

СИСТЕМАТИКА СВОЙСТВ АТОМНЫХ ЯДЕР В РАМКАХ РЕЛЯТИВИСТСКИХ САМОСОГЛАСОВАННЫХ МОДЕЛЕЙ

Н.В. Джай

Институт ядерной физики, Орсе, Франция

Л.Н. Савушкин

Ленинградский электротехнический институт связи, С.-Петербург

Рассматривается релятивистская самосогласованная теория ядерной структуры. Такой подход достиг высокой степени изощренности и в рамках приближения Хартри и Хартри — Фока описывает количественно многие свойства основных состояний конечных ядер: полные энергии связи ядер, радиусы зарядового распределения, энергии отделения, спин-орбитальные расщепления. Кулоновское поле ядра естественно вводится на основе векторной доминантности с учетом электромагнитной структуры нуклонов. Рассматривается связь релятивистской теории и метода Хартри — Фока с эффективными силами Скирма. Обсуждаются проблемы релятивистской теории Дирака — Бракнера — Хартри — Фока для конечных ядер. Успех релятивистских приближений Хартри и Хартри — Фока обеспечивает хорошую основу для изучения ядерных возбуждений в релятивистских моделях.

Relativistic self-consistent theory of nuclear structure is considered. Such approach is a highly sophisticated method to describe quantitatively in the framework of the Hartree and Hartree — Fock approximations many properties of the ground states of the finite nuclei: total binding energies, charge distribution radii, separation energies, spin-orbit splittings. The Coulomb field is naturally introduced in such a theory in the framework of the vector meson dominance model, the nucleon electromagnetic structure being taken into account. Connection of the relativistic theory and the Hartree — Fock method with effective Skyrme forces is considered. The problems of relativistic Dirac — Brueckner — Hartree — Fock theory are discussed for finite nuclei. Success of the relativistic Hartree and Hartree — Fock approximations ensures good basis for investigation of nuclear excitations in relativistic models.

С начала 70-х годов в ядерной физике широкое развитие получило направление, в котором атомное ядро рассматривается как релятивистская система; за истекшие 20 лет в этой области получено много новых существенных результатов [1—7].

В частности, было установлено, что аномально большая величина спин-орбитальной связи в ядре, которая в нерелятивистском описании трактуется чисто феноменологически, естественным образом объясняется в релятивистском подходе.

Одно из преимуществ дираковского описания по сравнению со шредингеровской картиной состоит в том, что в рамках релятивистской теории естественное объяснение находит энергетическая зависимость вещественной части оптического потенциала: при промежуточных энергиях нуклонов оптический потенциал принимает характерную форму «дна винной бутылки». Эта зависимость была экспериментально подтверждена исследованиями упругого рассеяния протонов на ядрах при промежуточных энергиях.

Широкое развитие получил релятивистский аналог теории Кермана — Мак-Мануса — Талера (КММТ). Этот подход не содержит свободных параметров. Выполнены релятивистские расчеты в теории КММТ для дифференциального сечения, анализирующей способности и функции поворота спина при упругом рассеянии поляризованных протонов с энергией ~ 500 МэВ на ядрах ^{40}Ca и ^{208}Pb . Расчеты показали, что переход от нерелятивистского описания к релятивистской теории приводит к «драматическому» улучшению согласия с опытом для поляризационных эффектов.

Релятивистская трактовка дает возможность уже в приближении Хартри получить соответствующие эксперименту полные энергии связи ядер, радиусы зарядового распределения и энергии отделения. Энергии связи и зарядовые радиусы ядер воспроизводятся при этом с точностью до нескольких процентов. Полученные в релятивистском подходе распределения плотности сферических дважды магических ядер находятся в хорошем согласии с данными по рассеянию электронов. Показано также, что такое фундаментальное свойство ядер, как насыщение, является релятивистским кинематическим эффектом, а релятивистские самосогласованные расчеты выполнены как для сферических, так и для деформированных ядер.

Релятивистские эффекты наиболее существенны для полей аномальной четности (для которых мультипольность L определяет пространственную четность с помощью соотношения $(-)^{L+1}$), т.е. для полей, которые связывают большую и малую компоненты волновой функции. Подобного типа эффекты могут быть весьма существенны при исследовании устойчивости основного состояния ядер во внешних полях; наибольший интерес представляют поля, симметрия которых отличается от симметрии основного состояния.

Релятивистские эффекты в ядрах могут быть существенны также при рассмотрении электромагнитных и β -переходов, а также процессов, определяемых кулоновским взаимодействием.

Кроме того, релятивистский подход, в частности, релятивистские волновые функции, необходим для описания характерных явлений в области средних энергий, таких, как реакции (p, π^+) и пр.

Достоинство подхода к описанию свойств атомных ядер, рассматриваемого в настоящем обзоре, заключается, в частности, в том, что в рамках этого подхода на единой основе можно описать не только взаимодействие нуклонов с ядрами, но также и других элементарных частиц: антипротонов, пионов, гиперонов, каонов.

Развитие релятивистского описания ядер неразрывно связано с успехами мезонной теории, в частности, мезонной теории нуклон-нуклонного взаимодействия.

Последние два десятилетия развитие мезонного подхода в описании ядерных систем протекало особенно интенсивно, появились обширные обзоры по мезонной теории ядерных сил. Достигнуты существенные успехи в описании ядерной материи и конечных ядер с учетом мезонных степеней свободы, $\Delta(1236)$ -резонанса, трехчастичных сил и т.д. (отметим в этой связи работы [8—13]).

Релятивистская теория ядерных структур развивается по двум направлениям.

В первом исследуются эффективные лагранжианы с набором мезонов, параметры которых подгоняются так, чтобы воспроизвести наблюдаемые свойства насыщения ядерной материи и конечных ядер либо в приближении Дирака — Хартри (ДХ), либо в приближении Дирака — Хартри — Фока (ДХФ). Наиболее характерным примером является модель Валечки. Такой подход достиг высокой степени изощренности и может количественно описывать многие свойства основных состояний атомных ядер.

Второй подход основывается на теории ядерной структуры Дирака — Бракнера — Хартри — Фока (ДБХФ). В этом случае исходными являются пустотные NN -силы (типа потенциалов однобозонного обмена — ОВЕР), которые подгоняются при описании NN -рассеяния и наблюдаемых свойств дейтрона. При этом эффективное NN -взаимодействие в среде — G -матрица Бракнера — оказывается полностью определенным и не содержит более свободных параметров. В таком подходе свойства насыщения уже не параметризуются, они должны быть получены непосредственно на основе пустотных потенциалов. Большое достижение теории ДБХФ состоит в том, что в противоположность нерелятивистской теории Бракнера она ведет к точке насыщения, достаточно близкой к эмпириче-

ской (не лежащей на так называемой линии Кёстера). Такого типа теория развита как для бесконечной ядерной материи, так и для конечных ядер.

В настоящее время также выполнены исследования, цель которых заключается в том, чтобы установить, в какой мере релятивистские модели с параметрами, выбранными при описании основного состояния, способны удовлетворительно описать возбужденные состояния конечных ядер.

В данном обзоре рассматривается систематика свойств ядерной материи, конечных ядер, а также ядерная динамика в рамках релятивистской теории.

1. МОДЕЛЬ ВАЛЕЧКИ. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДЕЛИ

Прямым указанием на существенную роль релятивистских эффектов в ядре является аномально большая спин-орбитальная связь. Для пояснения сравним ядерную ситуацию с атомной. В атоме спин-орбитальный потенциал определяется формулой Томаса

$$U_{LS} = \frac{1}{4M^2} \frac{1}{r} \frac{dU}{dr} \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma}, \quad (1)$$

где U — центральный потенциал (кулоновское поле ядра плюс самосогласованное поле), а M — масса свободного нуклона.

Применение формулы (1) к ядру а) приводит к неверному знаку эффекта (центральный потенциал ядра — яма глубиной 50 МэВ и радиусом порядка размера ядра — имеет положительную производную, в то время как наблюдаемый знак — отрицательный), б) дает абсолютную величину эффекта, примерно в 30 раз меньшую наблюдаемой. Поэтому в случае ядра в формулу (1) вводится отрицательный коэффициент, численно равный 30, который и характеризует масштаб усиления релятивистских эффектов в ядре [14].

Решение проблемы было предложено Дуэром [15], который для описания атомного ядра использовал уравнение Дирака вида ($\hbar = c = 1$):

$$[\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{p} + \beta M + \beta S(r) + V(r)] \psi_\lambda = E_\lambda \psi_\lambda, \quad (2)$$

где матрицы $\boldsymbol{\alpha}$ и β имеют традиционное представление; E_λ — собственные значения, а ψ_λ — собственные функции:

$$\psi_\lambda = \begin{pmatrix} \varphi_\lambda \\ \chi_\lambda \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Как видно из уравнения (2), в релятивистской теории Дуэра нуклоны ядра двигаются в двух полях, одно из которых — $S(r)$ является мировым

скаляром, а другое — $V(r)$ преобразуется как релятивистский вектор ($V(r)$ — временная компонента четырехмерного векторного поля). Из уравнения (2) следует также [15], что центральный потенциал, в котором двигаются нуклоны, определяется суммой полей $S(r)$ и $V(r)$, в то время как спин-орбитальный потенциал, соответствующий этому уравнению, определяется градиентом их разности: $V(r) - S(r)$. Если выбрать глубину притягивательного поля равной ~ -400 МэВ, а величину отталкивательного векторного поля $\sim +300$ МэВ, то можно качественно правильно восстановить и глубину оболочечного потенциала ядра и величину спин-орбитальной связи в ядре [15].

Работа Дуэра была сделана в 1956 г., когда в эксперименте, кроме π -мезона, никаких других мезонов известно не было. По этой причине эта работа представлялась схоластической и не получила в то время развития. Однако в 1961—1962 гг. экспериментально были обнаружены векторные мезоны, а в начале 70-х годов появились модели однобозонного обмена (ОВЕР) [3,8,9,11], в рамках которых была установлена необходимость введения скалярных мезонов для описания притяжения между нуклонами на промежуточных расстояниях. Это привело к тому, что в последние годы резко усилился интерес к релятивистской трактовке свойств ядерной материи и конечных ядер. Увеличивается поток работ в этом направлении.

Широкое распространение в настоящее время получила модель Валечки [16]. Основная причина успеха этой модели состоит в ее простоте. Модель Валечки основывается на следующем лагранжиане:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - M)\psi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \cdot \partial^\mu \sigma - U(\sigma) - \frac{1}{2} \partial_\mu V_\nu \cdot \partial^\mu V^\nu + \\ & + \frac{1}{2} m_V^2 V_\mu V^\mu - g_S \bar{\psi} \psi \sigma - g_V \bar{\psi} \gamma^\mu \psi V_\mu \end{aligned} \quad (4)$$

с потенциальной функцией

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_S^2 \sigma^2 + \frac{1}{2} \lambda m_S^2 \frac{g_S}{M} \sigma^3 + \frac{1}{8} \mu m_S^2 \left(\frac{g_S}{M} \right)^2 \sigma^4,$$

где σ и V_μ — скалярное и векторное мезонные поля ($\mu = 0, 1, 2, 3$); ψ — нуклонное поле; γ_λ — традиционные матрицы Дирака [17]; g_S и g_V — константы связи скалярного и векторного мезонов с нуклонами; m_S , m_V , M — массы скалярного мезона, векторного мезона и нуклона (в модели Валечки векторный изоскалярный мезон отождествляется с ω -мезоном ($J^P I = 1^-, 0$), поэтому его масса во всех дальнейших расчетах полагается равной $m_\omega = 783$ МэВ).

В модели, описываемой лагранжианом (4), нейтральный векторный мезон взаимодействует с барионным током

$$B_\lambda = \bar{\psi} \gamma_\lambda \psi,$$

а скалярный мезон — со скалярной плотностью $\bar{\psi}\psi$.

Лагранжиан (4) соответствует модели Валечки при $\lambda = \mu = 0$, в то время как при $\lambda = \mu = 1$ он воспроизводит лагранжиан нелинейной σ -модели. Сама σ -модель не дает правильных свойств насыщения ядерной материи. По этой причине в работах [18—27] величины λ и μ рассматриваются как параметры, при этом функционал $U(\sigma)$ записывается в следующем виде:

$$U(\sigma) = \frac{1}{2} m_S^2 \sigma^2 + \frac{1}{3} b \sigma^3 + \frac{1}{4} c \sigma^4. \quad (5)$$

Описание свойств ядерной структуры на основе модели Валечки ставит теорию ядра на качественно новый уровень, дает возможность рассматривать ее как релятивистскую квантовую теорию поля. Точное релятивистское квантово-полевое описание, соответствующее лагранжиану Валечки, конечно, очень сложно. Оказывается, однако, что в рамках этой модели можно получить много важных результатов, используя приближение среднего поля, которое заключается в том, что поля, фигурирующие в модели Валечки, рассматриваются как классические. Вообще говоря, это приближение требует теоретического обоснования, которое было дано Валечкой только в пределе высоких плотностей. Использование модели в приближении среднего поля при наблюдаемых ядерных плотностях оправдывается в настоящее время только большим количеством экспериментальных результатов, которые воспроизводятся в рамках модели Валечки в этом приближении. В дальнейшем наше рассмотрение будет связано с использованием именно этого приближения. При этом модель описывает в рамках единого подхода следующую совокупность фактов:

- а) свойство насыщения [16] (см. также, например, [28—35]);
- б) в приближении высокой плотности ультрарелятивистский предел Я.Б.Зельдовича [36] для уравнения состояния;
- в) спин-орбитальное взаимодействие в ядре [15, 37—40, 34];
- г) энергетическую зависимость вещественной части оптического потенциала [41—44].

Следует подчеркнуть, что даже воспроизведение свойства насыщения, т.е. получение для бесконечной ядерной материи правильного значения энергии связи на нуклон $E/A = -15,75$ МэВ при «эмпирически наблюдаемой» плотности $n_0 = 0,19 \text{ фм}^{-3}$, представляет собой важный ре-

зультат; одновременное описание большой совокупности экспериментальных данных означает несомненный успех модели Валечки.

Отметим, что если рассчитывать рассеяние двух барионов в свободном пространстве, используя лестничное приближение для уравнения Бете — Солпитера, то взаимодействие, содержащееся в лагранжиане Валечки ($b = c = 0$), может быть заменено эквивалентным потенциалом в импульсном пространстве [16]:

$$V(q)_{eq} = g_V^2 \frac{\gamma_\lambda^{(1)} \gamma_\lambda^{(2)}}{q^2 + m_V^2 - i\eta} - g_S^2 \frac{1^{(1)} 1^{(2)}}{q^2 + m_S^2 - i\eta},$$

где $q_\lambda = (-\mathbf{q}, q_0)$ — четырехмерный переданный импульс; $\gamma_\lambda^{(1,2)}$, $1^{(1,2)}$ — матрицы (1 — единичная матрица), относящиеся к первой и второй частицам. Если считать барионы тяжелыми и двигающимися нерелятивистски, то можно использовать следующие приближения:

$$\gamma_\lambda^{(1)} \gamma_\lambda^{(2)} \rightarrow 1^{(1)} 1^{(2)}, \quad |q_0| \ll |\mathbf{q}|,$$

которые приводят к потенциалу, не учитывающему запаздывания, не зависящему от спинов и имеющему в координатном представлении вид

$$\frac{1}{4\pi} \left(g_V^2 e^{-m_V r} \frac{1}{r} - g_S^2 e^{-m_S r} \frac{1}{r} \right). \quad (6)$$

Если $g_V^2 > g_S^2$, то этот потенциал является отталкивательным на малых расстояниях; если $m_V > m_S$, то потенциал (6) является притягивательным на больших расстояниях. Таким образом, взаимодействие, содержащееся в (6), включает основные особенности нуклон-нуклонных потенциалов, которые ответственны за насыщение.

Правда, в (4) нет однопионного хвоста. Его отсутствие может в некоторой степени быть оправдано тем, что в случае симметрии 0^+ в приближении Хартри вклад в основное состояние могут давать только скалярные и векторные поля.

Уравнения Лагранжа — Эйлера

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi} - \frac{\partial}{\partial x^\mu} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \varphi_\mu} = 0; \quad (7)$$

$$\varphi_\mu = \frac{\partial \varphi}{\partial x^\mu}, \quad \mu = 0, 1, 2, 3,$$

для лагранжиана (4) имеют вид (при $b = c = 0$)

$$\left[\gamma^\mu (i\partial_\mu - g_V V_\mu) - M - g_S \sigma \right] \psi = 0, \quad (8)$$

$$(\square - m_S^2)\sigma = g_S \bar{\psi} \psi, \quad (9)$$

$$(\square - m_V^2)V^\nu = -g_V \bar{\psi} \gamma^\nu \psi. \quad (10)$$

В дальнейшем нас будут интересовать только статические решения; в этом случае волновые функции нуклонов ψ_λ (где λ — полный набор квантовых чисел) и их энергии E_λ удовлетворяют уравнению Дирака, введенному Дуэром:

$$E_\lambda \psi_\lambda = [\alpha \cdot p + V(r) + \beta(M + S(r))] \psi_\lambda, \quad (11)$$

а векторное V и скалярное S поля — уравнениям Клейна — Фока ($S(r) = g_S \sigma(r)$, $V(r) = g_V V_0(r)$):

$$(\Delta - m_V^2)V(r) = -g_V^2 n(r),$$

$$n(r) = \sum_\lambda n_\lambda \bar{\psi}_\lambda \beta \psi_\lambda = \sum_\lambda n_\lambda (|\varphi_\lambda|^2 + |\chi_\lambda|^2), \quad (12)$$

$$(\Delta - m_S^2)S(r) = g_S^2 n_S,$$

$$n_S(r) = \sum_\lambda n_\lambda \bar{\psi}_\lambda \psi_\lambda = \sum_\lambda n_\lambda (|\varphi_\lambda|^2 - |\chi_\lambda|^2), \quad (13)$$

где φ_λ и χ_λ — соответственно большая и малая компоненты биспинора. Из уравнений (12) и (13) видно, что векторное поле $V(r)$ является отталкивательным, а скалярное поле $S(r)$ — притягивательным. Отметим, что для бесконечной ядерной материи и в основных состояниях четно-четных ядер пространственные компоненты V^i векторного поля отсутствуют.

Свойства основного состояния релятивистской ядерной материи были рассмотрены в работе [16]. Они получаются из лагранжиана (4) (вначале мы будем рассматривать лагранжиан без самодействия скалярного поля: $b = c = 0$). Только изоскалярные поля присутствуют в основном состоянии в силу изотопической симметрии. Свойства основного состояния определяются безразмерными параметрами $M^2 \frac{g_i^2}{m_i^2}$. Согласно модели Вальчеки [16], эти параметры равны

$$C_S^2 = M^2 \frac{g_S^2}{m_S^2} = 266,9; \quad C_V^2 = M^2 \frac{g_V^2}{m_V^2} = 195,7. \quad (14)$$

Для этих значений равновесная плотность основного состояния оказывается равной $n_0 = 0,19 \text{ фм}^{-3}$, а энергия связи на нуклон $E/A = -15,75 \text{ МэВ}$. Энергия квазичастицы равна [16,45]:

$$E_k = g_V V_0 + e_k, \quad e_k = \sqrt{k^2 + \mathfrak{M}^2}, \quad \mathfrak{M} = M + g_S \sigma, \quad (15)$$

где V_0 — временная компонента векторного мезонного поля; \mathfrak{M} — эффективная масса нуклона. Поля, формирующие основное состояние, имеют вид

$$g_V V_\mu = \delta_{\mu 0} \frac{g_V^2}{m_V^2} n = \delta_{\mu 0} \frac{g_V^2}{m_V^2} \sum_{\lambda, |\mathbf{k}| \leq k_F} \bar{\psi}_{\mathbf{k}, \lambda} \gamma^4 \psi_{\mathbf{k}, \lambda}, \quad (16)$$

$$g_S \sigma = - \frac{g_S^2}{m_S^2} n_S = - \frac{g_S^2}{m_S^2} \sum_{\lambda, |\mathbf{k}| \leq k_F} \bar{\psi}_{\mathbf{k}, \lambda} \psi_{\mathbf{k}, \lambda}, \quad (17)$$

где \mathbf{k} и λ обозначают импульс и поляризацию квазичастицы, а k_F — импульс Ферми. Суммы в правых частях уравнений (16) и (17) включают протоны и нейтроны. Такие суммы вычисляются по следующему правилу [46]:

$$\sum_{\lambda, |\mathbf{k}| \leq k_F} \bar{\psi}_{\mathbf{k}, \lambda} O \psi_{\mathbf{k}, \lambda} = \int_{|\mathbf{k}| \leq k_F} \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \text{tr} O(\hat{\mathbf{k}} + \mathfrak{M}), \quad (18)$$

где O — произвольный оператор, а $\hat{\mathbf{k}} = \gamma^\mu k_\mu$, $k_\mu(e_k, \mathbf{k})$. Полагая $O = \gamma^4$, получим традиционные выражения для плотности (временной компоненты ядерного тока):

$$n = \int_{|\mathbf{k}| \leq k_F} \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \text{tr} \frac{\gamma^4 (\hat{\mathbf{k}} + \mathfrak{M})}{e_k} = \frac{2k_F^3}{3\pi^2}. \quad (19)$$

Полагая $O = 1$, получим следующее выражение для скалярной плотности:

$$n_S = \int_{|\mathbf{k}| \leq k_F} \frac{d^3 \mathbf{k}}{(2\pi)^3} \text{tr} \frac{\hat{\mathbf{k}} + \mathfrak{M}}{e_k} = \frac{\mathfrak{M}}{\pi^2} \left(k_F \sqrt{k_F^2 + \mathfrak{M}^2} - \mathfrak{M}^2 \ln \frac{k_F + \sqrt{k_F^2 + \mathfrak{M}^2}}{\mathfrak{M}} \right). \quad (20)$$

Это есть уравнение для n_S , так как согласно (15) и (17)

$$\mathfrak{M} = M - \frac{g_S^2}{m_S^2} n_S. \quad (21)$$

Решая уравнение (20), получим зависимость n_S и \mathfrak{M}/M от плотности n , которая показана на рис. 1. Очень важно, что эффективная масса представляет собой убывающую функцию плотности [45]. В ультрарелятивистском пределе ($n \rightarrow \infty$) $\mathfrak{M} = 0$. Действительно, как следует из уравнения (20), ультрарелятивистская скалярная плотность равна

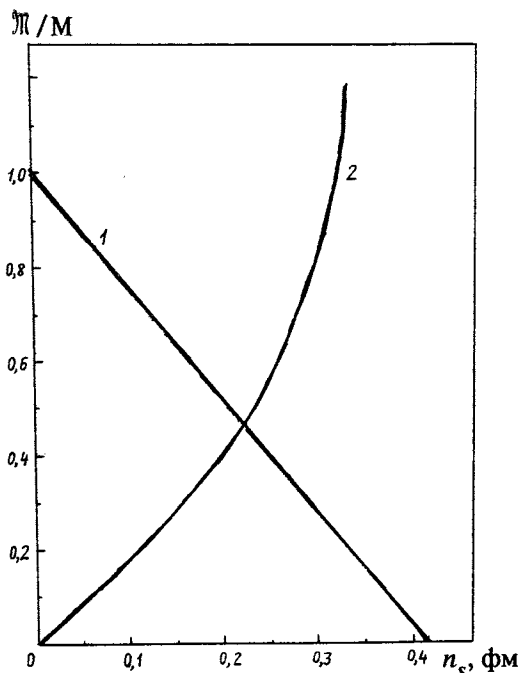


Рис.1. Зависимость отношения \mathfrak{M}/M (кривая 1) и плотности n (кривая 2) от скалярной плотности n_s [45]

$$n_{S\infty} = \frac{m_S^2}{g_S^2} M = 0,4025 \text{ фм}^{-3}. \quad (22)$$

Для плотности основного состояния $n_0 = 0,19 \text{ фм}^{-3}$ имеем

$$n_{s0} = 0,176 \text{ фм}^{-3}, \quad \frac{\mathfrak{M}_0}{M} = 0,56. \quad (23)$$

Таким образом, «наблюдаемая» скалярная плотность составляет почти половину ультрарелятивистского значения. Значимость этого факта проявляется [45] в отклике системы на слабые внешние поля. В таких полях возбуждаются виртуальные пары частица — дырка. Согласно уравнению (15), энергия такой пары ($|k_1 - k_2| \ll k_F$) равна

$$E_{ph} = E_{k_1 > k_F} - E_{k_2 < k_F} = \sqrt{k_1^2 + \mathfrak{M}^2} - \sqrt{k_2^2 + \mathfrak{M}^2} \approx$$

$$\approx \frac{k_F}{\sqrt{k_F^2 + \mathfrak{M}^2}} (k_1 - k_2) = \left(\frac{v_0}{c} \right)_{\text{eff}} (k_1 - k_2). \quad (24)$$

Как видно из уравнения (24), векторное поле не входит в E_{ph} и, таким образом, поведение системы во внешних полях определяется только скалярным полем через эффективную массу нуклона. Полагая в уравнении (24) $k_F = 1,42 \text{ фм}^{-1}$ и $\mathfrak{M}/M = 0,56$, получим следующее значение для скорости нуклонов на поверхности Ферми:

$$\left(\frac{v_0}{c} \right)_{\text{eff}} = \frac{k_F}{\sqrt{k_F^2 + \mathfrak{M}^2}} = 0,47, \quad (25)$$

которая не мала по сравнению со скоростью света c .

Слагаемые $1/3 b\sigma^3$ и $1/4 c\sigma^4$ в (4) соответствуют учету самодействия скалярного поля (см. [19,47], а также [48], в которой рассматривается влияние самодействия скалярных мезонов, присущего σ -модели, на уравнение состояния системы нуклонов большой плотности; в σ -модели член с σ^3 соответствует притягивательному взаимодействию, а член с σ^4 — отталкивательному взаимодействию). Отметим, что такой релятивистский подход с учетом самодействия является аналогом нерелятивистских расчетов конечных ядер и ядерной материи, использующих взаимодействия, зависящие от плотности [49,50]. В частности, в работе [50] показано, что двухчастичное взаимодействие, зависящее от плотности:

$$v_{12} = \frac{1}{6} t_3 (1 + P_\sigma) \delta(r_1 - r_2) n \left(\frac{r_1 + r_2}{2} \right), \quad (26)$$

и эффективные трехчастичные силы нулевого радиуса:

$$v_{123} = t_3 \delta(r_1 - r_2) \delta(r_2 - r_3) \quad (27)$$

эквивалентны в хартри-фоковских расчетах. При этом вклад трехчастичных сил (27) в энергию связи на нуклон для ядерной материи составляет [56] $\frac{1}{16} t_3 n^2$, т.е. 15—20 МэВ на нуклон.

С другой стороны, как показано в [51]*, самодействие, пропорциональное третьей степени скалярного поля, также приводит к трехчастичным силам (рис.2) (более традиционный механизм трехчастичных сил представлен на рис.3 [51]); вклад его в выражение для плотности энергии

*В работе [51] рассматривается лагранжиан типа (5), отвечающий σ -модели. В этом случае лагранжиан не содержит векторного поля, а λ и μ в потенциальном функционале $U(\sigma)$ равны: $\lambda = \mu = 1$.

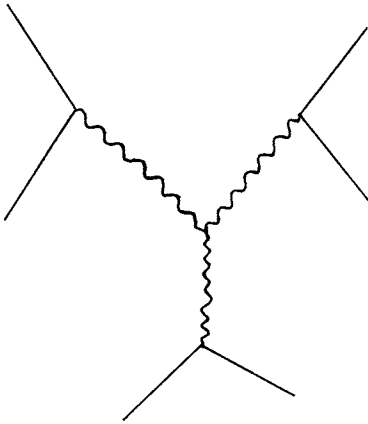


Рис. 2. Механизм трехчастичных сил, вызванных обменом скалярным мезоном (волнистая линия)

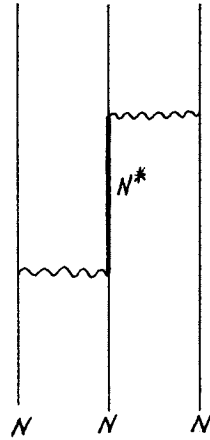


Рис. 3. Традиционные трехчастичные силы в ядрах

определяется функционалом $(b/3V) \int \sigma^3 d^3r$ (V — объем системы); который в работе [51] оценивался по теории возмущений с использованием в качестве поля $\sigma(r)$ решения задачи, когда в потенциальной функции $U(\sigma)$ (см. (4)) содержится только квадратичный член.

Используя также приближение короткодействия, авторы [51] оценивают (без учета квантовых поправок) вклад трехчастичных сил (рис.2) в энергию связи на нуклон для нормальной фазы; оценки проводятся с использованием параметров σ -модели ($1/3 b = m_S^2/2f_\pi$; $f_\pi = 95$ МэВ) и дают значение, равное примерно 15 МэВ энергии притяжения. Это значение слишком велико. Такие большие трехчастичные силы должны существенно влиять на свойства тритона, в то время как хорошо известно, что энергия тритона может быть достаточно хорошо воспроизведена с помощью двухчастичных сил, полученных при подгонке нуклон-нуклонного рассеяния и свойства дейтрона. В работе [52] указываются некоторые приближения в расчетах [51], устранение которых может привести к значительному уменьшению вклада трехчастичных сил. Так, если корреляции частично учитывались Баршаем и Брауном [51], то обменные члены игнорировались вообще, в то время как известно [53], что только обменные члены в отсутствие корреляций при низких плотностях уменьшают трехчастичную силу в 3/8 раза.

В работе [54] показано, что учет квантовых поправок приводит к тому, что трехчастичные силы (рис.2) действуют только в аномальной фазе (в этом случае аномальное состояние типа Ли и Вика [10, 19, 55, 56] имеет место при плотности, примерно на порядок большей нормальной плотности, но это состояние не связано: энергия «возбуждения» на нуклон составляет примерно 100 МэВ). Таким образом, связанное аномальное состояние при больших плотностях может иметь место только в том случае, если в нормальной фазе действуют большие трехчастичные силы.

Включение самодействия σ^4 дает дополнительное отталкивание. Это приводит к уменьшению константы связи векторного ω -мезона с нуклонами и к улучшению согласия рассчитанного в такой модели модуля сжатия K и его экспериментального значения.

В работе [19] выполнены релятивистские расчеты для бесконечной и полубесконечной симметричной ядерной материи в рамках приближения Хартри и Томаса — Ферми (в случае бесконечной ядерной материи эти два приближения совпадают). Параметрами модели являются коэффициенты при σ^3 и σ^4 , константы связи скалярного и векторного мезонов и масса скалярного мезона. Эти параметры выбираются так, чтобы описать «эмпирические» свойства ядерной материи (энергия связи на нуклон, плотность при насыщении) и ядерную поверхность. Исследование в работе [18] выполнено в приближении «среднего поля». В [2] обсуждаются границы применимости приближения «среднего поля», рассматривается роль корреляций в модели Валечки.

Отметим также многотельную теорию, основывающуюся на лагранжиане Валечки, построенную в работе [57]. Эта теория используется для описания системы взаимодействующих барионов высокой плотности при $T = 0$. В работах [18, 19] применяется релятивистский теоретико-полевой аппарат функций Грина при $T = 0$.

Для того чтобы определить, остается или нет рассматриваемая модельная многобарионная система стабильной в пределе высокой плотности, в работе [57] исследовались ее коллективные моды, соответствующие микроскопическим колебаниям плотности. Эти моды в приближении высокой плотности определяются векторным взаимодействием, при этом спектры коллективных мод, соответствующих флуктуациям плотности, даются полюсами пропагатора векторного мезона. Релятивистские плазменные частоты Ω даны выражением $\Omega^2 = \frac{g_V^2 k_F^3}{3\pi^2 \epsilon_F}$, где $\epsilon_F = (k_F^2 + M^2)^{1/2}$.

Продольная мода состоит из двух ветвей: высокочастотной мезонной ветви, которая может быть уподоблена традиционной продольной плазменной коллективной моде, но с частотой $q_0 = (m_V^2 + \Omega^2)^{1/2}$, и низкочастот-

ной акустической ветви, которая может быть отождествлена с нулевым звуком.

В [58] (а также в более детальной работе [59]) для расчета уравнения состояния барионной материи, взаимодействующей со скалярным и векторным полями* (модель Валечки), применяется формализм релятивистских температурных функций Грина. В [58] получено уравнение состояния для любой температуры и плотности барионов; с увеличением барионной плотности это уравнение стремится асимптотически к предельно жесткому $P = \varepsilon$ (ε — плотность энергии, P — давление); квантовые поправки смягчают уравнение состояния (т.е. делают меньше отношение P/ε). В работе [58] отмечается, что при низких температурах в системе происходит фазовый переход типа газ — жидкость, при температурах выше критической $T_c \geq 10^{12}$ К этот переход исчезает.

В [61], используя аппарат температурных функций Грина, авторы получили выражение для коэффициента теплопроводности κ ядерной материи с учетом релятивистских эффектов, что приводит к изменению зависимости κ от плотности ядерной материи n : в нерелятивистском приближении $\kappa \sim n^{5/3}$, а в релятивистском приближении (при не очень малых n) оказывается $\kappa \sim n$.

Ответ на вопрос о том, как взаимодействуют мезоны с нуклонами в ядерной среде, существенно зависит от плотности среды: при некоторых критических плотностях в среде оказываются возможными фазовые переходы [62,47,55,56].

2. РЕЛЯТИВИСТСКОЕ ОПИСАНИЕ СВОЙСТВ ЯДЕРНОЙ МАТЕРИИ. ДЕТАЛИ РАСЧЕТОВ

Выше были рассмотрены общие свойства модели Валечки. В настоящем разделе мы остановимся на некоторых деталях релятивистских расчетов свойств ядерной материи в рамках модели Валечки или ее модификаций. В дальнейшем мы рассмотрим результаты, полученные в рамках аналогичной схемы, для конечных ядер. В настоящем разделе мы будем пользоваться приближением среднего поля, считая исходным лагранжиан (4).

Рассмотрим результаты, полученные в [27]. Достоинство этой работы состоит в том, что ее авторам впервые в релятивистских расчетах удалось получить правильную величину модуля сжатия, наряду с другими

*В [60] рассматривается взаимодействие барионов с псевдоскалярными π -мезонами на основе температурных функций Грина.

свойствами ядерной материи, при хорошем описании основных состояний сферических ядер.

В случае изоскалярной ядерной материи для лагранжиана (4) и функционала $U(\sigma)$ получаем следующие уравнения для векторного и скалярного полей:

$$-\frac{\partial U}{\partial \sigma} = g_S n_S, \quad (28a)$$

$$m_V^2 V_0 = g_V n, \quad (28б)$$

нуклонное поле удовлетворяет при этом уравнению Дирака (11), эффективная масса нуклона определяется выражением (15), а плотности n_S и n — уравнениями (12) и (13).

Уравнение состояния ядерной материи дается параметрической формой, при этом плотность энергии определяется выражением

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{C_V^2}{M^2} n^2 + U(\sigma) + \frac{4}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k (k^2 + \mathfrak{M}^2)^{1/2}, \quad (29)$$

а давление $P = n^2(\partial\varepsilon/n)/\partial n$:

$$P = \frac{1}{2} \frac{C_V^2}{M^2} n^2 - U(\sigma) + \frac{1}{3} \frac{4}{(2\pi)^3} \int_0^{k_F} d^3k (k^2 + \mathfrak{M}^2)^{-1/2}. \quad (30)$$

Из уравнения состояния легко получить аналитическое выражение для модуля сжатия:

$$K = 9n^2 \left. \frac{\partial^2 \varepsilon/n}{\partial^2 n} \right|_{n=n_0}, \quad (31)$$

где n_0 — плотность, соответствующая насыщению. Для объемного модуля имеем также

$$\frac{1}{9} K = \frac{k_F^{(0)2}}{3\nu} + \left(\frac{C_V^2}{M^2} \right) n_0 + \frac{\mathfrak{M} n_0}{\nu} \left. \frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial n} \right|_{n=n_0}. \quad (32)$$

Из уравнений самосогласования (28a) и (15) получаем

$$\frac{\partial \mathfrak{M}}{\partial n} = \frac{\mathfrak{M}}{\nu} \left(\frac{3n}{\nu} + \frac{3}{g_S} \frac{1}{\mathfrak{M}} \frac{\partial U}{\partial \sigma} - \frac{1}{g_S^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \sigma^2} \right)^{-1} \quad (33)$$

при

$$\nu = (k_F^2 + \mathfrak{M}^2)^{1/2}.$$

Следует подчеркнуть, что все величины в уравнении (32) вычисляются в точке насыщения.

Уравнение состояния, уравнения (29) и (30), модуль сжатия, уравнения (32) и (33) зависят, как и в случае собственно модели Валечки [16], от безразмерных параметров $C_i^2 = (g_i/m_i)^2 M^2$ ($i = S, V$), но также и от коэффициентов при σ^3 и σ^4 в функционале $U(\sigma)$. Удобно ввести в рассмотрение также два безразмерных параметра [24,26,27]:

$$\bar{b} = b/Mg_S^3, \quad \bar{c} = c/g_S^4, \quad (34)$$

которые связаны с константами связи других расчетов [21, 23] с помощью соотношений

$$\bar{b} = 3\lambda/2C_S^2, \quad \bar{c} = \mu/2C_S^2, \quad (35)$$

$$\bar{b} = -b_{BGG}, \quad \bar{c} = c_{BGG}, \quad (36)$$

где индекс BGG соответствует работам [21,23].

При этом можно получить ключевое уравнение

$$M^2(\mathfrak{M} - M)/C_S^2 + \bar{b}M(\mathfrak{M} - M)^2 + \bar{c}(\mathfrak{M} - M)^3 = -n_S, \quad (37)$$

которое связывает все безразмерные параметры рассматриваемой задачи.

Таким образом, нелинейная σ -модель, дополненная векторным мезоном, содержит четыре безразмерных параметра $C_S^2, C_V^2, \bar{b}, \bar{c}$ и три величины — плотность энергии (29), давление (30) и модуль сжатия (32) — (37), каждая из которых, очевидно, зависит от эффективной массы \mathfrak{M} , определяемой уравнением (37).

Воспроизведение свойства насыщения ядерной материи:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon/n - M &= -a_1 \\ p &= 0 \end{aligned} \right\} \text{при } k_F = k_F^{(0)} \text{ (или } n = n_0), \quad (38)$$

где a_1 и n_0 являются эмпирическими значениями энергии связи и плотности, а также модуля сжатия, полученного из данных по гигантским монопольным резонансам,

$$K = K_\infty, \quad (39)$$

накладывает определенные ограничения на имеющиеся параметры. Однако, очевидно, требуется дополнительная информация для однозначного определения четырех безразмерных параметров. Этот вопрос мы и обсудим ниже [27].

Энергия симметрии. Первая возможность связана с расчетом коэффициента энергии симметрии. Для этой цели в дополнение к изоскаляр-

ным, скалярному и векторному полям следует включить изовекторное векторное мезонное поле b_μ . Для этого к лагранжиану (4) следует добавить

$$\mathcal{L}_1 = \frac{1}{2} m_b^2 b_\mu b^\mu - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_b \bar{\psi} \gamma_\mu \tau b^\mu \psi \quad (40)$$

при

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu b_\nu - \partial_\nu b_\mu.$$

Реально в приближении среднего поля для несимметричной ядерной материи весь вклад b -мезонного поля связан только с его временной компонентой ($\mu = 0$), и в уравнении состояния как плотность энергии, так и давление будут включать член

$$\frac{C_b^2 n_3^2}{2M^2}, \quad (41)$$

где $C_b = g_b \left(\frac{m_b}{M} \right)^{-1}$, m_b — масса изовекторного векторного мезона, а $n_3 = n_p - n_n$ — разность протонной и нейтронной плотностей. При этом коэффициент энергии симметрии легко вычисляется [63,64] и может быть записан в виде суммы «кинетической части» и изовекторного вклада:

$$a_4 = \left(a_4^{(1)} + a_4^{(2)} \right) = \frac{1}{6} \frac{k_F^{(2)}}{v} + \frac{1}{8} \frac{C_b^2}{M^2} n. \quad (42)$$

Эта величина должна подгоняться к соответствующему коэффициенту полуэмпирической массовой формулы.

Однако один из дефектов такого подхода состоит в том, что появляется новый безразмерный параметр в ядерной материи — C_b . Таким образом, дополнительное ограничение, связанное с требованием воспроизведения энергии симметрии, привело к появлению нового параметра. Обычно проблема решается путем идентификации изовекторного мезона b с ρ -мезоном, а его константа связи определяется из распада $\rho \rightarrow 2\pi$. Однако авторы работы [27] считают эту процедуру не очень обоснованной. Дело в том, что некоторые авторы трактуют константы связи C_S и C_V скалярного и векторного мезонов как эффективные, они используются как свободные параметры. С другой стороны, ρ -мезон вводится в эту схему с пустотными значениями параметров. Однако было установлено, что при переходе от ядерной материи к конечным ядрам пустотное значение константы связи ρ -мезона оказывается слишком малым. Требуется дополнительная подгонка константы для получения правильного значения

изобар-спинового потенциала [65]. В этом случае C_b лучше трактовать как свободный параметр, подобно C_S и C_V , и подгонять a_4 к значению, равному эмпирическому, варьируя C_b , когда это необходимо. Такая точка зрения была принята в работах [66,67,21,27]. Она дает некоторую свободу в выборе констант связи, так как имеется пять безразмерных параметров при четырех ограничениях. Этот пункт существен при воспроизведении изобар-спинового потенциала для ядер с $N \neq Z$ [27].

Поверхностная энергия. Последней важной величиной для ядерной материи, которую мы должны рассмотреть [27], является поверхностная энергия. Эта величина представляет специальный интерес при переходе к задаче о конечных ядрах. В принципе при решении задачи следует начать с объемной плотности полной энергии и вычислить поверхностное натяжение. Тогда коэффициент поверхностной энергии можно записать в следующем виде:

$$a_2 = 4\pi r_0^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left[\epsilon(n) - \left(\frac{\epsilon(n)}{n} \right)_{n,m} n(z) \right] dz, \quad (43)$$

где r_0 связана с плотностью, отвечающей насыщению n_0 в ядерной материи, а плотность $n(z)$ меняется только вдоль оси z . Расчет может быть выполнен в приближении локальной плотности, как это сделано в [19], с учетом вклада нелинейных σ -членов. Сложность расчета в этом случае практически такая же, как и в случае конечных ядер. При этом $\epsilon(n)$ можно представить в виде суммы объемной части и градиентного члена, возникающего от разложения кинетической энергии. Профиль плотности находится из минимизации поверхностного натяжения.

Чтобы избежать нерелятивистской редукции плотности энергии (которая может привести к духовым ошибкам), авторы работы [27] определяют поверхностную энергию следующим образом. Если ограничить расчет случаем ядер с $N = Z$ без учета кулоновского взаимодействия, то для полной энергии на частицу для данного ядра имеем выражение

$$E/A = -a_1 + a_2 A^{-1/3} + a_3 A^{-2/3}, \quad (44)$$

где a_3 — коэффициент, связанный с кривизной поверхности. В принципе следует проводить расчеты для очень больших гипотетических ядер, чтобы исключить оболочечные эффекты и эффекты, вызванные кривизной, в этом случае коэффициент a_2 имеет вид

$$a_2 = \lim_{A \rightarrow \infty} (E/A + a_1) A^{1/3}. \quad (45)$$

Однако поскольку в работе [27] авторы рассматривают конечные $N = Z$ системы, то они получают приближенные значения коэффициентов a_2 и a_4 , учитывая оболочечные эффекты по [68].

При рассмотрении конечных систем, кроме безразмерных констант $C_S, C_V, C_b, \bar{b}, \bar{c}$, рассчитываемые величины будут зависеть также от масс мезонов. Это приведет к появлению двух новых параметров m_S и m_V (а также и m_b — массы изовекторного векторного мезона в случае $N \neq Z$ ядер). Как правило, векторный мезон идентифицируется с ω -мезоном, а векторный изовекторный — с ρ -мезоном. Поскольку скалярный мезон идентифицируется с гипотетическим σ -мезоном, то его масса остается свободным подгоночным параметром.

В работе [27] при подгонке параметров были выбраны следующие равновесные свойства холодной ядерной материи:

$$a_1 = +15,75 \text{ МэВ}, \quad k_F^{(0)} = 1,34 \text{ фм}^{-1} \quad (n_0 = 0,1625 \text{ фм}^{-3}). \quad (46)$$

Модуль сжатия выбирался равным [69]

$$K_\infty = (210 \pm 30) \text{ МэВ}. \quad (47)$$

Энергия симметрии и поверхностная энергия в расчете на частицу берутся в соответствии с полуэмпирическими оценками:

$$a_4 = 33 \text{ МэВ}, \quad a_2 = 18 \text{ МэВ}. \quad (48)$$

Значения масс выбираются равными экспериментальным значениям $M = 938,9$ МэВ (среднее значение нейтронной и протонной масс), $m_V = 783$ МэВ (ω -мезон), $m_b = 770$ МэВ (ρ -мезон). Итак, в работе [27] имеется пять безразмерных констант связи: $C_S, C_V, \bar{b}, \bar{c}$, не связанных никакими ограничениями, и константа C_b , которая будет выбрана так, чтобы получить правильное значение энергии симметрии. Что касается массы скалярного мезона, отметим, что эта масса определяет радиус взаимодействия, а также влияет на характер спада ядерных характеристик в поверхностной области [70,65,66].

При рассмотрении свойств ядерной материи этот параметр будет существен только при расчете поверхностной энергии. Однако он будет иметь радикальное значение в расчетах конечных ядер.

Прежде чем перейти к рассмотрению результатов в нелинейной σ -модели, отметим [27], что сравнение различных расчетов несколько затруднено вследствие того, что если энергия связи в ядерной материи всеми авторами выбирается равной ~ 16 МэВ, то импульс Ферми, отвеча-

ющий насыщению, к сожалению, в разных расчетах выбирается по-разному. По этой причине, чтобы иметь приближенное представление о масштабе вариаций при переходе от одного расчета к другому, в табл. 1 представлены для случая линейной σ -модели ($\bar{b} = \bar{c} = 0$) значения эффективной массы нуклона и модуля сжатия для различного выбора плотности насыщения [16, 27, 67, 66, 25]. Из этой таблицы видно, что если безразмерные константы связи C_S и C_V отличаются довольно существенно, то как \mathcal{M}/M , так и K не отличаются при этом более чем на 3%. Таблица 1 может быть полезна при сравнении результатов, полученных различными авторами.

Таблица 1. Свойства симметричной ядерной материи и безразмерные константы связи в линейной модели при различном выборе плотности при насыщении (энергия связи при насыщении $E/A = 15,75$ МэВ)

Литература	$k_\mu, \text{фм}^{-1}$	$n_0, \text{фм}^{-3}$	C_S^2	C_V^2	\mathcal{M}/M	$K, \text{МэВ}$
[16]	1,42	0,1934	266,90	195,70	0,556	544
[27]	1,34	0,1625	323,64	244,53	0,546	546
[67]	1,325	0,1571	334,75	254,08	0,545	545
[66]	1,30	0,1484	357,47	273,87	0,541	541
[25]	1,29	0,1450	366,99	282,15	0,539	539

Отметим следующее важное обстоятельство. Для любого значения модуля сжатия K коэффициент \bar{c} может быть как положительным, так и отрицательным. Это значит, что если жестко потребовать, чтобы коэффициент при σ^4 был положительным (не задумываясь о возможности перенормировки за счет вакуумных флуктуаций*), то следует взять малое значение C_V и, следовательно, большую эффективную массу, чтобы получить разумное значение модуля сжатия. Или в эквивалентной форме: если требуется получить меньшее значение эффективной массы ($\mathcal{M}/M = 0,7-0,8$), то положительное значение \bar{c} приведет к модулю сжатия $K = 280-300$ МэВ. Именно такой выбор был сделан в работах [21, 23] по исследованию пионной конденсации. Если, однако, допустить, чтобы знак \bar{c} был бы свободным (что и было сделано в работе [27], где авторы

*В работе [27] было показано, что для фиксированного K и заданного значения эффективной массы \mathcal{M} (C_V^2 фиксирована) учет вакуумных флуктуаций увеличивает C_S^2 , уменьшая при этом как \bar{b} , так и \bar{c} .

рассматривали плотности в окрестности плотности насыщения n_0), то наилучшая подгонка, связанная с получением малых значений K , сравнимых с K_∞ (47), достигается при отрицательном значении коэффициента \bar{c} . Если задать значение эффективной массы в интервале $0,55 \leq \mathcal{M}/M \leq 0,70$, то малые значения могут быть получены при $\bar{c} = -3 \cdot 10^{-3}$.

Важно отметить также, что для разумной величины K коэффициент \bar{b} всегда отрицателен, т.е. приводит к отталкивательному взаимодействию $\sim \sigma^3$. Расчет, выполненный в [27], показывает, что \bar{c} становится отрицательным, когда K меньше, чем ~ 300 МэВ (если только не допустить слишком больших значений эффективной массы). Таким образом, в области, представляющей физический интерес, коэффициенты \bar{b} и \bar{c} имеют одинаковый порядок величины, а именно от $-3 \cdot 10^{-3}$ до $-5 \cdot 10^{-3}$.

Наилучшая подгонка в [27] получена при отрицательном значении связи $\sim \sigma^4$, что не соответствует общим теоретическим представлениям (см. пред. разд., а также обзоры свойств киральных моделей, см., в частности, [51,55,56]). Однако дело в том, что в указанной работе [27] не учитывались однопетлевые мезонные флуктуации [71]. Авторы [71] предполагают, что учет таких флуктуаций приведет к положительному значению коэффициента \bar{c} . В силу сказанного расчеты, проведенные в [27], следует рассматривать как феноменологические, имеющие значение при плотностях, соответствующих насыщению.

Сделаем еще несколько замечаний относительно коэффициента энергии симметрии a_4 при насыщении. Его первая часть $a_4^{(1)}$, соответствующая вкладу кинетической энергии, зависит только от эффективной массы нуклона и равна 20 МэВ для $\mathcal{M}/M = 0,6$. Вторая часть $a_4^{(2)}$ соответствует вкладу b -мезона, при насыщении она зависит только от константы связи g_b . Поэтому, если эффективная масса выбрана, то константа C_b подгоняется путем воспроизведения эмпирического значения коэффициента a_4 (уравнение (48)). В области $0,55 \leq \mathcal{M}/M \leq 0,70$ в [27] найдено $75 \leq C_b^2 \leq 100$, т.е. величина бóльшая, чем полученная на основе $\rho \rightarrow 2\pi$ распада, где $C_b^2 = 54,71$ [63]. Эта область значений сравнима с той, которая используется при расчете конечных ядер в работе [66].

В заключение обсудим подгонку коэффициента поверхностной энергии, который имеет большое значение при воспроизведении свойств конечных ядер. Как уже отмечалось выше, коэффициент a_2 (и a_3) сильно зависит от безразмерных констант связи, а также от массы скалярного мезона m_σ . Расчет Буисси, Маркоса и Пхам Ван Тхьеу [27] показывает,

что следует иметь малое \mathcal{M}/M , чтобы воспроизвести эмпирическое значение, даваемое формулой (48).

Расчеты для ядерной материи показывают, что лучше брать малые значения эффективной нуклонной массы, мезонной массы и модуля сжатия [27]. (Это соответствует общему результату, согласно которому приближенно поверхностная энергия пропорциональна \sqrt{K} , а также находится в согласии с результатом [66,67] линейной модели, где полученные большие значения K связаны со слишком большим значением a_2 .)

В заключение настоящего раздела отметим, что после работ Ли с сотр. [55,56,72] значительно возрос интерес к исследованию киральных моделей при описании структуры ядерной материи и конечных ядер [73—80,51,54].

С теоретической точки зрения, киральная симметрия обеспечивает существенные ограничения на процессы с сильным взаимодействием не только в пустом пространстве, но также и в ядерной среде. В частности, в работах [54,74—80] подчеркивается, что киральные модели могут включать новую трактовку механизма насыщения ядерной материи. В этих работах рассматриваются следствия, вытекающие из инвариантности лагранжиана, описывающего взаимодействующие мезонные и барионные поля, относительно кирального преобразования вдобавок к обычной изотопической инвариантности. Существуют различные реализации киральной симметрии (см., например, [72,77,81]). В работах [79,82—84] авторы ограничиваются реализацией киральной симметрии в различных версиях σ - ω -модели. Это позволяет установить соответствие кирального подхода и дираковской феноменологии для атомного ядра. В работе [82] предложена киральная модель, обеспечивающая насыщение ядерной материи (см. также [83,84]).

3. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ САМОСОГЛАСОВАННАЯ МОДЕЛЬ ОБОЛОЧЕК

Рассмотрим задачу воспроизведения свойств основных состояний атомных ядер в рамках релятивистского приближения Хартри. Такая задача решалась авторами [28,35,37,20,66,67,27,85,86] (см. также обзоры [1,6]). В настоящем обзоре мы ограничимся рассмотрением сферических ядер. Основные аспекты описания деформированных ядер в релятивистской теории можно найти в обзоре [7].

При этом в работах [28,35,37] исходными были ОВЕР-потенциалы однобозонного типа, а в работах [20,66,67,85,27,86,14] авторы использо-

вали либо модель Валечки, либо различные ее модификации, в частности, предложенную в работе [19].

Следует подчеркнуть, что всякий релятивистский самосогласованный расчет конечных ядер должен сопровождаться предварительной подгонкой параметров модели для ядерной материи. Это было одной из причин подробного рассмотрения свойств ядерной материи в релятивистской теории в предыдущем разделе. Некоторые авторы в своих расчетах основных состояний атомных ядер не исходили из свойств насыщения бесконечной ядерной материи. Это было причиной того, что константы связи, которые они использовали, приводили к неправильным свойствам ядерной материи и неправильным распределениям плотности в конечных ядрах.

От этого недостатка свободны работы [66,67,27,85,86]. Результаты [28,37] подробно обсуждались в обзорах [3,11]. В настоящем обзоре мы остановимся подробнее на результатах более современных работ [66,67,27,85,86].

Дополняя лагранжиан (4) векторным изовекторным мезоном (см. (40)), а также учитывая взаимодействие протонов с электромагнитным полем для основного состояния сферически-симметричного четно-четного ядра, получаем следующую систему связанных уравнений Лагранжа — Эйлера [27]:

$$\{-i\alpha \cdot \nabla + \gamma_0(M + g_S \sigma(r)) + g_V V_0(r) + \frac{1}{2} g_B \tau_3 b_0(r) + \frac{1}{2} e(1 + \tau_3) A_0(r)\} \psi = E \psi, \quad (49)$$

где $\tau_3 = +1$ для протонов, $b_0(r)$ — временная компонента векторного изовекторного поля, $A_0(r)$ соответствует электромагнитному полю.

$$\frac{d^2 \sigma(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d\sigma(r)}{dr} - \frac{\partial U(r)}{\partial \sigma} = g_S n_S(r), \quad (50a)$$

$$\frac{d^2 V_0(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dV_0(r)}{dr} - m_V^2 V_0(r) = -g_V n(r), \quad (50б)$$

$$\frac{d^2 b_0(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{db_0(r)}{dr} - m_b^2 b_0(r) = -\frac{1}{2} g_b n_3(r), \quad (50в)$$

$$\frac{d^2 A_0(r)}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dA_0(r)}{dr} = -en_p(r). \quad (50г)$$

Источниками в уравнениях (50) являются не зависящие от времени сферически-симметричные плотности:

$$n_{p,n}(r) = \sum_{\substack{\alpha, n, p \\ \text{осцир}}} \frac{2j_\alpha + 1}{4\pi} \frac{G_\alpha^2 + F_\alpha^2}{r^2}, \quad (51a)$$

$$n_3(r) = n_p(r) - n_n(r), \quad (51б)$$

$$n(r) = n_p(r) + n_n(r), \quad (51в)$$

$$n_S(r) = \sum_{\substack{\alpha, n, p \\ \text{осцир}}} \frac{2j_\alpha + 1}{4\pi} \frac{G_\alpha^2 - F_\alpha^2}{r^2}, \quad (51г)$$

где большая G_α - и малая F_α -компоненты волновой функции определяются биспинором:

$$\psi_\alpha = \frac{1}{r} \left(\begin{array}{c} G_\alpha \\ iF_\alpha \sigma \cdot \hat{r} \end{array} \right) \Omega_\alpha, \quad (52)$$

где Ω_α ($\alpha = n, l, j, m$) представляют спиновые и угловые степени свободы.

Они удовлетворяют самосогласованным связанным уравнениям Дирака — Хартри (мы опускаем индекс α для простоты):

$$\frac{dG}{dr} + \kappa \frac{G}{r} = (E + M + S - V)F, \quad (53a)$$

$$\frac{dF}{dr} - \kappa \frac{F}{r} = (M - E + S + V)G, \quad (53б)$$

где скалярный потенциал

$$S = g_S \sigma(r), \quad (54)$$

в то время как векторный потенциал содержит вклад различных компонент:

$$V = g_V V_0(r) + \frac{1}{2} \tau_3 g_b b_0(r) + \frac{1}{2} (1 + \tau_3) e A_0(r). \quad (55)$$

Тогда можно написать, используя очевидные обозначения:

$$V = \begin{cases} U_V + U_R + U_A & \text{для протонов} \\ U_V - U_R & \text{для нейтронов.} \end{cases} \quad (56a)$$

$$(56б)$$

В уравнении (53)

$$\kappa = - (1 + l \cdot \sigma) = \bar{\omega} (j + \frac{1}{2}), \quad (57)$$

где $\bar{\omega}$ определяется из соотношения $j = l - \frac{1}{2} \bar{\omega}$.

В уравнении (49) $E = M + \varepsilon$, где ε — энергия отделения. Полная энергия ядра лагранжиана (4), (5) и (40) в приближении среднего поля дается следующим выражением [66]:

$$E_{\text{tot}} = \sum_{\substack{\alpha, n, p \\ \text{осцир}}} \varepsilon(2j_{\alpha} + 1) - \frac{1}{2} \int dr \{ g_S n_S(r) \sigma(r) - 2U(\sigma) + \\ + \sigma(r) \frac{\partial U}{\partial \sigma} + g_V V_0(r) n(r) + \frac{1}{2} g_B b_0(r) n_3(r) + e A_0(r) n_p(r) \}. \quad (58)$$

В итоге для описания свойств основных состояний четно-четных сферических ядер имеем систему связанных нелинейных дифференциальных уравнений, которую следует решать с помощью итераций. Прежде чем привести результаты самосогласованных расчетов, отметим некоторые их общие свойства [27]. Величина среднеквадратичного радиуса ядра не зависит существенно от величины K . Однако дело обстоит не так в случае с энергиями связи. Это проявляется в том, что при переходе от $K = 210$ к $K = 350$ МэВ поверхностная энергия a_2 возрастает и, следовательно, энергия связи уменьшается. Спин-орбитальное расщепление увеличивается с ростом m_S , однако практически не меняется при вариациях K .

Расчеты, выполненные в [27], показывают:

а) Чтобы получить разумные значения среднеквадратичных радиусов, масса скалярного мезона m_S в настоящей теории должна выбираться ~ 500 МэВ. Поскольку радиусы ядер тесно связаны со значением плотности насыщения в ядерной материи, то сделанное утверждение находится в соответствии с выбором в [66,67], где величина m_S взята равной 525 и 500 МэВ для $n_0 = 0,1484$ и $0,1571$ фм $^{-3}$ соответственно.

б) Получение значения модуля сжатия, близкого к экспериментальному, требует малого значения эффективной массы \mathcal{M} нуклона в ядерной материи. В противном случае расчеты приводят к слишком малым значениям энергии связи на частицу. Например, для $K = 210$ МэВ, $\mathcal{M}/M = 0,55$ энергия связи приблизительно такая же, как и для $K = 280$ МэВ, $\mathcal{M}/M = 0,65$. Основное различие между этими двумя случаями касается спин-орбитального расщепления. (Здесь речь идет о ядре ^{16}O и спин-орбитальном расщеплении $1p_{1/2} - 1p_{3/2}$.)

В итоге разумные свойства основных состояний ядер следует ожидать, когда масса скалярного мезона выбирается в окрестности $m_S = 480$ МэВ.

в) Авторы [27] не ставили своей задачей найти оптимальный набор параметров. Они нашли различные возможные наборы, которые приводят к приблизительно одинаковым свойствам при переходе от ядерной материи к конечным ядрам. В табл.2 приведены два возможных набора безразмерных констант связи, которые были выбраны авторами для представления полученных ими результатов.

Таблица 2. Параметры нелинейной модели (представлены два возможных набора). Массы векторных мезонов фиксированы: $m_V = 783$ МэВ (ω -мезон), $m_b = 770$ МэВ (ρ -мезон). Величины в скобках соответствуют константам связи $g_i^2/4\pi$ для $i = S, V, b$ [27]

Набор	C_S^2	C_V^2	C_b^2	\bar{b}	\bar{c}	m_S , МэВ
I	305,53 (6,09)	200,00 (11,07)	83,56 (4,47)	-0,002353	-0,002857	470
II	353,89 (7,51)	238,58 (13,20)	73,94 (3,96)	-0,002165	-0,003142	485

В табл.3 представлены параметры ядерной материи, обсуждавшиеся в предыдущих разделах, для двух наборов параметров.

Таблица 3. Свойства ядерной материи, полученные в нелинейной модели с двумя наборами параметров табл.2

Набор	$k_F^{(0)}$, фм^{-1}	a_1 , МэВ	a_2 , МэВ	a_3 , МэВ	a_4 , МэВ	K , МэВ	\mathcal{M}/M
I	1,34	15,75	18,5	9	33	280	0,621
II	1,34	15,75	18	7	33	245	0,556

Интерес, который представляет набор I, связан со значением эффективной массы, однако этот набор приводит к слишком малым спин-орбитальным расщеплениям уровней, как это отмечалось выше. Набор II дает лучшее значение модуля сжатия, но слишком малое значение \mathcal{M} , сравнимое с эффективной массой нуклона в стандартной модели Валечки.

В табл.4 представлен [27] одночастичный спектр для ядер ^{16}O , ^{40}Ca и ^{48}Ca . Он сравнивается с экспериментальными значениями. Положение уровней предсказывается моделью достаточно хорошо, но в этих расчетах (с набором параметров I) спин-орбитальные расщепления получаются

примерно на 20% меньше экспериментальных. Это связано с использованием набора I, для которого эффективная масса нуклона $\mathcal{M} = 0,62M$. Расчеты, выполненные с набором II, дают лучшее согласие с экспериментом (см. [27]). Очевидно, что спин-орбитальные расщепления описываются лучше в теории с меньшим значением эффективной массы.

Таблица 4. Спектр поверхности Ферми для нейтронов и протонов для ядер ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca , полученный с набором параметров I. Экспериментальные значения взяты из [87]

Нуклонные состояния	^{16}O				^{40}Ca				^{48}Ca			
	протоны		нейтроны		протоны		нейтроны		протоны		нейтроны	
	теор.	эксп.	теор.	эксп.	теор.	эксп.	теор.	эксп.	теор.	эксп.	теор.	эксп.
$1s_{1/2}$	35,2	40±8	39,1	47	44,8	50±11	52,2	50	49,6	55±9	53,0	
$1p_{3/2}$	17,4	18,4	21,0	21,8	30,3	34±6	37,3	30	36,6	35±7	38,6	
$1p_{1/2}$	12,7	12,1	16,2	15,7	26,8		33,8	27	33,8		36,0	
$1d_{5/2}$					16,1	15,5	22,7	21,9	22,9	20	24,3	16
$2s_{1/2}$					11,2	10,9	17,7	18,2	16,6	15,8	19,5	12,4
$1d_{3/2}$					10,8	8,3	17,3	15,6	18,0	15,7	19,6	12,4
											10,7	9,9

В работе [27] специальное внимание было уделено сравнению с экспериментом такой глобальной характеристики, как полная энергия связи на частицу. Это связано с тем обстоятельством, что в указанной работе коэффициент поверхностной энергии a_2 воспроизводится достаточно хорошо. При сравнении энергий связи ядер с экспериментом учитывались поправки на движение центра масс из работы [87]. Результаты расчетов и экспериментальные значения энергий связи на частицу для различных ядер представлены в табл.5. Согласие теории и эксперимента очень хорошее, но ясно, что оно лучше для набора I, чем для набора II. Однако, конечно, следует еще сравнить среднеквадратичные радиусы (с.к.р.), прежде чем окончательно утверждать, что имеется хорошее согласие теории и эксперимента.

Итоговое значение, включающее поправку на движение ц.м., для каждого из наборов параметров следует сравнивать с экспериментальным.

Таблица 5. Энергия связи на частицу (в МэВ)

Способ определения	^{16}O	^{40}Ca	^{48}Ca	^{90}Zr	^{208}Pb
Эксперимент	7,98	8,55	8,67	8,71	7,87
Поправка на движение ц.м.	0,61	0,20	0,18	0,08	0,02
Набор I	6,68	8,07	8,15	8,55	8,21
Итоговое значение (набор I)	7,29	8,27	8,31	8,63	8,23
Набор II	7,14	8,35	8,54	8,84	8,49
Итоговое значение (набор II)	7,85	8,55	8,72	8,92	8,51

Таблица 6. Ядерные радиусы $r_i = \langle r_i^2 \rangle^{1/2}$ (в фм)

Способ определения	^{16}O	^{40}Ca	^{48}Ca	^{90}Zr	^{208}Pb
$r_n - r_p$ эксперимент	0,00	0,03	0,20	0,13	0,16
набор I	-0,03	-0,05	0,20	0,10	0,23
набор II	-0,03	-0,05	0,20	0,09	0,23
r_{ch} эксперимент	2,73	3,48	3,47	4,27	5,50
набор I	2,74	3,45	3,47	4,25	5,49
набор II	2,75	3,48	3,48	4,27	5,53

В табл.6 представлены нейтронные и протонные радиусы, точнее, $\langle r_n^2 \rangle^{1/2} - \langle r_p^2 \rangle^{1/2}$, а также зарядовые радиусы.

Как видно из табл.6, с.к.р. воспроизводятся очень хорошо. В работе [27] для тех же ядер приводятся распределения зарядовой плотности. Имеется хорошее согласие с экспериментом. В частности, хорошо воспроизводится спад плотности на поверхности ядер, что, конечно, не удивительно, поскольку поверхностная энергия в работе [27] воспроизводится достаточно хорошо. Расчеты в [27] выполнены для двух наборов параметров. Ясно, что набор I лучше воспроизводит поверхность ядра. Это означает, что в рассматриваемой теории трудно воспроизвести достаточно хорошо распределения зарядовой плотности при модуле сжатия меньшем, чем $K \cong 280$ МэВ.

Подводя итоги обсуждения результатов работы [27], отметим, что введение в теорию нелинейных членов, связанных с учетом самодействия

скалярного поля, улучшает результаты линейной модели [66,67] и согласие с экспериментом. Однако учет этих новых степеней свободы оказывается недостаточным. В частности, плотность уровней вблизи поверхности Ферми получается слишком малой, что связано с малым значением эффективной массы нуклона в таком подходе. Учет обменных фоковских членов приведет к эффективной массе, зависящей от состояния, это может улучшить согласие с экспериментом (см., например, работы [88], в которых выполнены расчеты одночастичных магнитных моментов для ядер с заполненными оболочками плюс или минус один нуклон).

Отметим, что в работе [89] на основе лагранжиана (4), (40) (без учета нелинейных по σ -полю членов) исследовалась роль ρ -мезонного поля при описании свойств ядер, далеких от линии стабильности. Эти ядра имеют число нейтронов N , сильно отличающееся от числа протонов Z . По этой причине роль векторного изовекторного мезона может быть весьма существенной в рассматриваемой задаче. В работе [89] использовалось либо приближение локальной плотности, либо релятивистское приближение Хартри. Исследовалась зависимость границы квазистабильных ядер на плоскости Z, N от параметра $g_\rho^2(M/m_\rho)^2 = C_\rho^2$. Эта зависимость оказалась весьма чувствительной к значению C_ρ^2 . Авторами [89] было установлено, что линия стабильности соответствует экспериментальным результатам при $C_\rho^2 \sim 46$.

Авторы [89] определили также, как радиусы распределения протонов r_p и нейтронов r_n в ядре изменяются при увеличении или уменьшении числа нейтронов от значения, соответствующего стабильному ядру. При этом было установлено, что протонные радиусы r_p следуют за нейтронными r_n . Такой характер поведения нечувствителен к значению C .

Коротко обсудим еще одну из проблем теории, которая рассматривалась в настоящем разделе. Эта проблема состоит в корректном учете корреляционных эффектов. Общая схема их учета обсуждалась, например, в работе [45], где, в частности, отмечалось, что обменные эффекты автоматически содержатся в корреляционных, и по этой причине их следует учитывать совместно. В [45] также отмечалось, что корреляционные эффекты определяются параметрами мезонов в ядерной среде. Дело в том, что мезон поляризует ядерную среду, и его свойства в среде меняются по сравнению с пустотными.

С.А.Чин [57] отметил, что скалярные и векторные мезоны в ядерной среде утяжеляются. Наиболее ярко этот эффект выражен у π -мезона. Это было показано в работе [45]. Утяжеление мезонов в ядерной среде может быть причиной ослабления корреляционных эффектов в ядре.

В настоящем обзоре мы не будем останавливаться на описании свойств деформированных ядер в рамках релятивистской теории. Это описание детально обсуждается в работах [90,91], а также в обзоре [7], где показано, что модели с нелинейным самодействием воспроизводят свойства деформированных ядер, а в [92] рассматривается расширение результатов, полученных для четно-четных деформированных ядер [90,91], на случай A -нечетных ядер (вблизи ядер с заполненными оболочками). В [92] проблема решается в приближении среднего поля с учетом самодействия скалярного поля и без него.

В этой же работе [92] рассматривается проблема изоскалярных магнитных моментов указанных A -нечетных ядер. Простейшая оболочечная модель описывает такие ядра в виде сферического остова с заполненными оболочками, при этом валентная частица определяет магнитный момент ядра. Нерелятивистская теория в рамках такой модели воспроизводит «линии Шмидта». Однако в релятивистском случае из-за малой эффективной массы нуклона в среде одночастичный ток валентного нуклона оказывается усиленным в M/\mathcal{M} раз по сравнению с нерелятивистским током, что приводит к резкому отличию рассчитанных значений изоскалярных магнитных моментов от шмидтовских значений. Отсутствие согласия релятивистских предсказаний и экспериментальных магнитных моментов связано с проявлением больших релятивистских потенциалов в ядре. Эта проблема магнитных моментов была предметом многих исследований в последние годы. Решение проблемы связано с тем, что простая оболочечная модель плохо описывает ток, соответствующий самосогласованному хартриевскому основному состоянию A -нечетного ядра. Дело в том, что валентный нуклон в этом ядре является источником новых мезонных полей, и отклик нуклонов остова на эти поля нельзя игнорировать при вычислении результирующего тока. В релятивистском случае результат получается при компенсации двух эффектов: усиления тока валентной частицы за счет малой эффективной массы нуклона и вклада дополнительного тока поляризованных нуклонов остова [22, 23—25, 64, 93—96]. Этот фундаментальный факт имеет важные следствия для Λ -гиперядер. В этом случае усиление тока валентного гиперона не компенсируется полностью вкладом остова, поскольку масса Λ -гиперона и его константы связи отличаются от нуклонных [97]. Следует отметить, что поскольку Λ представляет собой изоскалярную частицу, то результаты для Λ -гиперядер относительно свободны от неопределенностей, присущих изовекторным токам. Более того, одночастичный Λ -гиперонный ток не дает вклада в магнитный момент гиперядра (Λ — нейтральная частица), поэтому шмидтовское значение в гиперядре целиком связано с аномальным моментом гиперона, а ток поляризованного остова, не равный нулю,

является источником существенного отклонения от шмидтовского значения. Эти различия релятивистского и нерелятивистского описаний могут служить тестом для сравнения различных подходов [95,96]. В настоящее время считается, что изучение ядерных токов и, в частности, магнитных моментов, может предоставить возможность сделать выбор адекватной теории.

Различные аспекты взаимодействия антипротонов с ядрами в релятивистских моделях рассматривались в работах [98—100].

4. ВЕКТОРНАЯ ДОМИНАНТНОСТЬ И КУЛОНОВСКИЙ ПОТЕНЦИАЛ ЯДРА

В ядре, помимо векторных и скалярного мезонных полей, имеется также кулоновское поле. Нуклоны, как известно, не являются точечными частицами, и поэтому для построения кулоновского поля ядра необходимо учитывать их электромагнитные формфакторы. В работе [85] это сделано на основе модели векторной доминантности Сакураи [101], в рамках которой нуклоны взаимодействуют с электромагнитным полем через поля ρ - и ω -мезонов (рис.4). Лагранжиан релятивистской модели оболочек с учетом векторной доминантности имеет вид*:

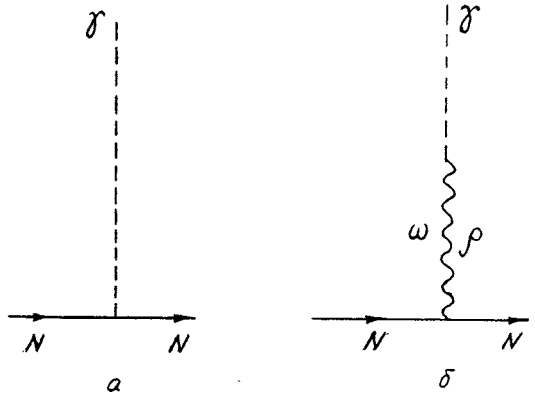


Рис.4. Взаимодействие электромагнитного поля с точечными нуклонами (а) и в модели векторной доминантности (б)

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \bar{\psi} \gamma^\mu (i \partial_\mu - g_\omega \omega_\mu - t_3 g_\rho \rho_\mu) \psi - \bar{\psi} (M + g_S \sigma) \psi - \frac{f_\omega}{4M} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \omega_{\mu,\nu} \psi - \\ & - t_3 \frac{f_\rho}{4M} \bar{\psi} \sigma^{\mu\nu} \rho_{\mu,\nu} \psi + \frac{1}{2} \partial_\mu \sigma \partial^\mu \sigma - \frac{1}{2} m_S^2 \sigma^2 - \frac{1}{4} \omega_{\mu,\nu} \omega^{\mu,\nu} + \frac{1}{2} m_\omega^2 \omega_\mu \omega^\mu - \end{aligned}$$

*В настоящем разделе векторное изоскалярное поле V_μ и векторное изовекторное поле b_μ отождествляются с ω -мезонным и ρ -мезонным полями и обозначаются соответственно ω_μ и ρ_μ .

$$\begin{aligned}
& -\frac{1}{4}\rho_{\mu,\nu}\rho^{\mu,\nu} + \frac{1}{2}m_\rho^2\rho_\mu\rho^\mu - \frac{1}{4}A_{\mu,\nu}A^{\mu,\nu} + \\
& + \frac{1}{2}\left(\frac{e^2m_\rho^2}{g_\rho^2} + \frac{e^2m_\omega^2}{4g_\omega^2}\right)A_\mu A^\mu - \frac{em_\rho^2}{g_\rho}A_\mu\rho^\mu - \frac{em_\omega^2}{2g_\omega}A_\mu\omega^\mu, \quad (59)
\end{aligned}$$

где $\omega_\mu, \rho_\mu, A_\mu$ — векторные поля (мезонные и электромагнитное); $\omega_{\mu,\nu} = \partial_\mu\omega_\nu - \partial_\nu\omega_\mu$ и аналогичные выражения для $\rho_{\mu,\nu}$ и $A_{\mu,\nu}$; g_ω, g_ρ и e — соответствующие константы связи; σ и g_S — скалярное поле и его константа связи. Для векторных полей учитывается также тензорная связь с нуклонами $\sigma^{\mu\nu} = \frac{1}{2i}(\gamma^\mu\gamma^\nu - \gamma^\nu\gamma^\mu)$ [17]. Ниже будет показано, что константы f_ω и f_ρ выражаются через аномальные гиромагнитные отношения нуклонов. Легко проверить, что лагранжиан (59) инвариантен относительно калибровочного преобразования

$$\psi' = e^{-i\left(\frac{1}{2} + t_3\right)\Phi}\psi, \quad \omega'_\mu = \omega_\mu + \frac{1}{g_\omega}\partial_\mu\Phi, \quad \rho'_\mu = \rho_\mu + \frac{1}{g_\rho}\partial_\mu\Phi, \quad A'_\mu = A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\Phi, \quad (60)$$

где t_3 — z-компонента изоспина нуклона, равная $+1/2$ и $-1/2$ для протонов и нейтронов.

С помощью обычной схемы Лагранжа — Эйлера из (59) получаем следующую систему связанных уравнений:

$$\left[\gamma^\mu(i\partial_\mu - g_\omega\omega_\mu - t_3g_\rho\rho_\mu) - \frac{f_\omega}{4M}\sigma^{\mu\nu}\omega_{\mu,\nu} - t_3\frac{f_\rho}{4M}\sigma^{\mu\nu}\rho_{\mu,\nu} - M - g_S\sigma\right]\psi = 0, \quad (61)$$

$$(-\partial_\mu\partial^\mu - m_S^2)\sigma = g_S\bar{\psi}\psi, \quad (62)$$

$$(-\partial_\mu\partial^\mu - m_\omega^2)\omega^\nu = -g_\omega\bar{\psi}\gamma^\nu\psi + \frac{f_\omega}{2M}\partial_\mu(\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}\psi) - \frac{em_\omega^2}{2g_\omega}A^\nu, \quad (63)$$

$$(-\partial_\mu\partial^\mu - m_\rho^2)\rho^\nu = -g_\rho\bar{\psi}\gamma^\nu t_3\psi + \frac{f_\rho}{2M}\partial_\mu(\bar{\psi}\sigma^{\mu\nu}t_3\psi) - \frac{em_\rho^2}{g_\rho}A^\nu, \quad (64)$$

$$\left(-\partial_\mu\partial^\mu - \frac{e^2m_\rho^2}{g_\rho^2} - \frac{e^2m_\omega^2}{4g_\omega^2}\right)A^\nu = -\frac{em_\rho^2}{g_\rho}\rho^\nu - \frac{em_\omega^2}{2g_\omega}\omega^\nu. \quad (65)$$

Таким образом, источником электромагнитного поля являются векторные мезонные поля, одним из источников которых является, в свою очередь, электромагнитное поле.

Релятивистская модель оболочек [16,28] основана на замене операторов нуклонных токов в правых частях уравнений (62) — (64) их средними значениями по основному состоянию ядра. Отличны от нуля только временные компоненты полей ($\nu = 0$), поскольку пространственные компоненты токов отсутствуют в основных состояниях четно-четных ядер. Поля являются статическими, так как в отсутствие внешних полей ядерные плотности не зависят от времени. Поэтому в дальнейшем нас будут интересовать статические решения уравнений (62) — (65).

В этом случае уравнения (61) — (65) принимают вид

$$E\psi = [\alpha \cdot p + g_\omega \cdot \omega_0 + t_3 g_\rho \rho_0 - \frac{i}{2M} \gamma (f_\omega \nabla \omega_0 + t_3 f_\rho \nabla \rho_0) + \gamma_0 (M + g_S \sigma)] \psi, \quad (66)$$

$$(\Delta - m_S^2) \sigma = g_S n_S, \quad (67)$$

$$(\Delta - m_\omega^2) \omega_0 = -g_\omega n - \frac{f_\omega}{2M} \nabla j_\sigma - \frac{em_\omega^2}{2g_\omega} A_0, \quad (68)$$

$$(\Delta - m_\rho^2) \rho_0 = -\frac{1}{2} g_\rho n_3 + \frac{f_\rho}{4M} \nabla j_\sigma^{(-)} - \frac{em_\rho^2}{g_\rho} A_0, \quad (69)$$

$$\left(\Delta - \frac{e^2 m_\rho^2}{g_\rho^2} - \frac{e^2 m_\omega^2}{4g_\omega^2} \right) A_0 = -\frac{em_\rho^2}{g_\rho} \rho_0 - \frac{em_\omega^2}{2g_\omega} \omega_0, \quad (70)$$

где $n = n_n + n_p$ и $n_3 = n_p - n_n$ — изоскалярная и изовекторная плотности распределений нуклонов по ядру; j_σ и $j_\sigma^{(-)}$ — изоскалярный и изовекторный спиновые токи, определяемые соотношением

$$j_\sigma = i \langle \bar{\psi} \alpha \psi \rangle \quad (71)$$

(символ $\langle \dots \rangle$ означает усреднение по основному состоянию ядра).

Покажем, что поля ω_0 , ρ_0 и A_0 имеют кулоновскую асимптотику.

С этой целью перепишем уравнения (68) и (69) в виде

$$\omega_0 = \frac{g_\omega}{m_\omega^2} n + \frac{f_\omega}{2Mm_\omega^2} \nabla j_\sigma + \frac{e}{2g_\omega} A_0 + \frac{1}{m_\omega^2} \Delta \omega_0, \quad (72)$$

$$\rho_0 = \frac{g_\rho}{2m_\rho^2} n_3 - \frac{f_\rho}{4Mm_\rho^2} \nabla j_\sigma^{(-)} + \frac{e}{g_\rho} A_0 + \frac{1}{m_\rho^2} \Delta \rho_0. \quad (73)$$

Подставляя (72) и (73) в (70), получим

$$\Delta \left(A_0 + \frac{e}{g_\rho} \rho_0 + \frac{e}{2g_\omega} \omega_0 \right) = -en_\rho + \frac{ef_\rho}{4Mg_\rho} \nabla \mathbf{j}_\sigma^{(-)} - \frac{ef_\omega}{4Mg_\omega} \nabla \mathbf{j}_\sigma. \quad (74)$$

Так как $\Delta \frac{1}{r} = 0$, мы видим, что уравнения (72) — (74) при $r \gg R$, т.е. вдали от ядра, имеют решения

$$A_0 = \frac{a}{r}, \quad \omega_0 = \frac{ea}{2g_\omega} \frac{1}{r}, \quad \rho_0 = \frac{ea}{g_\rho} \frac{1}{r}. \quad (75)$$

Константу a можно найти, интегрируя обе части уравнения (74) по объему сферы, радиус которой много больше радиуса ядра. Таким путем получаем

$$ea = Z \frac{e^2}{4\pi} \left(1 + \frac{e^2}{g_\rho^2} + \frac{e^2}{4g_\omega^2} \right)^{-1}. \quad (76)$$

Учитывая, что $g_\rho^2/4\pi = 2,575$; $g_\omega^2/4\pi = 14,059$ (см. ниже), получаем

$$\frac{e^2}{g_\rho^2} + \frac{e^2}{4g_\omega^2} = 0,003, \quad (77)$$

т.е. вклад $A\rho$ - и $A\omega$ -взаимодействий в заряд составляет всего 0,3%.

Векторные поля ядра можно разбить на кулоновские и ядерные компоненты:

$$\omega_0 = \omega_{0C} + \omega_{0N}, \quad \rho_0 = \rho_{0C} + \rho_{0N}, \quad (78)$$

определяемые путем решения уравнений:

$$\begin{aligned} g_\rho \rho_{0C} &= C + \frac{1}{m_\rho^2} \Delta (g_\rho \rho_{0C}), \\ g_\omega \omega_{0C} &= \frac{1}{2} C + \frac{1}{m_\omega^2} \Delta (g_\omega \omega_{0C}), \end{aligned} \quad (79)$$

где $C = eA_0$ — кулоновский потенциал ядра.

$$(\Delta - m_\rho^2) g_\rho \rho_{0N} = \frac{g_\rho^2}{2} \left(-n_3 + \frac{f_\rho}{2Mg_\rho} \nabla \mathbf{j}_\sigma^{(-)} \right), \quad (80)$$

$$(\Delta - m_\omega^2) g_\omega \omega_{0N} = -g_\omega^2 \left(n + \frac{f_\omega}{2Mg_\omega} \nabla \mathbf{j}_\sigma \right). \quad (81)$$

Пренебрегая вторыми слагаемыми в правых частях уравнений (79), из (66), (78) и (80) заключаем, что

$$g_{\rho} \rho_0 = C - 2U_1, \quad (82)$$

т.е. ρ -мезонное поле ядра равно разности между кулоновским и удвоенным изовекторным (U_1) потенциалами. В самом деле, из (80) приближенно получаем

$$g_{\rho} \rho_{0N} = -2U_1(r) \approx \frac{g_{\rho}^2}{2m_{\rho}^2} n_3(r), \quad (83)$$

что совпадает с феноменологическим выражением [103] для изовекторного потенциала ядра U_1 .

Получим более точное выражение для изовекторного потенциала, учитывающее конечность радиуса потенциала ρ -мезонного обмена (члены $\Delta g_{\rho} \rho_{0N}$ и дивергенцию в правой части уравнения (80)). Для этого подставим разбиение (78) в уравнение (70) и используем приближенные выражения $g_{\rho} \rho_{0C} \approx C$, $g_{\omega} \omega_{0C} \approx \frac{1}{2}C$ для кулоновских компонент векторных полей. Тогда из (70) и (76) получим

$$\Delta C = -e^2 \left(\frac{m_{\omega}^2}{2g_{\omega}} \omega_{0N} + \frac{m_{\rho}^2}{g_{\rho}} \rho_{0N} \right). \quad (84)$$

С другой стороны, источником кулоновского поля является, как известно, плотность распределения заряда по ядру $n_C(r)$. Отсюда мы получаем выражение для нее через ядерные компоненты векторных полей:

$$n_C(r) = \frac{m_{\rho}^2}{g_{\rho}} \rho_{0N}(r) + \frac{m_{\omega}^2}{2g_{\omega}} \omega_{0N}(r), \quad (85)$$

которое представляет собой известное тождество ток — поле в модели Сакураи [101].

Пренебрегая различием между формами $\omega_{0N}(r)$ и $\rho_{0N}(r)$ (это законно из-за малой разности масс ω - и ρ - мезонов), заключаем, что векторные поля ядра пропорциональны плотности распределения заряда $n_C(r)$. Таким путем получаем уточненное феноменологическое выражение

$$U_1(r) = K_1 \frac{N-Z}{Z} n_C(r), \quad K_1 = 339,3 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3 \quad (86)$$

для векторного потенциала ядра.

В заключение этого раздела рассмотрим нуклон во внешнем статическом магнитном поле. В этом случае уравнения (63) и (64) дают $\omega_\nu = \frac{e}{2g_\omega} A_\nu$, $\rho_\nu = \frac{e}{g_\rho} A_\nu$, и уравнение Дирака (61) принимает вид

$$E\psi = \left[\alpha \left(\mathbf{p} - \frac{1 + \tau_3}{2} e\mathbf{A} \right) + \gamma_0 M - \frac{e}{2M} \gamma_0 \left(\frac{f_\omega}{2g_\omega} + \tau_3 \frac{f_\rho}{2g_\rho} \right) \boldsymbol{\sigma} \text{rot } \mathbf{A} \right] \psi, \quad (87)$$

где последний член учитывает аномальные магнитные моменты нуклонов. Пользуясь тем, что аномальные гироманнитные отношения протона и нейтрона равны соответственно 1,79 и -1,91, получаем

$$\frac{f_\omega}{2g_\omega} = -0,06; \quad \frac{f_\rho}{2g_\rho} = 1,85. \quad (88)$$

Результаты расчетов. Самосогласованная система уравнений (66) — (70) определяет свойства атомных ядер через константы g_ω , g_ρ , g_S и m_S . Проведенные в работе [85] расчеты свойств основных состояний ядер ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca дают для них следующие «средовые» значения:

$$\frac{g_\omega^2}{4\pi} = 14,059, \quad \frac{g_\rho^2}{4\pi} = 2,575, \quad \frac{g_S^2}{4\pi} = 6,81, \quad m_S = 475 \text{ МэВ}. \quad (89)$$

«Пустотные» значения этих констант определяются путем анализа NN -рассеяния в модели однобозонного обмена. Они составляют

$$\frac{g_\omega^2}{4\pi} = 12,85 \pm 1,29, \quad \frac{g_\rho^2}{4\pi} = 2,470 \pm 0,255, \quad \frac{g_S^2}{4\pi} = 7,14, \quad m_S = 550 \text{ МэВ}. \quad (90)$$

Сравнивая (89) и (90), мы видим, что «средовые» константы связи векторных мезонов практически не отличаются от «пустотных». Таким образом, релятивистская оболочечная модель ядра, предложенная в [85],

Таблица 7. Среднеквадратичные радиусы распределений протонов, нейтронов и заряда (в фм). Экспериментальные данные, приведенные в скобках, взяты из работ [104,105,106]

Ядро	r_p	r_n	$r_n - r_p$	r_{ch}
^{16}O	2,77	2,72	-0,05 (0,0)	2,83 (2,73)
^{40}Ca	3,43	3,37	-0,06 (0,05±0,05)	3,48 (3,48)
^{48}Ca	3,42	3,62	0,2 (0,2±0,05)	3,44 (3,47)

содержит всего два параметра (константу связи и массу скалярного мезона), которые хоть и мало, но отличаются от пустотных значений.

В табл.7 приведены результаты расчетов среднеквадратичных радиусов распределений протонов, нейтронов и заряда в ядрах ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca . Приведенные там же экспериментальные значения этих величин показывают хорошее согласие теории с опытом. Рассчитанные по формуле (85) распределения заряда в этих ядрах изображены на рис.5 штриховыми линиями. Соответствующие экспериментальные данные, показанные на этом рисунке сплошными линиями, взяты из компиляции [107]. Как видно из этого рисунка, согласие теории с опытом вполне удовлетворительное.

Для ядра ^{48}Ca вычислена также энергия возбуждения изобар-аналогового состояния

$$\Delta_C = -\frac{g\rho}{n-Z} \int \rho_{0C}(r)n_3(r)d^3r.$$

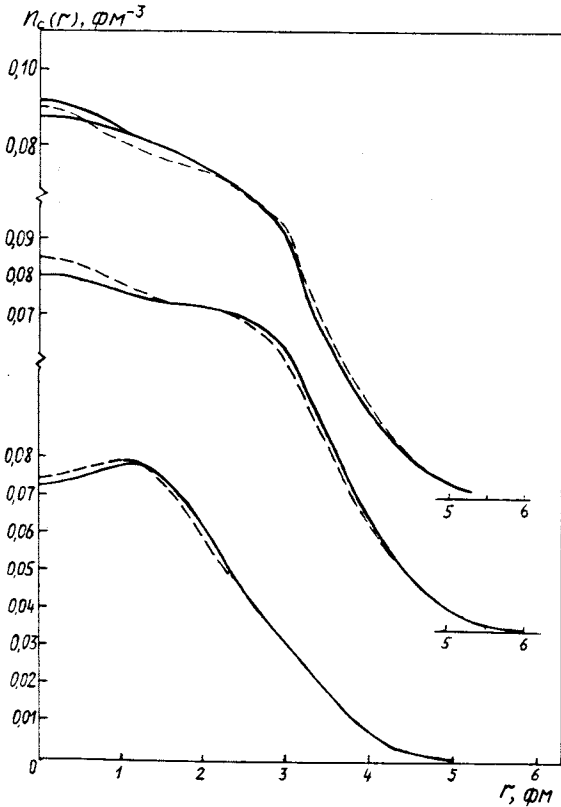


Рис.5. Распределение заряда в ядрах ^{16}O , ^{40}Ca , ^{48}Ca

Расчетное значение $\Delta_C = 7,041$ МэВ хорошо согласуется с опытом $\Delta_C^{\text{exp}} = 7,180$ МэВ [108].

Мы видим, что качество описания свойств основных состояний ядер в релятивистской модели оболочек ничуть не хуже, чем в расчетах по нерелятивистской теории, несмотря на существенно меньшее число феноменологических параметров (типичное число параметров нерелятивистской теории, например в методе ХФС, равно 6—7).

Таким образом, в рамках дираковской феноменологии с единой точки зрения и в то же время предельно экономным способом описывается очень широкий круг явлений, связанных со структурой основных состояний ядер. Это обстоятельство, с одной стороны, является сильным доводом в пользу ядерного релятивизма, а с другой стороны, вызвало к жизни все возрастающий поток работ как по дальнейшему развитию, так и по расширению круга ядерных явлений, описываемых релятивистской теорией.

5. СВЯЗЬ МЕЖДУ РЕЛЯТИВИСТСКОЙ ТЕОРИЕЙ И МЕТОДОМ ХАРТРИ — ФОКА С ЭФФЕКТИВНЫМИ СИЛАМИ СКИРМА

Результаты, которые будут изложены ниже, получены в работах [14,45,109—112]. В настоящем разделе мы будем придерживаться позиций релятивистской феноменологии, в рамках которой конкретная природа полей, в которых двигаются нуклоны, не исследуется. Развитие теории атомного ядра за последние годы указывает на то, что атомное ядро является релятивистской системой. Однако 40 лет существования ядерной физики были связаны с развитием нерелятивистских представлений в теории атомного ядра. При этом были достигнуты определенные успехи. В частности, широкое распространение получила нерелятивистская самосогласованная теория Хартри — Фока с эффективными силами, зависящими от плотности (или трехчастичными силами) [50], которые были введены Скирмом [49] (ХФС). В этом направлении было выполнено большое количество работ и получено разумное описание основных характеристик атомных ядер.

В этой связи возникает следующий вопрос: чем обусловлены успехи нерелятивистской теории? Обусловлены ли они использованием феноменологических параметров или существует физическая причина, допускающая соответствующую феноменологию? К обсуждению этого вопроса мы и переходим.

Рассмотрим переход от релятивистского уравнения Дирака (11) к уравнению скирмовского типа. Будем отсчитывать энергии одночастичных состояний от массы покоя нуклона

$$E_\lambda = M + \varepsilon_\lambda \quad (91)$$

(для связанных состояний ε_λ имеет смысл энергии связи) и запишем уравнение (11) в виде системы двух уравнений для φ_λ и χ_λ :

$$\begin{aligned} \varepsilon_\lambda \varphi_\lambda &= \sigma \cdot \mathbf{p} \chi_\lambda + (V(r) + S(r)) \varphi_\lambda, \\ \varepsilon_\lambda \chi_\lambda &= \sigma \cdot \mathbf{p} \varphi_\lambda - (2M + S(r) - V(r)) \chi_\lambda. \end{aligned} \quad (92)$$

Вспользуемся теперь тем, что для связанных состояний $\varepsilon_\lambda \ll M$, и поэтому во втором уравнении (92) членом с ε_λ можно пренебречь. Тогда с точностью до членов порядка ε_λ/M система (92) принимает вид

$$\chi_\lambda = \frac{1}{2\mathfrak{M}(r)} \sigma \cdot \mathbf{p} \varphi_\lambda, \quad (93)$$

$$\varepsilon_\lambda \varphi_\lambda = \left[\mathbf{p} \frac{1}{2\mathfrak{M}(r)} \mathbf{p} + U(r) + \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{2\mathfrak{M}(r)} \right) \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \right] \varphi_\lambda, \quad (94)$$

где введены обозначения

$$U(r) = V(r) + S(r); \quad 2\mathfrak{M}(r) = 2M + S(r) - V(r). \quad (95)$$

Уравнение (94), справедливое с точностью до членов порядка ε_λ/M , имеет вид уравнения Шредингера для частицы с эффективной массой $\mathfrak{M}(r)$ [102], движущейся в центральном $U(r)$ и спин-орбитальном потенциалах. К уравнениям точно такого же вида приводит метод ХФС [50,113].

Метод ХФС основывается на эффективных силах, введенных Скиммом [49]. Вотрэн и Бринк [50] использовали в качестве исходного потенциал Скимма в виде суммы двухчастичных и трехчастичных сил

$$\mathfrak{V} = \sum_{i < j} v_{ij}^{(2)} + \sum_{i < j < k} v_{ijk}^{(3)}, \quad (96)$$

при этом в качестве взаимодействий $v_{12}^{(2)}$ и $v_{123}^{(3)}$ в конфигурационном пространстве использовались зависящие от скорости взаимодействия нулевого радиуса следующего вида:

$$v_{12}^{(2)} = t_0(1 + x_0 P_\sigma) \delta(r_1 - r_2) + \frac{1}{2} t_1 [\delta(r_1 - r_2) k^2 + k'^2 \delta(r_1 - r_2)] +$$

$$+ t_2 k' \delta(r_1 - r_2) k + i W_0 (\sigma_1 + \sigma_2) k' \times \delta(r_1 - r_2) k \quad (97)$$

и

$$v_{123}^{(3)} = t_3 \delta(r_1 - r_2) \delta(r_2 - r_3), \quad (98)$$

где $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, W_0$ — параметры; P_σ — оператор спинового обмена; k обозначает оператор $1/2i (\nabla_1 - \nabla_2)$, действующий направо, а k' — оператор $-1/2i (\nabla_1 - \nabla_2)$, действующий налево; последнее слагаемое в (97) представляет собой двухчастичные спин-орбитальные силы. В хартри-фоковских расчетах четно-четных ядер трехчастичные силы (98) эквивалентны отталкивательным двухчастичным силам с линейной зависимостью от плотности вида (26), которые обеспечивают насыщение в методе ХФС.

Уравнения Хартри — Фока для взаимодействия Скирма могут быть получены [50], если потребовать стационарности полной энергии ядра при вариациях одночастичных состояний φ_λ и наложить дополнительное условие нормировки этих состояний.

Для взаимодействия Скирма плотность энергии представляет [50] алгебраическую функцию нуклонных плотностей n_n и n_p , плотностей кинетической энергии τ_n и τ_p , а также спиновых плотностей J_n и J_p , которые определяются с помощью следующих соотношений:

$$\begin{aligned} n(r) &= \sum_{\lambda, \sigma} |\varphi_\lambda(r, \sigma)|^2, \\ \tau(r) &= \sum_{\lambda, \sigma} |\nabla \varphi_\lambda(r, \sigma)|^2, \\ J(r) &= -i \sum_{\lambda, \sigma, \sigma'} \varphi_\lambda^*(r, \sigma) [\nabla \varphi_\lambda(r, \sigma') \times \langle \sigma | \sigma' \rangle]. \end{aligned} \quad (99)$$

Суммы в уравнениях (99) вычисляются по всем занятым одночастичным состояниям: $\sigma, \sigma' = \pm 1/2$.

Для ядер с $N = Z$ и без кулоновского поля имеем

$$n_n = n_p = \frac{1}{2} n, \quad \tau_n = \tau_p = \frac{1}{2} \tau, \quad J_n = J_p = \frac{1}{2} J. \quad (100)$$

Для спиново-насыщенных ядер спиновая плотность обращается в нуль (последнее утверждение справедливо с той точностью, с какой радиальные волновые функции спин-орбитального дублета $j = l \mp 1/2$ можно считать совпадающими):

$$J = 0. \quad (101)$$

Если для простоты ограничиться рассмотрением ядер, для которых выполняются условия (100), (101), то в этом случае в качестве уравнений Хартри — Фока для потенциала Скирма (97), (98) получим уравнения вида [50]:

$$\epsilon_\lambda \varphi_\lambda = \left[\mathbf{p} \frac{1}{2\mathfrak{M}^*(r)} \mathbf{p} + U_{\text{ХФС}} + W(r) (-i) (\nabla \times \boldsymbol{\sigma}) \right] \varphi_\lambda, \quad (102)$$

где $\mathfrak{M}^*(r)$ — эффективная масса; $U_{\text{ХФС}}$ — потенциальная энергия; $W(r)$ — формфактор одночастичного спин-орбитального потенциала в методе ХФС; эти величины могут быть вычислены с помощью следующих соотношений:

$$\frac{1}{2\mathfrak{M}^*} = \frac{1}{2M} + \alpha n(r), \quad (103)$$

$$U_{\text{ХФС}} = -an + bn^2 - c\Delta n + \epsilon r, \quad (104)$$

$$W(r) = \frac{3}{4} W_0 \nabla n, \quad (105)$$

где Δ — оператор Лапласа.

Константы α , a , b , c , e в уравнениях (103)—(105) определяются через параметры сил Скирма t_0 , t_1 , t_2 и t_3 .

Сравнивая уравнение релятивистской теории (94) для большой компоненты волновой функции с уравнением (102) метода ХФС, мы видим, что эти уравнения имеют много общего.

Различие между этими уравнениями состоит в том, что в методе ХФС спин-орбитальный потенциал вводится «вручную», в то время как в релятивистской теории он имеет то же происхождение, что и эффективная масса. Отметим также еще одну особенность.

В методе ХФС имеет место следующее равенство: $\alpha = e$; как мы увидим в дальнейшем, такое соотношение в релятивистской теории не выполняется.

Мы начнем рассмотрение только с уравнения (11) и оценим, используя одночастичное уравнение (94) скирмовского типа, значения полей $V(r)$ и $S(r)$ на основе экспериментальных фактов — известных значений спин-орбитальной связи и глубины оболочечного потенциала в ядре.

Одночастичный спин-орбитальный потенциал в ядре (см. уравнение (94)):

$$U_{LS} = \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(\frac{1}{2\mathfrak{M}(r)} \right) \mathbf{l} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (106)$$

может быть преобразован к следующему виду:

$$U_{LS} = \frac{1}{r} \frac{(V(r) - S(r))'}{(2\mathfrak{M})^2} 1 \cdot \sigma, \quad (107)$$

из которого следует, что усиление спин-орбитальной связи в ядре возникает по двум причинам: 1) вследствие того, что $|V - S| \gg |U|$; 2) вследствие того, что $\mathfrak{M} < M$. Выражение (106) обеспечивает правильный знак и величину спин-орбитального взаимодействия в ядре.

Для оценки воспользуемся тем, что спин-орбитальный потенциал известен экспериментально. Обычно он выбирается в виде

$$U_{LS} = \frac{\alpha_{LS}}{r} \frac{dn}{dr} 1 \cdot \sigma, \quad (108)$$

где α_{LS} — известная константа.

Сравнивая (106) и (108), получаем

$$\frac{1}{2\mathfrak{M}(r)} = \frac{1}{2M} + \alpha_{LS}n(r), \quad (109)$$

а это есть то выражение для эффективной массы, к которому приводит метод ХФС (см. (103))*.

При выводе соотношения (109) были учтены следующие граничные условия:

$$n(r) = 0, \quad \mathfrak{M}(r) = M \quad \text{для } r > R. \quad (110)$$

Из (93) и (109) следует, что малая компонента волновой функции нуклона выражается через ее большую компоненту с помощью константы спин-орбитальной связи α_{LS} (см. (108)):

$$\chi_\lambda = \frac{1}{2M} (1 + 2M\alpha_{LS}n(r)) \sigma \cdot \mathbf{p} \varphi_\lambda. \quad (111)$$

Подставляя в (109) и (111) $\alpha_{LS} = 85,5 \text{ МэВ фм}^5$ и принимая внутри ядра $n = 0,17 \text{ фм}^{-3}$, получим

$$2M\alpha_{LS}n(r) = 0,7 \quad \text{для } r < R, \quad (112)$$

откуда видно, что второе слагаемое в (111) соизмеримо с первым. Теория электромагнитного взаимодействия в ядре основана на учете только первого слагаемого в (111). Это означает, что использование нерелятивист-

*Отличие состоит в том, что в релятивистской теории константа α_{LS} в выражении (109) является силовым параметром оператора спин-орбитального взаимодействия в ядре, в то время как параметр α в методе ХФС (см. (103)) никакого отношения к этому взаимодействию не имеет, он определяется через параметры t_1 и t_2 сил Скимра ($\alpha = \frac{1}{16}(3t_1 + 5t_2)$).

ского описания может быть связано с большой ошибкой. Эта ошибка проявится, в первую очередь, при рассмотрении переходов магнитного типа, так как в этом случае большая и малая компоненты волновой функции связаны между собой. Это было проиллюстрировано в работах [45] при рассмотрении проблемы устойчивости основного состояния системы в релятивистской теории.

Далее из (109) и (112) имеем

$$\frac{\mathfrak{M}}{M} = 0,6. \quad (113)$$

Отсюда и из (95) получаем, что внутри ядра

$$V - S = 0,8M \approx 750 \text{ МэВ}. \quad (114)$$

Отметим, что в формуле (114) и далее глубины потенциалов $S(r)$ и $V(r)$ обозначаются S и V соответственно; U обозначает глубину $U(r)$. Оценка глубины центрального потенциала может быть сделана на основе того факта, что мощность ямы определяется выражением $2\mathfrak{M}UR^2$ (где R — радиус ядра) и что глубина оболочечного потенциала составляет -50 МэВ. Учитывая, что в оболочечной модели $\mathfrak{M} = M$, имеем

$$U = S + V = \frac{M}{\mathfrak{M}} U_{\text{об}} \cong -90 \text{ МэВ},$$

откуда

$$S \cong -420 \text{ МэВ}; \quad V \cong +330 \text{ МэВ} \quad (115)$$

в согласии с оценками работы [114], которые были сделаны в рамках оболочечной модели; в настоящем разделе оценку (115) мы получили, используя уравнение скирмовского типа (94) для большой компоненты волновой функции φ_λ .

Расчеты по формулам (16), (17) для ядерной материи на основе модели Валечки [16] дают $S = -410$ МэВ, $V = +324$ МэВ.

Отметим, что оценка (115), полученная по релятивистской феноменологии, надежна, поскольку она не использует никаких модельных представлений о природе полей $S(r)$ и $V(r)$. Эта оценка основывается только на экспериментальных данных.

Таким образом, специфика ядра состоит в том, что поля, действующие на нуклон внутри ядра, не малы по сравнению с его массой покоя. Именно поэтому ядро является релятивистской системой, несмотря на то, что $\varepsilon_\lambda/M \ll 1$. Наличие малого параметра ε_λ/M позволяет использовать квазирелятивистское уравнение (94) для вычисления больших компонент волновых функций. Однако, как уже отмечалось, малые компонен-

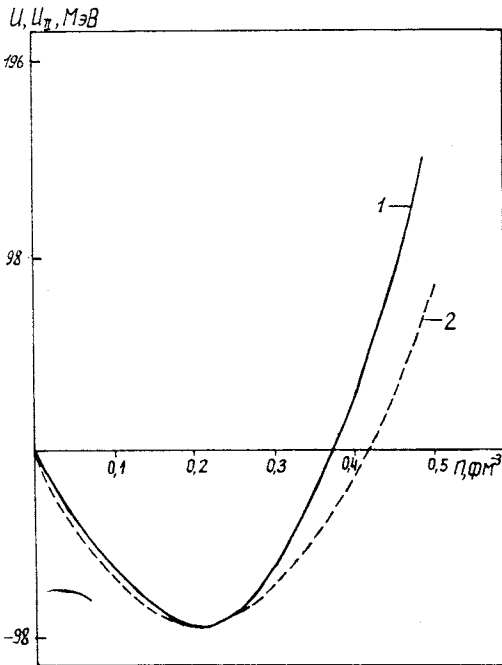


Рис.6. Зависимость потенциалов U (кривая 1) и U_{II} (кривая 2) от плотности n [14]

ты волновых функций существенно усилены, так что пренебрежение ими может приводить к ошибочным физическим результатам.

Продемонстрируем это на примере описания насыщения в рассматриваемой теории. Из (12), (13) и (95) видно, что глубина центрального потенциала определяется выражением

$$U = \frac{g_{\omega}^2}{m_{\omega}^2} n - \frac{g_S^2}{m_S^2} n_S. \quad (116)$$

Использован тот факт, что внутри ядра (т.е. при $r < R$) плотности с хорошей

степенью точности постоянны. Поэтому внутри ядра можно пользоваться результатами, полученными для ядерной материи (см. [45]). На рис.6 изображена зависимость глубины U от n , рассчитанная с параметрами

$$M^2 \frac{g_{\omega}^2}{m_{\omega}^2} = 195,7, \quad M^2 \frac{g_S^2}{m_S^2} = 266,9. \quad (117)$$

Наличие минимума U при некотором значении плотности обусловлено тем, что скалярная плотность n_S совпадает с n при малых плотностях, после чего становится постоянной (см. рис.1, [45]). Наличие этого минимума и обеспечивает насыщение. Дело в том, что в рассматриваемой схеме кинетическая энергия является монотонно возрастающей функцией плотности. Поэтому если потенциальная энергия имеет минимум при некоторой плотности n_{eq} , то полная энергия также будет иметь минимум (т.е. насыщение будет достигнуто), но этот минимум будет иметь место при плотности $n_0 < n_{eq}$. Любопытно отметить, что равновесное значение плотности, отвечающее минимуму потенциальной энергии, составляет $n_{eq} = 0,216 \text{ фм}^{-3}$ [14], в то время как равновесная плотность, рассчитан-

ная в [16] по полной энергии при тех же параметрах, составляет $n_0 = 0,190 \text{ фм}^{-3}$. Из приведенных цифр видно, что в рассматриваемой схеме роль кинетической энергии в обеспечении феномена насыщения мала.

В нерелятивистском приближении малые компоненты волновых функций не учитываются, вследствие этого $n_S = n$, так что глубина центрального потенциала

$$U_1 = - \left(\frac{g_S^2}{m_S^2} - \frac{g_w^2}{m_w^2} \right) n = -625,68n, \quad (118)$$

т.е. вообще не имеет минимума как функция плотности.

Из приведенного рассмотрения видно, что такое фундаментальное свойство ядер, как насыщение, является чисто релятивистским эффектом. Это свойство реализуется в силу того, что в ядре имеются два поля с трансформационными свойствами релятивистских скаляра и вектора, а также благодаря наличию «малой» компоненты нуклонной волновой функции. В нерелятивистской теории мы это можем только имитировать. Чтобы обеспечить в нерелятивистской теории существование минимума U при этом же значении плотности n_{eq} и на той же глубине, что и в исходном релятивистском потенциале (116), можно использовать квадратичную форму вида

$$U_{II} = -an + bn^2, \quad (119)$$

отвечающую методу ХФС (см. уравнение (104)). Потенциал U_{II} имеет минимум в той же точке, что и потенциал (116), при

$$a = 816 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^3; \quad b = 1889 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^6 \quad (120)$$

(см.рис.6). Отсюда непосредственно видно, что переход от реалистических сил к эффективным обусловлен не перенормировкой за счет многочастичных эффектов, как считается в нерелятивистской теории, а необходимостью компенсации за использование неадекватного подхода, исключаяющего из рассмотрения малую компоненту нуклонной волновой функции. Следует подчеркнуть, что релятивистский потенциал U непосредственно компоненту, пропорциональную n^2 , не содержит. Минимум релятивистского потенциала (как функции плотности) достигается только за счет учета малой компоненты нуклонной волновой функции.

Изложенные выше соображения показывают, что нерелятивистские расчеты Хартри — Фока с эффективными силами Скирма являются имитацией релятивистского описания (ср., однако, с [110]).

Выражение (116) для U справедливо только внутри ядра. Учет конечности размеров приводит к поправке вида

$$\delta_1 U = \frac{g_\omega^2}{m_\omega^4} \Delta n - \frac{g_S^2}{m_S^4} \Delta n_S \approx - \left(\frac{g_S^2}{m_S^4} - \frac{g_\omega^2}{m_\omega^4} \right) \Delta n. \quad (121)$$

Центральный потенциал (104) в методе ХФС также имеет слагаемое вида (121). Коэффициент при Δn , вычисленный с реалистическими силами, составляет $200 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^5$ при $m_S = 550 \text{ МэВ}$ и $143 \text{ МэВ} \cdot \text{фм}^5$ при $m_S = 500 \text{ МэВ}$.

И, наконец, как видно из (12), (13), (116), (94), (95), центральный потенциал имеет слагаемое

$$\delta_2 U = \left(\frac{1}{2\pi} \right)^2 \left(\frac{g_\omega^2}{m_\omega^2} + \frac{g_S^2}{m_S^2} \right) \tau = 125\tau, \quad (122)$$

где τ — плотность кинетической энергии $\tau = \sum_\lambda |\nabla\varphi_\lambda|^2$, и такое же слагаемое имеется в методе ХФС (см. (104)).

Таким образом, мы показали, что релятивистская теория позволяет вычислить все параметры эффективных сил Скирма, исходя из реалистических сил. Сравнение вычисленных нами параметров с феноменологическими значениями, используемыми в различных вариантах параметризации, приводится в табл.8. Из нее видно, что «реалистические» параметры хорошо согласуются с феноменологией.

Существует несколько вариантов сил Скирма, примерно одинаково описывающих свойства основного состояния атомных ядер. Полученные результаты показывают, что наиболее адекватным является вариант сил «Скирма-II». Релятивистская трактовка является обоснованием именно этого варианта параметризации эффективных сил.

Таким образом, показано, что большая компонента волновой функции может быть приближенно найдена как решение нерелятивистской задачи, а малая компонента восстановлена из наблюдаемого спин-орбитального расщепления с помощью соотношения (111). При описании полей электрического типа в длинноволновом приближении малой компонентой можно пренебречь. Однако ее учет является принципиально важным при рассмотрении полей магнитного типа, так как в этом случае взаимодействие связывает большую и малую компоненты, и эффект этой связи усилен за счет уменьшения эффективной массы нуклона внутри ядра. Подобного типа эффекты могут быть весьма существенны при исследовании устойчивости основного состояния во внешних полях; наи-

Таблица 8. Сравнение параметров сил Скирма
и вычисленных на основе мезонной теории

Коэффициент Тип сил Скирма [113]	α , МэВ·фм ⁵	a , МэВ·фм ³	b , МэВ·фм ⁶	c , МэВ·фм ⁵	e , МэВ·фм ⁵
SI	13	793	2712	82	13
SII	101	877	1750	169	101
SIII	44	846	2625	126	44
SIV	154	904	938	210	154
SV	215	936	0	256	215
SVI	7,7	826	3188	98	7,7
Реалистические силы	85,5	816	1889	200	125

большой интерес представляют поля, симметрия которых отличается от симметрии основного состояния.

До сих пор в настоящем разделе мы не выделяли специально кулоновскую энергию в одночастичном уравнении Дирака.

В заключение настоящего раздела отметим результаты, полученные в работе [112], в которой рассматривается уравнение Дирака для протона в ядре с оболочечным потенциалом, включающим ядерную и кулоновскую компоненты. В этой работе рассматривается редукция уравнения Дирака к уравнению нерелятивистского типа. Эффективный потенциал U_{eff} в этом случае включает два связанных с кулоновским взаимодействием эффекта, которые отсутствуют при традиционном нерелятивистском рассмотрении: 1) U_{eff} включает кулон-ядерный интерференционный член; 2) U_{eff} сильно зависит от энергии протона, которая, в свою очередь, зависит от кулоновской энергии. Если ядерный потенциал оболочечной модели состоит из сильного притягивательного мирового скаляра и сильного отталкивательного лоренц-вектора, то эффект (1) сам по себе является весьма существенным, однако эффект (2) является ему противодействующим.

В итоге имеет место небольшое, но тем не менее важное уменьшение кулоновской энергии по сравнению с сугубо нерелятивистской задачей.

Релятивистское приближение среднего поля (РПСР) в его современной трактовке полностью игнорирует важный релятивистский эффект учета роли состояний с отрицательной энергией. В этом приближении только валентные нуклоны дают вклад в источники мезонных полей. На самом деле, нуклоны в море отрицательных энергий находятся под сильным влиянием этих средних полей, что приводит к поляризации вакуума

в таких теориях. Причина игнорирования подобного типа эффекта в РПСР очевидна: море Дирака содержит бесконечное число уровней. Попытка решить эту проблему для ядерной материи сделана в работах [57,115,116], где была установлена значительная роль отмеченных эффектов, приводящая к необходимости переподгонки параметров модели. Для конечных ядер решение проблемы значительно сложнее. Проблема рассматривалась, например, в [117], где также приведены ссылки на предшествующие работы как для сферических, так и для деформированных ядер.

6. РЕЛЯТИВИСТСКИЕ МЕТОДЫ ХАРТРИ — ФОКА И БРАКНЕРА — ХАРТРИ — ФОКА ДЛЯ СФЕРИЧЕСКИХ ЯДЕР

В то время как в литературе имеется большое количество работ с расчетами конечных ядер на основе релятивистского метода Хартри, релятивистские хартри-фокские расчеты значительно менее многочисленны. Представляется важным исследовать роль фокских членов, поскольку они существенно связаны с изовекторными мезонами. Действительно, как отмечалось выше, изовекторные мезоны вообще не дают вклада в хартриевские члены для $N = Z$ систем. Даже в случае $N \neq Z$ π -мезон, роль которого могла бы представляться существенной, не дает вклада в приближение Хартри. Основной интерес к более сложной в практической реализации модели Хартри — Фока связан с возможностью учесть в этом случае изовекторные π - и ρ -мезоны (в том числе и для $N = Z$ ядер).

Если исходить из лагранжиана только с изоскалярными (σ, ω) мезонами, то в рамках приближения Хартри — Фока получаются результаты, аналогичные хартриевским при новой подгонке констант связи (g_σ, g_ω) [118]. Этот результат легко понять качественно, если вспомнить, что NN -взаимодействие, наведенное тяжелыми σ - и ω -мезонами, является короткодействующим. В приближении нулевого радиуса действия фокские (обменные) члены пропорциональны соответствующим хартриевским (прямым) вкладам.

В связи с включением π -мезона в самосогласованную схему отметим, что использование в лагранжиане псевдоскалярной связи приводит к расчетным неустойчивостям при решении хартри-фокских уравнений, по этой причине расчеты проводятся с использованием псевдовекторной связи.

В противоположность приближению Хартри, в рамках которого поправки, связанные с вакуумными флуктуациями, были включены в рассмотрение для конечных ядер [115—117,119], учесть эти поправки в при-

ближении Хартри — Фока значительно сложнее [120]. Решение этой задачи остается открытой проблемой.

Большая часть хартри-фокских расчетов для конечных ядер выполнена с учетом только векторной связи ρ -мезона [30,32,34,121]. Это ограничение до некоторой степени упрощает вычисление фокских членов. Однако к этому ограничению следует относиться критически, так как для пустоты тензорная $\rho - N$ константа связи f_ρ значительно больше векторной g_ρ . Отношение f_ρ/g_ρ оказывается равным 3,7 в модели векторной доминантности, а анализ πN -рассеяния дает 6,6.

Результаты работ [30,32,34,121] показывают, что в рамках релятивистского метода Хартри — Фока можно получить описание конечных ядер, подобное хартриевскому описанию. Включение π -мезона и вклада обменных членов приводит к улучшению спин-орбитальных расщеплений по сравнению с приближением Хартри.

Хартри-фокские расчеты конечных ядер на основе лагранжиана, включающего σ -, ω -, ρ - и π -мезоны и допускающего как векторную, так и тензорную связи для ρ -мезона, выполнены в работе [118]. Подгоночными параметрами в этой работе были константы связи для σ - и ω -мезонов, масса σ -мезона; константы связи для π - и ρ -мезонов в [118] были выбраны равными их пустотным значениям $f_\pi^2/4\pi = 0,08$, $g_\rho^2/4\pi = 2,20$, $f_\rho/g_\rho = 3,7$, так же, как и массы ω -, π - и ρ -мезонов. Константы связи g_σ и g_ω фиксировались по подгонке точки насыщения для симметричной ядерной материи ($E/A = -15,75$ МэВ; $k_F = 1,30$ фм $^{-1}$). Оставшийся параметр m_σ был выбран равным 440 МэВ для воспроизведения правильного радиуса ^{16}O . С таким лагранжианом в рамках приближения Хартри — Фока коэффициент энергии симметрии a_4 получается равным 28 МэВ, т.е. находится в приемлемом согласии с эмпирической величиной. Этот результат интересен, так как энергия симметрии в значительной мере связана с изовекторными мезонами, константы связи которых не изменялись по сравнению с пустотными. Следует отметить, что модуль сжатия K получился при этом равным 465 МэВ, т.е. больше эмпирической величины 210 МэВ, но тем не менее меньше величины 540 МэВ, соответствующей традиционной $\sigma - \omega$ модели и приближению Хартри [1].

Характерные результаты [118] для ядер с замкнутыми оболочками приведены на рис.7 и в табл.9.

Рассчитанные по методу Хартри — Фока зарядовые плотности сравниваются с измеренными на рис.7. Уровень согласия для всех ядер вполне сравним с полученным в нерелятивистских хартри-фокских расчетах с

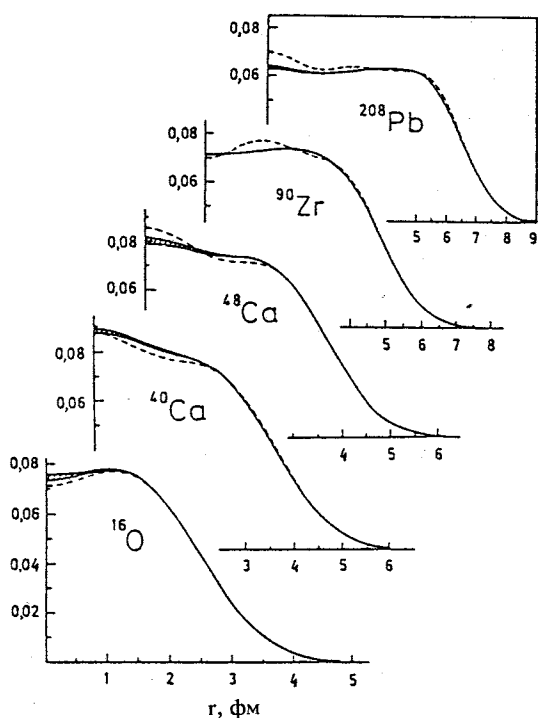


Рис.7. Рассчитанные (штриховые линии) и экспериментальные (сплошные линии) зарядовые распределения. Заштрихованные области соответствуют экспериментальным неопределенностям

силами Скирма [113]. Энергии связи, зарядовые радиусы и некоторые спин-орбитальные расщепления приведены в табл.9. Поскольку поправки на движение центра масс не могут быть включены простым способом в релятивистские расчеты по Хартри — Фоку, ориентировочная оценка, заимствованная из нерелятивистских расчетов [113], приведена в строке ц.м. (табл.9). Роль этих поправок сводится к увеличению рассчитанных значений

энергий связи. Но тем не менее видно, что для энергии связи всех ядер не хватает $\sim 1,5$ МэВ на нуклон до экспериментальных значений. Возможно, корреляционные эффекты, находящиеся вне рамок метода Хартри — Фока, увеличат теоретические значения энергии связи. Видно также, что в расчетах получены вполне удовлетворительные зарядовые радиусы всех ядер, если для воспроизведения зарядового радиуса ^{16}O выбрать $m_\sigma = 440$ МэВ. Хотя хартри-фоковские одночастичные спектры отличаются от экспериментальных, как это и должно быть, тем не менее следует считать оправданным непосредственное сравнение рассчитанных и измеренных спин-орбитальных расщеплений, поскольку эффекты, связанные с выходом за рамки метода Хартри — Фока, приведут к модификации одночастичных энергий, по-видимому, сохраняющей спин-орбитальные расщепления. Таблица 9 иллюстрирует замечательное согласие теории и эксперимента для Δ_{LS} . При этом роль π - и ρ -мезонов чрезвычайно существенна для получения правильных спин-орбитальных расщеплений.

Таблица 9. Сравнение релятивистских хартри-фоковских и экспериментальных величин. Для каждого ядра приведены энергия связи на частицу, зарядовый радиус и некоторые протонные спин-орбитальные расщепления ($1p$ — состояние для ^{16}O , $1d$ — для ^{40}Ca и ^{48}Ca). Строка Ц.м. имеет комментарий в тексте. Энергии приведены в МэВ, радиусы — в фм

Способ определения	^{16}O			^{40}Ca			^{48}Ca			^{90}Zr		^{208}Pb	
	$-\frac{E}{A}$	r_c	Δ_{LS}	$-\frac{E}{A}$	r_c	Δ_{LS}	$-\frac{E}{A}$	r_c	Δ_{LS}	$-\frac{E}{A}$	r_c	$-\frac{E}{A}$	r_c
ДХФ	5,61	2,73	7,3	6,82	3,47	8,0	7,10	3,47	4,1	7,40	4,26	6,74	5,47
Эксп.	7,98	2,73	6,3	8,55	3,48	7,2	8,67	3,47	4,3	8,71	4,27	7,87	5,50
Ц.м.	0,61			0,20			0,18			0,08		0,02	

Установим соотношение между энергиями связи ядер в релятивистском и нерелятивистском расчетах. Будем следовать обсуждению, приведенному в работе [118]. В релятивистском случае выражение для энергии связи на частицу имеет вид

$$\frac{E^R}{A} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^A \frac{t_{\alpha}^R}{A} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^A \frac{\varepsilon_{\alpha}^R}{A} \equiv t^R + \varepsilon^R. \quad (123)$$

В нерелятивистском методе Хартри — Фока эта энергия определяется соотношением

$$\frac{E^{NR}}{A} = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^A \frac{t_{\alpha}^{NR}}{A} + \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^A \frac{\varepsilon_{\alpha}^{NR}}{A} + E_r \equiv t^{NR} + \varepsilon^{NR} + E_r, \quad (124)$$

где t_{α}^{NR} вычисляется с помощью оператора $-\nabla^2/2M$, а E_r — энергия перестройки на частицу, связанная с плотностной зависимостью эффективного взаимодействия.

Нерелятивистские волновые функции хорошо аппроксимируются большими компонентами G_{α} релятивистских функций, при этом можно показать [29], что t^R меньше, чем t^{NR} . Чтобы упростить рассуждения, рассмотрим (σ, ω) -модель, содержащую только скалярное поле $S(\mathbf{r})$ и временную компоненту векторного поля $V(\mathbf{r})$. В этой модели величина t^R может быть выражена через малые компоненты F_{α} волновой функции следующим образом:

$$t^R = \sum_{\alpha=1}^A \int F_{\alpha}^2(r) [E_{\alpha} + S(r) - V(r)] dr. \quad (125)$$

С другой стороны, если вычислить t^{NR} , используя в качестве волновых функций только G_{α} (т.е. с точностью до членов порядка $F_{\alpha}^2/G_{\alpha}^2$ в силу нормировки), и выразить результаты через F_{α} с помощью уравнения Хартри — Дирака, то можно получить

$$t^{NR} = \frac{1}{4M} \sum_{\alpha=1}^A \int F_{\alpha}^2(r) [E_{\alpha} + M + S(r) - V(r)]^2 dr. \quad (126)$$

Таким образом, величина

$$t^R - t^{NR} = - \frac{1}{4M} \sum_{\alpha=1}^A \int F_{\alpha}^2(r) [E_{\alpha} - M + S(r) - V(r)]^2 dr \quad (127)$$

всегда отрицательна.

Из этого результата можно видеть, что если обе модели дают примерно одинаковые энергии связи и плотности, то ϵ^{NR} должна быть более отрицательной, чем ϵ^R , и/или E_{ρ} должна давать отрицательный вклад. В качестве иллюстрации в табл. 10 сравниваются компоненты энергии связи на частицу для ядра ^{40}Ca в двух реалистических случаях. Релятивистская хартри-фоксовская модель рассматривается в работе [118], в то время как нерелятивистская модель рассчитывается со стандартным взаимодействием Сфирма (SIII) [113] без поправок на движение центра масс, чтобы сделать сравнение более ясным. Хотя E^R/A больше, чем E^{NR}/A , как t^R , так и ϵ^R ниже, чем t^{NR} и ϵ^{NR} соответственно. Если за счет подгонки (например, за счет небольшого увеличения f_{ρ}) потребовать, чтобы $E^R/A = -8,3$ МэВ в ^{40}Ca , то t^R и ϵ^R будут еще ниже.

Теперь коротко обсудим расчеты по Дираку — Бракнеру — Хартри — Фоку (ДБХФ) для конечных ядер. Строго говоря, такие расчеты еще не выполнены вследствие огромного объема и сложности вычислений, связанных с этим методом. Для бесконечной ядерной материи проблема двойного самосогласования ДБХФ уравнений была решена несколькими группами [13, 122, 123]. Стартуя от квазипотенциала V , полученного на основе потенциалов однобозонного обмена (ОВЕР) с параметрами, фиксированными при подгонке NN -данных, средовое NN -взаимодействие (или G -матрица) может быть найдено как решение уравнения Бете — Голдстоуна:

$$G = V + VKKQG, \quad (128)$$

где Q — оператор Паули, а K — пропагатор одетой частицы, удовлетворяющий уравнению Дайсона:

$$K = K^{(0)} + K^{(0)}\Sigma K. \quad (129)$$

В уравнении (129) $K^{(0)}$ — пропагатор свободной частицы, Σ — оператор собственной энергии, матричные элементы которого даются суммой хартриевских и фоковских диаграмм:

$$\Sigma(k) = \sum_{k'(occ)} \langle kk' | G | kk' \rangle - \langle kk' | G | k'k \rangle. \quad (130)$$

Самосогласованное решение уравнений (128)—(130) показывает, что если работать в дираковской (четырёхкомпонентной) схеме, вместо традиционной нерелятивистской, то точка насыщения ядерной материи смещается с так называемой линии Кестера и приближается к эмпирической точке насыщения [2,13,122,123]. В то же время модуль сжатия ядерной материи достигает значений, близких к эмпирическим, т.е. ~ 200 МэВ [13].

Очевидно, что трудно получить полное решение уравнений (128)—(130) для конечных ядер, по этой причине в настоящее время в этом случае выполнены только приближенные расчеты. В работе [124] эффективная G -матрица получается из расчетов ядерной материи с использованием определенной версии приближения эффективной плотности. Эта эффективная G -матрица затем используется для решения уравнений (129), (130) для ядра ^{16}O . Исходя из ОБЕР-потенциалов Брокмана и Махлайдта [12], авторы [124] получили для энергии связи значение 5,65 МэВ (экспериментальное значение 7,98 МэВ), а для зарядового радиуса — 2,46 фм (эксперимент — 2,73 фм). Они сравнили также свои результаты с аналогичным расчетом, выполненным нерелятивистски (на основе того же исходного ОБЕ-потенциала), который дает для энергии связи величину 5,71 МэВ, мало отличающуюся от релятивистской, в то время как радиус значительно меньше релятивистского 2,29 фм.

Другой подход был реализован в работе [125], в которой авторы сделали попытку получить для конечной системы непосредственно собствен-

Таблица 10. Компоненты энергии связи на частицу для ядра ^{40}Ca , рассчитанные в нерелятивистской модели NR(SIII) и релятивистской модели (R) [118]. Все величины в МэВ

Параметры	NR(SIII)	R
t	8,2	5,8
ε	-10,9	-12,6
E_r	-5,6	0
E/A	-8,3	-6,8

ную энергию Σ (или, по крайней мере, ее основную часть) из собственной энергии Σ^{NM} , рассчитанной для ядерной материи, используя приближение локальной плотности. Авторы [125] исходили из результатов для ядерной материи тер-Хаара и Малфлиета [13], для которых был построен [126] эффективный, зависящий от плотности лагранжиан. Основное предположение при этом состояло в том, что собственная энергия, входящая в уравнение Дирака, которая определяет хартри-фоковские спиноры, представляет собой сумму локального оператора и поправки вида

$$\Sigma(r) = \Sigma_{\text{bulk}}(r) + \Delta\Sigma. \quad (131)$$

Собственная энергия для ядерной материи $\Sigma^{NM}(k, k_F)$ зависит от импульса нуклона k и импульса Ферми k_F . В силу слабой зависимости от k можно отождествить Σ_{bulk} с

$$\Sigma_{\text{bulk}}(r) = \Sigma^{NM}(k = k_F, k_F(r)), \quad (132)$$

где появление $k_F(r)$ отражает приближение локальной плотности. Член $\Delta\Sigma$ в (131) представляет некоторую поправку на конечный радиус, поскольку он исчезает для G -матрицы нулевого радиуса действия.

Использовались различные приближения для $\Delta\Sigma$:

1) поправка $\Delta\Sigma$ полагалась равной нулю. В этом случае зависимость в (132) от $k_F(r)$ заменяется зависимостью от усредненного локального импульса $k_F(r)$;

2) считалось, что

$$\Delta\Sigma = \Sigma_H(r) - \Sigma_H^{NM}(k = k_F, k_F(r)), \quad (133)$$

где $\Sigma_H(r)$ и $\Sigma_H^{NM}(k, k_F)$ представляют хартриевские собственные энергии конечной системы и бесконечной материи, обе вычислены с эффективным лагранжианом [126];

3) считалось, что

$$\Delta\Sigma = \Sigma_{HF}(r, r') - \Sigma_{HF}^{NM} \left(k = k_F, k_F \left(\frac{r + r'}{2} \right) \right), \quad (134)$$

где величины в правой части имеют такие же определения, как и при использовании приближения (2), но теперь они включают как хартриевские, так и фоковские вклады.

Результаты, полученные в рамках этих приближений [125], представлены в табл.11 и на рис.8. Несмотря на наличие некоторой зависимости этих результатов от используемых приближений, они представляют себя обнадеживающими и указывают на то обстоятельство, что теория ДБХФ может быть использована для описания конечных ядер без фено-

Таблица 11. Нейтронные, протонные и зарядовые среднеквадратичные радиусы, рассчитанные в разных приближениях. Последняя колонка показывает энергии связи на частицу

Ядро	Приближение	R_n , фм	R_p , фм	R_c , фм	E/A , МэВ
^{40}Ca	1	3,08	3,12	3,22	-9,5
	2	3,21	3,26	3,35	-6,6
	3	3,19	3,23	3,33	-7,9
	эксп.			3,48	-8,55
^{90}Zr	1	4,07	4,03	4,11	-8,5
	2	4,08	4,03	4,11	-6,9
	3	4,07	4,03	4,11	-7,9
	эксп.			4,27	-8,71
^{208}Pb	1	5,42	5,37	5,43	-7,0
	2	5,36	5,27	5,33	-6,0
	эксп.			5,50	-7,87

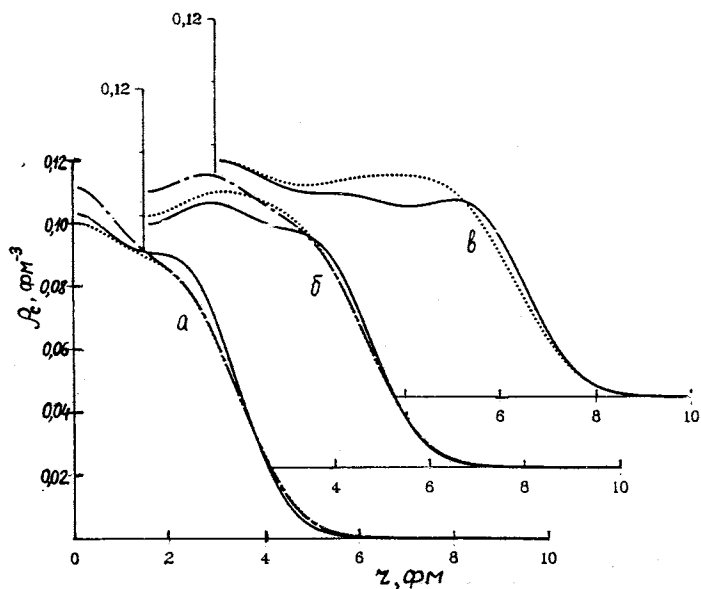


Рис. 8. Рассчитанные зарядовые плотности в ^{40}Ca (а), ^{90}Zr (б) и ^{208}Pb (в). Различные кривые соответствуют приближению: 1 — сплошная, 2 — точки, 3 — штрихпунктир

менологической переподгонки релятивистской G -матрицы, с чем придется иметь дело в нерелятивистском G -матричном подходе [127,128]. Это связано с тем, что, по-видимому, подход Дирака — Бракнера уже включает некоторые трехчастичные эффекты, что и приводит к сближению рассчитанной и эмпирической точек насыщения, в то время как в нерелятивистской G -матрице эти эффекты отсутствуют.

7. ЯДЕРНЫЕ ВОЗБУЖДЕНИЯ В РЕЛЯТИВИСТСКОЙ МОДЕЛИ

Успех релятивистских приближений Хартри и Хартри — Фока обеспечил хорошую основу для изучения ядерных возбуждений в релятивистских моделях. Элементарные возбуждения, как обычно, происходят за счет перемещения нуклонов из занятых состояний в незанятые, а приближение случайной фазы (ПСФ) обеспечивает метод построения коллективных состояний, которые могут возникать в результате остаточного частично-дырочного взаимодействия.

Один из важных моментов состоит в установлении возможности корректно описать в рамках релятивистской модели гигантские резонансы, представляющие хорошо известную характерную реализацию ядерной динамики. Предполагалось, что из-за большой величины модуля сжатия дыхательная мода в ядрах будет предсказана в (σ, ω) -модели при слишком высокой энергии. Оценки, основанные на методах скейлинга, также указывают на то, что изоскалярные монопольные и квадрупольные резонансы должны лежать слишком высоко [129]. В дальнейшем мы увидим, однако, что эти скейлинговые энергии больше, чем энергии ПСФ. В этом разделе мы остановимся на изоскалярных гигантских резонансах по той причине, что большая часть работ в этой области выполнена в рамках (σ, ω) -модели, т.е. в этой модели описывается только изоскалярное частично-дырочное взаимодействие. Расчеты гигантских резонансов, которые будут рассмотрены ниже, не включают эффектов поляризации вакуума, которые могут играть существенную роль. В настоящее время ренормализационная процедура [57] выполнена только для бесконечной ядерной материи [130,131] и адаптирована для конечных систем в приближении локальной плотности. Мы увидим ниже некоторые проявления эффектов поляризации вакуума на примере функций отклика для рассеяния электронов.

Обсудим вкратце формализм релятивистского ПСФ, следуя работе [132]. В приближении Дирака — Хартри одночастичный спектр получается путем решения уравнения Дирака:

$$\left[\gamma_0 E_i + i\gamma \cdot \nabla - (M + \Sigma_S) - \gamma^\mu \Sigma_\mu \right] h_i(x) = 0, \quad (135)$$

где (E_i, h_i) представляют энергию и волновую функцию одночастичного состояния i ; $\Sigma_S(x)$ и $\Sigma_\mu(x)$ — самосогласованные скалярный и векторный хартриевские потенциалы, порожденные скалярным (σ) мезоном и векторными (ω и ρ) мезонами соответственно. Используя константы связи, например, из работы [66], имеем в центре ядра для $\Sigma_S \cong -400$ МэВ, и $\Sigma_0 \cong 350$ МэВ. Мы будем различать с помощью обозначений занятые состояния Ферми ($i \equiv a$; $h_i \equiv f_a$; $E_i \equiv E_a > 0$), незанятые состояния Ферми ($i \equiv A$; $h_i \equiv f_A$; $E_i \equiv E_A > 0$) и состояния моря Дирака ($i \equiv \alpha$; $h_i \equiv g_\alpha$; $E_i \equiv E_\alpha < 0$). Хартриевский одночастичный пропагатор G_H может быть разложен на фейнмановскую (G_F) и зависящую от плотности (G_D) компоненты:

$$G_H(x, x'; E) = G_F + G_D, \quad (136)$$

где фейнмановский и зависящий от плотности пропагаторы записываются следующим образом:

$$G_F(x, x'; E) = \sum_{i=a,A} \frac{f_i(x) \bar{f}_i(x')}{E - E_i + i\eta} + \sum_\alpha \frac{g_\alpha(x) \bar{g}_\alpha(x')}{E - E_\alpha - i\eta}, \quad (137)$$

$$G_D(x, x'; E) = \sum_a f_a(x) \bar{f}_a(x') \left[\frac{1}{E - E_a - i\eta} - \frac{1}{E - E_a + i\eta} \right].$$

Если Γ_P и Γ_Q — произвольные 4x4 матрицы, то некоррелированный частично-дырочный поляризационный оператор $\Pi^{(0)}$ в координатном пространстве имеет вид

$$\begin{aligned} & \Pi^{(0)}(\Gamma_P, \Gamma_Q; x, x'; E) = \\ & = \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} dE' \cdot \text{Tr} \left[\Gamma_P G_H(x, x'; E + E') \Gamma_Q G_H(x', x; E') \right]. \quad (138) \end{aligned}$$

Роль остаточного частично-дырочного взаимодействия сводится к появлению коррелированного поляризационного оператора Π . Если просуммировать субкласс кольцевых диаграмм, то получится поляризационный оператор ПСФ. Для конечных ядер удобно использовать мультипольное разложение Π , так как каждый мультиполь удовлетворяет отдельному одномерному интегральному уравнению. В импульсном пространстве имеем следующее уравнение ПСФ для мультиполя L :

$$\begin{aligned} \Pi_L(\Gamma_P, \Gamma_Q; k, k'; E) = \Pi_L^{(0)}(\Gamma_P, \Gamma_Q; k, k'; E) + \\ + \sum_{a=0}^4 \int k''^2 dk'' \Pi_L^{(0)}(\Gamma_P, \Gamma_a; k, k''; E) \chi_a(k'', E) \Pi_L(\Gamma^a, \Gamma_Q; k'', k'; E), \end{aligned} \quad (139)$$

где $\Pi_L^{(0)}$ представляет L -й мультиполь фурье-разложения для (138), индексы $a = 0, 1, 2, 3$ соответствуют ω -мезону, $a = 4$ — σ -мезону. Мезонные пропагаторы определяются выражением

$$\chi_a(k, E) = \begin{cases} -\frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{E^2 - k^2 - m_\omega^2 + i\eta}, & \text{если } a = 0, 1, 2, 3 \\ \frac{1}{(2\pi)^3} \frac{1}{E^2 - k^2 - m_\sigma^2 + i\eta}, & \text{если } a = 4. \end{cases} \quad (140)$$

В уравнении (139) операторы Γ_a имеют вид

$$\Gamma_a = \begin{cases} -g_\omega \gamma_\mu, & \text{если } a = 0, 1, 2, 3 \\ g_\sigma, & \text{если } a = 4. \end{cases} \quad (141)$$

Если вычислить некоррелированный поляризационный оператор (138) с G_H с учетом (136) и (137), то очевидно, что результат будет бесконечным. Расходимость связана с суммой в (138) по всем членам типа $G_F G_F$, которые соответствуют возбуждениям, связанным с переходом нуклона из состояния моря Дирака в незанятое состояние. В принципе расходимость может быть устранена с помощью ренормализационной процедуры с добавлением в лагранжиан контрчленов, которые приводят к конечному результату. На практике эта громоздкая процедура выполнена только для ядерной материи. В духе эффективной теории можно ограничить конфигурационное пространство введением обрезания по энергии для одночастичных состояний (как для положительных, так и для отрицательных энергий), включенных в расчеты, и исследовать чувствительность результатов к усечению пространства [133].

Эта схема расчета использовалась в работах [132, 134] для исследования гигантских резонансов. В этой области энергий можно пренебречь E -зависимостью мезонных пропагаторов $\chi_a(k, E)$ и использовать их статический предел. В этом случае результат (139) эквивалентен известному методу решения задачи ПСФ диагонализацией не зависящей от энергии секулярной матрицы. Обсудим некоторые типичные результаты, полученные в работе [132]. Проблемы расходимости в этой работе авторы не рассматривали, учитывая вклады состояний моря Дирака в пропагатор Хартри (136) и поляризационный оператор (138), что соответствует иг-

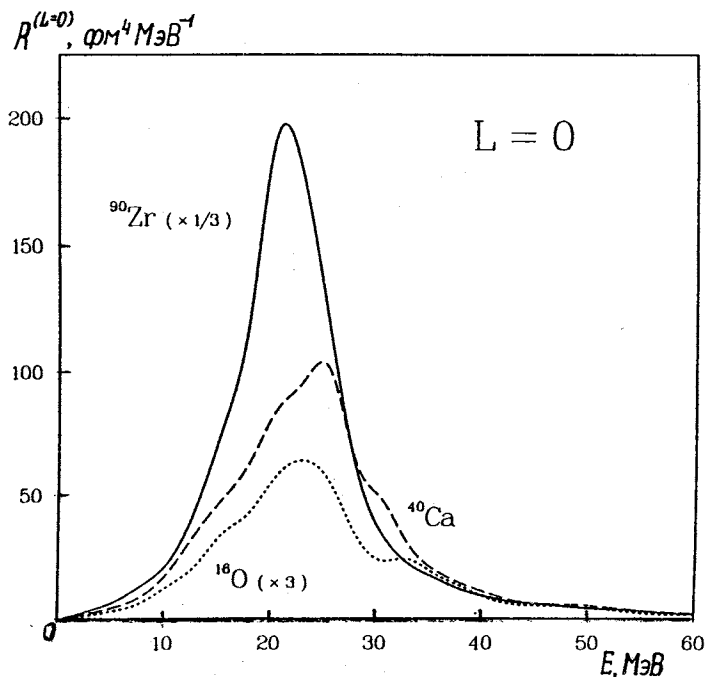


Рис.9. Монопольные функции отклика $R^{(L=0)}$ в зависимости от энергии возбуждения E

норированию этих состояний в расчетах хартриевских собственных энергий Σ . Распределения сил мультиполей показаны на рис.9 для моды $L = 0$ и на рис.10,11 для $L = 2$.

Для изоскалярной монопольной моды модель предсказывает коллективный резонанс для средних ядер, в то время как в легких ядрах вплоть до ^{40}Ca распределение сил очень широкое. Рассчитанные энергии больше экспериментальных. Например, в ПСФ энергия пика составляет 21,5 МэВ для ^{90}Zr , это значение должно сравниваться с экспериментальным 18 МэВ. Однако в этом случае расхождение меньше, чем оценка, сделанная Нишизаки и др. [129] для той же релятивистской модели с использованием приближения скейлинга.

Эти авторы установили зависимость $160 \cdot A^{-1/3}$ МэВ для монопольной моды, которая дает около 35 МэВ для ^{90}Zr . Большая разница предсказаний двух расчетов указывает на то обстоятельство, что величина модуля

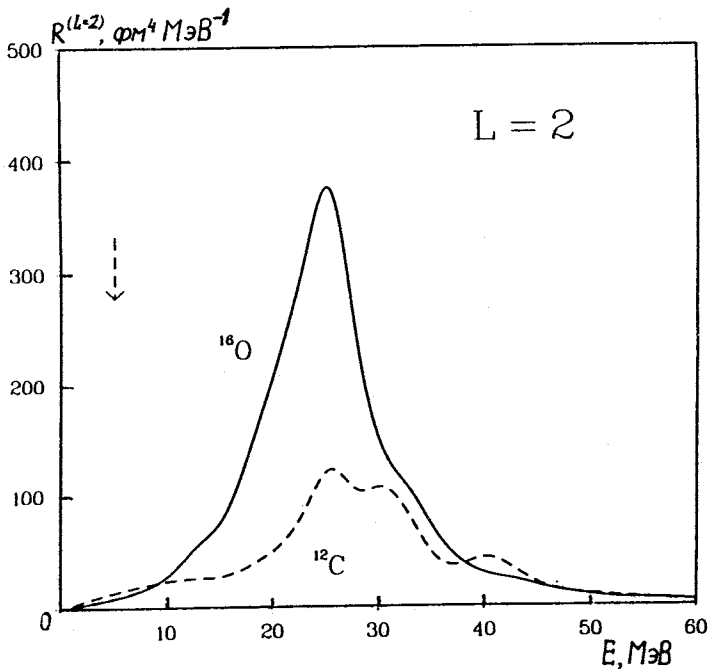


Рис.10. Квадрупольные функции отклика $R^{(L=2)}$ для ядер ^{12}C и ^{16}O . Стрелка указывает положение низколежащего связанного состояния в ^{12}C

сжатия K не определяет полностью монопольные энергии вследствие того, что поверхностные эффекты играют существенную роль.

Для изоскалярной квадрупольной моды результаты скейлинга [129] лучше согласуются с энергиями, полученными в ПСФ. Метод скейлинга дает $E \sim 88A^{-1/3}$ МэВ, в то время как ПСФ-расчеты приводят к энергиям пиков $\sim 70 A^{-1/3}$ МэВ для ядер от ^{16}O до ^{90}Zr . Энергии ПСФ несколько больше, чем экспериментальные, которые определяются законом $60 A^{-1/3}$ МэВ. Для того, чтобы понизить квадрупольные энергии, требуется большее значение эффективной массы \mathfrak{M} , чем $\mathfrak{M}/M = 0,54$, соответствующее настоящим расчетам.

Настоящие ПСФ-расчеты не дают информации ни о ширинах вылета, ни о спредовых ширинах. Однако они включают эффекты затухания Ландау. Эти эффекты оказываются больше для мод с $L = 0$, чем для мод с $L = 2$. Например, в ^{90}Zr , где появляются обе моды (как ярко выраженные

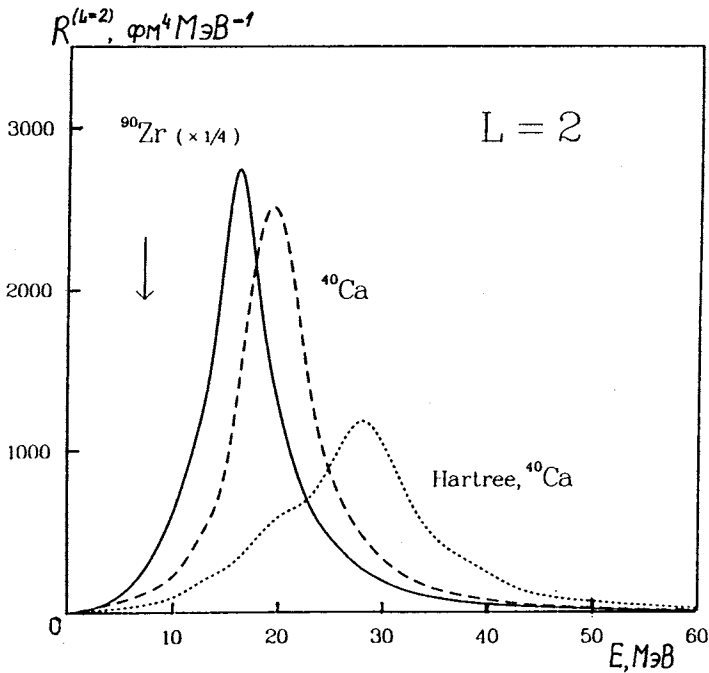


Рис.11. То же, что и на рис.10, для ^{40}Ca и ^{90}Zr . Точечная кривая показывает хартриевский отклик в ^{40}Ca . Стрелка соответствует положению низколежащего состояния в ^{90}Zr

гигантские резонансы), ширина Ландау составляет 4 МэВ для монополярного резонанса и только 1 МэВ для квадрупольного резонанса.

Другая возможность осуществления релятивистских расчетов в ПСФ без расходимостей была предложена Судзуки и др. в работе [135], где использовался поляризационный оператор $\Pi^{(0)}$ без учета вклада $G_F \cdot G_F$. В этом случае некоторые эффекты состояний моря Дирака оказываются учтенными благодаря членам $G_D \cdot G_F$ и $G_F \cdot G_D$.

Релятивистский подход использовался также для изучения ядерных функций отклика в области квазиупругого пика. Эти функции отклика могут быть измерены с высокой степенью точности в экспериментах по рассеянию электронов [136,137] вплоть до больших передач импульса (~ 500 МэВ/с). В работе [138] уже отмечалось, что релятивистская модель, содержащая сильные скалярный и векторный потенциалы, приво-

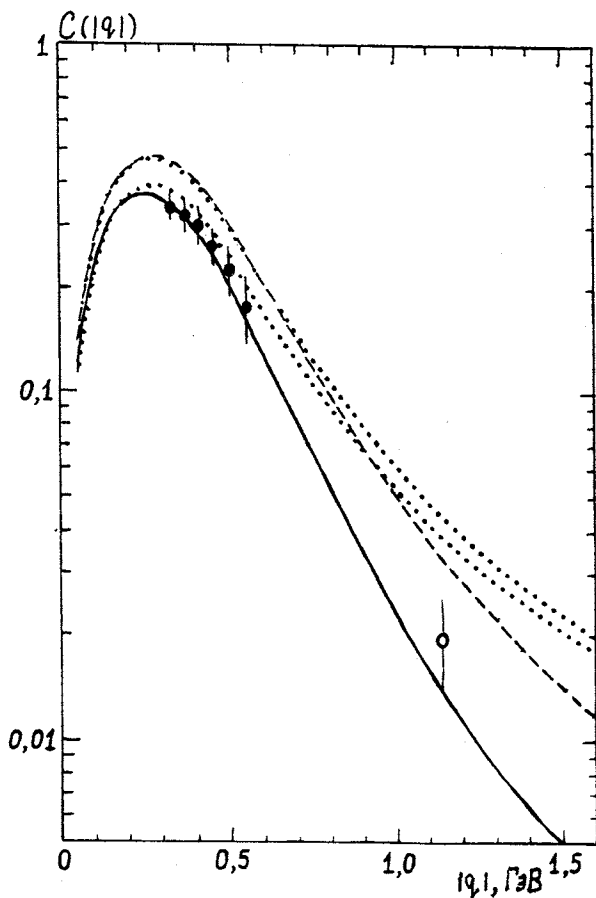


Рис.12. Величина кулоновской суммы $S(|q|)$ как функция переданного импульса $|q|$. Черные и светлые кружки показывают экспериментальные значения для ^{56}Fe из [136] и [141] соответственно. Верхняя и нижняя точечные кривые получены в приближениях Хартри и ПСФ соответственно без учета вклада моря. Штриховая кривая показывает результат для перенормированного приближения Хартри, а сплошная — перенормированного ПСФ. Кривые вычислены для ядерной материи

дит к заметному уменьшению квазиупругого пика по сравнению с нерелятивистской моделью с ядерным потенциалом типа Вудса — Саксона. Однако в работе [138] использовалась только модель независимых частиц. Эффекты корреляций исследовались различными группами

[135,139] с использованием релятивистского ПСФ. При этом было обнаружено, что продольный отклик в ПСФ понижается в еще большей степени в квазиупругом пике по сравнению с хартриевским откликом, остающееся расхождение с экспериментом не превышает 20%. В последнее время также исследовались эффекты поляризации вакуума [130,131,139]. Результаты показывают, что поправки на флуктуации вакуума позволяют в еще большей степени улучшить согласие с экспериментом. В недавней работе [140] Курасава и Судзуки показали, что учет релятивистских корреляций ПСФ с включением поправок на флуктуации вакуума (ренормированное ПСФ) может решить давнюю проблему. Эта проблема состоит в том, что кулоновское правило сумм, измеренное при рассеянии электронов с большой передачей импульса, дает результат меньше предсказанного нерелятивистскими моделями. На рис.12 представлены результаты работы [140] в сравнении с данными различных измерений [136,137,141].

Заканчивая настоящий раздел, отметим интересное предложение авторов [142], связанное с одной очень специфической особенностью релятивистских моделей. Она состоит в возможности этих моделей порождать, наряду с низколежащими возбуждениями традиционного частично-дырочного типа (гигантскими резонансами), высоколежащие $N\bar{N}$ -возбуждения, где \bar{N} соответствует дырке в заполненном море Дирака. Конечно, эта простая картина может измениться в силу того, что остаточное частично-дырочное взаимодействие может связывать $N\bar{N}$ -конфигурации между собой, порождая когерентные $N\bar{N}$ -состояния. Этот вопрос исследовался в работе [133], где было установлено, что оба типа $N\bar{N}$ -состояний (несвязанные и когерентные) могут существовать при энергиях, значительно меньших, чем $2M$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подход к описанию свойств атомных ядер, изложенный в настоящем обзоре, интенсивно разрабатывается в течение последних двадцати лет. Сейчас ясны его достоинства и недостатки. Подход воспроизводит большую совокупность экспериментальных данных и приводит к описанию ядерной материи и конечных ядер, по крайней мере, не уступающему самым изощренным феноменологическим моделям.

Оценивая перспективы подхода, отметим следующие два обстоятельства.

1. В настоящее время важно установить не только то, какой из двух подходов в теории ядра (релятивистский или нерелятивистский) является более экономным. Ответ на этот вопрос, по сути дела, уже получен и изложен, в частности, в настоящем обзоре. Важно установить, какое из двух описаний является более оправданным с теоретической точки зрения. По этой причине в ближайшее время исследования будут сосредоточены на явлениях, в которых релятивистские предсказания радикально отличаются от предсказаний традиционной схемы нерелятивистских нуклонов. Определенные надежды в этом отношении связываются, в частности, с физикой Λ -гиперядер.

2. В последние годы значительно возрос интерес к исследованию киральных моделей. Существуют различные реализации киральной симметрии. Представляются весьма перспективными исследования таких киральных моделей, которые могли бы одновременно воспроизвести насыщение ядерной материи и описать основные состояния нормальных ядер. Таких расчетов в настоящее время не существует.

В заключение авторы хотели бы выразить глубокую благодарность И.Н.Михайлову за обсуждения и полезные советы на различных этапах работы над обзором.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Serot B.D., Walecka J.D. — *Advances in Nuclear Physics*, ed. by Negele J.W. and Vogt E. Plenum, N.Y., 1986, vol.16.
2. Celenza L.S., Shakin C.M. — *World Scientific Lecture Notes in Physics*, 1986, vol.2.
3. Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. — ЭЧАЯ, 1977, т.8, вып.4, с.911-960.
4. Brockmann R., Machleidt R. — *Lect. Notes Phys.*, 1985, vol.243, p.459—576.
5. Malfliet R. — *Progr. Part. Nucl. Phys.*, 1988, vol.21, p.207—292.
6. Reinhard P.-G. — *Rep. Progr. Phys.*, 1989, vol.52, No.4, p.439—514.
7. Gambhir Y.K., Ring P., Thimet A. — *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1990, vol.198, p.132—179.
8. Erkelenz K. — *Phys.Rep.C*, 1974, vol.13, p.191—258.
9. Holinde K. — *Phys. Rep. C*, 1981, vol.63, p.121—188.
10. Mesons in Nuclei. Ed. Rho M., Wilkinson D., N.-H. Publ., 1979, vol.I—III.
11. Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. — Лекции для молодых ученых. ОИЯИ, Р4-83-369, Дубна, 1983.
12. Machleidt R. — *Advances in Nuclear Physics*, ed.J.W.Negele, E.Vogt. 1989, vol.19, p.189—376.
13. ter Haar B., Malfliet R. — *Phys. Rep. C*, 1987, vol.149, p.207—286.
14. Бирбраир Б.Л., Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. — ЯФ, 1982, т.35, с.1134—1138.
15. Duerr H.P. — *Phys. Rev.*, 1956, v.103, p.469—480.
16. Walecka J.D. — *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1974, v.83, p.491—529.
17. Боголюбов Н.Н., Ширков Д.В. — Введение в теорию квантованных полей. 3-е изд. М.: Наука, 1976.
18. Moszkowski S.A., Kallman C.G. — *Nucl. Phys. A*, 1977, vol.287, p.495—500.
19. Boguta J., Bodmer A.R. — *Nucl. Phys. A*, 1977, vol.292, p.413—428.
20. Савушкин Л.Н. — ЯФ, 1979, т.30, с.660—664.

21. Banerjee B., Glendenning N.K., Guylassy M. — Nucl. Phys. A, 1981, vol.361, p.326—354.
22. Bouyssy A., Marcos S. — Phys. Lett. B, 1983, vol.124, p.139—144.
23. Glendenning N.K., Banerjee B., Guylassy M. — Ann. Phys. (N.Y.), 1983, vol.149, p.1—21; Glendenning N.K., Hecking P., Ruck V. — Ann. Phys. (N.Y.), 1983, vol.149, p.22—43.
24. Boguta J. — Phys. Lett. B, 1981, vol.106, p.250—254.
25. Boguta J., Stocker H. — Phys. Lett. B, 1983, vol.120, p.289—293.
26. Boguta J., Moszkowski S.A. — Nucl. Phys. A, 1983, vol.403, p.445—468.
27. Bouyssy A., Marcos S., Pham Van Thieu — Nucl. Phys. A, 1984, vol.422, p.541—581.
28. Miller L.D., Green A.E.S. — Phys. Rev. C, 1972, vol.5, p.241—252.
29. Miller L.D. — Phys. Rev. Lett., 1972, vol.28, p.1281—1284.
30. Miller L.D. — Phys. Rev. C, 1974, vol.9, p.537—554.
31. Miller L.D. — Ann. Phys. (N.Y.), 1975, vol.91, p.1—18.
32. Miller L.D. — Phys. Rev. C, 1975, vol.12, p.710—712.
33. Miller L.D. — Phys. Lett. B, 1976, vol.65, p.103—105.
34. Brockmann R. — Phys. Rev. C, 1978, vol.18, p.1510—1524.
35. Brockmann R., Weise W. — Phys. Rev. C, 1977, vol.16, p.1282—1284; Nucl. Phys. A, 1981, vol.355, p.365—382.
36. Зельдович Я.Б. — ЖЭТФ, 1961, т.41, с.1609—1615.
37. Krutov V.A., Savushkin L.N. — J. Phys. A, 1973, vol.6, p.93—105.
38. Krutov V.A., Fomenko V.N., Savushkin L.N. — J. Phys. A, 1974, vol.7, p.372—381.
39. Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1977, т.41, с.2044—2047.
40. Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. — ЯФ, 1978, т.28, с.58—66.
41. Arnold L.G., Clark B.C. — Phys. Lett. B, 1979, v.84, p.46—50.
42. Jaminon M., Mahaux C., Rochus P. — Phys. Rev. C, 1980, v.22, p.2027—2042.
43. Поздняков А.В., Савушкин Л.Н., Ипполитов В.Т. — Изв. АН СССР, сер. физ., 1980, т.44, с.2316—2319; 1982, т.46, с.874—876.
44. Бирбраир Б.Л. — В сб.: Материалы XVII зимней школы ЛИЯФ. Л.: 1982, с.143—177.
45. Birbrair B. L., Fomenko V.N., Savushkin L.N. — J. Phys. G, 1982, v.8, No.11, p.1517—1530.
46. Ахизер А.И., Берестецкий В.Б. — Квантовая электродинамика. М.: Наука, 1976.
47. Lee T.D. — Rev. Mod. Phys., 1975, vol.47, p.267—275.
48. Canuto V., Datta B. — Phys. Lett. B, 1975, vol.56, p.148—150.
49. Skyrme T.H.R. — Phil. Mag., 1956, vol.1, p.1043—1054.
50. Vautherin D., Brink D.M. — Phys. Rev. C, 1972, vol.8, p.626—647.
51. Barshay S., Brown G.E. — Phys. Rev. Lett., 1975, vol.34, p.1106—1109.
52. Coon S.A., Scadron M.D., McNamee P.C., Blatt D.W.E., McKellar B.H.J. — Nucl. Phys. A, 1979, vol.317, p.242—278.
53. Blatt D.W.E., McKellar B.H.J. — Phys. Rev. C, 1975, vol.12, p.637—643.
54. Numan E.M., Rho M. — Nucl. Phys. A, 1976, vol.268, p.408—444.
55. Lee T.D., Wick G.C. — Phys. Rev. D, 1974, vol.9, p.2291—2316.
56. Lee T.D., Margulies M. — Phys. Rev. D, 1975, vol.11, p.1591—1610.
57. Chin S.A. — Ann. Phys. (N.Y.), 1977, vol.108, p.301—367.
58. Freedman R.A. — Phys. Lett. B, 1977, vol.71, p.369—372.
59. Bowers R.L., Gleeson A.M., Pedigo R.D., Wheeler J.W. — Phys. Rev. D, 1977, vol.15, p.2125—2138.
60. Bowers R. L., Campbell J. A., Zimmerman R. L. — Phys. Rev. D, 1973, vol.7, p.2289—2299.
61. Freedman R.A. — Lett. Nuovo Cimento, 1979, vol.25, p.399—403.
62. Мигдал А.Б. — Фермионы и бозоны в сильных полях. М.: Наука, 1978.
63. Serot B.D. — Phys. Lett. B, 1979, vol.86, p.146—150; vol.87, p.403E.

64. Matsui T. — Nucl. Phys. A, 1981, vol.370, p.365—388.
65. Serot B.D., Walecka J.D. — Phys. Lett. B, 1979, vol.87, p.172—176.
66. Horowitz C.J., Serot B.D. — Nucl. Phys. A, 1981, vol.368, p.503—528.
67. Boguta J. — Nucl. Phys. A, 1981, vol.372, p.386—396.
68. Myers W.D. — At. Nucl. Data Tables, 1976, vol.17, p.411—417.
69. Treiner J., Krivine H., Bohigas O. — Nucl. Phys. A, 1981, vol.371, p.253—287.
70. Serr F.E., Walecka J.D. — Phys. Lett. B, 1978, vol. 79, p.10—14.
71. Jackson A.D., Rho M., Krotschek E. — Nucl. Phys. A, 1983, vol.407, p.495—506.
72. Lee T.D., Wick G.C. — In: Mesons in Nuclei. vol.III (Rho M., Wilkinson D. Edts.), p.867. North-Holland, Amsterdam, 1979.
73. Kerman A.K., Miller L.D. — In: Second High Energy Heavy Ion Summer Study. LBL-3675, 1974.
74. Matsui T., Serot B.D. — Ann. Phys. (N.Y.), 1982, vol.144, p.107—167.
75. Jackson A.D. — Ann. Rev. Nucl. Part. Sci., 1983, vol.33, p.105.
76. Ainsworth T.L., Brown G.E., Prakash M., Weise W. — Phys. Lett. B, 1988, vol.200, p.413—418.
77. Baym G., Campbell D.K. — In: Mesons in Nuclei, v.III (Rho M., Wilkinson D., Edts.), p.1031. North-Holland, Amsterdam, 1979.
78. Brown G.E., Weise W., Baym G., Speth J. — Commun. Nucl. Part. Phys., 1987, vol.17, p.39.
79. Glendenning N.K. — Nucl. Phys. A, 1988, vol.480, p.597—614.
80. Bentz W., Arima A., Baier H. — Ann. Phys. (N.Y.), 1990, vol.200, p.127—189.
81. Де Альфаро В., Фубини С., Фурлан Г., Росетти К. — Токи в физике адронов: Пер. с англ. М.: Мир, 1976.
82. Boguta J. — Phys. Lett. B, 1983, vol.120, p.34—38; vol.128, p.19—23.
83. Kunz J., Masak D., Post U., Boguta J. — Phys. Lett. B, 1986, vol.169, p.133—138.
84. Sarkar S., Chowdhury S.K. — Phys. Lett. B, 1985, vol.153, p.358—362.
85. Бирбраир Б.Л., Савушкин Л.Н., Фоменко В.Н. — ЯФ, 1983, т.38, с.44—51.
86. Reinhard P.G. — Z.Phys., 1988, vol.329, p.257—266.
87. Campi X., Sprung D.W.L. — Nucl. Phys. A, 1972, vol.194, p.401—442.
88. Bouyssy A., Mathiot J.F., Marcos S. — Nucl. Phys. A. 1984, vol.415, p.497—519; Nedjadi Y., Rook J.R. — J. Phys. G. Nucl. Part. Phys., 1989, vol.15, p.589—600.
89. Toki H. et al. — Nucl. Phys. A, 1991, vol.524, p.633—648.
90. Price C.E., Walker G.E. — Phys. Rev. C, 1987, vol.36, p.354—364.
91. Furnstahl R.J., Price C.E., Walker G.E. — Phys. Rev. C, vol.36, p.2590—2600.
92. Furnstahl R.J., Price C.E. — Phys. Rev. C, 1989, vol.40, p.1398—1413.
93. Bentz W. et al. — Nucl. Phys. A, 1985, vol.436, p.593—620.
94. McNeil J.A. et al. — Phys. Rev. C, 1986, vol.34, p.746—749.
95. Cohen J., Furnstahl R.J. — Phys. Rev. C, 1987, vol.35, p.2231—2235.
96. Furnstahl R.J., Serot B.D. — Nucl. Phys. C, 1987, vol.468, p.539—577.
97. Mares J., Zofka J. — Phys. Lett. B, vol.249, p.181—185.
98. Савушкин Л.Н. — Изв. АН СССР, сер.физ. 1975, т.39, с.167—170.
99. Жалов М.Б., Савушкин Л.Н. — Письма в ЖЭТФ, 1982, т.35, с.441—443.
100. Bouyssy A. — Nucl. Phys. A, vol.381, p.445—471. Bouyssy A. — Phys. Lett. B, 1982, v.114, p.397—402.
101. Сакураи Д. — Токи и мезоны: Пер. с англ. М.: Атомиздат, 1972.
102. Савушкин Л.Н. — Вестник ЛГУ. 1975, 16, с.41—45.
103. Соловьев В.Г. — Теория атомного ядра. Ядерные модели. М.: Энергоиздат, 1981.
104. Alkhozov G.D. et al. — Phys. Lett. B, 1978, vol.42, p.121—123.
105. Ray L., Hogson P.E. — Phys. Rev. C, 1979, vol.20, p.2403—2417.
106. Alkhozov G.D. et al. — Nucl. Phys. A, 1982, vol.381, p.430—444.
107. De Jager C.W., De Vries H., De Vries C. — Atomic Data and Nucl. Data Tabl. 1974, vol.14, p.479—508.

108. Nolen J.A., Schiffer J.P. — *Phys. Lett. B*, 1969, vol.29, p.396—398; Nedjadi Y., Rook J.R. — *Nucl. Phys. A*, 1988, vol.484, p.525—541.
109. Bouyssy A., Marcos S. — *Phys. Lett. B*, 1983, vol.127, p.157—161.
110. Thies M. — *Nucl. Phys. A*, 1986, vol.460, p.636—644.
111. Centefles M., Vinas X., Baranco M., Schuch P. — *Nucl. Phys. A*, 1990, vol.519, p.73c—82c.
112. Nogami Y., Toyama F.M. — *Phys. Rev.*, 1990, v.42C, No.6, p.2449.
113. Beiner M., Flocard H., Giai N.V., Quentin P. — *Nucl. Phys. A*, 1975, vol.238, p.29—69.
114. Noble J.V. — *Nucl. Phys. A*, 1979, vol.329, p.354—364.
115. Fox W.R. — *Nucl. Phys. A*, 1989, v.495, p.463.
116. Furnstahl R.J., Price C.E. — *Phys. Rev. C*, 1990, v.41, p.1792—1802.
117. Zhu Z.J., Mang H.J., Ring P. — *Phys. Lett. B*, 1991, v.254, p.325—331.
118. Bouyssy A., Mathiot J.F., Nguyen Van Giai and Marcos S. — *Phys. Rev. C*, 1987, v.36, p.380—401.
119. Horowitz C.J., Serot B.D. — *Phys. Lett. B*, 1984, v.140, p.181—186.
120. Bielajew A.F., Serot B.D. — *Ann. Phys. (N.Y.)*, 1984, v.156, p.215—264.
121. Horowitz C.J., Serot B.D. — *Nucl. Phys. A*, 1983, v.399, p.529—562.
122. Anastasio M.R., Celenza L.S., Pong W.S., Shakin C.M. — *Phys. Rep.*, 1983, v.100, p.327—392.
123. Brockmann R., Machleidt R. — *Phys. Lett. B*, 1984, v.149, p.283—287.
124. Muther H., Machleidt R., Brockmann R. — *Phys. Lett. B*, 1988, v.202, p.483—488.
125. Marcos S., Lopez-Quelle M., Nguyen Van Giai. — *Phys. Lett. B*, 1991, v.257, p.5—9.
126. Marcos S., Niembro R., Lopez-Quelle M., Nguyen Van Giai, Malfleit R. — *Phys. Rev. C*, 1989, v.39, p.1134—1141.
127. Negele J.W. — *Phys. Rev. C*, 1970, v.1, p.1260—1321.
128. Gogny D., Decharge J. — *Phys. Rev. C*, 1980, v.21, p.1568—1593.
129. Nishizaki S., Kurasawa H., Suzuki T. — *Nucl. Phys. A*, 1987, v.462, p.687—700.
130. Kurasawa H., Suzuki T. — *Nucl. Phys. A*, 1988, v.490, p.571—584.
131. Horowitz C.J., Piekarewicz J. — *Phys. Rev. Lett.*, 1989, v.62, p.391—394.
132. L'Huillier M., Nguen Van Giai. — *Phys. Rev. C*, 1989, v.39, p.2022—2029.
133. L'Huillier M., Nguyen Van Giai, Auerbach N. — *Nucl. Phys. A*, 1990, v.519, p.83c—92c.
134. Shepard J.R., Rost E., McNeil J.A. — *Phys. Rev. C*, 1989, v.40, p.2320—2336.
135. Kurasawa H., Suzuki T. — *Nucl. Phys. A*, 1985, v.445, p.685—705.
136. Meziani Z.E. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 1984, v.52, p.2130—2133; 1985, v.54, p.1233—1236.
137. Deady M. et al. — *Phys. Rev. C*, 1986, v.33, p.1897—1904.
138. Do Dang G., Nguyen Van Giai. — *Phys. Rev. C*, 1984, v.30, p.731—733.
139. Wehrberger K., Beck F. — *Nucl. Phys. A*, 1989, v.491, p.587—597.
140. Kurasawa H., Suzuki T. — *Progr. Theor. Phys.*, 1991, v.86, p.773—777.
141. Chen J.P. et al. — *Phys. Rev. Lett.*, 1991, v.66, p.1283—1286.
142. Auerbach N., Goldhaber A.S., Johnson M.B., Miller L.D., Picklesimer A. — *Phys. Lett. B*, 1986, v.182, p.221—225.