

## МНОГОФОНОННЫЙ ВАРИАНТ МЕТОДА СВЯЗАННЫХ КАНАЛОВ И СИЛОВЫЕ ФУНКЦИИ ОДНОКВАЗИЧАСТИЧНЫХ ВОЗБУЖДЕНИЙ

*С. Е. Муравьев, М. Г. Урин*

Московский инженерно-физический институт, Москва

Сформулирован и реализован в ряде приложений многофононный вариант метода связанных каналов. В отличие от «малофононных» подходов к описанию релаксации одноквазичастичных возбуждений приближенно учтен существенный для «мягких» ядер эффект связи одноквазичастичных состояний с многофононными конфигурациями. В рамках предложенного метода выполнен количественный анализ одноквазичастичных и нейтронных силовых функций, радиусов упругого рассеяния нейтронов, а также силовой функции  $E_1$ -гигантского резонанса в сферических ядрах. Результаты сравниваются с экспериментальными данными и выводами других теоретических подходов.

Many-phonon variant of the coupled channel approach is formulated and applied to some problems. As distinct from «few-phonon» approaches to description of single-particle damping an effect of single particle and many-phonon configuration coupling significant for «soft» nuclei is approximately taken into account. Within the framework of the method formulated quantitative analysis of the single-quasiparticle and neutron strength functions, neutron elastic scattering radii and strength function of the  $E_1$ -giant resonance for spherical nuclei is performed. Calculation results are compared with experimental data and results of alternative theoretical approaches.

### ВВЕДЕНИЕ

К настоящему времени накоплена значительная экспериментальная информация относительно свойств одноквазичастичных возбуждений большой энергии в ядрах: имеются данные по нейтронным и одноквазичастичным силовым функциям, параметрам сечений упругого рассеяния нейтронов низких энергий. Количественная интерпретация этих данных требует привлечения моделей, претендующих на описание релаксации одноквазичастичной степени свободы в ядрах. В первую очередь к таким моделям следует отнести оптическую модель упругого рассеяния, в которой используется локальный, зависящий от энергии комплексный потенциал (см., например, [1]). В оптической модели феноменологически и в среднем по энергии учитывается релаксация одночастичных состояний непрерывного спектра за счет

их связи с многочастичными конфигурациями. В обобщенной оптической модели, или методе связанных каналов (МСК) [2], явно учитывается связь одночастичных состояний с конфигурациями, содержащими фононы (к последним, как правило, относят низколежащие коллективные  $2^+$ -состояния в четных сферических ядрах), а связь с «неколлективными» многочастичными конфигурациями учитывается с помощью монотонно зависящего от энергии возбуждения оптического потенциала. В практических реализациях МСК отсутствует описание релаксации одноквазичастичных состояний дискретного спектра и, что более существенно, учитывается связь одноквазичастичных состояний лишь с конфигурациями, содержащими один или, максимум, два фонона. Последнее замечание относится также к квазичастично-фононной модели (КФМ) [3] и к подходу, изложенному в [4]. Причина ограничения базиса фононных состояний состоит в практической сложности учета связи квазичастиц с многофононными конфигурациями. Однако учитывать эту связь необходимо, если энергия эффективного взаимодействия квазичастица — фонон превышает энергию фонона. На это обстоятельство в связи с теоретическим анализом спектров нечетных сферических ядер указано в работах [5].

В обзоре дана формулировка модели, которая по существу является некоторым синтезом подходов, использованных в [2,5], и в которой наряду с учетом связи одноквазичастичных состояний с многочастичными конфигурациями в терминах феноменологического оптического потенциала приближенно учитывается связь указанных состояний с многофононными конфигурациями. В этой модели, которую можно назвать многофононным вариантом метода связанных каналов (МФМСК), используются те же феноменологические параметры, что и в обычных версиях МСК. Помимо формулировки модели в обзоре приведены результаты количественного анализа в рамках МФМСК одноквазичастичных и нейтронных силовых функций, радиусов упругого рассеяния нейтронов сферическими ядрами. В рамках МФМСК решена задача об уширении электрического дипольного гигантского резонанса в «мягких» ядрах, поскольку эта задача в некоторых приближениях сводится к одноквазичастичной.

В обзоре изложены результаты работ, выполненных в последние годы Б. Б. Матвеевым, В. В. Самойловым, Б. А. Тулуповым и авторами обзора [6—9].

## 1. СРЕДНЯЯ ОДНОЧАСТИЧНАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА И НАБЛЮДАЕМЫЕ ВЕЛИЧИНЫ

Спектральное разложение одночастичной функции Грина. По определению, одночастичная функция Грина  $G^\alpha(X, X')$  равна [10, 11]

$$G^\alpha(X, X') = -i \langle 0 | T \hat{\psi}_\alpha(X) \hat{\psi}_\alpha^\dagger(X') | 0 \rangle, \quad (1)$$

где  $X = (\mathbf{r}, t)$   $\hat{\psi}_\alpha(X)$  — гейзенберговский оператор уничтожения нейтрона ( $\alpha = n$ ) или протона ( $\alpha = p$ );  $T$  — хронологизирующий оператор; среднее берется по основному состоянию гамильтониана  $\hat{H}$  ядра, содержащего  $A(Z, N)$  нуклонов. В отсутствие внешних полей функция Грина (1) зависит только от разности времен  $t - t' = \tau$ :  $G(X, X') = G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \tau)$ . Если ввести полную систему собственных функций гамильтониана  $\hat{H}$  для ядра, содержащего  $A + 1$  или  $A - 1$  нуклон,  $|s\rangle$  или  $|\bar{s}\rangle$ , то функцию Грина (1) можно представить в виде (здесь и далее изотопический индекс  $\alpha$ , по которому все рассматриваемые величины диагональны, для краткости опущен):

$$G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \tau) = \begin{cases} -i\theta(\tau) \sum_s \langle 0 | \hat{\psi}(\mathbf{r}) | s \rangle \langle s | \hat{\psi}^+(\mathbf{r}') | 0 \rangle \exp[-i(E_s + \mu)\tau]; \\ i\theta(-\tau) \sum_{\bar{s}} \langle 0 | \hat{\psi}^+(\mathbf{r}') | \bar{s} \rangle \langle \bar{s} | \hat{\psi}(\mathbf{r}) | 0 \rangle \exp[i(E_{\bar{s}} + \mu)\tau]. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь  $E_s$  и  $E_{\bar{s}}$  — энергии возбужденных состояний ядра, содержащего  $A + 1$  и  $A - 1$  нуклон соответственно;  $\mu$  — химический потенциал;  $\theta(y) = 1$ , когда  $y > 0$ ;  $\theta(y) = 0$ , когда  $y < 0$ . Согласно (2) фурье-образ функции Грина  $G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = \int d\tau G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \tau) \exp[i\varepsilon\tau]$  равен

$$G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = \sum_s \frac{b_s(\mathbf{r}\mathbf{r}')}{\varepsilon - \mu - E_s + i0} + \sum_{\bar{s}} \frac{\bar{b}_{\bar{s}}(\mathbf{r}\mathbf{r}')}{\varepsilon - \mu + E_{\bar{s}} - i0} \equiv G^{(+)} + G^{(-)}, \quad (3)$$

где  $b_s(\mathbf{r}\mathbf{r}') \equiv \langle 0 | \hat{\psi}(\mathbf{r}) | s \rangle \langle s | \hat{\psi}^+(\mathbf{r}') | 0 \rangle$ ,  $\bar{b}_{\bar{s}}(\mathbf{r}\mathbf{r}') \equiv \langle 0 | \hat{\psi}^+(\mathbf{r}') | \bar{s} \rangle \langle \bar{s} | \hat{\psi}(\mathbf{r}) | 0 \rangle$ . В системе невзаимодействующих квазичастиц, когда  $\hat{H} \rightarrow \hat{H}_0 = \sum_a H_0(a)$ , где  $H_0(\mathbf{r})$  — одночастичный гамильтониан, согласно (3) функцию Грина  $G \rightarrow G_0$  можно представить в виде

$$G_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = \sum_{\lambda} \varphi_{\lambda}(\mathbf{r}) \varphi_{\lambda}(\mathbf{r}') G_{0\lambda}(\varepsilon);$$

$$G_{0\lambda}(\varepsilon) = \frac{1 - n_{\lambda}}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda} + i0} + \frac{n_{\lambda}}{\varepsilon - \varepsilon_{\lambda} - i0}, \quad (4)$$

где  $n_{\lambda}$  — числа заполнения;  $\varphi_{\lambda}(\mathbf{r})$  и  $\varepsilon_{\lambda}$  — собственные функции и собственные энергии гамильтониана  $H_0(\mathbf{r})$ :  $(H_0(\mathbf{r}) - \varepsilon_{\lambda}) \varphi_{\lambda}(\mathbf{r}) = 0$  [ $\lambda = (njl m)$ , когда  $\varepsilon_{\lambda} > 0$ ,  $\lambda = (\varepsilon j l m)$ , когда  $\varepsilon > 0$ ; в соотношениях, в которых угловые переменные отделены, под  $\lambda$  будем понимать  $(njl)$  или  $(\varepsilon j l)$ ].

**Средняя функция Грина и одноквазичастичные силовые функции.** При достаточно больших энергиях возбуждения  $E_x$  ( $E_x \sim B$ ,  $B$  — энергия связи нуклона) представляет интерес описание усредненных по энергетическому интервалу  $I \gg \rho_{s(s)}^{-1}$  [ $\rho_{s(s)}$  — плотность полюсов

функции Грина (3)] параметров сечений различных ядерных реакций. В связи с этим введем в рассмотрение среднюю одночастичную функцию Грина  $g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = \langle G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) \rangle$ , где скобки  $\langle \dots \rangle$  обозначают усреднение по энергетическому интервалу  $I$ . Процедуру усреднения можно выполнить, используя аналитические свойства усредняемой функции (см., например, [12]). Так, на основании (3) с точностью  $\sim I/|\varepsilon - \mu|$  получим:

$$g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = \frac{1}{\pi} \int \frac{I}{(\varepsilon' - \varepsilon)^2 + I^2} G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon') d\varepsilon' = G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon + iI \operatorname{Sgn}(\varepsilon - \mu)). \quad (5)$$

Введенные в связи с разложением (3) величины  $b_s(\mathbf{r} = \mathbf{r}')$  и  $\bar{b}_s(\mathbf{r}' = \mathbf{r})$  имеют смысл плотности вероятности обнаружить соответственно одночастичное или однодырочное состояние в точных состояниях ядра, а величины  $\rho_s \int \langle b_s(\mathbf{r} = \mathbf{r}') \rangle d\mathbf{r}$  и  $\rho_s \int \langle \bar{b}_s(\mathbf{r}' = \mathbf{r}) \rangle d\mathbf{r}$  имеют смысл силовых функций одночастичных и однодырочных состояний соответственно. Поэтому согласно (3) одноквазичастичная силовая функция определяется мнимой частью средней одночастичной функции Грина:

$$S(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Sgn}(\varepsilon - \mu) \int \operatorname{Im} g(\mathbf{r} = \mathbf{r}', \varepsilon) d\mathbf{r}. \quad (6)$$

Для сферических ядер среднюю функцию Грина удобно представить в виде разложения по шаровым спинорам  $\Phi_{jlm}(r/r)$ :

$$g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = \frac{1}{rr'} \sum_{jlm} \Phi_{jlm}(r/r) \Phi_{jlm}^\dagger(r'/r') g_{jl}(rr', \varepsilon). \quad (7)$$

С учетом этого разложения силовую функцию (6) можно представить в виде

$$S(\varepsilon) = \sum_{jl} (2j + 1) S_{jl}(\varepsilon);$$

$$S_{jl}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \operatorname{Sgn}(\varepsilon - \mu) \int_0^\infty \operatorname{Im} g_{jl}(r = r', \varepsilon) dr. \quad (8)$$

Силовые функции  $S_{jl}(\varepsilon)$  (8) являются предметом экспериментального изучения в реакциях однонуклонной передачи.

**Уравнение для средней функции Грина.** Оболочечному подходу к описанию высоковозбужденных состояний ядер и ядерных реакций, в которых фигурирует не более одного нуклона в континууме, отвечает выбор в качестве нулевого приближения для одночастичной функции Грина функции  $G_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon)$  (4). Тогда точная функция Грина удовлетворяет уравнению Дайсона

$$G(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = G_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) + \int G_0(\mathbf{r}\mathbf{r}_1, \varepsilon) \Sigma(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \varepsilon) G(\mathbf{r}_2\mathbf{r}', \varepsilon) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (9)$$

Здесь  $\Sigma$  — неприводимая собственно энергетическая часть, которая описывает связь одноквазичастичных возбуждений с многоквазичастичными, причем, по определению,  $\Sigma(\epsilon = \mu) = 0$ , а  $\text{Im}\Sigma(\epsilon)$  меняет знак в точке  $\epsilon = \mu$ . В рассматриваемой области энергий возбуждения величина  $\Sigma(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon)$  является резкой функцией переменной  $\epsilon - \mu$ , как это следует из (3), (9). Уравнение для средней функции Грина (5) следует из уравнения Дайсона (9), если в этом уравнении осуществить замену  $\epsilon \rightarrow \epsilon + i I \text{Sgn}(\epsilon - \mu)$ :

$$g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = g_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) + \int g_0(\mathbf{r}\mathbf{r}_1, \epsilon) \Delta H(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \epsilon) g(\mathbf{r}_2\mathbf{r}', \epsilon) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (10)$$

Здесь

$$\Delta H(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \epsilon) = \Sigma(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \epsilon + i I \text{Sgn}(\epsilon - \mu)) = \langle \Sigma(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \epsilon) \rangle \quad (11)$$

— средняя неприводимая собственно энергетическая часть (аналитические свойства  $G(\epsilon)$  и  $\Sigma(\epsilon)$  совпадают [10]);  $g_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon)$  — функция Грина уравнения Шредингера с гамильтонианом оболочечной модели:

$$(H_0(\mathbf{r}) - \epsilon) g_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'), \quad (12)$$

как это следует из (4). Для положительных энергий нуклона обход полюсов в спектральном разложении функции  $g_0(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon)$  диктуется правилом  $\epsilon \rightarrow \epsilon + iI$ . Для отрицательных энергий следует выбрать такое аналитическое продолжение указанной функции, чтобы ее полюсы отвечали связанным состояниям нуклона в соответствии с (4).

Воспользуемся далее разложениями вида (7) для функций  $g_0$ ,  $g$ ,  $\Delta H$ . Тогда согласно (10) получим уравнение для радиальной части средней функции Грина:

$$g_{jl}(r r', \epsilon) = g_{0jl}(r r', \epsilon) + \int g_{0jl}(r r_1, \epsilon) \Delta H_{jl}(r_1 r_2, \epsilon) g_{jl}(r_2 r', \epsilon) dr_1 dr_2, \quad (13)$$

причем согласно (12)

$$(H_{0jl}(r) - \epsilon) g_{0jl}(r r', \epsilon) = -\delta(r - r'). \quad (14)$$

Здесь  $H_{0jl}(r)$  — радиальная часть гамильтониана  $H_0(\mathbf{r})$ :

$$H_{0jl}(r) = -\frac{\hbar^2}{2M} \left( \frac{d^2}{dr^2} - \frac{l(l+1)}{r^2} \right) + u(r) + (\mathbf{ls})_{jl} u_{so}(r), \quad (15)$$

где  $u(r)$  и  $u_{so}(r)$  — соответственно центральная и спин-орбитальная части оболочечного потенциала. Отметим в этой связи, что собственные функции гамильтониана  $H_0(\mathbf{r})$  можно представить в виде

$$\Phi_\lambda(\mathbf{r}) = R_{0e\lambda l}(r) \Phi_{jlm}(\mathbf{r}/r); \quad rR(r) = \chi(r), \quad (16)$$

где радиальные волновые функции  $\chi_{0e\lambda l}(r)$  удовлетворяют уравнению

$$(H_{0e\lambda l}(r) - \epsilon) \chi_{0e\lambda l}(r) = 0 \quad (17)$$

и условию  $\chi_{0e\lambda l}(0) = 0$ .

Таким образом, уравнения (10), (13) отвечают задаче о движении нуклона в нелокальном, зависящем от энергии, комплексном потенциале. От «полумикроскопической» модели требуется параметризация величины  $\Delta H(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon)$  с использованием минимального числа феноменологических параметров.

**Средние амплитуда и волновая функция задачи упругого рассеяния нуклона ядром.** Амплитуду  $f_{0\mu\mu'}$  ( $\mathbf{k}\mathbf{k}'/k^2$ ) и волновые функции задачи рассеяния нуклона на оболочечном потенциале  $\psi_{0k\mu}^{(\pm)}(\mathbf{r})$ , имеющие асимптотический вид «плоская + расходящаяся (сходящаяся) волна», можно представить в виде разложений по парциальным волнам:

$$f_{0\mu\mu'}\left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{k^2}\right) = \frac{2\pi}{ik} \sum_{jlm} \left(\Phi_{jlm}^{\dagger}\left(\frac{\mathbf{k}'}{k}\right) \chi_{\mu'}\right)^* \left(\Phi_{jlm}^{\dagger}\left(\frac{\mathbf{k}}{k}\right) \chi_{\mu}\right) (S_{0jl} - 1); \quad (18)$$

$$\psi_{0k\mu}^{(\pm)}(\mathbf{r}) = 4\pi \sum_{jlm} i^l \left(\Phi_{jlm}^{\dagger}\left(\frac{\mathbf{k}}{k}\right) \chi_{\mu}\right) \Phi_{jlm}\left(\frac{\mathbf{r}}{r}\right) R_{0kjl}^{(\pm)}(r). \quad (19)$$

Здесь  $\chi_{\mu}$  — спиновые волновые функции;  $k = (2M\varepsilon/\hbar^2)^{1/2}$  — волновой вектор нуклона;  $S_{0jl} = \exp[2i\delta_{0jl}]$ , где  $\delta_{0jl}$  — фазы рассеяния;

$$rR_{0kjl}^{(\pm)}(r) = \chi_{0kjl}^{(\pm)}(r); \quad \chi_{0kjl}^{(-)} = \chi_{0kjl}^{(+)*} \quad (20)$$

— радиальные волновые функции, удовлетворяющие уравнению (17) и условию  $\chi(0) = 0$ . В пределе  $r \gg R$  ( $R$  — радиус ядерной части оболочечного потенциала) указанные функции имеют вид

$$\chi_{0kjl}^{(\pm)}(r) \rightarrow (2ik)^{-1} [-u_i^{(-)}(kr) + S_{0jl}(k) u_i^{(+)}(kr)]. \quad (21)$$

В случае нейтронов  $u_i^{(\pm)}(x) = \pm ix h_l^{(1,2)}(x)$ , где  $h_l^{(1,2)}(x)$  — сферические функции Ганкеля первого и второго рода. В случае протонов  $u_i^{(\pm)}(x) = G_l(x) \pm i F_l(x)$ , где  $F_l(x)$  и  $G_l(x)$  — соответствующие кулоновские функции, а  $\delta_{0jl}$  в (21) представляет собой в этом случае ядерную часть полной фазы рассеяния. Нормированные на  $\delta$ -функцию от энергии радиальные волновые функции непрерывного спектра  $\chi_{0kjl}^{(\pm)}(r)$  связаны с волновыми функциями (20) соотношением

$$\chi_{0kjl}^{(\pm)}(r) = (2Mk/\pi\hbar^2)^{1/2} \chi_{0kjl}^{(\pm)}(r). \quad (22)$$

Упругое рассеяние нуклона ядром сопровождается возбуждением компаунд-состояний. Соответствующая добавка к амплитуде потенциального рассеяния (18)  $\delta f_{\mu'\mu}$  ( $f_{\mu'\mu} = f_{0\mu'\mu} + \delta f_{\mu'\mu}$ ) определяется неприводимой собственно энергетической частью  $\Sigma(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon)$ , поскольку последняя имеет смысл той части гамильтониана взаимодействия нуклона с ядром, которая связана с возбуждением компаунд-состояний. Из последнего утверждения следует, что

$$\delta f_{\mu'\mu}\left(\frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{k^2}, \varepsilon\right) = -\frac{M}{2\pi\hbar^2} \int \psi_{0k'\mu'}^{(-)*}(\mathbf{r}_1) \Sigma(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \varepsilon) \Psi_{k\mu}^{(+)}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (23)$$

«Резонансные» волновые функции задачи рассеяния  $\Psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}, \varepsilon)$  удовлетворяют уравнению

$$\Psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}, \varepsilon) = \psi_{0\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}) + \int g_0(\mathbf{r}\mathbf{r}_1, \varepsilon) \Sigma(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \varepsilon) \Psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}_2, \varepsilon) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (24)$$

Усреднив соотношения (23) и (24) по энергии путем замены  $\varepsilon \rightarrow \varepsilon + iI$ , получим выражения, связывающие величины  $\langle \delta f \rangle$ ,  $\langle \Sigma \rangle$  и среднюю волновую функцию задачи рассеяния  $\psi^{(+)} = \Psi^{(+)}(\varepsilon + iI)$ :

$$\delta f_{\mu'\mu} \left( \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}'}{k^2}, \varepsilon \right) = -\frac{M}{2\pi\hbar^2} \int \psi_{0\mathbf{k}'\mu'}^{(-)*}(\mathbf{r}_1) \Delta H(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \varepsilon) \psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (25)$$

причем

$$\psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}) = \psi_{0\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}) + \int g_0(\mathbf{r}\mathbf{r}_1, \varepsilon) \Delta H(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \varepsilon) \psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (26)$$

Переходя в последнем уравнении к разложению по парциальным волнам, с учетом (7), (19), получаем соответствующие соотношения для радиальных волновых функций:

$$\chi_{kjl}^{(+)}(r) = \chi_{0kjl}^{(+)}(r) + \int g_{0jl}(rr_1, \varepsilon) \Delta H_{jl}(r_1r_2, \varepsilon) \chi_{kjl}^{(+)}(r_2) dr_1 dr_2. \quad (27)$$

С целью получения явного выражения для средней амплитуды рассеяния обратимся к известному представлению функции Грина  $g_{0jl}(rr', \varepsilon)$ , следующему из уравнения (12) (см., например, [13]):

$$g_{0jl}(rr', \varepsilon) = -\frac{2M}{\hbar^2} v_{0kjl}(r_>) \chi_{0kjl}^{(+)}(r_<); \quad \begin{aligned} r_> &= \max[rr'], \\ r_< &= \min[rr']. \end{aligned} \quad (28)$$

Здесь  $\chi_{0kjl}^{(+)}$  и  $v_{0kjl}$  — регулярное и нерегулярное в нуле решения указанного уравнения, имеющие асимптотический вид соответственно (21) и

$$v_{0kjl}(r) \rightarrow u_l^{(+)}(kr). \quad (29)$$

Обозначения здесь те же, что и в формуле (21). Переходя в уравнении (27) к пределу  $r \rightarrow \infty$ , с учетом (28), (29) и (22) найдем связь между элементами средней матрицы рассеяния и  $S$ -матрицы потенциального рассеяния:

$$\langle S_{jl} \rangle = S_{0jl} - 2\pi i \int \chi_{0\varepsilon jl}^{(+)}(r) \Delta H_{jl}(rr', \varepsilon) \chi_{\varepsilon jl}^{(+)}(r') dr dr'. \quad (30)$$

Средняя амплитуда упругого рассеяния определяется элементами  $\langle S_{jl} \rangle$  так же, как амплитуда потенциального рассеяния элементами  $S_{0jl}$  в (18). Это утверждение следует из (18), (19), (25), (26) и (30).

Таким образом, как и в случае средней функции Грина, полученные соотношения для средней амплитуды рассеяния (средней  $S$ -матрицы) и средней волновой функции задачи рассеяния нуклона с возбуждением компаунд-состояний отвечают задаче рассеяния нуклона на нелокальном, зависящем от энергии, комплексном потенциале. Последняя задача может быть решена, если задаться определенным видом функции  $\Delta H(rr', \varepsilon)$ .

**Нейтронные силовые функции.** Для положительных энергий нуклона буквальное применение соотношения (8) для одноквазичастичной силовой функции не имеет смысла. Действительно, когда  $\varepsilon > 0$ , интеграл в (8) расходится на верхнем пределе [в этом можно убедиться, используя в качестве  $g_{jl}$  ( $r = r'$ ,  $\varepsilon > 0$ ) выражение вида (28)], что отражает возможность ухода частиц на бесконечность. Поэтому в случае положительных энергий нужен другой способ анализа параметров компаунд-состояний. В задачах непрерывного спектра с одним нуклоном в континууме средние параметры компаунд-состояний можно связать со средними амплитудами и сечениями соответствующих реакций. Остановимся в этом разделе на параметризации элемента  $S$ -матрицы, отвечающего упругому рассеянию нейтронов  $S_{nn}$ , и последующем усреднении этой величины по энергии.

В предположении, что компаунд-резонансам отвечают простые полюсы матрицы рассеяния, в энергетическом интервале вблизи одного из неперекрывающихся резонансов (с энергией  $\varepsilon_c$ ) величину  $S_{nn}$  можно представить в виде

$$S_{nn}(\varepsilon) = e^{2i\xi_n} \left( 1 - \frac{i\gamma_{nc}}{\varepsilon - \varepsilon_c + i\gamma_c/2} \right). \quad (31)$$

Здесь  $\gamma_{nc}$  и  $\gamma_c$  — нейтронная и полная ширины компаунд-резонансов;  $\xi_n$  — фаза, плавно меняющаяся на энергетическом интервале  $I \gg \rho^{-1}$ , где, как и ранее,  $\rho$  — плотность компаунд-состояний с заданными значениями спина и четности. Усредненная по энергетическому интервалу  $I$  величина  $S_{nn}$  (31)

$$\langle S_{nn} \rangle \equiv e^{2i\delta_n} = e^{2i\xi_n} (1 - \pi S_n) \quad (32)$$

определяет нейтронную силовую функцию  $S_n = \rho\gamma_n$  ( $\gamma_n$  — средняя нейтронная ширина компаунд-резонансов) и радиус упругого рассеяния  $R_n \sim \xi_n$ . В дальнейшем соотношение (32) будет использовано для вычисления нейтронной силовой функции и радиуса упругого рассеяния нейтронов.

## 2. ПЕРЕХОД К ОПТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И МЕТОДУ СВЯЗАННЫХ КАНАЛОВ

**Переход к оптической модели.** Из проведенного в разд. 1 рассмотрения следует, что для описания в рамках оболочечного подхода и в среднем по энергии релаксации одноквазичастичных возбуждений необходимо знание средней неприводимой собственно-энергетической части (11). Последовательный «микроскопический» подход к расчету  $\Delta H$  ( $r_1 r_2$ ,  $\varepsilon$ ) вряд ли может быть реализован. Значительно более «экономными» в выборе средств являются «полумикроскопические» модели, в которых величина  $\Delta H$ , по крайней мере частично, не вычисляется, а параметризуется на основе определенных физических предположений. Отвлекаясь на время от существования фононов (соответствующую часть  $\Sigma$  обозначим  $\Sigma^m$ ), приведем несколько диаграмм, отвечающих низшим порядкам теории возмущений по



взаимодействию квазичастиц и дающих вклад в  $\Sigma^m$ :



Здесь тонким линиям отвечают функции Грина  $G_0$  (4), точкам — матричные элементы взаимодействия квазичастиц. В соответствии с приведенными диаграммами первым шагом в анализе «распада» одноквазичастичного состояния (первым шагом в решении соответствующей диагонализационной задачи) является учет его связи с трехквазичастичными конфигурациями (входными состояниями [14]). Если: 1) большинство входных состояний дают сравнимый вклад в  $\Sigma^m$ , причем в процессе «распада» на входные состояния передается большой (порядка фермиевского) импульс; 2) входные состояния перекрываются по своим фрагментационным ширинам (ширинам для «распада» на более сложные, чем трехквазичастичные, конфигурации), то можно ожидать, что величина  $\Delta H(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, \epsilon)$  содержит слагаемое, представляющее собой локальный, монотонно зависящий от энергии потенциал:

$$\Delta H(\mathbf{r}, \epsilon) \rightarrow \Delta H^m(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = \Delta H^m(r, \epsilon) \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'); \quad (33)$$

$$\Delta H^m(r, \epsilon) = \Delta(r, \epsilon) - iw(r | \epsilon - \mu |) \text{Sgn}(\epsilon - \mu), \quad (34)$$

причем  $\Delta H^m(\epsilon \rightarrow \mu) \rightarrow 0$ , а  $w > 0$ . В приближении (33), (34) средние функции Грина  $g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon)$ ,  $g_{jl}(r, \epsilon)$ , так же как и средние волновые функции задачи рассеяния  $\psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(r)$ ,  $\chi_{\mathbf{k}jl}^{(+)}(r)$ , согласно (10), (13) и (26), (27) совпадают с соответствующими функциями оптической модели упругого рассеяния с локальным потенциалом и гамильтонианом

$$H^{\text{opt}}(\mathbf{r}, \epsilon) = H_0(\mathbf{r}) + \Delta H^m(r, \epsilon); \quad H_{jl}^{\text{opt}}(r, \epsilon) = H_{0jl}(r) + \Delta H^m(r, \epsilon). \quad (35)$$

Таким образом,

$$\left. \begin{aligned} g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) &\rightarrow g^{\text{opt}}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon); \\ (H^{\text{opt}}(\mathbf{r}, \epsilon) - \epsilon) g^{\text{opt}}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) &= -\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'); \\ g_{jl}(r, \epsilon) &\rightarrow g_{jl}^{\text{opt}}(r, \epsilon); \\ (H_{jl}^{\text{opt}}(r, \epsilon) - \epsilon) g_{jl}^{\text{opt}}(r, \epsilon) &= -\delta(r - r') \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

и

$$\left. \begin{aligned} \psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)}(r) &\rightarrow \psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)\text{opt}}(r); \quad (H^{\text{opt}}(\mathbf{r}, \epsilon) - \epsilon) \psi_{\mathbf{k}\mu}^{(+)\text{opt}}(r) = 0; \\ \chi_{\mathbf{k}jl}^{(+)}(r) &\rightarrow \chi_{\mathbf{k}jl}^{(+)\text{opt}}(r); \quad (H_{jl}^{\text{opt}}(r, \epsilon) - \epsilon) \chi_{\mathbf{k}jl}^{(+)\text{opt}}(r) = 0. \end{aligned} \right\} \quad (37)$$

В оптической модели упругого рассеяния используют только уравнения (37). В частности, последнее из этих уравнений определяет фазы рассеяния на оптическом потенциале и, следовательно, средние

$S$ -матрицу и амплитуду рассеяния в приближении оптической модели

$$\langle f \rangle \rightarrow f^{\text{opt}}; \quad \langle S \rangle \rightarrow S^{\text{opt}} = \exp [2i\delta_{jl}^{\text{opt}}]; \quad \delta_{jl}^{\text{opt}} = \xi_{jl}^{\text{opt}} + i\eta_{jl}^{\text{opt}}, \quad (38)$$

причем  $\eta_{jl}^{\text{opt}} > 0$  ввиду (34).

Для энергий нуклона  $\varepsilon > 0$  оптико-модельную функцию Грина на основании (36) можно представить в виде, аналогичном (28):

$$g_{jl}^{\text{opt}}(rr', \varepsilon) = -(2M/\hbar^2) v_{kjl}^{\text{opt}}(r_>) \chi_{kjl}^{(+)\text{opt}}(r_<), \quad (39)$$

где функции  $v_{kjl}^{\text{opt}}(r)$  и  $\chi_{kjl}^{(+)\text{opt}}(r)$  удовлетворяют второму из уравнений (37) и граничным условиям  $\chi_{kjl}^{(+)\text{opt}}(0) = 0$ :

$$\left. \begin{aligned} \chi_{kjl}^{(+)\text{opt}}(r) &\xrightarrow{r \gg R} (2ik)^{-1} [-u_l^{(-)}(kr) + S_{jl}^{\text{opt}}(k) u_l^{(+)}(kr)], \\ v_{kjl}^{\text{opt}}(r) &\xrightarrow{r \gg R} u_l^{(+)}(kr) \quad (\varepsilon > 0). \end{aligned} \right\} \quad (40)$$

Функции  $u_l^{(\pm)}(x)$  определены выше [после формулы (21)]. Для отрицательных энергий нуклона ( $\varepsilon = -\hbar^2 \kappa^2 / 2M$ ) вместо (40) заменой  $k \rightarrow i\kappa$  получим:

$$\left. \begin{aligned} \chi_{kjl}^{(+)\text{opt}}(r) &\xrightarrow{r \gg R} (2\kappa)^{-1} [w_l^{(+)}(\kappa r) - B_{jl}(\kappa) w_l^{(-)}(\kappa r)], \\ v_{kjl}(r) &\xrightarrow{r \gg R} w_l^{(-)}(\kappa r), \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

где  $w_l^{(\pm)}(y) = u_l^{(\mp)}(iy)$ . В случае нейтронов функции  $w_l^{(\pm)}(y)$  выражаются через модифицированные функции Бесселя. В случае протонов — через функции Уиттекера от удвоенного аргумента.

**Одноквaziчастичные и нейтронные силовые функции в приближении оптической модели.** В приближении оптической модели, когда  $\Delta H \rightarrow \Delta H^m$ ,  $g \rightarrow g^{\text{opt}}$ ,  $\chi^{(+)} \rightarrow \chi^{(+)\text{opt}}$ , можно вычислить силовые функции  $S_{jl}(\varepsilon)$  и  $S_n$  согласно (8) и (30), (32) соответственно, если задать параметры оптической добавки к оболочечному потенциалу (34). В применении к нейтронным силовым функциям такого рода расчеты проводятся давно (см., например, [1, 15]), в применении к  $S_{jl}(\varepsilon)$  — сравнительно недавно [16]. Примеры таких расчетов приведены в разд. 4 и 5. Здесь остановимся на качественном анализе выводов оптико-модельного подхода.

В энергетическом интервале вблизи дискретного (или квазидискретного) уровня, т. е. в интервале  $|\varepsilon - \varepsilon_\lambda| \ll D_{(\lambda)}$  ( $D_{(\lambda)}$  — энергетический интервал между соседними одночастичными уровнями с одинаковыми значениями углового момента и четности), результаты оптико-модельного подхода можно представить в аналитическом виде, если воспользоваться приближенными представлениями для функции Грина  $g_{0\lambda}(rr', \varepsilon < 0)$  в соответствии с (4):

$$g_{0\lambda}(rr', \varepsilon < 0) \simeq (\varepsilon - \varepsilon_\lambda)^{-1} \chi_\lambda(r) \chi_\lambda(r'), \quad (42)$$

а также для функции Грина  $g_{0\lambda}(rr', \varepsilon > 0)$ , соответствующего элемента  $S$ -матрицы  $S_{0\lambda\lambda}$  и волновой функции непрерывного спектра

$\chi_{0\lambda}^{(+)}(r)$  задачи рассеяния нуклона на оболочечном потенциале (см., например, [13]):

$$g_{0\lambda}(rr', \varepsilon > 0) \simeq \left[ \varepsilon - \varepsilon_\lambda + \frac{i}{2} \Gamma_\lambda^\dagger \right]^{-1} \chi_\lambda^{(0)}(r) \chi_\lambda^{(0)}(r'); \quad (43)$$

$$S_{0\lambda\lambda}(\varepsilon) \simeq e^{2i\delta_{0\lambda}^{(0)}} \left[ 1 - \frac{i\Gamma_\lambda^\dagger}{\varepsilon - \varepsilon_\lambda + \frac{i}{2} \Gamma_\lambda^\dagger} \right];$$

$$\chi_{0\lambda}^{(+)}(r) = \left[ \frac{\Gamma_\lambda^\dagger}{2\pi} \right]^{1/2} \frac{\chi_\lambda^{(0)}(r)}{\varepsilon - \varepsilon_\lambda + \frac{i}{2} \Gamma_\lambda^\dagger}. \quad (44)$$

Здесь  $\Gamma_\lambda^\dagger$  — ширина квазидискретного уровня, обусловленная существованием одночастичного континуума ( $\Gamma_\lambda^\dagger \ll D_{(\lambda)}$ );  $\delta_{0\lambda}^{(0)}$  — нерезонансная часть фазы потенциального рассеяния;  $\chi_\lambda^{(0)}(r)$  — соответствующее решение уравнения (17), нормированное на единицу в объеме ядра. Решение уравнений (36) для  $g_\lambda^{\text{opt}}(rr', \varepsilon)$  и (37) для  $\chi_\lambda^{(+)\text{opt}}(r)$ , последующее вычисление  $S_{\lambda\lambda}^{\text{opt}}(\varepsilon)$  согласно (30) приводят к формулам вида (42)–(44), в которых осуществлена замена:

$$\begin{aligned} \varepsilon_\lambda &\rightarrow \tilde{\varepsilon}_\lambda - \frac{i}{2} \tilde{\Gamma}_\lambda^\dagger; \quad \tilde{\varepsilon}_\lambda = \varepsilon_\lambda + \Delta_\lambda; \quad \tilde{\Gamma}_\lambda^\dagger = \Gamma_\lambda^\dagger \text{Sgn}(\varepsilon - \mu); \\ \Delta_\lambda - \frac{i}{2} \tilde{\Gamma}_\lambda^\dagger &= \begin{cases} \int \chi_\lambda^2(r) \Delta H^m(r, \varepsilon_\lambda) dr & (\varepsilon_\lambda < 0); \\ \int \chi_\lambda^{(0)*}(r) \Delta H^m(r, \varepsilon_\lambda) dr & (\varepsilon_\lambda > 0). \end{cases} \end{aligned} \quad (45)$$

Дальнейшее вычисление одноквазичастичной силовой функции согласно (8) и нейтронной силовой функции согласно (32) приводит к следующим выражениям для указанных величин ( $\Gamma_\lambda^\dagger \gg \Gamma_\lambda^\dagger$ ):

$$S_\lambda(\varepsilon) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma_\lambda^\dagger}{(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_\lambda)^2 + \frac{1}{4} (\tilde{\Gamma}_\lambda^\dagger)^2}; \quad S_{n\lambda} = \Gamma_\lambda^\dagger S_\lambda(\varepsilon). \quad (46)$$

Отметим, что  $\int S_\lambda(\varepsilon) d\varepsilon = 1$ . Соотношения (46) допускают наглядную интерпретацию, основанную на определениях силовых функций:

$$\gamma_n = \Gamma_\lambda^\dagger \langle b_s^\lambda \rangle; \quad \langle b_s^\lambda \rangle = \frac{1}{2\pi\rho_s} \frac{\Gamma_\lambda^\dagger}{(\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_\lambda)^2 + \frac{1}{4} (\tilde{\Gamma}_\lambda^\dagger)^2}; \quad (47)$$

$$b_s^\lambda = \int b_s(\mathbf{r}\mathbf{r}') \varphi_\lambda^*(\mathbf{r}) \varphi_\lambda(\mathbf{r}') d\mathbf{r} d\mathbf{r}',$$

т. е. средняя нейтронная ширина компаунд-резонансов равняется произведению одночастичной ширины для распада в континуум и средней вероятности обнаружить одноквазичастичное состояние

в точных состояниях ядра. Согласно (45)—(47) величины  $\Gamma_\lambda^\dagger$  и  $\Delta_\lambda$  имеют смысл соответственно (фрагментационной) ширины и (фрагментационного) сдвига одноквазичастичного состояния, возникающих за счет связи этого состояния с многочастичными конфигурациями.

Вывод приближенной формулы (46) для  $S_\lambda(\epsilon)$ , основанный на приближенном представлении (43), указывает, как надо модифицировать выражение (8) в случае расчета силовых функций подбарьерных одночастичных состояний. В этом случае в интеграле (8), который формально расходится на верхнем пределе, область интегрирования нужно ограничить таким значением  $r_\lambda$ , для которого выполняется условие  $\int S_\lambda(\epsilon) d\epsilon = 1$ . Естественно, что радиус  $r_\lambda$  находится в подбарьерной области. Фактически такая процедура эквивалентна способу нормировки волновых функций  $\chi_\lambda^{(0)}(r)$  в (43).

Приближенные решения для оптико-модельных функций, которые приводят к приближенным выражениям (46) для силовых функций, справедливы при условии

$$\left| \Delta_\lambda - \frac{i}{2j} \Gamma_\lambda^\dagger \right| \ll D_{(\lambda)}, \quad (48)$$

которое представляет собой условие исчезновения оболочек и потому является критерием применимости оболочечного подхода. С точностью (48) можно пренебречь неортогональностью волновых функций оптической модели при вычислении тех матричных элементов, которые отличны от нуля и при  $\Delta H^m = 0$ .

**Переход к оптической модели со связью каналов.** При некоторых энергиях возбуждения может оказаться, что одно или несколько входных состояний несмотря на малый статистический вес могут дать сравнимый с  $\Delta H^m(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon)$  вклад в среднюю неприводимую собственно энергетическую часть  $\Delta H(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon)$  (11). В этом случае величины  $\Sigma$  в (9) и  $\Delta H$  в (10) можно представить в виде суммы:

$$\Sigma = \Sigma^m + \Sigma^p, \quad \Delta H = \Delta H^m + \Delta H^p, \quad (49)$$

причем  $\Delta H^p = \langle \Sigma^p \rangle$  представляет собой, вообще говоря, нелокальный и немонотонно зависящий от энергии потенциал. Конкретный вид  $\Delta H^p$  зависит от природы указанных входных состояний и для конфигураций квазичастица — фонон будет рассмотрен ниже.

После подстановки собственно энергетической части  $\Sigma$  (49) в уравнение Дайсона (9) и усреднения по энергии приходим к уравнению для средней функции Грина:

$$g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = g^{\text{opt}}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) + \int g^{\text{opt}}(\mathbf{r}\mathbf{r}_1, \epsilon) \Delta H^p(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \epsilon) g(\mathbf{r}_2\mathbf{r}', \epsilon) \times \\ \times d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad (50)$$

в котором в качестве исходной фигурирует не оболочечная, а оптико-модельная функция Грина. Аналогичным образом можно предста-

вить и уравнение для средней волновой функции задачи рассеяния:

$$\Psi_{k\mu}^{(+)}(\mathbf{r}) = \Psi_{k\mu}^{(+)\text{opt}}(\mathbf{r}) + \int g^{\text{opt}}(r\mathbf{r}_1, \varepsilon) \Delta H^p(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \varepsilon) \Psi_{k\mu}^{(+)}(\mathbf{r}_2) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \quad (51)$$

После отделения угловых переменных в (50), (51) приходим к уравнениям для соответствующих радиальных функций:

$$g_{jl}(rr', \varepsilon) = g_{jl}^{\text{opt}}(rr', \varepsilon) + \int g_{jl}^{\text{opt}}(rr_1, \varepsilon) \Delta H_{jl}^p(r_1r_2, \varepsilon) g_{jl}(r_2r', \varepsilon) dr_1 dr_2; \quad (52)$$

$$\chi_{kjl}^{(+)}(r) = \chi_{kjl}^{(+)\text{opt}}(r) + \int g_{jl}^{\text{opt}}(rr_1, \varepsilon) \Delta H_{jl}^p(r_1r_2, \varepsilon) \chi_{kjl}^{(+)}(r_2) dr_1 dr_2. \quad (53)$$

Из уравнения (53) и представления (39) следует выражение для элементов средней  $S$ -матрицы упругого рассеяния нуклонов, аналогичное (30):

$$\langle S_{jl}(\varepsilon) \rangle = S_{jl}^{\text{opt}}(\varepsilon) - 2\pi i \int \chi_{ejl}^{(+)\text{opt}}(r_1) \Delta H_{jl}^p(r_1r_2, \varepsilon) \chi_{ejl}^{(+)}(r_2) dr_1 dr_2. \quad (54)$$

Здесь функции  $\chi_{ejl}^{(+)}$  связаны с функциями  $\chi_{kjl}^{(+)}$  соотношением вида (22).

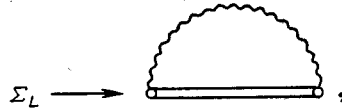
В сферических ядрах к входным состояниям, вклад которых в  $\Sigma^p$  следует учитывать явно, относятся конфигурации «квазичастица + фонон» при условии сильной связи квазичастиц с фононами, когда эта связь приводит к существенной перестройке одноквазичастичного спектра. К фононам в первую очередь относятся низколежащие коллективные  $2^+$ -состояния в сферических ядрах. Пусть  $\omega_L$  и  $L$  — энергия и угловой момент фонона соответственно, а  $V_L(\mathbf{r})$  — поле, действующее на квазичастицу в процессе рождения фонона. В «макроскопическом» подходе, в котором фонону отвечает квант колебаний ядерной поверхности, поле  $V_L(\mathbf{r})$  пропорционально параметрам динамической деформации ядра [17]:

$$V_L(\mathbf{r}) = V(r) \sum_{\mu} \alpha_{L\mu} Y_{L\mu}(\mathbf{r}/r); \quad V(r) = -R \frac{du}{dr}, \quad (55)$$

где  $u(r)$  — среднее поле модели оболочек. Параметры  $\beta_L = \left( \sum_{\mu} |\alpha_{L\mu}|^2 \right)^{1/2}$  можно найти, например, из данных по кулоновскому возбуждению однофононных состояний в соседнем четном ядре. В «микроскопических» подходах поле  $V_L(\mathbf{r})$  определяется плотностью перехода с возбуждением однофононного состояния и эффективным взаимодействием квазичастиц в канале частица — дырка [18—20].

**Однофононный вариант метода связанных каналов (МСК).** В низшем порядке по взаимодействию (55) вклад в неприводимую собствен-

но энергетическую часть  $\Sigma^p = \sum_L \Sigma_L$  описывается диаграммой



где двойной линии отвечает функция Грина  $G^m$ , которая удовлетворяет уравнению

$$G^m = G_0 + G_0 \Sigma^m G^m, \tag{56}$$

волнистой линии — функция Грина фонона  $D_L(\epsilon)$  [11]:

$$D_L(\epsilon) = \frac{1}{\epsilon - \omega_L + i\delta} - \frac{1}{\epsilon + \omega_L - i\delta}, \tag{57}$$

кружкку — матричный элемент (в пространстве чисел заполнения фононов), за которым сохраним то же обозначение, что и для взаимодействия (55). Изображенной диаграмме отвечает следующее аналитическое выражение [11]:

$$\Sigma_L(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = - V_L^*(\mathbf{r}) V_L(\mathbf{r}') \int_D G^m(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon') D_L(\epsilon - \epsilon') d\epsilon' / 2\pi i. \tag{58}$$

Выполнив в этом выражении интегрирование с учетом (3), (57), получим два эквивалентных представления для  $\Sigma_L$ :

$$\Sigma_L(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = V_L^*(\mathbf{r}) V_L(\mathbf{r}') \times \begin{cases} G^m(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon - \omega_L) + [G^{m(-)}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon + \omega_L) - G^{m(-)}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon - \omega_L)]; \\ G^m(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon + \omega_L) + [G^{m(+)}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon - \omega_L) - G^{m(+)}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon + \omega_L)]. \end{cases} \tag{59}$$

В первом представлении выражение в квадратных скобках не имеет полюсов для энергии  $\epsilon - \mu > \omega_L$ , во втором — для энергий  $\epsilon - \mu < -\omega_L$ . Поэтому с точностью по крайней мере  $\omega_L/D_{(\lambda)}$  получим следующее выражение для  $\Delta H^p$ :

$$\Delta H^p(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = \sum_L V_L^*(\mathbf{r}) g^{\text{opt}}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon - \tilde{\omega}_L) V_L(\mathbf{r}'); \tag{60}$$

$$\tilde{\omega}_L \equiv \omega_L \text{Sgn}(\epsilon - \mu).$$

Это соотношение вместе с (50) приводит к основному уравнению МСК для средней одночастичной функции Грина в низшем по взаимодействию квазичастица — фонон приближении:

$$g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) = g^{\text{opt}}(\mathbf{r}\mathbf{r}', \epsilon) + \sum_L \int g^{\text{opt}}(\mathbf{r}\mathbf{r}_1, \epsilon) V_L^*(\mathbf{r}_1) g^{\text{opt}}(\mathbf{r}_1\mathbf{r}_2, \epsilon - \tilde{\omega}_L) V_L(\mathbf{r}_2) g(\mathbf{r}_2\mathbf{r}', \epsilon) d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2. \tag{61}$$

Остановимся на анализе уравнения (61), поскольку некоторые выводы из этого анализа будут использованы в дальнейшем. После отделения угловых переменных в (61) с учетом (52), (55), (60) получим систему линейных интегральных уравнений для радиальных функций Грина:

$$g_{jl}(rr', \varepsilon) = g_{jl}^{\text{opt}}(rr', \varepsilon) + \sum_{Lj'l'} \tilde{\kappa}_L^2(jl, j'l') \int g_{jl}^{\text{opt}}(rr_1, \varepsilon) V(r_1) g_{j'l'}^{\text{opt}}(r_1 r_2, \varepsilon - \tilde{\omega}_L) g_{jl}(r_2 r', \varepsilon) dr_1 dr_2, \quad (62)$$

где  $\tilde{\kappa}_L^2 = \beta_L^2 [(2j+1)(2L+1)]^{-1} \langle jl || Y_L || j'l' \rangle^2$ ,  $\langle || Y_L || \rangle$  — приведенный матричный элемент. В явном виде решение системы (62) легко найти в приближении «поверхностного» взаимодействия квазичастица — фонон, т. е. в приближении

$$du/dr \rightarrow \tilde{u}_0 \delta(r - R), \quad (63)$$

где  $\tilde{u}_0$  — амплитуда среднего поля модели оболочек. Это приближение отвечает предположению о том, что радиальные волновые функции  $\chi_\lambda(r)$  (16) мало меняются вблизи  $r = R$  на интервале порядка диффузности оболочечного потенциала. Количественным критерием точности приближения (63) служит степень близости к единице параметров

$$\eta_{\lambda\lambda'} = (r du/dr)_{\lambda\lambda'}^2 / [R \tilde{u}_0 \chi_\lambda(R) \chi_{\lambda'}(R)]^2, \quad (64)$$

где  $\lambda$  и  $\lambda'$  — квантовые числа комбинирующих согласно (62) и близких по энергии одночастичных состояний дискретного (и квазидискретного) спектра. В приближении (63) решение системы (62) можно представить в виде

$$g_{jl}(rr', \varepsilon) = g_{jl}^{\text{opt}}(rr', \varepsilon) + \left[ \sum_{Lj'l'} \tilde{\kappa}_L^2(jl, j'l') g_{jl}^{\text{opt}}(rR, \varepsilon) g_{j'l'}^{\text{opt}}(RR, \varepsilon - \tilde{\omega}_L) g_{j'l'}^{\text{opt}}(Rr', \varepsilon) \right] \times \times \left[ 1 - \sum_{Lj'l'} \tilde{\kappa}_L^2(jl, j'l') g_{jl}^{\text{opt}}(RR, \varepsilon) g_{j'l'}^{\text{opt}}(RR, \varepsilon - \tilde{\omega}_L) \right]^{-1}, \quad (65)$$

где  $\tilde{\kappa}_L^2 = (R \tilde{u}_0 \tilde{\kappa}_L)^2$ . Это выражение заметно упрощается в существенном энергетическом интервале  $|\varepsilon - \varepsilon_\lambda| \ll D_{(\lambda)}$  вблизи уровня  $\lambda$ , а также вблизи комбинирующих с ним согласно (65) уровней  $\lambda'$ , когда справедливы приближенные представления (42), (45) для функций Грина  $g_{jl}^{\text{opt}}(rr', \varepsilon) \simeq \chi_\lambda(r) \chi_{\lambda'}(r') g_\lambda^{\text{opt}}(\varepsilon)$ . Решение (65) в этом приближении также можно представить в виде  $g_{jl}(rr', \varepsilon) \simeq \chi_\lambda(r) \chi_{\lambda'}(r') g_\lambda(\varepsilon)$ , где

$$g_\lambda(\varepsilon) = g_\lambda^{\text{opt}}(\varepsilon) \left[ 1 - \sum_{L\lambda'} \kappa_L^2(\lambda, \lambda') g_\lambda^{\text{opt}}(\varepsilon) g_{\lambda'}^{\text{opt}}(\varepsilon - \tilde{\omega}_L) \right]^{-1}. \quad (66)$$

Здесь  $\kappa_L^2(\lambda, \lambda') = [R\tilde{u}_0\chi_\lambda(R)\chi_{\lambda'}(R)\bar{\kappa}_L(j_L, j'_L)]^2$ . Из (66) следует, что сила связи квазичастицы  $\lambda$  с фононом  $L$  определяется параметром

$$(\nu_{\lambda\lambda'}^L)^2 = \kappa_L^2(\lambda, \lambda') / \frac{1}{2} \Gamma_\lambda^\dagger [(\varepsilon_\lambda - \varepsilon_{\lambda'} - \tilde{\omega}_L)^2 + (\frac{1}{2} \Gamma_\lambda^\dagger)^2]^{1/2}. \quad (67)$$

Если величины  $(\nu_{\lambda\lambda'}^L)^2 \ll 1$  для всех состояний  $\lambda'$ , комбинирующих согласно правилам отбора с состоянием  $\lambda$ , то связь квазичастица — фонон слабая и ширина одноквазичастичного резонанса в силовой функции  $S_\lambda(\varepsilon)$  определяется в основном мнимой частью оптического потенциала. Отметим, что к таким фононам относится большинство конфигураций типа частица — дырка, связь квазичастиц с которыми явно учитывается в подходах [3, 4]. В рамках излагаемого метода связь квазичастиц с этими конфигурациями учитывается в терминах мнимой части оптического потенциала.

В «мягких» сферических ядрах (в ядрах с относительно большим параметром динамической квадрупольной деформации  $\beta_2$ ) при не слишком больших энергиях квазичастиц параметры  $\nu_{\lambda\lambda}^{L=2} \equiv \nu_\lambda = \kappa_2(\lambda, \lambda) / \frac{1}{2} \Gamma_\lambda^\dagger (j_\lambda > \frac{1}{2})$  и  $\nu_{\lambda\lambda}^{L=2}$  оказываются сравнимыми с единицей. В этих случаях связь квазичастица —  $2^+$ -фонон является сильной. Именно этим обстоятельством объясняется выделенная роль  $2^+$ -фононов в фрагментации одноквазичастичных состояний в «мягких» сферических ядрах. Отметим, что при малых энергиях возбуждения ( $\Gamma_\lambda^\dagger = 0$ ) сила связи квазичастица —  $2^+$ -фонон определяется величиной  $\nu_\lambda^0 = \kappa_2(\lambda, \lambda) / \omega_2 (j_\lambda > \frac{1}{2})$ , которая является параметром теории возмущений по взаимодействию квазичастица —  $2^+$ -фонон, так что  $\nu_\lambda = (\omega_2 / \frac{1}{2} \Gamma_\lambda^\dagger) \nu_\lambda^0$ . Таким образом, при достаточно большой энергии возбуждения (в зависимости от  $\Gamma_\lambda^\dagger$ ) сильная связь, которая имеет место для квазичастиц с малой энергией возбуждения ( $\nu_\lambda^0 \gg 1$ ) может перейти в слабую ( $\nu_\lambda \ll 1$ ). В случае  $3^-$ -фононов  $\nu_{\lambda\lambda}^{L=3} = 0$ , а параметры  $\nu_{\lambda\lambda}^{L=3}$ , как правило, малы, так что взаимодействие квазичастица —  $3^-$ -фонон, как правило, слабое.

Рассмотрим пример решения задачи об одноквазичастичной силовой функции в рамках МСК. С этой целью воспользуемся приближением, в котором пренебрегается недиагональными слагаемыми в (62) (приближением «самодействия» или приближением одного  $j$ -уровня [5], когда  $L^\pi = 2^+, \lambda' = \lambda$ ). Согласно (8), (66) имеем:

$$S_\lambda(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Sgn}(\varepsilon - \mu) \text{Im} g_\lambda(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} \left[ \varepsilon - \tilde{\varepsilon}_\lambda + \frac{i}{2} \tilde{\Gamma}_\lambda^\dagger - \frac{\kappa_2^2(\lambda, \lambda)}{\varepsilon - \tilde{\varepsilon}_\lambda - \tilde{\omega}_2 + \frac{i}{2} \tilde{\Gamma}_\lambda^\dagger} \right]^{-1} \text{Sgn}(\varepsilon - \mu). \quad (68)$$



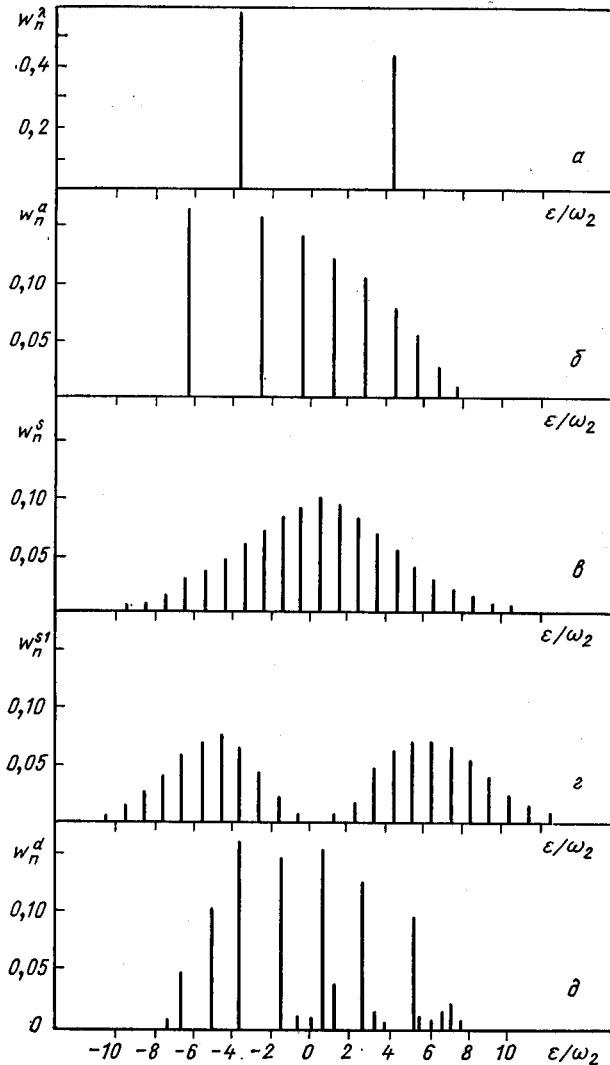


Рис. 1. Распределения одноквазичастичной (бесфононной) и однофоновонной силы, найденные в различных приближениях для значения  $\nu^0 = 4$

Энергетическая зависимость силовой функции  $S_\lambda(\epsilon)$  обнаруживает, очевидно, два сравнимых максимума, если  $\kappa_2(\lambda, \lambda) \gtrsim \frac{1}{2} \Gamma_\lambda^+ > \omega_2$ . Природу этих максимумов легко понять, рассмотрев предельный случай  $\Delta H^m \rightarrow 0$ , когда  $g_\lambda(\epsilon) \rightarrow G_\lambda(\epsilon)$ . Согласно спектральному

разложению (3)

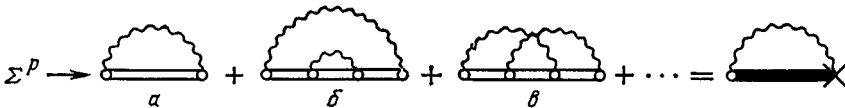
$$G_\lambda(\varepsilon) = \sum_n w_n^\lambda [\varepsilon - \varepsilon_n^\lambda + i0 \operatorname{Sgn}(\varepsilon - \mu)]^{-1}, \quad (69)$$

где величины  $w_n^\lambda$  имеют смысл вероятностей обнаружения бесфононного состояния в точных состояниях системы. Из (68), (69) следует, что в пределе  $\Delta H^m \rightarrow 0$  нахождение полюсов и вычетов функции Грина эквивалентно решению двухуровневой задачи, т. е. задачи о смешивании конфигураций квазичастица и квазичастица +  $2^+$ -фонон. В случае  $\nu_2^0 \gg 1$   $w_{1,2}^\lambda = \frac{1}{2}$ ,  $\varepsilon_{1,2}^\lambda - \varepsilon_\lambda = \pm \kappa_2(\lambda, \lambda)$ . Величины  $w_{1,2}^\lambda$  и  $\varepsilon_{1,2}^\lambda - \varepsilon_\lambda$  для значения  $\nu_2^0 = 4$  приведены на рис. 1, а.

«Двугорбая» зависимость  $S_\lambda(\varepsilon)$  (68) — результат использования теории возмущений по  $V_2$  в уравнении для средней одночастичной функции Грина в случае сильной связи квазичастица —  $2^+$ -фонон. Однако в случае сильной связи необходимо учитывать, очевидно, вклад в неприводимую собственно энергетическую часть конфигураций, содержащих большее число фононов. Возникает своеобразная ситуация: когда  $\nu_2 \ll 1$ , то связь каналов практически не влияет на силовую функцию, когда  $\nu_2 \gg 1$ , то нельзя ограничиться учетом вклада в  $\langle \Sigma^p \rangle$  только однофононных конфигураций. Другими словами, часто используемый однофононный вариант метода связанных каналов практически не имеет области применимости. Дальнейшее содержание обзора посвящено формулировке, анализу и приложениям приближенной версии многофононного варианта метода связанных каналов (МФМСК).

### 3. МНОГОФОНОННЫЙ ВАРИАНТ МЕТОДА СВЯЗАННЫХ КАНАЛОВ

**Основные соотношения МФМСК.** Как указано выше, в случае сильной связи квазичастица — фонон помимо простейшей диаграммы необходимо также учитывать вклад в неприводимую собственно энергетическую часть  $\Sigma^p$  и более сложных диаграмм, приводимых в канале квазичастица — фонон:



Здесь, как и ранее, двойной линии отвечает функция Грина  $G^m$  (56). По определению,  $\Sigma^m$  в (56) не содержит диаграмм, отвечающих связи каналов, но содержит диаграммы, неприводимые в канале квазичастица — фонон. Из-за малого статистического веса указанных диаграмм можно ожидать малого изменения  $\Sigma^m$  за счет вклада фононов. Приведенный ряд теории возмущений для  $\Sigma^p$  формально можно просуммировать. В результирующей диаграмме жирной линии отвечает

точная функция Грина  $G$ , крестик — точная (перенормированная) вершина  $\tilde{V}_L$ . В случае фононов с отличным от нуля угловым моментом не удастся установить связь вершины с точной функцией Грина и потому для анализа эффекта перенормировки приходится прибегать к различным приближениям [5]. Простейшим является предположение о малом вкладе эффекта перенормировки вершины в  $\Sigma^p$  или  $\Delta H^p$ . Это приближение отвечает учету вклада в  $\Sigma^p$  только «радужных» диаграмм, т. е. учету диаграмм  $a$ ,  $b$  и т. д. и пренебрежение диаграммами  $c$  и т. д. Точность этого приближения обсуждается в следующем разделе. Здесь сформулируем основные уравнения МФМСК — подхода, в котором связь квазичастиц с фононами и многоквазичастичными конфигурациями учитывается в среднем по энергии в пренебрежении перенормировкой квазичастично-фононной вершины. В связи с суммированием диаграмм в  $\Sigma^p$  отметим, что в МФМСК не возникает вопрос о классификации многофононных состояний в зависимости от схемы сложения моментов. В указанном приближении согласно результирующей диаграмме для величины  $\Sigma_L(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon)$  справедливы выражения (58), (59), если в них осуществить замену  $G^m \rightarrow G$ . Следовательно, величина  $\Delta H^p(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon)$  определяется выражением вида (60):

$$\Delta H^p(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon) = \sum_L V_L^*(\mathbf{r}) g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon - \tilde{\omega}_L) V_L(\mathbf{r}'). \quad (70)$$

С учетом этого выражения нелинейное уравнение для средней одночастичной функции Грина  $g(\mathbf{r}\mathbf{r}', \varepsilon)$  следует из (50). На основании (70) получаем также выражение для радиальной части  $\Delta H^p$ :

$$\Delta H_{jl}^p(r, r', \varepsilon) = V(r) V(r') \sum_{Lj'l'} \bar{\kappa}_L^2(jl, j'l') g_{j'l'}(rr', \varepsilon - \tilde{\omega}_L), \quad (71)$$

где величины  $\bar{\kappa}_L^2(jl, j'l')$  определены после формулы (62). Система нелинейных интегральных уравнений для радиальных функций Грина  $g_{jl}(rr', \varepsilon)$  следует из (52), (71). Решение этой системы в приближении «поверхностного» взаимодействия (63) можно представить с помощью формулы (65), если в ней осуществить замену:

$$g_{jl}^{\text{opt}}(RR, \varepsilon - \tilde{\omega}_L) \rightarrow g_{jl}(RR, \varepsilon - \tilde{\omega}_L), \quad (72)$$

причем величины  $g_{jl}(RR, \varepsilon) \equiv g_{jl}(\varepsilon)$  определяются системой нелинейных функциональных уравнений:

$$g_{jl}(\varepsilon) = g_{jl}^{\text{opt}}(\varepsilon) + \sum_{Lj'l'} \tilde{\kappa}_L^2(jl, j'l') g_{jl}^{\text{opt}}(\varepsilon) g_{j'l'}(\varepsilon - \tilde{\omega}) g_{jl}(\varepsilon), \quad (73)$$

где, как и ранее,  $\tilde{\kappa}_L = R\tilde{u}_0\bar{\kappa}_L$ . Формулы (52), (71) являются основными соотношениями МФМСК. В приближении поверхностного взаимодействия квазичастица — фонон эти формулы переходят в соотношения (65), (72), (73).

**Качественный анализ основных соотношений.** Вновь обратимся к задаче о квазичастице, находящейся на изолированном  $j$ -уровне

и взаимодействующей с  $2^+$ -фононами (приближение «самодействия»). В этом случае  $g_{jl}(rr', \varepsilon) \rightarrow g_\lambda(\varepsilon)\chi_\lambda(r)\chi_\lambda(r')$ , а уравнение для  $g_\lambda(\varepsilon)$  в пределе  $\Delta H^m \rightarrow 0$  [когда  $g_\lambda(\varepsilon) \rightarrow G_\lambda^a(\varepsilon)$ ] имеет согласно (65), (72) вид, аналогичный (73) (для определенности рассмотрим функцию Грина частицы, когда  $\tilde{\omega}_2 \rightarrow \omega_2$ ):

$$G_\lambda^a(\varepsilon) = G_{0\lambda}(\varepsilon) + \kappa_2^2(\lambda, \lambda) G_{0\lambda}(\varepsilon) G_\lambda^a(\varepsilon - \omega_2) G_\lambda^a(\varepsilon), \quad (74)$$

где константа  $\kappa_2(\lambda, \lambda) \equiv \kappa_2$  определена после формулы (66). Решение функционального уравнения (74) найдено в работе [5] (здесь и далее в этом разделе энергия частицы положена равной нулю):

$$G_\lambda^a(\varepsilon) = \frac{1}{\kappa_2} \frac{J_{-q}(x)}{J_{-q-1}(x)}; \quad q = \varepsilon/\omega_2; \quad x = -2\kappa_2/\omega_2, \quad (75)$$

где  $J_q(x)$  — функция Бесселя. Согласно (69) полюсы и вычеты функции Грина (75) определяют соответственно уровни энергии  $\varepsilon_n^a$  и распределение одноквазичастичной силы  $w_n^a$  в приближении, в котором пренебрегается перенормировкой квазичастично-фононной вершины. В качестве примера на рис. 1, б приведено рассчитанное согласно (75) распределение  $w_n^a$  для значения  $v_2^0 = 4$ .

Опустим в уравнении (74) индексы  $\lambda$  и  $L$ , характеризующие квантовые числа квазичастицы и угловой момент фонона ( $\kappa_2 \rightarrow \kappa$ ,  $\omega_2 \rightarrow \omega$ ,  $v_2^0 \rightarrow v^0$ ,  $G_\lambda \rightarrow G$ ). В пренебрежении перенормировкой вершины указанное уравнение формально отвечает задаче о частице, излучающей и поглощающей скалярные ( $0^+ -$ ) фононы и не меняющей своего квантового состояния. Такую задачу можно решить и точно (т. е. с учетом перенормировки вершины) двумя способами. Первый состоит в решении уравнения для одночастичной функции Грина  $G^s(\varepsilon)$ , в котором перенормировка вершины учитывается с помощью разностного тождества Уорда (см., например, [5]):

$$\tilde{V}/V = [(G^s(\varepsilon))^{-1} - (G^s(\varepsilon - \omega))^{-1}]/\omega. \quad (76)$$

С учетом (76) уравнение для функции Грина  $G^s(\varepsilon)$  [которое можно получить из (74) путем замены  $\kappa^2 \rightarrow \kappa^2 \tilde{V}/V$ ] линеаризуется:

$$G^s(\varepsilon) = G_0(\varepsilon) + \frac{\kappa^2}{\omega} G_0(\varepsilon) \{G^s(\varepsilon - \omega) - G^s(\varepsilon)\}, \quad (77)$$

Решение уравнения (77) может быть легко найдено: уровни энергии системы «частица + скалярные фононы» эквидистантны, а распределение одночастичной силы описывается распределением Пуассона [5]:

$$\varepsilon_n^s = (n - (v^0)^2)\omega; \quad w_n^s = e^{-(v^0)^2} (v^0)^{2n}/n! \quad (78)$$

Другой способ решения состоит в диагонализации, отвечающего указанной задаче гамильтониана

$$\mathcal{H} = \omega a^+ a + \kappa b^+ b (a + a^+). \quad (79)$$

Здесь  $a^+$  ( $a$ ) и  $b^+$  ( $b$ ) — операторы рождения (уничтожения) фотона и частицы соответственно, причем по условию  $b^+b \rightarrow 1$ . Согласно (79) задача о нахождении энергий  $\epsilon_n^s$  и вероятностей  $w_n^s$  формально эквивалентна задаче о возбуждении гармонического осциллятора, находящегося в основном состоянии, при мгновенном включении однородного внешнего поля. Решение последней задачи известно [21] и также приводит к формулам (78). Распределение  $w_n^s$  для значения  $\nu^0 = 4$  приведено на рис. 1, *в*. Аналогичным способом можно найти распределение веса однофотонной компоненты точных состояний гамильтониана (79)  $w_n^{s1}$ :

$$w_n^{s1} = \frac{e^{-(\nu^0)^2}}{(\nu^0)^2} \frac{(\nu^0)^{2n}}{n!} (n - (\nu^0)^2)^2. \quad (80)$$

Распределение величин  $w_n^{s1}$  имеет два сравнимых максимума, если  $\nu^0 \gg 1$  (см. рис. 1, *г*,  $\nu^0 = 4$ ).

Оба рассмотренных распределения  $w_n^s$  и  $w_n^a$  отвечают предельным случаям задачи об изолированном  $j$ -уровне. Так, если момент квазичастицы  $j \gg 2$ , то  $2^+$ -фононы можно считать скалярными и для анализа распределения одноквазичастичной силы использовать функцию Грина  $G^s(\epsilon)$  и распределение  $w_n^s$  (78). В случае малых  $j$  ( $j \leq 2$ ) можно ожидать, что вершина слабо перенормируется из-за кинематического подавления вклада соответствующих графиков теории возмущений [5], и потому использовать распределение  $w_n^a$ . В этой связи представляют интерес результаты расчетов распределения силы  $E1$ -гигантского резонанса ( $E1$ -ГР) за счет связи с  $2^+$ -фононами. В [17, с. 407] приведен результат решения соответствующей диагонализационной задачи на базе состояний, включающем до 14  $2^+$ -фононов. Распределение силы  $E1$ -ГР  $w_n^d$  для значения  $\nu^0 = 4$  приведено на рис. 1, *д*.

Как следует из рис. 1, *б* и *в*, распределения  $w_n^a$  и  $w_n^s$  существенно отличаются друг от друга. Так, примерно вдвое различаются энергетические интервалы между соседними уровнями с энергией вблизи  $\epsilon_\lambda$ , распределение  $w_n^a$  асимметрично и т. д. Следует, однако, иметь в виду, что при достаточно больших энергиях квазичастиц  $[(1/2) \Gamma^\dagger > \omega]$  наблюдаются только усредненные распределения  $\bar{w}_n$ . Информацию об этих распределениях содержат моменты  $\sigma_k$ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_0 &= \sum_n w_n; & \sigma_1 &= \sum_n \epsilon_n w_n / \omega \equiv \bar{\epsilon} / \omega; \\ \sigma_{k \geq 2} &= \sum_n (\epsilon_n - \bar{\epsilon})^k w_n / \omega^k. \end{aligned} \right\} \quad (84)$$

Так,  $\sigma_0$  определяет нормировку распределения,  $\sigma_1$  — среднюю энергию,  $\sigma_2$  — среднеквадратичную дисперсию (фрагментационную ширину  $\Gamma_{ph}^1 \equiv 2,35 \sigma_2^{1/2} \omega$ ),  $\sigma_3$  — асимметрию распределения и т. д. Моменты распределений  $w_n^s$  и  $w_n^a$  в зависимости от параметра  $\nu^0$  легко вычисляются точно. В табл. 1 приведены результаты расчетов момен-

Таблица 1. Безразмерные моменты распределений  $w_n^s$ ,  $w_n^a$  и  $w_n^d$  для значения  $\nu^0 = 4$

Распределение	$\sigma_0$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\sigma_4$
$w_n^s$	1	0	16	16	784
$w_n^a$	1	0	16	16	528
$w_n^d$	0,97	-0,20	15	10	490

тов  $\sigma_{h \leq 4}$  распределений  $w_n^a$ ,  $w_n^s$  и  $w_n^d$  для значения  $\nu^0 = 4$ . Отметим, что из (75) и (78) (см. также табл. 1) следует, что эффективное число фононов  $n_{\text{эф}}$ , которое следует учитывать при исследовании распределения одноквазичастичной силы, определяется безразмерной константой связи  $\nu^0$ :

$$n_{\text{эф}} \equiv \Gamma_{ph}^4 / \omega \sim \sigma_2^{1/2} = \nu^0. \quad (82)$$

Из приведенных в табл. 1 данных следует, что можно ожидать близости усредненных распределений  $\bar{w}_n^s$  и  $\bar{w}_n^a$  (и в большей мере  $\bar{w}_n^a$  и  $\bar{w}_n^d$ ). Чтобы в этом убедиться непосредственно, обратимся к усредненным по энергии функциям Грина  $g^a(\epsilon) = G^a(\epsilon + iI')$ ,  $g^s(\epsilon) = G^s(\epsilon + iI')$ , ( $I' > \omega$ ). В пределе  $\Gamma \gg \omega$ , где  $\Gamma$  — полная ширина силовой функции (именно этот случай, отвечающий сильной связи квазичастица — фонон, представляет интерес с точки зрения выяснения возможности пренебрежения перенормировкой вершины), уравнения для усредненных функций Грина следуют из (74), (77) с точностью  $\omega/\Gamma$ :

$$g^a(\epsilon) = g_0(\epsilon) + \kappa^2 g_0(\epsilon) [g^a(\epsilon)]^2; \quad (83)$$

$$g^s(\epsilon) = g_0(\epsilon) - \kappa^2 g_0(\epsilon) dg^s(\epsilon)/d\epsilon, \quad (84)$$

где  $g_0(\epsilon) = (\epsilon + iI')^{-1}$ . Решения этих уравнений можно найти аналитически:

$$g_0^a(\epsilon) = (\epsilon + iI') [1 - \sqrt{1 - 4\kappa^2/(\epsilon + iI')^2}] / 2\kappa^2; \quad (85)$$

$$g^s(\epsilon) =$$

$$= - \left\{ \frac{i}{\kappa} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (1 - \text{erf}(I'/\sqrt{2}\kappa)) + \frac{1}{\kappa^2} \int_0^\epsilon e^{-\frac{(x+iI')^2}{2\kappa^2}} dx \right\} e^{-\frac{(\epsilon+iI')^2}{2\kappa^2}}, \quad (86)$$

где  $\text{erf}(z)$  — функция ошибок. Из приведенных соотношений следует, что силовые функции  $\bar{w}^{a,s}(\epsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} g^{a,s}(\epsilon)$  близки. В качестве иллюстрации этого утверждения на рис. 2 и 3 приведены силовые функции для значений параметров  $\nu' = 1$  и  $\nu' = 5$  ( $\nu' = \kappa/I'$ ). Таким образом, усредненное по энергетическому интервалу  $I' > \omega$  распре-

деление одночастичной силы в задаче о взаимодействии со скалярными фононами слабо зависит от учета перенормировки вершины.

Переходя к рассмотрению затухания одноквазичастичных состояний с большой энергией возбуждения, отметим два обстоятельства в пользу использования уравнения (73) для функции Грина  $g_{jl}(\Gamma', \epsilon)$  с перенормированной квазичастично-фононной вершиной: 1) использование оптической модели для описания связи одноквазичастичных состояний с многочастичными фактически означает анализ

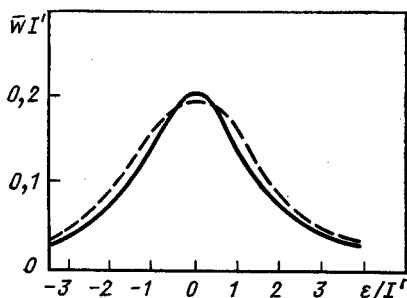


Рис. 2. Результаты расчетов силовых функций  $\bar{w}^s(\epsilon)$  (сплошная линия) и  $\bar{w}^a(\epsilon)$  (штриховая) для значения  $\nu' = 1$

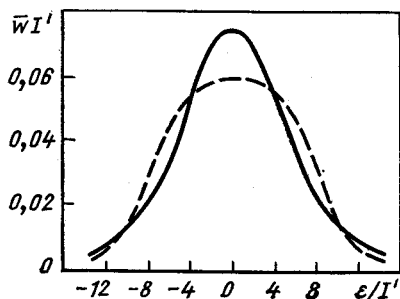


Рис. 3. То же, что и на рис. 2, для значения  $\nu' = 5$

усредненного по энергетическому интервалу  $I$  ( $w_{\lambda\lambda} > I$ ) распределения одноквазичастичной силы; 2) в практически важном случае  $2^+$ -фононов, когда роль соседних уровней с той же четностью в релаксации одноквазичастичного состояния является заметной, эффект перенормировки вершины уменьшается как за счет дополнительного кинематического подавления соответствующих графиков из-за хаотичности фаз коэффициентов векторного сложения [5], так и за счет дополнительной фрагментации одноквазичастичной силы и, следовательно, увеличения эффективного интервала усреднения.

Приведенные в этом разделе аргументы позволяют использовать основные соотношения МФМСК (50), (70) или (52), (71), в которых пренебрегается эффектом перенормировки квазичастично-фононной вершины, для количественного анализа наблюдаемых следствий релаксации одночастичной степени свободы при достаточно большой энергии возбуждения.

Изложенный вариант МФМСК предполагает, что фононы отвечают гармоническим колебаниям. Можно ожидать, что после усреднения по энергетическому интервалу  $I' > \omega$  эффект ангармоничности будет несуществен при условии  $(\Delta\omega)_{\text{эф}} < \kappa \sim \Gamma_{ph}^{\downarrow}$ . Здесь  $(\Delta\omega)_{\text{эф}}$  — сдвиг энергий реальных  $n_{\text{эф}}$ -фононных состояний по сравнению с энергией состояния, содержащего  $n_{\text{эф}}$  гармонических фононов. Если использовать оценку  $(\Delta\omega)_{\text{эф}} = (1/2) n_{\text{эф}}^2 \Delta\omega$  ( $\Delta\omega$  — сдвиг энер-

гии двухфононного мультиплет) [17], то указанное условие переходит в неравенство  $\Delta\omega/\omega < \omega/\kappa$ , которое для вибрационных ядер, как правило, выполнено.

В заключение этого раздела отметим, что, поскольку фононы не являются истинными бозонами, при описании многофононных конфигураций может возникнуть вопрос об учете принципа Паули. Введем в этой связи параметр  $n_c$ , имеющий смысл числа частично-дырочных конфигураций, формирующих фонон, и характеризующий тем самым степень коллективности отвечающего фонону возбужденного состояния:  $n_c = B(E2)/B_{sp}(E2)$ , где  $B(E2)$  — приведенная вероятность возбуждения фонона, а  $B_{sp}(E2)$  — соответствующая одночастичная оценка. В «мягких» ядрах  $n_c \sim 20 \div 40$  [22]. Как правило,  $n_{эф} \ll n_c$ , и потому с точностью  $n_{эф}/n_c$  влияние принципа Паули при описании многофононных состояний в МФМСК можно не учитывать.

**Выбор параметров модели. Метод решения системы уравнений для радиальных функций Грина.** Согласно основным соотношениям МФМСК для расчета средней одночастичной функции Грина необходимо задать те же параметры, что и в обычных версиях МСК: 1) параметры оболочечного потенциала (15); 2) параметры оптической добавки к оболочечному потенциалу (34); 3) параметры динамической деформации  $\beta_L$  и энергии фононов  $\omega_L$ .

В расчетах, результаты которых приведены ниже, параметризация оболочечного потенциала в (15) выбрана в виде

$$u(r) = u_0(r) + \frac{1}{2} \tau^{(3)} v(r) + \frac{1}{2} (1 - \tau^{(3)}) u_c(r), \quad (87)$$

где  $u_0(r)$  — изоскалярная часть потенциала;  $v(r)$  — пропорциональная нейтронному избытку энергия симметрии;  $u_c(r)$  — энергия кулоновского взаимодействия протона с ядром;  $\tau^{(3)}$  — изотопическая матрица. Далее:

$$u_0(r) = -V_0 f(r, R, a);$$

$$u_{so}(r) = V_{so} \frac{\Lambda^2}{r} \frac{df}{dr}; \quad \frac{1}{2} v(r) = \alpha u_0(r) \frac{N-Z}{A}; \quad (88)$$

$$f(r, R, a) = \left[ 1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right) \right]^{-1};$$

$$u_c(r) = \begin{cases} \frac{Ze^2}{2R_C} \left[ 3 - \left(\frac{r}{R_C}\right)^2 \right], & r \leq R_C; \\ \frac{Ze^2}{r}, & r > R_C, \end{cases} \quad (89)$$

где  $R = r_0 A^{1/3}$ ;  $R_C = r_{0c} A^{1/3}$ . Отметим, что в (63)  $\tilde{u}_0 = V_0 [1 \pm \alpha (N-Z)/A]$ . Параметры оболочечного потенциала, с помощью которых удается в среднем по  $A$  воспроизвести эксперименталь-



ные энергии связи нуклона  $V^{\text{exp}}$ , выбраны согласно работе [23]:  
 $V_0 = 53,3$  МэВ;  $r_0 = r_{0c} = 1,24$  фм;  $a = 0,63$  фм;  
 $V_{so} = 14,02 [1 + 2(N - Z)/A]$  МэВ;  $\Lambda = 1,41$  фм;  $\alpha = -0,63$ . } (90)

Параметризация величины  $\Delta H^m$  (34) выбрана в виде, который обычно используют в расчетах в рамках оптической модели или МСК:

$$w(r, |\varepsilon - \mu|) = -4w(|\varepsilon - \mu|) \text{adj}/dr, \quad \Delta(r, \varepsilon - \mu) = \Delta(\varepsilon - \mu) f, \quad (91)$$

где  $w(|\varepsilon - \mu|)$ ,  $\Delta(\varepsilon - \mu)$  — варьируемые функции. В расчетах одноквазичастичных и нейтронных силовых функций величины  $w(|\varepsilon - \mu|) = \text{const}$  выбраны равными 1,0—1,5 МэВ,  $\Delta = 0$  (независимые данные о величине параметра  $\Delta$  для энергий  $E_x \sim V$  отсутствуют). Такой выбор мнимой части обусловлен тем обстоятельством, что с использованием значений  $w \simeq 1 \div 2$  МэВ удается удовлетворительно описать экспериментальные данные по нейтронным силовым функциям и сечениям рассеяния нейтронов низких энергий ядрами в широком интервале атомных масс в рамках простых версий МСК (см., например, [26]). В этой связи отметим, что в случае сильной связи квазичастица — фонон ширина силовой функции слабо зависит от  $w$ , когда  $\Gamma_{ph} > w$  (см. рис. 5, в).

Энергия возбуждения нечетного ядра с конфигурацией основного состояния  $\lambda_0^1$  (или  $\lambda_0^{-1}$ ) определяется с учетом спаривания нуклонов согласно соотношению ( $E_x > \tilde{\Delta}$ ):

$$E_x = |\varepsilon - \mu| - [(\varepsilon_{\lambda_0} - \mu)^2 + \tilde{\Delta}^2]^{1/2}, \quad (92)$$

где параметр  $\tilde{\Delta}$  можно найти по разности экспериментальных значений энергии связи нуклона в данном нечетном и соседних четных ядрах [24], химический потенциал  $\mu$  из стандартных уравнений [19] с учетом всех дискретных уровней в оболочечном потенциале. Параметры динамической деформации  $\beta_L$  и энергии фононов  $\omega_L$  взяты из [25].

Для нахождения радиальных функций Грина  $g_{jl}(rr', \varepsilon)$  в приближении «поверхностного» взаимодействия квазичастица — фонон согласно (65), (72) нужно решить систему нелинейных функциональных уравнений (73) относительно функций  $g_{jl}(RR, \varepsilon) \equiv g_{jl}(\varepsilon)$ . Идея метода решения состоит в следующем (для определенности рассматриваются однодырочные возбуждения, когда  $\tilde{\omega}_L = -\omega_L$ , значение  $L$  фиксировано). При энергии  $\varepsilon \simeq \varepsilon_{0jl}$  вблизи антисвязанного состояния ( $(\varepsilon_{0jl} - \varepsilon_\lambda) \sim Dg/2$ ) связь одноквазичастичного состояния с фононами подавлена в меру отношения  $(2\kappa_L/D_{(\lambda)})^2 \ll 1$ , как это следует из системы (73). Поэтому с указанной точностью можно считать, что  $g_{jl}(\varepsilon_{0jl}) \simeq g_{jl}^{\text{opt}}(\varepsilon_{0jl})$ . Далее из (73) можно найти  $g_{jl}(\varepsilon_{0jl} - \omega_L)$ ,  $g_{jl}(\varepsilon_{0jl} - 2\omega_L)$  и т. д. Практически цепочка

уравнений

$$\begin{aligned}
 g_{jl}(\epsilon) &= g_{jl}^{\text{opt}}(\epsilon) \left[ 1 - \sum_{j_1 l_1} \tilde{\chi}_L^2(jl, j_1 l_1) g_{j_1 l_1}^{\text{opt}}(\epsilon) g_{j_1 l_1}(\epsilon + \omega_L) \right]^{-1}; \\
 &g_{j_1 l_1}(\epsilon + \omega_L) = \\
 &= g_{j_1 l_1}^{\text{opt}}(\epsilon + \omega_L) \left[ 1 - \sum_{j_2 l_2} \tilde{\chi}_L^2(j_1 l_1, j_2 l_2) g_{j_2 l_2}^{\text{opt}}(\epsilon + \omega_L) g_{j_2 l_2}(\epsilon + 2\omega_L) \right]^{-1}; \\
 &g_{j_2 l_2}(\epsilon + 2\omega_L) = \\
 &= g_{j_2 l_2}^{\text{opt}}(\epsilon + 2\omega_L) \left[ 1 - \sum_{j_3 l_3} \tilde{\chi}_L^2(j_2 l_2, j_3 l_3) g_{j_3 l_3}^{\text{opt}}(\epsilon + 2\omega_L) \times \right. \\
 &\quad \left. \times g_{j_3 l_3}(\epsilon + (m+1)\omega_L) \right]^{-1}
 \end{aligned} \tag{93}$$

обрывалась путем замены  $g_{j_1 l_1} \rightarrow g_{j_1 l_1}^{\text{opt}}$  вблизи такой энергии  $\epsilon' = \epsilon + m(\epsilon)\omega_L \simeq \epsilon_{0j_1 l_1}$ , при которой

$$Q_{Lj'l'}(\epsilon') = \left| \sum_{j_1 l_1} \tilde{\chi}_L^2(j'l', j_1 l_1) g_{j_1 l_1}^{\text{opt}}(\epsilon') g_{j_1 l_1}^{\text{opt}}(\epsilon' + \omega_L) \right| \tag{94}$$

не превышают малого наперед заданного значения  $\xi$  для всех представляющих интерес значений  $\epsilon$  в окрестности исследуемого одноквазичастичного резонанса  $\lambda$  и всех одночастичных состояний  $\lambda'$ , комбинирующих друг с другом и с состоянием  $\lambda$  в соответствии с правилами отбора. В случае 2<sup>+</sup>-фононов в практических расчетах силовых функций состояний с нормальной четностью (четностью оболочки) учитывались все состояния в пределах этой оболочки, в расчетах силовых функций состояний аномальной четности учитывались все состояния «родительской» оболочки. В случае 3<sup>-</sup>-фононов ситуация обратная. В расчетах величина  $\xi$  выбрана равной 0,01. Отметим, что замена в (93)  $g(\epsilon + n\omega_L) \rightarrow g^{\text{opt}}(\epsilon + n\omega_L)$  для любых значений  $\epsilon$  отвечает учету вклада  $k$ -фононных конфигураций ( $k \leq n$ ) в анализе фрагментации одноквазичастичной силы. Эффективным числом фононов можно назвать такое значение  $n = n_{\text{эф}}$ , начиная с которого решение системы алгебраических уравнений (93) для  $g_{jl}(\epsilon)$  практически не зависит от  $n$  для представляющих интерес значений  $\epsilon$ . Естественно, что это значение согласуется с оценкой  $n_{\text{эф}} \simeq \nu^0$ .

Если отказаться от использования приближения поверхностного взаимодействия квазичастица — фонон (63) и использовать реалистический формфактор указанного взаимодействия  $V(r)$  (55), то для нахождения радиальных функций Грина  $g_{jl}(rr', \epsilon)$  необходимо решить систему интегральных уравнений (52), (71). Решение указанной системы можно найти с помощью процедуры вида (93) с тем существенным отличием, что на каждом «шаге» по энергии нужно решить систему линейных интегральных, а не алгебраических уравнений.

Сформулированные в этом разделе уравнения для средней одночастичной функции Грина, метод решения системы нелинейных уравнений для радиальных функций Грина, а также проведенный качественный анализ использованных приближений позволяют перейти к количественной интерпретации в рамках МФМСК наблюдаемых следствий релаксации одноквазичастичной степени свободы в мягких сферических ядрах.

#### 4. МФМСК — АНАЛИЗ ОДНОКВАЗИЧАСТИЧНЫХ СИЛОВЫХ ФУНКЦИЙ В СРЕДНЕТЯЖЕЛЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

**Численный анализ различных приближений.** Количественный анализ одноквазичастичных силовых функций  $S_{j1}(E_x)$  в рамках МФМСК основан на соотношении (8). Выбор параметров модели, необходимых для расчета средней одночастичной функции Грина, пояснен в разд. 3. Приведенные ниже результаты расчетов одноквазичастичных силовых функций получены, если не оговорено иное,

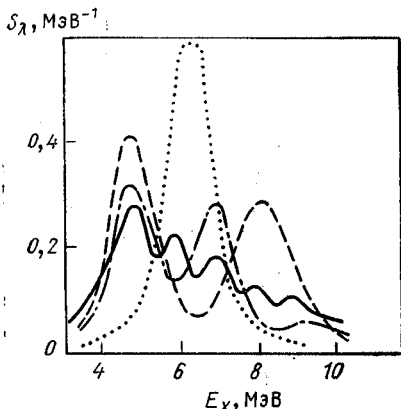


Рис. 4. Результаты расчетов силовой функции  $(1g_{9/2})n^{-1}$ -состояния в ядре  $^{123}\text{Te}$  в приближении самодействия:

точечная линия — расчет в рамках оптической модели; штриховая линия — однофононное приближение; штрихпунктир — двухфононное приближение; сплошная линия — результаты точного (по числу фононов) расчета

в приближении поверхностного взаимодействия квазичастица — фонон (63) с использованием не зависящей от энергии интенсивности мнимой части оптического потенциала (91)  $w = 1,0$  МэВ. В качестве примера, иллюстрирующего различные приближения, на рис. 4 и 5 приведены результаты расчетов абсолютного значения и энергетической зависимости силовой функции  $S_{j1}(E_x)$  для нейтронно-дырочной конфигурации  $(1g_{9/2})n^{-1}$  в ядре  $^{123}\text{Te}$ , связь которой с  $2^+$ -фононом является сильной ( $v_2^0 = 2,73$ ). На рис. 4 приведены результаты расчетов, выполненных в приближении самодействия с учетом конфигураций, содержащих до  $n$   $2^+$ -фононов:  $0 \leq n \leq 2$ , а также результаты «точного» (по числу фононов) расчета. Случай  $n = 0$  отвечает оптической модели,  $n = 1$  — однофононному приближению, или МСК в приближении самодействия,  $n = 2$  — решению системы (73) в двухфононном приближении; точный расчет отвечает точно-

му (по числу фононов) решению системы (73) в приближении самодействия. На рис. 5 приведены результаты расчетов одноквазичастичной силовой функции для той же конфигурации в приближении, в котором учтены комбинирующие с  $1g_{9/2}$  одночастичные уровни. В случае  $2^+$ -фононов — это  $3s$ -,  $2d$ -,  $1g$ -уровни, в случае  $3^-$ -фононов — это

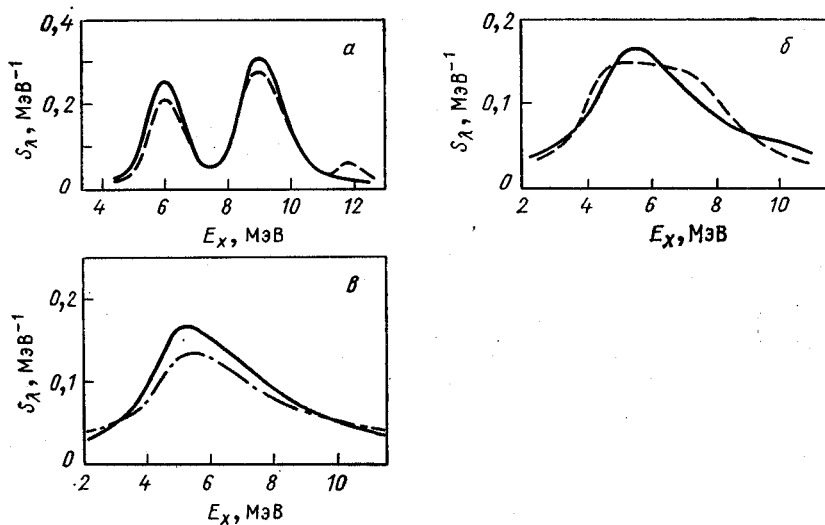


Рис. 5. Результаты расчетов силовой функции  $(1g_{9/2})^{-1}$ -состояния в ядре  $^{123}\text{Te}$ : *a* — в однофононном приближении с учетом связи квазичастиц только с  $2^+$  (сплошная линия) и с  $2^+$ - и  $3^-$ -фононами (штриховая линия); *b* — в однофононном приближении в случае «самодействия» с использованием поверхностного и реалистического формфакторов взаимодействия квазичастица —  $2^+$ -фонон (сплошная и штриховая линия соответственно); *v* — с использованием значений  $w = 1$  МэВ (сплошная линия) и  $w = 2$  МэВ (штрихпунктирная линия)

$2p$ -,  $1f$ - уровни. Эти и подобные им примеры в согласии с результатами качественного анализа основных соотношений МСК и МФМСК (см. разд. 2 и 3) позволяют сделать следующие выводы:

1) учет взаимодействия одноквазичастичного состояния с многофононными конфигурациями может приводить к результатам, качественно отличающимся как от результатов расчетов в рамках оптической модели, так и от результатов, полученных в однофононном приближении;

2) приближение самодействия, как правило, не имеет количественной точности: связь с другими состояниями той же четности приводит к заметной дополнительной фрагментации одноквазичастичного состояния;

3) приближение поверхностного взаимодействия квазичастица — фонон обеспечивает достаточную точность расчетов силовых функций для состояний с орбитальным моментом  $l > 1$ ;

4) взаимодействие квазичастиц с  $3^-$ -фононом дает, как правило, малый вклад в формирование одноквазичастичных силовых функций.

**Количественный анализ силовых функций. Сравнение с экспериментальными данными.** С целью количественного анализа одноквазичастичных силовых функций в рамках МФМСК выбраны одноквазичастичные конфигурации с энергией  $E_x \simeq 5 \div 10$  МэВ, для которых известны экспериментальные данные по сечениям реакций однонуклонной передачи, позволяющие судить о распределении одноквазичастичной силы [27—33], а также ряд состояний, для которых

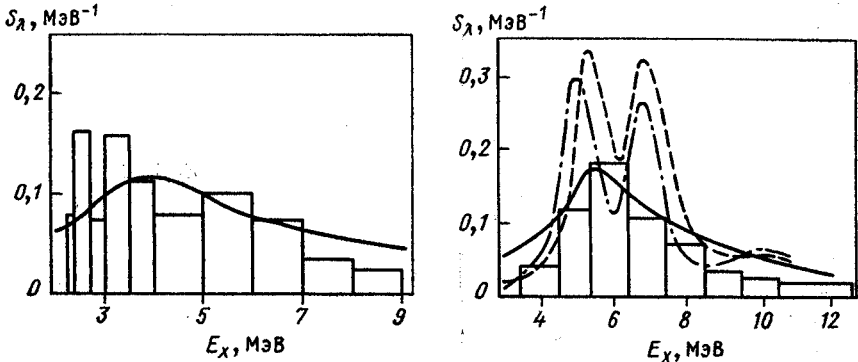


Рис. 6. Результаты расчетов силовой функции  $(1g_{9/2})^{-1}$ -состояния в ядре  $^{109}\text{Pd}$  в сравнении с экспериментальными данными (гистограмма) [27]

Рис. 7. Результаты расчетов силовой функции  $(1g_{9/2})^{-1}$ -состояния в ядре  $^{123}\text{Te}$  (сплошная линия) в сравнении с экспериментальными данными (гистограмма) [33] и результатами КФМ (штриховая линия) [34]. Штрихпунктирная линия — результаты расчетов в рамках МФМСК в двухфононном приближении

экспериментальные данные пока не известны. Для ядер кроме  $^{89}\text{Zr}$  и ядер-соседей  $^{208}\text{Pb}$  расчеты силовых функций выполнены с явным учетом связи квазичастиц только с  $2^+$ -фононами, для названных ядер — только с  $3^-$ -фононами. Результаты расчетов абсолютного значения и энергетической зависимости силовых функций некоторых одноквазичастичных состояний в сферических ядрах в сравнении с известными экспериментальными данными приведены на рис. 6—13 (см. также [6—8]). На рис. 14, 15 приведены расчетные энергетические зависимости «взвешенной» силовой функции ряда состояний — величины, пропорциональной сечению соответствующей реакции однонуклонной передачи:

$$S_w(E_x) = \sum_{\lambda} (2j+1) S_{\lambda}(E_x) / \sum_{\lambda} (2j+1). \quad (95)$$

На рис. 15 даны расчетные значения  $S_w(E_x)$  для подбарьерных однопротонных состояний  $2f_{7/2}$ ,  $1h_{9/2}$ ,  $1i_{13/2}$  в ядре  $^{145}\text{Eu}$  (см. также рис. 10—12) в сравнении с соответствующей экспериментальной величиной. Последняя определена согласно (95) по экспериментальным

энергетическим зависимостям силовых функций указанных состояний [32]. На некоторых рисунках приведены также результаты расчетов силовых функций, выполненных в рамках квазичастично-фононной модели и в рамках МФМСК в двухфононном приближении.

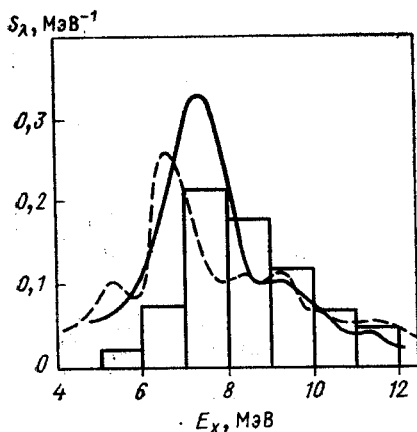


Рис. 8. Результаты расчетов силовой функции  $(1g_{9/2})_n^{-1}$ -состояния в ядре  $^{148}\text{Sm}$  (сплошная линия) в сравнении с экспериментальными данными (гистограмма) [32] и результатами КФМ (штриховая линия) [32]

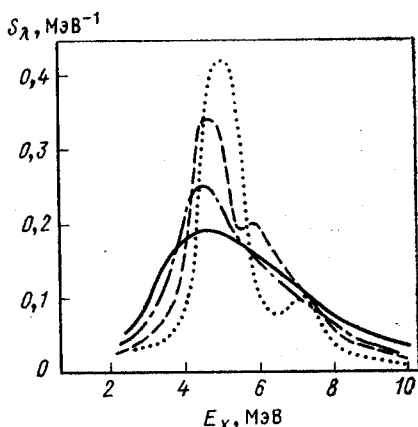


Рис. 9. Результаты расчетов силовой функции  $(1g_{9/2})_p^{-1}$ -состояния в изотопах Pr: точечная линия— $^{141}\text{Pr}$ ; штриховая — $^{143}\text{Pr}$ ; штрихпунктир — $^{145}\text{Pr}$ ; сплошная линия— $^{147}\text{Pr}$

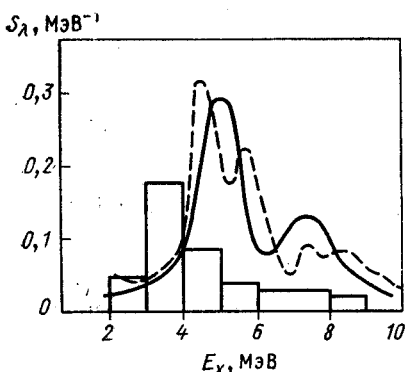


Рис. 10. То же, что на рис. 8, для  $(2f_{7/2})_p^{-1}$ -состояния в ядре  $^{148}\text{Eu}$ . Экспериментальные данные и результаты КФМ взяты из [32]

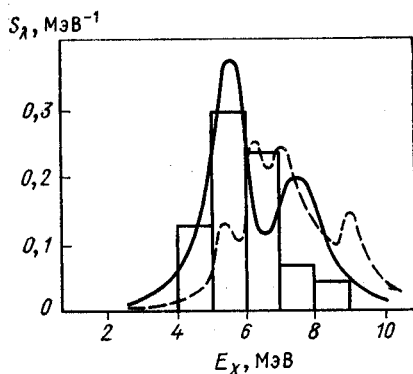


Рис. 11. То же, что на рис. 10, для  $(1h_{9/2})_p^{-1}$ -состояния

Для количественного сравнения с экспериментальными данными по расчетной энергетической зависимости силовой функции (в ряде случаев взвешенной силовой функции нескольких состояний) опреде-

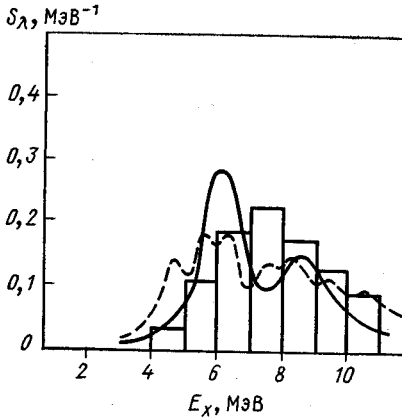


Рис. 12. То же, что на рис. 10, для  $(1 i_{13/2})_p$ -состояния

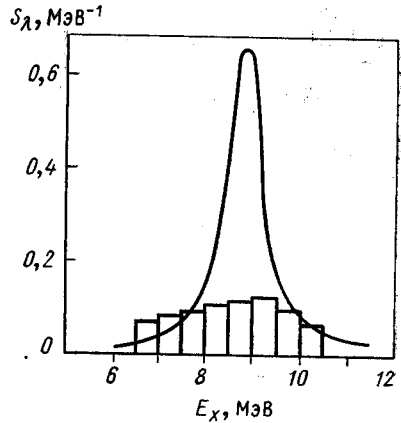


Рис. 13. То же, что на рис. 6, для  $(1 h_{11/2})_n^-$ -состояния в ядре  $^{207}\text{Pb}$ . Экспериментальные данные взяты из [32]

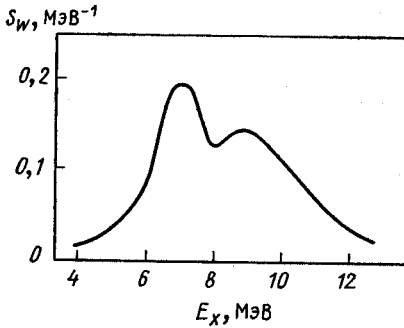


Рис. 14. Результаты расчетов взвешенной силовой функции  $(1 h_{9/2})_n^-$  и  $(1 i_{13/2})_n^-$ -состояний в ядре  $^{113}\text{Sn}$

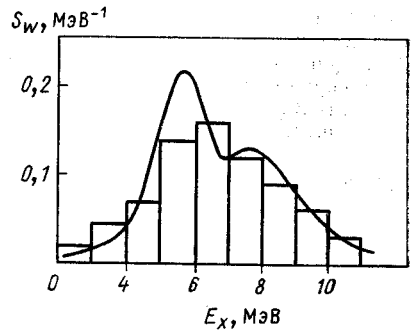


Рис. 15. Результаты расчетов взвешенной силовой функции  $(2f_{7/2})_p^-$ ,  $(1h_{9/2})_p^-$  и  $(1 i_{13/2})_p^-$ -состояний в ядре  $^{145}\text{Eu}$  в сравнении с соответствующими экспериментальными данными (гистограмма) [32]

лены параметры, характеризующие распределение одноквазичастичной силы. К указанным параметрам относятся:

1) определенные для энергетического интервала  $E_1 - E_2$  спектроскопические факторы

$$S_\lambda = \int_{E_1}^{E_2} S_\lambda(E_x) dE_x, \quad (96)$$

средние энергии

$$\bar{E}_x = \int_{E_1}^{E_2} S_\lambda(E_x) E_x dE_x / S_\lambda \quad (97)$$

и ширины

$$\Gamma = 2,35 \left( \int_{E_1}^{E_2} S_\lambda(E_x) (E_x - \bar{E}_x)^2 dE_x / S_\lambda \right)^{1/2}; \quad (98)$$

2) энергии максимумов  $E_m$  и ширины  $\Gamma_m$  одного или двух гауссианов, которыми аппроксимировалась энергетическая зависимость силовой функции  $S_\lambda(E_x)$  или  $S_w(E_x)$ . Рассчитанные таким образом величины приведены в табл. 2—4 в сравнении с соответствующими экспериментальными данными (более детальная информация о расче-

Таблица 2. Результаты расчетов параметров энергетических зависимостей одноквазичастичных силовых функций. Явно учтено взаимодействие квазичастиц только с  $2^+$ -фононами

Ядро	Состояние	Интервал энергии, МэВ	$E_x$ , МэВ		$\Gamma$ , МэВ		$S_\lambda$	
			теория	эксперимент	теория	эксперимент	теория	эксперимент
$^{109}\text{Pd}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	2—9	5,46	—	4,73	—	0,55	0,55
	$(2p_{1/2})\bar{n}^{-1} + (2p_{3/2})\bar{n}^{-1}$	2—9	6,79	—	3,67	—	0,50	0,45
$^{111}\text{Sn}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	3,4—5,3	4,45	4,7	1,10	1,28	0,46	0,62
$^{115}\text{Sn}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	3,6—10,5	6,13	6,47	3,47	3,76	0,78	0,89
	$(2p_{1/2})\bar{n}^{-1} + (2p_{3/2})\bar{n}^{-1}$	2,6—10,5	7,90	6,58	3,23	4,63	0,80	0,45
$^{119}\text{Sn}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	3,8—6,5	5,51	5,39	1,62	1,55	0,48	0,29
$^{121}\text{Te}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	3,8—6,0	5,03	5,0	1,41	1,9	0,30	0,46
$^{123}\text{Te}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	4,2—9,5	6,52	5,5	3,24	3,5	0,60	0,55
$^{129}\text{Te}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	4—10	7,13	7,5	3,32	4,9	0,74	0,52
$^{143}\text{Sm}$	$(1g_{9/2})\bar{n}^{-1}$	6—12	8,01	7,6	3,10	3,0	0,74	0,52
$^{145}\text{Eu}$	$(2f_{7/2})_p$	6—9	5,66	4,3	3,71	1,8	0,70	0,43
	$(1h_{9/2})_p$	3—12	6,44	5,9	3,90	1,23	0,89	0,75
	$(1i_{13/2})_p$	3—12	7,38	7,6	4,41	4,0	0,84	0,54



Таблица 3. Результаты расчетов параметров энергетических зависимостей одноквазичастичных силовых функций. Явно учтено взаимодействие квазичастиц только с 3<sup>-</sup>фононами

Ядро	Состояние	Интервал энергии, МэВ	E <sub>x</sub> , МэВ		Г, МэВ		S <sub>λ</sub>	
			теория	эксперимент	теория	эксперимент	теория	эксперимент
<sup>89</sup> Zr	$(1f_{5/2})^{-1} + (1f_{7/2})^{-1}$	0—20	7,01	6	5,61	4,1	0,92	0,63
<sup>207</sup> Pb	$(1h_{11/2})^{-1}$	6,7—10,5	8,78	8,5	1,51	3,7	0,81	—
	$(1g_{9/2})^{-1}$	10,5—17	14,9	14	2,44	5,1	0,97	0,92
<sup>209</sup> Bi	$(1i_{11/2})_p$	4—13	8,13	7,8	2,83	4,8	0,98	0,72
	$(1j_{15/2})_p$	4—13	8,19	7,4	4,04	5,4	0,92	0,77

Таблица 4. Результаты расчетов параметров энергетических зависимостей одноквазичастичных силовых функций. Явно учтено взаимодействие квазичастиц только с 2<sup>+</sup>фононами

Ядро	Состояние	E <sub>m</sub> , МэВ		Г, МэВ	
		теория	эксперимент	теория	эксперимент
<sup>113</sup> Sn	$(1h_{9/2})_n + (1i_{13/2})_n$	6,82	—	1,26	—
		8,81	—	4,48	—
<sup>117</sup> Sb	$(1h_{9/2})_p + (1i_{13/2})_p$	10,3	10,8	5,60	5,5
<sup>145</sup> Eu	$(2f_{7/2})_p + (1h_{9/2})_p + (1i_{13/2})_p$	5,48	5,9	1,25	1,2
		7,09	7,6	4,90	4,0

ных значениях энергий, ширин, спектроскопических факторов и сравнение их с соответствующими экспериментальными данными содержится в работе [8]).

В табл. 5 приведены константы связи квазичастиц с фононами и параметры  $\eta$  (64): в случае связи с 2<sup>+</sup>-фононами — величины  $\nu_2^0 = \kappa_2(\lambda, \lambda)/\omega_2$  и  $\eta_{\lambda\lambda}$ , в случае связи с 3<sup>-</sup>-фононами — максимальная из величин  $\nu_3^0 = \kappa_3(\lambda, \lambda')/\omega_3$ , определенных для всех состояний  $\lambda'$ , комбинирующих с исследуемым состоянием  $\lambda$  в соответствии с правилами отбора, а также соответствующий параметр  $\eta_{\lambda\lambda'}$ .

Прокомментируем приведенные результаты.

1. В рамках МФМСК с явным учетом взаимодействия квазичастиц только с 2<sup>+</sup>-фононами удается удовлетворительно описать большинство проанализированных экспериментальных данных по силовым функциям одноквазичастичных состояний с достаточно большой энергией возбуждения.

Таблица 5. Значения параметров  $\nu^0$  и  $\eta$  для ряда одноквазичастичных состояний сферических ядер

Ядро	Состояние	$\nu^0$	$\eta$
$^{89}\text{Zr}$	$(1f_{5/2})_n$	0,05	0,91
	$(1f_{7/2})_n$	0,09	0,95
$^{100}\text{Pd}$	$(2p_{1/2})_n$	5,03	1,14
	$(2p_{3/2})_n$	5,22	1,21
	$(1g_{9/2})_n$	6,19	0,99
$^{111}\text{Sn}$	$(1g_{9/2})_n$	0,69	1,02
$^{113}\text{Sn}$	$(1g_{9/2})_n$	0,76	0,97
	$(1i_{13/2})_n$	1,68	0,77
$^{115}\text{Sn}$	$(2p_{1/2})_n$	0,69	0,82
	$(2p_{3/2})_n$	0,71	0,77
	$(1g_{9/2})_n$	0,86	0,94
$^{119}\text{Sn}$	$(1g_{9/2})_n$	0,93	0,87
$^{121}\text{Te}$	$(1g_{9/2})_n$	2,74	1,07
$^{123}\text{Te}$	$(1g_{9/2})_n$	2,73	1,03
$^{129}\text{Te}$	$(1g_{9/2})_n$	1,50	0,93
$^{143}\text{Sm}$	$(1g_{9/2})_n$	0,59	0,97
$^{145}\text{Eu}$	$(2f_{7/2})_p$	1,13	0,72
	$(1h_{9/2})_p$	0,87	1,39
	$(1h_{13/2})_p$	1,33	0,94
$^{207}\text{Pb}$	$(1h_{11/2})_n$	0,43	1,04
	$(1g_{9/2})_n$	0,24	0,80
$^{209}\text{Bi}$	$(1i_{11/2})_p$	0,08	0,74
	$(1j_{15/2})_p$	0,11	0,83

2. В ядре  $^{145}\text{Eu}$  лучше согласуются экспериментальные и теоретические значения параметров взвешенной силовой функции близких по энергии подбарьерных однопротонных состояний  $2f_{7/2}$ ,  $1i_{13/2}$ ,  $1h_{9/2}$ , чем параметры силовых функций каждого из указанных состояний (рис. 11—12, 15). Возможно, это обстоятельство свидетельствует о погрешностях в экспериментальном разделении вкладов в сечение реакции однонуклонной передачи одноквазичастичных состояний с близкими большими моментами.

3. Результаты расчетов силовых функций одноквазичастичных состояний в околомагических ядрах заметно отличаются от соответствующих экспериментальных данных. Возможные причины указанного различия, такие, как выбор интенсивности мнимой части оптического потенциала, учет влияния низколежащих  $2^+$ -уровней в соседних ядрах, требует отдельного анализа.

4. Энергетическая зависимость приведенной на рис. 14 взвешенной силовой функции подбарьерных однопнейтронных состояний  $1h_{9/2}$ ,  $1i_{13/2}$  в ядре  $^{113}\text{Sn}$  качественно согласуется со спектром реакции  $^{112}\text{Sn}(\alpha, ^3\text{He})^{113}\text{Sn}$  (ненормированная силовая функция) [31], который также имеет два максимума с энергиями, близкими к энергиям максимумов расчетной зависимости.

5. В качестве примера, иллюстрирующего характер изменения силовой функции при переходе от «жестких» ядер к «мягким», на рис. 9 приведены результаты расчетов зависимости  $S_\lambda(E_x) (1g_{9/2})_n^{-1}$ -состояния в ядрах  $^{141-147}\text{Pr}$ . Характер изотопической зависимости силовой функции обусловлен связью квазичастицы с многофононными конфигурациями.

6. В жестких сферических ядрах результаты МФМСК близки к соответствующим результатам «малофононных» подходов, в мягких отличаются качественно (см. рис. 7, 8).

7. Близость результатов расчетов силовой функции  $(1g_{9/2})_n^{-1}$ -состояния в ядре  $^{123}\text{Te}$ , выполненных в рамках МФМСК в двухфононном приближении, к соответствующим результатам КФМ [34] показывает, что найденная в КФМ структура указанной силовой функции является следствием использования малофононного базиса (см. рис. 7).

## 5. МФМСК — АНАЛИЗ НЕЙТРОННЫХ СИЛОВЫХ ФУНКЦИЙ И РАДИУСОВ УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ НЕЙТРОНОВ В СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

**Основные соотношения. Качественный анализ.** К наблюдаемым следствиям релаксации одночастичной степени свободы в ядре относятся также нейтронные силовые функции (НСФ) компаунд-резонансов. Задача о количественной интерпретации НСФ относится к задачам непрерывного спектра. В случае неперекрывающихся компаунд-резонансов с фиксированными значениями углового момента и четности нейтронная силовая функция  $S_n$  связана с соответствующим элементом средней матрицы рассеяния нейтронов ядром

согласно соотношению (32). Чтобы исключить тривиальную энергетическую зависимость  $S_n(\epsilon)$ , обусловленную проницаемостью потенциального барьера для нейтронов удобно перейти к анализу приведенной силовой функции  $S_j^l$  ( $kR \ll 1$ ):

$$S_j^l = (kR)^{-2l} \epsilon^{-1/2} (S_n)_j^l. \quad (99)$$

Здесь  $\epsilon$  выражено в эВ.

Практический интерес представляют приведенные  $s$ - и  $p$ -НСФ:  $S^0 \equiv S_{1/2}^0$ ,  $S_{1/2, 3/2}^1$  и  $S^1 \equiv \frac{1}{3} S_{1/2}^1 + \frac{2}{3} S_{3/2}^1$ . В рамках МФМСК отличие диагонального элемента средней матрицы рассеяния от оптико-модельного значения определяется неприводимой собственно энергетической частью  $\Delta H_{jl}^p$  согласно (53), (54), (71). Из этих соотношений следует, что в конечном счете НСФ так же, как и одноквазичастичные силовые функции, определяются радиальными функциями Грина  $g_{jl}(rr', \epsilon)$ , которые следует находить путем решения системы нелинейных интегральных уравнений (52) с учетом (71). Таким образом, соотношения (30), (32), (52)–(54), (71) и (99) являются формальным решением задачи о вычислении приведенных нейтронных силовых функций в рамках МФМСК.

Как показывает оптико-модельный анализ [1, 17, 35] (см. также разд. 2),  $A$ -зависимость приведенных  $s$ - и  $p$ -НСФ обнаруживает максимумы, отвечающие  $s$ - и  $p$ -резонансам формы. Так, максимум зависимости  $S^0(A)$  отвечает прохождению через нуль энергии нейтронного  $3s$ -уровня ( $A \sim 55$ ), максимум зависимостей  $S_{3/2}^1(A)$  и  $S_{1/2}^1(A)$  —  $3p_{3/2}$ - и  $3p_{1/2}$ -уровней ( $A \sim 100$  и  $A \sim 110$  соответственно). Как правило, для ядер в окрестности указанных резонансов формы связь соответствующих одночастичных конфигураций с  $2^+$ -фононами оказывается сильной и потому для количественного анализа величин  $S^0$  и  $S_{1/2, 3/2}^1$  в этом случае необходимо использовать МФМСК. Заметим по этому поводу, что для  $s_{1/2}$ - и  $p_{1/2}$ -конфигураций отсутствует эффект «самодействия». В этих случаях может реализоваться сильная связь близких по энергии состояний:  $3s$  и  $2d$ ,  $3p$  и  $2f$ ,  $3p_{1/2}$  и  $3p_{3/2}$ . По мере отхода от резонанса формы эффективная связь квазичастица —  $2^+$ -фонон уменьшается [это можно увидеть, например, из соотношения (66)] и величина НСФ становится пропорциональной интенсивности мнимой части оптического потенциала  $w$ . Однако из-за относительно большого значения параметра динамической квадрупольной деформации возможны «локальные» максимумы в зависимости  $S(A)$ . Такая ситуация реализуется в случае  $s$ -НСФ в окрестности  $A \sim 75$  и  $A \sim 105$  [36], в случае  $p$ -НСФ в окрестности  $A \sim 75$  [37].

**Результаты расчетов НСФ.** Метод решения системы нелинейных интегральных уравнений для радиальных функций Грина  $g_{jl}(rr', \epsilon)$  описан в разд. 4. Численные расчеты величины  $S^0$ ,<sup>1</sup> показали, что приближение поверхностного взаимодействия (63) не имеет количественной точности: использование реалистического взаимодействия

в случае сильной связи квазичастица —  $2^+$ -фонон может менять расчетные значения  $s$ - и  $p$ -НСФ в 1,5—2 раза. Это обстоятельство неудивительно, поскольку волновые функции  $3s$ - и  $3p$ -состояний имеют по два узла и, следовательно, заметно меняются на интервале порядка диффузности оболочечного потенциала вблизи  $r \sim R$ . Эффективное число фононов  $n_{\text{эф}}$ , дающих вклад в формирование НСФ, можно найти, используя изложенный в разд. 3 метод решения системы уравнений для радиальных функций Грина с заменой  $g_{jl}(rr', \varepsilon - n\omega_L) \rightarrow g_{jl}^{\text{opt}}(rr', \varepsilon - n\omega_L)$ . В качестве примера нахождения  $n_{\text{эф}}$  на рис. 16 приведены результаты расчета зависимости  $S^0(n)$  для

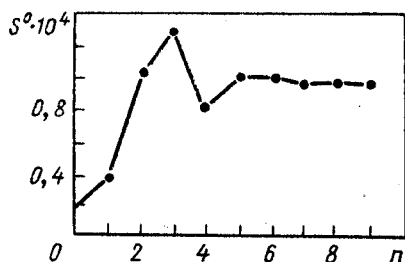


Рис. 16. Результаты расчетов зависимости  $S^0$ -НСФ в ядре  $^{105}\text{Ru}$  от числа учитываемых фононов

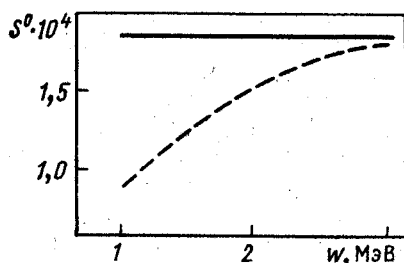


Рис. 17. Результаты расчетов зависимости  $S^0$ -НСФ в ядре  $^{77}\text{Se}$  от интенсивности мнимой части оптического потенциала  $w$ , выполненных в рамках МФМСК (сплошная линия) и МСК (штриховая линия)

мягкого ядра  $^{105}\text{Ru}$ . Для использованного в расчете значения  $w = 1,5$  МэВ и заданной точности вычисления (10 %) оказалось, что  $n_{\text{эф}} = 5$ . Критерием сильной связи квазичастица —  $2^+$ -фонон является, очевидно, условие  $n_{\text{эф}} \gg 1$ .

Интенсивность мнимой части оптического потенциала является единственным независимо варьируемым параметром модели. Остальные параметры следует выбирать так же, как и в расчетах одноквазичастичных силовых функций. Как показывает качественный анализ основных соотношений МФМСК (см. разд. 3) и МСК (см. разд. 2) в случае сильной связи квазичастица —  $2^+$ -фонон следует ожидать слабой зависимости НСФ от  $w$  вплоть до достаточно больших значений  $w$  в расчетах в рамках МФМСК и — существенной зависимости — в расчетах в рамках МСК. Эти выводы подтверждаются результатами численных расчетов. В качестве примера на рис. 17 приведены зависимости  $S^0(w)$ , полученные в рамках МФМСК и МСК для мягкого ядра  $^{77}\text{Se}$ . Таким образом, в окрестностях максимумов следует ожидать слабой зависимости НСФ от  $w$ , в то время как в области минимума, где связь каналов практически не проявляется, НСФ пропорциональна  $w$ . Поэтому последнюю можно подбирать, например, по экспериментальным значениям  $S^0$  в области минимума. Значение  $w$ ,

с помощью которого можно согласовать экспериментальные и расчетные значения  $S^0$  в области минимума в среднем по  $A$ , оказалось равным 1,5 МэВ, что вдвое меньше значения  $w$ , полученного в рамках МСК в попытке описать одновременно и максимум, и минимум зависимости  $S^0(A)$  [37]. На рис. 18—20 вместе с экспериментальными данными приведены результаты выполненных в рамках МФМСК расчетов, величин  $S^0(A)$ ,  $S^1(A)$ ,  $S_{1/2, 3/2}^1(A)$  с использованием

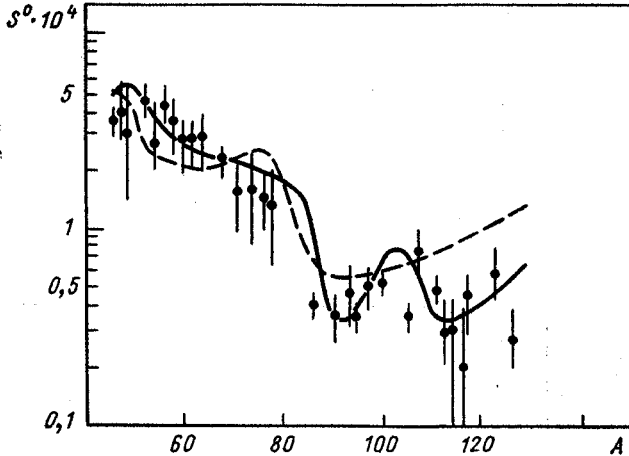


Рис. 18. Результаты расчетов  $A$ -зависимости  $S^0$ -НСФ в сравнении с экспериментальными данными [38]

значения  $w = 1,5$  МэВ. Экспериментальные данные для  $S^{0,1}$  взяты из работы [38], для  $S_{1/2, 3/2}^1$  — из работы [39]. На рис. 18, 19 приведены также результаты расчетов величины  $S^{0,1}(A)$ , выполненных в рамках МСК с использованием значения  $w = 3,0$  МэВ [37]. Из приведенных на рис. 18—20 данных следует, что в рамках МФМСК можно получить удовлетворительное описание экспериментальных данных по приведенным  $s$ - и  $p$ -НСФ с использованием одних и тех же параметров мнимой части оптического потенциала. В минимуме  $A$ -зависимости  $S^0(A \sim 110 \div 120)$  такое описание достигается в среднем по  $A$ . Использование одних и тех же параметров мнимой части оптического потенциала в выгодную сторону отличает использованный метод от МСК, в рамках которого даже в среднем по  $A$  не удается удовлетворительно описать экспериментальные данные по  $S^0(A)$  в области максимума и минимума с использованием одного и того же значения  $w$  [37].

Для объяснения изотопического хода НСФ в области минимума  $A$ -зависимости необходимо учесть оболочечные эффекты в формировании величины  $w$  и возможную энергетическую зависимость указанной величины [40]. Анализ этих эффектов выходит за рамки настоя-

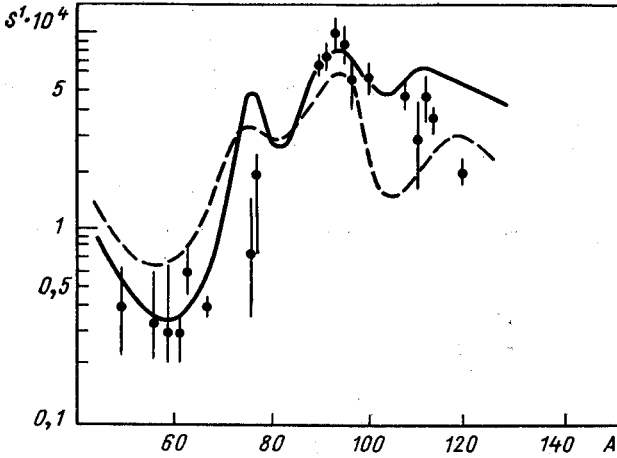


Рис. 19. То же, что на рис. 18, для  $S^1$ -НСФ

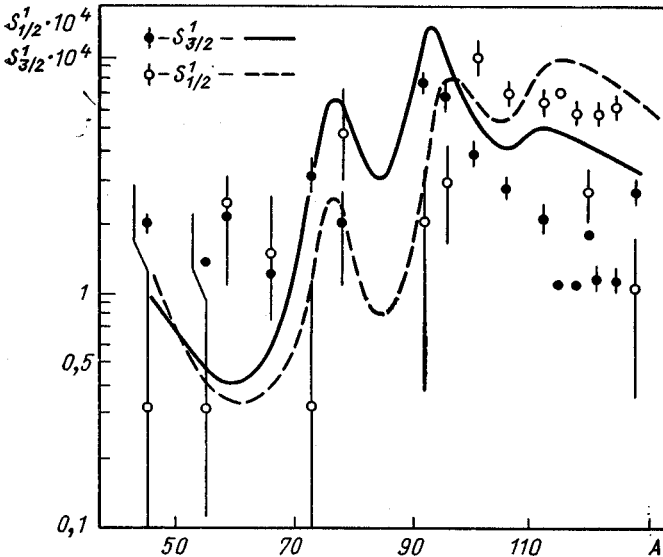


Рис. 20. То же, что на рис. 18, для  $S^1_{1/2}$ - и  $S^3_{1/2}$ -НСФ. Экспериментальные данные взяты из [39]

щего обзора. Отметим в этой связи, что описание максимума НСФ при этом изменится слабо.

**Радиусы упругого рассеяния нейтронов.** К параметрам, определяющим среднее сечение упругого рассеяния нейтронов низких энергий ядрами, помимо НСФ относятся также радиусы упругого рассеяния

$R_j^l$ . Подобно тому как приведенные нейтронные силовые функции  $S_j^l$  (99) определяются мнимой частью фазы соответствующего диагонального элемента средней матрицы рассеяния  $\langle S_{nn} \rangle$  [см. (32)], радиусы упругого рассеяния определяются действительной частью этой фазы:

$$\xi_{jl} = -\{(kR)^{2l}/[(2l+1)!!(2l-1)!!]\}kR_j^l. \quad (100)$$

Экспериментальные данные относительно величины  $R_j^l$  извлекаются из анализа дифференциального сечения упругого рассеяния нейтронов низких энергий [38, 39]. В этой связи практический интерес представляют  $s$ - и  $p$ -радиусы упругого рассеяния

$$R^0 = R_{1/2}^0; \quad R^1 = \frac{1}{3} R_{1/2}^1 + \frac{2}{3} R_{3/2}^1. \quad (101)$$

В окрестности соответствующего резонанса формы  $A$ -зависимость радиуса упругого рассеяния обнаруживает резкое изменение относительно некоторого эффективного радиуса (близкого к радиусу ядра)

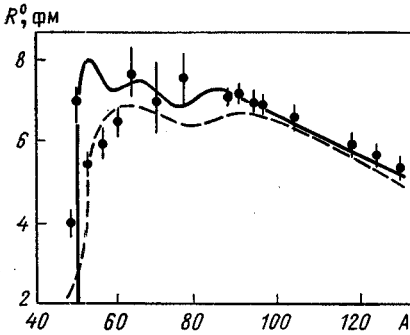


Рис. 21. Результаты расчетов  $A$ -зависимости величины  $R^0$  (сплошная линия) в сравнении с экспериментальными данными [38] и результатами «двухпараметрического» МСК [36] (штриховая линия).

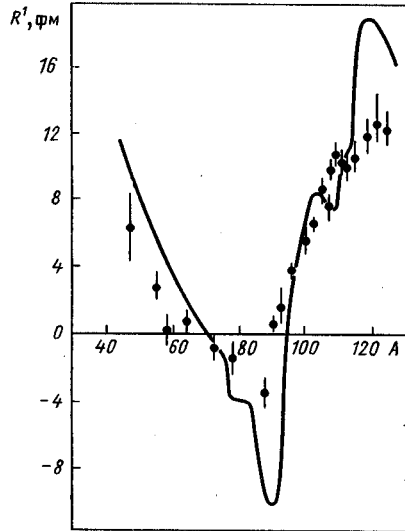


Рис. 22. Результаты расчетов  $A$ -зависимости величины  $R^1$  в сравнении с экспериментальными данными [39]

с амплитудой и интервалом  $\Delta A$ , на котором это изменение происходит, определяемыми затуханием соответствующего одночастичного резонанса. В частности, величины  $R^0, 1$  могут достигать и отрицательных значений. Расчет радиусов упругого рассеяния согласно (30), (32), (100) в рамках МФМСК основан на тех же соотношениях (52)—(54), (71), которые использованы выше для количественного анализа НСФ. В расчетах величин  $R^0, 1$ , результаты которых приведены на рис. 21, 22, использованы те же методы и те же феноменологические



параметры, что и в расчетах НСФ. На указанных рисунках приведены также экспериментальные данные из работ [38] (для  $R^0$ ) и [39] (для  $R^1$ ) и (на рис. 21) результаты расчетов величин  $R^0$  в рамках «двухпараметрического» МСК — подхода, в котором с помощью нового феноменологического параметра эффективно в среднем по  $A$  учитывается связь одноквазичастичного состояния с многофононными конфигурациями [36].

## 6. УШИРЕНИЕ ДИПОЛЬНОГО ГИГАНТСКОГО РЕЗОНАНСА В МЯГКИХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

Существенного проявления сильной связи квазичастица —  $2^+$ -фонон следует ожидать и в затухании мультипольных гигантских резонансов (ГР) в мягких сферических ядрах. Об этом свидетельствует, в частности, сильная  $A$ -зависимость полной ширины  $E1$ -ГР: ширина  $E1$ -ГР меняется от 4 МэВ в жестких ядрах до 9 МэВ в мягких [41]. Аналогичная ситуация имеет место и для изоскалярного  $E2$ -ГР [42].

Первая попытка теоретического исследования уширения дипольного ГР предпринята в работе [43], в которой  $E1$ -ГР рассматривается как квазичастица, взаимодействующая только с  $2^+$ -фононами, причем базис соответствующей диагонализационной задачи включает многофононные конфигурации (до 14  $2^+$ -фононов). В результате решения указанной диагонализационной задачи в [43] определено распределение силы  $E1$ -ГР и его полная ширина  $\Gamma \equiv 2,35\sigma$ , где  $\sigma^2$  — среднеквадратичная дисперсия распределения силы. Результаты расчетов ширины  $\Gamma$  правильно передают наблюдаемую  $A$ -зависимость полной ширины  $E1$ -ГР, занижая на 1,5–2 МэВ абсолютные значения ширины в мягких ядрах. Естественно, что в жестких ядрах расчетная ширина практически равна нулю. Указанные недостатки подхода [43] связаны с тем, что в нем не учтены другие существенные источники формирования полной ширины гигантского резонанса: энергетический разброс силы коллективных состояний типа частица — дырка  $\Delta\Gamma$  (в среднем по  $A$   $\Delta\Gamma \sim 2$  МэВ [44]), связь этих состояний с многочастичными конфигурациями. Перечисленные моды релаксации формируют «собственную» ширину  $\Gamma^{(0)}$ , совпадающую с шириной  $E1$ -ГР в жестких ядрах, а ширину, рассчитанную в [43], естественно назвать фононной шириной гигантского резонанса  $\Gamma_{ph}$ .

Возможен более последовательный подход к описанию полной ширины ГР, в котором ГР рассматривается микроскопически в рамках оболочечной модели, а затухание формирующих его квазичастиц описывается в рамках МФМСК. В жестких ядрах такой подход реализован и составляет содержание оптико-оболочечной модели (ОМ) [45]. Реализация этого подхода в мягких ядрах, требующая учета дополнительного запаздывающего взаимодействия между квазичастицами за счет обмена  $2^+$ -фононом, — весьма трудоемкая задача, которая до настоящего времени не решена. Однако можно сформули-

ровать приближенный метод вычисления силовой функции дипольного ГР, в котором наряду с фононной учитывается «собственная» ширина резонанса. Условия  $\omega_G > \omega$ ,  $\Gamma > \Delta\Gamma$ ,  $\Gamma > \omega$ ,  $\Delta\omega > \kappa$ , где  $\omega_G$  — энергия  $E1$ -ГР;  $\omega$  — энергия  $2^+$ -фонона;  $\kappa$  — константа связи  $E1$ -ГР с  $2^+$ -фононом;  $\Delta\omega$  — сдвиг энергии максимума  $E1$ -ГР по сравнению с энергией максимума  $E1$ -ГР в модели независимых квазичастиц, позволяяо рассматривать  $E1$ -ГР как квазичастицу с собственной шириной, взаимодействующую с  $2^+$ -фононом. Константу связи такой квазичастицы с фононом можно параметризовать на основе простых качественных соображений:

$$\kappa = C\beta\omega_G/\sqrt{3}, \quad (102)$$

где  $\beta$  — параметр динамической квадрупольной деформации ядра, а коэффициент  $C \sim 1$  может либо считаться феноменологическим параметром, либо быть найденным с помощью модельных расчетов. Отметим нереализованную пока возможность вычисления этого коэффициента с привлечением результатов *RPA*-расчетов распределения силы  $E1$ -ГР на достаточно полном частично-дырочном базисе.

Изложенный приближенный подход к описанию силовой функции  $E1$ -ГР позволяет непосредственно использовать основное уравнение МФМСК вида (74) для функции Грина отвечающей  $E1$ -ГР квазичастицы:

$$G(\varepsilon) = G_0(\varepsilon) + \kappa^2 G_0(\varepsilon)G(\varepsilon - \omega)G(\varepsilon), \quad (103)$$

где  $G_0(\varepsilon) = (\varepsilon - \omega_G + i\Gamma^{(0)})^{-1}$ . Выбор нулевого приближения в (103) сделан так, чтобы в пределе  $\kappa \rightarrow 0$  силовая функция  $E1$ -ГР  $S(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im} G(\varepsilon)$  описывалась брейт-вигнеровской кривой с шириной  $\Gamma^{(0)}$ . Метод решения уравнения (103) подробно изложен в разд. 3. Отметим, что согласно (103) в пределе  $\Gamma \gg \omega$ , когда  $G(\varepsilon - \omega) = G(\varepsilon)$ , это уравнение можно решить аналитически. Аппроксимация расчетной силовой функции брейт-вигнеровской кривой позволяет найти расчетное значение полной ширины  $E1$ -ГР  $\Gamma$ .

В расчетах абсолютного значения и  $A$ -зависимости ширины  $\Gamma$ , результаты которых приведены на рис. 23, значения параметров  $\beta$  и  $\omega$  взяты из [25], величины  $\omega_G$  и  $\Gamma^{(0)}$  — согласно [41, 46], причем собственная ширина  $E1$ -ГР отождествлялась с шириной  $E1$ -ГР в ближайшем к изучаемому жестком ядре. Использованный в расчетах ширин коэффициент  $C = 0,85$  в (102) определен так, чтобы в рамках предложенного метода воспроизвести наблюдаемую ширину  $E1$ -ГР в изотопах Ge и Se [46]. Отметим, что в работе [43] использовано близкое значение  $C = 0,77$ , рассчитанное в рамках гидродинамической модели. Для сравнения на рис. 23 приведены значения фононной ширины  $\Gamma_{ph}$ , рассчитанные по решению уравнения (103) в пределе  $\Gamma^{(0)} \rightarrow 0$ . Из приведенных на рис. 23 данных следует, что в рамках упрощенной версии МФМСК с учетом основных мод релаксации можно удовлетворительно описать как  $A$ -зависимость, так

и абсолютные значения полной ширины  $E1$ -ГР в среднетяжелых сферических ядрах.

Дальнейший прогресс в количественной интерпретации силовых функций ГР в мягких ядрах связан с микроскопическим расчетом

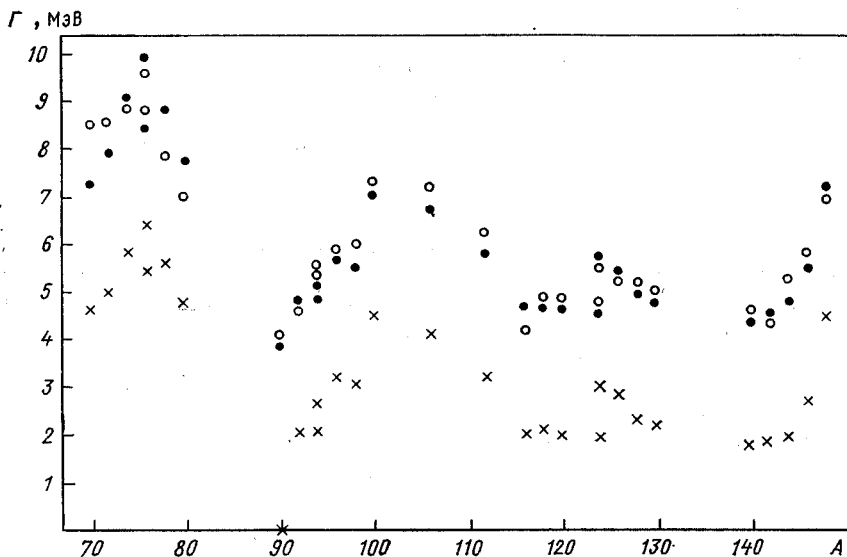


Рис. 23. Результаты расчетов  $A$ -зависимости полной ширины  $E1$ -ГР (точки) в сравнении с экспериментальными данными [41, 42, 46] (кружки). Крестиками отмечены значения фоновной ширины  $E1$ -ГР

констант  $\kappa$  и, в перспективе, — с реализацией упомянутого выше подхода, представляющего собой синтез ООМ и МФМСК.

## 7. НУКЛОННЫЙ РАСПАД ПОДБАРЬЕРНЫХ ОДНОЧАСТИЧНЫХ СОСТОЯНИЙ В МЯГКИХ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДРАХ

Следующим шагом в исследовании релаксации одноквазичастичных состояний с большой энергией возбуждения является анализ конкретных каналов их распада. Здесь рассмотрим нуклонный распад подбарьерных одночастичных состояний в мягких сферических ядрах. Исследование ограничим рассмотрением состояний с большим угловым моментом и четностью, противоположной четности оболочки. В этом случае, в котором  $2^+$ -фононы можно рассматривать как скалярные [5], удастся получить простые аналитические выражения для приведенных дифференциальных вероятностей нуклонного распада подбарьерных состояний на основное ( $0^+$ ) и первое возбужденное ( $2^+$ ) состояния дочернего ядра.

Пусть  $\lambda \equiv nlj$  — квантовые числа подбарьерного состояния с четностью, противоположной четности оболочки. Поскольку связь

такого состояния с другими одночастичными состояниями за счет обмена  $2^+$ -фононом можно пренебречь (эти состояния принадлежат соседним оболочкам) и  $j \gg 2$ , то взаимодействие частица  $\lambda$  —  $2^+$ -фонон можно рассматривать как взаимодействие этой частицы со скалярным фононом [5]. В указанном приближении дифференциальные вероятности нуклонного распада состояния  $\lambda$  на основное и первое возбужденное состояния дочернего ядра определяются соотношениями

$$d\Gamma_{\lambda}^{(0,1)}/dE_x = S_{\lambda}^{(0,1)}(E_x) \Gamma_{\lambda}(\varepsilon_k), \quad (104)$$

где  $S_{\lambda}^{(0)}$  — одночастичная силовая функция;  $\Gamma_{\lambda}$  — одночастичная ширина для распада в континуум;  $\varepsilon_k$  — кинетическая энергия нуклона. Величина  $S_{\lambda}^{(1)}(E_x)$  в (104) может быть названа частично-фононной силовой функцией. Частично-фононную силовую функцию рассмотренного одночастичного состояния можно определить согласно соотношению

$$S_{\lambda}^{(1)} = \langle | \langle s | b^+ a_{\lambda}^{\dagger} | 0 \rangle |^2 \rangle_{\rho_s}, \quad (105)$$

где  $a_{\lambda}^{\dagger}$ ,  $b^+$  — операторы рождения частицы и (скалярного) фонона. Остальные обозначения те же, что и в разд. 1.

Поскольку в «мягких» ядрах фрагментация одночастичного состояния определяется в основном сильной связью частица —  $2^+$ -фонон (см. разд. 4), то для качественного анализа силовых функций  $S_{\lambda}^{(0,1)}$  рассмотрим задачу о взаимодействии частицы  $\lambda$  только со скалярными фононами. Этой задаче отвечает гамильтониан (79), а силовые функции  $S_{\lambda}^{(0,1)}$  определяются весами одночастичной  $w_n^s$  (78) и частично-фононной  $w_n^{s1}$  (80) компонент точных волновых функций гамильтониана (79):  $S_{\lambda}^{(0)} = \bar{w}_n^s/\omega$ ,  $S_{\lambda}^{(1)} = \bar{w}_n^{s1}/\omega$ , где черта обозначает усреднение по энергетическому интервалу  $I'$ , такому, что  $\kappa \gg I' \gg \omega$  (см. разд. 3). Из выражений (78), (80) следует, что в случае сильной связи частица — фонон в окрестности максимума одночастичного резонанса силовые функции  $S_{\lambda}^{(0,1)}$  определяются соотношениями

$$S_{\lambda}^{(0,1)} = \frac{1}{\sqrt{2}\kappa} |\Psi_{0,1}(\xi)|^2, \quad (106)$$

где  $\sqrt{2}\kappa\xi = \varepsilon - \varepsilon_{\lambda}$ ;  $\Psi_{0,1}(\xi)$  — волновые функции основного и первого возбужденного состояния линейного гармонического осциллятора. Таким образом, рассчитанные для рассмотренной задачи силовые функции  $S_{\lambda}^{(0)}$  и  $S_{\lambda}^{(1)}$  имеют соответственно один и два максимума. Энергетический интервал между максимумами силовой функции  $S_{\lambda}^{(1)}$  (равный  $2\sqrt{2}\kappa$ ) сравним с шириной максимума силовой функции  $S_{\lambda}^{(0)}$  (равной  $2,35\kappa$ ).

Для количественного анализа силовых функций  $S_{\lambda}^{(0,1)}$  воспользуемся методом функций Грина. Наряду с одночастичной функцией Грина  $G_{\lambda}(\tau)$  [ср. с (1)] введем частично-фононную функцию Гри-

на  $F_\lambda(\tau)$ :

$$G_\lambda(\tau=t-t') = -i \langle 0 | T a_\lambda(t) a_\lambda^\dagger(t') | 0 \rangle;$$

$$F_\lambda(\tau=t-t') = -i \langle 0 | T a_\lambda(t) b(t) a_\lambda^\dagger(t') b^\dagger(t') | 0 \rangle. \quad (107)$$

Здесь  $a_\lambda(t)$ ,  $a_\lambda^\dagger(t)$  и  $b(t)$ ,  $b^\dagger(t)$  — гейзенберговские операторы. В соответствии со спектральным разложением фурье-образы функций Грина (107)  $G_\lambda(\varepsilon)$  и  $F_\lambda(\varepsilon)$  определяют силовые функции  $S_\lambda^{(0,1)}(\varepsilon)$  (105) [ср. с (3), (6)]:

$$S_\lambda^{(0)}(\varepsilon) = -\frac{1}{\pi} \text{Im } g_\lambda(\varepsilon); \quad S_\lambda^{(1)} = -\frac{1}{\pi} \text{Im } f_\lambda(\varepsilon), \quad (108)$$

где  $g_\lambda(\varepsilon) = \langle G_\lambda(\varepsilon) \rangle$ ;  $f_\lambda(\varepsilon) = \langle F_\lambda(\varepsilon) \rangle$ .

Рассмотренной выше задаче о взаимодействии частицы со скалярными фононами отвечают функции Грина  $G_\lambda(\varepsilon)$  и  $F_\lambda(\varepsilon)$ , удовлетворяющие соответственно уравнениям (77) и

$$F_\lambda(\varepsilon) = G_\lambda(\varepsilon - \omega) + \omega^{-1} \kappa^2 [G_\lambda^{(0)}(\varepsilon - \omega) F_\lambda(\varepsilon - \omega) - G_\lambda^{(0)}(\varepsilon) F_\lambda(\varepsilon)], \quad (109)$$

которые следуют из (79) и (107). В (109)  $G_\lambda^{(0)}(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon_\lambda)^{-1}$ . Уравнения (77) и (109) в рамках рассматриваемого приближения учитывают связь частицы  $\lambda$  только с конфигурациями, содержащими  $2^+$ -фононы. Согласно выводам разд. 2, связь частицы  $\lambda$  с другими («неколлективными») многочастичными конфигурациями в мягких ядрах можно учесть в терминах плавно зависящей от энергии мнимой части оптического потенциала  $w(r, E_x, \varepsilon = \mu)$ . Это значит, что средние функции Грина  $g_\lambda(\varepsilon)$  и  $f_\lambda(\varepsilon)$  удовлетворяют уравнениям вида (77) и (109), в которых осуществлена замена  $G_\lambda^{(0)}(\varepsilon) \rightarrow g_\lambda^{(0)}(\varepsilon) = (\varepsilon - \varepsilon_\lambda + i w_\lambda)^{-1}$  [ср. с (43)]. Здесь величина  $w_\lambda(E_x)$  определяется соотношением (45):

$$w_\lambda(E_x) = \int w(r, E_x) \chi_\lambda^{(0)2}(r) dr. \quad (110)$$

После указанной замены уравнения (77) и (109) с точностью  $\omega/\sqrt{\kappa^2 + w_\lambda^2}$  можно преобразовать в дифференциальные уравнения (84) и

$$f_\lambda(\varepsilon) = g_\lambda(\varepsilon) - \kappa^2 d [g_\lambda^{(0)}(\varepsilon) f_\lambda(\varepsilon)] / d\varepsilon \quad (111)$$

соответственно. В приближении  $dw_\lambda/d\varepsilon \ll 1$  решение уравнения (84) определяется соотношением (86), в котором  $I' \rightarrow w_\lambda$ , а решение уравнения (111) — соотношением

$$\kappa f_\lambda(\varepsilon) = (x + i \bar{w}_\lambda)^2 \kappa g_\lambda(\varepsilon) - (x + i \bar{w}_\lambda); \quad x = (\varepsilon - \varepsilon_\lambda) / \kappa; \quad \bar{w} = w_\lambda / \kappa. \quad (112)$$

Естественно, что в окрестности одночастичного резонанса в пределе  $w_\lambda \rightarrow 0$  на основании (86), (108) и (112) мы приходим к (106).

Для расчета силовых функций  $S_\lambda^{(0,1)}$  согласно (86), (108), (112) необходимо задать параметры  $\varepsilon_\lambda$ ,  $\kappa$ ,  $w_\lambda$ . Энергии  $\varepsilon_\lambda$  и радиальные волновые функции  $\chi_\lambda(r)$  отождествлялись с энергиями и волновыми функциями соответствующих квазистационарных состояний в одночастичном потенциале (88)—(90) и найдены путем численного расчета Константа связи  $\kappa$  вычислена по формуле, следующей за соотноше

нием (66). Величина  $w_\lambda$  рассчитана согласно (110). В соответствии с (106) в мягких ядрах для анализа нерегулярностей в энергетической зависимости силовой функции  $S_\lambda^{(0,1)}(E_x)$  необходимо исследовать значительный энергетический интервал. Поэтому в расчетах необходимо учесть энергетическую зависимость интенсивности мнимой

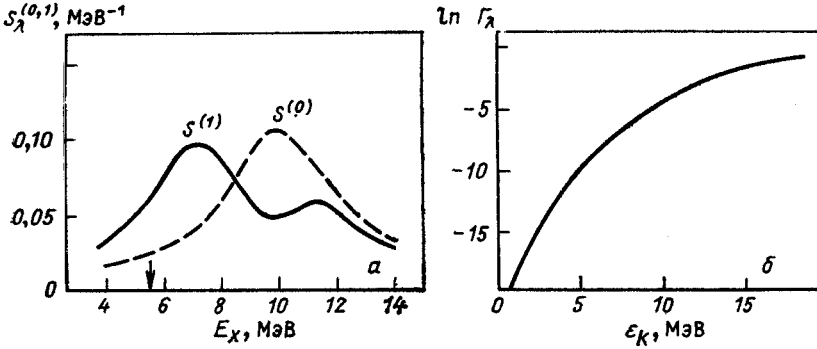


Рис. 24. Результаты расчетов силовых функций  $S_\lambda^{(0,1)}(E_x)$  (а) и одночастичной нейтронной ширины  $\Gamma_\lambda$  (б) для  $(1\ i_{13/2})_n$ -состояния в ядре  $^{101}\text{Mo}$ . Стрелкой отмечена энергия связи нейтрона.  $\Gamma$  выражено в МэВ

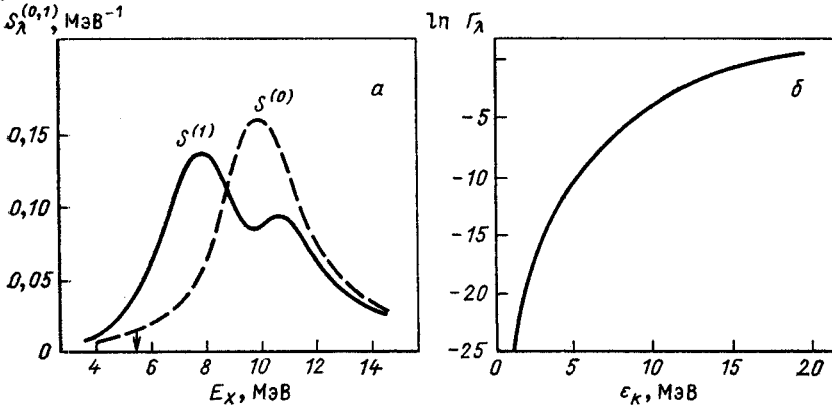


Рис. 25. То же, что на рис. 24, для  $(1j_{15/2})_n$ -состояния в ядре  $^{147}\text{Nd}$ .  $\Gamma$  выражено в МэВ

части оптического потенциала  $W(E_x)$ . Указанная величина выбрана линейно зависящей от энергии возбуждения  $W(E_x) = \alpha E_x$  [15],  $\alpha = 0,15$ . Для энергии возбуждения  $E_x \sim 5 \div 7$  МэВ такой выбор  $\alpha$  приводит к значениям  $w_\lambda$ , совпадающим с использованными в разд. 3—5.

На рис. 24, а и 25, а приведены результаты расчетов силовых функций  $S_\lambda^{(0,1)}(E_x)$ , выполненных по формулам (86), (108), (112).

Для оценки абсолютного значения вероятности нуклонного распада (104) на рис. 24, б и 25, б приведены энергетические зависимости соответствующих одночастичных нуклонных ширин  $\Gamma_\lambda(\epsilon_k)$ , рассчитанных для потенциальной ямы с резким краем [15].

Из приведенного рассмотрения следует, что в мягких сферических ядрах силовые функции одночастичных состояний с большим угловым моментом и четностью, противоположной четности обложки,  $S_\lambda^{(\lambda)}(E_x)$  и  $S_\lambda^{(\lambda)}(E_x)$  обнаруживают один и два максимума соответственно. С целью экспериментального обнаружения указанного эффекта представляют интерес исследования реакций передачи нуклона четному ядру с последующим нуклонным распадом подбарьерного одночастичного состояния в основное и первое  $2^+$ -состояние дочернего ядра.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Предыдущее изложение позволяет сделать следующие основные выводы:

1. Сформулирована простая версия многофононного варианта метода связанных каналов, в рамках которой удастся учесть связь квазичастиц с многофононными конфигурациями. В практических реализациях метода используются те же феноменологические параметры, что и в «малофононных» версиях МСК. Указанные параметры находятся из независимых данных. Это обстоятельство наряду с относительной простотой реализации делает предложенный метод эффективным средством теоретического анализа наблюдаемых следствий релаксации одноквазичастичной степени свободы в мягких ядрах при не слишком больших энергиях возбуждения.

2. Продемонстрированы возможности предложенного метода в количественной интерпретации одноквазичастичных и нейтронных силовых функций, радиусов упругого рассеяния нейтронов низких энергий, полной ширины  $E1$ -ГР в мягких ядрах. Результаты выполненных в рамках МФМСК расчетов указанных величин для большого числа ядер удовлетворительно согласуются с соответствующими экспериментальными данными. Объектами дальнейшего анализа в рамках МФМСК являются параметры сечений упругого и неупругого (с возбуждением первого  $2^+$ -уровня) сечений рассеяния нейтронов низких энергий сферическими ядрами.

3. Относительная простота формулировки и реализации метода достигнута за счет использования ряда приближений, отказ от которых позволил бы претендовать на интерпретацию детальной структуры силовых функций. Сюда относятся пренебрежение ангармоническими эффектами (в том числе влиянием принципа Паули на многофононные состояния), перенормировкой квазичастично-фононной вершины. Количественный анализ указанных приближений, а также учет оболочечных эффектов в формировании мнимой части оптического потенциала мог бы составить предмет дальнейших исследований. Достаточно трудоемкими представляются также формулировка и ре-

ализация более последовательного метода анализа силовых функций  $E1$ -ГР в мягких ядрах. Такой подход должен учитывать не только связь каждой из формирующих  $E1$ -ГР квазичастиц с многофононными и многочастичными конфигурациями (как это сделано в рамках МФМСК для одноквазичастичных силовых функций), но и дополнительное запаздывающее взаимодействие указанных квазичастиц за счет обмена  $2^+$ -фононами.

Авторы благодарны М. Я. Амусье, А. И. Вдовину, В. В. Воронову, В. Г. Зелевинскому, В. Г. Соловьеву за интересные дискуссии.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Немировский П. Э. Современные модели атомного ядра. М.: Атомиздат, 1960.
2. Tamura T.//Rev. Mod. Phys. 1965. Vol. 37. P. 679—708.
3. Вдовин А. И., Воронов В. В., Соловьев В. Г., Стоянов Ч.//ЭЧАЯ. 1985. Т. 16. С. 245—279.
4. Mahaux C., Bortignon P., Broglia R., Dasso C.//Phys. Repts. 1985. Vol. 120. P. 1—274; Bortignon P., Broglia R.//Nucl. Phys. 1981. Vol. A237. P. 405—429.
5. Беляев С. Т., Зелевинский В. Г.//ЯФ. 1965. Т. 1. с. 13—26; Т. 2. С. 615—634.
6. Матвеев Б. Б., Муравьев С. Е., Тулунов Б. А., Урин М. Г.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1984. Т. 48. С. 2051—2053.
7. Matveev V. B., Tulupov B. A., Muraviev S. E., Urin M. G.//Phys. Lett. 1986. Vol. 167B. P. 255—258.
8. Муравьев С. Е., Тулунов Б. А., Урин М. Г.//ЯФ. 1988. Т. 47. С. 62—74.
9. Самойлов В. В., Урин М. Г.//Изв. АН СССР. Сер. физ. 1988. Т. 52. С. 161—167; 1989. Т. 53. С. 2206—2210; Phys. Lett. 1989. Vol. 219B. P. 169—172.
10. Мигдал А. Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. М.: Наука, 1983.
11. Галицкий В. М., Мигдал А. Б.//ЖЭТФ. 1958. Т. 34. С. 139—150; Абрикосов А. А., Горьков Л. П., Дзялошинский И. Е. Методы квантовой теории поля в статистической физике. М.: ГИФМЛ, 1962.
12. Mahaux C., Weidenmuller H. Shell-model approach to nuclear reactions. Amsterdam: NHRP, 1969.
13. Базь А. И., Зельдович Я. Б., Переломов А. М. Рассеяние, реакции и распады в нерелятивистской квантовой механике. М.: Наука, 1974.
14. Feshbach H.//Ann. Phys. 1958. Vol. 5. P. 357—382.
15. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра: Пер. с англ. М.: Мир, 1971. Т. 1.
16. Klevansky S., Lemmer R.//Phys. Rev. 1982. Vol. C25. P. 3137—3151; 1983. Vol. C28. P. 1763—1778.
17. Бор О., Моттельсон Б. Структура атомного ядра: Пер. с англ. М.: Мир. 1977. Т. 2.
18. Беляев С. Т.//ЖЭТФ. 1960. Т. 39. С. 1387—1402.
19. Соловьев В. Г. Теория сложных ядер. М.: Наука, 1971.
20. Ходель В. А.//ЯФ. 1976. Т. 23. С. 282—296; Саперштейн Э. Е., Фаянс С. А., Ходель В. А.//ЭЧАЯ. 1978. Т. 9. С. 221—285.
21. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Квантовая механика. М.: Наука, 1974.
22. Alder K., Bohr A., Huus T. e. a.//Rev. Mod. Phys. 1956. Vol. 28. P. 423—542.
23. Чепурнов В. А.//ЯФ. 1967. Т. 6. С. 955—960.
24. Кравцов В. А. Массы атомов и энергии связи ядер. М.: Атомиздат, 1974.
25. Stelton P., Grodzins L.//Nucl. Data. 1965. Vol. 1A. P. 21—34.



26. Конобеевский Е. С., Попов В. И.//ЯФ. 1981. Т. 33. С. 14—21.
27. Sholten O., Harakeh M., Van der Plicht M. e. a.//Nucl. Phys. 1980. Vol. A348. P. 301—320.
28. Gales S., Massolo C., Fortier S. e. a.//Phys. Rev. Lett. 1982. Vol. 48. P. 1593—1596.
29. Matoba M., Ijiri H., Kametani H. e. a.//Phys. Lett. 1984. Vol. 149B. P. 50—54.
30. Den Herder J., Dunn P., Jans E. e. a.//Phys. Lett. 1985. Vol. 161B. P. 65—69.
31. Gales S.//Proc. Niels Bohr Centennial Conf., Copenhagen, 1985. P. 57—77.
32. Gales S., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.//Phys. Repts. 1988. Vol. C166. P. 125—193.
33. Gales S., Grawley G., Weber D., Zwiegliniski B.//Nucl. Phys. 1982. Vol. A381. P. 173—194.
34. Soloviev V. G., Stoyanov Ch., Vdovin A. I.//Nucl. Phys. 1980. Vol. A342. P. 261—282.
35. Buck V., Perey F.//Phys. Rev. 1962. Vol. 8. P. 444—446.
36. Федоров М. Б.//Нейтронная физика. Ч. 2. (Материалы 4 Всесоюзной конференции по нейтронной физике). М.: ЦНИИАтоминформ, 1977. С. 125—129.
37. Конобеевский Е. С., Мусаелин Р. М., Попов В. И., Суркова И. В.//ЭЧАЯ. 1982. Т. 13. С. 300—343.
38. Mughabhab S. F., Divaddeenam M., Holden N. E. Neutron Cross Section. Bro-okhaven: Academic Press, 1981. Vol. 1A.
39. Зо Ин Ок, Николаенко В. Г., Попов А. Б., Самосват Г. С.//Письма в ЖЭТФ. 1983. Т. 38. С. 394—397; Самосват Г. С.//ЭЧАЯ. 1986. Т. 17. С. 713—752.
40. Сыроткин В. К., Адамчук Ю. В.//ЯФ. 1977. Т. 26. С. 495.
41. Berman V. L., Fultz S. C.//Rev. Mod. Phys. 1975. Vol. 47. P. 713—764.
42. Bertrand F.//Nucl. Phys. 1981. Vol. A354. P. 129—155.
43. Le Tourneux J.//Mat.-fys. medd. Kgl. danske. vid. selskab. 1965. Vol. 34, N 11.
44. Базнат М. И., Игнатюк А. В., Пятов Н. И.//ЯФ. 1979. Т. 30. С. 949—962.
45. Урин М. Г.//ЭЧАЯ. 1984. Т. 15. С. 245—288.
46. Carlos P., Bell H., Bergere R. e. a.//Nucl. Phys. 1976. Vol. A258. P. 365—387.