

КОНТУРНЫЕ КАЛИБРОВОЧНЫЕ УСЛОВИЯ В НЕАБЕЛЕВЫХ КАЛИБРОВОЧНЫХ ТЕОРИЯХ

С. В. Иванов

НИИ физики при Ростовском государственном университете, Ростов

Обзор посвящен анализу наиболее существенных проблем, присущих нековариантным калибровочным условиям аксиального типа. Все изложение построено на основе путе­зависимого формализма. Стандартные нековариантные калибровки рассматриваются как предельный частный случай контурных калибровочных условий. Предложен простой вывод трансляционно-неинвариантного свободного глюонного пропагатора в $n^{\alpha}A_{\alpha}(x) = 0$, $A_0(x) = 0$ калибровках. Приведено доказательство мультипликативной ренормируемости пропагаторов в контурных калибровках. Дано спектральное представление глюонного пропагатора в лоренц-нековариантном подходе. Изложен метод построения IR -асимптотик функций Грина на основе анализа вильсоновской петли с угловыми особенностями.

In this review the most important problems of quantum nonabelian theories in noncovariant axial type gauges are analysed. The expoundation is based on path-dependent formalism. The standart noncovariant gauges are studied as the limite of more general contour gauge conditions. The simple method for calculation of translation noninvariant gluon propagator in $(nA) = 0$, $A_0 = 0$ gauges is proposed. We prove the multiplicativity of renormalization for propagators in contour gauges. Also the spectral representation of gluon propagator is analysed in Lorentz-noncovariant treatment. Wilson loop with cusp's singularities is used for to reveal the properties of Green functions in the IR -asymptotic.

ВВЕДЕНИЕ

Прежде всего требуется пояснить, что мы имеем в виду под нетрадиционным названием. Класс контурных калибровок достаточно широк. Отметим сразу, что при определенных математических допущениях к нему относятся практически все нековариантные калибровки, за исключением кулоновской $\partial_i A^i(x) = 0$. Нековариантные калибровки аксиального типа используются активно в теоретических исследованиях, посвященных разнообразным проблемам квантовой теории поля. Справедливо сказать, что квантовая теория калибровочных полей фактически родилась 60 лет назад в нековариантной временной $A_0(x) = 0$ калибровке [1]. Из специальной литературы по этому вопросу выделяется прекрасный обзор Лейббрандта [2], в котором собрана фактически вся основополагающая информация

по нековариантным калибровочным условиям за период вплоть до 1986 г. Однако в последние годы произошел существенный прогресс в понимании специфики нековариантных калибровок в неабелевых калибровочных теориях. Некоторые математические неточности, допустимые в квантовой электродинамике, в теориях с самодействием безмассовых калибровочных полей, как оказалось, приводят к противоречивым результатам. Сделаем попытку наметить пути решения существующих проблем квантования неабелевых калибровочных полей в нековариантных калибровках. Может показаться удивительным, что изучению отдельных калибровок уделяется столь значительное внимание. На первый взгляд, вопрос весьма частный и чисто технический. Тем не менее хорошо известно, что удачный выбор соответствующего калибровочного условия существенно упрощает решение ряда задач теории поля. Кроме этого, не исключено, что контурные калибровки обладают свойствами, которые ставят их в выделенное положение в поиске непertурбативных подходов к проблемам квантовой хромодинамики. В качестве положительной характеристики нековариантных калибровок принято указывать на отсутствие взаимодействия калибровочных полей с полями «духов», однако сам по себе этот факт мало что дает, тем более что в смысле простоты расчета в теории возмущений (ТВ) бездуховые калибровки к упрощению не приводят, а, наоборот, вносят дополнительные проблемы, связанные с нефизическими калибровочными полюсами. Однако именно в нековариантных калибровках было проведено доказательство ряда принципиально важных теорем и утверждений общего характера. К таковым следует отнести доказательство ультрафиолетовой конечности $N = 4$ суперсимметричной модели Янга — Миллса [3]. Планарная калибровка $n^{\alpha} A_{\alpha}^a(x) = B^a(x)$, $n^2 < 1$, широко и эффективно использовалась многими авторами наряду с аксиальной в пертурбативной КХД при изучении жестких процессов [4—8].

По-видимому, важным свойством контурных калибровок является отсутствие грибовских копий [9—11], что дает принципиальную возможность их использования в непertурбативных подходах. Не исключено, что активное использование этого свойства нековариантных калибровок еще впереди.

В последние годы существенный прогресс наметился в анализе инфракрасных расходимостей в КХД, при этом используется метод переразложения глюонных и кварковых пропагаторов, а также внешних линий фейнмановских диаграмм по соответствующим операторам в аксиальных калибровках с различными калибровочными векторами $\{n_{\mu}^{(i)}\}$ [12—14]. Было сформулировано утверждение, что вся информация о IR -структуре жестких процессов содержится в усреднении набора P -упорядоченных экспонент со специальным образом подобранными путями интегрирования. Появление таких нелокальных калибровочно-инвариантных структур является следствием соответствующего переразложения [12]. В двухчастичных процессах

весь груз инфракрасных расходимостей удачным выбором калибровочного вектора может быть перенесен в радиационные поправки к кварковому или глюонному пропагатору. Это означает, что из анализа свойств кварковых и глюонных пропагаторов в аксиальных калибровках мы можем извлечь существенную информацию о роли длинноволновых глюонных обменов в жестких реакциях, например — дважды логарифмические асимптотики, K -фактор [15—18]. Таким образом, область приложения нековариантных калибровок в квантовой теории калибровочных полей достаточно широка. Это стимулирует их активное изучение в неабелевых теориях.

1. В ЧЕМ ПРОБЛЕМЫ?

Проблемы принципиального характера выявляются на примере временной калибровки $A_0(x) = 0$. В этом случае, как, впрочем, и в любой калибровке аксиального типа, каноническое гильбертово пространство шире, чем пространство физических состояний. Дополнительное состояние генерируется инвариантностью относительно остаточных, не зависящих от времени, калибровочных преобразований. Очевидно, что такие преобразования не нарушают условия $A_0(x) = 0$. В абелевой теории без взаимодействия электрическое поле

$$E_i = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_0 A_i)} = F_{0i} = \partial_0 A_i,$$

а магнитное поле

$$F_{ij} = \varepsilon_{ijk} B_k, \quad B_k = -(\nabla \times \mathbf{A})_k.$$

Канонические одновременные коммутационные соотношения имеют вид

$$[E_i(t, \mathbf{x}), A_j(t, \mathbf{y})] = -i \delta_{ij} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (1)$$

Легко получить уравнения движения

$$\begin{aligned} \partial_0 A_i &= i [H, A_i] = E_i; \\ \partial_0 E_i &= i [H, E_i] = \partial_j F_{ji} = (\nabla \times \mathbf{B})_i. \end{aligned} \quad (2)$$

Очевидно, закон Гаусса $(\nabla \cdot \mathbf{E}) = 0$ не вытекает из гамильтоновых уравнений (2). Тем не менее, поскольку гамильтониан H и $(\nabla \cdot \mathbf{E})$ коммутируют, формально они могут быть одновременно диагонализированы. Физическое состояние определяется как удовлетворяющее условию

$$(\nabla \cdot \mathbf{E}) | \Phi_{\text{физ}} \rangle = 0. \quad (3)$$

Однако если использовать соотношение (1), то

$$\begin{aligned} \langle \Phi_{\text{физ}} | [(\nabla \cdot \mathbf{E})(t, \mathbf{x}), A_i(t, \mathbf{y})] | \Phi_{\text{физ}} \rangle &= \\ = -i \frac{\partial}{\partial x_i} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \langle \Phi_{\text{физ}} | \Phi_{\text{физ}} \rangle, \end{aligned} \quad (4)$$

откуда с учетом (3) следует ненормируемость физических состояний. В квантовой электродинамике решение этой проблемы хорошо известно. Вместо $\Phi_{\text{физ}}$ следует ввести нормируемые состояния Φ_ε , которые удовлетворяют (3) в пределе $\varepsilon \rightarrow 0$. Такая процедура достаточно хорошо обоснована для абелева поля многими авторами [19, 20]. Мы же остановимся на проблемах, присущих неабелевым теориям. Остаточная симметрия в этом случае имеет вид

$$\hat{A}_i^\omega(t, \mathbf{x}) = \omega^{-1}(\mathbf{x}) \hat{A}_i^\omega(\mathbf{x}) + \frac{i}{g} \omega^{-1}(\mathbf{x}) \partial_i \omega(\mathbf{x}), \quad (5)$$

где матрица $\omega(\mathbf{x}) = \exp\left(\frac{i}{2} g \alpha^a(\mathbf{x}) \lambda^a\right)$. Канонический импульс $\pi_i^a(t, \mathbf{x}) = \partial_0 A_i^a - \partial_i A_0^a + g f^{abc} A_0^b A_i^c \equiv G_{0i}^a$ не является калибровочно-инвариантной величиной

$$G_{0i}^a(A^\omega) = \omega^{-1}(\mathbf{x}) G_{0i}^a \omega(\mathbf{x}). \quad (6)$$

Используя канонический одновременной коммутатор

$$[\pi_i^a(t, \mathbf{x}), A_j^b(t, \mathbf{y})] = -i \delta^{ab} \delta_{ij} \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}), \quad (7)$$

можно определить оператор остаточного калибровочного преобразования

$$\hat{A}_i^\omega(t, \mathbf{x}) = U^{-1}(\omega) \hat{A}_i(t, \mathbf{x}) U(\omega), \quad (8)$$

где матрица

$$U(\omega) = \exp\left\{i \int d^3x T^a(\mathbf{x}) \alpha^a(\mathbf{x})\right\} \quad (9)$$

является естественным обобщением соответствующего оператора в КЭД. Таким образом,

$$T^a(\mathbf{x}) = (\delta^{ab} \partial_i - g f^{abc} A_i^c(\mathbf{x})) \pi_i^b(\mathbf{x}) \quad (10)$$

генерирует остаточные калибровочные преобразования. Оператор $T^a(\mathbf{x})$ коммутирует с гамильтонианом системы и удовлетворяет неабелевым коммутационным соотношениям

$$[T^a(\mathbf{x}), T^b(\mathbf{y})] = i g f^{abc} T^c(\mathbf{x}) \delta^3(\mathbf{x} - \mathbf{y}). \quad (11)$$

Следуя работе [21], исследуем возможность перехода к представлению взаимодействия. Формально это означает, что

$$S(t, 0) H S^{-1}(t, 0) = H_0 + V(t) \quad (12)$$

и

$$V(t) = \int d^3x \frac{g}{2} \left\{ f^{abc} (\partial_i A_j^a - \partial_j A_i^a) A_i^b A_j^c + \frac{1}{2} g f^{abc} f^{abd} A_i^b A_j^c A_i^d A_j^d \right\}. \quad (13)$$

Если теперь предположить существование предела

$$\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = 0, \quad (14)$$

то возможно каноническое преобразование

$$S(\infty, 0) H S^{-1}(\infty, 0) = H_0. \quad (15)$$

Действие оператора S на оператор T^a определяется как

$$T_\infty^a(x) = \lim_{t_{\Phi} \rightarrow \infty} T^a(t_{\Phi}, x) = \partial_i \pi_i^a, L(x) - gf^{abc} A_i^c, L(x) \pi_i^b, L(x), \quad (16)$$

$$A_i^a, L(x) = \frac{\partial_i \partial_j}{\Delta} A_j^a(x), \quad \pi_i^a, L(x) = \frac{\partial_i \partial_j}{\Delta} \pi_j^a(x).$$

Легко проверить, что, несмотря на равенство нулю коммутатора $[H_0, T_\infty^a(x)]$, соотношение (11) не выполняется, т. е. генераторы $T_\infty^a(x)$ не образуют группу Ли. Таким образом, из соотношений (7), (10), (11), (16) видно, что при $t \rightarrow \infty$ предел произведения операторов при совпадающих временах не совпадает с произведением пределов. Следует вывод, что оператор канонического преобразования $S(\infty, 0)$, диагонализующий полный гамильтониан H и свободный H_0 , отсутствует. Это означает, что представления взаимодействия не существуют.

На самом деле все вышесказанное является следствием ошибочного предположения о том, что $\lim_{t \rightarrow \infty} V(t) = 0$. Возможный путь решения проблемы — это исключение с самого начала из гамильтониана системы в неабелевой теории продольных глюонов. Однако в кулоновской калибровке это приводит к появлению грибовских копий [9, 11]. При исключении остаточной симметрии следует позаботиться о возможности учета полевых конфигураций с нетривиальной топологией.

Отражением проблемы общего характера являются трудности, имеющие место в конкретных расчетах калибровочно-инвариантных величин в нековариантных калибровках. Эти проблемы появляются в нелидирующих порядках теории возмущений, т. е. там, где проявляется неабелева структура теории во взаимодействии продольных и поперечных составляющих поля глюонов. Парадоксальным является тот факт, что до сих пор в исследованиях используется стандартный пропагатор глюонного поля в $n^a A_\alpha(x) = 0$ калибровке:

$$D_{\mu\nu}(x, x') = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x-x')}}{k^2 + i\delta} \left(g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu k_\nu + n_\nu k_\mu}{(kn)} + \frac{n^2}{(kn)^2} k_\mu k_\nu \right), \quad (17)$$

при $n = (1, 0, 0, 0)$ выражение (17) дает

$$D_{ij}(x, x') = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x-x')}}{k^2 + i\delta} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k_0^2} \right). \quad (18)$$

Дело в том, что выражение (17) всего лишь полуфабрикат, не имеющий определенного смысла до тех пор, пока мы не нашли способа фиксировать правило обхода калибровочных полюсов $1/(kn)^2$. Последнее возможно сделать, решив проблемы, связанные с остаточной симметрией. Еще раз подчеркнем, что проблема существенна именно в неабелевых теориях. Ключевыми в исследовании неоднозначности определения глюонного пропагатора являются работы Карачиоло, Курчи, Менотти [22, 23]. В четвертом порядке по константе взаимо-

действия g в $A_0(x) = 0$ калибровке ими была рассчитана вильсоновская петля

$$W_c = N^{-1} \langle | \text{tr} P \exp (ig \oint dz^\mu A_\mu(z)) | \rangle. \quad (19)$$

Контур лежит в плоскости (t, x) . При $t_2 - t_1 = T \rightarrow \infty$

$$W_c = \text{const} \exp (-iT V(L)), \quad (20)$$

где $V(L)$ — потенциальная энергия взаимодействия двух статических зарядов, находящихся на расстоянии L .

Поперечная часть свободного глюонного пропагатора

$$\langle | T A_{\perp i}^a(x) A_{\perp j}^b(y) | \rangle = i \delta^{ab} \left(\delta_{ij} - \frac{\partial_i \partial_j}{\Delta} \right) \Delta_F(x-y), \quad (21)$$

где $\Delta_F(x-y)$ — известный фейнмановский пропагатор. Общее выражение для продольной части глюонного пропагатора, удовлетворяющее уравнению движения, имеет вид

$$D_{ij}^L(x, y) = i D(t, t') \int \frac{d^3 k}{(2\pi)^3} e^{i\vec{k}(x-y)} \frac{k_i k_j}{k^2}. \quad (22)$$

где

$$D(t, t') = -\frac{1}{2} (t-t') + \frac{1}{2} \alpha (t+t') + \gamma. \quad (23)$$

α, γ — произвольные константы. Очевидно, $D(t, t') \rightarrow \infty$ при $t, t' \rightarrow \infty$. Прескрипция обхода полюса $1/k_0^2$ в выражении (18) в смысле главного значения соответствует выбору $\alpha = 0$, при этом из (23)

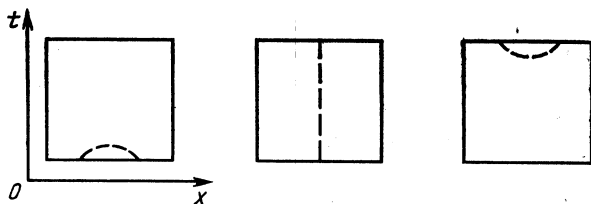


Рис. 1. Разложение выражения (19) в приближении g^2 . Квадрат в плоскости (t, x) означает путь интегрирования в показателе экспоненты

следует восстановление трансляционной инвариантности глюонного пропагатора*. Разложение выражения (19) в приближении g^2 приводит к диаграммам рис. 1. Пунктирные линии обозначают продольную часть глюонного пропагатора. Вклады от диаграмм с поперечной частью глюонного пропагатора подавлены обратными сте-

* Прескрипция главного значения была введена в [24—26].

пенями $t_2 - t_1 = T$ при $T \rightarrow \infty$. Три диаграммы рис. 1 дают

$$\begin{aligned}
 W_c^{(2)} &= -g^2 C_F \int_0^L dx \int_0^L dy [\theta(x-y) D_{\parallel}^L(t_2, t_2; x, y) - \\
 &\quad - D_{\parallel}^L(t_2, t_1; x, y) + \theta(y-x) D_{\parallel}^L(t_1, t_1; x, y)] = \\
 &= \frac{ig^2}{4\pi^\omega} C_F \Gamma(\omega-1) L^{2(1-\omega)} |T| \mu^{2\omega-3}; \quad \omega = \frac{1}{2}(n-1), \quad (24)
 \end{aligned}$$

μ — параметр размерной регуляризации. Как видно из (24), параметры α и γ сократились. Следовательно, g^2 -приближение не зависит от неоднозначности в определении $D(t, t')$. В квантовой электроди-

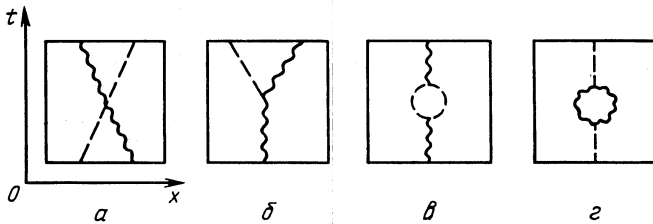


Рис. 2. Диаграммы приближения g^4 . Пунктирные линии обозначают продольный пропагатор. Волнистые — полный глюонный пропагатор

намике можно показать, что в любом порядке ТВ отсутствует зависимость $D(t, t')$ от параметров α и γ и результат экспоненцируется. В КХД приближение g^4 приводит к диаграммам рис. 2, дающим неабелевы вклады $\sim C_A C_F$. Выделим по отдельности коэффициенты T и T^2 . T -слагаемое определяется диаграммой рис. 2, г. Расчет в MS-схеме дает

$$\begin{aligned}
 V(L) &= \frac{g^2 C_F}{(2\pi)^3} \int \frac{d\bar{p}}{p^2} \exp(i\bar{p}\bar{L}) \times \\
 &\times \left\{ 1 + \frac{g^2 C_A}{(4\pi)^2} \left[\frac{11}{6} \left(\ln \frac{4\pi\mu^2}{p^2} - \gamma_E \right) + \frac{31}{9} \right] \right\}, \quad (25)
 \end{aligned}$$

что совпадает с расчетом Фишлера [27] суммы диаграмм в фейнмановской калибровке. T^2 -слагаемые от диаграмм рис. 2, а, б, связанные тождеством Уорда, и диаграмма рис. 2, в в сумме дают

$$\begin{aligned}
 &-\frac{1}{4} g^4 C_A C_F L^{4(1-\omega)} \left(\frac{\Gamma(\omega-1)}{4\pi^\omega} \right)^2 \mu^{4\omega-6} \times \\
 &\times \left[D^2(t_2, t_1) - \frac{1}{2} D^2(t_2, t_2) - \frac{1}{2} D^2(t_1, t_1) \right]. \quad (26)
 \end{aligned}$$

Диаграмма рис. 2, ε приводит к выражению

$$\frac{1}{4} g^4 C_A C_F L^{4(1-\omega)} \left(\frac{\Gamma(\omega-1)}{4\pi^\omega} \right)^2 \mu^{4\omega-6} \left\{ \left[D^2(t_2, t_1) - \frac{1}{2} D^2(t_2, t_2) - \frac{1}{2} D^2(t_1, t_1) \right] - \frac{3}{4} (1-\alpha^2) (t_2 - t_1)^2 \right\}. \quad (27)$$

Сокращение T^2 -слагаемых в неабелевых структурах имеет место, только если $\alpha^2 = 1$. Это означает, что результат совпадает с расчетами в ковариантных калибровках, т. е. калибровочная инвариантность не нарушается лишь при специальном выборе константы $\alpha \neq 0$, что не реализуется ни в одной из тривиальных прескрипций. Этот результат легко обобщается на случай произвольной аксиальной калибровки с $n^2 \neq 0$. Кроме того, неочевидно, что в старших порядках ТВ (g^6 и т. д.) калибровочная инвариантность восстанавливается выбором $\alpha = 1$.

Возможный путь к решению этой проблемы был предложен А. А. Славновым и С. А. Фроловым [28]. В работе этих авторов наиболее четко было сформулировано утверждение, что в калибровке $A_0 = 0$ для асимптотических состояний закон Гаусса не линеаризуется:

$$\lim_{|t| \rightarrow \infty} e^{iH_0 t} G^a e^{-iH_0 t} \neq G_0^a, \quad (28)$$

где $G^a = \partial_k \mathcal{E}_k^a + g f^{abc} \mathcal{E}_k^b A_k^c + j_0^a = 0$; $\mathcal{E}_k^a = F_{0k}^a$ и $G_0^a = \partial_k \mathcal{E}_k^a$.

Соотношение (28) является следствием того, что решение свободного уравнения для \hat{A}_k^L обладает растущими асимптотиками:

$$\left. \begin{aligned} A_k^{a,L}(t, \mathbf{x}) &= \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} |t-S| J_k^{a,L}(s, \mathbf{x}) dS + C_k^a(\mathbf{x}) t + D_k^a(\mathbf{x}); \\ C_k^a(\mathbf{x}) &= \frac{1}{(t_2-t_1)} \left\{ A_{k,i}^{a,L} - A_{k,j}^{a,L} + \right. \\ &+ \left. \int_{t_1}^{t_2} S J_k^{a,L}(s, \mathbf{x}) dS - \frac{1}{2} (t_2+t_1) \int_{t_1}^{t_2} J_k^{a,L}(s, \mathbf{x}) dS \right\}; \\ D_k^a(\mathbf{x}) &= A_{k,j}^{a,L} - \frac{1}{2} \int_{t_1}^{t_2} (s-t_1) J_k^{a,L}(s, \mathbf{x}) dS - C_k^a(\mathbf{x}) t_1. \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

Однако в теории возмущений

$$G_0 |\Phi\rangle = 0 \quad \text{и} \quad (\partial_k \mathcal{E}_k^{L,a} + g f^{abc} \mathcal{E}_k^{L,b} A_k^{L,c}) |\Phi\rangle \quad (30)$$

определяют один и тот же набор физических состояний

$$|\Phi\rangle = |\psi^T\rangle \otimes |0\rangle = |\psi^T, 0\rangle.$$

Следовательно, матрица рассеяния S в пространстве физических состояний унитарна:

$$\langle E^L, \psi^L | S | \psi, 0 \rangle \sim \delta(E^L). \quad (31)$$

В выражении $\langle E^L, \psi^T | S | \tilde{E}^L, \psi^T \rangle$ зависимость от поперечных и продольных компонент поля факторизуется, поэтому достаточно вычислить $\langle \psi^T | S(J^T) | \psi^T \rangle$ и $\langle E^L | S(J^L) | E^L \rangle$. Подчеркнем, что с самого начала процедура вычислений строится таким образом, что на всех этапах сохраняется остаточная калибровочная инвариантность

$$\hat{A}_i^0(t, \mathbf{x}) = \omega^{-1}(\mathbf{x}) \hat{A}_i(t, \mathbf{x}) \omega(\mathbf{x}) + \frac{i}{g} \omega^{-1}(\mathbf{x}) \partial_i \omega(\mathbf{x}).$$

Выражение для

$$S^T = \exp \left\{ i \int J_i^{a,T} A_{i(0)}^{a,T}(x) dx + \right. \\ \left. + \frac{i}{2} \int J_i^a(x) D_{ij}^{ab,T}(x-y) J_j^b(y) dx dy \right\} \quad (32)$$

дает трехмернопоперечную часть глюонного пропагатора $A_{i(0)}^{a,T}$ — решение свободного уравнения. Выражение $\langle E^L | S(J^L) | E^L \rangle$ можно вычислить, используя решения (29). Ключевым моментом является свойство унитарности полной S -матрицы в пространстве физических состояний (31), что позволяет записать

$$\langle 0, \psi^T | S | \psi^T, 0 \rangle = \\ = \int \prod_x dE^L \exp \left\{ \frac{i}{2} \gamma \int d^3x E_k^L(\mathbf{x}) E_k^L(\mathbf{x}) \right\} \langle E^L, \psi^T | S | \psi^T, 0 \rangle, \quad (33)$$

γ — произвольная константа. Соотношение (33) приводит к выражению

$$\langle 0 | S(J^L) | 0 \rangle = \int dE^L \exp \left\{ \frac{i}{2} \gamma \int (E_k^L(\mathbf{x}))^2 d^3x \right\} \langle E^L | S(J^L) | 0 \rangle \times \\ \times \exp \left\{ \frac{i}{2} \int J_k^{a,L}(\mathbf{x}) D_{kn}^{ab,L}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) J_n^{b,L}(\mathbf{y}) d\mathbf{x} d\mathbf{y} \right\}. \quad (34)$$

Выражение (34) определяет трансляционно неинвариантную продольную часть пропагатора глюонов в $A_0 = 0$ калибровке [28]

$$D_{ij}^{ab,L}(x, x') = \\ = \frac{1}{2} (|x_0 - y_0| \pm (x_0 + y_0) + 2\gamma) \frac{\delta^{ab}}{(2\pi)^3} \int \frac{d^3k}{k^2} k_i k_j e^{i\mathbf{k}(\bar{x} - \bar{y})}. \quad (35)$$

Таким образом, получен результат, объясняющий расчет [22], однако теперь требуется доказать, что в калибровочно-инвариантных величинах во всех порядках ТВ восстанавливается трансляционная инвариантность. Кроме того, вопросы, поставленные в работе Ф. М. Сарджева и В. Я. Файнберга [21], остаются открытыми.

2. ФОРМУЛИРОВКА ПУТЕЗАВИСИМОГО ПОДХОДА

Основная идея традиционного подхода к квантованию неабелевых полей [29—31] заключается в выделении «объема» каждого слоя \mathcal{P}_x из континуального интеграла и переходе к интегралу по поверхности в многообразии всех полей, однократно пересекающейся с каждым слоем расслоения $\mathcal{P}(R^4, \pi)$. Проблема квантования неабелевых калибровочных полей решена в рамках теории возмущений. Основным мотивом выбора того или иного локального калибровочного условия $\Phi(A, \omega) = 0$ на практике всегда являлось стремление наиболее просто исключить нефизические степени свободы, при этом если в КЭД, вследствие отсутствия самодействия фотонов, единственность выбора элемента орбиты группы обеспечивалась автоматически, то в неабелевых теориях локальные калибровочные условия обычно приводят к системе нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных относительно матриц $\hat{\omega}(x)$ присоединенного представления соответствующей группы. Эти уравнения однозначно разрешимы в рамках ТВ при определенных граничных условиях. Вне теории возмущений единственность решения не реализуется [9].

Однако можно действовать иначе, а именно — предложить некоторое уравнение на матрицы присоединенного представления калибровочной группы, такое, которое заведомо имеет единственное решение и дает возможность перехода к интегралу по поверхности в многообразии полей однократно пересекающей орбиты калибровочной группы, а затем в соответствии с имеющимся решением получить условие на калибровочное поле. Естественно, простота исключения нефизических степеней свободы в этом случае не гарантируется. Для проведения такой процедуры удобна геометрическая интерпретация калибровочных полей. Мы ограничимся введением только необходимых для дальнейшего изложения определений. Подробную информацию по этому вопросу можно найти в монографиях [32, 33].

В общем случае расслоенное пространство $\mathcal{P}(x, \pi)$ — это совокупность множества \mathcal{X} -базы расслоения, его элементы могут задаваться с помощью координат $x = (x_1, \dots, x_n)$, множества \mathcal{P} , называемого расслоением над базой \mathcal{X} , и проекции расслоения на его базу, т. е. отображения π . Каждой точке $x \in \mathcal{X}$ соответствует совокупность точек \mathcal{P}_x , каждая из которых переходит в x при проекции π . Вся эта совокупность и называется слоем над точкой x . Дальнейшее развитие геометрической интерпретации калибровочных полей связано с введением определенных структур на расслоении. В частности, можно отождествить каждый слой \mathcal{P}_x с группой G . В этом случае на многообразии \mathcal{P}_x будет задано действие группы, переводящее каждый слой в себя. Это, собственно, и является определением главного расслоенного многообразия $\mathcal{P}(\mathcal{X}, G, \pi)$. В простейшем случае расслоение представляет собой прямое произведение

базы на группу $\mathcal{P} = \mathcal{X} \times G$, что позволяет ввести координаты каждой точки расслоения $P = (x, g)$ $x \in \mathcal{X}, g \in G$ с проекцией $\pi(x, g) = x$. Действие группы G на тривиальное расслоенное многообразие сдвигает каждую точку (x, g) вдоль своего слоя \mathcal{P}_x , т. е. точки P, P' принадлежат одному и тому же слою в том и только в том случае, если $P' = Pg$ и g — элемент группы G . В общем случае любую достаточно малую область в \mathcal{P} можно представить как прямое произведение, т. е. тривиализовать. Если удастся для каждой точки $x \in \mathcal{X}$ по некоторому правилу выбрать единственную точку $\sigma(x) \in \mathcal{P}_x$, то говорят, что выбрано сечение расслоения. Наличие такого сечения позволяет построить тривиализацию, сопоставив каждой точке $P = \sigma(x)g \in \mathcal{P}_x$ координаты (x, g) . В нетривиальных случаях гладкие сечения существуют лишь над достаточно малыми областями $U \in \mathcal{X}$. Кроме этого, вовсе необязательно, чтобы все множество \mathcal{X} взаимно однозначно отображалось в область евклидова пространства. В общем случае координаты вводятся на отдельных областях \mathcal{X} . Тогда на пересечении координатных окрестностей устанавливается правило перехода между различными координатами $x'_\mu = f_\mu(x_1, \dots, x_n)$. В расслоении естественно ввести направления сдвигов, вертикальные — вдоль слоев и горизонтальные — инвариантные относительно действия структурной группы. Задание горизонтальных направлений и есть задание связности в главном расслоенном многообразии. Поля таких направлений определяются векторными полями:

$$H_\mu = \frac{\partial}{\partial x_\mu} + i \hat{A}_\mu g \frac{\partial}{\partial g},$$

где $\hat{A}_\mu(x) = A_\mu^a(x) \lambda^a$ и $\lambda^a = \{\lambda_{\alpha\beta}^a\}$ — генераторы группы. Коэффициенты $A_\mu^a(x)$ — произвольные функции от x , не зависящие от вертикальных координат g . Последнее требование необходимо, поскольку в противном случае нарушится коммутация

$$\left[\lambda^a g \frac{\partial}{\partial g}, H_\mu \right] = 0.$$

Поля A_μ^a определяют калибровочное поле. Набор горизонтальных полей H_μ образует горизонтальное подпространство пространства касательного к расслоению \mathcal{P} в некоторой точке. Это позволяет ввести процедуру, обратную к операции проектирования. Требуется, чтобы некоторый вектор в точке P был горизонтальным, позволяет определить его единственным образом по его проекции. Аналогичную процедуру можно проделать относительно некоторой гладкой кривой $x(\tau)$, определенной в базе R^4 . Очевидно, различные кривые многообразия \mathcal{P} могут иметь своей проекцией кривую $x(\tau)$. Однако требование горизонтальности кривой в каждой ее точке однозначно ее определяет по ее проекции $x(\tau)$. Кривая в расслоении характеризуется координатами $P(\tau) = (x(\tau), g(\tau))$ и называется лифтом кривой $x(\tau)$. При этом матричный элемент группы $g \equiv E$

должен удовлетворять уравнению

$$\frac{\partial}{\partial \tau} X^\mu(\tau) H_\mu(A) E = \frac{\partial X^\mu}{\partial \tau} \left(\frac{\partial}{\partial X_\mu} E(\tau) + ig A_\mu^a \lambda^a E(\tau) \right) = 0. \quad (36)$$

Решением уравнения (36) является P -упорядоченная экспонента

$$E(A) = \left(P \exp \int_{\gamma(x, y)} dz^\mu A_\mu(z) \right) E_{\gamma(y, y)}. \quad (37)$$

P -упорядочение является естественным обобщением T -упорядочения. Матрицы \hat{E} структурной группы G , удовлетворяющие уравнению (36), являются функциями на множестве непрерывных кривых и образуют представление группоида путей P . (Элемент множества P

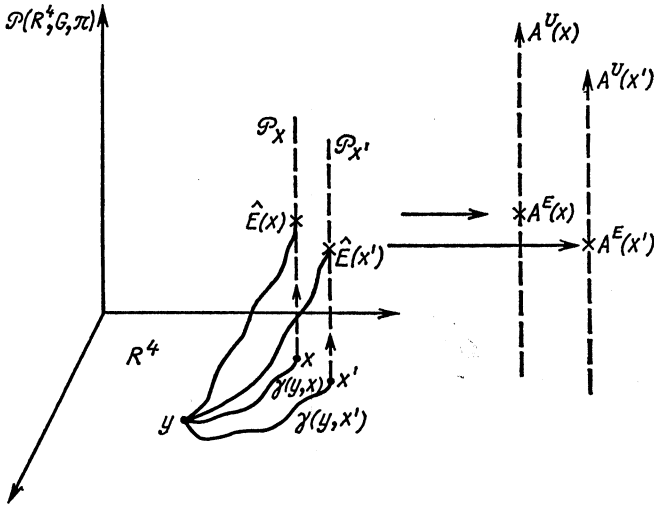


Рис. 3. Фиксация пути $\gamma(Y, x)$ в базе R^4 означает фиксацию его формы и начальной точки Y

есть класс кривых, отличающихся «аппендиксами» [32].) По своему определению горизонтальная кривая в расслоении имеет единственное пересечение с каждым слоем \mathcal{P}_x . Это позволяет, зафиксировав начальную точку пути в расслоении $P(0) = (Y, \mathbb{1})$ и задав первую координату выбором пути $\gamma(Y, x)$ в базе R^4 , перебрать все точки $x \in R^4$, соединяя их заданной кривой $\gamma(Y, x)$ с начальной точкой Y . Тогда над каждым x пересечение кривой со слоем выделит единственный элемент $E(\gamma(Y, x); A)$. Этот элемент группы позволяет выделить единственным образом элементы орбиты калибровочного поля

$$\hat{A}_\mu^E = \hat{E}^{-1} \hat{A}_\mu \hat{E} + \frac{i}{g} \hat{E} \partial_\mu \hat{E}. \quad (38)$$

Поле \hat{A}_μ^E в соответствии с требованием определения горизонтального поля H не зависит от вертикальных координат расслоения. Другими словами,

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu^E &= E^{-1}(A) \hat{A}_\mu E(A) + \frac{i}{g} \hat{E}^{-1}(A) \partial_\mu \hat{E}(A) = \\ &= E^{-1}(A^\omega) \hat{A}_\mu^\omega E(A^\omega) + \frac{i}{g} E^{-1}(A^\omega) \partial_\mu E(A^\omega), \end{aligned} \quad (39)$$

где

$$\hat{A}_\mu^\omega = \omega^{-1} A_\mu \omega + \frac{i}{g} \omega^{-1} \partial_\mu \omega.$$

Инвариантность (39) имеет место с точностью до глобальных преобразований. Уравнение (38) эквивалентно выражению [12, 34]*

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu^E(x) &= \hat{A}_\beta(y) \frac{\partial z^\beta}{\partial x_\mu} \Big|_{z=y} + \int_{\gamma(y, x)} dz_\alpha \frac{\partial z^\beta}{\partial x_\mu} \hat{E}^{-1}(A) \hat{G}_{\alpha\beta}(A) \hat{E}(A) - \\ &- \frac{i}{g} \int_{\gamma(y, x)} dz_\alpha \frac{\partial z^\beta}{\partial x_\mu} \hat{E}^{-1}(A) \left[\frac{\partial}{\partial z_\alpha}, \frac{\partial}{\partial z_\beta} \right] \hat{E}(A), \end{aligned} \quad (40)$$

где

$$\hat{G}_{\alpha\beta}(A) = \partial_\alpha \hat{A}_\beta - \partial_\beta A_\alpha - ig [A_\alpha, A_\beta].$$

Возможность тривиализации расслоения делает выбор «уровня» базы условным. Выбрав вертикальные переменные E над каждой точкой $x \in R^4$ и положив

$$E_\gamma(A) = P \exp \left\{ ig \int_{\gamma(y, x)} dz^\alpha A_\alpha(z) \right\} = \mathbb{1} \quad (41)$$

в каждой точке x , мы фактически отождествляем базу с поверхностью горизонтального рассечения. Очевидно, что поле (40) удовлетворяет калибровочному условию (41). При калибровочных преобразованиях P -экспонента преобразуется следующим образом:

$$\begin{aligned} P \exp \left\{ ig \int_{\gamma(y, x)} dz^\mu A_\mu^U(z) \right\} &= \\ &= U^{-1}(Y) \left(P \exp ig \int_{\gamma(y, x)} dz^\mu A_\mu(z) \right) U(X). \end{aligned} \quad (42)$$

Из соотношения (42) следует, что при калибровочном условии

$$\Phi(A, U) = P \exp \left\{ ig \int_{\gamma(y, x)} dz_\mu A^\mu(z) \right\} - \mathbb{1} = 0 \quad (43)$$

* Выводы уравнения (40), а также свойств P -экспонент приведены в приложениях.

отсутствует взаимодействие калибровочного поля с полями духов, поскольку

$$\det \left| \frac{\partial \Phi}{\partial \hat{\omega}} \right| = \det \left| \frac{\partial}{\partial \hat{\omega}} U^{-1}(Y) U(x) \right|. \quad (44)$$

Так как (43) реализуется для любой точки x , то можно использовать соотношение

$$\left. \frac{\partial z^\alpha(\tau)}{\partial \tau} A_\alpha(z(\tau)) \right|_{z=x} = 0.$$

Однако условие (43) включает в себя топологически нетривиальные ситуации.

Рассмотрим несколько усложненные конфигурации:

$$\left. \begin{aligned} A_\mu^{(1)} &= \hat{E}_1^{-1}(A) A_\mu \hat{E}_1(A) + \frac{i}{g} \hat{E}_1^{-1}(A) \partial_\mu \hat{E}_1(A); \\ A_\mu^{(2)} &= E_2^{-1}(A^{(1)}) A_\mu^{(1)} E_2(A^{(1)}) + \frac{i}{g} E_2^{-1}(A^{(1)}) \partial_\mu E_2(A^{(1)}); \\ &\vdots \\ A_\mu^{(n)} &= E_n^{-1}(A^{(n-1)}) A_\mu^{(n-1)} E_n(A^{(n-1)}) + \frac{i}{g} E_n^{-1}(A^{(n-1)}) \partial_\mu E_n(A^{(n-1)}). \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Набор экспонент $\{E_i\}$ определяется путями $\{\gamma_i(Y, x)\}$. Очевидно, что

$$\begin{aligned} A_\mu^{(n)}(x) &= (E_1(A), \dots, E_n(A^{(n-1)}))^{-1} A_\mu (E_1(A), \dots, E_n(A^{(n-1)})) + \\ &+ \frac{i}{g} (E_1(A), \dots, E_n(A^{(n-1)}))^{-1} \partial_\mu (E_1(A), \dots, E_n(A^{(n-1)})), \end{aligned} \quad (46)$$

где E_i содержит информацию о фиксированных кривых в расслоении. Это означает, что вектор A_μ^{i+1} зависит в общем случае от совокупности из $i+1$ путей в пространстве R^4 . Если путь γ_{n+1} совпадает с γ_n , то функция

$$\varphi_{n+1} = \int_{\gamma_{n+1}} dz_\mu \left\{ E_n^{-1} A_\mu^n E_n + \frac{i}{g} E_n^{-1} \partial_\mu E_n \right\}, \quad (47)$$

стоящая в показателе экспоненты E_{n+1} , обращается в нуль. Таким образом, получим $\varphi_{n+1} = \varphi_n = \dots = 0$ для всех φ_i с совпадающими путями интегрирования. Если $\gamma_{n+1} \neq \gamma_n$, то функция $\tilde{Z}_\mu \in [0, z]$ задает путь $\gamma_n(0, Z(t, x))$, а функция $Z_\mu(t, x)$ определяет путь $\gamma_{n+1}(0, x)$. Фактически $\gamma_n(0, Z(t, x))$ — это набор путей, параметризованных переменной t . Производная $\partial/\partial z_\mu$ и приращение $t + dt$ приводят к переходу с одного пути $\gamma_n(0, Z(t, x))$ на другой $\gamma_n(0, Z(t + dt, x))$ из той же серии γ_n (рис. 4). Этот случай приводит к отличию от нуля функции φ_i . Переставив производную по x

в правой части соотношения (40), получим

$$\begin{aligned} & \frac{i}{g} \hat{E}_{n+1}^{-1}(x) \frac{\partial}{\partial x_\mu} \hat{E}_{n+1}(x) = - \frac{\partial}{\partial x_\mu} \left(\int_{\gamma_{n+1}(y, x)} dz_\alpha E_n^{-1}(z) A_\alpha^n(z) E_n(z) \right) + \\ & + ig \int_{\gamma_{n+1}(y, x)} dz^\alpha \left[E_n^{-1}(z) A_\alpha^n E_n(z); \frac{\partial}{\partial x_\mu} \int_{\gamma_{n+1}(y, z)} dz_1^\beta E_n^{-1}(z_1) A_\beta^n E_n(z_1) \right] - \\ & - (ig)^2 \int_{\gamma_{n+1}(y, x)} dz^\alpha \left[E_n^{-1} A_\alpha^n E_n, \int_{\gamma_{n+1}(y, z)} dz_1^\beta \times \right. \\ & \times \left. \left[E_n^{-1} A_\beta^n E_n, \frac{\partial}{\partial x_\mu} \int_{\gamma_{n+1}(y, z_1)} dz_2^\delta E_n^{-1} A_\delta^n E_n \right] \right] + \dots + \\ & + (-1)^{m+1} (ig)^m \int_{\gamma_{n+1}(y, x)} dz^\alpha \left[\dots, \int_{\gamma_{n+1}(y, z)} dz_1^\beta \left[\dots, \int_{\gamma_{n+1}(y, z_1)} dz_2^\delta \times \right. \right. \\ & \times \left. \left. \left[\dots, \int_{\gamma_{n+1}(y, z_2)} dz_3^\rho \left[\dots, \int_{\gamma_{n+1}(y, z_{m-1})} dz_m^\eta E_n^{-1} A_\eta^n(z_m) E_n \right] \dots \right] \right] \right]. \quad (48) \end{aligned}$$

Из последнего слагаемого процедуру выделения коммутаторов можно продолжить до бесконечности. Из выражения (48) видно, что

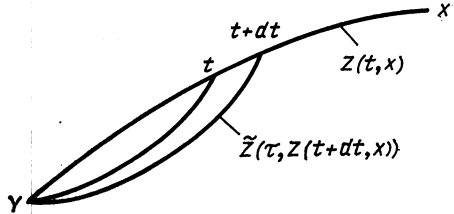


Рис. 4. Функция Z_μ параметризует путь γ_{n+1} , а функция \tilde{Z}_μ задает путь γ_n

переход к явной зависимости функции φ_{n+1} от поля A_μ — непростая задача. Если ограничиться только линейными по A_μ слагаемыми в φ_{n+1} , то

$$\begin{aligned} E_1 \dots E_n = P \exp ig \left\{ \int_{\gamma_n(y, x)} dz_\alpha A^\alpha(z) + \right. \\ \left. + \oint_{\gamma_{n/(n-1)}} dz_\alpha A^\alpha(z) + \dots + \oint_{\gamma_{n/1}} dz_\alpha A^\alpha(z) \right\}. \quad (49) \end{aligned}$$

Если $n \rightarrow \infty$, то соответствующее поле A_μ^∞ будет учитывать все возможные петли $\gamma_{i/j}$, образованные стяжкой путей j по единственному фиксированному пути i (см., например, рис. 4 при $t \rightarrow 0$). Формально представим этот факт в виде интеграла по путям

$$\prod_{i=1}^{\infty} E_i = P \exp ig \left\{ \int_{\gamma^*} A_\mu dz^\mu + \sum_{j=1}^N \int d\gamma^{(j)} \oint_{C(\gamma^* \gamma^j)} A^\mu(z) dz_\mu \right\}, \quad (50)$$

N — число гомотопических классов; $\oint A_\mu dz_\mu$ является функционалом, на котором определен интеграл по траекториям. Если в глассном поле реализуются решения, приводящие к неодносвязности пространства, то петли из различных гомотопических классов не могут быть переведены друг в друга непрерывной деформацией. Однако в этом обзоре нас будут интересовать возможности путе­зависимого подхода в решении ряда проблем нековариантных калибровок в стандартной теории возмущений.

3. СВОБОДНЫЙ ПРОПАГАТОР ГЛЮОНОВ

Выясним, при каких математических допущениях калибровки аксиального типа попадают в класс определенных выше контурных калибровок. Докажем, что в неабелевой калибровочной теории непосредственное использование калибровок $A_0 = 0$, $n^\alpha A_\alpha = 0$ приводит к необходимости доопределения пропагатора калибровочных полей в каждом порядке ТВ.

Основу путе­зависимого подхода определяет возможность параметризации любого элемента слоя $g(x)$ в расслоенном пространстве $\mathcal{P}(x, G, \pi)$ P -упорядоченной экспонентой:

$$g(x) \equiv \hat{E}(x) = P \exp \left\{ i g \int_{\gamma(y, x)} dz^\alpha \hat{A}_\alpha(x) \right\},$$

где $\gamma(y, x)$ — путь, заданный в базе расслоенного пространства, соединяющий фиксированную точку Y с любой точкой x , над которой задан слой. Варьируя путь в базе, мы заполняем весь слой над точкой x групповыми матрицами, отождествляя группу со слоем. Выделение единственного элемента каждой орбиты калибровочного поля, необходимое для квантования, подразумевает наличие единственного пересечения каждого слоя в расслоенном пространстве. Это означает возможность задания правила однозначного определения вертикальной переменной $g(x) = \hat{E}(x, A)$ над каждой точкой базы и поднятия базы в поверхность горизонтального рассе­чения. Непертурбативная калибровка задается в каждой точке x условием (41). Начальная точка Y пути $\gamma(y, x)$ является выколотой, поскольку предел $x \rightarrow Y$ не определен по построению, что, в свою очередь, приводит к наличию остаточной калибровочной инвариантности. В последнем легко убедиться, перейдя к криволинейным координатам и отождествляя путь $\gamma(Y, x)$ с кривым радиус-вектором, после чего очевидна инвариантность относительно преобразований матрицами, зависящими от трех углов. Можно сформулировать данное утверждение в обратном порядке: если после наложения калибровочного условия имеет место остаточная калибровочная инвариантность, то существует по крайней мере одна точка пространства, в которой калибровка не фиксирована вовсе. Доопределение калибровки

в точке Y в условии (41) снимает остаточный калибровочный произвол. Из условия (41) следует

$$\hat{A}_\mu(x) = \int_\gamma dz^\alpha \frac{\partial z^\beta}{\partial x_\mu} \hat{G}_{\alpha\beta}(A). \quad (51)$$

В начале пути $\gamma(y, x)$ в (51) доопределено условие $A_\mu(y) = 0$. В достаточно малой окрестности точки y выражение (51) представимо в виде

$$\hat{A}_\mu(x) = (x - y)_\beta \int_0^1 d\tau \tau \hat{G}_{\beta\mu}(A). \quad (52)$$

В сферической системе координат с центром в точке y получим

$$\hat{A}_\mu(R, \varphi_1, \varphi_2, \theta) = \int_0^R dr \hat{G}_{1\mu}(A), \quad (53)$$

индекс μ пробегает значения от 1 до 4, что соответствует сферическим координатам $r, \varphi_1, \varphi_2, \theta$. Очевидно, $A_1 = 0$. При $R \rightarrow 0$ $A_\mu(R, \varphi_1, \varphi_2, \theta) \rightarrow 0$. Если бы мы не доопределили калибровку в начале координат, то существовало бы соотношение

$$\begin{aligned} \hat{A}_\mu^1(R, \varphi_1, \varphi_2, \theta) = \\ = \frac{i}{g} U^{-1}(\varphi_1, \varphi_2, \theta) \partial_\mu U(\varphi_1, \varphi_2, \theta) + \int_0^R dr U^{-1} G_{1\mu}(A) U. \end{aligned} \quad (54)$$

Из соотношения (54) видно, что доопределение поля $\hat{A}_\mu(0, \varphi_1, \varphi_2, \theta)$ в начале координат означает фиксацию топологии, поскольку остаточная инвариантность имеет место относительно преобразований сингулярными матрицами. Существует принципиальное отличие калибровок (41) от условий $n^\alpha A_\alpha(x) = 0, A_0(x) = 0$, определяющих аксиальную и временную калибровки. Данные условия получаются из (41) фиксацией пути из каждой точки x , уходящего вдоль вектора n_α или вдоль оси времени на бесконечность. Это означает замену единственной точки y , в которой требуется доопределение условия, на бесконечно удаленную трехмерную поверхность. При этом сферическая симметрия заменяется на цилиндрическую и существует остаточная инвариантность в классе как сингулярных, так и несингулярных преобразований.

Имея в виду результаты работ [21, 22, 28], проследим переход от калибровочного условия, не фиксированного в единственной точке, к условию, не фиксированному на бесконечно удаленной трехмерной поверхности. Выберем путь, приводящий к аналогу временной калибровки ($A_0 = 0$) с параметризацией

$$Z_\mu = \left(x_\mu + \frac{1}{\varepsilon} n_0 \delta_{0\mu} \right) e^{-\varepsilon\tau} - \frac{1}{\varepsilon} n_0 \delta_{0\mu}, \quad (55)$$

где ε — малый параметр, который устремим в нуль в конечном результате. Вектор $n_\mu = (n_0, 0, 0, 0)$ задает направление (можем выбрать $n_0 = 1$ или -1):

$$\left. \begin{aligned} Z_\mu &\xrightarrow{\tau \rightarrow 0} x_\mu - \tau n_0 \delta_{0\mu} + O(\varepsilon); \\ Z_\mu &\xrightarrow{\tau \rightarrow \infty} -\frac{1}{\varepsilon} n_0 \delta_{0\mu} \equiv Y_\mu. \end{aligned} \right\} \quad (56)$$

Используем выражение (40), связывающее потенциал в калибровке

$$P \exp \left\{ ig \int_{\gamma(y, x)} dz^\alpha A_\alpha^E(z) \right\} = \mathbb{1} \quad (57)$$

с потенциалом в произвольной калибровке. В общем случае матрицы преобразования могут быть сингулярными, тогда третье слагаемое в (40) отлично от нуля. Первое слагаемое справа в (40) равно нулю, поскольку $\frac{\partial z^\beta}{\partial x_\mu} \Big|_{z=y} = g_{\beta\mu} e^{-\varepsilon\tau} \Big|_{\tau \rightarrow \infty} = 0$. Для выбранного нами простого пути получим выражение

$$\hat{A}_\mu^E = -(n_0 \delta_{0\beta} + \varepsilon x_\beta) \int_0^\infty d\tau e^{-2\varepsilon\tau} E^{-1}(A) \hat{G}_{\beta\mu}(A) E(A), \quad (58)$$

которое удобно использовать для нахождения пропагатора

$$\begin{aligned} \langle 0 | A_\mu^E(x) A_\nu^E(x') | 0 \rangle &= \int_0^\infty d\tau \int_0^\infty d\tau' e^{-2\varepsilon(\tau+\tau')} \langle 0 | (n_0 + \varepsilon x_0) (n_0 + \varepsilon x'_0) \times \\ &\times (E^{-1} G_{0\mu} E) (E^{-1} G_{0\nu} E) + \varepsilon x_i (n_0 + \varepsilon x'_0) (E^{-1} G_{i\mu} E) (E^{-1} G_{0\nu} E) + \\ &+ \varepsilon (n_0 + \varepsilon x_0) x'_j (E^{-1} G_{0\mu} E) (E^{-1} G_{j\nu} E) + \\ &+ \varepsilon^2 x_i x'_j (E^{-1} G_{i\mu} E) (E^{-1} G_{j\nu} E) | 0 \rangle \end{aligned} \quad (59)$$

свободного глюонного поля. Для этого пренебрежем всеми слагаемыми справа, содержащими константу взаимодействия, и используем любую удобную для расчета калибровку, в частности фейнмановскую. Первое слагаемое в (59) представим как сумму поперечного и продольного пропагаторов $D_{ij}^{(4)} = D_{ij}^T + D_{ij}^L$:

$$\begin{aligned} D_{ij}^{(4)} &= \frac{1}{n_0^2} (n_0 + \varepsilon x_0) (n_0 + \varepsilon x'_0) \times \\ &\times \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x-x')}}{k^2 + i\delta} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{(k_0 - 2i\varepsilon)(k_0 + 2i\varepsilon)} \right); \\ D_{ij}^T &= - \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x-x')}}{k^2 + i\delta} \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{\mathbf{k}^2} \right) \times \\ &\times \left(1 + \frac{\varepsilon}{n_0} x_0 \right) \left(1 + \frac{\varepsilon}{n_0} x'_0 \right); \end{aligned} \quad (60)$$

$$D_{ij}^L(x, x') = -\frac{1}{2\varepsilon} \left(1 + \frac{\varepsilon}{n_0} x_0\right) \left(1 + \frac{\varepsilon}{n_0} x'_0\right) \times \\ \times e^{-\varepsilon |x_0 - x'_0|} \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{k_i k_j}{\bar{k}^2} e^{ik(x-x')}. \quad (61)$$

В пределе $\varepsilon \rightarrow 0$ из (61) следует результат Славнова—Фролова. Другие компоненты пропагатора имеют вид

$$\left. \begin{aligned} D_{10}(x, x') &= e^{-\varepsilon |x_0 - x'_0|} \frac{(x'_i \partial^i) \partial^l}{2n_0 \bar{V}} \delta^3(x - x'); \\ D_{01}(x, x') &= e^{-\varepsilon |x_0 - x'_0|} \frac{(x_i \partial^i) \partial^l}{2n_0 \bar{V}} \delta^3(x - x'). \end{aligned} \right\} \quad (62)$$

Компоненты пропагатора, пропорциональные ε , не выписаны. Введенный параметр ε однозначно фиксирует правило обхода дополнительных полюсов пропагатора. Подчеркнем тот факт, что в пределе $\varepsilon \rightarrow 0$ $A_0(x) \rightarrow 0$, однако компоненты D_{0i} и D_{i0} пропагатора отличны от нуля. Это следствие пинчевой структуры $[(k_0 - i\varepsilon)(k_0 + i\varepsilon)]^{-1}$, интегрирование которой приводит к фактору $1/\varepsilon$, сокращающему ε в числителе выражений для D_{0i} , D_{i0} .

Рассмотрим аналог аксиальной калибровки. Для этого выберем путь из фиксированной точки $Y_\mu = -\varepsilon^{-1} n_\mu$ в каждую точку x в виде $Z_\mu = \left(x_\mu + \frac{1}{\varepsilon} n_\mu\right) e^{-\varepsilon\tau} - \frac{1}{\varepsilon} n_\mu$. В результате

$$\hat{A}_\mu^E(x) = -(n_\beta + \varepsilon x_\beta) \int_0^\infty d\tau e^{-2\varepsilon\tau} \hat{G}_{\beta\mu}(A). \quad (63)$$

Очевидно, при $\varepsilon \rightarrow 0$ из (63) следует условие $n^\alpha A_\alpha(x) = 0$. Для глюонного пропагатора в этом случае получаем

$$\langle 0 | \hat{A}_\mu^E(x) \hat{A}_\nu^E(x') | 0 \rangle = r_\alpha(x) r_\beta(x') \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x-x')}}{(k^2 + i\delta)} \times \\ \times \frac{(k_\alpha k_\beta g_{\mu\nu} - k_\mu k_\beta g_{\alpha\nu} - k_\nu k_\alpha g_{\mu\beta} + k_\mu k_\nu g_{\alpha\beta})}{((kn) + 2i\varepsilon)((kn) - 2i\varepsilon)}, \quad (64)$$

где $r_\alpha = \varphi(x) n_\alpha + \varepsilon x_\alpha^T$; $\varphi(x) = 1 + \varepsilon x^L$. Координаты и импульсы удобно представить как сумму ортогонального вектору n и продольной составляющих:

$$k_\mu^T = k_\mu - \frac{(kn)}{n^2} n_\mu, \quad x_\mu^T = x_\mu - \frac{(xn)}{n^2} n_\mu; \quad k_\mu^L = k^L n_\mu, \quad x_\mu^L = x^L n_\mu.$$

Преобразуем (64) к виду

$$D_{\mu\nu}(x, x') = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x-x')}}{(k^2 + i\delta)} \left\{ \varphi(x) \varphi(x') P_{\mu\nu}(k, n) - \right. \\ \left. - \frac{\varepsilon}{n^4} \frac{((x_\alpha^T k_\alpha^T) k_\mu^T n_\nu + (x'_\alpha^T k_\alpha^T) k_\nu^T n_\mu)}{(k_L - 2i\varepsilon)(k_L + 2i\varepsilon)} + O(\varepsilon) \right\},$$

где

$$\begin{aligned}
 P_{\mu\nu}(k, n) &= \left[g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu n_\nu}{(kn) + 2i\varepsilon} - \frac{k_\nu n_\mu}{(kn) - 2i\varepsilon} + \right. \\
 &\quad \left. + \frac{n^2 k^\mu k^\nu}{((kn) - 2i\varepsilon)((kn) + 2i\varepsilon)} \right] = P_{\mu\nu}^T + P_{\mu\nu}^L; \\
 P_{\mu\nu}^T &= g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu^T k_\nu^T}{(k^T)^2} - \frac{n_\mu n_\nu}{n^2} = \\
 &= g_{\mu\nu} - \frac{(nk)^2}{(nk)^2 - n^2 k^2} \left[\frac{k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu}{(kn)} - \frac{1}{(kn)^2} (n^2 k_\mu k_\nu + k^2 n_\mu n_\nu) \right]; \\
 P_{\mu\nu}^L &= \frac{k^2}{(k^L - 2i\varepsilon)(k^L + 2i\varepsilon)} \frac{1}{n^2} \frac{k_\mu^T k_\nu^T}{(k^T)^2}. \quad (65)
 \end{aligned}$$

Очевидно, $P_{\mu\alpha}^T P_{\alpha\nu}^T = P_{\mu\nu}^T$, $n_\mu P_{\mu\nu}^T = k_\mu P_{\mu\nu}^T = 0$. В выражении (65) явно выписаны лишь те слагаемые, пропорциональные ε , которые при интегрировании по k^L приведут к конечному вкладу при $\varepsilon \rightarrow 0$. В результате получим

$$D_{\mu\nu}(x, x') = D_{\mu\nu}^T + D_{\mu\nu}^L + D_{\mu\nu}^{\text{anom}}. \quad (66)$$

В (66) введены обозначения:

$$D_{\mu\nu}^T(x, x') = \varphi(x) \varphi(x') \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} \frac{e^{ik(x-x')}}{k^2 + i\delta} P_{\mu\nu}^T(k, n); \quad (67)$$

$$\begin{aligned}
 D_{\mu\nu}^L(x, x') &= \frac{1}{2\varepsilon} (1 + \varepsilon x^L) (1 + \varepsilon x'^L) e^{-\varepsilon |x_L - x'_L|} \times \\
 &\quad \times \int \frac{d^3 k_T}{(2\pi)^3} \frac{k_\mu^T k_\nu^T}{(k^T)^2} e^{ik^T(x_T - x'_T)}; \quad (68)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 D_{\mu\nu}^{\text{anom}} &= \frac{1}{2} e^{-\varepsilon |x_L - x'_L|} \int \frac{d^3 k_T}{(2\pi)^3} \frac{e^{ik^T(x_T - x'_T)}}{(k^T)^2} \times \\
 &\quad \times [k_\mu^T n_\nu(x^T k_T) + k_\nu^T n_\mu(x'_T k_T)]. \quad (69)
 \end{aligned}$$

Аномальное слагаемое (69) при $\varepsilon \rightarrow 0$ приводит к тому, что $n^\mu \times \times D_{\mu\nu}(x, x') \neq 0$, несмотря на то, что из соотношения (63) следует $(nA) = 0$. Как и в предыдущем случае, обход полюсов фиксирован, что гарантирует по построению калибровочную инвариантность физических величин. Однако возможность переходить к пределу $\varepsilon \rightarrow 0$ на уровне функций Грина сомнительна. Подчеркнем, что при $\varepsilon \rightarrow 0$ скачком меняется симметрия остаточных калибровочных преобразований, и именно в этом заложена математическая некорректность использования недоопределенных калибровок $A_0 = 0$ и $(nA) = 0$. В старших порядках ТВ из продольных слагаемых пропагаторов будут накапливаться степени полюса $1/\varepsilon$, которые, умножаясь на пропорциональные ε^n слагаемые $D_{\mu\nu}^T$ и $D_{\mu\nu}^L$, могут дать конечный вклад. Преждевременно устремив ε к нулю, мы придем

к необходимости в каждом последующем порядке ТВ доопределять продольную и поперечную части глюонного пропагатора. Нельзя, конечно, исключить возможность взаимного сокращения конечных вкладов полюсов $1/\varepsilon^n$ в старших порядках ТВ, в этом случае возможен предельный переход $\varepsilon \rightarrow 0$ в функции Грина. Однако такая компенсация кажется маловероятной. Прямой расчет вильсоновской петли в порядке α_s^3 мог бы прояснить эту проблему.

Таким образом, калибровочная инвариантность S -матрицы эквивалентна независимости от выбора пути в путезависимом формализме. Нарушение калибровочной инвариантности функции Грина в стандартном формализме трансформируется в нарушение трансляционной инвариантности в путезависимом подходе. Асимптотическое поведение продольной части пропагатора принципиальным образом зависит от порядка взятия предела $\varepsilon \rightarrow 0$. Параметр ε , удерживающий точку начала пути в конечной области пространства, фактически задает правило обхода дополнительных полюсов пропагатора.

4. РЕНОРМИРУЕМОСТЬ ПРОПАГАТОРОВ В КОНТУРНЫХ КАЛИБРОВКАХ

Формально отсутствие взаимодействия полей «духов» с калибровочными полями в контурных калибровках автоматически приводит к простой связи между расходящимися частями констант перенормировки:

$$Z_A = Z_{3A} = Z_{4A}, \quad (70)$$

Z_A — константа перенормировки волновой функции глюона, Z_{3A} и Z_{4A} — константы перенормировки трех- и четырехглюонной вершин соответственно. Тождества Уорда (70) были проверены Куммером непосредственным расчетом однопетлевых КХД-поправок в калибровке $(nA) = 0$ [35]. Проблемы ренормируемости нековариантных калибровок обсуждались многими авторами [36—39], однако доказательство мультипликативности ренормировки во всех порядках отсутствует до сих пор. Кроме этого, при расчете поляризационного оператора всегда использовались прескрипции обхода дополнительных полюсов $1/(kn)^\beta$ [24, 25, 40, 41], что, естественно, не позволяет с уверенностью обобщить результат на старшие порядки ТВ, поскольку в каждом порядке необходимо доказывать, что прескрипция не нарушает калибровочную инвариантность наблюдаемых величин и унитарность S -матричных элементов. Результаты Карачиоло, Курчи, Менотти [22] сильно пошатнули уверенность в том, что нековариантные калибровки в их традиционном виде имеют равный статус с общеизвестными, хорошо изученными ковариантными калибровками. Во всяком случае, в неабелевых безмассовых теориях ситуация существенно усложняется тем, что продольная, трансляционно-неинвариантная часть пропагатора, взаимодействуя с поперечными глюонами, существенно деформирует результат. Причем,

как было видно из предыдущего раздела, ни одна из прескрипций не является достаточной в общем случае.

Одним из возможных путей доказательства мультипликативной ренормируемости пропагатора калибровочного поля в калибровках аксиального типа является развитие метода, позволяющего в каждом порядке ТВ вычислять пропагатор глюонного поля в нековариантной калибровке, используя, в соответствующем приближении, пропагатор глюонного поля в ковариантной калибровке.

В этом разделе мы покажем, что в любом порядке ТВ справедлива простая связь между пропагаторами в нековариантных и ковариантных калибровках, эквивалентная специальному выбору калибровочного α -параметра в ковариантной α -калибровке. Тем самым проблему перенормируемости и унитарности удастся свести к решенной.

Воспользуемся уравнением (40), полагая $E^{-1} [\partial_\alpha \partial_\beta] E = 0$, тогда

$$\begin{aligned} D_{\mu\nu}^{E,c}(x, x') &= -i \langle 0 | T \hat{A}_\mu^E(x) \hat{A}_\nu^E(x') | 0 \rangle = \\ &= -i \langle 0 | T \left\{ \int_{\gamma(x,y)} dz_\alpha \int_{\gamma(x',y)} dz'_\beta \frac{\partial z_\eta}{\partial x_\mu} \frac{\partial z'_\rho}{\partial x'_\nu} \times \right. \\ &\quad \left. \times \tilde{E}_{ad}^{-1}(A(z)) G_{\alpha\eta}^d(z) G_{\beta\rho}^p(z') \tilde{E}_{pb}(A(z')) \right\} | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (71)$$

Соотношение (71) связывает пропагаторы в различных калибровках. $D_{\mu\nu}^{E,c}(x, x')$ — причинный пропагатор в нековариантной калибровке, фиксированной выбором пути $\gamma(x, y)$, где y — начальная точка пути. $\tilde{E}_{ab}(A) = P \exp \left\{ ig \int_{\gamma(y,x)} dz^\alpha A_\alpha^c(z) f^{abc} \right\}$ есть P -упорядочен-

ная экспонента в присоединенном представлении; f^{abc} — структурная константа группы $SU(3)$. Отметим неоднозначность в определении T -упорядочения в правой части уравнения (71), если совершен переход в пространство Минковского. Известно (см., например, [42]), что разные типы T -упорядочения (виково или дайсоново) приводят к отличию на квазилокальный оператор, несущественный в расчете наблюдаемых величин. В случае, если вектор, касательный к контуру $\gamma(x, Y)$, на некотором участке пути времениподобный, то T -упорядочение не коммутирует с интегрированием. Отличие в различных определениях приводит к различному виду продольной части пропагатора. В случае неабелевых калибровочных полей это оказывается существенным. Для сохранения калибровочной инвариантности наблюдаемых величин следует вносить операцию T -упорядочения как под знаки интегралов, так и под дифференциальный оператор. Подынтегральное выражение уравнения (71) изображено на рис. 5. Мы можем использовать в правой части уравнения (71) глюонный пропагатор в ковариантной α -калибровке. В сумме диаграмм в каждом порядке ТВ α -зависимость сократится. Это ясно, если принять во внимание, что при калибровочных преобразованиях

потенциала в правой части уравнения (71)

$$\hat{E}(A^U) = U^{-1}(x) \hat{E}(A) U(y), \text{ а } \hat{G}_{\mu\nu}(A^U) = U^{-1}(x) \hat{G}_{\mu\nu}(A) U(x),$$

откуда следует калибровочная инвариантность правой части уравнения (71). Другими словами, уравнение (71) проецирует все мно-

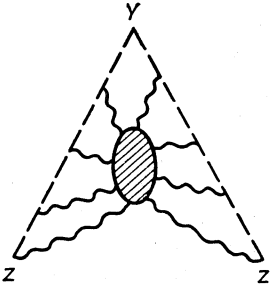


Рис. 5. Графическое изображение подынтегрального выражения уравнения (71):

пунктирная линия означает P -экспоненту с интегралом в показателе из точки Y в точку z ; волнистая линия — глюонный пропагатор в ковариантной калибровке; заштрихованный блок обозначает произвольный порядок TB

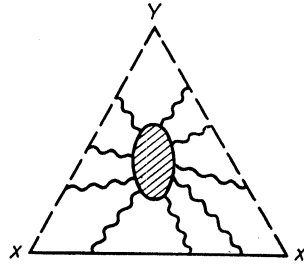


Рис. 6. Графическое изображение равенства (72):

прямая линия соответствует кварковому пропагатору

жество $\{A_\mu^U\}$ физически эквивалентных полей в единственный элемент этого множества.

Для кваркового пропагатора ситуация вполне аналогичная. Связь пропагатора кварка в нековариантной калибровке с пропагатором в α -калибровке имеет вид

$$\langle 0 | T \bar{q}(x) q(x') | 0 \rangle^E = \langle 0 | T \{ E^{-1}(\gamma(y, x); A) \bar{q}(x) q(x') E(\gamma(x', y); A) \} | 0 \rangle. \quad (72)$$

Графически это равенство изображено на рис. 6. В однопетлевом приближении выражение (72) приводит к диаграммам рис. 7. Каждая из этих диаграмм содержит зависимость от калибровочного пара-

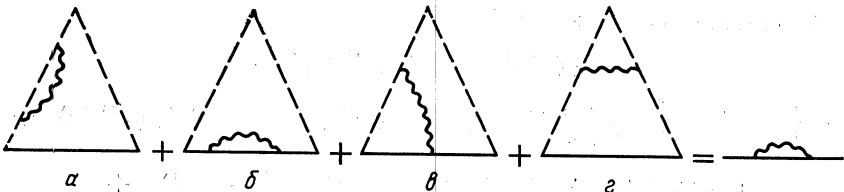


Рис. 7. Однопетлевое приближение равенства (72):

сплошная линия в левой части равенства обозначает фермионный пропагатор в α -калибровке

метра α . Причем диаграмма рис. 7, z дает информацию об инфракрасной структуре пропагатора. В дальнейшем мы покажем, что инфракрасные и ультрафиолетовые свойства пропагаторов в нековариантных калибровках существенно связаны. Выпишем расходящиеся константы для каждой из диаграмм рис. 7:

$$\begin{aligned} Z_\alpha &= 1 + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F (3 - \alpha) \frac{1}{\varepsilon}, \quad Z_\varepsilon = Z_\alpha^{-1} Z_{\text{cusp}}; \\ Z_G &= 1 - \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \alpha \frac{1}{\varepsilon}; \\ Z_\varepsilon &= 1 + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \alpha \frac{1}{\varepsilon}, \end{aligned} \quad (73)$$

Z_α — константа перенормировки P -экспоненты; Z_G — константа перенормировки кваркового пропагатора в α -калибровке. Константа Z_ε — следствие расходимости в интеграле, характеризующем взаимодействие P -экспоненты с кварковым пропагатором, и, наконец, константа Z_ε , соответствующая диаграмме рис. 7, z , представлена в виде произведения двух констант. Смысл независящей от α -параметра константы Z_{IR}^{cusp} будет пояснен ниже. Константа перенормировки пропагатора кварка в нековариантной калибровке, таким образом, определена:

$$Z_q^E = Z_\alpha^2(\alpha) Z_G(\alpha) Z_B^2(\alpha) Z_\alpha^{-1}(\alpha) = 1 + 3 \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F \frac{1}{\varepsilon}. \quad (74)$$

Как и следовало ожидать, калибровочная инвариантность выражения (72) привела к сокращению α -параметра, однако этот факт можно использовать в дальнейшем для существенного упрощения расчетов и анализа некоторых общих свойств амплитуд рассеяния в жестких процессах. Важным в данном случае является то, что уравнение

$$Z_\alpha Z_G^2 = 1 \quad (75)$$

имеет решение. В выбранном приближении решением является $\alpha = -3$, т. е. при $\alpha_0 = -3$ происходит компенсация UV -сингулярностей диаграмм рис. 7, a , e , z . Это означает, что UV -сингулярности пропагатора кварков в нековариантной калибровке эквивалентны UV -сингулярностям пропагатора в ковариантной α -калибровке при $\alpha = \alpha_0$:

$$Z_q^E = Z_q(\alpha = -3). \quad (76)$$

Перепишем уравнение (71) в виде

$$\begin{aligned} & Z_A^E \langle 0 | T A_\mu^E(x) A_\nu^E(x') | 0 \rangle_R^{ab} = \\ &= \int dz_\alpha \frac{\partial z^\eta}{\partial x_\mu} \int dz'_\beta \frac{\partial z'_\rho}{\partial x'_\nu} \{ Z_A(\alpha) K_{\eta\rho}^{\alpha\beta\gamma\delta}(\partial\partial) \langle 0 | T (A_\nu^\alpha(z) A_\delta^\beta(z')) | 0 \rangle_R + \\ &+ \langle 0 | [(\tilde{E}^{-1} - 1)_{ad} \hat{G}_{\alpha\eta}^d G_{\beta\rho}^p \tilde{E}_{pb} + \tilde{E}_{ad}^{-1} G_{\alpha\eta}^d G_{\beta\rho}^p (\tilde{E} - 1)_{pb} + \\ &+ (\tilde{E}^{-1} - 1)_{ad} G_{\alpha\eta}^d G_{\beta\rho}^p (\tilde{E} - 1)_{pb}] | 0 \rangle, \end{aligned} \quad (77)$$

где $A_\mu^E = Z_{A,E}^{1/2} A_{\mu,R}^E$; $Z_{A,E}$ — константа перенормировки волновой функции глюона в нековариантной калибровке, оператор

$$K_{\eta\rho}^{\alpha\beta\gamma\delta}(\partial\partial) = g_{\gamma\eta}g_{\rho\delta}\partial_\alpha\partial'_\beta - g_{\alpha\gamma}g_{\rho\delta}\partial_\eta\partial'_\beta - g_{\eta\gamma}g_{\delta\beta}\partial_\alpha\partial'_\rho + g_{\alpha\gamma}g_{\beta\delta}\partial_\eta\partial'_\rho \quad (78)$$

и $A_\mu = Z_A(\alpha) A_{\mu,R}$, $Z_A(\alpha)$ — константа перенормировки волновой функции глюона в ковариантной α -калибровке. Очевидно, в общем

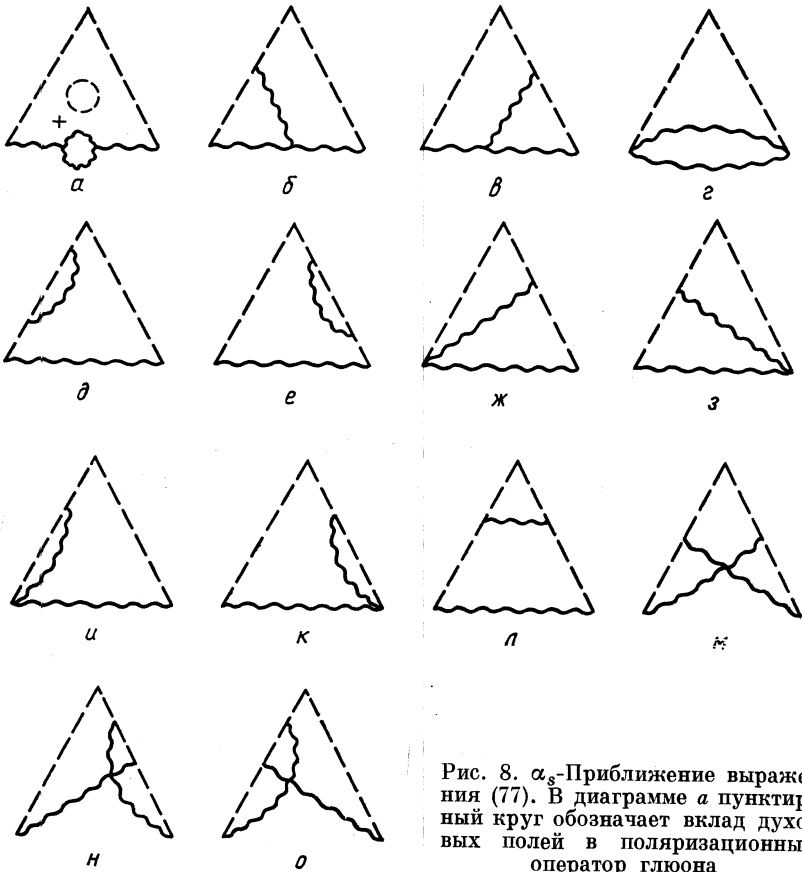


Рис. 8. α_s -Приближение выражения (77). В диаграмме *a* пунктирный круг обозначает вклад духовых полей в поляризационный оператор глюона

случае $Z_A^E \neq Z_A(\alpha)$. В порядке α_s из выражения (77) следуют диаграммы рис. 8. Вполне аналогично случаю кваркового пропагатора (74) калибровочная инвариантность правой части уравнения (77) приводит к сокращению α -параметра в сумме диаграмм рис. 8, б—о. В этом случае

$$Z_A^E = Z_A(\alpha = -3). \quad (79)$$

Но константа Z_A^E ввиду отсутствия взаимодействия духов с калибровочными полями в нековариантных калибровках определяет β -функцию

$$g_B^2 \frac{\partial \ln Z_A^E}{\partial \ln \mu^2} \Big|_{g_B^2 = \text{const}} = \beta(g_R^2(\mu^2)). \quad (80)$$

Теперь проверим гипотезу, что возможен такой выбор калибровочного α -параметра

$$\alpha_R^* = \alpha_0 \sum_{n=0}^{\infty} C_n \left(\frac{\alpha_s}{4\pi} \right)^n, \quad (81)$$

при котором в любом порядке ТВ при конкретных значениях коэффициентов C_n можно добиться равенства

$$Z_A^E = Z_A(\alpha = \alpha_R^*) \quad (82)$$

в каждом порядке ТВ. Константы C_n определяются из уравнения

$$Z_\eta(\alpha_R^*) = Z_{\eta_A\eta}(\alpha_R^*), \quad (83)$$

где Z_η — константа перенормировки волновой функции духа, $Z_{\eta_A\eta}$ — константа перенормировки глюон-духовой вершины. Условие (83) приводит к упрощению связи между «голой» и ренормированной константами взаимодействия

$$g^2 = Z_\eta^{-2} Z_{\eta_A\eta}^2 Z_A^{-1} g_R^2 = Z_A^{-1}(\alpha_R^*) g_R^2. \quad (84)$$

При этом реализуется простое тождество Уорда (70). Если нам удастся доказать высказанное предположение, то тем самым будет обоснована ренормировочная эквивалентность нековариантных калибровок ковариантной калибровке со специальным выбором параметра $\alpha_R = \alpha_R^*$, что явится достаточным условием мультипликативной ренормируемости и унитарности.

Следующее за лидирующим $\alpha = \alpha_0 = -3$ приближение для параметра α можно получить, используя результаты расчета ренормировочных констант [43]:

$$Z_\eta = 1 + \frac{1}{4\epsilon} A(3 - \alpha) + \frac{A^2}{4\epsilon} \left[\frac{1}{8} \left(\alpha + \frac{95}{3} \right) - \frac{5N_f t}{3N_c} \right] + \\ + \frac{A^2}{32\epsilon^2} \left[3\alpha^2 - 35 + 16 \frac{T^2}{N_c} \right]; \quad (85)$$

$$Z_{\eta_A\eta} = 1 - \frac{A}{2\epsilon} \alpha - \frac{A^2}{16\epsilon} (5\alpha + 1)\alpha + \frac{A^2}{8\epsilon^2} (2\alpha + 3)\alpha; \quad (86)$$

$$Z_A = 1 - \frac{A}{6\epsilon} \left[(3\alpha - 13) + \frac{8tN_f}{N_c} \right] - \\ - \frac{A^2}{16\epsilon} \left[2\alpha^2 + 11\alpha - 59 + \frac{2N_f t T^2}{N_c^2} + \frac{5}{2} \frac{N_f t}{N_c} \right] + \\ + \frac{A^2}{24\epsilon^2} \left[(6\alpha^2 - 17\alpha - 39) + \frac{24N_f t}{N_c} \left(1 + \frac{2}{3} \alpha \right) \right]; \quad (87)$$

$$Z_q = 1 - \frac{A}{\varepsilon} \frac{\alpha}{N_c} T^2 - \frac{A^2}{8\varepsilon} T^2 \left[(25 + 8\alpha + \alpha^2) \frac{1}{N_c} - \frac{8N_f t}{N_c^2} - \frac{6T^2}{N_c^2} \right] + \frac{A^2}{4\varepsilon^2} T^2 \left[\alpha(\alpha + 3) + \frac{2\alpha^2 T^2}{N_c^2} \right], \quad (88)$$

где N_f — число кварков; $A = \alpha_s N_c / 4\pi$; $T^2 = (n^2 - 1)/2n$; $t = 1/2$; n — ранг группы. Поскольку константы перенормировки разлагаются по обратным степеням ε (в схеме 'т Хоофта [59]), то

$$Z_\eta^{-1} Z_{\eta_A \eta} = 1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{d_n(g_R^2, \alpha_R)}{\varepsilon^n}. \quad (89)$$

Соответствующим выбором коэффициентов C_n в выражении (81) можно добиться во всех порядках ТВ равенства

$$d_1(g_R^2, \alpha_R^*) = 0. \quad (90)$$

Это означает, что β -функция и, следовательно, характер взаимодействия определяются константой перенормировки волновой функции глюона Z_A , поскольку

$$\beta(g^2) \equiv g^4 \frac{da_1(g^2)}{dg^2}, \quad (91)$$

где a_1 — первый коэффициент ренормировочного ряда для константы взаимодействия

$$g_B^2 = \mu^{2\varepsilon} g_R^2 \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n(g_R)}{\varepsilon^n} \right). \quad (92)$$

Таким образом, соотношение (83) может выполняться в слабом смысле, т. е. с точностью до d_n/ε^n с $n > 1$. В этом случае коэффициенты C_n конечны в пределе $\varepsilon \rightarrow 0$. В случае если мы потребуем выполнения (83) для всех полюсов $1/\varepsilon^n$, то

$$C_n = C_n^{(1)} + \frac{1}{\varepsilon^n} C_n^{(2)} \quad (93)$$

будет содержать слагаемое, сингулярное по ε . Это означает, что при снятии регуляризации $C_n \rightarrow \infty$. Однако роль слагаемых d_n/ε^n при $n > 1$ сводится к тому, что они, давая вклад в коэффициенты a_n ряда (92) для $n > 1$, обеспечивают выполнение РГ-ограничения

$$\frac{da_{n+1}}{dg^2} = \frac{da_1}{dg^2} \left(a_n + g^2 \frac{da_n}{dg^2} \right) \quad (94)$$

и при этом никак не влияют на характер взаимодействия. Из соотношений (85), (86) следует, что

$$C_0 = 1, C_1^{(1)} = \left(\frac{5}{6} \right)^2 N_c - \frac{5}{9} N_f t, N_c = 3 \quad (95)$$

в выражении (81). РГ-уравнение для α -параметра имеет вид

$$\frac{d\alpha}{dl} = b(\alpha_s, \alpha) \alpha; \quad l = \ln \mu^2/\mu'^2, \quad (96)$$

где $b(\alpha_s, \alpha) = b_1 \frac{\alpha_s}{4\pi} + b_2 \left(\frac{\alpha_s}{4\pi}\right)^2 + \dots$

Двухпетлевой расчет [43] дает в \overline{MS} -схеме

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= \frac{13-3\alpha}{2} - \frac{2}{3} N_f; \\ b_2 &= \frac{531}{8} - \frac{99}{8} \alpha - \frac{9}{4} \alpha^2 - \frac{61}{6} N_f. \end{aligned} \right\} \quad (97)$$

Используя соотношения (95) и (81), легко убедиться, что $b_1 = \beta_1$, $b_2 = \beta_2$. Эти равенства являются следствием того, что при $\alpha = \alpha_R^*$

$$\alpha_B = \frac{g_R^2}{g_B^2} \alpha_R^* \mu^{2\epsilon}. \quad (98)$$

Здесь $\epsilon = (4 - n)/2$, n — размерность пространства; μ — параметр, имеющий размерность массы. Таким образом,

$$\alpha_s b(\alpha_s, \alpha^*) = -\beta(\alpha_s). \quad (99)$$

В MOM-схеме соотношение (99) нарушается и ситуация полностью не изучена *. Таким образом, специальный выбор калибровочного параметра α эффективно перегруппировывает сингулярные вклады, оставляя их лишь в первом слагаемом в правой части уравнения (77). Это приводит к простому выражению

$$D_{\mu\nu}^{c,E}(x, x') = Z_A(\alpha_R^*) \hat{L}_{\mu\nu}^{\gamma\eta} D_{\gamma\eta(R)}^{c,cov}(z, z'), \quad (100)$$

связывающему пропагатор в нековариантной калибровке с пропагатором в специальной ковариантной калибровке. $\hat{L}_{\mu\nu}^{\gamma\eta}$ — интегро-дифференциальный оператор из уравнения (77). В отличие от ковариантных калибровок $\frac{1}{2\alpha} (\partial^\mu \hat{A}_\mu)^2$, в которых перенормируется только поперечная часть пропагатора, в нашем случае перенормируется весь пропагатор. Это следствие свойства

$$\hat{L}_{\mu\nu}^{\gamma\eta} \partial_\gamma = \hat{L}_{\mu\nu}^{\gamma\eta} \partial_\eta = 0. \quad (101)$$

Уравнение (100) доказывает мультипликативную ренормируемость глюонного пропагатора в контурной калибровке.

* Двухпетлевые расчеты в MOM-схеме в α -калибровке, а также исследования зависимости эффективного заряда α_s от калибровочного параметра α можно найти в работе [58].

5. СПЕКТРАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ГЛЮОННОГО ПРОПАГАТОРА

Интерес к спектральному представлению глюонного пропагатора был во многом определен работой Оеме и Циммермана [60], в которой указывалось на возможное противоречие между положительной определенностью спектральной функции и свойством асимптотической свободы. Аргументы основывались на результатах Каллена [61]. Было показано, что значение физического заряда e_R в электродинамике всегда меньше голого заряда e_B . Этот факт является следствием правила сумм Лемана для фотонной ренормализационной константы

$$\int_0^{\infty} \rho(q^2) dq^2 = 1 - Z_A, \quad (102)$$

где $Z_A = (e_R/e_B)^2$: Положительная определенность спектральной функции $\rho(q^2)$ доказывает утверждение

$$Z_A < 1, \quad (103)$$

откуда следуют положительное значение β -функции и, следовательно, нульзарядовое поведение константы взаимодействия.

В КХД ситуация значительно сложнее, поскольку, во-первых, в общем случае $Z_A \neq (g_R/g_B)^2$ и зависит от калибровки (здесь Z_A — константа перенормировки глюона), во-вторых, соответствующая спектральная функция не является положительно определенной. Последнее утверждение следует из того, что в ковариантных калибровках гильбертово пространство содержит поля «духов». Однако в аксиальной калибровке, как и во всех контурных калибровках, духовые состояния отсутствуют, что позволяет избежать необходимости проектирования на положительно определенное пространство состояний, и, тем самым, казалось бы, мы приходим к явному противоречию со свойством асимптотической свободы, поскольку в этом случае

$$Z_A = g_R^2/g_B^2 \quad (104)$$

есть калибровочно-инвариантная величина. Путь к решению данного парадокса был намечен Френкелем и Тайлором [26] и позднее анализировался многими авторами [62, 63]. Добившись отсутствия духов, мы привнесли в жертву лоренцеву инвариантность, что проявилось в появлении дополнительных нефизических калибровочных сингулярностей. Обработка этих сингулярностей играет решающую роль в решении проблемы. Формально положительная величина ρ_1 содержит сингулярности при наличии полюсов $k^\alpha n_\alpha = 0$. Было показано, что прескрипция главного значения приводит к изменению знака спектральной функции ρ и, следовательно, реализуется неравенство

$$Z_A > 1, \quad (105)$$

необходимое в асимптотически свободной теории. Однако, как мы теперь знаем, прескрипция главного значения не решает всех проблем определения пропагатора неабелева калибровочного поля. Кроме того, само определение глюонного пропагатора в нековариантных калибровках

$$D_{\mu\nu}^{ab}(x-x') \equiv -\frac{\delta^2 W[0]}{\delta J_\mu^a(x) \delta J_\nu^b(x')}, \quad (106)$$

где

$$W[J] = \frac{\int DA_\mu^a \exp\{i \int d^4x (\mathcal{L} + J_\mu^a A_\mu^a)\} \delta(nA)}{\int DA_\mu^a \exp(i \int \mathcal{L} d^4x) \delta(nA)} \quad (107)$$

— стандартный производящий функционал, не является корректным, а должен пониматься лишь как предел более общего выражения. В результате пропагатор не является функцией разности координат $(x-x')_\alpha$, а потому и стандартное определение спектральной функции

$$\rho_{\mu\nu}^{ab}(q) \equiv \int d^4x e^{iqx} \langle 0 | [A_\mu^a(x), A_\nu^b(0)] | 0 \rangle \quad (108)$$

не является последовательным для полей в нековариантных калибровках. Очевидно, что традиционная форма спектральной функции

$$\rho_{\mu\nu}^{ab}(q) = \int d^4x e^{iqx} \left\{ -\rho_1(q, n) \left[g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu}{(kn)} + \frac{n^2}{(kn)^2} k_\mu k_\nu \right] + \right. \\ \left. + \rho_2(q, n) \left(g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu n_\nu}{n^2} \right) \right\}, \quad (109)$$

следующая из (108), не содержит существенных трансляционно-неинвариантных слагаемых.

Используя соотношение (100), попробуем вычислить глюонный пропагатор, выразив его через спектральную функцию $\rho(k)$ в специальной α_R^* -калибровке. При этом будем стремиться представить результат в виде, аналогичном (109), и найдем связь между функциями ρ_1 и ρ_2 и спектральной функцией $\rho_{\alpha_R^*}$. Выберем путь интегрирования в (100) в виде $Z_\mu = \left(x_\mu + \frac{1}{\varepsilon} n_\mu \right) e^{-\varepsilon\tau} - \frac{1}{\varepsilon} n_\mu$. Будем использовать в правой части уравнения (100) общую форму спектрального представления пропагатора глюона в ковариантной α -калибровке при $\alpha = \alpha_R^*$. В результате

$$D_{\mu\nu}^{c,E}(x, x') = \\ = - \int_0^\infty d\mu \rho(\mu^2) \int_{\gamma(x, \frac{n}{\varepsilon})} dz_\alpha \int_{\gamma(x', \frac{n}{\varepsilon})} dz'_\beta \mathcal{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(\partial\partial) D^c(z-z', \mu^2), \quad (110)$$

где оператор $\mathcal{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta} = g_{\mu\nu} \partial_\alpha \partial'_\beta - g_{\alpha\nu} \partial_\mu \partial'_\beta - g_{\mu\beta} \partial_\alpha \partial'_\nu + g_{\alpha\beta} \partial_\mu \partial'_\nu$.

При выводе выражения (110) мы использовали свойство (101), вследствие которого в (110) входит только одна из двух спектральных функций глюонного пропагатора в α -калибровке

$$D^c(z-z', \mu^2) = - \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik(z-z')}}{k^2 - \mu^2 + i\delta}. \quad (111)$$

Интегрируя (110) по путям, получаем выражение

$$D_{\mu\nu}^{c,E}(x, x') = \varphi_\alpha(x) \varphi_\beta(x') \int_0^\infty d\mu^2 \rho(\mu^2) \times \\ \times \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} \frac{e^{-ik(x-x')}}{k^2 - \mu^2 + i\delta} \frac{\mathcal{K}_{\mu\nu}^{\alpha\beta}(k)}{((kn) - 2i\varepsilon)((kn) + 2i\varepsilon)}, \quad (112)$$

где $\varphi_\alpha(x) = n_\alpha + \varepsilon x_\alpha$; $\varphi_\alpha(x') = n_\alpha + \varepsilon x'_\alpha$.

Представим координаты и импульсы в виде суммы поперечных и продольных составляющих:

$$\left. \begin{aligned} k_\mu &= k_\mu^T + k_\mu^L; & x_\mu &= x_\mu^T + x_\mu^L; \\ k_\mu^T &= k_\mu - k^L n_\mu; & x_\mu^T &= x_\mu - x^L n_\mu; \\ k^L &= (nk)/n^2; & x^L &= (nx)/n^2 \end{aligned} \right\} \quad (113)$$

и введем функцию $\varphi_L = (1 + \varepsilon x_L)$, тогда $\varphi_\alpha = n_\alpha \varphi_L + \varepsilon x_\alpha^T$. Как и в разд. 2, разобьем пропагатор $D_{\mu\nu}^{c,E}(x, x')$ на два слагаемых:

$$D_{\mu\nu}^{c,E}(x, x') = D_{\mu\nu}^{(1)} + D_{\mu\nu}^{(2)}.$$

в $D_{\mu\nu}^{(1)}(x, x')$ интеграл умножен на φ_L , φ'_L , а в определении функции $D_{\mu\nu}^{(2)}(x, x')$ перед интегралом стоят множители $\varepsilon \varphi_L x_\alpha^T$ и $\varepsilon x'_\alpha \varphi'_L$. Из (112) видно, что правило обхода полюсов задано параметром ε и, следовательно, определено до тех пор, пока мы не взяли предел $\varepsilon \rightarrow 0$. Учтя пинчевую структуру полюсов в отношении (112), перепишем его в эквивалентной форме

$$D_{\mu\nu}^{(1)}(x, x') = \int \frac{d^4k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x-x')} \left\{ -\sigma_1(k, n; x_L, x'_L) \times \right. \\ \times \left[g_{\mu\nu} - \frac{k_\mu n_\nu + k_\nu n_\mu}{(kn)} + \frac{n^2}{(kn)^2} k_\mu k_\nu \right] + \\ \left. + \sigma_2(k, n; x_L, x'_L) \left(g_{\mu\nu} - \frac{n_\mu n_\nu}{n^2} \right) \right\}. \quad (114)$$

Здесь

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1(k, n, x_L, x'_L) &= \int_0^\infty d\mu^2 \frac{\rho(\mu^2)}{k^2 - \mu^2 + i\delta} D_1(k, n, x_L, x'_L); \\ \sigma_2(k, n, x_L, x'_L) &= \int_0^\infty d\mu^2 \frac{\rho(\mu^2)}{k^2 - \mu^2 + i\delta} (D_1(k, n, x_L, x'_L) - 1). \end{aligned} \right\} \quad (115)$$

В (115) введено обозначение

$$D_1(k, n; x_L, x'_L) = (nk)^2 \left[-\frac{1}{(k^2 - \mu^2) n^2 - (nk)^2} + \frac{\pi}{\varepsilon} \varphi_L(x) \varphi_L(x') e^{-\varepsilon|x_L - x'_L|} \delta(kn) \right].$$

Формально структура выражения (114) совпадает с традиционной (108). Однако отличие велико. Во-первых, σ_1 и σ_2 содержат трансляционно-неинвариантные слагаемые, определяющие продольную часть пропагатора глюонов. Обе функции σ_1 и σ_2 определяются через спектральную функцию ρ пропагатора глюона в ковариантной α -калибровке при $\alpha = \alpha_R^*$. Из (115) следует простое трансляционно-инвариантное соотношение

$$\sigma_1(k, n, x_L, x'_L) - \sigma_2(k, n, x_L, x'_L) = \int_0^\infty d\mu^2 \frac{\rho(\mu^2)}{k^2 - \mu^2 + i\delta}. \quad (116)$$

Проанализируем теперь структуру слагаемого $D_{\mu\nu}^{(2)}(x, x')$. Как было показано в [34, 39], это слагаемое приводит к аномальному результату $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (n^\alpha A_\alpha(x)) = 0$, но $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} n^\mu D_{\mu\nu}^{c,E} \neq 0$. Простой расчет дает

$$\left. \begin{aligned} D_{\mu_L \nu}^{(2)}(x, x') &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x-x')} \sigma^{\text{anom}}(k, n, x, x') n_\mu k_\nu; \\ D_{\mu\nu_L}^{(2)}(x, x') &= \int \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{-ik(x-x')} \sigma^{\text{anom}}(k, n, x, x') n_\nu k_\mu, \end{aligned} \right\} \quad (117)$$

где

$$\sigma^{\text{anom}}(k, n, x, x') = \int_0^\infty d\mu^2 \rho(\mu^2) \frac{D^{\text{anom}}(k, n, x, x')}{k^2 - \mu^2 + i\delta};$$

$$D^{\text{anom}}(k, n, x, x') = \pi n^2 (kx) \delta(kn) e^{-\varepsilon|x_L - x'_L|};$$

$$D^{\text{anom}}(k, n, x', x) = \pi n^2 (kx') \delta(kn) e^{-\varepsilon|x_L - x'_L|}.$$

Аномальный пропагатор, так же как и продольная часть пропагатора $D_{\mu\nu}^{(1)}(x, x')$, является следствием пинчевой структуры полюсов (112). Предел $\varepsilon \rightarrow 0$ меняет остаточную симметрию системы. Очевидно, при $\varepsilon = 0$ имеет место инвариантность относительно непрерывных калибровочных преобразований матрицами, зависящими от координат, ортогональных калибровочному вектору n_μ :

$$\hat{A}_\mu^E(x) = U^{-1}(x_T) \hat{A}_\mu^E(x) U(x_T) + \frac{i}{g} U^{-1}(x_T) \partial_\mu U(x_T). \quad (118)$$

Наличие остаточной симметрии приводит к проблеме определения оператора канонического преобразования в представлении взаимодействия [21]. Строго говоря, переход к пределу $\varepsilon \rightarrow 0$ в функциях

Грина может привести к потере ряда слагаемых в старших порядках ТВ при расчете наблюдаемых величин. Роль аномальных компонент пропагатора может быть выяснена прямым вычислением одновременного канонического коммутационного соотношения. Выберем времениподобный вектор $n = (n_0, 0, 0, 0)$. В этом случае предел $\varepsilon \rightarrow 0$ приводит к калибровке $A_0(x) = 0$. Коммутатор может быть вычислен двумя способами:

а) использованием связи с любой другой, в частности ковариантной, калибровкой

$$\langle 0 | [\hat{G}_{0i}^E(x), \hat{A}_j^E(x')] | 0 \rangle_{t=t'} = \langle 0 | [E^{-1}\hat{G}_{0i}(A) E, \int dz_\alpha E^{-1}\hat{G}_{\alpha j} E] | 0 \rangle, \quad (119)$$

где $E(A) = P \exp \{ig(n_0\delta_{0\nu} + \varepsilon x_\nu) \int_0^\infty dt e^{-\varepsilon t} A_\nu(z)\}$;

б) непосредственным использованием соотношений (114), (117). Спектральную функцию $\rho(\mu^2)$ представим в виде

$$\rho_B(\mu^2) = Z_A(\alpha_R^*) (\delta(\mu^2) + \tilde{\rho}(\mu^2))_R. \quad (120)$$

В результате получим

$$\langle 0 | [G_{0i}^a(x), A_j^b(x')] | 0 \rangle_{t=t'} = i\delta_{ij}\delta^{ab}Z_A(\alpha_R^*) \left(1 + \int_0^\infty d\mu^2 \tilde{\rho}(\mu^2)\right)_R,$$

таким образом,

$$1 - Z_A(\alpha_R^*) = \int_0^\infty d\mu^2 \tilde{\rho}_B(\mu^2).$$

Результаты двух подходов будут совпадать лишь в том случае, если в расчете б) учтены аномальные слагаемые коммутатора $\langle 0 | \partial_i A_0^a(x), A_j^b(x') | 0 \rangle_{t=t'}$, которые отличны от нуля, несмотря на то что $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} A_0(x) = 0$ в силу соотношения (117).

Поскольку формальный предел детерминанта Фаддеева — Попова

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\det M_F) = \int D\bar{\eta} D\eta \exp \left\{ i \int d^4x \bar{\eta}^a(x) (n^\alpha \partial_\alpha \delta^{ab} + gf^{abc} n^\alpha A_\alpha^c) \eta^b(x) \right\}, \quad (121)$$

то складывается впечатление, что взаимодействие аномального пропагатора с полями духов вносит вклад в S -матричные элементы, однако это не так. Поскольку выбранный путь приводит к условию $(n^\mu + \varepsilon x^\mu) D_{\mu\nu}(x) = 0$, а для пропагатора

$$(n^\mu + \varepsilon x^\mu) D_{\mu\nu}^E(x, x') = n_\mu D_{\mu\nu}^{(2)}(x, x') + \varepsilon x_\mu D_{\mu\nu}^{(1)}(x, x') = 0 \quad (122)$$

при $\varepsilon \rightarrow 0$ во втором слагаемом (122) играет роль сингулярная $\sim 1/\varepsilon$ продольная часть пропагатора $D_{\mu\nu}^{(1)}(x, x')$. Поэтому формальный переход к пределу $\varepsilon \rightarrow 0$ в выражении

$$\det M_F = \det \{ (n_\mu + \varepsilon x_\mu) [\delta^{ab} \partial_\mu + g f^{abc} A_\mu^c(x)] \} \quad (123)$$

без учета сингулярной продольной части глюонного пропагатора дает ошибочный результат.

6. ИНФРАКРАСНЫЕ АСИМПТОТИКИ ФУНКЦИЙ ГРИНА

Быть может, наибольшее удовлетворение доставляет анализ инфракрасной структуры функций Грина фермионных и глюонных полей в контурных калибровках. Это связано как с чисто эстетическими свойствами подхода, так и с тем, что именно инфракрасные асимптотики пропагаторов имеют непосредственное прикладное значение при расчете длинноволновых глюонных обменов в жестких реакциях с рождением адронных струй или реального фотона и адронной струи, распространяющейся в противоположном направлении. Переразложение пропагаторов по соответствующим функциям в аксиальных калибровках плодотворно используется при исследовании инфракрасной структуры жестких процессов [12, 13, 18, 44, 45].

Проанализируем IR-свойства кваркового пропагатора в калибровке Фока — Швингера (FS) [46, 47]

$$(x - y)^\mu \hat{A}_\mu(x) = 0. \quad (124)$$

Иногда ее называют координатной калибровкой; в теоретических исследованиях она использовалась многими авторами [4, 48—50]. Итак, кварковый пропагатор

$$S^{FS}(x, x') = \langle 0 | E_1^{-1}(A) S(x, x') E_1(A) | 0 \rangle, \quad (125)$$

где $E_1(A) = P \exp \{ ig(x - y)^\alpha \int_0^1 d\tau A_\alpha(z) \}$ и $z_\mu = y_\mu + \tau(x - y)_\mu$.

Поле A_ν в показателе экспоненты и в функции $S(x, x', A)$ справа берем в α -калибровке. Пусть точка Y не лежит на прямой, соединяющей точки x и x' рис. 6. От уравнения (125) можем перейти к выражению

$$S^{FS}(x, x') = \langle 0 | E_1^{-1}(A) E_2(A) \tilde{S}^{FS}(x, x'; A_{FS}) E_2^{-1}(A) E_1(A) | 0 \rangle. \quad (126)$$

В уравнении (126) $E_2(A) = P \exp \left\{ ig(x - \eta)^\alpha \int_0^1 d\tau A_\alpha(\tilde{z}) \right\}$, причем точку η_μ возьмем на прямой $(x - x')$. Поле A_{FS}^μ в правой части (126) удовлетворяет условию $(x - \eta)^\beta A_{\beta}^{FS}(x) = 0$, т.е. с иной фик-

сированной точкой по сравнению с (124). Правая часть (126) изображена на рис. 9. Как видим, пропагаторы в калибровках FS с различными фиксированными точками связаны преобразованием, образующим вильсоновскую петлю. Пропагатор $\tilde{S}^{\text{FS}}(x, x')$ не содержит

$$x \text{---} x' = x \text{---} x'$$

$S^{F.S.}(x, x')$ $\tilde{S}^{F.S.}(x, x')$

Рис. 9. Изображение уравнения (126):

пунктирный треугольник определяет путь интегрирования в петле Вильсона

IR-сингулярностей в случае, если фиксированная точка лежит на прямой, соединяющей точки x и x' . Как было показано ранее, константы перенормировки UV -расходимостей не зависят от выбора фиксированной точки, следовательно, для произвольной точки Y инфракрасная асимптотика определяется расчетом вильсоновской петли

$$W_c = \langle | P \exp \left[ig \oint_c dz^\alpha \hat{A}_\alpha(z) \right] | \rangle. \quad (127)$$

Произведем расчет петли W_c с контуром, изображенным на рис. 9 в порядке α_s :

$$\begin{aligned} W_c = 1 - g^2 \int_0^1 d\tau \int_0^1 d\tau' \{ & \theta(\tau - \tau') [\Delta_1^\alpha \Delta_1^\beta D_{\alpha\beta}((\tau - \tau') \Delta_1) + \\ & + \Delta_2^\alpha \Delta_2^\beta D_{\alpha\beta}((\tau - \tau') \Delta_2) + \Delta_3^\alpha \Delta_3^\beta D_{\alpha\beta}((\tau - \tau') \Delta_3)] - \\ & - \Delta_1^\alpha \Delta_2^\beta D_{\alpha\beta}(\tau \Delta_1 - \tau' \Delta_2) - \Delta_1^\alpha \Delta_3^\beta D_{\alpha\beta}(\tau \Delta_1 - \tau' \Delta_3) + \Delta_2^\alpha \Delta_3^\beta D_{\alpha\beta}(\tau \Delta_2 - \tau' \Delta_3) \}. \end{aligned} \quad (128)$$

В соотношении (128) введены обозначения $\Delta_1^\alpha = (x - y)^\alpha$, $\Delta_2^\alpha = (x' - y)^\alpha$, $\Delta_3^\alpha = (x - x')^\alpha$:

$$\left. \begin{aligned} D_{\alpha\beta}(z - z') &= D_{\alpha\beta}^{(1)}(z, z') + D_{\alpha\beta}^{(2)}(z, z'); \\ D_{\alpha\beta}^{(1)}(z, z') &= \frac{1}{(z - z')^2}; \quad D_{\alpha\beta}^{(2)}(z, z') = \frac{(1 - \alpha)}{(4\pi)^2} \frac{\partial^2}{\partial z_\alpha \partial z'_\beta} \ln(z - z')^2. \end{aligned} \right\} \quad (129)$$

Представление (129) пропагатора глюонов в ковариантной α -калибровке существенно упрощает расчет, поскольку слагаемое $D_{\alpha\beta}^{(2)}$ позволяет снять интегрирование по путям. В α_s -приближении регуля-

ризация прямой линии контура дает

$$z_E = 1 + \frac{\alpha_s}{2\pi} (3 - \alpha) C_F \ln \delta^{-1}, \quad (130)$$

где δ — регуляризующий безразмерный параметр.

Слагаемое $D_{\alpha\beta}^{(2)}$ в расчете вершины приводит к результату

$$\Gamma_W^{(2)} = \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F (1 - \alpha) \ln \delta. \quad (131)$$

Расчет вершины с пропагатором $D_{\alpha\beta}^{(1)}$ рассмотрим подробно:

$$\Gamma_W^{(1)} = \frac{\alpha_s}{\pi} C_F (\Delta_1 \Delta_2) \int_0^1 d\tau \int_0^1 d\tau' \frac{1}{[\Delta_1^2 \tau^2 - 2(\Delta_1 \Delta_2) \tau \tau' + \Delta_2^2 \tau'^2]}. \quad (132)$$

Выражение (132) инвариантно относительно масштабных преобразований $\tau \rightarrow a\tau$, $\tau' \rightarrow a\tau'$ и $\Delta_1 \rightarrow C\Delta_1$, $\Delta_2 \rightarrow C\Delta_2$. Регуляризация нарушает эту инвариантность. Вследствие этого мы имеем произвол в определении конечной части интеграла (132). Расчет выражения (132) достаточно прост. Если ограничиться сингулярной частью, то

$$\Gamma_W^{(1)} = \frac{\alpha_s}{\pi} C_F \gamma_1 \operatorname{cth} \gamma_1 \ln \delta. \quad (133)$$

Введено обозначение $\operatorname{ch} \gamma_1 = (\Delta_1 \Delta_2) / \sqrt{\Delta_1^2 \Delta_2^2}$. В дальнейшем будем обозначать $\operatorname{ch} \gamma_2 = (\Delta_1 \Delta_3) / \sqrt{\Delta_1^2 \Delta_3^2}$ и $\operatorname{ch} \gamma_3 = (\Delta_2 \Delta_3) / \sqrt{\Delta_2^2 \Delta_3^2}$. Теперь, учитывая результаты (130), (131), (133), получаем

$$W_c = Z_{\text{cusp}}^{(1)} Z_{\text{cusp}}^{(2)} Z_{\text{cusp}}^{(3)} W_R^c; \quad (134)$$

$$Z_{\text{cusp}}^{(i)} = 1 - \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F (\gamma_i \operatorname{cth} \gamma_i - 1) \ln \frac{\mu^2}{\mu'^2}. \quad (135)$$

Как и следовало ожидать, вследствие калибровочной инвариантности W_c не содержит параметра калибровки α . В (133) предполагалось, что $\frac{|\Delta_i \Delta_j|}{\sqrt{\Delta_i^2 \Delta_j^2}} > 1$. В зависимости от свойств интервалов Δ_i тот или иной угол γ_i может обращаться в нуль. Таким образом, для пропагатора (125) получаем

$$S^{\text{FS}}(x, x') = Z_q \prod_{i=1}^3 Z_{\text{cusp}}^{(i)} S_R^{\text{FS}}(x, x'). \quad (136)$$

Заметим, что наш метод позволяет мгновенно получить IR -асимптотику фермионного пропагатора и в произвольной ковариантной калибровке. Она следует из соотношения

$$S(x, x') = \langle 0 | E(A) | 0 \rangle S^{\text{FS}}(x, x'), \quad (137)$$

где $E(A) = P \exp \left\{ ig(x - x') \alpha \int_0^1 d\tau A_\alpha(x + \tau(x' - x)) \right\}$.

Поскольку при таком выборе пути интегрирования пропагатор $S^{\text{FS}}(x, x')$ не содержит IR -расходимости, то IR -перенормировка

эквивалентна перенормировке P -экспоненты $E(A)$, т.е.

$$Z_{IR} = 1 + \frac{\alpha_s}{4\pi} C_F (3 - \alpha) \ln(\mu^2/\mu'^2), \quad (138)$$

что совпадает с известным результатом Абрикосова (1955) (см., например, [51]). Структура $(\gamma_j \operatorname{cth} \gamma_j - 1) \frac{\alpha_s}{2\pi} C_F$ называется угловой аномальной размерностью. Она была введена Поляковым [52] и затем активно использовалась в работах [13, 18, 44, 45, 53]. В наблюдаемых величинах IR -расходимости приводят к появлению размерного параметра λ_h , характеризующего предельно большую длину волны поля, которую может регистрировать экспериментальная аппаратура. Ренормализация UV -расходимостей, в свою очередь, вносит в теорию размерный параметр $\Lambda_{\text{КХД}}$, характеризующий интенсивность взаимодействия. Отношение λ_h^2/μ^2 (μ — параметр UV -регуляризации) неизбежно присутствует во всех регуляризованных амплитудах реакций с образованием адронных струй наряду с отношениями параметра μ^2 к мандельштамовским переменным. Естественно, что UV -свойства теории влияют на IR -асимптотики реакций. Впервые метод ренормгруппы был применен для анализа IR -асимптотик КХД, по-видимому, в работах [15]. Ренормгрупповое уравнение для пропагатора (136) имеет вид

$$\left(\frac{\partial}{\partial \ln t} + \beta \frac{\partial}{\partial \alpha_s} - \sum_{i=1}^3 \Gamma_{\text{cusp}}^{(i)} - \Gamma_q \right) S^{\text{FS}}(x, x'; Y) = 0. \quad (139)$$

Здесь

$$\frac{4\pi d\alpha_s^R}{d \ln t} = \beta, \quad \frac{d \ln Z_{\text{cusp}}^{(i)}}{d \ln t} = \Gamma_{\text{cusp}}^{(i)}, \quad \frac{d \ln Z_q}{d \ln t} = \Gamma_q, \quad t = \mu/\mu'^2.$$

Решением уравнения (139) является

$$S^{\text{FS}}(x, x', Y) = S(x, x') \exp \left\{ 4\pi^2 \int_{\alpha_s(\mu^2)}^{\alpha_s(\tilde{\mu}^2)} \frac{d\alpha}{\beta} \left(\sum_i \Gamma_{\text{cusp}}^i + \Gamma_q \right) \right\}. \quad (140)$$

Используем однопетлевые вычисления

$$\beta = -\alpha_s^2 \beta_1, \quad \beta_1 = \frac{1}{3} (11N_c - 2N_f)$$

и выпишем результат интегрирования для

$$\begin{aligned} W_{\text{cusp}} &= \exp \left\{ 4\pi \int_{\alpha}^{\tilde{\alpha}} \frac{d\alpha}{\beta} \sum_i \Gamma_{\text{cusp}}^i \right\} = \\ &= \exp \left\{ \frac{2C_F}{\beta_1} \sum_i (\gamma_i \operatorname{cth} \gamma_i - 1) \ln \left(\frac{\alpha_s(\tilde{\mu}^2)}{\alpha_s(\mu^2)} \right) \right\}. \end{aligned} \quad (141)$$

Для применимости ТВ в КХД необходимо, чтобы $\alpha_s (\mu^2) \ll 1$, если при этом $\beta_1 \alpha_s \ln \frac{\tilde{\mu}^2}{\mu^2} \ll 1$, тогда

$$W_{\text{cusp}} = \exp \left\{ \frac{C_F \alpha_s (\mu^2)}{2\pi} \sum_i (\gamma_i \text{cth } \gamma_i - 1) \ln \frac{\tilde{\mu}^2}{\mu^2} \right\}. \quad (142)$$

Если $\frac{|\Delta_i \Delta_j|}{\sqrt{\Delta_i^2 \Delta_j^2}} \gg 1$, то $\gamma_i \simeq \ln \frac{(\Delta_i \Delta_j)}{\sqrt{\Delta_i \Delta_j}}$. Тогда

$$W_{\text{cusp}} = \exp \left\{ \frac{C_F \alpha_s (\mu^2)}{2\pi} \sum_{\substack{i, j=1 \\ i > j}} \ln \left(\frac{(\Delta_i \Delta_j)}{\sqrt{\Delta_i^2 \Delta_j^2}} \right) \ln \frac{\tilde{\mu}^2}{\mu^2} \right\}. \quad (143)$$

При удачном выборе контуров, задающих вильсоновскую петлю, можно добиться, чтобы дважды логарифмическая асимптотика (143) соответствовала асимптотике реального струйного процесса [12, 13, 44]. Заметим, что, используя выражение (138) для инфракрасной асимптотики функции Грина фермиона в квантовой электродинамике в ковариантной α -калибровке, легко получить известное выражение

$$S_F^{IR}(x, x') = \int_{(k^2 \sim m^2)} \frac{d^4 k}{(2\pi)^4} e^{ik(x-x')} \frac{\hat{k} + m}{k^2 - m^2} \exp \left\{ \frac{\alpha_{\text{КХД}}}{2\pi} (3 - \alpha) \times \right. \\ \left. \times \ln \left(\frac{m^2}{k^2 - m^2} \right) \right\}. \quad (144)$$

Анализ IR -структуры глюонного пропагатора не содержит принципиальных сложностей, однако более громоздок. За исходное выражение для исследования следует взять соотношение (71). С результатами расчетов и РГ-подходом в аксиальной калибровке можно ознакомиться в работе [54]. В порядке α_s^2 угловая аномальная размерность была рассчитана в [57].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, мы сделали попытку, исходя из геометрической трактовки калибровочного поля, с единых принципов понять совокупность проблем, имеющих место в широком классе нековариантных калибровочных условий. Введенное контурное калибровочное условие (путьезависимая калибровка) [12] приводит к полевым конфигурациям, которые используются при построении калибровочных теорий в терминах калибровочно-инвариантных величин. Ценой такого подхода является явное нарушение лоренцевой инвариантности функций Грина. Как предельный случай контурные калибровки включают в себя калибровочные условия аксиального типа. При этом однозначно фиксированы правила обхода нефизических калибровочных полюсов. Инфинитезимальный параметр ε , входящий в определение

пути и характеризующий удаленность начальной точки, естественно отсутствует в калибровочно-инвариантных структурах. Однако традиционный метод счета в ТВ требует знания зависящих от калибровки функций Грина. Это приводит к постановке принципиального вопроса о возможности использования калибровок аксиального типа в рамках стандартной теории возмущений в неабелевых теориях. В старших порядках ТВ полюсы $1/\varepsilon^n$ потребуют учета последующих членов разложения по параметру ε , поскольку в противном случае будут утеряны конечные вклады в наблюдаемые величины $\frac{1}{\varepsilon^n} m(s, u, t) \varepsilon^n$, что повлечет нарушение калибровочной инвариантности. Теоретически есть вся информация для выделения таких слагаемых, однако в расчетной практике это, очевидно, приведет к огромному усложнению выкладок. Этот факт впервые обсуждался в работах [34, 39], недавно Андраши и Тейлор [55] пришли к аналогичному выводу. Возможно, эта проблема имеет более глубокие корни, связанные непосредственно с остаточной симметрией [21]. В то же время в задачах, требующих суммирования бесконечных подпоследовательностей диаграмм, выходящих за рамки пертурбативного подхода, преимущества контурных калибровок достаточно ощутимы. Доказательство мультипликативной ренормируемости открыло возможность для получения уравнений, связывающих спектральные функции пропагаторов, которые активно используются при непертурбативном анализе уравнений Дайсона. Единственная, строго решаемая непертурбативная задача квантовой калибровочной теории — суммирование инфракрасных расходимостей, приобретает в контурных калибровках особую элегантность. Следует ли сделать вывод, что основные успехи путезависимого формализма возможны при развитии непертурбативных методов? Во всяком случае такую возможность следует иметь в виду.

Отметим, что изложение не охватывает всех проблем. В обзор не включен сравнительный анализ условий с времениподобными и пространственно-подобными контурами. Случай светоподобной калибровки ($nA = 0, n^2 = 0$ ни в одном из подходов не является достаточно изученным. Наиболее последовательное исследование светоподобной калибровки проведено в работе [56].

ПРИЛОЖЕНИЕ

Известно несколько выводов формулы (40), мы приведем один из них, который использовался в работе [12]. Продифференцируем по x уравнение (36):

$$\frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\frac{\partial z^\mu}{\partial \tau} \frac{\partial E(A)}{\partial z_\mu} - ig \frac{\partial z^\mu}{\partial \tau} \hat{A}_\mu(z) E(A) \right) = 0, \quad (П4)$$

где $E(A) = P \exp \left(ig \int_0^\tau d\eta \frac{\partial z^\mu}{\partial \eta} \hat{A}_\mu(z) \right)$;

$z_\mu(\eta)$ — некоторая параметризация пути из y в x . Выражение (П1) преобразуется к

$$\begin{aligned} \frac{\partial z^\mu}{\partial \tau} \left\{ \left(\frac{\partial}{\partial z_\mu} - ig \hat{A}_\mu(z) \right) \left(\frac{\partial}{\partial x_\nu} E(A) \right) - \left[\frac{\partial}{\partial z_\mu}, \frac{\partial}{\partial x_\nu} \right] E \right\} = \\ = ig \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\frac{\partial z^\mu}{\partial \tau} \hat{A}_\mu(z) \right) E. \end{aligned} \quad (\text{П2})$$

Уравнение (П2) легко решается методом вариации произвольных постоянных. Пусть

$$\frac{\partial E}{\partial x_\nu} = \Phi B_\nu(x, y), \quad (\text{П3})$$

причем функция Φ удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial}{\partial \tau} \Phi - ig \frac{\partial z^\mu}{\partial \tau} A_\mu(z) \Phi = 0, \quad (\text{П4})$$

тогда, поскольку уравнения (П4) и (36) совпадают,

$$B_\nu(x, y) = ig \int_0^\tau d\eta E^{-1} \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\frac{\partial z^\mu}{\partial \eta} A_\mu(z) \right) E + \int_0^\tau d\eta \frac{\partial z^\alpha}{\partial \eta} \frac{\partial z^\beta}{\partial x_\nu} E^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial z_\alpha}, \frac{\partial}{\partial z_\beta} \right] E, \quad (\text{П5})$$

т.е.

$$\begin{aligned} -\frac{i}{g} E^{-1} \frac{\partial}{\partial x_\nu} E = \int_0^\tau d\lambda E^{-1}(\lambda) \frac{\partial}{\partial x_\nu} \left(\frac{\partial z^\alpha}{\partial \lambda} A_\alpha(z) \right) E(\lambda) + \\ + \frac{i}{g} \int_0^\tau d\lambda \frac{\partial z_\alpha}{\partial \lambda} \frac{\partial z_\beta}{\partial x_\nu} E^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial z_\alpha}, \frac{\partial}{\partial z_\beta} \right] E; \end{aligned} \quad (\text{П6})$$

$$E^{-1} \partial_\nu E|_{\tau=0} = 0. \quad (\text{П7})$$

Интегрируя по частям первое слагаемое справа и используя уравнение (36), получаем

$$\begin{aligned} \frac{i}{g} E^{-1} \partial_\mu E = -E^{-1} \hat{A}_\mu(x) E + \frac{\partial z^\nu}{\partial x_\mu} E^{-1} A_\nu E \Big|_{z=Y}^{\tau=0} + \\ + \int_0^\tau ds \frac{\partial z^\nu}{\partial x_\mu} \frac{\partial z^\eta}{\partial s} E^{-1} \{ \partial_\eta \hat{A}_\nu - \partial_\nu \hat{A}_\eta + ig [\hat{A}_\nu, \hat{A}_\eta] \} E - \\ - \frac{i}{g} \int dz_\alpha E^{-1} \left[\frac{\partial}{\partial z_\alpha}, \frac{\partial}{\partial z_\beta} \right] E \frac{\partial z_\beta}{\partial x_\mu}. \end{aligned} \quad (\text{П8})$$

Поскольку

$$A_\mu^E = E^{-1} A_\mu E + \frac{i}{g} E^{-1} \partial_\mu E,$$

то из (П8) получим уравнение (40). Фактически из уравнения (36) следуют все важные свойства P -экспоненты. Так, для преобразованного $A_\mu^U = U^{-1} A_\mu U +$

+ $\frac{i}{g} U^{-1} \partial_\mu U$ получим

$$\frac{\partial E(A^U)}{\partial \tau} = igU \frac{\partial z^\mu}{\partial \tau} A_\mu(z) U^{-1} E(A^U) + \frac{\partial U}{\partial \tau} U^{-1} E(A^U),$$

откуда следует, что

$$\frac{\partial}{\partial \tau} (U^{-1} E(A^U)) = ig_a \frac{\partial z^\mu}{\partial \tau} A_\mu(z) U^{-1} E,$$

т.е.

$$U^{-1}(x) E(A^U) U(y) = E(A).$$

Обобщение теоремы Стокса на неабелевы поля также легко получается, если использовать уравнение (36) для двух P -экспонент с контурами, соединяющими x и y , но несовпадающими $\gamma_1 - \gamma_2 = \delta\gamma$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Weyl H. // Z. Phys. 1929. Vol. 56. P. 330—338.
2. Leibbrandt G. // Rev. Mod. Phys. 1987. Vol. 59. P. 1067—1119.
3. Mandelstam S. Preprint VCB-PTH-82/10, 1982; 21st Intern. Conf. on High Energy Physics, Paris, 1982.
4. Dubovikov M. S., Smilga A. V. // Nucl. Phys. 1981. Vol. B185. P. 109—132; Cronström C. // Phys. Lett. 1980. Vol. 90B. P. 267—269.
5. Липатов Л. Н. // ЯФ. 1974. Т. 20. С. 181—198.
6. Докшицер Ю. Л. // ЖЭТФ. 1977. Т. 46. С. 641—650.
7. Kummer W. // Acta Phys. Austriaca Supple. 1976. Vol. XV, P. 423—432.
8. Dokshitzer Yu. L., Dyakonov D. I., Troyan S. I. // Phys. Rep. 1980. Vol. 58. P. 269—392.
9. Gribov V. N. // Nucl. Phys. 1978. Vol. B139. P. 1—19.
10. Bassetto A., Lazzizzera I., Soldati R. // Phys. Lett. 1983. Vol. B131. P. 177—178.
11. Scuito S. // Phys. Rep. 1979. Vol. 49. P. 181—193.
12. Ivanov S. V., Korchemsky G. P. // Phys. Lett. 1985. Vol. 154B. P. 197—201.
13. Ivanov S. V., Korchemsky G. P., Radyushkin A. V. Preprint JINR E2-85-595. Dubna, 1985; ЯФ. 1986. Т. 44. С. 241.
14. Frenkel J., Taylor J. C. // Nucl. Phys. 1984. Vol. B246. P. 231—235.
15. Ситенко Ю. А. // ЯФ. 1978. Т. 27. С. 1098—1106; Gusynin V. P., Sitenko Yu. A. // Nucl. Phys. 1978. Vol. 135. P. 354—364; Preprint ITP-77-47E, 1977; Curci G., Greco M. Preprint Ref. TH 2786-CERN, 1979; Llewellyn Smith C. // High Energy Phys. — 1980 proceedings of the XX Intern. Conf. Madison. AIP, N.-Y., 1981; Ellis J. // Proc. of the 1979 Intern. Symposium on Lepton and Photon Interactions at High Energies. Fermilab, Batavia, Illinois, 1980.
16. Contogouris A. P., Papadopoulos S., Ralston J. P. // Phys. Rev. 1982. Vol. D25, N 5. P. 1280—1290; Contogouris A. P. // Phys. Rev. 1982. Vol. D26. P. 1618—1629; Contogouris A. P., Tanaka H. // Phys. Rev. 1986. Vol. D33. N5. P. 1265—1277.
17. Ефремов А. В., Иванов С. В., Корчемский Г. П. Препринт ОИЯИ P2-83-336, Дубна, 1983; ЯФ. 1984. Т. 39. С. 1559—1568.
18. Korchemsky G. P. Preprint JINR E-88-717. Dubna, 1988.
19. Crenzt M. // Ann. Phys. 1979. Vol. 117. P. 471—483.
20. Курчанов А. Ф., Файнберг В. Я. // Письма ЖЭТФ. 1982. Т. 35. С. 532—534.
21. Сараджев Ф. М., Файнберг В. Я. // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 747—756.
22. Caracciolo S., Curci C., Menott P. // Phys. Lett. 1982. Vol. B113. P. 311—314.

23. Yamagishi H. State Unit. of New York, Stony Brook, report, 1986.
24. Schwinger J.//Phys. Rev. 1963. Vol. 130. P. 402—410.
25. Gel'fand I. M., Shilov G. E. Generalized Functions. N.Y.: Academic Press, 1964. Vol. 1.
26. Frenkel J., Taylor J.//Nucl. Phys. 1976. Vol. B109. P. 439—451.
27. Fischler W.//Nucl. Phys. 1977. Vol. B129. P. 157—174.
28. Славнов А. А., Фролов С. А.//ТМФ. 1986. Т. 68. С. 360—367.
29. Феупман Р. Р.//Acta Phys. Pol. 1963. Vol. 24. P. 262—269.
30. Popov V. N., Faddeev L. D.//Phys. Lett. 1967. Vol. 25B. P. 30—31.
31. DeWitt B.//Phys. Rev. 1967. Vol. 160. P. 113; 1967. Vol. 162—173. P. 1195—1293.
32. Менский М. Б. Группа путей: измерения, поля, частицы. М.: Наука, 1983.
33. Коноплева Н. П., Попов В. И. Калибровочные поля. М.: Атомиздат, 1980.
34. Ivanov S. V.//Phys. Lett. 1987. Vol. B197. P. 539—542.
35. Kummer W.//Acta Phys. Austriaca. 1975. Vol. 41. P. 315—322.
36. Konetschny W., Kummer W.//Nucl. Phys. 1975. Vol. B100. P. 106—124; 1977. Vol. B124. P. 145—162.
37. Andraši A., Taylor J. C.//Nucl. Phys. 1981. Vol. B192. P. 283—288.
38. Мильштейн А. И., Фадин В. С.//ЯФ. 1981. Т. 34. С. 1403—1412.
39. Ivanov S. V.//Phys. Lett. 1989. Vol. B217. P. 296—300.
40. Leibbrandt G.//Phys. Rev. 1984. Vol. D29. P. 1699—1708.
41. Mandelstam S.//Nucl. Phys. 1968. Vol. B213. P. 149—168.
42. Боголюбов Н. Н., Ширков Д. В. Введение в теорию квантованных полей. М.: Наука, 1984.
43. Егорян Э. Ш., Тарасов О. В.//ТМФ. 1979. Т. 41. С. 26—32.
44. Collins J. C. Preprint ANL-HER-PR-84-86, 1984.
45. Korchemsky G. P., Radyushkin A. V.//Nucl. Phys. 1987. Vol. B283. P. 342—364.
46. Фок В. А.//Физ. журн. 1937. Т. 12. С. 404—415.
47. Schwinger J.//Phys. Rev. 1951. Vol. 82. P. 664—672.
48. Shifman M. A.//Nucl. Phys. 1980. Vol. B173. P. 13—31.
49. Durand L., Mendel E.//Phys. Rev. 1982. Vol. D26. P. 1368—1379.
50. Kummer W., Weiser J.//Z. Phys. 1986. Vol. C31. P. 105—110.
51. Лифшиц Е. М., Питаевский Л. П. Релятивистская квантовая теория. Ч. 2. М.: Наука, 1971.
52. Polyakov A. M.//Nucl. Phys. 1980. Vol. B164. P. 171—188.
53. Korchemsky G. P., Radyushkin A. V.//Phys. Lett. 1986. Vol. 171B. P. 459—467.
54. Korchemsky G. P., Radyushkin A. V. Preprint JINR E2-85-901. Dubna, 1985.
55. Andraši A., Taylor J. C.//Nucl. Phys. 1988. Vol. B310. P. 222—236.
56. Славнов А. А., Фролов С. М.//ТМФ. 1987. Т. 37. С. 199—209.
57. Korchemsky G. P., Radyshkin A. V.//Nucl. Phys. B. 1987. Vol. 283. P. 342—364.
58. Тарасов О. В., Ширков Д. В. Сообщение ОИЯИ 3(29)-88. Дубна, 1988.
59. 't Hooft G.//Nucl. Phys. 1973. Vol. B61. P. 455—468.
60. Oehme R., Zimmerman W.//Phys. Rev. 1980. Vol. 21. P. 471—484.
61. Kallen G. Quantum Electrodynamics, Allen and Unwin, London, 1972. P. 215.
62. West G. P. Preprint SLAC-PUB-2952, 1982.
63. Mandelstam S.//Phys. Rev. 1979. Vol. D20. P. 3223—3238.
64. Frenkel J., Sorensen P., Taylor J. C.//Z. Phys. C — Particles and Fields. 1987. Vol. 35. P. 361—368.