

ФИЗИКА ЛЕГКИХ МЕЗОНОВ В КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ С КОНФАЙНМЕНТОМ

Г. В. Ефимов, М. А. Иванов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Предложена релятивистская кварковая модель с конфайнментом (модель конфайнированных кварков — МКК), основанная на определенных предположениях об адронизации и конфайнменте. Адроны рассматриваются как коллективные переменные, возникающие в результате кварк-глюонных взаимодействий. Механизм конфайнмента основан на усреднении промежуточных кварковых состояний по нетривиальному КХД-вакууму. Показано, что при малых импульсах МКК воспроизводит низкоэнергетические соотношения киральной теории. В рамках МКК рассмотрен широкий круг эффектов низкоэнергетической физики легких мезонов: вычислены ширины сильных, слабых и электромагнитных распадов мезонов, формфакторы и параметры наклона и т. д. Полученные результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными.

We present the relativistic quark model with confinement (Quark Confinement Model) based on definite hypotheses about hadronization and confinement. Hadrons are treated as collective colourless excitations of quark-gluon interactions. The quark confinements is realized as averaging over vacuum fields which are believed to provide confinement of any colour objects. This model is shown to reproduce the low-energy relations of the chiral theory for small momenta. A wide range of phenomena of low-energy physics are considered in the framework of the QCM. The decay widths, slope parameters, formfactors are calculated. The obtained results are in good agreement with experimental data.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время прилагаются значительные усилия для того, чтобы получить описание низкоэнергетической адронной физики исходя из фундаментальных представлений КХД (см., например, обзор [1]). Как известно, основная трудность состоит в том, что теория возмущений КХД, основанная на асимптотической свободе, оказывается неприменимой на больших расстояниях или при низких энергиях. До сих пор не найдены ответы на такие физические вопросы, как адронизация, т. е. возникновение бесцветных адронов в результате кварк-глюонных взаимодействий, и конфайнмент, т. е. отсутствие кварков и глюонов в наблюдаемом адронном спектре.

В связи с этим получили развитие различные подходы и модели, которые, с одной стороны, основываются на представлениях КХД, а с другой, с помощью тех или иных предположений позволяют вычислять характеристики адронных взаимодействий при низких энергиях.

В настоящее время, по-видимому, наиболее тесно связанным с КХД является метод правил сумм КХД [2], основанный на принципе дуальности, который позволяет связать хромодинамические величины с адронными характеристиками. Непертурбативные эффекты определяются нетривиальной структурой вакуума КХД и учитываются феноменологическим образом с помощью кварковых и глюонных конденсатов. Согласие с экспериментом получается впечатляющим. Однако проблема конфайнмента при этом никак не рассматривается.

Существующие модели мешков [3], основанные на вполне определенной картине конфайнмента, позволили описать ряд статических характеристик адронов (массы, магнитные моменты, ширины радиационных переходов и т. п.). Последовательное описание адронных взаимодействий в этих подходах является весьма трудной задачей.

Большую популярность имеют подходы [4—11], условно называемые бозонизацией КХД, и рассматриваемые как низкоэнергетический предел КХД, в которых формулируется свое понимание механизма возникновения адронных состояний в КХД. Данные подходы ставят целью получить феноменологические киральные лагранжианы, которые описывают низкоэнергетическую адронную физику.

В работах [4—7] адронные поля появляются как фазы киральных преобразований, а константы, возникающие перед соответствующими членами нелинейного кирального лагранжиана, в принципе, могут быть связаны с хромодинамическими величинами ($\Lambda_{\text{КХД}}$, значения вакуумных конденсатов и т. п.). Адроны описываются локальными полями, и их внутренняя кварковая структура никак не проявляется.

Более эвристические подходы, основанные на работе [8], исходят из идеи получить киральную динамику из эффективных четырехфермионных кварковых лагранжианов. В этом направлении можно проследить возникновение адронов как связанных состояний в кварковых системах. Кроме того, спонтанное нарушение киральной симметрии находит здесь естественное динамическое объяснение. Такой путь приводит к феноменологическим мезонным лагранжианам, в которых мезонные вершины определяются кварковыми петлями. Учет и параметризация лишь главных расходимостей этих петель, а также квадратичных по мезонным импульсам членов приводит к хорошему описанию экспериментальных данных при низких энергиях для основных характеристик мезонов [11]. В перечисленных работах проблема конфайнмента кварков не обсуждается, и, как следствие, отсутствует возможность описания более тонких эффектов, связанных с проявлением кварковой структуры адронов.

В настоящее время понятно, что при низких энергиях существенную роль играет сложная структура КХД-вакуума [12—17]. Наиболее

популярными и хорошо известными в этом отношении являются инстантонные решения [13, 14]. С их помощью удалось объяснить ряд особенностей низкоэнергетической физики [18, 19], получить основание модели мешков [20]. Инстантонные вклады объяснили значения глюонных и кварковых конденсатов, которые используются в методе правил сумм КХД [2]. Однако инстантонный вакуум не обеспечивает конфайнмент кварков.

Известны также вакуумные самодуальные глюонные поля, которые приводят к удержанию любых цветных объектов. Это поля с постоянными напряженностями [12, 15] и стохастические глюонные поля [16]. Исследование свойств бесцветных объектов в таком вакууме представляет чрезвычайно сложную задачу. Кроме того, еще не разработаны методы, позволяющие использовать, например, пропагаторы кварков во внешних удерживающих полях [17] в низкоэнергетической феноменологии.

Итак, мы видим, что такие основные идеи кварк-адронной физики, как конфайнмент, адронизация и низкоэнергетическая феноменология, еще не связаны воедино в теорию адронных взаимодействий при низких энергиях. В настоящей работе будет сформулирована модель, где делается попытка связать эти идеи. Мы предлагаем релятивистскую кварковую модель с феноменологическим учетом конфайнмента, которая с единых позиций позволяет описывать кварковую структуру адронов (как мезонов, так и барионов) при низких энергиях. Предлагаемая модель, которую мы будем называть моделью конфайнированных кварков (МКК), основана на следующей физической картине. Предполагается, что существуют вакуумные глюонные конфигурации, которые обеспечивают конфайнмент цветных объектов. Адроны, как бесцветные состояния, появляются в виде коллективных возбуждений в кварк-глюонных взаимодействиях. В этом пункте мы следуем идеям работы [10]. Адрон-адронные взаимодействия описываются с помощью соответствующих кварковых диаграмм, усредненных по глюонным вакуумным полям. Гипотеза о конфайнменте кварков означает, что такое усреднение обеспечивает отсутствие конституэнтных кварков как физических частиц в наблюдаемом адронном спектре.

Для малых переданных импульсов МКК воспроизводит низкоэнергетические теоремы алгебры токов, но, в отличие от феноменологических киральных лагранжианов, позволяет учитывать кварковую структуру адрон-адронных вершин. Тем самым МКК позволяет описывать как константы распада адронов, так и их более тонкие характеристики: параметры наклона, формфакторы и т. п.

Работа построена следующим образом. В разд. 1 изложена схема перехода к бесцветным коллективным переменным в производящем функционале КХД. Обсуждены условия появления мезонных состояний в бесцветных кварковых системах. Предложена эквивалентная формулировка предлагаемой схемы адронизации, которая легко обобщается на случай многокварковых состояний.

В разд. 2 сформулированы требования на процедуру усреднения по вакуумным глюонным конфигурациям кварковых диаграмм, описывающих адрон-адронные взаимодействия. Основные из них: во-первых, постулат конфайнмента, который сводится к требованию отсутствия разрезов, соответствующих рождению кварков, в матричных элементах физических процессов, и, во-вторых, требование ультрафиолетовой сходимости фейнмановских интегралов. Обсуждается соответствие постулата конфайнмента кварков и гипотезы о кварк-адронной дуальности.

В разд. 3 сформулированы правила вычислений высших приближений для матричных элементов физических процессов. Эти правила основаны на $1/N_c$ -разложении и приводят к появлению в матричных элементах разрезков, связанных с учетом промежуточных адронных состояний.

В разд. 4 обсуждаются вопросы, связанные с выполнением калибровочной и киральной инвариантности в МКК, выводится аномальное тождество Уорда. Параметры МКК определяются с помощью фитирования по основным распадам легких мезонов. Показана связь результатов модели с известными низкоэнергетическими соотношениями (соотношение Гольдбергера — Треймана, аномалия Адлера и PCAC, универсальность векторных мезонов и т. д.). Обсуждается нарушение группы SU_3 и вычисляются основные распады странных мезонов.

В разд. 5 вычислены: параметры наклона в далитцевских распадах ($P \rightarrow \gamma l^+ l^-$, $V \rightarrow Pl^+ l^-$), формфактор пиона в евклидовой и псевдоевклидовой области, отношение аксиального и векторного формфактора в распаде $\pi^- \rightarrow e \nu \gamma$, электромагнитные радиусы каонов и параметры Kl_3 -распада. Полученные результаты находятся в согласии с экспериментальными данными. Показана роль кварковой структуры адронов при вычислении перечисленных величин.

В разд. 6 рассмотрены скалярные O^{++} -мезоны и обсуждена их роль в низкоэнергетической физике мезонов. С использованием условия Адлера для амплитуд $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ и $\pi\gamma \rightarrow \pi\gamma$ определены параметры, характеризующие скалярные мезоны как двухкварковые системы. Вычислены s -волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния, поляризуемость пионов, сильные и электромагнитные распады скалярных мезонов. Проведено сравнение полученных результатов с имеющимися экспериментальными данными и другими подходами.

Раздел 7 посвящен изучению нелептонных распадов каонов. В качестве эффективных гамильтонианов слабых взаимодействий, описывающих переходы с $\Delta S = 1$, использованы гамильтонианы, полученные в стандартной модели Вайнберга — Салама с учетом КХД-поправок [21].

Вычислены ширины распадов: $K \rightarrow \pi\pi$, $\gamma\gamma$. Проведено сравнение с экспериментом и результатами других подходов.

1. АДРОНИЗАЦИЯ И ГИПОТЕЗА О КХД-ВАКУУМЕ

Как говорилось во введении, механизм адронизации будем понимать как переход к коллективным переменным в производящем функционале КХД. Следуя работам [8, 9], продемонстрируем процедуру адронизации на примере перехода от кварк-глюонных переменных к адронным переменным в вакуумном КХД-функционале.

Функциональный интеграл КХД записывается в стандартном виде

$$Z_{\text{КХД}} = \int \delta q \int \delta \bar{q} \int \delta B \delta (\partial^\mu B_\mu) \Delta_L [B] e^{iS[B]}, \quad (1)$$

где $\Delta_L [B]$ — соответствующий детерминант Фаддеева — Попова, связанный с выбором лоренцевой калибровки ($\partial^\mu B_\mu = 0$):

$$S[B] = \int dx \mathcal{L}_{\text{КХД}}(x),$$

$$\mathcal{L}_{\text{КХД}}(x) = \frac{1}{8g^2} \text{tr} F_{\mu\nu}^2 + \bar{q}(i\hat{\partial} + \hat{B})q, \quad (2)$$

$$F_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu + [B_\nu, B_\mu],$$

$$B_\mu = B_\mu^a \gamma^a t^a, \quad \text{tr}(t^a t^b) = 2\delta^{ab},$$

t_a ($a = 1, \dots, N_c^2 - 1$) — генераторы группы $SU(N_c)$, B_μ^a — глюонные поля, $q(x) = q_f^a(x)$ — кварковые поля.

Лагранжиан (2) инвариантен относительно преобразований

$$B_\mu \rightarrow B_\mu^\omega = \omega B_\mu \omega^{-1} + (\partial_\mu \omega) \omega^{-1},$$

$$q \rightarrow q^\omega = \omega q.$$

В соответствии с гипотезой о нетривиальной структуре вакуума, разобьем глюонное поле B_μ^a на вакуумные конфигурации $B_{\mu \text{vac}}^a(x, \sigma_{\text{vac}})$, характеризующиеся набором параметров $\{\sigma\}$, и квантовые флуктуации $b_\mu^a(x)$. Подробное разбиение было проделано в работе [14] и состоит в следующем. Представим поле $B_\mu(x)$ в виде

$$B^\mu(x) = (B_{\text{vac}}^\mu(x, \sigma_{\text{vac}}) + b^\mu(x))^{\omega(x)}.$$

Для поля $b^\mu(x)$ выберем калибровку Лоренца во внешнем поле $B_{\text{vac}}^\mu(x, \sigma_{\text{vac}})$:

$$D_\mu [B_{\text{vac}}] b^\mu(x) = 0,$$

где $D_\mu [B_{\text{vac}}]$ — ковариантная производная. Вставим единицу в в функциональный интеграл [22]:

$$\int \delta b \int \delta \omega \int d\sigma_{\text{vac}} \delta(B - (B_{\text{vac}} + b)^\omega) \delta(D_\mu [B_{\text{vac}}] b^\mu) \Phi[B] = 1.$$

Здесь $\Phi [B] = \Phi [B^\omega]$ определяется данным равенством. После простых преобразований имеем

$$Z_{\text{КХД}} = \int \delta q \int \delta \bar{q} \int d\sigma_{\text{vac}} \times \exp \left\{ i \int dx \bar{q} (i\hat{\partial} + \hat{B}_{\text{vac}}) q \right\} W [J], \quad (3)$$

$$W [J] = \int \delta b \delta (D^\mu [B_{\text{vac}}] b_\mu) \Phi [B_{\text{vac}} + b] \times \exp \left\{ i \int dx \frac{1}{8g^2} \text{tr} F_{\mu\nu}^2 (B_{\text{vac}} + b) + i \int dx b_\mu^a J_a^\mu \right\}, \quad (4)$$

где $J_a^\mu = q \bar{\gamma}^{\mu\alpha} t^a q$ — цветной кварковый ток. Вспоминая определение связной функции Грина глюона во внешнем поле B_{vac} :

$$G_{\mu_1 \dots \mu_n}^{a_1 \dots a_n} (x_1 \dots x_n | B_{\text{vac}}) = \frac{\delta^n \ln W [J]}{\delta J_{\mu_1}^{a_1}(x_1) \dots \delta J_{\mu_n}^{a_n}(x_n)} \Bigg|_{J=0},$$

имеем

$$W [J] = \exp \left\{ \sum_n \frac{1}{n!} \int dy_1 \dots \int dy_n J_{\mu_1}^{a_1}(y_1) \dots \dots J_{\mu_n}^{a_n}(y_n) G_{\mu_1 \dots \mu_n}^{a_1 \dots a_n} (y_1 \dots y_n | B_{\text{vac}}) \right\}. \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3), окончательно получаем

$$\left. \begin{aligned} Z_{\text{КХД}} &= \int \delta q \int \delta \bar{q} \int d\sigma_{\text{vac}} \times \\ &\times \exp \left\{ i \int dx \bar{q} (i\hat{\partial} + \hat{B}_{\text{vac}}) q + \sum_n L_n \right\}, \\ L_n &= \frac{1}{n!} \int dy_1 \dots \int dy_n J_{\mu_1}^{a_1}(y_1) \dots J_{\mu_n}^{a_n}(y_n) \times \\ &\times G_{\mu_1 \dots \mu_n}^{a_1 \dots a_n} (y_1 \dots y_n | B_{\text{vac}}). \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Следует подчеркнуть, что представление (6) полностью эквивалентно исходному выражению (1). Для дальнейшего продвижения необходимо знать структуру вакуума $d\sigma_{\text{vac}}$ и $B_{\text{vac}}(x, \sigma_{\text{vac}})$, а также глюонные связные функции Грина $G_{\{\mu\}}^{\{a\}}(x, B_{\text{vac}})$. Поскольку все эти проблемы до сих пор не решены, мы сделаем ряд предположений относительно структуры вакуума КХД. Эти предположения будут составлять основу МКК.

Рассмотрим билинейный по цветовым кварковым токам J_μ^a член L_2 в (6), ответственный за возникновение мезонов. Динамика образования мезонов определяется поведением двухточечной глюонной функции Грина $G_{\mu_1 \mu_2}^{a_1 a_2}(x_1, x_2 | B_{\text{vac}})$. Будем предполагать, что

$$G_{\mu_1 \mu_2}^{a_1 a_2}(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) = -ig_{\mu_1 \mu_2} \delta_{a_1 a_2} \delta(x_1 - x_2) G_0. \quad (7)$$

Это предположение лежит в основе модели Намбу — Иона-Лазинио [8] и использовалось в ряде работ [9—11]. Подставим представление (7) в L_2 и перейдем к бесцветным кварковым токам с помощью преобразования Фирца. Получим

$$L_2 = \frac{i}{2} \sum_{J_f=PVSA} c_J \int dx J_{Jf}(x) J_{Jf}(x). \quad (8)$$

Здесь

$$\begin{aligned} J_{Jf}(x) &= \bar{q}(x) \Gamma_J \lambda_f q(x), \\ c_P &= c_S = G_0, \quad c_V = c_A = -1/2 G_0, \\ \delta_P &= \delta_S = 1, \quad \delta_V = \delta_A = -1, \end{aligned}$$

$\Gamma_J = I, \gamma^\mu, i\gamma^5, \gamma^\mu \gamma^5$ для $J = S, V, P, A$; λ_f — матрицы Гелл-Мана группы $SU_f(3)$.

Воспользуемся представлением

$$\begin{aligned} &\exp \left\{ \pm \frac{i}{2} \int dx g^2 J^2(x) \right\} = \\ &= \int \delta M \exp \left\{ \mp \frac{i}{2} \int dx M^2(x) + ig \int dx M(x) J(x) \right\}. \quad (9) \end{aligned}$$

Дальнейший шаг состоит в том, чтобы интерпретировать поле $M(x)$ как бесцветное адронное состояние с квантовыми числами кваркового тока $J(x)$. Таким образом, гипотеза (7) приводит к возникновению низших нонетов псевдоскалярных, векторных, скалярных и аксиальных векторных мезонов, поскольку только такие кварковые токи присутствуют в представлении (8).

Прежде чем идти дальше, прокомментируем предположение (7). Этот анзац следует рассматривать как первое приближение в методе коллективных переменных. Покажем, как можно сделать следующий шаг в обобщении предположения (7). Вернемся к L_2 в (6):

$$L_2 = \frac{1}{2} \int dx_1 \int [dx_2 J_{\mu_1}^{a_1}(x_1) G_{\mu_1 \mu_2}^{\alpha_1 \alpha_2}(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) J_{\mu_2}^{a_2}(x_2)]. \quad (10)$$

Предположим для простоты

$$G_{\mu_1 \mu_2}^{\alpha_1 \alpha_2}(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) = -ig_{\mu_1 \mu_2} \delta_{\alpha_1 \alpha_2} G(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}). \quad (11)$$

Подставим (11) в (10), перейдем к бесцветным кварковым токам. Выполняя замену $x_1 = x + y/2$, $x_2 = x - y/2$, получаем

$$L_2 = \frac{i}{2} \int dx \int dy \sum_{Jf} c_J J_{Jf}(x, y) G(x, y | B_{\text{vac}}) J_{Jf}(x, -y), \quad (12)$$

где

$$J_{Jf}(x, y) = \bar{q}(x + y/2) \Gamma_J \lambda_f q(x - y/2).$$

Введем некоторую ортонормированную систему функций

$$\{R_{nl}(y | B_{\text{vac}})\} \quad (n, l = 0, 1, 2, \dots). \quad (13)$$

Здесь число l определяет орбитальный момент, а n — радиальное квантовое число. Например, эта система может выглядеть следующим образом:

$$R_{nl}(y | B_{\text{vac}}) = P_{nl}(y^2 | B_{\text{vac}}) T_{\mu_1 \dots \mu_l}^l(y),$$

где $T_{\mu_1 \dots \mu_l}^l(y)$ — тензор, полностью симметричный относительно перестановок $\mu_i \leftrightarrow \mu_j$, у которого

$$T_{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_l}^l(y) = 0.$$

Строго говоря, эта система функций (13) должна быть найдена при решении уравнений типа Бете — Солпитера или Швингера — Дайсона на связанные состояния в системе кварк — антикварк (см., например, [23]).

Если мы верим, что переход к коллективным переменным в функционале (6) является переходом к физическим адронным состояниям, то тогда система (13) должна удовлетворять условиям вида

$$\int dy R_{nl}(y | B_{\text{vac}}) G(x, y | B_{\text{vac}}) R_{n'l'}(y | B_{\text{vac}}) = \delta_{nn'} \delta_{ll'} (-)^l. \quad (14)$$

В этом случае, вводя разложение

$$\left. \begin{aligned} J(x, y) &= \sum_{n, l} J_{nl}(x) R_{nl}(y | B_{\text{vac}}), \\ J_{nl}(x) &= \int dz J(x, -z) R_{nl}(z | B_{\text{vac}}) G(x, z | B_{\text{vac}}) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

и подставляя его в (12), получаем

$$L_2 = \frac{i}{2} \sum_{Jf} \sum_{nl} (-)^l c_J \int dx J_{Jf}^{nl}(x) J_{Jf}^{nl}(x). \quad (16)$$

Таким образом, токи $J_{Jf}^{nl}(x)$ могут описать мезоны с любыми мезонными квантовыми числами (произвольный спин и всевозможные радиальные возбуждения).

Вернемся к нашей основной гипотезе, т. е. к представлениям (7) и (9). Подставим их в (6) и опустим все высшие члены L_n ($n \geq 3$), получим

$$\begin{aligned} Z_{\text{КХД}}^{(2)} &= \int d\sigma_{\text{vac}} \int \delta q \int \delta \bar{q} \int \prod_{Jf} \delta M_{Jf} \exp \left[-\frac{i}{2} \sum_{Jf} \delta_J M_{Jf}^2 \right] \times \\ &\times \exp \left\{ i \int dx \bar{q} [i\hat{\partial} + \hat{B}_{\text{vac}} + M(x)] q \right\}. \end{aligned} \quad (17)$$

Здесь

$$M(x) = \sum_{Jf} g_J M_{Jf}(x) \Gamma_J \lambda_f.$$

Проинтегрировав по кварковым полям, получим

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{КХД}}^{(2)} = & \int \prod_{Jf} \delta M_{Jf} \exp \left\{ -\frac{i}{2} \int dx \sum_{Jf} \delta_J M_{Jf}^2 \right\} \times \\
 & \times \int d\sigma_{\text{vac}} \exp \left\{ -\sum_n \frac{i^n}{n} \int dx_1 \dots \int dx_n \times \right. \\
 & \left. \times \text{tr} [M(x_1) S(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) \dots M(x_n) S(x_n, x_1 | B_{\text{vac}})] \right\}, \quad (18)
 \end{aligned}$$

где

$$S(x, y | B_{\text{vac}}) = (i\hat{\partial}_x + \hat{B}_{\text{vac}}(x))^{-1} \delta(x - y).$$

Наше следующее предположение состоит в том, что выражение (18) может быть записано в форме

$$\begin{aligned}
 Z_{\text{КХД}}^{(2)} = & \int \prod_{Jf} \delta M_{Jf} \exp \left\{ -\frac{i}{2} \sum_{Jf} \int dx \delta_J M_{Jf}^2 \right\} \times \\
 & \times \exp \left\{ -\sum_n \frac{i^n}{n} \int dx_1 \dots \int dx_n \int d\sigma_{\text{vac}} \times \right. \\
 & \left. \times \text{tr} [M(x_1) S(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) \dots M(x_n) S(x_n, x_1 | B_{\text{vac}})] \right\}. \quad (19)
 \end{aligned}$$

Это предположение означает, что при низких энергиях можно пренебречь связями между кварковыми петлями посредством вакуумных глюонных полей. Усреднение по вакуумным конфигурациям $d\sigma_{\text{vac}}$ в (19) должно приводить к конфайнменту кварков. Предположения о мере $d\sigma_{\text{vac}}$ будут сделаны в следующем разделе.

Дальнейшая программа состоит в выделении свободного лагранжиана, описывающего поля M_J с массами m_J^2 , и лагранжиана взаимодействия этих полей в представлении (19). Данная программа проводится в полной аналогии с работами [8—11]. На этом пути происходит спонтанное нарушение киральной симметрии, возникает масса у составляющего кварка и появляется голдстоуновская частица в псевдоскалярном канале. Мы не будем в данной работе подробно останавливаться на этих вопросах, а лишь покажем, как в представлении (19) возникает лагранжиан, описывающий бозонные поля M_J с массами m_J^2 .

Выделим в сумме (19) слагаемые, диагональные по мезонным переменным (для простоты индекс аромата f будем опускать):

$$\begin{aligned}
 & -\frac{i}{2} \int dx_1 \int dx_2 \sum_J \delta_J M_J(x_1) \left[\delta(x_1 - x_2) + \right. \\
 & \quad \left. + \frac{N_c c_J}{(2\pi)^2} \Pi_J(x_1 - x_2) \right] M_J(x_2) = \\
 & = -\frac{i}{2} \sum_J \delta_J \int dp \tilde{M}_J(p) \left[1 + \frac{N_c c_J}{(2\pi)^2} \tilde{\Pi}_J(p^2) \right] \tilde{M}_J(p),
 \end{aligned}$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Pi_J(x_1 - x_2) &= i(2\pi)^2 \delta_J \int d\sigma_{\text{vac}} \text{tr} [\Gamma_J S(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) \Gamma_J \times \\ &\quad \times S(x_2, x_1 | B_{\text{vac}})], \\ \tilde{\Pi}_J(p^2) &= \int dx e^{ipx} \Pi_J(x). \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

Представим $\tilde{\Pi}_J(p^2)$ в виде

$$\tilde{\Pi}_J(p^2) = \tilde{\Pi}_J^{\text{ren}}(p^2) + \tilde{\Pi}_J(m_J^2) + \tilde{\Pi}'_J(m_J^2)(p^2 - m_J^2)$$

и потребуем выполнение условия

$$1 + \frac{N_c c_J}{(2\pi)^2} \tilde{\Pi}_J(m_J^2) = 0. \quad (21)$$

Уравнение (21), в принципе, дает связь между спектром масс мезонов m_J^2 , коэффициентами разложения полной функции Грина глюонов на больших расстояниях (7) и универсальными функциями конфайнмента, возникающими при усреднении по мере вакуумного глюонного поля $d\sigma_{\text{vac}}$.

С учетом уравнения (21) перейдем в представлении (19) к нормировке

$$M_J(x) \rightarrow M_J(x) \left[-\frac{N_c c_J}{(2\pi)^2} \tilde{\Pi}_J(m_J^2) \right]^{-1/2}.$$

Имеем

$$\begin{aligned} Z_{\text{КХД}}^{(2)} &= \int \prod_J \delta M_J \exp \left\{ \frac{i}{2} \int dx \sum_J \delta_J M_J(x) (\square - m_J^2) M_J(x) \right\} \times \\ &\quad \times \exp \left\{ -\sum'_n \frac{i^n}{n} \int dx_1 \dots \int dx_n \int d\sigma_{\text{vac}} \times \right. \\ &\quad \left. \times \text{tr} [M(x_1) S(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) \dots M(x_n) S(x_n, x_1 | B_{\text{vac}})] \right\}, \quad (22) \end{aligned}$$

где

$$M(x) = \sum_J \frac{\Gamma_J M_J(x)}{\sqrt{-\frac{N_c}{(2\pi)^2} \tilde{\Pi}'_J(m_J^2)}}.$$

Штрих у знака суммы в (22) означает, что в квадратичных диагональных по M_J членах следует ставить $\tilde{\Pi}_J^{\text{eg}}$.

Представление (22) не содержит в явном виде величины G_0 , определяющей поведение глюонного пропагатора вблизи $p^2 = 0$.

Производящий функционал $Z_{\text{КХД}}^{(2)}$ в (22), определяющий взаимодействия мезонов друг с другом через кварковые петли, лежит в основе нашей модели. Однако удобнее при практической работе пользоваться другим представлением, полностью эквивалентным (22).

Покажем, что функционал $Z_{\text{КХД}}^{(2)}$ в (22) можно переписать в форме

$$\begin{aligned}
 Z^{(2)} = & \int \prod_J \delta M_J \int \delta q \int \delta \bar{q} \int d\sigma_{\text{vac}} \times \\
 & \times \exp \left\{ \frac{i}{2} \sum_J \delta_J \int dx M_J(x) (\square - m_{0J}^2) M_J(x) + \right. \\
 & \quad \left. + i \int dx \bar{q}(x) (i\hat{\partial} + \hat{B}_{\text{vac}}) q(x) + \right. \\
 & \quad \left. + \sum_J i g_{0J} \int dx M_J(x) \bar{q}(x) \Gamma_J q(x) \right\} \quad (23)
 \end{aligned}$$

при условии, что константа перенормировки волновой функции мезона M_J равна нулю.

В этой целию проинтегрируем (23) по кварковым полям с теми же предположениями относительно действия меры

$$\begin{aligned}
 Z^{(2)} = & \int \prod_J \delta M_J \exp \left\{ \frac{i}{2} \int dx \sum_J \delta_J M_J(x) (\square - m_{0J}^2) M_J(x) \right\} \times \\
 & \times \exp \left\{ - \sum_n \frac{i^n}{n} \int dx_1 \dots \int dx_n \int d\sigma_{\text{vac}} \times \right. \\
 & \left. \times \text{tr} [M(x_1) S(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) \dots M(x_n) S(x_n, x_1 | B_{\text{vac}})] \right\}. \quad (24)
 \end{aligned}$$

Здесь

$$M(x) = \sum_J g_{0J} \Gamma_J M_J(x).$$

Аналогичным образом выделяем в (24) квадратичные, диагональные по M_J слагаемые:

$$\begin{aligned}
 & \frac{i}{2} \int dp \tilde{M}_J(p) (p^2 - m_0^2 - h_{0J} \tilde{\Pi}_J(p^2)) \tilde{M}_J(p) = \\
 & = \frac{i}{2} \int dp \tilde{M}_J(p) (p^2 - m_J^2) \tilde{M}_J(p) Z_J^{-1} - \\
 & \quad - \frac{i}{2} \int dp \tilde{M}_J(p) h_{0J} \tilde{\Pi}_J^{\text{reg}}(p^2) \tilde{M}_J(p),
 \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned}
 h_{0J} &= N_c g_{0J}^2 / (2\pi)^2; \\
 m_J^2 &= m_{0J}^2 + h_{0J} \tilde{\Pi}_J(m_J^2); \\
 Z_J^{-1} &= 1 - h_{0J} \tilde{\Pi}_J(m_J^2).
 \end{aligned}$$

Выполняя в (24) замену $M_J \rightarrow Z_J^{1/2} M_J$ и вводя перенормированную константу $h_J = Z_J h_{0J}$, получаем, что (24) совпадает с пред-

ставлением (22), если

$$h_J = Z_J h_{0J} = \frac{h_{0J}}{1 - h_{0J} \tilde{\Pi}'_J(m_J^2)} = \frac{1}{[-\tilde{\Pi}'_J(m_J^2)]}.$$

Последнее равенство возможно при $h_{0J} \rightarrow \infty$, т.е. при

$$Z_J = \frac{1}{1 - h_{0J} \tilde{\Pi}'_J(m_J^2)} = 1 + h_J \tilde{\Pi}'_J(m_J^2) = 0. \quad (25)$$

а это и есть условие связности [24]. Таким образом, представление (23) с условием (25) полностью эквивалентно (22) и лежит в основе нашей модели.

Аналогичным образом можно ввести барионы и другие многокварковые состояния. Эти состояния, описываемые методом коллективных переменных, должны возникать из слагаемых L_n при $n \geq 3$. С помощью преобразований Фирца можно выделить в L_n произведение бесцветных n -кварковых состояний, которые затем отождествляются с соответствующим адроном. Технически процедура та же самая, что и при введении мезонов как двухкварковых состояний. Однако эта программа к настоящему времени еще не реализована, поскольку не известны n -точечные функции Грина конфайнированных глюонов. Поэтому при формулировке нашей модели мы воспользуемся идеей, следующей из эквивалентности представлений (22) и (23). Будем исходить из спектра масс и квантовых чисел реально существующих адронов и сделаем естественные предположения относительно их кваркового состава. Тогда можно написать лагранжиан взаимодействия адрона с кварками, а константа связи определится из условия связности. Такой подход позволяет описать все возможные адронные взаимодействия.

2. МОДЕЛЬ КОНФАЙНИРОВАННЫХ КВАРКОВ

В этом разделе будет сформулирована модель конфайнированных кварков (МКК), в рамках которой будем описывать физику адронов низких энергий. Модель основана на следующих предположениях.

1. Спектр адронов с массами m_h и квантовыми числами J^{CP} выбирается согласно экспериментальным данным. Нам кажется, в рамках предположения (7) полный спектр адронов не может быть найден теоретически, хотя, в принципе, можно установить соотношения между различными мезонными массами [11]. Для вычисления полного спектра необходимо знать функцию Грина глюона (11) и решать уравнения типа Бете — Солпитера.

2. Постулируется кварковый состав адронов. Лагранжиан взаимодействия адронов с кварками строится на основании принципа: в нерелятивистском пределе кварки, образующие адрон, должны находиться в состоянии с наименьшим орбитальным моментом. Это предположение непосредственно следует из (7) и, по всей видимости,

справедливо лишь для низших нонетов адронов (с массами не более 1 ГэВ). Для описания адронов с высшими спинами и радиальных возбуждений, а также многокварковых состояний предположение (7) не является достаточным.

3. Взаимодействие между адронами описывается производящим функционалом вида (23), где константы связи адронов с кварками определяются из условия связности (25).

4. Действие меры $d\sigma_{vac}$, осуществляющей усреднение по КХД-вакууму, обеспечивает конфайнмент кварков и сходимость всех кварковых петель.

Рассмотрим последовательно сформулированные предположения модели.

Пусть имеется набор адронных полей H с массами m_h и квантовыми числами J^{PC} . Последовательно рассмотрим мезоны, барионы и многокварковые состояния.

Мезоны (двухкварковые состояния). Построим бесцветные двухкварковые токи с мезонными квантовыми числами

$$J_J(x) = \bar{q}(x) \Gamma_J q(x), \quad (26)$$

где матрица Γ_J обеспечивает нужные квантовые числа. Вообще говоря таких матриц может быть несколько. В частности, ток $\bar{q}(x) \Gamma_J (\overset{\leftrightarrow}{\partial_x \partial_x}) q(x)$ имеет те же квантовые числа что и (26). Связь мезонного поля M_J , имеющего массу m_J , с кварковыми токами запишем в виде

$$\mathcal{L}_J = g_J M_J(x) \sum_i c_i J_J^i(x). \quad (27)$$

Сумма в (27) берется по всем двухкварковым токам, имеющим нужные квантовые числа. Коэффициенты c_i удовлетворяют условию $\sum_i c_i^2 = 1$, а в остальном произвольны. При построении лагранжиана (27) будем исходить из принципа, что в \mathcal{L}_J дают вклад только токи с наименьшими производными. Это означает, что мезоны состоят из кварков, имеющих наименьший орбитальный момент. Такое состояние единственно для большинства интересующих нас мезонов.

Барионы (трехкварковые состояния). Трехкварковые токи, имеющие барионные квантовые числа J^P , имеют вид

$$J_B(x) = R_B q^a(x) q^b(x) q^c(x) \epsilon^{abc}, \quad (28)$$

где R_B — произведение матриц γ , производных и матриц аромата λ_f , действующих на кварковые поля и определяющих нужные квантовые числа бариона. Связь барионного поля B , имеющего массу m_B , с кварковыми полями записывается

$$\mathcal{L}_B(x) = g_B \bar{B}_B \sum_i c_i R_B^i q^a q^b q^c \epsilon^{abc} + \text{h.c.}, \quad (29)$$

где g_B — константа связи, а сумма берется по всем возможным трехкварковым токам (29), имеющим нужные квантовые числа. Как и в случае мезонов, явный вид лагранжиана (29) должен определяться трехточечной глюонной функцией Грина $G_{\mu_1\mu_2\mu_3}^{\alpha_1\alpha_2\alpha_3}(x_1x_2x_3 | B_{\text{vac}})$ (6). Поскольку эта функция нам не известна, мы, как и в случае мезонов, будем исходить из принципа наиминимальной степени производных в лагранжиане (29).

Аналогично строятся и многокварковые состояния. Основная трудность здесь состоит в том, что существует много вариантов образования многокваркового состояния с нужными квантовыми числами. Поэтому мы здесь не будем приводить никаких конкретных формул.

Взаимодействие между адронами описывается производящим функционалом, полностью аналогичным (23).

В дальнейшем для расчетов будем пользоваться S -матрицей

$$S = \int d\sigma_{\text{vac}} T \exp \left\{ i \int dx \left[\sum_J \mathcal{L}_J(x) + \sum_B \mathcal{L}_B(x) \right] \right\}. \quad (30)$$

Здесь хронологическое упорядочение понимается как обычное виково T -произведение для адронных и кварковых полей, причем пропагатор кваркового поля имеет вид

$$\overline{q_f(x)} q_f(x') = \delta_{ff'} (i\hat{\partial}_x + \hat{B}_{\text{vac}}(x))^{-1} \delta(x - x') \quad (31)$$

и после перехода в (30) к нормальному упорядочению следует положить кварковые поля равными нулю. Мера $d\sigma_{\text{vac}}$ действует точно так же, как в (22). Этим представлением для матрицы рассеяния (30) мы будем пользоваться в дальнейшем.

Перейдем к обсуждению **гипотезы конфайнмента**. Эта гипотеза касается определения действия $d\sigma_{\text{vac}}$ на кварковые поля глюонного вакуумного поля B_{vac} , которое определяет и механизм кваркового конфайнмента, и динамику адронных взаимодействий при низких энергиях, но о котором мы в настоящее время меньше всего знаем с точки зрения точных результатов теории. Наша гипотеза конфайнмента состоит в том, что кварки в области конфайнмента не имеют определенного значения массы, превращаются в некие квазичастицы, несущие квантовые числа кварка, но не существующие как обычные частицы. Наш анзатц заключается в том, что в функциональном интеграле (22) интегрирование кварковых петель по $d\sigma_{\text{vac}}$ можно заменить однократным интегралом

$$\int d\sigma_{\text{vac}} \text{tr} [M(x_1) S(x_1, x_2 | B_{\text{vac}}) \dots M(x_n) S(x_n, x_1 | B_{\text{vac}})] \rightarrow \rightarrow \int d\sigma_v \text{tr} [M(x_1) S_v(x_1 - x_2) \dots M(x_n) S_v(x_n - x_1)], \quad (32)$$

где

$$S_v(x_1 - x_2) = \int \frac{d^4 p}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ip(x_1 - x_2)}}{i \Lambda_f v - \hat{p}}. \quad (33)$$

Переменная v безразмерна и изменяется в пределах $-\infty < v < \infty$. Параметр Λ_f , имеющий размерность массы, зависит от аромата кварка и характеризует размер области конфайнмента кварков с ароматом f . Можно еще сказать, что Λ_f имеет смысл эффективной массы конститuentного кварка q_f .

Таким образом, анзац конфайнмента (32) сводится к тому, что от функционального интеграла по вакуумным глюонным полям в (19) или (24) мы переходим к однопараметрическому интегралу (32), эффективно учитывающему действие глюонного вакуума на кварковые поля.

При дальнейшем определении меры $d\sigma_v$ мы хотим решить две задачи. Во-первых, обеспечить конфайнмент кварков, т. е. гарантировать отсутствие особенностей в матричных элементах S -матрицы, связанных с рождением кварковых пар. Во-вторых, добиться ультрафиолетовой сходимости всех интегралов, определяющих любые матричные элементы S -матрицы. Это позволит нам ограничить число независимых параметров, входящих в модель. Определение действия меры $d\sigma_v$ состоит из двух пунктов: определение алгебраического характера действия меры в пространстве цвета и определение ее аналитической структуры.

Алгебраическая структура меры. После перехода к нормальному упорядочению в (30) по кварковым переменным S -матрица представляет собой совокупность замкнутых бесцветных кварковых циклов

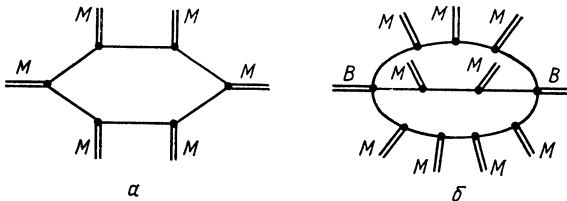


Рис. 1. Кварковая петля, описывающая мезон-мезонное (а), и кварковая диаграмма, описывающая мезон-барионное (б) взаимодействия

для мезонов и более сложных структур в случае барионов и многокварковых состояний, к которым присоединены адронные поля мезонов и барионов. Первое наше предположение состоит в том, что все эти бесцветные циклы усредняются по мере $d\sigma_v$ независимо, как об этом говорилось при получении формулы (19) из (18), и

$$d\sigma_v = \prod_{a=1}^3 d\sigma_v^a, \quad \int d\sigma_v^a = 1.$$

Действие меры $d\sigma_v$ в кварковых петлях, возникающих только в мезон-мезонных взаимодействиях (рис. 1, а), запишется

$$\int d\sigma_{vac} \text{tr} [M(x_1) I^{\alpha_1 \alpha_2} S(x_1, x_2 | B_{vac}) \dots \dots M(x_n) I^{\alpha_n \alpha_1} S(x_n, x_1 | B_{vac})] \rightarrow \rightarrow 3 \int d\sigma_v \text{tr} [M(x_1) S_v(x_1 - x_2) \dots M(x_n) S_v(x_n - x_1)]. \quad (34)$$

Амплитуды с участием бариона и мезонов (рис. 1, б) определим как

$$\int d\sigma_{vac} \varepsilon^{abc} I^{aa'} S^{(k_1)}(x_1, x_2 | B_{vac}) I^{bb'} S^{(k_2)}(x_1, x_2 | B_{vac}) \times \times I^{cc'} S^{(k_3)}(x_1, x_2 | B_{vac}) \varepsilon^{a'b'c'} \rightarrow 6 \prod_{j=1}^3 S^{(k_j)}(x_1, x_2), \quad (35)$$

где

$$S^{(k)}(x_1, x_2) = \int dy_1 \dots \int dy_k \int d\sigma_v S_v(x_1 - y_1) M(y_1) \times \times S_v(y_1 - y_2) \dots M(y_k) S_v(y_k - x_2). \quad (36)$$

В диаграммах для более сложных процессов с участием барионов и многокварковых состояний будем следовать правилу: каждой линии с заданным цветом сопоставляется функция (36).

Аналитическая структура меры. Анзац конфайнмента состоит в определении аналитической структуры меры $d\sigma_v$, т. е. в определении интеграла

$$\int \frac{d\sigma_v}{v-z} = G(z) = a(-z^2) + zb(-z^2). \quad (37)$$

Функцию $G(z)$ будем называть функцией конфайнмента. Предполагается, что $G(z)$ удовлетворяет следующим условиям:

1. $G(z)$ универсальна, т. е. не зависит от цвета и аромата [по крайней мере для группы ароматов $SU(3)$]. Другими словами, функция $G(z)$ одина для всех кварковых структур, определяющих взаимодействие мезонов, барионов и других многокварковых адронов.

2. $G(z)$ является целой аналитической в плоскости комплексной переменной z . Это условие обеспечивает конфайнмент кварков и унитарность S -матрицы в адронном секторе пространства состояний.

3. $G(z)$ убывает быстрее любого полинома в евклидовой области, т. е.

$$\lim_{z^2 \rightarrow -\infty} (-z^2)^N |G(z)| = 0$$

для любого $N > 0$. Это условие обеспечивает сходимость любых кварковых диаграмм.

4. Явный вид функции $G(z)$ пока не может быть найден из каких-либо общих соображений. Поэтому выбор функции конфайнмента также входит в анзац модели. Однако, как показали расчеты, для удовлетворительного описания низкоэнергетических процессов с учетом мезонов и барионов важны, главным образом, интегральные характеристики функции $G(z)$. В цикле расчетов, проведенных в [25], использовалась функция

$$G(z) = \exp(a + bz + z^2). \quad (38)$$

Ниже мы обсудим другие возможные варианты выбора функции $G(z)$.

5. При вычислении матричных элементов матрицы рассеяния все расчеты необходимо проводить в евклидовой метрике и затем переходить в физическую область импульсных переменных, аналитически продолжая матричные элементы S -матрицы по инвариантным импульсным переменным.

Функции, соответствующие кварковым петлям, вычисленные по правилу (32) с функцией конфайнмента $G(z)$, которая удовлетворяет перечисленным выше условиям, являются целыми аналитическими по внешним импульсам переменным. Другими словами, кварковые петли не содержат особенностей, связанных с рождением кварковых пар. S -матрица (30), построенная по всем вышесказанным правилам, относится к классу теорий с нелокальным взаимодействием, исследованных в [26]. Она унитарна и макропричинна в адронном секторе в каждом порядке разложения по степеням лагранжиана взаимодействия.

Таким образом, условие связности и анзац конфайнмента приводят к тому, что в системе адронов и кварков, описываемой лагранжианами вида (27) и (29), физически наблюдаемыми являются лишь адронные степени свободы, а кварки выступают как вспомогательные виртуальные частицы, определяющие адронные взаимодействия и тем самым описывающие внутреннюю структуру адронов. С точки зрения кварк-адронной дуальности мы находимся в адронном секторе, а кварки, входящие в лагранжианы (27) и (29), имеют смысл конституэнтных виртуальных частиц, отсутствующих как наблюдаемые объекты в пространстве физических состояний.

3. АМПЛИТУДЫ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МКК

Представление (30) дает матрицу рассеяния, описывающую всевозможные процессы адронных взаимодействий. При разложении S -матрицы по степеням лагранжианов взаимодействия возникают матричные элементы, представляющие собой кварковые петли, связанные между собой адронными линиями.

Константы связи адронов с кварками должны вычисляться из условия связности (25), которое, по сути дела, является условием сильной связи. Таким образом, сформулированная теория описывает сильные взаимодействия, и поэтому при вычислениях теория возму-

щений по константе связи неприменима. Как же мы будем проводить вычисления? Прежде всего напомним, что вывод условия связности [24] предполагает справедливость последовательного подсуммирования классов диаграмм цепного типа для функций Грина адронов и матричных элементов адронных процессов в ряду теории возмущений. Поэтому наши вычисления также будут основаны на приближениях, связанных с суммированием определенных классов диаграмм для функций Грина адронов. Эти приближения будем проводить в рамках так называемого $1/N_c$ -разложения. В представлении матрицы рассеяния в виде суммы диаграмм Фейнмана кварки входят только в форме замкнутых петель. Из условия связности (25) следует, что эффективной сильной константой связи является

$$h_J = 4N_c g_J^2 / (4\pi)^2 = 3g_J^2 / (2\pi)^2, \tag{39}$$

где $N_c = 3$ — число цветов.

Поэтому ряд теории возмущений может быть представлен в виде разложения по двум параметрам: h_J и

$$\epsilon_c = 1/N_c = 1/3. \tag{40}$$

Наши приближения будут связаны с разложением по параметру ϵ_c . Таким образом, мы будем оценивать теоретическую погрешность модели приблизительно в 20—30%.

Рассмотрим подробно два первых приближения.

Первое приближение. Будем называть это приближение однопетлевым. Рассмотрим функцию Грина адрона (для определенности будем говорить только о скалярных или псевдоскалярных мезонах). В нулевом приближении по ϵ_c функция Грина определяется только

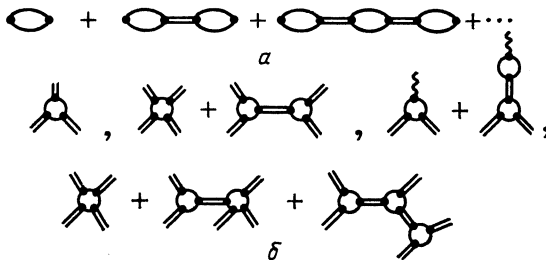


Рис. 2. Первое (однопетлевое) приближение по $1/N_c$:
 а — функция Грина; б — амплитуды физических процессов

однопетлевыми кварковыми диаграммами цепного вида, показанными на рис. 2, а, и записывается с учетом перенормировки массы в форме

$$D(p^2) = \frac{1}{m^2 - p^2 + h_0 [\tilde{\Pi}(p^2) - \tilde{\Pi}(m^2)]} \xrightarrow{p^2 \rightarrow m^2} \frac{Z}{m^2 - p^2}, \tag{41}$$

$$Z = \frac{1}{1 - h_0 \tilde{\Pi}'(m^2)}.$$

Массовый оператор мезона $\tilde{\Pi}(p^2)$ в (41) соответствует однопетлевой кварковой диаграмме. Перенормированная константа связи определяется соотношением

$$h = Zh_0,$$

откуда

$$Z = 1 + h\tilde{\Pi}'(m^2)$$

и из условия связности (25) имеем

$$h = 1/[-\tilde{\Pi}'(m^2)]. \quad (42)$$

Для функции Грина получаем

$$h_0 D(p^2) = \frac{Zh_0}{Z(m^2 - p^2) + Zh_0[\tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}(p^2)]} = h D_r(p^2), \quad (43)$$

$$D_r(p^2) = \frac{\tilde{\Pi}'(m^2)}{\tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}(p^2)}.$$

Несколько слов об аналитической структуре функции Грина (43). Массовый оператор $\tilde{\Pi}(p^2)$ является целой аналитической функцией в p^2 -плоскости и не содержит никаких пороговых особенностей. Функция Грина однопетлевого приближения имеет на вещественной оси p^2 только один полюс при $p^2 = m^2$, определяющий массу мезона. В комплексной p^2 -плоскости функция $D_r(p^2)$ имеет полюсы, соответствующие комплексным нулям функции $\tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}(p^2)$. Эти полюсы нефизические и связаны с используемым разложением по ϵ_s . Существенно, что при $p^2 \rightarrow -\infty$ функция $D_r(p^2) \rightarrow O(1)$. Таким образом, однопетлевое приближение правильно передает поведение функций Грина адронов только вблизи массовой поверхности адронов, т. е. в инфракрасном пределе при малых энергиях.

Заметим, далее, что первое приближение соответствует в представлении (24) объединению свободного лагранжиана мезона с массовым оператором в однопетлевом приближении:

$$D_r^{-1}(p^2) = m^2 - p^2 + h\tilde{\Pi}_{\text{reg}}(p^2) =$$

$$= m^2 - p^2 - \frac{1}{\tilde{\Pi}'(m^2)} [\tilde{\Pi}(p^2) - \tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}'(m^2)(p^2 - m^2)] =$$

$$= \frac{\tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}(p^2)}{\tilde{\Pi}'(m^2)}.$$

В однопетлевом приближении амплитуды адронных процессов описываются однопетлевыми кварковыми диаграммами, которые являются древесными по адронным линиям. Примеры таких диаграмм

приведены на рис. 2, б. При этом каждой адронной внутренней линии сопоставляется пропагатор адрона однопетлевого приближения (43).

Кварковые петли, показанные на рис. 2, б, являются целыми аналитическими функциями по внешним импульсам адронов, и, следовательно, не имеют никаких пороговых особенностей. Это, с одной стороны, соответствует полному конфайнменту кварков, а с другой, показывает, что однопетлевое приближение применимо для не очень больших энергий адронов, пока влиянием возможных промежуточных процессов можно пренебречь.

Таким образом, однопетлевое приближение полностью соответствует древесным диаграммам киральной теории. Однако существенное отличие состоит в том, что в киральной теории адрон-адронные вершины представляют собой бесструктурные точки, т. е. соответствуют локальному взаимодействию адронов, а в нашей модели адрон-адронные вершины описываются кварковыми петлями, определяющими структуру адронов — формфакторы, параметры наклона и т. д.

Второе приближение. Линейные по $\epsilon_c = 1/N_c$ поправки к массовому оператору адрона определяются диаграммами, показанными на

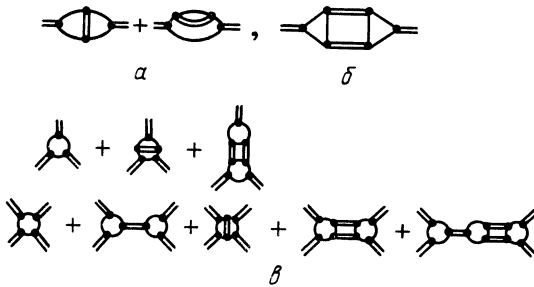


Рис. 3. Второе приближение по $1/N_c$:
 а, б — функция Грина; в — амплитуды физических процессов

рис. 3, а и б, где внутренним мезонным линиям сопоставляется пропагатор однопетлевого приближения (43):

$$\begin{aligned}
 h\tilde{\Pi}^{(2)}(p^2) = & h \int dk \Gamma_{(a)}(p, k) \frac{1}{\tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}(k^2)} + \\
 & + h \int \int dk_1 dk_2 \Gamma_{(b)}(k_1, k_2, p) \prod_{j=1}^2 \frac{1}{\tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}(k_j^2)} \delta(p - k_1 - k_2). \quad (44)
 \end{aligned}$$

Здесь первое слагаемое соответствует диаграммам на рис. 3, а, а второе — рис. 3, б. Функции $\Gamma_{(a)}(p, k)$ и $\Gamma_{(b)}(k_1, k_2, p)$, определяющие кварковые петли, убывают в евклидовой области как $O(1/(-k^2))$ при $k^2 \rightarrow -\infty$, а пропагаторы адронов однопетлевого приближения (43) стремятся к постоянной. Поэтому интегралы в (44) квадратично расходятся.

Перенормировку функции Грина адрона мы проведем таким образом, чтобы масса адрона и константа связи определялись уравнениями однопетлевого приближения. Получим

$$D_2(p^2) = \frac{\tilde{\Pi}'(m^2)}{\tilde{\Pi}(m^2) - \tilde{\Pi}(p^2) - \frac{\varepsilon_c}{\tilde{\Pi}'(m^2)} \tilde{\Pi}_{\text{reg}}^{(2)}(p^2)}, \quad (45)$$

где

$$\tilde{\Pi}_{\text{reg}}^{(2)}(p^2) = \tilde{\Pi}^{(2)}(p^2) - \tilde{\Pi}^{(2)}(m^2) - \tilde{\Pi}^{(2)'}(m^2)(p^2 - m^2).$$

При $p^2 \rightarrow m^2$

$$D_2(p^2) \rightarrow \frac{1}{m^2 - p^2}.$$

При $p^2 \rightarrow -\infty$

$$D_2(p^2) \rightarrow \frac{\text{const}}{(-p^2) \ln(-p^2)}.$$

Функция Грина второго приближения (45) имеет на вещественной оси p^2 полюс в точке $p^2 = m^2$ и двухчастичные пороговые особенности, соответствующие промежуточным двухмезонным состояниям.

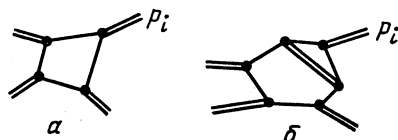


Рис. 4. Перенормировка констант связи во втором приближении по $1/N_c$

Кроме того, имеются нефизические особенности, связанные с используемым разложением по ε_c .

В этом приближении амплитуды адронных процессов описываются диаграммами, примеры которых показаны на рис. 3, в, где внутренним мезонным линиям сопоставляется пропагатор (45). Эти амплитуды имеют двухчастичные пороговые особенности по внешним импульсам адронов. Это приближение применимо для больших энергий, чем однопетлевое.

Диаграммы второго приближения вида, показанного на рис. 4, б, логарифмически расходятся. Расходимость устраняется перенормировкой константы связи в диаграмме, показанной на рис. 4, а. Таким образом, имеем

$$T^{(2)}(p_i^2, \dots) \rightarrow T_{\text{reg}}^{(2)}(p_i^2, \dots) = T^{(2)}(p_i^2, \dots) - T^{(2)}(m^2, \dots).$$

Сформулированные правила полностью определяют второе приближение $1/N_c$ -разложения в нашей модели.

Аналогичным образом можно построить следующие приближения по параметру $\varepsilon_c = 1/N_c$.

4. МКК И НИЗКОЭНЕРГИТИЧЕСКИЕ СООТНОШЕНИЯ

В МКК адронные взаимодействия определяются кварковой структурой адронов и поведением кварка на больших расстояниях. Существенно, что модель позволяет вычислять не только статические характеристики (времена жизни, магнитные моменты, электромагнитные радиусы и т. п.), но и получать импульсную зависимость физических матричных элементов (параметры наклона, формфакторы и т. д.).

В этой работе мы будем рассматривать только низкоэнергетическую физику мезонов. Применение методов МКК к физике нуклонов см. в [27].

Лагранжианы взаимодействия мезонов с кварками запишем в следующем виде:

$$\mathcal{L}_I = \frac{g_M}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^8 M_i \bar{q} \Gamma_M \lambda_i q. \quad (46)$$

Здесь M_i — евклидовы поля, связанные с физическими полями мезонов стандартным образом [28]: λ_i — матрицы Гелл-Мана ($\lambda_0 = \sqrt{\frac{2}{3}} I$); Γ_M — соответствующие матрицы Дирака; $i\gamma^5$ — псевдоскалярные мезоны P (π , K , η , η'); γ^μ — векторные мезоны V (ρ , K^* , ω , ϕ); $\gamma^\mu \gamma^5$ — аксиальные мезоны A (a_1 , k_1 , f_1); I — $i\hat{N}\partial/\Lambda$ — скалярные мезоны S (a_0 , k_0 , f_0 , ϵ). Роль добавочного члена с производной в случае скалярных мезонов будет подробно обсуждена в разд. 6.

Углы смешивания для октетного и синглетного состояний определены следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} (\eta', \omega, \epsilon) &\rightarrow \cos \delta \frac{\bar{u}u + \bar{d}d}{\sqrt{2}} - \bar{s}s \sin \delta; \\ (\eta, \phi, f_0) &\rightarrow -\sin \delta \frac{\bar{u}u + \bar{d}d}{\sqrt{2}} - \bar{s}s \cos \delta, \quad \delta = \theta - \theta_I. \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

Константы связи g_M определяются из условия связности (25). Удобно ввести эффективные константы связи

$$h_M = 3g_M^2/(2\pi)^2.$$

Прежде всего, обсудим выбор основных параметров модели и получим связь ее предсказаний с известными низкоэнергетическими соотношениями [29]. Основными феноменологическими величинами МКК являются функции конфайнмента $a(u)$ и $b(u)$ (37) и размерные параметры Λ_f , характеризующие область конфайнмента кварков с ароматом f ($\Lambda \equiv \Lambda_u = \Lambda_d, \Lambda_s$). Функции $a(u)$ и $b(u)$ должны

удовлетворять перечисленным выше требованиям, и их форма должна быть аналогичной функциям, изображенным на рис. 5. Для конкретных вычислений выберем $a(u)$ и $b(u)$ в простейшем виде:

$$\begin{aligned} a(u) &= a_0 \exp(-u^2 - 2a_1 u); \\ b(u) &= b_0 \exp(-u^2 + 2b_1 u). \end{aligned} \tag{48}$$

Параметры $a_0, b_0, a_1, b_1, \Lambda$ и Λ_s определим с помощью фитирования по хорошо установленным экспериментальным величинам, являющим-

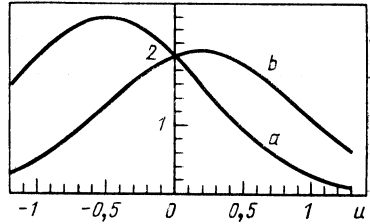


Рис. 5. Функции конфайнмента $a(u) = 2 \exp(-u^2 - u)$, $b(u) = 2 \exp(-u^2 + 0,4 u)$

ся водными параметрами основных общепринятых феноменологических подходов.

Сделаем несколько замечаний, касающихся описания в рамках МКК известных низкоэнергетических соотношений [29].

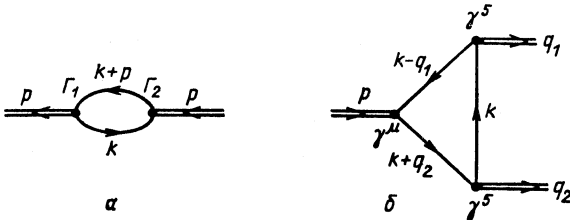


Рис. 6. Двух-(а) и трех вершинные (б) кварковые петли

Существенно, что процедура интегрирования по $d\sigma_v$, определенная формулой (37), сохраняет калибровочную инвариантность на любом этапе вычислений. Так, например, выражение для двухточечной диаграммы, описывающей переход вектор — вектор (рис. 6, а), имеет явно калибровочно-инвариантный вид:

$$\begin{aligned} \int \frac{d^4 k}{4\pi^2 i} \int d\sigma_v \operatorname{tr} \left[\gamma^\mu \frac{1}{v\Lambda - \hat{k}} \gamma^\nu \frac{1}{v\Lambda - \hat{k} - \hat{p}} \right] &= \\ &= [p^\mu p^\nu - p^2 g^{\mu\nu}] \frac{1}{3} R_V(w), \end{aligned} \tag{49}$$

где $w = p^2/\Lambda^2$ и

$$R_V(w) = B_0 + \frac{w}{4} \int_0^1 du b\left(-u \frac{w}{4}\right) \sqrt{1-u} \left(1 + \frac{u}{2}\right).$$

Выражение (49) является конечным и не содержит мнимой части, соответствующей рождению кварков.

Для кварковой диаграммы, описывающей переход аксиал — аксиал ($\Gamma_1 = \mu^\mu \gamma^5$, $\Gamma_2 = \gamma^\nu \gamma^5$, см. рис. 6, а), имеем следующее выражение:

$$\int \frac{d^4 k}{4\pi^2 i} \int d\sigma_\nu \operatorname{tr} \left[\gamma^\mu \gamma^5 \frac{1}{v\Lambda - \hat{k}} \gamma^\nu \gamma^5 \frac{1}{v\Lambda - \hat{k} - \hat{p}} \right] =$$

$$= [p^\mu p^\nu - p^2 g^{\mu\nu}] \frac{1}{3} R_V(w) + g^{\mu\nu} \frac{2\Lambda^2}{3} R_A(w). \quad (50)$$

Т а б л и ц а 1. Структурные интегралы

$$R_{PP}(w) = B_0 + \frac{w}{4} \int_0^1 du b \left(-u \frac{w}{4} \right) \frac{(1-u/2)}{\sqrt{1-u}}$$

$$R_{VV}(w) = B_0 + \frac{w}{4} \int_0^1 du b \left(-u \frac{w}{4} \right) \frac{(1-u/2 + u^2/4)}{\sqrt{1-u}}$$

$$R_V(w) = B_0 + \frac{w}{4} \int_0^1 du b \left(-u \frac{w}{4} \right) \sqrt{1-u} \left(1 + \frac{u}{2} \right)$$

$$R_P(w) = A_0 + \frac{w}{4} \int_0^1 du a \left(-u \frac{w}{4} \right) \sqrt{1-u}$$

$$R_{PVV}(w) = \frac{1}{4} \int_0^1 du a \left(-u \frac{w}{4} \right) \ln \left(\frac{1 + \sqrt{1-u}}{1 - \sqrt{1-u}} \right)$$

$$R_{VPP}(w) = B_0 + \frac{w}{4} \int_0^1 du b \left(-u \frac{w}{4} \right) \sqrt{1-u}$$

$$R_A(w) = B_1 - \left(\frac{w}{4} \right)^2 \int_0^1 du ub \left(-u \frac{w}{4} \right) \sqrt{1-u}$$

$$A_0 = \int_0^\infty du a(u) = 1,09; \quad B_0 = \int_0^\infty du b(u) = 2,26;$$

$$B_1 = \int_0^\infty du ub(u) = 1,45$$

Явный вид функции $R_A(w)$ приведен в табл. 1. Как и следовало из анзатца (37), киральная инвариантность нарушена и мерой ее нарушения является параметр Λ .

Далее, рассмотрим получение аномальных тождеств Уорда в развиваемом подходе. С этой целью вычислим треугольные диаграммы: 1) $\Gamma_1 = \gamma^5$, $\Gamma_2 = \gamma^\mu$, $\Gamma_3 = \gamma^\nu$ и 2) $\Gamma_1 = \gamma^\alpha \gamma^5$, $\Gamma_2 = \gamma^\mu$, $\Gamma_3 = \gamma^\nu$ (см. рис. 6, б) в пределе малых импульсов пиона.

Имеем

$$\begin{aligned} T_5^{\mu\nu} &= \int \frac{d^4k}{4\pi^2 i} \int d\sigma_\nu \operatorname{tr} [\gamma^5 S_\nu(\hat{k}) \gamma^\mu S_\nu(\hat{k} + \hat{q}_1) \gamma^\nu S_\nu(\hat{k} + \hat{p})] = \\ &= i\varepsilon^{\mu\nu\alpha_1\alpha_2} g_1^{\alpha_1} g_2^{\alpha_2} \frac{1}{4\Lambda} \int_0^1 du a \left(-u \frac{w}{4} \right) \ln \left[\frac{1 + \sqrt{1-u}}{1 - \sqrt{1-u}} \right] \simeq \\ &\simeq i\varepsilon^{\mu\nu\alpha_1\alpha_2} g_1^{\alpha_1} g_2^{\alpha_2} \frac{1}{2\Lambda} \left[a(0) + w \left(-\frac{a'(0)}{12} \right) \right]. \end{aligned} \quad (51)$$

Для получения аномальных тождеств вычислим свертку

$$\begin{aligned} p^\alpha T_5^{\alpha\mu\nu} &= \int \frac{d^4k}{4\pi^2 i} \int d\sigma_\nu \operatorname{tr} [\hat{p} \gamma^5 S_\nu(\hat{k}) \gamma^\mu S_\nu(\hat{k} + \hat{q}_1) \gamma^\nu S_\nu(\hat{k} + \hat{p})] = \\ &= i\varepsilon^{\mu\nu\alpha_1\alpha_2} g_1^{\alpha_1} g_2^{\alpha_2} \frac{w}{8} \int_0^1 du u b \left(-u \frac{w}{4} \right) \ln \left[\frac{1 + \sqrt{1-u}}{1 - \sqrt{1-u}} \right] = \\ &= i\varepsilon^{\mu\nu\alpha_1\alpha_2} g_1^{\alpha_1} g_2^{\alpha_2} w [b(0)/12]. \end{aligned} \quad (52)$$

Сравнивая (51) и (52), получаем

$$p^\alpha T_5^{\alpha\mu\nu} = 2\Lambda \left[-\frac{b(0)}{a'(0)^2} \right] T_5^{\mu\nu} - 2i\varepsilon^{\mu\nu\alpha_1\alpha_2} g_1^{\alpha_1} g_2^{\alpha_2} \left[-\frac{b(0)a(0)}{a'(0)^2} \right]. \quad (53)$$

Для того чтобы тождество (53) полностью совпадало с обычным аномальным тождеством Уорда [30], достаточно потребовать следующих условий на поведение функций $a(u)$ и $b(u)$ в нуле:

$$b(0) = -a'(0), \quad a(0) = 2.$$



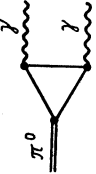
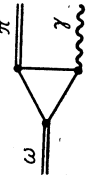
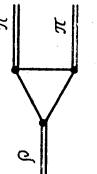
Отсюда

$$a_0 = 2, \quad b_0 = -4a_1. \quad (54)$$

Условие (54) оставляет свободными лишь два коэффициента b_0 и b_1 , характеризующих форму функции $b(u)$.

Параметры b_0 , b_1 и Λ зафиксируем с помощью фитирования по следующим величинам. Во-первых, константа слабого распада пиона $f_\pi = 132$ МэВ, которая является фундаментальной константой в киральных теориях [29]. Во-вторых, константа перехода $\rho \rightarrow \gamma$, которая определяет модель векторной доминантности (МВД). В-третьих, это константы, определяющие распады $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ и $\omega \rightarrow \pi\gamma$. Данные константы обычно определяются аномалиями Адлера [29]. Наконец, константа сильного распада $\rho \rightarrow \pi\pi$, которая в МВД непосредственно связана с константой перехода $\rho \rightarrow \gamma$.

Таблица 2. Основные низкоэнергетические величины в МКК

Процесс	Наблюдаемая величина	Значение константы при $m = 0$	Эксперимент [38]
	$f_{\pi} = \frac{\Lambda}{\pi} \frac{\sqrt{3} R_{\rho} (w_{\pi})}{\sqrt{2} R_{\rho\rho} (w_{\pi})} = 132 \text{ МэВ}$	$f_{\pi}^{(0)} = 0,96 \frac{\Lambda}{g_{\pi}^{(0)}}$	132 МэВ
	$g_{\rho\gamma} = \frac{R_{\gamma} (w_{\rho})}{\pi \sqrt{8} R_{\rho\rho} (w_{\rho})} = 0,18$	$g_{\rho\gamma}^{(0)} = 1,07/2\pi$	0,20
	$g_{\pi^0\gamma\gamma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{R_{\rho\rho} (w_{\pi})}{\pi \sqrt{3} R_{\rho\rho} (w_{\pi})} = 0,26 \text{ ГэВ}^{-1}$	$g_{\pi^0\gamma\gamma}^{(0)} = 0,96/(2\sqrt{2} \pi^2 f_{\pi}^{(0)})$	0,276 ГэВ ⁻¹
	$g_{\omega\pi\gamma} = \frac{1}{\Lambda} \frac{\sqrt{6} R_{\rho\rho} (w_{\omega})}{\sqrt{R_{\rho\rho} (w_{\pi})} R_{\rho\rho} (w_{\omega})} = 2,10 \text{ ГэВ}^{-1}$	$g_{\omega\pi\gamma}^{(0)} = 0,94 \cdot 3 \pi g_{\pi\gamma}^{(0)}$	2,54 ГэВ ⁻¹
	$g_{\rho\pi\pi} = \frac{\pi \sqrt{8} R_{\rho\rho} (w_{\rho})}{R_{\rho\rho} (w_{\pi}) \sqrt{R_{\rho\rho} (w_{\rho})}} = 6,0$	$g_{\rho\pi\pi}^{(0)} = \frac{1}{g_{\rho\gamma}^{(0)}}$	6,1

Оказалось, что наилучшее описание экспериментальных данных достигается в случае

$$a_0 = b_0 = 2; \quad a_1 = 0,5; \quad b_1 = 0,2; \quad \Lambda = 460 \text{ МэВ.} \quad (55)$$

Результаты фитирования приведены в табл. 2. Структурные интегралы, определяющие физические величины, приведены в табл. 1. Приняты обозначения $w_M = m_M^2/\Lambda^2$. Видно, что имеется хорошее согласие с экспериментальными данными.

Приведены также выражения для физических величин в случае нулевых масс мезонов. Легко видеть, что при этом МКК воспроизводит с погрешностью 4—5% известные низкоэнергетические соотношения: соотношение Гольдбергера — Треймана, гипотеза о ρ -универсальности, соотношения между $g_{\pi\gamma\gamma}$ и f_π , $g_{\rho\gamma\gamma}$ и $g_{\omega\rho\gamma}$, полученные из аномальных тождеств и РСАС [29].

Параметр Λ_s , характеризующий область конфайнмента странного кварка, зафиксируем с помощью фитирования по основным распадам странных мезонов $K \rightarrow \mu\nu$, $K^* \rightarrow K\pi$, $K^* \rightarrow K\gamma$, $\varphi \rightarrow K^+K^-$, $\varphi \rightarrow e^+e^-$. Наилучшее согласие с экспериментальными данными достигается при

$$\Lambda_s = 506 \text{ МэВ.} \quad (56)$$

Результаты фитирования приведены в табл. 3. Видно, что имеется хорошее согласие с экспериментом.

Таблица 3. Основные процессы со странными кварками

Процесс	Наблюдаемая величина	МКК	Эксперимент [38]
$K \rightarrow \mu\nu$	f_K	160 МэВ	157 МэВ
$\varphi \rightarrow \gamma$	$g_{\varphi\gamma}$	0,0901	0,0758
$K^* \rightarrow K\gamma$	$g_{K^*K\gamma}$	1,17 ГэВ ⁻¹	(1,29±0,07) ГэВ ⁻¹
$K^* \rightarrow K\pi$	$g_{K^*K\pi}$	4,22	4,65
$\varphi \rightarrow K\bar{K}$	$g_{\varphi K\bar{K}}$	4,04	4,47±0,14

Интересно отметить, что параметры Λ_s и $\Lambda = \Lambda_u = \Lambda_d$ оказались довольно близкими. Этот факт объясняется тем, что в рассматриваемом подходе нарушение $SU(3)$ -симметрии происходит в основном за счет различия масс мезонов, содержащих странные кварки, и масс мезонов, содержащих нестранные кварки, которые входят в структурные интегралы, определяющие матричные элементы физических процессов.

Таким образом, все параметры модели зафиксированы.

5. ФОРМФАКТОРЫ, РАДИУСЫ И ПАРАМЕТРЫ НАКЛОНА

Следующий шаг в проверке основных предположений модели состоит в изучении импульсной зависимости матричных элементов физических процессов, обусловленной кварковой структурой адронов. В этом разделе последовательно рассмотрим параметры наклона в далитцевских распадах $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$ ($P = \pi^0, \eta, \eta'$), $V \rightarrow Pl^+ l^-$ и ширины редких распадов $P \rightarrow l^+ l^-$; поведение формфактора пиона

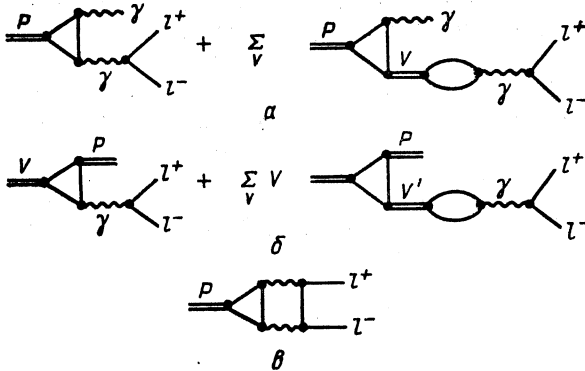


Рис. 7. Кварковые диаграммы, описывающие далитцевские распады: а — псевдоскалярных мезонов $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$; б — векторных мезонов $V \rightarrow Pl^+ l^-$, редкие распады (в) $P \rightarrow l^+ l^-$

$F_\pi(q^2)$ как в евклидовой ($q^2 \leq 0$), так и в физической области ($q^2 \geq 0$); отношение аксиального и векторного формфактора $\gamma = f_A/f_V$ в электрослабом распаде $\pi^- \rightarrow e \nu \gamma$; электромагнитные радиусы каонов, параметры K_{l_3} -распада.

Далитцевские распады $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$ и $V \rightarrow Pl^+ l^-$ и редкие распады $P \rightarrow l^+ l^-$. Исследование электромагнитной структуры нейтральных частиц ($P = \pi^0, \eta, \eta', V = \rho^0, \omega, \phi$) связано с изучением процессов с участием либо двух фотонов: $P \rightarrow \gamma \gamma$, $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$, $P \rightarrow l^+ l^-$, либо процессов с изменением C -четности адронов в начальном и конечном состоянии: $V \rightarrow Pl^+ l^-$, $P \rightarrow Vl^+ l^-$.

Рассмотрим распады нейтральных псевдоскалярных мезонов $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$ (рис. 7, а). Данный распад описывается аномальной треугольной диаграммой и резонансной диаграммой с промежуточными векторными мезонами (ρ, ω, ϕ). Соответствующий структурный формфактор представляется в виде

$$G_{P\gamma\gamma}(p^2, q_1^2, q_2^2) = g_{P\gamma\gamma}(p^2, q_1^2, q_2^2) + \sum_V g_{VP\gamma}(p^2, q_1^2, q_2^2) g_{V\gamma}(q_2^2) D_V(q_2^2, q_2^2). \quad (57)$$

Параметры наклона в распаде $P \rightarrow \gamma l^+ l^-$ определяются как [31]

$$\frac{1}{M_P^2} = \frac{G'_{P\gamma\gamma}(m_P^2, 0, 0)}{G_{P\gamma\gamma}(m_P^2, 0, 0)}. \quad (58)$$

Аналогично, вычисляются параметры наклона в распаде $V \rightarrow Pl^+ l^-$ (см. рис. 7, б). Численные результаты приведены в табл. 4. Для сравнения приведены результаты, полученные в МВД.

Таблица 4. Численные значения для параметров наклона $1/M^2$, ГэВ⁻²

Процесс		МВД	Эксперимент
$\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$	$0,39+1,18-1,57$	1,67	$5,5 \pm 1,6$ [32]
$\eta \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$	$0,33+1,81=2,14(-11^\circ)$ $0,31+1,64=1,95(-18^\circ)$	$2,6(-11^\circ)$ $2,4(-18^\circ)$	$1,9 \pm 0,4$ [34]
$\eta' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$	$-0,044+0,82=0,77(-11^\circ)$ $-0,041+0,73=0,69(-18^\circ)$	$1,1(-11^\circ)$ $0,95(-18^\circ)$	$1,7 \pm 0,4$ [34]
$\omega \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$	$0,089+1,21=1,30$	1,69	$2,4 \pm 0,2$ [31]

Видно, что вклад от резонансных диаграмм несколько занижен по сравнению с результатами МВД. Это связано с учетом зависимости функции $g_{V\gamma}(q^2)$ от импульса векторного мезона. В то же время для легких мезонов (π^0 и η) существенную роль играет вклад от треугольной диаграммы, так что суммарные значения близки к предсказаниям МВД. Для тяжелых мезонов (η' , ω) вклад от треугольной диаграммы пренебрежимо мал.

Экспериментальные измерения параметров наклона были проведены в работе [32] для $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$ и в работах [33, 34] для η , $\eta' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ и $\omega \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$. Полученные значения приведены в табл. 4.

Отметим, что при определении параметра наклона в распаде $\pi^0 \rightarrow \gamma e^+ e^-$ [32] существенную роль играют радиационные поправки, учет которых увеличивает значение параметра наклона более чем в 2 раза [31]. Теоретические значения для данного параметра, полученные как в МКК и МВД, так и в ряде других моделей [31], приводятся без учета радиационных добавок. В случае распадов η , $\eta' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ и $\omega \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$ радиационные добавки пренебрежимо малы [31].

Из табл. 4 видно, что значение для параметра наклона в распаде $\eta \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$, полученное в МКК, находится в хорошем согласии с экспериментом [31], в то время как значения параметров наклона в распадах $\eta' \rightarrow \gamma \mu^+ \mu^-$ и $\omega \rightarrow \pi^0 \mu^+ \mu^-$ занижены примерно в 2 раза по сравнению с имеющимися экспериментальными данными [31]. По-видимому, в случае больших масс мезонов ($m_{\eta'} = 958$ МэВ, $m_\omega = 780$ МэВ) необходимо учитывать тяжелые векторные мезоны ($\rho' \dots$), а также двухчастичные промежуточные состояния ($2\pi \dots$). Кроме того,

требуется более высокая точность и при экспериментальных измерениях.

В настоящее время обнаружены экспериментально редкие распады $P \rightarrow l^+l^-$ [35, 36], в которых лептонная пара связана с адронной вершиной двумя виртуальными γ -квантами. Для описания редких распадов $P \rightarrow l^+l^-$ необходимо знать поведение переходного форм-фактора $G_{P\gamma\gamma}(p^2, q_1^2, q_2^2)$ как в пространственноподобной области $q_i^2 \leq 0$, так и во времениподобной допороговой области $0 \leq q_i^2 \leq 4m_p^2$. Исходя из соотношений унитарности, можно связать мнимую часть амплитуды $P \rightarrow l^+l^-$ с процессом $P \rightarrow \gamma\gamma$ и, таким образом, найти нижнюю границу для ширины данного распада, называемую унитарным пределом [37]:

$$\frac{\Gamma(P \rightarrow l^+l^-)}{\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma)} \geq 2\alpha^2 \left(\frac{m_l}{m_P}\right)^2 \frac{\left[\ln \frac{1 + \sqrt{1 - 4m_l^2/m_P^2}}{2m_l/m_P}\right]^2}{\sqrt{1 - 4m_l^2/m_P^2}}$$

Соответствующие значения унитарного предела для различных мод распада приведены в табл. 5. Полная вероятность, однако, определяется вкладом как мнимой, так и действительной части амплитуды.

Таблица 5. Значение отношения $\Gamma(P \rightarrow l^+l^-)/\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma)$

Процесс	Эксперимент [35, 36]	Унитарный предел [37]	МКК
$\pi^0 \rightarrow e^+e^-$	$22_{-11}^{+27} \cdot 10^{-8}$	$4,6 \cdot 10^{-8}$	$5,4 \cdot 10^{-8}$
$\eta \rightarrow \mu^+\mu^-$	$(1,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-5}$	$1,2 \cdot 10^{-5}$	$2,4 \cdot 10^{-5}$
$\eta \rightarrow e^+e^-$	—	$4,3 \cdot 10^{-9}$	$9,9 \cdot 10^{-9}$
$\eta' \rightarrow \mu^+\mu^-$	—	$4,1 \cdot 10^{-6}$	$8,1 \cdot 10^{-6}$
$\eta' \rightarrow e^+e^-$	—	$1,1 \cdot 10^{-9}$	$4,9 \cdot 10^{-9}$

В МКК распады $P \rightarrow l^+l^-$ определяются диаграммой рис. 7, e и соответствующий матричный элемент записывается в виде

$$M(P \rightarrow l^+l^-) = e^4 \epsilon^{\mu\rho\sigma\nu} \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4 i} p^\rho k^\sigma g_{P\gamma\gamma}(p^2, (p-k)^2, k^2) \times \\ \times \frac{\bar{v}(p_-) \gamma^\mu (m_l + \hat{k} - \hat{p}_+) \gamma^\nu v(p_+)}{k^2 (k-p)^2 [m_l^2 - (k-p_+)^2]}, \quad (59)$$

где p — импульс распадающегося мезона; p_+ , p_- — импульсы конечных лептонов. Раскладывая получившийся интеграл (59) в ряд по

малому параметру m_l^2/m_p^2 . получаем

$$M(P \rightarrow l^+l^-) = \alpha^2 g_{P\gamma\gamma} \varepsilon^{\mu\rho\nu\sigma} p_\rho \bar{v}(p_-) \gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\nu v(p_+) \times \\ \times \left[\frac{1}{4} g^{\sigma\alpha} I - (P_+^\sigma P_+^\alpha / p^2) N \right], \quad (60)$$

где

$$g_{P\gamma\gamma} = g_{P\gamma\gamma}(m_p^2, 0, 0);$$

$$I = \ln \frac{m_p^2}{\Lambda^2} - 7/2 - r - i\pi;$$

$$r = \int_0^\infty dt \ln t [t(t+1) - 1/2] a(t) = 0,018;$$

$$N = \left[2 \ln^2 \frac{m_l^2}{m_p^2} + 6 \ln \frac{m_l}{m_p} + 3 \right] - i\pi \left[2 \ln \frac{m_l}{m_p} + 3 \right].$$

Вычисляя стандартным образом ширину распада $P \rightarrow l^+l^-$, окончательно имеем

$$\frac{\Gamma(P \rightarrow l^+l^-)}{\Gamma(P \rightarrow \gamma\gamma)} = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha m_l}{\pi m_p} \right)^2 \beta \{ 9|I|^2 + \beta^4 |N|^2 + \\ + 6\beta^2 [\operatorname{Re} I \operatorname{Re} N - \operatorname{Im} I \operatorname{Im} N] \}, \quad (61)$$

$$\beta = \sqrt{1 - 4m_l^2/m_p^2}.$$

Результаты вычислений приведены в табл. 5. Предсказания МКК близки к среднему экспериментальному значению в распаде $\eta \rightarrow \mu^+\mu^-$, хотя экспериментальные погрешности еще велики. Экспериментальная величина относительной вероятности распада $\pi^0 \rightarrow e^+e^-$ имеет большие статистические погрешности, которые приведены на 90%-ном уровне достоверности. Значения для остальных величин являются предсказаниями модели, и поэтому представляет интерес эксперимент, где бы они были измерены с достаточной точностью.

Формфактор пиона. В настоящее время электромагнитный формфактор пиона измерен в интервале $-10 \text{ ГэВ} \leq t \leq 10 \text{ ГэВ}^2$ (см., например, [39–42]). В последние годы в экспериментах на установках со встречными электрон-позитронными пучками в Новосибирске [40] и Орсе [41] получено большое количество прецизионных данных для $F_\pi(t)$ во времениподобной области. А в недавних опытах по упругому рассеянию при энергии 300 ГэВ группой NA-7 на пионном пучке SPS ЦЕРН получены новые надежные данные для пионного формфактора в пространственноподобной области при малых значениях переданного импульса [42]. Прецизионные экспериментальные данные позволяют, с одной стороны, уточнить значения массы и ширины ρ -мезона, среднеквадратичного радиуса пиона (r_π^2), длины рассеяния a_1^+ и поведение фазовой кривой $\delta_1^+(t)$, а также

определить параметры более тяжелых резонансов, например, ρ' (1250) и ρ'' (1600). С другой стороны, надежные экспериментальные данные для $F_\pi(t)$ позволяют проверять различные теоретические модели.

Рассмотрим поведение электромагнитного формфактора пиона в МКК в пространственноподобной области $t \equiv q^2 = -Q^2 \leq 0$,

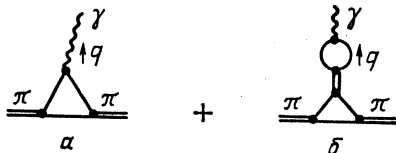


Рис. 8. Кварковые диаграммы, описывающие электромагнитный формфактор пиона

где q — переданный импульс. Соответствующие диаграммы изображены на рис. 8. Вклады от треугольной кварковой диаграммы рис. 8, а и резонансной рис. 8, б записываются в следующем виде:

$$F_\pi^{(a)}(t) = \frac{R_{VPP}(w)}{R_{VPP}(0)} ;$$

$$F_\pi^{(b)}(t) = \frac{R_{VPP}(w)}{R_{VPP}(0)} \frac{wR_V(w)}{w_\rho R_V(w_\rho) - wR_V(w)} , \tag{62}$$

где $w = t/\Lambda^2$, $w_\rho = m_\rho^2/\Lambda^2$. Функции $R_{VPP}(w)$, $R_V(w)$ приведены в табл. 1. Формфактор пиона описывается формулой

$$F_\pi(t) = F_\pi^{(a)}(t) + F_\pi^{(b)}(t) = \frac{R_{VPP}(w)}{R_{VPP}(0)} \frac{w_\rho R_V(w_\rho)}{w_\rho R_V(w_\rho) - wR_V(w)} . \tag{63}$$

В случае когда кварковые петли не зависят от импульса, выражение (63) совпадает с соответствующим выражением для пионного формфактора в МВД.

Представляет интерес сравнить вклады от диаграмм рис. 8, а, б в электромагнитный радиус пиона:

$$\left. \begin{aligned} \langle r_\pi^2 \rangle^{(a)} &= 6 \frac{R'_{VPP}(0)}{R_{VPP}(0)} = \frac{6}{m_\rho^2} \left[\frac{w_\rho}{3B_0} \right] = 0,15 \text{ фм}^2; \\ \langle r_\pi^2 \rangle^{(b)} &= \frac{6}{m_\rho^2} \frac{R_V(0)}{R_V(w_\rho)} = 0,28 \text{ фм}^2; \\ \langle r_\pi^2 \rangle &= \langle r_\pi^2 \rangle^{(a)} + \langle r_\pi^2 \rangle^{(b)} = 0,43 \text{ фм}^2. \end{aligned} \right\} \tag{64}$$

Таким образом, резонансная диаграмма за счет учета кварковой структуры пиона дает значение, меньшее предсказания МВД ($\langle r_\pi^2 \rangle_{\text{МВД}} = 0,39 \text{ фм}^2$). Однако существенную роль играет вклад от треугольной диаграммы. Наш результат находится в хорошем согласии с недавними экспериментальными данными $\langle r_\pi^2 \rangle = (0,439 + 0,030) \text{ фм}^2$ [87].

Поведение пионного формфактора в пространственноподобной области ($0 \leq Q^2 \equiv -t \leq 10 \text{ ГэВ}^2$) показано на рис. 9. Видно, что

экспериментальные данные описываются достаточно хорошо. Отметим, что диаграмма рис. 8, б доминирует для больших значений $Q^2 \gtrsim 2 \text{ ГэВ}^2$.

Для того чтобы описать поведение формфактора во времениподобной области $t > 0$, необходимо учесть следующее по $1/N_c$ -приближение, которое приведет к появлению мнимой части в форм-

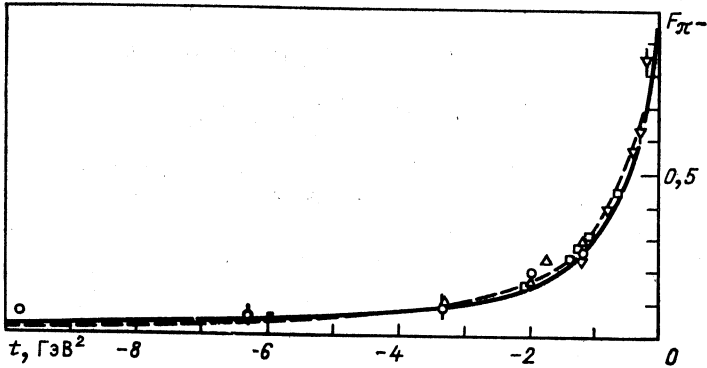
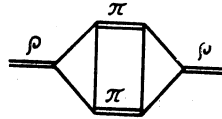


Рис. 9. Формфактор пиона в пространственноподобной области: сплошная кривая — МКК; штриховая — правила сумм КХД [43]; точки — компиляция экспериментальных данных из работы [44]

факторе пиона, соответствующей двухчастичной пороговой особенности. В данной работе мы ограничимся простейшим случаем: при получении полного пропагатора ρ -мезона будем суммировать не только однопетлевые диаграммы (см. рис. 6, а), но также мнимую часть

Рис. 10. Диаграмма, описывающая массовый оператор ρ -мезона во втором приближении по $1/N_c$



диаграммы рис. 10. Мнимая часть диаграммы рис. 10 на массовой поверхности ρ -мезона непосредственно связана с шириной распада $\rho \rightarrow \text{пл}$. Поэтому для формфактора пиона имеем модифицированную формулу Брейта — Вигнера

$$F_\pi(t) = \frac{R_{VPP}(w)}{R_{VPP}(0)} \frac{w_\rho R_V(w_\rho) - iJ(w)}{w_\rho R_V(w_\rho) - w R_V(w) - iJ(w)}; \quad (65)$$

$$J(w) = \frac{\pi}{12} \left[1 - \frac{4w_\pi}{w} \right]^{3/2} w \left[\frac{R_{VPP}(w)}{R_{VPP}(0)} \right]^2. \quad (66)$$

И соответственно

$$\text{Re } F_\pi(t) = \frac{R_{VPP}(w)}{R_{VPP}(0)} \frac{[w_\rho R_V(w_\rho)(w_\rho R_V(w_\rho) - w R_V(w)) + J^2(w)]}{[w_\rho R_V(w_\rho) - w R_V(w)]^2 + J^2(w)}; \quad (67)$$

$$\text{Im } F_\pi(t) = \frac{R_{VPP}(w)}{R_{VPP}(0)} \frac{w R_V(w) J(w)}{[w_\rho R_V(w_\rho) - w R_V(w)]^2 + J^2(w)}. \quad (68)$$

Результаты численных расчетов по формулам (67) и (68) приведены на рис. 11. Для сравнения мы приводим вычисления с модифицированной функцией (66):

$$\tilde{J}(w) = \left(\frac{w_\rho}{w} \right) J(w). \quad (69)$$

Отметим, что формулы (66) и (69) различаются способом выхода за массовую поверхность ρ -мезона:

$$(66): \quad m_\rho \Gamma_\rho(w_\rho) \rightarrow \sqrt{t} \Gamma_\rho(\sqrt{t});$$

$$(69): \quad m_\rho \Gamma_\rho(m_\rho) \rightarrow m_\rho \left(\frac{m_\rho}{\sqrt{t}} \right) \Gamma_\rho(\sqrt{t}).$$

В данной работе формулы (66) и (69) рассматриваются лишь как простейшие возможности учета мнимой части формфактора пиона.

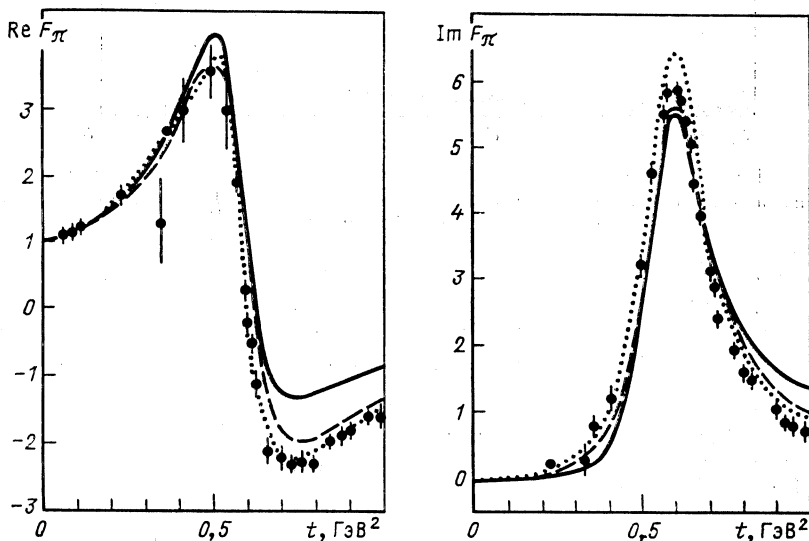


Рис. 11. Реальная и мнимая части $F_\pi(t)$:

сплошная кривая — расчет с $J(w)$ в форме (66), штриховая — (69); точки — результат дисперсионных подходов [45]; точечная кривая — результат анализа экспериментальных данных в модели Гунариса — Сакураи [46].

Окончательный ответ должен быть получен лишь после расчета всех диаграмм в первом по $1/N_c$ -разложении.

Таким образом, хотя мы ограничились здесь только однопетлевым приближением и простейшей аппроксимацией пропагатора ρ -мезона, наши расчеты вплоть до $t \simeq 0,8$ ГэВ² неплохо согласуются с результатами анализа экспериментальных данных $F_\pi(t)$ в рамках дисперсионных соотношений [45] и по улучшенной модели Гунариса и Сакураи с учетом $\rho - \omega$ -интерференции [46].

На рис. 12 представлено сравнение численных расчетов для

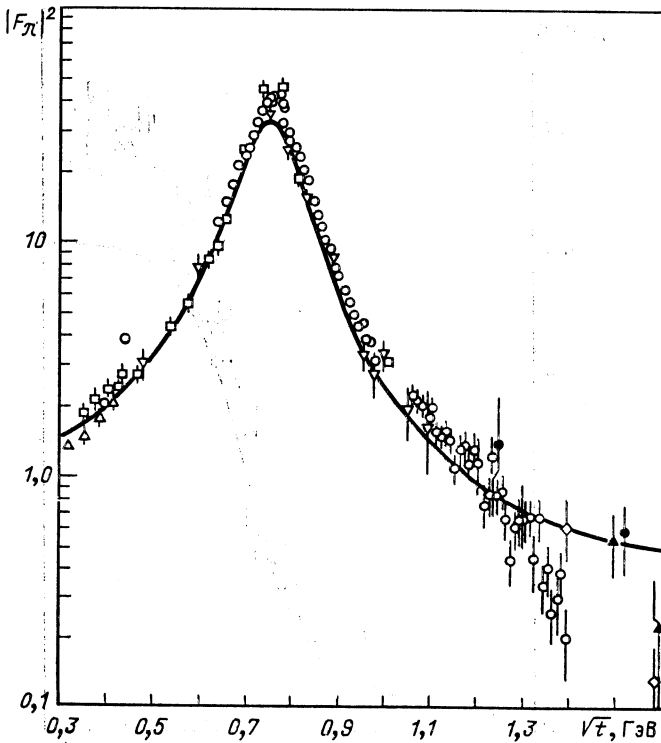


Рис. 12. Поведение $|F_\pi(t)|^2$ при $0,3 \leq \sqrt{t} \leq 1,6$ ГэВ: сплошная кривая — МКК; экспериментальные точки [40]

$|F_\pi(t)|^2$ с последними экспериментальными данными [40]. Предсказания МКК для $|F_\pi(t)|^2$ неплохо согласуются с экспериментальными данными [40] до $\sqrt{t} \simeq 1,3$ ГэВ.

Известно, что в силу условия унитарности фаза $\delta_\pi(t)$ электромагнитного формфактора пиона

$$\operatorname{tg} \delta_\pi(t) = \frac{\operatorname{Im} F_\pi(t)}{\operatorname{Re} F_\pi(t)} \quad (70)$$

в точности совпадает с фазой $\delta_1^1(t)$ упругого лл-рассеяния в интервале $4m_\pi^2 \leq t \leq 16m_\pi^2$. Однако в силу того, что параметр неупругости $\eta_1^1(t)$ мало отличается от единицы вплоть до $t \simeq 2$ ГэВ², можно предположить, что

$$\delta_1^1(t) = \delta_\pi(t) \quad (71)$$

в более широком интервале t (см., например, [45]). Мы воспользуемся (70) и, в соответствии с (67) и (68), вычислим фазу $\delta_1^1(t)$ упругого лл-рассеяния. Численные результаты показаны на рис. 13. Можно сказать, что МКК вполне удовлетворительно описывает экспериментальные значения для фазы $\delta_1^1(t)$ до $\sqrt{t} \simeq 0,8$ ГэВ.

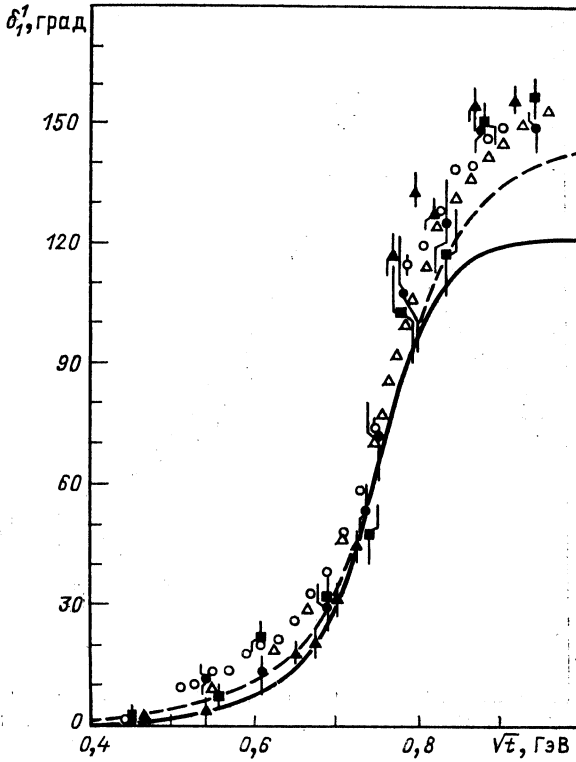


Рис. 13. Фаза δ_1^I π -рассеяния:
 сплошная кривая — МКК. Точки — экспериментальные
 данные; \circ — [47]; Δ — [48]; \bullet , \blacktriangle , \blacksquare — [49]

Интересно отметить, что в случае (69) предсказания МКК для $|F_\pi(t)|$ удивительным образом согласуются с экспериментом вплоть до $t \approx 10 \text{ ГэВ}^2$ (рис. 14).

Мы рассматриваем полученные результаты как предварительные. Необходимо, во-первых, сделать последовательные вычисления во втором по $1/N_c$ -приближении и, во-вторых, ввести в рассмотрение более тяжелые резонансы, например, ρ' -мезон. Такую работу планируется провести в будущем.

Распад $\pi^- \rightarrow e\nu$. Электрослабый распад $\pi^- \rightarrow e\nu$ интересен прежде всего тем, что структурно зависящая часть амплитуды характеризуется двумя формфакторами:

$$M_{SD}^{\mu\nu}(p, q) = [g^{\mu\nu}pq - p^\mu q^\nu] f_A(q^2) - i\epsilon^{\mu\nu\alpha\beta} p^\alpha q^\beta f_V(q^2), \quad (72)$$

где p, q — импульсы пиона и фотона, соответственно. Экспериментально измеряется величина

$$\gamma = f_A(0)/f_V(0). \quad (73)$$

До недавнего времени эксперимент с одинаковой вероятностью давал два различных по знаку значения для γ [50]:

$$\gamma = 0,44 \pm 0,12 \text{ или } \gamma = -2,36 \pm 0,12.$$

Последние эксперименты, выполненные в SIN [51, 52] и LAMPF [53], позволили выбрать положительное значение γ (см. табл. 11).

Процесс $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$ рассматривался во многих теоретических работах (см. обзор [55]). Предсказания для значений γ разнообразны,

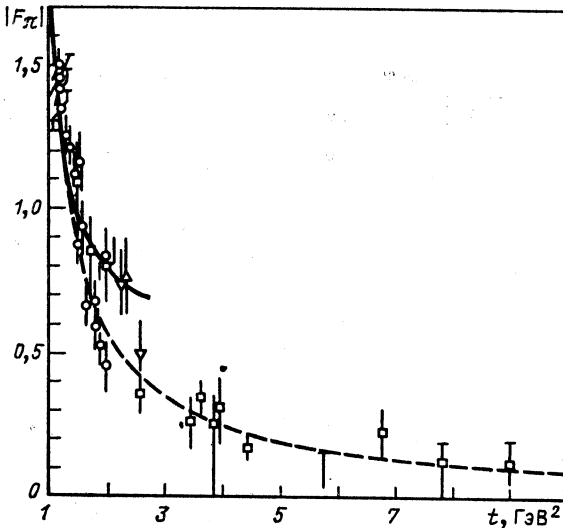


Рис. 14. Поведение $|F_\pi(t)|$ при $1 \leq t \leq 10$ ГэВ²:

сплошная кривая — расчет с $J(w)$ в форме (66); штриховая — (69); точки — компиляция экспериментальных данных [40]

а порой противоречивы. Особая ситуация сложилась в релятивистских кварковых моделях [56, 57, 96]. Оказалось, что если при описании распада $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$ ограничиться диаграммой типа рис. 15, а, то $\gamma = 1$. Требуются дополнительные предположения, чтобы получить другое значение γ . На наш взгляд, наиболее естественным с физической точки зрения выглядит предположение о необходимости учета промежуточного a_1 (1275)-мезона [56, 96] при описании данного процесса. Учет a_1 -мезона в релятивистских кварковых моделях приводит к появлению дополнительной диаграммы типа рис. 15, б. Следует подчеркнуть, что кварковая петля, соответствующая переходу $a_1 \rightarrow e\nu$, содержит в локальном пределе квадратичную расходимость, в отличие от диаграммы рис. 15, а, которая содержит только логарифмическую расходимость. Поэтому стандартные рецепты учета расходимостей, принятые в релятивистских кварковых моделях [56, 57], в непосредственном виде неприменимы.

В МКК расчет диаграмм рис. 15 не представляет трудностей. В результате вычислений получаем

$$\gamma = 1 - \frac{2h_A}{w_A} \left[\frac{2A_0 B_0}{a_0} - B_1 \right] = 0,78. \tag{74}$$

Видно, что данное значение находится в соответствии с последними экспериментальными данными и результатами работы [58] ($\gamma = 0,7$).

В связи с существенным вкладом промежуточного a_1 -мезона в аксиальный формфактор в $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$, представляет интерес вычислить наблюдаемые характеристики a_1 -мезона. Рассмотрим сильный распад

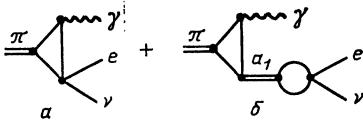


Рис. 15. Диаграммы, описывающие структурно-зависящую часть амплитуды распада $\pi^- \rightarrow e\nu\gamma$

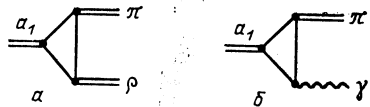


Рис. 16. Диаграммы, описывающие распада $a_1 \rightarrow \rho\pi$ (а) и $a_1 \rightarrow \pi\gamma$ (б)

$a_1 \rightarrow \rho\pi$ и радиационный распад $a_1 \rightarrow \pi\gamma$. Соответствующие диаграммы изображены на рис. 16. Матричный элемент распада $a_1 \rightarrow \rho\pi$ записывается в виде

$$M^{\mu\nu}(q_1, q_2) = g^{\mu\nu} g_1^A(w_A) + [g^{\mu\nu} q_1 q_2 - q_1^\mu q_2^\nu] g_2^A(w_A, w_\rho), \tag{75}$$

где

$$g_1^A(w_A) = \Lambda \frac{4\pi}{\sqrt{6}} \sqrt{h_A h_\rho h_\pi} R_P(w_A);$$

$$g_2^A(w_A, w_\rho) = \frac{1}{\Lambda} \frac{4\pi}{\sqrt{6}} \sqrt{h_A h_\rho h_\pi} \frac{w_A R_{PVV}(w_A) - w_\rho R_{PVV}(w_\rho)}{w_A - w_\rho}.$$

Экспериментально измеряется как ширина распада $a_1 \rightarrow \rho\pi$, так и отношение G_D/G_S , характеризующее относительный вклад D - и S -волн. Величины G_D и G_S связаны с $g_{1,2}^A$ в (75) стандартным образом [60]. Из табл. 6 видно, что ширина распада $a_1 \rightarrow \rho\pi$ несколько выше имеющегося экспериментального значения. Малое значение отношения G_D/G_S согласуется с экспериментальными данными [61], свидетельствующими об отсутствии D -волнового вклада в $\Gamma(a_1 \rightarrow \rho\pi)$. Следует отметить, что при описании распада $a_1 \rightarrow \rho\pi$ существенную роль играют недиагональные $\pi - a_1$ -переходы [58], которые мы не рассматриваем в этой работе. По-видимому, их учет понизит значение ширины распада $a_1 \rightarrow \rho\pi$ [58, 59].

Матричный элемент распада $a_1 \rightarrow \pi\gamma$ определяется диаграммами рис. 16, б и имеет калибровочно-инвариантный вид:

$$M(a_1 \rightarrow \pi\gamma) = \varepsilon^\mu(p) \varepsilon^\nu(q) i e [g^{\mu\nu} p q - p^\nu q^\mu] \frac{g_{a_1 \pi \gamma}}{m_{a_1}^2},$$

где константа $g_{a_1\pi\gamma}$ связана с функциями $g_{1,2}^A$ в (75) (см. [59]). Результат вычислений для ширины распада $a_1 \rightarrow \pi\gamma$ приведен в табл. 6. Имеющиеся экспериментальные данные весьма не точны, и поэтому полученный результат можно рассматривать как предсказание.

Таблица 6. Ширины распадов $a_1 \rightarrow \rho\pi$ и $a_1 \rightarrow \pi\gamma$, отношение аксиального и векторного формфакторов в распаде $\pi \rightarrow e\nu\gamma$

Процесс	Наблюдаемая величина	МКК	Эксперимент
$a_1 \rightarrow \rho\pi$	$\Gamma, \text{ МэВ}$ $D = G_D/G_S$	498 $2,6 \cdot 10^{-3}$	345 ± 45 [38] ~ 0 [61]
$a_1 \rightarrow \pi\gamma$	$\Gamma, \text{ кэВ}$	518	640 ± 246 [38]
$\pi \rightarrow e\nu\gamma$	$\gamma = f_A(0)/f_V(0)$	0,78	$0,52 \pm 0,06$ [51] $0,7 \pm 0,5$ [52] $0,39 \pm 0,06$ [53] $0,67 \pm 0,09 \pm 0,16$ [54]

Электромагнитные радиусы каонов и параметры K_{l_3} -распада.
Электромагнитные формфакторы заряженных и нейтральных каонов

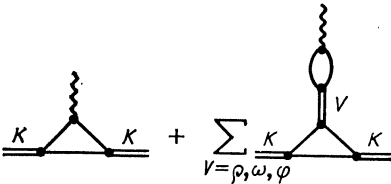


Рис. 17. Диаграммы, описывающие электромагнитный формфактор каона

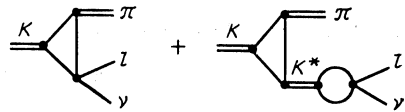


Рис. 18. Диаграммы, описывающие распад $K \rightarrow \pi l \nu$

определяются диаграммами рис. 17 и записываются в виде

$$F_{K^+}(t) = F_{\Delta}^+(t) + F_{\rho}(t) + F_{\omega}(t) - F_{\phi}(t),$$

$$F_{K^0}(t) = F_{\Delta}^0(t) - F_{\rho}(t) + F_{\omega}(t) - F_{\phi}(t),$$

где $t = q^2$, q — переданный импульс.

Значения для электромагнитных радиусов каонов, вычисленные по стандартной формуле

$$\langle r_K^2 \rangle = 6 F'_K(0),$$

приведены в табл. 7. Видно, что имеется согласие с экспериментальными значениями.

Распад $K \rightarrow \pi l \nu (K_{l_3})$ определяется диаграммами рис. 18 и записывается в виде

$$M^{\mu}(p_1, p_2) = F_+(t) (p_1 + p_2)^{\mu} + F_-(t) (p_1 - p_2)^{\mu}.$$

Т а б л и ц а 7. Электромагнитный радиус каона и параметры K_{l_3} -распада

Величина	МКК					Эксперимент
	Вклады отдельных диаграмм					
	Δ	ρ	ω	φ	Сумма	
$\langle r^2 \rangle_{K^+}$, фм ²	0,10	0,078	0,026	-0,027	0,18	$0,26 \pm 0,07$ [38]
$\langle r^2 \rangle_{K^0}$, фм ²	0,009	-0,078	0,026	-0,027	-0,07	$-0,05 \pm 0,026$ [88] $0,08 \pm 0,05$ [89]
λ_+	0,037					$0,029 \pm 0,004$ [90]
λ_0	0,0034					$0,0032 \pm 0,0099$ [38]
$\xi(0)$	-0,39					$-0,35 \pm 0,14$ [38]

Используя стандартную параметризацию для формфакторов [29]:

$$F_{\pm}(t) = F_{\pm}(0) \left[1 + \lambda_{\pm} \frac{t}{m_{\pi}^2} \right],$$

определяем параметры K_{l_3} -распада:

$$\lambda_{\pm} = \frac{m_{\pi}^2}{F_{\pm}(0)} F'_{\pm}(0),$$

$$\xi(0) = F_-(0)/F_+(0).$$

Их значения приведены в табл. 7. Представляет интерес проверить соотношение Каллана — Треймана — Окубо — Пандита [29]:

$$F_+(m_K^2) + F_-(m_K^2) = f_K/f_{\pi}. \quad (76)$$

Для этого достаточно вычислить значение формфакторов $F_{\pm}(t)$ в точке m_K^2 . Оказалось, что

$$F_+(m_K^2) + F_-(m_K^2) = 0,9 f_K/f_{\pi},$$

т. е. соотношение (76) выполняется с 10%-ной погрешностью.

6. РОЛЬ СКАЛЯРНЫХ МЕЗОНОВ В НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКЕ

Скалярные 0^{++} -мезоны играют существенную роль в низкоэнергетической физике адронов. Линейная реализация киральной симметрии потребовала введения σ -частиц [29], что оказалось весьма удобным для построения феноменологических киральных лагранжианов, описывающих низкоэнергетические соотношения алгебры токов. Феноменологический анализ и модельные рассмотрения [11, 62]

процессов, которые допускают существование промежуточных скалярных состояний (лл-рассеяние, поляризуемость пионов, распады $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 2\gamma$ и т. п.), показали, что для описания экспериментальных данных необходимо введение ϵ -мезона (или σ -мезона) с массой 600—800 МэВ. Надежные экспериментальные данные, указывающие на его существование, пока отсутствуют. В настоящее время экспериментально установлено существование следующих низших скалярных состояний [38]: a_0 (980); f_0 (975); f_0 (1300), K_0^* (1350). Для некоторых из них измерены парциальные ширины.

С точки зрения их кваркового состава предположение о том, что скалярные мезоны являются двухкварковыми состояниями, не противоречит современным экспериментальным данным, хотя имеются исследования [63], в которых скалярные мезоны рассматриваются как четырехкварковые системы. Кроме того, нельзя исключить возможности, что синглетные 0^{++} -состояния являются смесью кварковых и глюонных состояний [64].

В развиваемом нами подходе будем рассматривать скалярные мезоны (a_0 , f_0 , ϵ , K_0^*) как двухкварковые состояния, описываемые лагранжианом (46).

В соответствии с низкоэнергетической феноменологией будем считать массу ϵ -мезона и угол смешивания свободными параметрами.

Обсудим более подробно выбор матрицы $\Gamma_S = I - i H \overset{\leftrightarrow}{\hat{\partial}} / \Lambda$, определяющей квантовые числа 0^{++} . С этой целью рассмотрим диаграмму рис. 2,б, где $\Gamma_1 = \Gamma_S$, $\Gamma_2 = \Gamma_3 = \gamma^5$, описывающую распад $S \rightarrow PP$. Соответствующий структурный интеграл, вычисленный при нулевых массах конечных состояний и нормированный к единице при $m_S = 0$, записывается в виде

$$\left. \begin{aligned} I_H(w_S) &= [I_0(w_S) - 4HI_1(w_S)]/I_H(0); \\ I_0(w) &= A_0 - w \int_0^1 du a \left(-u \frac{w}{4}\right) \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1-u}}{1 - \sqrt{1-u}} - \sqrt{1-u} \right]; \\ I_1(w) &= B_1 + \frac{w^2}{32} \int_0^1 du ub \left(-u \frac{w}{4}\right) \left[\frac{1}{2} \ln \frac{1 + \sqrt{1-u}}{1 - \sqrt{1-u}} - \sqrt{1-u} \right]. \end{aligned} \right\} (77)$$

На рис. 19 представлены графики зависимости $I_H(w_S)$ от массы m_S для различных значений H . Видно, что в случае $H = 0$, $I_0(w_S)$ обращается в нуль при $m_S \simeq 1070$ МэВ. Такая зависимость при $H = 0$ приводит к тому, что теоретическое значение ширины распада $f_0(975) \rightarrow \pi\pi$ оказывается значительно заниженным ($\Gamma \simeq 1$ МэВ) по сравнению с экспериментальным значением $\Gamma_{\text{exp}} = (26 \pm 5)$ МэВ.

Данный результат, соответствующий простейшему выбору скалярного двухкваркового тока с $\Gamma_S = I$, по-видимому, свидетельствует

в пользу более сложной структуры скалярных мезонов. Вполне возможно, что в скалярных мезонах значительную роль играет четырехкварковая компонента кваркового тока (детальный анализ этой проблемы см. в [63]). Мы планируем провести такой анализ

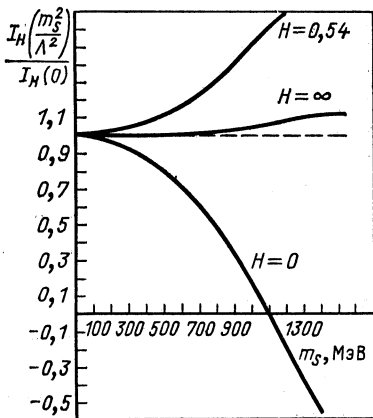
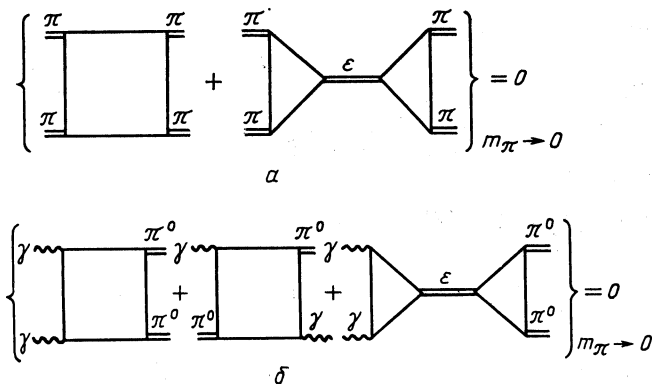


Рис. 19. Графики зависимости структурно-го интеграла $I_H\left(\frac{m_S^2}{\Lambda^2}\right)$, определяющего распад $S \rightarrow PP$, от массы скалярного мезона m_S для различных значений параметра H

Рис. 20. Условие самосогласованности Адлера



в будущем. В настоящей работе ограничимся тем, что рассмотрим дополнительное двухкварковое взаимодействие с производной, как это записано в (46), и будем считать параметр H свободным.

За основу фитирования параметров H , δ_S и m_e , характеризующих скалярные мезоны как двухкварковые состояния, возьмем, во-первых, условие самосогласованности Адлера [29], означающее равенство нулю амплитуд $\pi\pi \rightarrow \pi\pi$ и $\pi^0\gamma \rightarrow \pi^0\gamma$ в пределе $m_\pi \rightarrow 0$ (рис. 20), и, во-вторых, экспериментальные значения ширины распада $a_0 \rightarrow \pi\pi$ и s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния: a_0^2 и a_s^2 . Условие самосогласо-

ванности записывается в следующем виде:

$$5b_0 = 2\Lambda^2 \cos \delta_S a_0 [A_0 - 4HB_1] (5 \cos \delta_S - \sqrt{2} \sin \delta_S) h_\epsilon D_\epsilon(0); \quad (78a)$$

$$B_0 = 2\Lambda^2 \cos^2 \delta_S [A_0 - 4HB_1]^2 h_\epsilon D_\epsilon(0), \quad (78b)$$

где a_0 , b_0 , A_0 , B_0 , и B_1 — параметры модели [см. (55)]. Для фитирования удобно использовать частное от деления равенств (78b) и (78a),

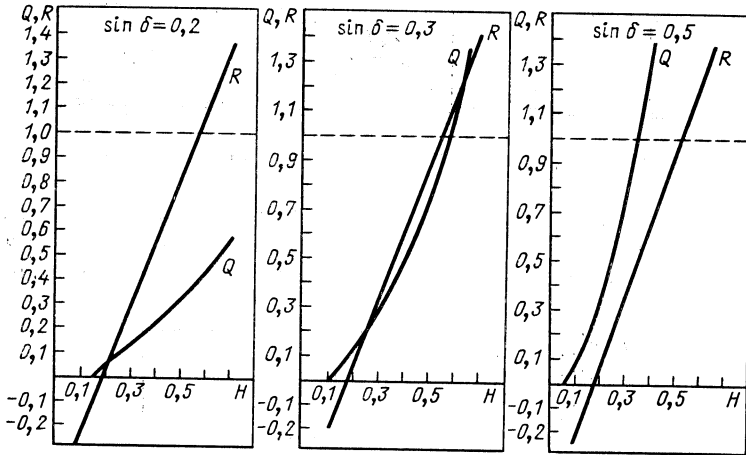


Рис. 21. Графики зависимости $R(H, \sin \delta_S)$ и $Q(H, \sin \delta_S)$ от параметра H для различных значений $\sin \delta_S$

которое не содержит массы ϵ -мезона, и рассматривать отношение

$$R = \frac{5b_0 \cos \delta_S [A_0 - 4HB_1]}{B_0 a_0 (5 \cos \delta_S - \sqrt{2} \sin \delta_S)} = 1, \quad (79)$$

содержащее только параметры H и δ_S .

Матричный элемент, соответствующий распаду $f_0 \rightarrow \pi\pi$, равен

$$g_{f_0, \pi\pi} = 4 \sin \delta_S \Lambda h_\pi \sqrt{\frac{h_{f_0}}{6}} [I_0(w_S) - 4HI_1(w_S)]$$

и, соответственно, ширина распада:

$$\Gamma(f_0 \rightarrow \pi\pi) = \frac{3}{32\pi} m_{f_0} \sqrt{1 - \frac{4m_\pi^2}{m_{f_0}^2} \frac{g_{f_0, \pi\pi}^2}{m_{f_0}^2}}. \quad (80)$$

На рис. 21 изображены графики функций

$$R(H, \sin \delta_S) \text{ и } Q(H, \sin \delta_S) = \frac{\Gamma^{\text{th}}(f_0 \rightarrow \pi\pi)}{\Gamma^{\text{exp}}(f_0 \rightarrow \pi\pi)}$$

в зависимости от H для различных значений $\sin \delta_s$. Оптимальные значения параметров H и $\sin \delta_s$, при которых значения R и Q близки к единице, равны:

$$H = 0,55; \quad \sin \delta_s = 0,3; \quad \delta_s = 17^\circ. \quad (81)$$

Массу ϵ -мезона определим из условия наилучшего согласия значений s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0 и a_0^2 с имеющимися экспе-

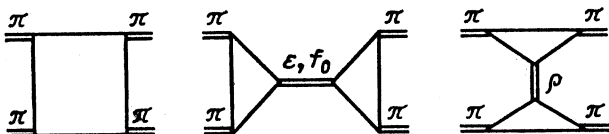


Рис. 22. Диаграммы, описывающие $\pi\pi$ -рассеяние

риментальными данными [65]. Амплитуда $\pi\pi$ -рассеяния описывается диаграммами рис. 22. На рис. 23 изображены зависимости a_0^0 и a_0^2 от массы ϵ -мезона. Видно, что наилучшее согласие с имеющимися

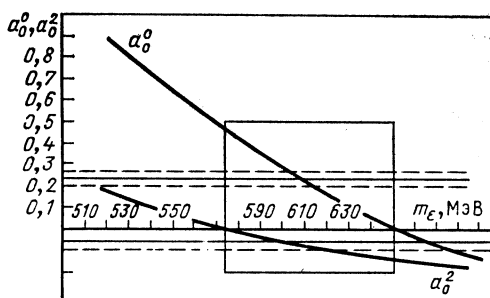


Рис. 23. Графики зависимости s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния от массы ϵ -мезона

экспериментальными данными достигается, когда

$$m_\epsilon = 600 \text{ МэВ.}$$

Следует отметить, что экспериментальное измерение длин и фаз $\pi\pi$ -рассеяния является сложной задачей, поскольку непосредственное изучение $\pi\pi$ -рассеяния недоступно прямому эксперименту, и поэтому данная информация извлекается косвенным образом из других процессов (например, из данных по распаду $K \rightarrow e\nu\pi\pi$ [65] или неупругому рассеянию $\pi N \rightarrow \pi N$ [66]).

Трудности в непосредственном экспериментальном измерении длин и фаз $\pi\pi$ -рассеяния побуждают к поиску других возможностей измерения этих характеристик с меньшими ошибками. Одним из таких экспериментов является генерация и измерение времени

жизни атомов, составленных из π^+ , π^- -мезонов, $A_{2\pi}$, как было предложено в [68]. Вероятность распада атома $A_{2\pi}$ на два π^0 -мезона определяется выражением [69]

$$W[A_{2\pi} \rightarrow \pi^0\pi^0] = \frac{16\pi}{9} \left[\frac{2(m_{\pi^+} - m_{\pi^0})}{m_{\pi}} \right]^{1/2} |a_0^0 - a_0^2|^2 |\Psi(0)|^2,$$

где a_0^0 и a_0^2 — s -волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния с изоспином 0 и 2 соответственно; $\Psi(0)$ — значение волновой функции основного состояния атома в нуле. В эксперименте [68] могут быть независимо измерены значения $\Psi(0)$ и время жизни атома $A_{2\pi}$, что позволит непосредственно определить значение разности длин $\pi\pi$ -рассеяния. Была также указана принципиальная возможность измерения сдвига $2S - 2P$ -уровней.

Как показали расчеты [70], значение волновой функции в нуле $\Psi(0)$ мало отличается от соответствующего кулоновского значения. Следовательно, время жизни атома $A_{2\pi}$ определяется разностью s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния. В табл. 8 приведены значения времени жизни, вычисленные как в рамках МКК, так и в других подходах.

Таблица 8. s -Волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния и время жизни $A_{2\pi}$ -атома

Характеристика	Эксперимент		Алгебра токов	Модель сверхпроводящего тока [91]	МКК
	[65]	[66]			
$a_0^0 (m_{\pi} = 1)$	$0,26 \pm 0,05$	$0,23 \pm 0,03$	0,20	0,29	0,28
$a_0^2 (m_{\pi} = 1)$	$-0,028 \pm 0,012$	$-0,06 \pm 0,07$	-0,06	-0,025	-0,054
$\tau (A_{2\pi}), 10^{-15} \text{ с}$	$2,6 \pm 0,9$	$2,5 \pm 1,3$	3,1	2,1	1,9

Измерение времени жизни атома $A_{2\pi}$ позволит более точно установить значение массы промежуточного ϵ -мезона. Ширины сильных и радиационных распадов скалярных мезонов приведены в табл. 9. Они вычислены с полученными выше параметрами H , $\sin \delta_S$ и m_{ϵ} . Из приведенных распадов лишь распад $f_0 \rightarrow \pi\pi$ использовался при фитировании. Ширина распада $a_0 \rightarrow \eta\pi$ хорошо согласуется с экспериментом.

Перейдем к вычислению электрической и магнитной поляризуемостей π^+ и π^0 -мезонов. Значения этих параметров извлекаются из амплитуды комптоновского рассеяния γ -кванта на π -мезоне. Матричный элемент процесса $\pi\gamma \rightarrow \pi\gamma$ на массовой поверхности фотонов в общем виде записывается следующим образом [71]:

$$M_{\mu\nu}(\pi\gamma \rightarrow \pi\gamma) = - \sum_{a=1}^2 T_{\mu\nu}^a F_a(s, t), \quad (82)$$

Таблица 9. Ширины сильных и радиационных распадов скалярных мезонов

Процесс	МКК	Эксперимент [38]
$f_0 \rightarrow \pi\pi$	22 МэВ	(26 ± 5) МэВ
$a_0 \rightarrow \eta\pi$	56 МэВ	(54 ± 7) МэВ
$\epsilon \rightarrow \pi\pi$	360 МэВ	—
$f_0 \rightarrow \gamma\gamma$	0,37 кэВ	$< 0,8$ кэВ
$a_0 \rightarrow \gamma\gamma$	0,41 кэВ	$(0,19 \pm 0,07_{-0,07}^{+0,1})$ кэВ
$\epsilon \rightarrow \gamma\gamma$	0,33 кэВ	—

где

$$T_{\mu\nu}^1 = (q_1 p_1) q_{2\mu} p_{2\nu} + (q_2 p_2) q_{1\nu} p_{1\mu} - g_{\mu\nu} (p_1 q_1) (p_2 q_2) - p_{1\mu} p_{2\nu} (q_1 q_2);$$

$$T_{\mu\nu}^2 = g_{\mu\nu} q_1 q_2 - q_{1\nu} q_{2\mu};$$

$F_{1,2}(s, t)$ — формфакторы, определяемые внутренней структурой π -мезонов; q_1, q_2 — импульсы начального и конечного фотонов; p_1, p_2 — импульсы начального и конечного π -мезонов;

$$s = (p_1 + q_1)^2 = (p_2 + q_2)^2;$$

$$t = (p_1 - p_2)^2 = (q_1 - q_2)^2.$$

Можно показать [71], что электрическая и магнитная поляризуемости π -мезонов связаны с формфакторами $F_{1,2}$ следующими соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_\pi &= -\frac{F_1(m_\pi^2, 0) + F_2(m_\pi^2, 0)}{m_\pi} \\ \beta_\pi &= F_2(m_\pi^2, 0)/m_\pi. \end{aligned} \right\} \quad (83)$$

В табл. 10 приведены диаграммы, определяющие амплитуду процесса $\pi\gamma \rightarrow \pi\gamma$. Мы учитываем, наряду с четырехугольными, диаграммы с промежуточными скалярными, векторными и аксиально-векторными мезонами. Отметим, что вклад в F_1 дают только диаграммы с промежуточными векторными и аксиально-векторными мезонами.

Таблица 10. Поляризуемость пионов, 10^{-43} см^3

Диаграмма	α_{π^+}	α_{π^0}	β_{π^+}	β_{π^0}
	-0,615	-6,15	0,615	6,15
	6,55	6,55	-6,55	-6,55
	—	—	0,26	1,7
	-0,163	-1,46	0,115	1,5
Результат	5,77	-1,06	-5,56	2,8
Эксперимент [92]	$6,8 \pm 1,4 \pm 1,8$	—	—	—
Эксперимент [93]	—	< 35	—	—

ми. Формфакторы $F_{1,2}(m_\pi^2, 0)$ можно записать в виде:

$$\left. \begin{aligned} F_1(m_\pi^2, 0) &= F^V(m_\pi^2, 0) + F_1^A(m_\pi^2, 0); \\ F_2(m_\pi^2, 0) &= F^{\text{BOX}}(m_\pi^2, 0) + F^S(m_\pi^2, 0) + \\ &+ F_2^A(m_\pi^2, 0) - F^V(m_\pi^2, 0). \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

Подставляя (84) в (83), получаем значения электрической и магнитной поляризуемостей π^+ - и π^0 -мезонов. В табл. 10 приведены вклады в электрическую и магнитную поляризуемости π^+ - и π^0 -мезонов от различных диаграмм и суммарные значения этих параметров при $m_e = 600 \text{ МэВ}$. Основной вклад в поляризуемость π^+ -мезона вносят

диаграммы с промежуточными скалярными мезонами. Малое значение электрической поляризуемости π^0 -мезона обусловлено взаимным сокращением вкладов от четырехугольника и диаграмм с промежуточными скалярными мезонами, в соответствии с условием самосогласованности (78). Однако полного сокращения не происходит в связи с тем, что наряду с ε (600)-мезоном мы учитываем и f_0 (980)-мезон. Помимо скалярных промежуточных состояний нами рассматривались и векторные, и аксиально-векторные промежуточные мезоны. Заметную роль играют промежуточные ω (780)-, f_1 (1285)-мезоны при описании поляризуемости π^0 -мезона.

Полученное нами значение для α_{π^+} близко к значению [72]. Значение $\alpha_{\pi^+} + \beta_{\pi^+} = 0,21 \cdot 10^{-43} \text{ см}^3$ и положительно, что согласуется с результатом, полученным в подходе, основанном на использовании дисперсионных правил сумм [73]. Отличие от нуля указанного значения обусловлено вкладом псевдовекторных и векторных состояний.

Итак, нами вычислены электрические и магнитные поляризуемости π^+ - и π^0 -мезонов в модели конфаймированных кварков. При вычислении матричного элемента процесса $\pi\gamma \rightarrow \pi\gamma$ учтены диаграммы с промежуточными скалярными, векторными и аксиально-векторными состояниями. Оказалось, что основную роль при вычислении α_{π^+} и β_{π^+} играют диаграммы с промежуточным ε (600)-мезоном. Полученные результаты находятся в удовлетворительном согласии с экспериментальными данными и не противоречат результатам, полученным в рамках других подходов.

Проведенный анализ многочастичных процессов с участием промежуточных частиц показал, что существенную роль при их описании играют скалярные 0^{++} -мезоны, в особенности ε (600)-мезон. Оказалось, что в рамках МКК при рассмотрении скалярных мезонов как двухкварковых состояний возникает ряд особенностей. Так, выбор двухкваркового тока с квантовыми числами 0^{++} в простейшей форме без производных $J_{0^{++}} = \bar{q}Iq$ не позволяет получить правильного значения для ширины наблюдаемого распада $f_0 \rightarrow \pi\pi$. Поэтому мы рассмотрели более общую форму скалярного тока 0^{++} с производной

$$J_{0^{++}} = \bar{q} \overleftrightarrow{I} [I - iH\hat{\partial}/\Lambda] q, \text{ где } H \text{ — дополнительный свободный параметр.}$$

С помощью такой формы скалярной вершины было дано описание экспериментальных данных для s -волновых длин $\pi\pi$ -рассеяния, поляризуемостей пионов и ширин наблюдаемых распадов скалярных мезонов и проверены также основные низкоэнергетические соотношения киральных теорий для амплитуд $\pi\pi$ - и $\pi\gamma$ -рассеяния.

Естественно, введение дополнительного члена с производной в случае скалярных мезонов нельзя рассматривать как окончательное решение проблемы скалярных мезонов. В частности, подобные члены с производной возникают и в случае других мезонов (например, за счет учета недиагональных $\pi - a_1$ -переходов [11]). По всей видимости, для полного описания низкоэнергетической мезонной физики недо-

статочной аппроксимации полной глюонной функции Грина в (10) δ -функцией (7), что приводит к лагранжиану типа Намбу — Иона-Лазинио. Нужно рассматривать более общий вид функции Грина глюона (11), используя его при решении уравнений типа Бете — Солпитера для связанных состояний кварков. Такую работу мы планируем выполнить в дальнейшем.

Таким образом, проведенный анализ показал, что, во-первых, для описания многочастичных процессов в МКК ($l\bar{l} \rightarrow l\bar{l}$, $l\gamma \rightarrow l\gamma$) необходим легкий скалярный ϵ (600)-мезон, что находится в соответствии с другими подходами [11, 29, 62]. Во-вторых, полученные результаты для ширины распадов скалярных мезонов и угла смешивания можно рассматривать как косвенное указание на то, что скалярные мезоны имеют более сложную природу, чем простейшее двух-кварковое состояние.

7. НЕЛЕПТОННЫЕ РАСПАДЫ К-МЕЗОНОВ

Физика каонов чрезвычайно богата интересными физическими эффектами. Среди них особый интерес представляют нелептонные распады каонов. Изучение этих процессов помогает глубже понять структуру слабых взаимодействий, а также взаимосвязь слабых и сильных взаимодействий кварков. Кроме того, эмпирическое правило $\Delta I = 1/2$ не имеет полного теоретического обоснования, хотя этой проблеме посвящено довольно много работ [21]. Это правило состоит в том, что переходы с изменением изоспина I на $3/2$ существенно подавлены по сравнению с переходами с $\Delta I = 1/2$. На сегодняшний день в физике слабых взаимодействий наметилось два подхода к объяснению правила $\Delta I = 1/2$.

1) В лагранжиан вводятся члены, являющиеся произведением кварковых токов, так что нелептонные распады с $\Delta I = 3/2$ оказываются подавленными, например [74]. Этот путь является чисто феноменологическим и вряд ли может дать информацию о слабых и сильных взаимодействиях кварков.

2) Слабые взаимодействия кварков описываются стандартной моделью Вайнберга — Салама с учетом поправок КХД. Учет сильного взаимодействия кварков на малых расстояниях усиливает амплитуды $\Delta I = 1/2$. Однако этого усиления недостаточно для объяснения правила $\Delta I = 1/2$. Ищется дополнительный динамический механизм усиления переходов с $\Delta I = 1/2$, который связывается с вычислением матричных элементов переходов адроны — кварки на больших расстояниях.

Мы будем следовать по второму пути. Остановимся подробнее на слабом кварк-кварковом взаимодействии. Эффективный гамильтониан этого взаимодействия получается в модели Вайнберга — Салама при учете глюонных КХД-поправок, связанных с сильным взаимодействием кварков на малых расстояниях, и записывается в фор-

ме [75]:

$$H_{\text{ef}}^w = \frac{G_F}{2\sqrt{2}} \sin \theta_c \cos \theta_c \sum_{i=1}^6 c_i O_i, \quad (85)$$

где O_i — четырехкварковые локальные операторы [75]. Коэффициенты c_i зависят от масс W -бозона, c -кварка, а также параметров КХД: значения бегущей константы связи $\alpha_S = g^2(\mu)/4\pi$ и μ — точки нормировки [75].

Основная проблема состоит в вычислении матричных элементов операторов O_i в области низких энергий. С этой целью используются различные модели сильных взаимодействий [21]. Так, нелептонные распады каонов изучались в различных кварковых моделях [76—78] в дисперсионных подходах [79] и подходах, основанных на $1/N_c$ -разложении [80, 81]. В ряде подходов [77, 83] для вычисления матричного элемента двухчастичного распада $K \rightarrow 2\pi$ прибегают к методу алгебры токов. В работах [81, 83] для вычисления матричных элементов четырехкварковых операторов используется метод вакуумного прокладывания. Однако в последнее время использование этого метода критиковалось, например, в [84].

Предметом отдельной дискуссии является оператор O_5 . Этот оператор, дающий вклад в амплитуды с $\Delta I = 1/2$, содержит наряду с «левыми» и «правые» кварковые токи, в отличие от $O_1 - O_4$, состоящих только из левых токов. Имеются две противоположные точки зрения на роль O_5 в объяснении правила $\Delta I = 1/2$. В [83] утверждается, что операторы O_5, O_6 играют основную роль в усилении соответствующих амплитуд. В основополагающей работе [75], а также в [76] отмечается, что основную роль играет полюсный вклад от этих операторов, т. е. вклад от промежуточной скалярной (σ или ϵ) частицы. Напротив, в работах [79, 85] показано, что операторы O_5, O_6 не дают нужного усиления амплитуд с $\Delta I = 1/2$.

В модели кварковых петель [76] усиление амплитуд с $\Delta I = 1/2$ связано с большим вкладом от диаграмм с промежуточным ϵ (770)-мезоном. Результаты, полученные в [78, 83], зависят от большого числа параметров и от способа вычислений. В [78, 80] неплохое согласие с экспериментом достигается за счет введения феноменологических поправок к матричным элементам. В [82] согласие с экспериментом связано с подбором поправочного параметра к коэффициентам $c_1 - c_6$. В [86] для получения амплитуд нелептонных распадов предлагается ввести новое нейтральное взаимодействие. Результат зависит от выбора константы этого взаимодействия ($Ag_A = 30$).

Следует подчеркнуть, что усиление амплитуд переходов с $\Delta I = 1/2$ в [78, 80, 82, 83, 86] достигается введением дополнительных феноменологических параметров. Поэтому, несмотря на неплохое согласие с экспериментальными данными, полученное в перечисленных выше работах, проблему правила $\Delta I = 1/2$ нельзя считать решенной.

Мы также будем исходить из гамильтониана (85) рассматривая его как эффективный гамильтониан слабых нелептонных взаимодействий, описывающий переходы с $\Delta S = 1$. Будем считать, что коэффициенты c_i определяются формулами [21], а параметры μ и α_S будем выбирать из фитирования экспериментальных данных.

Диаграммы, определяющие амплитуды распадов $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$, $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$, изображены на рис. 24.

Матричные элементы распадов с $\Delta I = \frac{1}{2}$: $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$; $K_S^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$ определяются как контактными диаграммами, изображенными на

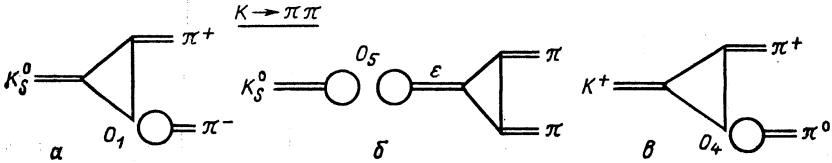


Рис. 24. Диаграммы, описывающие распад $K \rightarrow 2\pi$

рис. 24, а, так и полюсной диаграммой с промежуточным ϵ -мезоном, изображенной на рис. 24, б.

Диаграммы, определяющие амплитуды электромагнитных распадов нейтральных каонов, изображены на рис. 25. Надо отметить, что в этих распадах важную роль играют промежуточные состояния.

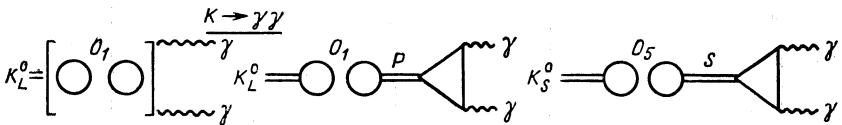


Рис. 25. Диаграммы, описывающие распад $K \rightarrow 2\gamma$

Фитирование параметров μ и α_S проводилось по хорошо установленным значениям ширин распадов $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$, $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^-$ и $K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma$. Численные значения коэффициентов $\{c_i, i = 1, \dots, 6\}$, полученные в результате фитирования, приведены в табл. 11. Для сравнения приведены коэффициенты, используемые в других подходах. Полученный нами набор коэффициентов наиболее близок к предлагаемому в работе [21].

В табл. 12 собраны результаты вычислений ширин распадов $K \rightarrow \rightarrow 2\pi, 2\gamma$ в МКК и в ряде других подходов. Наши результаты находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными. Следует отметить, что вычисление ширины распада $K_S^0 \rightarrow \gamma\gamma$ проведено с зафиксированными параметрами и поэтому является проверкой для сделанных предположений. Полученное значение для ширины

Таблица 11. Значения коэффициентов $\{c_i\}$

c_i	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5
МКК $\mu = 0,25$ ГэВ $\alpha_S = 0,45$	-1,97	0,115	0,093	0,47	-0,036
[21] $\alpha_S = 1$ $m_t = 40$ ГэВ	-2,38	0,10	0,084	0,42	-0,047
[94] $\alpha_S = 0,1$ $\mu = 3$ ГэВ	-3,04	0,32	0,22	1,23	-0,13
[82] $\alpha_S = 1, \varepsilon = 1,1$ $\Lambda = 0,1$ ГэВ	-5,11	0,02	0,04	0,2	-0,17
[83] $c_2, c_3, c_4 \rightarrow \frac{1}{4} (c_2, c_3, c_4)$ $c_5, c_6 \rightarrow 3(c_5, c_6)$	-2,538	0,0205	0,02	0,1	0,24

Таблица 12. Ширины распадов $K \rightarrow 2\pi, K \rightarrow 2\gamma$

Подход	$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-),$ 10^{-15} ГэВ	$\Gamma(K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0),$ 10^{-17} ГэВ	$\Gamma(K_L^0 \rightarrow \gamma\gamma),$ 10^{-21} ГэВ	$\Gamma(K_S^0 \rightarrow \gamma\gamma),$ 10^{-20} ГэВ
Модель киральных кварковых петель [76]	5,94	1,8	6,7	1,75
MIT-модель [78]	5,14	1,27	—	—
Метод гармонического осциллятора [78]	6,27	1,14	—	—
Модель вакуумного прокладывания [83]	4,98	0,21	—	—
Методы алгебры токов с продолжением в физическую область [82]	5,11	1,12	—	—
$1/N_c$ -разложение [80]	5,34	1,89	6,26	—
Модель с новым нейтральным взаимодействием [86]	5,58	2,19	—	—
Метод киральных лагранжианов [74]	4,85	—	—	—
МКК	5,38	1,24	7,18	1,53
Эксперимент	$5,06 \pm 0,03$ [38]	$1,13 \pm 0,01$ [38]	$7,68 \pm 0,21$ [95]	$1,84 \pm 0,92$ [95]

этого распада находится в согласии с недавно измеренным экспериментальным значением.

Представляется интересным выяснить роль различных операторов в усилении амплитуд процессов с $\Delta I = 1/2$. В табл. 13 приведены относительные вклады в $M(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$ от различных операторов O_i с учетом коэффициентов c_i : $M_{O_1-O_4}$ — вклад от операторов

Таблица 13. Относительные вклады в амплитуду распада $K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-$

$M(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$	$\frac{M_{O_1 - O_4}}{M}$	$\frac{M_{O_5}}{M}$	$\frac{M_{O_5}^\epsilon}{M}$
$38,2 \cdot 10^{-8}$ ГэВ	0,23	0,02	0,75

$O_1 - O_4$; $M_{O_5}^K$ — вклад от контактной диаграммы с O_5 ; $M_{O_5}^\epsilon$ — вклад от полюсной диаграммы с O_5 (диаграммы с промежуточным ϵ -мезоном). Как уже отмечалось, имеются две противоположные точки зрения на роль оператора O_5 в усилении амплитуд с $\Delta I = 1/2$. В [83] контактными диаграммам с O_5 отводится основная роль в объяснении правила $\Delta I = 1/2$, в [76] утверждается, что вклад $M_{O_1 - O_4}$ и M_{O_5} пренебрежимо мал по сравнению с вкладом от полюсной диаграммы с промежуточным ϵ -мезоном. С другой стороны, в [79] показывается, что вклад от O_5 , с учетом полюсных членов, составляет около 10% и основную роль играют операторы $O_1 - O_5$. Из табл. 13 видно, что в МКК существенны все три вклада в $M(K_S^0 \rightarrow \pi^+\pi^-)$. Усиление амплитуды с $\Delta I = 1/2$ за счет операторов $O_1 - O_4$ связано с коэффициентами $c_1 - c_4$, существенный вклад от O_5 связан с промежуточным ϵ -мезоном.

Таким образом, можно считать, что основную роль в объяснении правила $\Delta I = 1/2$ играет промежуточный скалярный мезон ϵ (600).

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н. Н. Ачасову, С. Б. Герасимову, А. Б. Говоркову, Ю. А. Гольфанду, М. К. Волкову, А. В. Ефремову, Б. Л. Иоффе, Л. Г. Ландсбергу, Д. Нардулли, В. А. Петрунькину, Е. П. Шабалину за плодотворные дискуссии и полезные замечания.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Nielsen H. B. Preprint NBI-HE-87-61, 1987.
- Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I.//Nucl. Phys. 1979. Vol. B147. P. 385.
- Боголюбов П. Н., Дорохов А. Е.//ЭЧАЯ. 1987. Т. 18. С. 917—959.
- Witten E.//Nucl. Phys. 1983. Vol. B223. P. 422—432.
- Gasser I., Leutwyler M.//Ann. of Phys. 1984. Vol. 158. P. 142—210.
- Карчев Н. И., Славнов А. А.//ТМФ. 1985. Т. 65. С. 192—200.
- Andrianov A.A., Novozhilov Yu.V.//Phys. Lett. 1985. Vol. B153. P. 422—426.
- Nambu Y., Yona-Lasinio G.//Phys. Rev. 1961. Vol. 122. P. 345—358.
- Eguchi T.//Phys. Rev. 1976. Vol. D14. P. 2755—2763.
- Coldman T., Haymaker R.W.//Phys. Rev. 1981. Vol. D24. P. 724—751
- Волков М. К.//ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. С. 433—471.
- Leutwyler H.//Nucl. Phys. 1981. Vol. B179. P. 129—170.
- Shuryak E.V.//Phys. Rep. 1984. Vol. 115. P. 151—314.
- Dyakonov D.I., Petrov V. Yu.//Nucl. Phys. 1984. Vol. B245. P. 259—292.
- Matinyan S.G., Savvidy G.K.//Nucl. Phys. 1978. Vol. B134. P. 539—545.
- Ambjorn J., Nielsen N.K., Olesen P.//Nucl. Phys. 1979. Vol. B152. P. 75—96.

17. Finjord J.//Nucl. Phys. 1982. Vol. B194. P. 77—92.
18. 'T Hooft G.//Phys. Rev. 1976. Vol. D14. P. 3432—3450.
19. Carlitz R.D., Creamer D.B.//Ann. of Phys. 1979. Vol. 118. P. 429—475.
20. Callan C. G., Dashen R., Gross D.J.//Phys. Rev. 1978. Vol. D17. P. 2717—2763; Phys. Rev. 1979. Vol. D19. P. 1826—1855.
21. Donogue J., Golowich E., Holstein B.//Phys. Rep. 1986. Vol. 131. P. 319—429.
22. Славнов А. А., Фаддеев Л. Д. Введение в квантовую теорию калибровочных полей. М.: Наука, 1988.
23. Dhar A., Shanhar R., Wadia S.R.//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 3256—3266.
24. Hayashi K., Hirayama M., Muta T.e.a.//Fortschr. Phys. 1967. Vol. 15. P. 625—660.
25. Ефимов Г. В., Иванов М. А.//ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 1219—1274.
26. Ефимов Г. В. Нелокальные взаимодействия квантованных полей. М.: Наука, 1977.
27. Ефимов Г. В., Иванов М. А., Любовицкий В. Е. ОИЯИ P2-87-776. Дубна, 1987.
28. Газиорович С. Физика элементарных частиц. М.: Наука, 1969.
29. Де Альфаро В., Фубини С., Фурлан Г., Рассетти К. Токи в физике адронов. Пер. с англ. М.: Мир, 1976.
30. Ченг Т.-П., Ли П.-Ф. Калибровочные теории в физике элементарных частиц. М.: Мир, 1987.
31. Ландсберг Л. Г.//УФН. 1985. Т. 146. С. 185—236.
32. Fischer J., Extermann P., Guisan O.e.a.//Phys. Lett. 1978. Vol. B73. P. 359—363.
33. Dzhelyadin R.I., Golovkin S.V., Kachanov V.A.e.a.//Phys. Lett. 1980. Vol. B94. P. 548—550.
34. Dzhelyadin R.I., Golovkin S.V., Konstantinov A.S.//Phys. Lett. 1981. Vol. B102, N 4. P. 296—298.
35. Fischer J., Extermann P., Guisan O.e.a.//Phys. Lett. 1978. Vol. B73. P. 364—369.
36. Dzhelyadin R.I., Golovkin S.V., Kachanov V.A.e.a.//Phys. Lett. 1980. Vol. B97. P. 471—473.
37. Young B.L.//Phys. Rev. 1967. Vol. 161. P. 1620—1630.
38. Review of Particle Properties//Phys. Lett. 1986. Vol. B170. P. 169—181.
39. Heyn M. F., Lang C. B.//Z. Phys. 1981. Vol. C7. P. 169—181.
40. Barkov L.M., Chilingarov A.C., Eidelman S.I.e.a.//Nucl. Phys. 1985. Vol. B256. P. 365—384.
41. Bisello D. Preprint LAL/85-15, Orsay, 1985.
42. Amendolia S.R., Arik M., Badelek B.e.a.//Nucl. Phys. 1986. Vol. B277. P. 168—198.
43. Radyushkin A.V.//Acta Phys. Polonica. 1984. Vol. B15. P. 403—418.
44. Bebek C.J., Brown C.N., Holmes S.D.e.a.//Phys. Rev. 1978. Vol. D17. P. 1693—1705.
45. Dubnicka S., Meshcheryakov V.A., Milko J.//Phys. G. 1981. Vol. 7. P. 605—612.
46. Водопьянов А. С., Цыганов Э. Н.//ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 5—52.
47. Estabrooks P., Martin A.D.//Nucl. Phys. 1974. Vol. B79. P. 301—316.
48. Protopopescu S.D., Alston-Garnjost M., Barbaro-Galtieri A.e.a.//Phys. Rev. 1973. Vol. D7. P. 1279—1309.
49. Алексеева Е. А., Картамышев А. А., Макарьян В. К. и др.//ЖЭТФ. 1982. Т. 82. С. 1007—1025.
50. Stetz A., Carroll J., Ortendahl D.e.a.//Nucl. Phys. 1978. Vol. B138. P. 285—318.
51. Bay A., Rügger D., Gabiond B.e.a.//Phys. Lett. 1986. Vol. B174. P. 445—449.
52. Egly S., Engfer R., Grab Ch.e.a.//Phys. Lett. 1986. Vol. B175. P. 97—100.

53. Pilonen L.E., Bolton R.D., Cooper M.D.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. P. 1402—1405.
54. Dominguez C.A., Sola J.//Phys. Lett. 1988. Vol. B208. P. 131—134.
55. Brymon D.A., Depomier P., Leroy C.//Phys. Rep. 1982. Vol. 68. P. 151—205.
56. Lee C.Y.//Phys. Rev. 1985. Vol. D32. P. 658—665.
57. Paver N., Scadron M.D.//Nuovo cimento. 1983. Vol. 78A. P. 159—171.
58. Ivanov A.N., Nagy M., Volkov M.K.//Phys. Lett. 1988. Vol. B200. P. 171—176.
59. Авакян Е. З., Авакян С. Л., Ефимов Г. В., Иванов М. А.//ЯФ. 1987. Т. 46. С. 576—583.
60. Govorkov A.B.//Z. Phys. 1986. Vol. C32. P. 405—416.
61. Dankowych J.A., Brockman P., Edwards K.W.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 46. P. 580—583.
62. Шабалин Е. П.//ЯФ. 1984. Т. 40. С. 262—270.
63. Ачасов Н. Н., Девянин С. А., Шестаков Г. Н.//УФН. 1984. Т. 142. С. 361—391.
64. Ellis J., Lanik J.//Phys. Lett. 1983. Vol. B175. P. 83—87.
65. Dumbrajs O., Koch R., Pilkuhn H.e.a.//Nucl. Phys. 1983. Vol. B216. P. 277—335.
66. Бельков А. А., Бунятов С. А.//ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. С. 5—39.
67. Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. 1966. Vol. 17. P. 616—621.
68. Неменов Л. Л.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 980—990.
69. Биленький С. М., Нгуен Ван Хьеу, Неменов Л. Л., Требучава Ф. Г.//ЯФ. 1969. Т. 10. С. 812—814.
70. Ефимов Г. В., Иванов М. А., Любовицкий В. Е.//ЯФ. 1986. Т. 44. С. 460—465.
71. Feinberg G., Sucher J.//Phys. Rev. 1970. Vol. A2. P. 2395—2415.
72. Терентьев М. В.//УФН. 1974. Т. 112. С. 37—82.
73. Петрунькин В. А.//ЭЧАЯ. 1981. Т. 12. С. 692—753.
74. Goudagini E.//Phys. Scripta. 1983. Vol. 27. P. 69—71.
75. Вайнштейн А. М., Захаров В. И., Шифман М. А.//ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 1275—1297.
76. Волков М. К., Иванов А. Н., Троицкая Н. И.//ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1157—1164.
77. Donogue J., Golowich E.//Phys. Rev. 1976. Vol. D14. P. 1386—1399.
78. Colic P., Trampetic J.//Phys. Rev. 1982. Vol. D26. P. 2286—2291.
79. Nardulli G.//Phys. Lett. 1986. Vol. 168B. P. 120—124.
80. Buras A.J., Gerard J.M.//Nucl. Phys. 1986. Vol. B264. P. 371—392.
81. Bardeen W.A., Buras A.J., Cerard J.//Phys. Lett. 1986. Vol. B180. P. 133—140.
82. Guberina B., Tadic D., Trampetic J.//Nucl. Phys. 1982. Vol. B202. P. 317—326.
83. Milosevic M., Tadic D., Trampetic J.//Nucl. Phys. 1981. Vol. B187. P. 514—540.
84. Shork R.E., Treiman S.B.//Phys. Rev. 1979. Vol. D19. P. 2148—2157.
85. Hill C.T., Ross G.C.//Phys. Lett. 1980. Vol. B94. P. 234—238.
86. Fusaoka H.//Progr. Theoret. Phys. 1979. Vol. 62. P. 554—556.
87. Dally E.B., Hauptman J.M., Kubic J.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 375—378.
88. Molzon W.R., Hoffnagle J., Roehrig J.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1978. Vol. 41. P. 1213—1216.
89. Dydak F., Geweniger C., Navarria F.L.e.a.//Nucl. Phys. 1976. Vol. B102. P. 253—274.
90. Болотов В. Н., Гниненко С. Н., Джалкибаев Р. М. и др.//Письма в ЖЭТФ. 1988. Т. 47. С. 8—10.
91. Волков М. К., Осипов А. А.//ЯФ. 1984. Т. 39. С. 694—698.

92. Antipov Yu.M., Batarin V.A., Bessubov V.A.e.a.//Phys. Lett. 1983. Vol. B121. P. 445—448.
93. Голубев В. В., Долинский С. И., Дружинин В. П. и др.//ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1004—1007.
94. Minkowski P. BUTP-Preprint 84/30, Bern, 1984.
95. Burkhardt H., Clarke P., Cundy D.e.a.//Phys. Lett. 1987. Vol. B199. P. 139—146.
96. Герасимов С. Б.//ЯФ. 1979. Т. 29. С. 513—522.
97. Osson J.//Proc. of the 1987 Intern. Symp. on Lepton and Photon Interactions at High Energies. Hamburg, 27—31 July 1987/Eds. W. Bartel, R. Ruckl. DESY, Hamburg — Amsterdam; North-Holland, 1987. P. 613—638.