

# ПРОЯВЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ ВАКУУМА КХД В СОСТАВНЫХ КВАРКОВЫХ МОДЕЛЯХ

А.Е.Дорохов

Объединенный институт ядерных исследований, Дубна

Ю.А.Зубов, Н.И.Кочелев

Институт физики высоких энергий Академии наук Казахстана, Алма-Ата

Обзор посвящен кварковой модели, в которой основную роль играет взаимодействие кварков с вакуумными полями КХД. Найдено самосогласованное условие конфинмента кварков за счет их взаимодействия с длинноволновыми вакуумными флуктуациями — конденсатами. Показано, что спин-зависимые силы определяются взаимодействием кварков с коротковолновыми вакуумными флуктуациями — инстантонами. Получен вклад взаимодействия, индуцированного инстантонами, в массу частиц для любого представления цвет-аромат-спиновой группы  $SU_{cfs}(12)$ . В рамках модели объяснены особенности адронного спектра масс. Показано, что учет взаимодействия кварков через вакуум КХД перестраивает спектр мультикварковых состояний и приводит к стабильности шестикваркового состояния  $H$ -дибариона ( $J = 0, I = 0, S = -2$ ). Получены новые правила сумм КХД для протона.

The review is devoted to the quark model in which the interaction of quarks with vacuum fields of QCD dominates. The self-consistent condition of confinement of quarks due to their interaction with longwave vacuum fluctuations (condensates) is found. It is shown that spin-dependent forces are defined by the interaction of quarks with shortwave vacuum fluctuations (instantons). The contribution of the instanton induced interaction to the mass of particles is obtained for any representation of color-flavour-spin group  $SU_{cfs}(12)$ . In the framework of the model, the main features of hadron spectrum are explained. It is shown that the interaction of quarks with vacuum fields changes the spectrum of multi-quark states and leads to the stability of six-quark  $H$ -state ( $J = 0, I = 0, S = -2$ ). The new QCD sum rules for the proton are derived.

## 1. ВВЕДЕНИЕ

Динамика адронных процессов, происходящих на характерных масштабах  $0,1+1$  фм, определяется силами сильного взаимодействия. Анализ результатов экспериментов в этой области и особенностей спектра адро-

нов указывает на три явления, наиболее существенные для природы сильных взаимодействий: асимптотическую свободу на малых расстояниях (0,1 фм), спонтанное нарушение киральной симметрии (СНКС) и удержание (конфайнмент) кварков и глюонов в цветосинглетных связанных состояниях на больших расстояниях ( $\approx 1$  фм).

Достижением теории сильных взаимодействий является доказательство перенормируемости [1] и асимптотической свободы [2] квантовой хромодинамики (КХД). Эти свойства строго обоснованы в рамках теории возмущений КХД, которая имеет в своем арсенале мощный аппарат расчетов в области малых расстояний, где константа связи  $\alpha_s$  мала [3]. В ряде случаев доказательство выполнения условия факторизации больших и малых расстояний (выделение жестких подпроцессов) [4] позволяет проводить вычисления, которые прекрасно согласуются с экспериментом.

Что касается проблемы связанного состояния и структуры спектра адронов, то здесь методы теории возмущений совершенно неприменимы. Действительно, в пределе нулевой константы связи свободная теория кварков и глюонов не имеет ничего общего с наблюдаемым спектром адронов. Поэтому для описания низкоэнергетической физики адронов необходимо использовать существенно непертурбативные методы и подходы.

Наиболее кардинальным и непосредственным подходом является решеточная КХД [5]. В этом подходе решаются уравнения теории, которая регуляризована в ультрафиолетовой области с помощью параметра периода решетки. На этом пути достигнуты значительные результаты в понимании природы сильных взаимодействий в режиме сильной связи. Однако быстрый рост числа переменных с увеличением размера решетки создает трудности даже для мощной вычислительной техники.

В значительной степени последовательными являются подходы, которые позволяют выйти за рамки теории возмущений (непертурбативная КХД). Здесь эффекты больших расстояний: спонтанное нарушение киральной симметрии [6] и конфайнмент, которые определяют мир адронов, тесным образом связаны со свойствами основного состояния теории — ее вакуума.

Примечательным фактом является то, что в КХД вакуум имеет нетривиальную структуру. Напомним, что вакуумному состоянию в классической механике соответствует состояние шарика, покоящегося на дне ямки. В квантовой теории шарик флуктуирует около своего положения равновесия. В КЭД поля также флуктуируют за счет испускания и поглощения пар частиц, что наблюдается непосредственно в лэмбовском сдвиге уровней атома водорода. Однако из-за малости константы связи в КЭД

вакуумное состояние теории не перестраивается. (Ситуация драматически меняется в электродинамике сильных полей [7].)

В КХД, неабелевой калибровочной теории [8], благодаря режиму сильной связи в вакууме возникают коллективные флуктуации полей, связанные с туннельными переходами между классическими вакуумами с разной топологической структурой. Известным примером таких коллективных флуктуаций является инстантонное решение [9, 10]. Коллективные возбуждения приводят к возникновению вакуумных конденсатов полей и понижению плотности энергии вакуума по сравнению с вакуумом теории возмущений. В феноменологических моделях вакуума как среды инстантонов эти явления интерпретируются как коллективные возбуждения этой среды [11,12,13].

Методом правил сумм КХД (ПС КХД) [14] было показано, что взаимодействие с вакуумными полями доминирует при формировании спектра адронов, причем масштаб масс адронов, состоящих из легких кварков, задается кварковым конденсатом. Этот метод основан на предположении о существовании ненулевых вакуумных средних от синглетных комбинаций полей и использовании дисперсионных соотношений, позволяющих связать малые и большие расстояния. При этом вычисляются функции Грина адронов в непертурбативном вакууме, что позволяет определить через вакуумные конденсаты полей адронные характеристики [15]. В этом подходе конфайнмент неявно постулируется в предположениях о виде спектра адронов. Метод ПС КХД позволяет описать большое число характеристик адронов, экономно используя несколько входных параметров (значений вакуумных конденсатов). Также значительный интерес представляет обратная задача — восстановление характеристик вакуума по наблюдаемым величинам низкоэнергетической физики. Проблемой этого метода, основанного на сложном интегральном преобразовании, является контроль над приближениями, которые с необходимостью делаются при расчетах: сходимость ряда теории возмущений не всегда оказывается достаточно быстрой, а выбор адекватной модели спектра адронов не является вполне однозначным.

Самым значительным достижением ПС КХД был вывод о том, что адронная спектроскопия определяется взаимодействием кварков с вакуумом КХД. Поэтому в последнее время были предприняты усилия по построению микроскопической модели вакуума. Эти исследования часто используют существование инстантонных решений евклидовых уравнений Янга — Миллса [9]. Уже вскоре после их открытия стало ясно, что инстантоны имеют прямое отношение к объяснению природы спонтанного нарушения киральной симметрии и решению  $U_A(1)$  проблемы, связанной с аномально большой массой  $\eta'$ -мезона [16,17]. Хотя качественно

межкварковые силы, возникающие за счет инстантонов, давали некоторое обоснование для феноменологических кварковых моделей, в то же время первоначальные попытки количественно оценить эти эффекты встретились с большими проблемами. Так, было показано, что в приближении разреженного газа инстантонов, когда взаимодействием между инстантонами пренебрегают, в континуальном интеграле доминируют инстантоны большого размера, которым соответствует немалая константа связи [11]. Поэтому газовое приближение оказалось внутренне противоречивым.

В дальнейшем было установлено, что учет отталкивания между инстантонами на малых расстояниях приводит к обрезанию инстантонов большого размера. Такая модель вакуума КХД получила название модели вакуума как жидкости инстантонов [12, 13]. Проявлениям структуры вакуума как жидкости инстантонов в физике адронов будет уделено особое внимание в данном обзоре.

Большую популярность также имеют модели низкоэнергетических эффективных лагранжианов типа Намбу — Иона-Лазинио [6] и Скирма [18], которые активно разрабатываются в настоящее время. Своим происхождением эти модели связаны с алгеброй токов, т.е. с использованием точных или приближенных симметрий низкоэнергетической КХД (киральной и других). Большие усилия были предприняты с тем, чтобы установить связь этих моделей с непертурбативными решениями КХД, и, в частности, существуют попытки вывода соответствующих лагранжианов из инстантонной модели вакуума КХД [20]. Эти модели обычно используют приближение большого числа цветов  $N_c \rightarrow \infty$  и имеют хорошо разработанную технику вычислений [19,20].

Наконец, традиционными подходами при описании физики адронов остаются кварковые модели. К ним прежде всего относятся нерелятивистская кварковая модель [21] и модель мешков [22,23]. Причина, по которой кварковые модели столь популярны, состоит в том, что такие модели наглядны, вычисления здесь просты и позволяют при помощи небольшого числа параметров описать практически всю адронную спектроскопию. Основными параметрами нерелятивистской кварковой модели являются массы и магнитные моменты составляющих кварков. Сверхтонкое взаимодействие кварков описывается потенциалом Брейта — Ферми, а невылетание кварков учитывается с помощью растущего с расстоянием потенциала конфайнмента.

Основным динамическим постулатом, пожалуй, самой популярной релятивистской составной кварковой модели — модели мешков — является предположение о том, что квазинезависимые релятивистские составляющие (кварки и глюоны) движутся в конечной замкнутой области про-

странства — мешке. Привлекательность модели мешков обуславливается, в частности, тем обстоятельством, что существовала надежда обоснования значений параметров непосредственно из КХД. Однако все попытки сделать это окончились неудачно. Дело в том, что основная гипотеза модели MIT [23] сводится к предположению о полном разрушении вакуумных непertурбативных полей внутри мешка. При этом константа мешка  $B_{MIT}$ , характеризующая изменение плотности энергии вакуума между областями внутри и вне мешка, должна быть приблизительно равна  $B_{QCD} = \frac{9}{32} \langle 0 | \frac{\alpha_s}{\pi} G_{\mu\nu}^a G^{q\nu} | 0 \rangle$  [14]. Однако анализ ПС КХД показал, что  $B_{QCD} \approx 0,55$  ГэВ/фм<sup>3</sup>, в то время как  $B_{MIT} \approx 0,06$  ГэВ/фм<sup>3</sup>. Другой параметр модели MIT — константа кварк-глюонного взаимодействия  $\alpha_s^{MIT} = 2,2$ , которая определяет расщепление масс между членами адронных мультиплетов, — также не согласуется с КХД-значением  $\alpha_s^{QCD} (1 \text{ ГэВ}) = 0,7$ . Поэтому нами в ряде работ [25, 27] был сделан вывод, что на самом деле вакуум КХД внутри мешка практически не разрушается, и должны быть учтены эффекты взаимодействия кварков с непertурбативными вакуумными полями.

Попытки создать версию модели мешков с непertурбативным взаимодействием были предприняты ранее в [24, 26]. Так, в [24] был вычислен вклад взаимодействия между кварками, индуцированного инстантонами, в массы нестранных адронов. В газовом приближении эффект составил поправку величиной несколько мегаэлектронвольт, что привело авторов к выводу о незначительной роли вакуумных взаимодействий в адронном спектре масс.

Однако в работах [25, 27] в рамках более реалистичной модели КХД-вакуума как инстантонной жидкости было установлено, что эти поправки достигают сотен мегаэлектронвольт и доминируют в расщеплении масс между адронными мультиплетами.

В работе [26] в основном изучалась проблема конфайнмента кварков в модели MIT. Там было показано, что даже при отказе от основной гипотезы модели удастся получить конфайнмент кварков самосогласованным образом, если учесть их взаимодействие с глюонными и кварковыми конденсатами. Эта идея получила свое дальнейшее развитие в [28].

Настоящий обзор посвящен в основном новой версии модели мешков, в которой ключевую роль играет непertурбативное взаимодействие между кварками. В модели используется гипотеза о доминирующей роли взаимодействия валентных кварков с вакуумными полями, которая согласована с идеями метода ПС КХД. Построенная модель не требует

дополнительных параметров, поскольку все параметры фиксированы в модели инстантонной жидкости, т.е. эти параметры являются внешними для модели и обосновываются феноменологией КХД-вакуума (ПС КХД).

Предложенная модель объединяет наиболее привлекательные черты ряда подходов. Именно она учитывает конфайнмент через взаимодействие кварков с длинноволновыми вакуумными кварковыми и глюонными полями, доминирующими в ПС КХД, пертурбативное межкварковое взаимодействие, которое является неотъемлемой частью большинства составных кварковых моделей, а также короткодействующее взаимодействие, индуцированное инстантонами, возникающее в реалистических моделях вакуума КХД.

В разд.2,3,4 мы даем формулировку модели. Обсуждение начинается с простейшего лагранжиана модели мешков, соответствующего движению кварков и глюонов в замкнутой области пространства — мешке. Привлекательность такой теории состоит в том, что она реализует конфайнмент цветовых степеней свободы, что связано с сохранением векторного тока. Однако ей присущи явные недостатки: нарушение киральной симметрии и отсутствие стабильного состояния мешка конечного размера. Среди возможных способов преодоления указанных трудностей мы отмечаем модель MIT и киральные модели мешков. Однако эти модели не совсем последовательны. Решающим фактором для создания реалистической модели адронов является то, что реально мешок-адрон находится в физическом вакууме, который имеет нетривиальную структуру. Рассматривая мешок во внешнем вакуумном поле, удастся сформулировать модель, свободную от отмеченных выше трудностей.

В разд.5,6 получен спектр масс основных состояний адронов. Показано, что модель объясняет основные особенности спектра:  $\Delta-N$ ,  $\Xi-\Sigma$  и  $(\pi-\rho)$ -расщепления, природу спин-спиновых сил. Раздел 7 посвящен изучению роли инстантонного взаимодействия в технике ПС КХД. В частности, подробно обсуждаются ПС для протона. Показано, что нуклон является связанным состоянием в поле инстантона. В разд.8 показано, что взаимодействие с вакуумными полями дает большой вклад в электромагнитные разности масс адронов и значительно улучшает предсказания кварковых моделей. Обычно кварковые модели сталкиваются с трудностями при описании спин-орбитального взаимодействия кварков. Мы показываем, что подавление спин-орбитального взаимодействия в барионном октете возникает за счет значительного уменьшения величины константы одноглюонного обмена по сравнению с другими моделями. В то же время инстантонное взаимодействие хорошо описывает возбужденные состояния барионов. Этому посвящен разд.9.

Одним из самых обещающих объектов для изучения характеристик вакуума являются экзотические адроны. В разд.10 подробно рассмотрена ситуация с шестикварковым состоянием  $H$  дигиперона. Влияние взаимодействия с вакуумными полями на статические характеристики адронов изучено в разд.11. Основные выводы и ближайшие перспективы обсуждаются в заключении.

## 2. НУЛЕВОЕ ПРИБЛИЖЕНИЕ МОДЕЛИ МЕШКОВ

Ковариантная модель мешков (см. обзоры по моделям мешков [29, 30, 31]) в «пустоте» описывается лагранжианом:

$$\mathcal{L}_{\text{bag}}^{(0)}(x) = \mathcal{L}_D(x)\Theta_V(x) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_F} \bar{q}_i(x) q_i(x) \Delta_S(x), \quad (2.1)$$

где

$$\mathcal{L}_D(x) = \sum_{i=1}^{N_F} \bar{q}_i(x) \left( \frac{i}{2} \hat{\delta} - m_i \right) q_i(x) \quad (2.2)$$

— свободный лагранжиан Дирака.

В выражениях (2.1), (2.2)  $q_i(x)$  — спинорное поле кварка,  $m_i$  — его токовая масса, суммирование проводится по ароматам (индекс  $i = u, d, s$ ) и цветам (неявно) кварков,  $\Theta_V(x)$  и  $\Delta_S(x)$  — функции, задающие форму поверхности мешка  $\mathcal{S}$ , занимающего в пространстве объем  $V$ , которые определены как

$$\Theta_V(x) = \begin{cases} 1 & \text{внутри мешка,} \\ 0 & \text{вне мешка,} \end{cases} \quad \Delta_S(x) = -n^\mu(x)\partial_\mu \Theta_V(x), \quad (2.3)$$

где  $n^\mu$  — внутренняя ковариантная единичная 4-нормаль к поверхности мешка,  $n^2 = -1$ . Кроме того, введены обычные обозначения

$$f_1 \hat{\delta}_\mu f_2 \equiv f_1 (\partial_\mu f_2) - (\partial_\mu f_1) f_2, \quad \hat{v} \equiv \gamma_\mu v^\mu.$$

В модели мешков предполагается, что на малых расстояниях (область внутри мешка) теория асимптотически свободна, и в нулевом приближении по взаимодействию поле кварка внутри мешка  $V$  удовлетворяет уравнению для свободной дираковской частицы с массой  $m_i$ :

$$(i\hat{\partial} - m_i) q_i(x)|_V = 0. \quad (2.4)$$

Если цветовые степени свободы включены в рассмотрение, то лагранжиан и уравнения движения соответственно принимают вид

$$\mathcal{L}_D \rightarrow \mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} F_{\mu\nu}^a F^{a\mu\nu} + \sum_{i=1}^{N_F} \bar{q}_i \left( \frac{i}{2} \overleftrightarrow{\nabla} - m_i \right) q_i, \quad (2.5)$$

$$(\hat{\nabla} - m_i) q|_V = 0, \quad \mathcal{D}_{ab}^{\mu} F_{\mu\nu}^b(x)|_V = g\bar{q}\gamma_{\nu} \frac{\lambda^a}{2} q|_V, \quad (2.6)$$

где определены тензор напряженности цветового электромагнитного поля  $A_{\mu}^a$ :

$$F_{\mu\nu}^a = \partial_{\mu} A_{\nu}^a - \partial_{\nu} A_{\mu}^a + gf^{abc} A_{\mu}^b A_{\nu}^c$$

и ковариантные производные:

$$\nabla_{\mu} = \partial_{\mu} - igA_{\mu}^a \frac{\lambda^a}{2}, \quad \mathcal{D}_{\mu}^{ab} = \delta^{ab} \partial_{\mu} - f^{abc} A_{\mu}^c.$$

Здесь  $f^{abc}$  — структурные константы для  $SU(3)$ ,  $\lambda^a$  — матричные генераторы  $SU_C(3)$  с нормировкой  $\text{Sp} \lambda_a^2 = 2$ , цветовой индекс пробегает значения  $a = 1, 2, \dots, 8$ . Динамика на больших расстояниях (конфайнмент) в рамках модели учитывается с помощью граничных условий на поверхности мешка, форма которой определяется из уравнений связи. Это так называемые линейное (л.г.у.) и нелинейное (н.л.г.у.) граничные условия. Линейное граничное условие

$$i\hat{n} q(x)|_S = q(x)|_S \quad (2.7)$$

означает отсутствие векторного потока через поверхность мешка:

$$\partial_{\mu} j^{\mu}(x)|_V = 0, \quad n_{\nu} j^{\nu}(x)|_S = \pm i\bar{q}(x)q(x)|_S = 0, \quad (2.8)$$

где векторный ток определен соотношением

$$j^{\mu}(x) = \bar{q}(x)\gamma^{\mu}q(x)\Theta_V(x). \quad (2.9)$$

В последнем выражении во втором равенстве использовано (2.7). Линейному граничному условию соответствует слагаемое в лагранжиане (2.1), пропорциональное поверхностной  $\Delta_S$ -функции:

$$\mathcal{L}_{\text{surf}}^{(0)} = -\frac{1}{2}\bar{q}(x)q(x)\Delta_S(x). \quad (2.10)$$



Когда включены цветовые степени свободы, имеем, соответственно, граничные условия

$$\widehat{in}q(x)|_S = q(x)|_S, \quad n^\nu F_{\mu\nu}^a(x)|_S = 0, \quad (2.11)$$

или, что эквивалентно, условие сохранения цветозаряженного векторного тока

$$j^{a\mu}(x) = [\bar{q}(x) \frac{\lambda^a}{2} \gamma^\mu q(x) + f^{abc} F^{b\mu\nu}(x) A_\nu^c(x)] \Theta_V(x), \quad (2.12)$$

$$\partial_\mu j^{a\mu}(x)|_V = 0, \quad n_\mu j^{a\mu}(x)|_S = 0.$$

Локализация цветовых степеней свободы в области мешка обеспечивает цветонейтральность адронных состояний. Действительно, с учетом уравнений движения (2.6) и л.г.у. (2.11) получается

$$Q^a = g \int_V d^3x j^{a0}(x) = 0, \quad (2.13)$$

где  $Q^a$  — полный цветовой заряд системы. Поэтому сохранение векторного тока является очень привлекательной стороной всего подхода модели мешков.

Нетривиальным оказывается поведение модели относительно преобразований групп Пуанкаре и киральной симметрии. Дело в том, что, как известно, в рамках модели (2.1) не удастся удовлетворить требованиям сохранения этих симметрий ни для какого конечного по объему мешка. Рассмотрим этот вопрос более подробно.

Слагаемое (2.10) в лагранжиане модели, соответствующее граничному условию (2.7), имеет вид массового члена и поэтому явно нарушает киральную инвариантность теории на поверхности мешка. Действительно, при киральном преобразовании

$$q \rightarrow q - i(\tau\epsilon/2) \gamma_5 q, \quad \bar{q} \rightarrow \bar{q} - i\bar{q} \gamma_5 (\tau\epsilon/2) \quad (2.14)$$

лагранжиан приобретает «кирально-нечетную» добавку

$$\mathcal{L}_{surf}^{(0)} \rightarrow \mathcal{L}_{surf}^{(0)} + i\bar{q} \gamma_5 (\tau\epsilon/2) q \Delta_S,$$

а для дивергенции кирального тока и его потока через поверхность мешка соответственно имеем:

$$\partial_\mu j_5^\mu(x)|_V = 0, \quad n_\nu j_5^\nu(x)|_S = -\frac{i}{2} \bar{q}(x) \gamma_5 \tau q(x) \Delta_S(x), \quad (2.15)$$

где по определению киральный ток имеет вид

$$\mathbf{j}_5^\mu(x) = \bar{q}(x) \gamma^\mu \gamma_5 \frac{\tau}{2} q(x) \Theta_V(x). \quad (2.16)$$

Аналогично для тензора энергии-импульса

$$T_\nu^{\mu(0)}(x) = \frac{i}{2} \bar{q}(x) \gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\nu q(x) \Theta_V(x) \quad (2.17)$$

с учетом (2.7) имеем

$$\begin{aligned} \partial_\mu T_\nu^{\mu(0)}(x)|_V &= 0, \\ n_\mu T_\nu^{\mu(0)}(x)|_S &= \frac{i}{2} \bar{q}(x) \widehat{n} \overleftrightarrow{\partial}_\nu q(x) \Delta_S(x) = -\frac{1}{2} \partial_\nu (\bar{q}(x) q(x)) \Delta_S(x). \end{aligned} \quad (2.18)$$

Требование сохранения тензора энергии-импульса и кирального тока означает равенство нулю дивергенции этих величин в области внутри мешка и отсутствие их потока через поверхность мешка:

$$\begin{aligned} \partial_\mu \mathbf{j}_5^\mu(x)|_V &= 0, & \partial_\mu T_\nu^{\mu(0)}(x)|_V &= 0, \\ n_\mu \mathbf{j}_5^\mu(x)|_S &= 0, & n_\mu T_\nu^{\mu(0)}(x)|_S &= 0. \end{aligned} \quad (2.19)$$

Проблема модели (2.1) состоит в том, что н.л.г.у. (2.19) могут быть выполнены только для бесконечно удаленной поверхности. Такое поведение модели относительно киральных преобразований органически связано со способом удержания кварков, как если бы они приобретали бесконечную массу вне области их движения. Действительно, (2.18) означает, что для теории с лагранжианом  $\mathcal{L}_{\text{bag}}^{(0)}$  не существует устойчивого по отношению к развалу мешка состояния, т.к. нет причины, противодействующей внутреннему давлению кварков на стенки мешка. Это связано с тем, что модель (2.1) является конформно-инвариантной, т.к. в силу уравнений движения (2.4) из (2.17) получаем

$$T_\mu^{\mu(0)}(x) = 0. \quad (2.20)$$

Заметим, что соотношение  $\partial_\mu T_\nu^{\mu(0)} = -P_D n_\nu \Delta_S$  определяет внутреннее давление кварков на стенки мешка  $P_D$ , однако модель (2.1) не содержит размерного параметра, который бы определял величину этого давления.

Несохранение энергии-импульса и нарушение киральной симметрии для мешка конечного объема являются причиной, по которой модель с лагранжианом (2.1) не может служить реалистической моделью адронов. Поэтому нужны внешние поля, которые бы стабилизировали мешок и яв-

лялись стоком для кирального потока. В этой связи в квантовой теории граничные условия (2.19), задающие форму поверхности мешка  $S$ , должны рассматриваться как уравнения связи на физических векторах состояний, а не как сильные операторные равенства.

### 3. МОДЕЛЬ МЕШКОВ С УЧЕТОМ СТРУКТУРЫ ВАКУУМА КХД

Решающим фактором, который позволяет преодолеть возникшие трудности, является то, что реально адрон-мешок погружен в физическую среду, насыщенную коллективными вакуумными флуктуациями. Учет взаимодействия полей, населяющих адрон, с вакуумными полями кардинально изменяет структуру модели. В таком подходе форма поверхности мешка определяется самосогласованно с помощью минимизации полной энергии адрона как системы дираковских кварков во внешнем вакуумном поле.

Рассмотрим иерархию полей в вакууме КХД и в системе адрон — вакуум. Как известно, вакуум КХД имеет довольно сложную структуру. Непертурбативные поля можно условно разбить на две части: коротковолновую, которая дает вклад во взаимодействие кварков на малых расстояниях, и длинноволновую, которая определяет конфайнмент. В модели инстантонной жидкости [12, 13] первая связана с мелкозернистой структурой вакуума, где доминирует одноинстантонная флуктуация с эффективным размером  $\rho_c \approx 1,5+2 \text{ ГэВ}^{-1}$ , а вторая — с длинноволновыми коллективными возбуждениями инстантонной жидкости с длиной волны  $\lambda \approx R \approx R_{\text{conf}}$ , где  $R \approx 3\rho_c$  — среднее расстояние между инстантонами и  $R_{\text{conf}} \approx 5+6 \text{ ГэВ}^{-1}$  — радиус конфайнмента.

Основное предположение нашей модели [27] состоит в том, что вакуум КХД практически не разрушается цветными полями, и именно взаимодействие кварков и глюонов, локализованных в мешке, с полями вакуума определяет структуру адрона. Мы будем рассматривать мешок и поля, локализованные в нем, погруженными в физический (инстантонный) вакуум, причем будем предполагать, что кварки (практически) не искажают локальных свойств этой среды. Приведем еще одну аналогию с предположениями ПС КХД. В последнем случае в качестве пробника, т.е. нелокального объекта, позволяющего выделить массу низших адронных состояний, вместо мешка-адрона используется коррелятор адронных токов. Здесь неявно также предполагается, что локальные источники не искажают свойств физического вакуума.

В системе мешок — вакуум возникают три различных масштаба флуктуаций полей: инстантонная флуктуация малого размера с характерной частотой,  $\epsilon_i \propto 1/\rho_c$ , флуктуации полей, локализованных в мешке, с частотой  $\epsilon_q \propto \omega_q/R_{\text{bag}}$ , и длинноволновые вакуумные флуктуации  $\epsilon_{\text{vac}} \propto 1/R_{\text{conf}}$ . Как будет далее показано, для низколежащих возбуждений кварков в мешке справедливо условие факторизации больших, средних и малых расстояний  $1/\rho_c \gg \omega_q/R_{\text{bag}} \gg 1/R_{\text{conf}}$ , и использование техники эффективных лагранжианов оправдано. Причем на масштабе  $r \leq \rho_c$  основным эффектом является взаимодействие, связанное с туннельным переходом через инстантон, а на масштабе  $r \propto R$  — удержание кварков в мешке. В мешке по отношению к инстантонному взаимодействию асимптотическими состояниями являются валентные кварки в мешке, а вне мешка — вакуумные кварки. При такой иерархии взаимодействий можно считать, что в основном взаимодействие кварков в адроне происходит на одном инстантоне на фоне внешней вакуумной среды.

Длинноволновые вакуумные компоненты полей  $Q(x)$ ,  $\bar{Q}_\mu^a(x)$  удовлетворяют классическим уравнениям Янга — Миллса (на состоянии физического вакуума  $|0\rangle$ ):

$$\begin{aligned} (i\hat{\nabla} - m_i) Q^i(x)|0\rangle &= 0, \\ \nabla_{ab}^\mu G_{\mu\nu}^b(x)|0\rangle &= g\bar{Q}^i(x) \frac{\lambda^a}{2} \gamma_\nu Q^i(x)|0\rangle, \\ G_{\mu\nu}^a &= \partial_\mu \bar{Q}_\nu^a - \partial_\nu \bar{Q}_\mu^a + gf^{abc} \bar{Q}_\mu^b \bar{Q}_\nu^c \end{aligned} \quad (3.1)$$

и задаются вакуумными синглетными ренорминвариантными средними [14]:

$$\begin{aligned} \langle 0 | \frac{\alpha_s}{2\pi} : G_{\mu\nu}^a(0) G^{a\mu\nu}(0) : | 0 \rangle &\approx 0,012 \text{ ГэВ}^4, \\ \langle 0 | \alpha_s^{4/9} : \bar{Q}(0) Q(0) : | 0 \rangle &\approx -(250 \text{ МэВ}^3), \dots \end{aligned} \quad (3.2)$$

где значения конденсатов определены феноменологически в рамках алгебры токов и ПС КХД, точками обозначены средние от операторов более высокой размерности и подразумевается нормальное упорядочивание операторов по отношению к пертурбативному вакууму теории  $|0\rangle$ .

Перейдем к описанию взаимодействия валентных кварков в мешке с внешним вакуумным полем. Взаимодействие кварков с фоновым вакуумным полем будем учитывать с помощью подстановки

$$\begin{aligned} q(x) \Theta_V(x) &\rightarrow q(x) \Theta_V(x) + Q(x), \\ A_\mu^a(x) \Theta_V(x) &\rightarrow A_\mu^a(x) \Theta_V(x) + \bar{A}_\mu^a(x) \end{aligned} \quad (3.3)$$

в лагранжиане модели мешков

$$\mathcal{L}^{\text{QCD}} \Theta_V(x) \rightarrow \mathcal{L}^{\text{QCD}} \Theta_V(x) + \Delta \mathcal{L}^{\text{vac}}, \quad (3.4)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{L}^{\text{vac}} = & [\bar{q}(x) \Theta_V(x) (\frac{i}{2} \overleftrightarrow{\partial} - m) Q(x) + \bar{Q}(x) (\frac{i}{2} \overleftrightarrow{\partial} - m) [q(x) \Theta_V(x)] + \\ & + g \bar{q}(x) \gamma^\mu \frac{\lambda^a}{2} q(x) \bar{A}_\mu^a(x) \Theta_V(x), \end{aligned} \quad (3.5)$$

$Q$  и  $\bar{Q}$  — антикоммутирующие вакуумные кварковые поля,  $\bar{A}_\mu^a(x)$  — внешнее калибровочное поле. Локализованные компоненты полей  $q(x)$  и  $A(x)$  аппроксимируются решениями уравнений модели мешков (2.6), которые являются уравнениями нулевого приближения по взаимодействию (3.5).

Взаимодействие с внешним длинноволновым вакуумным полем (3.5) создает энергию, которая увеличивается с ростом размера мешка (см. (5.15)). Вследствие этого наступает момент, когда дальнейший рост становится невыгодным (т.е. большие флуктуации размера мешка сильно подавлены). Таким образом, в нашей модели стабилизация мешка и выполнение н.л.г.у. (2.19), которое рассматривается как уравнение связи на физических адронных состояниях (см. (3.49)), возникает за счет взаимодействия локализованных полей в мешке с вакуумными полями. Как будет видно ниже, стабилизация мешка возникает самосогласованным образом, а соответствующий вклад сил конфайнмента в адронные массы определяется через характеристики вакуума и зависит от числа кварков в адроне (см. (6.1) — (6.3)).

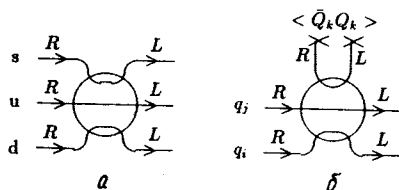
Взаимодействие кварков с коротковолновой компонентой вакуумных полей — инстантонами малого размера — аппроксимируется с помощью эффективного лагранжиана 'т Хоофта [10, 35], который в модели вакуума как инстантонной жидкости [12, 25] принимает вид

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{L}^{\text{inst}} = & \sum_{i>j}^{i=u,d,s} n_c (-k')^2 \{ \bar{q}_{iR} q_{iL} \bar{q}_{jR} q_{jL} [1 + \frac{3}{32} \lambda_i^a \lambda_j^a (1 - \frac{3}{4} \sigma_{\mu\nu}^j \sigma_{\mu\nu}^j)] + \\ & + (R \leftrightarrow L) \}, \end{aligned} \quad (3.6)$$

где

$$k' = \frac{4\pi\rho_c^3}{3} \frac{\pi}{(m_* \rho_c)}$$

Рис. 1. Взаимодействие кварков (а), находящихся в нулевой моде, в поле инстантона; б — то же, когда один из кварков взаимодействует с кварковым конденсатом



характеризует интенсивность взаимодействия кварка с инстантоном и пропорциональна объему инстантона,  $n_c$  — плотность инстантонов в вакууме,  $\rho_c$  — характерный размер инстантона в вакууме КХД,  $q_{R,L} = (1 \pm \gamma_5)q/2$ ,  $m^* = -\frac{2}{3}\pi^2\rho_c^2 \langle 0 | \bar{Q}Q | 0 \rangle$  — эффективная масса кварка с нулевой токовой массой в физическом вакууме [35] или в мешке, если асимптотическими состояниями являются кварки в мешке,  $\langle 0 | \bar{Q}_i Q_i | 0 \rangle$  — кварковый конденсат. Эффективная масса учитывает дальнедействующие корреляции полей в инстантонном вакууме. Слагаемое ( $R \leftrightarrow L$ ) в (3.6) соответствует взаимодействию через антиинстантон. Кроме того, неявно предполагается усреднение по положению инстантона в пространстве и по его ориентации в цветовом пространстве. Процедура усреднения по коллективным координатам инстантона обеспечивает трансляционную и калибровочную инвариантности инстантонного взаимодействия. Лагранжиан (3.6) записан для  $qq$ -взаимодействия теории, отвечающей  $SU_f(2)$  сектору группы ароматов. Выделение подгруппы  $SU_f(2)$  соответствует случаю, когда один из кварков взаимодействует с вакуумным конденсатом (см. рис.1,б). При переходе к  $q\bar{q}$ -системе следует сделать замену в (3.7):

$$\lambda_q \rightarrow -\lambda_{\bar{q}}, \quad \sigma_q \rightarrow \sigma_{\bar{q}}.$$

В дальнейшем для удобства мы будем использовать обозначение

$$\Gamma^{ij} = [1 + \frac{3}{32} \lambda_i^a \lambda_j^a (1 - \frac{3}{4} \sigma_{\mu\nu}^i \sigma_{\mu\nu}^j)]. \quad (3.7)$$

Во взаимодействии (3.6) эффекты малых расстояний учтены явно через нулевые моды кварков в поле инстантона, а внешние поля отвечают медленно меняющимся полям, локализованным в мешке, или длинноволновым вакуумным флуктуациям вне мешка. То есть представление (3.6) оправданно, если внешние импульсы кварков  $p_q \propto \epsilon_q$ ,  $\epsilon_{vac}$  много меньше характерной частоты инстантонной флуктуации  $\propto \rho_c^{-1}$ , что выполняется для низколежащих состояний кварков в мешке:

$$\left(\frac{\varepsilon_q}{\varepsilon_i}\right)^2 \propto \left(\frac{\omega_q \rho_c}{R}\right)^2 \propto \left(\frac{2(1,5+2)}{5+6}\right)^2 \propto \frac{1}{4} \ll 1$$

( $\omega_q$  — значения мод возбуждений кварков в мешке, см. (4.18)).

Отметим, что спецификой эффективного лагранжиана (3.6), построенного на нулевых фермионных модах в поле инстантона, является отличие от нуля только тех амплитуд, в которых пара кварков находится в состоянии с квантовыми числами нулевой моды [10]:

$$\sigma_i \oplus c_i | \rangle = 0, \tag{3.8}$$

где  $\sigma_i$  — спин,  $c_i$  — цвет (подгруппа  $SU_c(2)$ )  $i$ -го кварка. Это приводит к нетривиальному спин-спиновому и спин-орбитальному взаимодействию межкварковых сил (см. разд.6,9). Здесь же следует отметить, что в случае  $SU(3)_F$  симметричной вершины  $\Delta \mathcal{L}_{inst}^{(3)}$  правило отбора (3.8) запрещает вклад взаимодействия трех кварков, находящихся в нулевой моде в поле инстантона, в энергию обычных адронов. Кроме того, в разд.10 мы увидим, что для мультикварковых систем эффекты учета  $SU_f(3)$  симметричной вершины [35] (рис.1,а) оказываются малыми.

С помощью преобразования Фирца из (3.6) получим взаимодействие, выраженное через синглетные по цвету билинейные комбинации полей (мезонное представление):

$$\Delta \mathcal{L}^{inst} = n_c k^2 \{ [(\bar{q}_R \tau^a q_L)^2 + \frac{1}{20} (\bar{q}_R \sigma_{\mu\nu} \tau^a q_L)^2] + (R \leftrightarrow L) \}, \tag{3.9}$$

где  $k^2 = \frac{15}{256} k'^2$ ,  $\tau^a = (1, i\tau)$ . Далее введем обозначения:

$$\phi_{ij}(x) = \bar{q}_{Rj}(x) q_{Li}(x), \tag{3.10}$$

$$\begin{aligned} \sigma_q &= \bar{q}(x) q(x), & \pi_q(x) &= \bar{q}(x) i\gamma_5 \tau q(x), \\ \eta_q &= \bar{q}(x) i\gamma_5 q(x), & \alpha_q(x) &= \bar{q}(x) \tau q(x). \end{aligned} \tag{3.11}$$

Тогда, так как

$$\phi = \frac{1}{2} (\sigma_q + i\eta_q) + \frac{1}{2} (\alpha_q + i\pi_q) \tau,$$

выражение инстантонного взаимодействия переписывается в виде

$$\Delta \mathcal{L}^{inst} = 2n_c k^2 (\sigma_q^2 - \alpha_q^2 - \eta_q^2 + \pi_q^2) + \dots = 2n_c k^2 \text{Re det } \phi + \dots \tag{3.12}$$

Здесь многоточиями обозначена тензорная часть инстантонного взаимодействия (которую в формулах мы иногда будем опускать), кроме того,

здесь выписана часть взаимодействия для  $SU_F(2)$  сектора  $SU_F(3)$  симметричной теории. С помощью записи в форме (3.13) можно проследить связь нашей модели с киральными моделями мешков, причем константа является константой связи мезона с инстантоном.

Чтобы учесть  $SU_F(3)$  нарушение в инстантонном взаимодействии, нужно сделать замену в (3.6):

$$k'^2 \rightarrow k'_{ij}{}^2 = k'^2 \frac{m_i^* m_j^*}{m_i^* m_j^*},$$

где  $m_i^* = m_i + m^*$  — эффективная масса кварка аромата  $i$  с токовой массой  $m_i$ . Выражение (3.12) в  $SU_F(3)$  теории приобретает вид

$$\Delta \mathcal{L}^{\text{inst}} = 2n_c k^2 (\xi_\sigma \sigma_q^2 - \xi_\delta \delta_q^2 - \xi_\varepsilon \varepsilon_q^2 - \xi_\kappa \kappa_q^2 - \xi_\eta \eta_q^2 + \xi_\pi \pi_q^2 + \xi_K K^2) + \dots$$

$$\xi_\sigma = \xi_\delta = \xi_\varepsilon = \xi_\pi = 1, \quad \xi_\kappa = \xi_K = \frac{m^*}{m_s} \approx 0,6, \quad (3.13)$$

$$\xi_\eta = \frac{m^* - m_s/3}{m_s^*} \approx 0,4, \quad \xi'_\eta = 2 \frac{m^* + m_s/3}{m_s^*} \approx 1,4,$$

где соотношения для коэффициентов следуют из того, что плотность инстантонов пропорциональна произведению эффективных масс кварков, а вероятность нахождения кварка в нулевой моде обратно пропорциональна его массе. Константы  $\xi_k = \langle 0 | j_k | k \rangle$  определяют поведение корреляторов мезонов на характерных расстояниях  $\propto \rho_c$ , где непертурбативные явления уже существенны. В то же время в пертурбативной области эти константы  $\xi_k = \langle 0 | j_k | k \rangle$  практически не зависят от масс кварков и приблизительно равны друг другу. В (3.14) численные значения для  $\xi$  получены при  $m^* \approx 200\text{--}300$  МэВ,  $m_s \approx 150$  МэВ [61].

Рассмотрим вновь л.г.у. (2.7), которое учитывается поверхностным членом (2.10) в лагранжиане модели (2.1). Как было отмечено выше, серьезным недостатком этого взаимодействия является нарушение сохранения аксиального векторного тока для мешка конечного размера. Для того, чтобы восстановить одно из фундаментальных свойств сильных взаимодействий — киральную симметрию, обычно поверхностный член  $\bar{q}q\Delta_s$  в гамильтониане модели заменяют на кирально-инвариантное выражение типа  $\bar{q}(\omega M \bar{\omega})q\Delta_s$  [36, 29]. Здесь  $(\omega M \bar{\omega})_{ij}$  — функционал от дополнительных элементарных полей ( $\pi, \sigma, \dots$ ). В такой форме киральные модели мешков тесно связаны с  $\sigma$ -моделями [29, 10].



В нашем подходе очевидно, что линейное по полям взаимодействие на поверхности мешка, имеющее кирально-инвариантный вид, в общем случае записывается как

$$\mathcal{Q}^{\text{surf}} = -l [\bar{q}(x)MQ(x)\bar{Q}(x)Mq(x) + \bar{q}(x)Mq\bar{Q}(x)MQ(x)]\Delta_S(x), \quad (3.14)$$

причем матрицы  $M$  должны быть таковы, чтобы было выполнено условие сохранения аксиально-векторного изотриплетного тока, а синглетный аксиальный ток имел аномалию [38]. Этими требованиями однозначно фиксируется вид взаимодействия на поверхности мешка как эффективного взаимодействия кварковых полей из конденсата с валентными кварками в мешке за счет обмена инстантоном:

$$\begin{aligned} \mathcal{Q}_{\text{inst}}^{\text{surf}} &= -l \sum_{i>j} \{ [\bar{q}_{iR}q_{iL}\bar{Q}_{jR}Q_{jL} + \bar{q}_{iR}Q_{iL}\bar{Q}_{jR}q_{jL} + (i \leftrightarrow j)] \Gamma^{ij} + (R \leftrightarrow L) \} \Delta_S = \\ &= -\frac{1}{2} \bar{l} q \{ \tau^a (\bar{Q} \tau^a Q) + \gamma_5 \tau^a (\bar{Q} \gamma_5 \tau^a Q) + \\ &+ \frac{1}{20} [ \sigma_{\mu\nu} \tau^a (\bar{Q} \sigma_{\mu\nu} \tau^a Q) + \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} \tau^a (\bar{Q} \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} \tau^a Q) ] \} q \Delta_S. \end{aligned} \quad (3.15)$$

Постоянный множитель Лагранжа в (3.15)

$$l = \{ (\bar{Q} \tau^a Q)^2 + (\bar{Q} \gamma_5 \tau^a Q)^2 + \frac{1}{20} [ (\bar{Q} \sigma_{\mu\nu} \tau^a Q)^2 + (\bar{Q} \gamma_5 \sigma_{\mu\nu} \tau^a Q)^2 ] \}^{-1/2}$$

определен из условия самосогласованности л.г.у., задаваемого (3.15). В длинноволновом пределе (3.15) переходит в условие (2.10):  $\langle 0 | \mathcal{Q}_{\text{inst}}^{\text{surf}} | 0 \rangle = -\frac{1}{2} \sum_i \bar{q}^i q^i \Delta_S$ , причем множитель  $l$  связан с константой распада  $f_\pi$  через низкоэнергетическое соотношение  $l^{-1} = |\langle \bar{Q} Q \rangle| = \frac{1}{2} f_\pi^2 K$ , где  $K = m_\pi^2 / (m_u + m_d)$ . Эти константы связаны с мезонными вычетами  $\lambda_\pi$ , определенными соотношениями  $\langle 0 | j_m | m \rangle = \lambda_n \delta_{nm}$ , где  $\lambda_\pi = K f_\pi$ . Следует напомнить, что инстантонное взаимодействие (3.5), (3.6) на масштабе  $\rho_c < r < R_{\text{bag}}$ , связанное с восстановлением киральной симметрии, является малым по отношению к основному эффекту — удержанию кварков в мешке.

В мезонных переменных выражение (3.5) принимает более компактный вид

$$\mathcal{Q}_{\text{inst}}^{\text{surf}} = -\frac{1}{2} l (\sigma_q \sigma_Q - \alpha_q \alpha_Q - \eta_q \eta_Q + \pi_q \pi_Q) \Delta_S,$$

$$l = [\sigma_Q^2(x) - \alpha_Q^2(x) - \eta_Q^2(x) + \pi_Q^2(x)]^{-1/2} = [\frac{1}{2} \text{Re det } \phi_Q]^{-1/2}, \quad (3.16)$$

где поля с индексом  $Q$  определены, как в (3.11) с заменой  $q \rightarrow Q$ , множитель лагранжиана записан в новых обозначениях, а л.г.у. становятся ( $i$  — аромат кварка)

$$i\hat{n} q_i(x)|_S = l [\sigma_Q(x) - \tau\alpha_Q(x) - i\gamma_5\eta_Q(x) + i\gamma_5\tau\pi_Q(x)]_{ij} q_j(x)|_S \quad (3.17)$$

для кварковых полей и

$$\begin{aligned} K\bar{q}\gamma_5\tau q|_S &= -2i(n\partial)\pi|_S, & K\bar{q}q|_S &= -2(n\partial)\sigma|_S, \\ K\bar{q}\tau q|_S &= -2(n\partial)\alpha|_S, & K\bar{q}\gamma_5 q|_S &= -2i(n\partial)\eta|_S \end{aligned} \quad (3.18)$$

для внешних полей. Вследствие л.г.у. имеем

$$\begin{aligned} \bar{q}_i(x)(\sigma_Q(x) - \tau\alpha_Q(x) - i\gamma_5\eta_Q(x) + i\gamma_5\tau\pi_Q(x)) q_i(x)|_S &= 0, \\ q\hat{n}q|_S &= 0, \end{aligned} \quad (3.19)$$

и, кроме того, граничные условия (3.18) согласованы со связью (3.16) для внешних полей, так как из (3.17) и (3.18) немедленно следует, что

$$n^\mu \partial_\mu (\sigma_q^2 - \alpha_q^2 - \eta_q^2 + \pi_q^2) + \dots|_S = 0. \quad (3.20)$$

Соответствующее н.л.г.у. приводится к форме

$$\begin{aligned} &(\partial\sigma_Q)^2 - (\partial\alpha_Q)^2 - (\partial\eta_Q)^2 + (\partial\pi_Q)^2 = \\ &= Kn\partial\bar{q}_i(\sigma_Q - \tau\alpha_Q - i\gamma_5\eta_Q + i\gamma_5\tau\pi_Q)q. \end{aligned} \quad (3.21)$$

Рассмотрим вопрос об аксиальных симметриях более подробно. Благодаря тому, что изотопическая структура взаимодействия (3.16) пропорциональна  $(1 - \tau^i \tau^j)$ , где  $\tau^j$  — матрицы Паули для изотопического спина, лагранжиан модели инвариантен относительно аксиальных изотопических преобразований (2.14), дополненных соответствующим преобразованием вакуумных полей.

Относительно аксиальных синглетных преобразований

$$\begin{aligned} q &\rightarrow q + i\epsilon\gamma_5 q, & \bar{q} &\rightarrow \bar{q} + i\epsilon\bar{q}\gamma_5, \\ Q &\rightarrow Q + i\epsilon\gamma_5 Q, & \bar{Q} &\rightarrow \bar{Q} + i\epsilon\bar{Q}\gamma_5, \\ \sigma &\rightarrow \sigma - 2\epsilon\eta', & \eta &\rightarrow \eta + 2\epsilon\sigma, \\ \pi_a &\rightarrow \pi_a + 2\epsilon\alpha_a, & \alpha_a &\rightarrow \alpha_a - 2\epsilon\pi_a, \\ \phi &\rightarrow \phi + 2i\epsilon\phi, & \det \phi &\rightarrow \det \phi + 2N_F i\epsilon \det \phi \end{aligned} \quad (3.22)$$

из-за аксиальной аномалии инстантонный лагранжиан приобретает добавку

$$\mathcal{L}_{\text{inst}} \rightarrow \mathcal{L}_{\text{inst}} + \delta \mathcal{L}_A, \quad (3.23)$$

где

$$\begin{aligned} \delta \mathcal{L}_A &= -\varepsilon 2N_F (2n_c k^2) \text{Im det } \phi \Theta_V = \\ &= -\varepsilon 2N_F (2n_c k^2) 2(\pi_q \alpha_q - \eta_q \sigma_q) \Theta_V. \end{aligned} \quad (3.24)$$

Таким образом, внутри мешка синглетный аксиальный ток

$$j_\mu^5(x) = \bar{q}(x) \gamma_\mu \gamma_5 q(x)$$

имеет аномальную дивергенцию

$$\begin{aligned} \partial_\mu j_\mu^5|_V &= -4in_c k'^2 \sum_{i>j} \{ \bar{q}_{iR} q_{iL} \bar{q}_{jR} q_{jL} \Gamma^{ij} - (R \leftrightarrow L) \} \Theta_V = \\ &= 4N_F 2n_c k^2 (\pi_q \alpha_q - \eta_q \sigma_q) \Theta_V = -N_F Q(x) \Theta_V. \end{aligned} \quad (3.25)$$

Здесь  $Q(x) = 8n_c k^2 (\eta_q(x) \sigma_q(x) - \pi_q(x) \alpha_q(x))$  — плотность топологического заряда в мешке. Непосредственно из (3.17) убеждаемся, что на поверхности мешка выполняется

$$\begin{aligned} n_\mu j_\mu^5|_S &= -il \sum_{i>j} \{ [\bar{q}_{iR} q_{iL} \bar{Q}_{jR} Q_{jL} + \bar{q}_{iR} Q_{iL} \bar{Q}_{jR} q_{jL}] \Gamma^{ij} - (R \leftrightarrow L) \} \Delta_S = \\ &= 4N_F \frac{l}{2} (\sigma_q \eta_Q + \eta_q \sigma_Q - \alpha_q \pi_Q - \pi_q \alpha_Q) \Delta_S. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Вне мешка в эффективной теории длинноволновые мезонные поля разлагаем в окрестности вакуумного решения  $\langle \sigma_Q \rangle = \langle \bar{Q}Q \rangle \neq 0$ ,  $\langle \eta_Q \rangle = \langle \alpha_Q \rangle = \langle \pi_Q \rangle = 0$ . В этой области флуктуационные мезонные поля удовлетворяют свободным уравнениям

$$(\partial^2 - m_m^2) \phi_Q(x) = 0, \quad (3.27)$$

причем в киральном пределе  $m_m = 0$ , кроме  $m_{\eta'} \neq 0$ . В силу алгебры токов имеем соотношения для синглетного тока

$$j_\mu^{5m}(x) = f_{\eta'} \partial_\mu \eta'_Q(x), \quad \partial^\mu j_\mu^{5m}(x) = f_{\eta'} m_\eta^2 \eta'_Q(x).$$

Требование непрерывности на поверхности мешка приводит к соотношениям

$$m_{\eta'}^2 = 4N_F 2n_c (k\tilde{\xi}_{\eta'})^2, \quad f_{\eta'}^2 = 2K^{-1} \langle \sigma_Q(x) \rangle |S\rangle = 2K^{-1} \langle \bar{Q}Q \rangle |S\rangle, \quad (3.28)$$

действительно, дивергенция синглетного аксиального тока вне мешка

$$\begin{aligned} j_{\mu}^{5A}(x) &= 2(\eta_Q(x) \partial_{\mu} \sigma_Q(x) - \sigma_Q(x) \partial_{\mu} \eta_Q(x) + \\ &+ \pi_Q(x) \partial_{\mu} \alpha_Q(x) - \alpha_Q(x) \partial_{\mu} \pi_Q(x)) \end{aligned} \quad (3.29)$$

в длинноволновом пределе пропорциональна синглету  $\eta$ :

$$j_{\mu}^5 |_{\text{out}} = -2\sigma_Q \partial_{\mu} \eta_Q \Theta_{\text{out}}, \quad (3.30)$$

$$\partial_{\mu} j_{\mu}^5 |_{\text{out}} = -4N_F n_c k^2 \langle \bar{Q}Q \rangle \eta_Q \Theta_{\text{out}}, \quad (3.31)$$

$$n_{\mu\mu q} j_{\mu q}^5 |S\rangle = n_{\mu\mu Q} j_{\mu Q}^5 |S\rangle. \quad (3.32)$$

Уравнения движения (2.4), (3.27) и граничные условия (3.17), (3.21) задают уравнения киральной модели мешков, в основе которой лежит взаимодействие кварков с вакуумом КХД.

Аксиальный заряд ароматово-синглетного тока

$$Q_5 = \int_V d^3x j_0^5(x) = \int_V d^3x (\bar{q}_R q_L - \bar{q}_L q_R) \quad (3.33)$$

аномально не сохраняется:

$$\begin{aligned} \dot{Q}_5 &= \int_V d^3x \partial_0 j_0^5(x) = \\ &= 4N_F n_c k^2 \left( \int_{\text{in}} d^3x (\pi_q \alpha_q - \eta_q \sigma_q) + \int_{\text{out}} d^3x (\pi_Q \alpha_Q - \eta_Q \sigma_Q) \right). \end{aligned} \quad (3.34)$$

Матричный элемент по состоянию протона с определенным спином от аксиального заряда (3.33) определяет вклад кварков в спиральность протона:

$$\begin{aligned} \langle P | \int d^3x j_3^5(x) | P \rangle &= \langle P | - \int d^3x x_3 (\nabla \cdot \mathbf{j}^5(x)) | P \rangle = \\ &= -4N_F n_c k^2 \langle P | \int_{\text{in}} d^3x x_3 (\pi_q \alpha_q - \eta_q \sigma_q) | P \rangle - \int_{\text{out}} d^3x x_3 (f_{\eta'} m_{\eta'}^2 \eta'), \end{aligned} \quad (3.35)$$

где использованы соотношения  $\int_V d^3x \mathbf{j} = - \int_V d^3x \mathbf{x} (\nabla \cdot \mathbf{j}) + dV \mathbf{j} |S\rangle$  и граничные условия (3.32). Коэффициент в (3.35), определяющий вклад ано-

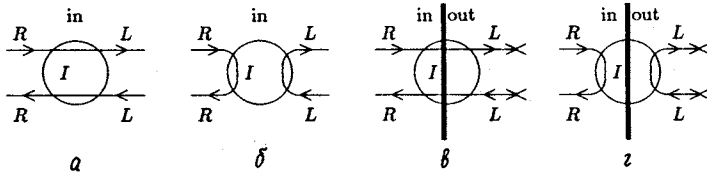


Рис. 2. Взаимодействие кварк-антикварковой пары с инстантоном в мешке (in) (а, б) и на его поверхности (in-out) (в, г). Диаграммы а, б — рассеяние, диаграммы в, г — аннигиляция. Для антиинстантонов следует заменить  $R \leftrightarrow L$

малии, показывает, что на каждом инстантоне, которые распределены с плотностью  $n_c$ , происходит изменение спиральности на две единицы для каждого из  $N_F$  кварков, находящихся в нулевой моде, и тот же процесс происходит на антиинстантоне [54, 55]. Следует заметить, что вклад в этот матричный элемент от мезонного поля вне мешка сильно подавлен из-за экспоненциального падения формфактора  $\eta'$ -мезона. Несохранение аксиального заряда непосредственно связано с проблемой «спинового кризиса». Мы вернемся к этому вопросу позже, в разд.10. Выше мы пренебрегали изотопическими разностями масс. Рассмотрение их влияния дало бы нам соотношения для констант распада мезонов, а также аномальные вклады в константы взаимодействия мезонов с нуклонами.

Для полноты также отметим, что если бы мы учитывали тензорную часть взаимодействия, то в этом случае требование сохранения тензора углового момента дает еще одно н.л.г.у. вида

$$(t_\mu n_\nu - t_\nu n_\mu) \bar{q} [\sigma_{\rho\sigma}, \sigma_{\mu\nu}] (T_Q^\sigma - \tau T_Q^\alpha - i\gamma_5 T_Q^\eta + i\gamma_5 \tau T_Q^\pi) q(x) \Delta_S(x) = 0, \quad (3.36)$$

где

$$T_Q^\Gamma = \frac{1}{2} (t_\mu n_\nu - t_\nu n_\mu) \bar{Q} \Gamma \sigma_{\mu\nu} Q,$$

а  $t_\mu$  — единичный вектор, касательный к поверхности мешка:  $t^2 = 1$ ,  $tn = 0$ .

Фактически взаимодействие (3.15) задает структуру границы как инстантон, «размазанный» по поверхности мешка, с «толщиной» переходного слоя порядка  $\rho_c$  (рис.2). Так как расстояние между инстантонами  $R \approx 3\rho_c \approx R_{bag}$ , то учет вклада в кварк-кварковое взаимодействие эффективной одноинстантонной вершины (3.9) оказывается оправданным.

$$E_{bag} = E_{kin} + \Delta E_g + \Delta E_{vac} + \Delta E_{inst}$$

Рис. 3. Различные вклады в энергию мешка-адрона  $E_{bag}$ :  $E_{kin}$  — кинетическая энергия кварков,  $\Delta E_g$  — энергия одноглюонного обмена,  $\Delta E_{vac}$  — энергия взаимодействия с конденсатами,  $\Delta E_{inst}$  — энергия инстантонного взаимодействия

Таким образом, наша модель есть обобщение киральных моделей мешков, в которой учтено взаимодействие через инстантоны, нарушающее  $U_A(1)$  симметрию. Более того, в нашей модели мезонные поля интерпретируются как флуктуации над непертурбативным вакуумом, поэтому параметры взаимодействия кварков с мезонными полями фиксированы.

Суммируя все сказанное выше, запишем лагранжиан модели:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{bag} = & | \mathcal{L}_{QCD}(x; q) + \Delta \mathcal{L}^{inst}(x; q) \Theta_V(x) + \Delta \mathcal{L}^{vac}(x; q, Q) | + \\ & + \mathcal{L}_{surf}^{inst}(x; q, Q) \Delta_S(x) + \Delta \mathcal{L}^{meson}(x; Q) \Theta_V(x), \end{aligned} \quad (3.37)$$

где соответствующие выражения определены в (2.3), (2.5), (3.6), (3.5) и (3.16) и мотивированы в предыдущем тексте (см.рис.3).

Важно также отметить следующее. Мы предполагаем, что взаимодействие с внешним полем (3.37) не приводит к сильному возмущению вакуума. В противном случае теория возмущений вблизи решения модели мешков (2.1) была бы несправедливой [37].

Рассмотрим уравнения движения и симметрии модели в рамках теории возмущений. В качестве свободной теории выберем модель с лагранжианом  $\mathcal{L}_{bag}^{(0)}$ . В предположении о факторизации больших и малых расстояний вакуумом модели  $| \tilde{0} \rangle$  является прямое произведение вакуума модели мешков (2.1)  $| bag \rangle$  и физического вакуума КХД  $| 0 \rangle$

$$| \tilde{0} \rangle = | bag \rangle \otimes | 0 \rangle, \quad (3.38)$$

который удовлетворяет соотношениям (мешок, не заполненный валентными составляющими, имеет нулевую энергию):

$$H_{bag} | \tilde{0} \rangle = 0, \quad \langle \tilde{0} | \tilde{0} \rangle = 1. \quad (3.39)$$

Состояние адрона соответственно определим\*

$$|h_0\rangle = |\text{bag Hadron}\rangle \otimes |0\rangle, \quad (3.40)$$

где  $|\text{bag Hadron}\rangle$  — состояние, образованное действием операторов рождения свободной теории на вакуум модели мешков  $|0\rangle$ .

Построение эффективного взаимодействия сводится к построению по теории возмущений оператора эволюции  $U(-\infty, 0)$  и явному интегрированию быстро осциллирующих полей  $q, \bar{q}$ , локализованных в мешке  $(\varepsilon_{\text{vac}}/\varepsilon_q)^2 \propto (1/\omega_q)^2 \leq 1/4 \ll 1$ . Оператор эволюции  $U_\varepsilon(-\infty, 0)$  определен как

$$U_\varepsilon(-\infty, 0) = T \exp\left(-i \int_{-\infty}^0 dt e^{\varepsilon t} \int d^3x \Delta \mathcal{H}_{\text{int}}^{\text{res}}(x)\right), \quad (3.41)$$

где адиабатический параметр  $\varepsilon$  служит для регуляризации (3.41). Остаточное взаимодействие  $\Delta \mathcal{H}_{\text{int}}^{\text{res}}(x)$  имеет вид

$$\begin{aligned} \Delta \mathcal{H}_{\text{int}}^{\text{res}}(x) &\equiv \mathcal{H}_{\text{bag}} - \mathcal{H}_{\text{bag}}^{(0)} = \\ &= \Delta \mathcal{H}_{\text{vac}}(x) + \Delta \mathcal{H}_{\text{inst}}(x) + \Delta \mathcal{H}_{\text{OGE}}(x) + (\mathcal{H}_{\text{inst}}^{\text{surf}}(x) - \mathcal{H}_0^{\text{surf}}(x)), \end{aligned} \quad (3.42)$$

где

$$\Delta \mathcal{H}_{\text{vac}}(x) = \left[\frac{i}{2} \bar{Q}(x) \gamma_0 \partial_t q(x) - \frac{i}{2} \partial_t \bar{q}(x) \gamma_0 Q(x)\right] \Theta_V(x), \quad (3.43)$$

а выражения для  $\Delta \mathcal{H}_{\text{inst}}(x)$ ,  $\mathcal{H}_{\text{inst}}^{\text{surf}}(x)$  и  $\mathcal{H}_0^{\text{surf}}(x)$  заданы в (3.6), (3.15) и (2.10) соответственно. Остаточное пертурбативное КХД-взаимодействие (2.5) аппроксимируется потенциалом одноглюонного обмена

$$\Delta \mathcal{H}_{\text{OGE}}(x) = \frac{1}{2} \sum_{i>j} \int d^3x \mathbf{B}_i^a \mathbf{B}_j^a, \quad (3.44)$$

\*Можно допустить, что адрон представляет собой суперпозицию нетопологической компоненты (3.40) и конфигурации с нетривиальной топологией (скирмион):

$$|\text{Nucleon}\rangle = \alpha |\text{bag Nucleon}\rangle + \beta |\text{Skyrmion}\rangle + \dots \quad (*)$$

Скорее всего для барионов одна из компонент должна быть подавлена. Оба представления дают описание статических и динамических свойств барионов и объясняют поляризационные эксперименты EMC [103]. Однако природа спина для этих компонент имеет различное происхождение. Этот факт, вероятно, позволит в будущем в экспериментах по измерению структурных функций глюонов выявить, какая из компонент доминирует.

Представление (\*) может оказаться еще более интересным для мультикварковых систем (см. ниже), где состояния, превышающие порог сильного распада, могут быть стабильными по топологическим причинам. В этом случае кварковая компонента полностью отсутствует.

где  $\mathbf{B}_i^a$  — цветомагнитное поле, индуцированное  $i$ -м кварком. Кроме того, в (3.41) подразумевается  $T$ -упорядочивание Дайсона.

С помощью оператора эволюции физическое состояние адрона определяется выражением

$$|h\rangle = \sqrt{Z_2^h} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} U_\varepsilon |h_0\rangle (\langle h_0 | U_\varepsilon | h_0 \rangle)^{-1} \quad (3.45)$$

с нормировкой  $\langle h | h \rangle = 1$ . Физическое состояние адрона  $|h\rangle$  является суперпозицией состояний системы валентных кварков с различным числом пар морских кварков. Константа  $Z_2^h = |\langle h_0 | h \rangle|^2$  определяет вероятность чисто валентной компоненты в адроне. Состояние  $|h\rangle$  является собственным для полного гамильтониана  $H$  с собственным значением, равным полной энергии основного состояния:  $H |h\rangle = E_h |h\rangle$ , где  $E_h$  — полная энергия системы, а разность между возмущенной и невозмущенной взаимодействием энергий равна

$$\Delta E = E - E_0 = \langle h_0 | \Delta H | h \rangle_c^f. \quad (3.46)$$

Лагранжиан модели (3.37) формально симметричен относительно преобразований групп Пуанкаре, изоспиновой  $SU(2)$ , зарядовой  $U(1)$ , киральной изовекторной симметрий и аномально нарушает киральную синглетную симметрию, т.е. удовлетворяет всем симметричным свойствам низкоэнергетической КХД. Однако лагранжиан нулевого приближения (2.1) не имеет стабильного состояния, для которого бы энергия-импульс  $T_{\mu\nu}^0$  и аксиальный ток  $j_5^\mu$  сохранились. Определим операторные плотности в теории с взаимодействием как

$$T_{\mu\nu} = U_\varepsilon^{-1} T_{\mu\nu}^0 U_\varepsilon, \quad J_5^\mu = U_\varepsilon^{-1} j_5^\mu U_\varepsilon \quad (3.47)$$

и потребуем сохранения соответствующих величин самосогласованным образом на физических состояниях за счет взаимодействия, которое восстанавливает соответствующие симметрии:

$$\langle h_0 | \partial_\mu (U_\varepsilon^{-1} T_{\mu\nu}^0(x) U_\varepsilon) | h_0 \rangle = 0, \quad (3.48)$$

$$\langle h_0 | \partial_\mu (U_\varepsilon^{-1} j_5^\mu(x) U_\varepsilon) | h_0 \rangle = 0, \quad (3.49)$$

где тензор  $T_0^{\mu\nu}$  и ток  $j_5^\mu$  определены в (2.16), (2.17). Точно так же в слабом смысле (на векторах физических состояний) понимаются уравнения движения и канонические коммутационные соотношения:

$$(\hat{i}\partial - m_i) q_i(x, t=0) |h\rangle = 0, \quad (3.50)$$



$$\{q_i(x, t=0), q_j^+(y, t=0)\} |h\rangle = i\delta^{(3)}(x-y)\delta_{ij}. \quad (3.51)$$

Условия (3.48) — (3.51) связывают спектр адронов (т.е. вид кварк-кваркового потенциала) с характеристиками вакуума КХД, которые являются фундаментальными для нашей модели. Это есть естественное следствие самосогласованного подхода, принятого нами.

Другой способ, позволяющий учесть эффекты структуры вакуума и стабилизировать мешок от его развала, был предложен группой MIT [23]. Он состоит в добавлении к лагранжиану модели (2.1) феноменологической потенциальной энергии с постоянной плотностью (сравни с (3.4)):

$$\mathcal{L}_D \rightarrow \mathcal{L}_D - B. \quad (3.52)$$

Это приводит к неоднородному н.л.г.у.:

$$B = \frac{1}{2} n^\mu \partial_\mu (\bar{q}(x) q(x)) |S\rangle, \quad (3.53)$$

которое гарантирует сохранение энергии-импульса:

$$\begin{aligned} T_{\text{MIT}}^{\mu\nu} &= \left(\frac{i}{2} \bar{q}(x) \gamma^\mu \overleftrightarrow{\partial}_\nu q(x) + B g^{\mu\nu}\right) \Theta_\nu, \\ \partial_\mu T_{\text{MIT}}^{\mu\nu} |V\rangle &= 0, \\ n_\mu T_{\text{MIT}}^{\mu\nu} |S\rangle &= \left(B - \frac{1}{2} n^\mu \partial_\mu (\bar{q}(x) q(x))\right) n^\nu \Delta_S(x) = 0. \end{aligned} \quad (3.54)$$

Последнее равенство следует из условия (3.53). Фактически гипотеза MIT сводится к тому, что потенциальная энергия с плотностью, пропорциональной  $B$ , удерживающая кварки в мешке, возникает за счет полного вытеснения вакуумных полей цветными полями из области мешка. Это предположение соответствует картине фазового перехода между двумя вакуумами КХД: пертурбативная фаза внутри мешка и непертурбативная вне его [32]. Оно служит отправной точкой для большого числа солитоноподобных моделей адронов. Таким образом, считается, что внесение кварковых источников в область мешка приводит к существенной перестройке вакуума внутри мешка. Однако, как было отмечено во введении, такое предположение оказывается несамосогласованным, а также противоречит результатам ПС КХД. Кроме того, константа является фундаментальной для модели MIT и поэтому не зависит от структуры адрона, что не является естественным предположением. Наша версия модели [27] основана на предположении, противоположном гипотезе MIT о характере разрушения вакуума. В модели инстантонной жидкости эффек-

тивный лагранжиан содержит плотность энергии инстантонного вакуума, которая компенсирует вклад  $B$ :  $B - 2n_c \approx 0$ .

#### 4. ПРИБЛИЖЕНИЕ СТАТИЧЕСКОЙ СФЕРИЧЕСКИ-СИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСТИ

Чтобы продвинуться дальше, рассмотрим приближение [22, 33, 34] статической сферической полости для уравнений нулевого приближения модели (2.1). В этом приближении фиксируются сферическая форма поверхности мешка с радиусом  $R_{\text{bag}}$ , плотность распределения которого пропорциональна  $\delta(R - R_{\text{bag}})$ , и положение мешка в пространстве с центром в точке  $x_0 = (0, x_0)$ . Функции, задающие форму поверхности мешка, принимают вид

$$\Theta_V(r) = \Theta_V(R - r), \quad \Delta_S(r) = \delta(r - R), \quad n_\mu(r) = (0, r/|r|). \quad (4.1)$$

В приближении полости и в нулевом приближении по взаимодействию гамильтониан модели имеет форму:

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_{\text{bag}}^{(0)}(x) = & \sum_{i=1}^{N_f} \bar{q}_i(x - x_0) \left( \frac{i}{2} \gamma^0 \sigma_0 + m_i \right) q_i(x - x_0) \Theta_V(x - x_0) + \\ & + \frac{1}{2} \bar{q}(x - x_0) q(x - x_0) \Delta_S(x - x_0). \end{aligned} \quad (4.2)$$

В дальнейшем примем, что  $x_0$  выбрано в начале координат.

Из (2.4), (2.7) следует, что кварк с массой  $m$ , находящийся в полости сферы радиуса  $R$  и расположенный в начале координат, удовлетворяет уравнению Дирака

$$(i\hat{d} - m_q) q(x) = 0 \quad (4.3)$$

с граничным условием при  $r = R$ :

$$-i \gamma \hat{r} q(x) = q(x). \quad (4.4)$$

Линейным граничным условиям (4.4) удовлетворяют только решения (4.3) с  $j = 1/2$ . Невзаимодействующие нормальные моды в полости составляют базис для кваркового поля

$$\begin{aligned} q_\alpha(x, t) = & \frac{1}{\sqrt{4\pi}} \sum_{\text{modes}} [u_m(x) b(m, \alpha) \exp(-\frac{i\omega_\alpha t}{R}) + \\ & + v_m(x) d^+(m, \alpha) \exp(\frac{i\omega_\alpha t}{R})] \end{aligned} \quad (4.5)$$

и определяют канонические операторы рождения-уничтожения  $b(d)$  для кварков (антикварков), которые подчиняются антикоммутиационным соотношениям

$$\{b^+(m, \alpha), b(m', \alpha')\} = \{d^+(m, \alpha), d(m', \alpha')\} = \delta_{m,m'} \delta_{\alpha,\alpha'}. \quad (4.6)$$

Эти операторы используются для определения пространства Фока для полости, состояния которого являются безопасными состояниями для модели мешков. Волновые функции  $u_m$  и  $v_m$  нормированы условием

$$\frac{1}{4\pi} \int_V d^3x u_m^+(x) u_{m'}(x) = \frac{1}{4\pi} \int_V d^3x v_m^+(x) v_{m'}(x) = \delta_{mm'}, \quad (4.7)$$

так что сохраняющийся оператор числа кварков имеет вид

$$\hat{N} = \sum_{\text{modes}} \frac{\omega}{R} [b^+(m, \alpha) b(m, \alpha) - d^+(m, \alpha) d(m, \alpha)]. \quad (4.8)$$

Гамильтониан модели нулевого приближения

$$H_{\text{bag}}^{(0)} = \sum_{\text{modes}} \frac{\omega}{R} [b^+(m, \alpha) b(m, \alpha) + d^+(m, \alpha) d(m, \alpha)] \quad (4.9)$$

получается из (4.2) после подстановки выражения для поля (4.5) и использования условия нормировки (4.7). В (4.5) и (4.6)  $m$  означает набор квантовых чисел проекции спина  $m$  и дираковского квантового числа  $k$ , а набор  $\alpha$  определяет цвет, аромат и моду возбуждения кварка.

$S$ -волновое решение ( $k = -1$ ,  $j^P = 1/2^+$ ) уравнений (4.3), (4.4) имеет форму

$$u_m^0(x) = \begin{pmatrix} ig \left(\frac{\omega r}{R}\right) \chi_m \\ g \left(\frac{\omega r}{R}\right) \hat{\sigma} \chi_m \end{pmatrix}, \quad v_m^0(x) = \begin{pmatrix} ig \left(\frac{\omega r}{R}\right) \hat{\sigma} \chi_m^c \\ f \left(\frac{\omega r}{R}\right) \chi_m^c \end{pmatrix}, \quad (4.10)$$

причем волновая функция  $v_m$  в (4.10) и (4.5) зарядово-сопряжена к  $u_m$ :  $v = \gamma_2 u^*$ . В (4.10)  $\chi_m$  — спинор Паули для спина  $m$ :

$$\chi_{\uparrow} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\downarrow} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\uparrow}^c = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad \chi_{\downarrow}^c = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (4.11)$$

Выражения (4.10) соответствуют выбору фейнмановского представления матриц Дирака ( $\gamma_0^+ = \gamma_0$ ,  $\gamma^+ = -\gamma$ ,  $\gamma_5^+ = \gamma_5$ ):

$$\gamma_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad \gamma = \begin{pmatrix} 0 & \sigma \\ -\sigma & 0 \end{pmatrix}, \quad \gamma_5 = i\gamma_0\gamma_1\gamma_2\gamma_3 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

Энергия и импульс кварка в полости имеют, соответственно, вид  $\varepsilon_n = \omega_n/R$  и  $p_n = (\omega_n^2 - m_n^2 R^2)^{1/2}/R$ , где собственные частоты  $\omega_n$  удовлетворяют уравнению

$$\tan(p_n R) = \frac{k(p_n R)}{\omega_n - km_n R + k} \quad (4.13)$$

и

$$f\left(\frac{\omega r}{R}\right) = N_0 j_0(pr), \quad g\left(\frac{\omega r}{R}\right) = -N_0 \left(\frac{\omega - mR}{\omega + mR}\right)^{1/2} j_1(pr), \quad (4.14)$$

где  $j_l(r)$  — сферические функции Бесселя, а нормировочные коэффициенты  $N_p$  заданные условием  $\int d^3x q_\alpha^+(x) q_\alpha(x) = 1$ :

$$N_{nk}^{-2} \equiv \bar{N}_{nk}^{-2} R^3 = R^3 j_0^2(p_n) [2\varepsilon_n(\varepsilon_n + k/R) + m/R]/\varepsilon_n(\varepsilon_n - m). \quad (4.15)$$

Соответствующее  $P$ -волновое решение ( $k = +1$ ,  $j^P = 1/2^-$ ) имеет вид

$$u_m^1(x) = \begin{pmatrix} -i\tilde{g}\left(\frac{\omega r}{R}\right) \sigma \hat{\gamma}_m \\ \tilde{f}\left(\frac{\omega r}{R}\right) \chi_m \end{pmatrix}, \quad v_m^1(x) = \begin{pmatrix} i\tilde{f}\left(\frac{\omega r}{R}\right) \chi_m^c \\ -\tilde{g}\left(\frac{\omega r}{R}\right) \sigma \hat{\gamma}_m^c \end{pmatrix} \quad (4.16)$$

с

$$\tilde{f}\left(\frac{\omega r}{R}\right) = N_1 j_0(pr), \quad \tilde{g}\left(\frac{\omega r}{R}\right) = -N_1 \left(\frac{\omega + mR}{\omega - mR}\right)^{1/2} j_1(pr). \quad (4.17)$$

Для безмассовых кварков наиминимые моды определяются из (4.13) и имеют значения  $X = \omega(m_q = 0)$ :

$$X_{0/1/2} = 2,043, \quad X_{1/1/2} = 3,812. \quad (4.18)$$

## 5. ТЕОРИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ ВО ВНЕШНЕМ ПОЛЕ В ПРИБЛИЖЕНИИ ПОЛОСТИ

Рассмотрим теорию с взаимодействием (3.42), считая его малым возмущением. Так как приближение полости не является релятивистски-ковариантным, то в модели мешков удобно использовать стационарную те-

орию возмущений. Поправка к энергии адрона за счет взаимодействия кварков с внешними полями определяется выражением [47]:

$$\Delta E \equiv E - E_0 = \frac{\langle h_0 | H_{\text{int}} | h \rangle}{\langle h_0 | h \rangle} = \langle h_0 | H_{\text{int}} | h \rangle_c^f, \quad (5.1)$$

где  $|h_0\rangle$  — невозмущенная адронная волновая функция (3.41), соответствующая гамильтониану (4.2):  $H_0 = \int dx \mathcal{H}_{\text{bag}}^{(0)}(x)$ . В общем виде  $n$ -частичная волновая функция (3.41) может быть записана в виде

$$|h_0\rangle = \left( \sum \alpha_i M_{\alpha_1, \dots, \alpha_n} c_{\alpha_1}^+ \dots c_{\alpha_n}^+ | \text{bag} \rangle \right) \otimes | \underline{0} \rangle, \quad (5.2)$$

где  $c$  — операторы рождения (уничтожения) кварка (антикварка) с квантовыми числами  $\alpha_i$ , а коэффициенты  $M$  задают внутреннюю структуру адрона. Индекс  $c$  означает учет только связанных диаграмм, а индекс  $f$  — учет конечной части выражения для энергии. Диаграмма называется связанной, если все операторы  $H_{\text{int}}$ , действующие в предыдущие моменты времени, связаны с  $H_{\text{int}}$  при  $t = 0$ . Состояние  $|h_0\rangle$ , являющееся основным для свободной теории, адиабатически эволюционирует от момента времени  $t = -\infty$  до момента  $t = 0$  под влиянием возмущения внешним полем (3.43):  $H_{\text{int}}(t) = \int dx \Delta \mathcal{H}_{\text{int}}^{\text{res}}(x, t)$ :

$$|h\rangle = U_\varepsilon(-\infty, 0) |h_0\rangle \quad (5.3)$$

с оператором эволюции (3.42):

$$U_\varepsilon(-\infty, 0) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-i)^n}{n!} \int_{-\infty}^0 dt_1 e^{\varepsilon t_1} \dots \int_{-\infty}^0 dt_n e^{\varepsilon(t_1 + \dots + t_n)} T [H_{\text{int}}(t_1) \dots H_{\text{int}}(t_n)]. \quad (5.4)$$

Физическое состояние адрона  $|h\rangle$  является суперпозицией состояний валентных кварков с различным числом морских кварковых пар.

В компактной форме выражение (5.1) имеет вид [48]:

$$\Delta E = \langle h_0 | H_{\text{int}} \sum_{k=0}^{\infty} [(E_0 - H_0)^{-1} H_{\text{int}}]^k | h_0 \rangle_c^f, \quad (5.5)$$

где оператор взаимодействия  $H_{\text{int}}$  записан в шредингеровском представлении. В работе [49] найдена процедура выделения конечной части выра-

жения (5.5), которая сводится к следующему. Если среди промежуточных состояний в выражениях

$$\sum_n \langle h_0 | H_{\text{int}} | n_1 \rangle \times \dots \times \langle n_1 | (E_0 - H_0)^{-1} H_{\text{int}} | n_2 \rangle \dots \langle n_k | (E_0 - H_0)^{-1} H_{\text{int}} | h \rangle_c \quad (5.6)$$

встречается начальное состояние  $| h_0 \rangle$ , то конечная часть выделяется подстановкой

$$\langle n_k = h_0 | (E_0 - H_0 + i\epsilon)^{-1} \rightarrow - \sum_{j=1}^{k-1} \langle n_j | (E_0 - H_0 + i\epsilon)^{-1},$$

где  $j$  есть набор состояний, стоящих левее  $k$ -го в формуле (5.6). Если предшествующих состояний нет, то конечная часть такой расходящейся диаграммы равна нулю.

Мы будем использовать этот формализм для вычисления поправок к энергии и другим статическим характеристикам адронов за счет взаимодействия кварков с внешними вакуумными полями [51]. Рассмотрим сначала учет длинноволновых вакуумных флуктуаций. В вычислениях удобно использовать калибровку фиксированной точки  $x_\mu^0 A^\mu(x_0) = 0$  [50]. В этой калибровке поля представляются в виде ряда ( $x_\mu^0 = 0$ ):

$$Q^{\text{vac}}(x) = Q^{\text{vac}}(0) + x^\sigma \nabla_\sigma Q^{\text{vac}}(0) + \frac{x^\sigma x^\rho}{2} \nabla_\sigma \nabla_\rho Q^{\text{vac}}(0) + \dots, \quad (5.7)$$

$$\bar{Q}_\mu^{\text{vac} a}(x) = \frac{x^\rho}{2} G_{\rho\mu}^a + \frac{x^\rho x^\sigma}{3} \mathcal{D}_\sigma G_{\rho\mu}^a + \dots$$

Кроме того, в практических вычислениях взаимодействие с внешним полем удобно учитывать, записывая полный пропагатор кварка в форме

$$S_q(x) = S_q^{\text{bag}}(x) + S_q^{\text{ext}}(x; Q), \quad (5.8)$$

где

$$iS_q^{\text{bag}}(x_1, t_1, x_2, 0)^{ab} = \langle \text{bag} | T(q^a(x_1, t_1) \bar{q}^b(x_2, 0)) | \text{bag} \rangle, \quad (5.9)$$

$$S_q^{\text{ext}}(x, 0; Q)^{ab} = \langle \underline{0} | :Q^a(x) \bar{Q}^b(0): | \underline{0} \rangle =$$

$$= \chi^a(x) \bar{\chi}^b(0) - ig(\lambda^k)^{ab} (x_\mu G_{\mu\nu}^k(0) \gamma_\nu) \gamma_5 + \dots \quad (5.10)$$

В (5.8) первый член — это «свободный пропагатор» кварка в мешке (5.9). Второе слагаемое в формуле (5.8) обусловлено внешними кварковыми

полями и соответствует учету  $\langle \bar{Q}Q \rangle$  конденсата. Последний член в (5.10) учитывает внешнее длинноволновое глюонное поле. Глюонное вакуумное поле возникает в высших порядках теории возмущений и не играет существенной роли в физике легких адронов.

Далее пропагатор во внешнем кварковом поле с учетом ОРЕ (5.7) и уравнений движения представим в виде:

$$\langle Q_\alpha^{ia}(x) \bar{Q}_\beta^{jb}(0) \rangle = -\frac{1}{12} \delta^{ij} \delta^{ab} \delta_{\alpha\beta} \langle \bar{Q}^i Q^i \rangle + \dots, \quad (5.11)$$

$$\begin{aligned} \langle Q_\alpha^{ia}(x) \bar{Q}_\beta^{jb}(y) Q_\gamma^{kc}(z) \bar{Q}_\delta^{ld}(0) \rangle &= \frac{1}{144} \langle \bar{Q}^i Q^i \rangle \langle \bar{Q}^k Q^k \rangle \times \\ &\times [\delta^{ab} \delta_{\alpha\beta} \delta_{ij} \delta^{cd} \delta_{\gamma\delta} \delta_{kl} - \delta^{ad} \delta_{\alpha\delta} \delta_{if} \delta^{cb} \delta_{\gamma\beta} \delta_{kj}] + \dots, \end{aligned} \quad (5.12)$$

где конденсаты высших размерностей опущены в силу незначительности их вклада.

Пренебрегая взаимодействием с глюонными полями, которое пропорционально малой  $\alpha_s$ , гамильтониан взаимодействия кварков в мешке радиуса  $R$  с внешними вакуумными полями (3.44) принимает вид:

$$\begin{aligned} H_{\text{vac}}(t) &= \int_V d^3x \mathcal{H}_{\text{vac}}(t, \mathbf{x}) = \\ &= \int_V d^3x \sum_i \frac{\varepsilon_i}{2} [\bar{Q}_i(t, \mathbf{x}) \gamma_0 q_i(t, \mathbf{x}) + \bar{q}_i(t, \mathbf{x}) \gamma_0 Q_i(t, \mathbf{x})], \end{aligned} \quad (5.13)$$

где  $q_i$  — нормальные моды поля кварка (4.5) с одночастичной энергией  $\varepsilon_i$ .

Сформулируем правила для вычислений различных коэффициентов в выражении для  $\Delta E$ . Для этого следует нарисовать различные диаграммы Фейнмана (рис.4); подставить выражение для кваркового пропагатора (5.8) во все кварковые линии; разложить среднее от оператора энергии на произведения внешних полей и усреднить получившиеся произведения по состоянию адрона-мешка, так чтобы эти произведения имели бы те же квантовые числа, что и адрон. Аналогичным образом вычисляются средние от любого другого оператора.

Рассмотрим простой пример вычислений по этим правилам вклада от диаграммы, изображенной на рис.4,а. Из (5.4) в первом порядке теории возмущений мы имеем

$$\Delta E = -i \int_{-\infty}^0 dt e^{\varepsilon t} \langle h_0 | :H_{\text{int}}(0) H_{\text{int}}(t) : | h_0 \rangle. \quad (5.14)$$

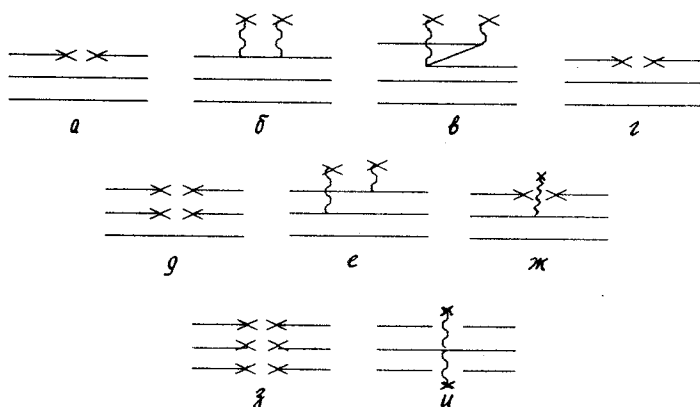


Рис. 4. Диаграммы одночастичных (а—г), двухчастичных (д—ж) и трехчастичных (з—и) вкладов в энергию адронов во внешнем поле

Для безмассовых кварков в первом порядке по взаимодействию (5.13), используя (5.11), получим поправку к энергии, пропорциональную кварковому конденсату:

$$\begin{aligned} \Delta E_{\text{vac}}^a &= -i \frac{\varepsilon^2}{4} \int_{-\infty}^0 dt \int dx \int_V dy e^{-i\omega t + \varepsilon t} \times \\ &\times \langle \underline{0} | \langle h_0 | q^+(x) Q(x) \bar{Q}(y) \gamma_0 q(y) | h_0 \rangle | \underline{0} \rangle = \\ &= - \frac{\langle \bar{Q}Q \rangle \varepsilon_0}{48} \langle h_0 | \int dx \int dy \bar{q}(x) q(y) | h_0 \rangle = - N_q \frac{\pi \langle \bar{Q}Q \rangle R^2}{24(X_0 - 1)}, \quad (5.15) \end{aligned}$$

где  $N$  — число кварков в адроне, а  $\varepsilon_0$  — наименьшая энергия кварка в  $S$ -состоянии ( $X_0$  см. (4.18)). Другие вклады изображены на диаграммах рис.4.

В вычислениях мы не будем учитывать глюонный конденсат  $\langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a | 0 \rangle$ , потому что, как показывают расчеты, его вклад не оказывает существенного влияния на окончательные значения масс. Аналогично вычисляется вклад взаимодействия с высокочастотными вакуумными флуктуациями ( $\omega_{\text{vac}} \gg \omega_q$ ), индуцированный инстантонами.

Данное разложение (рис.3), которое имеет структуру

$$E = E_{\text{kin}} + E_{\text{vac}},$$

где



$$E_{\text{kin}} = \frac{N_q \varepsilon}{R}, \quad E_{\text{vac}} = -A \langle \bar{Q}Q \rangle R^2 + B \langle \bar{Q}Q \rangle^2 R^4 + \dots, \quad (5.16)$$

напоминает формулы ПС КХД, где в качестве размерного параметра, определяющего масштаб формирования адронов, выступает евклидовский импульс  $Q$  (вместо  $R$  в нашем подходе). Как известно, в ПС КХД для самосогласованности вычислений должно существовать «окно стабильности», т.е. область виртуальностей  $Q^2$ , где, с одной стороны, вклады взаимодействия с непертурбативными полями в поляризационный оператор еще малы, а с другой — вклад континуума возбужденных состояний уже мал. Аналогичную роль в модели мешков выполняет условие динамической стабильности (5.26), которое является следствием н.л.г.у. (2.19). Стабильному состоянию с равновесным радиусом  $R_{\text{bag}}$  отвечает состояние, когда  $R_{\text{bag}}$  не слишком велико, чтобы взаимодействие с вакуумными полями было не слишком сильным. В то же время  $R_{\text{bag}}$  достаточно велико, т.к. иначе, если кинетическая энергия кварков была бы слишком велика, то существенными были бы степени свободы, связанные с возбуждениями поверхности мешка — т.е. континуум состояний модели мешков. Эти флуктуации подавлены как  $1/R$ . Таким образом, эффективно взаимодействие происходит в области расстояний, где одновременно малы как пертурбативные, так и непертурбативные поправки.

Массовая формула, соответствующая гамильтониану модели (3.38), имеет вид [34]\*:

$$M_H^2 = E^2 - \langle P^2 \rangle, \quad (5.17)$$

где энергия кварков в мешке

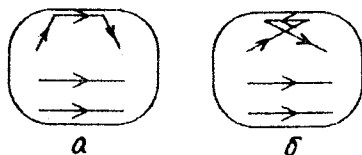
$$E = E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{OGE}} + \Delta E_{\text{inst}} + E_{\text{vac}} \quad (5.18)$$

есть сумма кинетической энергии кварков и энергии их взаимодействия с вакуумным полем и за счет одноглюонного обмена, а  $\langle P^2 \rangle$  — поправка на движение центра масс,  $N_i$  — число валентных кварков определенного аромата, находящихся в данном адронном состоянии.

Обычно [40] в качестве выражения для оценки энергии движения центра масс используют формулу

\*Если поступить наивно и в (5.17) оставить только  $E_{\text{kin}}$  и  $E_{\text{vac}}$ , то получим массу «нуклона»  $M_N = \frac{9}{2} \left[ -\frac{X^2}{X-1} \frac{\pi}{12} \langle \bar{Q}Q \rangle \right]^{1/3} \approx [-88 \langle \bar{Q}Q \rangle]^{1/3}$ , если так же наивно поступить в ПС [56], то получится численно очень близкий результат:  $M_N = [-2(2\pi)^2 \langle \bar{Q}Q \rangle]^{1/3} \approx \approx [-80 \langle \bar{Q}Q \rangle]^{1/3}$ .

Рис. 5. Диаграммы, представляющие поправки к энергии за счет эффектов отдачи



$$\langle P_{c.m.}^2 \rangle = \sum_i^{u,d,s} N_i (p_i)^2, \tag{5.19}$$

причем для безмассовых кварков  $\langle p_i^2 \rangle = \omega_i^2/R^2$ .

Более последовательным является способ учета релятивистского движения мешка, предложенный в работах [41—43]. Этот метод основан на канонических преобразованиях Н.Н.Боголюбова [44,45] для динамических симметрий, при которых среди новых динамических переменных возникают коллективные переменные, отвечающие движению системы в целом. В результате коллективные переменные удастся выразить через исходные поля системы. Так, операторы смещения и скорости движения центра масс системы мешок — кварки записываются в виде

$$X_0(t) = \frac{i}{2} \frac{1}{E_{bag}} \int d^3x x (q^+(x) \dot{q}(x) - \dot{q}^+(x) q(x)), \tag{5.20}$$

$$\dot{X}_0(t) = -\frac{1}{2E_{bag}} \int d^3x (q^+(x) i\nabla q(x) - i\nabla q^+(x) q(x)), \tag{5.21}$$

а соответствующая поправка к энергии становится (см. рис.5)

$$\begin{aligned} P_{c.m.}^2 &= (E_{bag} \dot{X}_0)^2 = \\ &= \sum_{m,n} [ (|\int d^3x u_m^+(x) i\nabla u_{n \neq m}(x)|^2 - |\int d^3x u_m^+(x) i\nabla v_n(x)|^2) b^+(m) b(m) + \\ &\quad + (b \leftrightarrow d, u \leftrightarrow v) ] + \\ &\quad + [-2 |\int d^3x u_m^+(x) i\nabla u_{n \neq m}(x)|^2 b^+(m) b(m) b^+(n) b(n) + \\ &\quad + 2 |\int d^3x u_m^+(x) i\nabla v_n(x)|^2 b^+(m) b(m) d^+(n) d(n) + (b \leftrightarrow d, u \leftrightarrow v) ]. \end{aligned} \tag{5.22}$$

Нетрудно оценить вклад энергии движения центра масс для системы кварк-антикварк, находящейся в основном состоянии (мезон):

$$\begin{aligned} \langle M | P_{c.m.}^2 | M \rangle &= 2 [ (|\int d^3x u_s^+(x) i\nabla u_p(x)|^2 - \\ &\quad - |\int d^3x u_s^+(x) i\nabla v_s(x)|^2) + 2 |\int d^3x u_s^+(x) i\nabla v_s(x)|^2 ], \end{aligned} \tag{5.23}$$

и для бариона:

$$\begin{aligned} & \langle B | P_{\text{с.м.}}^2 | B \rangle = \\ & = 3 [ |\int d^3 x u_s^+(x) i \nabla u_p(x)|^2 - |\int d^3 x u_s^+(x) i \nabla v_s(x)|^2 ], \end{aligned} \quad (5.24)$$

где для промежуточных состояний мы ограничились нижайшими модами:  $s$  для антикварка и  $p$  для кварка. Значения матричных элементов для сферических мод безмассовых кварков равны

$$\begin{aligned} |\int d^3 x u_s^+(x) i \nabla u_p(x)|^2 &= 0,16 \left(\frac{\omega_p}{R}\right)^2, \\ |\int d^3 x u_s^+(x) i \nabla v_s(x)|^2 &= 0,08 \left(\frac{\omega_s}{R}\right)^2. \end{aligned} \quad (5.25)$$

Таким образом, видно, что формула (5.19) переоценивает значение энергии движения центра масс для барионов. Для легких псевдоскалярных мезонов эти поправки сравнимы с величиной затравочной массы, поэтому в этом случае эти оценки, вообще говоря, несправедливы. Кроме того, поправки (5.22), в отличие от (5.19), неаддитивны, зависят от числа заполнения кварков и даже неположительно определены, что характерно для фермионных степеней свободы [46].

Радиус мешка определяется из условия его стабильности:

$$\left. \frac{\partial M_H^2}{\partial R} \right|_{R_{\text{bag}}} = 0. \quad (5.26)$$

Следует еще раз подчеркнуть, что, как это следует из (5.15), энергия кварка в мешке растет с увеличением размера мешка. Таким образом, в нашей модели конфайнмент кварков достигается самосогласованным образом за счет взаимодействия кварков с полями, населяющими физический вакуум. Действительно, гамильтониан нулевого приближения не имел стабильного состояния, однако учет взаимодействия с внешним полем стабилизировал систему.

Напомним для полноты, что в модели MIT гамильтониану

$$\mathcal{H}_{\text{MIT}}(x) = (\mathcal{H}_{\text{QCD}}(x) - B) \Theta_v(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{N_F} \bar{q}_i(x) q_i(x) \Delta_S(x) \quad (5.27)$$

соответствует массовая формула модели (5.18), в которой энергия мешка  $E_{\text{MIT}}$  представляет собой сумму потенциальной энергии мешка  $E_{\text{bag}}$ , кинетической энергии кварков  $E_{\text{kin}}$ , а также их взаимодействия за счет од-

ноглюонного обмена  $E_{\text{OGE}}$  и энергии нулевых колебаний  $E_0$  (эффект Казимира) [39]:

$$E_{\text{MIT}} = \frac{4}{3} \pi R^3 B + \sum_i^{u,d,s} \frac{N_i \varepsilon_i}{R} + \frac{\alpha_s}{R} \sum_{i \neq j} \mu_{ij} (\sigma \lambda^a)_i (\sigma \lambda^a)_j - \frac{Z_0}{R}. \quad (5.28)$$

В выражении для энергии константа мешка  $B$ , константа сильного взаимодействия  $\alpha_s$ ,  $Z_0$ , массы кварков  $m_q$  являются фитируемыми параметрами.

Вид гамильтониана (5.27) соответствует предположению, что кварки внутри мешка находятся в пертурбативном вакууме и их взаимодействие осуществляется через одноглюонный обмен (5.28). Потенциальная энергия, пропорциональная константе  $B$  и ответственная за удержание кварков в мешке, возникает за счет вытеснения вакуумных полей из объема мешка. В противоположность MIT-модели в нашей модели нет необходимости вводить в массовую формулу *ad hoc* геометрические члены типа объемной (поверхностной) энергии  $BR^3$  ( $\sigma R^3$ ) и энергию Казимира —  $Z_0/R$ . Такие вклады плохо обоснованы теоретически и, как показывают вычисления  $Z_0$ , численно несущественны [53].

Расчеты по формуле (5.17) будем проводить в первом порядке теории возмущений по взаимодействию с вакуумными полями. Насколько существенно такое приближение? Что касается взаимодействия с конденсатами в следующих порядках, то такой учет выполнить нетрудно. Такая процедура означает учет конденсатов высших размерностей или, что то же самое, учет флуктуаций инстантонной жидкости с еще большей длиной волны. В нашем подходе быстрая сходимость ряда, учитывающего такие вклады, обеспечивается следующими факторами: каждый последующий член содержит лишний малый параметр  $\frac{\omega_{\text{vac}}}{\omega_q} \ll 1$ , поэтому коэффициенты разложения  $c_n$ , пропорциональные перекрытию волновых

функций, убывают с увеличением порядка ряда  $n$ :  $c_n \propto \frac{1}{n!} \left( \frac{\omega_{\text{vac}}}{\omega_q} \right)^n$ .

Именно поэтому в разложении доминирует конденсат наиминимальшей размерности  $\langle \bar{Q}Q \rangle$ , который определяет масштаб масс основных состояний адронов. Вклады конденсатов высших размерностей должны оказывать существенное влияние на спектр возбужденных состояний адронов.

Учет мультиинстантонных обменов — более сложная и пока еще не решенная задача. Как мы покажем ниже, инстантонные эффекты наиболее существенны для основных состояний скалярных и псевдоскалярных

мезонов и, в частности, уже в первом порядке по взаимодействию приводят к практически безмассовому  $\pi$ -мезону. Ясно, что в этих каналах следует учитывать все порядки по инстантонному взаимодействию. Фактически в модели инстантонной жидкости такой учет сводится к формальной перенормировке параметров модели: эффективного размера инстантона  $\rho_c$  и эффективной плотности инстантонов  $n_c$ . Однако подбор этих параметров для доказательства голдстоуновской природы  $\pi$ -мезона является опасным, т.к. в этой области параметров теория неустойчива, а соответствующие ряды сингулярны.

Таким образом, в рамках приближений, используемых нами, мы не претендуем на количественное описание очень высоких возбуждений адронов и легких скалярных и псевдоскалярных мезонов.

## 6. СПЕКТР ОСНОВНЫХ СОСТОЯНИЙ АДРОНОВ И СПИН-ЗАВИСИМЫЕ СИЛЫ

С помощью массовой формулы (5.17) можно вычислить спектр масс основных адронных состояний. Энергия кварка в мешке с учетом взаимодействия с вакуумным полем имеет вид (5.18) (рис.3):

$$E = E_{\text{kin}} + \Delta E_{\text{OGE}} + \Delta E_{\text{inst}} + E_{\text{vac}},$$

где отдельные вклады в энергию определены в (5.16), (5.28), (5.15) и (3.6) и в приведенной форме имеют вид

$$E_{\text{vac}} = - \sum_i N_i \langle \underline{0} | \bar{Q}_i Q_i | \underline{0} \rangle A_i R^2, \quad (6.1)$$

$$\Delta E_{\text{inst}} = \left( \frac{\rho_c}{R} \right)^2 \frac{[k_0 \lambda_0 + k_s \lambda_s]}{R},$$

с константами, равными

$$A_i = \frac{\pi}{12} \frac{(y+2)^2 y}{X_i^2 [2y(y-1) + a]}, \quad \lambda_0 = \pi \bar{N}_0^4 R^6 I_0, \quad \lambda_s = \lambda_0 \frac{m^* I_s}{m_s^* I_0}, \quad (6.2)$$

где  $y = \epsilon R$ ,  $a = mR$ ,

$$I_0 = \int_0^1 dx x^2 [j_0^2(X_0 x) + j_1^2(X_0 x)]^2,$$

Таблица 1. Матричные элементы одноглюонного обмена  $M$  и инстантонного взаимодействия  $K$  для легких адронов

Адроны	$M_{00}$	$M_{0s}$	$M_{ss}$	$k_0$	$k_s$
$\pi$	-6	0	0	-1	0
$K$	0	-6	0	0	-1
$\eta$	-2	0	-4	1/3	-4/3
$\eta'$	-4	0	-2	2/3	4/3
$\rho/\omega$	2	0	0	0	0
$K^*$	0	2	0	0	0
$\Phi$	0	0	2	0	0
$N$	-3	0	0	-3/2	0
$\Lambda$	-3	0	0	-3/2	-1
$\Sigma$	1	-4	0	0	-3/2
$\Xi$	0	-4	1	0	-3/2
$\Delta$	3	0	0	0	0
$\Sigma'$	1	2	0	0	0
$\Xi'$	0	2	1	0	0
$\Omega$	0	0	3	0	0

$$I_s = \frac{N_s^2}{N_0^2} \int_0^1 dx x^2 \{ [j_0^2(X_0 x) - j_1^2(X_0 x)]^2 [j_0^2(X_s x) (1 + \frac{m_s}{\epsilon}) - j_1^2(X_s x) (1 - \frac{m_s}{\epsilon})] + \frac{4X_s}{\epsilon R} j_0(X_0 x) j_1(X_0 x) j_0(X_s x) j_1(X_s x) \},$$

$\bar{N}_0, \bar{N}_s$  — нормировки волновых функций в модели мешков для безмассовых  $m_0 = 0$  и массивных  $m_s$ -кварков,  $X_0 = \epsilon_0(m_0)R$  и  $X_s = \epsilon_0(m_s)R$  (см. (4.15)).

Значения матричных элементов по цвет-спин-ароматовой волновой функции адронов  $k_0, k_s$  приведены в табл.1. Там же находятся матричные элементы одноглюонного обмена, которые следует подставить в аппроксимационную формулу для цветомагнитного взаимодействия [57] в модели мешков:

$$\Delta E_{\text{OGE}} = \frac{0,117\alpha_s}{R} [M_{00} + (1 - 0,13m_s R)M_{0s} + (1 - 0,25m_s R)M_{ss}]. \quad (6.3)$$

Отметим, что для векторных мезонов и барионов декуплета коэффициенты  $k_0, k_s$  равны нулю. Отсутствие вклада инстантонов в этих каналах

Таблица 2. Массы и радиусы основных адронных состояний

Адроны	$M_0$ , МэВ	$E_G$ , МэВ	$E_P$ , МэВ	$M$ , МэВ	$R$ , ГэВ $^{-1}$	$M_{\text{exp}}$ , МэВ
$\pi$	765	-48	-183	466	5,83	140
$K$	901	-40	-137	684	5,71	498
$\eta$	942	-38	-120	750	5,66	550
$\eta'$	850	-43	306	1150	5,74	960
$\rho/\omega$	765	16	0	784	5,83	770/783
$K^*$	901	13	0	917	5,71	896
$\Phi$	1093	11	0	1052	5,59	1020
$N$	1219	-22	-223	941	6,25	940
$\Lambda$	1360	-23	-201	1100	6,17	1116
$\Sigma$	1360	-17	-162	1160	6,17	1192
$\Xi$	1501	-20	-169	1292	6,09	1315
$\Delta$	1219	22	0	1243	6,25	1236
$\Sigma'$	1360	20	0	1381	6,17	1386
$\Xi'$	1501	17	0	1520	6,09	1532
$\Omega$	1644	14	0	1660	6,02	1672

связано с тем, что лагранжиан (3.6) строится на нулевых фермионных модах в поле инстантона. Поэтому матричные элементы  $k_i$  отличны от нуля для тех адронов, в которых пара кварков может находиться в состоянии с квантовыми числами нулевой моды [10] (3.8). Очевидно, для безмассовых мезонов и декуплета барионов равенство (3.8) не может быть выполнено, что и объясняет отсутствие вкладов инстантонов для этих состояний.

Результаты расчета представлены в табл.2. Значения параметров выбраны близкими к значениям, которые выбирают в ПС КХД [14] и модели инстантонной жидкости [12, 13]:

$$\alpha_s = 0,4; \rho_c^2 = 3,6 \text{ ГэВ}^{-2}; m_s = 250 \text{ МэВ}; \langle \bar{Q}Q \rangle = -(250 \text{ МэВ})^3. \quad (6.4)$$

Расчет выполнен в первом порядке по инстантонному взаимодействию, т.е. в процедуру нахождения равновесного радиуса (5.17) вклад инстантонов не включался (аналогично тому, как это было сделано в [58], где приведены аргументы в пользу такой процедуры).

Из табл.2 видно, что модель удовлетворительно описывает спектр масс основных состояний адронов. Весь адронный спектр удается описать с существенно меньшим значением кварк-глюонной константы  $\alpha_s = 0,4$  по сравнению с  $\alpha_s = 2,2$  в модели MIT. Отметим, что большое значение

$\alpha_s$  приводило не только к проблемам, связанным с применимостью теории возмущений КХД в мешке [79, 49], но и к невозможности описания спектра возбужденных состояний адронов [59, 60].

Из табл.2 следует, что спин-спиновое расщепление между адронными мультиплетами определяется взаимодействием, индуцированным инстантонами. Так, в барионах взаимодействие (3.6) дает существенное притяжение в каналах, где есть скалярный дикварк, и определяет, в частности,  $N - \Delta$ -расщепление. Аналогичная картина наблюдается в ПС КХД [61, 66], где учет так называемых прямых инстантонов крайне важен в скалярных и псевдоскалярных каналах (см. ниже).

Достижением предлагаемой модели является также объяснение большой массы  $\eta'$ -мезона ( $U_A(1)$  проблема). В MIT-модели, как и в пертурбативной КХД, эта проблема не была решена. Как показано нами в приложении, инстантоны приводят к смешиванию различных сортов кварков в скалярных каналах. В результате этот механизм дает практически чистые октетные и синглетные состояния для псевдоскалярных мезонов, в то время как векторные мезоны представляют собой почти идеально смешанные состояния, так как переходы  $s\bar{s} \rightarrow u\bar{u}, d\bar{d}$  за счет (3.6) отсутствуют в соответствии с правилом отбора (3.8). Такой же результат получен методом ПС КХД [61, 62]. Количественное согласие с экспериментальными значениями для псевдоскалярного октета не является вполне удовлетворительным. Вместе с тем из табл.2 следует, что учет только первого порядка по взаимодействию с инстантонами привел к уменьшению его массы примерно на 1/3. Поэтому, как упоминалось выше, в задаче о массах частиц псевдоскалярного октета необходим учет высших порядков по инстантонному взаимодействию. Отметим, что аналогичный вывод сделан в работах [12,13], где рассмотрен поляризационный оператор псевдоскалярных токов в инстантонной жидкости.

Еще одним немаловажным достоинством модели является то, что на самом деле она близка к нерелятивистской. Так, результаты табл.2 практически не изменяются при проведении расчетов в рамках модели Карла — Изгура [64] с добавлением нерелятивистского предела лагранжиана (3.7):

$$V_{ij}^{inst} = -\frac{\pi^2 \rho_c^2}{6} \sum_{i \neq j} \eta_{ij} \frac{m^{*2}}{m_i^* m_j^*} \left[ 1 + \frac{3}{32} (1 + 3\sigma^i \sigma^j) \lambda_i^a \lambda_j^a \right] \left[ \frac{1 - \tau_i^f \tau_j^f}{2} \right] \delta(r_{ij}), \quad (6.5)$$

где  $\tau_i^f$  — матрица ароматов  $i$ -го кварка,  $r_{ij}$  — расстояние между кварками, и соответствующим уменьшением величины  $\alpha_s$  примерно в 5 раз. Последнее имеет принципиальное значение для нерелятивистской модели [64], так как позволяет значительно уменьшить спин-орбитальное взаимодей-



ствии, возникающее за счет одноглюонного обмена, большая величина которого приводит к трудностям при описании возбужденных состояний адронов [65] (см. ниже).

## 7. ВКЛАД ИНСТАНТОНОВ В АДРОННЫЕ ПС КХД

Важно подчеркнуть, что фундаментальные взаимодействия, на которых базируется развитая выше модель, необходимо также учитывать и в рамках метода ПС КХД [14]. Как известно, этот метод основан на первых принципах КХД и позволяет связать феноменологию вакуума КХД, информация о которой выражается через вакуумные средние от полей, с физическими характеристиками адронов. Успех метода связан с тем, что обычно в операторном разложении коррелятора токов достаточно ограничиться только несколькими операторами низшей размерности, такими как кварковый  $\langle \bar{Q}Q \rangle$  и глюонный  $\langle G^2 \rangle$  конденсаты.

Однако имеются каналы, которые требуют более детальной информации о структуре вакуума КХД. Типичным примером является коррелятор (псевдо) скалярных токов, где важен вклад прямых инстантонов [61, 62]. В этих работах было показано, что вклад прямых инстантонов позволяет объяснить особенности спектра псевдоскалярных мезонов, в частности, получить почти безмассовый  $\pi$ -мезон и дать качественное решение  $U_A(1)$  проблемы.

Из табл.2 видно, что в кварковой модели индуцированное инстантонами взаимодействие крайне важно для нуклона, потому что нуклонная волновая функция имеет компоненту, когда два кварка находятся в состоянии со спином ноль (скалярный дикварк). Ниже мы покажем, что аналогично ПС для псевдоскалярных мезонов, только вклад инстантонов в нуклонные ПС позволяет получить стабильные ПС, которые воспроизводят экспериментальные значения массы нуклона [66].

Наиболее общее выражение нуклонного тока имеет вид [56, 67, 68]

$$O(x) = aO_1(x) + bO_2(x), \quad (7.1)$$

где

$$O_1(x) = \varepsilon^{abc} (u^a C d^b) \gamma_5 u^c, \quad O_2(x) = \varepsilon^{abc} (u^a C d^b) \gamma_5 u^c,$$

и  $a, b$  — произвольные действительные параметры.

Коррелятор токов (7.1) имеет две дираковские структуры, по которым записывается дисперсионное соотношение ( $Q^2 = -q^2$ ):

$$i \int d^4x e^{iqx} \langle \underline{0} | T(O(x) \bar{O}(0)) | \underline{0} \rangle = \hat{q} \Pi_1(Q^2) + \Pi_2(Q^2), \quad (7.2)$$

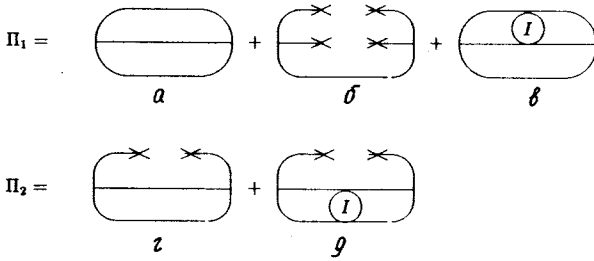


Рис.6. Вклады  $a$  — кварковой петли,  $b$  — четырехкваркового конденсата  $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle^2$ ,  $c, d$  — прямых инстантонов,  $c$  — кваркового конденсата  $\langle 0 | \bar{q}q | 0 \rangle$  в нуклонные правила сумм

где, очевидно, функция  $\Pi_2(Q^2)$  связана со спонтанным нарушением киральной симметрии и пропорциональна массе нуклона.

Стандартный анализ ПС для барионов [56, 67, 68] ограничен вкладом операторов размерности 6 в  $\Pi_1(Q^2)$ ,  $\Pi_2(Q^2)$  (другие дают пренебрежимый вклад [67]). Здесь, кроме того, мы учтем вклад прямых инстантонов (рис.6).

Имеется два типа вкладов от прямых инстантонов: диаграмма рис.6,  $b$  явно нарушает гипотезу факторизации четырехкваркового оператора  $\langle 0 | \bar{q}\Gamma q \bar{q}\Gamma q | 0 \rangle$  [14] и диаграмма рис.6,  $d$ , которая дает экспоненциальный вклад. Последний связан с процессом, когда весь большой импульс  $Q$  проходит через вакуумную флуктуацию и поэтому он пропорционален экспоненциальному формфактору инстантона. Как и в кварковой модели, вклад глюонного конденсата  $\langle 0 | G_{\mu\nu}^a G_{\mu\nu}^a | 0 \rangle$  несуществен при определении значений массы и вычета нуклона [50].

Вклад прямых инстантонов вычисляется при подстановке в поляризованный оператор (7.2) функции Грина кварка во внешнем поле инстантона:

$$S(x, y) = S_0(x, y) + S_{\pm}(x, y), \tag{7.3}$$

где

$$S_0(x, y) = \frac{i}{2\pi^2} \frac{(x-y)^\mu \gamma_\mu}{(x-y)^4} \tag{7.4}$$

— свободный пропагатор, аппроксимирующий вклад ненулевых мод, а

$$S_{\pm}(x, y) = \langle Q_\alpha^a(x) \bar{Q}_\beta^b(0) \rangle = \int d^4z \frac{(\Psi_z^0(x) \bar{\Psi}_z^0(0))_{\alpha\beta}^{ab}}{m^*} \tag{7.5}$$

— функция Грина кварка в нулевой моде [10]:

$$\psi^\pm(x) = \varphi(x-z) \frac{(1 \pm \gamma_5)}{2} \gamma_\mu(x-z)_\mu U \quad (7.6)$$

с

$$\varphi(x) = \frac{\sqrt{2}}{\pi} \frac{\rho_c}{[\rho_c^2 + x^2]^{3/2} |x|}. \quad (7.7)$$

В (7.6)  $\rho_c$  — средний размер инстантона,  $z$  — его положение,  $U$  — матрица ориентации в цвет-спиновом пространстве ( $U^+ U = 1$ ), удовлетворяющая (3.9), знак (минус) плюс относится к (анти)инстантону,

$$m^* = -\frac{2}{3} \pi^2 < \underline{0} | \bar{Q} Q | \underline{0} > \rho_c^2 \quad (7.8)$$

— эффективная масса кварка в инстантонной жидкости [35, 12].

Подставляя (7.3)—(7.6) в (7.2) и усредняя по положению инстантона в пространстве и его ориентации в пространстве цветов, получим

$$\begin{aligned} \Pi_1 = & \frac{1}{(4\pi)^4} \left\{ -Q^4 \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \chi + \frac{k^2}{6Q^2 \eta} - \frac{3(4\pi)^4 n_c}{5\pi^2 (m^* \rho_c)^2 (\rho_c Q)^2} \left( 1 - \frac{24}{7} \frac{1}{(\rho_c Q)^2} + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{5(\rho_c Q)^3}{8} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} d\alpha d\beta \frac{\exp(\alpha + \beta)}{(\exp(-\alpha) + \exp(-\beta))^3} \exp(-2Q\rho_c t) \right) \phi \right\}, \quad (7.9) \end{aligned}$$

$$\Pi_2 = \frac{k}{(4\pi)^4} \left\{ Q^2 \ln \frac{Q^2}{\mu^2} \eta - \frac{(4\pi)^2 n_c (\rho_c Q)^2}{3m_*^2} K_1^2(\rho_c Q) \right\}, \quad (7.10)$$

где  $t = (\cosh \alpha + \cosh \beta)/2$ ,  $K_1(z)$  — функция Макдональда,

$$\begin{aligned} k &= -(4\pi)^2 < \underline{0} | \bar{Q} Q | \underline{0} >, \\ \chi &= \frac{5(a^2 + b^2) + 2ab}{8}, \quad \varphi = \frac{13(a^2 + b^2) + 10ab}{16}, \\ \eta &= \frac{7b^2 - 5a^2 - 2ab}{4}, \quad \phi = b^2 - a^2. \quad (7.11) \end{aligned}$$

Далее, исходя из предположения, что во всех вакуумных средних доминируют инстантоны, можно выразить их через параметры инстантонной жидкости [12] — эффективный размер  $\rho_c$  и плотность инстантонов  $n_c \approx 0,8 \cdot 10^{-3} \text{ ГэВ}^4$ :

$$\langle 0 | \bar{Q}Q | 0 \rangle = - \frac{(3n_c)^{1/2}}{\pi\rho_c}. \quad (7.12)$$

Применяя преобразование Бореля к (7.9), (7.10), аналогично тому, как это делается в работе [14], мы приходим к правилам сумм для нуклона:

$$\Pi_1(\tau) = F \exp(-M_N^2 \tau^2) = \quad (7.13)$$

$$= 2\tau^{-6} \{ E_2(\tau) \chi + 64z^{-6} [f\eta + 0,9(1 - \frac{24}{7}z^{-2} + \frac{5\sqrt{\pi}}{32}z^3 \exp(-z^2))\phi] \}, \quad (7.14)$$

$$\Pi_2(\tau) = FM_N \exp(-M_N^2 \tau^2) = \quad (7.15)$$

$$= k\tau^{-4} \{ E_1(\tau)\eta + 2\sqrt{\pi}z \exp(-z^2)\phi \}, \quad (7.16)$$

где  $\tau$  — борелевский параметр,  $F = (4\pi)^4 \lambda_N^2 (\lambda_N - \text{вычет нуклона, определяемый как } \langle 0 | j_N | N_{k,\lambda} \rangle = \lambda_N u_N(k, \lambda))$ ,  $z = \frac{\rho_c}{\tau}$ ;

$$E_n(\tau) = 1 - \exp(-s_0 \tau^2) \sum_{k=0}^n (s_0 \tau^2)^k;$$

$f = 2n_c \frac{\pi^2 \rho_c^4}{2} \alpha 1/20$  — параметр упаковки в модели инстантонной жидкости [12].

Далее стандартная процедура [14, 56] состоит в поиске плато стабильности, т.е. области по  $\tau$ , где правая и левая части ПС с определенной точностью находятся в согласии друг с другом. Тогда в этой области будут малы как поправки от операторов высшей размерности, так и вклад порога континуума  $S_0$ .

Заметим, что прямые инстантоны дают вклад в ПС (7.14), (7.16) при любом выборе тока (7.1). Кроме того, оказывается, что ПС для структуры  $\Pi_1$  очень чувствительно к выбору тока (7.1). Если  $|a| = |b|$  [56], то вклад прямых инстантонов равен нулю, однако уже при малом изменении значений коэффициентов  $a$  и  $b$  вклад инстантонов в области  $\tau \propto 1 \text{ ГэВ}^{-1}$  становится значительно больше вклада петли (рис.6,а). Таким образом, при любых  $a \neq b$  ПС для  $\Pi_1$  не удовлетворяет критерию малости пертурбативных поправок, становится неустойчивым и поэтому мы не будем его рассматривать в дальнейшем.

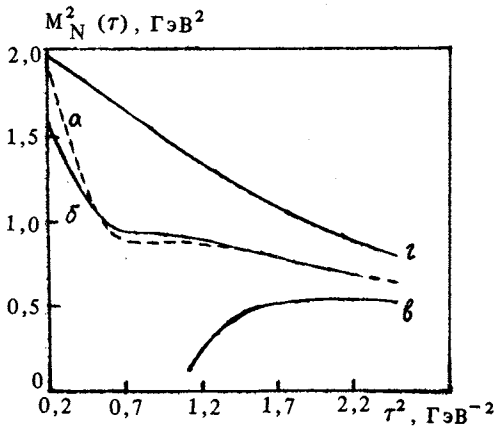


Рис. 7. Правая часть правила сумм (7.17) при различном выборе нуклонного тока: а) ток Иоффе  $a = -b = 1$ , б) ток со скалярным «дикварком»,  $b = 0$ , в) выражение без континуума,  $b = 5$ ,  $a = -7$ , г) выражение без инстантонов,  $\varphi = 0$

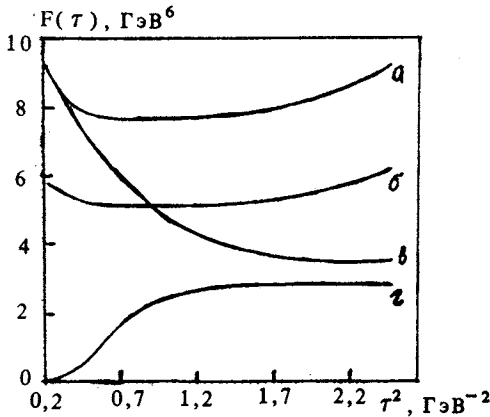


Рис. 8. Правая часть правила сумм (7.18). Обозначения, как на рис.7

С другой стороны, экспоненциальные вклады диаграммы рис.6,д в  $\Pi_2$  стабилизируют ПС и практически не зависят от выбора тока (7.1). Заметим также, что  $\alpha_s$ -поправки к  $\Pi_2$  [69] также значительны и сужают область

сходимости  $\Pi_1$ , причем  $\alpha_s$ -поправки к  $\Pi_2$  малы.

На рис.7,8 представлены графики правых частей выражений

$$M_N^2(\tau) = - \frac{\partial_{\tau^2} \Pi_2(\tau)}{\Pi_2(\tau)} ; \tag{7.17}$$

$$F(\tau) = \exp(M_N^2 t^2) \Pi_2(\tau) \tag{7.18}$$

при различном выборе тока.

Из рисунков видно, что без учета прямых инстантонов связанного состояния не возникает. Далее, практически точное значение массы нукло-

на получается как при выборе нуклонного тока в форме с векторным дикварком ( $a = -b = 1$ ), так и в форме со скалярным дикварком ( $b = 0$ ):

$$a) M_N = 0,94 \text{ ГэВ}, F = 7,5 \text{ ГэВ}^6, s_0^2 = 3,1 \text{ ГэВ}^2,$$

$$б) M_N = 0,96 \text{ ГэВ}, F = 5,5 \text{ ГэВ}^6, s_0^2 = 2,5 \text{ ГэВ}^2. \quad (7.19)$$

Для тока ( $b = 5, a = -7$ ), когда устранен вклад континуума, связанное состояние возникает только за счет инстантонного вклада. Кроме того, практически при всех  $a, b$  квадрат вычета нуклонного тока почти в два раза больше значений, полученных в [67]. Следует отметить, что данный результат почти нечувствителен к параметрам инстантонной жидкости, т.к. соответствующий коэффициент в  $\Pi_2$  (7.16) есть число. Таким образом, учет прямых инстантонов в корреляторе нуклонного тока позволяет получить стабильный результат для массы и вычета нуклона.

Заметим также, что фактически масса нуклона обратно пропорциональна размеру инстантона ( $1/\rho_c$ ). Согласие между вычисленным и экспериментально наблюдаемым значениями массы нуклона оправдывает оценку среднего размера инстантона в вакууме КХД  $\rho_c \approx 1,6 \text{ ГэВ}^{-1}$ , что соответствует независимым оценкам [12, 13]. Из наших результатов следует также, что нуклон образуется как связанное состояние в поле инстантона, когда два кварка находятся в нулевых модах в состоянии со спином ноль, а третий приобретает эффективную массу за счет ухода в конденсат (рис.б,д).

Таким образом, результаты, полученные для двухточечных ПС КХД, подтверждают заключение, полученное выше в кварковой модели, о доминирующей роли взаимодействия, индуцированного инстантонами в спектроскопии адронов. Нужно подчеркнуть, что это взаимодействие должно быть также существенным в трехточечных ПС КХД при описании магнитных моментов, аксиальных зарядов, формфакторов адронов и других величин.

## 8. ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ РАЗНОСТИ МАСС И ЭФФЕКТЫ ВАКУУМА КХД

Для того чтобы описать спектр масс основных состояний, фактически требуется определить две величины: масштаб адронных масс и масштаб спин-спинового расщепления. Тогда практически весь спектр восстано-

ливается по симметрии. В этом состоит причина успешного описания основных состояний в рамках большинства моделей адронов.

Однако имеются более тонкие эффекты, такие как, например, электромагнитные разности масс, спектр масс возбужденных и экзотических (мультикварковые и гибридные) состояний, которые в совокупности представляют собой хороший полигон для отбора наиболее адекватного подхода. Здесь, как правило, предсказания различных моделей имеют более сильные различия. В этом разделе мы перейдем к обсуждению таких эффектов в рамках предложенной нами кварковой модели.

В кварковых моделях [70, 71] разности масс между членами изотоп-спинового мультиплетта обычно обуславливаются тремя факторами: 1) электромагнитным взаимодействием кварков в адроне  $\Delta M_{em}$ , 2) зависимостью кинетической энергии кварков  $\Delta M_{kin}$  от их масс и 3) влиянием разности масс  $u$ -,  $d$ -кварков на потенциал сильного взаимодействия  $\Delta M_{strong}$ .

Таким образом, задача сводится к учету электромагнитного взаимодействия частиц в присутствии сильного взаимодействия. В рамках модели мешков можно последовательно вычислить эти вклады. Так, авторы [72] вычислили  $\Delta M_{em}$  и  $\Delta M_{kin}$  для основных состояний. В [71] была учтена зависимость одноглюонного потенциала  $\Delta M_g$  от масс кварков. Однако сравнение теоретических результатов [73] с экспериментом [74] (см. табл.3) показывает, что MIT-модель мешков, используемая в [72, 73], не описывает электромагнитные разности масс адронов.

Рассмотрим влияние взаимодействия с вакуумом КХД на изотопические разности масс. Полная разность энергий между двумя состояниями мультиплетта задается суммой:

$$\begin{aligned}\Delta M_{tot} &= \Delta M_{em} + \Delta M_{kin} + \Delta M_{strong}, \\ \Delta M_{strong} &= \Delta M_g + \Delta M_{vac} + \Delta M_{inst},\end{aligned}\tag{8.1}$$

где  $\Delta M_g$  связана со сверхтонким взаимодействием кварков в мешке, а  $\Delta M_{vac}$  и  $\Delta M_{inst}$  возникает за счет взаимодействия кварков с вакуумом.

Детальные вычисления вкладов  $\Delta M_{em}$ ,  $\Delta M_{kin}$  и  $\Delta M_g$  выполнены в [72, 73], где в расчетах использовались стандартные для модели MIT значения массы странного кварка  $m_s = 280$  МэВ и константа связи  $\alpha_s = 2,2$ . Мы воспользуемся этими формулами и выберем значения параметров в соответствии с нашей моделью  $m_s = 220$  МэВ и  $\alpha_s = 0,4$ .

Таблица 3. Электромагнитные разности масс

Частицы	$R$	$\Delta M_{\text{kin}}$	$\Delta M_{\text{EM}}$	$\Delta M_{\text{gl}}$	$\Delta M_{\text{vac}}$	$\Delta M_{\text{inst}}$	$\Delta M_{\text{tot}}$	$\Delta M_{\text{exp}}$	$\Delta M_{\text{MIT}}$	$\Delta M_{\text{NR}}$
$P-n$	4,42	-1,77	0,57	0,09	-0,18	0,00	-1,29	$-1,2933 \pm 0,00002$	-1,20	-1,3
$\Sigma^+ - \Sigma^0$	4,25	-1,77	0,37	-0,02	-0,15	-1,84	-3,41	$-3,09 \pm 0,07$	-1,80	-3,5
$\Sigma^0 - \Sigma^-$	4,25	-1,77	-1,51	-0,02	-0,15	-1,84	-5,29	$-4,88 \pm 0,06$	-3,40	-4,5
$\Xi^0 - \Xi^-$	4,44	-1,77	-1,67	-0,13	-0,18	-1,43	-5,18	$-6,4 \pm 0,6$	-4,00	-6,3
$\Delta^0 - \Delta^{++}$	6,04	3,54	-2,22	-0,16	0,89	0,00	2,05	$2,70 \pm 0,30$	1,10	3,0
$\Delta^0 - \Delta^+$	6,04	1,77	-0,38	-0,08	0,45	0,00	1,76		1,30	2,3
$\Delta^0 - \Delta^-$	6,04	-1,77	-0,96	0,08	-0,45	0,00	-3,10		-2,80	-3,9
$\Sigma^{*0} - \Sigma^{*+}$	5,68	1,77	-0,37	-0,07	0,37	0,00	1,70	$1,1 \pm 1,4$	1,40	2,0
$\Sigma^{*0} - \Sigma^{*-}$	5,68	-1,77	-1,06	0,07	-0,37	0,00	-3,13	$-3,5 \pm 1,5$	-2,90	-3,7
$\Xi^{*0} - \Xi^{*-}$	5,51	-1,77	-1,13	0,06	-0,34	0,00	-3,18	$-3,2 \pm 0,92$	-3,00	-3,8
$\pi^\pm - \pi^0$	2,00	0,00	1,94	0,00	0,00	0,00	1,94	$4,5936 \pm 0,0005$	1,60	
$K^+ - K^0$	2,00	-1,77	1,87	-0,21	-0,02	0,00	-2,91	$-4,024 \pm 0,032$	-1,60	-6,0
$\rho^\pm - \rho^0$	6,16	0,00	0,72	0,00	0,00	-2,78	0,72	$-0,3 \pm 2,2$	0,90	-0,6
$K^{*+} - K^{*0}$	5,68	-1,77	0,60	0,00	-0,37	0,00	-1,47	$-4,51 \pm 0,52$	-1,10	-2,7

Из (6.3) в первом порядке разложения по массе кварка  $m_q$  легко получается:

$$\Delta M_{\text{vac}} = 0,035 \sum_{i=u,d} N_i m_i < \bar{Q}Q > R^3, \tag{8.2}$$

$$\Delta M_{\text{inst}} = - \sum_{i=u,d} \frac{m_i}{m^*} E_{\text{inst}}.$$

Как и выше, инстантонное взаимодействие учитывается в первом порядке теории возмущений. Поэтому при вычислении используется значение равновесного радиуса  $R_0$ , которое возникает без учета инстантонного взаимодействия (см. табл.3). При вычислении других вкладов  $\Delta M_{\text{em}}$ ,  $\Delta M_{\text{kin}}$ ,  $\Delta M_{\text{g}}$  и  $\Delta M_{\text{vac}}$  используется

$$R = R_0 - \frac{3E_{\text{inst}}(R_0)}{M_0(R_0)R_0}, \tag{8.3}$$



где  $M_0$  — энергия адрона без вклада  $E_{\text{inst}}$ . Формула (8.3) аналогична полученной в [58], где изменение радиуса мешка связано с взаимодействием кварков с пионным полем.

Результаты вычислений различных вкладов в электромагнитные разности масс представлены в табл.3. При вычислениях использованы значения из табл.2 и результаты работ [72, 73]. В табл.3 содержатся также результаты нерелятивистской модели [70, 71] и модели мешков [72, 73]. Параметры вакуума использовались, как и выше (6.4), значение разности масс

$$m_d - m_u = 3,7 \text{ МэВ} \quad (8.4)$$

выбрано из наиболее точно измеренной разности  $M_p - M_n$ .

Сравнивая вычисленные значения с экспериментальными и вычисленными по модели мешков, видим, что взаимодействие через вакуум дает существенный вклад в изотопические разности масс адронов, принадлежащих к барионному октету и псевдоскалярным мезонам.

На общем фоне удовлетворительного описания данных исключениями являются разности  $\pi^\pm - \pi^0$  и  $K^{*+} - K^{*0}$ . Однако, если в первом случае отклонение от эксперимента может быть объяснено смешиванием с  $\eta$ -,  $\eta'$ -состояниями, то во втором случае это отклонение выглядит удивительным.

## 9. ВОЗБУЖДЕННЫЕ СОСТОЯНИЯ БАРИОНОВ В НЕРЕЛЯТИВИСТСКОЙ КВАРКОВОЙ МОДЕЛИ

Как уже было упомянуто во введении, при описании возбужденных состояний адронов в стандартном подходе [64], использующем потенциал одноглюонного обмена, существует проблема, связанная с большим спин-орбитальным взаимодействием, наведенным этим потенциалом. За счет этого взаимодействия центр масс двух состояний  $N^* 1^-/2$  понижается почти на 400 МэВ. С другой стороны, расщепление  $\Delta^* 1^-/2$  и  $\Delta^* 3^-/2$  может возникнуть только за счет  $LS$ -сил, т.к. из-за одинаковой спиновой симметрии спин-спиновые силы не дают вклада в разность масс, а тензорные силы запрещены для  $S = 1/2$  состояний. Таким образом, возникает проблема для кварковых моделей: спин-орбитальная часть взаимодействия должна быть сильно подавлена в некоторых каналах.

В рамках нашего подхода эта серьезная для кварковых моделей проблема находит естественное решение [75]. Существуют три вклада в спин-орбитальное взаимодействие. Пертурбативный вклад определяется

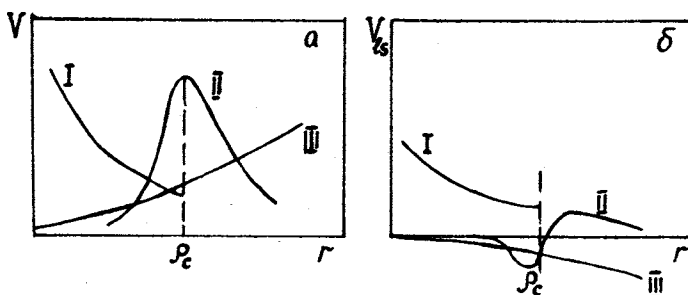


Рис.9. Потенциал взаимодействия между кварками (а), индуцированный: I — одноглюонным обменом, II — обменом инстантоном, III — длинноволновыми флуктуациями. Спин-орбитальное взаимодействие (б), индуцированное соответствующими взаимодействиями

малыми расстояниями и пропорционален  $\alpha_s$ . Вклад, связанный с инстантонным взаимодействием, противоположен по знаку первому, т.к. это взаимодействие начинает доминировать при промежуточных расстояниях (рис.9). Третий вклад возникает из потенциала конфайнмента.

Инстантонный вклад доминирует в барионном октете, а одноглюонный — в декуплете. Поэтому наша модель предсказывает смену знака спин-орбитального расщепления для возбужденных состояний нуклона и  $\Delta$ -изобары.

Важно подчеркнуть, что рассмотренный механизм невозможно имитировать, рассматривая только потенциал одноглюонного обмена. К таким же явлениям относится решение  $U_A(1)$  проблемы, а также объяснение ряда процессов слабого взаимодействия, происходящих с изменением киральности кварков [75].

Отметим, что спектр возбужденных состояний оказывается практически независимым от вида потенциала конфайнмента. Однако для простоты вычислений мы будем использовать [63] потенциальную кварковую модель типа [64, 65] с инстантонным взаимодействием (6.5). В качестве эффективного гамильтониана выберем

$$H^{\text{eff}} = \sum_i \left( m_i + \frac{p_i^2}{2m_i} \right) + \frac{k}{2} \sum_{i < j} (r_{ij}^2 + U' + H^{\text{inst}}), \quad (9.1)$$

где  $r_{ij}$  — расстояние между кварками,  $U'$  — ангармоническая часть запирающего потенциала. Мы пренебрегаем разностью масс  $u$ - и  $d$ -кварков:

$$m_u = m_d = m_1 = m_2 = m, \quad m_s = m_3 = m', \quad (9.2)$$

Если определим

$$\begin{aligned} R &= [m(r_1 + r_2) + m'r_3]/M, & M &= 2m + m', \\ \rho &= (r_1 - r_2)/\sqrt{2}, & m_\rho &= m, \\ \lambda &= (r_1 + r_2 - 2r_3)/\sqrt{6}, & m_\lambda &= \frac{3mm'}{2m + m'}, \end{aligned} \quad (9.3)$$

то получим для двух сумм в (9.1) следующие выражения:

$$H_{\text{HO}} = m_1 + m_2 + m_3 + \frac{2}{3}k(\rho^2 + \lambda^2) + \frac{P_R^2}{2M} + \frac{P_\rho^2}{2m_\rho} + \frac{P_\lambda^2}{2m_\lambda}. \quad (9.4)$$

Выделение движения ц.м. по переменной  $R$  приводит к двум несвязанным уравнениям для осциллятора по переменным  $\rho$  и  $\lambda$ . Если массы кварков равны  $m_1 = m_2 = m_3 = m_u$ , то  $H_{\text{HO}}$  переходит в

$$H_{\text{HO}}^0 = -(\Delta_\rho + \Delta_\lambda)/2m_d + \frac{2}{3}k(\rho^2 + \lambda^2) + \text{const}. \quad (9.5)$$

Классификация барионных состояний в кварковой модели с гамильтонианом  $H_{\text{HO}}^0$  хорошо известна [76, 64]. Из-за антисимметрии по цвету волновая функция должна быть полностью симметричной относительно перестановки  $SU(6)$  индексов и пространственных координат. Для основных состояний  $O(3)$  часть является полностью симметричной:

$$\Psi^{00} = \frac{\alpha^3}{\pi^{3/2}} \exp(\alpha^2(\rho^2 + \lambda^2)/2); \quad \alpha^2 = \omega m = \sqrt{k m}. \quad (9.6)$$

Обозначим  $H_{\text{HO}}$  в (9.4) для систем с одним, двумя или тремя странными кварками как  $H_{\text{HO}}^1$ ,  $H_{\text{HO}}^2$  и  $H_{\text{HO}}^3$  соответственно, так что

$$H_{\text{HO}}^s = H_{\text{HO}}^0 + H_{\text{HO}}^{\text{corr}}, \quad (9.7)$$

где  $H_{\text{HO}}^{\text{corr}}$  нарушает  $SU(3)_f$  симметрию. Следовательно, массы  $\Lambda$ ,  $\Sigma$ ,  $\Xi$  и  $\Omega$  в основном состоянии получаются как

$$E_0^s = E_0 + \langle \Psi^{00} | H_s^{\text{corr}} | \Psi^{00} \rangle, \quad (9.8)$$

и дают

$$\begin{aligned} E_1^0 &= E^0 + \delta_s, & \text{для } \Lambda, \Sigma, \\ E_2^0 &= E^0 + 2\delta_s, & \text{для } \Xi, \\ E_3^0 &= E^0 + 3\delta_s, & \text{для } \Omega, \end{aligned} \quad (9.9)$$

где  $\delta_s = \delta m + \omega(1-x)/2$ ,  $x = m_u/m_s$ ,  $\delta m = m_s = m_u$ . Следует также учесть тот факт, что, вообще говоря, потенциал конфайнмента не является гармоническим. Это приводит к следующим утверждениям [76, 64]: в первом порядке теории любой потенциал  $U'(r_{ij})$  всегда расщепляет  $N = 2$  уровень осциллятора так, что пять вырожденных мультиплетов:  $56^+$  ( $L = 0, 2$ ),  $70^+$  ( $L = 0, 2$ ),  $20^+$  ( $L = 1$ ) расщепляются как

$$\begin{aligned} E^2(56, 0^+) &= E' - \Delta, \\ E^2(70, 0^+) &= E' - \Delta/2, \\ E^2(56, 2^+) &= E' - 2\Delta/5, \\ E^2(70, 2^+) &= E' - \Delta/5, \\ E^2(0, 1^+) &= E', \end{aligned} \quad (9.10)$$

и, кроме того, имеем соотношение

$$E^2(20, 1^+) - E^1(70, 1^-) = E^1(70, 1^-) - E^0(56, 0^+). \quad (9.11)$$

В соответствии с (3.7) выберем в качестве гамильтониана сверхтонкого взаимодействия

$$H^{inst} = -\frac{\eta}{m_i m_j} \delta^3(\rho_i - \rho_j) \left( \frac{1 - \sigma_i \sigma_j}{2} \right) \left( \frac{1 - \tau_i^a \tau_j^a}{2} \right), \quad (9.12)$$

что является нерелятивистским пределом лагранжиана, индуцированного инстантонами. В (9.12)  $\sigma^a$  и  $\tau^a$  — операторы спина и аромата ( $\text{Sp } \sigma^2 = \text{Sp } \tau^2 = 2$ ).

С учетом этого взаимодействия легко объяснить структуру основных состояний барионов в рамках потенциальной модели. Гамильтониан (9.12) проецирует на антисимметричные по спину и аромату состояния. Таким образом, состояния из декуплета, которые не возмущены взаимодействием (9.12), хорошо описываются формулами (9.11). Октетные состояния за счет (9.12) отщепляются и имеют меньшую массу ( $N - \Delta$ -расщепление).

Естественным образом объясняется и  $\Lambda - \Sigma$ -расщепление, т.к. вклад  $H_{inst}$  для  $\Lambda$  больше, чем для  $\Sigma$ , и имеет отрицательный знак (см. табл. 1):

$$m(\Sigma) - m(\Lambda) = P \frac{(1-x)}{3} > 0,$$

Таблица 4. Спектр масс барионов в нерелятивистской модели с учетом инстантонов

Адроны	Странность	Состояние $SU(6)$	$E_s^0$ , МэВ	$\delta E^{inst}(p)$	$M_{теор}$
$N(939)1/2^+$	0	$2_8$	1230	-1/2	940
$\Delta(1232)3/2^+$	0	$4_{10}$	1230	0	1230
$\Lambda(1116)1/2^+$	-1	$2_8$	1380	$(2+x)/6$	1119
$\Sigma(1193)1/2^+$	-1	$2_8$	1380	$x/2$	1177
$\Sigma(1385)3/2^+$	-1	$4_{10}$	1380	0	1380
$\Xi(1318)1/2^+$	-2	$2_8$	1530	$x/2$	1327
$\Xi(1530)1/2^+$	-2	$4_{10}$	1530	0	1530
$\Omega(1672)3/2^+$	-3	$4_{10}$	1680	0	1680

Таблица 5. Матричные элементы инстантонного взаимодействия для возбужденных состояний нуклона

Состояния	Инстантонные вклады ( $P$ )	
${}^2N(56,2)5/2^+$	-1/4	$\sqrt{2}/8$
${}^2N(70,2)5/2^+$	$\sqrt{2}/8$	-1/8
${}^2N(56,2)3/2^+$	-1/4	$\sqrt{2}/8$
${}^2N(70,2)3/2^+$	$\sqrt{2}/8$	-1/8
${}^2N(56,2)1/2^+$	-5/8	$\sqrt{2}/8$
${}^2N(70,2)1/2^+$	$\sqrt{2}/8$	-5/16

где  $P = 3\eta\alpha^3/m_d^2\pi^{3/2}$  — масштаб инстантонного взаимодействия. В табл.4 представлены массы основных состояний октета барионов. В вычислениях использованы значения параметров:

$$E^0 = 1230 \text{ МэВ}, P = 580 \text{ МэВ}, \delta = 150 \text{ МэВ}, x = 0,7. \quad (9.13)$$

В потенциальной модели низколежащие  $P$ -волновые барионы принадлежат 70-плету первого возбужденного уровня системы (9.5):

$${}^2N(70, 1^-) J^P = 1^-/2, 3^-/2, \quad (9.14)$$

$${}^4N(70, 1^-) J^P = 1^-/2, 3^-/2, 5^-/2, \quad (9.15)$$

$${}^2\Delta(70, 1^-) J^P = 1^-/2, 3^-/2, \quad (9.16)$$

Таблица 6. Спектр масс возбужденных состояний нуклона и  $\Delta$ -изобары

Состояния	Теор. значения	Экспер. значения масс	Статус
$N 5/2^-$	1665	1670—1685 (1675)	****
$N 3/2^-$	1665	1650—1750 (1700)	***
	1520	1515—1530 (1520)	****
$\Delta 3/2^-$	1665	1670—1770 (1700)	****
$N 1/2^-$	1665	1640—1680 (1650)	****
	1520	1520—1555 (1535)	****
$\Delta 1/2^-$	1665	1615—1675 (1620)	****
$N 7/2^+$	1960 <sup>b</sup>	(1990)	**
$\Delta 7/2^+$	1920 <sup>b</sup>	1940—1960 (1950)	****
$N 5/2^+$	1960 <sup>b</sup>	(2000)	**
	1945 <sup>b</sup>		
	1715 <sup>b</sup>	1675—1690 (1680)	****
$\Delta 5/2^+$	1960 <sup>b</sup>	2000—2200 (2000)	****
	1920 <sup>b</sup>	1870—1920 (1805)	****
$N 3/2^+$	2000 <sup>a</sup>		
	1960 <sup>b</sup>		
	1945 <sup>b</sup>		
	1900		
	1715 <sup>b</sup>	1650—1750 (1720)	****
$\Delta 3/2^+$	1960 <sup>b</sup>		
	1920 <sup>b</sup>	1900—1970 (1920)	***
	1800	1550—1700 (1600)	***
$N 1/2^+$	2000 <sup>a</sup>		
	1960 <sup>b</sup>		
	1750	1680—1740 (1710)	***
	1410	1430—1470 (1440)	****
$\Delta 1/2^+$	1920 <sup>a</sup>	1870—1920 (1910)	****
	1900	.....	

где перечислены только нестранные представители. Для (9.15), (9.16) инстантонные вклады отсутствуют и эти состояния вырождены. Для (9.14) имеем вклад

$$\langle {}^2NJ^- | H^{inst} | {}^2NJ^- \rangle = -P/4 = -145 \text{ МэВ.} \quad (9.17)$$

Таким образом, разрешается парадокс, возникающий при использовании одноглюонного потенциала: т.е. возникает расщепление между дублетом  $N_{1/2}^+$  (1535),  $N_{3/2}^+$  (1520) и  $N$ -,  $\Delta$ -состояниями с массами около 1660 МэВ.

Поэтому мы выберем

$$E'(70, 1^-) = 1665 \text{ МэВ}. \quad (9.18)$$

Кроме того, как указывалось выше, второй возбужденный уровень модели (9.5) содержит пять  $SU(6)$ -мультиплетов, невозмущенных  $H^{\text{inst}}$ , и их массы зависят от двух параметров  $E^2(20, 1^+)$  и  $\Delta'$ . В силу этого из (9.10), (9.13) и (9.18) мы заключаем, что  $E^2(20, 1^+) \approx 2000$  МэВ. Наилучший фит получается, если выбрать  $\Delta' = 200$  МэВ.

В табл.5 приведены вклады инстантонов для состояний  $N$  положительной четности.

В табл.6 приведен спектр возбужденных состояний в системе  $N - \Delta$ . Видно, что результаты расчетов удовлетворительно описывают массы этих состояний. Более того, для второго возбужденного уровня некоторые вычисленные значения очень близки к наблюдаемым:  $N_{1/2}^+(1440)$ ,  $N_{5/2}^+(1680)$ ,  $N_{1/2}^+(1710)$ ,  $N_{3/2}^+(1710)$ , которые хорошо установлены. В табл.6 мы различаем состояния 20-плета и состояния с высоким орбитальным моментом: первые не возникают в продуктах барион-мезонного рассеяния, а массы вторых могут быть понижены релятивистскими поправками к оператору кинетической энергии [76]. Во всех вычислениях, кроме стандартных параметров потенциальной модели, дополнительно используется только константа инстантонного взаимодействия. Таким образом, полученные результаты показывают, как решается проблема спин-орбитального взаимодействия с помощью учета инстантонного механизма. Практически те же результаты и выводы, опубликованные нами в [63], одновременно были воспроизведены в работе [77].

## 10. МУЛЬТИКВАРКОВЫЕ СОСТОЯНИЯ. СТАБИЛЬНОСТЬ ДИБАРИОНА $\mathbf{H}$

В соответствии с предсказаниями кварковых моделей с конфайнментом в эксперименте должны наблюдаться экзотические объекты — глюболы, гибридные состояния кварков и глюонов, а также мультикварковые адроны. Однако оказалось, что эти цели трудно достигаются.

В кварковой модели мешков изучение мультикварковых состояний [78, 79] является одним из наиболее интересных ее приложений. В этих системах эффекты вакуума должны проявляться наиболее ярким образом. Важно подчеркнуть, что существование стабильных мультикварков является необходимым следствием наших представлений о вакууме КХД

и имеет принципиальное значение для понимания свойств материи как на микроскопическом, так и на космологическом уровнях.

Исследования в области поиска стабильных мультикварковых состояний являются предметом острой конкуренции и включены в перспективные планы таких крупных научных центров, как ОИЯИ, CERN, BNL, КЕК, ИТЭФ и др. Однако специфика условий проведения эксперимента ограничивает число результативных исследований. Так, в первых экспериментах по поиску  $H$ -дигиперона, сделанных вскоре после пионерских работ R.L.Jaffe (1977), вопрос о существовании  $H$ -дигиперона не был решен, а лишь получена верхняя граница для рождения  $H$ -дигиперона в реакции  $pp \rightarrow K^+ K^+ H$ , равная 40 нб [85].

В МТ-модели адронный спектр определяется потенциалом одноглюонного обмена:

$$\Delta E_g = -\frac{\alpha_s}{4R} \sum_{i>j}^N \mu_{ij} (\sigma\lambda^a)_i (\sigma\lambda^a)_j, \quad (10.1)$$

где  $N$  — полное число кварков,  $\mu_{ij}$  определяет интенсивность цвет-спинового взаимодействия. В пределе  $SU(3)_j$  симметрии ( $m_i = 0$ ) вклад (10.1) в энергию адронного  $n$ -кваркового состояния выражается через операторы Казимира группы симметрии:

$$\Delta E_g = \frac{\alpha_s \mu}{4R} [8N + \frac{4}{3} J(J+1) - C_6^{CS} + \frac{1}{2} C_3^C], \quad (10.2)$$

где  $J$  — полный спин,  $C_6^{CS}$  — оператор Казимира цвет-спиновой группы  $SU(6)_{CS}$ ,  $C_3^C$  — оператор Казимира  $SU(3)_C$  ( $C_3^C = 0$  для цветных синглетов).

Соответствующее выражение для инстантонного взаимодействия выражается через операторы цвет-спин-изоспиновой группы  $SU(12)_{CSF}$  (с очевидными обозначениями, см. также (3.7), (6.2)):

$$\begin{aligned} \Delta E_{inst} = & -\frac{4\pi^2 \rho_C^2}{3R^3} I_0 \{N(N-1) + 13N - \frac{9}{2}I(I+1) - \frac{3}{2}J(J+1) - \\ & - \frac{3}{8}C_3^C + \frac{9}{8}C_6^{CS} + \frac{3}{8}C_6^{CT} + \frac{3}{8}C_4^{ST} - \frac{9}{8}C_{12}\}. \end{aligned} \quad (10.3)$$

Анализ теоретических предсказаний приводит к следующему выводу: мультикварковые системы имеют весьма высокую плотность уровней энергии, сравнимую по порядку величины с ожидаемыми временами жизни самих систем.



В этой связи особый интерес представляет сильносвязанное состояние  $H$ -дигиперон [78] — шестикварковое состояние с вакуумными квантовыми числами ( $IJ^P = 00^+$ ), обогащенное странностью  $-2$ . Выделенность этого состояния обусловлена видом взаимодействий (10.2), (10.3): наилегчайшими состояниями являются те, в которых кварки находятся в наиболее симметричном (антисимметричном) по отношению к цвет-спинному (флейворному) представлении. Это так называемое правило Хунда для кварковых систем [78] является следствием фундаментального принципа Паули.

Чтобы вычислить матричные элементы операторов, входящих в  $\Delta E_g$ ,  $\Delta E_{vac}$  и  $\Delta E_{inst}^*$ , необходимо знать кластерное разложение (диссоциацию) шестикварковой волновой функции  $H$ :  $|q^6\rangle \rightarrow |q^3\rangle |q^3\rangle$ ;  $|q^6\rangle \rightarrow |q^4\rangle |q^2\rangle$ . Метод разложения [81] и соответствующие волновые функции приведены в приложении.

Используя волновую функцию  $H$  [80], для матричных элементов получим\*\*:

$$\begin{aligned} \Delta E_g^H &= \alpha_s (-5\mu_{00} - 22\mu_{0s} + 3\mu_{ss})/R, \\ \Delta E_{inst}^H &= -\frac{27}{4} n_c (I_0\eta_{ud} + 2I_s\eta_{us})/R^3, \\ \Delta E_g^{H^*} &= \frac{1}{3} \alpha_s (-\frac{11}{6}\mu_{00} - 41\mu_{0s} + \frac{67}{6}\mu_{ss})/R, \\ \Delta E_{inst}^{H^*} &= -\frac{43}{8} n_c (I_0\eta_{ud} + 2I_s\eta_{us})/R^3, \end{aligned} \quad (10.4)$$

где коэффициенты определены в (6.3),  $I_s\eta_{us} \approx 0,65I_0\eta_{ud}$ ,  $uu \rightarrow ud$ ,  $\eta_{ud} = (4\pi^2\rho_c^4/(3m_*^2))$ . Используя эти соотношения, получим оценку энергии связи:

$$\Delta E^H = 2E^\Lambda - E^H \quad (10.6)$$

для дигиперонов ( $R_\Lambda = 6,17 \text{ ГэВ}^{-1}$ ,  $M_\Lambda = 1115 \text{ МэВ}$ ):

$$\Delta E^H = +140 \text{ МэВ}, R_H = 5,2 \text{ ГэВ}^{-1}, \Delta E^{H^*} = -110 \text{ МэВ}, R_{H^*} = 5,3 \text{ ГэВ}^{-1}.$$

\*Мы рассматриваем вклад только двухчастичного оператора  $\Delta E_{inst}$ . Как показали оценки [80], вклад трехчастичного оператора пренебрежимо мал:  $\Delta E_{inst} \approx 5 \text{ МэВ}$ .

\*\*В работе [49] вычислены поправки  $O(\alpha_s)$  к массам адронов и, в частности, к массе  $H$ -дигиперона. Получена масса  $H$ , равная  $2,19 \text{ ГэВ}$ , что соответствует стабильному состоянию. Однако поправки оказались велики. Поэтому применимость теории возмущений по  $\alpha_s$  вызывает сомнения.

Можно ожидать, что погрешность вычисления энергии связи получается порядка значения масс. Тогда можно оценить массы, используя значения энергий физических порогов. Таким образом, по нашей оценке, масса  $H$  меньше  $2M_\Lambda$ , но выше порога  $N\Lambda$ , в свою очередь, векторный дигиперон  $H^*$  абсолютно нестабилен:  $M_{H^*} > 2M_\Lambda$ . В соответствии с оценкой времени жизни  $H$  в  $\Delta T = 1$  слабых распадах, установленной в работе [82], состояние с массой  $M_H = 2,09$  ГэВ является долгоживущим:  $\tau_H \approx 10^{-7}$  с.

Следует помнить, что любая модель имеет определенную точность предсказаний порядка  $10 \pm 30\%$ , поэтому важно, что в нашей модели видна тенденция к стабилизации дигиперона. Фактически — это система трех скалярных дикварков, в каждом из которых за счет инстантонного взаимодействия возникает сильное притяжение. Ясно, что это есть проявление тех же сил, которые расщепляют  $\eta - \eta'$ -состояния, т.е. стабильность  $H$  непосредственно связана с решением  $U_A(1)$  проблемы.

Мы также доказали спектроскопическое правило Хунда для кварковых систем [78—80]. В то же время в нашем подходе его происхождение совершенно иное, чем в работе [78]. Непертурбативное взаимодействие между кварками через инстантоны дает сильное притяжение в симметричном по цвету и спину представлении и полностью отсутствует для антисимметричных состояний. Инстантонное взаимодействие учитывает сильное притяжение на промежуточном масштабе  $\rho_c$  и формирует квазисвязанное состояние — дикварк [83,84]. Таким образом, правило Хунда связано с существованием дикварков.

Некоторое время назад в эксперименте на эмульсионной камере, выполненном группой Б.А.Шахбазяна в Дубне, были получены данные, которые подтверждают существование  $H$  в интервале масс, близком к предсказанному [86, 87]. Ими были обнаружены два события, которые можно интерпретировать как слабый распад  $H$ -дигиперона по схеме [86]:  $H \rightarrow p + \Sigma^-$ ,  $\Sigma^- \rightarrow n + \pi^-$ . Кинематический анализ показал, что соответствующие значения массы  $H$ -дигиперона равны:

$$M_H = 2174,6 \pm 13,0 \text{ МэВ}/c^2,$$

$$M_H = 2218,0 \pm 12,0 \text{ МэВ}/c^2.$$

Найдены также два события внутриядерной конверсии  $H + p \rightarrow p + 2\Lambda$ .

Позже в экспериментах по рождению  $H$ -дигиперона нейтронами на ядрах были зарегистрированы два события, которые имеют значения масс, близкие к значениям [86], и распадаются по схеме:  $H \rightarrow p + \pi^- + \Lambda$ ,  $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ .

Эти наблюдения являются серьезным подтверждением полученных впервые в Дубне результатов. Однако следует подождать независимых проверок в CERN, KEK, BNL, которые проводятся в настоящее время. Причем критическим было бы непосредственное наблюдение  $H$  в распадах. Сильные ограничения на массу  $H$ -дигиперона получены в экспериментах на ядерных эмульсиях по наблюдению распадов двойных гиперядер [88]. Дана оценка снизу:  $M_H < 2204$  МэВ, что ниже порогового ограничения сверху:  $M_H < M_{2\Lambda} = 2230$  МэВ.

В заключение этой части следует также отметить, что  $H$  представляет большой теоретический интерес и служит объектом для апробации моделей. Масса  $H$  оценивалась в различных вариантах модели мешков [78,79,89,90], решеточном подходе [91,92], КХД ПС [93], модели Скирма [94, 95]. Результаты дают противоречивые оценки. Здесь следует сказать, что, скорее всего, некоторые из подходов (ранние решеточные вычисления, ПС КХД) не обладают достаточной степенью точности. Другие подходы существенно отличаются выбором модельных предположений относительно структуры сильных взаимодействий. Как правило, инстантонное взаимодействие, которое, с нашей точки зрения, доминирует в  $H$ , не учитывается, что приводит к завышенному значению массы  $H$ . Следует обратить внимание на решеточные вычисления [92], где получено сильносвязанное состояние  $H$ . В этих расчетах использовалась решетка с небольшим шагом, что, по-видимому, оказалось достаточным для учета влияния топологически нетривиальных вакуумных флуктуаций.

В низкоэнергетической КХД (модель Скирма) существует представление состояния с квантовыми числами  $H$ -дигиперона, которое существенно отличается от типа состояний в кварковых моделях и связывается с нетривиальными топологическими свойствами вакуума КХД. Особенностью такого представления является новый тип устойчивости состояний по отношению к распадам, а именно ожидается подавление распада  $H \rightarrow \Lambda\Lambda$  (даже если  $M_H > 2M_\Lambda$ ) благодаря тому, что полевая конфигурация  $H$ -дигиперона топологически сильно отличается от произведения двух конфигураций, соответствующих полю  $\Lambda$ -гиперона. В эксперименте [96] было зафиксировано одно событие, претерпевающее слабый распад  $H \rightarrow p + \Sigma^-, \Sigma^- \rightarrow n + \pi^-,$  с массой

$$M_H = 2408,9 \pm 11,2 \text{ МэВ}/c^2,$$

которое подтверждает указанную теоретическую возможность.

В работе [97] было сообщено о наблюдении события, интерпретируемого как внутриядерная конверсия стабильного дибариона  $A$  ( $I = 1/2$ ,  $Y = -1$ ,  $B = 2$ ,  $S = -3$ ) в  $3\Lambda$  с массой

$$M_A = 2450+2500 \text{ МэВ}/c^2.$$

Возможное существование частицы с указанными квантовыми числами в теории связано с довольно тонкими эффектами межкваркового взаимодействия, когда доминируют силы, связанные с делокализацией кварков в мультикварковом объекте [98].

Все это свидетельствует о том, что, несмотря на низкую статистику данных, сохраняется неослабевающий интерес к экзотическим состояниям, которые предсказываются большинством кварковых моделей.

## 11. СТАТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА АДРОНОВ

Известно, что кварки в протоне имеют сложную структуру, которая сильно зависит от глубины проникновения в кварк. Так, кварки, которые рассматриваются в партонной модели КХД, представляют собой кварковые компоненты протонной волновой функции в системе с бесконечным импульсом и являются затравочными (голыми) кварками, по крайней мере, при тех  $Q^2$  в эксперименте по рассеянию, с помощью которых они описываются. При увеличении  $Q^2$ , например, в процессе глубоконеупругого рассеяния, проявляется структура кварков как эволюция, описываемая через уравнение Грибова — Липатова — Альтарелли — Паризи [99], однако эта структура понимается на основе только теории возмущений. Кварки, которые используются в качестве основных объектов в кварковых моделях, являются конституентными и имеют нетривиальное и непертурбативное представление в терминах голых кварков и глюонов.

Одно из наиболее важных применений модели конституентных кварков — вычисление статических матричных элементов токов, заданных через операторы затравочных кварков, с использованием феноменологических токов, составленных из конституентных кварков. Рассмотрим в рамках нашей модели различные статические характеристики адронов: заряды, среднеквадратичные радиусы (СКР) и магнитные моменты. Учет лишь одночастичные поправки к этим величинам. Насколько это приближение нарушается инстантонным взаимодействием, обсудим отдельно в следующем разделе.

Нас интересуют матричные элементы от операторов, имеющих различную лоренц-структуру: векторные плотности

$$g_V = \int dx \bar{\psi}(x) \gamma_0 Q \psi(x), \quad (11.1)$$

$$\langle r^2 \rangle_{em} = \int dx x^2 \bar{\psi}(x) \gamma_0 Q \psi(x), \quad (11.2)$$

аксиально-векторные плотности

$$g_A = \int dx \bar{\psi}(x) \gamma_3 \gamma_5 \left( \frac{1}{\tau_3} \right) Q\psi(x), \quad (11.3)$$

$$\langle r^2 \rangle_{ax} = \int dx x^2 \bar{\psi}(x) \gamma_3 \gamma_5 \left( \frac{1}{\tau_3} \right) Q\psi(x), \quad (11.4)$$

скалярные плотности ( $\sigma$ -член):

$$\sigma = m_u \int dx (\bar{u})(x)u(x) + \bar{d}(x)d(x), \quad (11.5)$$

$$y = [2 \int dx \bar{s}(x)s(x) | \int dx (\bar{u})(x)u(x) + \bar{d}(x)d(x) ], \quad (11.6)$$

магнитные моменты:

$$\mu = \frac{1}{2} \int dx \bar{\psi}(x) [\mathbf{r} \times \boldsymbol{\gamma}] \psi(x). \quad (11.7)$$

Процедура вычисления формфакторов и зарядов в модели мешков состоит в следующем. Пусть в общем виде кварковый ток задан как  $J_\Gamma(x) = \bar{q}(x)\Gamma q(x)$ , где  $\Gamma$  — соответствующая комбинация спин-аромат-цветовых матриц, и рассмотрим однонуклонный матричный элемент

$$\langle N(p) | J_\Gamma | N(p') \rangle = N_N \bar{u}(p) G_\Gamma(k^2) u(p'),$$

где  $N(p_i)$  — состояние нуклона с 4-импульсом  $p_i$ ,  $N_N = \left( \frac{M_N}{P_0} \frac{M_N}{P_0} \right)^{1/2}$  — ковариантная нормировка нуклонного состояния,  $k = p - p'$ . Для волновых функций статического приближения удобно работать в системе Брейта:

$$p' = -\frac{1}{2} k, \quad p = \frac{1}{2} k, \quad p'_0 = p_0 = [M_N^2 + \frac{1}{4} k^2]^{1/2}, \quad (11.8)$$

в которой выполнено соотношение

$$N_N \bar{u}(p) G_\Gamma(k^2) u(p') = \langle N_{\text{bag}} | \sum_{\text{quarks}} M_\Gamma(k) | N_{\text{bag}} \rangle \quad (11.9)$$

с матрицей  $M_\Gamma$  в спин-аромат-цветовом пространстве, заданной выражением

$$M_\Gamma(k) = \int_{\text{bag}} d^3x \exp(ikx) \bar{q}(x)\Gamma q(x). \quad (11.10)$$

Разлагая в ряд Тейлора  $\text{exp}(ikx)$  и приравнивая коэффициенты при нулевой, первой и второй степенях импульса передачи  $k$  в левой и правой частях (11.9), получим выражения для зарядов через интегралы от кварковых волновых функций. Векторная константа  $g_V$  определяет нормировку волновой функции, и поэтому, конечно, всегда равна единице. Этот факт, равно как и близкие к эксперименту значения магнитных моментов барионов (см. ниже), означает, что кварковая модель хорошо работает в векторном канале. Это является следствием того, что ароматовый заряд голого и конституентного кварков совпадают между собой в силу сохранения заряда. Поэтому при измерении с некоторой степенью разрешения ароматовые токи в протоне выглядят, как если бы они были присоединены непосредственно к конституентному кварку. Морские кварк-антикварковые пары, составляющие «шубу» кварка, не дают вклада в ароматовые токи на масштабе порядка 1 фм.

Как и в модели мешков MIT, формула для СКР в случае безмассовых кварков имеет вид

$$\langle r^2 \rangle_{em} = R^2 \frac{2\omega^2(\omega - 1) + 4\omega - 3}{6\omega^2(\omega - 1)} \sum_i e_i. \quad (11.11)$$

Результаты приведены в табл. 7. Как видно, модель находится в хорошем согласии с экспериментом, в то время как стандартная модель MIT дает худшее согласие.

Используя спин-унитарную симметрию октета барионов для магнитных моментов (11.7), получаем

$$\begin{aligned} \mu_p &= \mu_0, \quad \mu_n = -\frac{2}{3}\mu_0, \quad \mu_\Lambda = \frac{1}{3}\mu_s, \quad \mu_{\Sigma^+} = \frac{8}{9}\mu_0 + \frac{1}{9}\mu_s, \\ \mu_{\Sigma^-} &= -\frac{4}{9}\mu_0 + \frac{1}{9}\mu_s, \quad \mu_{\Xi^0} = -\frac{2}{9}\mu_0 - \frac{4}{9}\mu_s, \quad \mu_{\Xi^-} = \frac{1}{9}\mu_0 - \frac{4}{9}\mu_s, \\ \mu_{\Lambda\Sigma^0} &= -\frac{1}{\sqrt{3}}\mu_0, \end{aligned} \quad (11.12)$$

где магнитный момент кварка определенного аромата равен, как и в модели мешков, выражению

Таблица 7.  
Электромагнитные радиусы адронов (в единицах фм<sup>2</sup>)

Адроны	$\mu_{th}$	$\mu_{MIT}$	$\mu_{exp}$
$p$	0,69	0,53	0,68
$N$	0	0	-0,116
$\pi$	0,61	0,24	0,44

Таблица 8. Магнитные моменты барионов (в магнетонах Бора  $\mu_N$ ).  
(Подчеркнутые значения использованы при фитировании параметров модели)

Адроны	$\mu_{th}$	$\mu_{MIT}$	$\mu_{NR}$	$\mu_{exp}$
$P$	2,20	1,90	<u>2,79</u>	2,7928
$N$	-1,47	-1,27	-1,86	-1,9130
$\Lambda$	-0,60	-0,49	<u>-0,61</u>	$-0,613 \pm 0,004$
$\Sigma^+$	2,08	1,84	2,68	$2,42 \pm 0,05$
$\Sigma^-$	-0,74	-0,68	-1,04	$-1,04 \pm 0,025$
$\Xi^0$	-1,21	-1,06	-1,44	$-1,250 \pm 0,014$
$\Xi^-$	-0,54	-0,44	-0,51	$-0,6507 \pm 0,00025$
$\Lambda\Sigma^0$	-1,23	-1,10	-1,61	$-1,60 \pm 0,07$

$$\mu_i = \frac{R(4y_i + 2a_i - 3)}{6[2y_i(y_i - 1) + a_i]}, \quad y_i = \omega_i R, \quad a_i = m_i R. \quad (11.13)$$

Результаты вычислений с  $m_u = m_d = 0$ ,  $m_s = 220$  МэВ и значениями  $R$  из табл.2, даны в табл.8 наряду с результатами модели мешков и нерелятивистской модели [64]. Следует отметить, что в нерелятивистских вычислениях лучшее согласие с экспериментом достигается при использовании двух добавочных параметров: магнитных моментов нестранных и странных кварков, в то время как наша и MIT-модель не имеют дополнительных параметров. В то же время предложенная нами модель лучше описывает магнитные моменты барионов, чем MIT-модель.

По нашему мнению, видимый СКР  $\pi$ -мезона связан с большим смешиванием его волновой функции с радиальными возбуждениями и кварковым морем, возникающим за счет инстантонов. С другой стороны, ди $\bar{q}$ кварковый механизм может объяснить отклонение от предсказаний  $SU(6)$  симметричной кварковой модели и получить, в частности, ненулевую СКР нейтрона [102].

Перейдем к рассмотрению констант лептонных распадов барионов:  $B \rightarrow B' e^- \nu$ . Отношение констант распада равно

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{\langle B' \uparrow | \int dx \bar{\psi}(x) \lambda^+ \gamma_3 \gamma_5 Q \psi(x) | B \uparrow \rangle}{\langle B' \uparrow | \int dx \bar{\psi}(x) \lambda^+ Q \psi(x) | B \uparrow \rangle}, \quad (11.14)$$

Таблица 9. Аксиально-векторные константы распадов членов барионного октета

Распад	$(g_A/g_V)_{\text{теор}}$	$(g_A/g_V)_{\text{MIT}}$	$(g_A/g_V)_{\text{NR}}$	$(g_A/g_V)_{\text{эксп}}$
$n \rightarrow pe^- \nu$	1,088	1,088	5/3	$1,254 \pm 0,006$
$\Lambda \rightarrow pe^- \nu$	0,713	0,709	1	$0,694 \pm 0,025$
$\Sigma^- \rightarrow ne^- \nu$	-0,238	-0,236	1/3	$-0,362 \pm 0,043$
$\Xi^- \rightarrow \Lambda e^- \nu$	0,238	0,236	1/3	$0,25 \pm 0,043$
$\Xi^- \rightarrow \Sigma^0 e^- \nu$	1,188	1,181	5/3	
$\Xi^0 \rightarrow \Sigma^+ e^- \nu$	1,188	1,181	5/3	

где  $\lambda^+ = \lambda_1 + i\lambda_2$  ( $\lambda^+ = \lambda_4 + i\lambda_5$ ) для распадов без (с) изменения странности,  $\lambda_i$  — генераторы в пространстве ароматов. Правая часть (11.14) легко вычисляется в симметричном базисе нерелятивистских волновых функций [101]. Однако, как впервые было показано П.Н.Боголюбовым [22], важную роль при вычислении аксиально-векторных констант играют релятивистские эффекты, достигающие 30% для ультрарелятивистских кварков. В общем случае ( $m \neq 0$ ) имеем

$$\frac{g_A}{g_V} = \frac{5}{3} \langle \sigma_Z \rangle ,$$

$$\langle \sigma_Z \rangle_{ij} = \int dx q_i^+(x) \sigma_Z q_j(x) =$$

$$= \frac{\omega_i \omega_j [2(y_i - y_j) + a_i - a_j]}{(\omega_i^2 - \omega_j^2) [2y_i(y_i - 1) + a_i]^{1/2} [2y_j(y_j - 1) + a_j]^{1/2}} .$$
(11.15)

Результаты вычислений констант переходов с и без изменения странности представлены в табл.9.

Как видно, модель дает практически те же значения, что и MIT-модель. Это связано с тем, что  $g_A/g_V$  зависит от безразмерного параметра  $m_S R$ , который практически совпадает для обеих моделей. Более того, все заряды в моделях со сферической симметрией выражаются лишь через несколько констант — интегралов от компонент дираковского спинора. В результате большинство зарядов связаны общими, модельно не зависящими соотношениями [104]. Также нужно отметить, что результаты этих релятивистских моделей гораздо лучше совпадают с экспериментом, чем результаты нерелятивистской модели.



В отличие от ситуации для векторных токов, аксиальный заряд голого и конституентного кварков не совпадают. Это связано с тем, что аксиальный заряд соответствует спиральности, переносимой кварком, и, благодаря спонтанному нарушению киральной симметрии, спиральность кварка может измениться при взаимодействии кварка с кварковым конденсатом  $\langle \bar{Q}Q \rangle$ , несмотря на то, что аксиальный ток сохраняется в киральном пределе. В целом, как видно из результатов, модель хорошо работает в аксиально-векторном канале, а соотношение между партоным (затравочных кварков) способом описания статических свойств нуклона и описанием в терминах конституентных кварков практически совпадает.

Рассмотрим более подробно вопрос о связи двух способов описания для синглетного аксиально-векторного тока и сравним ситуацию, возникающую в этом случае, с ситуацией для изотриплетного тока, которая является хорошо изученной. Нуклонный матричный элемент от пространственной компоненты аксиально-векторного тока  $J_\mu^5$  описывается двумя формфакторами  $G_1$  и  $G_2$ :

$$\begin{aligned} & \langle N(p_2) | J^{(0,j)5} | N(p_1) \rangle = \\ & = N_N \bar{u}(p) [G_A(k^2) \gamma_5 + H_A(k^2) k \gamma_5] (I, \frac{\tau_j}{2}) u(p'), \end{aligned} \quad (11.16)$$

что является следствием лоренц-инвариантности. В нерелятивистском пределе  $k^\mu \rightarrow 0$  это соотношение в системе покоя нуклона переходит в

$$\begin{aligned} & \lim_{k^\mu \rightarrow 0} \langle N(p) | J^{(0,j)5} | N(p') \rangle \equiv \\ & \equiv J^{(0,j)5}(0) = u_0^+ [G_A(0) \sigma + \frac{D_A(0)}{2M_N} (\sigma k) k] (I, \frac{\tau_j}{2}) u_0. \end{aligned} \quad (11.17)$$

В изотриплетном канале в киральном пределе формфактор  $H_A(k^2)$  имеет полюс  $H_A(k^2) = (D_A(k^2))/k^2$  при  $k^2 = 0$  с вычетом  $D_A(0) = -2f_\pi g_{\pi N}$ , так как пионы в этом пределе являются безмассовыми голдстоуновскими бозонами. Требование сохранения изотриплетного тока:  $\lim_{k^\mu \rightarrow 0} kJ^{(3)5}(k) = 0$

приводит к известному соотношению Голдбергера — Треймана между аксиальной константой  $G_A^{(3)}$  и вычетом  $D_A$ :

$$G_A^{(3)} = -\frac{D_A(0)}{2M_N} \equiv \frac{g_{\pi N} f_\pi}{M_N}. \quad (11.18)$$

С другой стороны, в изосинглетном канале даже в киральном пределе формфактор  $H_A(k^2)$  не имеет полюса, так как, благодаря аксиальной аномалии,  $\eta'$  приобретает массу, которая в модели инстантонной жидкости, согласно (3.28), равна  $m_{\eta'}^2 = 4N_F 2n_c (k_s^{\xi} \eta')^2$ , а соответствующий ток не сохраняется. Поэтому аксиальная константа  $G_A^{(0)}$  связана с матричным элементом вперед от дивергенции тока

$$\lim_{k^\mu \rightarrow 0} \langle N(p) | \nabla J^{(0)5} | N(p') \rangle = iG_A^{(0)} u_0^+ \sigma k u_0. \quad (11.19)$$

В изотриплетном канале, суммируя кварковый и пионный вклады в киральной модели мешков, получим

$$J^{a5}(0)_{\text{chiral bag}} = \frac{5}{6} \frac{\omega}{6\omega - 1} u_0^+ (\sigma - (\hat{\sigma}\hat{k})\hat{k}) \frac{\tau^a}{2} u_0. \quad (11.26)$$

Из этого выражения сразу следует, что изотриплетный аксиальный ток сохраняется, как следствие этого выполняется соотношение Голдбергера — Треймана (11.18), причем для (11.26), (11.18) нуклонный изотриплетный аксиально-векторный заряд равен

$$G_A^{(3)} = \frac{5}{6} \frac{\omega}{\omega - 1}. \quad (11.27)$$

Эти выводы являются достижением киральной модели мешков [37].

В случае изосинглетного аксиально-векторного тока соответствующий ток в киральной модели мешков имеет вид

$$J^5(0)_{\text{bag}} = \lim_{k^\mu \rightarrow 0} \int d^3r e^{ikr} J^5(r) = \quad (11.28)$$

$$= \lim_{k^\mu \rightarrow 0} -i \frac{\partial}{\partial k} \int d^3r e^{ikr} \nabla J(r) = J^5(0)_{\text{quark}} + J^5(0)_{\eta'}. \quad (11.29)$$

Как было показано выше, аномальный вклад кварков в матричный элемент в модели инстантонной жидкости имеет вид

$$\begin{aligned} \nabla J^5(0)_{\text{quark}} &= -4in_c k'^2 \sum_{i>j} \int d^3r e^{ikr} \{ \bar{q}_{iR} q_{iL} \bar{q}_{jR} q_{jL} \Gamma^{ij} - (R \leftrightarrow L) \} \Theta_V = \\ &= (4N_F 2n_c k'^2) \int d^3r e^{ikr} (\pi_q \alpha_q - \eta_q \sigma_q) \Theta_V = -N_F \int d^3r e^{ikr} Q_q(x) \Theta_V \quad (11.30) \end{aligned}$$

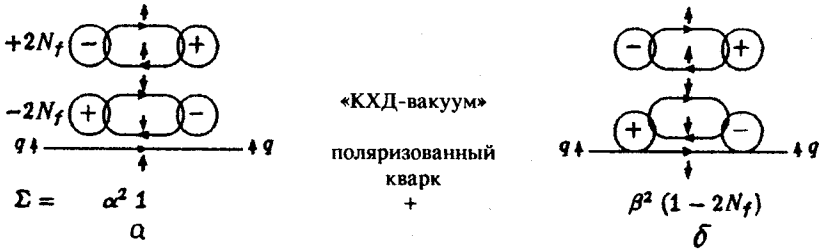


Рис. 10. Вклады в «экранировку спина кварка»: а) поляризованный кварк в топологически нейтральном инстантонном вакууме; б) anomальное изменение спиральности кварка, взаимодействующего с вакуумом

и вычисляется с помощью диаграмм, изображенных на рис.10,11. Поле  $\eta'$  в эффективной мезонной теории записывается в форме

$$\begin{aligned}
 \langle N | \eta' | N \rangle &= -\frac{g_{\eta'N}}{8\pi M_n} u_0^+ \sigma \nabla \left( \frac{e^{-m_{\eta'} r}}{r} \right) u_0 = \\
 &= \frac{g_{\eta'N}}{8\pi M_n} u_0^+ \frac{\hat{\sigma} r}{r^2} e^{-m_{\eta'} r} (1 + m_{\eta'} r) u_0 = \langle N | \frac{(\mathbf{P}_\eta \sigma)}{r^2} | N \rangle, \quad r \geq R_{\text{bag}},
 \end{aligned}
 \tag{11.31}$$

и, кроме того,

$$\nabla J^5(r)_{\eta'} = -f_{\eta'}(r) \Theta_{\bar{\nu}}(r).
 \tag{11.32}$$

Для вычисления вклада дивергенции мезонного поля вычислим сначала константу  $g_{\eta'N}$ , для чего воспользуемся граничным условием (3.30). Тогда имеем

$$\begin{aligned}
 \hat{n} J_{\text{quark}}^5 | S &= \frac{1}{8\pi} \frac{\omega}{\omega - 1} u_0^+ \hat{\sigma} r u_0 = \frac{g_{\eta'N}}{8\pi M_N} f_{\eta'} f(y_{\eta'}) u_0^+ \frac{\sigma}{R^3} u_0 = \hat{n} J_{\eta'}^5 | S, \\
 f(y_{\eta'}) &= (2(1 + y_{\eta'}) + y_{\eta'}^2) e^{-y_{\eta'}}, \quad y_{\eta'} = m_{\eta'} R.
 \end{aligned}
 \tag{11.33}$$

В результате в киральной модели мешков имеем выражение для константы связи  $\eta'$  с нуклоном [100]

$$g_{\eta'N} = \frac{M_N}{f_{\eta'} f(y_{\eta'})} \frac{\omega}{\omega - 1}.
 \tag{11.34}$$

Далее, используя л.г.у. (11.33), получим

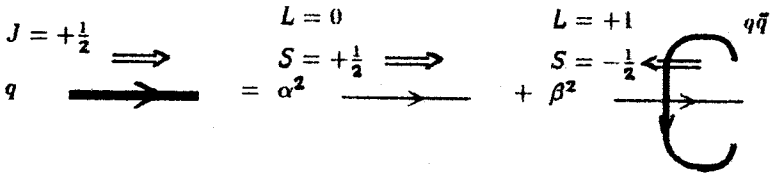


Рис. 11. Спиновая структура валентного кварка

$$J^5(0) = \frac{3(1 + y_\eta) + y_\eta^2}{2(1 + y_\eta) + y_\eta^2} \frac{1}{3} \frac{\omega}{\omega - 1} - N_F \int_V dt r Q(x). \quad (11.35)$$

Полный вклад в матричный элемент изосинглетного аксиально-векторного тока равен

$$G_A^{(0)} = 0,08, \quad (11.36)$$

что следует сравнить с результатом EMC-эксперимента

$$G_A^{(0)} = 0,12 \pm 0,2. \quad (11.37)$$

Таким образом, предложенная модель в одночастичном приближении описывает статические свойства с точностью  $\leq 20\%$ .

## 12. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Итак, предложена кварковая модель, где основную роль играет взаимодействие кварков с вакуумом КХД. При этом удастся описать адронный спектр масс со значительно меньшей кварк-глюонной константой связи  $\alpha_s = 0,4$  по сравнению с  $\alpha_s = 2,2$  в модели MIT. Отметим, что большее значение константы связи приводило не только к проблемам, связанным с применением теории возмущений КХД в мешке, но также к невозможности описать спектр возбужденных состояний адронов. В обзоре мы показали, что спин-спиновое расщепление масс между адронными мультиплетами определяется взаимодействием посредством обмена инстантонами. Так, псевдоскалярный октет теряет треть своей массы за счет этого

взаимодействия. В барионах это взаимодействие дает сильное притяжение в каналах, где есть скалярный дикварк, и определяет, в частности,  $N - \Delta$ -расщепление.

Взаимодействие через инстантоны имеет непосредственное отношение к решению  $U_A(1)$  проблемы, производя в синглетном по аромату канале отталкивание. Этот исключительный факт должен играть ключевую роль в формировании мультикварковых состояний. В частности, имеется сильная тенденция к существованию стабильной диламбды  $H$ , на что имеются некоторые экспериментальные указания.

Аналогичная картина наблюдается в правилах сумм КХД, где учет прямых инстантонов крайне важен в псевдоскалярных и скалярных каналах.

В обзоре впервые предложена самосогласованная формулировка модели мешков, основанная на микроскопической модели вакуума КХД. Она является хорошей базой для исследования широкого круга статических и динамических характеристик адронов. С другой стороны, разработка более совершенной модели вакуума могла бы послужить для построения более реалистической модели адронов.

Авторы благодарят А.М.Балдина, П.Н.Боголюбова, С.Б.Герасимова, А.Б.Говоркова, М.К.Волкова, М.А.Иванова, Г.В.Ефимова, А.В.Ефремова, В.Т.Кима, А.В.Радюшкина и многих других за внимательное отношение в процессе выполнения этой работы.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. 't Hooft G. — Nucl. Phys., 1971, vol. B33, p.173; *ibid* 1971, vol. B35, p.167.
2. Gross D., Wilczek F. — Phys. Rev. Lett., 1973, vol.26, p.1343; Politzer H.D. — Phys. Rev. Lett., 1973, vol. 26, p.1346; Хриплович И.Б. — ЯФ, 1969, т.10, с.409.
3. Marciano W., Pagels H. — Phys. Reports, 1978, vol.36C, p.138.
4. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. — ТМФ, 1980, т.44, с.17, 157, 327; — Riv. Nuovo Cimento, 1980, vol.3, p.1.
5. Wilson K.G. — Phys. Rev., 1974, vol.D10, p.2445.
6. Боголюбов Н.Н. — Избранные труды по статистической физике. М.: Наука, 1979; Nambu Y., Yona-Lasinio G. — Phys. Rev., 1961, vol.122, p.345.
7. Мигдал А.Б. — Фермионы и бозоны в сильных полях. М.: Наука, 1979; Greiner W., Muller B., Rafelski J. — Quantum Electrodynamics of Strong Fields. Springer Verlag, Berlin Heidelberg, 1985.
8. Yang C.N., Mills R. — Phys. Rev., 1954, vol.96, p.191.
9. Polyakov A.M. — Phys. Lett., 1975, vol.59B, p.82; Belavin A.A., Polyakov A.M., Swartz A.S., Tyupkin Yu.S. — Phys. Lett., 1975, vol. 59B, p.85.
10. 't Hooft G. — Phys. Rev., 1976, vol. D14, p.3432; Phys. Reports, 1986, vol. 142, p.357.
11. Callan C.G., Dashen R., Gross D.J. — Phys. Rev., 1978, vol.D17, p.2717; Phys. Rev., 1979, vol.D17, p.1826.

12. Shuryak E.V. — *Phys. Rep. C*, 1984, vol.115, p.151.
13. Dyakonov D.I., Petrov V.Yu. — *Nucl. Phys.*, 1986, vol.B272, p.457.
14. Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I. — *Nucl. Phys.*, 1979, vol.B147, p.385.
15. Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I. — *Fortschr. Phys.*, 1984, vol.32, p.585;  
Reinders L.J., Rubinstein H., Yazaki S. — *Phys. Rep. C*, 1985, vol.127, p.1.
16. 't Hooft G. — *Phys. Rev. Lett.*, 1976, vol.37, p.8.
17. Caldi D.G. — *Phys. Rev. Lett.*, 1977, vol.39, p.121;  
Carlitz R.D., Creamer D.B. — *Annals of Phys. (N.Y.)*, 1979, vol.118, p.429.
18. Skyrme T.H.R. — *Proc. R. Soc. London*, 1961, vol.A260, p.127;  
Witten E. — *Nucl. Phys.*, 1979, vol.B160, p.57.
19. Volkov M.K. — *Annals of Phys. (N.Y.)*, 1984, vol.157, p.282; ЭЧАЯ, 1986, т.17, с.433;  
Ebert D., Reinhardt H. — *Nucl. Phys.*, 1986, vol.B271, p.188.
20. Praszalowicz M. — *Acta Phys. Polonica*, 1991, vol.B22, p.525.
21. De Rujula A., Georgy H., Glashaw S.L. — *Phys. Rev.*, 1975, vol.D12, p.147.
22. Bogoliubov P.N. — *Ann. Inst. H.Poincare*, 1967, vol.8, p.163.
23. Chodos A., Jaffe R.L., Thorn C.B., Weisskopf V. — *Phys. Rev.*, 1974, vol. D9,  
p.3471.
24. Horn D., Yankielowicz S. — *Phys. Lett.*, 1978, vol.B76, p.343.
25. Kochelev N.I. — *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1985, vol.41, p.291;
26. Hanson T.H. — *Nucl. Phys.*, 1985, vol.B249, p.742.
27. Dorokhov A.E., Kochelev N.I. — *JINR Preprint E2-86-324, E2-86-355, Dubna*, 1986;  
ЯФ, 1990, т.52, с.214.
28. Симонов Ю.А. — Препринт ИТЭФ, №68, М., 1988.  
Schielst M., Dosch H.C. — *Phys. Lett.*, 1988, vol.B209, p.85.
29. Thomas A.W. — *Advances in Nuclear Physics*, 1983, vol.13, p.1.
30. Alvarez-Estrada R.F. et al. — *Lecture Notes in Physics*, 1986, vol.259, p.1.
31. Боголюбов П.Н., Дорохов А.Е. — ЭЧАЯ, 1987, т.18, с.917.
32. Creutz M. — *Phys. Rev.*, 1974, vol.D10, p.1749;  
Lee T.D. — *Phys. Rev.*, 1979, vol.D19, p.1802.
33. Chodos A., Jaffe R.L., Johnson K., Thorn C.B. — *Phys. Rev.*, 1974, vol.D10, p.2599.
34. de Grand T., Jaffe R.L., Johnson K., Kiskis J. — *Phys. Rev.*, 1975, vol.D12, p.2060.
35. Shifman M.A., Vainstein A.I., Zakharov V.I. — *Nucl. Phys.*, 1980, vol.B163, p.45.
36. Chodos A., Thorn C. — *Phys. Rev.*, 1975, vol.D12, p.2733;  
Inoue T., Maskawa T. — *Progr. Theor. Phys.*, 1975, vol.54, p.1833.
37. Jaffe R.L. — *Lectures at the 1979 Erice School. MIT Preprint*, 1979.
38. Adler S.L. — *Phys. Rev.*, 1969, vol.117, p.2426;  
Bell J.S., Jackiw R. — *Nuovo Cim.*, 1967, vol.A51, p.47.
39. Casimir H.B.G. — *Proc. Eon Nedere Akad. Wef.* 1948, vol.51, p.793.
40. Donoghue J., Johnson K. — *Phys. Rev.*, 1980, vol.D21, p.1975.
41. Дорохов А.Е. — ТМФ, 1984, т.61, с.64; 1987, т.70, с.52.
42. Dorokhov A.E., Chizhov A.V. — *Phys. Lett.*, 1985, vol.B157, p.85.
43. Вешников К.А. — ТМФ, 1983, т.55, с.361; 1988, т.74, с.373.
44. Боголюбов Н.Н. — УМЖ, 1950, т.2, с.3; Избр. труды. Киев: Наукова думка, 1970, т.2,  
с.499.
45. Солодовникова Е.П., Тавхелидзе А.Н., Хрусталеv О.А. — ТМФ, 1972, т.11, с.317.
46. Jaffe R.L. — *Phys. Rev.*, 1975, vol.D11, p.1953.
47. Fetter A.L., Walecka J.D. — *International Series in Pure and Applied Physics*. 1971.
48. Goldstone J. — *Proc. Roy. Soc. (London)*, 1957, vol.A239, p.267.
49. Golowich E., Sotirelis Th. — *Preprint UMHEP-357*, 1991.
50. Fock V.A. — *Sov. Phys.*, 1937, vol.12, p.404;  
Schwinger J. — *Particles, Sources and Fields II. (Addison — Wesley, 1973)*;  
Smilga A. — *Sov. J. Nucl. Phys.*, 1982, vol.35, p.271.

51. Shuryak E.V., Vainstein A.I. — Nucl. Phys., 1982, vol.B199, p.451;  
Novikov V.A., Shifman M.A., Vainstein A., Zakharov V.I. — Fortschr. Phys., 1984, vol.32, p.585.
52. Радюшкин А.В., Михайлов С.В. — ЯФ, 1989, т.49, с.794;  
Phys. Rev. D, 1992, vol.45, p.1754.
53. Milton K.A., De Raad L.L., Schwinger J. — Annals of Phys. (N.Y.), 1978, vol.115, p.388.
54. Dorokhov A.E., Kochelev N.I. — Mod. Phys. Lett., 1990, vol.A5, p.55;  
Phys. Lett., 1990, vol.B245, p.609.
55. Forte S. — Phys. Lett., 1989, vol.B224, p.189;  
Nucl. Phys., 1990, vol.B331, p.1.
56. Joffe B.L. — Nucl. Phys., 1981, vol.B188, p.175; Erratum, 1981, vol.B191, p.591.
57. Myhrer F. et al. — Nucl. Phys., 1981, vol.A362, p.317.
58. De Tar C. — Phys. Rev., 1981, vol.D24, p.752.
59. Myhrer F., Wroldsen J. — Z. Phys., 1984, vol.C25, p.281.
60. De Grand T.A., Jaffe R.L. — Annals of Phys. (N.Y.) 1976, vol.100, p.425.
61. Shuryak E. — Nucl. Phys., 1983, vol.B214, p.237.
62. Geshkenbein B.V., Joffe B.L. — Nucl. Phys., 1980, vol.B166, p.340.
63. Dorokhov A.E., Martyanov V.N. — JINR Preprint E2-90-278, Dubna, 1990.
64. Isgur N., Karl G. — Phys. Rev., 1978, vol.D18, p.4187.
65. Isgur N., Karl G. — Phys. Rev., 1979, vol.D19, p.2653.
66. Dorokhov A.E., Kochelev N.I. — Z. Phys., 1990, vol.C46, p.281.
67. Беляев В.М., Иоффе Б.Л. — ЖЭТФ, 1982, т.83, с.876.
68. Espriu D., Pascual P., Tarrac R. — Nucl. Phys. B, 1983, vol.214, p.285.
69. Овчинников А.А., Пивоваров А.А., Сургуладзе Л.П. — ЯФ, 1988, т.48, с.562;  
Jamin M. — Z. Phys., 1988, vol.C37, с.635.
70. Dolgov A.D. et al. — Phys. Lett., 1965, vol.15, p.84;  
Струминский Б.В. — Препринт ОИЯИ Р-1939, Дубна, 1965;  
Герасимов С.Б. — ЖЭТФ, 1966, т.51, с.1559.
71. Isgur N. — Phys. Rev., 1980, vol.D21, p.779.
72. Deshpande N.G. et al. — Phys. Rev., 1977, vol.D15, p.1885.
73. Bickershtaff R.P., Thomas A.W. — Phys. Rev., 1982, vol.D25, p.1869.
74. Review of Particle Properties — Phys. Rev. D, 1992, vol.45, p.1.
75. Bogolubov P.N., Dorokhov A.E., Kochelev N.I. — In: Proc. of VIII Inter. Conf. on Quantum Field Theory, JINR D2-87-798, Dubna, 1987, p.174.
76. Gromes D., Stamatesku I.O. — Nucl. Phys., 1976, vol.B112, p.213.
77. Blaske W.H. et al. — Z. Phys., 1990, vol.A337, p.327.
78. Jaffe R.L. — Phys. Rev. Lett., 1977, vol.38, p.195.
79. Matveev V.A., Sorba P. — Lett. Nuovo Cim., 197, vol.20, p.435; Nuovo Cim., 1978, vol.45A, p.257.
80. Dorokhov A.E., Kochelev N.I. — JINR Preprint E2-86-847, Dubna, 1986.
81. Bickershtaff R.P., Thomas A.W. — J. Phys. G: Nucl. Phys., 1981, vol.7, p.275.
82. Donoghue J.F., Golowich E., Holstein B.R. — Phys. Rev., 1986, vol.D34, p.3434.
83. Бетман Р.Г., Ланерашвили Л.В. — ЯФ, 1985, т.41, с.463.
84. Fredrikson S. et al. — Phys. Rev. Lett., 1983, vol.51, с.2179;  
Kawabe T. — Z. Phys., 1983, vol.C16, p.367.
85. Carrol A.S. et al. — Phys. Rev. Lett., 1978, vol.41, p.477.
86. Shahbazian B.A. et al. — Z. Phys., 1988, vol.C39, p.151;  
Shahbazian B.A. et al. — Phys. Lett., 1990, vol.B235, p.208.
87. Алексеев А.Н. и др. — ЯФ, 1990, т.52, с.1612.
88. Oka M., Takeuchi S., Iwao S. — Progr. Theor. Phys., 1991, vol.85, p.1287.
89. Liu K.F., Wong C.W. — Phys. Lett., 1982, vol.113B, p.1.
90. Takeuchi S., Oka M. — Phys. Rev. Lett., 1991, vol.66, p.1271.

91. Mackenzie P.B., Thacker H.B. — Phys. Rev. Lett., 1985, vol.55, p.2539.
92. Iwasaki Y. et al. — Phys. Rev. Lett., 1988, vol.60, p.1371.
93. Ларин С.А., Матвеев В.А. — ЯФ, 1986, т.44, p.1066.
94. Balachandran et al. — Phys. Rev. Lett., 1984, vol.52, p.887.
95. Diakonov D.I., Petrov V.Yu., Pobylytsa P.V., Praszalowicz M. — Phys. Rev., 1989, vol.D39, p.3509.
96. Shahbazian V.A. et al. — Proc. of the Int. Conf. Hadron'91, Maryland Univ., 1991.
97. Шахбазян В.А. и др. — Краткие сообщения ОИЯИ, 2[48]-91, Дубна, 1991, с.4.
98. Goldman T. et al. — Phys. Rev. Lett., 1987, vol.59, p.627.
99. Gribov V.N., Lipatov L.N. — Sov. J. Nucl. Phys., 1972, vol.15, p.78;  
Altarelli G., Parisi G. — Nucl. Phys., 1977, vol.B126, p.298.
100. Hogaasen H. — Phys. Scripta, 1984, vol.29, p.193.
101. Клоуз Ф. — Кварки и партоны. М.: Мир, 1982.
102. Isgur N. — Acta Phys. Pol., 1985, vol.B8, p.1081;  
Hayashi T. et al. — Progr. Theor. Phys., 1978, vol.60, p.1066.
103. EMC, Ashman J. et al. — Phys. Lett., 1988, vol.B206, p.364;  
Nucl. Phys., 1990, vol.B328, p.1.
104. Adler S.L. et al. — Phys. Rev., 1975, vol.D11, p.3309.