводя характерное адронное время $\tau_0 = 10^{-23}$ с, мы получаем, что время распада по рассматриваемому каналу оценивается следующим образом:

$$\tau = \tau_0/W = 10^{976} \text{ с} = 3 \cdot 10^{968} \text{ лет.} \quad (101)$$

Разумеется, никакого разговора о противоречии каким-либо измерениям для таких времен быть не может. Отметим, что огромное время жизни (101) получилось из-за наличия кулоновского падения потенциала на сверхбольших расстояниях. Действительно, если предположить, как делается в ряде работ, начиная с [106], что калибровочная инвариантность КХД нарушена на расстояниях порядка r_0 и, следовательно, при $r > r_0$ потенциал обрезается фактором $e^{-\mu r}$, $\mu = 1/r_0$ — масса глюона, то в интеграле остается только первый член I_1 , который при тех же параметрах дает $W' = e^{-150}$, что приводит, например, к оценке времени жизни протона

$$\tau = \tau_0/W' = 3 \cdot 10^{34} \text{ лет,} \quad (102)$$

что хотя и не противоречит современным экспериментальным ограничениям, но уже сравнимо с ними.

Таким образом, мы заключаем, что обсуждаемая картина не противоречит существующим экспериментальным данным ни по процессам рождения, ни по адронной спектроскопии. До того как будет достигнут порог рождения свободного цвета, физика явлений такова же, как и в случае справедливости конфайнмента. Это и объясняет то, почему мы называем обсуждаемую возможность неполным заключением цвета. По достижении порога цветные частицы получают возможность освободиться. Наиболее характерной чертой таких частиц является большой их размер, определяемый параметром $r_0 = 10^{-12}$ см.

Часто задают вопрос о космологических следствиях неполного заключения. Не приведет ли эта возможность к слишком большой концентрации реликтовых кварков? Для старой кварковой модели в работе [107] получено отношение числа кварков к числу нуклонов в настоящее время $q/N = 10^{-10}$, которое давно уже перекрыто экспериментами по поиску дробных зарядов в веществе [17]. Трудность с предсказанием слишком большого количества реликтовых кварков характерна для моделей с нарушенной калибровочной инвариантностью [106], в которых взаимодействие между освободившимися цветными зарядами является короткодействующим, но с большим характерным расстоянием r_0 по сравнению с адронами. Это приводит к тому, что оценки работы [107] лишь немного уменьшаются, оставаясь в противоречии с экспериментальным ограничением $q/N \leq 10^{-20}$. Вариант же неполного заключения цвета качественно отличается от старой кварковой модели, где кварк взаимодействовал как обычный адрон. Взаимодействие между освободившимися цветными зарядами — дальнедействующее, кулоновское. А для кулоновского

взаимодействия нет бесконечного расстояния. Это означает, что, например, в электродинамике даже при очень большом разделении противоположных зарядов нельзя пренебрегать возможностью их рекомбинации. И рекомбинация на самом деле происходит. В нашем случае, согласно рис. 2, на очень больших расстояниях кварк с антикварком отталкиваются в суммарном бесцветном состоянии, однако они должны притягиваться кулоновским образом в суммарном октетном состоянии. В этом случае кварк с антикварком сближаются и по достижении расстояния порядка r_0 аннигилируют с образованием глюонов. Образовавшиеся таким, а также иным образом глюоны составляют реликтовую глюонную среду, которая является неизбежным следствием неполного заключения. Описанный механизм должен приводить к существенному уменьшению оценки для концентрации реликтовых кварков. Для того чтобы сделать более точные суждения, необходимо в соответствующих кинетических уравнениях, приведенных, например, в [108], учесть сильное кулоновское дальноедействие.

Обращаясь к обсуждению реликтовой глюонной среды, которая до некоторой степени аналогична известному реликтовому фотонному газу с температурой 3 К, следует прежде всего понять, что может представлять собой освободившийся глюон. Это, разумеется, не может быть одночастичным глюонным состоянием в смысле теории возмущений. Отражением свойств свободного глюона может служить кулоновский хвост потенциала при $r > r_0$. Это означает, что свободный глюон имеет массу нуль и состоит из бесконечного, точнее, неопределенного, числа одночастичных векторных глюонов и представляет собой, вообще говоря, смесь состояний с разными суммарными спинами. Здесь следует отметить, что в вычислениях работы [101], которые послужили в качестве аргументов для обоснования обсуждаемого потенциала, производится предельный переход к массовой поверхности для состояний, что приводило к неразличимости лоренцевой структуры потенциала. В частности, поправки к потенциалу, возникающие за счет многоглюонных обменов, могут давать значительный вклад не только в часть потенциала, являющуюся лоренцевым вектором, но и в скалярную его часть. В последнее время в ряде работ [109—111] отмечается, что учет скалярной части в растущем участке потенциала может привести к существенному улучшению нашего понимания спиновых явлений и ряда аспектов спектроскопии адронов в КХД. Представление об эффективном глюоне как о состоянии, содержащем набор различных спинов, согласуется с этими замечаниями. Имея это в виду, мы, тем не менее, для оценок используем упрощенную картину, в которой эффективный глюон является цветным октетом со спином единица, взаимодействующим с кварками и другими глюонами по образцу поля Янга — Миллса с большим зарядом G , определяемым соотношением (100). Мы знаем, что на самом деле эффективный глюон не является одночастичным состоянием, поэтому вопрос о возможности нарушения унитарного предела,

который возникает для таких больших значений заряда, непосредственно к этой задаче не относится. По крайней мере, ответ на него требует дальнейшей конкретизации состояния эффективного глюона. Здесь уместно отметить, что последовательной теории взаимодействия частиц с открытым цветом пока не существует. Приведенные нами рассуждения имеют качественный характер. Представляется, что последовательная теория может быть создана только в процессе тесного взаимодействия теории и эксперимента, которое может начаться лишь после экспериментального обнаружения открытого цвета.

Таким образом, мы представляем себе реликтовую глюонную среду как равновесную термодинамическую систему с температурой T , состоящую из глюонов с описанными выше свойствами, плотность которых в единице объема равна n . Глюоны сильно взаимодействуют между собой, поэтому мы не употребляем для обозначения этой среды термин «газ». Разумно считать, что температура T близка к температуре фотонного газа. Для суждения о плотности n мы используем все-таки аналогию с газом, что дает для порядка ее величины следующую оценку:

$$n = 10^3 \text{ см}^{-3}. \quad (103)$$

Исходя из плотности (103), можно оценить энергию взаимодействия, приходящуюся на один глюон:

$$E = G^2 n^{1/3} = 1 \text{ эВ}, \quad (104)$$

которая оказывается на несколько порядков больше ее тепловой энергии. Можно поэтому ожидать, что глюонная среда представляет собой не газ, но упорядоченную систему — «глюонный кристалл» [112]. Отметим, что на возможность такого состояния глюонной материи ранее указывалось в литературе [113]. Отметим еще одно, не лишнее интереса обстоятельство. Большая энергия взаимодействия (104) обуславливает большой вклад глюонной среды в общую плотность материи во Вселенной. Действительно, значения (103) и (104) дают для плотности глюонной материи оценку $\rho = 2 \times 10^{-30} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$, что не так далеко от критической плотности $\rho_0 = 5 \cdot 10^{-30} \text{ г} \cdot \text{см}^{-3}$. Как известно, с различных точек зрения высказываются веские теоретические аргументы [114—116] и имеются наблюдательные данные [117] в пользу того, что истинная плотность материи во Вселенной равна критической, так что требуется скрытая форма материи, которая дает основной вклад в плотность. От этой скрытой формы требуется весьма слабое взаимодействие с обычными видами материи. В то же время приходится сталкиваться с возражением, что если бы глюонная среда с плотностью (103) существовала, ее давно бы заметили. Так ли это? Оценка, выполненная в работе [118], показывает, что время затухания при движении бесцветного адрона, например протона, в этой среде составляет 10^{14} лет, что и показывает слабость взаимодействия глюонной среды с обычной мате-

рий. Таким образом, среди прочего мы отмечаем, что глюонная среда может давать важный, а не исключено, и определяющий вклад в скрытую массу Вселенной.

Итак, в настоящем разделе мы обсудили возможность неполного заключения цвета, которая, не имея противоречий с существующими данными, предсказывает рождение цветных состояний при более высоких энергиях, например, на следующем поколении установок со встречными e^+e^- -пучками с энергиями $\sqrt{s} \sim 100$ ГэВ. Однако кроме предсказаний имеются некоторые уже существующие данные, которые прямо указывают на существование открытого цвета.

6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ УКАЗАНИЯ НА СУЩЕСТВОВАНИЕ ОТКРЫТОГО ЦВЕТА

В этом разделе мы кратко обсудим интерпретацию двух эффектов с точки зрения концепции неполного заключения цвета.

Первый эффект — аномальные ядерные фрагменты (аномалоны). Недавно опубликован весьма полный обзор [119] экспериментальных данных по этому эффекту. Более ранний обзор [120] содержит также обсуждение ряда предложений по интерпретации эффекта аномалонов. Экспериментальная ситуация здесь до сих пор рассматривается как противоречивая, поскольку наряду с работами, в которых эффект регистрируется и исследуется, имеются и работы, в которых эффект не наблюдается. Оказывается, что понять такой разнородной в результатах в рамках интерпретаций, основанных на стандартной теории [120], не удастся. Это, в частности, обусловило скептическое отношение к существованию самого эффекта, хотя продолжают публиковаться работы, представляющие доказательство наличия эффекта на все более обширном статистическом материале (см. [119]).

Эффект заключается в том, что в реакциях релятивистских ядер при достаточно высокой энергии налетающего пучка зависимость вероятности взаимодействия рожденного фрагмента от его пробега в веществе не описывается простой экспоненциальной формулой, но содержит примесь быстро падающей экспоненты

$$- \frac{dN}{dx} = N \left(\frac{1-\alpha}{\Lambda_n} e^{-x/\Lambda_n} + \frac{\alpha}{\Lambda_a} e^{-x/\Lambda_a} \right), \quad (105)$$

где Λ_n — нормальная ядерная длина для соответствующего фрагмента, а Λ_a — аномальная длина, оказывается в 20—30 раз меньше Λ_n . Анализ свойств эффекта показывает, что объяснением его служит рождение в соответствующей реакции ядерных фрагментов с поразительно большим сечением их взаимодействия с веществом. Учитывая результаты опытов с веществами разной плотности, мы приходим к выводу, что сечение взаимодействия аномалона с ядром слабо зависит от атомного номера ядра и оценивается величинами $\sigma_a = 10^{-23} \div 10^{-22}$ см². Мы уже упоминали, что стандартные объяснения эффекта натолкнулись на непреодолимые трудности. В рамках концепции

неполного заключения цвета в работах [98—101] предложена интерпретация аномалонов как носителей открытого цвета. Описание совокупности экспериментальных данных по эффекту аномалонов в рамках этой интерпретации дано в [118, 121]. Согласно этой интерпретации, аномалон с целым электрическим зарядом есть связанное состояние октетного нуклона с ядром. Иначе можно сопоставить носитель октетного цветного заряда составляющему глюону с массой около 600 МэВ, который и связывается с ядром. В любом случае потенциал взаимодействия этой системы определяется цветной поляризацией ядра в поле цветного заряда и схематически изображен на рис. 3. Оценка глубины этого потенциала

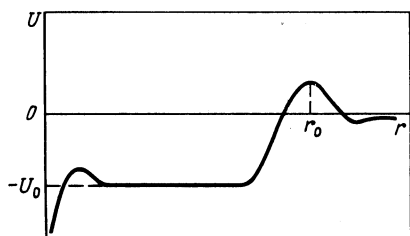


Рис. 3. Потенциал взаимодействия цветного заряда с ядром

$$U_0 = 2V_0 \frac{r_a}{r_0} W(A), \quad A \leq 40, \quad (106)$$

где V_0 и r_0 определены в (100); $r_a = 1,47 \cdot A^{1/3} \cdot 10^{-13}$ см — радиус ядра и $W(A)$ — вероятность ядру находиться в состоянии со скрытым цветом. Разумно предположить, что $W(A) \simeq 0,3$ для самых легких ядер, например для ${}^4\text{He}$, а затем с ростом A падает, достигая

к $A = 10 \div 20$ уровня 0,1. Если энергия связи октетного заряда с ядром окажется больше избытка массы 0,6 ГэВ, то аномалон становится стабильным, по крайней мере, по сильному взаимодействию. Как показано в [121], поведение глубины потенциала (106) приводит к двум областям стабильности аномалонов: очень легких с $A = 3 \div 5$ и более тяжелых с $A \geq 12$. Что касается сечения взаимодействия аномалонов с ядрами, то оно определяется конкуренцией двух процессов: неупругого взаимодействия с сечением $\sigma = 2\pi r_0^2 = 10^{-23}$ см² и цветной перезарядки, которая может быть существенна для ядер с $A = 10 \div 20$ и происходит с сечением еще больше, а именно $\sigma_{\Pi} = 10^{-22}$ см².

Одним из самых существенных моментов в эффекте аномалонов является пороговый его характер, причем энергетический порог зависит от атомных номеров пучка и мишени. Вопрос о пороге рождения подробно разбирается в [118], где приведена следующая формула для порога рождения аномалонов в реакции $A_1 + A_2 \rightarrow \dots$ в единицах энергии, приходящейся на один нуклон:

$$E = \frac{A_1 + A_2}{A_1 A_2} \tilde{V}_0 + \frac{\tilde{V}_0^2}{2A_1 A_2 M_N}, \quad (107)$$

где \tilde{V}_0 — эффективная высота потенциального барьера для рождения пары октетных нуклонов в ядре с учетом потерь на излучение, которая оценивается как $\tilde{V}_0 = 19$ ГэВ. Такое сравнительно низкое значение

получается благодаря цветной поляризации ядра, которая уменьшает высоту барьера V_0 до V_0/ϵ , где $\epsilon > 1$ — цветная диэлектрическая проницаемость ядерного вещества. Оказывается, что совокупность соображений, связанная с порогом (107), глубиной потенциала (106) и конкуренцией неупругого взаимодействия и цветной перезарядки, вполне удовлетворительно описывает весь набор данных [119], включая и отрицательные результаты, которые могут быть связаны с тем, что в соответствующих условиях либо порог рождения еще не достигнут, либо очень малые аномальные длины, связанные с цветной перезарядкой в области атомных номеров фрагмента и мишени $A = 10 \div 20$, оказываются недоступными для экспериментальной методики.

В работе [122] отмечено, что с помощью того же самого порога (107) можно объяснить поведение известного ЕМС-эффекта при малых x , которое не поддается интерпретации в рамках стандартных представлений. Этот эффект превышения отношения R над единицей при малых x , заявленный в первой работе [123] по этой теме, был недавно уточнен в [124].

В [98, 119, 121] отмечается, что наряду с целозаряженными аномалонами должны существовать и аномалоны с дробными зарядами, энергетический порог рождения которых находится выше. Поиск аномалонов с дробными зарядами вполне целесообразен, особенно с использованием пучков ядер с максимальной энергией, и, в случае положительного исхода, послужил бы окончательным доказательством существования открытого цвета. Наилучшее ограничение на этот эффект получено в недавней работе [125], не успевшей войти в обзор [119]. Следует отметить, что в этой работе имеются указания на дробные заряды с $Q = (8/3)e$, однако фоновые условия не позволяют авторам сделать определенные заключения.

Хотелось бы подчеркнуть крайнюю желательность дальнейшего изучения взаимодействий релятивистских ядер, тем более что здесь, кроме проблемы аномальных ядер, есть и другие интереснейшие задачи, обсуждение которых можно найти в обзоре [126], в том числе скрытый цвет в ядре [127] и кварк-глюонная плазма (см. обзор [128]).

Другой эффект, имеющий отношение к поискам открытого цвета, связан с наблюдением излучения сверхвысокой энергии от галактического источника Лебедь X-3 (см. обзор свойств источника [129]). Интерес к этому источнику связан, в особенности, с трудностями в теоретической интерпретации совокупности данных по широким атмосферным ливням (ШАЛ) и подземным мюонам (см. анализ проблемы в [130], где содержатся также ссылки на экспериментальные работы). Трудности эти удается преодолеть в рамках концепции неполного заключения цвета. А именно, в работах [131, 112] составляющие излучения сверхвысоких энергий с $E \geq 10^{13}$ эВ от источника Лебедь X-3 интерпретируются как свободные глюоны. Действительно, наличие в излучении источника частиц столь высоких энергий вплоть до 10^{16} эВ указывает, без сомнения, на то, что внутри источ-

ника генерируются пучки частиц таких энергий. Тогда при столкновении этих частиц с веществом источника энергия в с. ц. м. достигает 4000 ГэВ, что существенно выше порога рождения открытого цвета, оценка которого приведена в разд. 5. Следовательно, в случае справедливости неполного заключения цвета Лебедь X-3 должен быть источником частиц с открытым цветом. Долететь до Земли, сохранив направление на источник, могут лишь нейтральные стабильные частицы, откуда мы заключаем, что в излучении присутствует глюонная компонента. Сечение взаимодействия глюона с ядром оценивается тем же значением 10^{-23} см², что и для аномалонов. Отсюда следует, что глюон, долетевший до Земли, вызывает начало развития ШАЛ на большой высоте порядка 50 км, причем процесс носит каскадный характер, так как после первого взаимодействия среди вторичных частиц обязательно есть и цветные. Большая высота и каскадный характер ливня приводят к существенному увеличению доли мюонов в ливне по сравнению с ШАЛ, вызванными адронами или фотонами, что и согласуется с опытом.

Очень существенный эффект дает взаимодействие энергичного глюона с реликтовой глюонной средой на пути от источника до Земли. Многократное рассеяние за счет сильного кулоновского взаимодействия между глюонами на расстояниях $r > r_0$ приводит к разбросу направлений глюонов по углу. Оценка среднего угла рассеяния при прохождении расстояния между источником и Землей $l = 3 \cdot 10^{22}$ см дает

$$\langle \theta^2 \rangle = n l \frac{225 G^4}{256 \pi E^2} \ln \frac{1}{r_0 n^{1/3}}, \quad (108)$$

где E — энергия глюона. Подставляя сюда параметры (100) и (103), получаем оценку углового разброса в несколько градусов при энергии 10^4 ГэВ, что соответствует наблюдениям. Поскольку в результате многократного рассеяния глюон высокой энергии летит от источника до Земли по некоторой ломаной, то происходит временная задержка, среднее значение которой легко выразить через конечный средний угол рассеяния (108)

$$\Delta \bar{t} = \frac{l}{c} \frac{\langle \theta^2 \rangle}{4}. \quad (109)$$

Можно вычислить также и дисперсию временной задержки

$$\sigma_t = \sqrt{\Delta \bar{t}^2 - (\overline{\Delta t})^2} = \frac{l}{c} \frac{\langle \theta^2 \rangle}{\sqrt{24}}. \quad (110)$$

Недавний эксперимент [132] по изучению ШАЛ с энергией $E \geq 3 \cdot 10^{14}$ эВ, направленных на источник Лебедь X-3, подтверждает существование временной задержки порядка нескольких суток. Этот факт устанавливается по сравнению времени сильной радиовспышки источника в октябре 1985 г. с временем максимума сигнала ШАЛ. Оценка задержки и ее дисперсии по формулам (109), (110), произве-

денная в [112] с известными нам параметрами, дает согласие с этим результатом. Отметим, что никакая иная интерпретация не дает удовлетворительного и согласованного описания совокупности данных по излучению сверхвысокой энергии от источника Лебедь X-3.

Эффекты излучения от источника Лебедь X-3, так же как и эффект аномалонов, не приобрели пока статуса твердо установленных. Поэтому мы рассматриваем их всего лишь как указания на существование открытого цвета. Ввиду несомненной важности проблемы желателен дальнейшее развитие исследования этих эффектов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Мы представили здесь обзор исследований по свойствам КХД на больших расстояниях, выполненных с помощью традиционных методов квантовой теории поля. Резюмируя обсуждение теоретических аспектов этой проблемы, следует подчеркнуть, что рассмотренная нами сингулярная ИК-асимптотика глюонного пропагатора M^2/k^4 дает самосогласованное описание инфракрасной области КХД.

Наибольшую важность среди рассмотренных проблем представляет, конечно, проблема конфайнмента. Мы привели ряд теоретических аргументов в пользу возможности неполного заключения цвета. Однако уровень развития теории, по-видимому, не позволяет делать здесь полностью определенные предсказания «на кончике пера». Поэтому в настоящих условиях право решения вопроса о справедливости или нарушении конфайнмента принадлежит исключительно эксперименту. Наличие экспериментальных указаний на существование открытого цвета делает настоящим необходимым изучение возникающих здесь задач на опыте.

Хотелось бы еще раз подчеркнуть, что возможность неполного заключения органически связана с сильным дальнодействием. Обнаружение новых дальнодействующих сил открыло бы совершенно новую страницу в физике. Даже если полагать, что вероятность осуществления неполного заключения невелика, все равно следует изучить проблему до конца, поскольку в случае положительного исхода этой работы открывается широчайшее поле исследований, которое по-настоящему будет заслуживать названия новой физики.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Струминский Б. В. Препринт ОИЯИ Р-1939, Дубна, 1965.
2. Боголюбов Н. Н., Струминский Б. В., Тавхелидзе А. Н. Препринт ОИЯИ Д-1968, Дубна, 1965.
3. Han M. Y., Nambu Y. // Phys. Rev. 1965. Vol. B139. P. 1006—1010.
4. Miyamoto Y. // Progr. Theoret. Phys. 1965. Extra N°. P. 187—192.
5. Fritzsche H., Gell-Mann M., Leutwyler H. // Phys. Lett. 1973. Vol. 47B. P. 365—368.
6. Славнов А. А., Фаддеев Л. Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1978.
7. Marciano W., Pagels H. // Phys. Repts. 1978. Vol. 36C. P. 138—267.
8. Боголюбов П. Н., Дорохов А. Е. // ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. С. 917—959.
9. Волков М. К. // ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. С. 433—471.

10. Андреев И. В. Хромодинамика и жесткие процессы при высоких энергиях. М.: Наука, 1981.
11. Gross D. J., Wilczek F. // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 30. P. 1343—1346.
12. Politzer H. D. // Phys. Rev. Lett. 1973. Vol. 30. P. 1346—1349.
13. Gross D. J., Neveu A. // Phys. Rev. 1974. Vol. D10. P. 3235—3243.
14. Хозе В. А., Шифман М. А. // УФН. 1983. Т. 140. С. 3—74.
15. Быков А. А., Дремин И. М., Леонидов А. В. // УФН. 1984. Т. 143. С. 3—32.
16. Bander M. // Phys. Repts. 1981. Vol. 75. P. 205—286.
17. Lyons L. // Phys. Repts. 1985. Vol. 129. P. 225—284.
18. Wilson K. G. // Phys. Rev. 1974. Vol. D10. P. 2445—2459.
19. Ефимов Г. В., Иванов М. А. // ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 1220—1274.
20. Барбашов Б. М., Нестеренко В. В. // УФН. 1986. Т. 150. С. 489—524.
21. Макеенко Ю. М. // УФН. 1984. Т. 143. С. 161—212.
22. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
23. Mandelstam S. // Phys. Rev. 1979. Vol. D20. P. 3223—3238.
24. Anishetty R., Baker M., Kim S. K. e.a. // Phys. Lett. 1979. Vol. 86B. P. 52—56.
25. Baker M., Ball J. S., Zachariasen F. // Nucl. Phys. 1981. Vol. B186. P. 531—572.
26. Алексеев А. И. // ЯФ. 1981. Т. 33. С. 516—525.
27. Алексеев А. И., Арбузов В. А., Байков В. А. // ТМФ. 1982. Т. 52. С. 187—198.
28. Натрошвили К. Р., Хелашвили А. А., Хмаладзе В. Ю. // ТМФ. 1985. Т. 65. С. 360—367.
29. Pagels H. // Phys. Rev. 1977. Vol. D15. P. 2991—3002.
30. Barkai D., Moriarty K. J. M., Rebbi C. // Phys. Rev. 1984. Vol. D30. P. 2201—2211.
31. Baker M., Ball J. S., Zachariasen F. // Phys. Rev. 1986. Vol. D34. P. 3894—3903.
32. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. // ДАН СССР. 1955. Т. 103. С. 203—206.
33. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. // ДАН СССР. 1955. Т. 103. С. 391—394.
34. Логунов А. А. // ЖЭТФ. 1956. Т. 30. С. 793—795.
35. Tarasov O. V., Vladimirov A. A., Zharkov A. Yu. // Phys. Lett. 1980. Vol. B93. P. 429—432.
36. Buchmuller W., Tue S.-H. // Phys. Rev. 1981. Vol. D24. P. 132—156.
37. Sau Lan Wu // Phys. Repts. 1984. Vol. 107. P. 149—159.
38. Славнов А. А. // ТМФ. 1972. Т. 10. С. 153—161.
39. Taylor J. C. // Nucl. Phys. 1971. Vol. B33. P. 436—444.
40. Faddeev L. D., Popov V. N. // Phys. Lett. 1967. Vol. 25B. P. 29—31.
41. Алексеев А. И., Еднерал В. Ф. // ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1105—1114.
42. Kim S. K., Baker M. // Nucl. Phys. 1980. Vol. B164. P. 152—170.
43. Арбузов В. А., Давыдычев А. И. Препринт ИФВЭ 86-187, Серпухов, 1986.
44. Арбузов В. А., Филиппов А. Т. // ЖЭТФ. 1965. Т. 49. С. 990—999.
45. Arbuzov V. A., Filippov A. T. // Nuovo cimento. 1965. Vol. 38. P. 796—806.
46. Vecchi C., Rouet A., Stora R. // Comm. Math. Phys. 1975. Vol. 42. P. 127—162.
47. Тютин И. В. Препринт ФИАН № 39. М., 1975.
48. Арбузов В. А., Боос Э. Э., Давыдычев А. И. Препринт ИФВЭ 86-123, Серпухов, 1986.
49. Соловьев Л. Д. // ДАН СССР. 1956. Т. 110. С. 203—206.
50. Fried H. M., Yennie D. R. // Phys. Rev. 1958. Vol. 112. P. 1391—1404.
51. Arbuzov V. A. // Phys. Lett. 1983. Vol. 125B. P. 497—500.
52. Raccanoni F. // Nuovo cimento. 1985. Vol. 88A. P. 427—436.
53. Васильев А. Н., Письмак Ю. М., Хонконен Ю. Р. // ТМФ. 1981. Т. 48. С. 284—296.

54. Васильев А. Н., Перекалин М. М., Письмак Ю. М. Вопросы релятивистской теории ядра и элементарных частиц/ Под ред. Ю. В. Новожилова. Л.: Изд-во ЛГУ, 1984. С. 152—185.
55. Логунов А. А.//ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 828—830.
56. Некрасов М. Л., Рочев В. Е.//ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1275—1286.
57. Барбахов Б. М.//ЖЭТФ. 1965. Т. 48. С. 607—621.
58. Fradkin E. S.//Nucl. Phys. 1966. Vol. 76. P. 588—624.
59. Фрадкин Е. С.//ЖЭТФ. 1955. Т. 29. С. 258—261.
60. Takahashi Y.//Nuovo cimento. 1957. Vol. 6. P. 371—375.
61. Алексеев А. И., Арбузов Б. А., Байков В. А.//ЯФ. 1981. Т. 34. С. 1374—1383.
62. Ball J. S., Zachariassen F.//Phys. Lett. 1981. Vol. 106B. P. 133—138.
63. Славнов А. А.//ТМФ. 1983. Т. 54. С. 52—56.
64. d'Emilio E., Mintchev M.//Phys. Rev. 1983. Vol. D27. P. 1840—1851.
65. Алексеев А. И., Байков В. А., Боос Э. Э.//ТМФ. 1983. Т. 54. С. 388—397.
66. Алексеев А. И., Байков В. А., Боос Э. Э.//ЯФ. 1984. Т. 40. С. 1570—1578.
67. Куликов А. В., Некрасов М. Л., Рочев В. Е.//ТМФ. 1985. Т. 65. С. 79—83.
68. Некрасов М. Л., Рочев В. Е.//ТМФ. 1987. Т. 70. С. 214—217; Препринт ИФВЭ 86-50, 86-125, Серпухов, 1986.
69. Арбузов Б. А. Препринт ИФВЭ 85-55, Серпухов, 1985.
70. Arbuzov B. A., Davydushev A. I., Kurennoj S. S.//Nuovo cimento. 1987. Vol. 97 A. P. 131—147.
71. Арбузов Б. А.//ДАН СССР. 1959. Т. 128. С. 1149—1152.
72. Nambu Y., Jona-Lasinio G.//Phys. Rev. 1961. Vol. 122. P. 345—358.
73. Арбузов Б. А., Тавхелидзе А. Н., Фаустов Р. Н.//ДАН СССР. 1961. Т. 139. С. 345—347.
74. Ваке В. Г., Ларкин А. И.//ЖЭТФ. 1961. Т. 40. С. 282—289.
75. Миранский В. А., Фомин П. И.//ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 469—521.
76. Арбузов Б. А., Куренной С. С.//ЯФ. 1982. Т. 36. С. 1314—1318.
77. Арбузов Б. А., Байков В. А., Боос Э. Э. и др.//ЯФ. 1983. Т. 38. С. 1340—1348.
78. Арбузов Б. А., Боос Э. Э., Куренной С. С., Турашвили К. Ш.//ЯФ. 1985. Т. 42. С. 987—990.
79. Некрасов М. Л., Рочев В. Е. Препринт ИФВЭ 86-186, Серпухов, 1986.
80. Wilson K. G.//Phys. Rev. 1969. Vol. 179. P. 1499—1512.
81. Logunov A. A., Soloviev L. D., Tavkhelidze A. N.//Phys. Lett. 1967. Vol. B24. P. 181—182.
82. Shifman M. A., Vainstein A. J., Zakharov V. I.//Nucl. Phys. 1979. Vol. 147B. P. 385—518.
83. Тавхелидзе А. Н., Токарев В. Ф.//ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 973—1004.
84. Данилов Г. С., Дятлов И. Т.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 1298—1310.
85. Camprostrini M., Di Giacomo A., Paffuti G.//Z. Phys. C. 1984. Vol. 22. P. 143—148.
86. Дьяконов Д. И., Петров В. Ю.//ЖЭТФ. 1985. Т. 89. С. 361—379.
87. Житницкий А. Р.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 1331—1344.
88. Arbuzov B. A., Boos E. E., Turashvill K. Sh.//Z. Phys. C. 1986. Vol. 30. P. 287—292.
89. Арбузов Б. А., Боос Э. Э., Куренной С. С., Турашвили К. Ш.//ЯФ. 1986. Т. 44. С. 1565—1574.
90. Арбузов Б. А., Боос Э. Э., Турашвили К. Ш. Препринт ИФВЭ 86-203, Серпухов, 1986.
91. Reinders L. J., Rubinstein H., Yasaki S.//Phys. Repts. 1985. Vol. 127. P. 3—97.
92. Беляев В. М., Иоффе Б. Л.//ЖЭТФ. 1982. Т. 83. С. 876—888.
93. Балицкий Я. Я., Колесниченко А. В., Юнг А. Я.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 282—291.

94. Boos E. E. // *Phys. Lett.* 1987. Vol. 193B. P. 301—304.
95. Бинон Ф. и др. // *ЯФ.* 1984. Т. 39. С. 831—834.
96. Герштейн С. С., Лиходед А. К., Прокошкин Ю. Д. // *ЯФ.* 1984. Т. 39. С. 251—253.
97. Belavin A. A., Polyakov A. M., Schwartz A. S., Tyupkin Yu. S. // *Phys. Lett.* 1975. Vol. 59B. P. 85—87.
98. Арбузов В. А. // *Письма в ЖЭТФ.* 1983. Т. 37. С. 403—405.
99. Arbuzov V. A. *Nonlinear and Turbulent Processes in Physics*/Ed. R. Z. Sagdeev, N. Y., Gordon & Breach, 1984. Vol. 1. P. 15—22.
100. Арбузов В. А., Байков В. А., Боос Э. Э. Препринт ИФВЭ 83-195, Серпухов, 1983.
101. Арбузов В. А., Боос Э. Э., Куренной С. С., Турашвили К. Ш. // *ЯФ.* 1984. Т. 40. С. 836—845.
102. Logunov A. A., Tavkhelidze A. N. // *Nuovo cimento.* 1963. Vol. 29. P. 380—401.
103. La Rue G. S., Phillips J. D., Fairbank W. M. // *Phys. Rev. Lett.* 1981. Vol. 46. P. 967—970.
104. McCusker C. B. A., Cairns I. // *Phys. Rev. Lett.* 1969. Vol. 23. P. 658—660.
105. Feinberg G., Sucher J. // *Phys. Rev.* 1979. Vol. D20. P. 1717—1735.
106. De Rujula A., Giles R. C., Jaffe R. L. // *Phys. Rev.* 1978. Vol. D17. P. 285—301.
107. Зельдович Я. Б., Окунь Л. Б., Пикельнер С. Б. // *УФН.* 1965. Т. 87. С. 113—124.
108. Зельдович Я. Б., Новиков И. Д. *Релятивистская астрофизика.* М.: Наука, 1967.
109. Струминский Б. В. // *ЯФ.* 1981. Т. 34. С. 1594—1597.
110. Long C., Robson D. // *Phys. Rev.* 1983. Vol. D27. P. 644—646.
111. Быков А. А., Дремин И. М. // *ЯФ.* 1986. Т. 44. С. 1542—1550.
112. Арбузов В. А., Разуваев Е. А. // *Письма в ЖЭТФ.* 1987. Т. 45. С. 311—313.
113. Линде А. Д. // *Письма в ЖЭТФ.* 1978. Т. 27. С. 470—472.
114. Логунов А. А., Мествиришвили М. А. // *ЭЧАЯ.* 1986. Т. 17. С. 5—384.
115. Линде А. Д. // *УФН.* 1984. Т. 144. С. 177—214.
116. Дорошкевич А. Г., Хлопов М. Ю. // *ЯФ.* 1984. Т. 39. С. 869—872.
117. Einasto J. E., Kaasik A., Saar E. M. // *Nature.* 1974. Vol. 250. P. 309—311.
118. Арбузов В. А. // *ЯФ.* 1985. Т. 42. С. 542—549.
119. Fredriksson S., Eilam G., Berlad G., Bergstrom L. // *Phys. Rep.* 1987. Vol. 144. P. 187—320.
120. Карманов В. А. // *УФН.* 1983. Т. 141. С. 525—537.
121. Арбузов В. А. *Труды IX семинара по физике высоких энергий и теории поля.* Протвино, 1986. М.: Наука, 1987. С. 40—48.
122. Арбузов В. А. *ВАНТ, сер.: Общая и ядерная физика,* 1986. Вып. 1 (34), С. 3—4.
123. Aubert J. J., Basompierre G., Becks K. H. e.a. // *Phys. Lett.* 1983. Vol. 123B. P. 275—278.
124. Benvenuti A. C., Bollini D., Bruni G. e.a. // *Phys. Lett.* 1987. Vol. 189B. P. 483—487.
125. Авдейчиков В. В. и др. // *ЯФ.* 1986. Т. 44. С. 440—445.
126. Балдин А. М. // *ЭЧАЯ.* 1977. Т. 8. С. 429—477.
127. Matveev V. A., Sorba P. // *Lett. Nuovo cimento.* 1977. Vol. 20. P. 435—437.
128. Cleymans J., Gavai R. V., Suhonen E. // *Phys. Rep.* 1986. Vol. 30. P. 217—292.
129. Владимирский Б. М., Гальпер А. М., Лучков Б. М., Степанян А. А. // *УФН.* 1985. Т. 145. С. 255—284.
130. Berezhinsky V. S., Ellis J., Ioffe V. L. // *Phys. Lett.* 1986. Vol. 172B. P. 423—429.
131. Арбузов В. А. // *Письма в ЖЭТФ.* 1985. Т. 42. С. 430—432.
132. Алексеенко В. В., Лидванский А. С., Метлинский Н. А. и др. // *Письма в ЖЭТФ.* 1986. Т. 44. С. 202—205.