

# НЕЛИНЕЙНЫЕ НАПРАВЛЯЕМЫЕ ВОЛНЫ В ПЛАНАРНЫХ СТРУКТУРАХ

*Д. Михалаке*

Институт атомной физики, Бухарест, Румыния

*Р.Г. Назмитдинов, В.К. Федянин*

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

*Р.П. Уанг*

Пекинский университет, Пекин, КНР

Рассматривается явление распространения нелинейных поверхностных и направляемых волн через планарные диэлектрические слоистые структуры как керровского типа, так и со свойствами насыщения. Получено и численно проанализировано уравнение, определяющее динамику амплитуды нелинейной волны и представляющее некоторый случай нелинейного уравнения Шредингера. Обсуждается явление формирования пространственных солитонов в нелинейных планарных структурах. С помощью метода трансфер-матрицы исследуется стационарное распределение поля и дисперсионные кривые, соответствующие нелинейным оптическим волнам, распространяющимся в периодических диэлектрических структурах ступенчатого профиля. Предложены некоторые возможные приложения для создания приборов нелинейной интегральной оптики.

A survey is given of propagation phenomena of nonlinear surface and guided waves through planar dielectric layered structures containing both Kerr-law and saturable media. The basic linear-nonlinear Schrödinger-like equation governing the amplitude dynamics of these waves is derived and solved by numerical methods. It is then used to discuss the physics of spatial soliton formation in nonlinear planar structures. A transfer matrix formalism for obtaining the stationary field distribution and the rich structured nonlinear dispersion curve of nonlinear optical waves in periodic stratified dielectric structures is also presented. Some possible applications of these nonlinear guided waves to integrated all-optical devices are suggested.

## ВВЕДЕНИЕ

В течение последних лет в результате исследования явления распространения поверхностных оптических волн была развита теория нелинейных поверхностных волн (НПВ), когда одна или несколько контакти-

рующих сред характеризуются зависящим от интенсивности падающего оптического пучка показателем преломления [1-4]. При этом профиль оптического поля и постоянная распространения  $\beta$  могут также зависеть от потока энергии падающего пучка. С начала изучения НПВ [5-11] были проанализированы явления отражения и прохождения, а также условие стабильности оптических пучков, падающих на границу раздела контактирующих сред [12-14]. Большое внимание, обусловленное потенциальным практическим применением нелинейных оптических волноводов [15-17], было уделено исследованию трехслойных волноводов: линейный диэлектрик (пленка), контактирующий с нелинейными (керровскими) диэлектриками или с нелинейными самофокусирующими (самодефокусирующими) диэлектриками, показатели преломления которых обладают свойством насыщения [18-26]; нелинейная (керровская) или со свойствами насыщения самофокусирующая (самодефокусирующая) тонкая диэлектрическая пленка, контактирующая с линейными диэлектриками [27-30]. Устойчивость распространения различных нелинейных стационарных волн численно анализировалась в работах [31-33]. Исследование распространения пучка в сильнонелинейных волноводах позволяет понять условия возбуждения [34], эффекты поглощения и насыщения при эмиссии оптических солитонов [35-37]. Значительный теоретический и экспериментальный интерес уделялся изучению оптических свойств линейных [38-41] и нелинейных [42-47] многослойных сред. Такие структуры играют важную роль во многих приложениях, а именно: слои с высокой оптической отражательной способностью, многослойные тонкие пленки для магнитооптического считывания информации, полупроводниковые сверхрешетки для оптоэлектроники и оптических процессов. Большое внимание было уделено изучению свойств нелинейных оптических волн (НОВ), направляемых такими структурами, так как, например, полупроводниковые сверхрешетки обладают сильной оптической нелинейностью и характеризуются очень коротким временем отклика сигнала [48,49]. Недавно в работе [49] был рассмотрен нелинейный матричный формализм для случая ТЕ-поляризованного оптического поля, распространяющегося в многослойной линейно-нелинейной системе, контактирующей с обеих сторон с линейными средами. Отметим, что уже в работе [38] с помощью метода трансфер-матрицы (матрица размерностью  $2 \times 2$ ) детально анализировались свойства многоканального диэлектрического волновода, контактирующего с обеих сторон с линейными средами, который состоит из множества диэлектрических слоев с попеременно меняющимися показателями преломления.

В этой работе мы представим аналитическое рассмотрение общего случая  $N$ -канального асимметричного волновода, контактирующего с обеих сторон с диэлектриками керровского типа. С помощью метода

трансфер-матрицы [50-52] будут получены точные решения для стационарного распределения оптического поля и нелинейные дисперсионные кривые (НДК) в случае многослойной линейной структуры, контактирующей с нелинейной средой.

Статья организована следующим образом. Раздел 1 посвящен изучению НОВ в градиентных (с меняющимся показателем преломления) планарных диэлектрических структурах с покрытиями как керровского типа, так и со свойствами насыщения. Обсуждаются основные положения явления распространения НПВ и нелинейных направляемых волн (ННВ) в планарных слоистых структурах. НОВ, направляемые самофокусирующими диэлектрическими пленками керровского типа, окруженными линейным и нелинейным покрытием, рассматриваются в разд.2. В разд.3 детально анализируется проблема эмиссии пространственных солитонов из нелинейных планарных структур. Раздел 4 посвящен исследованию НПВ и ННВ как в конечных, так и в полубесконечных периодических ступенчатых диэлектрических структурах. В заключении кратко суммированы выводы.

Отметим, что данная работа является продолжением анализа явления распространения НОВ в слоистых структурах, представленного в работе [4].

## 1. НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ В ГРАДИЕНТНЫХ ПЛАНАРНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ

Градиентные оптические волноводы с нелинейным (керровским) покрытием. Рассмотрим градиентный планарный оптический волновод с нелинейным самофокусирующим покрытием керровского типа. Показатель преломления волновода изменяется непрерывным образом в пленке при  $z \geq 0$  и имеет фиксированное значение  $n_c$  при  $z = \infty$ . Предположим, что значение показателя преломления самофокусирующей керровской подложки ( $z \leq 0$ ) определяется как

$$n^2(|E|^2, z) = n_c^2 + \alpha_c |E|^2, \quad \alpha_c > 0, \quad z \leq 0, \quad (1)$$

где  $n_c$  - показатель преломления в отсутствие поля, а  $\alpha_c$  - коэффициент нелинейности. Исследуем детально градиентные волноводы, чьи показатели преломления имеют гауссов профиль

$$n^2(z) = n_s^2 + (n_f^2 - n_s^2) \exp[-(z/d)^2], \quad z > 0, \quad (2)$$

а также похожи на экспоненциальные профили вида

$$n^2(z) = n_s^2 + (n_f^2 - n_s^2) \exp(-z/d), \quad z > 0. \quad (3)$$

Здесь  $d$  - глубина проникновения;  $n_f$  - максимальное значение показателя преломления. Профиль показателя преломления ступенчатого вида определяется следующим образом:

$$n^2 = \begin{cases} n_f^2, & 0 \leq z \leq d; \\ n_s^2, & z \geq d. \end{cases}$$

Мы предполагаем, что  $TE$ -поляризованные стационарные поля распространяются вдоль оси  $x$  с  $z$ -нормалью к поверхности и трансляционно-инвариантны относительно  $y$ -координаты, т.е. определяются соотношением вида

$$E_y(x, z, t) = \frac{1}{2} E_y(z) \exp[i(\beta k_0 x - \omega t)] + \text{к.с.} \quad (4)$$

Здесь  $\beta$  - эффективный показатель преломления (константа распространения);  $k_0 = \omega/c$  - постоянная распространения в вакууме;  $E_y(z)$  - реальное значение амплитуды для направляемых оптических полей.

Уравнения Максвелла для независимых от координаты  $x$  направляемых волн (стационарное распределение поля) могут быть записаны в следующем виде:

$$\frac{d^2 E}{dz^2} - k_0^2(\beta^2 - n_c^2)E_y + \alpha_c k_0^2 E_y^3 = 0, \quad z < 0; \quad (5)$$

$$\frac{d^2 E}{dz^2} - k_0^2[\beta^2 - n^2(z)]E_y = 0, \quad z > 0. \quad (6)$$

Для волн, характеризуемых условием  $E_y(z) \rightarrow 0$  при  $|z| \rightarrow \infty$ , т.е. для убывающих экспоненциально полей относительно границы  $z = 0$ , решение уравнений (5) и (6) хорошо известны [53, 55]:

$$E_y(z) = (2/\alpha_c)^{1/2} q_c \{ \text{ch}[k_0 q_c(z - z_c)] \}^{-1}, \quad z < 0; \quad (7)$$

$$E_y(z) = A J_{2\rho} [2V \exp(-z/2d)], \quad z > 0, \quad (8)$$

где  $J_{2\rho}$  - функция Бесселя;  $q_c = (\beta^2 - n_c^2)^{1/2}$ ;  $\rho = k_0 d(\beta^2 - n_s^2)^{1/2}$  и  $V = k_0 d(n_f^2 - n_s^2)^{1/2}$ .

Для  $TE$ -поляризованных волн поле  $E_y$  и его производная  $dE_y/dz$  являются непрерывными функциями вдоль границы раздела  $z = 0$  между линейными и нелинейными средами. Эти условия приводят к следующим соотношениям между константой интегрирования  $z_c$  и величиной  $A$ :

$$A = (2/\alpha_c)^{1/2} q_c [J_{2\rho}(2V) \operatorname{ch}(k_0 q_c z_c)]^{-1}; \quad (9)$$

$$u = (k_0 d q_c)^{-1} \left[ \frac{J_{2\rho+1}(2V)}{J_{2\rho}(2V)} V - \rho \right], \quad (10)$$

где  $u = \operatorname{th}(k_0 q_c z_c)$ . Отметим, что  $u = (k_0 q_c E_0)^{-1} \frac{dE_y}{dz} \Big|_{z=0}$  и  $E_0$  - значение поля на поверхности  $z=0$ , определяемое соотношением

$$E_0 = (2/\alpha_c)^{1/2} q_c (1 - u^2)^{1/2},$$

где  $-1 \leq u \leq 1$  и  $u = 1$  в линейном случае ( $\alpha_c = 0$ ). Поток энергии направляемых волн на единицу длины вдоль оси  $u$  определяется с помощью вектора Пойнтинга следующим образом:

$$P = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \operatorname{Re}(\mathbf{E} \times \mathbf{H}^*)_x dz = \frac{\beta}{2c\mu_0} \int_{-\infty}^{\infty} E_y^2(z) dz. \quad (11)$$

Окончательно имеем  $P = P_c + P_f$  [53], где

$$P_c = 2P_0 \beta q_c (1 - u); \quad (12)$$

$$P_f = 4P_0 \beta q_c^2 k_0 d (1 - u^2) \left[ J_{2\rho}^2(2V) \right]^{-1} \int_0^{2V} \frac{J_{2\rho}^2(x)}{x} dx. \quad (13)$$

Здесь  $P_0 = (2\alpha_c k_0)^{-1} (\epsilon_0/\mu_0)^{1/2}$ , где  $\epsilon_0$  и  $\mu_0$  - соответственно диэлектрическая проницаемость и магнитная восприимчивость в вакууме.

Рассмотрим результаты расчета зависимости постоянной распространения от мощности потока энергии в случае жидкого кристалла МВВА [ $n_c = 1,55$ ,  $\alpha_c = n_c^2 n_{2c} (\epsilon_0/\mu_0)^{1/2} = 6,4 \cdot 10^{-12}$  (М/В)<sup>2</sup>], осажденного в качестве покрытия на стеклянный волновод. На рис. 1 показаны НДК для случая нелинейного самофокусирующего покрытия керровского типа для трех профилей показателя преломления: экспоненциального, гауссова и ступенчатого типов. Во всех рассмотренных случаях максимальное значение профиля находится на поверхности  $z=0$ . Нелинейное  $TE_0$ -решение имеет локальный максимум и существует в области  $\beta > n_f$  (в линейном случае эффективный показатель преломления  $\beta$  всегда меньше показателя преломления  $n_f$  направляющей тонкой диэлектрической пленки). При увеличении  $\beta$  максимум оптического поля перемещается из области пленки в нелинейный самофокусирующий покрывной слой и  $TE$ -волна

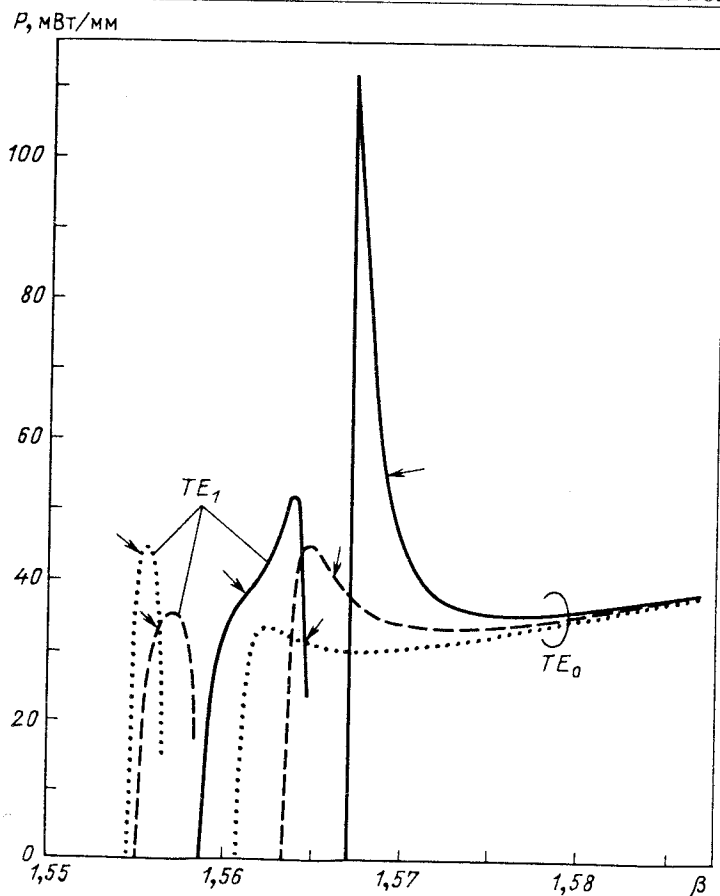


Рис.1. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от потока энергии для нелинейного покровного слоя керровского типа. Параметры расчета:  $n_s = 1,55$ ;  $n_f = 1,57$ ;  $n_c = 1,55$ ;  $n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ;  $d = 2 \text{ мкм}$  и  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$ ; сплошная линия – профиль ступенчатого типа; штриховая – профиль гауссова типа; точечная линия – экспоненциальный профиль

превращается в нелинейный поверхностный поляритон, направляемый границей раздела [5, 7]. Стрелки на рис.1 указывают точки перехода, когда максимумы  $TE_0$ - и  $TE_1$ -волн локализованы на границе раздела  $z = 0$  тонкой пленки и нелинейного самофокусирующего покрытия. На рис.1 видно, что наименьшее максимальное значение потока энергии  $TE_0$ -волны соответствует экспоненциальному показателю преломления.

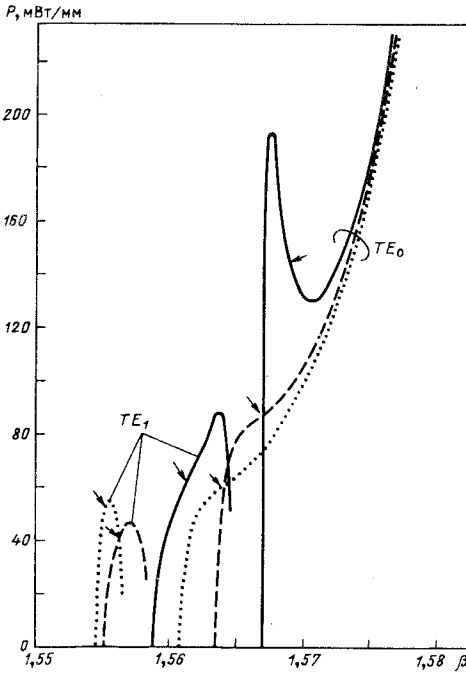


Рис.2. То же, что и на рис.1, для нелинейного покровного слоя со свойствами насыщения  $\epsilon_{\text{sat}} = 0,1256$ . Остальные параметры те же, что и на рис.1

из-за эффекта насыщения. Границы изменения показателя преломления при насыщении  $\Delta n_{\text{sat}}$  варьируются от  $10^{-1}$  до  $10^{-4}$ . Эффекты насыщения являются важными для градиентных оптических волноводов, так как интересные, зависящие от потока энергии свойства НПВ имеют место, когда оптически наведенное изменение в показателе преломления  $\Delta n_{\text{sat}}$  сравнимо с показателями пленки  $n_f$  и покровного слоя  $n_c$  или больше их разницы, существующей при малых мощностях потока энергии.

Смоделируем диэлектрическую функцию нелинейного самофокусирующего покровного слоя в виде [4, 23]:

$$n^2(|E|^2, z) = n_c^2 + \frac{\epsilon_{\text{sat}} \alpha_c |E|^2}{(\epsilon_{\text{sat}} + \alpha_c |E|^2)}, \quad \epsilon_{\text{sat}} > 0, \quad (14)$$

где  $\epsilon_{\text{sat}}$  – параметр насыщения. Отметим, что максимальное изменение в диэлектрической функции есть величина  $\epsilon_{\text{sat}}$ , так как при

Градиентные оптические волноводы с покрытием со свойствами насыщения. Очевидно, что вид диэлектрической функции определяется физическими процессами, обуславливающими тот или иной тип нелинейности. Нелинейность керровского типа, которая является квадратичной функцией локального оптического поля  $\epsilon^{NL} = \alpha_c |E|^2$ , возникает вследствие электронных, тепловых эффектов и т.д. В полупроводниковых материалах, где нелинейность, обусловленная поглощением, ведет к образованию экситонов, плазмонов, форма диэлектрической функции определяется соотношением  $\epsilon^{NL} = \alpha_r |E|^r$ , где  $1 < r < 2$

[58, 59]. Более того, в реальных материалах невозможно оптически изменить до бесконечности показатель преломления

$|E| \rightarrow \infty, n^2 \rightarrow \epsilon_c + \epsilon_{\text{sat}}$ . Для малых полей  $\epsilon \rightarrow \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$ , т.е. имеет место случай обычной керровской среды.

На рис.2 представлена зависимость потока энергии от эффективного показателя преломления  $\beta$  для нелинейного самофокусирующего покровного слоя со свойствами насыщения с  $\epsilon_{\text{sat}} = 0,1256$ . Для данного значения  $\epsilon_{\text{sat}}$  только в случае ступенчатого профиля показателя преломления мы получаем многозначное решение для  $TE_0$ -волн (сплошная линия на рис.2). С целью демонстрации эффектов насыщения на рис.3 представлены НДК для значения  $\epsilon_{\text{sat}} = 0,0624$ . Эффекты насыщения в этом случае не

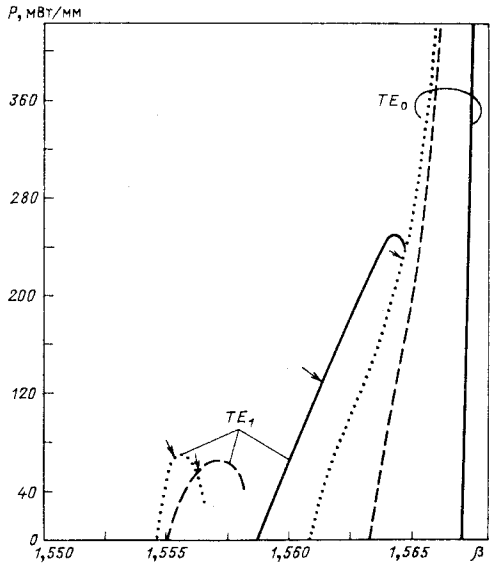


Рис.3. То же, что и на рис.1, для нелинейного покровного слоя со свойствами насыщения  $\epsilon_{\text{sat}} = 0,0624$

только видоизменяют (для  $TE_1$ -волн), но и могут даже исключить (для  $TE_0$ -волн) характерное нелинейное поведение дисперсионных кривых.

В заключение подчеркнем, что значение локального максимума потока энергии  $TE_0$ -волн и возможная область допустимых значений эффективного показателя преломления  $\beta$  могут управляться соответствующим выбором профиля для диэлектрической функции покровного слоя или характеристик, определяющих свойства насыщения покровного слоя.

В случае нелинейного покровного слоя керровского типа при использовании фундаментальной  $TE_0$ -моды наиболее предпочтительным из всех рассмотренных нами является экспоненциальный профиль покровного слоя, так как он позволяет оперировать с оптическим пучком малой мощности.

## 2. НЕЛИНЕЙНЫЕ ОПТИЧЕСКИЕ ВОЛНЫ, НАПРАВЛЯЕМЫЕ САМОФОКУСИРУЮЩИМИ ПЛЕНОЧНЫМИ ДИЭЛЕКТРИКАМИ КЕРРОВСКОГО ТИПА

Направляющие свойства нелинейных самофокусирующих (самофокусирующих) пленочных диэлектриков керровского типа подробно об-



суждались в [27-31, 60-63]. В этом разделе будут представлены результаты расчета стационарного распределения оптического поля и зависящего от потока энергии показателя преломления для  $TE_m$  НОВ, направляемых такими диэлектриками. Результаты численного исследования устойчивости распространения ННВ показали, что ветвь с отрицательным наклоном дисперсионной кривой является неустойчивой. Кроме того, основные характеристики явления распространения НОВ заметно модифицируются при наличии линейного поглощения.

**Явление распространения ННВ.** Рассмотрим асимметричную планарную слоистую структуру, состоящую из оптически линейной среды (подложки) с диэлектрической константой  $\epsilon_s$  в области I ( $z < 0$ ), нелинейной самофокусирующей диэлектрической пленки керровского типа толщиной  $d$ , характеризуемой диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_f + \alpha_f |E|^2$ ,  $\alpha_f > 0$ , в области II ( $0 < z < d$ ), и линейной среды (покрытия), характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_c$  в области III ( $z > d$ ).

Уравнения Максвелла для  $TE$ -поляризованных волн, распространяющихся вдоль оси  $x$  с эффективным показателем преломления  $\beta$ , имеют вид

$$\frac{d^2 E_y^I}{dz^2} - k_0^2(\beta^2 - \epsilon_s) E_y^I = 0, \quad z < 0; \quad (15)$$

$$\frac{d^2 E_y^{II}}{dz^2} - k_0^2(\beta^2 - \epsilon_f) E_y^{II} + k_0^2 \alpha_f (E_y^{II})^3 = 0, \quad 0 < z < d; \quad (16)$$

$$\frac{d^2 E_y^{III}}{dz^2} - k_0^2(\beta^2 - \epsilon_c) E_y^{III} = 0, \quad z > d. \quad (17)$$

Проследим за решениями, локализованными вблизи поверхности тонкой пленки, для которых при  $|z| \rightarrow \infty$  поле стремится к нулю. Точные решения для  $A_0(z) = \alpha_f^{1/2} E_y(z)$ , следующие из уравнений (15)-(17), выражаются в этом случае в виде эллиптических функций Якоби [62-64]:

$$A_0^I(z) = \sqrt{2m} \operatorname{tcn}(\varphi/m) \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (18)$$

$$A_0^{II}(z) = \sqrt{2m} \operatorname{tcn}(k_0 t z + \varphi/m), \quad 0 < z < d; \quad (19)$$

$$A_0^{III}(z) = \sqrt{2m} \operatorname{tcn}(u + \varphi/m) \exp[-k_0 q_c (z - d)], \quad z > d, \quad (20)$$

где  $q_s = (\beta^2 - n_s^2)^{1/2}$ ;  $q_c = (\beta^2 - n_c^2)^{1/2}$ ;  $t = \left( \frac{|\beta^2 - n_f^2|}{12m - 11} \right)^{1/2}$ ;  $u = k_0 d t$ ;  $m$  - параметр функции Якоби ( $0 < m < 1$ ). Здесь

$$\operatorname{cn}(\varphi/m) = \left[ \frac{1}{2m} (2m - 1 - a^2 + r) \right]^{1/2}; \quad (21)$$

$$\operatorname{sn}(\varphi/m) = - \left[ \frac{1}{2m} (a^2 + 1 - r) \right]^{1/2}; \quad (22)$$

$$\operatorname{dn}(\varphi/m) = \left[ \frac{1}{2}(1 - a^2 + r) \right]^{1/2} \quad (23)$$

и  $a = -q_s/t$ ,  $r = [(1 + a^2)^2 - 4ma^2]^{1/2}$ .

Из граничных условий получим уравнение на собственные значения

$$\frac{\operatorname{sn}(u + \varphi/m) \operatorname{dn}(u + \varphi/m)}{\operatorname{cn}(u + \varphi/m)} = \frac{q_c}{t}, \quad (24)$$

которое эквивалентно уравнению вида

$$\frac{a(\operatorname{dn}^2 u - m \operatorname{sn}^2 u \operatorname{cn}^2 \varphi) + b(\operatorname{dn}^2 \varphi - m \operatorname{sn}^2 \varphi \operatorname{cn}^2 u)}{(1 - ab)(1 - m \operatorname{sn}^2 u \operatorname{sn}^2 \varphi)} = \frac{q_c}{t}, \quad (25)$$

где  $a = -q_s/t = \operatorname{sn} \varphi \operatorname{dn} \varphi / \operatorname{cn} \varphi$ ;  $b = \frac{\operatorname{sn} u \operatorname{dn} u}{\operatorname{cn} u}$ .

Направляемый поток энергии в волноводе имеет вид

$$P(\beta) = P_0 \beta m t^2 \left[ \frac{\operatorname{cn}^2(u + \varphi/m)}{q_c} + \frac{\operatorname{cn}^2(\varphi/m)}{q_s} \right] + 2P_0 \beta t \left[ \int_0^u \operatorname{dn}^2(V + \varphi/m) dV - (1 - m) k_0 t d \right], \quad (26)$$

где  $P_0 = (2\alpha_f k_0)^{-1} (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$ . В приближении слабоменяющейся амплитуды для безразмерной величины  $A(x, z) = \alpha_f^{1/2} E_y(x, z)$  имеем следующее уравнение:

$$2i\beta k_0 \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \gamma^2(z) k_0^2 A + \theta(z) k_0^2 |A|^2 A = 0. \quad (27)$$

Здесь для  $z < 0$ :  $\theta(z) = 0$ ,  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_s^2$ ; для  $0 < z < d$ :  $\theta(z) = 1$ ,  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_f^2$ ; для  $z > d$ :  $\theta(z) = 0$ ,  $\gamma^2(z) = \beta^2 - n_c^2$ . Отметим, что независимое от переменной  $x$  решение нелинейного уравнения (27) в частных производных  $A(0, z) = A_0(z)$  определяется соотношениями (18)-(20) и описывает стационарную ННВ, эффективный показатель преломления  $\beta$  которой определяется дисперсионным соотношением  $\beta = \beta(P)$ .

Уравнение (27) имеет два интеграла движения:

$$I(\beta) = k_0 \int_{-\infty}^{\infty} |A|^2 dz; \quad (28)$$

$$H(\beta) = k_0 \int_{-\infty}^{\infty} \left[ \left| \frac{1}{k_0} \frac{\partial A}{\partial z} \right|^2 + \gamma^2(z) |A|^2 - \frac{1}{2} \theta(z) |A|^4 \right] dz \quad (29)$$

и для произвольных решений имеем  $dI/dx = dH/dx = 0$ .

На рис.4 представлена зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от значения безразмерного потока энергии  $P/P_0$  для асимметричного волновода с нелинейной самофокусирующей диэлектрической пленкой керровского типа [64]. При выбранных значениях параметров волновода  $TE_0$ - и  $TE_1$ -направляемые волны имеют пороговое поведение (рис.4). Чтобы избежать трудоемких расчетов, при решении уравнения (27) нами использовалась разностная схема Кранка – Никольсона [33, 64]. Соответствующая система нелинейных уравнений решалась с помощью метода Ньютона – Пикарда. Для сходимости этого метода в рассматриваемом случае оказалось достаточно двух итераций. Эта схема позволяла сохранять интегралы движения (28), (29) на всей сетке.

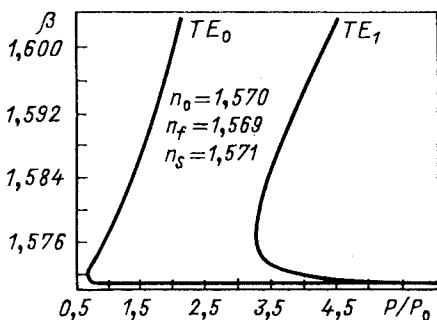


Рис.4. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от безразмерного потока энергии  $P/P_0$  для  $n_s = 1,571$ ;  $n_f = 1,569$ ;  $n_c = 1,57$ ;  $d/\lambda = 2$ ;  $\lambda = 0,633$  мкм

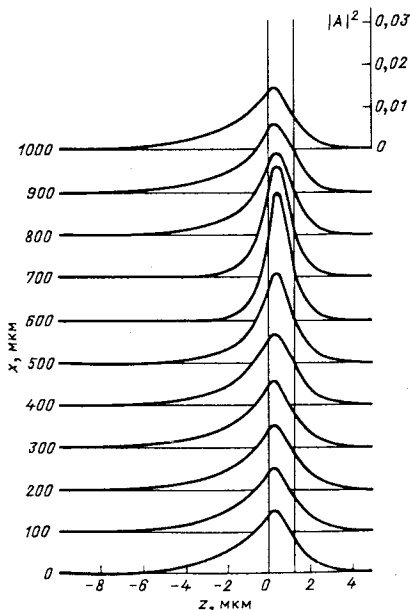


Рис.5. Эволюция распределения  $TE_0$ -IIIВ с расстоянием распространения. Начальное распределение соответствует  $\beta = 1,5712$ . Остальные параметры аналогичны взятым на рис.4

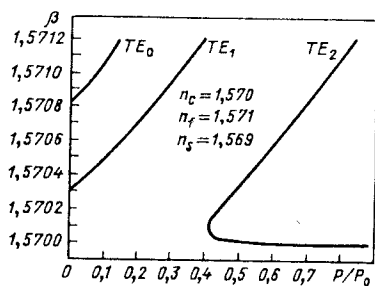
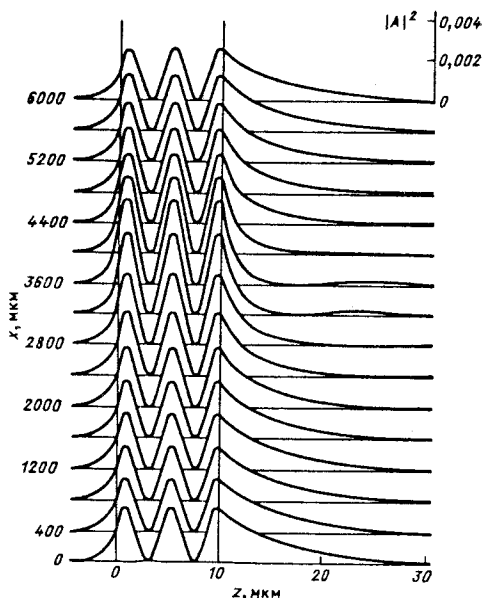


Рис.6. То же, что и на рис.4, для  $n_s = 1,569$ ,  $n_f = 1,571$ ,  $n_c = 1,57$ ,  $d = 10$  мкм,  $\lambda = 0,633$  мкм

Рис.7. Эволюция распределения  $TE_2$ -ННВ с расстоянием распространения. Начальное распределение соответствует  $\beta = 1,57002$ . Остальные параметры аналогичны взятым на рис.6



В отсутствие диссипации неустойчивые стационарные волны определялись как волны, чей профиль поля относительно координаты  $z$  изменялся при прохождении дистанции  $x$ . В других случаях нелинейные волны определялись как устойчивые. В отсутствие потерь распределение оптического поля оставалось неизменным при прохождении расстояния вдоль оси  $x$  до 1000 мкм. На рис. 5 показаны результаты численного решения для распределения стационарного поля  $TE_0$ -волны, соответствующего фиксированному значению  $\beta$  в области отрицательного наклона НДК на рис.4, при распространении на расстояние до 1000 мкм. При этом выбирались следующие размеры сетки:  $k_0 \Delta x = 3,97$  и  $k_0 \Delta z = 1,26$ . Сохранение интеграла движения  $I(\beta)$  после прохождения вдоль оси  $x$  расстояния 1000 мкм - хорошее:  $I(x = 0) = 0,776$  и  $I(x = 1000 \text{ мкм}) = 0,770$ . Интересно отметить, что начальное распределение оптического поля ( $x = 0$ ) почти совпадает с распределением поля после прохождения расстояния  $x = 1000$  мкм. При выборе параметров расчета, указанных на рис.6, пороговое поведение зависимости  $\beta$  от  $P/P_0$  имеет место только для  $TE_2$ -направляемой волны. Устойчивость распространения волн, соответствующих ветвям НДК с положительным наклоном, контролировалась численным образом. На рис.7 показан численный результат процесса распространения профиля стационарного оптического поля для  $TE_2$ -волны, соответствующего отрицательному наклону НДК. Размеры сетки при этом выби-

рались следующие:  $k_0 \Delta x = 3,970$  и  $k_0 \Delta z = 1,985$ . Для выбранного значения константы распространения поле меняется по мере изменения величины  $x$ , однако сохранение интеграла движения  $I(\beta)$  после  $\Delta x = 6000$  мкм еще достаточно хорошее:  $I(x=0) = 0,490$  и  $I(x=6000 \text{ мкм}) = 0,476$ . Таким образом,  $TE_2$ -ветвь, соответствующая отрицательному наклону НДК, является нестабильной.

**Эффекты поглощения НОВ в самофокусирующих тонких пленках.** Эффекты линейного поглощения НОВ в волноводах с линейным пленочным диэлектриком и нелинейным покрытием исследовались численно в [31, 32]. Ниже мы детально рассмотрим эффекты линейного поглощения  $TE_0$ -НОВ, распространяющихся в пленочных диэлектриках керровского типа. Характерной особенностью данных процессов распространения является стремление оптического поля избежать режима, ведущего к потере, что ведет к некоторому расстройству свойств ННВ.

С целью учета поглощения модифицируем уравнение (27) к виду

$$2i\beta k_0 \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial^2 A}{\partial z^2} - \gamma^2(z)k_0^2 A + \theta(z)k_0^2 |A|^2 A + i\beta k_0^2 \Gamma(z)A = 0, \quad (30)$$

где  $\Gamma(z)$  - функция, характеризующая профиль поглощения. При наличии потерь соотношение Крамерса - Кронига указывает, что, по крайней мере, нелинейное преломление должно сопровождаться линейным поглощением. По этой причине в уравнение (30) включен линейный член  $i\beta k_0^2 \Gamma(z)A$ .

Чтобы исследовать эффекты линейного поглощения  $TE_0$ -НОВ, мы решали уравнение (30) с начальными условиями, соответствующими точному нелинейному стационарному решению, для которого НДК показаны на рис.4, при  $\Gamma_s = \Gamma_c = 0$  и  $\Gamma_f \neq 0$ , т.е. ограничиваясь потерями только в пленке. Для  $\Gamma_f$  было выбрано относительно большое, но реалистичное для многих материалов значение  $\Gamma_f = 10^{-3}$  [32, 36], соответствующее характерной длине  $L = (k_0 \Gamma_f)^{-1} \cong 100$  мкм. Длина пути распространения ННВ в численных расчетах бралась в несколько раз больше характерной длины [33]. Как видно из рис.8, ярко выраженный максимум распределения оптического поля, соответствующий значению  $\beta$  в области положительного наклона НДК на рис.4, достаточно сильно выполаживается при распространении на расстояние порядка характерной длины  $L$ . В результате эволюции самофокусирующий пик движется по направлению к подложке, в которой отсутствуют потери, показатель преломления которой  $n_s > \max(n_f, n_c)$ . На рис.9 представлена эволюция профиля опти-

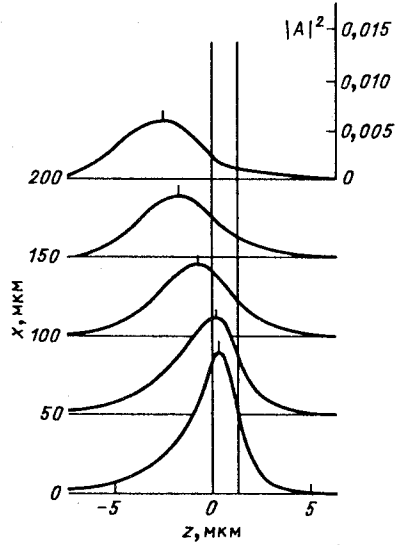
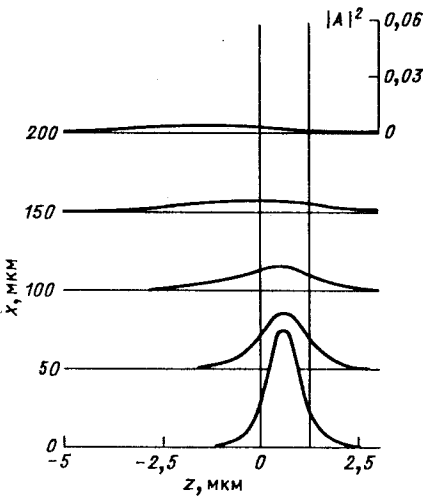


Рис.8. Эволюция распределения  $TE_0$ -ННВ с расстоянием распространения при наличии потерь ( $\Gamma_f = 10^{-3}$ ,  $\Gamma_s = \Gamma_c = 0$ ). Начальное распределение соответствует  $\beta = 1,578$ . Остальные параметры аналогичны взятым на рис.4

Рис.9. То же, что и на рис.8, для  $\beta = 1,5712$

ческого поля  $TE_0$ -волны, соответствующего отрицательному наклону НДК. Пик из нелинейной пленки движется в подложку, где меньшее поглощение и более высокий показатель преломления. В заключение отметим, что эффекты поглощения становятся важными при создании нелинейных оптических приборов длиной порядка характерной длины  $L$ .

Нелинейные оптические волны, направляемые самофокусирующими тонкими пленками с нелинейным покрытием. Рассмотрим нелинейные  $TE$ -поляризованные направляемые волны, распространяющиеся в четырехслойном оптическом волноводе, который состоит из самофокусирующей диэлектрической пленки керровского типа, с одной стороны которой находится самофокусирующее покрытие керровского типа, а с другой - два линейных диэлектрических слоя [65]. Нелинейное покрытие, характеризуемое диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$ ,  $\alpha_c > 0$ , расположено в области  $z < 0$ . Показатель преломления покрытия зависит от потока в соответствии с формулой  $n = n_c + n_{2c} I$  ( $n_{2c} > 0$ ). Нелинейная пленка, расположенная в области  $0 < z < d_1$ , характеризуется диэлектрической функцией вида  $\epsilon = \epsilon_{f_1} + \alpha_{f_1} |E|^2$ ,  $\alpha_{f_1} > 0$ , и соответственно

показателем преломления вида  $n = n_{f_1} + n_{2f_1} I (n_{2f_1} > 0)$ . В области  $d_1 < z < d_2$  находится линейный диэлектрический слой, характеризуемый показателем преломления  $n_{f_2}$ , а в области  $z > d_1 + d_2$  расположена полубесконечная линейная среда, характеризуемая показателем преломления  $n_s$ .

Решение уравнения Максвелла для безразмерной величины  $A(z) = \alpha_c^{1/2} E_y(z)$  в области  $z < 0$  и  $z > d_1 + d_2$  имеет вид

$$A(z) = \sqrt{2} q_c \{ \text{ch} [k_0 q_c (z - z_c)] \}^{-1}, \quad z < 0; \quad (31)$$

$$A(z) = A_{d_1 + d_2} \exp [-k_0 (z - d_1 - d_2) q_s], \quad z > d_1 + d_2, \quad (32)$$

где  $q_c = (\beta^2 - n_c^2)^{1/2}$ ;  $q_s = (\beta^2 - n_s^2)^{1/2}$ ;  $z_c$  - константа интегрирования;  $A_{d_1 + d_2}$  - значение  $A(z)$  на границе  $z = d_1 + d_2$ . Волновые уравнения, определяющие нелинейные  $TE$ -поляризованные направляемые волны, распространяющиеся в области  $0 < z < d_1 + d_2$ , имеют вид

$$\frac{d^2 A}{dz^2} = k_0^2 [(\beta^2 - n_{f_1}^2) A - r A^3], \quad 0 < z < d_1; \quad (33)$$

$$\frac{d^2 A}{dz^2} = k_0^2 (\beta^2 - n_{f_2}^2) A, \quad d_1 < z < d_1 + d_2, \quad (34)$$

где  $r = \alpha_{f_1} / \alpha_c = n_{2f_1} / n_{2c}$ . Граничные условия на поверхности раздела  $z = 0$  приводят к уравнению

$$\left. \frac{dA}{dz} \right|_{z=0} = -s k_0 A_0 (\beta^2 - n_c^2 - \frac{1}{2} A_0^2)^{1/2}, \quad (35)$$

где  $s = \text{sign} \left. \frac{dA}{dz} \right|_{z=0}$  и  $A_0$  - значение безразмерной амплитуды на границе  $z = 0$ . Таким образом, для  $s = +1$  существует максимум электрического поля, локализованного в нелинейном покровном слое, а для  $s = -1$  максимум локализован в области пленки. Выполнение граничных условий на поверхности раздела  $z = d_1 + d_2$  приводит к следующему уравнению для  $\beta$ :

$$\left. \frac{dA}{dz} \right|_{z=d_1+d_2} + (\beta^2 - n_s^2)^{1/2} A_{d_1+d_2} = 0. \quad (36)$$

Это уравнение можно решить численно с помощью метода Ньютона. Определив значение величины  $\beta$ , можно рассчитать поток энергии, который несут направляемые волны:

$$P(\beta) = P_0 \beta \left[ 2(\beta^2 - n_c^2)^{1/2} + 2s(\beta^2 - n_c^2 - \frac{1}{2}A_0^2)^{1/2} + \frac{d_1 + d_2}{2} \int_0^{d_1 + d_2} [A(z)]^2 dz + \frac{1}{2}A_{d_1}^2 + d_2(\beta^2 - n_s^2)^{-1/2} \right], \quad (37)$$

где  $P_0 = (2\alpha_c k_0)^{-1}(\epsilon_0/\mu_0)^{1/2}$ . Нелинейное уравнение (33) решалось численным образом с помощью метода Рунге - Кутты совместно с процедурой экстраполяции Ричардсона [65, 66]. На рис.10 представлена зависимость эффективного показателя преломления от потока энергии. В случае  $TE_0$ -волны имеет место линейный предел; для  $TE_1$ -волны возникают две ветви, одна из которых имеет линейный предел, другая - пороговое поведение (точка обрыва А на рис.10). В случае  $TE_2$ -волны также имеем пороговое поведение. Сплошные линии соответствуют положению максимума поля в области  $0 < z < d_1 + d_2$ , штриховые линии - максимуму оптического поля, который находится вблизи границы нелинейное покрытие - нелинейная пленка и стремится в область нелинейного самофокусирующего покрытия при увеличении потока энергии. Стрелка на рис.10 указывает точку перехода, когда максимум поля локализован на границе нелинейное покрытие - нелинейная пленка. Точка 1 на НДК соответствует максимуму оптического поля, локализованно-

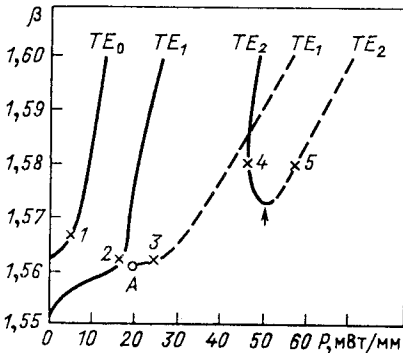


Рис. 10. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от потока энергии  $P$ . Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ,

$n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ,  $n_{f1} = 1,56$ ,  $n_{2f1} = 3 \times 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ,  $n_{f2} = 1,57$ ,  $n_s = 1$ ,  $d_1 = d_2 = -2\lambda$  и  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$

уточнено. Стрелка на рис.10 указывает точку перехода, когда максимум поля локализован на границе нелинейное покрытие - нелинейная пленка. Точка 1 на НДК соответствует максимуму оптического поля, локализованно-

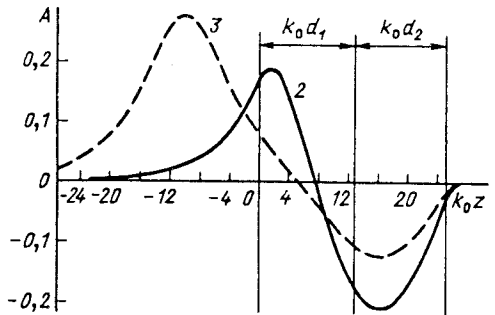


Рис.11. Зависимость амплитуды  $A$  от безразмерной величины  $k_0z$  для  $\beta = 1,562$ : сплошная линия - точка 2 на НДК рис.10; штриховая - точка 3 на НДК рис.10



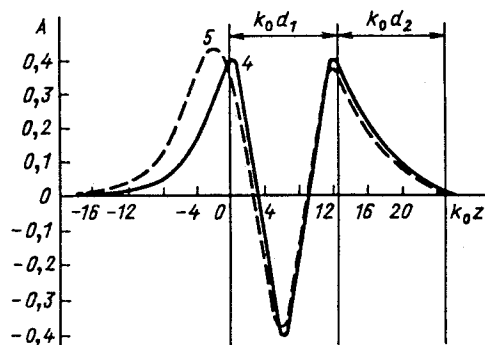


Рис. 12. То же, что и на рис. 11, для  $\beta = 1,58$ : сплошная линия – точка 4 на НДК рис. 10; штриховая линия – точка 5 на НДК рис. 10

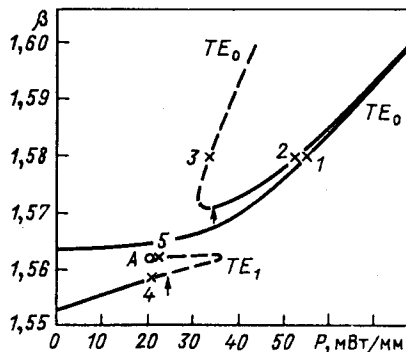


Рис. 13. То же, что и на рис. 10. Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = -10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ,  $n_{f1} = 1,56$ ,  $n_{2f1} = 0,5 \times 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ,  $n_{f2} = 1,57$ ,  $n_s = 1,52$ ,  $d_1 = -d_2 = 2\lambda$  и  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$

му в пленке вблизи границы между нелинейной диэлектрической пленкой толщиной  $d_1$  и линейной диэлектрической пленкой толщиной  $d_2$ . На рис. 11 показана безразмерная амплитуда  $A$  как функция безразмерной координаты  $k_0 z$  для  $TE_1$ -волны для двух точек 2 и 3, соответствующих одному и тому же значению величины  $\beta$ . Как видно из рис. 11, один из максимумов  $TE_1$ -ветви, соответствующий точке 3, локализован в нелинейном самофокусирующем покровном слое, тогда как другой концентрируется в линейной тонкой пленке толщиной  $d_2$ . На рис. 12 показано распределение поля для  $TE_2$ -волны для точек НДК 4 и 5, соответствующих данному значению величины  $\beta$ . Для точки 5 один из трех максимумов  $TE_2$ -волны находится вблизи границы нелинейного покрытия, в которое он стремится при увеличении потока энергии.

На рис. 13 показаны НДК для другого набора параметров. При этом для  $TE_0$ -волны возникают две несвязанные ветви, одна из которых имеет линейный предел, а другая – пороговое поведение. Сплошные линии соответствуют случаю  $s = -1$  (см. уравнение (37)), когда максимум оптического поля локализован в пленке. Штриховые линии соответствуют случаю  $s = +1$ , когда максимум находится в нелинейном покровном слое (стрелки указывают точки перехода). Для  $TE_1$ -волны также имеет место самофокусирование в покровном слое, при этом соответствующая НДК имеет точку обрыва (точка  $A$  на рис. 13). Особенности распространения  $TE_1$ -волны состоят в наличии абсолютного значения максимума направляемого потока энергии. Точки 1 и 2 НДК для  $TE_0$ -волны соответствуют

локализации максимума в нелинейной самофокусирующей пленке толщиной  $d_1$ . Точка 3 соответствует локализации максимума оптического поля в нелинейном покровном слое. С ростом эффективного показателя преломления  $\beta$  максимум  $TE_1$ -волны низкой мощности, расположенный в нелинейной диэлектрической пленке вблизи нелинейного покровного слоя, движется в граничную среду (точки 4 и 5 НДК на рис.13).

### 3. ЭМИССИЯ СОЛИТОНОВ ИЗ НЕЛИНЕЙНЫХ ПЛАНАРНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛНОВОДОВ

Проблема многосолитонной эмиссии из нелинейных оптических волноводов, в которых отсутствуют потери, с покровным слоем керровского типа или со свойствами насыщения исследовалась численным способом с помощью метода распространения пучка в работах [35, 37]. С помощью данного метода в [67] также изучались эффекты линейного поглощения  $TE_m$  нелинейных направляемых волн. Влияние эффектов поглощения и насыщения на явление эмиссии солитонов в нелинейных планарных оптических волноводах анализировалось в [36, 68].

Уравнение, на основе которого ведется анализ, представляет собой линейно-нелинейное уравнение типа уравнения Шредингера. Для решения данного дифференциального параболического уравнения используется алгоритм, получивший название метод распространения пучка, который достаточно широко используется в настоящее время. Однако он требует большого расчетного времени на ЭВМ. Помимо этого алгоритма для решения уравнения (30) используется метод Кранка – Никольсона совместно с итерационной процедурой Ньютона – Пикарда [33, 69-70], при этом затраты машинного времени заметно уменьшаются.

Тонкопленочные оптические волноводы с нелинейным покрытием керровского типа. Рассмотрим трехслойный планарный волновод, состоящий из оптически линейной подложки, характеризуемой диэлектрической константой  $\epsilon_s = n_s^2$  в области  $z < 0$ , диэлектрической тонкой пленки толщиной  $d$ , характеризуемой показателем преломления  $n_f^2 = \epsilon_f$  в области  $0 < z < d$ , и нелинейного самофокусирующего покровного слоя керровского типа, характеризуемого диэлектрическим тензором:  $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = \epsilon_{zz} = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$  ( $\alpha_c > 0$ ) в области  $z < d$ . Решая уравнения Максвелла и используя приближения медленно меняющейся амплитуды, приходим к уравнению вида (27), в котором

$$\theta(z) = \begin{cases} 1, & -\infty < z < d; \\ 0, & z < d. \end{cases}$$

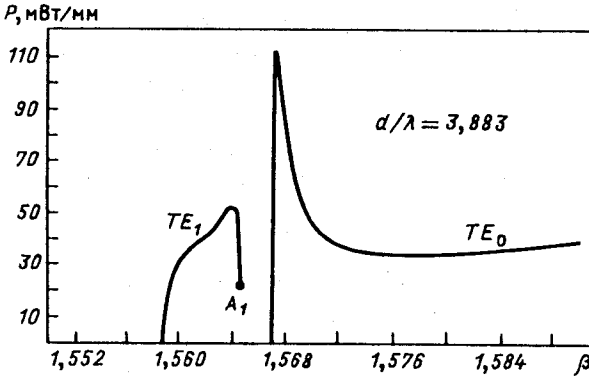


Рис. 14. НДК  $P = P(\beta)$  для  $TE_m$ -ННВ. Параметры расчета:  $n_s = 1,55$ ,  $n_f = 1,57$ ,  $n_c = 1,55$ ,  $n_{2c} = 10^{-9} \text{ м}^2/\text{Вт}$ ,  $d = 2 \text{ мкм}$ ,  $\lambda = 0,515 \text{ мкм}$

Независимое от переменной  $x$  решение уравнения (27)  $A(0, z) = A_0(z)$  представляет стационарную нелинейную направляемую волну, эффективный показатель преломления  $\beta$  которой определяется с помощью НДК (рис. 14). Соответствующие размеры сетки при использовании конечно-разностной схемы были выбраны равными  $k_0 \Delta x = k_0 \Delta z = 0,4$ . Был выполнен численный эксперимент, когда фиксировался профиль поля входного пучка, распространяющегося в нелинейном волноводе, и варьировалось значение потока энергии. В качестве входного пучка выбиралась линейная  $TE_0$ -мода, для которой значение линейного эффективного показателя преломления  $\beta_0$  определялось как наибольшее значение, удовлетворяющее линейному дисперсионному уравнению

$$\operatorname{tg}(k_0 q_f d) = \frac{q_f (q_s + q_c)}{(q_f^2 - q_s q_c)}, \quad (38)$$

где

$$q_s = (\beta^2 - n_s^2)^{1/2}, \quad q_f = (n_f^2 - \beta^2)^{1/2}, \quad q_c = (\beta^2 - n_c^2)^{1/2}.$$

Безразмерная амплитуда  $A_0(z)$  входного пучка определялась следующим образом [4]:

$$A_0(z) = A_s \exp(k_0 q_s z), \quad z < 0; \quad (39)$$

$$A_0(z) = A_f \cos(k_0 q_f z - \Phi_{sf}), \quad 0 < z < d; \quad (40)$$

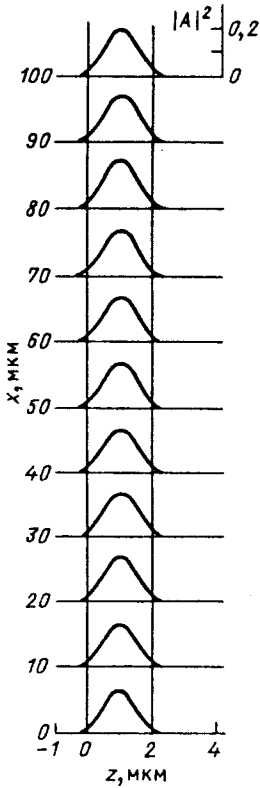


Рис.15. Эволюция линейного  $TE_0$ -поля в отсутствие потерь для  $P = 75$  мВт/мм

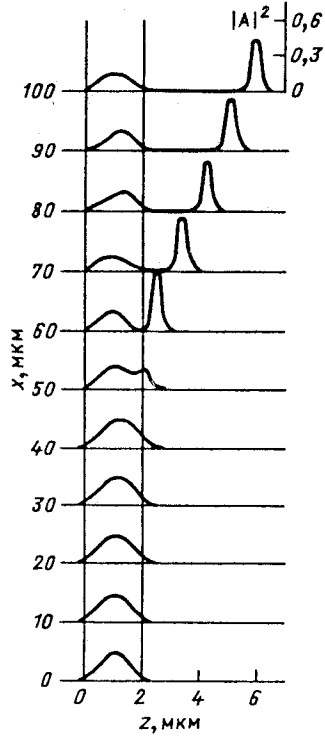


Рис.16. То же, что и на рис.15, для  $P = 112$  мВт/мм

$$A_0(z) = A_c \exp [-k_0 q_c (z - d)], \quad z > d, \tag{41}$$

где  $\Phi_{sf} = \text{arctg} (q_s / q_f)$ ;

$$A_s = A_f \left( \frac{n_f^2 - \beta^2}{n_f^2 - n_s^2} \right)^{1/2} ; \quad A_c = A_f \left( \frac{n_f^2 - \beta^2}{n_f^2 - n_c^2} \right)^{1/2} ; \tag{42}$$

и амплитуда  $A_f$  связана с полным потоком энергии, передаваемым в волноводе, посредством соотношения

$$A_f = \left( \frac{2P}{k_0 d_{\text{эф}} \beta P_0} \right)^{1/2}. \tag{43}$$

Здесь  $d_{\text{эф}} = d + (k_0 q_c)^{-1} + (k_0 q_s)^{-1}$  - эффективная толщина волноводной пленки, а  $P_0 = (2\alpha_c k_0)^{-1} (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2}$ . Для значений  $\beta = \beta_0$  и  $P = 75$  мВт/мм профиль входного пучка ( $TE_0$ -линейная мода) находится в близком соответствии с профилем нелинейной волноводной  $TE$ -волны (рис.15). При  $P = 112$  мВт/мм часть начального потока энергии уходит в самофокусирующий канал, т.е. происходит эмиссия пространственного солитона через границу раздела пленка - покровный слой в нелинейное самофокусирующее покрытие (рис.16).

Влияние эффектов поглощения на явление солитонной эмиссии. Как уже отмечалось выше, при наличии диссипации необходимо учитывать члены поглощения, которые в простейшем случае пропорциональны амплитуде  $i\beta k_0^2 \Gamma(z) A$  (см. уравнение (30)). Рассмотрим эффекты поглощения при эмиссии одиночного солитона из нелинейного планарного оп-

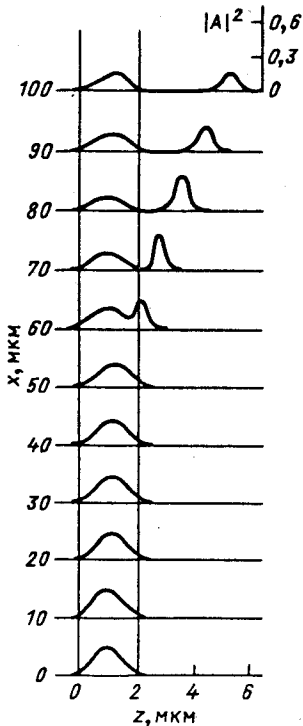


Рис. 17. Эмиссия солитонов в присутствии поглощения для  $P = 112$  мВт/мм при  $\Gamma_s = \Gamma_f = 0$  и  $\Gamma_c = 10^{-3}$

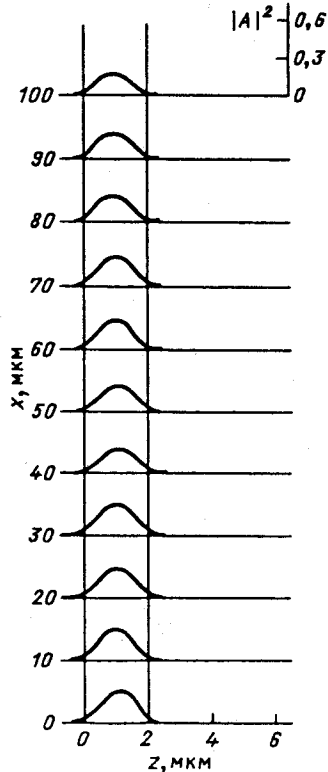


Рис.18. То же, что и на рис.17, для  $\Gamma_s = \Gamma_f = 0$  и  $\Gamma_c = 10^{-2}$

тического волновода с самофокусирующим покрытием керровского типа. Пусть  $\Gamma_s = \Gamma_f = 0$ ,  $\Gamma_c = 10^{-3}$  и входной поток энергии  $P = 112$  мВт/мм, когда имеет место отщепление одиночного солитона в отсутствие потерь. Как видно из рис.17, несмотря на то, что имеет место эмиссия локализованного волнового пакета, происходит существенное уменьшение передаваемой энергии вдоль волновода, а также значительное уширение профиля передаваемого потока солитоноподобной волны по мере распространения. Кроме того, с уменьшением энергии, которую несет оптическая волна, происходит потеря скорости волнового пакета, движущегося от границы раздела пленка - покрытие, по сравнению со скоростью эмиссии солитона при отсутствии диссипации. С увеличением потерь в покровном слое (рис.18) эмиссия солитона в нелинейный покровный слой отсутствует, профиль оптического поля напоминает профиль обычной линейной  $TE_0$ -волны, хотя амплитуда уменьшается по мере распространения в волноводе.

#### 4. НЕЛИНЕЙНЫЕ ПОВЕРХНОСТНЫЕ И НАПРАВЛЯЕМЫЕ ВОЛНЫ В ПЕРИОДИЧЕСКИХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ СТУПЕНЧАТОГО ПРОФИЛЯ. МЕТОД ТРАНСФЕР-МАТРИЦЫ

НПВ, распространяющиеся в полубесконечных периодических диэлектриках со ступенчатым профилем, граничащих со средами керровского типа. Рассмотрим систему, состоящую из нелинейного материала в области  $z < 0$ , который характеризуется диэлектрической константой  $\epsilon = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$  ( $\alpha_c > 0$ ), и многослойного материала в области  $z > 0$ , содержащего слои  $A$  и  $B$  толщиной  $d_1, d_2$  и характеризуемого показателями преломления  $n_1, n_2$  соответственно.

Точное решение уравнений Максвелла в случае нелинейного покровного слоя керровского типа определяется соотношением (7), где  $q_c = (\beta^2 - \epsilon_c)^{1/2}$  и  $z_c$  - константа интегрирования. Введем безразмерный параметр  $u$ :

$$u = \frac{1}{k_0 q_c} \left[ \frac{d}{dz} \ln E_y \right]_{z=0} \quad (44)$$

Из соотношений (7) и (44) находим, что  $E_0 = (2/\alpha_c)^{1/2} q_c (1 - u^2)^{1/2}$ , где  $-1 \leq u \leq 1$ , а  $E_0$  - значение электрического поля на нелинейной границе раздела  $z = 0$ .

Общее решение уравнений Максвелла в случае периодической диэлектрической структуры ступенчатого профиля, для которой имеют место граничные условия при  $z = (n + 1)d$ ,  $n = 0, 1, 2 \dots$ , можно записать в следующем виде:

$$E_y(z) = A_n^c \operatorname{ch} [k_0 q_1 (z - nd)] + \frac{A_n^s}{q_1} \operatorname{sh} [k_0 q_1 (z - nd)] \quad (45)$$

для  $nd \leq z \leq nd + d_1$ ;

$$E_y(z) = A_{n+1}^c \operatorname{ch} [k_0 q_2 (z - d(n + 1))] + \frac{A_{n+1}^s}{q_2} \operatorname{sh} [k_0 q_2 (z - d(n + 1))] \quad (46)$$

для  $nd + d_1 \leq z \leq (n + 1)d$ . Здесь  $n = 0, 1, 2 \dots$ ,  $d = d_1 + d_2$ ,  $q_{1,2} = (\beta^2 - \epsilon_{1,2})^{1/2}$ ,  $\epsilon_{1,2} = n_{1,2}^2$ ,  $A_0^c = E_0$  и  $A_0^s = uq_c E_0$ .

Граничные условия на границе  $z = nd + d_1$  приводят к следующему соотношению между коэффициентами  $A_{n+1}^{c,s}$  и  $A_n^{c,s}$ :

$$\begin{pmatrix} A_{n+1}^c \\ A_{n+1}^s \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix}, \quad n = 0, 1, 2 \dots, \quad (47)$$

где трансфер-матрица  $T$  определяется выражением

$$T = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_2 + \frac{q_1}{q_2} \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2 & \frac{1}{q_2} \operatorname{ch} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2 + \frac{1}{q_1} \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_2 \\ q_2 \operatorname{ch} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2 + q_1 \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_2 & \operatorname{ch} \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_2 + \frac{q_2}{q_1} \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2 \end{pmatrix}. \quad (48)$$

Собственные значения  $\lambda_{\pm}$  трансфер-матрицы имеют следующий вид:

$$\lambda_{\pm} = s \exp(\pm tk_0 d) = [ |f(\beta)| \pm \Delta^{1/2} ] \operatorname{sign} [f(\beta)], \quad (49)$$

где  $t > 0$  для реальных значений и  $\operatorname{Im} t > 0$  в случае мнимых значений. Кроме того,

$$\left. \begin{aligned} s &= \operatorname{sign} [f(\beta)]; \\ f(\beta) &= \operatorname{ch} \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_2 + \frac{1}{2} \left( \frac{q_1}{q_2} + \frac{q_2}{q_1} \right) \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2; \\ \Delta &= [f(\beta)]^2 - 1. \end{aligned} \right\} \quad (50)$$

Собственные векторы  $V_{\pm}$ , соответствующие собственным значениям  $\lambda_{\pm}$ , определяются выражениями вида

$$V_{\pm} = \begin{pmatrix} 1 \\ a_{\pm} \end{pmatrix}; \quad (51)$$

$$a_{\pm} = \frac{\left[ \frac{1}{2} \left( \frac{q_2 - q_1}{q_1} - \frac{q_1}{q_2} \right) \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2 \pm s \Delta^{1/2} \right]}{\left( \frac{\operatorname{sh} \gamma_1}{q_1} \operatorname{ch} \gamma_2 + \frac{\operatorname{sh} \gamma_2}{q_2} \operatorname{ch} \gamma_1 \right)}. \quad (52)$$

В соответствии с выражением (47) имеем

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = T^n \begin{pmatrix} A_0^c \\ A_0^s \end{pmatrix}, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad (53)$$

Когда  $\Delta \neq 0$ , имеем  $a_{\pm} \neq a_1$ , а величины  $A_0^{c,s}$  можно выразить с помощью линейно-независимых векторов  $V_{\pm}$ :

$$A^{\pm} = (a_{\mp} - uq_c) (a_{\pm} - a_{\mp})^{-1}, \quad (54)$$

где  $A^{\pm} = (a_{\mp} - uq_c) (a_{\pm} - a_{\mp})^{-1}$ . Подставив выражение (54) в соотношение (53), получим

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = s^n \left[ A^- \exp(-ntk_0 d) V_- - A^+ \exp(ntk_0 d) V_+ \right]. \quad (55)$$

Нелинейная поверхностная волна существует при условии экспоненциального убывания поля на большом расстоянии от границы раздела между двумя полубесконечными средами, т.е.  $A^+ = 0$  и  $a_- = uq_c$ . Более того, величина  $t$  должна быть реальной и  $\Delta \geq 0$  (см. соотношение (49)). Отметим, что при  $u = 1$  мы получаем дисперсионное соотношение  $a_-(\beta) - q_c(\beta) = 0$  для линейной поверхностной волны, распространяющейся вдоль границы раздела между линейными диэлектрическими средами, одна из которых имеет периодическую структуру ступенчатого профиля.



Поток энергии направляемых поверхностных волн определяется посредством вектора Пойнтинга

$$P/P_{0c} = 2\beta q_c(1-u) + \beta q_c^2(1-u^2) [1 - \exp(-2tk_0d)]^{-1} \times \\ \times [F_1^+ + \exp(-2tk_0d)F_2^-], \quad (56)$$

где

$$P_{0c} = (2\alpha_c k_0)^{-1} (\epsilon_0/\mu_0)^{1/2} \text{ и} \\ F_{1,2}^\pm = \frac{(\text{sh } \gamma_{1,2} \text{ch } \gamma_{1,2} + \gamma_{1,2})}{q_{1,2}} \pm 2uq_c \left( \frac{\text{sh } \gamma_{1,2}}{q_{1,2}} \right)^2 + \\ + u^2 q_c^2 \frac{(\text{sh } \gamma_{1,2} \text{ch } \gamma_{1,2} - \gamma_{1,2})}{q_{1,2}^3}. \quad (57)$$

На рис.19 показаны НДК для различных значений параметра толщины слоев, для которых  $d_1 = d_2 = \delta\lambda$ . При  $\delta \ll 1$  свойства периодической многослойной структуры подобны свойствам однородного материала, характеризующего диэлектрической константой

$$\tilde{\epsilon} = \frac{d_1\epsilon_1 + d_2\epsilon_2}{d_1 + d_2}.$$

В этом случае имеет место  $\beta > \beta_0 \cong \tilde{\epsilon}^{-1/2}$ , где величина  $\beta_0$  определяется из уравнения  $f(\beta_0) = 1$ . В случае  $\delta = 0,05$  (штрихпунктирные линии на рис.19) результат для НДК, полученный из дисперсионного соотношения  $\beta = \beta(P)$ , подобен результату для НДК ТЕ-НПВ, распространяющейся на границе раздела между нелинейной средой керровского типа и линейным покрытием [4, 5]. Для  $\beta > \max(n_1, n_2)$  обе величины  $q_1$  и  $q_2$  - реальные; соответственно  $f(\beta) > 1$  и имеем  $s = +1$ ,  $\Delta > 0$  и  $-1 < u < 1$ . При этом соответствующая НДК - непрерывная функция величины  $\beta$ . При  $\beta < \max(n_1, n_2)$  условия существования НПВ ( $\Delta \geq 0$ ,  $-1 \leq u \leq 1$ ) реализуются только при определенных значениях  $\beta$ . Более того, возникает «полосная структура» для НДК, когда выбраны определенные значения  $\delta$ . «Края полосы» соответствуют условиям:  $\Delta = 0$  ( $P/P_{0c} \rightarrow \infty$ ),  $u = 1$  ( $P/P_{0c} = 0$ ) и  $u = -1$ .

В случае  $\delta = 2$  (штриховые линии на рис.19) имеем три ветви НДК, которые разделены вследствие запрещенных значений  $\beta$ . Точка обрыва А нижней ветви соответствует значению  $u = -1$ . С увеличением толщи-

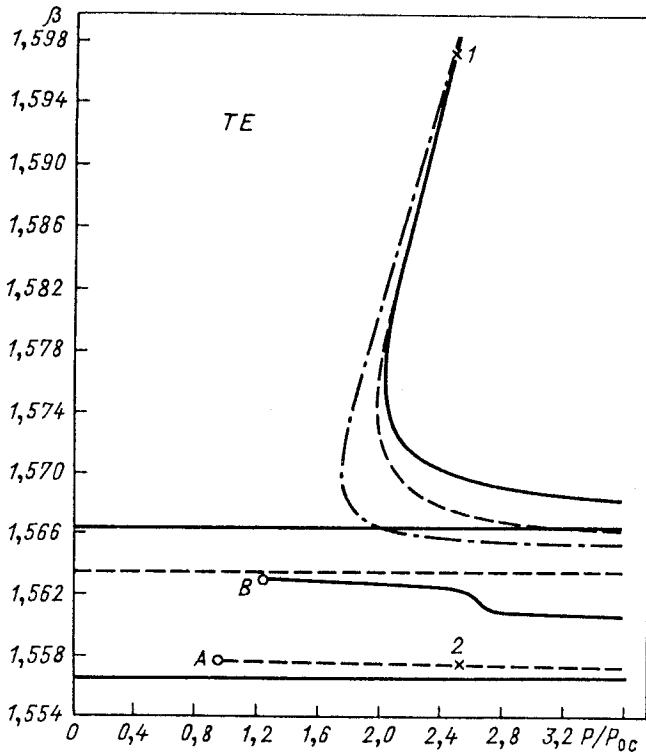


Рис.19. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от безразмерного потока  $P/P_{0c}$ . Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ,  $n_1 = 1,57$ ,  $n_2 = 1,56$ ,  $d_1 = d_2 = \delta\lambda$ : штрихпунктирная линия —  $\delta = 0,05$ ; штриховые —  $\delta = 2$ ; сплошные —  $\delta = 3$

ны  $d = d_1 + d_2$  отдельной ячейки периодической диэлектрической структуры со ступенчатым профилем увеличивается число ветвей НДК. Так, для  $\delta = 3$  (сплошные линии на рис.19) возникают четыре различные ветви. Две из них имеют линейный предел, которому соответствует наибольшее значение  $u = 1$ . Точка обрыва  $B$  на рис.19 соответствует наименьшему разрешенному значению  $u = -1$ .

На рис.20 показана зависимость квадрата безразмерной амплитуды  $|A|^2 = \alpha_c [E_y(z)]^2$  от безразмерной координаты  $k_0 z$  для  $\delta = 2$  и двух значений эффективного показателя преломления  $\beta_1 = 1,597$ ,  $\beta_2 = 1,5573$ , которые соответствуют одному и тому же значению относительного потока энергии  $P/P_{0c} \cong 2,5$ . Для  $\beta_1$  в области положительного наклона верхней

НДК (точка 1 на рис.19) существует только один максимум оптического поля, которое сконцентрировано на границе раздела между нелинейной самофокусирующей подложкой и линейной периодической структурой ступенчатого профиля. Для  $\beta_2$  на нижней ветви НДК (точка 2 на рис.19) один из максимумов поля локализован в нелинейной подложке, а другие - в линейной структуре. При этом само поле сконцентрировано в основном в области периодической линейной структуры.

На рис.21 показаны примеры НДК для других наборов параметров, когда  $n_1 < n_2$ . При  $\delta = 2$  (штриховые линии) имеются две ветви НДК, каждая из которых характеризуется пороговыми значениями потока энергии. При  $\delta = 3$  (сплошные линии) имеем три различные ветви, разделенные запрещенными интервалами значений  $\beta$ . Две из них имеют пороговые значения, нижайшая ветвь имеет линейный предел.

Рассмотрим многослойный диэлектрик, где область  $z < 0$  занята нелинейным самофокусирующим материалом керровского типа (покрытие), который характеризуется диэлектрическим тензором вида

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \varepsilon_c + \alpha_c (|E_x|^2 + \gamma |E_z|^2); \\ \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_c + \alpha_c (\gamma |E_x|^2 + |E_z|^2). \end{aligned} \right\} \quad (58)$$

Здесь  $\alpha_c > 0$ . Величина  $\gamma$  моделирует электронную нелинейность, молекулярную ориентацию и нелинейности, возникающие вследствие нагрес-

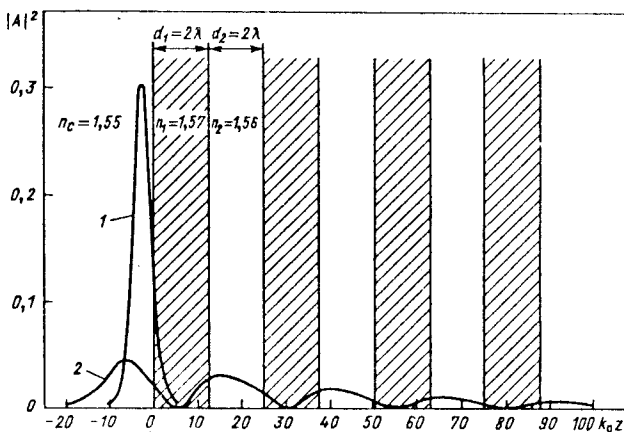


Рис.20. Зависимость квадрата амплитуды поля  $|A|^2$  от безразмерной величины  $k_0 z$  для  $\beta = 1,597$  (точка 1 на НДК на рис.19) и для  $\beta = 1,5573$  (точка 2 на НДК на рис.19)

вания. Соответственно значения этой величины мы полагаем равными:  $1/3$ ,  $-1/2$  и  $1$ . Область  $z > 0$  занята полубесконечной периодической средой ступенчатого профиля, которая содержит два чередующихся слоя 1 и 2 толщиной  $d_1$  и  $d_2$  с показателями преломления  $n_1$  и  $n_2$  соответственно. Пусть вдоль оси  $x$  распространяется  $TM$ -волна. Соответствующее магнитное поле имеет вид

$$H = \frac{1}{2}j H_y(z) \exp [i(\beta k_0 x - \omega t)] + \text{к.с.} \quad (59)$$

Уравнения Максвелла записываются в форме

$$\frac{dH_y}{dz} = ik_0 \varepsilon_0 c \varepsilon_{xx} E_x; \quad (60)$$

$$\frac{dE_x}{dz} = i\beta k_0 E_z + ik_0 \mu_0 c H_y; \quad (61)$$

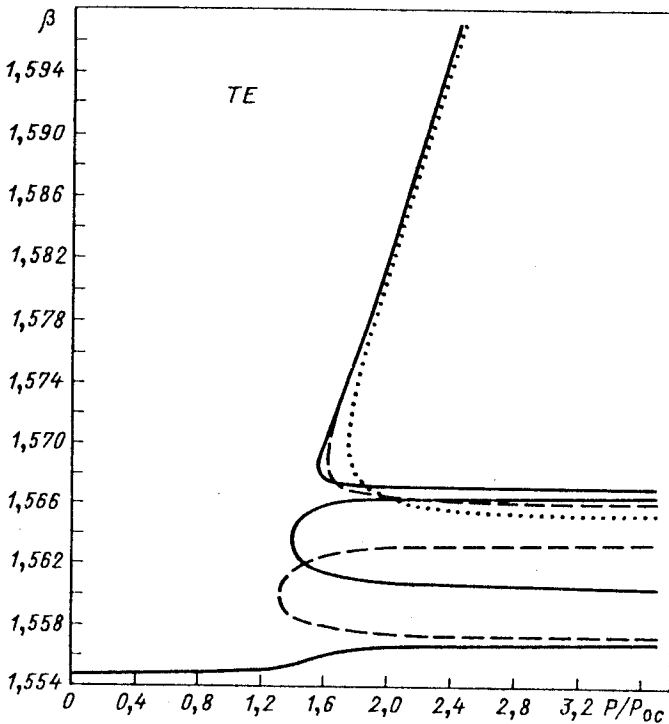


Рис.21. То же, что и на рис.19. Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ,  $n_1 = 1,56$ ,  $n_2 = 1,57$ ,  $d_1 = d_2 = \delta \lambda$ ; штриховая линия -  $\delta = 2$ ; точечная -  $\delta = 0,05$ ; сплошная -  $\delta = 3$

$$\beta H_y + \varepsilon_0 c \varepsilon_{zz} E_z = 0. \quad (62)$$

Общее решение уравнений Максвелла для линейной среды типа сверхрешетки, удовлетворяющее граничным условиям при  $z = nd$  ( $d = d_1 + d_2$ ), имеет вид

$$H_y(z) = A_n^c \operatorname{ch} [k_0 q_1 (z - nd)] + A_n^s \frac{\varepsilon_1}{q_1} \operatorname{sh} [k_0 q_1 (z - nd)] \quad (63)$$

для  $nd \leq z \leq nd + d_1$ ;

$$H_y(z) = A_{n+1}^c \operatorname{ch} [k_0 q_2 (z - d(n+1))] + A_{n+1}^s \frac{\varepsilon_2}{q_2} \operatorname{sh} [k_0 q_2 (z - d(n+1))] \quad (64)$$

для  $nd + d_1 \leq z \leq (n+1)d$ . Здесь «единичная ячейка» обозначается индексом  $n = 0, 1, 2, \dots$  и  $q_{1,2} = (\beta^2 - \varepsilon_{1,2})^{1/2}$ .

Введем параметр  $u$ :

$$u = \frac{\varepsilon_c}{k_0 q_c} \left[ \frac{1}{\varepsilon_{xx}} \frac{d}{dz} \ln H_y \right]_{z=0} \quad (65)$$

и  $\beta_c = (\beta^2 - \varepsilon_c)^{1/2}$ . Для линейного диэлектрика (покрытие) имеем  $u = 1$ , а из граничных условий на границе  $z = 0$  получаем  $A_0^c = H_0$  и  $A_0^s = \varepsilon_c^{-1} q_c u H_0$ , где  $H_0 = H_y(0)$ . Выполнение граничных условий при  $nd + d_1$  ведет к следующему рекуррентному соотношению для величины  $A_n^{c,s}$ :

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = (T_2 T_1)^n \begin{pmatrix} A_0^c \\ A_0^s \end{pmatrix}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, \quad (66)$$

где  $T = T_2 T_1$  - трансфер-матрица

$$T_{1,2} = \begin{pmatrix} \operatorname{ch} \gamma_{1,2} & \varepsilon_{1,2} q_{1,2}^{-1} \operatorname{sh} \gamma_{1,2} \\ \varepsilon_{1,2}^{-1} q_{1,2} \operatorname{sh} \gamma_{1,2} & \operatorname{ch} \gamma_{1,2} \end{pmatrix} \quad (67)$$

и  $\gamma_{1,2} = k_0 q_{1,2} d_{1,2}$ . Следовательно, имеем

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = H_0 T^n \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_c^{-1} q_c u \end{pmatrix}. \quad (68)$$

Соотношение (68) заметно упростится, если вектор  $\begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_c^{-1} q_c u \end{pmatrix}$  представить в виде комбинации собственных векторов трансфер-матрицы  $T$ . Собственные векторы трансфер-матрицы, т.е.

$$TV_{\pm} = s \exp(\pm tk_0 d) V_{\pm},$$

имеют вид

$$V_{\pm} = \begin{pmatrix} 1 \\ b_{\pm} \end{pmatrix}, \quad (69)$$

где

$$b_{\pm} = \frac{\frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_1 q_2}{\varepsilon_2 q_1} - \frac{\varepsilon_2 q_1}{\varepsilon_1 q_2} \right) \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2 \pm s \Delta^{1/2}}{\left( \frac{\varepsilon_1}{q_1} \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_2 + \frac{\varepsilon_2}{q_2} \operatorname{sh} \gamma_2 \operatorname{ch} \gamma_1 \right)}; \quad (70)$$

$$\exp(\pm tk_0 d) = |f(\beta)| \pm \Delta^{1/2}; \quad (71)$$

$$f(\beta) = \operatorname{ch} \gamma_1 \operatorname{ch} \gamma_2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\varepsilon_1 q_2}{\varepsilon_2 q_1} + \frac{\varepsilon_2 q_1}{\varepsilon_1 q_2} \right) \operatorname{sh} \gamma_1 \operatorname{sh} \gamma_2. \quad (72)$$

Здесь  $s = \operatorname{sign} [f(\beta)]$  и  $\Delta = [f(\beta)]^2 - 1$ . Если  $\Delta \neq 0$ , тогда  $V_+ \neq V_-$  и соответственно имеем

$$\begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_c^{-1} q_c u \end{pmatrix} = A^- V_- - A^+ V_+, \quad (73)$$

где  $A^{\pm} = (b_+ - b_-)^{-1} (b_{\mp} - \varepsilon_c^{-1} q_c u)$ .

Магнитное поле должно экспоненциально убывать с расстоянием, так что  $A^+ = 0$  и  $A^- = 1$ , т.е.  $u = \varepsilon_c q_c^{-1} b_-$  и

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = H_0 s^n \exp(-ntk_0 d) \begin{pmatrix} 1 \\ \varepsilon_c^{-1} q_c u \end{pmatrix}. \quad (74)$$

Полный поток энергии определяется как  $P = P_{NL} + P_{SL}$ , где  $P_{NL}$  и  $P_{SL}$  - потоки энергии в нелинейной подложке и в полубесконечной сверхре-

шетке соответственно. Выражение для потока энергии в полубесконечной периодической структуре ступенчатого профиля имеет вид

$$P_{SL} = P_0 \beta g [1 - \exp(-2tk_0 d)]^{-1} [F_1 + \exp(-2tk_0 d) F_2]. \quad (75)$$

Здесь

$$F_i = \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i + \gamma_i)}{\varepsilon_i q_i} + (-1)^{i+1} 2b_- \left( \frac{\operatorname{sh} \gamma_i}{q_i} \right)^2 + \varepsilon_i b_-^2 \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i - \gamma_i)}{q_i^3} \quad (i=1,2); \quad (76)$$

$$g = \frac{\varepsilon_{z0}^2 [(\varepsilon_{z0} - \varepsilon_c) - (\varepsilon_{x0} - \varepsilon_c)]}{2} [\beta^2 (1 - \gamma^2)]^{-1}, \quad (77)$$

где  $\varepsilon_{x0} = \varepsilon_{xx} \Big|_{z=0}$  и  $\varepsilon_{z0} = \varepsilon_{zz} \Big|_{z=0}$ .

Рассчитаем поток энергии  $P_{NL}$  в нелинейной подложке. Первый интеграл уравнений Максвелла есть

$$\begin{aligned} \alpha \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} H_y^2 &= \frac{\varepsilon_{zz}^2 [\varepsilon_{zz} - \gamma \varepsilon_{xx} - (1 - \gamma) \varepsilon_c]}{\beta^2 (1 - \gamma^2)} = \\ &= \frac{\varepsilon_{zz} [\varepsilon_{xx}^2 + \varepsilon_{zz}^2 - 2\varepsilon_c^2 - 2\gamma(\varepsilon_{xx} \varepsilon_{zz} - \varepsilon_c^2)]}{(2\beta^2 - \varepsilon_{zz})(1 - \gamma^2)}. \end{aligned} \quad (78)$$

С его помощью можно найти  $\varepsilon_{xx}$  как функцию  $\varepsilon_{zz}$ :

$$\varepsilon_{xx} = \beta^{-2} [(B^2 + \beta^2 A)^{1/2} - B]. \quad (79)$$

Здесь

$$A = 2\gamma \varepsilon_c [\beta^2 (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_c) + \varepsilon_{zz} (\beta^2 - \varepsilon_{zz})] + (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_c) [2\varepsilon_{zz} (\beta^2 - \varepsilon_{zz}) + \beta^2 (\varepsilon_{zz} - \varepsilon_c)] + \beta^2 \varepsilon_c^2; \quad (80)$$

$$B = \gamma \varepsilon_{zz} (\beta^2 - \varepsilon_{zz}). \quad (81)$$

Определим координату  $z$  с помощью диэлектрической константы  $\varepsilon_{zz}$ .

Учитывая, что

$$\left( \frac{d\varepsilon_{zz}}{dz} \right)^2 = k_0^2 F(\varepsilon_{zz}), \quad (82)$$

где

$$F(\varepsilon_{zz}) = 4\beta^2 \varepsilon_{xx}^2 \frac{[\varepsilon_{xx} - \gamma \varepsilon_{zz} - (1 - \gamma)\varepsilon_c] [\varepsilon_{zz} - \gamma \varepsilon_{xx} - (1 - \gamma)\varepsilon_c]}{\left[ 2(\varepsilon_{zz} - \varepsilon_c) - 2\gamma(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_c) + \varepsilon_{zz} \left( 1 - \gamma \frac{d\varepsilon_{xx}}{d\varepsilon_{zz}} \right) \right]}; \quad (83)$$

$$\frac{d\varepsilon_{xx}}{d\varepsilon_{zz}} = \beta^{-2} (B^2 + \beta^2 A)^{-1/2} (\beta^2 - \varepsilon_{zz}) \{ \gamma^2 (\beta^2 - 2\varepsilon_{zz}) \varepsilon_{zz} + \beta^2 [3\varepsilon_{zz} - 2(1 - \gamma)\varepsilon_c] \} - \beta^{-2} \gamma (\beta^2 - 2\varepsilon_{zz}), \quad (84)$$

окончательно находим:

$$z = k_0^{-1} \int_{\varepsilon_{z0}}^{\varepsilon_{zz}} \left[ \text{sign} \left( \frac{d\varepsilon'_{zz}}{dz} \right) \right] [F(\varepsilon'_{zz})]^{-1/2} d\varepsilon'_{zz}. \quad (85)$$

Величина  $\varepsilon_{z0}$  может быть определена из граничных условий на границе  $z = 0$ :

$$\begin{aligned} & (\beta^2 - \varepsilon_c)^2 u^4 \varepsilon_{z0}^5 - \varepsilon_c u^2 (\beta^2 - \varepsilon_c) [u^2 (\beta^2 - \varepsilon_c) (1 - 2\gamma) - 2\gamma \varepsilon_c] \varepsilon_{z0}^4 - \\ & - 2\beta^2 \varepsilon_c^2 u^2 (\beta^2 - \varepsilon_c) \varepsilon_{z0}^3 + 2\beta^2 \varepsilon_c^3 [u^2 (\beta^2 - \varepsilon_c) + \varepsilon_c] \varepsilon_{z0}^2 - \\ & - 3\beta^4 \varepsilon_c^4 \varepsilon_{z0} + \beta^4 \varepsilon_c^5 = 0 \end{aligned} \quad (86)$$

и должна удовлетворять условию  $\varepsilon_c \leq \varepsilon_{z0} \leq \varepsilon_M$ , где  $\varepsilon_M$  - максимальное значение  $\varepsilon_{z0}$ . При  $u = 1$  имеем  $\varepsilon_{z0} = \varepsilon_c$ . Можно показать, что для  $0 < u^2 \leq 1$  существует единственное решение  $\varepsilon_{z0} \geq \varepsilon_c$  (см. уравнение (86)). Более того, для  $u > 0$  имеем

$$\text{sign} \left( \frac{d\varepsilon_{zz}}{dz} \right) = 1.$$

При  $u < 1$  имеет место

$$\text{sign} \left( \frac{d\varepsilon_{zz}}{dz} \right) = \begin{cases} 1, & z < z_M, \\ -1, & z > z_M, \end{cases}$$

где  $z_M$  - положение максимального значения величины  $\varepsilon_{zz}(z)$ .



В итоге имеем

$$\begin{aligned}
 P_{NL} &= \frac{\beta}{2\mu_0 c} \int_{\varepsilon_0}^{\varepsilon_{z0}} \varepsilon_{zz}^{-1} \left[ \text{sign} \left( \frac{d\varepsilon_{zz}}{dz} \right) \right] [F(\varepsilon_{zz})]^{-1/2} \frac{\mu_0}{\varepsilon_0} H_y^2 d\varepsilon_{zz} = \\
 &= \frac{P_0}{2\beta^2(1-\gamma^2)} \left[ \int_{\varepsilon_c}^{\varepsilon_{z0}} R(\varepsilon_{zz}) d\varepsilon_{zz} + (1 - \text{sign } u) \int_{\varepsilon_{z0}}^{\varepsilon_M} R(\varepsilon_{zz}) d\varepsilon_{zz} \right],
 \end{aligned} \tag{87}$$

где  $P_0 = (2\alpha_c k_0)^{-1} (\varepsilon_0/\mu_0)^{1/2}$  и

$$\begin{aligned}
 R(\varepsilon_{zz}) &= \frac{\varepsilon_{zz}}{\varepsilon_{xx}} \left[ \frac{\varepsilon_{zz} - \gamma\varepsilon_{xx} - (1-\gamma)\varepsilon_s}{\varepsilon_{xx} - \gamma\varepsilon_{zz} - (1-\gamma)\varepsilon_s} \right]^{1/2} \times \\
 &\times \left[ 2(\varepsilon_{zz} - \varepsilon_s) - 2\gamma(\varepsilon_{xx} - \varepsilon_s) + \varepsilon_{zz} \left( 1 - \gamma \frac{d\varepsilon_{xx}}{d\varepsilon_{zz}} \right) \right].
 \end{aligned} \tag{88}$$

В пределе  $\gamma \rightarrow 1$ , т.е. когда нелинейность обусловлена тепловыми эффектами или эффектами электрострикции, из вышеприведенных формул получаем результаты работы [9]. На рис.22 показаны НДК для ТЕ- и

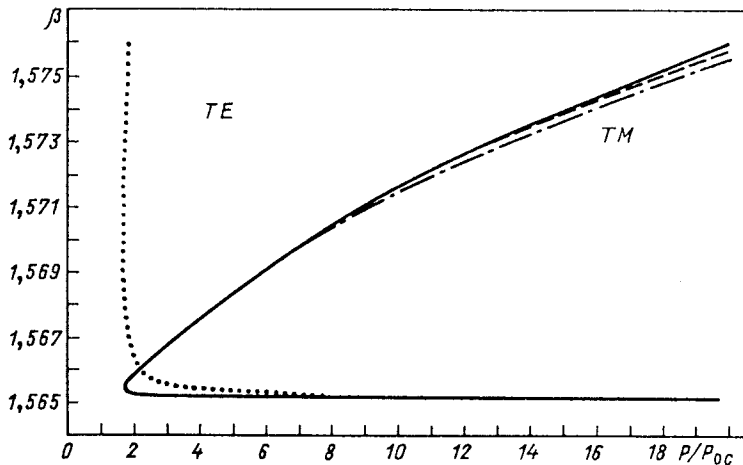


Рис.22. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от безразмерного потока энергии  $P/P_{0c}$  для ТЕ- и ТМ-волн. Параметры расчета  $n_c = 1,55$ ,  $n_1 = 1,56$ ,  $n_2 = 1,57$  и  $d_1 = d_2 = \lambda$ : точечная линия – ТЕ-волна; сплошная линия – тепловая нелинейность; штриховая линия – нелинейность, обусловленная электроникой; штрихпунктирная линия – нелинейность, обусловленная молекулярной ориентацией



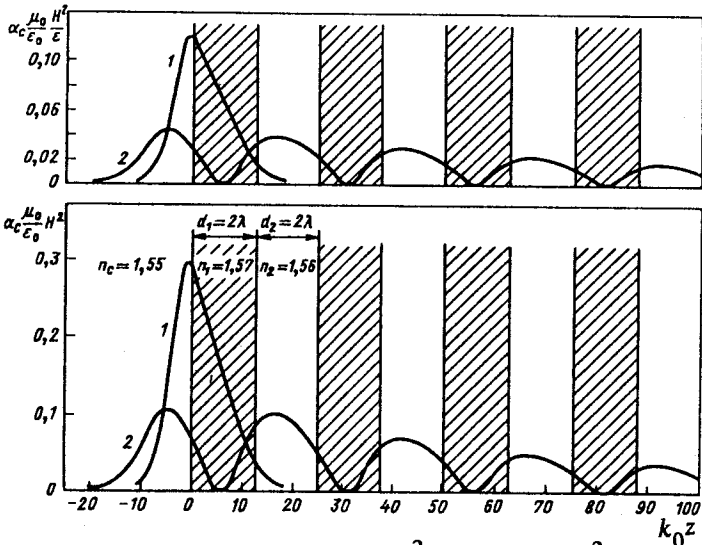
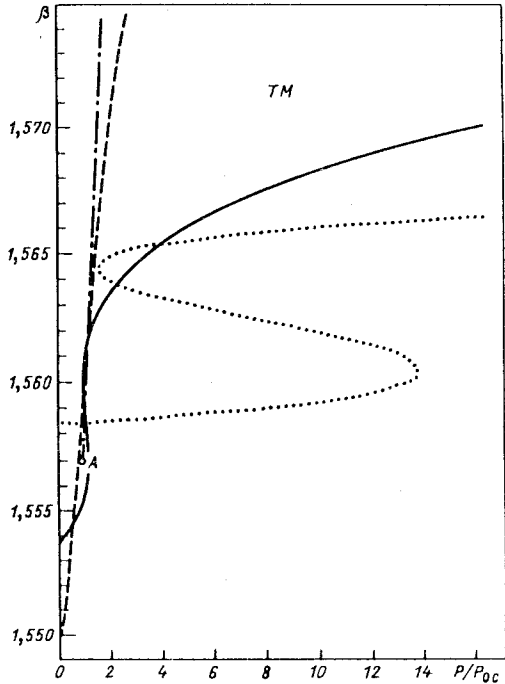


Рис.24. Зависимость величин  $\alpha (\mu_0/\epsilon_0)(H^2/\epsilon)$  и  $\alpha (\mu_0/\epsilon_0)H^2$  от безразмерной величины  $k_0 z$ . Параметры расчета:  $n_c = 1,55$ ,  $n_1 = 1,57$ ,  $n_2 = 1,58$ ,  $d_1 = d_2 = 2\lambda$ . Кривая 1 -  $\beta = 1,569$ , кривая 2 -  $\beta = 1,572$

не имеют линейного предела и разделены областью запрещенных значений величины  $\beta$ . Число различных ветвей НДК возрастает с увеличением толщины  $d$  ячейки периодической структуры. Так, при  $\delta = 3$  существует четыре ветви НДК, две из которых имеют линейный предел.

На рис.24 представлена зависимость величин  $\alpha_c = \frac{\mu_0}{\epsilon_c} \frac{H^2}{\epsilon}$  и  $\alpha_c = \frac{\mu_0}{\epsilon_c} H^2$  от безразмерной координаты  $k_0 z$  для двух значений  $\beta$ . Для значения  $\beta$ , соответствующего положительному наклону верхней ветви НДК (точка 1 на рис.23), существует только один максимум оптического поля, которое концентрируется на пограничной поверхности между самофокусирующим покровным слоем и линейной сверхрешеткой. Для  $\beta = 1,5572$  (точка 2 на рис.23) один максимум находится в нелинейном покровном слое, другие локализируются в каждой ячейке периодической слоистой структуры. На рис.25 показаны НДК для ТМ-волн для той же нелинейности, что и на рис.23, но при других выбранных параметрах структуры. При  $\delta = 0,2$  линейного предела для НДК не существует. При  $\delta$ , равном 0,5; 1 и 1,5, линейные решения существуют при нулевом значении потока энергии. Однако для  $\delta = 1,5$  существуют три различных значения постоянной распространения  $\beta$  при заданном значении потока энер-

Рис. 25. То же, что и на рис.23: штрихпунктирная линия -  $\delta = 0,2$ ; штриховая -  $\delta = 0,5$ ; сплошная -  $\delta = 1$ ; точечная -  $\delta = 1,5$



гии. Эта особенность может быть использована при проектировании интегральных оптических приборов как функция переключения.

Нелинейные направляемые волны в конечных многослойных периодических структурах, граничащих с нелинейными самофокусирующими средами. Рассмотрим многослойную диэлектрическую структуру, состоящую из полубесконечной нелинейной самофокусирующей среды керровского типа, характеризуемой диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_s + \alpha_s |E|^2$  ( $\alpha_s > 0$ ) в области  $z < 0$ ; линейной диэлектрической структуры ступенчатого профиля, состоящей из  $N$  ячеек, каждая из которых сделана из материала 1 и 2 толщиной  $d_1$  и  $d_2$  соответственно, которые характеризуются диэлектрическими константами  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  в области  $0 < z < N(d_1 + d_2)$  полубесконечного нелинейного самофокусирующего покрытия керровского типа, характеризуемого диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$  ( $\alpha_c > 0$ ) в области  $z > N(d_1 + d_2)$ .

Уравнения Максвелла для  $TE$ -поляризованных волн, распространяющихся вдоль оси  $x$ , имеют вид

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} - k_0^2 q_s^2 E_y + \alpha_s k_0^2 E_y^3 = 0, \quad z < 0; \tag{89}$$

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} - k_0^2 q_1^2 E_y = 0, \quad nd < z < nd + d_1; \tag{90}$$

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} - k_0^2 q_2^2 E_y = 0, \quad nd + d_1 < z < (n+1)d; \quad (91)$$

$$\frac{d^2 E_y}{dz^2} - k_0^2 q_c^2 E_y + \alpha_c k_0^2 E_y^3 = 0, \quad z > Nd, \quad (92)$$

где  $q_i^2 = \beta^2 - \varepsilon_i$ ,  $i = s, 1, 2, c$ ,  $d = d_1 + d_2$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ . Интегрируя уравнения (89) и (92) с учетом того, что  $E_y \rightarrow 0$  при  $z \rightarrow \pm\infty$ , получаем следующие решения для подложки и покровного слоя:

$$E_y(z) = \left(\frac{2}{\alpha_s}\right)^{1/2} q_s \{\operatorname{ch} [k_0 q_s (z - z_s)]\}^{-1}, \quad z < 0; \quad (93)$$

$$E_y(z) = \pm \left(\frac{2}{\alpha_c}\right)^{1/2} q_c \{\operatorname{ch} [k_0 q_c (z - z_c)]\}^{-1}, \quad z > Nd, \quad (94)$$

где  $z_s$  и  $z_c$  - параметры интегрирования;  $q_{s,c} = (\beta^2 - \varepsilon_{s,c})^{1/2}$ . Для удобства поле в подложке выбрано положительным,  $E_0 = E_y(0) > 0$ . Параметры интегрирования  $z_s$  и  $z_c$ , а также знак в выражении (94) определяются из граничных условий на поверхности  $z = 0$  и  $z = Nd$ . Введем две безразмерные величины  $u_1$  и  $u_2$ , связанные со значением поля на границах  $z = 0$  и  $z = Nd$ :

$$u_1 = (k_0 q_s)^{-1} \left[ \frac{d}{dz} \ln E_y \right]_{z=0} = \operatorname{th} (k_0 q_s z_s) \quad (95)$$

и

$$u_2 = (k_0 q_c)^{-1} \left[ \frac{d}{dz} \ln E_y \right]_{z=Nd} = \operatorname{th} [(k_0 q_c (Nd - z_c))]. \quad (96)$$

Используя величины  $u_1$  и  $u_2$ , можно с их помощью выразить значение поля на границе:

$$E_0 = \left(\frac{2}{\alpha_s}\right)^{1/2} q_s (1 - u_1^2)^{1/2}; \quad E_N = \pm \left(\frac{2}{\alpha_c}\right)^{1/2} q_c (1 - u_2^2)^{1/2}, \quad (97)$$

где  $0 \leq u_1^2 \leq 1$  и  $0 \leq u_2^2 \leq 1$ . Отметим, что при  $\alpha_s = 0$  и/или  $\alpha_c = 0$  (случай линейной диэлектрической подложки и/или линейного диэлектрического покровного слоя) имеем  $u_1 = 1$  и/или  $u_2 = 1$ , так что предел величины  $E_0$  и  $E_N$  в общем случае является конечным и отличен от нуля.

Общее решение уравнений Максвелла для линейной многослойной среды, удовлетворяющее граничным условиям на границе  $z = nd$ , определяется соотношениями (45) и (46). Коэффициенты  $A_n^c$ ,  $A_n^s$  определяются с помощью граничных условий на поверхностях  $z = 0$ ,  $z = nd + d_1$  и  $z = Nd$  и подчиняются соотношению

$$\begin{pmatrix} A_{n+1}^c \\ A_{n+1}^s \end{pmatrix} = T \begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, N-1, \quad (98)$$

где  $A_0^c = E_0$ ;  $A_0^s = q_s u_1 E_0$ ;  $A_N^c = E_N$ ;  $A_N^s = -q_c u_2 E_N$ , а матрица  $T$  определена формулой (48). Из рекуррентных соотношений (98) находим:

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = E_0 T^n \begin{pmatrix} 1 \\ q_s u_1 \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = E_N T^{(n-N)} \begin{pmatrix} 1 \\ -q_c u_2 \end{pmatrix}. \quad (99)$$

Собственные значения и собственные векторы матрицы  $T$  определяются с помощью выражений (49)-(52). Если  $\Delta \neq 0$ , тогда  $a_+ \neq a_-$  и вектор-столбец в выражении (99) можно представить с помощью линейно-независимых векторов  $V_{\pm}$  трансфер-матрицы  $T$ . Окончательно находим:

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = E_0 s^n D \begin{pmatrix} A^- \exp(-ntk_0 d) - A^+ \exp(ntk_0 d) \\ A^- \exp(-ntk_0 d) a_- - A^+ \exp(ntk_0 d) a_+ \end{pmatrix}; \quad (100)$$

$$\begin{pmatrix} A_n^c \\ A_n^s \end{pmatrix} = E_N s^{(N-n)} D \begin{pmatrix} B^- \exp(-(n-N)tk_0 d) - B^+ \exp(ntk_0 d) \\ B^- \exp(-(n-N)tk_0 d) a_- - B^+ \exp((n-N)tk_0 d) a_+ \end{pmatrix}; \quad (101)$$

где  $A^{\pm} = a_{\mp} - q_s u_1$ ;  $B^{\pm} = a_{\mp} + q_c u_2$ ;  $D = (a_+ - a_-)^{-1}$ . Из уравнений (100), (101) получаем следующие соотношения для безразмерных величин  $u_1$  и  $u_2$ :

$$\begin{aligned} & \pm \left( \frac{2}{\alpha_c} \right)^{1/2} q_c (1 - u_2^2)^{1/2} = s^N \left( \frac{2}{\alpha_s} \right)^{1/2} q_s (1 - u_1^2)^{1/2} \times \\ & \times D [(a_+ - q_s u_1) \exp(-Ntk_0 d) - (a_- - q_s u_1) \exp(Ntk_0 d)]; \end{aligned} \quad (102)$$

$$\pm \left(\frac{2}{\alpha_c}\right)^{1/2} q_c (1 - u_2^2)^{1/2} u_2 = -s^N \left(\frac{2}{\alpha_s}\right)^{1/2} q_s (1 - u_1^2)^{1/2} \times \quad (103)$$

$$\times D[(a_+ - q_s u_1) a_- \exp(-Ntk_0 d) - (a_- - q_s u_1) a_+ \exp(Ntk_0 d)].$$

В результате имеем

$$(\pm) = s^N \operatorname{sign} [D(q_s u_1 a_1 - a_2)]; \quad (104)$$

$$u_2 = -\frac{(a_+ a_- a_1 - q_s u_1 a_3)}{q_c (a_2 - q_s u_1 a_1)}, \quad (105)$$

где  $u_1$  определяется из решения следующего уравнения:

$$\begin{aligned} & a_1^4 a_+ q_s^6 u_1^6 - 4a_1^3 a_2 a_4 q_s^5 u_1^5 + a_1^2 (6a_2^2 - q_s^2 a_1^2) a_4 q_s^4 u_1^4 + \\ & + 4a_1 a_2 (a_1^2 q_s^2 - a_2^2) a_4 q_s^3 u_1^3 + [(a_2^2 - 6a_1^2 q_s^2) a_2^2 a_4 + q_c^2 a_1^2 - a_3^2] q_s^2 u_1^2 + \quad (106) \\ & + 2a_1 (2a_2^3 a_4 q_s^2 + a_3 a_+ a_- - a_2 q_c^2) q_s u_1 - a_2^4 a_4 q_s^2 + a_2^2 q_c^2 - a_+^2 a_-^2 a_1^2 = 0. \end{aligned}$$

Здесь

$$a_1 = \exp(Ntk_0 d) - \exp(-Ntk_0 d);$$

$$a_{2,3} = a_{\mp} \exp(Ntk_0 d) - a_{\pm} \exp(-Ntk_0 d) \text{ и } a_4 = \alpha_c D^2 / \alpha_s.$$

Решая уравнение шестого порядка (106) относительно неизвестной величины  $u_1$ , а затем подставляя найденное решение в уравнение (105), мы определяем величину  $u_2$ . Следует ожидать несколько решений для величин  $u_1$  и  $u_2$  в области физических значений  $-1 \leq u_1 (u_2) \leq 1$  при фиксированном значении эффективного показателя преломления  $\beta$ . Как и в случае линейной диэлектрической пленки, окруженной с двух сторон нелинейной средой, когда нарушена как линейная, так и нелинейная симметрия ( $n_s \neq n_c$  или  $\alpha_c \neq \alpha_s$ ), может существовать несколько значений для постоянной распространения [1,3,4,72,73].

Поток энергии, транспортируемый электромагнитной волной, определяется с помощью вектора Пойнтинга следующим образом:

$$P = \frac{\beta}{2\mu_0 c} \int_{-\infty}^{\infty} E_y^2(z) dz = P_s + P_{MLS} + P_c, \quad (107)$$

где  $P_s$ ,  $P_{MLS}$  и  $P_c$  - часть потока энергии в нелинейной подложке, в конечной линейной многослойной структуре и в нелинейном покрывном слое соответственно:

$$P_s = 2P_{0s}(1 - u_1)q_s; \quad (108)$$

$$P_c = 2P_{0c}(1 - u_2)q_c; \quad (109)$$

$$P_{MLS} = P_{0s}\beta q_s^2(1 - u_1^2)D^2 \left[ \frac{(1 - \exp(-2Ntk_0d))}{1 - \exp(-2tk_0d)} (a_+ - q_s u_1)^2 F_1^- + \right. \\ \left. + \frac{(\exp(2Ntk_0d) - 1)}{(\exp(2tk_0d) - 1)} (a_- - q_s u_1)^2 F_1^+ - 2N(a_+ - q_s u_1)(a_- - q_s u_1)F_1 \right] + \\ + P_{0c}\beta q_c^2(1 - u_2^2)D^2 \left[ \frac{(1 - \exp(-2Ntk_0d))}{1 - \exp(-2tk_0d)} (a_- + q_c u_2)^2 F_2^+ + \right. \\ \left. + \frac{(\exp(2Ntk_0d) - 1)}{(\exp(2tk_0d) - 1)} (a_+ + q_c u_2)^2 F_2^- - 2N(a_- + q_c u_2)(a_+ + q_c u_2)F_2 \right]. \quad (110)$$

Здесь

$$P_{0s,c} = (2\alpha_{s,c}k_0)^{-1}(\epsilon_0/\mu_0)^{1/2} \text{ и} \\ F_i = \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i + \gamma_i)}{q_i} + (-1)^{i+1}(a_+ + a_-) \left( \frac{\operatorname{sh} \gamma_i}{q_i} \right)^2 + \\ + a_+ a_- \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i - \gamma_i)}{q_i^3} \quad (i = 1, 2); \quad (111)$$

$$F_i^\pm = \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i + \gamma_i)}{q_i} + (-1)^{i+1} 2a_\pm \left( \frac{\operatorname{sh} \gamma_i}{q_i} \right)^2 + \\ + a_\pm^2 \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i + \gamma_i)}{q_i^3} \quad (i = 1, 2). \quad (112)$$

На рис.26 представлены НДК для случая  $n_s = n_c$  и  $\alpha_s = 2\alpha_c$ . Для  $TE_0$ -ННВ существуют две несвязанные ветви ( $a$  и  $b$  на рис.26), одна из которых ( $b$ ) существует только выше некоторого порогового значения потока энергии. В случае  $\alpha_c \neq \alpha_s$  существуют три независимые ветви  $c$ ,  $d$  и  $e$  для  $TE_1$ -волн, при этом ветви  $d$  и  $e$  имеют пороговое поведение; и две ветви  $f$  и  $g$  для  $TE_2$ -волн, одна из которых (ветвь  $g$ ) имеет также пороговое поведение.

На рис.27 представлено поведение квадрата безразмерной амплитуды  $|A|^2 = \alpha_s [E_y(z)]^2$  в зависимости от безразмерной координаты  $k_0 z$  для



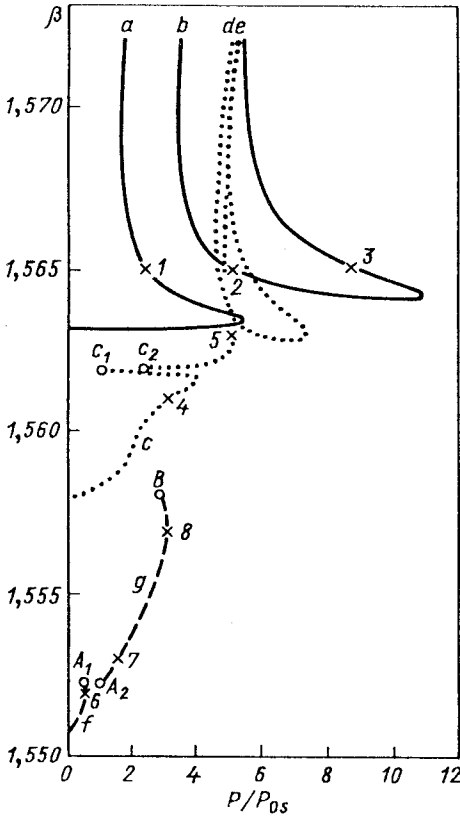
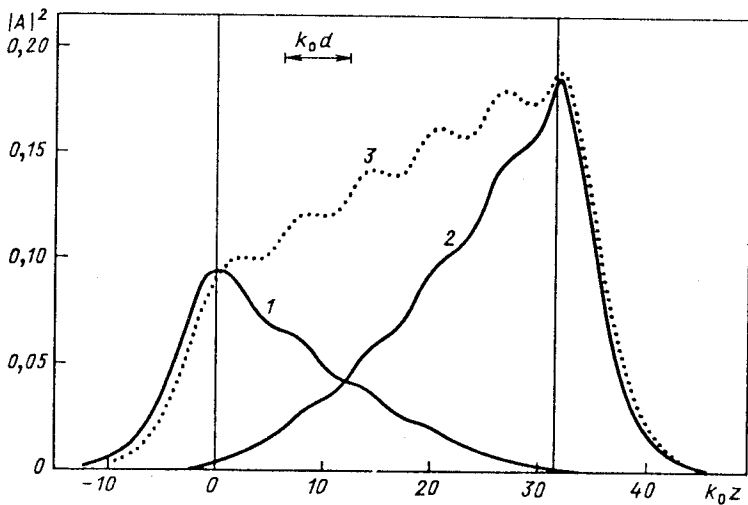


Рис. 26. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от безразмерного потока энергии  $P/P_{0s}$ . Параметры расчета:  $n_s = 1,55$ ,  $n_1 = 1,57$ ,  $n_2 = 1,56$ ,  $n_c = 1,55$ ,  $\alpha_c/\alpha_s = 0,5$ ,  $d_1 = d_2 = 0,5\lambda$  и  $N = 5$ : сплошная линия –  $TE$ -ветви; точечные –  $TE$ -ветви, штриховые –  $TE$ -ветви

Рис. 27. Зависимость квадрата амплитуды поля  $|A|^2$  от безразмерной величины  $k_0z$  для трех точек 1, 2 и 3 ветвей  $TE$ -волн из рис. 26 для  $\beta = 1,565$



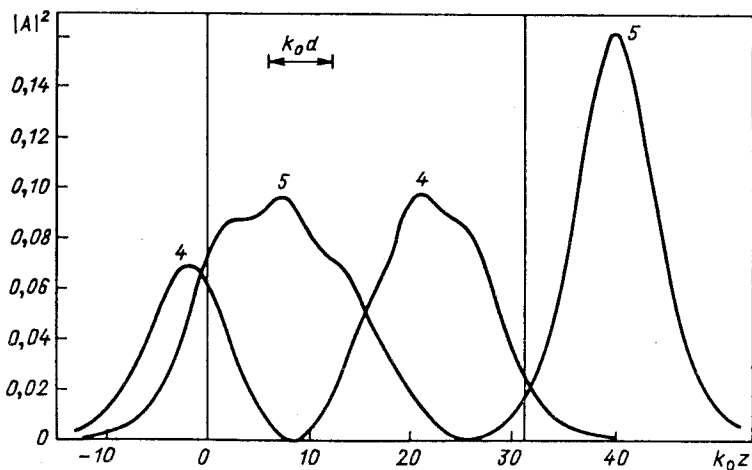


Рис. 28. То же, что и на рис.27 для точек 4 и 5 ветвей  $TE_1$ -волны из рис. 26:  $\beta = 1,561$  (точка 4 НДК) и  $\beta = 1,563$  (точка 5 НДК)

трех значений потока энергии, соответствующих одному и тому же эффективному показателю преломления  $\beta = 1,565$  (точки 1 - 3 на НДК). Ветвь *a* развивается из линейного предела (см. рис.26), а соответствующее оптическое поле локализуется в более нелинейной среде, а именно в подложке (кривая 1 на рис.27). Максимум поля, соответствующий второй  $TE_0$ -ветви (ветвь *b* на рис.26), стартует из среды с меньшей нелинейностью, из покровного слоя (соответствующий профиль оптического поля - кривая 2 на рис.27). Профиль оптического поля в линейной многослойной структуре имеет осциллирующий характер (кривая 3 на рис.27), когда соответствующие максимумы локализируются в каждой единичной ячейке периодической диэлектрической структуры. На рис.28 представлено поведение величины  $|A|^2$  для точек 4 и 5 ветвей НДК (см. рис.26). Отметим, что локальные максимумы поля находятся в многослойной структуре. При этом максимум первой ветви  $TE_1$ -волны (ветвь *c* на рис.26), располагаясь вблизи граничащей подложки, с увеличением величины  $k_0 z$  движется в граничащую среду (кривая 4 на рис.28). Максимумы второй ветви  $TE_1$ -волны (ветвь *d* на рис.26) располагаются асимметрично в обеих нелинейных средах (кривая 5 на рис.28), когда большая локализация приходится на среду с меньшей нелинейностью (покровный слой). На рис.29 показана зависимость квадрата амплитуды поля  $|A|^2$  от безразмерной координаты  $k_0 z$  для трех различных значений эффективного показателя преломления  $\beta$  (точки 6 - 8 НДК на рис.26). Ветвь *f*, старту-

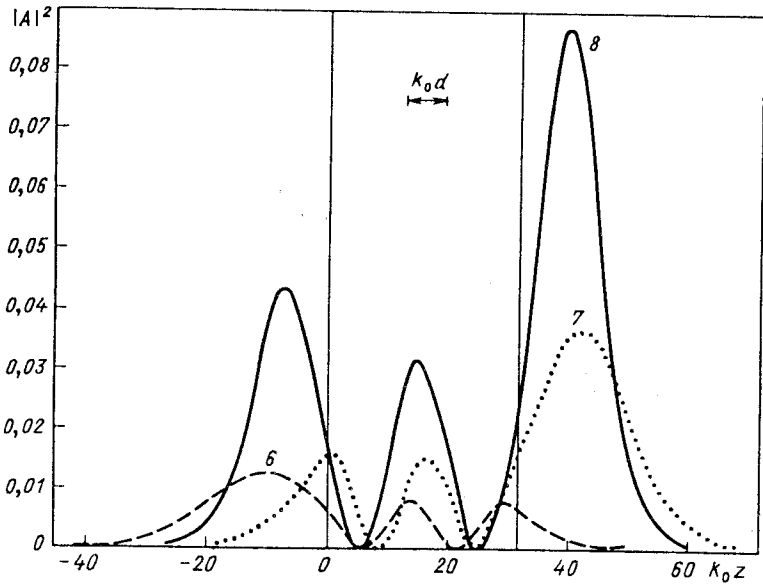


Рис. 29. То же, что и на рис.27 для точек 6,7 и 8 ветвей  $TE_2$ -волны из рис.26: штриховая линия  $-\beta = 1,522$  (точка 6 НДК); точечная  $-\beta = 1,563$  (точка 7 НДК); сплошная  $-\beta = 1,567$  (точка 8 НДК)

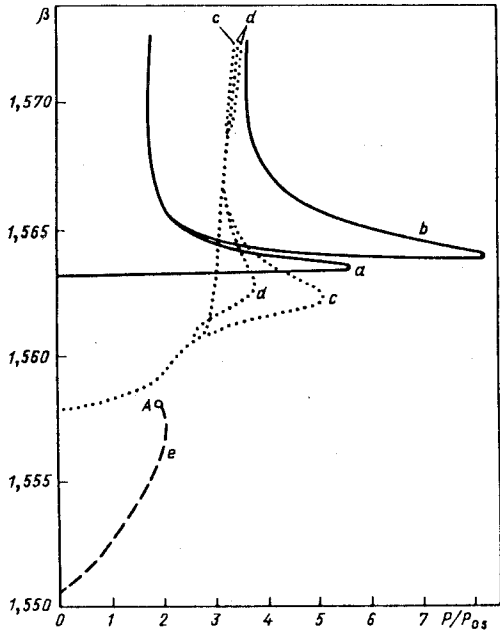
ющая из линейного предела, обрывается в точке  $A_1$ . Соответственно для этой ветви наблюдаются два локальных максимума в многослойной структуре и один экстремум поля в самофокусирующей подложке (кривая б на рис.29). Вторая ветвь  $TE_2$ -волны (ветвь g на рис.26) начинается с точки  $A_2$  и обрывается в точке B. Один из трех максимумов профиля поля, соответствующего поведению ветви g вблизи точки обрыва  $A_2$ , находится в среде с наименьшей нелинейностью (покровный слой) (кривая 7 на рис.29). Два из трех максимумов профиля поля, соответствующего поведению ветви g вблизи точки обрыва B, локализируются в обеих нелинейных граничных средах (кривая 8 на рис.29).

При  $n_s = n_s$  и  $\alpha_c = \alpha_s$  наблюдаются (рис.30) две ветви  $TE_0$ -волны a и b, одна из которых (b) имеет пороговое поведение; две ветви  $TE_1$ -волны c и d, последняя (d) имеет порог потока энергии; и одна  $TE_2$ -волна (e), развивающаяся из линейного предела. В этом случае, так как обе граничащие среды обладают одинаковыми самофокусирующими нелинейностями, ветви a и b оказываются связанными.

Рассмотрим распространение  $TM$ -поляризованных ННВ в конечной периодической среде со ступенчатым профилем, контактирующей с изотропным нелинейным покровным слоем керровского типа и линейной ди-

Рис. 30. То же, что и на рис.26 для  $\alpha_c = \alpha_s$ : сплошная линия –  $TE$ -ветви; точечная –  $TE_1$ -ветви; штриховая –  $TE_2$ -ветвь

электрической подложкой. Пусть имеем многослойную структуру следующего типа: полубесконечное оптически изотропное покрытие керровского типа характеризуется диэлектрической функцией  $\epsilon = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$  ( $\alpha_c > 0$ ) в области ( $z > 0$ ); линейная периодическая структура, состоящая из  $N$  ячеек, каждая из которых содержит слои из материалов 1 и 2 толщиной  $d_1$  и  $d_2$  соответственно, характеризуемых диэлектрическими константами  $\epsilon_1$  и  $\epsilon_2$  в области  $0 < z < N(d_1 + d_2)$ , полубесконечная линейная подложка характеризуется диэлектрической константой  $\epsilon_s$  в области  $z > N(d_1 + d_2)$ . Общее решение уравнений Максвелла в линейной периодической структуре определяется соотношениями (63) и (64). В линейной подложке имеем экспоненциальное решение



$$H_y(z) = H_N \exp[-k_0 q_s(z - Nd)], \tag{113}$$

где  $q_s = (\beta^2 - n_s^2)^{1/2}$ , а величина  $H_N$  будет определена с помощью граничных условий на поверхности  $z = Nd$ . Введя безразмерный параметр  $u$ :

$$u = \frac{\epsilon_c}{k_0 q_c H_0} \left[ \frac{1}{\epsilon} \frac{dH_y}{dz} \right]_{z=0}, \tag{114}$$

где  $H_0 = H_y(0)$  и  $q_c = (\beta^2 - n_c^2)^{1/2}$ , с помощью граничных условий на поверхности  $z = 0$  и  $z = Nd$  получим следующие соотношения для амплитуд  $A_n^c$  и  $A_n^s$ :

$$\begin{pmatrix} A_0^c \\ A_0^s \end{pmatrix} = H_0 \begin{pmatrix} 1 \\ u \frac{q_c}{\epsilon_c} \end{pmatrix}; \quad \begin{pmatrix} A_N^c \\ A_N^s \end{pmatrix} = H_N \begin{pmatrix} 1 \\ -\frac{q_s}{\epsilon_s} \end{pmatrix}. \tag{115}$$

Используя метод трансфер-матрицы, получим необходимые выражения для параметра  $u$  и амплитуды поля на границе  $z = Nd$ , которые в окончательной форме имеют вид:

$$u = \frac{\varepsilon_c}{q_c} \frac{\left[ \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_+ \right) b_- \exp(Ntk_0d) - \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_- \right) b_+ \exp(-Ntk_0d) \right]}{\left[ \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_+ \right) \exp(Ntk_0d) - \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_- \right) \exp(-Ntk_0d) \right]}; \quad (116)$$

$$H_N = \frac{s^N(b_+ - b_-)H_0}{\left[ \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_+ \right) \exp(Ntk_0d) - \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_- \right) \exp(-Ntk_0d) \right]}. \quad (117)$$

Здесь величины  $b_{\pm}$  определены соотношениями (70). Полный поток энергии есть величина  $P = P_s + P_f + P_c$ , где  $P_s$ ,  $P_f$  и  $P_c$  - соответствующие потоки энергии в линейной подложке, в конечной периодической структуре и в нелинейном покровном слое. Потоки энергии в периодической структуре и в линейной подложке определяются выражениями вида:

$$P_f = P_0 \beta g \left[ \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_+ \right) \exp(Ntk_0d) - \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_- \right) \exp(-Ntk_0d) \right]^{-2} \times \\ \times \left[ \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_+ \right)^2 (G_1^- + \exp(-2tk_0d)G_2^-) \frac{(\exp(2Ntk_0d) - 1)}{(1 - \exp(-2tk_0d))} + \right. \\ \left. + \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_- \right)^2 (G_1^+ + \exp(2tk_0d)G_2^+) \frac{(1 - \exp(-2Ntk_0d))}{(\exp(2tk_0d) - 1)} - \right. \\ \left. - 2N(G_1 + G_2) \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_- \right) \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_+ \right) \right]; \quad (118)$$

$$P_s = \frac{P_0 \beta g}{\varepsilon_s q_s} (b_+ - b_-)^2 \left[ \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_+ \right) \exp(Ntk_0d) - \right. \\ \left. - \left( \frac{q_s}{\varepsilon_s} + b_- \right) \exp(-Ntk_0d) \right]^{-2}. \quad (119)$$

Здесь

$$P_0 = (2\alpha_c k_0)^{-1} (\epsilon_0 / \mu_0)^{1/2};$$

$$G_i^\pm = \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i + \gamma_i)}{\epsilon_i q_i} + (-1)^{i+1} 2b_\pm \left( \frac{\operatorname{sh} \gamma_i}{q_i} \right)^2 + \epsilon_i b_\pm^2 \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i - \gamma_i)}{q_i^3} \quad (i = 1, 2); \quad (120)$$

$$G_i = \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i + \gamma_i)}{\epsilon_i q_i} + (-1)^{i+1} (b_+ + b_-) \left( \frac{\operatorname{sh} \gamma_i}{q_i} \right)^2 + \epsilon_i b_+ b_- \frac{(\operatorname{ch} \gamma_i \operatorname{sh} \gamma_i - \gamma_i)}{q_i^3} \quad (i = 1, 2); \quad (121)$$

$$g = \frac{\epsilon(0) [\epsilon^2(0) - \epsilon_c^2]}{4[2\beta^2 - \epsilon(0)]}, \quad (122)$$

где  $\epsilon(0)$  - значение диэлектрической функции  $\epsilon(z) = \epsilon_c + \alpha_c |E|^2$  нелинейного покрывного слоя на границе  $z = 0$  [51].

Поток энергии в нелинейном покрывном слое может быть рассчитан точно [9, 50]:

$$P_c = \frac{P_0 \beta}{2} \left[ \int_{\epsilon_c}^{\epsilon(0)} I(\epsilon) d\epsilon + (1 - \operatorname{sign} u) \int_{\epsilon(0)}^{\epsilon_M} I(\epsilon) d\epsilon \right], \quad (123)$$

где

$$I(\epsilon) = \frac{(\epsilon + \epsilon_c)^{1/2} (3\beta^2 \epsilon^2 - \epsilon^3 - \beta^2 \epsilon_c^2)}{\epsilon (2\beta^2 - \epsilon)^2 (3\beta^2 \epsilon - 2\epsilon^2 - \beta^2 \epsilon_c)^{1/2}}. \quad (124)$$

Величина  $\epsilon(0)$  определяется из уравнения

$$\epsilon^3(0) (\beta^2 - \epsilon_c) u^2 + \epsilon^2(0) [(\beta^2 - \epsilon_c) \epsilon_c u^2 + 2\epsilon_c^2] - 3\epsilon(0) \beta^2 \epsilon_c^2 + \beta^2 \epsilon_c^3 = 0. \quad (125)$$

Физические решения для  $\epsilon(0)$  должны удовлетворять условию  $\epsilon_c \leq \epsilon(0) \leq \epsilon_M$ , где  $\epsilon_M$  - возможное максимальное значение диэлектрической функции  $\epsilon(z)$  для нелинейного покрытия, которое определяется из условия  $d\epsilon/dz = 0$ , т.е.

$$\epsilon_M = \frac{3}{4} [\beta^2 + \beta(\beta^2 - \frac{8}{9} \epsilon_c)^{1/2}].$$

Для  $TE$ -поляризованных ННВ, распространяющихся в аналогичной многослойной диэлектрической структуре, с помощью метода трансфер-матрицы получим следующие выражения для безразмерного параметра  $u$  и для поля на границе  $z = Nd$  [52]:

$$u = \frac{[(q_s + a_+)a_- \exp(Ntk_0d) - (q_s + a_-)a_+ \exp(-Ntk_0d)]}{q_c[(q_s + a_+) \exp(Ntk_0d) - (q_s + a_-) \exp(-Ntk_0d)]}; \quad (126)$$

$$E_N = \frac{s^N(a_+ - a_-)E_0}{[(q_s + a_+) \exp(Ntk_0d) - (q_s + a_-) \exp(-Ntk_0d)]}. \quad (127)$$

Полный поток энергии  $P = P_s + P_f + P_c$  определяется с помощью следующих выражений [52]:

$$P_c = 2P_0\beta q_c(1 - u); \quad (128)$$

$$\begin{aligned} P_f = P_0\beta q_c^2(1 - u^2) & [(q_s + a_+) \exp(Ntk_0d) - (q_s + a_-) \exp(-Ntk_0d)]^{-2} \times \\ & \times [(q_s + a_+)^2(F_1^- + \exp(-2tk_0d)F_2^-) \frac{(\exp(2Ntk_0d) - 1)}{(1 - \exp(-2tk_0d))} + \\ & + (q_s + a_-)^2(F_1^+ + \exp(2tk_0d)F_2^+) \frac{(1 - \exp(-2Ntk_0d))}{(\exp(2tk_0d) - 1)} - \\ & - 2N(F_1 + F_2)(q_s + a_-)(q_s + a_+)] ; \end{aligned} \quad (129)$$

$$\begin{aligned} P_s = P_0\beta(1 - u^2) \frac{q_c^2}{q_s} (a_+ - a_-)^2 \times \\ \times [(q_s + a_+) \exp(Ntk_0d) - (q_s + a_-) \exp(-Ntk_0d)]^{-2}, \end{aligned} \quad (130)$$

где величины  $F_i$ ,  $F_i^\pm$  определяются выражениями (111) и (112). На рис.31 показаны результаты расчета НДК для ТМ-волн, когда нелинейность обусловлена тепловыми эффектами или эффектами электрострикции ( $\gamma = 1$ ). Характерной особенностью решения для  $TM_0$ -ННВ является наличие распространения оптического поля для  $\beta > \max(n_1, n_2)$  и существование локального максимума в потоке энергии направляемой волны (ветвь  $a$  на рис.31). Самофокусирующее действие нелинейной подложки приводит к максимуму поля в этой среде, и ветви ( $a$ ) ННВ вырождаются при больших значениях потока в одиночную поверхностную волну. Самофокусирование в нелинейной подложке имеет место и для более высо-

Рис. 31. Зависимость эффективного показателя преломления  $\beta$  от безразмерного потока энергии  $P/P_0$ . Параметры расчета:  $n_c = 3,502$ ,  $n_s = 1$ ,  $d_1 = d_2 = 0,075\lambda$  и  $N = 10$ : а - сплошная линия -  $n_1 = 3,59$ ,  $n_2 = 3,513$ ; б - точечная линия -  $n_1 = 3,513$ ,  $n_2 = 3,59$

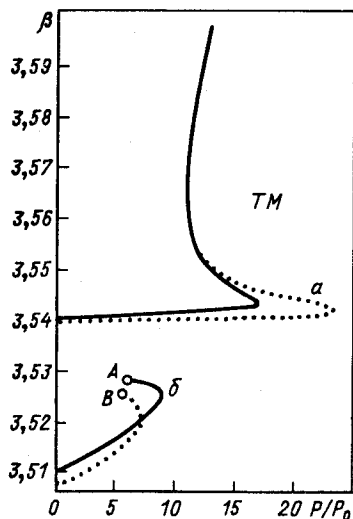
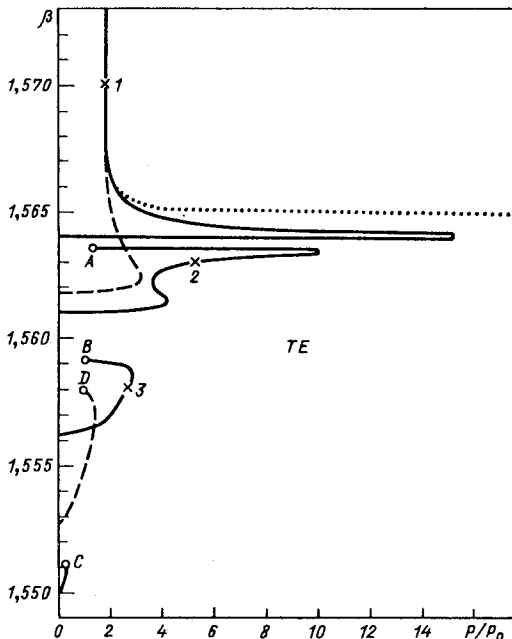


Рис. 32. То же, что и на рис.31. Параметры расчета  $n_c = 1,55$ ,  $n_1 = 1,57$ ,  $n_2 = 1,56$ ,  $n_s = 1$ ,  $d_1 = d_2 = 0,2\lambda$ ,  $N = 10$  (штриховая линия),  $N = 20$  (сплошная) и  $N = \infty$  (точечная)

ких порядков решения ННВ (ветви *b* на рис.31). Отметим, что значения локальных максимумов как для ветвей (*a*), так и для ветвей (*b*) четко различаются при двух различных значениях показателей преломления материала. На рис.32 показаны НДК для *TE*-волн при различных значениях числа ячеек *N*. Для  $N = 10$  и  $N = 20$  имеем соответственно две и четыре ветви ННВ. Стоит указать, что ветви более высокого порядка обрываются при конечном значении потока энергии при  $\beta < \max(n_1, n_2)$  (точки обрыва *A*, *B*, *C* и *D* на рис.32). При  $N \rightarrow \infty$  имеем только одну ветвь (точечная линия на рис.32), которая соответствует распространению НПВ на границе между нелинейным покрывным слоем и полубесконечной периодической диэлектрической структурой.



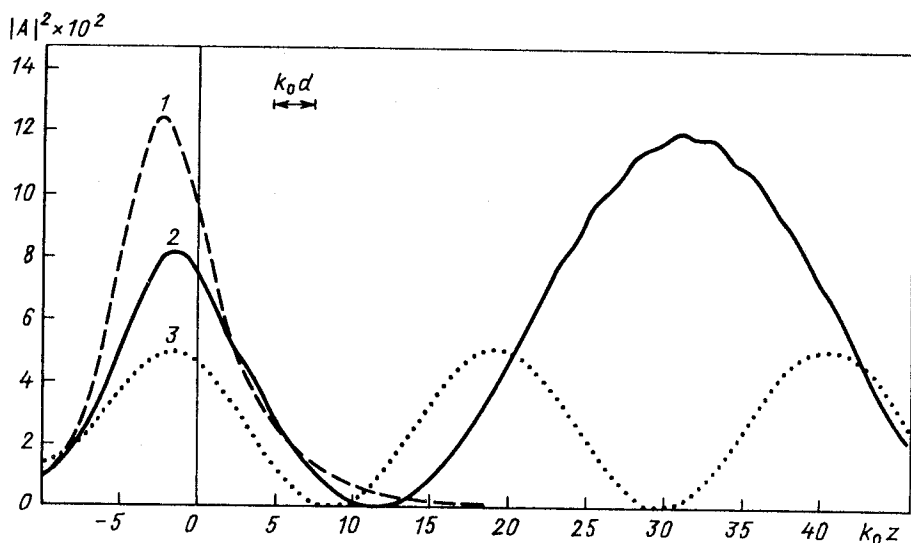


Рис. 33. Зависимость квадрата амплитуд  $|A|^2$  от безразмерной величины  $k_0 z$  для  $N=20$ : штриховая линия  $-\beta = 1,57$  (точка 1 НДК из рис.32); сплошная  $-\beta = 1,563$  (точка 2 НДК из рис.32) и точечная  $-\beta = 1,558$  (точка 3 НДК из рис.32)

На рис.33 показан профиль поля (величина  $|A|^2$ ) в зависимости от  $k_0 z$  для  $N = 20$  и трех значений константы распространения  $\beta$ . Для точки 1 на НДК (рис.32) максимум поля локализуется в нелинейном самофокусирующем покровном слое. Для точки 2 на НДК имеем два максимума ННВ первого порядка, один из которых сдвигается в область самофокусирующего покровного слоя. Для точки 3 НДК для ветви второго порядка имеем три максимума поля, один из которых локализован в нелинейном покровном слое.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследования явления распространения ННВ представляют одно из интенсивно развивающихся направлений интегральной оптики. Оно обладает большими потенциальными приложениями как в области спектроскопии поверхности, так и при создании оптических информационных систем. Современные интегральные оптические системы, как правило, комбинируют полупроводниковый лазер в качестве источника, действующего в милливаттном диапазоне, волоконные элементы связи с низки-

ми потерями и оптические элементы, которые способны модулировать, усиливать, переключать, ограничивать и работать в вышеуказанном диапазоне мощности и пикосекундном интервале времени. При этом оптические процессорные системы имеют следующие преимущества: а) оптические сигналы могут оставаться оптическими; б) широкополосность, позволяющую передавать короткие пикосекундные импульсы; в) высокую скорость передачи порядка  $10^{-12}$  -  $10^{-14}$  с. Однако существующие на сегодняшний день материалы ограничивают экспериментальную реализацию явления распространения ННВ. Оптическая нелинейность материала должны быть достаточной для использования оптических приборов при милливаттных мощностях. Кроме того, при переключении время релаксации наведенной нелинейной поляризации должно определяться пикосекундами. Наиболее перспективными с этой точки зрения в настоящее время пока являются материалы типа полупроводников  $\text{GaAlAs}$ ,  $\text{CdS}_x\text{SE}_{1-x}$ , стекла ( $\text{SiO}_2$ ) и др. Отметим, что современное состояние основных проблем и достижений в разработке элементной базы интегральной оптики для систем передачи и обработки информации дано в книге [74]. Конструирование и использование приборов интегральной оптики, основанных на явлении распространения НОВ в слоистых структурах, по-видимому, должно привести к заметному прогрессу при создании волоконно-оптических устройств и оптических интегральных схем, хотя при этом придется решить многие серьезные инженерные проблемы.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Boardman A.D., Egan P. - Surface Waves in Plasmas and Solids/Ed.S.Vukovic. Singapore: World Scientific, 1986, p.3-77.
2. Lederer F., Langbein U., Ponath H.E. - Lasers and their Applications/Ed. A.Y.Spasoov. Singapore: World Scientific, 1987, p.166-190.
3. Stegeman G.I., Wright E.M., Finlayson N. et al. - J.Lightwave Techn., 1988, vol.6, p.953-970.
4. Михалке Д., Назмитдинов Р.Г., Федянин В.К. - ЭЧАЯ, 1989, т.20, вып.1, с.198-253.
5. Литвак А.Г., Миронов В.А. - Изв.вузов. Радиофизика, 1968, т.11, с.1911-1912.
6. Агранович В.М., Бабиченко В.С., Черняк В.Я. - Письма ЖЭТФ, 1980, т.32, с.532-535.
7. Maradudin A.A. - Z.Phys.B, 1981, vol.41, p.341-344.
8. Ломтев А.И. - Письма ЖЭТФ, 1981, т.34, с.64-67.
9. Leung K.M. - Phys.Rev.B, 1985, vol.32, p.5093-5101.
10. Mihalache D., Stegeman G.I., Seaton C.T. et al. - Opt.Lett., 1987, vol.12, p.187-189.
11. Boardman A.D., Maradudin A.A., Stegeman G.I. et al. - Phys.Rev.A, 1987, vol.35, p.1159-1164.
12. Ахмедиев Н.Н., Корнеев В.И., Кузьменко Ю.В. - ЖЭТФ, 1985, т.88, с.107-115.
13. Aceves A.B., Moloney J.V., Newell A.C. - Phys.Rev.A, 1989, vol.39, p.1809-1827.
14. Kivshar Yu.S., Kosevich A.M., Chybykalo O.A. - Phys.Rev.A, 1990, vol.41, p.1677-1688.
15. Heatley D.R., Wright E.M., Stegeman G.I. - Appl.Phys.Lett., 1988, vol.53, p.172-174.
16. Assanto G., Stegeman G.I., Vitrant G. - Appl.Phys.Lett, 1989, vol.54, p.1854-1856.

17. Vitrant G., Reinisch R., Paumier J.C. et al. - Opt.Lett., 1989, vol.14, p.898-890.
18. Ахмедиев Н.Н. - ЖЭТФ, 1982, т.83, с.545-553.
19. Fedyanin V.K., Mihalache D. - Z.Phys.B, 1982, vol.47, p.167-173.
20. Михалаке Д., Федянин В.К. - ТМФ, 1983, т.54, с.443-455.
21. Mihalache D., Mazilu D., Totia H. - Phys.Scripta, 1984, vol.30, p.335-340.
22. Mihalache D., Nazmitdinov R.C., Fedyanin V.K. - Phys.Scripta, 1984, vol.29, p.269-275.
23. Langbein U., Lederer F., Peschel T., Ponath H.E. - Opt.Lett., 1985, vol.10, p.571-573.
24. Hayata K., Nagai O., Koshiba M. - IEEE Trans.Microwave Th. and Techn., 1988, vol.36, p.1207-1215.
25. Boardman A.D., Twardowski T. - Phys.Rev.A, 1989, vol.39, p.2481-2492.
26. Yukovic S., Dragila R. - Opt.Lett., 1989, vol.14, p.529-531.
27. Boardman A.D., Egan P. - IEEE J.Quantum Electron., 1986, vol.22, p.319-324.
28. Al-Bader S.J., Jamid H.A. - IEEE J.Quantum Electron., 1987, vol.23, p.1947-1955.
29. Lambkin P.M., Allan Shore K. - IEEE J.Quantum Electron., 1988, vol.24, p.2046-2051.
30. Akhmediev N.N., Nabiev R.F., Popov Yu.M. - Opt.Comm., 1989, vol.72, p.190-196.
31. Moloney J.V., Ariyasu J., Seaton C.T., Stegeman G.I. - Appl.Phys.Lett., 1986, vol.L8, p.826-828.
32. Leine L., Wachter C., Langbein U., Lederer F. - Opt.Lett., 1987, vol.12, p.747-749.
33. Mihalache D., Mazilu D., Langbein U. et al. - Phys.Lett., 1988, vol.219, p.473-476.
34. Wright E.M., Stegeman G.I., Seaton C.T., Moloney J.V. - Appl.Phys.Lett., 1986, vol.49, p.435-436.
35. Wright E.M., Stegeman G.I., Seaton C.T. et al. - Phys.Rev.A, 1986, vol.34, p.4442-4444.
36. Gubbels M.A., Wright E.M., Stegeman G.I. et al. - J.Opt.Soc.Amer.B, 1987, vol.4, p.1837-1842.
37. Heatley D.R., Wright E.M., Stegeman G.I. - Appl.Phys.Lett., 1990, vol.56, p.215-217.
38. Yen P., Yariv A., Hong C.S. - J.Opt.Soc.Amer., 1977, vol.67, p.423-436.
39. Agranovich V.M., Kravtsov V.E. - Solid St.Comm., 1985, vol.55, p.85-88.
40. Wallis R.E., Quinn J.J. - Phys.Rev.B, 1988, vol.38, p.4205-4210.
41. Yen P. - Optical Waves in Layered Media. Chichester: John Wiley, 1988.
42. Gupta S.D. - J.Opt.Soc.Amer.B, 1989, vol.6, p.1927-1929.
43. Martijn de Sterke C., Sipe J.E. - Phys.Rev.A, 1988, vol.38, p.5149-5165.
44. Kahn L., Almedia N.S., Mills D.L. - Phys.Rev.B, 1988, vol.37, p.8072-8078.
45. Trutschel U., Lederer F. - J.Opt.Soc.Amer.B, 1988, vol.5, p.2530-2536.
46. Ломтев А.И., Большинский Л.Г. - Укр.физ.журн., 1986, т.31, с.34-36.
47. Chen W., Mills D.L. - Phys.Rev.B, 1987, vol.36, p.6268-6278.
48. Cada M., Gauthier R.C., Paton B.E., Chrostowski J. - Appl.Phys.Lett., 1986, vol.49, p.755-757.
49. Trutschel U., Lederer F., Golz M. - IEEE J.Quantum Electron., 1989, vol.25, p.194-200.
50. Mihalache D., Mazilu D., Wang R.P. - Solid St.Comm., 1989, vol.69, p.685-688.
51. Mihalache D., Wang R.P., Boardman A.D. - Solid St.Comm., 1989, vol.71, p.613-617.
52. Mihalache D., Wang R.P., Boardman A.D. - Phys.Lett.A, 1989, vol.138, p.417-422.
53. Varshney R.K., Nehme M.A., Srivastava R., Ramaswamy R.V. - Appl.Opt., 1986, vol.25, p.3899-3902.
54. Ogusu K. - Opt.Comm., 1987, vol.63, p.380-384.
55. Wachter C., Langbein U., Lederer F. - Appl.Phys.B, 1987, vol.42, p.161-164.
56. Al-Bader S.J., Jamid H.A. - J.Opt.Soc.Amer.A, 1988, vol.5, p.374-379.
57. Torner L., Canal F., Hernandez-Marco J. - Opt.Quantum Electron., 1989, vol.21, p.451-462.
58. Jain R.K., Lind R.C. - J.Opt.Soc.Amer., 1983, vol.73, p.647-650.
59. Chemla S.D., Miller D.A.B., Smith P.W. - Opt.Eng., 1985, vol.24, p.556-564.
60. Holland W.R. - J.Opt.Soc.Amer.B, 1986, vol.3, p.1529-1534.
61. Ogusu K. - Opt.Quantum Electron., 1987, vol.19, p.65-71.

62. Ахмедиев Н.Н., Болтарь К.О., Елеонский В.М. - Оптика и спектроскопия, 1982, т.53, с.906-909.
63. Ахмедиев Н.Н., Болтарь К.О., Елеонский В.М. - Оптика и спектроскопия, 1982, т.53, с.1097-1103.
64. Mihalache D., Mazilu D., Langbein U. et al. - Rev.Roum.Phys., 1989, vol.34, p.623-629.
65. Mihalache D., Mazilu D., Biehlig W. et al. - Solid St. Commun., 1990, vol.74, p.275-279.
66. Fried I. - Numerical Solution of Differential Equations. N.Y.: Academic Press, 1979.
67. Gubbels M., Wright E.M., Stegeman G.I. et al. - Opt.Comm., 1987, vol.61, p.357-362.
68. Mihalache D., Mazilu D. - Rev.Roum.Phys., 1988, vol.34, p.493-498.
69. Mihalache D., Mazilu D., Bertolotti M., Sibilica C. - J.Opt.Soc.Amer.B, 1988, vol.5, p.565-572.
70. Mihalache D., Mazilu D., Bertolotti M., Sibilica C. - J.Modern Optics, 1988, vol.35, p.1017-1025.
71. Mihalache D., Wang R.P. - Phys.Lett.A, 1988, vol.132, p.59-63.
72. Boardman A.D., Egan P. - IEEE J.Quantum Electron., 1985, vol.21, p.1701-1713.
73. Seaton C.T., Valera J.D., Shoemaker R.L. et al. - IEEE J.Quantum Electron., 1985, vol.21, p.774-783.
74. Семенов А.С., Смирнов В.Л., Шмалько А.В. - Интегральная оптика для систем передачи и обработки информации. М.: Радио и связь, 1990.