

НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДСКАЗАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ КИРАЛЬНЫХ ЛАГРАНЖИАНОВ, ОСНОВАННЫХ НА ДИНАМИКЕ КВАРКОВ

А. А. Бельков

Институт физики высоких энергий, Серпухов

В. Н. Первушин, Д. Эберт

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Дается обзор по построению реалистических эффективных киральных лагранжианов мезонов, включающих члены высшего порядка по производным и лагранжиан Весса — Зумино, исходя из КХД и КХД-подобных кварковых моделей. Показано, что современные киральные лагранжианы этого типа воспроизводят все известные результаты феноменологических лагранжианов, такие, как мягкопионные теоремы, PCAC, KCFR-отношения, улучшенное отношение Вайнберга и др. Более того, в электрослабых взаимодействиях получены векторная и аксиально-векторная доминантности, основанные на тождествах ток — поле. Обсуждаются следствия возникающих новых членов с высшими производными для мезонных процессов типа $\pi\pi$ - и πK -рассеяния, $\eta' \rightarrow 2\pi\eta$ -распада и нелептонных слабых распадов каонов. Рассматривается роль киральных аномалий в сильных и электромагнитных процессах, таких, как K_{14} -, $K \rightarrow 2\pi\gamma$ - и $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$ -распады.

The construction of realistic effective chiral meson Lagrangians including higher order derivative terms as well as the gauged Wess — Zumino term from QCD or QCD-motivated quark models is reviewed. Modern chiral meson Lagrangians of this type are shown to reproduce the wealth of the results of successful phenomenological Lagrangians as, e.g., soft-pion theorems, PCAC, the KSF SR relation, an (improved) Weinberg relation etc. Moreover, if electroweak interactions are included, vector/axial-vector dominance based on field—current identity is obtained. The consequences of the arising new «fine—structure» derivative terms are discussed for a variety of meson processes like $\pi\pi$ - and πK -scattering, $\eta' \rightarrow 2\pi\eta$ decay and nonleptonic weak kaon decays. Finally, the role of chiral anomalies in strong and electromagnetic processes as well as in K_{14} , $K \rightarrow 2\pi\gamma$ and $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$ decays is considered.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время квантовая хромодинамика (КХД) является общепризнанной теорией сильного взаимодействия адронов. Значительным достижением КХД явилось описание процессов с большими передачами импульса и участием тяжелых кварков, для которых удается плодотворно использовать стандартную теорию возмущений (пертурбативная КХД). Применимость пертурбативной КХД к описанию жестких процессов определяется переданным импульсом в элементарных взаимодействиях кварков и глюонов. При больших импульсах эффективная константа связи кварков и глюонов становится малой (асимптотическая свобода КХД на малых расстояниях), и поэтому высшие поправки теории возмущений дают малый вклад. Однако большая часть экспериментальных данных, полученных на ускорителях в области низких и промежуточных энергий, находится вне сферы компетенции пертурбативной КХД. Это связано с тем, что при этих энергиях эффективная константа связи кварков и глюонов в элементарных взаимодействиях уже недостаточно мала, а также с известными трудностями, возникающими при учете адронизации кварков и глюонов (конфайнмент) и различных непертурбативных эффектов взаимодействия на больших расстояниях (например, перерасеяние мезонов). Поэтому до сих пор при интерпретации данных по низкоэнергетическим адронным процессам приходится опираться не только на общую теорию, какой является КХД, но и на различные, зачастую не связанные между собой феноменологические модели, отражающие основные динамические симметрии адронных взаимодействий, которые проявляются в законах сохранения и правилах отбора.

Одним из таких подходов к описанию низкоэнергетических мезонных процессов явился метод эффективных киральных лагранжианов [1—5], которые были предложены более 20 лет назад как компактное описание результатов алгебры токов. Киральные лагранжианы сыграли большую роль в понимании динамики сильных взаимодействий при низких энергиях и были своего рода прелюдией к широкому применению методов квантовой теории поля к описанию взаимодействия адронов в рамках КХД.

Современный интерес к нелинейным лагранжианам был стимулирован работой Виттена [6], в которой установлена топологическая связь КХД с киральным лагранжианом Весса — Zumino [7]. Наличие аномалий явилось еще одним указанием на то, что низкоэнергетическое мезонное взаимодействие имеет кварковое происхождение. Следует отметить, что идея о возможности получения эффективных киральных лагранжианов как низкоэнергетического предела КХД высказывалась раньше (см., например, [8—10]), а киральные лагранжианы из модели с 4-кварковым взаимодействием были построены в [11—13].

В последнее время идея о формулировке КХД при низких энергиях в терминах эффективных лагранжианов, построенных из колле-

ктивных полей, получила значительное развитие в работах [14—18]. В этих работах с помощью кваркового детерминанта в мезонных полях вычисляется не только лагранжиан Весса — Зумино [7], но также первоначальный лагранжиан Швингера — Вайнберга [1] и следующие члены (четвертого порядка) разложения по импульсам мезонов.

В современной низкоэнергетической киральной теории нелинейные лагранжианы рассматриваются как наиболее удобный подход к описанию мезонных процессов в терминах непертурбативной КХД. Причем как константы этих лагранжианов, так и сами условия их существования, формулируемые в виде требования «устойчивости» низкоэнергетической области КХД, определяются фундаментальными параметрами непертурбативной КХД: кварковым и глюонным конденсатами, массами кварков, числом цветов и т.п. [14]. Нелинейные киральные лагранжианы рассматриваются как перспективное направление для проверки КХД в непертурбативном режиме.

Однако строгое доказательство киральной бозонизации кварков пока что существует только в двумерной КХД [19]. Поэтому становится актуальной задача проверки предсказательной силы новых «кварковых» киральных лагранжианов, так как сравнение низкоэнергетических предсказаний теории с экспериментом является естественным способом физического обоснования фундаментальных динамических принципов и приближений, лежащих в основе получения этих лагранжианов.

Настоящий обзор посвящен обсуждению экспериментального статуса современных нелинейных киральных лагранжианов, основанных на динамике кварков. Мы существенно уточняем результаты аналогичных работ [20—22] и даем описание экспериментальных данных по широкому кругу низкоэнергетических мезонных процессов. Обсуждаются наиболее перспективные эксперименты по проверке предсказаний КХД в низкоэнергетическом пределе.

В разд. 1 конспективно изложены основные теоретические идеи и результаты работ [12—18] по построению нелинейных киральных лагранжианов. Обсуждается спектроскопия нонета псевдоскалярных мезонов и роль глюонной $U(1)$ -аномалии в описании расщепления масс η - и η' -мезонов. Решение последней проблемы является наиболее впечатляющим результатом, полученным в рамках $1/N_c$ -разложения в КХД. Этот результат можно легко переформулировать в терминах нелинейных киральных лагранжианов. В этом же разделе получены векторные и аксиально-векторные мезонные токи, возникающие из лагранжиана сильных взаимодействий мезонов при соответствующих киральных поворотах. По аналогии с классическими следствиями универсальности электромагнитных взаимодействий векторные и аксиально-векторные токи, генерируемые киральными поворотами, отождествляются с соответствующими токами электро-слабых взаимодействий. В пределе точной киральной симметрии это обеспечивает сохранение токов и универсальность слабых взаимо-

действий как в векторном, так и в аксиально-векторном токе. Нарушение киральной симметрии приводит к частичному сохранению аксиально-векторных токов, которое является одним из основных динамических принципов современной теории. Таким образом, в рамках единого подхода удается описать сильные, слабые и электромагнитные взаимодействия мезонов. Киральные лагранжианы, полученные для полета псевдоскалярных мезонов, легко обобщить на векторные и аксиально-векторные мезоны с помощью калибровочного принципа. Обсуждается роль Λ_1 -смешивания, возникающего в такой процедуре, а также связь электрослабых взаимодействий с векторной доминантностью.

В разд. 2 рассмотрены феноменологические следствия теории на примере анализа данных по $\pi\pi$ - и πK -рассеянию. Показано, что при существующих точностях измерений длин $\pi\pi$ - и πK -взаимодействий не удастся экспериментально проверить правильность фиксации p^4 -членов в низкоэнергетическом киральном пределе КХД. В качестве нового возможного источника модельно независимой информации о длинах $\pi\pi$ - и πK -рассеяния обсуждается измерение времен жизни $\pi\pi$ - и πK -димезоатомов. Более прямую экспериментальную информацию о динамике взаимодействий мезонов можно получить из их распадов. Уникальным в этом отношении оказываются распады $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$, данные по вероятностям которых, с учетом длин $\pi\pi$ -рассеяния, позволяют существенно снизить неопределенности феноменологического анализа структуры p^4 -членов кирального лагранжиана.

В разд. 3 обсуждается также возможность экспериментального выделения вкладов диаграмм «пингвинового» типа из данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$. Актуальность этой проблемы обусловлена тем, что по современным теоретическим представлениям пингвиновые диаграммы играют роль не только в динамическом усилении переходов с изменением изоспина $|\Delta I| = 1/2$, но также полностью определяют прямое CP -нарушение в членонных распадах каонов. В основе подхода, предложенного для совместного анализа членонных K -распадов, лежит киральная адронизация кварковых токов в эффективном лагранжиане слабых членонных взаимодействий с $|\Delta S| = 1$, получаемом в главном логарифмическом приближении КХД.

В разд. 4 рассмотрена роль киральных аномалий в описании мезонных процессов. Показано, что киральные аномалии определяют широкий круг сильных и электромагнитных распадов псевдоскалярных и векторных мезонов, в которых не сохраняется так называемая внутренняя четность. Однако пока еще не ясна причина нарушения низкоэнергетических теорем для киральных аномалий, возникающего в векторной доминантности при обобщении аномального лагранжиана Весса — Зумино — Виттена на векторные и аномально-векторные мезоны. Киральные аномалии играют также важную роль в описании слабых распадов мезонов. В качестве примеров рассмотрены каонные

распады $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- e^+ \nu$, $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$, $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma$. Так, в случае распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$ корректный учет всех вкладов в структурное излучение приводит к важному учет для планирования экспериментов результату, указывающему на невозможность поиска CP -нарушения в этом процессе.

1. КХД И КИРАЛЬНЫЕ ЛАГРАНЖИАНЫ

1.1. Лагранжианы мезонов. Предположим, что физика сильных взаимодействий описывается лагранжианом КХД с цветной группой $SU(N_c)$:

$$\mathcal{L}_{\text{КХД}} = -\frac{1}{4} (F_{\mu\nu}^i)^2 + \bar{q}_a^\alpha [i\delta_{ab} \delta^{\alpha\beta} \gamma^\mu \partial_\mu + ig \delta_{ab} A_\mu^{\alpha\beta} \gamma^\mu - \hat{m}_0^{\alpha\beta} \delta_{ab}] q_b^\beta, \quad (1)$$

где q_a^α — спинор с индексом цвета $\alpha = 1, 2, 3$ и запаха $a = 1, \dots, n$; $A^{\alpha\beta} = -\frac{i}{2} A_\mu^j (\tilde{\lambda}^j)^{\alpha\beta}$ — глюонное поле в матричных обозначениях; λ^j — генератор цветной группы (по повторяющимся индексам подразумевается суммирование). Генераторы группы запаха $U(n)$ нормированы следующим образом:

$$\text{tr } \lambda_i \lambda_j = 2\delta_{ij}, \quad i, j = 0, \dots, n^2 - 1; \quad (\lambda_0)_{ab} = \sqrt{\frac{2}{n}} \delta_{ab},$$

а $\hat{m}_0 = \text{diag}(m_1^0, m_2^0, \dots, m_n^0)$ — массовая матрица голых (токовых) кварков.

Основная идея [8, 9] состоит в том, чтобы рассматривать теорию (1) как фундаментальную «микроскопическую теорию», объясняющую спонтанное нарушение киральной симметрии $U(n) \times U(n)$. К сожалению, за исключением указаний, полученных в КХД на решетке, еще не удалось убедительно доказать спонтанное нарушение киральной симметрии в теории (1) [23] (точно так же, как и конфайнмент). Однако многими путями [14–18] было показано, что из предположения о спонтанном нарушении киральной симметрии в КХД из лагранжиана (1) следуют не только обычные киральные лагранжианы [1–5] низшего порядка по импульсам мезонов, но и следующие члены кирального низкоэнергетического разложения, которые пельзя воспроизвести процедурой унитаризации обычного лагранжиана [24–26].

Рассмотрим одну из конструктивных реализаций гипотезы спонтанного нарушения киральной симметрии в КХД, которой является лагранжиан типа Намбу — Йона — Лазинио [12, 13, 18, 27] для кварк-кваркового взаимодействия:

$$\mathcal{L} = \bar{q} (i\gamma_\mu \partial^\mu - \hat{m}_0) q + \sum_{i=0}^{n^2-1} \left\{ 2G_1 \left[\left(\bar{q} \frac{\lambda_i}{2} q \right)^2 + \left(\bar{q} i\gamma_5 \frac{\lambda_i}{2} q \right)^2 \right] - 2G_2 \left[\left(\bar{q} \gamma_\mu \frac{\lambda_i}{2} q \right)^2 + \left(\bar{q} \gamma_5 \gamma_\mu \frac{\lambda_i}{2} q \right)^2 \right] \right\}, \quad (2)$$

где G_1 и G_2 — универсальные константы кварк-кваркового взаимодействия размерности длины. Лагранжиан (2) может возникнуть непертурбативным образом из фундаментального лагранжиана (1) [28].

Переход от (1) к (2) (или предположение «спонтанного нарушения киральной симметрии» в работах [14—17]) является наиболее проблематичным пунктом в обосновании киральных лагранжианов из КХД. Однако из (2) эти лагранжианы можно вывести однозначно путем перехода к коллективным переменным [9, 12, 18]:

$$\Phi(x) = S(x) + iP(x); (A_{R,L})_\mu = V_\mu \pm A_\mu, \quad (3)$$

где S, P, V, A — скалярное, псевдоскалярное, векторное и аксиально-векторное поля соответственно; в матричном обозначении

$$(P, S) = \sum_{i=0}^{n^2-1} \frac{\lambda^i}{2} (P^i, S^i); V = \sum_{i=0}^{n^2-1} \frac{V^i \lambda^i}{2i} \text{ и т. д.}$$

В терминах коллективных переменных производящий функционал для теории (2) имеет вид

$$Z = \int dq d\bar{q} \exp \left[i \int d^4x \mathcal{L} \right] = \int d\Phi d\Phi^+ dA_L dA_R \exp \left\{ i \int d^4x \left[-\frac{1}{4G_1} \times \right. \right. \\ \left. \left. \times \text{tr} (\Phi - \hat{m}_0)^+ (\Phi - \hat{m}_0) - \frac{1}{4G_2} \text{tr} (V_\mu^2 + A_\mu^2) \right] \right\} \times \\ \times \{ \det [(i\gamma_\mu (\partial^\mu + A_R^\mu) - \Phi) P_R + (i\gamma_\mu (\partial^\mu + A_L^\mu) - \Phi^+) P_L] \}^{N_c}, \quad (4)$$

где $[\det (iD^\mu \gamma_\mu)]^{N_c} \equiv \int dq d\bar{q} \exp \left(i \int d^4x \bar{q} i D_\mu \gamma^\mu q \right)$ есть результат ин-

тегрирования по кварковым полям; $P_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)/2$ — проекционные киральные операторы на состояния с различной спиральностью кварков*.

Интеграл (4) затем вычисляется методом стационарной фазы [9, 12]. Равенство нулю первой вариации по Φ выражения под знаком экспоненты в (4) при $A_L = A_R = P = 0$ дает уравнение «массовой щели» (или уравнение Швингера — Дайсона), определяющее физический спектр конститuentных масс кварков

$$\Phi^0 = \text{diag} (m_1, m_2, \dots, m_n) \equiv \hat{m}:$$

$$\hat{m} = \hat{m}_0 + 2iG_1 N_c \left(\text{tr}_\gamma \frac{1}{i\partial_\mu \gamma^\mu - \hat{m}} \right) \equiv \hat{m}_0 + 2iG_1 N_c \left(\frac{4}{(2\pi)^4} \int \frac{d^4 k \hat{m}}{k^2 - \hat{m}^2} \right). \quad (5)$$

Здесь величина $\left(-iN_c \text{tr}_\gamma \frac{1}{i\gamma_\mu \partial^\mu - \hat{m}} \right)$ является кварковым конден-

* Для простоты мы опустили внешние источники билинейных комбинаций кварков с квантовыми числами мезонов.

сатом $\langle \bar{q}q \rangle$:

$$\langle \bar{q}_a q_a \rangle = -i \frac{4N_c}{(2\pi)^4} \int^\Lambda d^4k \frac{m_a}{k^2 - m_a^2}, \quad (6)$$

который определяет шкалу нарушения киральной симметрии и, следовательно, параметр Λ как шкалу, характеризующую область действия кварковых сил в импульсном пространстве ($\Lambda \sim 1$ ГэВ) [12]. Из (5) и (6) получаем

$$\langle \bar{q}_a q_a \rangle = -\frac{1}{2G_1} (m_a - m_a^0). \quad (7)$$

Рассмотрим вначале только сектор псевдоскалярных мезонов в случае точной $U(n)$ -симметрии ($m_a = m$) и экспоненциальной параметризации

$$\Phi \approx mU; \quad U = \exp\left(2i \frac{1}{F} \hat{\pi}\right); \quad \hat{\pi} = \sum_{i=0}^{n^2-1} \frac{\pi_i \lambda_i}{2}, \quad (8)$$

где π_i — поля псевдоскалярных мезонов; F — затравочная константа распада $\pi \rightarrow \mu\nu$. В этом случае функционал (4) принимает вид

$$\begin{aligned} Z \approx \int d\Phi d\Phi^+ \exp\left\{i \int d^4x \left[-\frac{1}{2G_1} \text{tr}(\Phi - \hat{m}_0)(\Phi^+ - \hat{m}_0) \right]\right\} \times \\ \times \left\{ \det[(i\gamma_\mu \partial^\mu - \Phi)P_R + (i\gamma_\mu \partial^\mu - \Phi^+)P_L] \right\}^{N_c} \approx \\ \approx \int D\mu(\hat{\pi}) \exp\left\{i \int d^4x \mathcal{L}_{\text{эф}}(\hat{\pi})\right\}, \quad (9) \end{aligned}$$

где $D\mu(\hat{\pi})$ — мера интегрирования по псевдоскалярным мезонам, а лагранжиан $\mathcal{L}_{\text{эф}}$ можно представить в виде суммы четырех слагаемых [18]:

$$\mathcal{L}_{\text{эф}} = \mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}^{(4)} + \mathcal{L}_{\text{WZ}} + \mathcal{L}_{\text{SB}}. \quad (10)$$

Здесь лагранжиан

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{SB}} &= \frac{1}{4G_1} \text{tr} m_0 m (U + U^+ - 2) \equiv \\ &\equiv \frac{F^2}{4} m_\pi^2 \text{tr} (U + U^+ - 2) \approx -\frac{m_\pi^2}{2} (\pi^i)^2 + O(\pi^4) \quad (11) \end{aligned}$$

определяется выражением под знаком экспоненты в (9). Остальные лагранжианы в (10) определены разложением по производным полям кваркового детерминанта [18]. Лагранжиан

$$\begin{aligned} \mathcal{L}^{(2)} &= \frac{N_c m^2}{16\pi^2} \Gamma\left(0, \frac{m^2}{\Lambda^2}\right) \text{tr}(\partial_\mu U \partial^\mu U^+) \equiv -\frac{F^2}{4} \text{tr}(L_\mu L^\mu); \quad (12) \\ \Gamma(0, x) &= \int_x^\infty dt e^{-t}/t, \quad L = (\partial_\mu U) U^+, \end{aligned}$$

есть стандартный лагранжиан второго порядка по производным (Λ — параметр обрезания теории). Лагранжиан

$$\mathcal{L}^{(4)} = \frac{N_c}{32\pi^2} \text{tr} \left\{ \frac{1}{12} [L_\mu, L_\nu] [L^\mu, L^\nu] - \frac{1}{3} (\partial_\mu L^\mu)^2 + \frac{1}{6} (L_\mu L^\mu)^2 \right\} \quad (13)$$

есть новое взаимодействие четвертого порядка по производным. Тождества в (11), (12) фиксируют связь между параметрами теории G_1 , m_0 , Λ и экспериментально наблюдаемыми константами F , m_π , m .
Лагранжиан

$$\begin{aligned} \int d^4x \mathcal{L}_{\text{WZ}} &= \frac{iN_c}{240\pi^2} \int_{B_5} d^5x \varepsilon^{\mu\nu\kappa\rho} \text{tr} (L_\mu L_\nu L_\kappa L_\rho) = \\ &= -\frac{2N_c}{15\pi^2 F^5} \int d^4x \varepsilon^{\mu\nu\kappa\lambda} \text{tr} (\hat{\pi} \partial_\mu \hat{\pi} \partial_\nu \hat{\pi} \partial_\kappa \hat{\pi} \partial_\lambda \hat{\pi}) + O(\pi^7) \end{aligned} \quad (14)$$

есть фаза кваркового детерминанта, называемая членом Весса — Зумино [6, 7]. Здесь B_5 — 5-мерная область интегрирования по переменным (x, τ) ; $d^5x = d^4x d\tau$. В этом топологическом члене (14) киральные поля π определяются на 5-мерном диске B_5 , границей которого служит 4-мерное евклидово пространство-время.

Для дальнейшего анализа и сравнения с другими работами лагранжиан (13) удобно записать в виде суммы двух слагаемых:

$$\mathcal{L}_Q = \frac{1}{32\hat{e}^2} \text{tr} \{ [L_\mu, L_\nu]^2 \} + \frac{\gamma}{16\hat{e}^2} \text{tr} \{ (L_\mu L^\mu)^2 \}; \quad (15)$$

$$\mathcal{L}_T = -\frac{1}{\Lambda_T} \text{tr} \{ (\partial_\mu L^\mu)^2 \} \equiv \frac{1}{\Lambda_T} \text{tr} \{ \partial^2 U \partial^2 U^\dagger - (L_\mu L^\mu)^2 \}, \quad (16)$$

где безразмерные параметры \hat{e}^2 , γ , Λ_T принимают значения

$$\hat{e}^2 = 12\pi^2/N_c, \quad \gamma = 1, \quad \Lambda_T = 96\pi^2/N_c. \quad (17)$$

В дальнейшем при сравнении с экспериментом будем рассматривать эти величины как параметры, фиксируемые из анализа данных. Первый член в (15) — так называемое скирмовское взаимодействие [29], второй — нескирмовская добавка. Взаимодействие (16) называется тахионным, поскольку оно приводит к двум значениям спектра масс мезонов — обычному и тахионному $|m_T| \approx 0,9$ ГэВ. Тахионный член отражает тот факт, что в нашей рассмотрении мы ограничили физический сектор лишь псевдоскалярными степенями свободы. Масса тахиона, по-видимому, определяет масштаб применимости низкоэнергетического разложения. При учете частиц высших спинов масса тахиона еще больше возрастает, и его влияние на формирование спектра масс становится малым [14]. При вычислении амплитуд конкретных физических процессов вклад тахионного члена в ряде случаев представляет интерес с точки зрения исследования модельной зависимости физических результатов теории.

Таким образом, мы показали, что из 4-кваркового лагранжиана модели Намбу — Йона — Лазинио (2) можно получить киральные лагранжианы (11) — (16). Скалярные и псевдоскалярные, векторные и аксиально-векторные мезоны возникают в этом подходе в качестве киральных партнеров как коллективные возбуждения в кварк-антикварковой системе. Успехи, достигнутые в модели Намбу — Йона — Лазинио и ее модификациях при описании широкого круга низкоэнергетических мезонных процессов, подтверждают связь киральной динамики с кварковой структурой мезонов, а также указывают на то, что локальный лагранжиан (2), по-видимому, является достаточно хорошим приближением для описания эффективного взаимодействия кварков. Однако переход от фундаментального лагранжиана КХД (1), описывающего взаимодействие кварков и глюонов, к эффективному 4-кварковому взаимодействию (2) до сих пор не получил достаточного теоретического обоснования. Поэтому в описанном подходе связь киральных лагранжианов (11)—(16) с КХД остается невыясненной.

Определенный прогресс в этом направлении был достигнут в последние годы в методе киральной бозонизации кварков, прежде всего благодаря работам [14, 17], где киральные лагранжианы (11)—(16) были получены при описании неинвариантности действия КХД во внешних полях относительно кирального поворота этих полей. В этом подходе псевдоскалярные мезоны возникают как фаза киральных поворотов кварковых полей.

В результате получены киральные эффективные лагранжианы (11)—(16), константы которых выражены через фундаментальные параметры непертурбативной КХД.

В подходе [14] естественным образом возникает дополнительное взаимодействие, нарушающее киральную симметрию в p^2 -порядке:

$$\mathcal{L}_{SB}^{(p^2)} = -\frac{1}{4} \frac{F^2}{\Lambda_\chi^2} \text{tr} M (\partial^2 U + \partial^2 U^\dagger), \quad (18)$$

где диагональная матрица $\text{diag} M = (\mu_u^2, \mu_d^2, \mu_s^2)$ определена в п. 1.2. Обычно это взаимодействие вводят для учета расщепления констант распадов $\pi \rightarrow \mu\nu$, $K \rightarrow \mu\nu$, а значение параметра Λ_χ^2 выбирают таким, чтобы их отношение совпадало с экспериментальным значением:

$$F_K/F_\pi = \left(1 + \frac{\mu_s^2}{2\Lambda_\chi^2}\right) / \left(1 + \frac{\mu_d^2}{2\Lambda_\chi^2}\right) = 1,28.$$

Отсюда следует, что $\Lambda_\chi^2 = 0,78 \text{ ГэВ}^2$. Тахионное взаимодействие также приводит к расщеплению констант F_K , F_π :

$$F_K/F_\pi = \left(1 + \frac{4m_K^2}{\Lambda_T F^2}\right) / \left(1 + \frac{4m_\pi^2}{\Lambda_T F^2}\right) = 1,34.$$

Для того чтобы установить, происходит ли расщепление констант F_K , F_π за счет нарушения киральной симметрии в p^2 -порядке (18)

или же вследствие появления тахионного взаимодействия (16) в p^4 -порядке кирального разложения, в настоящей работе при анализе нелептонных распадов каонов исследуются оба возможных механизма.

К настоящему времени накоплено достаточно убедительных доказательств в пользу того, что в низкоэнергетическом пределе КХД должна естественным образом приводить к киральным мезонным лагранжианам, которые выступают в качестве языка, наиболее удобного для описания низкоэнергетических мезонных процессов в терминах пертурбативной КХД. В частности, метод эффективных лагранжианов оказывается весьма удобным при формализации решения известной $U(1)$ -проблемы, связанной с необходимостью учета глюонной аномалии при описании физики псевдоскалярного нонета мезонов.

1.2. Учет глюонной аномалии и массы псевдоскалярного нонета. К лагранжианам (11)–(16) следует также добавить член, учитывающий наличие глюонной $U(1)$ -аномалии в дивергенции девятого аксиального тока, возникающей в рамках $1/N_c$ -разложения в КХД [31]:

$$\partial_\mu J_i^{A\mu} = i\bar{q}\gamma^5 \left\{ \frac{\lambda_i}{2}, \hat{m}^0 \right\} q + \delta_{i9} 2\sqrt{n} \partial_\mu K^\mu.$$

Здесь n — число легких кварков (в дальнейшем рассматриваем случай $n = 3$); \hat{m}^0 — массовая матрица легких кварков $\text{diag } \hat{m}^0 = (m_u^0, m_d^0, m_s^0)$, и аномалия входит в дивергенцию в виде плотности топологического заряда

$$Q(x) \equiv \partial_\mu K^\mu = \frac{g^2}{32\pi^2} F^{\mu\nu a} \tilde{F}_{\mu\nu}^a.$$

Феноменологический учет глюонной аномалии можно осуществить, вводя в киральный лагранжиан глюонные поля в виде плотности топологического заряда с помощью дополнительного члена [10]:

$$\mathcal{L}_G = \frac{3}{aF^2} (\partial_\mu K^\mu)^2 + \frac{i}{2} \partial_\mu K^\mu \text{tr} [\ln U - \ln U^+],$$

где a — неопределенный параметр. Если записать лагранжиан (11) в виде

$$\mathcal{L}_{SB} = \frac{F^2}{4} \text{tr} [M(U + U^+ - 2)],$$

то с помощью теоремы Нётр из полного кирального лагранжиана с учетом членов \mathcal{L}_G , \mathcal{L}_{SB} для дивергенции девятого аксиального тока легко получить выражение, содержащее как массовые, так и аномальные члены с глюонными полями:

$$\partial_\mu J_9^{A\mu} = i \frac{F^2}{\sqrt{6}} \text{tr} [M(U^+ - U)] + 2\sqrt{3} \partial_\mu K^\mu.$$

Здесь массовая матрица M выбрана в виде $\text{diag } M = (\mu_u^2, \mu_d^2, \mu_s^2)$, где параметры μ_a^2 пропорциональны кварковым массам:

$$\mu_a^2 = -2m_a^0 F^{-2} \langle \bar{q}_a q_a \rangle,$$

причем

$$M = \begin{pmatrix} \mu_u^2 & & \\ & \mu_d^2 & \\ & & \mu_s^2 \end{pmatrix} = \frac{\mu_u^2 - \mu_d^2}{2} \lambda_3 + \frac{\mu_u^2 + \mu_d^2 - 2\mu_s^2}{2\sqrt{3}} \lambda_8 + \frac{\mu_u^2 + \mu_d^2 + \mu_s^2}{\sqrt{6}} \lambda_9.$$

Псевдоскалярные мезоны обладают теми же трансформационными свойствами, что и билинейный кварковый член:

$$F\pi_a \sim i\bar{q}\gamma^5 \frac{\lambda_a}{\sqrt{2}} q.$$

Поэтому для массового члена в формуле для дивергенции аксиального тока справедлива очевидная связь

$$\begin{aligned} i\bar{q}\gamma^5 \left\{ \frac{\lambda_9}{2}, \hat{m}_0 \right\} q &\sim \frac{F}{\sqrt{3}} \left[(\mu_u^2 - \mu_d^2) \pi_3 + \frac{\mu_u^2 + \mu_d^2 - 2\mu_s^2}{\sqrt{3}} \eta_8 + \right. \\ &\left. + \sqrt{\frac{2}{3}} (\mu_u^2 + \mu_d^2 + \mu_s^2) \eta_0 \right] \approx i \frac{F^2}{\sqrt{6}} \text{tr} [M(U^+ - U)]. \end{aligned}$$

Чтобы исключить из взаимодействия \mathcal{L}_G глюонные поля в явном виде, можно использовать уравнение движения, возникающее при вариации эффективного кирального лагранжиана по $Q \equiv \partial_\mu K^\mu$:

$$\frac{6}{aF^2} Q + \frac{i}{2} \text{tr} (\ln U - \ln U^+) = 0.$$

Отсюда, выражая Q через U , получаем

$$\mathcal{L}_G = \frac{aF^2}{48} [\text{tr} (\ln U - \ln U^+)]^2. \quad (19)$$

Учет глюонной аксиальной $U(1)$ -аномалии позволяет правильно описать массы всех псевдоскалярных мезонов, включая синглетное состояние η' . Использование только нарушения киральной симметрии в форме взаимодействия \mathcal{L}_{SB} не позволяет описать массу η' -мезона, которая в этом случае оказывается намного меньше экспериментального значения. В этом и заключается суть так называемой $U(1)$ -проблемы.

Квадратичная по мезонным полям часть лагранжианов \mathcal{L}_{SB} , \mathcal{L}_G , определяющая массы псевдоскалярных мезонов, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_m = &-\frac{1}{2} \left\{ \frac{\mu_u^2 + \mu_d^2}{2} (\pi^{0^2} + 2\pi^+\pi^-) + (\mu_u^2 + \mu_s^2) K^+K^- + (\mu_d^2 + \mu_s^2) \bar{K}^0K^0 + \right. \\ &+ \frac{1}{6} (\mu_u^2 + \mu_d^2 + 4\mu_s^2) \eta_8^2 + \left[\frac{1}{3} (\mu_u^2 + \mu_d^2 + \mu_s^2) + a \right] \eta_0^2 + \\ &\left. + \frac{1}{\sqrt{3}} (\mu_u^2 - \mu_d^2) \pi^0 (\eta_8 + \sqrt{2} \eta_0) + \frac{\sqrt{2}}{3} [\mu_u^2 + \mu_d^2 - 2\mu_s^2] \eta_0 \eta_8 \right\}. \end{aligned}$$

Параметры μ_u^2 , μ_d^2 , μ_s^2 можно зафиксировать по массам мезонов m_{π^\pm} , m_{K^0} , m_{K^\pm} , причем для m_{K^\pm} нужно брать значение за вычетом электромагнитной поправки $m_{K^\pm}^{\text{em}} = 2,9$ МэВ [32]. Разность масс ($m_{\pi^\pm} - m_{\pi^0}$) также имеет полностью электромагнитное происхождение [32], поэтому массы m_{π^0} и m_{π^\pm} на этом этапе считаются равными.

Лагранжиан \mathcal{L}_m следует привести к диагональному виду по полям нейтральных псевдоскалярных мезонов. Смешиванием π^0 -мезона с η_8 -, η_0 -мезонами можно пренебречь, а для η -, η' -мезонов введем угол ($\eta - \eta'$)-смешивания φ :

$$\eta_8 = \eta \cos \varphi + \eta' \sin \varphi; \quad \eta_0 = -\eta \sin \varphi + \eta' \cos \varphi. \quad (20)$$

Параметр a глюонной аномалии (19) и угол φ фиксируются при описании масс псевдоскалярных мезонов следующим образом:

$$a = 0,729 \text{ ГэВ}^2, \quad \varphi = -19^\circ.$$

Для суммы квадратов масс η -, η' -мезонов легко получить соотношение

$$m_\eta^2 + m_{\eta'}^2 = m_{K^+}^2 + m_{K^0}^2 + a.$$

В киральном пределе ($\mu_i^2 \rightarrow 0$), когда все октетные мезоны становятся безмассовыми, синглетный η' -мезон сохраняет отличную от нуля массу $m_{\eta'}^2 = a$. Это приводит к дополнительному расщеплению масс октета и синглета в псевдоскалярном нонете, в результате чего массы η' -мезона оказываются существенно больше массы η -мезона. Решение $U(1)$ -проблемы является наиболее ярким физическим результатом, полученным в рамках $1/N_c$ -разложения в КХД.

В работе [34] в модели динамического нарушения киральной симметрии инфракрасными сингулярностями КХД дано количественное описание нонета псевдоскалярных мезонов. В рамках этого подхода параметр a в (19) связан соотношением $a = t_0 n / N_c$ с величиной t_0 , характеризующей размер непертурбативной области в импульсном пространстве. Последнюю можно связать с константой $F: F^2 = t_0 N_c / (24\pi^2)$. Соответствующее значение параметра $a = 0,69$ ГэВ² хорошо согласуется с феноменологической величиной, полученной из описания масс псевдоскалярного нонета. Для угла ($\eta - \eta'$)-смешивания в работах [34] также получено значение $\varphi = -19^\circ$.

1.3. Мезонные токи. Токи, входящие в лагранжианы слабых взаимодействий, описывающие лептонные и нелептонные распады мезонов, могут быть получены из кирального лагранжиана

$$\mathcal{L}'_\phi = \mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}^{(4)} + \mathcal{L}_{WZ} + \mathcal{L}_{SB} + \mathcal{L}_{SB}^{(p^2)} + \mathcal{L}_G \quad (21)$$

* Отметим, что угол $\varphi = -19,5^\circ$ впервые был получен из феноменологического анализа непертурбативных эффектов в матрице смешивания кварковых конфигураций в работах [33].

с помощью соответствующих киральных поворотов. Векторные и аксиально-векторные мезонные токи имеют вид:

$$\begin{aligned}
 (J^V)_\mu^k &= -i \operatorname{tr} \left\{ \lambda^k \left([\hat{\pi}, \hat{\pi}_\mu] + \frac{1}{2\Lambda_\chi^2} M \{ \hat{\pi}, \hat{\pi}_\mu \} \right) \right\} - \\
 &- \frac{4i}{\Lambda_T F^2} \operatorname{tr} \left\{ \lambda^k \left([\hat{\pi}_\mu, \partial^2 \hat{\pi}] - [\hat{\pi}, \partial^2 \hat{\pi}_\mu] \right) \right\} - \\
 &- \frac{N_c}{3\pi^2 F^3} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \operatorname{tr} \left\{ \lambda^k \hat{\pi}_\nu \hat{\pi}_\alpha \hat{\pi}_\beta \right\} + O(\hat{\pi}^4); \quad (22)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (J^A)_\mu^k &= \operatorname{tr} \left\{ \lambda^k \left[F \left(1 + \frac{1}{2\Lambda_\chi^2} M \right) \hat{\pi}_\mu + \right. \right. \\
 &+ \frac{2}{3F} \left(3\hat{\pi} \hat{\pi}_\mu \hat{\pi} - \left(1 + \frac{1}{2\Lambda_\chi^2} M \right) \partial_\mu (\hat{\pi}^3) \right) \left. \right\} + \\
 &+ \frac{1}{\hat{e}^2 F^3} \operatorname{tr} \left[2\lambda^k \hat{\pi}_\nu \hat{\pi}_\mu \hat{\pi}^\nu - (1 - \gamma) \{ \lambda^k, \hat{\pi}_\mu \} \hat{\pi}_\nu \hat{\pi}^\nu \right] - \\
 &- \frac{1}{\Lambda_T F^2} \operatorname{tr} \left\{ \lambda^k \left[F \partial^2 \hat{\pi}_\mu - \frac{2}{3F} (2\hat{\pi}_\nu \hat{\pi}_\mu \hat{\pi}^\nu - \{ \hat{\pi}_\mu, \hat{\pi}_\nu \hat{\pi}^\nu \} - \right. \right. \\
 &- 2(\hat{\pi} \hat{\pi}_\mu \partial^2 \hat{\pi} + \partial^2 \hat{\pi} \hat{\pi}_\mu \hat{\pi} + \hat{\pi} \partial^2 \hat{\pi}_\mu \hat{\pi}) + (\partial^2 \hat{\pi}_\mu \hat{\pi} \hat{\pi} + \hat{\pi}_\mu \partial^2 \hat{\pi} \hat{\pi} + \hat{\pi}_\mu \hat{\pi} \partial^2 \hat{\pi}) + \\
 &+ (\partial^2 \hat{\pi} \hat{\pi} \hat{\pi}_\mu + \hat{\pi} \partial^2 \hat{\pi} \hat{\pi}_\mu + \hat{\pi} \hat{\pi} \partial^2 \hat{\pi}_\mu) - (\hat{\pi} \hat{\pi}_{\mu\nu} \hat{\pi}^\nu + \hat{\pi} \hat{\pi}^\nu \hat{\pi}_{\mu\nu}) - \\
 &\left. \left. - (\hat{\pi}_{\mu\nu} \hat{\pi}^\nu \hat{\pi} + \hat{\pi}^\nu \hat{\pi}_{\mu\nu} \hat{\pi}) + 2(\hat{\pi}_{\mu\nu} \hat{\pi} \hat{\pi}^\nu + \hat{\pi}^\nu \hat{\pi} \hat{\pi}_{\mu\nu}) \right] \right\} + O(\hat{\pi}^4), \quad (23)
 \end{aligned}$$

где $\hat{\pi}_\mu \equiv \partial_\mu \hat{\pi}$; $\hat{\pi}_{\mu\nu} \equiv \partial_\mu \partial_\nu \hat{\pi}$.

Полезно также привести для наглядности компактные выражения для левых токов, соответствующих лагранжианам $\mathcal{L}^{(2)}$ (12), $\mathcal{L}^{(4)}$ (13), \mathcal{L}_{WZ} (14):

$$\begin{aligned}
 J_{\mu L}^{(2)k} &= i \frac{F^2}{2} \operatorname{tr} \left(\frac{\lambda^k}{2} L_\mu \right); \\
 J_{\mu L}^{(4)k} &= \frac{i}{8\hat{e}^2} \operatorname{tr} \left(\left[L^\nu, \frac{\lambda^k}{2} \right] [L_\mu, L_\nu] - \right. \\
 &- \left. \left\{ \frac{\lambda^k}{2}, L_\mu \right\} L^\nu L_\nu - 2 \left(\frac{\lambda^k}{2} \partial_\mu - \left[\frac{\lambda^k}{2}, L_\mu \right] \right) \partial^\nu L_\nu \right); \\
 J_{\mu L}^{(WZ)k} &= -\frac{1}{16\pi^2} \varepsilon_{\mu\nu\alpha\beta} \operatorname{tr} \left(\frac{\lambda^k}{2} L^\nu L^\alpha L^\beta \right).
 \end{aligned}$$

Правые токи $J_{\mu R}^{(2,4)k}$ получаются отсюда заменой $L_\mu \rightarrow -R_\mu = -U^+ \partial_\mu U$, а $J_{\mu R}^{(WZ)k}$ — заменой $L_\mu \rightarrow R_\mu$. Векторные и аксиально-векторные токи связаны с $J_{\mu L, R}^k$ соотношениями

$$(J^V)_\mu^k = J_{\mu R}^k + J_{\mu L}^k, \quad (J^A)_\mu^k = J_{\mu R}^k - J_{\mu L}^k.$$

1.4. Векторные и аксиально-векторные мезоны. Обобщение киральных лагранжианов (21) на векторные и аксиально-векторные мезоны было сделано с помощью калибровочного принципа [6, 35, 36]. В работе [18] векторные мезоны возникают естественно, как коллективные переменные [см. формулы (3), (4)]. В результате вычисления модуля фермионного детерминанта в (4) возникают кинетический и массовый члены для полей V и A . Соответствующий лагранжиан, включающий квадратичные по полям V и A члены [см. (4)], имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L}^{(2)}(A, V) &= \frac{N_c}{16\pi^2} \Gamma\left(0, \frac{m^2}{\Lambda^2}\right) \frac{1}{3} \text{tr} [(F_{\mu\nu}^V)^2 + (F_{\mu\nu}^A)^2] - \\ &- \frac{1}{2} \text{tr} \left[\frac{1}{2G_2} V_\mu^2 \right] - \frac{1}{2} \text{tr} \left[\frac{1}{2G_2} A_\mu^2 + \frac{8N_c}{(4\pi)^2} \Gamma\left(0, \frac{m^2}{\Lambda^2}\right) m^2 A_\mu^2 \right] \equiv \\ &\equiv \frac{1}{g_V^2} \text{tr} \left[\frac{1}{2} (F_{\mu\nu}^V)^2 + \frac{1}{2} (F_{\mu\nu}^A)^2 - m_V^2 V_\mu^2 - m_A^2 A_\mu^2 \right], \end{aligned} \quad (24)$$

где

$$\begin{aligned} F_{\mu\nu}^A &= \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu + [A_\mu, V_\nu] + [V_\mu, A_\nu]; \\ F_{\mu\nu}^V &= \partial_\mu V_\nu - \partial_\nu V_\mu + [V_\mu, V_\nu] + [A_\mu, A_\nu]. \end{aligned}$$

Величины g_V и m_V , m_A определяются параметрами исходной теории Λ , m_0 , G_2 . Кроме того, обычные производные в (12) и других лагранжианах заменяются ковариантными:

$$\partial_\mu U \rightarrow \nabla_\mu U = \partial_\mu U + A_{L\mu} U - U A_{R\mu} = \partial_\mu U + [V_\mu, U] - \{A_\mu, U\}. \quad (25)$$

Мнимая часть детерминанта ведет к дополнительному члену Весса—Зумино, отвечающему за взаимодействия полей π , V , A [37, 38]:

$$\begin{aligned} \Delta\mathcal{L}_{\text{WZ}}(\pi, V, A) &= -\frac{iN_c}{48\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} (Z_{\mu\nu\alpha\beta}(U, A_L, A_R) - \\ &- Z_{\mu\nu\alpha\beta}(1, A_L, A_R)), \end{aligned} \quad (26)$$

где

$$\begin{aligned} Z \dots (U, A_L, A_R) &= A_L^U (A_R \cdot \partial \cdot A_R + \partial \cdot A_R \cdot A_R + A_R \cdot A_R \cdot A_R - \\ &- R \cdot R \cdot A_R) + U^+ A_L \cdot U (A_R \cdot R \cdot A_R - R \cdot \partial \cdot A_R) + \frac{1}{2} A_L \cdot L \cdot A_L \cdot L - \\ &- (A_L \leftrightarrow A_R; U \leftrightarrow U^+) + \frac{1}{2} (A_L \cdot U A_R \cdot U^+) (A_L \cdot U A_R \cdot U^+); \quad (27) \\ A_{L\mu}^U &= U^+ A_{L\mu} U + R_\mu; \quad A_{R\mu}^U = U A_{R\mu} U^+ - L_\mu. \end{aligned}$$

Удлинение производной (25) в кинетическом члене (12) приводит к недиагональному переходу $\sim \partial_\mu \hat{\pi} A^\mu$. Для устранения возникающего таким образом смешивания псевдоскалярных и аксиально-векторных полей надо перейти от нефизических полей A_μ , $\hat{\pi}$ к физичес-

ким полям \tilde{A}_μ , $\tilde{\pi}$. При этом затравочная константа F тоже заменяется физической \tilde{F} :

$$\left. \begin{aligned} A_\mu &= g_V \tilde{A}_\mu + i \frac{g_V \tilde{F}}{m_V^2} \partial_\mu \hat{\pi}, \quad \hat{\pi} = Z^{-1} \tilde{\pi}; \\ Z &= \left(1 - \frac{g_V^2 \tilde{F}^2}{m_V^2} \right)^{1/2} = \frac{m_V}{m_A}, \quad \tilde{F} = ZF. \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Заметим, что в отсутствие массовых членов в (24) пионные поля полностью поглощались бы полями аксиально-векторных мезонов, и мы имели бы дело с обычной калибровочной теорией. Массовые члены нарушают калибровочную инвариантность полного мезонного лагранжиана и приводят к пропорциональности токов полям, т.е. к векторной доминантности [39—41].

Диагонализация (28) приводит при условии $Z = 1/2$ к известному соотношению Вайнберга

$$m_A = \sqrt{2} m_\rho = 1090 \text{ МэВ} \quad (29)$$

и КСФР-соотношению [42]:

$$m_\rho^2 = 2g_V^2 \tilde{F}^2. \quad (30)$$

Выделим эффективные лагранжианы, описывающие различные вершины сильных взаимодействий векторных мезонов с физическими псевдоскалярными полями, учитывая смешивание (28). Минимальное $V\pi\pi$ -взаимодействие описывается лагранжианом

$$\mathcal{L}_{V\pi\pi} = \sqrt{2} \text{tr} g_V [\tilde{V}^\mu (\tilde{\pi} \partial_\mu \hat{\pi} - \partial_\mu \hat{\pi} \tilde{\pi})], \quad (31)$$

где \tilde{V}_μ — физическое поле ($V_\mu = q_V \tilde{V}_\mu$). Константа g_V определяется из распада $\rho \rightarrow \pi\pi$: $g_V^2/(4\pi) = 3,2$. Аномальные взаимодействия векторных и псевдоскалярных мезонов описываются лагранжианами (в дальнейшем везде все поля и константа F подразумеваются физическими):

$$\mathcal{L}_{VV\pi} = g_{VV\pi} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} (\partial_\mu V_\nu \partial_\alpha V_\beta \hat{\pi}), \quad (32)$$

$$g_{VV\pi} = \frac{3g_V^2}{4\pi^2 F};$$

$$\mathcal{L}_{V\pi\pi\pi} = h \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} (V_\mu \partial_\nu \hat{\pi} \partial_\alpha \hat{\pi} \partial_\beta \hat{\pi})^*; \quad (33)$$

* Заметим, что в работе [87] показано, что при использовании градиентно-инвариантной промежуточной регуляризации πA -переходы не должны давать вклады в диаграммы аномального типа.

$$h = \frac{g_V}{\pi^2 F^3} \left[1 - 3 \frac{g_V^2 F^2}{m_V^2} + \frac{3}{2} \left(\frac{g_V^2 F^2}{m_V^2} \right)^2 \right];$$

$$\mathcal{L}_{V V \pi} = \tilde{h} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \{ \text{tr} (V_\mu V_\nu V_\alpha \partial_\beta \hat{\pi}) - \text{tr} [(\partial_\mu V_\nu V_\alpha + V_\mu \partial_\nu V_\alpha) (\hat{\pi} V_\beta - V_\beta \hat{\pi})] \}, \quad (34)$$

$$\tilde{h} = - \frac{g_V^3}{4\pi^2 F}.$$

Метод коллективных переменных не только оправдывает калибровочный принцип, но ведет также к дополнительному нелинейному взаимодействию [14, 15, 18]:

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}^{(4)} &\rightarrow \tilde{\mathcal{L}}^{(4)} = \mathcal{L}^{(4)} + \Delta \mathcal{L}^{(4)}, \\ \Delta \mathcal{L}^{(4)} &= \frac{N_c}{96\pi^2} \text{tr} \{ 2F_{\mu\nu}^L \nabla^\mu U (\nabla^\nu U)^+ + \\ &+ 2F_{\mu\nu}^R (\nabla^\mu U)^+ \nabla^\nu U + F_{\mu\nu}^L U F^{R\mu\nu} U^+ \}, \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

где введены обозначения [см. также (3)]:

$$F_{\mu\nu}^{R(L)} = \partial_\mu A_\nu^{R(L)} - \partial_\nu A_\mu^{R(L)} + [A_\mu^{R(L)}, A_\nu^{R(L)}].$$

Сделаем несколько замечаний о физическом смысле дополнительного неминимального взаимодействия (35).

Первые два члена в (35), линейные по $F_{\mu\nu}^{L,R}$, дают вклад в электромагнитный радиус пиона*, в то время как последний член, содержащий как $F_{\mu\nu}^L$, так и $F_{\mu\nu}^R$, имеет самое прямое отношение к известной проблеме описания распада $\pi \rightarrow e\nu\gamma$. В связи с этим заметим, что эффективный киральный лагранжиан, содержащий неминимальный член

$$-iL_9 \text{tr} (F_{\mu\nu}^L (\nabla^\mu U) (\nabla^\nu U)^+ + F_{\mu\nu}^R (\nabla^\mu U)^+ (\nabla^\nu U)) + L_{10} \text{tr} F_{\mu\nu}^L U F^{R\mu\nu} U^+,$$

был уже введен из общих феноменологических соображений в киральной теории возмущений, развитой в [20, 21]. В этих работах из экспериментальных данных для констант L_9 , L_{10} были получены значения

$$L_9 = (7,4 \pm 0,7) \cdot 10^{-3}, \quad L_{10} = (-6,0 \pm 0,7) \cdot 10^{-3},$$

в то время как вычисления в киральной КХД (35) дают

$$L_9 = \frac{N_c}{48\pi^2} = 6,33 \cdot 10^{-3}, \quad L_{10} = - \frac{N_c}{96\pi^2} = -3,16 \cdot 10^{-3}.$$

Противоречие между теорией и экспериментом в случае L_{10} может быть связано с неоднозначностями в экспериментальных данных по

* Факт, что фермионные петли полностью определяют среднеквадратичные радиусы мезонов, был обнаружен еще в работах [4, 5, 43, 44].

распаду $\pi \rightarrow e\nu\gamma$, а также с учетом некоторых специфических вершин, связанных с $(\pi - A_1)$ -смешиванием. Как было показано в [45], ситуация с определением параметра L_{10} может быть прояснена с помощью данных по процессу $A_1 \rightarrow \pi\gamma$. Учет взаимодействия (35) приводит, в частности, к улучшению описания $(\pi - A_1)$ -сектора обсуждаемой модели. Прежде всего, член, пропорциональный L_{10} , приводит к дополнительному переопределению константы связи:

$$g_V \rightarrow \tilde{g}_V = (1 - \gamma)^{-1/2} g_V,$$

где

$$\gamma = -\frac{N_c g_V^2}{48\pi^2}.$$

Фактор Z , возникающий при устранении $(\pi - A_1)$ -смешивания, примет вид

$$Z^2 = 1 - \frac{\tilde{g}_V^2 F^2}{m_\rho^2} = \frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} \frac{m_\rho^2}{m_{A_1}^2}.$$

При $Z^2 = 1/2$ получим все то же КСФР-соотношение (30), но вместо (29) придем к улучшенному соотношению Вайнберга:

$$m_{A_1} = \left(\frac{1 - \gamma}{1 + \gamma} \right)^{1/2} \sqrt{2} m_\rho > \sqrt{2} m_\rho = 1090 \text{ МэВ}.$$

Используя, например, $g_V = 5.7$ в качестве затравочного значения калибровочной константы, получим $\tilde{g}_V = 5.19$; $\gamma = -0.205$ и $m_{A_1} = 1238$ МэВ, $\Gamma_\rho = 130$ МэВ, $\Gamma_{A_1} = 471$ МэВ, что удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными [46]: $m_{A_1} = (1275 \pm 28)$ МэВ, $\Gamma_\rho = (154 \pm 3)$ МэВ, $\Gamma_{A_1} = (316 \pm 45)$ МэВ, полученными в адронных процессах. Недавно появились новые данные, основанные на изучении распада $\tau \rightarrow 3\nu_\tau$. В работе [47] из анализа всех данных по m_{A_1} и Γ_{A_1} получены значения: $m_{A_1} = (1235 \pm 40)$ МэВ, $\Gamma_{A_1} = (400 \pm 100)$ МэВ.

В пределах экспериментальных погрешностей данные по m_{A_1} , Γ_{A_1} , Γ_ρ хорошо описываются в нашей схеме. В связи с этим хотим добавить, что первоначальное соотношение Вайнберга (29) и КСФР-соотношение (30) дают хорошее описание Γ_ρ , в то время как значение Γ_{A_1} (при $\gamma = 0$) оказываются в 6–7 раз больше, чем в эксперименте. Кроме того, масса A_1 -мезона $m_{A_1} = 1090$ МэВ в этом случае оказывается существенно меньше экспериментальной. Заметим также, что наш подход содержит только один свободный параметр g_V , в то время как феноменологический лагранжиан [35] для $(\rho - A_1)$ -сектора основан на трехпараметрическом фите. Так как обсуждаемая перенормировка константы относительно невелика, мы будем пренебрегать ею в дальнейших приложениях.

1.5. Электрослабые взаимодействия и векторная доминантность.

Как было показано в [12], введение электрослабого взаимодействия

на кварковом уровне после перехода к коллективным переменным ведет к ρ -мезонной доминантности [48]. Наиболее полное описание этих результатов дано в работе [18].

Матрица нонета векторных полей в случае идеального октет-синглетного смешивания $[\rho^0 \sim (u\bar{u} - d\bar{d})/\sqrt{2}, \omega \sim (u\bar{u} + d\bar{d})/\sqrt{2}, \varphi \sim s\bar{s}]$ имеет вид

$$\sum_{i=0}^8 \frac{\lambda_i V_\mu^i}{2i} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} (\rho^0 + \omega) & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & \frac{1}{\sqrt{2}} (-\rho^0 + \omega) & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & \varphi \end{pmatrix}_\mu.$$

Тогда вычисление кваркового детерминанта после удлинения производной в исходном лагранжиане КХД

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu + \sqrt{\frac{1}{2}} i\kappa P_L (C W_\mu^+ + \text{h.c.}) + \frac{i\kappa}{\cos \theta_W} (P_L T_3 - \sin^2 \theta_W Q) Z_\mu + ie Q A_\mu$$

ведет к следующему переопределению векторных полей киральной группы $SU(3)$:

а) электромагнитное взаимодействие

$$\rho_\mu^0 \rightarrow \rho_\mu^0 - e A_\mu, \quad \omega_\mu \rightarrow \omega_\mu - \frac{1}{3} e A_\mu, \quad \varphi_\mu \rightarrow \varphi_\mu - \frac{\sqrt{2}}{3} e A_\mu; \quad (36)$$

б) слабое взаимодействие

$$\rho_\mu \rightarrow \rho_\mu - \frac{1}{2} \kappa \cos \theta_C W_\mu, \quad K_\mu^* \rightarrow K_\mu^* - \frac{1}{2} \kappa \sin \theta_C W_\mu, \quad (37)$$

$$A_{1,\mu} \rightarrow A_{1,\mu} - \frac{1}{2} \kappa \cos \theta_C W_\mu, \quad A_{Q1,\mu} \rightarrow A_{Q1,\mu} - \frac{1}{2} \kappa \sin \theta_C W_\mu.$$

Здесь $\kappa = e/\sin \theta_W$ — калибровочная константа связи; C — обобщенная матрица Кабиббо; θ_C, θ_W — углы Кабиббо и Вайнберга соответственно; T_3, Q — операторы третьей компоненты слабого изоспина и электрического заряда; W_μ^\pm, Z_μ, A_μ — электрослабые калибровочные бозоны.

В результате возникают следующие лагранжианы электрослабых взаимодействий:

$$\mathcal{L}_A = e A_\mu^{\mu} j_\mu^{\text{elm}}, \quad (38)$$

$$j_\mu^{\text{elm}} = \frac{m_\rho^2}{g_\rho} \rho_\mu^0 + \frac{1}{3} \frac{m_\omega^2}{g_\rho} \omega_\mu + \frac{\sqrt{2}}{3} \frac{m_\varphi^2}{g_\varphi} \varphi_\mu;$$

$$\mathcal{L}_w = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} \kappa W_\mu^{\mu+} j_\mu + \text{h.c.}; \quad (39)$$

$$\begin{aligned}
 \bar{j}_\mu &= V\sqrt{2} \frac{m_\rho^2}{g_\rho} \rho_\mu^- \cos \theta_C + V\sqrt{2} \frac{m_{K^*}^2}{g_{K^*}} K_{\mu^-}^* \sin \theta_C; \\
 \mathcal{L}_w^{\text{ax}} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} \kappa W^{\mu+} j_{5\mu}^- + \text{h.c.}; \\
 \bar{j}_{5\mu} &= V\sqrt{2} \frac{m_\rho^2}{g_\rho} A_{1,\mu}^- \cos \theta_C + V\sqrt{2} \frac{m_{K^*}^2}{g_{K^*}} A_{Q1,\mu} \sin \theta_C.
 \end{aligned} \tag{40}$$

Выражение (38) описывает явление векторной доминантности [48], а выражения (39), (40) дают аналог этого явления для слабых токов*. Учет $(\pi - A_1 - W)$ -смешивания ведет к адронному РСАС-току

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_w^{\text{PCAC}} &= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{1}{2}} \kappa W^{\mu+} j_{5\mu}^{\pi,-} + \text{h.c.}, \\
 j_{5\mu}^{\pi,-} &= V\sqrt{2} F \partial_\mu \pi^- \cos \theta_C + \dots
 \end{aligned}$$

При расчете слабых распадов в разд. 4 будем ограничиваться линейным по мезонным полям приближением для токов:

$$(J^{\mathbf{V}})_\mu^i = \frac{m_V^2}{g_V^i} V_\mu^i, \quad (J^{\mathbf{A}})_\mu^i = \frac{m_V^2}{g_V^i} A_\mu^i + F \partial_\mu \pi^i,$$

где факторы Кабиббо опущены. Векторную доминантность с учетом киральных аномалий будем использовать в настоящем обзоре для вычисления амплитуд распадов векторных мезонов и радиационных распадов заряженных каонов.

2. НИЗКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ МЕЗОННЫЕ ПРОЦЕССЫ И ПАРАМЕТРЫ ЭФФЕКТИВНОГО КИРАЛЬНОГО p^4 -ЛАГРАНЖИАНА

2.1. Пион-пионное и каон-пионное рассеяние. Начнем обсуждение экспериментального статуса p^4 -лагранжианов \mathcal{L}_Q (15) и \mathcal{L}_T (16) с описания $\pi\pi$ - и πK -рассеяния в киральной теории [49]. В общем случае борновскую амплитуду $\pi\pi$ -рассеяния удобно параметризовать в виде [24]

$$\frac{T^{\text{B}}(s, t, u)}{32\pi} = \frac{\pi}{2} \alpha_0 \tilde{B}(\bar{s}) + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 [A_q + B_q \bar{s} + C_q \bar{s}^2 + D_q (\bar{t}^2 + \bar{u}^2)]. \tag{41}$$

Здесь $\tilde{B}(\bar{s}) = 3\bar{s} - \frac{3}{2}(1 - \beta)$ — вклад лагранжианов $\mathcal{L}^{(2)}$ (12) и \mathcal{L}_{SB} (11); β — параметр нарушения киральной симметрии, который

* В работах [106] предложен другой вариант аксиально-векторной доминантности:

$$m_\rho^2/g_\rho \rightarrow m_{A_1}^2/(g_\rho Z), \quad Z^{-1} = \frac{1}{2} [1 + \sqrt{1 - (2g_\rho F_\pi/m_{A_1})^2}],$$

который более удобен для описания конкретных экспериментальных данных по процессам с участием A_1 -мезонов (например, в распадах τ -лептонов).

в случае \mathcal{L}_{SB} (11) принимает значение $\beta = 1/2$; второе слагаемое в (41) — вклад лагранжианов \mathcal{L}_Q (15) и \mathcal{L}_T (16); $\alpha_0 = \frac{1}{3} [m_\pi/(2\pi F)]^2 = 0,019$; $\bar{\xi} = \xi/(4m_\pi^2)$ ($\xi = s, t, u$); s, t, u — обычные мандельштамовские переменные для $\pi\pi$ -рассеяния. Из лагранжианов \mathcal{L}_Q и \mathcal{L}_T , которые определяют вклад кварковых петель, для параметров A_q, B_q, C_q, D_q в (41) получим:

$$\left. \begin{aligned} A_q &= -36\pi^2 \left[\frac{1}{\hat{e}^2} \left(1 - \frac{\gamma}{4} \right) + \frac{16}{3} \frac{1}{\Lambda_T} \right] = -\frac{17}{4} N_c; \\ B_q &= 36\pi^2 \left[\frac{1}{\hat{e}^2} (3 - \gamma) + \frac{16}{\Lambda_T} \right] = 12N_c; \\ C_q &= -\frac{36\pi^2}{\hat{e}^2} (2 - \gamma) = -3N_c, \quad D_q = \frac{36\pi^2}{\hat{e}^2} = 3N_c. \end{aligned} \right\} \quad (42)$$

Заметим, что значения C_q и D_q с учетом (17) ($D_q = -C_q = 3N_c$) фактически совпадают для $N_c = 3$ с вкладом барионных петель, вычисленных в работах [50, 51]*. Этот факт демонстрирует дуальность кварковых и барионных петель, которая также наблюдается в описании других мезонных процессов [5].

Вклад в амплитуду $\pi\pi$ -рассеяния порядка α_0^2 дает также пионная петля, построенная из лагранжианов $\mathcal{L}^{(2)}$ и \mathcal{L}_{SB} . Безмассовые петли были вычислены в работе [50], а массивные — в [51]. Этот вклад порождает мнимую часть амплитуды, а также структуру, аналогичную амплитуде рассеяния (41).

Вклад пионной петли в амплитуду $\pi\pi$ -рассеяния имеет вид [24, 51]:

$$\frac{T^{\Pi}(s, t, u)}{32\pi} = \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \Pi(\bar{s}, \bar{t}, \bar{u}, \kappa); \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \Pi(\bar{s}, \bar{t}, \bar{u}, \kappa) &= A_\pi + B_\pi \bar{s} + C_\pi \bar{s}^2 + D_\pi (\bar{t}^2 + \bar{u}^2) - J(\bar{s}) [\tilde{B}(\bar{s})]^2 - \\ &- J(\bar{t}) (a\bar{t} + 3\bar{t}(\bar{t} - \bar{u}) + 3\bar{u} + b) - J(\bar{u}) (a\bar{u} + 3\bar{u}(\bar{u} - \bar{t}) + 3\bar{t} + b). \end{aligned}$$

Здесь $a = 21(1 - \kappa)$; $b = 11\kappa^2 - 15\kappa + 3$; $\kappa \equiv \frac{3}{2}(1 - \beta)$;

$$J(\bar{\xi}) \left\{ \begin{aligned} &(1/\bar{\xi} - 1)^{1/2} \arctg(1/\bar{\xi} - 1)^{-1/2}, \quad 0 < \bar{\xi} < 1; \\ &\frac{(1 - 1/\bar{\xi})^{1/2}}{2} \left\{ -i\pi + \ln \left[\frac{1 + (1/\bar{\xi})^{1/2}}{1 - (1 - 1/\bar{\xi})^{1/2}} \right] \right\}, \quad \bar{\xi} > 1; \\ &\frac{(1 - 1/\bar{\xi})^{1/2}}{2} \ln \left[\frac{(1 - 1/\bar{\xi})^{1/2} + 1}{(1 - 1/\bar{\xi})^{1/2} - 1} \right], \quad \bar{\xi} < 0. \end{aligned} \right.$$

* В [50, 51] вычислены $SU(2) \times SU(2)$ -вклады барионов в амплитуду $\pi\pi$ -рассеяния. В случае $SU(2)$ выполняется соотношение $D = -C = 3g_A^2$, в то время как в случае $SU(3)$: $D = 9$, а значение $C = -6$ получено в пренебрежении диаграммой, которая дает вклад только в коэффициент C .

Параметры $A_\pi, B_\pi, C_\pi, D_\pi$ не фиксируются процедурой перенормировки нелинейных киральных лагранжианов. Эти коэффициенты можно рассматривать также как свободные параметры вычитания в процедуре унитаризации борновской амплитуды пл-рассеяния с помощью дисперсионных соотношений [24]. Обсуждение вклада пионных петель было сделано в недавних работах [20, 21], в то время как в [14—18,22] они не учитывались.

Длины пл-рассеяния a_l^I в состояниях с изотопическим спином I и орбитальным моментом l с учетом вкладов лагранжиана $\mathcal{L}^{(4)}$ и пионной петли имеют вид:

$$\left. \begin{aligned} a_0^0 &= \frac{\pi}{2} \alpha_0 (9 - 5\kappa) + \\ &+ \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 [5A + 3B + 2D + 3C - 6(\kappa^2 + 4b + 3)]; \\ a_0^2 &= -\frac{\pi}{2} \alpha_0 2\kappa + \frac{\pi}{2} a_0^2 [A + D - 3(\kappa^2 + b + 3)]; \\ a_1^1 &= \frac{\pi}{2} \alpha_0 + \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \frac{1}{3} \left[B + 6\kappa + a - 3 + \frac{1}{3} (\kappa^2 - b - 3) \right]; \\ a_2^0 &= \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \left[\frac{1}{15} (C + 4D) - \frac{2}{5} \left(5 + \frac{3\kappa - 2a + 6}{9} - \frac{\kappa^2 + 4b + 3}{15} \right) \right]; \\ a_2^2 &= \frac{\pi}{2} \alpha_0^2 \left[\frac{1}{15} (C + D) - \right. \\ &\left. - \frac{1}{5} \left(4 + \frac{6\kappa - a + 3}{9} - \frac{2}{45} (\kappa^2 + b + 3) \right) \right]. \end{aligned} \right\} (44)$$

Здесь $A = A_q + A_\pi$; $b = B_q + B_\pi$; $C = C_q + C_\pi$; $D = D_q + D_\pi$, а однопетлевые вклады, вычисленные в [51] суперпропагаторным методом, определяются величинами

$$A_\pi = -1,5; B_\pi = 3; C_\pi = 5,5; D_\pi = 11. \quad (45)$$

В табл. 1 приведены результаты фитирования длин пл-рассеяния

Таблица 1. Длины пл-рассеяния

Длины пл-рассеяния	Эксперимент	Киральная теория
$a_0^0 m_\pi$	$0,23 \pm 0,05$ [26]	0,22
$a_0^2 m_\pi$	$-0,05 \pm 0,03$ [26]	-0,05
$a_1^1 m_\pi^3$	$0,036 \pm 0,010$ [26]	0,039
$a_2^0 m_\pi^3$	$(17 \pm 3) \cdot 10^{-4}$ [52]	$17 \cdot 10^{-4}$
$a_2^2 m_\pi^3$	$(1,3 \pm 3) \cdot 10^{-4}$ [52]	$1,6 \cdot 10^{-4}$

в соответствии с формулами (44). Для параметров $\hat{e}^2, \gamma, \Lambda_T$ получены значения:

$$\begin{aligned} \hat{e}_{\text{КХД}}^2 / \hat{e}_{\text{эксп}}^2 &= 0,99 \pm 0,45; \quad \gamma_{\text{эксп}} = 1,03 \pm 0,97; \\ \Lambda_T^{\text{КХД}} / \Lambda_T^{\text{эксп}} &= 1,4 \pm 2,1. \end{aligned} \quad (46)$$

Соответствующие теоретические значения при $N_c = 3$ [см. (17)]:

$$\hat{e}_{\text{КХД}}^2 = 4\pi^2 = 39,4; \quad \gamma_{\text{КХД}} = 1; \quad \Lambda_T = 32 \pi^2 = 315,8.$$

Проведенный анализ согласуется с результатами [20].

Значения \hat{e}^2 и γ (46) отличаются от результатов работы [22]:

$$\hat{e}^2 = 19_{-11}^{+8}; \quad \gamma = 0,64 \pm 0,16.$$

Расхождение связано с тем, что в [22] не учитывались вклады пионной петли. Кроме того, в [22] использованы длины, полученные прямой экстраполяцией d -волновых фаз к порогу $\pi\pi$ -рассеяния с помощью уравнения Роя [53]. Последние накладывают на низкоэнергетическое поведение парциальных амплитуд $\pi\pi$ -рассеяния дополнительные ограничения, вытекающие из унитарности и дисперсионных соотношений. Однако, как показывает сравнение [26], расчеты на основе уравнений Роя дают более медленное уменьшение фазы δ_2^0 , чем в эксперименте. В поведении фазы δ_2^0 также наблюдаются систематические отклонения экспериментальных точек от расчетной кривой. Околопороговая область особенно трудна для изучения, тем более что информацию о d -волне приходится извлекать из анализа сферических гармоник, абсолютное значение которых очень мало и в области энергий, далеких от порога. Поэтому точность экспериментальных данных невелика, и пока что не ясно, какое значение следует придавать указанным расхождениям.

Вклад p^4 -лагранжианов $\mathcal{L}_Q, \mathcal{L}_T$ в s - и p - волновые длины $\pi\pi$ -рассеяния мал и составляет 10–20%. Сами же s - и p -волновые длины измерены почти с такой же точностью (см. [26]). Для более детального анализа p^4 -вкладов в $\pi\pi$ -рассеяние необходимо существенное уточнение экспериментальных данных.

Амплитуда рассеяния $K_{\alpha_1}(k_1) \pi_{i_1}(p_1) \rightarrow K_{\alpha_2}(k_2) \pi_{i_2}(p_2)$ в общем случае имеет вид

$$T_{\alpha_1 \alpha_2 i_1 i_2} = \delta_{\alpha_1 \alpha_2} \delta_{i_1 i_2} T^{(+)} + i \epsilon_{i_1 i_2}^l \tau_{\alpha_1 \alpha_2}^l T^{(-)},$$

а амплитуды πK -рассеяния в каналах с изоспином $I = 1/2, 3/2$:

$$T^{1/2} = T^{(+)} + 2T^{(-)}, \quad T^{3/2} = T^{(+)} - T^{(-)}.$$

Вычислив длины πK -рассеяния по формуле

$$a_l^I = \frac{1}{16\pi k^2 l \sqrt{s}} \int_{-1}^1 dx P_l(x) T^I(s, t) \Big|_{s=(m_\pi+m_K)^2, k^2=0},$$

$$s = (k_1 + p_1)^2, \quad t = (k_1 - k_2)^2 = -2k^2(1-x),$$

получим:

$$\left. \begin{aligned}
 a_0^{1/2} &= \frac{1}{16\pi F^2} \frac{1}{m_\pi + m_K} \left\{ \frac{1}{3} (12m_\pi m_K - m_\pi^2 - m_K^2) + \frac{m_K^2}{6} + \right. \\
 &+ \frac{2\gamma}{\hat{e}^2 F^2} m_\pi^2 m_K^2 + \frac{1}{\Lambda_T F^2} \frac{8}{3} \left[12m_\pi m_K (m_\pi^2 + m_K^2) - \right. \\
 &\left. \left. - 4m_\pi^2 m_K^2 - \frac{(m_K^2 - m_\pi^2)^2}{4} \right] \right\}; \\
 a_0^{3/2} &= -\frac{1}{16\pi F^2} \frac{1}{m_\pi + m_K} \left\{ \frac{1}{3} (6m_\pi m_K + m_\pi^2 + m_K^2) + \right. \\
 &+ \frac{m_K^2}{6} - \frac{2\gamma}{\hat{e}^2 F^2} m_\pi^2 m_K^2 + \frac{1}{\Lambda_T F^2} \frac{8}{3} \left[6m_\pi m_K (m_\pi^2 + m_K^2) + \right. \\
 &\left. \left. + 4m_\pi^2 m_K^2 + \frac{(m_K^2 - m_\pi^2)^2}{4} \right] \right\}; \\
 a_1^{1/2} &= \frac{1}{16\pi F^2} \frac{1}{m_\pi + m_K} \left\{ 1 + \frac{1}{\hat{e}^2 F^2} \left[\frac{m_K^2 + m_\pi^2}{3} (1 - \gamma) + \right. \right. \\
 &\left. \left. + \frac{m_\pi m_K}{3} (7 - \gamma) \right] + \frac{8}{\Lambda_T F^2} (m_K^2 + m_\pi^2) \right\}; \\
 a_1^{3/2} &= -\frac{1}{16\pi F^2} \frac{1}{m_\pi + m_K} \left\{ \frac{1}{\hat{e}^2 F^2} \left[\frac{2}{3} m_\pi m_K (1 - \gamma) - \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{3} \right] + \right. \\
 &\left. + \frac{8}{3} \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{\Lambda_T F^2} \right\}.
 \end{aligned} \right\} (47)$$

В табл. 2 приведены результаты расчетов различных вкладов в длины πK -рассеяния при значениях параметров (17). Длины πK -

Таблица 2. Длины πK -рассеяния

a_l^I	Киральная теория				Эксперимент
	$\mathcal{L}^{(2)} + \mathcal{L}_{SB}$	\mathcal{L}_Q	\mathcal{L}_T	Сумма	
$a_0^{1/2}$ (m_π^{-1})	0,121	0,013	0,086	0,220	0,335±0,006 [54] 0,24±0,02 [55] 0,13±0,09 [56]
$a_0^{3/2}$ (m_π^{-1})	-0,085	0,013	-0,060	-0,132	-0,14±0,07 [54] -0,05±0,01 [55] -0,13±0,03 [56]
$a_1^{1/2}$ (m_π^{-3})	0,0098	0,0038	0,0072	0,0208	0,018±0,002 [55]
$a_1^{3/2}$ (m_π^{-3})	0	0,0024	-0,0024	0	Нет данных

рассеяния оказываются весьма чувствительными к вкладу тахионного члена \mathcal{L}_T , однако из-за значительного разброса экспериментальных данных не удается получить из них какие-либо оценки на параметры p^4 -лагранжианов. Поэтому мы не обсуждаем роль одноштелевых поправок к длинам πK -рассеяния.

2. Димезоатомы. Таким образом, имеющиеся данные по длинам $\pi\pi$ - и πK -рассеяния не позволяют проверить киральные лагранжианы, обсуждавшиеся в п. 1.1. Обычные методы экспериментального изучения низкоэнергетического мезон-мезонного взаимодействия так или иначе связаны с процедурой выделения этого взаимодействия из различных реакций с помощью аппроксимации по энергетическим и угловым переменным (см., например, монографию [26] и имеющиеся в ней ссылки на многочисленные работы по этой теме). Такая процедура экстраполяции и фазового анализа, как правило, содержит значительные неконтролируемые модельные неопределенности, влияющие на точность получаемых результатов.

Исследование $\pi\pi$ - и πK -мезоатомов является уникальным средством безмодельного определения параметров кирального взаимодействия, важность которых для современной теории была подчеркнута выше. Образование и распад различных димезоатомов рассматривались в работах [57—63]. В [60] предложен метод наблюдения димезоатомов и описаны способы измерения их времен жизни, разности уровней энергии и непосредственно волновой функции димезоатома $\psi(0)$.

Стационарные характеристики $\pi\pi$ - и πK -атомов определяются в основном кулоновскими взаимодействиями, в то время как времена их жизни определяются каналами распадов $\pi^+\pi^- \rightarrow 2\pi^0$, $K^+\pi^- \rightarrow K^0\pi^0$ ($\pi^+K^- \rightarrow \pi^0\bar{K}^0$) и выражаются через разности длин $\pi\pi$ - и πK -рассеяния [58, 59]:

$$\left(\frac{1}{\tau_0}\right)_{\pi\pi} = \frac{8\pi}{9} \left(\frac{2\Delta m}{\mu_\pi}\right)^{1/2} \frac{(a_0^0 - a_0^2)^2 |\psi_{n_0}(0)|^2}{1 + 2/9\mu_\pi\Delta m (a_0^0 + 2a_0^2)^2}, \quad (48)$$

$$\Delta m = 2(m_{\pi^+} - m_{\pi^0}), \quad \mu_\pi = \frac{m_{\pi^+}m_{\pi^-}}{m_{\pi^+} + m_{\pi^-}};$$

$$\left(\frac{1}{\tau_0}\right)_{\pi K} = \frac{8\pi}{9} \left(\frac{2\Delta m}{\mu_K}\right)^{1/2} \frac{(a_0^{1/2} - a_0^{3/2})^2 |\psi_{n_0}(0)|^2}{1 + 2/9\mu_K\Delta m (a_0^{1/2} + 2a_0^{3/2})^2},$$

$$\Delta m = m_{K^+} + m_{\pi^-} - m_{K^0} - m_{\pi^0}, \quad \mu_K = \frac{m_{\pi^-}m_{K^+}}{m_{\pi^-} + m_{K^+}}. \quad (49)$$

Здесь $\mu_{\pi, K}$ — приведенные массы атомов; $\psi_{n_0}(0)$ — значения волновой функции атома при $r = 0$; a_0^I — длины рассеяния в s -состоянии с изотопическим спином I .

Рассмотрим подробнее влияние сильных взаимодействий на свойства $\pi\pi$ - и πK -атомов. Значение $\psi(0)$ для димезоатомов в основном определяется кулоновским потенциалом, поскольку размеры атома намного больше размеров области сильных взаимодействий. Потен-

циал сильных взаимодействий в этом случае будет играть роль малых возмущений, поэтому для вычисления поправки к волновой функции и к уровням энергий можно воспользоваться формулами теории возмущений квантовой механики.

Запишем потенциал мезон-мезонного взаимодействия как сумму $V(r) = -\frac{\alpha}{r} + V_s(r)$, где первый член отвечает кулоновскому взаимодействию, а второй — сильному взаимодействию мезонов; $\alpha = 1/137$. Мы покажем ниже, что из киральной симметрии сильных взаимодействий следует, что $V_s(r)$ можно записать в виде

$$V_s(r) = -g_s \delta(r),$$

где $g_s > 0$, причем эта константа однозначно определяется параметрами теории с нарушенной киральной симметрией сильных взаимодействий.

Рассматривая $V_s(r)$ как малое возмущение, вычислим поправки к s -состояниям. Ниже в формулах подразумевается, что волновые функции и уровни энергий кулоновские. Заметим, что потенциал $V_s(r)$ для состояний с $l \neq 0$ вообще не дает поправки. Для сдвигов уровней получаем

$$\Delta E_n = -g_s |\psi_n(0)|^2; \quad \frac{\Delta E_n}{E_n} = \frac{\alpha}{2\pi n} \mu^2 g_s. \quad (50)$$

Для поправки к волновой функции получим

$$\frac{\Delta \psi_n(0)}{\psi_n(0)} = \frac{2\alpha n^2}{\pi} \mu^2 \sum_{\substack{m=1 \\ (m \neq n)}} \frac{1}{m(m^2 - n^2)}, \quad (51)$$

и, в частности, для основного состояния имеем

$$\frac{\Delta \psi_1(0)}{\psi_1(0)} = \frac{\alpha}{2\pi} \mu^2 g_s.$$

Получим теперь потенциалы $\pi\pi$ - и πK -взаимодействий. Наша задача — вычислить эффективные низкоэнергетические потенциалы в уравнении Шредингера, обусловленные лагранжианами $\pi\pi$ - и πK -взаимодействий.

Вначале продемонстрируем наш способ вычисления потенциала на лагранжиане кулоновского взаимодействия для заряженных пионов:

$$\mathcal{L}_C = (\partial_0 + ieA_0) \pi^+ (\partial_0 - ieA_0) \pi^- - (\partial_i \pi^+ \partial_i \pi^-) - m_\pi^2 \pi^+ \pi^- + \frac{1}{2} (\partial_i A_0)^2.$$

Построим гамильтониан

$$H_C = \chi^+ \partial_0 \pi^+ + \chi^- \partial_0 \pi^- - \mathcal{L}_C,$$

где χ — канонические импульсы

$$\chi^\pm = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_0 \pi^\pm)} = \partial_0 \pi^\mp \mp ieA_0 \pi^\mp.$$

Получим

$$H_C = \chi^+ \chi^- + \partial_i \pi^+ \partial_i \pi^- + m_\pi^2 \pi^+ \pi^- + e A_0 j_0 - \frac{1}{2} (\partial_i A_0)^2, \\ j_0 = i (\pi^- \chi^- - \chi^+ \pi^+).$$

Устраним A_0 с помощью уравнения движения

$$\frac{\partial H}{\partial A_0} = 0 \quad (\partial_i^2 A_0 = -j_0)$$

и перейдем к операторам рождения и уничтожения π^+ , $\pi^{(-)}$:

$$\left. \begin{aligned} \pi^{(-)}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\omega_\pi}} (a_\pi^+(x) + b_\pi(x)), & \chi^{(-)} &= \sqrt{\frac{\omega_\pi}{2}} i (-a_\pi + b_\pi^+); \\ \pi^{(+)}(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\omega_\pi}} (a_\pi(x) + b_\pi^+(x)), & \chi^{(+)} &= \sqrt{\frac{\omega_\pi}{2}} i (a_\pi^+ - b_\pi); \\ \omega_\pi &= \sqrt{m_\pi^2 + (i\partial_i)^2}, & j_0 &= (a_\pi^+ a_\pi - b_\pi^+ b_\pi). \end{aligned} \right\} \quad (52)$$

Тогда гамильтониан принимает вид

$$H = \omega_\pi (a_\pi^+ a_\pi + b_\pi^+ b_\pi) - \frac{1}{2} e^2 j_0 \frac{1}{\partial_i^2} j_0,$$

где

$$\frac{1}{\partial^2} j(x) = -\frac{1}{4\pi} \int d^3y \frac{1}{|x-y|} j_0(y).$$

Отсюда легко заметить, что кулоновский потенциал

$$V_C = -\frac{\alpha}{r} \quad (r = |x-y|, \quad \alpha = \frac{e^2}{4\pi})$$

возникает как коэффициент при слагаемом $a^+(x) a(x) b^+(x) b(x)$ под знаком интеграла по y . Найдем теперь коэффициенты перед аналогичными слагаемыми в гамильтониане, соответствующем $\pi\pi$ - и πK -взаимодействиям.

Полный лагранжиан, описывающий систему взаимодействующих пионов и каонов, имеет вид

$$\mathcal{L}_s = \partial_\mu \pi^+ \partial^\mu \pi^- \left(1 - \frac{\pi^+ \pi^-}{F^2} \right) - m_\pi^2 (\pi^+ \pi^-) \left(1 - \beta \frac{\pi^+ \pi^-}{F^2} \right) + \\ + \partial_\mu K^+ \partial^\mu K^- \left(1 - \frac{K^+ K^-}{F^2} \right) - m_K^2 (K^+ K^-) \left(1 - \beta \frac{K^+ K^-}{F^2} \right) + \\ + \frac{1}{2F^2} [(m_K^2 + m_\pi^2) K^+ K^- \pi^+ \pi^- - \partial_\mu \pi^+ \partial^\mu \pi^- K^+ K^- - \partial_\mu K^+ \partial^\mu K^- \pi^+ \pi^- - \\ - \partial_\mu K^+ \partial^\mu \pi^- K^- \pi^+ - \partial_\mu K^- \partial^\mu \pi^+ K^+ \pi^-],$$

где β — параметр нарушения киральной симметрии. Соответствующий гамильтониан

$$H_s = \chi_\pi^\pm \partial_0 \pi^\pm + \chi_K^\pm \partial_0 K^\pm + \chi_{\bar{K}} \partial_0 K^- - \mathcal{L}_s,$$

$$\chi_\pi^\pm = \frac{\partial \mathcal{L}_s}{\partial (\partial_0 \pi^\pm)}, \quad \chi_K^\pm = \frac{\partial \mathcal{L}_s}{\partial (\partial_0 K^\pm)},$$

Введем операторы рождения и уничтожения заряженных пионов и каонов, так же как и в случае (52), и выделим из H_s комбинации операторов $a_\pi^\dagger a_\pi b_\pi^\dagger b_\pi$, $a_K^\dagger a_K b_K^\dagger b_K$, $a_{\pi K}^\dagger a_K b_\pi^\dagger b_K$ в пределе $\partial_i \pi \rightarrow 0$, $\partial_i K \rightarrow 0$:

$$\begin{aligned}
 H_s = & m_\pi (a_\pi^\dagger a_\pi + b_\pi^\dagger b_\pi) + \frac{1}{4F^2} [(1 - \beta) (a_\pi^\dagger a_\pi + b_\pi^\dagger b_\pi)^2 - \\
 & - (1 - \beta) (a_\pi^\dagger b_\pi^\dagger + a_\pi b_\pi)^2 - 2\beta (a_\pi^\dagger a_\pi + b_\pi^\dagger b_\pi) (a_\pi^\dagger b_\pi^\dagger + a_\pi b_\pi)] + \\
 & + m_K (a_K^\dagger a_K + b_K^\dagger b_K) + \frac{1}{4F^2} [(1 - \beta) (a_K^\dagger a_K + b_K^\dagger b_K)^2 - \\
 & - (1 + \beta) (a_K^\dagger b_K^\dagger + a_K b_K)^2 - 2\beta (a_K^\dagger a_K + b_K^\dagger b_K) (a_K^\dagger b_K^\dagger + a_K b_K)].
 \end{aligned}$$

Получим отсюда

$$\begin{aligned}
 H_{\pi\pi} &= -\frac{\beta}{F^2} a_\pi^\dagger(x) a_\pi(x) b_\pi^\dagger(x) b_\pi(x); \\
 H_{KK} &= -\frac{\beta}{F^2} a_K^\dagger(x) a_K(x) b_K^\dagger(x) b_K(x); \\
 H_{K\pi} &= -\frac{1}{4F^2} \left(1 + \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{2m_K m_\pi} \right) (a_K^\dagger(x) a_\pi(x) b_K^\dagger(x) b_\pi(x) + \\
 & + a_\pi^\dagger(x) a_K(x) b_\pi^\dagger(x) b_K(x)),
 \end{aligned}$$

и соответствующие киральные потенциалы имеют вид

$$\left. \begin{aligned}
 V_{\pi\pi}(r) = V_{KK}(r) &= -\frac{\beta}{F^2} \delta(r), \\
 V_{K\pi}(r) &= -\left(\frac{1}{4F^2} 1 + \frac{m_K^2 + m_\pi^2}{2m_K m_\pi} \right) \delta(r).
 \end{aligned} \right\} \quad (53)$$

Поправки (50), (51), обусловленные сильным взаимодействием, слабо зависят от вида потенциала, но в значительной степени определяются массами мезонов, образующих димезоатом. Так, в случае πK -атома поправки к волновой функции оказываются в 4 раза больше, чем в случае $\pi\pi$ -атома. Измерение этих поправок требует точности 0,1%. Из (50) и (53) следует, что измеряемые на опыте сдвиги уровней димезоатома пропорциональны параметру нарушения киральной симметрии β , что представляет редкую возможность его прямого измерения.

Из (51) следует, что вклад сильных взаимодействий в $\psi(0)$ порядка 10^{-3} и, фактически, последние не дают вклада во времена жизни $\pi\pi$ - и πK -димезоатомов. Добавками к единице в знаменателях формул (48), (49) можно пренебречь, поскольку они порядка 10^{-5} . Поэтому времена жизни $\pi\pi$ - и πK -димезоатомов практически полностью определяются разностями длин рассеяния $a_0^0 - a_0^2$ и $a_0^{1/2} - a_0^{3/2}$ соответственно:

$$\begin{aligned}
 (\tau_0)_{\pi\pi} &= [0,212/m_\pi^2 (a_0^0 - a_0^2)^2] 10^{-15} \text{ с}; \\
 (\tau_0)_{K\pi} &= [0,277/m_\pi^2 (a_0^{1/2} - a_0^{3/2})^2] 10^{-15} \text{ с}.
 \end{aligned}$$

Хотя длины $\pi\pi$ -рассеяния a_0^0, a_0^2 наряду с борновскими вкладами содержит также и вклад пионной петли, их разность зависит только от параметра нарушения киральной симметрии β :

$$(a_0^0 - a_0^2) = \frac{3\pi}{4} \left(\frac{m_\pi}{2\pi F} \right)^2 \frac{1 + \beta}{m_\pi},$$

так как однопетлевые поправки, вносящие дополнительную неопределенность в описание длин $\pi\pi$ -рассеяния, взаимно сокращаются. Поэтому измерение времени жизни $\pi\pi$ -атома представляет собой прямое определение одной из фундаментальных характеристик киральной динамики адронов — параметра нарушения симметрии β . Для $\beta = 1/2$ [что соответствует нарушению (11)] получим

$$(\tau_0)_{\pi\pi} = 11,9 \cdot 10^{-15} / (1 + \beta)^2 = 5,3 \cdot 10^{-15} \text{с.}$$

Еще более уникальная ситуация возникает при вычислении в киральной теории разности длин πK -рассеяния ($a_0^{1/2} - a_0^{3/2}$), которая соответствует антисимметричной части амплитуды πK -рассеяния в s -состоянии $T^{(-)}(s, t)$:

$$(a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = \frac{3}{16\pi(m_\pi + m_K)} \int_{-1}^1 dx T^{(-)}(s, t) \Big|_{\substack{t=0 \\ s=(m_\pi + m_K)^2}}.$$

Изотопически-антисимметричная амплитуда $T^{(-)}(s, t)$ на пороге πK -рассеяния имеет простой вид $T^{(-)} = m_\pi m_K / F_0^2$ и полностью определяется борновским приближением. В выражение для $T^{(-)}$ не входит параметр нарушения киральной симметрии. Для разности длин πK -рассеяния получим

$$(a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = \frac{3m_\pi m_K}{8F_0^2(m_\pi + m_K)} = 0,208 m_\pi^{-1},$$

что соответствует времени жизни πK -атома

$$(\tau_0)_{\pi K} = 6,4 \cdot 10^{-15} \text{с.}$$

На универсальность полученных результатов для разности длин ($a_0^{1/2} - a_0^{3/2}$) и времени жизни $(\tau_0)_{\pi K}$ указывают результаты работ [62, 63], в которых киральная симметрия мезонов учитывалась неявно. В работе [62] в рамках нелокальной модели кварков, в которой киральная симметрия учитывается через σ -частицы, получено значение $(a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = 0,212$, которое лишь на 2% отличается от нашего результата. В работе [63] в модели составных мезонов, основанной на рассмотрении 4-кваркового взаимодействия и учитывающей обмены скалярными и векторными мезонами, получены результаты, совпадающие с нашими.

Учет тахионного взаимодействия \mathcal{L}_T (16) приводит к увеличению разности длин $a_0^{1/2} - a_0^{3/2}$ на величину

$$\Delta_T (a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = m_\pi m_K \times \\ \times (m_\pi^2 + m_K^2) N_c / [32\pi^3 F_0^4 (m_\pi + m_K)] = 0,146 m_\pi^{-1},$$

что соответствует

$$m_\pi (a_0^{1/2} - a_0^{3/2}) = 0,354.$$

На разность длин $\pi\pi$ -рассеяния $a_0^0 - a_0^2$ тахионный член практически не влияет.

Таким образом, измерение времен жизни $\pi\pi$ - и πK -атомов с погрешностью 10—12% представляет собой прямое определение параметра нарушения киральной симметрии, а также дает информацию, необходимую для проверки низкоэнергетических предсказаний киральной КХД, в частности, позволяет разобраться в физическом смысле тахионного взаимодействия.

2.3. Распады $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ в борновском приближении описываются частью лагранжиана (21):

$$\mathcal{L}_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi} = \frac{F m_\pi^2}{12F^2} \pi^2 \tilde{\eta}^2 + \\ + \frac{\gamma}{12F^4 e^2} [(\partial_\mu \pi \partial^\mu \pi) \partial_\nu \tilde{\eta} \partial^\nu \tilde{\eta} + 2(\partial_\mu \pi \partial_\nu \pi) \partial^\mu \tilde{\eta} \partial^\nu \tilde{\eta}], \quad (54)$$

где $\tilde{\eta} = \eta_8 + \sqrt{2} \eta_0$. Первое слагаемое в (54) обусловлено нарушением киральной симметрии \mathcal{L}_{SB} , второе — нескирмовской частью p^4 -лагранжиана \mathcal{L}_Q . Соответствующие амплитуды распадов $\eta' \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-$, $\eta' \rightarrow \eta 2\pi^0$ имеют вид

$$T_{\eta' \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-}^B = T_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi^0}^B = \frac{\sqrt{2}}{3F^2} \left(\cos 2\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2\sqrt{2}} \right) \left\{ m_\pi^2 - \right. \\ \left. - \frac{\gamma}{4e^2 F^2} \left[2(3s_0^2 + m_\pi^2 (m_{\eta'}^2 + m_\eta^2) - (m_\eta^2 + m_\pi^2) (m_{\eta'}^2 + m_\pi^2)) - \right. \right. \\ \left. \left. - \frac{1}{2} (s_1 - s_2)^2 - \frac{3}{2} (s_0 - s_3)^2 \right] \right\}. \quad (55)$$

Здесь $s_{1,2} = (p_{\eta'} - p_{\pi_{1,2}})^2$; $s_3 = (p_{\eta'} - p_\eta)^2$; $s_0 = \frac{1}{3} (s_1 + s_2 + s_3)$.

Вклад пионной петли в амплитуду распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$, вычисленный с помощью унитарного рассеяния петли, имеет вид

$$T_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{\Pi} = \frac{\sqrt{2}}{3F^2} \left(\cos 2\varphi - \frac{\sin 2\varphi}{2\sqrt{2}} \right) \times \\ \times \alpha_0 m_\pi^2 \left\{ \tilde{B}(\bar{s}_3) [1 + J(\bar{s}_3)] + \frac{1}{3} \tilde{\chi}(\bar{s}_3) \right\} + c_0 + c_1 \bar{s}_3,$$

где $\bar{s}_3 = s_3/(4m_\pi^2)$, $\tilde{B}(\bar{s}_3) = 3\bar{s}_3 - \tilde{\chi}$; $\tilde{\chi} = \frac{9}{4}\bar{s}_0$; c_0, c_1 — константы вычитания*.

Полная ширина распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$, вычисленная в киральной теории при значениях параметров (17)

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi} = \Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi^0} + \Gamma_{\eta' \rightarrow \eta \pi^+ \pi^-} = 220 \text{ кэВ}, \quad (56)$$

хорошо согласуется с экспериментальным значением

$$\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}^{\text{эксп}} = (189 \pm 32) \text{ кэВ}.$$

Используя данные по ширине распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ и длинам $\pi\pi$ -рассеяния для совместного анализа, получаем более жесткие, чем в (46), ограничения на параметры \hat{e}^2 и γ :

$$\hat{e}_{\text{КХД}}^2 / \hat{e}_{\text{эксп}}^2 = 1,02 \pm 0,18; \gamma_{\text{эксп}} = 0,84 \pm 0,15.$$

Отметим, что ширина распада (56) полностью определяется вкладом нескирмовского p^4 -взаимодействия в лагранжиан \mathcal{L}_Q . С учетом только первого члена в (54) получим $\Gamma_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi} \approx 4 \text{ кэВ}$, что оказывается почти в 50 раз меньше экспериментального значения.

В эксперименте амплитуду распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ обычно параметризуют следующим образом:

$$|T_{\eta' \rightarrow \eta 2\pi}|^2 = A(1 + \alpha Y)^2, \quad (57)$$

где $Y = (2 + m_\eta/m_\pi)T_\eta/Q + 1$; T_η — кинетическая энергия η -мезона; $Q = m_{\eta'} - m_\eta - 2m_\pi$; α — параметр наклона. Амплитуда (55) приводит к значению параметра наклона $\alpha = -0,21$, которое согласуется по знаку с экспериментальным $\alpha^{\text{эксп}} = -(0,058 \pm \pm 0,013)$ [64], по почти в 4 раза превышает ее по абсолютному значению. При учете только первого члена в (54) наклон в амплитуде (57) полностью отсутствует. Учет пионной петли в амплитуде распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ также мало меняет результаты, полученные в борновском приближении (55).

Описание наклона амплитуды распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$, по-видимому, требует особого рассмотрения. Важную роль в физике нонета псевдоскалярных мезонов играют, в частности, вершины, содержащие степени массы странного кварка [14]. Следует отметить, что для проверки низкоэнергетической киральной КХД-теории более естественной оказывается не параметризация (57), а разложение амплитуды распада $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ по степеням инвариантных далитцевских переменных $Y' = (s_0 - s_3)/m_\pi^2$, $X' = (s_1 - s_2)/m_\pi^2$. Аналогичное разложение уже стало общепринятым при анализе распадов $K \rightarrow 3\pi$.

Как показано в [65], в пределе точной киральной симметрии p^4 -поправки, обусловленные нескирмовским взаимодействием в лагранжиане \mathcal{L}_Q , полностью определяют амплитуды процессов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$, а вклад нарушения киральной симметрии и однопетлевые по-

* Оценки, полученные суперпропагаторным методом, показывают, что константы c_0, c_1 малы и ими можно пренебречь.

правки оказываются незначительными. Таким образом, экспериментальное исследование распадов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ дает уникальную возможность проверки низкоэнергетического кирального КХД-разложения. Измерение параметров наклона амплитуд распадов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ в перемешных X', Y' позволит получить дополнительную информацию для выяснения более тонких аспектов теории. В связи с этим следует также подчеркнуть тонкую связь распадов $\eta' \rightarrow \eta 2\pi$ с распадами $\eta (\eta') \rightarrow 3\pi$. Поэтому речь должна идти о самосогласованном описании вероятностей и параметров наклонов этих близких процессов.

3. ВЫДЕЛЕНИЕ ВКЛАДОВ ПИНГВИНОВЫХ ДИАГРАММ ИЗ АНАЛИЗА РАСПАДОВ $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$

3.1. Нелептонные распады каонов в киральной КХД-модели. Исследование структуры эффективного лагранжиана, описывающего нелептонные распады с измерением странности $|\Delta S| = 1$, является одной из актуальнейших задач, которую можно решить в экспериментах по распадам каонов. Поскольку роль различных динамических механизмов в описании нелептонных K -распадов в теории не удается выяснить до конца, несомненный интерес представляет любая возможность их экспериментального разделения.

Структура эффективного лагранжиана слабых нелептонных распадов с $|\Delta S| = 1$ была установлена на кварковом уровне в [66, 67] при учете глюонных поправок в кварковых диаграммах, описываемых стандартным затравочным нелептонным лагранжианом. Последовательное применение теории возмущений в главном логарифмическом приближении КХД и уравнений ренормгрупп приводит к эффективному взаимодействию [67]

$$\mathcal{L}_w (|\Delta S| = 1) = V \sqrt{2} G_F \sin \theta_C \cos \theta_C \sum_{i=1}^6 c_i O_i. \quad (58)$$

Здесь O_i — четырехфермионные операторы, содержащие произведения левых и правых адронных токов:

$$\begin{aligned} O_1 &= \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L - \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L; \\ O_2 &= \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L + 2\bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + 2\bar{s}_L \gamma_\mu s_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L; \\ O_3 &= \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L + 2\bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L - 3\bar{s}_L \gamma_\mu s_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L; \\ O_4 &= \bar{u}_L \gamma_\mu u_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L + \bar{d}_L \gamma_\mu u_L \bar{u}_L \gamma^\mu s_L - \bar{d}_L \gamma_\mu d_L \bar{d}_L \gamma^\mu s_L; \\ O_5 &= \bar{d}_L \gamma_\mu \tilde{\lambda}^a s_L (\bar{u}_R \gamma^\mu \tilde{\lambda}^a u_R + \bar{d}_R \gamma^\mu \tilde{\lambda}^a d_R + \bar{s}_R \gamma^\mu \tilde{\lambda}^a s_R); \\ O_6 &= \bar{d}_L \gamma_\mu s_L (\bar{u}_R \gamma^\mu u_R + \bar{d}_R \gamma^\mu d_R + \bar{s}_R \gamma^\mu s_R), \end{aligned}$$

где $g_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma_5)q$; $q_R = \frac{1}{2}(1 + \gamma_5)q$; коэффициенты c_i можно вычислить в главном логарифмическом приближении КХД как функ-

ции от точки нормировки μ . Явная зависимость вильсоновских коэффициентов c_i от точки нормировки μ обусловлена необходимостью выделения пертурбативной области, отвечающей обмену жесткими глюонами (взаимодействие на малых расстояниях), в то время как физические амплитуды не должны зависеть от μ . Операторы $O_{5,6}$, содержащие правые кварковые токи, генерируются диаграммами пингвинового типа рис. 1.

Эффекты взаимодействий на малых расстояниях определяют относительный вклад различных механизмов в амплитуды чепотонных

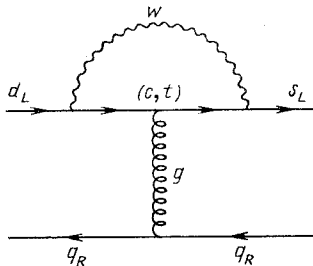


Рис. 1. Диаграмма пингвинового типа

K -распадов. Однако теоретического усиления переходов с изменением изоспина $|\Delta I| = 1/2$ и ослабления переходов с $|\Delta I| = 3/2$ в главном логарифмическом приближении КХД явно недостаточно для их количественного описания. Одной из причин этого являются эффекты взаимодействий на больших расстояниях, корректный учет которых как на кварковом, так и на адронном уровне представляет серьезную проблему. Особый интерес к диаграммам пингвинового типа связан не только с проблемой усиления переходов с $|\Delta I| = 1/2^*$, но и с тем, что по

современным теоретическим представлениям в шестикварковой модели Кобаяши — Маскавы пингвиновые переходы являются основным механизмом CP -нарушения в распадах $K^0 \rightarrow 2\pi$ [68], а также в распадах $K \rightarrow 3\pi$.

В работах [69] в киральной КХД-теории проведен совместный анализ экспериментальных данных по распадам $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$, позволяющий не только разделить переходы с $|\Delta I| = 1/2, 3/2$, но также выделить в переходах с $|\Delta I| = 1/2$ вклады правых адронных токов, генерируемых пингвиновыми диаграммами. В основе используемого подхода лежит эффективный слабый мезонный лагранжиан, полученный как обобщение лагранжиана $\mathcal{L}_w^{|\Delta S|=1}$ с помощью киральной бозонизации входящих в него кварковых токов. При этом 4-кварковые операторы $O_i^{(q)}$ заменяются мезонными операторами $O_i^{(m)}$, выражающимися через комбинации произведений мезонных токов и их дивергенций. Мезонные токи получаются с помощью киральных поворотов из нелинейного эффективного лагранжиана, описывающего сильное взаимодействие мезонов в низкоэнергетическом киральном КХД-пределе, отвечающем бозонизации кварков в $1/N_c$ -разложении. Бозонизация эффективного кваркового лагранжиана слабых взаимодействий $\mathcal{L}_w^{|\Delta S|=1}$ проводится также в этом приближении. В этом

* В [107] было показано, что правило $|\Delta I| = 1/2$ можно объяснить на основе учета пингвиновых диаграмм, связанных с широким скалярным резонансом ϵ (700).

случае ренорминвариантными являются не только мезонные токи в операторах $O_i^{(m)}$, но и коэффициенты при них. Действительно, все зависимости от аномальных размерностей в непингвиновых диаграммах исчезают при $N_c \rightarrow \infty$ (отношение $\gamma/b \rightarrow 0$ в этом пределе), а вклады пингвиновых диаграмм сами оказываются порядка N_c^{-1} . Коэффициенты c_i рассматриваются в качестве феноменологических параметров, извлекаемых из эксперимента. Они отличаются от вильсоновских коэффициентов c_i (μ) на некоторые поправки $O(1/N_c, \mu)$, не поддающиеся точному теоретическому учету.

Эффективные мезонные лагранжианы для нелептонных K -распадов с $|\Delta I| = 3/2, 1/2$, полученные с помощью адронизации кваркового лагранжиана (4), имеют вид [69]:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L}_w^{(|\Delta I|=3/2)} &= \sqrt{2} G_F \sin \theta_C \cos \theta_C \frac{1}{3} c_4 \times \\
 &\times \{ (J^1 - iJ^2)_\mu (J^4 + iJ^5)^\mu + 2J_\mu^3 (J^6 + iJ^7)^\mu + \text{h.c.} \}; \quad (59) \\
 \mathcal{L}_w^{(|\Delta I|=1/2)} &= \sqrt{2} G_F \sin \theta_C \cos \theta_C \frac{1}{3} \left\{ (-c_1 + c_2 + \right. \\
 &+ c_3) [(J^1 - iJ^2)_\mu (J^4 + iJ^5)^\mu - (J^3 + \frac{1}{\sqrt{3}} J^8)_\mu (J^6 + iJ^7)^\mu] + \\
 &+ (c_1 + 5c_2) \sqrt{\frac{2}{3}} J_\mu^0 (J^6 + iJ^7)^\mu + c_3 \frac{10}{\sqrt{3}} J_\mu^8 (J^6 + iJ^7)^\mu - \\
 &- 2c_5 \left[\frac{1}{\hat{m}_0} \partial_\mu (J^{A,1} - iJ^{A,2})^\mu \left(\frac{1}{\hat{m}^0 - m_s^0} \partial_\mu (J^{V,4} + iJ^{V,5})^\mu + \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. + \frac{1}{\hat{m}^0 + m_s^0} \partial_\mu (J^{A,4} + iJ^{A,5})^\mu \right) - \right. \\
 &- \left. \left(2\mathcal{L}_1 - \frac{1}{\hat{m}^0} \partial_\mu \left(-J^{A,3} + \frac{J^{A,8}}{\sqrt{3}} + \sqrt{\frac{2}{3}} J^{A,0} \right)^\mu \right) \times \right. \\
 &\times \left. \left(\frac{1}{\hat{m}^0 - m_s^0} \partial_\mu (J^{V,6} + iJ^{V,7})^\mu + \frac{1}{\hat{m}^0 + m_s^0} \partial_\mu (J^{A,6} + iJ^{A,7})^\mu \right) - \right. \\
 &- \left. \left(2\frac{\hat{m}^0}{m_s^0} \mathcal{L}_2 + \frac{1}{m_s^0} \partial_\mu \left(-\frac{2}{\sqrt{3}} J^{A,8} + \sqrt{\frac{2}{3}} J^{A,0} \right)^\mu \right) \times \right. \\
 &\times \left. \left(\frac{1}{\hat{m}^0 - m_s^0} \partial_\mu (J^{V,6} + iJ^{V,7})^\mu - \frac{1}{\hat{m}^0 m_s^0} \partial_\mu (J^{A,6} + iJ^{A,7})^\mu \right) - \right. \\
 &\left. - \left(\frac{2}{3} c_5 - c_6 \right) \sqrt{6} \tilde{J}_\mu^0 (J^6 + iJ^7)^\mu + \text{h.c.} \right\}, \quad (60)
 \end{aligned}$$

где токи $J_\mu^h = J_\mu^{V,h} - J_\mu^{A,h}$, $\tilde{J}_\mu^h = J_\mu^{V,h} + J_\mu^{A,h}$ определены в п.1.2; $m_u^0 = m_d^0 \equiv \hat{m}^0 \approx 8$ МэВ, $m_s^0 \approx 200$ МэВ — массы токовых квар-

ков. Дивергенции $\mathcal{D}_1, \mathcal{D}_2$ имеют вид:

$$\mathcal{D}_1 = i \frac{1}{\hat{m}^0} \left[m_\pi^2 \left(1 + \frac{\mu_d^2}{2\Lambda_\chi^2} + \frac{8m_\pi^2}{\Lambda_T F^2} \right) (\pi^+ \pi^- + \frac{1}{2} \pi^0 \pi^0) - \right. \\ \left. - m_K^2 \left(1 + \frac{\mu_s^2}{2\Lambda_\chi^2} + \frac{8m_K^2}{\Lambda_T F^2} \right) K^0 \bar{K}^0 \right];$$

$$\mathcal{D}_2 = -i \frac{1}{\hat{m}^0} \frac{1}{3} m_K^2 \left(1 + \frac{\mu_s^2}{2\Lambda_\chi^2} + \frac{8m_K^2}{\Lambda_T F^2} \right) (K^+ K^- + K^0 \bar{K}^0).$$

Переход от лагранжиана (58) к лагранжианам (59), (60) основан на замене кварковых токов на соответствующие мезонные токи с теми же самыми квантовыми числами. Заметим также, что при переходе к бесцветным токам в операторе O_5 с помощью преобразований Фирца получим:

$$O_5 = -\frac{2}{3} O_6 - 4(\bar{d}_R u_L \bar{u}_L s_R + \bar{d}_R d_L \bar{d}_L s_R + \bar{d}_R s_L \bar{s}_L s_R).$$

Входящие в это выражение скалярные и псевдоскалярные комбинации кварковых полей $\bar{q}_a q_b, \bar{q}_a \gamma_5 q_b$ можно выразить через векторные и аксиально-векторные комбинации с помощью соотношений:

$$\partial_\mu (\bar{q}_a \gamma^\mu q_b) = i(m_a^0 - m_b^0) \bar{q}_a q_b; \quad \partial_\mu (\bar{q}_a \gamma^\mu \gamma_5 q_b) = i(m_a^0 + m_b^0) \bar{q}_a \gamma_5 q_b,$$

где m_a^0 — массы токовых кварков.

Метод адронизации позволяет не только воспроизвести в древесном приближении результаты обычного метода факторизации и учесть эффекты больших расстояний в волновых функциях мезонов, но также вычислить унитарные поправки, связанные с перерассеянием мезонов. Им отвечают однопетлевые диаграммы с сильными и слабыми вершинами, обусловленными взаимодействиями $\mathcal{L}^{(2)}$ (12) и \mathcal{L}_{SB} (11). Для фиксирования УФ-расходимостей, возникающих при вычислениях в однопетлевом приближении квантовой киральной теории возмущений с нелинейными лагранжианами, будем использовать результаты суперпропагаторной (СП) регуляризации мезонных петель, предложенной впервые в [70] и получившей дальнейшее развитие в [71]. Все функции Грина и амплитуды рассеяния псевдоскалярных частиц в неперенормируемых теориях с существенно нелинейными лагранжианами выражаются во втором порядке теории возмущений через двухточечную функцию Грина, отвечающую бесконечной сумме двухвершинных мезонных петель по всем промежуточным состояниям. Используя интегральное представление Зоммерфельда — Ватсона, в СП-подходе удастся построить фурье-образ двухточечной функции Грина, свободный от УФ-расходимостей. Возникающую при этом неоднозначность можно запараметризовать через одну неопределенную константу, фиксируемую с помощью дополнительных

требований (например, принципа минимальных сингулярностей). Таким образом, СП-метод позволяет регуляризовать однопетлевые диаграммы без введения дополнительных параметров УФ-обрезаний.

СП-регуляризация приводит к эффективной замене расходящихся частей однопетлевых фейнмановских интегралов конечными величинами, определяемыми структурой разложения нелинейного лагранжиана взаимодействия по степеням мезонных полей. Можно показать, что в низшем порядке разложения по $1/F$ мезонный СП в прескрипции [70] совпадает с соответствующим однопетлевым интегралом, вычисленным в размерной регуляризации, если в нем провести замену:

$$\mu^2 \rightarrow (4\pi F)^2, \quad \left(C - \frac{1}{\epsilon}\right) \rightarrow C_{\text{СП}},$$

где

$$C_{\text{СП}} = 2C + 1 + \frac{1}{2} (\ln \Gamma^{-2}(2z + 2))'_{z=0} = -1 + 4C \approx 1,309 \quad (61)$$

— конечная величина.

Используемый в настоящей работе подход отличается от идеологии, развитой в работах [72, 73], где вклады мезонных петель трактуются как часть $1/N_c$ -поправок, восстанавливающих ренорминвариантность физических амплитуд $T_{K \rightarrow 2\pi} = \sum_i c_i(\mu) < \pi\lambda | O_i(M) | K$.

Зависимость от M в матричных элементах возникает от логарифмических обрезаний в однопетлевых фейнмановских интегралах. Однако, как уже отмечалось, вычисления однопетлевых диаграмм в квантовой киральной теории в силу регуляризующих свойств суперпропагатора не должны приводить к появлению какого-либо дополнительного свободного параметра УФ-обрезания. Поэтому отождествление параметра УФ-обрезания M в мезонных петлях с точкой нормировки μ , возникающей в главном логарифмическом приближении КХД на кварк-глюонном уровне, не имеет под собой достаточного физического обоснования.

3.2. Распады $K \rightarrow 2\pi$. Амплитуды распадов $K \rightarrow 2\pi$ удобно параметризовать в виде

$$T_{K \rightarrow 2\pi} = \sqrt{2} G_F \sin \theta_C \cos \theta_C F (m_K^2 - m_\pi^2) A_{K \rightarrow 2\pi}, \quad (62)$$

где величины $A_{K \rightarrow 2\pi}$ удовлетворяют следующим изотопическим соотношениям:

$$A_{K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0} = \frac{\sqrt{3}}{2} A_2, \quad A_{K_S^0 \rightarrow \pi^+ \pi^-} = \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 + \sqrt{\frac{1}{3}} A_2, \quad (63)$$

$$A_{K_S^0 \rightarrow \pi^0 \pi^0} = \sqrt{\frac{2}{3}} A_0 - \frac{2}{\sqrt{3}} A_2.$$

Здесь A_2, A_0 — амплитуды переходов в состояния с изоспинами $I = 2, 0$ соответственно:

$$A_2 = a_2 e^{i\delta_2}, \quad A_0 = a_0 e^{i\delta_0},$$

а фазы $\delta_{2,0}$ обусловлены пл-взаимодействием в конечном состоянии.

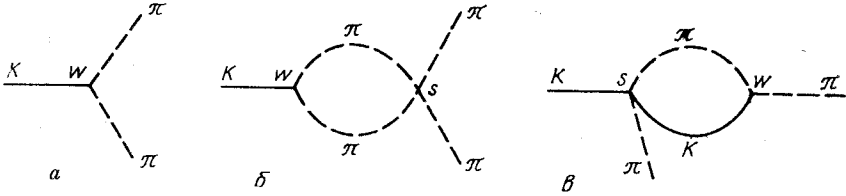


Рис. 2. Диаграммы распада $K \rightarrow 2\pi$ в квантовой киральной теории в борновском (а) и однопетлевом (б, в) приближениях

В киральной теории амплитуды A_2, A_0 описываются диаграммами рис. 2:

$$A_{2,0} = A_{2,0}^B + A_{2,0}^{\pi\pi} + A_{2,0}^{K\pi},$$

где A^B — борновский вклад (диаграмма рис. 2. а); $A^{\pi\pi}$ — вклад пл-взаимодействия в конечном состоянии (рис. 2, б); $A^{K\pi}$ — вклад $K\pi$ -взаимодействия (рис. 2. в). Результаты громоздких расчетов мезонных петель в СП-регуляризации с использованием программ аналитических вычислений на ЭВМ удобно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} A_2^B &= \frac{2}{\sqrt{3}} P_1 P_2 c_4, \quad A_2^{\pi\pi} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 c_4 (0,46 - 0,06 C_{\text{СП}} + i0,19), \\ A_2^{K\pi} &= -\frac{2}{\sqrt{3}} \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 c_4 (0,38 - 0,17 C_{\text{СП}}); \end{aligned} \right\} (64)$$

$$\left. \begin{aligned} A_0^B &= \sqrt{\frac{2}{3}} P_1 P_2 \left[(-c_1 + c_2 + c_3) - 2c_5 \frac{m_\pi^2}{\hat{m}^0 (m_s^0 - \hat{m}^0)} \right]; \\ A_0^{\pi\pi} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 \left[(-c_1 + c_2 + c_3) (0,40 - 0,10 C_{\text{СП}} + i0,29) - \right. \\ &\quad \left. - 2c_5 \frac{m_\pi^2}{\hat{m}^0 (m_s^0 - \hat{m}^0)} (0,45 - 0,11 C_{\text{СП}} + i0,29) \right], \end{aligned} \right\} (65)$$

$$\left. \begin{aligned} A_0^{K\pi} &= \sqrt{\frac{3}{2}} \tilde{P}_1 \tilde{P}_2 \left[(-c_1 + c_2 + c_3) (0,08 - 0,03 C_{\text{СП}}) - \right. \\ &\quad \left. - 2c_5 \frac{m_\pi^2}{\hat{m}^0 (m_s^0 - \hat{m}^0)} (-0,19 + 0,08 C_{\text{СП}}) \right], \end{aligned} \right\}$$

где $P_1 = 1 + \frac{4m_\pi^2}{\Lambda_T F^2} + \frac{\mu_d^2}{2\Lambda_\chi^2}$, $P_2 = 1 + \frac{4(m_K^2 + m_\pi^2)}{\Lambda_T F^2} - \frac{\mu_s^2}{2\Lambda_\chi^2} \frac{m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2}$;

$$\tilde{P}_1 = 1 + \frac{\mu_d^2}{2\Lambda_\chi^2}, \quad \tilde{P}_2 = 1 - \frac{\mu_s^2}{2\Lambda_\chi^2} \frac{m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2}.$$

Однопетлевые вклады рис. 2, б, в определяются лагранжианами $\mathcal{L}^{(2)}$, \mathcal{L}_{SB} , $\mathcal{L}_{SB}^{(p^2)}$.

Роль перерасеяния мезонов (диаграммы рис. 2, б, в) в описании распадов $K \rightarrow 2\pi$ обсуждалась в работе [74], где было показано, что учет лл- и Кл-взаимодействий приводит к дополнительному усилению амплитуды A_0 в 1,5 раза и такому же ослаблению амплитуды A_2 . Аналогичные эффекты отмечались в работах [72], где использовался иной подход к самосогласованному учету эффектов взаимодействий на малых и больших расстояниях, в основе которого лежит $1/N_c$ -разложение в КХД*.

Влияние лл-взаимодействия в конечном состоянии можно понять качественно, рассматривая соответствующий однопетлевой вклад как унитарную поправку к борновскому приближению. Фазы лл-рассеяния с изоспинами $I = 0, 2$ различаются знаками ($\delta_0 > 0$, $\delta_2 < 0$), а мнимые части амплитуд A_0 , A_2 , обусловленные пионными петлями, должны входить в полную амплитуду с теми же знаками, что и у фаз. Поэтому вклады пионных петель в реальные части амплитуд A_0 , A_2 , восстановленные в дисперсионном подходе по мнимым частям, также должны различаться знаками и приводить соответственно к усилению амплитуды A_0 и ослаблению A_2 .

Учет перерасеяния особенно важен при оценке наблюдаемых эффектов прямого CP-нарушения, которые определяются интерференцией фаз лл-рассеяния в конечных состояниях в переходах с $|\Delta I|$, равным $1/2$, $3/2$.

3.3. Распады $K \rightarrow 3\pi$. Амплитуды распадов $K \rightarrow 3\pi$ параметризуются в виде разложения по степеням инвариантных переменных X и Y :

$$T_{K \rightarrow 3\pi} = a + bY + c \left(Y^2 + \frac{X^2}{3} \right) + d \left(Y^2 - \frac{X^2}{3} \right), \quad (66)$$

где $Y = (s_3 - s_0)/m_\pi^2$; $X = (s_2 - s_1)/m_\pi^2$; $s_i = (k - p_i)^2$; k , p_i — 4-импульсы каона и i -го пиона.

В амплитуде распада $K \rightarrow 3\pi$ можно выделить два состояния с изоспином $I = 1$ — симметричное и со смешанной симметрией [75], а также состояния с изоспинами $I = 2, 3$. Для описания изотопических свойств амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ обычно вводят три разности фаз: разность фаз между двумя возможными состояниями с $I = 1$, $\delta_{M1} = \delta_M - \delta_1$, где индекс M относится к состоянию со смешанной симметрией, и разности фаз между состояниями с $I = 2, 3$ и симметричным состоянием с $I = 1$, $\delta_{21} = \delta_2 - \delta_1$, $\delta_{31} = \delta_3 - \delta_1$. Соответствующие изотопические соотношения для разложений (66) амплитуд

* В отличие от [72] в подходе, основанном на использовании лагранжиана (21), тадипольные диаграммы не возникают.

распадов $K \rightarrow 3\pi$ примут вид:

$$\left. \begin{aligned}
 A_{4+-} &\equiv \langle \pi^+ \pi^+ \pi^- | T | K^+ \rangle = 2(a_{11} + a_{13}) + (a_{35} + a_{37}) e^{i\delta_{31}} + \\
 &+ [-(b_{11} + b_{13}) e^{i\delta_{M1}} + (b_{23} + b_{25}) e^{i\delta_{21}}] Y + \\
 &+ 2(c_{11} + c_{13}) \left(Y^2 + \frac{X^2}{3} \right) - (d_{11} + d_{13}) \left(Y^2 - \frac{X^2}{3} \right) e^{i\delta_{M1}}; \\
 A_{00+} &\equiv \langle \pi^0 \pi^0 \pi^+ | T | K^+ \rangle = (a_{11} + a_{13}) - 2(a_{35} + a_{37}) e^{i\delta_{31}} + \\
 &+ [(b_{11} + b_{13}) e^{i\delta_{M1}} + (b_{23} + b_{25}) e^{i\delta_{21}}] Y + (c_{11} + c_{13}) \left(Y^2 + \frac{X^2}{3} \right) + \\
 &+ (d_{11} - d_{13}) \left(Y^2 - \frac{X^2}{3} \right) e^{i\delta_{M1}}; \\
 A_{000} &\equiv \langle \pi^0 \pi^0 \pi^0 | T | K_L^0 \rangle = -3(a_{11} - 2a_{13}) + 3(a_{35} - 4a_{37}) e^{i\delta_{31}} - \\
 &- 3(c_{11} - 2c_{13}) \left(Y^2 + \frac{X^2}{3} \right); \\
 A_{+-0} &\equiv \langle \pi^+ \pi^- \pi^0 | T | K_L^0 \rangle = -(a_{11} - 2a_{13}) - \frac{1}{2}(3a_{35} - 4a_{37}) e^{i\delta_{31}} - \\
 &- (b_{11} - 2b_{13}) Y e^{i\delta_{M1}} - (c_{11} - 2c_{13}) \left(Y^2 + \frac{X^2}{3} \right) - \\
 &- (d_{13} + d_{11}) \left(Y^2 - \frac{X^2}{3} \right) e^{i\delta_{M1}}.
 \end{aligned} \right\} (67)$$

Параметры a_{ij} , b_{ij} , c_{ij} , d_{ij} в (67) имеют два индекса: i — изоспин конечного состояния, j — удвоенное значение изменения изоспина между начальным и конечным состояниями. Анализ экспериментальных данных [75] указывает на доминирование перехода с $|\Delta I|$, равным 1/2, 3/2, а также на практическое отсутствие состояния с $I = 3$ и переходов с $|\Delta I|$, равным 5/2, 7/2.

В древесном приближении распады $K \rightarrow 3\pi$ описываются диаграммами рис. 3, а, и их амплитуды определяются переходами с $|\Delta I|$, равным 1/2, 3/2:

$$\begin{aligned}
 a_{11}^B &= -\frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \left\{ \frac{1}{3} (m_K^2 - m_\pi^2) \left[(1 - \tilde{\xi}_\pi) P_1 P_2 + \right. \right. \\
 &+ \left. \left. (1 - \tilde{\xi}_K - \xi_\pi) \left(\frac{m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} P_1 P_4 - P_5 \right) \right] + \frac{\gamma}{\hat{e}^2 F^2} (s_0^2 - m_\pi^2 (m_K^2 + m_\pi^2)) \right\}; \\
 a_{13}^B &= -\frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \xi \left\{ \frac{1}{3} (m_K^2 - m_\pi^2) \left(P_1 P_2 + \frac{m_\pi^2}{m_K^2 - m_\pi^2} P_1 P_4 - P_5 \right) + \right. \\
 &+ \left. \frac{\gamma}{\hat{e}^2 F^2} (s_0^2 - m_\pi^2 (m_K^2 + m_\pi^2)) \right\};
 \end{aligned}$$

$$b_{11}^B = -\frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} m_{\pi}^2 \left\{ 2(1 - \tilde{\xi}_K - \tilde{\xi}_{\pi})(P_1 P_4 + 2P_5) + 3P_1 P_3 - \right. \\ \left. - 2(1 - \tilde{\xi}_K) P_4 P_6 - 2(1 - \tilde{\xi}_{\pi}) P_1 P_6 - \frac{3-\gamma}{2} \frac{s_0}{\hat{e}^2 F^2} \right\}; \quad (68)$$

$$b_{13}^B = \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} m_{\pi}^2 \xi \left[\frac{9}{2} P_2 P_3 + 2P_1 P_6 + \frac{3-\gamma}{2} \frac{s_0}{\hat{e}^2 F^2} \right];$$

$$b_{23}^B = \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} m_{\pi}^2 \xi \left[2(P_1 P_4 + 2P_5) - \frac{3}{2} P_2 P_3 - 2P_4 P_6 \right];$$

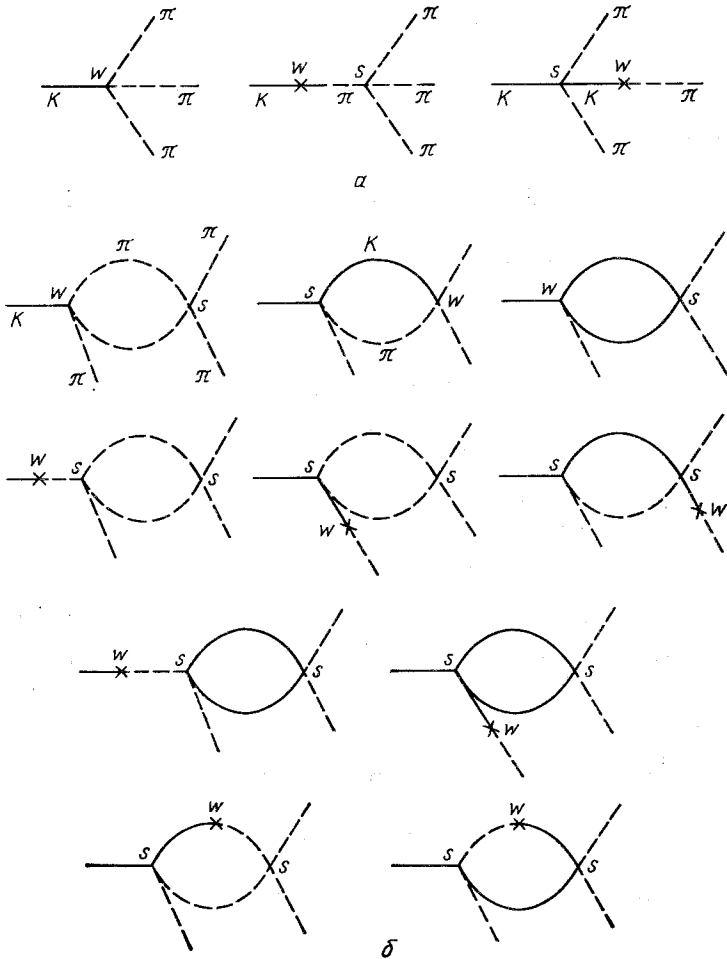


Рис. 3. Диаграммы распада $K \rightarrow 3\pi$ в квантовой киральной теории в борновском (а) и однопиевом (б) приближениях

$$c_{11}^B = \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} m_\pi^4 \frac{\gamma}{4\hat{e}^2 F^2}, \quad c_{13}^B = \xi c_{11}^B;$$

$$d_{11}^B = \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} m_\pi^4 \frac{3-\gamma}{4\hat{e}^2 F^2}, \quad d_{13}^B = \xi d_{11}^B.$$

Здесь

$$\tilde{G} = \frac{2}{3} G_F \sin \theta_C \cos \theta_C (-c_1 + c_2 + c_3); \quad \xi = \frac{c_4}{-c_1 + c_2 + c_3};$$

$$\tilde{\xi}_{\pi, K} = \frac{2c_5}{-c_1 + c_2 + c_3} \frac{m_{\pi, K}^2}{\hat{m}^0 (m_\pi^0 + \hat{m}^0)}; \quad P_5 = \frac{4m_\pi^2}{\Lambda_T F^2}, \quad P_6 = 1 + \frac{4(m_K^2 + 3m_\pi^2)}{\Lambda_T F^2}.$$

Наряду с древесными диаграммами рис. 3,а необходимо также учесть однопетлевые вклады (рис. 3, б), связанные с учетом перераспределения мезонов и описываемые лагранжианами $\mathcal{L}^{(2)}$, \mathcal{L}_{SB} . Результаты громоздких аналитических вычислений однопетлевых вкладов в амплитуды распадов $K \rightarrow 3\pi$ удобно представить в виде:

$$\left. \begin{aligned} a_{11}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \bar{\mu}^2 [-1696,7 + 276,1C_{\text{СП}} + i230,1 + \\ &+ \tilde{\xi}_\pi (-7559,6 + 7840,6C_{\text{СП}} + i702,3)]; \\ a_{13}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \tilde{\mu}^2 \xi (-2961,5 + 860,7C_{\text{СП}} - i397,9); \\ b_{11}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \bar{\mu}^2 [-412,1 + 139,2C_{\text{СП}} - i252,9 + \\ &+ \tilde{\xi}_\pi (15996,4 - 5260,0C_{\text{СП}} + i8303,4)]; \\ b_{13}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \tilde{\mu}^2 \xi (-1441,9 + 324,7C_{\text{СП}} - i792,9); \\ b_{23}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \tilde{\mu}^2 \xi (719,5 - 160,3C_{\text{СП}} + i394,8); \\ c_{11}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \bar{\mu}^2 [-17,1 + 5,5C_{\text{СП}} - i175,1 + \\ &+ \tilde{\xi}_\pi (-293,7 + 116,2C_{\text{СП}} + i21,3)]; \\ c_{13}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \tilde{\mu}^2 \xi (56,0 - 16,0C_{\text{СП}} + i126,3); \\ d_{11}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \bar{\mu}^2 [8,1 - 0,5C_{\text{СП}} - i50,4 + \\ &+ \tilde{\xi}_\pi (-303,4 + 113,9C_{\text{СП}} - i1227,9)]; \\ d_{13}^{\text{II}} &= \frac{\tilde{G}}{\sqrt{2}} \tilde{\mu}^2 \xi (-189,7 + 57,4C_{\text{СП}} + i140,4), \end{aligned} \right\} \quad (69)$$

где $\tilde{\mu}^2 = m_\pi^4 / (144\pi^2 F^2)$.

Параметр ξ в (68), (69) определяет вклады переходов с $|\Delta I| = 3/2$, а параметры $\xi_{\pi, K}$ — вклады оператора O_5 , содержащего правые токи. Легко заметить, что в древесном приближении (68) правые токи не дают вклада в квадратичные члены разложения амплитуды распада $K \rightarrow 3\pi$ (66) по степеням инвариантных далитцевских переменных X, Y . Квадратичные члены в древесном приближении (рис. 3, а) полностью определяются скирмовскими и нескирмовскими вкладами в лагранжиан p^4 -взаимодействия \mathcal{L}_Q (15) и в обычные киральные левые токи.

3.4 Анализ экспериментальных данных. Корреляция параметров $(-c_1 + c_2 + c_3), c_5$ в (65) делает невозможным разделение вкладов левых и правых адронных токов в экспериментально измеренную амплитуду A_0 распада $K \rightarrow 2\pi$. Такое разделение можно осуществить в совместном анализе нелептонных распадов каонов, использующем кроме данных о вероятностях этих процессов также информацию о параметрах наклонов далитц-плотов для различных каналов распада $K \rightarrow 3\pi$ [69]. В табл. 3 приведены экспериментальные данные по

Таблица 3. Параметры распадов $K \rightarrow 2\pi, K \rightarrow 3\pi$

Параметр	Эксперимент [46]	Киральная КХД
B_{+0}	$0,2117 \pm 0,0015$	0,2118
B_{+-}	$0,6861 \pm 0,0024$	0,6854
B_{00}	$0,3138 \pm 0,0024$	0,3145
B_{++-}	$0,0559 \pm 0,0003$	0,0559
g_{++-}	$-0,216 \pm 0,003$	-0,213
h_{++-}	$0,011 \pm 0,004$	0,016
k_{++-}^*	$-0,010 \pm 0,003$	-0,004
B_{00+}	$0,0173 \pm 0,0005$	0,0173
g_{00+}	$\begin{cases} 0,607 \pm 0,030 \\ 0,588 \pm 0,019^{**} \end{cases}$	0,546
h_{00+}	$\begin{cases} 0,034 \pm 0,020 \\ 0,043 \pm 0,007^{**} \end{cases}$	0,071
k_{00+}^*	$0,011 \pm 0,007^{**}$	0,006

* Данные при фитировании не использовались.
 ** Данные из работы [76].

распадам $K \rightarrow 2\pi, K \rightarrow 3\pi$: значения парциальных вероятностей и коэффициентов g_i, h_i, k_i разложения квадрата матричного элемента по переменным X, Y :

$$|T_{K \rightarrow 3\pi}|^2 \propto 1 + gY + hY^2 + kX^2$$

для двух каналов распадов $K \rightarrow 3\pi$ заряженных каонов.

В качестве свободных параметров, определяемых из анализа экспериментальных данных, рассматриваются величины $(-c_1 + c_2 + c_3)$, c_5 , c_4 , Λ_T . Параметры \hat{e}^2 , γ фиксировались в соответствии с (17). При фитировании экспериментальных данных для параметра Λ_T было получено близкое к нулю отрицательное значение отношения $\Lambda_T/\Lambda_T^{\text{эксп}} = -0,02 \pm 0,03$. Это означает, что наличие тахионного взаимодействия в киральном мезонном лагранжиане противоречит феноменологии пелегтонных распадов каонов, которые оказываются гораздо более чувствительными ко вкладу взаимодействия \mathcal{L}_T , чем к взаимодействию $\mathcal{L}_{\text{SB}}^{(p^2)}$. Последнее, по-видимому, и является единственным механизмом расщепления констант распада $\pi \rightarrow \mu\nu$, $K \rightarrow \mu\nu$, а тахионное взаимодействие \mathcal{L}_T должно быть отброшено. Для коэффициентов $(-c_1 + c_2 + c_3)$, c_5 , c_4 получены значения:

$$\begin{aligned} (-c_1 + c_2 + c_3)^{\text{эксп}} &= 4,51 \pm 0,08, & c_5^{\text{эксп}} &= -0,017 \pm 0,004, \\ c_4^{\text{эксп}} &= 0,347 \pm 0,004. \end{aligned} \quad (70)$$

Константа c_4 полностью определяется вероятностью распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$. Величины B_i , g_i , h_i , k_i для распадов $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$ при значениях коэффициентов (70) приведены в табл. 3. Результаты фитирования экспериментальных данных не оставляют сомнений в наличии вкладов правых адронных токов в переходах с $|\Delta I| = 1/2$. В амплитуде A_0 распадов $K \rightarrow 2\pi$ пингвиновые диаграммы дают относительный вклад около 50—60%.

Чтобы оценить степень модельной зависимости полученных результатов от способа фиксации УФ-расходимостей при учете перерасеяния мезонов, рассмотрим в качестве свободного параметра величину $C_{\text{СП}}$. Фиксация УФ-расходимостей с помощью СП-регуляризации мезонных петель соответствует в нашем подходе эффективной замене расходящихся частей однопетлевых интегралов, вычисленных в размерной регуляризации, на конечные величины: $(C - \frac{1}{\epsilon}) \rightarrow C_{\text{СП}}$. Проводя фитирование экспериментальных данных для свободного параметра $C_{\text{СП}}$, получим значение $C_{\text{СП}}^{\text{эксп}} = 1,28 \pm 0,06$, близкое к значению (61), отвечающему прескрипции [70].

Как уже отмечалось, в основе разделения различных вкладов в переходы с $|\Delta I| = 1/2$ лежит использование информации о параметрах наклонов распадов $K \rightarrow 3\pi$. Это связано, в частности, с тем, что правые адронные токи, генерируемые пингвиновыми диаграммами, в древесном приближении не дают вклада в квадратичные по переменным X , Y члены разложения амплитуд распадов $K \rightarrow 3\pi$ (66). Из табл. 3 видно, что именно квадратичные по переменным X , Y параметры наклонов h , k до сих пор измерены недостаточно точно. Для канала $K^- \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^-$ единственные данные по параметру k были получены недавно в [76] на статистике $43 \cdot 10^3$ событий. Распады $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^\pm\pi^\mp$ изучены более детально на гораздо большей статистике

(так, в эксперименте [77] измерено $1,5 \cdot 10^6$ событий). Однако радиационные поправки вносят большую неопределенность в значения квадратичных параметров наклонов [78]. По этой причине данные по параметрам k в настоящий анализ не были включены. В проведенном анализе не использованы данные по каналу $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$, поскольку $(\pi^0 - \eta - \eta')$ -смешивание приводит в этом случае к серьезным дополнительным трудностям, связанным с учетом вершин, содержащих слабые $K^0 \eta$ (η')-переходы и степени масс странного кварка [14]. Последние должны играть заметную роль в распаде $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \pi^0$.

Таким образом, проведенный анализ нелептонных распадов каонов надежно подтверждает наличие в переходах с $|\Delta I| = 1/2$ вкладов правых адронных токов, генерируемых на кварковом уровне диаграммами пингвинового типа. При интерпретации полученных результатов следует помнить, что коэффициенты c_i в (58), вычисленные в главном логарифмическом приближении КХД, зависят явным образом от выбора точки нормировки. Они отличаются от физических коэффициентов в (59), (60), извлекаемых из феноменологического анализа, на некоторые неподдающиеся теоретическому учету $1/N_c$ -поправки. Последние определяются эффектами больших расстояний на кварк-глюонном уровне. Эффекты больших расстояний на адронном уровне, включающие в себя перерассеяние мезонов, учтены с помощью киральной бозонизации кварковых токов и однопетлевых вычислений в квантовой киральной теории поля. Прямое сравнение коэффициентов (70) с вычислениями в главном логарифмическом приближении КХД может дать представление о порядке $1/N_c$ -поправок к нему. Однако рассмотрение этого вопроса выходит за рамки настоящего исследования.

3.5. Прямое CP нарушение в распадах $K \rightarrow 3\pi$. В шестикварковой модели Кобаяши — Маскавы коэффициенты c_i ($i \neq 4$) в операторном разложении (58) являются комплексными величинами [68]. Их мнимые части определяют вклад операторов O_i переходов с $|\Delta I| = 1/2$ в прямое CP -нарушение, выходящее за рамки суперслабой модели Вольфенштейна, основанной на смешивании в массовой матрице нейтральных каонов. Анализ коэффициентов c_i в главном логарифмическом приближении КХД [68] показал, что основной вклад в прямое CP -нарушение дает пингвиновая диаграмма рис. 1. Поэтому величина параметра ϵ' , характеризующего прямое CP -нарушение в распадах $K^0 \rightarrow 2\pi$, практически целиком определяется мнимой частью коэффициента c_5 .

Параметр ϵ' можно вычислить с помощью соотношения

$$\epsilon' = -\frac{\omega}{\sqrt{2}} \frac{\text{Im } a_0}{\text{Re } a_0} (1 - \Omega^{\eta, \eta'} - \Omega^{\text{ep}}) \exp \left[i \left(\frac{\pi}{2} + \delta_2 - \delta_0 \right) \right], \quad (74)$$

где $\omega \equiv \text{Re } a_2 / \text{Re } a_0 \approx 1/22$; $\Omega^{\eta, \eta'} = \frac{1}{3} \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\omega} \left[(\cos \varphi - \sqrt{2} \sin \varphi)^2 + (\sin \varphi + \sqrt{2} \cos \varphi)^2 \frac{m_\eta^2 - m_\pi^2}{m_\eta^2 - m_\pi^2} \right] \frac{\mu_a^2 - \mu_u^2}{\mu_s^2}$ — вклад в ϵ' диаграмм рис.

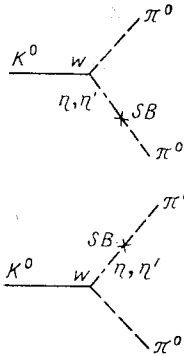


Рис. 4. Вклад $(\eta-\eta')$ -смешивания в распад $K^0 \rightarrow \pi^0\pi^0$

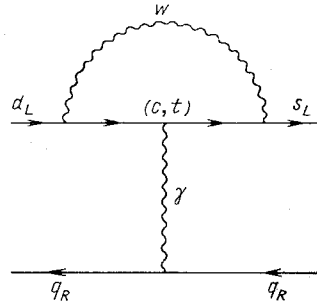


Рис. 5. Электромагнитная пингвиновая диаграмма

4 [79, 80], обусловленных (η, η') -смешиванием (20) и нарушением изотопической инвариантности, которое связано с расщеплением масс u - и d -кварков и описывается частью лагранжиана (11):

$$\mathcal{L}_{SB}^{(\eta\pi)} = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{\mu_d^2 - \mu_u^2}{2} \pi^0 (\eta_8 + \sqrt{2} \eta_0) \left[1 - \frac{1}{6F^2} \left(\pi^2 - \frac{(\eta_8 + \sqrt{2} \eta_0)^2}{3} \right) \right];$$

Ω^{ep} — вклад в ϵ' так называемой электромагнитной пингвиновой диаграммы рис. 5 [81].

Используя соотношение (71), мнимую часть коэффициента c_5 можно связать с величиной параметра ϵ' :

$$|\text{Im } c_5| = \frac{|\epsilon'|}{\sqrt{2} \omega} \frac{\hat{m}^0 (m_s^0 - \hat{m}^0)}{m_\pi^2} \text{Re} \left[(-c_1 + c_2 + c_3) - 2c_5 \frac{m_\pi^2}{\hat{m} (m_s - \hat{m})} \right] (1 - \Omega^{\eta, \eta'})^{-1}, \quad (72)$$

где поправка, связанная с (η, η', π^0) -смешиванием, составляет величину $\Omega^{\eta, \eta'} = 0,28$ при значении угла (η, η') -смешивания $\varphi = -19^\circ$. Поправка от электромагнитной пингвиновой диаграммы составляет не более 1% [80] и ею можно пренебречь. По экспериментально измеренному отношению параметров CP -нарушения $|\epsilon'/\epsilon| = 0,0033 \pm \pm 0,0011$ [82] ($\epsilon = 2,3 \cdot 10^{-3}$), используя формулу (72), можно также оценить мнимую часть коэффициента c_5 , определяющую прямое CP -нарушение в нелептонных распадах каонов:

$$|\text{Im } c_5|^{\text{ЭКП}} = (6,4 \pm 2,5) \cdot 10^{-5}. \quad (73)$$

Это позволит нам получить в рамках самосогласованного описания распадов $K \rightarrow 2\pi$, $K \rightarrow 3\pi$ оценки для зарядовой асимметрии в распадах $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^\pm \pi^\mp$, $K^\pm \rightarrow \pi^0 \pi^0 \pi^\pm$.

Прямое CP -нарушение приводит к зарядовой асимметрии вероятностей и дифференциальных распределений распадов заряженных каонов, которые определяются интерференцией фаз π -рассеяния в конечных состояниях переходов с $|\Delta I|$, равным $1/2$, $3/2$, и характеризуются параметрами асимметрий

$$\Delta_{\Gamma} = \frac{\Gamma_{K^-} - \Gamma_{K^+}}{\Gamma_{K^-} + \Gamma_{K^+}} \approx \frac{|A_{K^-}|^2 - |A_{K^+}|^2}{|A_{K^-}|^2 + |A_{K^+}|^2} \sim \text{Im } c_5 \sin(\delta_{M1} - \delta_{21});$$

$$\Delta_g = \frac{\frac{d\Gamma_{K^-}}{dY} - \frac{d\Gamma_{K^+}}{dY}}{\frac{d\Gamma_{K^-}}{dY} + \frac{d\Gamma_{K^+}}{dY}} \approx \frac{g_{K^-} - g_{K^+}}{g_{K^-} + g_{K^+}} \sim \text{Im } c_5 \sin(\delta_{M1} - \delta_{21}).$$

Фазы δ_{21} , δ_{M1} связаны с мнимыми частями однопетлевых вкладов (69), поэтому без учета перерасеяния мезонов невозможно оценить эффект прямого CP -нарушения в распадах $K \rightarrow 3\pi$. При значениях коэффициентов (70), (73) получим следующие оценки на CP -асимметрию в распадах $K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp}$, $K^{\pm} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^{\pm}$:

$$\left. \begin{aligned} |\Delta(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp})| &\approx 0,39 \cdot 10^{-4}, \\ |\Delta_Y(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp})| &\approx 0,14 \cdot 10^{-2}; \\ |\Delta(K^{\pm} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^{\pm})| &\approx 0,11 \cdot 10^{-3}, \\ |\Delta_Y(K^{\pm} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^{\pm})| &\approx 0,14 \cdot 10^{-2}. \end{aligned} \right\} (74)$$

Попытки экспериментально обнаружить зарядовую CP -асимметрию в распадах $K \rightarrow 3\pi$ пока что не привели к положительным результатам [46]:

$$\begin{aligned} \Delta_{\Gamma}(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp})^{\text{эксп}} &= (0,35 \pm 0,60) \cdot 10^{-3}; \\ \Delta_g(K^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm}\pi^{\pm}\pi^{\mp})^{\text{эксп}} &= (-0,7 \pm 0,5) \cdot 10^{-2}; \\ \Delta_{\Gamma}(K^{\pm} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^{\pm})^{\text{эксп}} &= (-0,15 \pm 2,75) \cdot 10^{-3} \end{aligned}$$

[данных по $\Delta_g(K^{\pm} \rightarrow \pi^0\pi^0\pi^{\pm})$ нет]. Оценки (74) показывают, что наблюдение CP -симметрии в параметре наклона g является вполне реальной задачей для современного электронного эксперимента. Отметим, что полученные нами значения асимметрии Δ_{Γ} для ширин распадов $K \rightarrow 3\pi$ оказываются на два порядка больше, чем оценки работ [83], на которые обычно ориентируются экспериментаторы.

3. КИРАЛЬНЫЕ АНОМАЛИИ

4.1. Киральные аномалии в сильных и электромагнитных процессах. Киральные аномалии играют важную роль в описании многих низкоэнергетических мезонных процессов. Прежде всего, именно

они ответственны за распады $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, η (η') $\rightarrow 2\gamma$. Лагранжиан (14) инвариантен относительно глобальных преобразований $U \rightarrow U + i\epsilon [Q, U]$, где ϵ — параметр преобразования, а Q — матрица зарядов кварков:

$$Q = \begin{pmatrix} 2/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1/3 & 0 \\ 0 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}.$$

Требование инвариантности мезонного лагранжиана относительно локальных преобразований $U \rightarrow U + i\epsilon(x) [Q, U]$ приводит к калибровочно-инвариантному выражению [см. также (26)]:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathcal{L}}_{WZ} = \mathcal{L}_{WZ} - \frac{e}{16\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} A_\mu \text{tr} (QL_\nu L_\alpha L_\beta + QR_\nu R_\alpha R_\beta) + \\ + i \frac{e^2}{24\pi^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\mu A_\nu A_\alpha \text{tr} (Q^2 L_\beta + Q^2 R_\beta + QUQU^+ L_\beta), \end{aligned} \quad (75)$$

где два последних члена описывают аномальное взаимодействие псевдоскалярных мезонов с электромагнитным полем A_μ .

Часть лагранжиана (75), ответственного за распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$, имеет вид

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} = - \frac{e^2}{32\pi^2 F} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} F_{\mu\nu} F_{\alpha\beta} \pi^0, \\ F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu, \end{aligned} \quad (76)$$

а ширина распада

$$\Gamma_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} = \frac{m_\pi^2}{64\pi} |T_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma}|^2, \quad T_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} = \frac{e^2}{4\pi^2 F}.$$

Аналогичным образом можно описать также и распады η , $\eta' \rightarrow 2\gamma$. При этом важно учитывать смешивание псевдоскалярных нейтральных полей, обусловленное нарушением \mathcal{L}_{SB} (11):

$$\begin{aligned} \pi_0 &= 0,95 \eta' - 0,31 \eta + 0,9 \cdot 10^{-2} \pi^0; \\ \pi_8 &= -0,31 \eta' - 0,95 \eta + 1,7 \cdot 10^{-2} \pi^0; \\ \pi_3 &= -0,33 \cdot 10^{-2} \eta' + 1,9 \cdot 10^{-2} \eta + 0,099 \pi^0. \end{aligned}$$

Числовые значения ширин распадов

$$\Gamma_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} = 7,4 \text{ эВ}; \quad \Gamma_{\eta \rightarrow 2\gamma} = 382 \text{ эВ}; \quad \Gamma_{\eta' \rightarrow 2\gamma} = 4,5 \cdot 10^3 \text{ эВ}$$

хорошо согласуются с экспериментальными данными:

$$\begin{aligned} \Gamma_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} &= (7,8 \pm 0,5) \text{ эВ}; \quad \Gamma_{\eta \rightarrow 2\gamma} = (420 \pm 4 \pm 74) \text{ эВ}; \\ \Gamma_{\eta' \rightarrow 2\gamma} &= (4,54 \pm 0,34 \pm 0,43) \text{ кэВ}. \end{aligned}$$

Из лагранжиана (75) можно выделить также и другие аномальные вершины, например аномалию $\gamma \rightarrow 3\pi$:

$$\mathcal{L}_{\gamma \rightarrow 3\pi} = \frac{e}{4\pi^2 F^3} A_\mu \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \partial_\nu \pi^+ \partial_\alpha \pi^- \partial_\beta \pi^0. \quad (77)$$

В рамках кирального лагранжиана (75) удовлетворяется низкоэнергетическая теорема [84]:

$$T_{\gamma \rightarrow 3\pi} = \frac{1}{eF^2} T_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma} = \frac{e}{4\pi^2 F^3} = 9,2 \text{ ГэВ}^{-3}. \quad (78)$$

Распад $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ в модели векторной доминантности описывается диаграммой рис. 6, а с аномальной $VV\pi$ -вершиной (32). Соответствующую

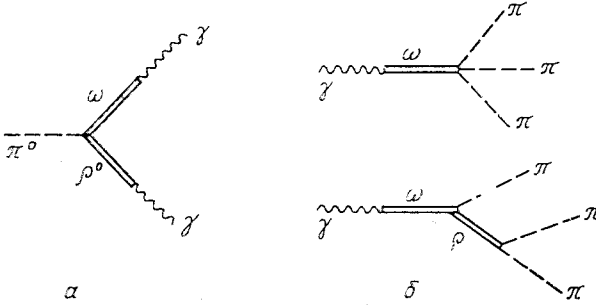


Рис. 6. Диаграммы, описывающие киральные аномалии $\pi^0 \rightarrow 2\gamma$ (а) и $\gamma \rightarrow 3\pi$ (б) в модели векторной доминантности

щая амплитуда имеет вид

$$T_{\pi^0 \rightarrow 2\gamma}^{(VD)} = \frac{2}{3} e^2 g_{V\nu\pi}$$

и в точности воспроизводит результат, полученный с помощью эффективного лагранжиана (76).

Аномалия $\gamma \rightarrow 3\pi$ описывается диаграммами рис. 6, б с аномальными $V\pi\pi\pi$ - и $VV\pi$ -вершинами (32), (33). Амплитуда $V \rightarrow 3\pi$ связана с амплитудой распада $\omega \rightarrow 3\pi$ соотношениями

$$T_{\gamma \rightarrow 3\pi}^{(VD)} = \frac{1}{3} \frac{e}{g_V} T_{\omega \rightarrow 3\pi}^{(VD)},$$

$$T_{\omega \rightarrow 3\pi}^{(VD)} = -\frac{3}{4} h + g_V g_{V\nu\pi} \left(\frac{1}{m_\rho^2 - m_{\pi^+\pi^-}^2} + \frac{1}{m_\rho^2 - m_{\pi^+\pi^0}^2} + \frac{1}{m_\rho^2 - m_{\pi^-\pi^0}^2} \right), \quad (79)$$

где $m_{\pi\pi}$ — эффективные массы соответствующих пионных пар. Учет смешивания псевдоскалярных и аксиально-векторных полей (28) приводит к результату, существенно отличающемуся от (78):

$$T_{\gamma \rightarrow 3\pi}^{(VD)} \approx \frac{13}{8} \frac{e}{4\pi^2 F^3} = 14,9 \text{ ГэВ}^{-3}. \quad (80)$$

При выводе этой формулы было использовано соотношение (30) и приближение $m_\rho^2 \gg m_{\pi^+\pi^-}^2, m_{\pi^+\pi^0}^2, m_{\pi^-\pi^0}^2$.

Нарушение низкоэнергетической теоремы (78) в векторной доминантности уже обсуждалось в работах [85]. Векторная доминантность дает для амплитуды перехода $\gamma \rightarrow 3\pi$ значение (80), завышенное в 1,5 раза по сравнению с (78). С другой стороны, амплитуда (79) приводит к ширине распада $\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi}^{(VD)} = 7,6 \text{ МэВ}$, в то время как экспери-

мептальное значение: $\Gamma_{\omega \rightarrow 3\pi}^{\text{ЭКСП}} = (8,9 \pm 0,3) \text{ МэВ}$. Недавно амплитуда перехода $\gamma \rightarrow 3\pi$ была измерена в эксперименте по образованию пионных пар при рассеянии отрицательных пионов в кулоновском поле ядра [86]:

$$T_{\gamma \rightarrow 3\pi}^{\text{ЭКСП}} (q_{\gamma}^2 = 0) = (13,0 \pm 0,9 \pm 1,3) \text{ ГэВ}^{-3}. \quad (81)$$

Экспериментальное значение (81) из-за больших статистической и систематической погрешностей не позволяет проверить низкоэнергетическую теорему (78) с необходимой точностью. Легко заметить, что калибровочно-инвариантное выражение $\Delta \mathcal{L}_{WZ}$ (26) будет описывать такие процессы, в которых не сохраняется произведение так называемых «внутренних» четностей частиц. Внутренняя четность частицы определяется следующим образом: она считается равной $+1$, если поле частицы преобразуется как обычный тензор соответствующего ранга, и равной -1 , если ее поле преобразуется как псевдотензор того же ранга. В соответствии с этим определением внутренняя четность псевдоскалярных и аксиально-векторных мезонов отрицательна, а для γ -кванта и векторных мезонов — положительна. Киральные аномалии позволяют описать широкий круг процессов с сохранением внутренней четности. Это — радиационные распады псевдоскалярных мезонов $\eta, \eta' \rightarrow 2\pi\gamma$; распады векторных мезонов $\rho, \omega, \phi \rightarrow \pi\gamma, \rho, \omega, \phi \rightarrow \eta\gamma, \phi \rightarrow 3\pi$; распады $\eta \rightarrow \omega\gamma, \eta' \rightarrow \rho\gamma$ и т. п.

Киральные аномалии в сильных и радиационных распадах мезонов рассматривались в работах [5,87—91]. Результаты численных расчетов из разных работ сравниваются с экспериментальными данными в табл. 4. Из таблицы видно, что киральные аномалии хорошо

Таблица 4. Аномальные распады псевдоскалярных и векторных мезонов

Распад	$\Gamma, \text{кэВ}$		
	Модель аномальных кварковых петель [88, 89]	Калибровочно-инвариантное обобщение \mathcal{L}_{WZ} [91]	Эксперимент (ссылки в [88, 89, 91])
$\rho \rightarrow \pi\gamma$	87	75	68 ± 8
$\omega \rightarrow \pi\gamma$	840	833	864 ± 50
$\phi \rightarrow \pi\gamma$	5	6,3	$5,5 \pm 0,6$
$\rho \rightarrow \eta\gamma$	65	42,5	83 ± 17
$\omega \rightarrow \eta\gamma$	8	2	$3 \pm 2,5$
$\phi \rightarrow \eta\gamma$	63	66	55 ± 3
$\eta' \rightarrow \omega\gamma$	7,6	9	$6,4 \pm 1,9$
$\eta' \rightarrow \rho\gamma$	75	90	66 ± 10
$\omega \rightarrow 3\pi$	6100	8930	8900 ± 300
$\phi \rightarrow 3\pi$	—	702	677 ± 69
$\eta \rightarrow 2\pi\gamma$	0,084	0,036	$0,053 \pm 0,011$
$\eta' \rightarrow 2\pi\gamma$	82,7	82	63 ± 9

описывают широкий диапазон вероятностей распадов векторных и псевдоскалярных мезонов с несохранением внутренней четности.

4.2. K_{l4} -распады. Амплитуда распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^- \bar{e} \nu$ имеет вид

$$T_{K_{l4}} = \frac{i}{m_K} \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_C \left\{ f(p_- + p_+)_{\mu} + g(p_- - p_+)_{\mu} + r(k - p_- - p_+)_{\mu} + \right. \\ \left. + \frac{i\hbar}{m_K^2} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_{\nu} (p_- + p_+)_{\alpha} (p_- - p_+)_{\beta} \right\} [\bar{u}_{\nu} \gamma_{\mu} (1 - \gamma_5) v_e],$$

где k, p_-, p_+ — 4-импульсы K^+, π^- и π^+ -мезонов; f, g, r — аксиальные формфакторы; h — векторный формфактор.

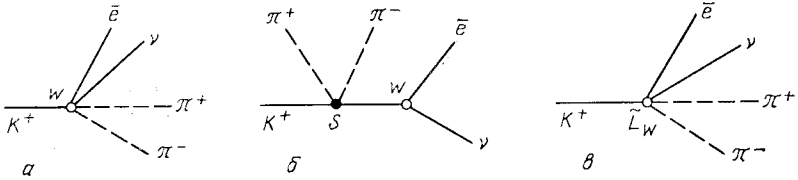


Рис. 7. Неаномальные (а, б) и аномальный (в) вклады в K_{l4} -распад

Основной вклад в аксиальные формфакторы f, g, r дает древесное приближение (диаграммы рис. 7, а, б):

$$f = g = \frac{m_K}{\sqrt{2}F}, \quad r = \sqrt{2} \frac{m_K}{F} \frac{g p_+}{m_K^2 - q^2},$$

где $q = k - p_+ - p_-$ — 4-импульс лептонной пары.

Векторный формфактор связан с аномальным током $(\tilde{J}_{WZ}^V)_{\mu}^{4+i5}$, который представлен в (22) последним слагаемым

$$(\tilde{J}_{WZ}^V)_{\mu}^i = -\frac{N_c}{3\pi^2 F^3} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} \text{tr} (\lambda^i \hat{\pi}_{\nu} \hat{\pi}_{\alpha} \hat{\pi}_{\beta}) = \\ = -\frac{N_c}{12\pi^2 F^3} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} d_{iam} f_{bcm} \partial_{\nu} \pi^a \partial_{\alpha} \pi^b \partial_{\beta} \pi^c$$

и определяет борновскую диаграмму рис. 7, в. Эта диаграмма описывается лагранжианом вида

$$\mathcal{L}_w = \frac{G_F}{\sqrt{2}} \sin \theta_C (\tilde{J}_{WZ}^V)_{\mu}^{4+i5} [\bar{v} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) e] = \\ = G_F \sin \theta_C \frac{i\varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta}}{4\pi^2 F_0^3} \partial_{\nu} K^- \partial_{\alpha} \pi^+ \partial_{\beta} \pi^- [\bar{v} \gamma_{\mu} (1 + \gamma_5) e] + \dots$$

Соответствующий векторный формфактор:

$$h = -\frac{\sqrt{2}}{\pi^2} \left(\frac{m_K}{2F} \right)^3 = -2,68. \quad (82)$$

Точно такой же результат был получен в [87, 92] при вычислении аномальных кварковых петель. Результат (82) прекрасно согласуется с экспериментальным формфактором $h^{\text{экс}} = -2,68 \pm 0,68$ [93].

4.3. Распады $K \rightarrow 2\pi\gamma$. В процесс $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ дают вклад два механизма: тормозное излучение K^+ - и π^+ -мезонов в распаде $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ (IB — inner bremsstrahlung) и структурное излучение (DE — direct emission), не связанное с тормозными процессами. Распад $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0$ подавлен правилом отбора $|\Delta I| = 1/2$ и может идти только за счет переходов с $|\Delta I| = 3/2$. Это приводит также к сильному подавлению тормозного излучения в распаде $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$, причем

$$T_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma}^{\text{IB}} = -e\varepsilon_\mu T_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0}^{(|\Delta I|=3/2)} \left(\frac{p_{+\mu}}{qp_+} - \frac{k_\mu}{qk} \right),$$

где ε_μ — вектор поляризации фотона; k , p_+ , q — соответственно 4-импульсы каона, π^+ -мезона и γ -кванта. Для прямого структурного излучения в распаде $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ такого подавления нет, благодаря чему возможно выделение структурного излучения в эксперименте.

Амплитуду структурного излучения можно представить в виде суммы амплитуд прямых магнитного ($M1$) и электрического ($E1$) дипольных переходов [94]:

$$T_{K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma}^{\text{DE}} = T_{M1} + T_{E1};$$

$$T_{M1} = ie\varepsilon_\mu h_{M1} \varepsilon^{\mu\nu\alpha\beta} k_\nu p_{+\alpha} q_\beta;$$

$$T_{E1} = -e\varepsilon^\mu h_{E1} [(qk) p_{+\mu} - (qp_+) k_\mu],$$

где h_{M1} , h_{E1} — действительные формфакторы соответствующих переходов. В отличие от тормозного излучения, в амплитуду структурного излучения дают вклад как переходы с $|\Delta I| = 3/2$, так и переходы с $|\Delta I| = 1/2$.

Амплитуда $M1$ -перехода полностью обусловлена вкладами киральных аномалий и описывается полюсными диаграммами рис. 8. В работе [95] амплитуда структурного $E1$ -перехода в распаде $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ вычислялась в однопетлевом приближении квантовой киральной теории. Было показано, что при суммировании диаграмм с треугольными и четырехугольными петлями, описывающими неаномальную часть структурного перехода $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ с $|\Delta I| = 1/2$, происходит их полная взаимная компенсация. Таким образом, структурное излучение в радиационном распаде $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ целиком обусловлено магнитным дипольным переходом $M1$.

В работе [96] получена оценка $B_{M1}^{(VD)} = 1,8 \cdot 10^{-5}$. Учитывалось кинематическое обрезание $55 < T_{\pi^+} < 90$ МэВ, используемое при анализе экспериментальных данных [97]. Теоретическая оценка согласуется с экспериментом:

$$B_{DE}^{\text{экс}\pi} = \begin{cases} (1,56 \pm 0,35 \pm 0,50) \cdot 10^{-5} & [97], \\ (2,05 \pm 0,45) \cdot 10^{-5} & [98]. \end{cases}$$

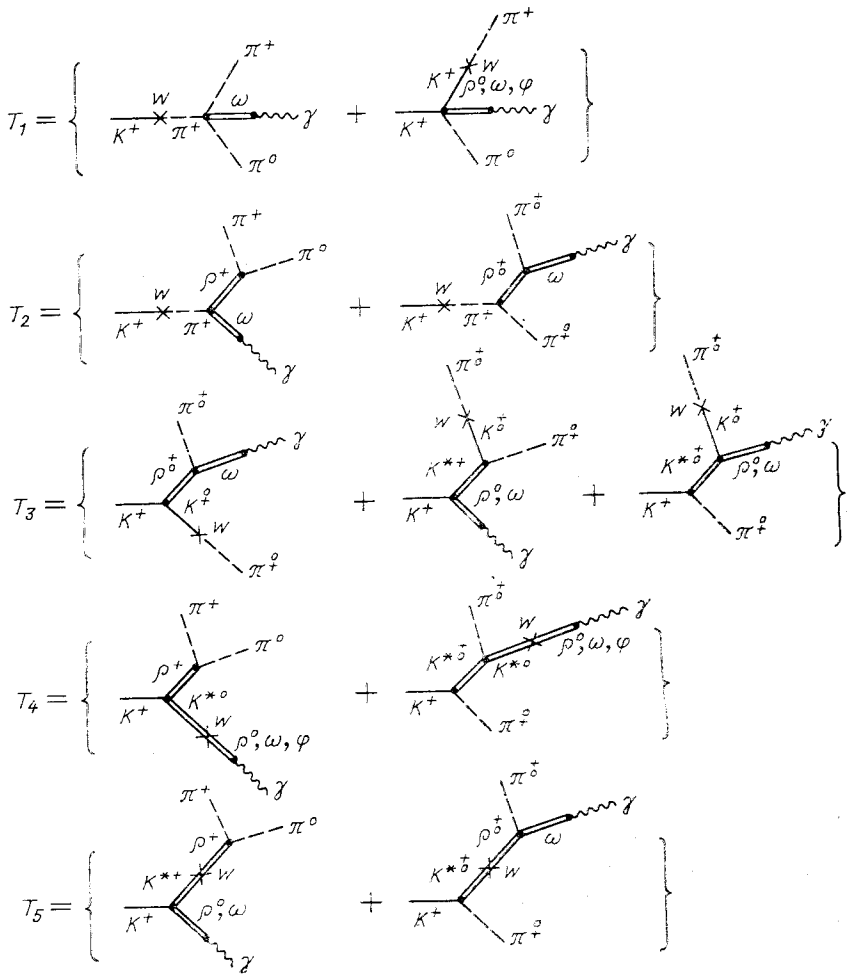


Рис. 8. Диаграммы, описывающие вклады киральных аномалий в распады $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$ в модели векторной доминантности

Таким образом, расчеты подтверждают, что структурное излучение в распаде $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$ целиком обусловлено прямым $M1$ -переходом, связанным с аномальными диаграммами рис. 8. Аналогичное рассмотрение можно провести и для радиационного распада $K_L^0 \rightarrow \pi^+ \pi^- \gamma$, структурное излучение в котором также полностью определяется вкладами киральных аномалий [99].

В работах [100—102] обсуждалась возможность поиска эффектов CP -нарушения в распадах $K^+ \rightarrow \pi^+ \pi^0 \gamma$. В ее основе лежит предположение, что в случае CP -нарушения должна возникнуть разность фаз

между тормозной ($|\Delta I| = 3/2$) и структурной ($|\Delta I| = 1/2$) амплитудами распада $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$. Это должно приводить к зарядовой асимметрии распадов $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$, обусловленной интерференцией тормозной и структурной амплитуд. Однако в экспериментах [97, 98, 103] ни зарядовая асимметрия, ни вообще какие-либо интерференционные вклады обнаружены не были. Результаты работ [95, 96] позволяют понять существующую экспериментальную ситуацию.

Действительно, вклад киральных аномалий, которые полностью определяют структурное излучение в распаде $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$, соответствует $M1$ -переходу, амплитуда которого не интерферирует с амплитудой тормозного излучения. Интерферировать может только амплитуда $E1$ -перехода, но в случае структурного излучения с $|\Delta I| = 1/2$ она практически полностью подавлена [95]. Таким образом, отсутствие $E1$ -перехода делает невозможным поиск CP -нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow \pi^\pm\pi^0\gamma$, поскольку возникающая из-за CP -нарушения разность фаз между тормозной и структурной амплитудами может проявляться в зарядовой асимметрии этих распадов только лишь за счет интерференционных эффектов. Тем не менее радиационный распад $K^+ \rightarrow \pi^+\pi^0\gamma$ представляет не меньший интерес как с точки зрения экспериментального излучения киральных аномалий, так и как источник дополнительной информации о нелептонных переходах $K \rightarrow \pi$.

4.4. Распад $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$. Распад $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$ представляет собой чисто структурный переход, поскольку в силу калибровочной инвариантности электромагнитных взаимодействий все диаграммы тормозного излучения взаимно компенсируются и тормозной вклад в распад $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$ отсутствует. Амплитуда распада $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$ определяется полюсными диаграммами рис. 9 и включает в себя как неапомальную часть, связанную, в частности, с поляризуемостью заряженных пионов и каонов [104], так и аномальные диаграммы с $VVV\pi$ - и $VV\pi$ -вершинами.

Для вклада поляризуемости заряженных пионов в амплитуду распада $K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma$ (диаграмма рис. 9, а) получим выражение [96]:

$$T_{K^+ \rightarrow \pi^+\gamma\gamma}^{(\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi)} = 2\sqrt{2}G_F F_0^2 \epsilon_\mu^1 \epsilon_\mu^2 [g_{\mu\nu}(q_1 q_2) - q_{1\nu} q_{2\mu}] \times \\ \times \frac{m_K^2}{m_\pi^2 - m_K^2} [\tilde{\beta}(q_1 q_2) + \tilde{\beta}^{(a)}]; \\ \beta^{(\pi)}(q_1 q_2) = \left[\frac{1 - (m_K^2 + m_\pi^2)/m_\pi^2}{4s} + 1 \right] \frac{1}{(4\pi F)^2} (j^2(\bar{s})/\bar{s} - 1); \\ \tilde{\beta}^{(a)} = \frac{1}{2} \frac{1}{(2\pi F)^2}.$$

Здесь ϵ^1, ϵ^2 и q_1, q_2 — соответственно векторы поляризации и 4-импульсы фотонов; $\tilde{\beta}^{(\pi)}, \tilde{\beta}^{(a)}$ — соответственно вклады пионных и

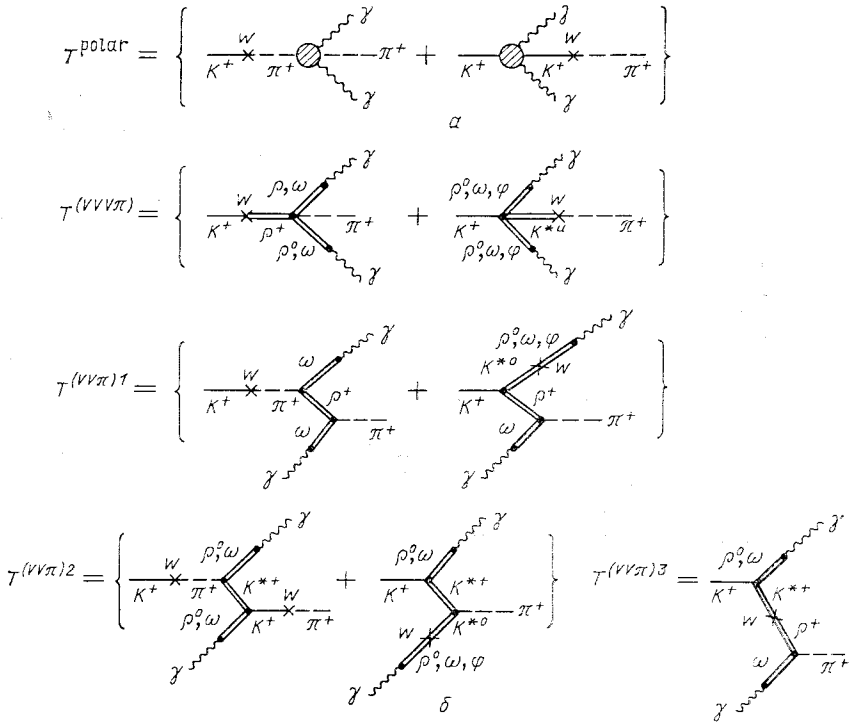


Рис. 9. Вклад поляризуемости мезонов (а) и киральных аномалий (б) в распад $K^+ \rightarrow \pi^+ 2\gamma$

кварковых петель; $\bar{s} = (q_1 q_2) / (2m_\pi^2)$;

$$f(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{2} i \ln \left(\frac{1 + (1 - 1/\xi)^{1/2}}{1 - (1 - 1/\xi)^{1/2}} \right) + \frac{\pi}{2}, & \xi \geq 1; \\ \arctg \left(\frac{1}{\xi} - 1 \right)^{-1/2}, & 0 \leq \xi \leq 1. \end{cases}$$

Вклад поляризуемости заряженных каонов (диаграмма рис. 9, б) пропорционален отношению $m_\pi^2 / (m_K^2 - m_\pi^2)$ и подавлен по сравнению с вкладом поляризуемости пионов фактором $m_\pi^2 / m_K^2 = 0,08$.

В аномальную часть амплитуды распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma$ дают вклады диаграммы рис. 9 с аномальными $VVV\pi$ - и $VV\pi$ -вершинами:

$$T_{K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma}^{\text{аном}} = e^2 \varepsilon^{\alpha\beta\mu_1\mu_2} \varepsilon_{\mu_1}^1 \varepsilon_{\mu_2}^2 (q_1 - q_2)_\beta T_\alpha^{(VVV\pi)} + \\ + ie^2 \varepsilon_{\sigma\mu_1\alpha\beta} \varepsilon_{\sigma\mu_2\alpha'\beta'} \varepsilon_{\mu_1}^2 \varepsilon_{\mu_2}^2 q_{1\alpha} q_{2\alpha'} \left\{ \sum_{i=1}^3 T_{\beta\beta'}^{(VV\pi)i} \right\}.$$

Парциальная вероятность распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma$ является суммой вкладов поляризуемости пионов ($B^{(\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi)}$) и $VVV\pi$ -, $VV\pi$ -аномалий ($B^{(VVV\pi)}$, $B^{(VV\pi)}$) [96]: $B^{(\gamma\gamma \rightarrow \pi\pi)} = 2,5 \cdot 10^{-7}$; $B^{(VVV\pi)} = 1,5 \cdot 10^{-6}$; $B^{(VV\pi)} = 5,0 \cdot 10^{-10}$. Полная вероятность $B^{\text{теор}} = 1,7 \cdot 10^{-6}$ всего лишь в 5 раз ниже верхней экспериментальной границы [105]: $B_{K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma}^{\text{эксп}} < 8,4 \cdot 10^{-6}$. Расчеты в рамках модели векторной доминантности показывают, что доминирующим механизмом распада $K^+ \rightarrow \pi^+ \gamma \gamma$ являются киральные аномалии $VVV\pi$ -типа.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведенный анализ низкоэнергетических мезонных процессов показывает, что современные киральные лагранжианы, получаемые из кварковых моделей, в том числе из КХД, в настоящее время в основном согласуются с экспериментальными данными. Результаты расчетов свидетельствуют, что изучение распадов мезонов является более эффективным методом проверки теории, чем измерение параметров мезон-мезонного рассеяния.

Данные по длинам $\pi\pi$ - и πK -рассеяний не позволяют зафиксировать жестко параметры кирального p^4 -лагранжиана. Дальнейшее повышение точности измерения длин $\pi\pi$ - и πK -рассеяний существенно ограничено модельной зависимостью получаемых результатов. В связи с этим особый интерес представляет поиск новых источников экспериментальной информации о параметрах рассеяния мезонов мезонами, одним из которых может стать измерение времен жизни $\pi\pi$ - и πK -димезоатомов [60].

Данные по каонным распадам, наряду с проверкой киральной КХД-теории, позволяют исследовать феноменологическую структуру эффективного лагранжиана, описывающего нелептонные переходы с $|\Delta S| = 1$. Показано, что совместный анализ распадов $K \rightarrow 2\pi$ и $K \rightarrow 3\pi$ дает возможность не только разделить переходы с $|\Delta I| = 1/2$ и $|\Delta I| = 3/2$, но также выделить в переходах с $|\Delta I| = 1/2$ вклады левых и правых мезонных токов. Такой анализ позволяет получить новую экспериментальную информацию о роли пингвиновых диаграмм в усилении переходов с $|\Delta I| = 1/2$ в нелептонных распадах каонов, а также оценить наблюдаемые эффекты прямого CP -нарушения в них. Полученные оценки для зарядовой CP -асимметрии далитц-плотов распадов $K^+ \rightarrow 3\pi$ показывают, что возможный эффект оказывается на уровне, доступном для современного электронного эксперимента. Наблюдение прямого CP -нарушения в распадах $K^+ \rightarrow 3\pi$ даст новую дополнительную информацию, необходимую для проверки современных теоретических представлений о механизмах этого явления.

Киральные аномалии широко обсуждаются в литературе. Мы рассмотрели их роль в описании радиационных распадов каонов $K \rightarrow \rightarrow 2\pi\gamma$, $K \rightarrow \pi\gamma\gamma$. Показано, что в пределах возможных в настоя-

щее время точностей эксперимента невозможно обнаружение эффектов CP -нарушения в распадах $K^\pm \rightarrow \pi^\pm \pi^0 \gamma$.

В заключение авторы благодарят А. А. Андрианова, В. Н. Болотова, М. К. Волкова, С. Б. Герасимова, Г. В. Ефимова, Г. Крамера, Г. Лемана, Л. Л. Неменова, Ю. В. Новожилова, Р. Пичей, Ю. Д. Прокошкина за полезные обсуждения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Schwinger J.//Phys. Lett. 1967. Vol. B24. P. 437—476; Weinberg S.//Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 18. P. 507—509.
2. Coleman S., Wess I., Zumino B.//Phys. Rev. 1969. Vol. 177. P. 2239—2247.
3. Волков Д. В.//ЭЧАЯ. 1973. Т. 4. С. 3—41.
4. Волков М. К., Первушин В. Н. Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов. М.: Атомиздат, 1978.
5. Ebert D., Volkov M. K.//Fortschr. Phys. 1981. Vol. 29. P. 35—94.
6. Witten E.//Nucl. Phys. 1983. Vol. B223. P. 422—432.
7. Wess J., Zumino B.//Phys. Lett. 1971. Vol. B37. P. 95—97.
8. Kleinert H. On the Hadronization of Quark Theories. Preprint FUB HEP 76/14, Institute for Theoretische Physik, Freie Univ. Berlin, 1976.
9. Первушин В. Н., Рейнхардт Х., Эберт Д.//ЭЧАЯ. 1979. Т. 10. С. 1114—1156.
10. Di Vecchia P., Veneziano G.//Nucl. Phys. 1980. Vol. B171. P. 253—272; Di Vecchia P., Nicedemi F., Pettorino R., Veneziano G.//Nucl. Phys. 1981. Vol. B181. P. 318—334; Волков М. К.//ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. С. 1070—1093.
11. Eguchi T.//Phys. Rev. 1976. Vol. D14. P. 2755—2763; Kikkawa K.//Progr. Theoret. Phys. 1976. Vol. 56. P. 947—955.
12. Ebert D., Volkov M. K.//Z. Phys. C.: Particles and Fields. 1983. Vol. 16. P. 205—210; Volkov M. K.//Ann. Phys. 1984. Vol. 157. P. 282—303; Волков М. К.//ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. С. 433—471.
13. Dhar A., Wadia S. R.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 52. P. 959—962; Dhar A., Shankar R., Wadia S. R.//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 3256—3267.
14. Andrianov A. A., Novozhilov Yu. V.//Phys. Lett. 1985. Vol. B153. P. 422—426; Andrianov A. A.//Phys. Lett. 1985. Vol. B157. P. 425—429; Андрианов А. А., Андрианов В. А., Новожилов В. Ю., Новожилов Ю. В.//ТМФ. 1987. Т. 70. С. 63—75.
15. Balog J.//Phys. Lett. 1984. Vol. 149B. P. 197—200.
16. Simic P.//Phys. Rev. Lett. 1985. Vol. 55. P. 40—43.
17. Карчев Н. И., Славнов А. А.//ТМФ. 1985. Т. 65. С. 192—201.
18. Ebert D., Reinhard H.//Nucl. Phys. 1986. Vol. B271. P. 188—226; Phys. Lett. 1986. Vol. B173. P. 453—458.
19. Gonzales D., Redlich A. N.//Phys. Lett. 1984. Vol. 147. P. 150—156; t'Hoofst G.//Nucl. Phys. 1974. Vol. B72. P. 461—473; 1974. Vol. B75. P. 461—473; Первушин В. Н., Эберт Д.//ТМФ. 1978. Т. 36. С. 313—321.
20. Gasser J., Leutwyler H.//Ann. Phys. 1984. Vol. 158. P. 142—210.
21. Gasser J., Leutwyler H.//Nucl. Phys. 1985. Vol. B250. P. 465—560.
22. Donoghue J. F., Golowich E., Holstein B. R.//Phys. Rev. Lett. 1984. Vol. 53. P. 747—750.
23. Adler S. L., Devis A. C.//Nucl. Phys. 1984. Vol. 244. P. 469—491; Le Yao-unic A., Oliver L., Ono S.e.a.//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 137—159.
24. Бельков А. А., Бунятов С. А., Первушин В. П.//ЯФ. 1980. Т. 32. С. 212—219.
25. Kazakov D. A., Pervushin V. N., Pushkin S. V.//J. Phys. A. Math. Gen. 1978. Vol. 11. P. 2093.
26. Бельков А. А., Бунятов С. А., Мухин К. Н., Патараки О. О.//Пионирное взаимодействие. М.: Энергоатомиздат, 1985.

27. Nambu Y., Jona-Lasinio G.//Phys. Rev. 1961. Vol. 122. P. 345—360; 1961. Vol. 124. P. 246—254.
28. Brockmann P. L., Goldman T., Haymaker R. W.//Phys. Rev. 1981. Vol. D24. P. 724—742.
29. Skyrme T. H. R.//Proc. Roy. Soc. 1961. Vol. 260. P. 127—134; Vol. 262. P. 237—248; Skyrme T. H. R.//Nucl. Phys. 1962. Vol. 31. P. 550—555, 556—562.
30. Chivikula R., Flynn J. M., Georgi H.//Phys. Lett. 1986. Vol. B174. P. 453—458; Bardeen W. A., Buras A. J., Gerard J.-M.//Phys. Lett. 1986. Vol. B180. P. 133—140.
31. Rosenzweig C., Schechter J., Trakern G.//Phys. Rev. 1980. Vol. D24. P. 3388—3392; Arnowitt R., Nath P.//North Eastern Preprint NUMB-2445; 2468; 2469, 1980.
32. Socolove R. H.//Phys. Rev. 1965. Vol. B137. P. 1221—1228; Crewther R. J.//CERN Preprint TH 2791, 1979.
33. Флиштов А. Т.//ЯФ. 1979. Т. 29. С. 1035—1042; УФН. 1982. Т. 137. С. 201—236.
34. Некрасов М. Л., Рочев В. Е.//ТМФ. 1988. Т. 74. С. 171—191; Препринт ИФВ9 86-186. Серпухов, 1986.
35. Kaymakalan Ö., Rajeev S., Schechter J.//Phys. Rev. 1984. Vol. D30. P. 594—602; Gomm H., Kaymakalan Ö., Schechter J.//Phys. Rev. 1984. Vol. D30. P. 2345—2355; Kaymakalan Ö., Schechter J.//Phys. Rev. 1985. Vol. D31. P. 1109—1113.
36. Brihaye Y., Pak N. K., Rossi P.//Phys. Lett. 1981. Vol. 149B. P. 191—196; Nucl. Phys. 1985. Vol. B254. P. 71—87.
37. Ebert D., Reinhardt H. Preprint JINR E2-86-274. Dubna, 1986.
38. Petersen J. L.//Acta Phys. Polonica. 1985. Vol. B16. P. 271—298.
39. Gasiorowich S., Geffen D. A.//Rev. Mod. Phys. 1969. Vol. 41. P. 531—573.
40. Schechter J., Ueda Y.//Phys. Rev. 1969. Vol. 188. P. 2184—2195.
41. Сакураи Дж. Токи и мезоны: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1972.
42. Kawarabayashi R., Suzuki M.//Phys. Rev. Lett. 1966. Vol. 16. P. 255—257; Riazuddin, Fayazuddin//Phys. Rev. 1966. Vol. 147. P. 1071—1073.
43. Волков М. К., Первушин В. Н.//ЯФ. 1974. Т. 19. С. 652—660.
44. Pervushin V. N., Volkov M. K.//Phys. Lett. 1975. Vol. B58. P. 177—179.
45. Ebert D., Pervushin V. N., Kaschluhn L.//Z. Phys. 1987. Vol. C35. P. 383—390.
46. PGD//Phys. Lett. 1986. Vol. 170B.
47. Bowler M. G. Oxford Univ. Preprint 76/86, 1986.
48. Kroll N., Lee T. D., Zumino B.//Phys. Rev. 1967. Vol. 157. P. 1376—1399.
49. Бельков А. А., Ланёв А. В.//ЯФ. 1987. Т. 45. С. 496—507.
50. Ecker G., Honerkamp J.//Nucl. Phys. 1973. Vol. 52B. P. 221—220.
51. Pervushin V. N., Volkov M. K.//Nuovo cimento. 1975. Vol. A27. P. 277—283.
52. Nagels M. M. e.a.//Nucl. Phys. 1979. Vol. B147. P. 189—276.
53. Roy S. M.//Phys. Lett. 1971. Vol. B36. P. 353—356.
54. Estebrook P.e.a.//Nucl. Phys. 1978. Vol. B133. P. 490—524.
55. Johanneson N., Nilsson G.//Nuovo cimento. 1978. Vol. A43. P. 376—388.
56. Karabarbonsis A., Shane G.//J. Phys.: Nucl. Phys. G. 1980. Vol. 6. P. 583—592.
57. Dreser S., Bauman K., Thirring W.//Phys. Rev. 1954. Vol. 96. P. 774—776.
58. Vretsky J., Palfrey J.//Phys. Rev. 1961. Vol. 121. P. 1798—1803.
59. Биленький С. М., Ткебучава Ф. Г.//ЯФ. 1969. Т. 10. С. 812—814.
60. Пеменов Л. Л.//ЯФ. 1985. Т. 41. С. 980—990.
61. Бельков А. А., Первушин В. Н., Ткебучава Ф. Г.//ЯФ. 1986. Т. 44. С. 466—470.
62. Ефимов Г. В., Иванов М. А., Любовитский В. Е.//ЯФ. 1986. Т. 44. С. 460—465.
63. Волков М. К.//ТМФ. 1987. Т. 71. С. 381—387.
64. Alde D., Binon F., Brieman C.e.a.//Phys. Lett. 1986. Vol. B177. P. 111—119.

65. Belkov A. A., Ebert D., Pervushin V. N. // Phys. Lett. 1987. Vol. 193. P. 315—318.
66. Gaillard M. K., Lee B. W. // Phys. Rev. Lett. 1974. Vol. 33. P. 108—111; Altarelli G., Maiani L. // Phys. Lett. 1974. Vol. B52. P. 351—354.
67. Вайнштейн А. И., Захаров В. И., Шифман М. А. // ЖЭТФ. 1977. Т. 72. С. 1275—1277; Shifman M. A., Vainshtein A. I., Zakharov V. I. // Nucl. Phys. 1977. Vol. B120. P. 316—324.
68. Прохоров В. В. // ЯФ. 1980. Т. 31. С. 1019—1023; Gilman F. J., Wise M. B. // Phys. Lett. 1979. Vol. B83. P. 83—86; Phys. Rev. 1979. Vol. D20. P. 2392—2407; Guberina V., Rescei R. D. // Nucl. Phys. 1980. Vol. B163. P. 289—311.
69. Бельков А. А., Ланёв А. В. // ЯФ. 1988. Т. 47. С. 516—525; Бельков А. А., Ланёв А. В., Эберг Д. // ЯФ. 1989. Т. 50. С. 1093—1107.
70. Волков М. К. // ЯФ. 1967. Т. 6. С. 1100—1110; Т. 7. С. 445—449; Volkov M. K. // Ann. Phys. 1968. Vol. 49. P. 202—217; Fortshcr. Phys. 1974. Vol. 22. P. 499—523.
71. Арбузов Б. А., Атакишиев Н. М., Филиппов А. Т. // ЯФ. 1968. Т. 8. С. 385—391; Salam A., Strathdee J. // Phys. Rev. 1970. Vol. D1. P. 3296—3312; Lehman H., Pohlmeier K. // Comm. Math. Phys. 1971. Vol. 20. P. 101—110; Atakishiev N. M., Filippov A. T. // Comm. Math. Phys. 1971. Vol. 24. P. 74—86.
72. Bardeen W. A., Buras A. J., Gerard J.-M. // Phys. Lett. 1987. Vol. B192. P. 138—144.
73. Buras A. J., Gerard J.-M. // Nucl. Phys. 1986. Vol. B264. P. 371—392; Buras F. J. // MPI-PAE/Ph Preprint 1/88, Munich, 1988.
74. Bel'kov A. A., Bohm G., Ebert D., Lanyov A. V. // Phys. Lett. 1989. Vol. B220. P. 459—463.
75. Devlin T. J., Dickey J. O. // Rev. Mod. Phys. 1979. Vol. 51. P. 237—250.
76. Болотов В. И., Гниненко С. Н., Джилибаев Р. М. и др. // ЯФ. 1986. Т. 44. С. 117—119.
77. Ford W. T., Piroua P. A., Rimmel R. S. e.a. // Phys. Lett. 1972. Vol. B38. P. 335—338.
78. Бельков А. А., Костюхин В. В. // ЯФ. 1989. Т. 49. С. 521—527.
79. Donoghue J. F., Golowich E., Holstein B. R., Trampetic J. // Phys. Lett. 1986. Vol. B179. P. 361—366.
80. Buras A. J., Gerard J.-M. // Phys. Lett. 1987. Vol. B192. P. 156—162.
81. Bijnens J., Wise M. B. // Phys. Lett. 1984. Vol. B137. P. 245—250.
82. Burkhardt П.е.а. Preprint LAL 88—36. Orsay, 1988.
83. Avilez C. // Phys. Rev. 1981. Vol. D23. P. 1124—1126; Grinstein B., Rey S.-J., Wise M. B. // Phys. Rev. 1986. Vol. D33. P. 1493—1498.
84. Adler S. L., Lee B. W., Treiman S. B., Zee A. // Phys. Rev. 1971. Vol. D4. P. 3497—3501; Terent'ev M. V. // Phys. Lett. 1972. Vol. 38B. P. 419—422; Aviv R., Zee A. // Phys. Rev. 1972. Vol. D5. P. 2372—2388.
85. Rudas S. // Phys. Lett. 1984. Vol. 145B. P. 281—284; Fujiwara T., Kugo T., Terao H. e.a. // Progr. Theoret. Phys. 1985. Vol. 73. P. 926—941.
86. Антипов Ю. М., Батарин В. А., Бессубов В. А. е.а. // Phys. Rev. Lett. 1986. Vol. 56. P. 796—799.
87. Ebert D., Ivanov A. N., Reinhardt H., Volkov M. K. // Phys. Lett. 1986. Vol. 182B. P. 193—198.
88. Volkov M. K. // Ann. Phys. 1983. Vol. 157. P. 282—303.
89. Ebert D., Volkov M. K. // Proc. Intern. Seminar on High Energy Phys. and Quantum Field Theory, Protvino, July 1982. Vol. 11. P. 159—165.
90. McKay D. W., Munczek H. J. // Phys. Rev. 1985. Vol. D32. P. 266—275.
91. Сабов В. И. // УФЖ. 1984. Т. 29. С. 1469—1476.
92. Волков М.К., Эберг Д. // ЯФ. 1980. Т. 32. С. 503—511.
93. Rosselet L., Extermann P., Fischer J. e.a. // Phys. Rev. 1977. Vol. D15. P. 574—586.
94. Good J. D. // Phys. Rev. 1959. Vol. 113. P. 352—355.
95. Бельков А. А., Первушин В. Н., Сариков Н. А. // Сообщение ОИЯИ P2-85-106. Дубна, 1985.

96. Бельков А. А., Калиновский Ю. Л., Первушин В. Н., Сариков Н. А.// ЯФ, 1986. Т. 44. С. 690—700.
97. Abrams R. J., Carroll A. S., Kucia T. F. e.a.//Phys. Rev. Lett. 1972. Vol. 29. P. 1118—1122.
98. Болотов В. Н., Гниненко С. Н., Джилкибаев Р. М. и др.//ЯФ. 1987. Т. 45. С. 1652—1661.
99. Бельков А. А., Сариков Н. А. Препринт ИФВЭ 84-129. Серпухов, 1984.
100. Burshay S.//Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 18. P. 515—519.
101. Costa G., Kabir P. K.//Phys. Rev. Lett. 1967. Vol. 18. P. 429—431.
102. Christ N.//Phys. Rev. 1967. Vol. 159. P. 1292—1296.
103. Smith K. M., Booth P. S. L., Renschall H. R. e.a.// Nucl. Phys. 1976. Vol. 109B. P. 173—182.
104. Perfushin V. N., Volkov M. K.//Phys. Lett. 1975. Vol. 55B. P. 405—408.
105. Asano Y., Kikutani E., Kurokawa S.e.a.//Phys. Lett. 1982. Vol. 113B. P. 195—198.
106. Ivanov A. N., Nagy M., Volkov M. K.//Phys. Lett. 1988. Vol. B200. P. 171—176; Волков М. К., Иванов Ю. П., Осипов А. А. Препринт ОИЯИ Р2-89-779. Дубна, 1989.
107. Волков М. К., Иванов А. П., Троицкая Н. И.//ЯФ. 1988. Т. 47. С. 1157—1164.