

СОПОСТАВЛЕНИЕ ОПИСАНИЯ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР В КВАЗИЧАСТИЧНО-ФОНОННОЙ МОДЕЛИ ЯДРА И МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БОЗОНОВ

В. Г. Соловьев

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Изложены основные положения квазичастично-фоновой модели ядра и модели взаимодействующих бозонов с sd -, sdg - и sdf -бозонами. Сопоставление этих моделей показало, что имеется кардинальное различие в описании неротационных состояний с $K_{\nu}^{\pi}=0_{2}^{\pm}, 0_{3}^{\pm}, 0_{4}^{\pm}, 1_{2}, 1_{3}, 2_{2}^{\pm}, 2_{3}^{\pm}, 2_{4}^{\pm}, 2_{5}^{\pm}, 3_{2}^{\pm}, 3_{3}^{\pm}$ и 4_{1}^{\pm} четно-четных деформированных ядер. Это различие продемонстрировано на примере пяти 2^{+} -состояний в ^{168}Er , структура которых правильно описывается в КФМЯ и не может быть описана в МВБ. Исследовано распределение $E\lambda$ -силы среди низколежащих состояний и показано, что в отдельных случаях оно отлично от стандартного, когда большая часть $E\lambda$ -силы сконцентрирована не на первом, а на более высоких состояниях. Распределение $E\lambda$ -силы, отличное от стандартного, правильно описывается в КФМЯ и не описывается в МВБ. Для трактовки состояний положительной и отрицательной четности указано на необходимость построения $spdfg$ МВБ. Согласно расчетам в КФМЯ, в хорошо деформированных ядрах не должно быть коллективных двухфоновых состояний, согласно МВБ — их существование должно быть неизменным. Необходимы эксперименты по поиску двухфоновых состояний в деформированных ядрах и по изучению структуры состояний с энергией 2—3 МэВ.

The basic assumptions of the quasiparticle-phonon nuclear model and the interacting boson model with sd , sdg and sdf bosons are expounded. The comparison of these models has shown that there is a cardinal difference in describing nonrotational states with $K_{\nu}^{\pi}=0_{2}^{\pm}, 0_{3}^{\pm}, 0_{4}^{\pm}, 1_{2}, 1_{3}, 2_{2}^{\pm}, 2_{3}^{\pm}, 2_{4}^{\pm}, 2_{5}^{\pm}, 3_{2}^{\pm}, 3_{3}^{\pm}$ and 4_{1}^{\pm} of doubly even deformed nuclei. This difference is exemplified by five 2^{+} states in ^{168}Er whose structure is correctly described in the QPNM and cannot be described in the IBM. The distribution of $E\lambda$ strength among low-lying states is shown to be different in some cases from the standard one when the largest part of the $E\lambda$ strength is concentrated not on the first but on higher states. This distribution is correctly described in the QPNM and cannot be described in the IBM. It is shown that to treat the states with positive and negative parity one should construct $spdfg$ IBM. According

to the calculations in the QPNM, collective two-phonon states should not exist in well deformed nuclei, whereas according to the IBM, they should necessarily exist. New experiments are needed to search for two-phonon states in deformed nuclei and to study the structure of states with an energy of 2—3 MeV.

ВВЕДЕНИЕ

Возбужденные состояния четно-четных деформированных ядер с энергией до 2,5 МэВ успешно экспериментально изучаются в β -распадах, при неупругом рассеянии протонов и α -частиц, в реакциях одно- и двухнуклонных передач, в (n, γ) -реакциях и др. В четно-четных деформированных ядрах имеются низколежащие ротационные, вибрационные и двухквазичастичные состояния. Двухквазичастичные состояния описываются в модели независимых квазичастиц [1]. Коллективные γ -вибрационные с $K_{\nu}^{\pi} = 2_{1}^{+}$, β -вибрационные с $K_{\nu}^{\pi} = 0_{1}^{+}$ и первые октупольные с $K_{\nu}^{\pi} = 0_{1}^{-}, 1_{1}^{-}, 2_{1}^{-}$, и 3_{1}^{-} состояния достаточно хорошо описываются в приближении хаотических фаз (РРА) как однофононные состояния [2—4]. Согласно общепринятой трактовке (см. [5]) в четно-четных ядрах должны существовать одно-, двух- и трехфононные состояния.

Современное описание вибрационных состояний деформированных ядер проводится в феноменологической модели взаимодействующих бозонов (МВБ) [6—8] и в микроскопической квазичастично-фононной модели ядра (КФМЯ) [9—13]. Расчеты в других феноменологических моделях ограничены гигантскими резонансами. Расчеты в других микроскопических моделях, таких, как метод самосогласованных коллективных координат [14] и мультифононный метод [15], ограничены в основном описанием ангармоничности двухфононных состояний.

Для понимания структуры ядерных состояний нужно сопоставить основные положения КФМЯ и МВБ и сравнить результаты расчетов возбужденных состояний четно-четных деформированных ядер в КФМЯ и МВБ между собой и с экспериментальными данными. Такое сравнение полезно для выяснения эффективности этих моделей и границ их применимости. При сравнении ограничимся неротационными состояниями и электрическими переходами.

Прежде чем проводить сравнения КФМЯ и МВБ, кратко изложим основные положения этих моделей.

1. ОПИСАНИЕ НЕРОТАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР В КФМЯ

Основные положения квазичастично-фононной модели ядра. Гамильтониан квазичастично-фононной модели ядра (КФМЯ) при описании деформированных ядер состоит из среднего поля нейтронной и протонной систем в форме аксиально-симметричного потенциала

Вудса — Саксона, монопольного и квадрупольного спаривания, изоскалярных и изовекторных частично-дырочных ($p - h$) и частично-частичных ($p - p$) мультипольных и спин-мультипольных взаимодействий между квазичастицами.

Расчеты в КФМЯ проводятся в четыре этапа. **Первый этап** — нахождение собственных одночастичных энергий и волновых функций потенциала Вудса — Саксона. Параметры потенциала Вудса — Саксона фиксируются так, чтобы получить с учетом взаимодействия квазичастиц с фоном правильное описание низколежащих состояний нечетных A -ядер. Несомненно, что можно взять другой вид потенциала среднего поля или на основе метода Хартри — Фока вычислить энергии и волновые функции одночастичных состояний и их использовать в расчетах в рамках КФМЯ. Эти различия не носят принципиального характера. Применение метода Хартри — Фока означает более раннюю стадию параметризации, т. е. параметризацию эффективного взаимодействия, например, в виде сил Сكيرма. Расчеты в КФМЯ выполняются с параметрами потенциала Вудса — Саксона, фиксированными в 1968—1973 гг. и приведенными в [3, 4, 16]. Для характеристики одночастичных состояний используются введенные Нильссоном асимптотические квантовые числа $Nn_z\Lambda \uparrow$ при $K = \Lambda + 1/2$ и $Nn_z\Lambda \downarrow$ при $K = \Lambda - 1/2$, обозначаемые $q\sigma$, $\sigma = \pm 1$.

Второй этап — проведение канонического преобразования Боголюбова

$$a_{q\sigma} = u_q \alpha_{q\sigma}^+ + \sigma v_q \alpha_{q-\sigma}^+ \quad (1)$$

при котором осуществляется переход от операторов частиц $a_{q\sigma}^+$, $a_{q\sigma}$ к операторам квазичастиц $\alpha_{q\sigma}^+$, $\alpha_{q\sigma}$ и выполнение расчетов в модели независимых квазичастиц [1]. При одновременном учете монопольного с константами G_τ и квадрупольного с G^{20} спаривания в [17] из условия исключения 0^+ духовых состояний получены следующие уравнения:

$$1 = \frac{G_\tau}{2} \sum_q \frac{C_\tau + f^{20}(qq) C_{2\tau}}{C_\tau \varepsilon_q} ; \quad (2)$$

$$1 = 2G^{20} \left\{ \sum_q \frac{f^{20}(qq) C_\tau}{2C_{2\tau} \varepsilon_q} + \sum_{qq'} \frac{f^{20}(qq') (v_{qq'}^+)^2}{\varepsilon_q} \right\} ; \quad (2')$$

$$N_\tau = \sum_q \left[1 - \frac{\xi(q)}{\varepsilon_q} \right]. \quad (2'')$$

Если в уравнении (2') пренебречь недиагональными матричными элементами $f^{20}(qq')$, то приходим к уравнениям, полученным ранее

в [18]. Здесь

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_q &= [\Delta_q^2 + \xi^2(q)]^{1/2}, \quad \xi(q) = E(q) - \lambda_\tau; \\ \Delta_q &= C_\tau + f^{20}(qq) C_{2\tau}, \quad C_\tau = G_\tau \sum_q^\tau u_q v_q; \\ C_{2\tau} &= 2G^{20} \sum_q^\tau f^{20}(qq) u_q v_q; \\ u_{qq}^{(\pm)} &= u_q v_{q'} \pm u_{q'} v_q, \quad v_{qq}^{(\pm)} = u_q u_{q'} \pm v_q v_{q'}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Далее $E(q)$ — энергия одночастичного состояния, \sum_{qq}^τ означает суммирование по одночастичным уровням нейтронной при $\tau = n$ или протонной при $\tau = p$ систем, λ_τ — химические потенциалы, G_τ — константы монополюсного спаривания, $G^{\lambda\mu}$ — константы $(p-p)$ -взаимодействия мультиполюсности λ с проекцией μ . Константы G_τ и G^{20} определяются из парных энергий и энергий двухквaziчастичных состояний с $K > 4$ [19]. Энергии двухквaziчастичных состояний рассчитываются с учетом эффекта блокировки.

Эффективные взаимодействия между квазичастицами представлены в виде разложения по мультиполям и спин-мультиполям. Эффективные взаимодействия играют важную роль по компенсации отброшенных в приближении ХФБ уравнений. Они также связаны с нуклон-нуклонными взаимодействиями в ядерной среде, и отдельные их члены можно сопоставить с обменом одним или двумя мезонами. Для выполнения расчетов в КФМЯ существенно, что взаимодействие между квазичастицами представлено в сепарабельном (факторизованном) виде. Сепарабельные потенциалы широко используются при описании нуклон-нуклонных взаимодействий и при изучении трехтельных ядерных систем и легких ядер. Сепарабельные представления ранга $n_{\max} \leq 5$ парижского и боннского потенциалов дают удовлетворительное приближение для этих потенциалов. Сепарабельные потенциалы используются в случаях, когда результаты расчетов более чувствительны к виду радиальной зависимости сил по сравнению с расчетами в КФМЯ характеристик сложных ядер. Следует иметь в виду, что в расчетах используются матричные элементы от эффективных взаимодействий. Одночастичные волновые функции вырезают небольшую часть взаимодействия. Можно построить сепарабельные взаимодействия, матричные элементы которых близки к матричным элементам более сложных сил. Можно полагать, что удачно выбранные взаимодействия между квазичастицами в сепарабельном виде не ограничивают точность расчетов. Поэтому правомерно использовать сепарабельные взаимодействия конечного ранга при вычислении характеристик сложных ядер.

Введем, как в [20] для сферических ядер, сепарабельное взаимодействие конечного ранга для деформированных ядер. Разложим по мультиполям центральное не зависящее от спинов взаимодейст-

вие и запишем его во вторично-квантованном виде

$$\sum_{\substack{q_1 q_2 q'_2 q'_1 \\ \sigma_1 \sigma_2 \sigma'_2 \sigma'_1}} \langle q_1 \sigma_1, q_2 \sigma_2 \left| \sum_{\lambda \mu} [R^{\lambda \mu}(r_1 r_2) + (\tau^{(1)} \tau^{(2)}) \bar{R}^{\lambda \mu}(r_1 r_2)] \sum_{\sigma} Y_{\lambda \sigma \mu}(\theta_1 \varphi_1) \times \right. \\ \left. \times Y_{\lambda - \sigma \mu}(\theta_2 \varphi_2) \right| q'_2 \sigma'_2, q'_1 \sigma'_1 \rangle a_{q_1 \sigma_1}^+ a_{q_2 \sigma_2}^+ a_{q'_2 \sigma'_2} a_{q'_1 \sigma'_1}.$$

Если взять сепарабельное взаимодействие ранга $n_{\max} > 1$ для $p-h$ - и $p-p$ -взаимодействий в виде

$$\begin{aligned} R^{\lambda \mu}(r_1 r_2) &= \kappa_0^{\lambda \mu} \sum_{n=1}^{n_{\max}} R_n^{\lambda \mu}(r_1) R_n^{\lambda \mu}(r_2), \\ \bar{R}^{\lambda \mu}(r_1 r_2) &= \kappa_1^{\lambda \mu} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \bar{R}_n^{\lambda \mu}(r_1) \bar{R}_n^{\lambda \mu}(r_2), \\ R^{\lambda \mu}(r_1 r_2) &= G_0^{\lambda \mu} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \tilde{R}_n^{\lambda \mu}(r_1) \tilde{R}_n^{\lambda \mu}(r_2), \\ \tilde{\bar{R}}^{\lambda \mu}(r_1 r_2) &= G_1^{\lambda \mu} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \tilde{\bar{R}}_n^{\lambda \mu}(r_1) \tilde{\bar{R}}_n^{\lambda \mu}(r_2), \end{aligned} \quad (4)$$

то разложение по мультиполям принимает вид

$$\begin{aligned} &\sum_{\lambda \mu} \sum_{n=1}^{n_{\max}} \left\{ \sum_{\tau \rho = \pm 1} (\kappa_0^{\lambda \mu} + \rho \kappa_1^{\lambda \mu}) \sum_{\sigma} M_{\lambda \sigma \mu n}(\tau) M_{\lambda - \sigma \mu n}(\rho \tau) + \right. \\ &+ \sum_{\tau \sigma} (G_0^{\lambda \mu} + G_1^{\lambda \mu}) P_{\lambda \sigma \mu n}^+(\tau) P_{\lambda \sigma \mu n}(\tau) + \kappa_1^{\lambda \mu} \sum_{\sigma} (M_{\lambda \sigma \mu n}^{\text{CH}})^+ M_{\lambda \sigma \mu n}^{\text{CH}} + \\ &\left. + G_1^{\lambda \mu} \sum_{\sigma} (P_{\lambda \sigma \mu n}^{\text{CH}})^+ P_{\lambda \sigma \mu n}^{\text{CH}} + (G_0^{\lambda \mu} - G_1^{\lambda \mu}) \sum_{\tau} P_{\lambda \sigma \mu n}^+(\tau) P_{\lambda \sigma \mu n}(-\tau) \right\}. \end{aligned}$$

Первый член учитывает $p-h$ -, второй $p-p$ -взаимодействия, третий и четвертый зарядово-обменные $p-h$ - и $p-p$ -взаимодействия и последний — обмен двумя нуклонами. Здесь $\kappa_0^{\lambda \mu}$, $\kappa_1^{\lambda \mu}$ и $G_0^{\lambda \mu}$, $G_1^{\lambda \mu}$ — изоскалярные и изовекторные константы $p-h$ - и $p-p$ -взаимодействий, далее используем $G^{\lambda \mu} = G_0^{\lambda \mu} + G_1^{\lambda \mu}$.

Введение сепарабельного взаимодействия конечного ранга $n_{\max} > 1$ по сравнению с $n_{\max} = 1$ приводит к дополнительному суммированию по n . Введение сепарабельного взаимодействия ранга n_{\max} имеет смысл, если n_{\max} много меньше ранга детерминанта РРА секулярного уравнения для несепарабельного взаимодействия. В выборе радиальной зависимости сепарабельных взаимодействий имеется определенный произвол. Существование коллективных вибрационных квадрупольных и октупольных состояний указывает на то, что в радиальной зависимости должен быть максимум на поверхности ядра. Поэтому берется $R^{\lambda \mu}(r) = r^\lambda$ или $R^{\lambda \mu}(r) = \partial V(r)/\partial r$,

где $V(r)$ — центральная часть потенциала Вудса — Саксона. Расчеты [21, 22] выполнены с $R^{\lambda\mu}(r) = \partial V(r)/\partial r$.

Далее вводятся РРА-фононы $Q_{\lambda\mu i\sigma}^+$ и $Q_{\lambda\mu i\sigma}$, где

$$Q_{\lambda\mu i\sigma}^+ = \frac{1}{2} \sum_{qq'} [\psi_{qq'}^{\lambda\mu i} A^+(qq'; \mu\sigma) - \varphi_{qq'}^{\lambda\mu i} A(qq'; \mu - \sigma)], \quad (5)$$

$$A^+(qq'; \mu\sigma) = \begin{cases} \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K-K'), \sigma\mu\sigma'\alpha_{q\sigma}^+\alpha_{q'\sigma'}^+} \text{ или} \\ \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K+K'), \sigma\mu\alpha_{q\sigma}^+\alpha_{q'\sigma'}} \end{cases} \quad (6)$$

где $\sigma = \pm 1$, $i = 1, 2, 3, \dots$ — номер корня РРА секулярного уравнения. В КФМЯ в качестве базиса используются однофононные состояния. Поэтому **третий этап** — расчеты однофононного базиса. На этом этапе фиксируются все константы КФМЯ.

Проводятся преобразования гамильтониана КФМЯ, в результате которого он записывается в виде

$$H_{QPNM} = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q\sigma} + H_v + H_{vq}. \quad (7)$$

Первые два члена в (7) описывают квазичастицы и фононы, а H_{vq} — взаимодействия квазичастиц с фононами. **Четвертый этап** — учет взаимодействия квазичастиц с фононами. Волновые функции возбужденных состояний представляются в виде ряда по числу операторов фононов, в нечетных ядрах каждый член умножается на оператор квазичастицы. Приближение состоит в обрыве этого ряда. Обрыв ряда по числу фононов — это приближение того же типа, как обрыв цепочки уравнений в приближении ХФБ. В настоящее время наше разложение обрывается на двух фононах. Выяснение влияния многофононных слагаемых волновых функций на рассчитываемые эффекты так же трудно, как оценка роли отброшенных в приближении ХФБ цепочки уравнений ядерной задачи многих тел. В обоих случаях утверждается, что приближенные уравнения правильно описывают свойства ядерных возбуждений, а отброшенные члены частично учитываются путем использования констант, фиксированных на основе экспериментальных данных. При проведении вычислений принцип Паули учитывается при выполнении точных коммутационных соотношений между операторами фононов и квазичастиц.

Гамильтониан КФМЯ и фононный базис. Исходный гамильтониан для деформированных ядер берется в виде

$$H = \sum_{\tau} \left\{ \sum_{q\sigma}^{\tau} (E'(q) - \lambda_{\tau}) a_{q\sigma}^+ a_{q\sigma} - G_{\tau} \sum_{qq'}^{\tau} a_{q+}^+ a_{q-}^+ a_{q'} - a_{q'+} - \right. \\ \left. - \frac{1}{2} \sum_{\lambda\mu\sigma} \left[\sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda\mu} + \rho\kappa_1^{\lambda\mu}) M_{\lambda\sigma\mu\nu}(\tau) M_{\lambda-\sigma\mu\nu}(\rho\tau) + \right. \right. \\ \left. \left. + G^{\lambda\mu} P_{\lambda\sigma\mu\nu}^+(\tau) P_{\lambda\sigma\mu\nu}(\tau) \right] \right\}. \quad (8)$$

Ограничимся мультипольными взаимодействиями. После преобразований гамильтониан КФМЯ принимает вид (7), а именно:

$$H_{QPNM} = \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q\sigma} + H_v + H_{vq}.$$

Здесь

$$H_v = H_v^{00} + \sum_{\lambda} H_{Ev}^{\lambda 0} + \sum_{\substack{\lambda\mu \\ \mu \neq 0}} H_{Ev}^{\lambda\mu}; \quad (9)$$

$$H_v^{00} = - \sum_{ii'} W_{ii'}^{00} Q_{20i}^+ Q_{20i'}; \quad (10)$$

$$W_{ii'}^{00} = \frac{1}{2} \sum_{\tau} G_{\tau} \sum_{qq'}^{\tau} [(u_q^2 - v_q^2)(u_{q'}^2 - v_{q'}^2) g_{qq}^{20i} g_{q'q'}^{20i'} + w_{qq}^{20i} w_{q'q'}^{20i'}]; \quad (10')$$

$$H_{Ev}^{\lambda 0} = - \sum_{ii'} W_{ii'}^{\lambda 0} Q_{\lambda 0i}^+ Q_{\lambda 0i'}; \quad (11)$$

$$W_{ii'}^{\lambda 0} = \sum_{n\tau} \{(\kappa_0^{\lambda 0} + \rho \kappa_1^{\lambda 0}) D_{n\tau}^{\lambda 0i} D_{n\tau}^{\lambda 0i'} + G^{\lambda 0} (D_{gn\tau}^{\lambda 0i} D_{gn\tau}^{\lambda 0i'} + D_{wn\tau}^{\lambda 0i} D_{wn\tau}^{\lambda 0i'})\}; \quad (11')$$

$$H_{Ev}^{\lambda\mu} = - \sum_{ii'\sigma} W_{ii'}^{\lambda\mu} Q_{\lambda\mu i\sigma}^+ Q_{\lambda\mu i'\sigma}; \quad (12)$$

$$W_{ii'}^{\lambda\mu} = \frac{1}{4} \sum_{n\tau} \left\{ \sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda\mu} + \rho \kappa_1^{\lambda\mu}) D_{n\tau}^{\lambda\mu i} D_{n\tau}^{\lambda\mu i'} + G^{\lambda\mu} (D_{gn\tau}^{\lambda\mu i} D_{gn\tau}^{\lambda\mu i'} + D_{wn\tau}^{\lambda\mu i} D_{wn\tau}^{\lambda\mu i'}) \right\}; \quad (13)$$

$$H_{vq} = H_{vq}^{00} + \sum_{\lambda} H_{vq}^{\lambda 0} + \sum_{\substack{\lambda\mu \\ \mu \neq 0}} H_{vq}^{\lambda\mu}; \quad (14)$$

$$H_{vq}^{00} = - \sum_{\tau i} G_{\tau} \sum_{qq'}^{\tau} (u_q^2 - v_q^2) u_{q'} v_{q'} \times \\ \times \left\{ (\psi_{qq}^{20i} Q_{20i}^+ + \varphi_{qq}^{20i} Q_{20i}) \sum_{\sigma} \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q\sigma} + \text{h.c.} \right\}; \quad (15)$$

$$H_{vq}^{\lambda 0} = - \sum_{\tau i} \sum_{qq'}^{\tau} V_{\tau}^{\lambda 0i}(qq') \{ (Q_{\lambda 0i}^+ + Q_{\lambda 0i}) B(qq'; \mu = 0) + \text{h.c.} \}; \quad (16)$$

$$V_{\tau}^{\lambda 0i}(qq') =$$

$$= \frac{1}{2} \sum_n \left\{ f_n^{\lambda 0}(qq') \left[\sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda 0} + \rho \kappa_1^{\lambda 0}) v_{qq'}^{(-)} D_{n\rho\tau}^{\lambda 0i} - G^{\lambda 0} u_{qq'}^{(+)} D_{gn\tau}^{\lambda 0i} \right] \right\}; \quad (17)$$

$$H_{vq}^{\lambda\mu} = - \frac{1}{2} \sum_{ni\tau\sigma} \sum_{qq'}^{\tau} \{ V_{n\tau}^{\lambda\mu i}(qq') f_n^{\lambda\mu}(qq') Q_{\lambda\mu i\sigma}^+ B(qq'; \mu - \sigma) + \text{h.c.} \}; \quad (18)$$

$$V_{n\tau}^{\lambda\mu i}(qq') = \frac{1}{2} \sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda\mu} + \rho \kappa_1^{\lambda\mu}) v_{qq'}^{(-)} D_{n\rho\tau}^{\lambda\mu i} - \frac{1}{2} G^{\lambda\mu} u_{qq'}^{(+)} D_{gn\tau}^{\lambda\mu i}. \quad (19)$$

Здесь

$$\begin{aligned} D_{n\tau}^{\lambda\mu i} &= \sum_{qq'}^{\tau} f_n^{\lambda\mu} (qq') u_{qq'}^{(+)} g_{qq'}^{\lambda\mu i}; \\ D_{gn\tau}^{\lambda\mu i} &= \sum_{qq'}^{\tau} f_n^{\lambda\mu} (qq') v_{qq'}^{(-)} g_{qq'}^{\lambda\mu i}; \\ D_{wn\tau}^{\lambda\mu i} &= \sum_{qq'}^{\tau} f_n^{\lambda\mu} (qq') v_{qq'}^{(+)} w_{qq'}^{\lambda\mu i}, \end{aligned} \quad (20)$$

$f_n^{\lambda\mu} (qq')$ — одночастичные матричные от элементов мультипольных операторов, их явный вид дан в [12],

$$g_{qq'}^{\lambda\mu i} = \psi_{qq'}^{\lambda\mu i} + \varphi_{qq'}^{\lambda\mu i}, \quad w_{qq'}^{\lambda\mu i} = \psi_{qq'}^{\lambda\mu i} - \varphi_{qq'}^{\lambda\mu i}; \quad (21)$$

$$\begin{aligned} B(qq'; \mu\sigma) &= \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K-K')}, \sigma\mu\alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q'\sigma'} \quad \text{или} \\ &= \sum_{\sigma'} \delta_{\sigma'(K+K')}, \sigma\mu\sigma' \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q'-\sigma'}. \end{aligned} \quad (22)$$

Отметим, что для RPA-решений при усреднении по фоновому вакууму выполняется соотношение

$$\left\langle \left\{ \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q\sigma} + H_v \right\} Q_{\lambda\mu i}^+ Q_{\lambda\mu i}'^+ \right\rangle = 0.$$

Поэтому в H_{QPNM} нет членов, пропорциональных $Q_{\lambda\mu i\sigma}^+ Q_{\lambda\mu i'\sigma}^+$ и $Q_{\lambda\mu i'\sigma} Q_{\lambda\mu i\sigma}$.

Получим RPA-уравнения для вычисления энергии $\omega_{\lambda\mu i}$ и волновых функций однофононных состояний электрического типа

$$Q_{\lambda\mu i\sigma}^+ \Psi_0, \quad (23)$$

где Ψ_0 — волновая функция основного состояния четно-четного ядра, определенная как фононный вакуум. Нормировка (23) имеет вид

$$\frac{1}{2} \sum_{qq'} [(\psi_{qq'}^{\lambda\mu i})^2 - (\varphi_{qq'}^{\lambda\mu i})^2] = \frac{1}{2} \sum_{qq'} g_{qq'}^{\lambda\mu i} w_{qq'}^{\lambda\mu i} = 1. \quad (23')$$

Для описания однофононных состояний используют следующую часть гамильтониана (7):

$$\sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q\sigma} + \sum_{\lambda\mu} H_{Ev}^{\lambda\mu}. \quad (24)$$

Находим среднее значение (24) по состоянию (23) и, воспользовавшись вариационным принципом в виде

$$\delta \left\{ \left\langle Q_{\lambda\mu i\sigma} \left\{ \sum_{q\sigma} \varepsilon_q \alpha_{q\sigma}^+ \alpha_{q\sigma} + H_{Ev} \right\} Q_{\lambda\mu i\sigma}^+ \right\rangle - \frac{\omega_{\lambda\mu i}}{2} \left[\sum_{qq'} g_{qq'}^{\lambda\mu i} w_{qq'}^{\lambda\mu i} - 2 \right] \right\} = 0,$$

получаем следующую систему уравнений:

$$D_{n\tau}^{\lambda\mu i} = \sum_{n'=1}^{n_{\max}} \left\{ \sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda\mu} + \rho\kappa_1^{\lambda\mu}) X_{nn'}^{\lambda\mu i}(\tau) D_{n'\rho\tau}^{\lambda\mu i} + G^{\lambda\mu} [X_{nn'}^{\lambda\mu i\varepsilon}(\tau) D_{gn'\tau}^{\lambda\mu i} + X_{nn'}^{\lambda\mu i\omega}(\tau) D_{wn'\tau}^{\lambda\mu i}] \right\}; \quad (25)$$

$$D_{gn\tau}^{\lambda\mu i} = \sum_{n'=1}^{n_{\max}} \left\{ \sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda\mu} + \rho\kappa_1^{\lambda\mu}) X_{nn'}^{\lambda\mu i\varepsilon}(\tau) D_{n'\rho\tau}^{\lambda\mu i} + G^{\lambda\mu} [X_{nn'}^{\lambda\mu i\varepsilon-}(\tau) D_{gn'\tau}^{\lambda\mu i} + X_{nn'}^{\lambda\mu iv}(\tau) D_{wn'\tau}^{\lambda\mu i}] \right\}; \quad (26)$$

$$D_{wn\tau}^{\lambda\mu i} = \sum_{n'=1}^{n_{\max}} \left\{ \sum_{\rho=\pm 1} (\kappa_0^{\lambda\mu} + \rho\kappa_1^{\lambda\mu}) X_{nn'}^{\lambda\mu i\omega+}(\tau) D_{n'\rho\tau}^{\lambda\mu i} + G^{\lambda\mu} [X_{nn'}^{\lambda\mu iv}(\tau) D_{gn'\tau}^{\lambda\mu i} + X_{nn'}^{\lambda\mu i\varepsilon+}(\tau) D_{wn'\tau}^{\lambda\mu i}] \right\}, \quad (27)$$

где

$$X_{nn'}^{\lambda\mu i}(\tau) = \sum_{qq'} \tau \frac{f_n^{\lambda\mu}(qq') f_{n'}^{\lambda\mu}(qq') (u_{qq'}^{(+)})^2 \varepsilon_{qq'}}{\varepsilon_{qq'}^2 - \omega_{\lambda\mu i}^2};$$

$$X_{nn'}^{\lambda\mu i\varepsilon}(\tau) = \sum_{qq'} \tau \frac{f_n^{\lambda\mu}(qq') f_{n'}^{\lambda\mu}(qq') u_{qq'}^{(+)} v_{qq'}^{(-)} \varepsilon_{qq'}}{\varepsilon_{qq'}^2 - \omega_{\lambda\mu i}^2};$$

$$X_{nn'}^{\lambda\mu i\omega}(\tau) = \sum_{qq'} \tau \frac{f_n^{\lambda\mu}(qq') f_{n'}^{\lambda\mu}(qq') u_{qq'}^{(+)} v_{qq'}^{(+)} \omega_{\lambda\mu i}}{\varepsilon_{qq'}^2 - \omega_{\lambda\mu i}^2};$$

$$X_{nn'}^{\lambda\mu i\varepsilon\pm}(\tau) = \sum_{qq'} \tau \frac{f_n^{\lambda\mu}(qq') f_{n'}^{\lambda\mu}(qq') (v_{qq'}^{(\pm)})^2 \varepsilon_{qq'}}{\varepsilon_{qq'}^2 - \omega_{\lambda\mu i}^2};$$

$$X_{nn'}^{\lambda\mu iv}(\tau) = \sum_{qq'} \tau \frac{f_n^{\lambda\mu}(qq') f_{n'}^{\lambda\mu}(qq') v_{qq'}^{(+)} v_{qq'}^{(-)} \omega_{\lambda\mu i}}{\varepsilon_{qq'}^2 - \omega_{\lambda\mu i}^2};$$

$$\varepsilon_{qq'} = \varepsilon_q + \varepsilon_{q'}.$$

Из уравнений (25) — (27) при $\tau = p$ и $\tau = n$ находится секулярное уравнение для энергий однофононных состояний $\omega_{\lambda\mu i}$ в виде равенства нулю детерминанта ранга $6n_{\max}$. Использование сепарабельных взаимодействий ранга $n_{\max} > 1$ приводит к увеличению ранга детерминанта в n_{\max} раз по сравнению с простыми сепарабельными взаимодействиями. Если учитывать спин-мультипольные взаимодействия с $\lambda = L$, то ранг детерминанта равен $12n_{\max}$. При учете только мультипольных $(p - \hbar)$ -взаимодействий ранг детерминанта равен $2n_{\max}$. При вычислении фононных амплитуд $\psi_{qq'}^{\lambda\mu i}$ и $\phi_{qq'}^{\lambda\mu i}$ используем условие (23').

Секулярное уравнение для описания 0^+ -состояний с простым сепарабельным взаимодействием ($n_{\max} = 1$) получено в [17] в виде равенства нулю детерминанта 10-го порядка. Если учесть сепарабельные взаимодействия ранга $n_{\max} > 1$, то ранг детерминанта для нахождения энергий ω_{20i} однофононных 0^+ -состояний равен $4 + 6n_{\max}$.

Сходным образом получены РРА-уравнения для зарядово-обменных состояний. Для зарядово-обменных мультипольных и спин-мультипольных состояний для простых $n_{\max} = 1$ ($p - h$)-взаимодействий РРА-уравнения даны в [23]. Для $p - h$ и $p - p$ гамов-теллеровских взаимодействий они получены в [24].

Если решены РРА секулярные уравнения и найдены энергии $\omega_{\lambda\mu i}$ и фононные амплитуды $\psi_{qq'}^{\lambda\mu i}$ и $\varphi_{qq'}^{\lambda\mu i}$, то гамильтониан (7) оказывается однозначно определенным. Он не содержит ни одного свободного параметра, ни одной нефиксированной константы.

Полное пространство $p - h$ - и $p - p$ -двухквaziчастичных состояний заменяется пространством однофононных состояний. Для каждого значения K^π число однофононных состояний равно числу двухквaziчастичных состояний. В деформированных ядрах фононный базис можно образовать из фононов электрического типа и только $K^\pi = 1^+$ состояния описывать фононами нового типа.

Уравнения КФМЯ для четно-четных деформированных ядер. Приведем формулы для описания неротационных состояний с $K^\pi \neq 0^+, 1^+$ четно-четных деформированных ядер в КФМЯ с учетом $p - h$ - и $p - p$ -взаимодействий, волновые функции которых состоят из одного и двухфононных членов, а именно:

$$\Psi_v(K_0^\pi, \sigma_0) = \left\{ \sum_{i_0} R_{i_0}^v Q_{g_0 \sigma_0}^+ + \sum_{g_1 g_2 \sigma_1 \sigma_2} \frac{(1 + \delta_{g_1, g_2})^{1/2} \sigma_{\sigma_1 \mu_1 + \sigma_2 \mu_2, \sigma_0 K_0}}{2 [1 + \delta_{K_0, 0} (1 - \delta_{\mu_1, 0})]^{1/2}} \times \right. \\ \left. \times P_{g_1 g_2}^v Q_{g_1 \sigma_1}^+ Q_{g_2 \sigma_2}^+ \right\} \Psi_0, \quad (28)$$

где $g = \lambda \mu i$; $\mu_0 \equiv K_0$.

Условие ее нормировки имеет вид

$$\sum_{i_0} (R_{i_0}^v)^2 + \sum_{g_1 \geq g_2} (P_{g_1 g_2}^v)^2 [1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)] = 1. \quad (29)$$

Для учета принципа Паули в двухфононных членах волновой функции (28) вводится функция

$$\mathcal{K}^{K_0}(g_2, \lambda_1 \mu_1 i' | g_1, g_2) = \frac{1}{1 + \delta_{g_1 g_2}} \sum_{\sigma_1 \sigma_2} \delta_{\sigma_1 \mu_1 + \sigma_2 \mu_2, \sigma_0 K_0} \times \\ \times \langle Q_{g_2 \sigma_2} [Q_{\lambda_1 \mu_1 i' \sigma_1}, Q_{g_1 \sigma_1}^+, Q_{g_2 \sigma_2}^+] \rangle, \quad (30)$$

при $i' = i$ она обозначена $\mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)$, ее явный вид дан в [11—13].

С помощью вариационного принципа получим следующие уравнения, из которых с учетом условия (29) можно найти энергии η_ν и функции $R_{i_0}^\nu$ и $P_{g_1 g_2}^\nu$:

$$(\omega_{g_0} - \eta_\nu) R_{i_0}^\nu - \sum_{g_1 \geq g_2} (1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2} (1 + \delta_{K_0, 0} (1 - \delta_{\mu_1, 0}))^{-1/2} \times \\ \times P_{g_1 g_2}^\nu U_{g_1 g_2}^{g_0} [1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)] = 0; \quad (31)$$

$$[\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) - \eta_\nu] P_{g_1 g_2}^\nu - \\ - \sum_{i_0} (1 + \delta_{g_1 g_2})^{-1/2} [1 + \delta_{K_0, 0} (1 - \delta_{\mu_1, 0})]^{-1/2} R_{i_0}^\nu U_{g_1 g_2}^{g_0} = 0, \quad (31')$$

где

$$\Delta\omega(g_1, g_2) = \sum_{i'} \{ \mathcal{K}^{K_0}(g_2, \lambda_1 \mu_1 i' | g_1, g_2) W_{i_1 i'}^{\lambda_1 \mu_1} + \\ + \mathcal{K}^{K_0}(\lambda_2 \mu_2 i', g_1 | g_1, g_2) W_{i_2 i'}^{\lambda_2 \mu_2} \}; \quad (32)$$

$$U_{g_1 g_2}^{g_0} [1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)] = -\frac{1}{2} \sum_{\sigma_1 \sigma_2} \delta_{\sigma_1 \mu_1 + \sigma_2 \mu_2, \sigma_0 K_0} \{ \langle Q_{g_0 \sigma_0} H_{\nu q} Q_{g_1 \sigma_1}^+ Q_{g_2 \sigma_2}^+ \rangle + \\ + \langle Q_{g_2 \sigma_2} Q_{g_1 \sigma_1} H_{\nu q} Q_{g_0 \sigma_0}^+ \rangle \}. \quad (33)$$

Функция $W_{i_1 i'}^{\lambda \mu}$ дана формулой (13), в функцию $U_{g_1 g_2}^{g_0}$ входят функции $V_{\tau}^{\lambda 0 i}(qq')$, $V_{\pi \tau}^{\lambda \mu i}(qq')$, определенные формулами (17) и (19). Явный вид $U_{g_1 g_2}^{g_0}$ в случае простого ($n_{\max} = 1$) взаимодействия дан в [12].

Если из уравнения (31') найти $P_{g_1 g_2}^\nu$, подставить в (34), то получим секулярное уравнение в виде

$$\det \left\| (\omega_{g_0} - \eta_\nu) \delta_{i_0 i'_0} - \sum_{g_1 \geq g_2} \frac{1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)}{(1 + \delta_{g_1 g_2}) [1 + \delta_{K_0, 0} (1 - \delta_{\mu_1, 0})]} \times \right. \\ \left. \times \frac{U_{g_1 g_2}^{\lambda_0 \mu_0 i_0} U_{g_1 g_2}^{\lambda_0 \mu_0 i'_0}}{\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1 g_2) - \eta_\nu} \right\| = 0. \quad (34)$$

Ранг этого детерминанта равен числу однофоновых членов в волновой функции (28). Учет принципа Паули в двухфоновых членах (28) приводит в (34) к появлению множителя $1 + \mathcal{K}^{K_0}(g_1 g_2)$ и порождает сдвиг $\Delta\omega(g_1 g_2)$ двухфонового полюса. Уравнения для 0^+ -состояний имеют такой же вид.

Вид уравнений (31), (31') и (34) один и тот же при $n_{\max} > 1$ и $n_{\max} = 1$ в случаях учета $p-h$ - и $p-p$ -взаимодействий и только $p-h$ -взаимодействий. Очень существенно, что переход от простых сепарабельных взаимодействий с $n_{\max} = 1$ к сепарабельным взаимодействиям конечного ранга с $n_{\max} > 1$ не повышает ранга детерминанта (34). Он приводит к усложнению выражений $U_{g_1 g_2}^{g_0}$ и $\Delta\omega(g_1 g_2)$. Такое усложнение этих функций оказывается несущественным при численных расчетах на ЭВМ.

Следует подчеркнуть, что учет конечного ранга сепарабельных взаимодействий не приводит к сколько-нибудь существенному усложнению уравнений для вычисления фрагментации квазичастичных и коллективных движений. Это означает, что КФМЯ в дальнейшем может служить основой для расчетов многих характеристик деформированных ядер.

2. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВУЮЩИХ БОЗОНОВ К ДЕФОРМИРОВАННЫМ ЯДРАМ

sd МВБ. Феноменологическую МВБ сформулировали Арима и Якелло [6], опираясь на методы теории групп. Они ввели бозоны двух типов: *s*-бозоны с $J = 0$ и *d*-бозоны с $J = 2$ (d_μ , $\mu = 0, \pm 1, \pm 2$), которые взаимодействуют между собой и друг с другом через одно- и двухчастичные взаимодействия. Они предположили, что 0^+ - и 2^+ -нуклонные пары играют доминирующую роль в описании коллективных квадрупольных состояний, т. е. *s*- и *d*-бозонные степени свободы связаны с возбуждениями с $J^\pi = 0^+$ и $J^\pi = 2^+$ пар фермионов. Поэтому в МВБ сохраняется полное число бозонов

$$N = N_s + N_d = s^+s + \sum_{\mu} d_{\mu}^{\dagger}d_{\mu}, \quad (35)$$

равное половине числа валентных нуклонов. В первоначальном и наиболее распространенном варианте модели МВБ-1 имеется один сорт бозонов и нет отдельных протонных и нейтронных бозонов, как в МВБ-2.

Вместе *s*- и *d*-бозоны имеют шесть компонент и поэтому определяют шестимерное пространство, что ведет к описанию в терминах группы $SU(6)$. Для построения полного базиса находят инвариантные подгруппы $SU(6)$. Используются следующие цепочки подгрупп:

$$\begin{aligned} SU(6) &\supset SU(5) \supset O(5) \supset O(3); \\ SU(6) &\supset SU(3) \supset O(3); \\ SU(6) &\supset O(6) \supset O(5) \supset O(3). \end{aligned}$$

Ограничимся рассмотрением деформированных ядер и для *sd* МВБ-1 гамильтониан запишем в виде

$$H_{sd} = a_0 P^+ \cdot P + a_1 L_d \cdot L_d + a_2 Q_d \cdot Q_d, \quad (36)$$

где

$$\left. \begin{aligned} P &= \frac{1}{2} [(\tilde{d} \cdot \tilde{d}) - s \cdot s], \quad L_d = \sqrt{10} (d^+ \times \tilde{d})^{(1)}, \\ Q_d &= (s^+ \times \tilde{d} + d^+ \times s)^{(2)} + \chi (d^+ \times \tilde{d})^{(2)}, \quad \tilde{d}_{\mu} = (-1)^{\mu} d_{-\mu}, \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

Тензорное произведение обозначено $(d^+ \times \tilde{d})^{(J)}$, скалярное — $(\tilde{d} \cdot \tilde{d})$. Здесь a_0, a_1, a_2 и χ — феноменологические параметры. Оператор $E2$ -перехода имеет вид

$$\mathfrak{M}(E2, \mu) = \tilde{e} \{ [(d^+ \times s) + (s^+ \times \tilde{d})]^{2\mu} + \chi' (d^+ \times \tilde{d})^{2\mu} \}, \quad (38)$$

где \tilde{e} — эффективный заряд, а параметр χ' приходится брать отличным от χ .

Для аксиально-симметричного четно-четного деформированного ядра внутренняя волновая функция невозмущенного основного состояния имеет вид

$$|g\rangle = (N!)^{-1/2} (b^+)^N |0\rangle, \quad b^+ = (1 + \beta^2)^{-1/2} (s^+ + \beta d_0^+), \quad (39)$$

$|0\rangle$ — бозонный вакуум. В гармоническом приближении имеется два типа возбуждений, имеющих симметрию β - и γ -вибраций и определенных квантовыми числами n_β и n_γ . Их волновые функции [см. (25)] имеют следующий вид:

для состояния с $K_v^\pi = 0_1^+$ и $n_\beta = 1$

$$|n_\beta = 1\rangle = [(N-1)!]^{-1/2} b_\beta^+ (b^+)^{N-1} |0\rangle; \quad (40)$$

для состояния с $K_v^\pi = 2_1^+$ и $n_\gamma = 1$

$$|n_\gamma = 1\rangle = [(N-1)!]^{-1/2} d_2^+ (b^+)^{N-1} |0\rangle, \quad (40')$$

где

$$b_\beta^+ = (1 + \beta^2)^{-1/2} (-\beta s^+ + d_0^+),$$

обычно полагают $\beta = 1,24$. Другие возбужденные состояния характеризуются так: $K_v^\pi = 4_1^+$ как $n_\gamma = 2$, $K_v^\pi = 2_2^+$ как $n_\gamma = 1$, $n_\beta = 1$; $K_v^\pi = 0_2^+$ и 0_3^+ как $n_\beta = 2$ и $n_\gamma = 2$ и т. д.

В общем случае при учете взаимодействий между бозонами волновая функция имеет вид

$$|K^\pi \nu\rangle = \sum_{N_d N_\beta} C_{N_d N_\beta}^{K_v^\pi} (d_2^+)_{K_d}^{N_d} (b_\beta^+)^{N_\beta} (b^+)^{N-N_d-N_\beta} |0\rangle, \quad (41)$$

где $N \geq N_d + N_\beta$. Поскольку в хорошо деформированных ядрах антигармоничность колебаний не очень велика, волновая функция (41) имеет одну доминирующую компоненту — однобозонную или двухбозонную.

В sd МВБ получено (см., например, [71]) хорошее описание ротационных полос, построенных на основном, β - и γ -вибрационных состояниях, и $E2$ -переходов между ними. Это несомненный успех МВБ.

sdg МВБ. Противоречия с экспериментальными данными по состояниям, лежащим выше β - и γ -вибрационных состояний, а также необходимость описания $K^\pi = 3^+$ -состояний привели к усовершенствованию sd МВБ. Наряду с s - и d -бозонами введен g -бозон с $J = 4$. Введение g -бозона проходило по двум направлениям: 1) ренормализации

зация бозонного гамильтониана без явного введения g -бозона [26], 2) явное введение g -бозона [27—29]. При явном введении g -бозона, т. е. в sdg МВБ, в деформированных ядрах появляются по сравнению с sd МВБ состояния с доминирующими однобозонными компонентами с K^π , равными 1^+ , 3^+ и 4^+ и дополнительные состояния с $K^\pi = 0^+$ и 2^+ . Имеется возможность рассчитывать $E4$ -переходы. В варианте sdg МВБ, предложенном в [27], при вычислении уровней ^{168}Er предсказан уровень с $K^\pi = 1_1^+$ с небольшой энергией, который не наблюдается экспериментально. Последовательная трактовка sdg МВБ дана в [28, 29].

Гамильтониан sdg МВБ имеет вид

$$H_{sdg} = a_0 P^+ \cdot P + \varepsilon_g g^+ \cdot \tilde{g} + \kappa Q^{(2)} \cdot Q^{(2)} + \kappa' L^{(1)} \cdot L^{(1)}, \quad (42)$$

где

$$Q^{(2)} = Q_d + \frac{9}{7} (d^+ \times \tilde{g} + g^+ \times \tilde{d})^{(2)} - \frac{3}{14} \sqrt{55} (g^+ \times \tilde{g})^{(2)};$$

$$L^{(1)} = L_d + \sqrt{60} (g^+ \times \tilde{g})^{(1)}.$$

Операторы $E2$ - и $E4$ -переходов равны:

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}(E2, \mu) = & e_1 [(d^+ \times s) + (s^+ \times \tilde{d})]^{2\mu} + e_2 (d^+ \times \tilde{d})^{2\mu} + \\ & + e_3 [(d^+ \times \tilde{g}) + (g^+ \times \tilde{d})]^{2\mu} + e_4 (g^+ \times \tilde{g})^{2\mu}; \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \mathfrak{M}(E4, \mu) = & e_{04} [(s^+ \times \tilde{g}) + (g^+ \times s)]^{4\mu} + e_{22} (d^+ \times \tilde{d})^{4\mu} + \\ & + e_{24} [(d^+ \times \tilde{g}) + (g^+ \times \tilde{d})]^{4\mu} + e_{44} (g^+ \times \tilde{g})^{4\mu}; \end{aligned} \quad (44)$$

$$N = N_s + N_d + N_g.$$

В гармоническом приближении волновые функции имеют следующий вид [29]:

основного состояния

$$|g\rangle = \frac{1}{\sqrt{N!}} (\Sigma^+)^N |0\rangle; \quad (45)$$

однобозонных состояний

$$\left. \begin{aligned} |\gamma\rangle &\approx \Pi_2^+ (\Sigma^+)^{N-1} |0\rangle, \\ |\beta\rangle &\approx \Pi_0^+ (\Sigma^+)^{N-1} |0\rangle, \\ |2_2^+\rangle &\approx \Gamma_2^+ (\Sigma^+)^{N-1} |0\rangle, \\ |0_2^+\rangle &\approx \Gamma_0^+ (\Sigma^+)^{N-1} |0\rangle, \\ |4_1^+\rangle &\approx \Gamma_4^+ (\Sigma^+)^{N-1} |0\rangle; \end{aligned} \right\} \quad (46)$$

ДВУХБОЗОННЫХ СОСТОЯНИЙ

$$\left. \begin{aligned} |2^+\rangle &\approx \Pi_2^+ \Pi_0^+ (\Sigma^+)^{N-2} |0\rangle, \\ |0^+\rangle &\approx (\Pi_0^+)^2 (\Sigma^+)^{N-2} |0\rangle, \\ |4^+\rangle &\approx (\Pi_2^+)^2 (\Sigma^+)^{N-2} |0\rangle, \\ |0^+\rangle &\approx (\Pi_2^+)^2 (\Sigma^+)^{N-2} |0\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (47)$$

где

$$\left. \begin{aligned} \Sigma^+ &= 5^{-1/2} s^+ + 2 \cdot 7^{-1/2} d_0^+ + 2 \sqrt{2} 35^{-1/2} g_0^+; \\ \Pi_0^+ &= 2 \cdot 15^{-1/2} s^+ + 21^{-1/2} d_0^+ - 2 \sqrt{6} 35^{-1/2} g_0^+; \\ \Pi_2^+ &= 7^{-1/2} d_2^+ + \sqrt{6} 7^{-1/2} g_2^+; \\ \Gamma_0^+ &= 2 \sqrt{\frac{2}{15}} s^+ - 2 \sqrt{\frac{2}{21}} d_0^+ + \sqrt{\frac{3}{35}} g_0^+; \\ \Gamma_2^+ &= \sqrt{\frac{6}{7}} d_2^+ - \sqrt{\frac{1}{7}} g_2^+; \\ \Gamma_4^+ &= g_4^+. \end{aligned} \right\} \quad (47')$$

К ним следует добавить однобозонные состояния с $K^\pi = 1^+$ и $K^\pi = 3^+$. Можно построить волновую функцию по типу (41) при учете взаимодействий между бозонами.

В рамках sdg МВБ устранил [28, 30] ряд противоречий при описании ^{168}Er , описаны [31] энергии коллективных уровней в ^{178}Hf и ^{234}U , рассчитано [32] распределение $E4$ -силы в ^{150}Nd и ^{156}Gd и выполнен ряд других расчетов.

sdj МВБ. sd МВБ и sdg МВБ не могут описать состояния с отрицательной четностью. Для описания коллективных октупольных состояний в [33] введен дополнительно f -бозон с $J = 3$. Детальное изложение sdj МВБ дано в [34].

Гамильтониан sdj МВБ имеет вид

$$H_{sdj} = H_{sd} + \varepsilon_f (f^+ \times \tilde{f}) + a_3 5 (\tilde{d}^+ \times \tilde{f})^{(3)} (f^+ \times \tilde{d})^{(3)} + a_4 L_d \cdot L_f + a_5 Q_d \cdot Q_f, \quad (48)$$

где

$$L_f = 2 \sqrt{7} (f^+ \times \tilde{f})^{(4)}; \quad Q_f = -2 \sqrt{7} (f^+ \times \tilde{f})^{(2)}.$$

Оператор $E3$ -перехода равен

$$\mathfrak{M}(E3, \mu) = e_3 \{[(s^+ \times \tilde{f}) + (f^+ \times s)]^{3\mu} + \chi_3 [(d^+ \times \tilde{f}) + (f^+ \times \tilde{d})]^{3\mu}\}. \quad (49)$$

Здесь $N = N_s + N_d + N_f$, причем $N_f = 0$ или 1 . В гармоническом приближении волновые функции однобозонных состояний с $K^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$ и 3^- имеют вид ($K \equiv \mu$):

$$|K^\pi\rangle = [(N-1)!]^{-1/2} f_\mu^+ (b^+)^{N-1} |0\rangle. \quad (50)$$

Зависимость энергий возбужденных состояний с отрицательной четностью и ротационных полос на них от параметров гамильтониана (48) исследована в [34]. Изучена также зависимость этих полос от рассчитанных энергий 0_1^+ - и 2_1^+ -состояний *sd*-сердцевин. В [34] выполнены расчеты октупольных состояний девяти ядер от ^{154}Sm до ^{182}W . Утверждается, что три или четыре параметра необходимо, чтобы описать энергии состояний с отрицательной четностью. Два параметра необходимо для определения $B(E3)$ -величин, причем один параметр был взят постоянным. В [34] утверждается, что ввиду того что параметры меняются от ядра к ядру и тенденции этих изменений не просты, то нельзя сделать предсказания для ядер, для которых нет соответствующих экспериментальных данных. Различные версии *sd*f МВБ были использованы для описания ротационных полос с отрицательной четностью, например, в ^{156}Gd [35] и ^{168}Er [36].

Отметим, что для более последовательного описания состояний отрицательной четности в [37, 38] вводится *p*-бозон с $J = 1$ и исследование выполняется в *spdf* МВБ. В *spdf* МВБ в [39] получено описание ротационных полос на состояниях $K^\pi = 0^+$ и 0^- в четно-четных изотопах Th.

Другие модификации МВБ. Версия МВБ-2 широко используется в описании деформированных ядер. В [40] введен *F*-спин и изучаются состояния смешанной симметрии. Большой успех МВБ-2 связан с описанием $K^\pi = 1^+$ -состояний с энергией около 3 МэВ и большими значениями $B(M1)$ -величин. Отметим, что эти 1^+ -состояния и *M1*-переходы правильно описаны в [41] в RPA с аксиально-симметричным деформированным потенциалом Вудса — Саксона. В дальнейшем эти состояния обсуждаться не будут. Большой интерес представляют изовекторные низколежащие коллективные состояния. Имеются попытки трактовать $K_v^\pi = 2_2^+$ -состояние в ^{154}Sm [42] и $K_v^\pi = 0_2^+$ в ^{156}Gd [43] в рамках МВБ-2 как состояния смешанной симметрии. Однако экспериментальные данные по таким состояниям слишком скудны, чтобы на их основе проводить сравнение двух моделей. Большинство расчетов в МВБ-2 (см. [44, 45]) ограничены описанием ротационных полос, построенных на основном, β - и γ -вибрационных состояниях и *E2*- и *M1*-переходах между ними. Поэтому нет возможности провести сравнение с расчетами в КФМЯ, так как различия в описаниях имеются для более высоких возбужденных состояний. В расчетах [27] ^{168}Er в МВБ-2 получено восемь ротационных полос, основания которых лежат ниже 2 МэВ. Они не наблюдаются на эксперименте.

Отметим, что универсальное описание коллективности в тяжелых ядрах получено в [46, 47] и других работах в терминах параметра $P = N_p N_n / (N_p + N_n)$, который характеризует числа валентных протонов N_p и валентных нейтронов N_n , взаимодействующих между собой. Важная роль $n - p$ -взаимодействий проявляется прежде всего в глобальных ядерных свойствах, например в моментах инерции. Их роль одна и та же в основных и многих возбужденных состояниях.

В ряде работ проводятся дальнейшие модификации МВБ. Так, в [48] sd МВБ дополнена введением s' -, d' - и g -бозонов и описаны энергии и $B(E2)$ -величины в четно-четных изотопах Gd. Для описания бакбендинга в [49] один из бозонов в МВБ-2 заменен нуклонной парой, а в [50] при расчетах четно-четных изотопов Dy использована МВБ-1 плюс двухквазичастичная пара.

3. КАРДИНАЛЬНЫЕ РАЗЛИЧИЯ МЕЖДУ МВБ И МИКРОСКОПИЧЕСКИМИ МОДЕЛЯМИ

Суть кардинальных различий. Сравнение описания неротационных состояний четно-четных деформированных ядер в феноменологической МВБ с микроскопическими моделями возможно потому, что идеальные бозоны в МВБ могут быть представлены в виде ряда по фермионным парам, т. е. имеется связь бозонов с микроскопической фермионной структурой. Важную роль в МВБ играет число валентных нуклонов N , благодаря которому результаты расчета привязаны к конкретному ядру и сопоставление спектров различных ядер становится естественным. В МВБ описываются реакции передачи двух нуклонов типа (t, p) или (p, t) , т. е. связь одного ядра с другим. Немаловажно и то, что в феноменологической МВБ и микроскопических моделях описываются одни и те же неротационные возбужденные состояния.

Имеются два кардинальных различия МВБ со многими микроскопическими моделями, как RPA и ее модификациями, как теория конечных ферми систем [51], как теория ядерных полей [52], как КФМЯ и др.

Первое отличие. В МВБ выделяется подпространство коллективных состояний, которое составляет очень малую часть полного пространства двухквазичастичных состояний. А именно: входит только та часть, которая содержится в s -, d - и f -бозонах, или в s_{p^-} -, d_{p^-} и s_{n^-} -, d_{n^-} -бозонах. При введении g -бозона происходит расширение пространства двухквазичастичных состояний с $K^\pi = 0^+$ и $K^\pi = 2^+$ и дополнительный учет подпространства с $K^\pi = 1^+$, 3^+ и 4^+ . Введение s' - и d' -бозонов также расширяет пространство двухквазичастичных состояний.

В микроскопических моделях используется большое, достаточно полное пространство двухквазичастичных состояний типа частица — дырка. В ряде микроскопических моделей учитывается также про-

странство состояний типа частица — частица и дырка — дырка. Полнота используемого пространства двухквазичастичных состояний, необходимая при описании гигантских резонансов, контролируется выполнением безмодельных и модельных правил сумм.

Сильная сторона МВБ состоит в частичном учете многоквазичастичных компонент волновых функций, поскольку оператор бозона представляется в виде ряда по фермионным парам. В микроскопических моделях учет $2p - 2h$ - и тем более $3p - 3h$ -конфигураций связан с большими трудностями.

Второе отличие. Выделение подпространства коллективных состояний в МВБ разрывает связь с другими коллективными состояниями, например с состояниями, формирующими гигантские резонансы, а также с большим числом слабоколлективных и двухквазичастичных состояний. Следует иметь в виду, что выделение коллективных состояний неоднозначно из-за отсутствия четкой грани между сильноколлективными и несколько менее коллективными состояниями. Включение в МВБ ряда слабоколлективных состояний при введении g -, s' -, d' -бозонов уменьшает привлекательность модели, так как много других невключенных слабоколлективных состояний.

С ростом энергии возбуждения возрастает плотность состояний и усложняется их структура. Происходит фрагментация (распределение силы) простых одноквазичастичных или однофононных состояний по многим ядерным уровням. Ответственность за фрагментацию несет связь коллективных и неколлективных движений или взаимодействие квазичастиц с фононами [53, 54]. Эта связь в той или иной мере учитывается в микроскопических моделях и, как правило, отсутствует в МВБ. Тем самым МВБ оказывается бессильной в описании важнейшего свойства ядер — усложнения структуры состояний с ростом энергии возбуждения. Кроме того, учет в МВБ слабоколлективных и двухквазичастичных состояний носит искусственный характер и поэтому сопровождается появлением большого числа новых параметров.

Конкретные основные различия между КФМЯ и МВБ. Кардинальные различия между КФМЯ и МВБ в описании ряда неротационных состояний четно-четных деформированных ядер можно представить достаточно конкретно и поэтому сформулировать пути экспериментальной проверки этого различия. Возможность формулировки конкретных различий обусловлена тем, что волновые функции неротационных состояний с энергиями возбуждения до 2,5 МэВ в обеих моделях имеют по одной доминирующей компоненте. И кардинальные различия — это различные доминирующие компоненты в КФМЯ и МВБ, на которые впервые обращено внимание в [55] и которые детально обсуждены в [56—58].

Схематически доминирующие компоненты волновых функций в КФМЯ, в sd МВБ и sdg МВБ для состояний с $K_v^\pi = 0_1^+, 0_2^+, 0_3^+, 0_4^+, 2_1^+, 2_2^+, 2_3^+, 2_4^+, 2_5^+, 4_1^+$, и 4_2^+ представлены на рис. 1. В КФМЯ волно-

вая функция (18) имеет одну доминирующую однофононную компоненту $\lambda\mu i$. В sd МВБ имеются доминирующие однобозонные с $n_\gamma = 1$ и $n_\beta = 1$, двухбозонные с $\{n_\gamma = 1, n_\beta = 1\}$, $n_\gamma = 2$ и $n_\beta = 2$ и трехбозонные с $\{n_\gamma = 2, n_\beta = 1\}$, $n_\gamma = 3$, $n_\beta = 3$ и др. В sdg МВБ доминирующие компоненты изображены через операторы однобозонных состояний (46) и двухбозонных состояний (47), порядок этих состояний может быть отличным от данного на рис. 1.

225	$\frac{2_5^+}{}$		$\pi_2^+ (\pi_0^+)^2$
224	$\frac{2_4^+}{}$		$(\pi_2^+)^3$
442	$\frac{4_2^+}{}$	$n_\gamma = 2, n_\beta = 1$	Γ_4^+
204	$\frac{0_4^+}{}$	$n_\beta = 3$	Γ_0^+
223	$\frac{2_3^+}{}$	$n_\gamma = 3$	Γ_2^+
203	$\frac{0_3^+}{}$	$n_\beta = 2$	$(\pi_0^+)^2$
441	$\frac{4_1^+}{}$	$n_\gamma = 2$	$(\pi_2^+)^2$
202	$\frac{0_2^+}{}$	$n_\gamma = 2$	$(\pi_2^+)^2$
222	$\frac{2_2^+}{}$	$n_\gamma = 1, n_\beta = 1$	$\pi_2^+ \pi_0^+$
201	$\frac{0_1^+}{}$	$n_\beta = 1$	π_0^+
221	$\frac{2_1^+}{}$	$n_\gamma = 1$	π_2^+
$\lambda\mu i$			
КФМЯ	K_ν^π	sd МВБ	sdg МВБ

Рис. 1. Схема доминирующих компонент волновых функций неротационных состояний с $K^\pi = 0^+, 2^+$ и 4^+ в КФМЯ, sd МВБ и sdg МВБ

Волновые функции γ -вибрационного с $K_\nu^\pi = 2_1^+$ и β -вибрационного с $K_\nu^\pi = 0_1^+$ состояний имеют доминирующую однобозонную или однофононную компоненты. Поэтому нет существенного различия в описании этих состояний в КФМЯ, sd МВБ и sdg МВБ.

Волновые функции состояний с $K_\nu^\pi = 2_2^+, 0_2^+, 4_1^+$ и 0_3^+ в КФМЯ имеют по одной доминирующей однофононной компоненте, в sd МВБ и sdg МВБ по одной доминирующей двухбозонной компоненте. Здесь КФМЯ и МВБ дают кардинальное различие в структуре этих состояний. Такое же различие между КФМЯ и sd МВБ имеет место

для состояний с $K_{\nu}^{\pi} = 2_3^+, 0_4^+$ и 4_2^+ , так как их волновые функции имеют доминирующие однофононные компоненты в КФМЯ и трехбозонные в sd МВБ.

В sdg МВБ волновая функция состояния $K_{\nu}^{\pi} = 4_2^+$ имеет доминирующую однобозонную компоненту, а волновые функции состояний $K_{\nu}^{\pi} = 2_3^+$ и 0_4^+ состоят из комбинации однобозонных операторов. Кардинального различия с КФМЯ нет. Существенное различие состоит в том, что волновая функция однофононного состояния, например, $\lambda_{\mu i} = 223$ по вкладу различных двухквазичастичных компонент в ее нормировку может сильно отличаться от волновых функций однофононных состояний 221 и 222. В sdg МВБ операторы Γ_2^+ и Π_2^+ выражены через операторы d_2^+ и g_2^+ с фиксированными весами. Это также относится к состоянию $K_{\nu}^{\pi} = 0_4^+$.

В волновых функциях состояний, приведенных на рис. 1, кроме доминирующих имеются также другие компоненты. Так, согласно расчетам [22] в КФМЯ, примеси двухфононных компонент в нормировке волновых функций этих состояний равны (1—3) % и нигде не превышают 10 %. В отдельных случаях близких энергий состояний с фиксированным значением K^{π} имеет место смесь компонент $\lambda_{\mu i_K}$ и $\lambda_{\mu i_{K+1}}$.

В sd МВБ взаимодействие между бозонами приводит к волновой функции вида (41). Из-за взаимодействия часть однобозонной силы перемещается из состояния 2_1^+ в состояние 2_2^+ и из 0_1^+ в 0_2^+ . В sdg МВБ из-за взаимодействия между бозонами часть однобозонной силы переместится из состояний 2_1^+ и 2_3^+ в состояние 2_2^+ , из 0_1^+ и 0_4^+ в 0_2^+ и 0_3^+ и из состояния 4_2^+ в состояние 4_1^+ .

Кардинальное различие между КФМЯ и МВБ имеется по отношению к коллективным двухфононным состояниям в деформированных ядрах. Учет принципа Паули в двухфононных компонентах волновой функции (28) приводит к тому, что центроиды энергий двухфононных состояний смещены в сторону более высоких энергий. Согласно расчетам [13, 22], в КФМЯ центроиды энергий превосходят 2,5 МэВ. При энергиях возбуждения выше 2,5 МэВ двухфононные состояния должны быть фрагментированы по многим уровням. Поэтому в [13] сделан вывод об отсутствии коллективных двухфононных состояний в деформированных ядрах.

В sd и sdg МВБ должны быть состояния с доминирующими двухбозонными компонентами в их волновых функциях. Параметры МВБ можно подобрать так, чтобы правильно описать энергию 2_1^+ -состояния, $B(E2)$ - и $B(E4)$ -величины и значительное отклонение энергии состояния $K_{\nu}^{\pi} = 4_1^+$ от удвоенной энергии 2_1^+ -состояния. Тем не менее двухфононная компонента в волновой функции 4_1^+ -состояния остается доминирующей. Если будет доказано экспериментально отсутствие двухфононных коллективных состояний в деформированных ядрах, то это потребует коренной модификации МВБ.

Экспериментальное выявление кардинальных различий в структуре неротационных состояний. Следует ответить на вопрос, как отличить состояния, волновые функции которых имеют доминирующие однофононные компоненты, от состояний с доминирующими двухбозонными компонентами. Рассмотрим неупругое рассеяние электронов, протонов, α -частиц и тяжелых ионов, реакции однонуклонных передач и разрешенный незамедленный α или β -распад.

Если состояния с $K_{\nu}^{\pi} = 2_2^+, 0_2^+$ и 4_1^+ являются коллективными и имеют большие $B(E2)$ -величины, то их можно отличить от двухбозонных. Двухбозонные состояния возбуждаются двухступенчато и сечения их возбуждения малы. Во многих случаях состояния с $K_{\nu}^{\pi} = 2_2^+, 0_2^+$ и 4_1^+ не являются коллективными и для них $B(E2)$ - и $B(E4)$ -величины невелики. Поэтому по неупругому рассеянию можно отличить только достаточно коллективные однофононные состояния от состояний с доминирующими двухбозонными компонентами.

В реакциях однонуклонных передач проявляются вполне определенные большие двухквaziчастичные компоненты однофононных волновых функций. Они, в свою очередь, однозначно определяют существование большой однофононной компоненты волновой функции (28). Сечения реакций однонуклонных передач с возбуждением двухбозонных состояний малы. Именно реакции однонуклонных передач в случаях, где имеются соответствующие большие двухквaziчастичные компоненты, позволяют четко различить состояния с доминирующими однофононными компонентами от состояний с доминирующими двухбозонными компонентами.

В деформированных ядрах в области $150 < A < 190$ имеется два α или β -перехода между состояниями $p\ 523 \uparrow \rightleftharpoons n523 \downarrow$ и $p514 \uparrow \rightleftharpoons n514 \downarrow$. В случае α или β -распада можно однозначно различить переход на однофононные состояния от перехода на двухфононное состояние. Если одно из одночастичных состояний матричного элемента α или β -перехода относится к нечетно-нечетному ядру, то α или β -распад идет на ту компоненту однофононной части волновой функции (18), которая содержит одноквaziчастичное состояние, входящее в матричный элемент α или β -распада, а второе одноквaziчастичное состояние относится к неучаствующему в β -распаде состоянию нечетно-нечетного ядра. Если двухквaziчастичное состояние нечетно-нечетного ядра не содержит одночастичного состояния, входящего в матричный элемент α или β -распада, то α или β -распад идет на четырехквaziчастичную компоненту, принадлежащую двухфононному состоянию. Таков, например, α или β -распад с $\lg ft = 5,0$ состояния с $K^{\pi} = 5^+ p411 \uparrow + n633 \downarrow$ ^{164}Tb на состояние с $K_{\nu}^{\pi} = 4_2^{+164}\text{Du}$ с энергией 2,313 МэВ и структурой $nn\ (633 \uparrow + 523 \downarrow) \cdot 1,0 - pp\ (413 \uparrow - 411 \uparrow) \cdot 0,73$, рассчитанный в [59].

Из-за взаимодействия между бозонами волновые функции состояний с $K_{\nu}^{\pi} = 2_2^+, 0_2^+, 4_1^+$ и 0_3^+ на рис. 1 содержат примеси однобозонных компонент. В sdg МВБ состояния с $K_{\nu}^{\pi} = 2_3^+, 0_4^+$ и 4_2^+ имеют домини-

рующие однобозонные компоненты. Встает вопрос, можно ли экспериментально показать, какая из двух моделей, КФМЯ или *sdg* МВБ, более правильно описывает структуру этих состояний. Результаты измерений реакций однонуклонных передач, аи β -распадов и неупругого рассеяния в отдельных случаях дают возможность положительно ответить на этот вопрос.

Волновые функции однофононных состояний $\lambda\mu_i$ состоят из разных двухквазичастичных компонент. Одни состояния с фиксированными $\lambda\mu$ или K^π могут, например, возбуждаться в реакции ($t\alpha$), другие в (dp), третьи в обеих реакциях, четвертые ни в одной из них, а в аи β -распаде и т. п. В результате расчетов в КФМЯ находится вклад однофононной компоненты в нормировку (19) волновой функции (28), а также вклад определенных двухквазичастичных компонент в нормировку (23') волновой функции однофононного состояния (23). В результате расчетов находятся спектроскопические факторы реакций однонуклонных передач и интенсивности аи β -распадов.

В *sdg* МВБ операторы Π_0^+ , Π_2^+ , Γ_0^+ , Γ_2^+ и Γ_4^+ состоят из комбинации операторов s^+ , d^+ и g^+ с вполне определенными весами. Эти веса определяют строгие правила отбора для реакций однонуклонных передач и аи β -распадов. Так, если, например, состояния 0_1^+ и 2_1^+ сильно возбуждаются в реакции (dp) и не возбуждаются в реакции ($t\alpha$), то состояния 0_4^+ и 2_3^+ с доминирующими компонентами, данными на рис. 1, также должны возбуждаться в реакции (dp) и не возбуждаться в реакции ($t\alpha$). Состояния 2_2^+ , 0_2^+ и 0_3^+ не должны возбуждаться в реакции ($t\alpha$), но могут возбуждаться в реакции (dp), так как из-за взаимодействия между бозонами часть однобозонной силы переместится на эти состояния.

Проиллюстрируем возможности возбуждения состояний в реакциях однонуклонных передач и аи β -распадах в *sdg* МВБ и КФМЯ на примере пяти состояний $K^\pi = 2^+$, данных на рис. 2. Доминирующие компоненты волновых функций этих пяти 2^+ -состояний даны на рис. 1. Возможные возбуждения этих состояний в *sdg* МВБ и КФМЯ схематически представлены на рис. 2. Рассмотрим реакцию ($t\alpha$). Если сильно возбуждается 2_1^+ -состояние, то согласно *sdg* МВБ должно сильно возбуждаться 2_3^+ -состояние и может слабо возбуждаться 2_2^+ -состояние. Согласно КФМЯ могут сильно возбуждаться 2_1^- , 2_4^- и 2_5^- и не возбуждаться 2_2^- и 2_3^- -состояния. В КФМЯ может, например, в (dp)-реакции возбуждаться 2_5^+ -состояние и не возбуждаться первые четыре 2^+ -состояния, а в реакциях (dt) возбуждаться все пять 2^+ -состояний. В *sdg* МВБ если, например, в реакции (dt) не возбуждается 2_1^+ -состояние, то не должны возбуждаться остальные 2^+ -состояния. Не может возбуждаться в (dp) состояние 2_5^+ , если не возбуждаются в (dp) состояния 2_1^+ и 2_3^+ . Сходные правила отбора имеют место для аи β -переходов. Так, если значение $\lg ft$ мало для перехода на 2_1^+ -состояние, то согласно *sdg* МВБ оно должно быть невелико для перехода на 2_3^+ -состояние. В КФМЯ

малые значения $lg ft$ могут быть для au β -переходов, например, на 2_1^+ , 2_4^+ к 2_5^+ -состояния.

Возможность описания в КФМЯ такого возбуждения пяти 2^+ -состояний, которое проиллюстрировано на рис. 2, имеет место в слу-

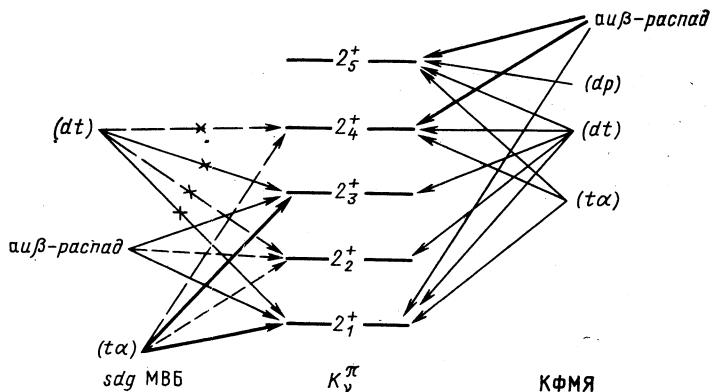


Рис. 2. Схема возбуждения состояний $K^\pi = 2^+$ в реакциях однонуклонных передач и au β -распаде в КФМЯ и sdg МВБ: жирные стрелки — интенсивные переходы, тонкие и штриховые стрелки — слабые и очень слабые переходы, перечеркнутые стрелки — запрещенные переходы

чае ^{168}Er . Результаты расчетов энергии и структуры пяти 2^+ -состояний в ^{168}Er , выполненных в [22], и экспериментальные данные из [60, 61] представлены в табл. 1. В таблице даны рассчитанные вклады (в %) однофононных компонент $22i$, $i = 1, 2, 3, 4, 5$, в нормировку (29) волновых функций (28) для пяти первых 2^+ -состояний. Для каждого фона $22i$ дан вклад (в %) наибольших двухквazi-частичных компонент в нормировку их волновых функций. Из экс-

периментальных данных [60] по $(t\alpha)$ -реакции следует, что двухквazi-протонное состояние $pp\ 411 \uparrow + 411 \downarrow$ с большим весом входит в волновые функции 2_1^+ - и 2_4^+ -состояний и с заметным весом в 2_5^+ -состояние. Согласно расчетам [22], вклад $pp411 \uparrow + 411 \downarrow$ велик в 2_1^+ - и 2_4^+ -состояния и значителен в 2_3^+ - и 2_5^+ -состояния. В au β -распаде из состояния с $K^\pi = 3^+$ с конфигурацией $p523 \uparrow - n521 \downarrow$ ^{168}Ho проявляется распределение силы двухквazi-нейтронного состояния $nn523 \downarrow - 521 \downarrow$, которое наблюдается в 2_1^+ -состоянии, его вклад велик в состояниях 2_4^+ и 2_5^+ и очень мал в 2_2^+ и 2_3^+ . Распределение силы состояния $nn523 \downarrow - 521 \downarrow$ среди первых пяти 2^+ -состояний достаточно хорошо описывается в КФМЯ. Из таблицы видно, что особенности возбуждения 2^+ -состояний в $(t\alpha)$ -реакции и au β -распаде, проиллюстрированные на рис. 2, качественно правильно описаны в КФМЯ. Согласно расчетам все пять 2^+ -состояний могут возбуж-

Таблица 1. $K^{\pi}=2^{+}$ -состояния в ^{168}Er

K^{π}_{ν}	Эксперимент		Расчеты в КФМЯ	
	ξ , МэВ	Структура	ξ , МэВ	Структура
2^{+}_1	0,821	$\vec{(\alpha)}$: $pp413\downarrow - 411\downarrow$ 50% $pp411\uparrow + 411\downarrow$ 37% $\lg ft = 5,2; nn523\downarrow - 521\downarrow$ значительна	0,8	221: 96% 221: $pp413\downarrow - 411\downarrow$ 36% $pp411\uparrow + 411\downarrow$ 30% $nn523\downarrow - 521\downarrow$ 18% $nn521\uparrow + 522\downarrow$ 18%
2^{+}_2	1,848	$\lg ft = 6,1; nn523\downarrow - 521\downarrow$ мала	1,8	222: 98% 222: $nn512\uparrow - 521\downarrow$ 97% $pp411\uparrow + 411\downarrow$ 2%
2^{+}_3	1,930	$\lg ft = 6,2; nn523\downarrow - 521\downarrow$ мала	1,9	223: 94% 223: $nn521\uparrow + 521\downarrow$ 60% $pp411\uparrow + 411\downarrow$ 13% $nn523\downarrow - 521\downarrow$ 3%
2^{+}_4	2,193	$\vec{(\alpha)}$: $pp411\uparrow + 411\downarrow 20 \div 30\%$ $\lg ft = 4,8; nn523\downarrow - 521\downarrow$ велика	2,2	224: 98% 224: $nn523\downarrow - 521\downarrow$ 60% $pp411\uparrow + 411\downarrow$ 28% $nn521\uparrow + 521\downarrow$ 4%
2^{+}_5	2,425	$\vec{(\alpha)}$: $pp411\uparrow + 411\downarrow$ значительна $\lg ft = 4,6; nn523\downarrow - 521\downarrow$ велика	2,5	225: 97% 225: $nn633\uparrow - 651\uparrow$ 36% $pp411\uparrow + 411\downarrow$ 15% $nn523\downarrow - 521\downarrow$ 15% $nn521\uparrow + 521\downarrow$ 6%

даться в реакции $^{169}\text{Er} (dt) ^{168}\text{Er}$, но экспериментально осуществить ее очень трудно из-за недостаточно большого времени жизни ^{169}Er . Состояние 2^{+}_5 может быть наблюденно в (dp) -реакции.

В рамках sdg МВБ нельзя качественно правильно описать экспериментальные данные по возбуждению первых пяти 2^{+} -состояний в ^{168}Er в $\vec{(\alpha)}$ -реакции и α β -распаде. При описании структуры этих 2^{+} -состояний в ^{168}Er sdg МВБ проявляет свое бессилие. Не ясно, как можно модифицировать sdg МВБ, чтобы снять противоречия с экспериментальными данными по 2^{+} -состояниям в ^{168}Er .

Согласно расчетам [62], в sdg МВБ-2 энергии третьего 2^{+}_3 - и четвертого 2^{+}_4 -состояний равны 3,6 и 4,4 МэВ. Это означает, что даже в рамках sdg МВБ-2, в которой имеется дополнительная по сравнению с sdg МВБ-1 свобода, нет возможности описать все пять 2^{+} -состояний в ^{168}Er .

В отдельных случаях реакции неупругого рассеяния могут ответить на вопрос о правильности описания некоторых состояний в КФМЯ и sdg МВБ. Как известно, одной из причин введения g -бозона в [28] было описание в ^{168}Er состояния $K^{\pi}_{\nu} = 3^{+}$ и большой ан-

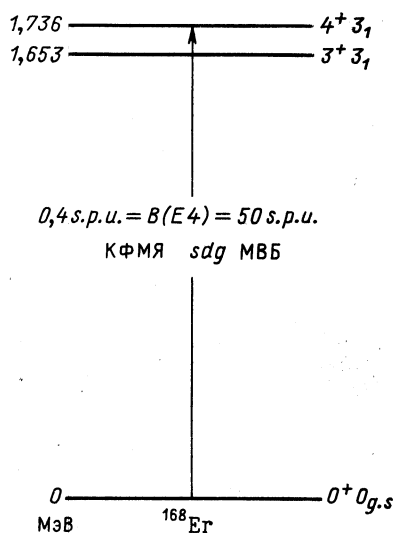


Рис. 3. Предсказания $B(E4)$ -величин для возбуждения $I^\pi K_\gamma = 4^+ 3_1$ -состояния ^{168}Er в КФМЯ [22] и *sdg* МВБ [28]

гармоничности 4^+ -состояния, которое трактовалось как двухбозонное. В [28] параметры модели выбраны так, чтобы правильно описать в ^{168}Er вероятности $E2$ -переходов между полосами, построенными на основном, 0^+ - и 2^+ -состояниях, и $B(E4)$ -величины для возбуждения $4^+ 0_1$, $4^+ 2_1$ - и $4^+ 4_1$ -состояний, экспериментальные данные для которых даны в [63]. В результате в [28] в *sdg* МВБ предсказана $B(E4)$ -величина для возбуждения $4^+ 3_1$ -состояния в ^{168}Er , равная 50,8 с.р.у. Согласно расчетам [22], в КФМЯ для возбуждения $4^+ 3_1$ -состояния ^{168}Er $B(E4) = 0,4$ с.р.у. Предсказания относительно возбуждения $4^+ 3_1$ -состояния в ^{168}Er показаны на рис. 3. Разница в предсказаниях КФМЯ и *sdg* МВБ составляет 100 раз, и такое большое различие должно быть замечено экспериментально.

4. СРАВНЕНИЕ ОПИСАНИЯ НИЗКОЛЕЖАЩИХ НЕРОТАЦИОННЫХ СОСТОЯНИЙ ДЕФОРМИРОВАННЫХ ЯДЕР В КФМЯ И МВБ

Структура неротационных состояний. Описание возбужденных неротационных состояний атомных ядер с помощью операторов квазичастиц и фононов является действенным. Оно учитывает наиболее важные степени свободы ядер, ответственные за ядерные возбуждения. Коллективные степени свободы проявляются в виде вибрационных состояний. Во всех ядрах имеются коллективные квадрупольные и октупольные низколежащие состояния и высоколежащие коллективные состояния — разного типа гигантские резонансы. Общая картина вибрационных состояний определяется симметрией равновесного основного состояния. В деформированных ядрах равновесная форма обладает аксиальной симметрией. Возбужденные состояния деформированных ядер отличаются от сферических богатством и разнообразием их свойств.

В КФМЯ единым образом описываются сильно- и слабоколлективные вибрационные состояния и двух- и многокварзичастичные состояния. Расчеты [22, 64, 65] в КФМЯ с волновой функцией (28) и уравнениями (29), (31) и (31') показали, что энергии и структура неротационных состояний четно-четных деформированных ядер определяются в основном одночастичными энергиями и волновыми функ-

циями потенциала Вудса — Саксона, монополярным спариванием и $p-h$ -изоскалярным мультиполярным взаимодействием. Мультиполярное $p-h$ -изовекторное взаимодействие, квадрупольное спаривание и мультиполярное $p-p$ -взаимодействие играют вспомогательную роль. Учет $p-p$ -взаимодействия несколько улучшает описание вибрационных состояний. Кроме того, оно делает более убедительным применение РРА для описания состояний с энергией, меньшей 1 МэВ.

Исследования [22, 64, 65] показали, что неротационные состояния с энергиями до 2,5 МэВ имеют доминирующие однофононные или двухквазичастичные компоненты. Для состояний с $K^\pi = 0^\pm, 1^-, 2^\pm, 3^\pm$ и 4^+ , с энергиями до 2 МэВ в нормировке волновой функции доминирующая однофононная компонента составляет более 90 %, вклад отдельной двухфононной компоненты не превышает 5 %. Малая ангармоничность — характерная черта низколежащих вибрационных состояний деформированных ядер.

Эффективность описания неротационных состояний в КФМЯ продемонстрируем на примере ^{178}Hf . Результаты расчетов [22, 66] и экспериментальные данные [67—69] для ^{178}Hf представлены в табл. 2. Даны $\lg ft$ и экспериментальные значения двухквазичастичных компонент для состояний $K_v^\pi = 8_1^-$ и 8_2^- , полученные в [70] из au β -распада, и двухквазинейтронные компоненты, через которые идут (dp) - и (dt) -реакции. $B(E\lambda)$ -величины даны в одночастичных единицах. Рассчитанная структура дана (в %) в виде вклада однофононных $\lambda\mu_i$ и двухфононных $\{\lambda_1\mu_1i_1, \lambda_2\mu_2i_2\}$ компонент в нормировку волновой функции (28). Для однофононных состояний приведен вклад двухквазинейтронных nn - и двухквазипротонных pp -компонент.

Обсудим данные табл. 2. Первое 2_1^+ -состояние является коллективным, двухквазинейтронная конфигурация $nn514\downarrow - 512\downarrow$ содержится в волновых функциях 2_1^+ - и 2_2^+ -состояний. Поэтому они хорошо возбуждаются в (dp) -реакциях. Эти свойства 2_1^+ - и 2_2^+ -состояний хорошо воспроизводят расчеты. В то же время вычисленная энергия 2_2^+ -состояния равна 2 МэВ, что обусловлено отсутствием двухквазичастичных полюсов с энергией, меньшей 2,2 МэВ. Если I^π - 2^+ -состояние с энергией 1,561 МэВ имеет $K = 2$, то это противоречит результатам расчетов. Это противоречие может быть обусловлено гексадекапольной деформацией $\beta_4 = -0,16$, данной в [71], тогда как наши расчеты выполнены при $\beta_4 = -0,03$.

Согласно расчетам, 3_1^+ -состояние в ^{178}Hf является коллективным, оно должно хорошо возбуждаться в (dp) -реакции, второе 3_2^+ -состояние — слабколлективизировано. Состояния 3_3^+ , 3_4^+ и 3_5^+ имеют энергии 2,2; 2,3 и 2,4 МэВ. В волновых функциях этих состояний имеется по одной доминирующей однофононной компоненте. Состояние 4_1^+ в ^{178}Hf является коллективным с доминирующей компонентой 441 в волновой функции, вклад двухфононной компоненты $\{221, 221\}$ равен 3 %. Экспериментальные данные [69] не дают свидетельства

Таблица 2. Неротационные состояния в ^{178}Hf

K_{ν}^{π}	Эксперимент		Расчеты в КФМЯ	
	$\tau_{1/2}$, МэВ [$B(E\lambda)$, с.р.у.]	Структура	$\tau_{1/2}$, МэВ [$B(E\lambda)$, с.р.у.]	Структура
8_1^-	1, 147	$\lg ft=4,7$: $pp404\downarrow+514\uparrow$ 34% $nn514\downarrow+624\uparrow$ 66%	1, 11	981 : 100% 981 : $pp404\downarrow+514\uparrow$ 25% $nn514\downarrow+624\uparrow$ 75%
2_1^+	1, 174 [3,9]	(dp): $nn514\downarrow-512\downarrow$	1, 12 [4, 1]	221 : 94% {221, 441} : 1% 221 : $nn514\downarrow-512\downarrow$ 29%; $nn512\uparrow-510\uparrow$ 32%
0_1^+	1, 199			
2_1^-	1, 260 [4,0]	(dt): $nn624\uparrow-512\uparrow$	1, 2 [2,0]	321 : 98% 321 : $nn624\uparrow-512\uparrow$ 86% $pp514\uparrow-402\uparrow$ 8%
1_1^-	1, 310		1, 4 [0,5]	311 : 89% 311 : $nn514\downarrow-624\uparrow$ 96%
0_2^+	1, 434			
0_3^+	1, 444			
8_2^-	1, 479	$\lg ft=4,7$: { $pp404\downarrow+513\uparrow$ 66% $nn514\downarrow+624\uparrow$ 34%}	1, 42	982 : 100% 982 : $pp404\downarrow+514\uparrow$ 75% $nn514\downarrow+624\uparrow$ 25%
4_1^+	1, 514	(dp): $nn514\downarrow+510\uparrow$	1, 5 [2,0]	441 : 94% {221, 221} 3% 441 : $nn514\downarrow+510\uparrow$ 60%: $nn512\uparrow+512\downarrow$ 23%
6_1^+	1, 554		1, 7	$nn512\uparrow+514\downarrow$ 100%
2_2^-	1, 568		1, 9 [0,8]	322 : 96% 322 : $pp514\uparrow-402\uparrow$ 88% $nn624\uparrow-512\uparrow$ 10%
5_1^-	1, 637		1, 8	551 : 100% 551 : $pp514\uparrow+411\downarrow$ 73%; $nn624\uparrow+521\downarrow$ 22%
3_1^+	1, 758	(dp): $nn514\downarrow-510\uparrow$	1, 8 [1,7]	431 : 99% 431 : $pp404\downarrow-411\downarrow$ 37% $nn514\downarrow-510\uparrow$ 21%
0_4^+	1, 772			
3_1^-	1, 803		1, 9 [4,0]	331 : 98% 331 : $nn615\uparrow-512\uparrow$ 45% $pp514\uparrow-411\uparrow$ 24%
2_2^+	1, 808	(dp): $nn514\downarrow-512\downarrow$	2, 0 [0,01]	222 : 93% {202, 221} 3% 222 : $nn514\downarrow-512\downarrow$ 56%; $nn512\uparrow-510\uparrow$ 40%
2_2^-	1, 857		2, 6 [0,02]	323 : 98% 323 : $nn615\uparrow-514\downarrow$ 98%
4_2^+	(2,007)		2, 0 [0,0004]	442 : 98% 442 : $pp404\downarrow+411\downarrow$ 98%

коллективности $E2$ -перехода с 4_1^+ - на 2_1^+ -состояние. Вклад двухфоновной компоненты {221, 221} в 4_2^+ -, 4_3^+ - и 4_4^+ -состояния с энергиями 2,0 ; 2,3 и 2,4 МэВ не превышает 2 %. На энергии и структуру $K^{\pi} = 2^+$ -, 3^+ - и 4^+ -состояний в ^{178}Hf оказывает влияние кориолисово взаимодействие.

Экспериментальные данные по октупольным состояниям в ^{178}Hf скудны. Так, не обнаружено $K_{\nu}^{\pi} = 0_1^-$ -состояние. Среди 1_1^- -, 2_1^- - и

3_1^- -состояний измерена только $B(E3)$ -величина для возбуждения 3_2^- -состояния. Согласно нашим расчетам, энергия 0_1^- -состояния равна 2 МэВ и $B(E3)$ - 4 с.р.у. Рассчитанные $B(E3)$ -величины для 1_1^- , 2_2^- и 2_3^- -состояний малы, поэтому не удивительно, что они не измерены экспериментально. Рассчитанные энергии 2_2^- и 2_3^- -состояний лежат выше экспериментальных.

Энергии двухквaziчастичных состояний, рассчитанные с монополюсным и квадрупольным спариванием, близки к данным в [3]. Энергии двух состояний с $K_v^\pi = 6_1^+$ и 5_1^- несколько завышены по сравнению с экспериментальными. Здесь опять проявляются недостатки схемы одночастичных уровней.

Расчеты ^{178}Hf в sd МВБ-1 в [69] ограничены описанием $E2$ -переходов между полосами, построенными на основном и $K_v^\pi = 2_1^+$, 0_1^- и 0_2^+ -состояниях. При этом рассчитанная энергия 0_2^+ -состояния более 2 МэВ, что противоречит экспериментальным данным. Расчеты в [44] в sd МВБ-2 также ограничены относительными интенсивностями $E2$ -переходов между ротационными уровнями, построенными на основном, γ - и β -состояниях.

Известно большое число двухквaziчастичных состояний в четно-четных деформированных ядрах (см. [3, 4]). В то же время имеются экспериментальные данные, проанализированные в [72], о сильном смешивании двухквaziнейтронных и двухквaziпротонных конфигураций в состояниях с большими значениями K . В [66] в рамках КФМЯ показано, что в тех случаях, где энергии двухквaziнейтронных и двухквaziпротонных состояний с одинаковыми значениями K^π близки и соответствующие матричные элементы не малы, высокие мультипольные взаимодействия с $\lambda = 5 \div 9$ играют важную роль в смешивании таких состояний.

Экспериментальные данные [60, 70, 73—77] и результаты расчетов в [66] в РРА с волновыми функциями потенциала Вудса — Саксона и константами, как в [22], представлены в табл. 3. Смешивание двухквaziнейтронного $nn514 \downarrow + 624 \uparrow$ - и двухквaziпротонного $pp404 \downarrow + 514 \uparrow$ -состояний в ^{178}Hf описывается учетом мультипольного взаимодействия $\lambda\mu = 98$. Из таблицы видно, что получено хорошее описание смешивания с константой κ_0^{98} , близкой к константам κ_0^{22} , κ_0^{33} и κ_0^{44} , с которыми получено в [22] хорошее описание квадрупольных, октупольных и гексадекапольных состояний в ^{178}Hf . Важная роль взаимодействия со столь высокой мультипольностью, как $\lambda = 9$ с проекцией $\mu = 8$, оказалась неожиданной. Отметим, что, несмотря на то, что 8_1^- и 8_2^- -состояния не являются чистыми двухквaziчастичными состояниями, изомерное состояние с $K^\pi = 16^+$ и энергией 2,477 МэВ в ^{178}Hf есть чистое четырехквaziчастичное состояние $p514 \uparrow + p404 \downarrow + n514 \downarrow + n624 \uparrow$. Это обусловлено тем, что полная сила состояний $p514 \uparrow + p404 \downarrow$ и $n514 \downarrow + n624 \uparrow$ содержится в двух уровнях 8_1^- и 8_2^- .

Согласно экспериментальным данным [73], две $K^\pi = 6^+$ конфигу-

Таблица 3. Смешивание двухквазипротонных и двухквaziнейтронных конфигураций в деформированных ядрах

Ядро	λ K^π ν	\mathcal{E} , МэВ		1-я конфигурация		2-я конфигурация	
		Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет	Эксперимент	Расчет
^{178}Hf	98			$pp404\downarrow + 514\uparrow$		$nn514\downarrow + 624\uparrow$	
	8_1^-	1,147	1,11	$(34\pm 4)\%$	25%	(66%)	75%
	8_2^-	1,479	1,42	(66%)	75%	$(34\pm 4)\%$	24%
^{176}Hf	66			$pp404\downarrow + 402\uparrow$		$nn514\downarrow + 512\uparrow$	
	6_1^+	1,333	1,35	62%	26%	38%	73%
	6_2^+	1,762	1,75	38%	71%	62%	27%
	98			$pp404\downarrow + 514\downarrow$		$nn514\downarrow + 624\uparrow$	
	8_1^-	1,559	1,52	95%	86%		14%
	8_2^-	—	1,84	$(86\pm 6)\%$	14%		86%
^{174}Yb	77			$nn514\downarrow + 633\uparrow$		$nn512\uparrow + 624\uparrow$	
	7_1^-	1,860	1,76	$\sim 100\%$	99,7%		0,04%
	7_2^-	—	1,81		0,2%		99,8%
	55			$pp411\downarrow + 514\uparrow$		$nn521\downarrow + 624\uparrow$	
^{168}Er	5_1^-	1,885	1,9	$(46\pm 2)\%$	78%		21%
	5_2^-	2,379	2,2	$(54\pm 2)\%$	21%		77%
^{158}Gd	44			$nn633\uparrow + 521\downarrow$		$pp411\downarrow + 523\uparrow$	
	4_1^-	1,094	1,0	70%	81%	25	18%
	4_2^-	1,905	1,6	30%	18%	60	80%
^{156}Gd	44			$pp413\downarrow + 411\uparrow$		$nn523\downarrow + 521\uparrow$	
	4_1^+	1,380	1,32	большая	94%	примесь	4%
	4_2^+	1,920	1,9		4%	75%	95%
	54			$nn521\uparrow + 642\uparrow$		$pp532\uparrow + 411\uparrow$	
	4_1^-	1,636	1,66	72%	92%	—	6%
	4_2^-	—	1,86	—	7%	—	87%

рации $nn514\downarrow + 512\uparrow$ и $pp404\downarrow + 402\uparrow$ в ^{176}Hf смешаны. Рассчитанные энергии 6_1^+ - и 6_2^+ -состояний и значения смешивания близки к экспериментальным. Однако рассчитанная структура первого состояния близка к экспериментально наблюдаемому второму, и наоборот. Это расхождение связано со схемой одночастичных состояний. В протонной схеме не учтено, что согласно экспериментальным данным в ^{175}Lu состояние $p402\uparrow$ имеет меньшую энергию, чем состояние $p514\uparrow$. Поэтому энергия двухквазипротонного состояния $pp404\downarrow + 402\uparrow$ больше энергии двухквaziнейтронного состояния $nn514\downarrow + 512\uparrow$. Возможно, это связано с тем, что расчеты выполнены с параметром гексадекаполюльной деформации $\beta_4 = -0,03$, а согласно экспериментальным данным [71] $\beta_4 = -0,16$.

Согласно расчетам, $K^\pi = 8_1^-$ и 8_2^- -состояния в ^{176}Hf имеют энергии 1,52 и 1,84 МэВ. Имеет место несколько меньшее смешивание конфигураций $pp404\downarrow + 514\uparrow$ и $nn514\downarrow + 624\uparrow$ по сравнению с ^{178}Hf . Описание структуры первого 8_1^- -состояния согласуется с экспериментальными данными [73, 74], согласно которым вклад

конфигурации $pp404 \downarrow + 514 \uparrow$ равен $(86 \pm 6) \%$. Было бы интересно обнаружить экспериментально второе 8_2^- -состояние. Согласно расчетам, в ^{176}Hf имеются 7_1^- и 7_2^- -состояния с энергиями 1,76 и 1,81 МэВ. Несмотря на близость энергий этих состояний, двухквази нейтронные конфигурации $nn514 \downarrow + 633 \uparrow$ и $nn512 \uparrow + 624 \uparrow$ практически не смешаны. Оба соответствующих нейтронных матричных элемента невелики.

Смешивание двухквазипротонной $pp411 \downarrow + 514 \uparrow$ и двухквази нейтронной $nn521 \downarrow + 624 \uparrow$ конфигураций обнаружено в состояниях 5_1^- и 5_2^- с энергиями 1,885 и 2,379 МэВ в ^{174}Yb путем изучения β -распада ^{174}Tm . Расчеты [66] с взаимодействием $\lambda\mu = 55$ дают меньшее по сравнению с экспериментом смешивание. Если увеличить κ^{55} на 10 %, то смешивание этих конфигураций увеличится до 72 и 27 %. Смешивание конфигураций $nb633 \uparrow + 521 \downarrow$ и $pp411 \downarrow + 523 \uparrow$ в состояниях $K_v^\pi = 4_1^-$ и 4_2^- в ^{168}Er первоначально вычислено в [19].

Анализ в [77] (dp)-реакций и γ -переходов, связанных с состояниями $K_v^\pi = 4_1^+$ с энергией 1,380 МэВ, 4_2^+ с 1,920 МэВ и $K_v^\pi = 4_1^-$ с 1,636 МэВ в ^{158}Gd показал, что приведенные выше состояния не являются чистыми двухквазичастичными состояниями. Волновая функция состояния 4_1^+ имеет доминирующую компоненту $pp413 \downarrow + 411 \uparrow$ и малую примесь $nn521 \uparrow + 523 \downarrow$. Из (dp)-реакции следует, что вклад в нормировку волновой функции состояния 4_1^- конфигурации $nn521 \downarrow + 642 \uparrow$ равен 72 % и состояния 4_2^+ конфигурации $nn521 \downarrow + 523 \downarrow \approx 75 \%$. В этом случае легко объяснить сильный $E1$ -переход между состояниями 4_2^+ и 4_1^- как $n523 \downarrow \rightarrow n642 \uparrow$. Из $E1$ -перехода $4_1^- \rightarrow 4_1^+$ следует, что 4_1^- -состояние имеет примеси конфигурации $pp532 \uparrow + 411 \uparrow$. Из табл. 3 видно, что согласно расчетам в состояниях 4_1^+ , 4_2^+ , 4_1^- и 4_2^- имеет место несильное смешивание двухквази нейтронных и двухквазипротонных конфигураций, которое согласуется с имеющимися экспериментальными данными.

Приведем еще один пример эффективности описания неротационных состояний в КФМЯ, выполненного в [65]. При β^+ -распаде ^{170}Lu

Таблица 4. Число неротационных $K^\pi=0^-$ и 1^- -состояний

Энергетический интервал, МэВ	^{170}Yb		^{174}Yb
	Эксперимент	Расчет	Расчет
До 2	2	2	3
2,0—3,0	17	13	7
3,0—3,4	16	14	9
Всего до 3,4	35	29	19

обнаружено [78, 79] большое число состояний с $K^\pi = 0^-$ и 1^- ^{170}Yb , лежащих в энергетическом интервале 2,0 — 3,4 МэВ. Количество $K^\pi = 0^-$ и 1^- -состояний ^{170}Yb , полученных из экспериментальных данных [78, 79], и результаты расчетов приведены в табл. 4. Конечно, имеется некоторая неопределенность в экспериментальных данных из-за ошибок в приписывании уровням значений I^π и результатах вычислений. Тем не менее результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными — в ^{170}Yb в интервале 2,0 — 3,4 МэВ имеется аномально большое число состояний с $K^\pi = 0^-$ и 1^- . Для сравнения в табл. 4 дано рассчитанное число $K^\pi = 0^-$ и 1^- состояний в ^{174}Yb , оно оказалось в 1,5 раза меньше, чем в ^{170}Yb .

Из приведенных примеров видно, что возможности КФМЯ в описании структуры неротационных состояний значительно больше по сравнению с МВБ.

Распределение $E\lambda$ -силы среди низколежащих состояний. Считается, что первые квадрупольные β - и γ -вибрационные состояния являются коллективными, а другие коллективные состояния формируют гигантские изоскалярный и изовекторный квадрупольные резонансы. В случае октаполей, кроме первых октаполюльных состояний, коллективными являются состояния, формирующие низко- и высоколежащий изоскалярные и изовекторный октаполюльные гигантские резонансы. В ряде ядер наблюдаются низколежащие коллективные гексадекаполюльные состояния. На коллективности первых квадрупольных и октаполюльных состояний и на ее отсутствие в более высоколежащих состояниях вплоть до гигантских резонансов основаны феноменологические модели, включая МВБ.

Изучим распределение $E\lambda$ -силы среди низколежащих состояний с энергией до 3 МэВ. Возможность такого изучения появилась после экспериментов по неупругому рассеянию α -частиц [36]. В расчетах $E\lambda$ -силы, выполненных в [22, 65], пренебрежено связью вибрационного движения с ротационным.

Рассмотрим распределение $E2$ -силы. Экспериментальные данные и результаты расчетов в КФМЯ [22] и в sd МВБ [36] представлены в табл. 5. В ^{168}Er и ^{178}Hf имеет место стандартный случай — основная часть $E2$ -силы сконцентрирована на γ -вибрационном состоянии. Согласно расчетам, на остальные состояния приходится в ^{168}Er примерно 30 % и в ^{178}Hf 15 % от $E2$ -силы γ -вибрационного состояния.

Распределение $E2$ -силы в ^{172}Yb качественно отлично от ^{168}Er , ^{178}Hf и ряда других ядер. Особенность распределения $E2$ -силы в ^{172}Yb проявляется, во-первых, в том, что кроме первого 2_1^+ -второе 2_2^+ -состояние также является коллективным. Во-вторых, в том, что значительная часть $E2$ -силы сконцентрирована в энергетическом интервале 2—3 МэВ. Случай, когда первое 2_1^+ - и второе 2_2^+ -состояния оба коллективные, представляют большие трудности для феноменологического описания. Так, согласно расчетам [36], в sd МВБ в ^{172}Yb $E2$ -сила, приходящаяся на 2_2^+ -состояние, в 200 раз меньше, чем на 2_1^+ -

Таблица 5. Распределение $E2$ -силы

Ядро	K_v^π	ξ , МэВ $\Delta\xi$, МэВ	$B(E2)_{s.p.u}$		
			Эксперимент	Расчет в КФМЯ [22]	Расчет в МВБ [36]
^{168}Er	2_1^+	0,821	4,7	4,6	4,7
	0^+ , 2_1^+	1,2—2,5	—	1,5	0,02
^{172}Yb	2_1^+	1,47	1,4	1,5	1,0
	2_2^+	1,61	0,42	0,7	0,007
	0^+	1,0—2,0	0,005	0,9	0,2
			0,66		
^{178}Hf	0^+ , 2^+	2,0—3,0	2,4	1,0	0,2
	2_1^+	1,174	3,9	4,1	—
	2^+	3,0—3,2	—	0,6	

Таблица 6. Распределение $E3$ -силы в ^{168}Er

$I = 3$, K_v^π	Эксперимент [36]		$B(E3)_{s.p.u}$, расчеты		
	ξ , МэВ	$B(E3)_{s.p.u.}$	КФМЯ [22]	$sd\text{f}$ МВБ [36]	$sd\text{f}$ МВБ [34]
1^-	1,431	3,92	4,6	3,92	5,5
3_1^-	1,541	0,25	0,14	134,6	—
2_1^-	1,633	4,94	4,6	4,94	8,0
3_2^-	1,828	0,60	0,6	2,30	—
0_1^-	1,913	1,96	3,0	1,53	4,6
3_3^-	1,999	0,42	0,3	0,085	—
1_2^-	2,022	—	0,3	—	1,1
3_4^-	2,269	4,68	2,0	8,5	5,8
2_2^-	2,302	—	0,2	—	0,3
(3_5^-)	2,324	1,53	—	0,034	—
1_3^-	—	—	4,9	—	2,6
(3_6^-)	2,486	1,70	—	0,017	—

состояние, т. е. имеет место резкое противоречие с экспериментом. Расчеты [22] дают качественно правильное описание. Согласно экспериментальным данным [36], в ^{172}Yb в энергетическом интервале 2—3 МэВ имеется в 1,3 раза больше $E2$ -силы, чем в двух первых коллективных состояниях, и в 1,7 раза больше, чем в 2_1^+ -состоянии. Это новый и очень важный экспериментальный результат, указывающий на ограниченность общепринятого представления о распределении $E2$ -силы. Такое распределение $E2$ -силы не описывается в sd МВБ. Согласно расчетам, в КФМЯ в интервале 2—3 МэВ расположена значительная часть $E2$ -силы, примерно 2/3 от $E2$ -силы на 2_1^+ -состоянии.

Рассмотрим распределение $E3$ -силы в ^{168}Er . Согласно [36], имеются первые коллективные состояния с $K_v^\pi = 0_1^-, 1_1^-$ и 2_1^- . Наблюдено шесть коллективных $K^\pi = 3^-$ -состояний. На первых трех 3_1^- , 3_2^- и 3_3^- -состояниях находится 1,3 одночастичной силы, на четвертом 3_4^- -состоянии 4,68, т. е. почти в 3 раза больше, чем на первых трех. В интервале 2,25 — 2,50 МэВ сосредоточено 7,9 s.p.u. Такое распределение $E3$ -силы резко отличается от стандартного. В табл. 6 даны результаты расчетов [22] в КФМЯ, в *sdj* МВБ в [36] и в [34]. В расчетах [36] нормировка $B(E3)$ -величин сделана по состоянию 3_1^- . В результате для первого 3_1^- -состояния рассчитанная $B(E3)$ -величина оказалась примерно в 500 раз больше экспериментальной. Концентрацию большей части $E\lambda$ -силы не на первом K_1^π -состоянии трудно описать в МВБ. Это подтверждают расчеты в [34] в *sdj* МВБ, в которых первые три $K^\pi = 3^-$ -уровни отброшены. Основная часть $E3$ -силы сконцентрирована на 3_4^- -состоянии, которое они рассматривают как первое коллективное $K^\pi = 3^-$ -состояние. Первые три $K^\pi = 3^-$ -состояния отброшены как двухквазичастичные. Состояния 3_1^- , 3_2^- и 3_3^- в ^{168}Er двухквазичастичными считать нельзя. Согласно экспериментальным данным [60, 76] по (dp) - и $(t\alpha)$ -реакциям, их волновые функции содержат суперпозицию двухквазипротонных и двухквазинейтронных членов. Согласно экспериментальным данным [36] по $(\alpha\alpha')$ -реакции, $B(E3)$ -величины для $K_v^\pi = 3_1^-$, 3_2^- и 3_3^- -состояний в 30—60 раз больше, чем для состояний, близких к двухквазичастичным.

Согласно расчетам [22], в КФМЯ $B(E3)$ -величины для 0_1^- , 1_1^- , 2_1^- и 3_1^- в ^{168}Er согласуются с экспериментальными значениями. Среди $K^\pi = 3^-$ -состояний наибольшая $B(E3)$ -величина приходится на четвертое 3_4^- -состояние, что согласуется с экспериментом. Суммарная $E3$ -сила, сконцентрированная на состояниях ^{168}Er с энергией до 2,5 МэВ, согласно экспериментальным данным [36] равна 20 s.p.u. и согласно расчетам [22] равна 20,3 s.p.u.

Расчитанное в КФМЯ [22, 65] распределение $E3$ -силы представлено в табл. 7. В ^{170}Yb состояния $K_v^\pi = 0_1^-, 0_2^-, 1_1^-, 1_2^-, 2_1^-$ и 2_2^- являются коллективными, а среди $K^\pi = 3^-$ -состояний значительная часть $E3$ -силы сосредоточена на третьем 3_3^- - и четвертом 3_4^- -состояниях. В этом ядре распределение $E3$ -силы отлично от стандартного.

В [36] найдены экспериментально в ^{172}Yb все первые октупольные состояния, которые оказались коллективными. Их суммарная $E3$ -сила равна 12 s.p.u. Согласно расчетам [22], все первые октупольные состояния являются коллективными, их суммарная $E3$ -сила равна 8 s.p.u. В интервале 2—3 МэВ расположена суммарная $E3$ -сила, равная 11 s.p.u. Согласно расчетам [34], в *sdj* МВБ $E3$ -сила сконцентрирована на первых октупольных состояниях и только около 3 % на 3_1^- -состоянии. Это различие в распределении $E3$ -силы, происходящее на энергетический интервал 2—3 МэВ, было бы интересно проверить экспериментально.

Таблица 7. Распределение $E3$ -силы, рассчитанное в КФМЯ

Ядро	$I = 3,$ K_{ν}^{π}	ξ или $\Delta\xi$, МэВ	$B(E3)_{s.p.u.}$	Ядро	$I = 3,$ K_{ν}^{π}	ξ или $\Delta\xi$, МэВ	$B(E3)_{s.p.u.}$		
^{170}Yb	0_1^-	1,6	2,8	^{174}Yb	0_1^-	1,7	1,0		
	0_2^-	2,1	1,4		0_2^-	2,2	0,5		
	0_3^-	2,4	0,9		0_3^-	2,5	1,1		
	1_1^-	1,5	0,7		0_4^-	3,0	3,6		
	1_2^-	2,2	1,0		1_1^-	1,8	0,1		
	2_1^-	1,6	2,4		1_2^-	1,9	0,8		
	2_2^-	1,9	2,0		1^-	2,4—3,2	3,6		
	3_1^-	1,6	0,1		2_1^-	1,2	1,6		
	3_2^-	2,0	0,2		2_2^-	2,7	1,7		
	3_3^-	2,4	1,8		3_1^-	2,0	4,0		
	3_4^-	2,5	1,2		3_2^-	2,2	0,2		
	^{172}Yb	0_1^-	1,7		1,1	^{178}Hf	0_1^-	2,0	2,0
		0_2^-	2,0		0,5		0_2^-	2,4	4,0
		1_1^-	1,2		1,8		1_1^-	1,4	0,5
1_2^-		2,2	2,2	1_2^-	1,5		0,3		
2_1^-		1,6	2,5	1^-	2,0—3,0		9,5		
2_2^-		2,2	0,2	2_1^-	1,2		2,0		
2_3^-		2,6	1,4	2_2^-	1,9		0,8		
3_1^-		2,0	2,3	2_3^-	2,6		0,2		
3_2^-		2,2	2,0	3_1^-	1,9		4,0		
				3_2^-	2,4		0,01		

Согласно расчетам [65], в КФМЯ стандартным является распределение $E3$ -силы в ^{174}Yb только среди $K^{\pi} = 3^-$ -состояний. Для $K^{\pi} = 0^-$ - и 1^- -состояний наибольшая часть $E3$ -силы сосредоточена в интервале 2,4—3,2 МэВ. Оба состояния с $K_{\nu}^{\pi} = 2_1^-$ и 2_2^- являются коллективными. Распределение $E3$ -силы в ^{174}Yb , рассчитанное в КФМЯ, не может быть воспроизведено в феноменологических моделях и в МВБ.

Экспериментальные данные о распределении $E3$ -силы в ^{178}Hf скудны, они ограничены возбуждением 3^-2_1 -состояния с $B(E3) = 4$ s.p.u. Согласно расчетам в [22], для $K^{\pi} = 2^-$ и 3^- $E3$ -сила сконцентрирована на первых состояниях. Состояния 0_1^- и 0_2^- имеют энергии 2,0 и 2,4 МэВ и $B(E3)$, равные 2 и 4 s.p.u., и, кроме того, в интервале 1,5 — 3,0 МэВ имеется еще 0,8 s.p.u. Распределение $E3$ -силы на состояниях $K^{\pi} = 1^-$ таково: на двух первых состояниях имеется 0,8 s.p.u., а в интервале 2—3 МэВ — 9,5 s.p.u., т. е. основная часть $E3$ -силы расположена выше первых двух 1_1^- и 1_2^- -состояний. В этом случае также имеется сильное отличие от результатов расчетов [34] в $sd\text{f}$ МВБ.

На основании расчетов [22, 65] можно утверждать, что имеются случаи распределения $E\lambda$ -силы, отличные от стандартных, когда большая часть $E\lambda$ -силы сконцентрирована не на первом, а на более высоких состояниях. Для $E3$ -силы среди $K^{\pi} = 3^-$ -состояний в ^{168}Er и $E2$ -силы среди $K^{\pi} = 2^+$ -состояний в ^{172}Yb такое нестандартное

польных или двух октупольных бозонов. Число октупольных фононов с данным значением K обозначено n_K^2 . Кроме того, имеются двухбозонные состояния отрицательной четности, построенные из квадратупольных и октупольных бозонов. Взаимодействия между бозонами приведут к тому, что волновые функции состояний с доминирующими однобозонными компонентами будут содержать примеси двухбозонных компонент. Волновые функции состояний с доминирующими двухбозонными компонентами должны иметь примеси одно- и трехбозонных компонент.

В [37, 38] утверждается, что для последовательного описания состояний отрицательной четности нужно ввести p -бозон. В [28, 29] убедительно показана необходимость введения g -бозона для описания возбужденных состояний положительной четности, лежащих выше β - и γ -вибрационных состояний. Для описания $4\frac{1}{2}$ -состояний в сферических ядрах также вводится g -бозон. Для описания в рамках одной модели коллективных состояний положительной и отрицательной четности необходима модель с s -, p -, d -, f - и g -бозонами. Именно в рамках $spdfg$ МВБ следует описывать коллективные состояния в четно-четных деформированных ядрах. Такая версия МВБ еще ждет своей последовательной формулировки.

В $spdfg$ МВБ схема состояний усложнится по сравнению со схемой на рис. 4. Появятся дополнительные состояния с доминирующими однофононными и двухфононными компонентами. Взаимодействие между бозонами может привести к небольшому отклонению энергий двухбозонных состояний от суммы энергий соответствующих двух однобозонных состояний. Наличие большого числа состояний с доминирующими двухбозонными компонентами — это основная характеристика $spdfg$ МВБ.

На основании расчетов в КФМЯ в [13] сделано заключение об отсутствии коллективных двухфононных состояний в деформированных ядрах. Двухфононным считаем такое состояние, в нормировку волновой функции которого вклад двухфононной компоненты превышает 50 %. Вопрос о существовании двухфононных состояний продолжает обсуждаться в ряде работ, например, в [14, 15, 22, 28, 80]. До сих пор нет твердо установленных экспериментальных данных по коллективным двухфононным состояниям в деформированных ядрах.

Повышение центроидов энергий двухфононных состояний $\{\lambda_1\mu_1i_1, \lambda_2\mu_2i_2\}$ относительно суммы энергий вибрационных состояний с доминирующими однофононными компонентами их волновых функций обусловлено двумя причинами. Первая — ангармоничность колебаний, поскольку энергии двухфононных состояний больше суммы энергий двух однофононных состояний. Вторая — сдвиг двухфононного полюса (32) $\Delta\omega(\lambda_1\mu_1i_1, \lambda_2\mu_2i_2)$ вследствие учета принципа Паули в двухфононных членах волновой функции (28). Эти две причины повышения центроидов энергии продемонстрированы на рис. 5 для

γ -вибрационных двухфононных состояний с $K^\pi = 4^+$ и 0^+ в ^{168}Er и ^{172}Yb , рассчитанных в КФМЯ [22]. В расчетах [22] с учетом $p - h$ - и $p - p$ -взаимодействий получены согласующиеся с экспериментальными данными энергии и $B(E\lambda)$ -величины для 2_1^+ и первых октупольных состояний. Учет $p - p$ -взаимодействий привел к умень-

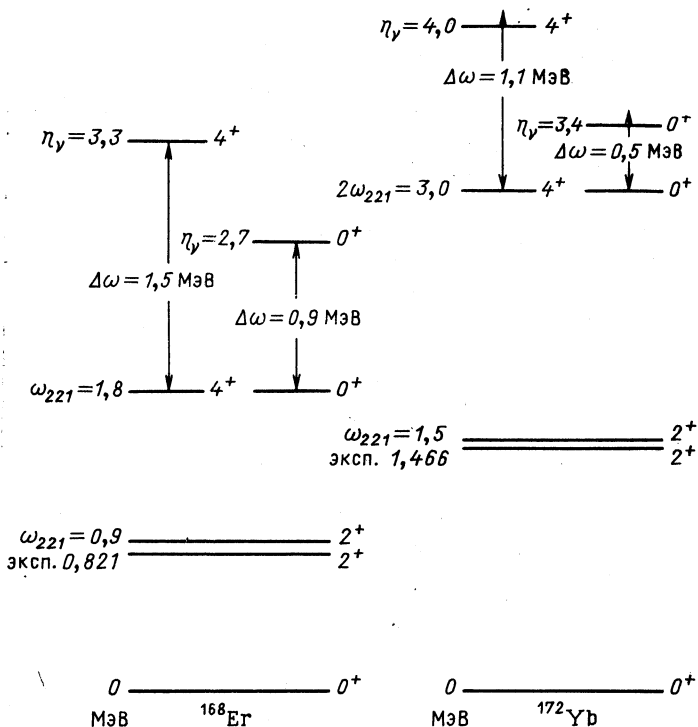


Рис. 5. Центроиды энергий двухфононных γ -вибрационных состояний в ^{168}Er и ^{172}Yb

шению коллективности 2_1^+ - и первых октупольных состояний и тем самым к уменьшению сдвигов $\Delta\omega$ по сравнению с расчетами [13], в которых не учитывались $p - p$ -взаимодействия. В ^{168}Er имеется наиболее низколежащее и коллективное γ -вибрационное состояние, и поэтому для $4^+ \{221, 221\}$ сдвиг $\Delta\omega$ максимален и равен 1,5 МэВ. В ^{172}Yb γ -вибрационное состояние менее коллективное и сдвиг $\Delta\omega$ (221, 221) равен 1,1 МэВ для $K^\pi = 4^+$ и 0,5 МэВ для $K^\pi = 0^+$ -состояний.

Отметим, что сдвиг двухфононного полюса $\Delta\omega$ ($\lambda_1\mu_1i_1, \lambda_2\mu_2i_2$) также рассчитан в [81]. В [81] на основе метода бозонных разложений построены новые фононы, через которые записан гамильтониан.

Рассчитанный таким методом сдвиг с точностью до главных членов совпадает с данной формулой (32).

Результаты вычислений [22, 65] сдвигов $\Delta\omega$ ($\lambda_1\mu_1i_1, \lambda_2\mu_2i_2$), величин $1 + \mathcal{E}^K$ ($\lambda_1\mu_1i_1, \lambda_2\mu_2i_2$) и центроидов энергий двухфононных состояний приведены в табл. 8. Отличие величины $1 + \mathcal{E}^K$ ($\mu_1\lambda_1i_1,$

Таблица 8. Центроиды энергий двухфононных состояний

Ядро	K^π	$g_1 = \lambda_1\mu_1i_1$	$g_2 = \lambda_2\mu_2i_2$	$\Delta\omega$ (g_1, g_2), МэВ	$1 + \mathcal{E}^K(g_1, g_2)$	Центроид энергий, МэВ
^{168}Er	0^+	221	221	0,9	0,90	2,7
	4^+	221	221	1,5	0,75	3,3
	2^-	221	301	0,4	0,95	3,2
	3^-	221	311	0,4	0,95	2,7
^{170}Yb	0^+	221	221	0,8	0,89	3,5
	4^+	221	221	1,1	0,78	3,7
	3^-	221	311	0,3	0,92	3,2
^{172}Yb	0^+	221	221	0,5	0,94	3,4
	0^+	221	222	0,2	0,97	3,3
	0^+	321	321	0,1	0,98	3,3
	2^+	221	441	0,6	0,42	4,1
	4^+	221	222	0,6	0,47	3,6
	4^+	221	221	1,1	0,60	4,0
	4^+	222	222	0,4	0,62	3,7
	1^-	221	311	1,0	0,45	3,7
	2^-	221	301	0,3	0,95	3,4
	3^-	221	311	0,2	0,96	2,7
	^{174}Yb	0^+	221	221	0,5	0,92
0^+		321	321	0,1	0,99	2,5
2^+		301	321	0,1	0,99	3,0
4^+		221	221	1,3	0,79	4,5
2^-		221	301	0,4	0,92	3,7
^{178}Hf	0^+	221	221	1,0	0,90	3,5
	0^+	321	321	0,1	0,99	2,5
	2^+	301	321	0,1	0,97	3,1
	4^+	221	221	1,5	0,78	4,0
	4^+	221	222	0,4	0,88	3,9
	0^-	221	321	1,3	0,65	3,9
	2^-	221	301	0,6	0,88	3,8
	3^-	221	311	0,2	0,95	2,8
	3^-	431	301	0,2	0,93	4,0

$\lambda_2\mu_2i_2$), входящей в нормировку (29), от единицы определяет влияние принципа Паули. Из таблицы видно, что сдвиги $\Delta\omega$ принимают значения от 0,1 до 1,5 МэВ. Как правило, уменьшение $(1 + \mathcal{E}^K)$ приводит к увеличению $\Delta\omega$. Именно этим обусловлен большой сдвиг $\Delta\omega$ (221, 221) для $K^\pi = 4^+$ -состояния по сравнению с $K^\pi = 0^+$ -состоянием. Наибольшие сдвиги имеются для $K^\pi = 4$ {221, 221}-состояний, для других состояний ^{168}Er и ^{178}Hf они не превышают 1 МэВ.

Центроид энергии $0^+ \{221, 221\}$ -состояния в ^{168}Er равен согласно [22] 2,7 МэВ, согласно расчетам в [14] он равен 2,9 МэВ, а в [15] — 2,8 МэВ. Центроиды энергий $0^+ \{221, 221\}$ -состояний, рассчитанных в КФМЯ, примерно такие же, как рассчитанные в [15] по мультифононному методу. Расхождение имеет место для $4^+ \{221, 221\}$ -состояний. Из этого расхождения не ясно, что важнее большее число степеней свободы в виде большого числа однофононных и двухфононных состояний в КФМЯ или одна степень свободы — γ -вибрационной фонон и волновая функция с мультифононными конфигурациями в мультифононном методе. Многофононные члены волновой функции не приводят обычно к сильному отходу корня от соответствующего полюса. Если же корень η_ν сильно опустится относительно полюса $\omega_{g_1} + \omega_{g_2} + \Delta\omega(g_1g_2)$, то это двухфононное состояние окажется сильно фрагментированным. Поэтому трудно ожидать больших смещений центроидов энергии двухфононных состояний без сильной фрагментации при добавлении к волновой функции (28) многофононных членов.

Если состояние очень коллективное и его энергия невелика, то сдвиг $\Delta\omega$ большой. Если энергия состояния с доминирующей однофононной компонентой не мала и коллективность не сильная, то сдвиг $\Delta\omega$ мал. Во всех случаях центроиды энергий наимизших коллективных двухфононных состояний равны 2,5 — 4,0 МэВ. При этих энергиях сила двухфононных состояний должна быть распределена по многим уровням. Поэтому верно ранее сделанное в [13] утверждение о невозможности существования коллективных двухфононных состояний в хорошо деформированных ядрах.

Согласно феноменологическим моделям, различным модификациям МВБ и методам [14, 15], в деформированных ядрах должны существовать коллективные двухфононные состояния. В последнее время внимание сосредоточено на уровне $K^\pi = 4^+$ с энергией 2,055 МэВ в ^{168}Er . Этот уровень согласно расчетам в КФМЯ имеет доминирующую гексадекапольную однофононную компоненту, а согласно [7, 14, 15, 25] он является двухфононным, для него характерна большая ангармоничность. Большую ангармоничность двухфононного 4^+ -состояния объясняют в [15] и [28] с диаметрально противоположных позиций. В [28] γ -вибрационное состояние имеет доминирующую однобозонную компоненту и ангармоничность обусловлена взаимодействием между идеальными бозонами. В [15] используются фононы Тамма — Данкова и ангармоничность обусловлена отличием фононов Тамма — Данкова от идеальных бозонов.

Отсутствие в деформированных ядрах двухфононных коллективных состояний потребует коренной модификации МВБ или ограничит область применения феноменологических моделей первыми квадрупольными и октупольными состояниями. Поэтому вопрос о существовании или несуществовании коллективных двухфононных состояний в деформированных ядрах имеет принципиальный научный интерес и ответить на него должен эксперимент.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено сопоставление описания в КФМЯ и МВБ низколежащих вибрационных состояний четно-четных деформированных ядер. В МВБ дано описание гигантского изовекторного дипольного резонанса [82, 83] и гигантских изоскалярных монопольного и квадрупольного резонансов [84]. Дадим общую схему такого описания и обсудим недостатки и ограничения описания гигантских резонансов в МВБ.

Рассмотрим описание гигантского дипольного резонанса в МВБ. В [82] вводится p' -бозон частично-дырочного типа и гамильтониан записывается в виде

$$H = H_{sd} + \varepsilon_p p'^+ \cdot \tilde{p}' + H_{int}; \quad (51)$$

$$H_{int} = a_6 (p'^+ \times \tilde{p}')^2 \cdot (s^+ \times \tilde{d} + d^+ \times \tilde{s})^2 + \sum_{l=0, 1, 2} t_l (p'^+ \times \tilde{p}')^l \cdot (d^+ \times \tilde{d})^l. \quad (51')$$

Электрический дипольный оператор равен

$$D_{\mu}^i = D (p_{\mu}^+ + p_{\mu}). \quad (52)$$

Диагонализация гамильтониана (51) выполняется с базисными функциями $p'^+ |g\rangle$, где $|g\rangle$ дано формулой (39).

При описании гигантского дипольного резонанса в [83] p' -бозон имеет частично-частичную природу, $N = N_s + N_p + N_{p'}$ с $N_{p'} = 0$ или 1, и гамильтониан имеет вид, сходный с (51). В этом случае электрический дипольный оператор имеет вид

$$D_{\mu}^i = D_0 (p'^+ \times \tilde{s} + s^+ \times \tilde{p}')_{\mu}^i + D_2 (p'^+ \times \tilde{d} + d^+ \times \tilde{p}')_{\mu}^i. \quad (53)$$

В обоих случаях сечение фотопоглощения дано формулой

$$\sigma_t(E) = \frac{8\pi e^2}{3\hbar c} \sum_n \frac{|(gp' | D^1 | g)|^2 E_n \Gamma_n E^2}{(E^2 - E_n^2) + (\Gamma_n/2)^2 \left[E^2 + E_n^2 + \frac{\Gamma_n^2}{8} \right]}, \quad (54)$$

где состояние n имеет энергию E_n и ширину Γ_n ($E = \Gamma_0 (E/E_0)^{\nu}$, E_0 — энергия самого низкого дипольного состояния. Параметры модели подбираются из согласия результатов вычислений с экспериментальными данными. Таким путем получено описание расщепления гигантского дипольного резонанса в деформированных ядрах соответственно $\mu \equiv K = 0$ и 1. Если гамильтониан H_{sd} имеет динамическую $SU(3)$ -симметрию и $t_2 = -\frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{7} a_6$, $t_0 = 0$, то гамильтониан (51) сохраняет $SU(3)$ -симметрию. В этом случае дипольная сила расщепляется для $\mu = 0$ и $\mu = 1$ в соотношении 1:2. При слабом нарушении $SU(3)$ -симметрии увеличится фрагментация дипольной силы, но разделение двух доминирующих компонент останется достаточно четким.

При описании в МВБ гигантских изоскалярных монополюсного и квадрупольного резонансов дополнительно вводятся s' - и d' -бозоны частично-дырочного типа. Гамильтониан записывается в виде

$$H = H_{sd} + \varepsilon_s s'^+ \cdot \tilde{s}' + \varepsilon_d d'^+ \cdot \tilde{d}' + H_{\text{int}},$$

где H_{int} построен из s -, d - и s' -, d' -бозонов. Операторы $E0$ - и $E2$ -переходов записываются в виде

$$D^0 = \bar{D}^0 (s'^+ + s'), \quad D_\mu^2 = D^2 (d_\mu'^+ + d_\mu').$$

В результате вычислений находятся распределения $B(E2)$ - и $B(E0)$ -величин, соответствующие изоскалярным квадрупольному и монополюсному резонансам.

Отметим, что связь между низколежащими и высоколежащими (типа гигантских резонансов) коллективными состояниями изучена много лет назад в динамической коллективной модели Грайнера и в других феноменологических моделях. В результате получено грубое описание ширин гигантских резонансов. По существу в [82—84] в МВБ учтена такая же связь и в общих чертах получено описание сечений фотопоглощения, демонстрирующих гигантские резонансы. Открытым остается вопрос о том, можно ли в МВБ рассчитать другие свойства гигантских резонансов, например тонкую структуру и частичные ширины распадов.

При описании гигантских резонансов в деформированных ядрах в МВБ в [82—84] вся совокупность коллективных состояний, формирующих гигантский резонанс для каждого значения квантового числа K , описывается с помощью одного бозона. Следует ответить на вопрос: можно ли с помощью одного бозона описать все богатство большого числа состояний, формирующих гигантский резонанс.

Расчеты в КФМЯ показывают, что формирование гигантских резонансов идет за счет фрагментации большого числа однофононных состояний. Так, согласно [10], 150 однофононных состояний исчерпывают 80 % энергетически взвешенной суммы изовекторного дипольного резонанса в ^{238}U . При вычислении гигантских квадрупольных резонансов в областях редких земель и актиноидов учитывается 2000—3000 однофононных состояний.

Из микроскопических расчетов следует, что для формирования гигантского резонанса в деформированных ядрах необходима большая совокупность двухквазичастичных состояний. Поэтому трудно ожидать, что большое число оболочечных конфигураций, участвующих в формировании гигантского резонанса, для каждого значения K можно заменить одним бозоном.

Из образования гигантского резонанса путем фрагментации одного бозона должны следовать определенные закономерности для вероятностей его распада с вылетом нейтрона или протона или путем γ -переходов на основное и возбужденные состояния при переходе от низкоэнергетической части резонанса к его верхней границе. Пря-

мые указания могли бы дать реакции однонуклонных передач при условии, что конфигурации валентная частица — частица (или дырка) дают большой вклад в волновые функции состояний, формирующих гигантский резонанс. Операторы γ -переходов с гигантских резонансов связывают состояния, отличающиеся на частично-дырочный бозон. Так, на γ -вибрационные состояния идут γ -переходы с компонент s'^+ или p'^+ или d'^+ , умноженных на d^+ -бозон волновых функций состояний, формирующих гигантский резонанс. В МВБ такие вероятности γ -переходов на β -, γ - и первые октупольные состояния следует рассчитать для ряда деформированных ядер. На основе сравнения этих расчетов с экспериментальными данными, по-видимому удастся ответить на вопрос о возможности или невозможности формирования гигантского резонанса одним бозоном.

Можно утверждать, что в рамках КФМЯ создана основа для описания структуры низколежащих состояний сферических и деформированных ядер. Математический аппарат КФМЯ обобщен в [20, 85] на конечного $n_{\max} > 1$ ранга сепарабельные взаимодействия, способные воспроизвести сложные эффективные взаимодействия между квазичастицами.

Для понимания структуры деформированных ядер большой интерес представляет всестороннее экспериментальное изучение возбужденных состояний с энергией 2—3 МэВ. Было бы желательно сначала провести столь же детальные экспериментальные измерения, как в ^{168}Er , во многих других деформированных ядрах. Можно надеяться, что экспериментальное изучение состояний с энергией 2—3 МэВ будет выполнено многодетекторными системами на новом поколении ускорителей с большим энергетическим разрешением.

В заключение благодарю В. О. Нестеренко, А. В. Сушкова и Н. Ю. Ширикову, в совместных исследованиях с которыми получены многие приведенные здесь результаты.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
2. Soloviev V.G.//Atomic Energy Review. 1965. Vol. 3, N 2. P. 117—193.
3. Григорьев Е. П., Соловьев В. Г. Структура четных деформированных ядер. М.: Наука, 1974.
4. Иванова С. П., Комов А. Л., Малов Л. А., Соловьев В. Г.//ЭЧАЯ. 1976. Т. 7. С. 450—498.
5. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1977. Т. 2.
6. Arima A., Iachello F.//Phys. Rev. Lett. 1975. Vol. 35. P. 1069—1972; Ann. Phys. 1976. Vol. 99. P. 253—317.
7. Warner D.D., Casten R.F., Davidson W.F.//Phys. Rev. Lett. 1980. Vol. 45. P. 1761—1765; Phys. Rev. C. 1981. Vol. 24. P. 1713—1733.
8. Casten R.F., Warner D.D.//Rev. Mod. Phys. 1988. Vol. 60. P. 389—496.
9. Соловьев В. Г.//ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. С. 580—622.
10. Малов Л. А., Соловьев В. Г.//ЭЧАЯ. 1980. Т. 11. С. 301—341.

11. Soloviev V.G.//*Progr. in Particle and Nucl. Physics*. 1987. Vol. 19. P. 107—165.
12. Соловьев В. Г. Теория атомного ядра. Квазичастицы и фононы. М.: Энергоатомиздат, 1989.
13. Soloviev V.G., Shirikova N.Yu.//*Z. Phys. A*. 1981. Vol. 301 P. 263—269; *Ядерная физика*. 1982. Т. 36. С. 1376—1386.
14. Matsuo M., Matsuyanagi K.//*Progr. Theoret. Phys*. 1985. Vol. 74. P. 1227—1244.; 1986. Vol. 76. P. 93—114.
15. Purenbring R., Jammari M.K.//*Nucl. Phys. A*. 1988. Vol. 481. P. 81—93; 1988. Vol. 487. P. 77—91.
16. Соловьев В. Г. Теория атомного ядра. Ядерные модели. М.: Энергоиздат, 1981.
17. Soloviev V.G.//*Z. Phys. A.— Atomic Nuclei*. 1989. Vol. 34. P. 143—148.
18. Rignarsson I., Broglia B.A.//*Nucl. Phys. A*. 1976. Vol. 263. P. 315—348.
19. Караджев Л., Соловьев В. Г., Сушков А. В.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1989. Т. 53. С. 2150—2153.
20. Соловьев В. Г.//*ЯФ*. 1989. Т. 50. С. 40—51.
21. Соловьев В. Г., Ширикова Н. Ю.//*Изв. АН СССР. Сер. физ.* 1988. Т. 52. С. 2095—2101.
22. Soloviev V.G., Shirikova N.Yu.//*Z. Phys. A.— Atomic Nuclei*. 1989. Vol. 334. P. 149—162.
23. Soloviev V.G., Sushkov A.V., Shirikova N.Yu.//*Z. Phys. A.— Atomic Nuclei*. 1984. Vol. 316. P. 65—74.
24. Soloviev V.G., Sushkov A.V.//*Phys. Lett. B*. 1989. Vol. 216. P. 259—261.
25. Bohr A., Mottelson B.R.//*Phys. Scripta*. 1982. Vol. 25. P. 28—36.
26. Otsuka T., Ginochio S.//*Phys. Rev. Lett*. 1985. Vol. 59. P. 276—279.
27. Wu Hua-Chan, Zhou Xiao-Oian//*Nucl. Phys. A*. 1984. Vol. 417. P. 67—76.
28. Yoshinaga N., Akiyama Y., Arima A.//*Phys. Rev. Lett*. 1986. Vol. 56. P. 1116—1119; *Phys. Rev. C*. 1988. Vol. 38. P. 419—436.
29. Yoshinaga N.//*Nucl. Phys. A*. 1986. Vol. 456. P. 21—47; 1989. Vol. 493. P. 323—334.
30. Akiyama Y., Heyde K., Arima A., Yoshinaga N.//*Phys. Lett. B*. 1986. Vol. 173. P. 1—4.
31. Akiyama Y., von Brentano P., Gelberg A.//*Z. Phys. A.— Atomic Nuclei*. 1987. Vol. 326. P. 517—521.
32. Wu H.C., Dieperink A.E., Scholten O.e.a.//*Phys. Rev. C*. 1988. Vol. 38. P. 1638—1648.
33. Scholten O., Iachello F., Arima A.//*Ann. Phys.* 1978. Vol. 115. P. 325—362.
34. Barfield A.F., Barrett B.R., Wood J.L., Scholten O.//*Ann. Phys.* 1988. Vol. 182. P. 344—374.
35. Konijn J., de Boer F.W., van Poelgest A.e.a.//*Nucl. Phys. A*. 1981. Vol. 352. P. 191—220.
36. Govil I.M., Fulbright H.W., Cline D.e.a.//*Phys. Rev. C*. 1986. Vol. 33. P. 793—803; 1987. Vol. 36. P. 1442—1452.
37. Engel J., Iachello F.//*Phys. Rev. Lett*. 1985. Vol. 54. P. 1126—1128.
38. Mikhailov I.N., Nadjakov E.G., Aiche M.e.a.//*J. Phys. G*. 1989. Vol. 15. P. L19—L24.
39. Otsuka T., Sigita M.//*Phys. Lett. B*. 1988. Vol. 209. P. 140—144.
40. Arima A., Otsuka T., Iachello F., Talmi I.//*Phys. Lett. B*. 1977. Vol. 66. P. 205—208; 1978. Vol. 76. P. 139—144.
41. Civitarese O., Faessler A., Nojarov R.//*Phys. Rev. C*. 1987. Vol. 35. P. 2310—2317.
42. Otsuka T., Ginocchio J.N.//*Phys. Rev. Lett*. 1985. Vol. 54. P. 777—780.
43. Scholten O., Heyde K., Van Isacker P., Otsuka T.//*Phys. Rev. C*. 1985. Vol. 32. P. 1729—1734.
44. Novoselsky A.//*Nucl. Phys. A*. 1988. Vol. 483. P. 282—294.

45. Sala P., von Brentano P., Harter H.e.a.//Nucl. Phys. A. 1986. Vol. 456. P. 269—277.
46. Casten R.F., von Brentano P., Gelberg A., Harter H.//J. Phys. G., 1986. Vol. 12. P. 711—716.
47. Casten R.F., Brenner D.S., Haustein P.E.//Phys. Rev. Lett. 1987. Vol. 58. P. 658—661.
48. Van Isacker P., Heyde K., Waroquier M., Wenes G.//Nucl. Phys. A. 1982. Vol. 380. P. 383—409.
49. Alonso C.E., Arias J.M., Lozano M.//Phys. Lett. B. 1986. Vol. 177. P. 130—134.
50. Chuu D.S., Hsieh S.T.// Phys. Rev. C. 1988. Vol. 3 . P. 960—966.
51. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
52. Bortignon P.F., Broglia R.A., Bes D.R., Liotta R.//Phys. Rep. C. 1977. Vol. 30. P. 306—360.
53. Soloviev V.G.//Nuclear Structure Dubna Symp. Vienna: IAEA, 1968. P. 101—118; Neutron Capture Gamma-Ray Spectroscopy. Petten: Reactor Centrum Nederland, 1977. P. 99—117.
54. Соловьев В. Г.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1971. Т. 35. С. 666—677.
55. Соловьев В. Г.//Письма в ЖЭТФ. 1984. Т. 40. С. 398—401.
56. Soloviev V.G.//Z. Phys. A. 1986. Vol. 324. P. 393—401.
57. Соловьев В. Г.//ЯФ. 1988. Т. 47. С. 332—340.
58. Soloviev V.G. Inst. Phys. Conf. Ser. N88/J. Phys. G: Nucl. Phys. 14 Suppl. 1989. P. S39—S46; Modern Developments in Nuclear Physics. Singapore: World Scientific, 1988. P. 315—327.
59. Нестеренко В. О., Соловьев В. Г., Сушков А. В., Ширикова Н. Ю.//ЯФ. 1986. Т. 44. С. 1443—1450.
60. Burke D.G., Davidson W.F., Cizewski J.L.e.a.//Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 445. P. 70—92.
61. Shirley V.S.//Nucl. Data Sheets. 1988. Vol. 53. P. 223—268.
62. Kuyucak S., Morrison I.//Cocoyc '88. Singapore: World Scientific, 1988. P. 169—173.
63. Govil I.M., Fulbright H.W., Cline D.e.a.//Phys. Rev. C. 1986. Vol. 33. P. 793—803.
64. Соловьев В. Г.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1989. Т. 53. С. 2066—2076.
65. Соловьев В. Г., Ширикова Н. Ю.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1990. Т. 54. С. 818—821.
66. Soloviev V.G., Sushkov A.V.//J. Phys. G.: Nucl. Part. Phys. 1990. Vol. 16. P. L57—L60.
67. Browne E.//Nucl. Data Sheets. 1988. Vol. 54. P. 199—236.
68. Ronningen R.M., Hamilton J.H., Ramayya A.V.//Phys. Rev. C. 1977. Vol. 15. P. 1671—1678.
69. Hague A.M., Casten R.F., Forster I.e.a.//Nucl. Phys. A. 1986. Vol. 455. P. 231—293.
70. Gallagher C.J., Nielsen H.L.//Phys. Rev. 1962. Vol. 126. P. 1520—1534.
71. Nettles W.G., Ramayya A.V., Hamilton J.H.e.a.//J. Phys. G: Nucl. Phys. 1988. Vol. 14. P. L223—L228.
72. Sood P.G., Sheline R.K.//Mod. Phys. Lett. A. 1989. Vol. 4. P. 1711—1719.
73. Kho T.L., Waddington J.C., O'Neil R.A.e.a.//Phys. Rev. Lett. 1972. Vol. 28. P. 1717—1720.
74. Hammer T., Ejiri H., Hagemann G.B.//Nucl. Phys. A. 1973. Vol. 202. P. 321—334.
75. Kaffrell N., Kurcewicz W.//Nucl. Phys. A. 1975. Vol. 255. P. 339—350.
76. Burke D.G., Maddock B.L., Davidson W.F.//Nucl. Phys. A. 1985. Vol. 442. P. 424—459.
77. Greenwood R.C., Reich C.K., Baader H.A.e.a.//Nucl. Phys. A. 1978. Vol. 304. P. 327—428.

78. Джелепов Б. С., Тер Нерсесянц В. Е., Шестопалова С. А. Схемы распада радиоактивных ядер А-169, 170. Л.: Наука, 1988.
79. Zhou Chunmei//Nucl. Data Sheets. 1987. Vol. 50. P. 351—401.
80. Soloviev V.G.//Rev. Roum. Phys. 1988. Vol. 33. P. 347—352.
81. Джолос Р. В., Иванова С. П., Педроса Р., Соловьев В. Г.//ТМФ. 1987. Т. 70. С. 154—159.
82. Scholtz F.J.//Phys. Lett. B. 1985. Vol. 151. P. 87—89; Scholtz F.G., Hahne F. T.//Nucl. Phys. A. 1987. Vol. 471. P. 545—564.
83. Maino G., Ventura A., Zuffi L., Iachello F.//Phys. Rev. C. 1984. Vol. 30. P. 2101—2104; Phys. Lett. B. 1985. Vol. 152. P. 17—21.
84. Maino G., Ventura A., Van Isacker P., Zuffi L.//Europhys. Lett. 1986. Vol. 2. P. 345—350.
85. Soloviev V.G.//Fizika. 1990. Vol. 22. P. 78—96.