

АНОМАЛЬНЫЕ МАГНИТНЫЕ МОМЕНТЫ ЗАРЯЖЕННЫХ ЛЕПТОНОВ И ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

А. И. Студеникин

Московский государственный университет, Москва

Дан обзор вопросов теории аномальных магнитных моментов (АММ) заряженных лептонов и экспериментов, в которых величины АММ измеряются.

Анализируются электродинамические вклады в АММ, а также вклады сильных и слабых взаимодействий. Обсуждается зависимость АММ от энергии частицы и от внешних условий (наличия электромагнитных полей, проводящих поверхностей). Рассчитываются поправки к АММ, возникающие в различных альтернативных теориях, обобщающих стандартную модель взаимодействия Глешоу — Вайнберга — Салама.

Описываются прецессионные и резонансные эксперименты, выполненные в ЦЕРН и Вашингтонском университете, в которых получены наиболее точные значения для АММ мюона и электрона, а также рассматриваются готовящиеся с целью увеличения точности измерения АММ мюона эксперименты в Брукхейвенской национальной лаборатории (США).

Проводится сравнение содержащихся в статье последних теоретических и экспериментальных значений для АММ электрона и мюона, которые, вследствие высокой точности их определения, накладывают очень жесткие условия на параметры различных теорий, описывающих взаимодействия частиц. При этом получены ограничения на параметры ряда альтернативных моделей.

Показано, что по результатам теоретического и экспериментального исследований АММ лептонов можно также получить наилучшее на настоящий момент значение для постоянной тонкой структуры, кроме того, с высокой точностью проверить справедливость фундаментального принципа симметрии материи и антиматерии — *CPT*-теореме и оценить масштаб возможного отклонения размерности пространства-времени от четырех.

A review of the theoretical and experimental approach to the problem of the anomalous magnetic moments (AMM) of a charged lepton is presented.

The quantum electrodynamics, strong and weak interactions contributions are discussed. The dependence of the AMM on the lepton energy and external factors (such as an external electromagnetic fields and conducting plates) is studied. We calculate the contributions to the lepton AMM arising in different alternative to the Glashow — Weiberg — Salam model theories.

The CERN precession and Washington University resonance measurements of the AMM of the electron and muon are discussed, as well as the progress made in the design of a higher precision Brookhaven AGS experiment.

The comparison of the precise theoretical and experimental values of the AMM of the electron and muon, presented in the review provides an ideal tool for testing the validity of theoretical framework. The severe bounds on some parameters of different models are obtained.

It is also shown that the combination of theory and experiment allows one to determine the most accurate value of the fine structure constant, as well as to verify the validity of the CPT-invariance, and to restrict a possible deviation of the dimension of space-time from four.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие физики элементарных частиц за последние несколько десятилетий показывает, что дальнейший прогресс в этой области самым тесным образом связан с возможностью проведения экспериментов при все больших энергиях. Однако несмотря на то, что в ближайшее время вступят в строй действующих новые ускорители элементарных частиц [1] [такие, как УНК (ИФВЭ), LEP (ЦЕРН, Швейцария *)] и активно осуществляются проекты по созданию еще более мощных ускорителей в середине 90-х годов [например, сверхпроводящего протонного суперколлайдера SSC (ФНАЛ, США), встречных линейных электрон-позитронных пучков ВЛЭПП (ОЯФ СО АН СССР)], сейчас уже ясно, что традиционные способы ускорения частиц не позволяют поддерживать сложившуюся динамику продвижения в область высоких энергий. Поэтому приобретает первостепенную важность принципиально иной способ получения информации, необходимой для развития представлений о микромире, в основе которого лежит сравнение теоретических предсказаний и результатов относительно низкоэнергетических экспериментов для различных характеристик элементарных частиц и процессов с их участием. Важнейшими характеристиками такого рода являются аномальные магнитные моменты заряженных лептонов (электрона и мюона) **.

Изучение проблемы аномального магнитного момента (АММ) заряженных лептонов объединяет различные области современной физики: физики теоретической и экспериментальной, физики твердого тела и элементарных частиц, физики высоких и низких энергий, физики сверхточных резонансных и прецессионных измерений. Одновременно результатом и причиной такого объединения является то, что АММ электрона и мюона в настоящее время теоретически рассчитаны и измерены с колоссальной точностью.

* Первая очередь ускорителя LEP запущена в августе 1989 г.

** Еще одним перспективным направлением «неускорительного» низкоэнергетического подхода к исследованию свойств частиц является сравнение расчетов и измерений сил Казимира [2—4].

Сравнение экспериментальных и теоретических значений для АММ электрона и мюона играет важную роль в квантовой метрологии при определении наилучших значений для фундаментальных физических констант. Значение g_e -фактора электрона [$g_e = 2(1 + a_e)$, a_e — АММ электрона] при последнем согласовании констант [5] входило в исходные данные, из которых можно получить значение постоянной тонкой структуры α , и, кроме того, участвовало в согласовании как фиксированная вспомогательная константа. Значение g_μ -фактора мюона известно теоретически и экспериментально с большей погрешностью, что не позволяет определять α с удовлетворительной точностью, поэтому это значение при согласовании рассматривалось как фиксированная вспомогательная константа.

При последнем согласовании константа для АММ электрона и мюона были рекомендованы следующие значения [5]:

$$\left. \begin{aligned} a_e(g_e - 2)/2 &= 0,001159652193 (10), \\ a_\mu(g_\mu - 2)/2 &= 0,0011659230 (84), \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

в скобках указаны погрешности.

Достигнутая точность измерения АММ электрона и мюона такова, что в настоящее время экспериментально регистрируются вклады электромагнитных взаимодействий, пропорциональные α^4 , в случае АММ мюона, кроме того, — вклады сильных взаимодействий, а планируемое в Брукхейвенской национальной лаборатории (США) увеличение точности измерения АММ мюона примерно в 20 раз позволит регистрировать вклады и слабых взаимодействий. Величины АММ заряженных лептонов существенно зависят от энергии частиц и внешних условий (в частности, от напряженности внешнего электромагнитного поля) и от структуры вакуума, вследствие чего чувствительны к вкладам, возникающим в различных теориях, обобщающих стандартную модель взаимодействия Глешоу — Вайнберга — Салама. Заметные вклады в АММ могут давать суперсимметричные частицы, бозоны, предсказываемые в теориях Великого объединения. Кроме того, сравнение теоретических и экспериментальных значений для АММ лептонов позволяет ограничить характерные масштабы энергий, при которых могли бы проявиться эффекты, связанные со структурой лептонов и бозонов в теориях с составными частицами. Совпадение с высокой точностью АММ электрона и позитрона является также хорошей экспериментальной проверкой следствия фундаментального принципа симметрии материи и антиматерии — *CPT*-теоремы.

Поэтому теоретические и экспериментальные исследования проблемы АММ заряженных лептонов играют важную роль при проверке справедливости тех или иных теорий взаимодействия, при решении фундаментальных вопросов физики элементарных частиц.

Дальнейшее изложение материала построено следующим образом. В разд. 1 содержится общее теоретическое рассмотрение величин

АММ лептонов (электрона, мюона и τ -лептона), обсуждаются соотношения вкладов электромагнитных, слабых и сильных взаимодействий, обращено внимание на существующие разногласия в теоретических расчетах, а также проведено сравнение с последними экспериментальными результатами. В разд. 2 описываются принципы и специфические черты экспериментов по определению АММ электрона и мюона, выполненные в ЦЕРН и Вашингтонском университете, а также рассмотрены готовящиеся с целью повышения точности определения АММ мюона эксперименты в Брукхейвенской национальной лаборатории. Раздел 3 посвящен принципиальным теоретическим вопросам, как то: зависимости АММ лептонов от внешнего поля и энергии частиц, вкладам в АММ слабых аксиально-векторных Z -, W - и скалярных хиггсовских бозонов. Проведено модельно независимое вычисление вкладов в АММ лептона, движущегося во внешнем поле, бозонов различного типа, также обсуждаются вклады, возникающие от суперсимметричных частиц и за счет структуры лептонов и бозонов в теориях с составными частицами. В заключении показано, что сравнение теоретического и экспериментального значений для АММ электрона дает возможность для наиболее точного в настоящее время определения постоянной тонкой структуры α . Кроме того, на основе сравнения АММ электрона и позитрона получено экспериментальное ограничение на возможное нарушение фундаментального принципа теории — CPT -теоремы. В связи с наличием рассогласования теоретического и экспериментального значений для АММ электрона обсуждаются также ограничения на возможное отклонение размерности пространства-времени от четырех.

1. АММ ЗАРЯЖЕННЫХ ЛЕПТОНОВ

АММ заряженного лептона характеризует отклонение так называемого g_L -фактора частицы, устанавливающего связь между магнитным дипольным моментом частицы и ее спиновым моментом, от величины $g_0 = 2$. Как известно (см. [6]), в классической теории магнитный дипольный момент возникает при наличии токов, так, например, при круговом движении частицы с зарядом e и массой m появляющийся дипольный магнитный момент связан с орбитальным угловым моментом соотношением $\mu_L = \frac{e}{2mc} \mathbf{L}$, и g -фактор в данном случае равен $g = g_{кл} = 1$. В отличие от этой классической формулы для точечной дираковской частицы в аналогичном соотношении между магнитным дипольным и спиновым моментами

$$\mu_m = g_l \frac{e_l}{2m_l c} \mathbf{S} \quad (2)$$

(μ_m — оператор магнитного дипольного момента, $\mathbf{S} = \hbar\boldsymbol{\sigma}/2$ — оператор спина, e_l и m_l — заряд и масса лептона, $\boldsymbol{\sigma}$ — матрицы Паули)

g_l -фактор равен

$$g_l = g_0 = 2. \quad (3)$$

Такое значение g_l -фактора получается как следствие того, что волновая функция частицы подчиняется уравнению Дирака, а взаимодействие с внешним электромагнитным полем вводится как минимальное взаимодействие — удлинением производной: $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu + ieA_\mu$. Это нетривиальный результат теории Дирака может быть получен также в рамках нерелятивистского подхода на основе уравнения Паули.

Заметим, что равенство значения g -фактора значению $g_0 = 2$ отражает фундаментальную «чистоту» частицы по отношению к электромагнитным взаимодействиям. Так, если частица участвует в некоторых других взаимодействиях, приводящих к возникновению внутренней структуры, то это отклонение от точечности отразится на g -факторе. Например, для нейтрона и протона из-за наличия внутренней структуры g -фактор равен соответственно $g_n = -3,38$ и $g_p = 5,59$.

Однако даже при отсутствии внутренней структуры квантовая природа электромагнитного взаимодействия приводит к отклонению g -фактора от дираковского значения $g_0 = 2$, поэтому гиромагнитное отношение для заряженного лептона можно представить в виде

$$g_l = 2(1 + a_l), \quad (4)$$

где a_l равно так называемому аномальному магнитному моменту $\Delta\mu_l$, отнесенному к магнетону Бора μ_l^0 :

$$a_l = \frac{\Delta\mu_l}{\mu_l^0}, \quad \mu_l^0 = \frac{e\hbar}{2m_l c}. \quad (5)$$

Нужно отметить, что если взаимодействие с электромагнитным полем ввести не «минимальным» образом и в качестве уравнения с взаимодействием использовать такое

$$\left[(i\hat{\partial} - e\hat{A}) - m + \frac{\Delta g}{2} \frac{e}{4m} \sigma^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \right] \Psi = 0, \quad \sigma^{\mu\nu} = \frac{i}{2} (\gamma^\mu \gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^\mu)$$

($F_{\mu\nu}$ — тензор электромагнитного поля), то g -фактор также будет отличаться от 2: $g = 2 + \Delta g$.

В рамках квантовой электродинамики впервые в [7] было показано, что гиромагнитное отношение для электрона отличается от $g_0 = 2$, что обусловлено взаимодействием электрона с вакуумом фотонов. Вычисления возникающей при наличии внешнего магнитного поля части энергии вакуумного взаимодействия электрона, выполненные по теории возмущений с точностью до членов первого порядка по постоянной тонкой структуры $\alpha = e^2/\hbar c$ (соответствующим

щая диаграмма Фейнмана показана на рис. 1), приводит к швингеровскому значению для АММ электрона:

$$a_{\text{ш}} = \alpha/2\pi. \quad (6)$$

Этот результат не зависит от массы электрона, поэтому сохраняет силу для случая любой заряженной частицы со спином $1/2$ и, в частности, для других заряженных лептонов — мюона и τ -лептона. Однако начиная с поправок второго порядка по α вклады в АММ (и g -фактор) различных лептонов будут различаться, так как в часть соответствующих диаграмм Фейнмана (рис. 2) входит поляризационный оператор, который содержит виртуальные пары лептонов всех

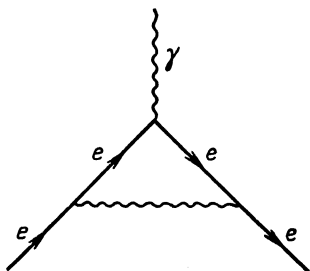


Рис. 1. Диаграмма Фейнмана, описывающая вклад в АММ электрона в низшем порядке теории возмущений в КЭД

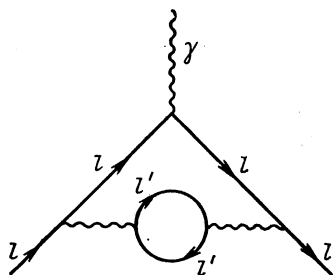


Рис. 2. Диаграмма, содержащая поляризационный оператор и дающая вклад в коэффициент $B_n^{(l)}$ разложения (7)

типов. Таким образом, в КЭД для g_l -фактора заряженного лептона с учетом вкладов высших порядков теории возмущений можно получить выражение в виде ряда по постоянной тонкой структуры

$$g_l = 2 \left[1 + \sum_n \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n A_n^{(l)} + \sum_n \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n B_n^{(l)} \right],$$

а для АММ соответственно

$$a_l = \frac{g_l - 2}{2} = \sum_n \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n A_n^{(l)} + \sum_n \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^n B_n^{(l)}. \quad (7)$$

Коэффициенты $A_n^{(l)}$ и $B_n^{(l)}$ различаются тем, что $A_n^{(l)}$ не зависят от массы лептона, а $B_n^{(l)}$ являются функциями отношения массы внешнего лептона к массе лептона в вакуумных поляризационных петлях. Следовательно, первая группа членов одинакова для всех заряженных лептонов.

К настоящему моменту в рамках КЭД вклады в АММ электрона и мюона рассчитываются с учетом членов, пропорциональных α^4 . Подобные расчеты стали необходимыми в связи с колоссальной точностью экспериментального определения АММ электрона и мюона.

Ниже будут приведены последние экспериментальные значения $a_e^{\text{эксп}}$ и $a_\mu^{\text{эксп}}$, но прежде мы остановимся на обсуждении теоретических значений АММ электрона ($a_e^{\text{теор}}$) и мюона ($a_\mu^{\text{теор}}$).

АММ электрона. Об объеме проделанной работы можно судить по тому факту, что в четвертом порядке по α для АММ электрона возникает 891 диаграмма Фейнмана. Из-за чрезвычайной сложности лишь только малая часть этих диаграмм поддается точному аналитическому вычислению. Поэтому начиная с 1977 г. [8] Киношита с сотрудниками рассматривают вклады четвертого порядка в АММ электрона на основе численных расчетов на ЭВМ, и эта работа только сейчас подходит к концу [9].

К середине 1988 г. для коэффициентов C в разложении

$$a^{\text{кэд}} = \frac{\alpha}{\pi} C_1 + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 C_2 + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 C_3 + \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^4 C_4 + \dots \quad (8)$$

было получено при точном аналитическом расчете [7, 10, 11]

$$C_1 = 0,5, \quad C_2 = -0,328478965 \dots, \quad (9)$$

и в результате численного расчета (точный аналитический расчет коэффициента C_3 пока не завершён [9]) [12]

$$C_3 = 1,1765 \text{ (13)}, \quad C_4 = -0,8 \text{ (1,4)}. \quad (10)$$

Подробная библиография работ, посвященных вычислению и уточнению электродинамических вкладов в АММ электрона, содержится в обзоре [13].

Для определения численного значения АММ электрона с учетом четвертого порядка по α нужно объединить результаты теоретических расчетов коэффициентов C_i и значение для постоянной тонкой структуры α , полученное на основе экспериментов, не связанных с измерением $(g-2)_e$ -фактора. Причем результат для АММ существенным образом зависит от того, какое значение α используется. В настоящее время наиболее точные значения постоянной тонкой структуры [без использования $(g-2)_e$ -фактора] получили из измерения квантового эффекта Холла, на основе эффекта Джозефсона и из сверхтонкого расщепления мюония (см. [14, 15] и цитированную там литературу).

Если для α взять значение, следующее из эффекта Джозефсона

$$\alpha_{\text{Дж}}^{-1} = 137,035963 \text{ (15)} \quad [16], \quad (11)$$

то суммирование четырех членов разложения (8) приводит к вкладу в АММ электрона [12]

$$a_e^{\text{кэд}} (\alpha^4) = 1159652455 \text{ (43)} \text{ (128)} \cdot 10^{-12}, \quad (12)$$

где первое число в скобках указывает погрешность, связанную с вычислениями, а второе обусловлено неопределенностью в значении α (11).

При сравнении теоретических и экспериментальных значений АММ электрона (и мюона) из-за достигнутой высокой точности измерения появляется необходимость также учитывать и оценивать вклады различных вакуумных поляризационных эффектов — мюонных и τ -лептонных петель, которые равны [12]

$$a_{\mu}^{\text{кэд}} = 2,8 \cdot 10^{-12}, \quad a_{(\tau)}^{\text{кэд}} = 0,01 \cdot 10^{-12}. \quad (13)$$

Кроме того, нужно принимать во внимание также и вклады неэлектромагнитной природы (адронных петель и слабых взаимодействий). Учитывая, что поправки к АММ лептона, возникающие за счет сильных ($a_i^{\text{др}}$) и слабых ($a_i^{\text{сл}}$) взаимодействий, в случае АММ мюона играют большую роль, чем в случае АММ электрона*, подробнее на расчетах $a_i^{\text{др}}$ и $a_i^{\text{сл}}$ мы остановимся при рассмотрении АММ мюона, а сейчас приведем лишь числовые оценки [12]:

$$a_e^{\text{др}} = 1,6 (2) \cdot 10^{-12}, \quad a_e^{\text{сл}} = 0,05 \cdot 10^{-12}. \quad (14)$$

Объединяя (12)—(14) для теоретического значения АММ электрона, получаем

$$a_e^{\text{теор}} = 1159652459 (43) (128) \cdot 10^{-12}. \quad (15)$$

Если же для постоянной тонкой структуры использовать значение, полученное из измерений квантового эффекта Холла, выполненных до 1986 г. [5]: $\alpha_{\text{Х}}^{-1} = 137,0359943 (127)$, то мы приходим к несколько меньшему значению АММ электрона [9]

$$a_e^{\text{теор}} = 1159652192 (74) (108) \cdot 10^{-12}. \quad (16)$$

Недавно были опубликованы [9] новые уточненные, хотя, как указывается, и не окончательные значения коэффициентов C_3 и C_4 :

$$C'_3 = 1,17562 (56), \quad C'_4 = -1,472 (152), \quad (17)$$

которым соответствует новое еще меньшее значение

$$a_e^{\text{теор}} = 1159652164 (108) \cdot 10^{-12}. \quad (18)$$

Если к тому же воспользоваться последними наиболее точными результатами для постоянной тонкой структуры α , следующими из квантового эффекта Холла: $\alpha_{\text{Х}}^{-1} = 137,0359979 (33)$ [17], то теоретическое значение (используются коэффициенты C'_3 и C'_4) будет равно [9]

$$a_e^{\text{теор}} = 1159652133 (29) \cdot 10^{-12}, \quad (19)$$

причем основная часть погрешности обусловлена неопределенностью в значении α .

Основной стимул к проведению поистине титанической работы по достижению высокой точности в теоретическом значении АММ

* Это объясняется тем, что масса мюона существенно превосходит массу электрона, и поэтому величина $(g - 2)_{\mu}$ более чувствительна к физике на малых расстояниях, чем $(g - 2)_e$.

электрона и мюона состоит в том, чтобы погрешность получаемого результата стала сравнимой с погрешностями экспериментального определения a_l . До 1974 г. теоретическое значение $(g - 2)_e$ -фактора было определено с меньшей точностью, чем экспериментальное, однако в период с 1974 г. (после появления работы [18]) до 1981 г. сохранялось обратное соотношение точностей. Опубликование в 1981 г. результата экспериментального определения $(g - 2)$ -фактора электрона и позитрона, удерживаемых в ловушке Пеннинга [19]

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 1159652200 (40) \cdot 10^{-12}, \quad a_{e^+}^{\text{эксп}} = 1159652222 (50) \cdot 10^{-12},$$

вновь восстановило преимущество в точности эксперимента над теорией, которое сохраняется и по сей день. В работе [20] группы Демельта приводится еще более точное (погрешность уменьшена примерно в 10 раз) значение

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 1159652193 (4) \cdot 10^{-12}. \quad (20)$$

И наконец, последние экспериментальные результаты опубликованы в [21]:

$$a_{e^-}^{\text{эксп}} = 1159652188,4(4,3) \cdot 10^{-12}, \quad a_{e^+}^{\text{эксп}} = 1159652187,9 \cdot (4,3) \cdot 10^{-12}. \quad (21)$$

Сравнение теоретического значения АММ электрона (19) с экспериментальным (21) показывает, что по-прежнему сохраняется (см. также [15]) рассогласование на уровне примерно двух стандартных отклонений.

Проблема согласования современных теоретических и экспериментальных предсказаний для АММ лептонов осложняется не только существенной зависимостью теоретического значения $a_l^{\text{теор}}$ от используемого значения α , но также и тем, что в самой электродинамике вклады в АММ, пропорциональные α^3 и α^4 , не могут быть точно вычислены аналитически. Из-за сложности получаемых выражений большую часть расчетов приходится проводить на ЭВМ с использованием различных методов приближенных вычислений многомерных интегралов, которые дают подчас существенно несовпадающие результаты. Так, в 1986 г. Самуэль [22] вычислил вклад в АММ электрона, пропорциональный α^3 , от диаграмм типа «рассеяния света на свете» (рис. 3). При этом был использован приближенный метод, который позволил ранее [23] на основе численного расчета предсказать соответствующий точный аналитический результат для вклада в АММ мюона диаграмм типа рассеяния света на свете. Следующее из расчетов работы [22] значение АММ электрона с учетом всех электродинамических, адронных и слабых вкладов [для α используется значение (11)]

$$\tilde{a}_e^{\text{теор}} = 1159652797 (76) (128) \cdot 10^{-12} \quad (22)$$

существенно больше теоретических значений (15), (16), (18) и (19).

Сравнивая (22) с последним экспериментальным значением (21), мы обнаруживаем [24] рассогласование на уровне четырех стандартных отклонений

$$\tilde{a}_e^{\text{теор}} - a_e^{\text{эксп}} = 609 (149) \cdot 10^{-12}. \quad (23)$$

Наличие столь значительной разницы между теоретическим и экспериментальным значениями АММ электрона открывает большой

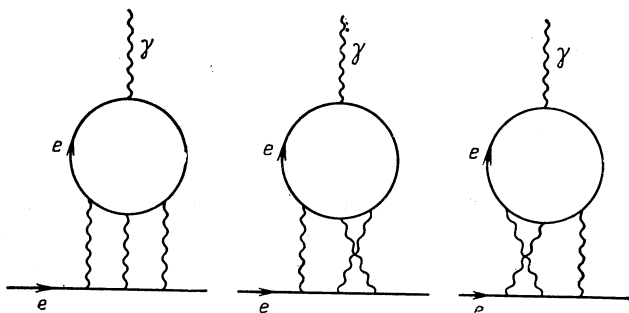


Рис. 3. Диаграммы типа рассеяния света на свете, дающие вклад в АММ электрона в третьем порядке по α

простор для обсуждения вкладов, возникающих вне рамок электродинамики и стандартной модели взаимодействия.

Статья [22] вызвала комментарий [25], в котором ставится под сомнение полученный результат, а в ответной реплике [26] автор обосновывает свою уверенность в корректности использованного приближенного метода расчета.

Дискуссия по поводу теоретического значения АММ электрона показывает целесообразность проведения точных аналитических расчетов (несмотря на всю их сложность и громоздкость) различных вкладов в АММ лептона, и, по всей видимости, только такие расчеты смогут разрешить существующее противоречие.

Завершая обсуждение значения АММ электрона $a_e^{\text{теор}}$, обратим внимание на работу [27], в которой численным методом ускорения сходимости электродинамического ряда теории возмущений на основе известных коэффициентов C_1 , C_2 и C_3 в разложении (8) определяются значения следующих коэффициентов C_4 и C_5 . Хотя полученное значение $C_4 = -5,65 (0,64)$ отличается от результатов (10) и (17), окончательное заключение об адекватности этого подхода можно будет сделать лишь после завершения работы, проводимой Киношitou с сотрудниками, по уточнению коэффициента C_4 . Кроме того, насколько нам известно, в [27] впервые получено численное значение следующего ($\sim \alpha^5$) члена в разложении (8): $C_5 = 31 (6)$. Отметим, что необходимость учета вклада $C_5 \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^5$ в АММ электрона может появиться, если точность экспериментального определения станет порядка 10^{-13} , а применение к вычислению C_5 стандартных

методов, используемых при нахождении C_3 и C_4 , потребует очень большого машинного времени.

АММ мюона. Выше уже указывалось, что величина АММ мюона более чувствительна к различным вакуумным поляризационным эффектам, чем АММ электрона. При достигнутой экспериментальной точности определения a_e [см. формулу (21)] вклады от членов, пропорциональных $B_n^{(e)}$ (7), не существенны, однако в случае a_μ они играют заметную роль. Принципиальную возможность получения в рамках КЭД точного аналитического выражения АММ мюона для любого порядка по α , так же как и в случае электрона, не удается реализовать из-за быстрого роста числа диаграмм Фейнмана, дающих вклад в высших порядках теории возмущений. Наличие малого параметра $m_e/m_\mu \ll 1$ (m_e и m_μ — массы электрона и мюона) позволяет при расчетах коэффициентов B_n сократить число рассматриваемых диаграмм, однако даже в пределе $m_e/m_\mu \rightarrow 0$ в $B_4^{(\mu)}$ остается 469 членов. Подробная классификация квантовоэлектродинамических диаграмм и расчет их вкладов в a_μ содержатся в [28].

В [29] Киношита с соавторами получили

$$a_\mu^{\text{кэд}} = 0,5 \left(\frac{\alpha}{\pi} \right) + 0,76585810 (10) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^2 + \\ + 24,073 (11) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^3 + 140 (6) \left(\frac{\alpha}{\pi} \right)^4, \quad (24)$$

что при использовании для α значения (11) дает

$$a_\mu^{\text{кэд}} = 11658480 (3) \cdot 10^{-10}. \quad (25)$$

Работа по повышению точности вычисления коэффициентов $C_i^{(\mu)}$ продолжается, и последний известный нам результат [30] (см. также [31]): $C_2^{(\mu)} = 0,765857577$, $C_3^{(\mu)} = 24,0725 (123)$, $C_4^{(\mu)} = 137,96 (250)$ приводит к уменьшению $a_\mu^{\text{кэд}}$ примерно на $0,67 \cdot 10^{-10}$.

Отметим, что обсуждавшееся выше противоречие результатов работ [22] и [9] в оценке вкладов в АММ электрона диаграмм рассеяния света на свете проявляется также и в случае АММ мюона. Хотя пока различие соответствующих вкладов, приведенных в [22, 23, 29], не поддается экспериментальному наблюдению, но при дальнейшем возрастании точности измерения АММ мюона несогласование двух результатов может стать существенным.*

Перед тем как перейти к сравнению теоретического и экспериментального значений АММ мюона, нужно учесть вклады сильных и слабых взаимодействий ($a_\mu^{\text{адр}}$ и $a_\mu^{\text{сл}}$). При расчетах $a_\mu^{\text{адр}}$ принимают во внимание то обстоятельство, что лептон связан с адронами через виртуальный фотон (см., например, диаграмму Фейнмана на рис. 4, описывающую вклад $a_l^{\text{адр}}$ в низшем порядке теории возмущений

* В работе [32] аналитически получено общее выражение для тензора, учитывающего вклады рассеяния света на свете в АММ лептона, из которого в случае АММ мюона следует результат, согласующийся с [22, 31].

по α), поэтому можно установить соответствие между этим виртуальным процессом и сечением $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ аннигиляции электрон-позитронной пары в адронные состояния. С использованием дисперсионной техники вычисления [33, 34] и предположения о преобладании и аннигиляции однофотонного процесса адронный вклад может быть определен как [35, 36]

$$a_{\mu}^{\text{адр}} = \frac{1}{4\pi^3} \int_{4m_{\mu}^2}^{\infty} ds \sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})(s) K(s),$$

где s — квадрат полной энергии e^+e^- -пары в системе покоя, а функция $K(s)$ представляет собой комбинацию двух лептонных пропага-

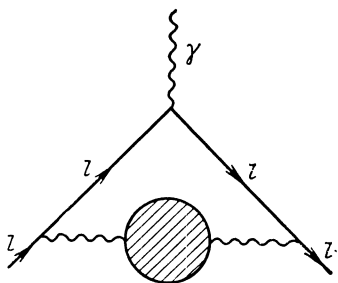


Рис. 4. Адронный вклад в АММ лептона (нижний порядок теории возмущений по α)

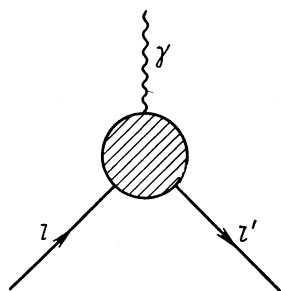


Рис. 5. Вклад в АММ лептона во втором порядке теории возмущений произвольной калибровочной модели

торов и пропагатора виртуального фотона с массой \sqrt{s} и вычисляется в рамках электродинамики

$$K(s) = \int_0^1 dx \frac{x^2(1-x)}{x^2 + (1-x)(s/m_{\mu}^2)}. \quad (26)$$

В области интегрирования выражения (26) $K(s)$ положительна и имеет предельное значение при $s/m_{\mu}^2 \rightarrow \infty$, равное $\frac{1}{3} \frac{m_{\mu}^2}{s}$. Из этого, в частности, следует, что адронный вклад в АММ электрона будет примерно в 10^5 раз меньше, чем соответствующий вклад в АММ мюона.

Так как значение $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$ не может быть получено в результате точного аналитического расчета в квантовой хромодинамике, то для определения $a_{\mu}^{\text{адр}}$ используется измеряемое в экспериментах на e^+e^- -коллайдерах сечение $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$. Таким образом, точность определения $a_{\mu}^{\text{адр}}$ зависит не только от качества проводимых расчетов, но и от точности измерения $\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{адроны})$.

Динамика повышения точности $a_\mu^{\text{адр}}$ может быть прослежена по работам [28, 29]. Отметим, что основной вклад в $a_\mu^{\text{адр}}$ дает область энергий $\sqrt{s} \lesssim 1$ ГэВ, которая связана с ρ - и ω -резонансами.

На основе детального рассмотрения в [29] получено следующее значение для $a_\mu^{\text{адр}}$:

$$a_\mu^{\text{адр}} = 702 (19) \cdot 10^{-10}. \quad (27)$$

В работе новосибирской группы [37] при вычислении адронного вклада использовалась информация о формфакторах пионов и было получено более точное значение: $a_\mu^{\text{адр}} = 684 (11) \cdot 10^{-10}$, где погрешность в основном обусловлена погрешностями используемых экспериментальных данных в области $\sqrt{s} > 2$ ГэВ. Есть указания [32, 38] на то, что в ближайшее время удастся еще снизить погрешность определения $a_\mu^{\text{адр}}$. По-видимому, это будет достигнуто с использованием детектора КМД-2, который позволит измерить все сечения в области энергий $\sqrt{s} \sim 1,5 \div 2$ ГэВ с погрешностью $\lesssim 1\%$ и, в свою очередь, в 2—3 раза снизить погрешность определения $a_\mu^{\text{адр}}$.

Создание перенормируемых калибровочных теорий со спонтанным нарушением симметрии для описания слабых взаимодействий позволило в принципе проводить вычисления соответствующих вкладов в АММ лептона с любой точностью. Сама же идея определения вкладов слабых процессов в АММ заряженного лептона была впервые реализована в [39, 40], но отсутствие последовательного метода устранения ультрафиолетовых расходимостей в высших порядках теории возмущений не позволило получить достоверные результаты. В нескольких работах [41—46] были проведены вычисления во втором порядке теории возмущений слабых вкладов $a_l^{\text{эл}}$ в АММ лептона и получены согласующиеся между собой ответы.

Во втором порядке теории возмущений в произвольной калибровочной теории [47] в АММ заряженного лептона дает вклад диаграмма, приведенная на рис. 5, которой соответствует выражение для тока

$$\bar{u}(p') e \Gamma_\mu(p', p) u(p) = \bar{u}(p') \left[e \gamma_\mu F_1(q^2) + \frac{i e \sigma_{\mu\nu} q^\nu}{2m_l} F_2(q^2) \right] u(p).$$

Магнитный формфактор, взятый при нулевом значении q^2 , определяет вклад в АММ лептона $a_l = F_2(0)$. Причем в силу перенормируемости калибровочной теории со спонтанным нарушением симметрии a_l будет конечным. Отметим, что возникающие в различных моделях вклады существенно зависят от параметров теории и лишь в случае стандартной модели электрослабых взаимодействий Вайнберга — Салама, для которой параметры хорошо определены экспериментально, можно получить достаточно точную численную оценку $a_l^{\text{эл}}$.

* Автор благодарен Э. А. Кураеву за предоставленную информацию.

В теории Вайнберга — Салама в АММ мюона дадут вклад процессы с участием виртуальных аксиально-векторных Z - и W - и скалярных хиггсовских бозонов. Для Z - и W -вкладов можно получить [41]

$$a_{\mu}^Z = \frac{G_F m_{\mu}^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \frac{1}{3} [(3 - 4 \cos^2 \theta_W)^2 - 5], \quad a_{\mu}^W = \frac{G_F m_{\mu}^2}{8\pi^2 \sqrt{2}} \frac{10}{3}, \quad (28)$$

где G_F — постоянная Ферми, а θ_W — угол Вайнберга. Вклад хиггсовского H -бозона в случае, если его масса много больше массы мюона ($M_H \gg m_{\mu}$), будет существенно меньше a_{μ}^Z и a_{μ}^W [41, 48, 49]. Современная численная оценка вклада слабых взаимодействий на основе (28) дает

$$a_{\mu}^{\text{эл}} = 19,5 (0,1) \cdot 10^{-10}. \quad (29)$$

Таким образом, суммируя (25), (27), (29) и учитывая вклад τ -лептонной поляризационной петли $a_{\mu}(\tau) = 4,2 \cdot 10^{-10}$, мы приходим к теоретическому значению для АММ мюона [29]

$$a_{\mu}^{\text{теор}} = 11659202 (20) \cdot 10^{-10}. \quad (30)$$

Если же для адронного вклада использовать {результат статьи [37], то

$$a_{\mu}^{\text{теор}} = 11659184 (12) \cdot 10^{-10}. \quad (31)$$

Полученные теоретические значения (30) и (31) согласуются с данными экспериментов по измерению $(g - 2)$ -факторов μ^- и μ^+ , выполненных в ЦЕРН [50]:

$$a_{\mu^-}^{\text{эксп}} = 11659370 (120) \cdot 10^{-10}, \quad a_{\mu^+}^{\text{эксп}} = 11659110 (110) \cdot 10^{-10}. \quad (32)$$

АММ τ -лептона. Вопрос об АММ заряженного лептона третьего поколения — τ -лептона — по сравнению со случаем электрона и мюона проработан в гораздо меньшей степени. Отчасти это связано с тем, что само открытие τ -лептона произошло сравнительно недавно [51]. Экспериментальное же изучение свойств τ -лептона затруднено вследствие малого времени жизни $T \sim 3 \cdot 10^{-13}$ с [52]. Однако в литературе имеется достаточно последовательное теоретическое исследование [53] АММ тяжелого лептона. Определение электродинамического вклада в АММ тяжелого лептона l проведено по формуле

$$a_l = \frac{1}{N} \sum_{l'} [(a_l - a_{l'}) + a_{l'}], \quad (33)$$

где l' обозначен лептон, который легче лептона l ; N — общее число таких лептонов. Значение $(a_l - a_{l'})$ в случае $l = \tau$ вычисляется приближенно на основе выражения для a_{μ} : $a_{\tau} = a_{\mu} (m_{\mu} \rightarrow m_{\tau})$. Такой подход дает хороший результат, если $m_{l'} \ll m_l$, в свою очередь,

a_μ рассчитывается аналитически по значению a_e . Отметим, что вклад в формуле (33) от лептона l' , масса которого больше m_l , пренебрежимо мал, так как не содержит множителя $\ln(m_l/m_{l'})$ [28].

Приведем численные значения коэффициентов $C_i^{(\tau)}$ в разложении $a_\tau^{\text{теор}}$ в ряд по теории возмущений [54]:

$$a_\tau^{\text{теор}} = C_1^{(\tau)} \frac{\alpha}{\pi} + [C_2^{(\tau)}(\text{кэд}) + C_2^{(\tau)}(\text{адр})] \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 + C_2^{(\tau)}(\text{сл}) + O\left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^3 + \dots$$

Первый коэффициент определяет швингеровское значение АММ и равен $C_1^{(\tau)} = 0,5$, для следующего вклада можно получить $C_2^{(\tau)}(\text{кэд}) \times \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 = 1,11243 \cdot 10^{-5}$.

Способ определения адронного вклада в АММ τ -лептона не отличается от использованного при вычислениях $a_\mu^{\text{адр}}$, однако точного результата нет, а грубая оценка дает [54]

$$a_\tau^{\text{адр}} = C_2^{(\tau)}(\text{адр}) \cdot \left(\frac{\alpha}{\pi}\right)^2 = 0,35 \cdot 10^{-5}. \quad (34)$$

Этот вклад примерно в 50 раз больше $a_\mu^{\text{адр}}$. Слабый вклад $a_\tau^{\text{сл}}$ оценивается по значению $a_\mu^{\text{сл}}$ ($m_\mu \rightarrow m_\tau$):

$$a_\tau^{\text{сл}} = 6 \cdot 10^{-7}, \quad (35)$$

что больше $a_\mu^{\text{сл}}$ в 285 раз.

На рис. 6 [53] показана зависимость адронного и слабого вкладов в АММ лептона от его массы m_l ; для оценки вклада хиггсовских бозонов взято значение массы $M_H = 4,5$ ГэВ. Видно, что с ростом массы лептона повышается относительная роль слабых вкладов, кроме того, с увеличением m_l растет значение массы M_H , при котором вклад хиггсовского бозона начинает доминировать над другой частью вклада слабых взаимодействий $a_l^Z + a_l^W$ [49].

Экспериментально величина a_τ изучена, пожалуй, еще менее полно, чем теоретически. Прямого измерения АММ τ -лептона, подобного экспериментам по определению $(g-2)_\mu$ в ЦЕРН [50] или $(g-2)_e$ в Вашингтонском университете [21], не планируется, что связано с малым временем жизни частицы. Прецессионные эксперименты, типа экспериментов в ЦЕРН, потребовали бы даже при энергиях, достижение которых запланировано на ускорителях LEP и SLC, магнитных полей напряженностью на несколько порядков превосходящих рекордные. Однако все же можно говорить о существовании определенных экспериментальных ограничений на a_τ . Значение a_τ может повлиять на полное и дифференциальное сечение процесса рождения $\tau^+\tau^-$ -пары при столкновении e^+e^- -пучков:

$$e^+e^- \rightarrow \tau^+\tau^-. \quad (36)$$

Интерес к этому процессу возник в связи с композитными теориями [55—57], которые предсказывают большее значение для a_τ , чем теории точечных частиц, и различие должно проявляться в сечении процесса (36). Это обстоятельство позволило [56] на основе экспери-

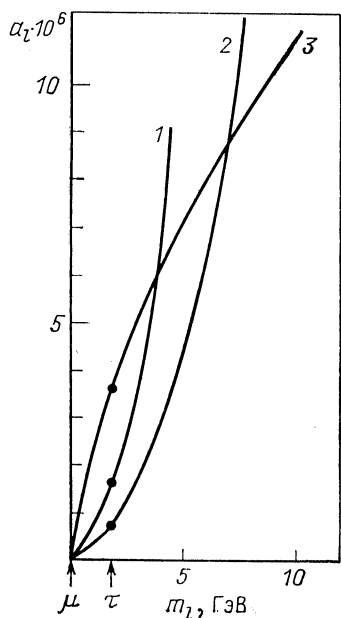


Рис. 6. Зависимость адронного $\alpha_l^{\text{адр}}$ и слабого $\alpha_l^{\text{сл}}$ вкладов от массы лептона: 1 соответствует $\alpha_l^Z + \alpha_l^W + \alpha_l^H$; 2 — $\alpha_l^Z + \alpha_l^W$; 3 — $\alpha_l^{\text{адр}}$

ментальных данных с PEP и PETRA получить оценку $a_\tau^{\text{эксп}} < 0,02$, примерно на порядок превышающую теоретическое значение $\alpha_\tau^{\text{сл}}$. Ограничение на a_τ можно также получить и из экспериментальных данных по угловому распределению частиц в реакции (36). Существует надежда, что проведение подобных измерений на ускорителях следующего поколения позволит впервые определить a_τ *.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АММ ЛЕПТОНОВ (e И μ)

Эксперименты по измерению АММ заряженных лептонов (e^- , e^+ , μ^- , μ^+) могут быть разделены на две группы: резонансные и прецессионные. Общим для двух методик является то, что лептон движется в постоянном магнитном поле, отличие же состоит в том, что при использовании резонансного метода дополнительно на лептон действует переменное электромагнитное поле и АММ извлекается из результатов наблюдения резонансных вынужденных переходов лептона на возбужденные уровни. Применение прецессионного метода

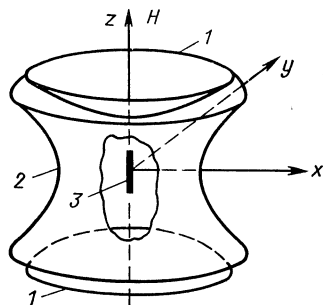


Рис. 7. Схема электродов ловушки Пеннинга [($g - 2$) e -эксперимент Вашингтонского университета]. Характерный размер ловушки 1 см:

1 — концевые отрицательно заряженные электроды; 2 — кольцевой положительно заряженный электрод; 3 — траектория удерживаемого в ловушке электрона (позитрона)

* Анализ экспериментальных результатов для дифференциального сечения реакции (36), полученных различными группами (CELLO, JADE, TASSO, PLUTO и др.) до 1986 г., приводит к оценке [182]: $a_\tau = 0,0023 \pm 0,0052$.

позволяет непосредственно наблюдать прецессию спина лептонов в магнитном поле и, сравнивая ее частоту с циклотронной частотой лептона в поле, определять АММ.

Измерение АММ электрона. Не имея возможности обсуждать ранние эксперименты по АММ электрона (обзор этих работ можно найти в [13]), укажем лишь, что первые результаты для g -фактора электрона были получены из магнитных резонансных измерений с атомными пучками в 1947 г. [58].

Остановимся на основных идеях и методах их реализации при проведении экспериментов, дающих наиболее точное значение для АММ электрона [59, 60]. Последние измерения, проведенные группой Демельта [19, 21] в Вашингтонском университете, использовали один единственный электрон, который находился в ловушке Пеннинга в течение многих суток. Такая система получила название «геониума», так как электрон удерживается устройством, непосредственно связанным с Землей [59].

В эксперименте [19] электрон находился в ловушке с однородным магнитным полем напряженностью $H = 18,3$ кЭ, приложенным вдоль направления оси OZ (рис. 7) [60]. При проведении последних измерений [21] g_{e^-} и g_{e^+} напряженность магнитного поля была $H = 50$ кЭ. В дополнение к магнитному полю, которое локализует движение электрона (или позитрона) в плоскости, перпендикулярной оси OZ , на электрон действует цилиндрически-симметричное электрическое квадрупольное поле с потенциалом $V(r, z) = (V_0/b^2)(r^2 - 2z^2)$. Такое поле создается двумя концевыми электродами [их форма описывается уравнением $z^2 = (r^2 + b^2)/2$] и одним кольцевым электродом ($r^2 = b^2 + 2z^2$, $b = 0,473$ см). Релятивистское движение электрона в таком поле задается гамильтонианом [13]

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m_e} - eV + \mu_e^0 \frac{g}{2} (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{H}), \quad \mathbf{P} = -i\hbar\nabla + \frac{e}{c} \mathbf{A},$$

$$\mathbf{A} = \left(-g \frac{H_z}{2}, x \frac{H_z}{2}, 0 \right).$$

Соответствующие уровни энергии [61]

$$E = \hbar \left[\left(n + \frac{1}{2} \right) \omega'_c + \left(n_z + \frac{1}{2} \right) \omega'_z - \left(n_m + \frac{1}{2} \right) \omega_m + m_s \omega_L \right] \quad (37)$$

зависят от четырех квантовых чисел n , n_z , $n_m = 0, 1, 2 \dots$, $m_s = \pm 1/2$. Число n характеризует циклотронное орбитальное движение с модифицированной частотой $\omega'_c = eH / (m_e c) - \omega_m$, $\omega'_c / (2\pi) \approx 51$ ГГц, число n_z характеризует квантовые аксиальные колебания с частотой

$$\omega_z = 2 \sqrt{eV_0 / (mb^2)}, \quad \omega_z / 2\pi \approx 59 \text{ МГц},$$

число n_m соответствует еще более медленным магнетронным циркуляциям центра циклотронной орбиты с частотой

$$\omega_m = (\omega_0/2) (1 - \sqrt{1 - 2\omega_z^2/\omega_0^2}), \quad \omega_m/2\pi \approx 34 \text{ кГц}, \quad \omega_0 = eH/m_e c.$$

В пределе слабого удерживающего потенциала ($V_0 \rightarrow 0$) из (37) имеем

$$E = \hbar\omega_0 \left(n + \frac{1}{2} + \frac{g_e}{2} m_s \right).$$

В экспериментах [19, 21] определяли не величину $g_e = 2\omega_s/\omega_0$ [$\omega_s = (1 + a) \frac{eH}{m_e c}$], а непосредственно существенно меньшую величину $a_e = (g_e - 2)/2$, которая связана с характерными частотами

$$a_e = \frac{\omega_a}{\omega_0} = \frac{\omega'_a - \omega_m}{\omega'_c + \omega_m}, \quad \omega'_a = \omega_L - \omega'_c \quad (\omega_L = \omega_s). \quad (38)$$

Было измерено три частоты ω'_c , ω'_a и ω_z и по формуле (38) с учетом связи $2\omega'_c\omega_m = \omega_z^2$ вычислено значение АММ электрона a_e . Аномальную частоту ω'_a определяли при облучении электрона, удерживаемого в ловушке Пеннинга, по возникновению резонансных переходов с нижнего ($n = 0$) уровня с переворотом спина электрона (см. [13, 60]). Последние наиболее точные результаты для АММ электрона и позитрона [21] были приведены выше (21). Основная часть погрешности в (21) ($\pm 4 \cdot 10^{-12}$) обусловлена систематической погрешностью, возникающей из-за влияния полости, образуемой электродами ловушки Пеннинга.

В данном случае мы сталкиваемся с наглядным примером того, как благодаря увеличению точности проводимых экспериментов перед теоретиками возникают новые проблемы, связанные с учетом все более тонких эффектов. В работах [62—64] проведены расчеты изменения АММ электрона, находящегося между двумя проводящими пластинами, и показано, что вследствие модификации фотонного пропагатора, вызванной наличием пластин (введение которых может моделировать влияние ловушки Пеннинга), возникают значительные поправки к АММ электрона: $\Delta a_e = \frac{\alpha}{2m_e d} (2 - \ln(4md))$, где d — расстояние между пластинами. И если положить $d = 1$ см (таков характерный размер ловушки Пеннинга в последних экспериментах), то $\Delta a_e = -3,3 \cdot 10^{-12}$, что сравнимо с вкладом сильных взаимодействий. Однако в [65—67] указано на неправомочность применения полученных в [62—64] результатов для оценки сдвига измеряемого в ловушке Пеннинга значения АММ электрона. В последних работах из этой серии [68—69] заново проведен анализ предположений, допущенных в [62—67], и обсуждена область применимости результатов. Общий вывод, который можно сделать (см. также [59, 68, 69]), состоит в том, что в [62—64] фактически рассчитываются поправки к АММ почти свободного электрона, находяще-

гося между параллельными проводящими пластинами, а оценку поправки к АММ связанного электрона, что соответствует условию удержания электрона сильным магнитным полем ловушки Пеннинга, можно получить из результатов работ [66, 67]: $\Delta a_e \sim 10^{-20}$. С другой стороны, наличие ловушки приводит не к изменению частоты прецессии спина ω_s , что непосредственно свидетельствовало бы об изменении самого АММ, а к смещению циклотронной частоты электрона ω_c — это как раз и может быть существенным при реализуемой схеме экспериментов.

Отметим, что развернутое рассмотрение закономерностей движения электрона вблизи проводящих поверхностей содержится в [70].

Измерение АММ мюона. В период с 1959 по 1977 гг. на накопительном мюонном кольце в ЦЕРН были проведены три серии экспериментов [71, 72, 50], в которых прецессионным методом определялся АММ мюона. Учитывая, что в настоящее время в Брукхейвенской национальной лаборатории (США) с использованием черновской методики готовится (см., например, [26]) проведение новых измерений АММ мюона с целью повышения точности, остановимся более подробно на концепции подобных экспериментов.

Основная идея метода может быть проиллюстрирована на таком простом примере [73]. Предположим, что нерелятивистский мюон движется по круговой орбите в плоскости, перпендикулярной внешнему постоянному магнитному полю с вектором напряженности $\mathbf{H} = (0, 0, H_z)$. При этом вектор импульса электрона вращается с циклотронной частотой $\omega_c = e\mathbf{H}/m_\mu c$, в то же время ларморовская частота прецессии спина частицы имеет вид

$$\omega_L = g_\mu \frac{e\mathbf{H}}{2m_\mu c} = (1 + a_\mu) \frac{e\mathbf{H}}{m_\mu c}.$$

В случае, если g_μ -фактор в точности равен двум, частоты одинаковы и мюон сохранит исходную поляризацию спина относительно импульса. Если же $g_\mu > 2$, то $\omega_c < \omega_L$ и спин вращается быстрее, чем вектор импульса, а разность частот

$$\omega_a = \omega_L - \omega_c = a_\mu \frac{e}{m_\mu c} \mathbf{H} \quad (39)$$

пропорциональна АММ мюона. Следовательно, наблюдая за изменением во времени угла между спином и направлением движения, можно определить АММ мюона.

Из соотношения между частотами ω_L и ω_c следует, что за время поворота спина на угол 360° мюон успеет совершить порядка тысячи оборотов по орбите. Поэтому для получения достаточно точного результата нужно удерживать мюон в накопительном кольце в течение времени, много большего времени жизни мюона в покое, т. е. возникает необходимость использовать релятивистские мюоны. При этом замечательным представляется тот факт, что основное соотно-

шение (39) не претерпевает изменения. Действительно, циклотронная частота в релятивистском случае имеет вид

$$\omega_c = \frac{e}{\gamma m_\mu c} \mathbf{H}, \quad \gamma = \sqrt{1 - \beta^2}, \quad \beta = v/c.$$

Кроме того, нужно учесть релятивистскую прецессию Томаса, состоящую в том, что при круговом движении частицы ее система покоя с точки зрения покоящегося наблюдателя испытывает вращение с частотой

$$\omega_T = (1 - \gamma^{-1}) \frac{e}{m_\mu c} \mathbf{H}.$$

Тогда результирующая частота вращения спина в лабораторной системе будет

$$\omega_s = \omega_L - \omega_T = (a_\mu + \gamma^{-1}) \frac{e}{m_\mu c} \mathbf{H}.$$

Следовательно, для относительной частоты изменения поляризации мюона получается

$$\omega_a = \omega_s - \omega_c = a_\mu \frac{e}{m_\mu c} \mathbf{H}.$$

Значит, и при релятивистском движении относительная частота прецессии спина ω_a пропорциональна a_μ .

В соответствии с общей идеей метода для определения АММ мюона нужно измерять величину $\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\beta}$ как функцию времени (\mathbf{s} — вектор поляризации, $\boldsymbol{\beta}$ — скорость мюона). Эта величина осциллирует с частотой ω_a . При каждом цикле протонного синхротрона ЦЕРН пучок пионов направлялся в накопительное кольцо с магнитным полем. Пионы, вращаясь по кольцу, распадаются на леты, а возникающие мюоны накапливаются на стабильных орбитах в течение их времени жизни. Существенную роль во всей схеме играет несохранение четности в слабых взаимодействиях, вследствие чего мюоны в системе покоя пиона имеют 100 %-ную продольную поляризацию. Определение направления спина мюона основано на том, что при распаде $\mu \rightarrow e + \bar{\nu} + \nu$ угловое распределение электронов имеет максимум в направлении спина мюона. Наблюдая большое количество распадов мюонов из ансамбля, можно измерить направление спина с любой точностью. Так как изменение во времени величины $\mathbf{s} \cdot \boldsymbol{\beta}$ подобно маятниковому движению, то чем больше осцилляций зафиксировать, тем большая точность определения частоты ω_a будет достигнута. Увеличение длительности времени наблюдения достигается за счет релятивистского замедления течения времени. Это объясняет тенденцию в трех сериях экспериментов ЦЕРН использовать мюоны все больших энергий.

Обсудим последнюю серию экспериментов, в которой была достигнута наивысшая точность в определении АММ мюона [73]. Одна из

основных трудностей в реализации изложенной схемы экспериментов состоит в использовании метода слабой фокусировки — напряженность магнитного поля в кольце имеет радиальный градиент, что обеспечивает вертикальную фокусировку пучка мюонов. Напряженность магнитного поля меняется в пределах $\pm 0,1\%$, что вызывает также и зависимость частоты ω_a от радиуса. Улучшение условий проведения эксперимента произойдет, если удастся исключить зависимость ω_a от радиуса без нарушения вертикальной фокусировки. Этого можно добиться с помощью введения в лабораторной системе электромагнитного поля, которое в системе покоя мюона выглядит как электрическое. В то же время, как следует из (39), относительная частота прецессии спина ω_a определяется только напряженностью магнитного поля. Эти два поля могут быть заданы независимо при соответствующем выборе магнитного и электрического полей в лабораторной системе.

Уравнения движения мюона с учетом его спина в комбинации поперечных магнитного и электрического полей ($\beta \cdot \mathbf{H} = \beta \cdot \mathbf{E} = 0$) имеют вид

$$\frac{d\beta}{dt} = \omega'_c \times \beta, \quad \frac{d\sigma}{dt} = \omega'_s \times \sigma,$$

а частоты ω'_c и ω'_s отличаются от частот ω_c и ω_s из-за влияния электрического поля [74]:

$$\omega'_c = -\frac{e}{m_\mu c} [\mathbf{H}\gamma^{-1} - \gamma(\gamma^2 - 1)^{-1} \beta \times \mathbf{E}],$$

$$\omega'_s = \frac{e}{m_\mu c} [(a_\mu + \gamma^{-1}) \mathbf{H} - ((\gamma^2 - 1)^{-1} - a_\mu - \gamma(\gamma^2 - 1)^{-1}) \beta \times \mathbf{E}].$$

Из последних формул следует, что относительная частота прецессии спина ω_a будет зависеть не только от напряженности магнитного поля, но и от электрического поля. Таким образом, удерживающее электрическое поле сдвигает значение частоты на $\Delta\omega_a = \omega'_a - \omega_a$. Этот сдвиг обращается в нуль при единственном специальном выборе энергии мюона, определяемом условием

$$\gamma = \sqrt{1 + a_\mu^{-1}} \approx 29,3, \quad (40)$$

что эквивалентно энергии мюона $p_0 = 3,098$ ГэВ. При проведении последней серии экспериментов в ЦЕРН мюоны имели именно такую энергию, так что частота ω_a всецело определяется напряженностью магнитного поля и не зависит от напряженности электрического квадрупольного поля, обеспечивающего вертикальную фокусировку пучка мюонов.

На рис. 8 показана принципиальная схема мюонного накопительного кольца в ЦЕРН при проведении экспериментов по определению $(g - 2)_\mu$. Инжектируемые в накопительное кольцо пионы имеют импульс немногим больший, чем $3,098$ ГэВ/с, на который рассчитано

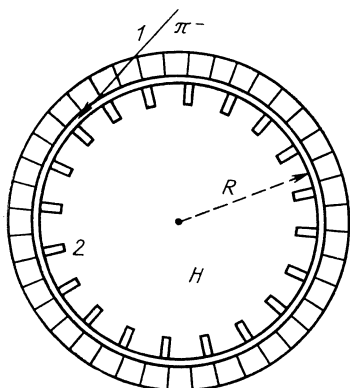


Рис. 8. Схема накопительного кольца ЦЕРН $[(g-2)_\mu]$ -эксперимент):

1 — указано направление пучка инжектируемых пионов; 2 — ливневые счетчики электронов.

кольцо (разброс в импульсе пионов составляет примерно $\pm 0,75\%$, напряженность магнитного поля в последней серии экспериментов $H = 1,47$ кЭ, радиус кольца $R = 7$ м). Примерно лишь десятая часть пионов успевает распасться на мюон и нейтрино, остальные же пионы покидают кольцо. Средняя «эффективность» производства мюонов составляет

примерно 10^{-4} на один пион. Удерживая в кольце мюоны с импульсом из узкого интервала, составляющего лишь примерно $1,5\%$ всего допустимого диапазона, удается с высокой отдачей использовать свойство полной продольной поляризации мюонов в системе покоя пионов. Такой способ позволяет получать мюонные пучки с поляризацией, превышающей 90% .

Установленные вдоль окружности накопительного кольца 22 электронных счетчика регистрируют направление максимального вылета электронов, возникающих при распаде $\mu \rightarrow e + \nu + \bar{\nu}$, которое совпадает с направлением среднего импульса мюонов. Как следует из (39), для получения частоты ω_a по снимаемой со счетчиков информации нужно еще измерить напряженность магнитного поля H . Измерение H было проведено методом протонного магнитного резонанса. Непосредственно измерялась величина R , равная отношению средней частоты ω_a к эффективной ларморовской частоте протона. В эксперименте было получено

$$R = \frac{\omega_a}{\omega_L(p)} = 3,707213 (27) \cdot 10^{-3}.$$

Далее АММ мюона вычисляется по формуле $a_\mu = R(\lambda - R)^{-1}$ с использованием известного [75, 76] значения отношения ларморовской частоты мюона и протона

$$\lambda = 3,1833417 (39).$$

После обработки результатов экспериментов с положительными (μ^+) и отрицательными (μ^-) частицами были получены значения $a_{\mu^+}^{\text{экс}}$ и $a_{\mu^-}^{\text{экс}}$ (32), по которым можно определить среднее значение АММ мюона

$$a_\mu^{\text{экс}} = 11659240 (85) \cdot 10^{-10}. \quad (41)$$

Относительная погрешность составляет $7,3 \cdot 10^{-6}$. Большая ее часть ($7,0 \cdot 10^{-6}$) связана со статистической погрешностью при определении частоты ω_a . Основная часть систематической погрешности ($1,2 \cdot 10^{-6}$) обусловлена неопределенностью при нахождении среднего по пространству, времени и распределению мюонов значения напряженности магнитного поля. Дополнительная систематическая погрешность связана ($0,3 \cdot 10^{-6}$) с отклонением мюонных орбит от эталонной.

Планируемое увеличение точности измерения АММ мюонов. В связи с тем, что повышение точности измерения АММ заряженных лептонов является принципиально важным, в настоящее время на синхротроне AGS в Брукхейвенской национальной лаборатории (БНЛ, США) планируется [26, 77] провести новую серию экспериментов по определению $(g - 2)$ -фактора мюона. Цель нового эксперимента заключается в уменьшении относительной погрешности определения a_μ до значения примерно $0,3 \cdot 10^{-6}$, что соответствует

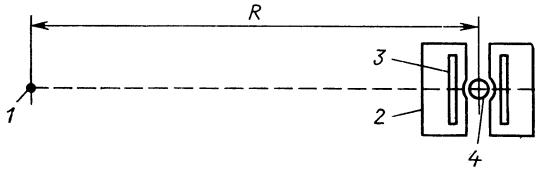


Рис. 9. Схема готовящегося $(g - 2)_\mu$ -эксперимента в БНЛ:

1 — центр накопительного кольца; 2 — криостат; 3 — обмотки магнитов; 4 — активная зона размером 5×4 см. Радиус кольца $R = 2,1$ м, напряженность магнитного поля $H = 5$ кЭ

двадцатикратному увеличению точности по сравнению с последними экспериментами в ЦЕРН. Метод определения $(g - 2)_\mu$ остается без изменения — опять в накопительном кольце мюоны будут удерживаться с помощью магнитного поля H и квадрупольного электрического поля и по асимметрии вылета электронов будет измеряться частота ω_a . Основную часть статистической погрешности в значении АММ мюона планируется уменьшить примерно на порядок за счет увеличения в 100 раз по сравнению с церновским экспериментом интенсивности первичного протонного пучка. На основе новейших достижений техники предполагается также использовать сверхпроводящие магниты, дающие удерживающее магнитное поле напряженностью $H = 5$ кЭ. Это значение примерно в 3 раза выше, чем напряженность поля в экспериментах ЦЕРН. Использование такого более сильного магнитного поля позволит еще в 3 раза снизить статистическую погрешность в определении частоты ω_a при том же числе детектируемых электронов.

Для достижения поставленной цели нужно еще, конечно же, снизить систематическую погрешность примерно до нового значения статистической погрешности, т. е. следует уменьшить систематическую погрешность по сравнению с экспериментами ЦЕРН в 5 раз. Это требование выполнимо с использованием существующей методики

(см. [77]), так что среднее по мюонным траекториям значение напряженности магнитного поля может быть определено с погрешностью до $(0,1 - 0,2) \cdot 10^{-6}$. Другая часть систематической погрешности, которая связана с отклонением мюонов от идеальной эталонной траектории, снижается за счет уменьшения размеров пучка мюонов. Принципиальная схема нового эксперимента в БНЛ приведена на рис. 9. Отметим, что из-за использования более сильного магнитного поля (при неизменной энергии первичных пионов) радиус орбиты мюонов уменьшается до $R_0 = 2,1$ м.

3.1. ПРИНЦИПИАЛЬНЫЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ

Вся идеология в проведении экспериментов по измерению $(g - 2)$ -факторов электрона и мюона и сопутствующие экспериментам теоретические построения основаны на предположении, что в качестве объекта исследования выступает свободная и покоящаяся частица. Аналогично теоретические вычисления, например, [7, 9, 29] также выполнялись для свободной и покоящейся частицы.* Однако концепция исследования свободной и покоящейся частицы всегда связана с определенной идеализацией, и было бы правильнее считать, что при измерении $(g - 2)$ -фактора электрона и мюона получают характеристику не покоящейся и свободной частицы, а частицы движущейся и связанной, т. е. находящейся во внешних электромагнитных полях. При существующей точности измерений эффекты, обусловленные движением частицы и наличием внешних удерживающих полей и приводящие к изменению самой величины $(g - 2)_l$ -фактора, не могут быть экспериментально зарегистрированы. Но их роль может стать существенной при дальнейшем повышении точности измерений. Эффекты зависимости АММ лептонов от энергии и напряженности поля могут проявиться в условиях, существующих в окрестности астрофизических объектов, когда частицы с ультрарелятивистскими энергиями движутся в электромагнитных полях колоссальной напряженности.

Кроме того, изучение динамических и полевых эффектов позволяет глубже понять природу АММ заряженных лептонов и поэтому имеет принципиальное значение.

Электродинамические вклады в АММ лептона, движущегося во внешнем поле. Впервые на зависимость АММ электрона от напряженности внешнего магнитного поля фактически обращено внимание в работе [78], где использовался подход, примененный раньше [79] для вычисления квантовоэлектродинамического вклада в АММ электрона в низшем порядке теории возмущений, т. е. пропорцио-

* Из всех перечисленных выше работ исключение в этом смысле составляют [24, 49, 62—69].

нального α . Суть подхода [79] состоит в том, что рассматривается состояние электрона в заданном магнитном поле напряженностью H с энергией, равной $m_e c^2$ (энергия орбитального магнитного момента погашается энергией спинового магнитного момента), и вычисляется поправка к энергии электрона за счет взаимодействия с излучением. Не зависящий от напряженности поля член в разложении этой поправки по степеням H , являющийся собственной энергией электрона в отсутствие поля H , бесконечен, а член, пропорциональный первой степени H , приводит к швингеровскому значению для АММ электрона. В [78] удержаны следующие члены в разложении энергии по степеням H , что позволило изучить зависимость АММ электрона от напряженности внешнего магнитного поля, и был сделан вывод о конечности полевых (или зависящих от напряженности поля H) поправок в АММ для любого порядка разложения по степеням H . Более последовательное исследование зависимости АММ электрона от напряженности внешнего магнитного поля на основе расчета массового оператора проведено в [80].

Существенным ограничением в применении метода и результатов работ [78—80] является то, что все рассмотрение проводилось для покоящегося электрона — в нерелятивистском приближении. Однако в прецессионной схеме экспериментов по измерению АММ заряженных лептонов, осуществленных в ЦЕРН и планируемых в БНЛ, лептоны имеют релятивистские энергии, и поэтому интересно изучить зависимость АММ лептона от ее энергии. В работах [81, 82] впервые показана и исследована зависимость АММ электрона, движущегося во внешнем магнитном поле, от энергии. В этих работах развит метод расчета для случая релятивистского движения электрона в магнитном поле с напряженностью $H < H_0 = \frac{m_e^2 c^3}{|e| \hbar} = 4,41 \cdot 10^{13}$. Выражения для АММ электрона, движущегося с релятивистской энергией в произвольном постоянном поле и скрещенном электромагнитном поле, были получены на основе дисперсионного метода в [83] и подтверждены непосредственно через расчет вклада в массовый оператор электрона во внешнем постоянном поле в [84] (см. также [85]). Кроме того, АММ электрона в скрещенном электромагнитном поле рассматривался в [86], а в магнитном поле произвольной напряженности — в работе [87].

Учитывая, что в условиях экспериментов при определении $(g - 2)$ -фактора заряженные лептоны движутся в комбинации электромагнитных полей, а в случае резонансных $(g - 2)$ -экспериментов на электрон дополнительно действует высокочастотное электромагнитное поле, то представляют интерес исследования, подобные работам [88—90], в которых рассмотрены поправки к АММ электрона на счет действия суперпозиции постоянного электромагнитного поля и поле плоской электромагнитной волны.

Суммируя результаты исследований влияния внешних электромагнитных полей и движения лептона на АММ, рассматриваемого

в главном порядке в рамках КЭД, можно сделать следующие выводы. Во-первых, АММ зависит от напряженности внешнего поля, и зависимость эта нелинейная. Далее, характер поведения АММ лептона в слабом и сверхсильном полях различен. Так, если в слабом магнитном поле ($H < H_0$) возникают лишь малые полевые поправки к вакуумному (или бесполевоому) значению АММ, в низшем порядке по α равному $a_{\text{шт}} = \alpha/2\pi$, то в сильном поле величина АММ полностью определяется напряженностью поля H , убывает при увеличении H , а при определенной напряженности даже меняет знак.

Во-вторых, АММ — существенно динамическая величина, так как она изменяется при изменении энергии лептона, и, что также может быть отнесено к этому пункту, АММ при движении лептона в поле электромагнитной волны зависит от ее поляризации [90]. Отметим также, что в случае относительно слабого поля при ультрарелятивистских энергиях лептона АММ быстро убывает с ростом энергии.

Исследования, подобные перечисленным выше [78—90], представляют интерес, так как зависящие от напряженности поля и энергии поправки к АММ в главном порядке по α могут превосходить вклады следующих порядков разложения по α и неэлектродинамические вклады. Так, например, в условиях экспериментов, проводимых на линейном коллайдере в Станфорде SLC (SLAC), когда энергия пучка электронов доведена до 46 ГэВ, а эффективная напряженность магнитного поля достигает значения 10^5 Э [181], полевая динамическая поправка в главном порядке по α будет равна $\Delta a = 0,6 \cdot 10^{-8}$ [184].

Важность и значение работы по изучению динамической и полевой зависимостей АММ лептонов могут быть также проиллюстрированы тем, что эта тема постоянно привлекает внимание теоретиков. Так, например, в [91, 92] подтверждены многие выводы, содержащиеся в перечисленных выше работах.

Укажем на еще одну работу [93], в которой рассматривалось влияние внешнего магнитного поля на АММ электрона (приводящее к сдвигу g_e -фактора) и в которой, кроме того, учитывались специфические условия проведения экспериментов с использованием ловушки Пеннинга. Основной результат работы состоит в обнаружении ярко выраженных резонансных пиков у поправки к АММ электрона при целочисленных значениях отношения циклотронной частоты электрона и частоты, характеризующей стационарные состояния фотона между двумя идеальными проводящими пластинами, моделирующими ловушку Пеннинга. Это утверждение совпадает с результатами работ [66, 67]. Отметим, что полученная поправка, связанная с наличием магнитного поля и ловушки Пеннинга, пока существенно меньше расхождения теоретических и экспериментальных значений АММ электрона.

Вклады аксиально-векторных Z -, W - и хиггсовских H -бозонов в АММ лептона, движущегося во внешнем электромагнитном поле.

Впервые проблема зависимости вкладов слабых взаимодействий в АММ заряженного лептона от энергии лептона и напряженности внешнего поля была рассмотрена [94, 95] (см. также [96]) в рамках модели Вайнберга — Салама в 1982 г. до непосредственного открытия на протонном коллайдере в ЦЕРН [97, 98] переносчиков слабых взаимодействий — аксиально-векторных нейтральных Z - и заряженных W -бозонов. В работе [94] на основе расчета массового оператора электрона во внешнем поле, в частности, получен вклад нейтрального слабого тока (Z -бозонный вклад) в АММ лептона, движущегося в постоянном поле*, и впервые сделан вывод, что в случае релятивистских энергий частиц при достаточно сильном поле вклад слабых взаимодействий может стать одного порядка с фотонным вкладом, т. е. чисто электродинамическим. Вклад заряженных слабых токов (W -бозонный вклад) на основе метода аналитического продолжения [83] в магнитном поле впервые обсуждался в [100]. Позже был рассчитан [101] W -бозонный вклад в массовый оператор заряженного лептона в постоянном поле, что позволило получить соответствующий вклад в АММ лептона более строгим способом. Зависимость вклада в АММ лептона третьего бозона, предсказываемого в модели Вайнберга — Салама, но пока экспериментально не открытого — хиггсовского H -бозона, от энергии лептона и напряженности постоянного электромагнитного поля изучена в [102], см. также [49, 103—105]. Сравнение значений фотонного (γ) и Z -, W -, H -бозонных вкладов в АММ заряженного лептона при произвольных массах лептона с учетом движения лептона и постоянного внешнего поля проведено в [106]. Особый специфический случай влияния сверхсильного магнитного поля на Z -, W - и H -бозонные вклады в АММ может быть рассмотрен на основе результатов работ [107—109].

В настоящем разделе мы остановимся на теоретическом рассмотрении в рамках модели электрослабых взаимодействий Вайнберга — Салама вкладов в АММ заряженного лептона с учетом зависимости от энергии и напряженности внешнего магнитного поля. Наиболее последовательный способ нахождения соответствующих вкладов в АММ основан на использовании выражения для массового оператора лептона $M(x', x)$, который входит в уравнение Швингера, описывающее движение лептона в присутствии поля с учетом радиационных поправок

$$(\hat{p} - m_l) \Psi(x) = \int M(x', x) \Psi(x') dx',$$

$$\hat{p} = i\hat{\partial} - eA^{\text{ext}}, \quad \hat{\partial} = \gamma_\nu \frac{\partial}{\partial x_\nu},$$

* Методом аналитического продолжения [83] Z -бозонный вклад в АММ лептона вычислялся в [99].

A_{ext} — 4-потенциал внешнего электромагнитного поля. В качестве исходного выбирается внешнее постоянное скрещенное поле ($\mathbf{E} \perp \mathbf{H}$, $E = H$), которое в случае релятивистских энергий частиц в широких пределах является хорошим приближением для любого постоянного электромагнитного поля (подробнее см. [85]). Получаемые при этом результаты будут зависеть от характерного параметра

$$\chi = \sqrt{-(eF^{\mu\nu}p_\nu)^2} m_l^{-2}, \quad (42)$$

где $F^{\mu\nu}$ — тензор электромагнитного поля; e , m_l , p_ν — заряд, масса и импульс лептона.

Среднее значение от вычисленного во втором порядке теории возмущений массового оператора $M^{(2)}$, взятое на массовой поверхности $p^2 = m_l^2$ (далее используется система единиц, в которой $c = \hbar = 1$) между постоянными спинорами

$$U = \frac{1}{\sqrt{4npp_0}} \begin{pmatrix} m_l + np + (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n})(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}_1) \\ (m_l - np)(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n}) + (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{p}_1) \end{pmatrix} V, \quad VV^\dagger = 1, \quad np = n_\mu p^\mu,$$

p_1 — составляющая импульса лептона, поперечная по отношению к направлению магнитного поля H , определяет вклад в амплитуду упругого рассеяния лептона во внешнем поле: $T_{pp'} = -\bar{U}M^{(2)}(p, p')U$. Постоянный двухкомпонентный спинор V описывает ориентацию спина лептона и подчиняется уравнению

$$(\boldsymbol{\sigma}\mathbf{l})V = \xi V,$$

где $\xi = \pm 1$ характеризует два возможных значения проекции спина частицы на направление единичного вектора \mathbf{l} . Среднее значение матриц Паули $\boldsymbol{\sigma}$ вычисляется по формуле

$$\bar{\boldsymbol{\sigma}} = V^\dagger \boldsymbol{\sigma} V = \xi \frac{1 + \xi\xi'}{2} \mathbf{l} + \frac{1 - \xi\xi'}{2} \left(\frac{i\xi\mathbf{l} \times \mathbf{n} + \mathbf{l} \times \mathbf{l} \times \mathbf{n}}{1 - (l\mathbf{n})^2} \right).$$

Зависящая от ξ часть амплитуды связана с добавкой к АММ лептона в системе покоя соотношением [85, 110]

$$\Delta\mu = (V \cdot T \cdot \xi \mathbf{H})^{-1} \text{Re } T_{pp'}.$$

В отличие от электродинамики в теории электрослабых взаимодействий Вайнберга — Салама вклад в массовый оператор лептона дадут не только фотонные процессы, но и процессы с участием ней-

тральных Z -бозонов, заряженных W -бозонов и нейтральных хиггсовских H -бозонов (используется унитарная калибровка, которая не предполагает рассмотрения процессов с участием нефизических частиц — духов Фаддеева — Попова [111]). Если в теории Вайнберга — Салама ограничиться процессами второго порядка по константе взаимодействия, то фотонный, Z -, W - и H -бозонные вклады в массовый оператор не интерферируют между собой и для $M^{(2)}$ справедливо разбиение

$$M^{(2)}(x', x) = M_{\gamma}^{(2)}(x', x) + M_Z^{(2)}(x', x) + M_W^{(2)}(x', x) + M_H^{(2)}(x', x).$$

Эти четыре вклада в массовый оператор лептона во внешнем поле задаются диаграммами Фейнмана, изображенными на рис. 10, а соответствующие аналитические выражения имеют вид

$$M_{\gamma}^{(2)}(x', x) = -ie^2 \gamma^{\mu} G^l(x', x) \gamma^{\nu} D_{\mu\nu}^{\gamma}(x', x), \quad e = \frac{gg'}{(g^2 + g'^2)^{1/2}};$$

$$M_Z^{(2)}(x', x) = -iG_Z^2 \tilde{\gamma}^{\mu} G^l(x', x) \tilde{\gamma}^{\nu} D_{\mu\nu}^Z(x', x),$$

$$\tilde{\gamma}^{\mu} = \gamma^{\mu} (1 + \bar{\alpha} \gamma^5), \quad G_Z = \frac{g^2 - 3g'^2}{4(g^2 + g'^2)^{1/2}},$$

$$\bar{\alpha} = \frac{g^2 + g'^2}{g^2 - 3g'^2};$$

$$M_W^{(2)}(x', x) = -iG_W^2 \tilde{\gamma}'^{\mu} G^{\nu}(x', x) \tilde{\gamma}'^{\nu} D_{\mu\nu}^W(x', x),$$

$$\tilde{\gamma}'^{\mu} = \gamma^{\mu} (1 + \gamma^5), \quad G_W = \frac{g}{2\sqrt{2}},$$

$$M_H^{(2)}(x', x) = -iG_H^2 G^l(x', x) D^H(x', x), \quad G_H = \frac{g}{2} \frac{m_l}{M_W},$$

g, g' — калибровочные константы связи теории Вайнберга — Салама, $G^{l,\nu}(x', x)$ — пропагаторы лептона и нейтрино, $D^{\gamma, Z, W, H}(x',$

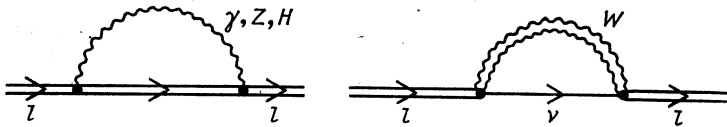


Рис. 10. Диаграммы Фейнмана, описывающие вклады γ -, Z -, W - и H -бозонов в массовый оператор заряженного лептона, движущегося во внешнем поле

$x)$ — пропагаторы фотона, Z -, W - и H -бозонов, точно учитывающие действие внешнего скрещенного электромагнитного поля на заряженные частицы [85, 101, 112].

Обратим внимание на то, что сравнение констант e, G_Z, G_W, G_H , описывающих вершины соответствующих диаграмм Фейнмана, позволяет сделать предположение об относительной малости H -бозонного вклада, так как $G_H \sim \frac{m_l}{M_W}, \frac{m_l}{M_W} \ll 1$. Однако вклад хиггсовского бозона существенно зависит от массы бозона M_H , и в присутствии сильного электромагнитного поля окончательный вывод об относительном значении H -бозонного вклада можно сделать после проведения расчетов [49]. Вычисления по описанной выше схеме [185] дают (см. литературные ссылки на с. 629 и 631):

$$\left. \begin{aligned}
 a_l^\gamma(\chi) &= \frac{e^2}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^3} \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \Gamma(z_\gamma), \quad z_\gamma = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3}; \\
 a_l^Z(\chi) &= -\frac{G_Z^2}{2\pi^2} \lambda_Z^{-1} \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^3} \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \Gamma(z_Z) \times \\
 &\times \left\{ \frac{1+\bar{\alpha}^2}{2} \left(u + 2\lambda_Z \frac{1+u}{u} - \lambda_Z\right) - \frac{1-\bar{\alpha}^2}{2} \left(u + 2\lambda_Z \frac{1+u}{u}\right) \right\}, \\
 &z_Z = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left(1 + \lambda_Z \frac{1+u}{u^2}\right), \quad \lambda_Z = \frac{M_Z^2}{m_l^2}; \\
 a_l^W(\chi) &= \frac{G_W^2}{2\pi^2} \lambda_W^{-1} \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^3} \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \Gamma(z_W) \left\{ \lambda_W \frac{1+2u}{u} - \frac{1}{2u} \right\}; \\
 &z_W = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left(-\frac{1}{u} + \lambda_W \frac{1+u}{u}\right), \quad \lambda_W = M_W^2/m_l^2; \\
 a_l^H(\chi) &= \frac{G_H^2}{2\pi^2} \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^3} \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \Gamma(z_H) \frac{1+u/2}{2}; \\
 &z_H = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left(1 + \lambda_H \frac{1+u}{u^2}\right), \quad \lambda_H = M_H^2/m_l^2.
 \end{aligned} \right\} \quad (43)$$

Здесь динамический полевой параметр имеет вид $\chi = \frac{|e|(p_0 - p_3)H}{m_l^3}$, p_0 и p_3 — энергия и проекция импульса лептона на вектор \mathbf{H} .

Приведенные формулы во втором порядке теории возмущений точно учитывают влияние внешнего поля на поведение вкладов a_l^γ, a_l^Z, a_l^W и a_l^H в АММ лептона. Дальнейшее исследование связано с приближенными вычислениями, использующими свойства функций

$$\Gamma(z) = \int_0^\infty \sin(zx + x^3/3) dx$$

в двух характерных областях изменения параметра χ : 1) $\chi \ll \lambda$, что соответствует случаю слабых полей и не очень больших энергий,

2) $\chi \gg \lambda^{3/2}$ — для сильных полей, но $H < H_0$ и при ультрарелятивистских энергиях:

$$\left. \begin{aligned}
 a_l^{\gamma}(\chi) &= \frac{e^2}{4\pi} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{2\pi} \left[1 - 12\chi^2 \left(\ln \chi^{-1} + c + \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{37}{12} \right) \right], \chi \ll 1; \\
 &\frac{\Gamma(1/3)}{9 \sqrt{3} (3\chi)^{2/3}}, \chi \gg 1; c = 0,577
 \end{aligned} \right. \\
 a_l^Z(\chi) &= \frac{G_Z^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{\pi\lambda_Z} \left[\Delta_Z - \frac{1+\bar{\alpha}^2}{2} \frac{\chi^2}{\lambda_Z^2} \left(2 \ln \lambda_Z - \frac{217}{30} \right) + \right. \\
 &+ \left. \frac{1-\bar{\alpha}^2}{2} \frac{\chi^2}{\lambda_Z^2} \left(4 \ln \lambda_Z - \frac{79}{5} \right) \right], \chi \ll \lambda_Z; \\
 &\frac{\Gamma(1/3)}{9 \sqrt{3} (3\chi)^{2/3}} \left[-\frac{1+\bar{\alpha}^2}{2} 5 + \frac{1-\bar{\alpha}^2}{2} 6 \right], \chi \gg \lambda_Z^{3/2};
 \end{aligned} \right. \\
 a_l^W(\chi) &= \frac{G_W^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{\pi\lambda_W} \left(\Delta_W + \frac{1}{10} \frac{\chi^2}{\lambda_W^3} \right), \chi \ll \lambda_W; \\
 &\frac{\Gamma(1/3)}{9 \sqrt{3} (3\chi)^{2/3}} 11, \chi \gg \lambda_W^{3/2};
 \end{aligned} \right. \\
 a_l^H(\chi) &= \frac{G_H^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned}
 &\frac{1}{\pi\lambda_H} \frac{1}{2} \left[\Delta_H + \frac{1}{3} \frac{\chi^2}{\lambda_H^2} + \frac{\chi^2}{\lambda_H^3} \left(\ln \lambda_H - \frac{257}{60} \right) \right], \\
 &\chi \ll \lambda_H; \\
 &\frac{\Gamma(1/3)}{9 \sqrt{3} (3\chi)^{2/3}} \frac{7}{4}, \chi \gg \lambda_H^{3/2}.
 \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right\} \quad (44)$$

Для не зависящих от внешнего поля частей введены обозначения

$$\left. \begin{aligned}
 \Delta_Z &= \frac{1+\bar{\alpha}^2}{2} \left[\left(\frac{\lambda_Z^2}{2} - \frac{5}{2} \lambda_Z^2 + \frac{5}{2} \lambda_Z^2 \right) \varepsilon_Z^{-1} \ln K_Z + \right. \\
 &+ \left. \left(\frac{\lambda_Z^3}{2} - \frac{3}{2} \lambda_Z^2 + \frac{1}{2} \lambda_Z \right) \ln \lambda_Z - \lambda_Z^2 + \frac{3}{2} \lambda_Z - \frac{1}{2} \right] + \\
 &+ \frac{1-\bar{\alpha}^2}{2} \left[\left(\frac{1}{2} \lambda_Z^3 - \frac{3}{2} \lambda_Z^2 \right) \varepsilon_Z^{-1} \ln K_Z + \right. \\
 &+ \left. \left(\frac{1}{2} \lambda_Z^2 - \frac{1}{2} \lambda_Z \right) \ln \lambda_Z - \lambda_Z + \frac{1}{2} \right], \\
 \varepsilon &= [|\lambda(\lambda-4)|]^{1/2}, K = |(\lambda-\varepsilon)/(\lambda+\varepsilon)|; \\
 \Delta_W &= \left(\lambda_W^3 - \frac{5}{2} \lambda_W^2 + \frac{3}{2} \lambda_W \right) \ln |\lambda_W(\lambda_W-1)^{-1}| - \lambda_W^2 + 2\lambda_W + 1/4; \\
 \Delta_H/\lambda_H &= \left(\frac{\lambda_H^3}{4} - \frac{5}{4} \lambda_H^2 + \lambda_H \right) \varepsilon_H^{-1} \ln K_H + \\
 &+ \left(\frac{\lambda_H^2}{4} - \frac{3}{4} \lambda_H \right) \ln \lambda_H - \frac{\lambda_H}{2} + \frac{3}{4}.
 \end{aligned} \right\} \quad (45)$$

Обратим внимание на то, что формулы (45) точно учитывают зависимость вакуумных (не содержащих параметра χ) вкладов в АММ

лептона от квадрата отношения массы бозона к массе лептона ($\lambda_B = M_B^2/m_l^2$) и поэтому (45) справедливы при любых значениях λ_B .

Приведем теперь главные члены в разложении вакуумных частей Δ_Z , Δ_W , Δ_H в предположении, что $\lambda_{Z, W, H}^{-1} \ll 1$, т. е. для случая электрона и мюона (при этом считается, что хиггсовский бозон достаточно тяжелый [113, 114], $M_H \gg m_l$):

$$\left. \begin{aligned} \Delta_Z &= -\frac{1+\bar{\alpha}^2}{2} \frac{2}{3} + \frac{1-\bar{\alpha}^2}{2} (1 - \lambda_{Z}^{-1} \ln \lambda_Z) + O(\lambda_{Z}^{-2}); \\ \Delta_W &= 5/6 + \lambda_{W}^{-1}/3 + O(\lambda_{W}^{-2}); \\ \Delta_H &= \frac{1}{2} \ln \lambda_H - 7/12 + O(\lambda_H^{-1}). \end{aligned} \right\} (46)$$

Из (44) и (46) следует, что доминирующими являются вакуумные вклады Z - и W -бозонов, причем их суммарное значение зависит от используемого значения угла Вайнберга θ_W . Так если $\sin^2 \theta_W = 0,22$, то для мюона имеем $a_\mu^Z(0) = -1,82 \cdot 10^{-9}$, $a_\mu^W(0) = 3,89 \times 10^{-9}$, $a_\mu^Z(0) + a_\mu^W(0) = 2 \cdot 10^{-9}$, а если, например, $\sin^2 \theta_W = 0,217$, то $a_\mu^Z(0) + a_\mu^W(0) = 19,5 \cdot 10^{-10}$.

Учитывая, что в теории Вайнберга — Салама масса хиггсовского бозона не определена, а в настоящее время не существует однозначных экспериментальных данных о ее значении [115, 116], представляет интерес сравнить вклады a_l^Z , a_l^W и a_l^H при различных соотношениях масс лептона m_l и бозонов M_B . Так как массы Z - и W -бозонов примерно равны: $M_Z \sim M_W \sim 90 \text{ ГэВ} = M_B$, то возможны шесть характерных соотношений между массами m_l , M_B и M_H , для каждого из которых мы получили следующие оценки для отношения вкладов $A = |a_l^H(0)/a_l^B(0)|$, $a_l^B(0) = a_l^Z(0) + a_l^W(0)$:

- 1) $m_l < M_B < M_H$, $A \sim m_l^2/M_H^2 < 1$;
- 2) $m_l < M_H < M_B$, $A \sim m_l^2/M_H^2 < 1$;
- 3) $M_H < m_l < M_B$, $A \sim 1$;
- 4) $M_B < m_l < M_H$, $A \sim \lambda^{-1} \ln \lambda < 1$;
- 5) $M_B < M_H < m_l$, $A \sim 1$;
- 6) $M_H < M_B < m_l$, $A \sim 1$.

Таким образом, в случае если масса покоя лептона m_l близка к массе H -бозона или превосходит ее, то при любых соотношениях m_l с массами Z - и W -бозонов вакуумная хиггсовская поправка к АММ лептона будет одного порядка, $|a_l^H(0)| \sim |a_l^B(0)|$, или больше, $|a_l^H(0)| > |a_l^B(0)|$ суммарного Z - и W -бозонного вклада [49]. Этот факт при отсутствии однозначных экспериментальных данных о массе H -бозона с учетом все возрастающей точности измерения АММ лептонов позволяет сделать вывод, что при проведении сравнения экспериментальных и теоретических значений АММ нужно принимать во внимание возможность существования заметных вкладов

хиггсовских бозонов. Отметим также, что сравнение может в принципе служить источником информации о массе хиггсовского бозона.*

В заключение данного раздела проведем сравнение слабых вкладов в АММ электрона и мюона с электродинамическим вкладом при различных энергиях частиц. Если обратиться к формулам (44), считая $m_{e, \mu} \ll M_{Z, W, H}$, и рассмотреть случай ультрарелятивистских энергий лептонов, то

$$\begin{aligned} a_l^\gamma(\chi) &= \frac{1}{2\pi} \frac{G_F M_W^2}{9 \sqrt{6}} \frac{\Gamma(1/3)}{(3\chi)^{2/3}}; \\ a_l^Z(\chi) &= -\frac{1}{2\pi} \frac{G_F M_W^2}{9 \sqrt{6}} \frac{\Gamma(1/3)}{(3\chi)^{2/3}} \frac{11}{3}; \\ a_l^W(\chi) &= \frac{1}{2\pi} \frac{G_F M_W^2}{9 \sqrt{6}} \frac{\Gamma(1/3)}{(3\chi)^{2/3}} 11 \end{aligned}$$

(где $\theta_W = 30^\circ$). Эти оценки для АММ $a_l(\chi)$ показывают, что в данной области энергий ($\chi \gg \lambda_{Z, W}^{2/3}$) слабые (Z - и W -бозонные) вклады почти на порядок превосходят по величине электродинамический (фотонный), а доминирующим является W -бозонный вклад, и что так же, как при значениях $\chi \ll 1$, суммарный вклад в АММ будет положительным: $a_l^\gamma(0) + a_l^Z(0) + a_l^W(0) > 0$. Вклад хиггсовского бозона подавлен по сравнению с $a_l^Z(0)$ и $a_l^W(0)$ отношением $m_l^2/M_W^2 \ll 1$.

Остановимся более подробно на сравнении $a_l^\gamma(\chi)$ и $a_l^P(\chi)$ в присутствии внешнего постоянного поля. При малых значениях параметра ($\chi \ll 1$) значение a_l^γ много больше a_l^P , так как фотонный вклад близок к швингеровскому значению АММ

$$a_l^{\vec{\gamma}}(\chi) \sim \frac{i\alpha}{2\pi} \sim 10^{-3},$$

а бозонный вклад имеет порядок $a_l^P(\chi) \sim 0,5 \cdot 10^{-13}$.

Существенное различие вкладов $a_l^\gamma(\chi)$ и $a_l^P(\chi)$ проявляется, если проследить за изменением a_l^γ и a_l^P при увеличении значения параметра χ . В то время как a_l^γ с ростом χ начинает сразу же убывать и при $\chi \gg 1$ стремится к нулю по закону $\chi^{-2/3}$, a_l^P возрастает с ростом χ при $\chi \ll \lambda_{Z, W}$. Кроме того, оценки показывают, что отношение a_l^P/a_l^γ будет увеличиваться при возрастании χ и в промежуточной области значений параметра χ ($\lambda_{Z, W} \ll \chi \ll \lambda_{Z, W}^{2/3}$). Причем в промежуточной области будут по-прежнему ведущими члены, определяющие главный вклад в $a_l^P(\chi)$ в области $\chi \ll \lambda_{Z, W}$. Проводя сравнение

* Если при 20-ти кратном увеличении точности измерения АММ мюона в БНЛ во столько же раз удастся уменьшить рассогласование $|\Delta a_\mu| = |a_\mu^{\text{эксп}} - a_\mu^{\text{теор}}|$, т. е. будет справедлива оценка $|\Delta a_\mu| \leq 5 \cdot 10^{-10}$, тогда из АММ мюона эффективно (с учетом результатов [116]) возникает ограничение на массу $M_H \gtrsim 700$ МэВ [185].

a_l^B и a_l^V в промежуточной области и используя при этом для оценки $a_l^B(\chi)$ выражения (44) и (46)

$$a_l^B \approx \frac{G_F m_l^2}{\pi^2 \sqrt{2}} \left[\frac{5}{24} + \frac{2}{3} \left(\sin^2 \theta_w - \frac{1}{4} \right)^2 \right],$$

мы приходим к выводу, что при $\chi \ll \lambda_{Z,W}^{3/2}$ фотонный вклад в АММ будет превосходить бозонный. Поскольку, как уже отмечалось, в области $\chi \gg \lambda_{Z,W}^{3/2}$ основной вклад в АММ лептона вносят слабые процессы, приходим к заключению, что при $\chi \sim \lambda_{Z,W}^{3/2}$ вклады в $a_l^B(\chi)$ и $a_l^V(\chi)$ становятся одного порядка.

АММ заряженного лептона в альтернативных теориях. В настоящее время стандартная модель взаимодействия Глешоу — Вайнберга — Салама адекватно описывает все имеющиеся данные экспериментов. Однако стандартная модель не свободна от изъянов (таких, как большое число параметров, нерешенный вопрос о количестве поколений лептонов и кварков, отсутствие гравитации и т. д.), что стимулирует активное изучение альтернативных моделей, выходящих за рамки стандартной модели, но предсказывающих всю низкоэнергетическую картину, ей соответствующую. Сравнение квантовой электродинамики и теории Вайнберга — Салама показывает, что увеличение типов взаимодействия заряженного лептона может существенно изменить значение и характер зависимости от энергии и внешнего поля его АММ.

Вклады в АММ лептона бозонов различного типа. В рассматриваемых различных обобщениях стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели взаимодействия (таких, как, например, теории техницвета [117, 118], Великого объединения [119], суперструн [120] и др.) предсказывается богатый спектр новых бозонов (см. также [121]), виртуальные процессы с участием которых приводят к новым вкладам в АММ заряженного лептона. В этой связи представляет интерес изучение вкладов в АММ лептона от бозонов различного типа (B_i) и произвольной массы M_i [122]: 1) скалярных нейтральных, 2) псевдоскалярных нейтральных, 3) векторных нейтральных, 4) аксиально-векторных нейтральных, 5) векторных заряженных, 6) аксиально-векторных заряженных (см. также [185]).

Как следует из описаний экспериментов Вашингтонского университета по измерению $(g-2)$ -фактора электрона, экспериментов ЦЕРН по измерению $(g-2)$ -фактора мюона и новых планируемых экспериментов в БНЛ, характер движения лептона в основном определяется действием внешнего постоянного поля. Кроме того, в случае $(g-2)_\mu$ -экспериментов мюоны имеют релятивистскую энергию, что, как показано на примере электродинамического и вклада слабых взаимодействий, так же, как и наличие внешнего поля, может приводить к существенному изменению АММ лептона. Поэтому ниже при рассмотрении вкладов в АММ лептона различных бозонов B_i будет учитываться действие магнитного поля, а также возможное влияние движения самого лептона.

Опять, считая лептон релятивистским, мы в качестве модели магнитного поля будем использовать постоянное скрещенное поле. При определении вкладов в АММ заряженного лептона вначале в однопетлевом приближении рассчитывается часть $M_{B_i}^{(2)}$ массового оператора движущегося в скрещенном поле лептона. Характерная диаграмма Фейнмана приведена на рис. 11. Двойные линии означают, что волновые функции и пропагаторы заряженных частиц являются точными решениями соответствующих уравнений с учетом действия внешнего поля. Затем мы находим вклады $T_i^{(2)}$ в амплитуду упругого рассеяния, действительные части зависящих от спиновой переменной членов которой пропорциональны вкладу $a_i^j(\chi)$ в АММ.

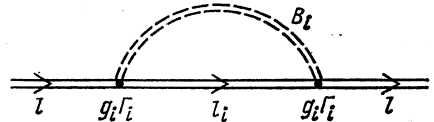


Рис. 11. Вклад бозонов различного типа в массовый оператор лептона во внешнем поле

Проводя вычисления, мы получаем для вкладов в АММ заряженного лептона массы m_i , движущегося с релятивистской энергией в магнитном поле:

$$a_i^{B_i}(\chi) = \frac{g_i^2}{(2\pi)^2} \int_0^\infty \frac{du}{(1+u)^3} \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \Omega_i \Gamma(z_i), \tag{47}$$

где $\Gamma(z_i) = \int_0^\infty \sin(z_i x + x^3/3) dx$; g_i — константа связи лептона с бозоном B_i . В таблице приведены величины Γ_i , характеризующие

Т а б л и ц а. Значения $\Gamma_i, l_i, \Omega_i, z_i$ для процессов с учетом бозонов различного типа

Тип (и заряд) бозона	Γ_i	l_i	Ω_i	z_i
Скалярный (0)	1	l	$1+u/2$	$z_i = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left(1 + \lambda_i \frac{1+u}{u^2}\right)$
Псевдоскалярный (0)	γ_5	l	$-u/2$	
Векторный (0)	γ_μ	l	1	
Аксиально-векторный (0)	$\gamma_\mu \gamma_5$	l	$-3 - \frac{4}{u} - \frac{2u}{\lambda_4}$	
Векторный (-1)	γ_μ	ν	$2 + \frac{1}{u} - \frac{1}{u\lambda_i}$	$z_i = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left(-\frac{1}{u} + \lambda_i \frac{1+u}{u}\right)$
Аксиально-векторный (-1)	$\gamma_\mu \gamma_5$	ν		

структуру связи лептона и бозонов B_i , тип виртуального фермиона l_i , функции Ω_i , определяющие подынтегральное выражение в (47), а также аргументы функций ипсилон z_i .

Вклады (47) зависят от единого динамического полевого параметра $\chi = \sqrt{-(eF_{\mu\nu}p^\nu)^2} m_i^{-3}$. Отметим, что формулы (47) дают точные выражения для вкладов бозонов B_i в АММ лептона, движущегося в скрещенном электромагнитном поле. В этом случае параметр принимает вид $\chi = \frac{H}{H_0} \frac{p_0 - p_3}{m_l}$, p_0, p_3 — энергия и проекция импульса лептона на вектор $\mathbf{E} \times \mathbf{H}$. В силу «универсальности» скрещенного поля формулы (47) применимы и для случая движения релятивистского лептона в произвольном постоянном поле. Для чисто магнитного поля динамический параметр имеет вид $\chi_H = \frac{H}{H_0} \frac{p_\perp}{m_l}$, $p_\perp = \sqrt{2\gamma n}$ — проекция импульса лептона на плоскость, перпендикулярную вектору \mathbf{H} (n — номер уровней Ландау в магнитном поле $\gamma = eH$).

На основе (47) можно получить асимптотики для различных вкладов в АММ лептона в магнитном поле при малых χ (относительно слабые поля $H \ll H_0$ и не очень большие энергии) и больших значениях χ (сильные поля $H < H_0$ и ультрарелятивистские энергии)*:

$$\left. \begin{aligned}
 a_l^{B_1}(\chi) &= \frac{g_1^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\pi\lambda_1} \frac{1}{2} \left[\Delta_1 + \frac{1}{3} \frac{\chi^2}{\lambda_1^2} + \frac{\chi^2}{\lambda_1^3} \left(\ln \lambda_1 - \frac{257}{60} \right) \right], & \chi \ll \lambda_1; \\ &\frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}} \frac{7}{4}, & \chi \gg \lambda_1^{3/2}; \end{aligned} \right. \\
 a_l^{B_2}(\chi) &= \frac{g_2^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} &-\frac{1}{\pi\lambda_2} \frac{1}{2} \left[\Delta_2 + \frac{2}{3} \frac{\chi^2}{\lambda_2^2} \right], & \chi \ll \lambda_2; \\ &-\frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}} \frac{5}{4}, & \chi \gg \lambda_2^{3/2}; \end{aligned} \right. \\
 a_l^{B_3}(\chi) &= \frac{g_3^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\pi\lambda_3} \frac{1}{2} \left[\Delta_3 + 2 \frac{\chi^2}{\lambda_3^3} \left(\ln \lambda_3 - \frac{257}{60} \right) \right], & \chi \ll \lambda_3; \\ &\frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}} \frac{1}{2}, & \chi \gg \lambda_3^{3/2}; \end{aligned} \right. \\
 a_l^{B_4}(\chi) &= \frac{g_4^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\pi\lambda_4} \frac{1}{2} \left[\Delta_4 + \frac{\chi^2}{\lambda_4^3} \left(-6 \ln \lambda_4 + \frac{691}{30} \right) \right], & \chi \ll \lambda_4; \\ &-\frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}} \frac{11}{2}, & \chi \gg \lambda_4^{3/2}; \end{aligned} \right. \\
 a_l^{B_{5,6}}(\chi) &= \frac{g_{5,6}^2}{2\pi} \left\{ \begin{aligned} &\frac{1}{\pi\lambda_{5,6}} \frac{1}{2} \left[\Delta_{5,6} + \frac{1}{10} \frac{\chi^2}{\lambda_{5,6}^3} \right], & \chi \ll \lambda_{5,6}; \\ &\frac{\Gamma(1/3)}{9\sqrt{3}(3\chi)^{2/3}} \frac{11}{2}, & \chi \gg \lambda_{5,6}. \end{aligned} \right.
 \end{aligned} \right. \quad (48)$$

* При нахождении зависящих от χ членов считалось, что бозоны достаточно тяжелые ($\lambda_i = M_i^2/m_l^2 \gg 1$).

Из формул (48) следует, что для любого типа бозонов ($B = S^0, P^0, V^0, A^0, V^-, A^-$) зависимость вкладов от параметра χ одинакова: при малых χ ($\chi \ll \lambda_i$) возникают малые квадратичные по χ поправки к вакуумным вкладам $a_i^{B_i}(0)$, определяемым величинами Δ_i . При больших χ ($\chi \gg \lambda_i^{3/2}$) все вклады явно демонстрируют динамическую природу АММ лептона, изменяясь с ростом χ как $\chi^{-2/3}$. Для напряженностей магнитных полей и энергий лептонов в экспериментах по измерению $(g - 2)$ -факторов электрона и мюона параметр χ мал и, следовательно, динамические полевые эффекты также малы. Однако при движении релятивистских лептонов в окрестности астрофизических объектов, где магнитные поля, по современным оценкам [123], могут достигать значения $H = 10^{-1}H_0 = 4,41 \cdot 10^{12}$ Э, для вкладов различных бозонов в АММ лептона необходимо пользоваться формулами (48). Бозонные полевые эффекты в АММ заряженных лептонов могут проявиться и при движении последних в условиях современных ускорителей (см. с. 630).

Обратимся теперь к обсуждению вакуумных вкладов в АММ заряженного лептона, для которых мы получаем [185]:

$$\begin{aligned}
 a_i^{B_i}(0) &= \frac{g_i^2}{4\pi^2} \frac{\Delta_i}{\lambda_i}, \quad i = 1, \dots, 6; \\
 \Delta_1 &= \left(\frac{\lambda_1^3}{4} - \frac{5}{4} \lambda_1^2 + \lambda_1 \right) \varepsilon_1^{-1} \ln K_1 + \left(\frac{\lambda_1^2}{4} - \frac{3}{4} \lambda_1 \right) \ln \lambda_1 - \frac{\lambda_1}{2} + \frac{3}{4}; \\
 \Delta_2 &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\lambda_2^3}{2} - \frac{3}{2} \lambda_2 \right) \varepsilon_2^{-1} \ln K_2 + \frac{1}{2} (\lambda_2^3 - \lambda_2^2) \ln \lambda_2 - \lambda_2^2 - \frac{\lambda_2}{2} \right]; \\
 \Delta_3 &= \left(\frac{\lambda_3^4}{2} - 2\lambda_3^3 + \lambda_3^2 \right) \varepsilon_3^{-1} \ln K_3 + \left(\frac{\lambda_3^3}{2} - \lambda_3^2 \right) \ln \lambda_3 - \lambda_3^2 + \frac{\lambda_3}{2}; \\
 \Delta_4 &= \left(\frac{\lambda_4^4}{2} - 3\lambda_4^3 + 4\lambda_4^2 \right) \varepsilon_4^{-1} \ln K_4 + \left(\frac{\lambda_4^3}{2} - 2\lambda_4^2 + \lambda_4 \right) \ln \lambda_4 - \lambda_4^2 + \\
 &\quad + \frac{5}{2} \lambda_4 - 1; \\
 \Delta_5(\lambda_5 = \lambda) &= \Delta_6(\lambda_6 = \lambda) = \left(\lambda^3 - \frac{5}{2} \lambda^2 + \frac{3}{2} \lambda \right) \ln \left| \frac{\lambda}{\lambda - 1} \right| - \\
 &\quad - \lambda^2 + 2\lambda + \frac{1}{4}; \\
 K &= |(\lambda - \varepsilon)/(\lambda + \varepsilon)|, \quad \varepsilon = [|\lambda(\lambda - 4)|]^{1/2}.
 \end{aligned} \tag{49}$$

Обратим внимание, что при выводе этих формул не накладывались никакие ограничения на массу бозонов M_i , т. е. эти формулы точно описывают зависимость вакуумных вкладов в АММ лептона от массы соответствующих бозонов. Выражения (49) при подстановке конкретных констант g_i и масс бозонов M_i позволяют находить вклады в АММ лептона массы m_l , возникающие в различных теориях. Так, используя эти формулы, можно найти вакуумные вклады Z -, W -

и H -бозонов (45) в АММ лептона в стандартной модели электрослабых взаимодействий Вайнберга — Салама.

Вакуумные вклады нейтральных массивных скалярных, псевдоскалярных, векторных и аксиально-векторных бозонов в АММ электрона и мюона недавно рассматривались отличным от использованного нами методом в [124, 125]. В [125] получены аналитические формулы для соответствующих вакуумных вкладов в АММ для двух случаев (используются принятые в настоящей статье обозначения): 1) $\lambda_i > 4$ и 2) $\lambda_i < 4$, которые могут быть объединены и должны совпадать с результатом (49) ($\lambda \neq 4$). Однако в [125] вклады скалярного и псевдоскалярного бозонов приведены с неверным знаком, что отразилось и на знаке соответствующих предельных значений при $\lambda \gg 1$ и $\lambda \ll 1^*$. Эта неточность исправлена в работе [126] одного из авторов работ [124, 125]. Кроме того, полученный в [124—126] вклад нейтрального аксиально-векторного бозона отличается от (49) и совпадающего с ним выражения, которое может быть получено из результатов работы [127].

Для случая легких ($\lambda_i \ll 1$) и тяжелых ($\lambda_i \gg 1$) бозонов из (49) можно получить предельные значения для вкладов в АММ отрицательно заряженного лептона (см. также [99, 102, 106, 185]):

$$a_l^{B_i}(0) = \frac{g_i^2}{8\pi^2} k_i, \quad B_i = S^0, P^0, V^0, A^0, V^-, A^-;$$

1) $\lambda_i \ll 1$:

$$k_{S^0} = \frac{3}{2}, \quad k_{P^0} = -\frac{1}{2}, \quad k_{V^0} = 1, \quad k_{A^0} = -\frac{2}{\lambda_4} \rightarrow -\infty, \quad k_{V^-} = k_{A^-} = \frac{2}{\lambda_{5,6}} \rightarrow \infty;$$

2) $\lambda_i \gg 1$:

$$k_{S^0} = \lambda_1^{-1} \ln \lambda_1 - \lambda_1^{-1} \frac{7}{6}, \quad k_{P^0} = -\lambda_2^{-1} \ln \lambda_2 + \lambda_2^{-1} \frac{11}{6},$$

$$k_{V^0} = \lambda_3^{-1} \frac{2}{3} - \lambda_3^{-2} 2 \ln \lambda_3,$$

$$k_{A^0} = -\frac{10}{3} \lambda_4^{-1} + \lambda_4^{-2} 2 \ln \lambda_4, \quad k_{V^-} = k_{A^-} = \frac{10}{3} \lambda_{5,6}^{-1} + \frac{2}{3} \lambda_{5,6}^{-2}.$$

Обращает на себя внимание определенная выделенность вкладов скалярного и псевдоскалярного бозонов в области $\lambda_i \gg 1$, в силу наличия в главных членах разложения множителя $\ln \lambda_i$, который может быть большим.

На рис. 12 показана зависимость функций k_i от отношения массы бозона к массе лептона $\sqrt{\lambda_i}$ для бозонов рассмотренных типов [185].

* Отметим также, что в [124] используется уменьшенная в 10 раз оценка рассогласования $a_e^{\text{теор}} - a_e^{\text{эксп}}$, что привело авторов к заниженным ограничениям на квадраты констант связи электрона с бозонами.

Таким образом, можно сделать общий вывод, что вклады бозонов B_i в АММ лептона зависят не только от константы связи с лептоном, но также и от свойств самого бозона — его типа и массы.

Вклады в АММ лептона «горизонтальных» бозонов. Рассмотренные выше вклады в АММ, хотя в силу разнообразия свойств бозонов и могут быть использованы при анализе величины $(g - 2)$ -фактора лептона в различных теориях, обобщающих стандартную модель взаи-

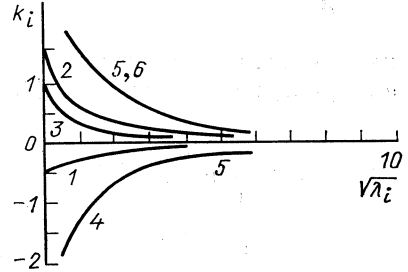


Рис. 12. Зависимость функций k_i , определяющих вакуумные вклады бозонов различного типа i в АММ лептона, от отношения масс $\sqrt{\lambda_i} = M_i/m_l (1 - P^0; 2 - S^0; 3 - V^0; 4 - A^0; 5 - V^-; 6 - A^-)$

модействия, не исчерпывают всего многообразия процессов, приводящих к поправкам к АММ. В последнее время популярными становятся теории, в которых предпринимаются попытки ответить на один из нерешенных вопросов стандартной модели Глешоу — Вайнберга — Салама — о существовании поколений кварков и лептонов — с помощью введения дополнительной «горизонтальной» симметрии между поколениями фермионов [114, 128—133].

Как было впервые показано в [128—130], при спонтанном нарушении симметрии поколений, которое может приводить к наблюдаемой иерархии масс фермионов, в теории возникает нейтральный голдстоуновский бозон — фамилон [128], имеющий недиагональное по ароматам взаимодействие с фермионами. Различные процессы с участием фамилона в присутствии внешнего магнитного поля рассмотрены в [134—136, 183], в которых, в частности, обсуждался вопрос о фамилонном вкладе в АММ мюона.

Недиагональная по ароматам связь фамилона с фермионами может быть как скалярной, так и псевдоскалярной [129, 130], а соответствующий лагранжиан в случае двух фермионных ароматов (электрон и мюон) представим в виде

$$\mathcal{L} = g_f [\bar{\Psi}_\mu (1 - \alpha' \gamma^5) \Psi_e + \bar{\Psi}_e (1 + \alpha' \gamma^5) \Psi_\mu] f(x),$$

где $\Psi_l(x)$ и $f(x)$ — волновые функции лептона ($l = e, \mu$) и фамилона. Константы g_f и α определяются конкретной моделью, но в любом случае g_f обратно пропорционально величине V , имеющей смысл энергетического масштаба, связанного со спонтанным нарушением глобальной «горизонтальной» симметрии:

$$g_f = V^{-1} \sqrt{2m_\mu m_e}.$$

Из астрофизических оценок следует, что $V \gtrsim 7 \cdot 10^9$ ГэВ [137].

Получим фамилонный вклад в АММ мюона с учетом действия постоянного магнитного поля, используя описанный выше способ. Рассчитывая вклад в массовый оператор мюона, движущегося в маг-

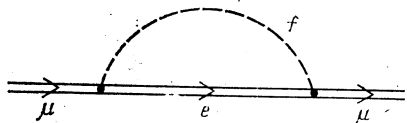


Рис. 13. Фамилонный вклад в массовый оператор мюона во внешнем поле

нитном поле, который задается диаграммой Фейнмана [рис. 13], мы приходим к выражению [134—136]:

$$a_{\mu}^f = \frac{g_f^2}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{du}{(1+u)^2} \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left[\frac{1+\alpha'^2}{2} \frac{m_{\mu}^2}{m_e^2} \frac{1}{1+u} + \frac{1-\alpha'^2}{2} \frac{m_{\mu}}{m_e} \right] \Gamma(z_f),$$

$$z_f = \left(\frac{u}{\chi}\right)^{2/3} \left(-\frac{m_{\mu}^2}{m_e^2} \frac{1}{u} + \frac{1+u}{u} + \frac{M_f^2}{m_e^2} \frac{1+u}{u^2} \right),$$

$$\chi = \sqrt{-(eF_{\mu\nu}p^{\nu})^2/m_e^3}.$$

Рассматривая строго безмассовый фамилон ($M_f = 0$) в двух областях значений динамического полевого параметра, получаем:

$$a_{\mu}^f(\chi) = \frac{g_f^2}{16\pi^2} (1 + \alpha'^2) \left(1 + 8\chi^2 \left(\ln \frac{\chi}{\sqrt{3}} - c + 3 \right) \right),$$

$$c = 0,577 \dots, \frac{m_e}{m_{\mu}} \ll \chi \ll 1,$$

$$a_{\mu}^f(\chi) = \frac{g_f^2}{72\sqrt{3}\pi} (1 + \alpha'^2) \frac{\Gamma(1/3)}{(3\chi)^{2/3}} \left[1 - \frac{3\Gamma(2/3)}{\Gamma(1/3)(3\chi)^{2/3}} + O(\chi^{-4/3}) \right] \chi \gg 1.$$

Как и в обсуждавшихся выше случаях «диагональных» бозонов различного типа, при больших χ фамилонный вклад a_{μ}^f убывает с ростом χ пропорционально $\chi^{-2/3}$. Однако в случае малых χ поправка к вакуумному значению АММ пропорциональна не χ^2 , как было в (48), а $\chi^2 \ln \chi$. Эта особенность в асимптотике может быть связана с тем обстоятельством, что в отличие от рассмотренных вкладов в массовый оператор диагональных бозонов (см. рис. 10, 11), которые характеризовались тем, что суммарная масса виртуальных частиц по крайней мере не меньше массы лептона, в случае фамилонного вклада суммарная масса виртуальных частиц существенно меньше массы лептона ($m_e \ll m_{\mu}$), и поэтому влияние внешнего поля на АММ сказывается сильнее.

Заметим, что попытка объяснить рассогласование теоретического и экспериментального значений АММ мюона ($\Delta a_{\mu} < 9 \cdot 10^{-9}$) за счет фамилонного вклада a_{μ}^f не приводит к существенным ограничениям на константы g_f и α' .

В другом варианте теории с «горизонтальной» симметрией, так называемой модели с «обратной иерархией», обсуждавшейся недавно [138], наиболее сильно мюон связан с тяжелым τ -лептоном, причем для константы связи справедлива оценка

$$g'_f = \frac{\sqrt{m_\mu m_\tau}}{V'}, \quad V' \gtrsim 10^6 \text{ ГэВ.}$$

Для вакуумного фамилонного вклада в АММ мюона, возникающего в модели с обратной иерархией, мы получили [184]:

$$a_\mu^{f'} = \frac{g'^2}{4\pi^2} \left\{ \frac{1 + \alpha'^2}{2} \left[\left(-\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \ln |1 - \varepsilon| - \frac{1}{2} + \frac{1}{\varepsilon} \right] + \right. \\ \left. + \frac{1 - \alpha'^2}{2} \sqrt{\varepsilon} \left[\frac{1}{\varepsilon} + \left(-\frac{1}{\varepsilon} + \frac{1}{\varepsilon^2} \right) \ln |1 - \varepsilon| \right] \right\}, \quad \varepsilon = \frac{m_\mu^2}{m_\tau^2} \approx 3,5 \cdot 10^{-3},$$

или, если провести разложение по $\varepsilon \ll 1$, то:

$$a_\mu^{f'} = \frac{g'^2}{16\pi^2} \left\{ \frac{m_\mu}{m_\tau} + \frac{1}{3} \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right)^2 + \alpha'^2 \left[-\frac{m_\mu}{m_\tau} + \frac{1}{3} \left(\frac{m_\mu}{m_\tau} \right)^2 \right] + \right. \\ \left. + O \left(\frac{m_\mu^3}{m_\tau^3} \right) \right\}.$$

Требую, чтобы $a_\mu^{f'}$ не превосходило рассогласования теоретического, вычисленного в рамках стандартной модели, и экспериментального значений АММ мюона, т.е. чтобы $a_\mu^{f'} < \Delta a_\mu < 9 \cdot 10^{-9}$, для константы α' мы получаем более сильное ограничение, чем в случае теории с обычной иерархией: $\alpha' \lesssim 1 \cdot 10^4$. Если при двадцатикратном увеличении точности экспериментального определения $(g - 2)$ -фактора мюона, планируемого в БНЛ, во столько же раз уменьшится рассогласование экспериментального и теоретического значений АММ в стандартной модели, то это наложит более жесткие ограничения на параметр α' : $\alpha' \lesssim 3 \cdot 10^3$.

Вклад в АММ лептона легкого псевдоскалярного бозона. Еще один случай, когда рассмотрение АММ лептона может приводить к конкретным выводам о свойствах элементарных частиц и параметрах, описывающих их взаимодействия, связан с «дармштадтской загадкой». Проблема возникла потому, что экспериментальные группы из Дармштадта (ФРГ) стали сообщать о наличии в спектрах позитронов и электронов, образующихся при столкновении тяжелых ионов, узких пиков с энергией порядка $E \approx 300$ кэВ и шириной $\Delta E \approx 70$ кэВ [139—142]. К настоящему времени в различных группах наблюдались целые серии пиков в диапазоне энергий от 220 до 430 кэВ [126]. Однако из возможных объяснений природы этих пиков связано с предположением [124, 143], что позитроны и электроны, в спектре которых наблюдаются пики, образуются при распаде неизвестной частицы X , масса которой может быть оценена из экспериментальных данных: $M_X = 1 \div 2$ МэВ [126, 144].

Предположим, что неизвестная частица является псевдоскалярным бозоном [145—147]. Как указывалось выше (см. также [49, 106]), в случае если масса скалярной или псевдоскалярной частицы сравнима с массой лептона, то соответствующий возникающий вклад в АММ лептона будет сравним (или превосходить) суммарный вклад Z - и W -бозонов, который планируется зафиксировать в новых экспериментах в БНЛ. Поэтому можно предположить, что на основе рассмотрения АММ в данном случае ($M_X \ll m_l$) удастся получить существенные ограничения на константу связи лептонов с новым X -бозоном.

Используя выражения для вклада псевдоскалярного бозона в АММ лептона [см. формулу (47), табл. 1], мы можем получить вклад в АММ электрона и мюона [146, 147] в случае малых значений параметра χ :

$$a_e^X = \frac{g_e^2}{8\pi^2} \frac{1}{\lambda_e} \left[\frac{11}{6} - \ln \lambda_e - \frac{2}{3} \frac{\chi_e^2}{\lambda_e^2} \right] =$$

$$= \frac{g_e^2}{8\pi^2} [-0,17 - 1,35 \cdot 10^{-4} \chi_e^2], \quad \chi_e \ll \lambda_e \approx 10, \quad M_X = 1,6 \text{ МэВ};$$

$$a_\mu^X = -\frac{g_\mu^2}{8\pi^2} \left[\frac{1}{2} + \lambda_\mu + \frac{\lambda_\mu}{2} \ln \lambda_\mu - \chi_\mu^2 \left(\frac{29}{6} + \ln \lambda_\mu \right) \right] =$$

$$= -\frac{g_\mu^2}{8\pi^2} [0,50 - 3,45 \chi_\mu^2], \quad \chi_\mu \ll \lambda_\mu^{1/2} \sim 1,5 \cdot 10^{-2},$$

$$\chi_l = \sqrt{-(eF_{\mu\nu} p^\nu)^2 / m_l^3}, \quad \lambda_l = M_X^2 / m_l^2,$$

и при больших χ ($\chi_e \gg \lambda_e^{3/2}$, $\chi_\mu \gg 1$)

$$a_l^X = -\frac{g_l^2}{72 \sqrt{3} \pi} \frac{5\Gamma(1/3)}{(3\chi_l)^{2/3}} = -\frac{g_l^2}{8\pi^2} 0,21 \chi_l^{-2/3}.$$

Сравнивая вакуумные вклады в АММ электрона $a_e^X(0)$ и мюона $a_\mu^X(0)$ с рассогласованием предсказаний стандартной модели и экспериментов ($\Delta a_e < 3 \cdot 10^{-10}$, $\Delta a_\mu < 9 \cdot 10^{-9}$), получаем ограничения на константы g_e и g_μ : $g_e < 4,5 \cdot 10^{-4}$, $g_\mu < 1,1 \cdot 10^{-3}$.

Аналогичные оценки констант связи лептонов с бозонами других типов приведены в [124—126].

АММ лептона в суперсимметричных и суперструнных теориях. Основная задача планируемых в БНЛ новых экспериментов по измерению АММ мюона состоит в том, чтобы достичь точности, позволяющей регистрировать вклады слабых взаимодействий. Новый экспериментальный результат для a_μ наложит более жесткие ограничения на параметры альтернативных теорий, чем следующие из черновского значения $a_\mu^{\text{эксп}}$. В широко обсуждаемых суперсимметричных теориях [148] предсказывается большое количество новых частиц с массами порядка 100 ГэВ, виртуальные процессы с участием которых могут

давать вклады в АММ мюона. Интерес представляет именно значение АММ мюона, хотя и вычисляемое, и измеряемое с меньшей точностью, чем АММ электрона, но в силу большей массы ($m_\mu \gg m_e$), как отмечалось выше, более чувствительное к процессам на малых расстояниях.

В работах [149, 184] проведен модельно независимый анализ вкладов $a_\mu^{\text{СУСИ}}$ в АММ мюона в суперсимметричных объединенных теориях, основанных на $N = 1$ супергравитации. Возникающие дополнительные вклады $a_\mu^{\text{СУСИ}}$ в низшем порядке теории возмущений за счет процессов с участием вино (\tilde{W}) и sneйтрино ($\tilde{\nu}$) (рис. 14, а) и зино (\tilde{Z}) и смюона ($\tilde{\mu}$) (рис. 14, б) определяются выбором значений

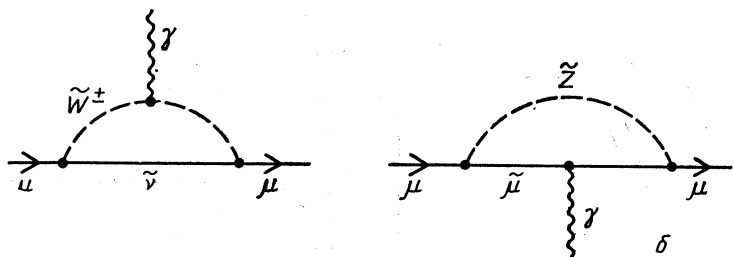


Рис. 14. Вклады суперсимметричных частиц в АММ мюона

параметров теории, однако в большинстве моделей эта зависимость может быть сведена к зависимости от массы вино $M_{\tilde{W}}$ и массы sneйтрино $m_{\tilde{\nu}}$. Отметим, что полевая динамическая зависимость

вкладов $a_\mu^{\text{СУСИ}}(\chi)$ аналогична зависимости от χ вкладов $a_\mu^B(\chi)$ (см. [184]).

На рис. 15 показана зависимость суперсимметричных вкладов в АММ мюона от массы вино при различных значениях массы sneйтрино, характерная для двух конкретных моделей. Общий вывод, который следует из проведенного анализа (см. [149]), состоит в том, что вклад суперсимметричных частиц в АММ может быть значительным, в частности существенно превосходящим вклады слабых взаимодействий стандартной модели Вайнберга—Салама. При определенном выборе параметров в ряде суперсимметричных теорий для экспериментального регистрирования $a_\mu^{\text{СУСИ}}$ необходимо увеличение точности АММ мюона примерно в 2—3 раза. Примечательно также и то, что в случае успеха экспериментов в БНЛ и повышения точности измерения a_μ в 20 раз появится возможность регистрировать не только вклады стандартной теории электрослабых взаимодействий, но и вклады, предсказываемые большинством суперсимметричных теорий при широком спектре значений параметров.

В ряде работ [150—153] рассматривались вклады в АММ мюона в суперструнных теориях (в частности, основанных на группе симметрии E_6). Полученные поправки к АММ мюона в этих теориях

также могут становиться сравнимыми с вкладами слабых взаимодействий в стандартной модели, и поэтому новое экспериментальное значение a_μ будет играть важную роль в выборе параметров этих теорий.

АММ лептона в теориях составных частиц. Еще одна из популярных идей, приводящих к альтернативным стандартной модели

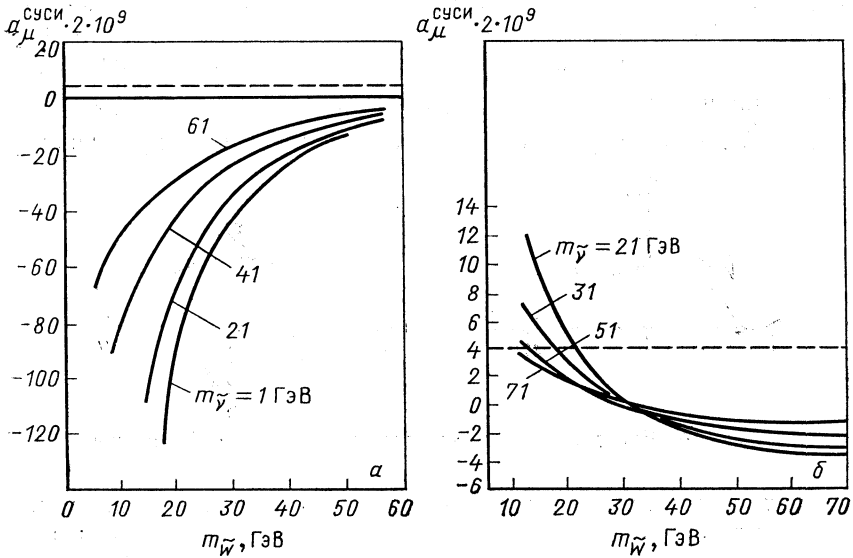


Рис. 15. Зависимость суперсимметричных вкладов $a_\mu^{\text{суси}}$ в АММ мюона от массы вино $m_{\tilde{W}}$ при массе фотино $m_{\tilde{\gamma}} = 7$ ГэВ для различных масс sneutrino в двух моделях [149]:
 а — кривые соответствуют $m_{\tilde{\nu}} = 1; 21; 41; 61$ ГэВ; б — кривые соответствуют $m_{\tilde{\nu}} = 21; 31; 51; 71$ ГэВ. Пунктирными прямыми отмечены вклады слабых взаимодействий в стандартной модели Вайнберга — Салама

теориям, заключается в том, что все низкоэнергетические взаимодействия обусловлены распространением безмассовых калибровочных бозонов. При этом массивные Z- и W-бозоны не являются калибровочными и имеют структуру. Конкретная модель, предложенная в [154], основанная на $SU(2) \times U(1)$ -симметрии, при определенных предположениях воспроизводит для низких энергий все результаты стандартной модели, но при высоких энергиях дает существенно различающиеся предсказания. В этой модели калибровочная группа $SU(2)_L$ -симметрии не нарушена и наблюдаемые слабые взаимодействия возникают как остаточные взаимодействия между $SU(2)_L$ -синглетными составными состояниями, которые интерпретируются как лептоны, кварки, Z-, W- и хиггсовский бозоны. В этой теории предсказывается существование нового нейтрального бозона со спи-

ном 2 и массой $M \sim 100$ ГэВ [155]. Такой бозон не только изменяет структуру слабых взаимодействий при высоких энергиях ($\cong 100$ ГэВ), но и сказывается на низкоэнергетическом уровне через дополнительный вклад в АММ мюона. Расчет вклада в АММ мюона нового бозона в рамках такой сильно связанной теории, при котором возникают ультрафиолетовые расходимости, устраняемые обрезанием при энергиях $\Lambda \sim G_F^{-1/2} \approx 300$ ГэВ, приводит к результату [155] $|\Delta a_\mu| \approx 1,5 \cdot 10^{-8}$, что примерно на порядок больше вклада слабых взаимодействий в стандартной модели.

Несмотря на продемонстрированную на ряде примеров эффективность использования значений АММ лептонов в качестве теста справедливости той или иной теории взаимодействия, существенная трудность получения конкретных ограничений на параметры теории состоит в том, что, как правило, значение АММ зависит сразу от нескольких параметров (например, от констант связей и масс частиц). Поэтому в определенном смысле более эффективным может быть проверка с использованием значений АММ лептонов не конкретных моделей, а более общих концепций, заложенных в их основу и определяемых одним-двумя параметрами.

В этой связи остановимся на анализе концепции составных частиц, не рассматривая деталей конкретной модели, ее реализующей. В соответствии с главной идеей композитных теорий известные трудности стандартной $SU(3) \times SU(2) \times U(1)$ -модели могут быть преодолены при объединении лептонов, кварков и бозонов на основе малого числа общих составляющих [156—160]. Отметим, что прямые проверки квантовой электродинамики в области высоких энергий при столкновении электронных и позитронных пучков накладывают ограничения на масштабы проявления композитности и позволяют сделать вывод, что лептоны ведут себя как точечные частицы вплоть до расстояний порядка 10^{-16} см. Рассмотрим вопрос о значении АММ композитного лептона [55, 161]. Ниоткуда а priori не следует, что в композитных теориях g -фактор лептона должен быть равен двум. Если рассматривать лептон как действительно составную частицу, то нужно учитывать два обстоятельства: лептон должен быть одновременно легким и иметь малые размеры. Эти два требования накладывают очень жесткие ограничения на теории составных лептонов.

В случае обычной связанной нерелятивистской системы (атом, ядро) ее размеры определяются соотношением $R \sim (ME_B)^{-1/2} > 1/M$, где M — масса, а $E_B < M$ — энергия связи. Однако в случае лептонов, например, для электрона выполняется обратное соотношение: размер электрона и, следовательно, возможных его составных частей $R_e \sim (ME_B)^{-1/2} > 10^{-16}$ см, что гораздо меньше комптоновской длины волны электрона $\lambda_e^K \sim \frac{1}{m_e} \sim 4 \cdot 10^{-11}$ см. Так что любая теория составных электронов должна объяснить, почему его масса мала по сравнению с размером $R_e^{-1} \cong 100$ ГэВ $\gg m_e$.

Наиболее простая модель — считать электрон состоящим из силь-

но связанных частиц — преонов с очень большой массой $m^* \gg m_e$. В этом случае можно показать, что для поправки к АММ δa будет справедлива оценка

$$\delta a \sim O(m_e/m^*). \quad (50)$$

Этот результат отражает тот факт, что естественный (обычный) масштаб магнитного момента имеет порядок $\mu \sim eR$, где $R \sim m_*^{-1}$ — характерный размер системы. Однако нужно отметить, что любая модель составных лептонов, в которой справедливо (50), непременно приводит к большим поправкам к собственной энергии лептонов, и таким образом возникают большие поправки к массам лептонов $\delta m_l \sim O(m_*)$, в то время как наблюдаемые массы лептонов пренебрежимо малы по сравнению с m_* .

Важное требование, предъявляемое к моделям составных лептонов, заключается в том, чтобы одновременно дополнительные вклады в АММ и массу лептона были малы.

Проблема получения малой поправки к массе может быть снята, например, если считать, что поправка компенсируется большой голой массой лептона. Однако, как отмечено в [161], более естественный способ состоит в том, чтобы ввести еще один большой масштаб массы, т.е. рассматривать лептон как связанное состояние фермиона массы m_f и более тяжелого бозона с массой $m_B \gg m_f$, который сам может быть связанным состоянием двух лептонов массы m_f . В этом случае для дополнительного вклада в АММ за счет структуры лептона будет справедлива оценка

$$\delta a_l \sim O\left(\frac{m_l m_f}{m_B^2}\right).$$

Другая возможность избежать возникновения больших поправок к массе лептона предусматривает такую конструкцию взаимодействия, что право- и левоспиральные фермионы — составные части лептона, имеющие большую массу $m_* \gg m_l$, возникают с одинаковым весом в волновых функциях составного лептона. Такие теории обладают киральной симметрией, и амплитуды процессов должны быть симметричны относительно замены $m_* \rightarrow -m_*$, поэтому в поправке к АММ не могут возникнуть члены $\sim m_l/m_*$ и, следовательно, можно ожидать, что

$$\delta a_l \sim O\left(\frac{m_l^2}{m_*^2}\right). \quad (51)$$

Оценим ограничения на масштабы масс преонов, следующие из существующих рассогласований теоретических и экспериментальных значений АММ электрона и мюона. Пусть имеет место оценка (50), тогда, если справедливы расчеты Самуэля для электродинамического вклада в АММ электрона (см. разд. 1), $a_e^{\text{теор}} - a_e^{\text{РСП}} = 6,09(1,49) \cdot 10^{-10}$, для массы преона получаем

$$m_* \gtrsim 10^3 \text{ ТэВ}. \quad (52)$$

При использовании для теоретического значения АММ электрона результата, полученного Киношitou, рассогласование теории и эксперимента будет примерно в 2 раза меньше и

$$m_* \cong 2 \cdot 10^3 \text{ ТэВ.} \quad (53)$$

Полученные ограничения на энергетический масштаб структуры электрона существенно более жесткие, чем следующие из ускорительных экспериментов по физике высоких энергий. В частности, из (53) следует, что электрон должен рассматриваться как точечная частица вплоть до расстояний порядка

$$R_e \leq \frac{1}{m_*} \approx 10^{-20} \text{ см.}$$

В случае мюона при линейной зависимости $\delta a_\mu \sim m_\mu/m_*$ получаем ($\Delta a_\mu < 9 \cdot 10^{-9}$):

$$m_* \cong 10^4 \text{ ТэВ,}$$

или $R_\mu \leq 1/m_* = 5 \cdot 10^{-21} \text{ см.}$

Если композитная теория обладает киральной симметрией и поправка к АММ лептона $\delta a_l \sim (m_l/m_*)^2$, то в случае электрона (используется теоретическое значение Киношitou) получаем ограничение

$$m_* \cong 30 \text{ ТэВ,}$$

которое является более слабым, чем из экспериментов на накопительных кольцах PEP (SLAC) и PETRA (DESY) [162]. В случае мюона при квадратичной зависимости (51) возникает ограничение на массу претона на уровне $m_* \cong 1 \text{ ТэВ}$ и мюон следует рассматривать как точечную частицу до расстояний

$$R_\mu \leq 0,5 \cdot 10^{-17} \text{ см.}$$

Теперь же рассмотрим некоторые следствия наличия структуры у бозонов стандартной модели экстраслабых взаимодействий. Для того чтобы определить, являются ли аксиально-векторные бозоны действительно калибровочными частицами или они — составные, нужно провести детальное изучение их взаимодействия как с лептонами, так и взаимодействия между самими бозонами.

Если Z - и W -бозоны являются составными частицами, то мы можем ожидать (как в случае адронов, состоящих из кварков), что первые проявления структуры будут формфакторные поправки к пропагаторам и вершинным функциям. Хотя нужно отметить, что существуют и другие возможности модификации предсказаний стандартной модели за счет учета структуры бозонов (например, рассмотрение возбужденных бозонов или новых нестандартных взаимодействий между бозонами [127]).

Естественно, что пропагаторы и вершинные функции для составных бозонов будут зависеть от характерного параметра Λ_B — масш-

таба композитности. Если сравнить ограничения на возможный масштаб проявления структуры фермионов [162, 163] $\Lambda_f \cong 1$ ТэВ, следующие из ускорительных экспериментов, и калибровочных бозонов Λ_B , то можно сделать вывод, что в настоящее время не существует для Λ_B столь жестких ограничений. Это объясняется тем, что до сих пор мало изучены свойства бозонов и особенно бедна информация о взаимодействиях виртуальных бозонов при энергиях, заметных по сравнению с их массой. Поэтому, учитывая отсутствие жестких ограничений на структуру бозонов, а также уровень достижимых в экспериментах энергий, мы можем предположить, что масштаб композитности фермионов $\Lambda_f \gg \Lambda_B$. В противном случае было бы необходимо учитывать и формфакторы, связанные со структурой фермионов. Ниже, следуя [127, 162—164], будем рассматривать возможные значения Λ_B в диапазоне $0,1 \text{ ТэВ} \leq \Lambda_B \leq 1 \text{ ТэВ}$.

В самом общем случае наличие структуры бозонов можно описать [162, 163] модификацией пропагаторов, введя некоторую функцию F

$$\frac{1}{p^2 - M^2} \rightarrow \frac{1}{p^2 - M^2} F(p^2, \Lambda_B),$$

зависящую от импульса бозона и масштаба композитности Λ_B . Естественно считать, что $F(p^2, \Lambda_B) \rightarrow 1$ при $p^2/\Lambda_B^2 \rightarrow 0$, т. е. мы приходим к стандартной модели при $\Lambda_B \rightarrow \infty$. Кроме того, если мы не хотим усиления расходимостей калибровочной теории, то F не должна быть возрастающей функцией p^2 , и далее будем предполагать, что $F(p^2, \Lambda_B) \rightarrow 0$ при $p^2 \rightarrow \infty$. И наконец, еще одно условие, определяющее вид функции F , состоит в том, что мы не хотим изменять полюсные свойства пропагатора и будем по-прежнему считать, что масса частицы определяется полюсом её пропагатора. Хотя перечисленные ограничения и не позволяют однозначно фиксировать вид функции F , однако они достаточно жесткие и позволяют ее выбрать в виде

$$F(p^2, \Lambda_B) = \frac{1}{1 + \rho p^2/\Lambda_B^2}, \quad \rho p^2 > 0, \quad \rho = \pm 1.$$

Вообще говоря, нужно еще учесть, что и вершинные функции, описывающие взаимодействие γWW при переходе к составным бозонам получают аналогичный дополнительный множитель $\Gamma_{\mu\nu\lambda} \rightarrow \Gamma_{\mu\nu\lambda} F_1\left(\frac{s}{\Lambda_B^2}\right)$. Вершинная функция $\Gamma_{\mu\nu\lambda}$ содержит зарядовое, магнитное дипольное (μ_W) и электрическое квадрупольное (Q_W) взаимодействия [165], и каждое может характеризоваться своим формфактором с различными значениями и поведением при $s \rightarrow 0$. Такая общая картина очень сложна [162], и поэтому мы её упрощаем, учитывая лишь формфакторные поправки в пропагаторах бозонов, а статические моменты W -бозона выбираем такими же, как и в стандартной модели (см. ниже). Модификации, возникающие за счет композитности бозонов, могут быть существенно более сложными,

однако описанный упрощенный подход дает представление о порядке возможных эффектов.

Получим выражения для дополнительных вкладов в АММ лептона, движущегося в магнитном поле, за счет композитности бозонов (будем рассматривать не только Z - и W -бозоны, но и скалярные хиггсовские бозоны) [122, 166—168].

Вычисляя соответствующие вклады в массовый оператор лептона с использованием модифицированных пропагаторов бозонов для дополнительных вкладов в АММ лептона, возникающих за счет композитности бозонов, получаем

$$\Delta_l^B = -\frac{1}{M_B^2 + \Lambda_B^2} [M_B^2 a_l(M_B^2, \chi) + \Lambda_B^2 a_l(-\Lambda_B^2, \chi)], \quad (54)$$

где $B = Z, W, H$, а Λ_B — масштаб композитности бозона типа B . Функции $a_l(M_B^2, \chi)$ зависят от массы бозона M_B и инвариантного динамического полевого параметра χ . Обратим внимание на то, что функции $a_l(M_B^2, \chi)$ описывают соответствующие вклады точечных бозонов в АММ лептона во внешнем поле [см. формулы (43)]. Функции же $a_l(-\Lambda_B^2, \chi)$ отличаются от $a_l(M_B^2, \chi)$ только заменой $M_B \rightarrow -\Lambda_B$. Далее, используя (54) совместно с (44) и (46), мы получаем асимптотические формулы для вкладов в АММ за счет композитности бозонов:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_l^Z &= -\frac{G_Z^2}{2\pi^2} (\lambda_Z + \lambda_\Lambda)^{-1} \left\{ -\frac{1 + \bar{\alpha}^2}{2} \left[\frac{4}{3} + O(\lambda_Z^{-1}, \lambda_\Lambda^{-1}) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \chi^2 \left(\lambda_Z^{-3} \left(2 \ln \lambda_Z - \frac{217}{30} \right) - \lambda_\Lambda^{-3} \left(2 \ln \lambda_\Lambda - \frac{217}{30} \right) \right) \right] + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1 - \bar{\alpha}^2}{2} \left[2 + O(\lambda_Z^{-1}, \lambda_\Lambda^{-1}) + \chi^2 \left(\lambda_Z^{-3} \left(4 \ln \lambda_Z - \frac{79}{5} \right) - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - \lambda_\Lambda^{-3} \left(4 \ln \lambda_\Lambda - \frac{79}{5} \right) \right) \right] \right\}, \quad \lambda_\Lambda = \Lambda_B^2/m_i^2; \\ \Delta_l^W &= -\frac{G_W^2}{2\pi^2} (\lambda_W + \lambda_\Lambda)^{-1} \left[\frac{5}{3} + O(\lambda_W^{-1}, \lambda_\Lambda^{-1}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{10} \chi^2 (\lambda_W^{-3} + \lambda_\Lambda^{-3}) \right]; \\ \Delta_l^H &= -\frac{G_H^2}{4\pi^2} (\lambda_H + \lambda_\Lambda)^{-1} \left[\ln \lambda_H + \ln \lambda_\Lambda - \frac{7}{3} + \right. \\ &\quad \left. + O(\lambda_H^{-1}, \lambda_\Lambda^{-1}) + \frac{2}{3} \chi^2 (\lambda_H^{-2} + \lambda_\Lambda^{-2}) \right]. \end{aligned} \right\} \quad (55)$$

Для экспериментов в ЦЕРН и БНЛ значение параметра $\chi \ll 1$, и поэтому пренебрежем членами, пропорциональными χ^2 . Тогда с учетом, что в случае мюона $\lambda_B = \frac{M_B^2}{m_\mu^2} \gg 1$ и $\lambda_\Lambda = \frac{\Lambda_B^2}{m_\mu^2} \gg 1$, из (55) следуют оценки рассогласования теоретических предсказаний для

АММ мюона в рамках стандартной модели и модели с составными бозонами:

$$\Delta_{\mu}^{Z, W} = \frac{-2}{1 + \Lambda_B^2/M_{Z, W}^2} a_{\mu}^{Z, W}, \quad \Delta_{\mu}^H = \frac{-2}{1 + \Lambda_B^2/M_H^2} \times \\ \times \left[1 + \frac{\ln \lambda_{\Lambda} - \ln \lambda_H}{2 \left(\ln \lambda_H - \frac{7}{6} \right)} \right] a_{\mu}^H. \quad (56)$$

Теперь мы можем получить ограничения на масштаб композитности бозонов из сравнения экспериментального и теоретического (полученного в стандартной модели) значений для АММ мюона, требуя, чтобы композитные поправки к АММ (56) были меньше рассогласования $|\Delta a_{\mu}| = |a_{\mu}^{\text{эксп}} - a_{\mu}^{\text{теор}}| < 9 \cdot 10^{-9}$. Из-за малости константы $G_H \sim \frac{m_{\mu}}{M_W}$ мы пренебрегаем вкладом хиггсовского бозона, что можно сделать, если его масса больше массы мюона (см. выше). В случае, если $\Lambda_B \lesssim 100$ ГэВ, дополнительный вклад $|\Delta_{\mu}^Z + \Delta_{\mu}^W|$ меньше рассогласования $|\Delta a_{\mu}|$, мы приходим к более слабому ограничению (чем требование $\Lambda_B \gtrsim 100$ ГэВ) при существующей точности измерения АММ мюона. Если же при планируемом увеличении в 20 раз точности определения АММ мюона в БНЛ произойдет такое же уменьшение рассогласования $|\Delta a_{\mu}|$ теоретического и экспериментального значений, то возникнет возможность проверить гипотезу о составных Z - и W -бозонах на уровне энергий $\Lambda_B \sim 250$ ГэВ.

Связь между АММ мюона и масштабом энергий, при которых проявилась бы неточность векторных бозонов, можно установить и по-другому [169 — 171]. Дело в том, что магнитный момент векторного заряженного W -бозона существенно влияет на АММ мюона и мог бы сыграть решающую роль при ответе на вопрос о наличии структуры у бозона, так как магнитный момент составного W -бозона будет отличаться от того значения, которое дает калибровочная стандартная модель [172].

В общем случае локальное взаимодействие γWW с учетом требования C , P - и T -инвариантности и сохранения электромагнитного тока характеризуется двумя независимыми параметрами k_0 и λ_0 , которые связаны с магнитным дипольным моментом μ_W и электрическим квадрупольным моментом Q_W [165]: $\mu_W = \frac{e}{M_W} (1 + k_0 + \lambda_0)$, $Q_W = -\frac{e}{M_W^2} (k_0 - \lambda_0)$. В стандартной калибровочной $SU(2) \times U(1)$ -теории эти параметры имеют определенное значение: $k_0 = 1$, $\lambda_0 = 0$ [с точностью до радиационных поправок $\sim O\left(\frac{e^2}{4\pi}\right)$]. Однако если W -бозон является составной частицей, то это отразится на магнитном дипольном и (или) электрическом квадрупольном моментах бозона. В случае некалибровочной теории аномальные значения k_0 и λ_0 могут привести к заметным отклонениям в значении АММ мюона.

Предположим, как это сделано в [169, 170], что $\lambda_0 = 0, k_0 \neq 1$, тогда мы будем иметь два свободных параметра: k_0 и масштаб композитности Λ_B . Если считать, что взаимодействие фермионов с фотонами, W - и Z -бозонами не изменилось, то лагранжиан такой теории будет иметь вид

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{СМ}} - i e(1 - k_0) W_\mu^+ W_\nu F^{\mu\nu},$$

где $\mathcal{L}_{\text{СМ}}$ — лагранжиан стандартной модели.

В результате вычислений [169], проведя обрезание расходящихся интегралов при значениях Λ_B и используя фейнмановскую параметризацию, можно получить

$$\Delta a_\mu = \frac{e^2(1 - k_0)}{64\pi^2 \sin^2 \theta_W} \left(\frac{m_\mu}{M_W} \right)^2 \left\{ \ln \eta - \frac{2 - \eta}{\eta(1 - \eta)} - \frac{2 + \eta^2}{\eta^2} \ln(1 - \eta) + O(\eta) \right\}, \quad \eta = \frac{M_W^2}{\Lambda_B^2}. \quad (57)$$

Нас интересует зависимость этого выражения от масштаба композитности Λ_B W -бозона при различных значениях АММ бозона k_0 .

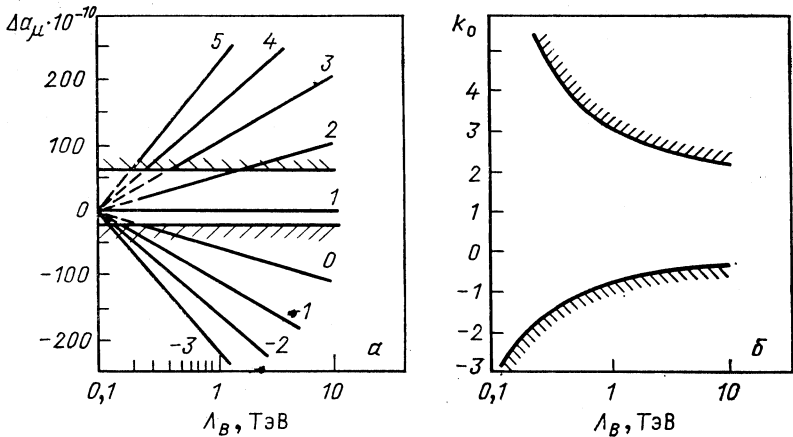


Рис. 16. Зависимость поправки Δa_μ к АММ мюона для различных значений АММ W -бозона k_0 (а) и области разрешенных и запрещенных значений k_0 (б) как функции Λ_B . Запрещенные области заштрихованы

Опять проведем сравнение полученной поправки с экспериментальными ограничениями на АММ мюона предполагая, что [150] : $-42 \times 10^{-10} < \Delta a_\mu < 96 \cdot 10^{-10}$. На рис. 16, а показан график зависимости поправки к АММ мюона Δa_μ от параметра Λ_B при различных значениях АММ W -бозона. Заштрихованные области исключены экспериментальными ограничениями. На рис. 16, б отмечены области разрешенных и запрещенных значений k_0 в зависимости от масштаба Λ_B . В области малых Λ_B графики проведены пунктиром, так как полу-

ченное выражение для поправки справедливо с точностью до $\sim O(\eta)$.

Проведенное рассмотрение позволяет сделать следующие выводы:

1. Большое отклонение k_0 от $k_0 = 1$ (большие $|k_0 - 1|$) допустимы, если параметр Λ_B не очень далек от значения M_W .

2. С другой стороны, если $\Lambda_B \gg M_W$, тогда k_0 не может существенно отличаться от значения в стандартной теории.

3. Если $\Lambda \sim 1$ ТэВ, то АММ W -бозона может принимать значения из области $-1 \leq k_0 \leq 3$.

4. Если масштаб композитности W -бозона $\Lambda_B \sim 1$ ТэВ, то даже небольшое отклонение $|\Delta k_0| \sim 0,2$ от стандартного значения $k_0 = 1$ приводит к изменению АММ мюона на $|\Delta a_\mu| \sim 1,1 \cdot 10^{-9}$.

Отметим, что все полученные в данном разделе ограничения на структуру лептонов и бозонов, следующие из значений АММ лептонов, являются достаточно общими и не зависят от конкретной модели реализации принципа композитности частиц.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Теоретическое и экспериментальное изучение проблемы АММ заряженных лептонов играет в настоящее время важную роль в развитии представлений о взаимодействиях элементарных частиц и свойствах теорий их описывающих.

АММ заряженных лептонов, являясь динамическими по своей природе величинами, существенно зависят от энергий частиц, а также от внешних факторов, таких, как внешние электромагнитные поля или наличие проводящих поверхностей. Кроме того, АММ лептонов чувствительны к структуре вакуума, и поэтому существующие оценки рассогласования в теоретических и экспериментальных результатах для АММ электрона и мюона накладывают очень жесткие ограничения на любые альтернативные теории и экзотические взаимодействия, и каждая вновь предлагаемая модель взаимодействия элементарных частиц должна быть проверена на соответствие предсказаний экспериментальным значениям АММ лептонов.

Сопоставление теоретического и экспериментального значений АММ электрона представляет собой критерий справедливости КЭД, а при сравнении соответствующих значений для АММ мюона существенным является также и вклад сильных взаимодействий. После реализации планируемого в БНЛ двадцатикратного увеличения точности экспериментального определения АММ мюона и при некотором повышении точности расчетов вкладов сильных взаимодействий согласование теории и эксперимента потребует учета и вкладов слабых взаимодействий, а следовательно, появится еще одна возможность проверки справедливости стандартной модели Глешоу — Вайнберга — Салама.

В частности, в случае малой массы M_H сравнение $a_\mu^{\text{теор}}$ и $a_\mu^{\text{эксп}}$ позволит зарегистрировать вклад стандартного хиггсовского бозона.

Результаты теоретического и экспериментального исследований АММ заряженных лептонов важны не только для физики элементарных частиц, но и имеют более широкое значение. В силу высочайшей точности расчетов и измерений на основе АММ электрона можно получить самое точное в настоящее время значение фундаментальной физической константы — постоянной тонкой структуры [173]. Вычисления с использованием теоретического (19) и экспериментального (21) значений для АММ электрона приводят к значению [9]:

$$\alpha_{(g-2)}^{-1} = 137,0359914 \quad (11), \quad (58)$$

где относительная погрешность составляет $0,0081 \cdot 10^{-6}$, основная ее часть ($0,0072 \cdot 10^{-6}$) связана с погрешностью теоретических расчетов, а экспериментальная погрешность примерно равна $0,0037 \cdot 10^{-6}$. Полученное значение точнее, чем новые значения для α , следующие из измерений квантового эффекта Холла [17]

$$\alpha^{-1} = 137,0359979 \quad (33) \quad (0,024 \cdot 10^{-6}),$$

или эффекта Джозефсона [174]

$$\alpha^{-1} = 137,0359769 \quad (77) \quad (0,056 \cdot 10^{-6}),$$

или из сверхтонкого расщепления мюония [175—177]

$$\alpha^{-1} = 137,0359925 \quad (224) \quad (0,17 \cdot 10^{-6}).$$

Заметим, что если использовать теоретический результат Самуэля [22], то тогда для постоянной тонкой структуры получаем [21]

$$\alpha_{(g-2)}^{-1} = 137,0360302 \quad (76).$$

Погрешности в теоретическом и экспериментальном значениях АММ мюона приводят к существенно менее точному значению для α .

Также общетеоретическое значение имеет еще одна проблема, которую можно решать на основе значений АММ заряженных лептонов. Это — фундаментальный принцип симметрии материи и антиматерии, являющийся следствием так называемой *CPT*-теоремы, сформулированной Людерсом [178] и согласно которой квантовая теория поля с локальным лоренц-инвариантным эрмитовым гамильтонианом должна быть инвариантна относительно действия произведения операторов зарядового сопряжения *C*, четности *P* и обращения времени *T* [13]. Одним из следствий *CPT*-теоремы является равенство магнитных моментов частицы и античастицы. Поэтому сравнение экспериментальных значений для АММ лептона и антилептона позволяет проверять *CPT*-теорему. В случае точной инвариантности отношение *g*-фактора частицы и античастицы должно быть равно единице: $g_{e^-}/g_{e^+} = 1$. Такое сравнение можно провести на основании результатов двух экспериментальных групп: 1) с использованием незави-

симо измеренных значений АММ для нерелятивистских электрона и позитрона, удерживаемых в ловушке Пеннинга [21]:

$$g_{e^-}/g_{e^+} = [1 + (0,5 \pm 2,1) \cdot 10^{-12},$$

и 2) непосредственного измерения разности АММ движущихся в одинаковых условиях электрона и позитрона, проведенного на накопительном кольце ВЭПП-2М в Новосибирске [179]: $|a_{e^+} - a_{e^-}|/a_e < 1 \cdot 10^{-8}$ (95 %-ный уровень достоверности), отличие отношения g_{e^-}/g_{e^+} от единицы в этом случае составляет $\sim 10^{-12}$. Обратим внимание на то, что в последнем случае разность в значениях частот прецессии спинов (приводящая к отклонению отношения g_{e^-}/g_{e^+} от единицы) может возникнуть не только из-за отличия АММ электрона и позитрона, но и из-за несовпадения масс, зарядов или нормальных магнитных моментов частицы и античастицы. Однако преимущество второго подхода перед первым состоит в том, что измерения проводятся с электронами и позитронами, находящимися в одинаковых условиях, в то время как в экспериментах Вашингтонского университета проводится раздельное измерение АММ электрона и позитрона [21, 179].

Отличие теоретических [см. формулы (19) и (22)] и экспериментальных значений для АММ электрона на уровне от двух до четырех стандартных отклонений (при предположении, что оценки погрешностей расчетов и измерений не занижены) можно пытаться объяснить не только как следствие некоторых новых взаимодействий, но и в рамках существующей электродинамики вследствие неравенства размерности пространства-времени ρ четырем [180].

На основе оценок отличия $a_e^{\text{теор}}$ и $a_e^{\text{эксп}}$ и определения размерности пространства-времени по Хаусдорфу [180] для отклонения $\Delta = 4 - \rho$ можно получить

$$\Delta \sim (0,5 \div 1,6) \cdot 10^{-6}.$$

Качественно этот результат объясняется тем, что уменьшение размерности ведет к убыванию вакуумных флуктуаций вокруг электрона и, как следствие, радиационные поправки (АММ в том числе) становятся меньше, чем в стандартной квантовой электродинамике.

В заключение отметим, что все достижения в исследовании проблемы АММ заряженных лептонов, представляющие большой интерес при решении фундаментальных вопросов, являются результатом показательного сотрудничества и соревнования теоретиков и экспериментаторов, а работы по изучению АММ лептонов могут быть выделены в быстро развивающееся направление современной физики.

Автор благодарен И. М. Тернову и В. Н. Родионову за совместное исследование вопросов, связанных с АММ лептонов, а также В. М. Мостепаненко и А. А. Тяпкину за интерес к работе и полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Yost G., Barnett R., Hinchliffe I. e.a.//Phys. Lett. B. 1988. Vol. 204. P. 1—486.
2. Мостепаненко В. М., Соколов И. Ю.//ЯФ. 1987. Т. 46. С. 1174—1180.
3. Mostepanenko V. M., Sokolov I. Yu.//Phys. Lett. A. 1988. Vol. 132. P. 313—315.
4. Моисеев Ю. Н., Мостепаненко В. М., Панов В. И., Соколов И. Ю.//ДАН СССР. 1989. Т. 304. С. 1127—1130.
5. Cohen E., Taylor B.//Rev. Mod. Phys. 1987. Vol. 59. P. 1121—1149.
6. Ицксон К., Зюбер Ж.-Б.//Квантовая теория поля. В 2-х томах: Пер. с англ. М.: Мир, 1984. Т. 1. С. 29, 87.
7. Schwinger J.//Phys. Rev. 1948. Vol. 73. P. 416—417.
8. Kinoshita T., Lindquist W. Cornell preprint CLNS-374, 1977; Phys. Rev. D. 1983. Vol. 27. P. 867—898.
9. Kinoshita T. CERN preprint CERN-Th. 5097/88, 1988.
10. Sommerfield C.//Phys. Rev. 1957. Vol. 107. P. 328—329.
11. Petermann A.//Helv. Phys. Acta. 1957. Vol. 30. P. 407—408.
12. Kinoshita T., Sapirstein J.//Proc. of the Ninth Intern. Conf. on Atom. Phys. World Scientific Singapore. 1985. P. 38—52.
13. Филд Дж., Пикассо Э., Комбли Ф.//УФН. 1979. Т. 127. С. 553—592.
14. Квантовая метрология и фундаментальные физические константы. Сб. статей: Пер. с англ. М.: Мир, 1981.
15. Фаустов Р. Н.//Измерительная техника. 1986. № 8. С. 9—11.
16. Williams E., Olsen P.//Phys. Rev. Lett. 1979. Vol. 42. P. 1575—1579.
17. Cate M.e.a. Presented at the 1988 Conf. on Precision Electromagnetic Measurements, Tsukuba, Japan, June, 1988.
18. Cvitanovic P., Kinoshita T.//Phys. Rev. D. 1974. Vol. 10. P. 4007—4031.
19. Schwinger P., Van Dyck R., Jr., Dehmelt H.//Phys. Rev. Lett. 1981. Vol. 47. P. 1678—1682.
20. Van Dyck R., Jr., Schwinger P., Dehmelt H.//Proc. of the Ninth Intern. Conf. on Atom. Phys. World Scientific Singapore. 1985. P. 53—74.
21. Schwinger P., Van Dyck R., Jr., Dehmelt H.//Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 59. P. 26—29.
22. Samuel M.//Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. P. 3133—3135.
23. Chlouder C., Samuel M.//Phys. Rev. D. 1977. Vol. 16. P. 3596—3601.
24. Студеникин А. И.//Метрология. 1990. № 1. С. 15.
25. Kinoshita T.//Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 2898.
26. Samuel M.//Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 2899.
27. Luban M., Chew H.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 31. P. 2643—2648.
28. Calmet J., Narison S., Perrottet M., de Rafael E.//Rev. Mod. Phys. 1977. Vol. 49. P. 21—29.
29. Kinoshita T., Nizic B., Okamoto Y.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 717—719.
30. Hughes V.//Erice Intern. School of Phys. with Low Energies Antiprotons, 1986.
31. Елховский А. С.//ЯФ. 1989. Т. 49. С. 1059—1061.
32. Кураев Э. А., Силагадзе З. К., Чешель А. А., Шиллер А.//ЯФ. 1989. Т. 50. С. 422—430.
33. Терентьев М. В.//ЖЭТФ. 1962. Т. 43. С. 619—639.
34. Durand L.//Phys. Rev. 1962. Vol. 128. P. 441—448.
35. Lautrup B., de Rafael E.//Phys. Rev. 1968. Vol. 174. P. 1835—1842.
36. Gourdin M., de Rafael E.//Nucl. Phys. B. 1969. Vol. 10. P. 667—674.
37. Barkov L. M., Chilingarov A. G., Eidelman S.I.e.a.//Nucl. Phys. B. 1985. Vol. 256. P. 365—384.
38. Шварцман Б. А., Эйдельман С. И. Новое вычисление вклада сильных взаимодействий в $(g - 2)_\mu$. Программа научной конференции отделения ядерной физики. АН СССР, ноябрь 1988 г. М.: ВИНТИ. 1988. С. 12.
39. Brodsky S., Sullivan J.//Phys. Rev. 1967. Vol. 156. P. 1644—1647.

40. Burnett T., Levine M.//Phys. Lett. B. 1967. Vol. 24. P. 467—468.
41. Jackiw R., Weinberg S.//Phys. Rev. D. 1972. Vol. 5. P. 2396—2398.
42. Bardeen W., Gastmans R., Lautrup B.//Nucl. Phys. B. 1972. Vol. 46. P. 319—331.
43. Bars I., Yoshimura M.//Phys. Rev. D. 1972. Vol. 6. P. 374—376.
44. Fujikawa K., Lee B., Sanda A.//Phys. Rev. D. 1972. Vol. 6. P. 2923—2943.
45. Primack J., Quinn H.//Phys. Rev. D. 1972. Vol. 6. P. 3171—3178.
46. Dicus D.//Phys. Rev. D. 1975. Vol. 12. P. 2176—2177.
47. Leveille J.//Nucl. Phys. B. 1978. Vol. 137. P. 63—76.
48. Moore S., Whisnant K., Young B.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 31. P. 105—117.
49. Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И.//Измерительная техника. 1987. № 10. С. 52—54.
50. Bailey J., Borer K., Combley E.e.a.//Nucl. Phys. B. 1979. Vol. 150. P. 1—75.
51. Perl M., Abrans G., Boyarski A.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1489—1492.
52. Gan K., Perl M.//Intern. J. Mod. Phys. A. 1988. Vol. 3. P. 531—584.
53. Narison S.//J. Phys. G. 1978. Vol. 4. P. 1849—1857.
54. Barish B., Stroynowski R.//Phys. Rep. 1988. Vol. 157. P. 1—62.
55. Shaw G., Silverman D., Slansky R.//Phys. Lett. B. 1980. Vol. 94. P. 57.
56. Silverman D., Shaw G.//Phys. Rev. D. 1983. Vol. 27. P. 1196—1199.
57. Domokos G., Kovesi-Domokos S., Vaz C., Wurmser D.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 32. P. 247—256.
58. Kusch P., Foley H.//Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 1256.
59. Brown L., Gabrielse G.//Rev. Mod. Phys. 1986. Vol. 58. P. 233—312.
60. Van Dyck R., Jr., Schwinberg P., Dehmelt H.//Phys. Rev. D. 1986. Vol. 34. P. 722—736.
61. Соколов А. А., Павленко Ю. Г.//Оптика и спектроскопия. 1967. Т. 22. С. 1—8.
62. Fischbach F., Nakagawa N.//Phys. Rev. D. 1984. Vol. 30. P. 2356—2370.
63. Svozil K.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 742—744.
64. Kreuzer M., Svozil K.//Phys. Rev. D. 1986. Vol. 34. P. 1429—1437.
65. Boulware D., Brown L.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. P. 133.
66. Boulware D., Brown L., Lee T.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 32. P. 729—735.
67. Brown L., Gabrielse G., Helmerson K., Tan J.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. P. 44—47.
68. Tang A.//Phys. Rev. D. 1987. Vol. 36. P. 2181—2184.
69. Kreuzer M.//J. Phys. A. 1988. Vol. 21. P. 3285—3295.
70. Barton G., Fawcett N.//Phys. Rep. 1988. Vol. 170. P. 1—95.
71. Charpak G., Farley F., Garwin R.e.a.//Nuovo cimento. 1965. Vol. 37. P. 1241—1363.
72. Bailey J., Bartl W., von Bochmann G.e.a.//Nuovo cimento A. 1972. Vol. 9. P. 369—432.
73. Picasso E.//NATO Advanced Study Institutes. Ser. B, Physics. 1981. Vol. 80. P. 441—461.
74. Bailey J., Bartl W., Von Bochmann G. e.a.//Phys. Lett. B. 1968. Vol. 28. P. 287—290.
75. Crowe K., Hague J., Rothberg J., Schenck A.e.a.//Phys. Rev. D. 1972. Vol. 5. P. 2145—2161.
76. Casperson D., Crane T., Denison A.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1977. Vol. 38. P. 956—959.
77. Hughes V., Kinoshita T.//Comm. Nucl. Part. Phys. 1985. Vol. 14. P. 341—360.
78. Gupta S.//Nature. 1949. Vol. 163. P. 686—687.
79. Liftinger J.//Phys. Rev. 1948. Vol. 74. P. 893—898.
80. Newton R.//Phys. Rev. 1954. Vol. 96. P. 523—528.

81. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А., Дорофеев О. Ф. // ЖЭТФ. 1968. Т. 55. С. 2273—2280.
82. Тернов И. М., Багров В. Г., Бордовицын В. А., Дорофеев О. Ф. // ДАН СССР. 1968. Т. 183. С. 810—812.
83. Ритус В. И. // ЖЭТФ. 1969. Т. 57. С. 2176—2187.
84. Ритус В. И. // Проблемы теоретической физики. Памяти И. Е. Тамма. М.: Наука, 1972. С. 306—334.
85. Ритус В. И. // Труды ФИАН 1979. Т. 111. С. 5—151; 1986. Т. 168. С. 53—119.
86. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. // ДАН СССР. 1971. Т. 197. С. 66—69.
87. Байер В. Н., Катков В. М., Страховенко В. М. // ЯФ. 1976. Т. 24. С. 379—382.
88. Родионов В. Н., Тернов И. М., Халилов В. Р. // ЖЭТФ. 1976. Т. 71. С. 871—883.
89. Ternov I. M., Bagrov V. G., Dorofeev O. F. e.a. // J. Phys. A. 1978. Vol. 11. P. 739—747.
90. Тернов И. М., Халилов В. Р., Родионов В. Н., Клименко Ю. И. // ЖЭТФ. 1978. Т. 74. С. 1201—1207.
91. Kobayshi M., Sakamoto M. // Progr. Theor. Phys. 1983. Vol. 70. P. 1375—1384.
92. Parle A. // Aust. J. Phys. 1987. Vol. 40. P. 1—21.
93. Bordag M. // Phys. Lett. B. 1986. Vol. 171. P. 113—116.
94. Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И. // Моск. гос. ун-т. М., 1982. Деп. в ВИНТИ 22.11.82, № 5718—82.
95. Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И. // Тезисы докладов I Всесоюзного совещания по квантовой метрологии и фундаментальным физическим константам. Л.: Госстандарт, НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1982. С. 47—48.
96. Студеникин А. И. Слабые взаимодействия во внешних электромагнитных полях: Дис. канд. физ.-мат. наук. М., 1983.
97. Arnison C., Astbury A., Aubert V. e.a. // Phys. Lett. B. 1983. Vol. 122. P. 103—116.
98. Vagnaia P., Battiston R., Bloch Ph. e.a. // Phys. Lett. B. 1983. Vol. 122. P. 476—485.
99. Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И. // ЯФ. 1983. Т. 37. С. 1270—1278.
100. Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К., Родионов В. Н., Халилов В. Р. // Изв. вузов. Физика. 1983. № 1. С. 26—28.
101. Тернов И. М., Родионов В. Н., Перес-Фернандес В. К., Студеникин А. И. // Изв. вузов. Физика. 1985. № 12. С. 55—57.
102. Родионов В. Н., Студеникин А. И. // Вестн. Моск. ун-та. Физика — Астрономия. 1985. Т. 26. № 6. С. 12—16.
103. Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И. // Тезисы докладов II Всесоюзного совещания по квантовой метрологии и фундаментальным физическим константам. Л.: Госстандарт, НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1985. С. 165—166.
104. Аверин А. В., Борисов А. В. // Изв. вузов. Физика. 1988. № 5. С. 75—79.
105. Ternov I. M., Rodionov V. N., Studenikin A. I. // Ann. der Phys. 1989. Bd 46. H. 4. S. 303—308.
106. Тернов И. М., Родионов В. Н., Студеникин А. И. // Сб. научных трудов. Проблемы квантовой метрологии. Л.: Энергоатомиздат, 1985. С. 15—22.
107. Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К., Халилов В. Р. // ЯФ. 1986. Т. 43. С. 137—145.
108. Линьков В. Ю., Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К., Халилов В. Р. // ЯФ. 1986. Т. 44. С. 1527—1532.
109. Линьков В. Ю., Обухов И. А., Перес-Фернандес В. К., Халилов В. Р. // Вестн. Моск. ун-та. Физика — Астрономия. 1988. Т. 29, № 2. С. 3—6.

110. Тернов И. М., Халилов В. Р., Родионов В. Н. Взаимодействие заряженных частиц с сильным электромагнитным полем. М.: Изд-во МГУ, 1982.
111. Aoki K., Hioki Z., Kanabe R.e.a.//Suppl. Progr. Theor. Phys. 1982. Vol. 73. P. 1—112.
112. Студеникин А. И.//Изв. вузов. Физика. 1988. № 8. С. 126.
113. Вайнштейн А. И., Захаров В. И., Шифман М. А.//УФН. 1980. Т. 131. С. 537—575.
114. Ансельм А. А., Уральцев Н. Г., Хозе В. А.//УФН. 1985. Т. 145. С. 185—223.
115. Cahn R.//Rep. Progr. Phys. 1989. Vol. 52. P. 389—438.
116. Raby S., West G., Hoffman C.//Phys. Rev. D. 1989. Vol. 39. P. 828—833.
117. Weinberg S.//Phys. Rev. D. 1976. Vol. 13. P. 974—996.
118. Susskind L.//Phys. Rev. D. 1979. Vol. 20. P. 2619—2625.
119. Gergy H., Glashow S.//Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 32. P. 438—441.
120. Schwarz J. Superstrings: The First Fifteen Years, World Scientific, 1985.
121. Окунь Л. Б. Физика элементарных частиц. М.: Наука, 1988.
122. Студеникин А. И. Препринт ИТФ АН УССР, ИТФ-88-145 Р, Киев. 1988.
123. Asseo E., Sol H.//Phys. Rep. 1987. Vol. 148. P. 307—436.
124. Schäfer A., Reinhardt J., Müller B.e.a.//J. Phys. G. 1985. Vol. 11. P. L69—L74.
125. Reinhardt J., Schäfer A., Müller B.//Phys. Rev. C. 1986. Vol. 33. P. 194—207.
126. Schäfer A.//J. Phys. G. 1989. Vol. 15. P. 373—416.
127. Sinha R.//Phys. Rev. D. 1986. Vol. 34. P. 1509—1516.
128. Wilczek F.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 1549—1554.
129. Gelmini G., Nussinov S., Yanagida T.//Nucl. Phys. B. 1983. Vol. 219. P. 31—40.
130. Ансельм А. А., Уральцев Н. Г.//ЖЭТФ. 1983. Т. 84. С. 1961—1977.
131. Чкареули Дж. Л.//Письма в ЖЭТФ. 1980. Т. 32. С. 684—686.
132. Бережiani З. Г., Чкареули Дж. Л.//ЯФ. 1983. Т. 37. С. 1043—1057.
133. Kim J.//Phys. Rep. 1987. Vol. 150. P. 1—177.
134. Аверин А. В., Борисов А. В., Студеникин А. И. Тезисы докладов III Всесоюзного совещания. Квантовая метрология и фундаментальные физические константы. Л.: Госстандарт, НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1988. С. 249—250.
135. Аверин А. В.//Ред. журн. «Известия вузов. Физика» Деп. в ВИНТИ 07.02.89, № 808-B89.
136. Аверин А. В., Борисов А. В., Студеникин А. И.//ЯФ. 1989. Т. 50, № 10. С. 1058—1064.
137. Cheng H.//Phys. Rev. D. 1987. Vol. 36. P. 1649—1656.
138. Bereziani Z. G.//Phys. Lett. B. 1983. Vol. 129. P. 99—103.
139. Schweppe J., Gruppe A., Bethge K.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 51. P. 2261—2264.
140. Clemente M., Bedermann E., Kienle P.e.a.//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 137. P. 41—46.
141. Cowan T., Backe H., Begemann M.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 1761—1764.
142. Tsertos H., Bedermann E., Bosch F.e.a.//Phys. Lett. B. 1985. Vol. 162. P. 273—276.
143. Balantekin A., Bottcher C., Strayer M., Lee S.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. P. 461—464.
144. El-nadi M., Badawy O.//Phys. Rev. Lett. 1988. Vol. 61. P. 1271—1273.
145. Kim D., Zahir M.//Phys. Rev. D. 1987. Vol. 35. P. 886—895.
146. Аверин А. В., Борисов А. В., Студеникин А. И.//Вестн. Моск. ун-та. Физика — Астрономия. 1988. Т. 29. С. 76—77.
147. Аверин А. В., Борисов А. В., Студеникин А. И. Тезисы докладов III Всесоюзного совещания. Квантовая метрология и фундаментальные физические константы. Л.: Госстандарт, НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1988. С. 253—254.

148. Haber H., Kane G.//Phys. Rep. 1985. Vol. 117. P. 75—263.
149. Yuan T., Arnowitt R., Chamseddine A., Nath P.//Z. Phys. C. 1984. Vol. 26. P. 407—413.
150. Rizzo T.//Phys. Rev. D. 1986. Vol. 33. P. 3329—3333.
151. Grifols J., Mendez A., Sola A.//Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 57. P. 2348.
152. Morris D.//Phys. Rev. D. 1988. Vol. 37. P. 2012—2014.
153. Frank M., Kalman C.//Phys. Rev. D. 1988. Vol. 38. P. 1469—1478.
154. Abbot L., Farhi E.//Nucl. Phys. B. 1981. Vol. 189. P. 547—556.
155. Choudhury S., Davies A., Joshi G.//Europhys. Lett. 1987. Vol. 3. P. 777—779.
156. Pececi R.//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 136. P. 121—125.
157. Hollik W., Schrempp F., Schrempp B.//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 140. P. 424—429.
158. Stremnitzer H.//Lett. Nuovo cimento. 1985. Vol. 42. P. 371—375.
159. Chiu T.//Lett. Nuovo cimento. 1985. Vol. 43. P. 209—215.
160. Ellis J., Gaillard M., Zumino B.//Phys. Lett. B. 1980. Vol. 94. P. 343—348.
161. Brodsky S., Drell S.//Phys. Rev. D. 1980. Vol. 22. P. 2236—2243.
162. Rizzo T.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 32. P. 43—50.
163. Eichten E., Lane K., Peskin M.//Phys. Rev. Lett. 1983. Vol. 50. P. 811—814.
164. Robinson J., Rizzo T.//Phys. Rev. D. 1986. Vol. 33. P. 2608—2614.
165. Kim K., Tsai Y.//Phys. Rev. D. 1973. Vol. 7. P. 3710—3721.
166. Студеникин А. И. Тезисы докладов III Всесоюзного совещания. Квантовая метрология и фундаментальные физические константы. Л.: Госстандарт, НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1988. С. 251—252.
167. Студеникин А. И.//Метрология, 1990. № 1. С. 41.
168. Studenikin A. I., Ternov I. M.//Phys. Lett. B. 1990. Vol. 234. P. 367—370.
169. Herzog F.//Phys. Lett. B. 1984. Vol. 148. P. 355—357; 1985. Vol. 155. P. 468(E).
170. Suzuki M.//Phys. Lett. B. 1985. Vol. 153. P. 289—293.
171. Wallet J.//Phys. Rev. D. 1985. Vol. 32. P. 813—815.
172. Van der Bij J.//Phys. Rev. D. 1987. Vol. 35. P. 1088—1090.
173. Студеникин А. И. Тезисы докладов III Всесоюзного совещания. Квантовая метрология и фундаментальные физические константы. Л.: Госстандарт, НПО ВНИИМ им. Д. И. Менделеева, 1988. С. 160—161.
174. Williams E.e.a. Presented at the 1988 Conf. on Precision. Electromagnetic Measurements, Tsukuba, Japan, June, 1988.
175. Mariam F., Beer W., Bolton P.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 49. P. 993—996.
176. Eides M., Karshenboim S., Shelyuto V.//Phys. Lett. B. 1986. Vol. 177. P. 425—428; 1988. Vol. 202. P. 572—574.
177. Hughes V., Putlitz G.//Comm. Nucl. Part. Phys. 1984. Vol. 12. P. 259—271.
178. Lüders G.//Ann. Phys. N. Y. 1957. Vol. 2. P. 1—14.
179. Vasserman I. B., Vorobyov P. V., Gluskin E.S.e.a.//Phys. Lett. B. 1987. Vol. 198. P. 302—306.
180. Zeilinger A., Svozil K.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 54. P. 2553—2555.
181. Bonvicini G., Gero E., Froy R.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1989. Vol. 62. P. 2381—2384.
182. Роменский А. В., Саункевич И. С. К оценке аномального магнитного момента t -лептона. Программа конференции (сессии ОЯФ АН СССР) по физике элементарных частиц и ядерной астрофизике, январь 1988, Москва, МИФИ. С. 37.
183. Averin A. V., Borisov A. V., Studenikin A. I.//Phys. Lett. B. 1989. Vol. 231. P. 280—282.
184. Студеникин А.И. Препринт ИТФ АН УССР ITP-89-83 E., Киев, 1989.
185. Студеникин А. И.//ЖЭТФ. 1990. Т. 97. Вып. 5.